

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

O Controle Adaptativo de Robôs Manipuladores no Espaço da Tarefa

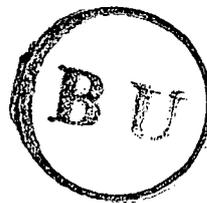
DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE
SANTA CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE
EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Nardênio Almeida Martins



0.269.109-5

UFSC-BU

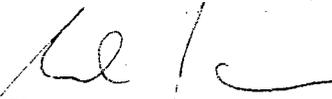


Florianópolis - SC, Brasil
29 de Setembro de 1997

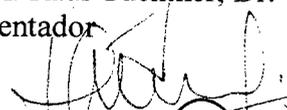
O Controle Adaptativo de Robôs Manipuladores no Espaço da Tarefa

Nardênio Almeida Martins

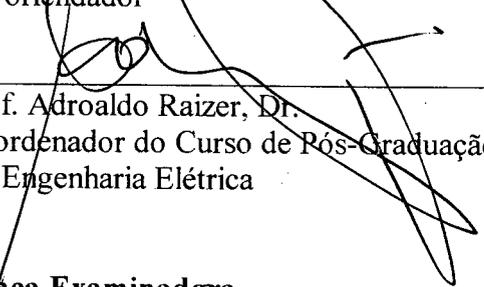
Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia** na especialidade **Engenharia Elétrica**, área de concentração **Controle, Automação e Informática Industrial**, e aprovada em sua forma final pelo Curso de Pós-Graduação.



Prof. Raul Guenther, Dr.
Orientador



Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr.
Cô-orientador

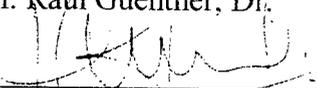


Prof. Adroaldo Raizer, Dr.
Coordenador do Curso de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica

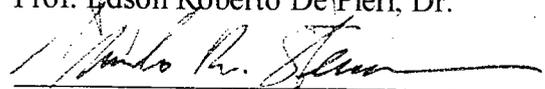
Banca Examinadora



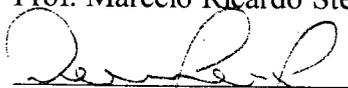
Prof. Raul Guenther, Dr.



Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr.



Prof. Marcelo Ricardo Stemmer, Dr.



Eng. Werner Kraus Jr., Dr.

À Deus, minha esposa, minha filha,
aos meus pais e irmãos

Agradecimentos

Em especial a minha esposa pelo incansável apoio, estímulo, compreensão, tolerância e amor demonstrados tanto nos momentos bons quanto nos difíceis.

À minha filha pelo carinho e motivação.

À minha mãe, minha irmã e família pela consideração e respeito.

À minha avó materna (*In Memoriam*) que sempre me instruiu, incentivou e acreditou em minha capacidade e perseverança.

Ao meu pai pelo apoio financeiro, o qual me possibilitou mais esta realização em minha vida.

Aos professores Raul Guenther e Edson Roberto De Pieri pela orientação, competência, conhecimentos transmitidos e troca de idéias.

Aos membros da banca examinadora pela participação, comentários, críticas e sugestões feitos a este trabalho.

Aos meus colegas de mestrado, em especial ao Cleto Cavalcante de Souza Leal e ao Gerson Luís Fontoura Vaz, pelo companheirismo.

Aos casais Nelkis de la Ordem Medina e Damian Rodriguez Sanches, Amparo Patricia Gallego Ramirez e Juan Carlos Molina Molina, Rosamélia Parizotto e Richard Duarte Ribeiro pelo apoio e amizade sincera.

À UFSC e à CAPES pelo suporte material e financeiro.

A todas aquelas pessoas que não estão explicitamente incluídas, mas que de alguma forma contribuíram no desenvolvimento deste trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	viii
LISTA DE TABELAS.....	xi
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xii
RESUMO.....	xvi
ABSTRACT.....	xvii
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Problema de Controle de Robôs Manipuladores.....	2
1.2. Controle Cinemático e Controle no Espaço da Tarefa.....	4
1.3. Influência da Incerteza nos Parâmetros.....	5
1.4. Controle Adaptativo.....	6
1.5. Proposta da Dissertação.....	8
1.6. Organização da Dissertação.....	8
2. CONTROLE ADAPTATIVO NO ESPAÇO DE JUNTAS.....	10
2.1. Dinâmica de Robôs Manipuladores no Espaço de Juntas.....	11
2.1.1. Propriedades Fundamentais.....	14
2.2. Controle Baseado na Dinâmica Inversa.....	19
2.2.1. Caso dos Parâmetros Conhecidos.....	20
2.2.2. Caso dos Parâmetros Desconhecidos.....	27
2.2.3. Caso Adaptativo.....	31
2.3. Controle Baseado na Passividade.....	36
2.3.1. Caso dos Parâmetros Conhecidos.....	41

2.3.2. Caso dos Parâmetros Desconhecidos.....	43
2.3.3. Caso Adaptativo.....	47
2.4. Conclusões.....	52
3. CONTROLE ADAPTATIVO NO ESPAÇO DA TAREFA.....	54
3.1. Cinemática Direta.....	55
3.2. Dinâmica do Robô Manipulador no Espaço da Tarefa.....	59
3.2.1. Propriedades Fundamentais.....	60
3.3. Controle Baseado na Dinâmica Inversa.....	63
3.3.1. Caso dos Parâmetros Conhecidos.....	64
3.3.2. Caso dos Parâmetros Desconhecidos.....	68
3.3.3. Caso Adaptativo.....	71
3.4. Controle Baseado na Passividade.....	75
3.4.1. Caso dos Parâmetros Conhecidos.....	78
3.4.2. Caso dos Parâmetros Desconhecidos.....	80
3.4.3. Caso Adaptativo.....	83
3.5. Conclusões.....	86
4. UMA COMPARAÇÃO ENTRE O CONTROLE CINEMÁTICO E O CONTROLE DIRETO NO ESPAÇO DA TAREFA.....	87
4.1. Comportamento do Erro em Malha Fechada.....	88
4.1.1. Controle Baseado na Dinâmica Inversa.....	88
4.1.2. Controle Baseado na Passividade.....	92
4.2. Cálculo da Matriz Regressora.....	95
4.2.1. Controle Baseado na Dinâmica Inversa.....	96

4.2.2. Controle Baseado na Passividade.....	99
4.3. Esquema Computacional.....	102
4.3.1. Controle Cinemático.....	102
4.3.2. Controle Direto no Espaço da Tarefa.....	103
4.3.3. Controle Cinemático versus Controle Direto no Espaço da Tarefa.....	104
4.4. Conclusões.....	104
5. RESULTADOS DE SIMULAÇÕES.....	107
5.1. Modelo para Simulação.....	107
5.2. Definição das Matrizes Regressoras dos Métodos de Controle.....	112
5.3. Realização das Simulações.....	118
5.3.1. Ambiente de Simulação.....	118
5.3.2. Objetivo das Simulações.....	119
5.3.3. Geração de Trajetórias.....	120
5.4. Resultados das Simulações.....	128
5.4.1. Método de Craig.....	130
5.4.2. Método de Slotine.....	138
6. CONCLUSÕES.....	147
APÊNDICE A.....	149
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	155

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Componentes macroscópicos de um robô manipulador	1
Figura 1.2 - Método de controle direto no espaço de juntas usando cinemática inversa e direta - Controle Cinemático.....	4
Figura 1.3 - Método de controle direto no espaço da tarefa usando cinemática direta.	5
Figura 1.4 - Método de controle adaptativo direto.....	8
Figura 2.1 - Caso dos Parâmetros Conhecidos - Dinâmica Inversa.....	21
Figura 2.2 - Caso dos Parâmetros Desconhecidos - Dinâmica Inversa.....	29
Figura 2.3 - Caso Adaptativo - Dinâmica Inversa.....	32
Figura 2.4 - Caso dos Parâmetros Conhecidos - Passividade.....	41
Figura 2.5 - Caso dos Parâmetros Desconhecidos - Passividade.....	44
Figura 2.6 - Caso Adaptativo - Passividade.....	47
Figura 3.1 - Representação da Cinemática Direta.....	56
Figura 3.2 - Caso dos Parâmetros Conhecidos - Dinâmica Inversa.....	65
Figura 3.3 - Caso dos Parâmetros Desconhecidos - Dinâmica Inversa.....	70
Figura 3.4 - Caso Adaptativo - Dinâmica Inversa.....	72
Figura 3.5 - Caso dos Parâmetros Conhecidos com $K_t(s) = \Lambda_t s$ - Passividade.....	79
Figura 3.6 - Caso dos Parâmetros Desconhecidos com $K_t(s) = \Lambda_t s$ - Passividade.....	81
Figura 3.7 - Caso Adaptativo com $K_t(s) = \Lambda_t s$ - Passividade.....	85
Figura 5.1 - Elos 02 e 03 do Robô Manipulador Puma 560.....	108
Figura 5.2 - Esquema dos Blocos para Simulação no SIMNON.....	118
Figura 5.3 - Posições (m) - (a), velocidades (m/s) - (b) e acelerações (m/s ²) - (c) desejadas no espaço da tarefa.....	122
Figura 5.4 - Trajetória desejada.....	125

Figura 5.5 - Posições desejadas nas juntas 01 e 02 (graus).....	127
Figura 5.6 - Velocidades desejadas nas juntas 01 e 02 (graus/s).....	127
Figura 5.7 - Acelerações desejadas nas juntas 01 e 02 (graus/s ²).....	127
Figura 5.8 - Erros de seguimento de posição (mm) nas direções x e y resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso não-adaptativo de Craig.....	131
Figura 5.9 - Torques de entrada (Nm) nas juntas 01 e 02 resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso não-adaptativo de Craig.....	132
Figura 5.10 - Trajetórias realizadas pelo robô manipulador a partir do seguimento da trajetória 01 para o caso não-adaptativo de Craig.....	133
Figura 5.11 - Erros de seguimento de posição (mm) nas direções x e y resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso adaptativo de Craig.....	135
Figura 5.12 - Torques de entrada (Nm) nas juntas 01 e 02 resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso adaptativo de Craig.....	136
Figura 5.13 - Trajetórias realizadas pelo robô manipulador a partir do seguimento da trajetória 01 para o caso adaptativo de Craig.....	136
Figura 5.14 - Parâmetros estimados resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso adaptativo de Craig.....	137
Figura 5.15 - Erros de seguimento de posição (mm) nas direções x e y resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso não-adaptativo de Slotine e Li.	139
Figura 5.16 - Torques de entrada (Nm) nas juntas 01 e 02 resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso não-adaptativo de Slotine e Li.....	140
Figura 5.17 - Trajetórias realizadas pelo robô manipulador a partir do seguimento da trajetória 01 para o caso não-adaptativo de Slotine e Li.....	141
Figura 5.18 - Erros de seguimento de posição (mm) nas direções x e y resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso adaptativo de Slotine e Li..	143

Figura 5.19 - Torques de entrada (Nm) nas juntas 01 e 02 resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso adaptativo de Slotine e Li.....	144
Figura 5.20 - Trajetórias realizadas pelo robô manipulador a partir da trajetória 01 para o caso adaptativo de Slotine e Li.....	144
Figura 5.21 - Parâmetros estimados resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso adaptativo de Slotine e Li.....	145

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 - Parâmetros dos dois elos do PUMA 560 usados na simulação.....	110
Tabela 5.2 - Matrizes de ganhos fixos para realização do controle cinemático.....	129
Tabela 5.3 - Matrizes de ganhos fixos para realização do controle direto no espaço da tarefa.....	129
Tabela 5.4 - Ganho de adaptação para realização do controle cinemático e do controle direto no espaço da tarefa.....	129
Tabela 5.5 - Resultados de simulação para o caso não-adaptativo - Método de Craig	133
Tabela 5.6 - Resultados de simulação para o caso adaptativo - Método de Craig.....	137
Tabela 5.7 - Resultados de simulação para o caso não-adaptativo - Método de Slotine e Li.....	141
Tabela 5.8 - Resultados de simulação para o caso adaptativo - Método de Slotine e Li.....	145

LISTA DE SÍMBOLOS

A, A_t	Matriz $n \times n$
B, B_t, y	Vetores coluna
c_1, c_2	cosseno de q_1 e cosseno de q_2 , respectivamente
C, C_t	Vetor linha
$C(q, \dot{q}), \bar{C}(q, \dot{q})$	Matriz de torques de Coriolis e centrífugos nos espaços de juntas e da tarefa, respectivamente
$\hat{C}(q, \dot{q}), \hat{\bar{C}}(q, \dot{q})$	Matriz estimada de torques de Coriolis e centrífugos nos espaços de juntas e da tarefa, respectivamente
$\tilde{C}(q, \dot{q}), \tilde{\bar{C}}(q, \dot{q})$	Representam as diferenças $\hat{C}(q, \dot{q}) - C(q, \dot{q})$, $\hat{\bar{C}}(q, \dot{q}) - \bar{C}(q, \dot{q})$, respectivamente
C^j	Conjunto de todas as possíveis configurações das juntas
e	Erro de sinal ($y_o - y_i$)
E	Energia total do sistema
F	Vetor de forças exercidas pelo efetuador final
$F(s), F_t(s)$	Matriz de transferência exponencialmente estável e estritamente própria nos espaços de juntas e da tarefa, respectivamente
g	Função pertencente a um dado conjunto de funções
g_b	Função escalar
G, \bar{G}	Vetor de torques gravitacionais nos espaços de juntas e da tarefa, respectivamente
$\hat{G}, \hat{\bar{G}}$	Vetor estimado de torques gravitacionais nos espaços de juntas e da tarefa, respectivamente
$\tilde{G}, \tilde{\bar{G}}$	Representam as diferenças $\hat{G}(q) - G(q)$, $\hat{\bar{G}}(q) - \bar{G}(q)$, respectivamente
H, \bar{H}	Matriz de inércia do robô manipulador nos espaços de juntas e da tarefa, respectivamente
$\hat{H}, \hat{\bar{H}}$	Matriz estimada de inércia do robô manipulador nos espaços de juntas e da tarefa, respectivamente
$\tilde{H}, \tilde{\bar{H}}$	Representam as diferenças $\hat{H}(q) - H(q)$, $\hat{\bar{H}}(q) - \bar{H}(q)$, respectivamente

I_n	Matriz de identidade $n \times n$
J_a	Matriz jacobiana analítica
k	Função não-linear
K, K_t	Compensador dinâmico linear
K_p, K_{p_t}	Matriz diagonal positiva definida de ganhos proporcionais nos espaços de juntas e da tarefa, respectivamente
$K_{p_{ij}}$	ij-ésimo elemento da matriz K_p
K_v, K_{v_t}	Matriz diagonal positiva definida de ganhos derivativos nos espaços de juntas e da tarefa, respectivamente
$K_{v_{ij}}$	ij-ésimo elemento da matriz K_v
L	Lagrangiano
L_i, L_s	Limites inferior e superior do i-ésimo elemento do vetor de parâmetros estimados
L_2^n	Espaço de funções integráveis
L_∞^n	Espaço de funções uniformemente limitadas
m_1, m_2	Escalares positivos
0_n	Matriz zero $n \times n$
p	Vetor de posição do efetuador final
P	Energia potencial
P, Q, P_t, Q_t	Matrizes simétricas e positivas definidas
q	Vetor de estados referente às posições nas juntas (genérico)
q_d, x_d	Posição desejada nas juntas e do efetuador final no espaço da tarefa, respectivamente
\dot{q}	Vetor de estados referente às velocidades nas juntas (genérico)
\dot{q}_d, \dot{x}_d	Velocidade desejada nas juntas e do efetuador final no espaço da tarefa, respectivamente
\dot{q}_r, \dot{x}_r	Velocidade de referência nos espaços de juntas e da tarefa, respectivamente
\ddot{q}, \ddot{x}	Aceleração nas juntas e do efetuador final no espaço da tarefa,

	respectivamente
\ddot{q}_d, \ddot{x}_d	Aceleração desejada nas juntas e do efetuador final no espaço da tarefa, respectivamente
\ddot{q}_r, \ddot{x}_r	Aceleração de referência nos espaços de juntas e da tarefa, respectivamente
\tilde{q}, \tilde{x}	Erro de seguimento de posição nas juntas e no espaço da tarefa, respectivamente
$\dot{\tilde{q}}, \dot{\tilde{x}}$	Erro de seguimento de velocidade nas juntas e no espaço da tarefa, respectivamente
$\ddot{\tilde{q}}, \ddot{\tilde{x}}$	Erro de aceleração nas juntas e no espaço da tarefa, respectivamente
r, r_t	Variável de seguimento nos espaços de juntas e da tarefa, respectivamente
R	Matriz de rotação do sistema de coordenadas do efetuador final em relação ao sistema de coordenadas da base
s	Variável de Laplace
s_1, s_2	seno de q_1 e seno de q_2 , respectivamente
s_{12}, c_{12}	seno de $(q_1 + q_2)$ e cosseno de $(q_1 + q_2)$, respectivamente
S, \bar{S}	Matriz de anti-simetria nos espaços de juntas e da tarefa, respectivamente
t	Tempo
T	Energia cinética do robô manipulador
u, u_t	Sinal de entrada
V	Função de Lyapunov associada ao sistema total
V_∞	Constante escalar positiva
W	Função real não-negativa
x	Posição do efetuador final no espaço da tarefa
\dot{x}	Velocidade do efetuador final no espaço da tarefa
y_i	Entrada ou sinal de referência
y_o	Sinal de saída
z, z_t	Vetor de erro filtrado de seguimento nos espaços de juntas e da tarefa, respectivamente

Z	Função não-positiva
Z_a	matriz simétrica, real e positiva definida
$\alpha I_n, \alpha_t I_n$	Matriz constante, diagonal e positiva de posto n
β, β_t	Constantes escalares positivas
$\varepsilon, \varepsilon_t$	Vetor de erro de seguimento nos espaços de juntas e da tarefa, respectivamente
ϕ	Vetor de orientação do efetuador final
$\varphi, \bar{\varphi}$	Representam os produtos $\hat{H}^{-1}(q)Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$, $\hat{\bar{H}}^{-1}(q)\bar{Y}(q, \dot{q}, \dot{x}, \ddot{x})$, respectivamente
γ, γ_t	Número real positivo
$\lambda_{max}, \lambda_{min}$	Autovalor máximo e mínimo
μ_1, μ_2	Constantes estritamente positivas
θ	Vetor de parâmetros do robô manipulador e da carga
$\hat{\theta}$	Vetor de parâmetros estimados
$\tilde{\theta}$	Vetor de erros nos parâmetros
τ	Vetor de torques de entrada ou de controle
τ_{ff}, τ_{fb}	Componente <i>feedforward</i> e <i>feedback</i> do torque de entrada ou de controle
ω_{nij}	ij-ésimo elemento da frequência natural
ξ_{ij}	ij-ésimo elemento do fator de amortecimento
Γ	Matriz diagonal positiva definida
$\Lambda, \Lambda_t, \gamma_s$	Matriz diagonal com elementos positivos
Y, \bar{Y}	Matriz regressora nos espaços de juntas e da tarefa, respectivamente
(.)	Indica parâmetros nominais do robô manipulador
($\hat{\cdot}$)	Indica os valores estimados
($\tilde{\cdot}$)	Indica erros nos parâmetros

RESUMO

O controle adaptativo de robôs manipuladores é uma das soluções para o problema de controle em que o processo tem incerteza nos parâmetros. Com base neste fato, este trabalho aborda os métodos de controle para o seguimento de trajetórias diretamente no espaço da tarefa. A partir dos métodos de controle adaptativo direto no espaço de juntas, baseados na dinâmica inversa (Método de Craig) e na passividade (Método de Slotine e Li), faz-se a extensão para o espaço da tarefa. Para os espaços de juntas e da tarefa, a estabilidade e a análise de convergência dos métodos de controle é realizada pelo método direto de Lyapunov. O controle cinemático e o controle direto no espaço da tarefa são implementados em simulações realizadas no SIMNON, considerando-se dois elos de um robô manipulador Puma 560.

Palavras-chave: robô manipulador, seguimento de trajetórias, controle adaptativo, espaço de juntas, controle cinemático, espaço da tarefa.

ABSTRACT

Adaptive control in robot manipulators is a solution for the control problem in which the process has uncertainty in the parameters. Taking this into account, this work treats the control methods for trajectory tracking directly in the task space. Based upon inverse dynamics (Craig's Method) and passivity (Slotine and Li's Method), task space methods are derived using the direct adaptive control methods in joint space. The stability and convergence analysis of the control methods is performed for the joint and task spaces, using the direct Lyapunov method. The kinematic control and the task space control are implemented by simulations which were performed on SIMNON considering two links of a PUMA 560 robot manipulator.

Keywords: robot manipulator, trajectory tracking, adaptive control, joint space, kinematic control, task space.

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

Um conceito geral para definir um robô foi descrito pelo *RIA - Robot Institute of America*. Tal conceito diz o seguinte: “*um robô industrial é um manipulador reprogramável e multifuncional, projetado para mover materiais, peças, ferramentas ou dispositivos especializados, através de movimentos variáveis programados para o desempenho de uma variedade de tarefas*”. Este conceito tem a vantagem de agrupar, em quase toda a sua totalidade, os robôs industriais em operação (Alves, 88), (Spong e Vidyasagar, 89), (Guenther, 93).

De um ponto de vista macroscópico, um robô manipulador é constituído de três componentes: mecanismo, acionamento e sistema de controle (ver figura 1.1).

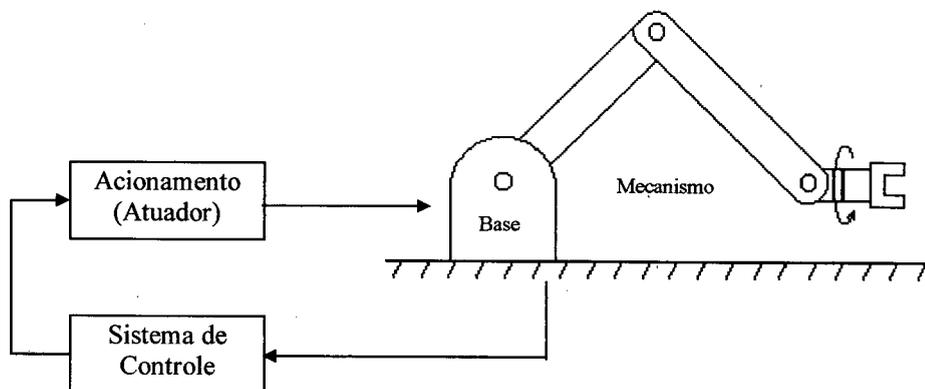


Figura 1.1 - Componentes macroscópicos de um robô manipulador

O mecanismo, ou parte mecânica que tem liberdade de movimentos, por sua vez, constitui-se em três outras partes: braço, punho e efetuador final. O braço determina o alcance do efetuador no espaço cartesiano e é constituído de elos interligados por juntas. O punho define a orientação do efetuador final em conjunto com o braço. O efetuador final é escolhido em função da tarefa a ser executada pelo robô manipulador. Pode ser uma garra, pistola de solda ou de pintura, ou outra ferramenta.

O acionamento ou atuador é responsável pela movimentação física de cada junta do mecanismo. O objetivo do acionamento é aplicar os torques ou forças necessários às juntas de modo que o efetuator final execute o movimento desejado. O acionamento constitui-se, em geral, de um motor e de uma transmissão, a qual é usada para adequar o movimento do motor às necessidades do movimento do mecanismo.

O sistema de controle tem como função gerar um sinal de comando que, transformado em força ou torque nos atuadores, faz com que o efetuator final execute um movimento desejado. O sistema de controle é constituído de sensores que extraem informações sobre a posição do mecanismo e da lei de controle que gera o sinal de comando a partir das informações dos sensores e da tarefa especificada.

1.1. Problema de Controle de Robôs Manipuladores

No caso de robôs manipuladores, controlá-los significa fazê-los executar a tarefa desejada com desempenho pré-estabelecido.

Pode-se executar tarefas, sem requerer significativa precisão, através do controle de posição onde o efetuator deve desenvolver movimentos ponto a ponto em que somente o início e o fim são importantes. Porém há tarefas (pintura, soldagem) que exigem um determinado grau de precisão, as quais podem ser executadas por meio do controle de seguimento de trajetória onde além dos pontos inicial e final também os pontos intermediários são especificados (Asada e Li, 86), (Craig, 86), (Spong e Vidyasagar, 89), (Canudas et al., 96).

Para tarefas como esmerilhamento, montagem e manuseio de peças é requerido que o robô manipulador estabeleça um contato com o seu ambiente (com incertezas) de maneira controlada. Este contato faz com que apareçam forças e momentos de interação

entre o robô manipulador e o ambiente. Conseqüentemente, estas forças (momentos) devem ser controladas para que o ambiente e o próprio robô manipulador não sofram prejuízos. Para as tarefas (esmerilhamento, montagem e manuseio de peças) foram desenvolvidas estratégias de controle de força, as quais possuem dois objetivos principais. O primeiro é fornecer o controle de impacto, ou seja, a estabilidade durante a fase transitória do contato e o segundo é fornecer a capacidade de seguimento de trajetória de força (Asada e Li, 86), (Spong e Vidyasagar, 89), (Lewis et al., 93).

Como um dos objetos de estudo deste trabalho é o seguimento de trajetória, a seguir é dada uma ênfase sobre tal.

Por causa da complexidade da cinemática, da dinâmica do robô manipulador e da tarefa a ser realizada, o problema de controle de robôs manipuladores compreende, em geral, dois estágios (Guenther, 93):

- Planejamento de trajetória, em que a posição do efetuador é especificada para cada instante de tempo t ;
- Seguimento de trajetórias, onde o plano é executado.

No estágio de planejamento de trajetória, o plano é definido como sendo uma especificação completa do movimento do robô manipulador em algum sistema de coordenadas, por exemplo, o planejador de trajetórias pode parametrizar o caminho do efetuador final diretamente no espaço da tarefa.

A realização do cálculo das trajetórias desejadas é feita por meio do “gerador de trajetórias” onde a posição, velocidade e aceleração desejadas ao longo do caminho são calculadas como uma função do tempo.

O seguimento de trajetória é um problema clássico de controle que pode ser definido como sendo o projeto de controladores que forneçam sinais de comando para fazer a posição do efetuador final seguir uma trajetória desejada.

1.2. Controle Cinemático e Controle no Espaço da Tarefa

Os métodos de controle para o seguimento de trajetórias de robôs manipuladores encontram-se em uma das duas categorias seguintes: métodos de controle no espaço de juntas e métodos de controle no espaço da tarefa.

Os métodos de controle no espaço da tarefa operam com medições de quantidades no espaço da tarefa. O mecanismo de controle encontra-se no espaço da tarefa.

No caso de métodos de controle no espaço de juntas, os valores das posições das juntas (e possivelmente suas derivadas) são medidos. O mecanismo de controle encontra-se no espaço de juntas. Isto requer, entretanto, que a trajetória desejada seja dada no espaço de juntas. Portanto, uma transformação da trajetória do espaço da tarefa para o espaço de juntas, chamada de cinemática inversa, tem que ser realizada. O movimento desejado no espaço de juntas é, então, a referência para o algoritmo de controle (ver figura 1.2).

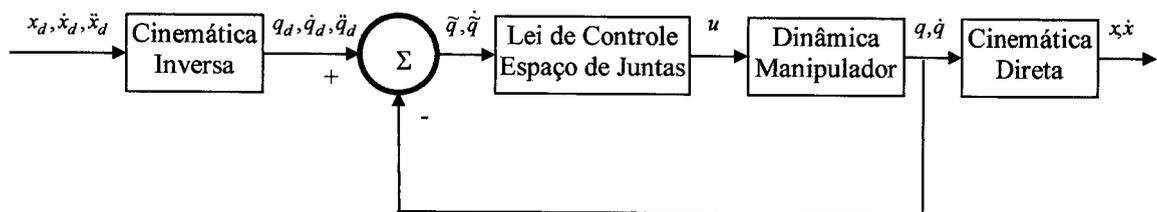


Figura 1.2 - Método de controle direto no espaço de juntas usando cinemática inversa e direta - Controle Cinemático

Este procedimento tem como inconveniente a necessidade do uso da cinemática inversa, o que introduz as dificuldades intrínsecas à inversão de um mapeamento não-

linear, tais como as singularidades e a redundância (Canudas et al., 96). Esta estratégia de controle é conhecida como controle cinemático.

Uma forma de contornar estas dificuldades é efetuar o controle diretamente no espaço da tarefa, já que, em aplicações no mundo real, as trajetórias desejadas são planejadas no espaço da tarefa e assim métodos de controle no espaço da tarefa são necessários.

Para obter um controle no espaço da tarefa pode-se utilizar a transformação das variáveis medidas no espaço de juntas, através do mapeamento cinemático, nas variáveis do espaço da tarefa. A grande vantagem é que opera-se diretamente sobre as variáveis de espaço da tarefa, entretanto não permite um fácil gerenciamento dos efeitos de singularidades e de redundância (ver figura 1.3), (Canudas et al., 96).

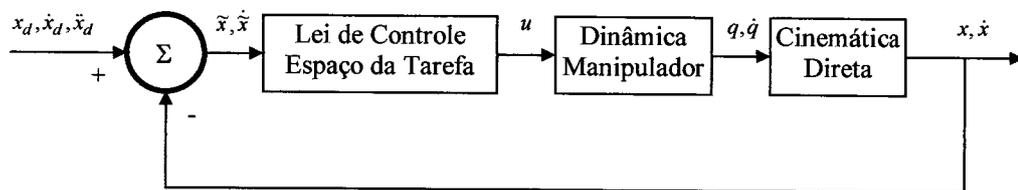


Figura 1.3 - Método de controle direto no espaço da tarefa usando cinemática direta

1.3. Influência da Incerteza nos Parâmetros

Um robô manipulador pode ser caracterizado como um sistema composto de elos e juntas cujo movimento resulta no posicionamento do efetuador final dentro de seu espaço da tarefa.

Dinamicamente, o robô manipulador é um sistema não-linear, multivariável, acoplado. Além disso, como a carga a ser manipulada é desconhecida “a priori”, o robô manipulador constitui um sistema com incertezas nos parâmetros de inércia.

De acordo com Slotine e Li (87a), estas incertezas provocam erros de seguimento e de regime, que podem ser significativos, dependendo respectivamente, da velocidade do movimento do robô manipulador e do grau de incerteza nos efeitos da gravidade.

Como o robô manipulador é um sistema relativamente complexo, existem algumas propriedades estruturais que podem ser utilizadas na análise e síntese de algoritmos para controlá-lo.

A utilização destas propriedades levou ao desenvolvimento de técnicas de controle especializadas para robôs manipuladores, dentre as quais estão as de controle adaptativo.

O uso de técnicas de controle adaptativo reduz os erros de seguimento e elimina o erro de regime, permitindo robôs manipuladores moverem cargas de parâmetros desconhecidos com alta velocidade e precisão (Slotine e Li, 91), (Guenther et al., 92).

1.4. Controle Adaptativo

A idéia básica em controle adaptativo é estimar *on-line* os parâmetros incertos da planta (ou, equivalentemente, os parâmetros correspondentes do controlador) baseados nos sinais medidos do sistema, e usar os parâmetros estimados no cálculo da entrada de controle.

O projeto de um controlador adaptativo geralmente compreende os três passos seguintes:

- Escolha de uma lei de controle contendo parâmetros ajustáveis;
- Escolha de uma lei de adaptação para o ajuste desses parâmetros;
- Análise das propriedades de estabilidade e de convergência do sistema de controle resultante.

Geralmente, o objetivo básico do controle adaptativo é manter um bom desempenho de um sistema na presença de incertezas nos parâmetros da planta.

Como o tema deste trabalho é o controle adaptativo direto de robôs manipuladores para ambos os espaços (de juntas e da tarefa), uma descrição sucinta sobre controle adaptativo direto é dada a seguir.

Em geral, um sistema de controle adaptativo direto (ver figura 1.4) pode ser esquematicamente composto por três partes: a planta contendo parâmetros desconhecidos, uma lei de controle *feedback* contendo parâmetros ajustáveis e um mecanismo ou lei de adaptação para atualizar esses parâmetros (Slotine e Li, 91).

A planta é assumida ter uma estrutura conhecida, ainda que os parâmetros sejam desconhecidos. Para plantas não-lineares, isto implica que a estrutura das equações dinâmicas é conhecida, mas que alguns parâmetros são desconhecidos.

O controlador é geralmente parametrizado por um número de parâmetros ajustáveis. O controlador deve ter capacidade de "seguimento perfeito" a fim de permitir a possibilidade de convergência do seguimento, isto é, quando os parâmetros da planta são conhecidos, o erro de seguimento converge para zero. Quando os parâmetros da planta não são conhecidos, o mecanismo ou lei de adaptação ajusta os parâmetros do controlador de modo que o seguimento seja assintoticamente realizado.

O mecanismo ou lei de adaptação é usado para ajustar os parâmetros na lei de controle, isto é, o objetivo da adaptação é fazer com que o erro de seguimento convirja para zero.

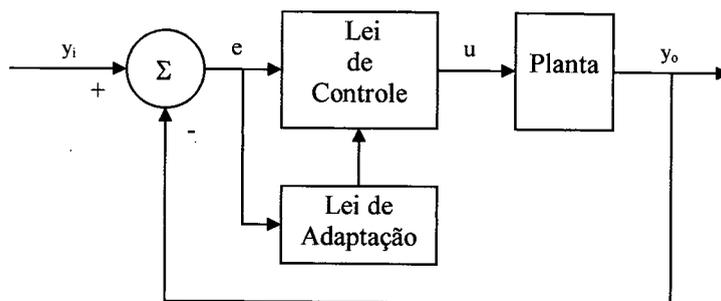


Figura 1.4 - Método de controle adaptativo direto

1.5. Proposta da Dissertação

Neste trabalho são estudados métodos de controle para o seguimento de trajetórias, diretamente no espaço da tarefa.

Assim, a partir dos métodos de controle adaptativo direto no espaço de juntas, baseados na dinâmica inversa (Método de Craig) e na passividade (Método de Slotine e Li), faz-se a extensão para o espaço da tarefa.

Para ambos os espaços (de juntas e da tarefa), a estabilidade e a análise de convergência dos métodos de controle é realizada pelo método direto de Lyapunov.

O controle cinemático e o controle diretamente no espaço da tarefa são implementados em simulações realizadas no SIMNON, considerando-se dois elos de um robô manipulador Puma 560.

1.6. Organização da Dissertação

No capítulo 2 apresentam-se os métodos de controle adaptativo direto no espaço de juntas, baseados na dinâmica inversa e na passividade, os quais propiciam a

estabilidade global em malha fechada. Para comprovar tal estabilidade, faz-se uso do método direto de Lyapunov.

Estes métodos são abordados para o caso ideal em que os parâmetros são perfeitamente conhecidos, para o caso dos parâmetros desconhecidos e para o caso adaptativo em que alguns ou todos os parâmetros são incertos.

No capítulo 3 descreve-se a extensão para o espaço da tarefa destes métodos de controle adaptativo direto desenvolvidos originalmente para o espaço de juntas.

No capítulo 4 é realizado um estudo comparativo dos métodos de controle abordados nos capítulos 2 e 3 a partir da análise do comportamento do erro em malha fechada com o objetivo de verificar a equivalência entre as matrizes de ganho. Na sequência, são feitos o cálculo das matrizes regressoras e um levantamento dos aspectos computacionais para implementação na prática e/ou simulação destes métodos de controle adaptativo.

No capítulo 5 são apresentadas as simulações realizadas com o programa SIMNON e os resultados obtidos, para dois elos de um robô manipulador Puma 560.

Finalmente, o capítulo 6 é dedicado às conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2 - CONTROLE ADAPTATIVO NO ESPAÇO DE JUNTAS

O controle adaptativo de robôs é uma das soluções para o problema de controle em que o processo tem incerteza nos parâmetros. Este problema tem sido objeto de um grande esforço de pesquisa (Canudas et al., 96), a partir do momento em que ficou demonstrado que a adaptação “*on-line*” dos parâmetros do robô manipulador reduz substancialmente os erros no seguimento de trajetórias (Slotine e Li, 88), (Guenther et al., 92).

A maior parte dos resultados de pesquisa publicados até o momento apresenta métodos de controle no espaço de juntas. Como o planejamento da tarefa (e do movimento desejado $x_d(t)$) é realizado no espaço da tarefa, o controle no espaço de juntas necessita do uso da cinemática inversa para estabelecer o movimento desejado $q_d(t)$ correspondente no espaço de juntas. Usando a cinemática direta, a posição no espaço da tarefa $x(t)$ é calculada da posição nas juntas $q(t)$ que por sua vez é medida a partir da dinâmica do robô manipulador. O objetivo destes métodos de controle no espaço de juntas é fazer com que o erro de seguimento de posição ($\tilde{q} = q - q_d$) no espaço de juntas tenda a zero, para que com isso o erro de seguimento de posição ($\tilde{x} = x - x_d$) no espaço da tarefa também tenda a zero.

A escolha do método de controle depende da tarefa a ser desempenhada. Para casos em que deseja-se mover de um ponto para um outro sem requerer precisão significativa pode-se usar reguladores, porém para tarefas que exigem uma determinada precisão usa-se controladores de seguimento.

Na literatura existem várias referências bibliográficas evidenciando a abordagem e implementação de métodos de controle baseados na dinâmica inversa (Luh et al., 80), (Bayard e Wen, 88a), (Bayard e Wen, 88b), (Craig, 88), (Middleton e Goodwin, 88), (Schwartz et al., 90), (Spong e Ortega, 90), (Tarn et al., 93), (Liu, 95) e de métodos de

controle baseados na passividade (Slotine e Li, 89), (Benallegue, 90), (Sadegh e Horowitz, 90), (Schwartz et al., 90), (Spong et al., 90).

Estes métodos resultam em leis de controle que propiciam estabilidade global do sistema em malha fechada, tanto no caso ideal, em que os parâmetros são conhecidos e os controladores são de ganhos fixos, como quando os parâmetros são incertos e os controladores são adaptativos, sendo esta a razão destes métodos de controle serem bastante difundidos. Neste capítulo, são tratadas as propriedades fundamentais da dinâmica de robôs manipuladores no espaço de juntas e, em seguida, são apresentados o método de controle de Craig baseado na dinâmica inversa e os métodos de controle baseados na passividade.

2.1. Dinâmica de Robôs Manipuladores no Espaço de Juntas

O projeto dos controladores para robôs manipuladores estudado neste trabalho é baseado nas equações dinâmicas do robô manipulador. Estas equações, também chamadas de equações do movimento, podem ser obtidas pelos métodos de Newton-Euler ou de Lagrange e foram desenvolvidas por muitos autores (Craig, 86), (Asada e Slotine, 86), (Spong e Vidyasagar, 89), (Lewis et al., 93).

Na abordagem lagrangiana, as posições das juntas, $q = [q_1, \dots, q_n]^T$, formam um conjunto de coordenadas generalizadas. A energia cinética do robô manipulador é dada por uma forma quadrática simétrica, positiva definida:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n H_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j = \frac{1}{2} \dot{q}^T H(q) \dot{q} \quad (2.1)$$

onde $H(q) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ é a matriz simétrica de inércia do robô manipulador. Seja $P : C^J \rightarrow \mathfrak{R}$ uma função diferenciável contínua (chamada de energia potencial), onde C^J é o conjunto de todas as possíveis configurações das juntas. Para um robô manipulador rígido, a energia potencial é devida somente à gravidade. Definindo a função $L = T - P$ como sendo o lagrangiano, a dinâmica do robô manipulador é descrita pelas equações de Lagrange (Asada e Slotine, 86),

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.2)$$

onde Q_i representa a força não-conservativa generalizada correspondente à coordenada q_i . Calculando T e P (veja Asada e Slotine (86), por exemplo), substituindo nas equações de Lagrange obtém-se:

$$\sum_{j=1}^n H_{ij}(q) \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n C_{ijk}(q) \dot{q}_j \dot{q}_k + G_i(q) = Q_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.3)$$

onde:

$$C_{ijk} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial H_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial H_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial H_{jk}}{\partial q_i} \right\} \quad (2.4)$$

são conhecidos como símbolos de *Christoffel* do 1º. tipo, e

$$G_i(q) = \frac{\partial P(q)}{\partial q_i} \quad (2.5)$$

Na forma matricial, pode-se escrever as equações de Lagrange (2.3) no espaço de juntas como:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (2.6)$$

onde $C(q, \dot{q})\dot{q} \in \mathfrak{R}^n$ é o vetor de torques de Coriolis e Centrífugos, $G(q) \in \mathfrak{R}^n$ é o vetor de torques gravitacionais e $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathfrak{R}^n$ são respectivamente os vetores posição, velocidade e aceleração nas juntas e τ é o vetor de torques de entrada, únicas forças não-conservativas consideradas.

O ij -ésimo elemento da matriz $C(q, \dot{q})$ é definido como:

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^n C_{ijk}(q)\dot{q}_k = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{\partial H_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial H_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial H_{jk}}{\partial q_i} \right\} \dot{q}_k \quad (2.7)$$

O projeto dos controladores é, em geral, baseado em algumas propriedades da dinâmica do robô manipulador dada em (2.6). Apresentam-se a seguir algumas destas propriedades com o objetivo de facilitar a análise das diferentes leis de controle que serão abordadas.

2.1.1. Propriedades Fundamentais

As propriedades fundamentais (Takegaki e Arimoto, 81), (Kelly et al., 89), (Ortega e Spong, 89), (Spong e Vidyasagar, 89), (Lewis et al., 93), (Canudas et al., 96), (Spong, 96) da dinâmica do robô manipulador (2.6) são:

Propriedade 2.1: A matriz $S(q, \dot{q}) = \dot{H}(q) - 2C(q, \dot{q})$ é anti-simétrica para uma escolha particular de $C(q, \dot{q})$ (que é sempre possível). Ou seja,

$$y^T (\dot{H} - 2C)y = 0, \quad \forall y \in \mathfrak{R}^n \quad (2.8)$$

Prova: Dada a matriz de inércia $H(q)$, a ij -ésima componente de $\dot{H}(q)$ é dada pela regra da cadeia como:

$$\dot{H}_{ij} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial H_{ij}}{\partial q_k} \frac{dq_k}{dt} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial H_{ij}}{\partial q_k} \dot{q}_k \quad (2.9)$$

Portanto, de (2.7) e (2.9), a ij -ésima componente de $S(q, \dot{q}) = \dot{H}(q) - 2C(q, \dot{q})$ é dada por:

$$S_{ij} = \dot{H}_{ij} - 2C_{ij}$$

$$S_{ij} = \sum_{k=1}^n \left[\frac{\partial H_{ij}}{\partial q_k} - \left\{ \frac{\partial H_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial H_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial H_{jk}}{\partial q_i} \right\} \right] \dot{q}_k \quad (2.10)$$

$$S_{ij} = \sum_{k=1}^n \left[\frac{\partial H_{jk}}{\partial q_k} - \frac{\partial H_{ik}}{\partial q_j} \right] \dot{q}_k$$

Visto que a matriz de inércia $H(q)$ é simétrica, isto é, $H_{jk} = H_{kj}$, de (2.10) segue que pelo intercâmbio dos índices i e j que:

$$S_{ij} = -S_{ji} \quad (2.11)$$

o que completa a prova. □

Fortemente relacionada à propriedade 2.1 de anti-simetria está a propriedade da passividade, que é descrita a seguir.

Propriedade 2.2: O mapeamento $\tau \rightarrow \dot{q}$ definido pela dinâmica do robô manipulador (2.6) é passivo, isto é, existe $\beta \geq 0$ tal que:

$$\int_0^T \dot{q}^T \tau \, dt \geq -\beta \quad (2.12)$$

Prova: Seja $E(t)$ a energia total do sistema, ou seja, a soma da energia cinética com a energia potencial:

$$E(t) = \frac{1}{2} \dot{q}^T H(q) \dot{q} + P(q) \quad (2.13)$$

Então a variação da energia com o tempo, $\dot{E}(t)$, satisfaz:

$$\dot{E}(t) = \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{H}(q) \dot{q} + \dot{q}^T [H(q) \ddot{q} + G(q)] \quad (2.14)$$

visto que $G(q)$ é o gradiente de $P(q)$ definido em (2.5). Substituindo a dinâmica do robô manipulador (2.6) em (2.14) resulta:

$$\dot{E}(t) = \dot{q}^T \tau + \frac{1}{2} \dot{q}^T \{ \dot{H}(q) - 2C(q, \dot{q}) \} \dot{q} = \dot{q}^T \tau \quad (2.15)$$

pela propriedade 2.1 de anti-simetria da matriz $\dot{H} - 2C$. Integrando ambos os lados da equação (2.15) em relação ao tempo tem-se:

$$\int_0^T \dot{q}^T \tau \, dt = E(T) - E(0) \geq -E(0) \quad (2.16)$$

visto que a energia total no instante T , $E(T)$, é não-negativa. Como a energia $E(t) \geq 0, \forall t \geq 0, E(0) \geq 0$. Fazendo $\beta = E(0)$, a equação (2.16) satisfaz a definição de mapeamento passivo (2.12), o que completa a prova. \square

Propriedade 2.3: A energia cinética do robô manipulador (2.1) é expressa em termos de parâmetros geométricos, de inércia e das variáveis de juntas. Visto que $H_{ij} = H_{ji}$, a matriz de inércia $H(q)$ é simétrica. Como a energia cinética é positiva, para $\dot{q}_i \neq 0$ a matriz de

inércia $H(q)$ é positiva definida. Assim, a matriz de inércia $H(q)$ é uma matriz simétrica e positiva definida.

Propriedade 2.4: A matriz $H(q)$ é inferior e superiormente limitada, isto é,

$$\mu_1 I_n \leq H(q) \leq \mu_2 I_n \quad \forall q \in \mathcal{R}^n \quad (2.17)$$

onde I_n é a matriz de identidade $n \times n$ e μ_1 e μ_2 são constantes estritamente positivas que podem ser calculadas para qualquer robô manipulador dado.

Igualmente, a inversa da matriz de inércia existe e é limitada, visto que:

$$\frac{1}{\mu_2} I_n \leq H^{-1}(q) \leq \frac{1}{\mu_1} I_n \quad (2.18)$$

Se as juntas do robô manipulador são de rotação, os limites de μ_1 e μ_2 são constantes, visto que o vetor de posição q aparece somente em $H(q)$ através dos termos *senos* e *cosenos*, cujas magnitudes são limitadas por 1. Por outro lado, se as juntas do robô manipulador forem prismáticas, então μ_1 e μ_2 podem ser funções escalares de q .

A propriedade de limitação da matriz de inércia também pode ser expressa como:

$$m_1 \leq \|H(q)\| \leq m_2 \quad \forall q \in \mathcal{R}^n \quad (2.19)$$

onde qualquer norma induzida da matriz de inércia pode ser usada para definir os escalares positivos m_1 e m_2 .

Propriedade 2.5: A equação da dinâmica (2.6) é linear em termos de um conjunto de parâmetros do robô manipulador e da carga selecionados adequadamente, isto é,

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta = \tau \quad (2.20)$$

onde $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times r}$ é uma matriz ($n \times r$) denominada de matriz regressora, cujos elementos são funções conhecidas e $\theta \in \mathbb{R}^r$ é um vetor r -dimensional contendo os parâmetros do robô manipulador e da carga (tais como a massa, o momento de inércia, as posições de centro de massa dos elos e da carga). Deve-se ressaltar que a escolha de parâmetros não é única e que a dimensão do espaço de parâmetros depende da escolha particular destes parâmetros.

Esta propriedade é essencial no desenvolvimento de controladores adaptativos.

Propriedade 2.6: Um limite no vetor de gravidade $G(q)$ pode ser derivado para qualquer robô manipulador dado.

Assim,

$$\|G(q)\| \leq g_b(q) \quad (2.21)$$

onde $\|\cdot\|$ é qualquer norma de vetor apropriada e g_b é uma função escalar que pode ser determinada para qualquer robô manipulador. Para um robô manipulador com juntas de rotação, g_b é uma constante independente do vetor de posição q , mas para um robô manipulador com juntas prismáticas, g_b pode depender de q .

Propriedade 2.7: Existe uma entrada de controle independente para cada grau de liberdade, isto é, robôs manipuladores rígidos são totalmente acionados.

Os controladores baseados na dinâmica inversa e na passividade apresentados a seguir são desenvolvidos com base nestas propriedades.

2.2. Controle Baseado na Dinâmica Inversa

O método de controle baseado na dinâmica inversa é implementado de acordo com uma estrutura composta de uma malha interna e de uma malha externa. A malha interna é uma lei de controle não-linear por realimentação de estados que utiliza os valores dos parâmetros da dinâmica do robô manipulador e busca cancelar as não-linearidades. A malha externa é constituída por um compensador dinâmico linear comandado pelo erro de seguimento, o qual é definido em função do desempenho desejado.

Para o caso ideal, em que todos os parâmetros são completamente conhecidos, a malha interna transforma o sistema (2.6) num sistema dinâmico linear e desacoplado (Ortega e Spong, 89), (Benallegue, 91).

Quando os parâmetros são desconhecidos, pode-se usar a adaptação na malha interna com o objetivo de cancelar as não-linearidades de forma assintótica.

Apresentam-se a seguir o caso ideal, em que todos os parâmetros são completamente conhecidos; o caso dos parâmetros com incertezas e o caso adaptativo.

2.2.1. Caso dos Parâmetros Conhecidos

Este método de controle baseia-se no cancelamento das não-linearidades do sistema e a malha resultante é linear e desacoplada (ver figura 2.1).

A linearização é realizada na malha interna pela escolha da seguinte lei de controle:

$$\tau = H(q)u + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (2.22)$$

Substituindo a lei de controle (2.22) na dinâmica do robô manipulador (2.6), tem-se:

$$H(q)(\ddot{q} - u) = 0 \quad (2.23)$$

Pelas propriedades 2.3 e 2.4 a matriz $H(q)$ sempre tem inversa, então:

$$\ddot{q} = u \quad (2.24)$$

O sinal de entrada u age na malha externa e é especificado em termos da aceleração. Pode-se definir este sinal escolhendo adequadamente um compensador dinâmico linear $K(\tilde{q}, \dot{\tilde{q}})$. Assim,

$$u = \ddot{q}_d - K(\tilde{q}, \dot{\tilde{q}}) \quad (2.25)$$

onde $\tilde{q} = q - q_d$ é o vetor de erro de seguimento de posição e q_d é o vetor das trajetórias desejadas nas juntas.

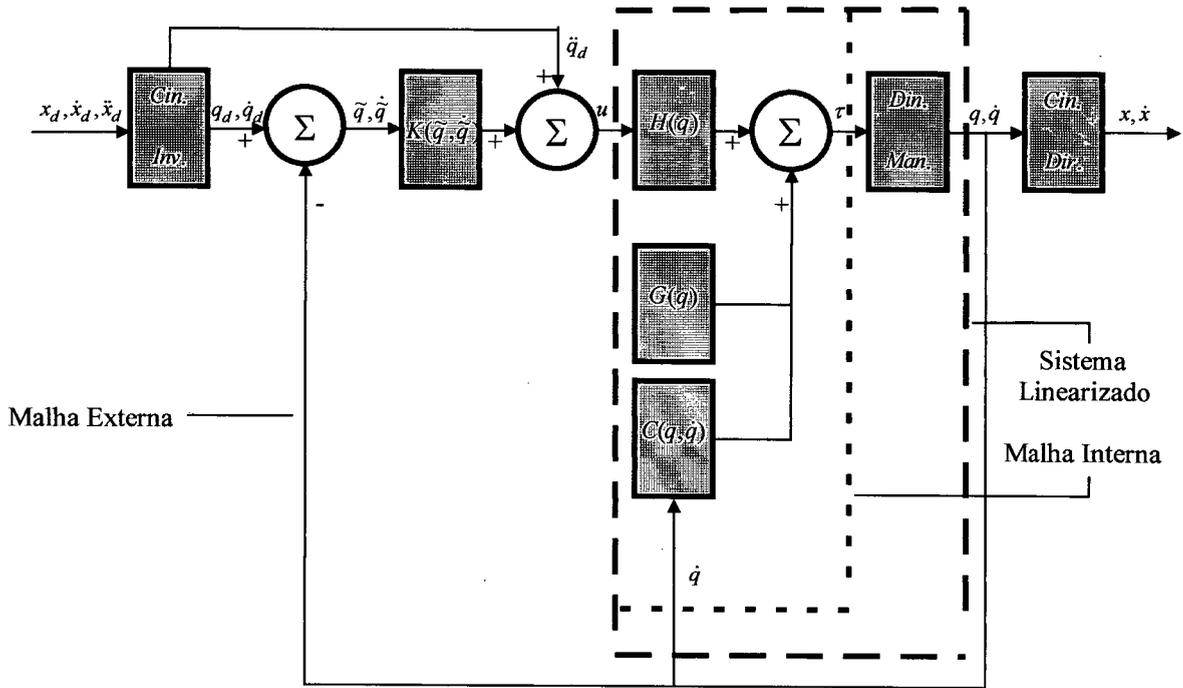


Figura 2.1 - Caso dos Parâmetros Conhecidos - Dinâmica Inversa, (*Cin. Inv.*, *Din. Man.* e *Cin. Dir.* representam a cinemática inversa, a dinâmica do robô manipulador e a cinemática direta, respectivamente).

Para um compensador PD, $K(\tilde{q}, \dot{\tilde{q}})$ é escolhido da seguinte forma:

$$K(\tilde{q}, \dot{\tilde{q}}) = K_v \dot{\tilde{q}} + K_p \tilde{q} \tag{2.26}$$

onde K_v e K_p são matrizes positivas definidas que definem os ganhos de velocidade e proporcional, respectivamente.

Substituindo (2.26) em (2.25), tem-se:

$$u = \ddot{q}_d - K_v \dot{\tilde{q}} - K_p \tilde{q} \quad (2.27)$$

A equação da dinâmica do erro em malha fechada do sistema é obtida substituindo (2.27) em (2.24):

$$\ddot{\tilde{q}} + K_v \dot{\tilde{q}} + K_p \tilde{q} = 0 \quad (2.28)$$

As escolhas dos elementos das matrizes K_v e K_p são feitas (Benali, 90/91), (Lewis et al., 93) como:

$$K_{vij} = 2\xi_{ij}\omega_{nij} \quad K_{pij} = \omega_{nij}^2 \quad (2.29)$$

onde ω_{nij} é o ij -ésimo elemento da frequência natural e ξ_{ij} é o ij -ésimo elemento do fator de amortecimento, e ambos são escolhidos de acordo com o desempenho desejado.

Cabe ainda ressaltar que a lei de controle (2.22) consiste de duas componentes (Murray et al., 94). Pode-se escrever então a equação (2.22) usando o sinal de entrada (2.27) como:

$$\tau = \underbrace{H(q)\ddot{q}_d + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)}_{\tau_{ff}} + \underbrace{H(q)(-K_v \dot{\tilde{q}} - K_p \tilde{q})}_{\tau_{fb}} \quad (2.30)$$

O termo τ_{ff} é a componente *feedforward* que fornece o torque necessário para direcionar o sistema ao longo da trajetória desejada. O termo τ_{fb} é a componente de

realimentação que proporciona os torques de correção para reduzir quaisquer erros na trajetória do robô manipulador.

A análise de estabilidade do sistema em malha fechada pode ser feita através da dinâmica do erro (2.28) expressa em espaço de estados:

$$\dot{\varepsilon} = A\varepsilon \tag{2.31}$$

$$z = C\varepsilon$$

onde z é o vetor de erro filtrado de seguimento e ε é o vetor de erro de seguimento definido como:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

e

$$A = \begin{bmatrix} 0_n & I_n \\ -K_p & -K_v \end{bmatrix} \text{ e } C = [\alpha I_n \quad I_n] \tag{2.33}$$

com K_v e K_p sendo definidas como em (2.29) para assegurar que A seja uma matriz de Hurwitz $2n \times 2n$ (matriz em que todos os autovalores tem partes reais negativas), 0_n sendo a matriz zero $n \times n$, I_n sendo a matriz de identidade $n \times n$ e αI_n uma matriz diagonal e positiva, isto é, $\alpha > 0$.

A matriz αI_n é escolhida de modo que a função de transferência $H(s)$ ($n \times n$) seja real e estritamente positiva:

$$H(s) = C(sI_n - A)^{-1}B = (sI_n + \alpha I_n)(s^2 I_n + K_v s + K_p)^{-1} \quad (2.34)$$

onde:

$$B = \begin{bmatrix} 0_n \\ I_n \end{bmatrix}. \quad (2.35)$$

Escolhendo a função candidata de Lyapunov:

$$V(t) = \varepsilon^T P \varepsilon \quad (2.36)$$

onde P é uma matriz, simétrica e positiva definida.

Diferenciando esta função $V(t)$ ao longo das trajetórias de (2.31), tem-se:

$$\dot{V}(t) = -\varepsilon^T Q \varepsilon < 0 \quad (2.37)$$

onde Q é uma matriz simétrica, positiva definida. A matriz Q é escolhida tal que a equação de Lyapunov $A^T P + PA = -Q$ possuirá uma solução única, simétrica e positiva definida.

Como as matrizes P e Q são positivas definidas, a estabilidade é comprovada pelo método direto de Lyapunov.

Assim, como $V(t)$ é positiva definida e $\dot{V}(t)$ é negativa definida, pelo teorema de estabilidade local o sistema é assintoticamente estável localmente. Porém, usando o teorema de estabilidade global, verifica-se que além de $V(t) > 0$ e $\dot{V}(t) < 0$, $V(t)$ tende a infinito quando $\|\varepsilon\| \rightarrow \infty$, ou seja, $V(t)$ é radialmente ilimitada. Logo, conclui-se que o sistema é assintoticamente estável globalmente e que para qualquer posição inicial o erro de seguimento convergirá assintoticamente a zero.

Maiores informações sobre os teoremas de Lyapunov utilizados acima, ver Apêndice A.

Além disso, pode-se verificar que o sistema em malha fechada é exponencialmente estável utilizando o lema (Slotine, 91) a seguir.

Lema de Convergência: Se uma função real $W(t)$ satisfaz a desigualdade:

$$\dot{W}(t) + \gamma W(t) \leq 0 \quad (2.38)$$

onde γ é um número real positivo. Então:

$$W(t) \leq W(0)e^{-\gamma t} \quad (2.39)$$

Prova: Definindo uma função $Z(t)$ por:

$$Z(t) = \dot{W}(t) + \gamma W(t) \quad (2.40)$$

A equação (2.38) implica que $Z(t)$ é não-positiva.

A solução da equação de 1ª. ordem (2.40) é:

$$W(t) = W(0)e^{-\gamma t} + \int_0^t e^{-\gamma(t-r)} Z(r) dr \quad (2.41)$$

Por causa do segundo termo no lado direito da equação (2.41) ser não-positivo, tem-se:

$$W(t) \leq W(0)e^{-\gamma t} \quad (2.42)$$

□

Este lema diz que se W é uma função não-negativa e a desigualdade (2.38) ou (2.39) é satisfeita, então a convergência exponencial de W para zero está garantida.

Reescrevendo V de (2.36) e \dot{V} de (2.37) como:

$$V \leq \lambda_{\max}\{P\}\|\varepsilon\|^2 \quad (2.43)$$

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}\{Q\}\|\varepsilon\|^2 \quad (2.44)$$

De (2.43), tem-se que:

$$\|\varepsilon\|^2 \geq \frac{V}{\lambda_{\max}\{P\}} \quad (2.45)$$

Substituindo-se (2.45) em (2.44), obtém-se:

$$\dot{V} \leq -\gamma V \quad (2.46)$$

onde:

$$\gamma = \frac{\lambda_{\min}\{Q\}}{\lambda_{\max}\{P\}} \quad (2.47)$$

Isto resulta em:

$$\dot{V} + \gamma V \leq 0 \quad (2.48)$$

e integrando (2.48) obtém-se:

$$V \leq V(0)e^{-\gamma t} \quad (2.49)$$

Como V é não-negativa e a desigualdade (2.48) ou (2.49) é satisfeita, então pelo lema de convergência, a convergência exponencial de V para zero está garantida. Logo, pode-se concluir que o sistema em malha fechada é exponencialmente estável.

2.2.2. Caso dos Parâmetros Desconhecidos

O conhecimento exato da dinâmica do robô manipulador não é possível na prática, quer seja pelas dificuldades de avaliar as grandezas geométricas e de inércia, quer seja pela impossibilidade de conhecer a carga acoplada ao efetuador final.

Assim sendo, a lei de controle (2.22) tem de fato a forma (ver figura 2.2):

$$\tau = \hat{H}(q)u + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q) \quad (2.50)$$

onde o $(\hat{\cdot})$ denota a dinâmica com os parâmetros desconhecidos substituídos pelas estimações fixas dos parâmetros.

Utilizando a propriedade 2.5 de parametrização linear, assume-se que $\hat{H}(q)$, $\hat{C}(q, \dot{q})$ e $\hat{G}(q)$ tem a mesma forma funcional de $H(q)$, $C(q, \dot{q})$ e $G(q)$ com parâmetros estimados fixos $\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_i$, onde $\hat{\theta}_i$ é o i -ésimo parâmetro estimado fixo. Assim, da dinâmica do robô manipulador (2.6) tem-se:

$$\hat{H}(q)\ddot{q} + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\hat{\theta} = \tau \quad (2.51)$$

onde $\hat{\theta}$ é o vetor $n \times 1$ de parâmetros estimados fixos.

Substituindo a lei de controle (2.50) juntamente com o sinal de entrada (2.27) na dinâmica do robô manipulador (2.6), resulta:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \hat{H}(q)(\ddot{q}_d - K_v\dot{\tilde{q}} - K_p\tilde{q}) + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{G} \quad (2.52)$$

Adicionando e subtraindo $\hat{H}(q)\ddot{q}$ no lado esquerdo de (2.52) e usando (2.51), pode-se escrever:

$$\hat{H}(q)(\ddot{q} + K_v\dot{\tilde{q}} + K_p\tilde{q}) = \tilde{H}(q)\ddot{q} + \tilde{C}(q,\dot{q})\dot{q} + \tilde{G} = Y(q,\dot{q},\ddot{q})\tilde{\theta} \tag{2.53}$$

onde $(\tilde{\cdot}) = (\hat{\cdot}) - (\cdot)$ e $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ é o vetor de erro nos parâmetros.

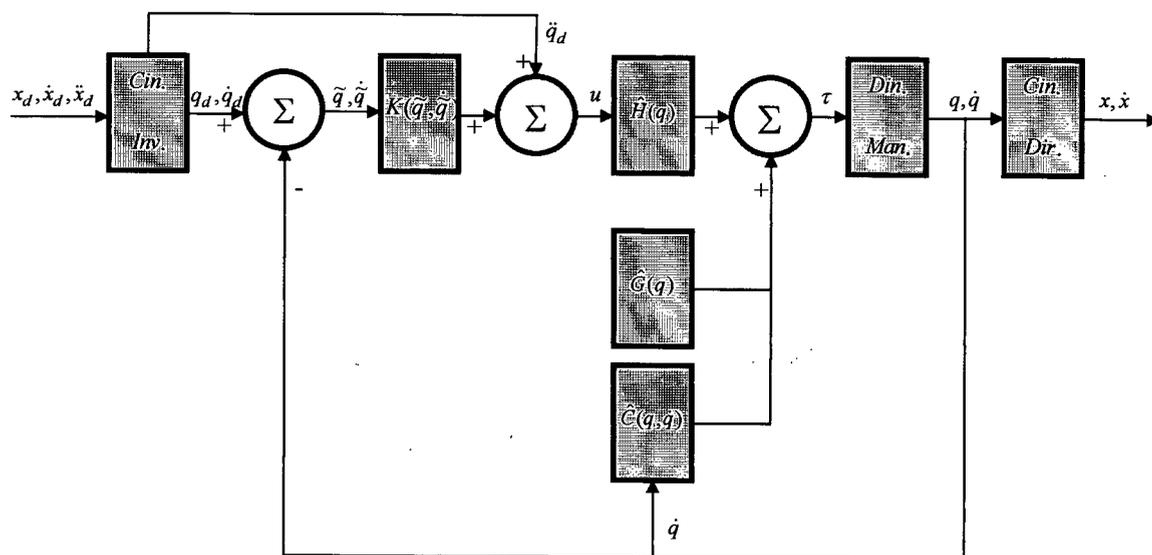


Figura 2.2 - Caso dos Parâmetros Desconhecidos - Dinâmica Inversa

Finalmente, a equação da dinâmica do erro do sistema em malha fechada pode ser escrita como:

$$\ddot{q} + K_v\dot{\tilde{q}} + K_p\tilde{q} = \hat{H}^{-1}(q)Y(q,\dot{q},\ddot{q})\tilde{\theta} = \varphi \tilde{\theta} \tag{2.54}$$

A matriz regressora $Y(q,\dot{q},\ddot{q})$ é composta de funções não-lineares das variáveis de estado e a matriz $\hat{H}^{-1}(q)$ é uma matriz com praticamente todos os elementos diferentes de zero, denotando um forte acoplamento entre as variáveis. Portanto, o sistema em malha

fechada (2.54) é não-linear e acoplado. Ou seja, o erro na estimação dos parâmetros torna o sistema em malha fechada (2.54) não-linear e acoplado.

A dinâmica do erro do sistema em malha fechada (2.54) pode ser escrita em equações de estado como:

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon} &= A\varepsilon + B\varphi \tilde{\theta} \\ z &= C\varepsilon\end{aligned}\tag{2.55}$$

onde z é o vetor de erro filtrado de seguimento, ε é o vetor de erro de seguimento (2.32), A e C são definidas como em (2.33) e B é definida como em (2.35).

A análise de estabilidade é estabelecida pela escolha da função candidata de Lyapunov como em (2.36), porém deve-se observar a existência de um termo $B\varphi\tilde{\theta}$ em (2.55) que nos dá um tipo diferente de resultado de estabilidade para o erro de seguimento.

Especificamente, diferenciando a função $V(t)$ definida em (2.36) ao longo de trajetórias de (2.55), tem-se:

$$\dot{V}(t) = -\varepsilon^T Q \varepsilon + 2\tilde{\theta}^T Y^T \hat{H}^{-1} C \varepsilon\tag{2.56}$$

Usando o teorema de Rayleigh-Ritz (ver Apêndice A), pode-se escrever (2.56) como:

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}\{Q\}\|\varepsilon\|^2 + \|2\tilde{\theta}^T Y^T \hat{H}^{-1} C \varepsilon\|\tag{2.57}$$

De (2.57), pode ser obtida uma condição suficiente para que \dot{V} seja negativa. Isto é, \dot{V} é negativa se:

$$\|\varepsilon\| > \frac{\|2\tilde{\theta}^T Y^T \hat{H}^{-1} C\|}{\lambda_{\min}\{Q\}} \quad (2.58)$$

Se (2.58) é satisfeita, \dot{V} é negativa e V decrescerá. Se V decresce, então pela definição da função de Lyapunov dada em (2.36), ε decresce. Isto ocorre até que:

$$\|\varepsilon\| \leq \frac{\|2\tilde{\theta}^T Y^T \hat{H}^{-1} C\|}{\lambda_{\min}\{Q\}} \quad (2.59)$$

Portanto $\|\varepsilon\|$ permanece limitada.

Da definição de ε (2.32) conclui-se que os erros de seguimento \tilde{q} e $\dot{\tilde{q}}$ permanecem limitados. Assim, a existência de incertezas nos parâmetros faz com que existam erros de seguimento quando $t \rightarrow \infty$.

Uma forma de eliminar estes erros de seguimento \tilde{q} e $\dot{\tilde{q}}$ é mediante o emprego de controladores adaptativos, os quais são projetados para serem ajustáveis com a finalidade de compensar automaticamente o desconhecimento nos parâmetros.

2.2.3. Caso Adaptativo

Uma maneira de estabelecer a estabilidade assintótica dos erros de seguimento \tilde{q} e $\dot{\tilde{q}}$, quando os parâmetros são desconhecidos, é substituindo a dinâmica com as

estimações fixas dos parâmetros por uma dinâmica com parâmetros variantes no tempo baseada numa lei de adaptação de parâmetros.

Logo, a lei de controle para este caso é igual a lei de controle (2.50) proposta por Craig e Sastry (87) e Craig (88) com a inclusão de uma lei de adaptação de parâmetros para ajustar a estimação de parâmetros. Esta estimação, após calculada, é utilizada nesta lei de controle (2.50) para cálculo dos torques de controle necessários (ver figura 2.3).

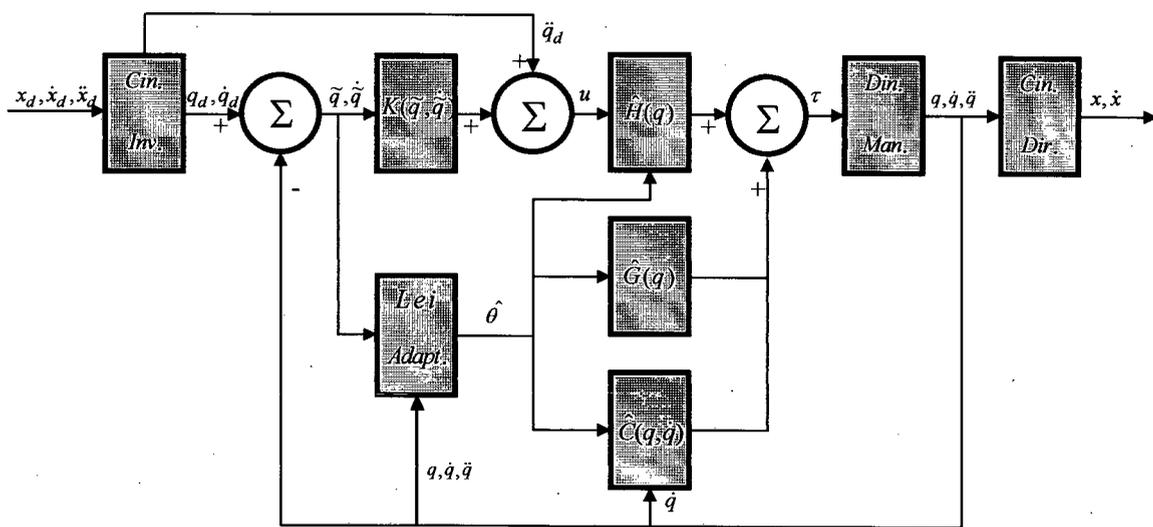
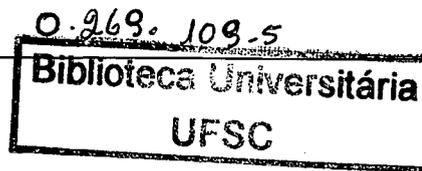


Figura 2.3 - Caso Adaptativo - Dinâmica Inversa

A dinâmica do erro do sistema em malha fechada (2.54) pode ser escrita em espaço de estados como em (2.55).

Em Craig e Sastry (87) e Craig (88) é assumido que \ddot{q} é mensurável e que a estimação da matriz de inércia e de sua inversa são limitadas. Assim, faz-se a modificação na lei de adaptação de parâmetros, usando o método de “redefinição” de parâmetros, para assegurar a existência da matriz de inércia estimada e de sua inversa, tal que:



$$L_i \leq \hat{\theta}_i \leq L_s \quad (2.60)$$

onde L_i e L_s são respectivamente os limites inferior e superior do i -ésimo parâmetro estimado.

A análise de estabilidade do sistema em malha fechada (Ortega e Spong, 89), (Benallegue, 91), (Lewis et al., 93) é baseada no seguinte teorema:

Teorema 2.1: Escolhendo a lei de adaptação de parâmetros como:

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma \varphi^T B^T P \varepsilon \quad (2.61)$$

onde $\Gamma = \Gamma^T > 0$ é a matriz diagonal, positiva definida correspondente aos ganhos de adaptação e P é a matriz simétrica e positiva definida da equação de Lyapunov:

$$A^T P + P A = -Q \quad (2.62)$$

sendo Q uma matriz simétrica, positiva definida. A matriz Q é escolhida tal que a equação de Lyapunov (2.62) possuirá uma solução única, simétrica e positiva definida e que a matriz P satisfaça a relação:

$$B^T P = C \quad (2.63)$$

Sob estas condições, a solução de ε de (2.55) satisfaz:

$$\varepsilon \rightarrow 0 \text{ quando } t \rightarrow \infty \quad (2.64)$$

com todos os sinais permanecendo limitados.

Prova: Escolhendo a função candidata de Lyapunov:

$$V(t) = \varepsilon^T P \varepsilon + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (2.65)$$

e diferenciando esta função $V(t)$ ao longo de trajetórias de (2.55), tem-se:

$$\dot{V}(t) = -\varepsilon^T Q \varepsilon + 2\tilde{\theta}^T (Y^T \hat{H}^{-1} z + \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}) \quad (2.66)$$

Como $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}}$, pode-se usar a lei de adaptação de parâmetros (2.61) de modo que:

$$\dot{V}(t) = -\varepsilon^T Q \varepsilon \leq 0 \quad (2.67)$$

Sendo \dot{V} negativa semi-definida e V inferiormente limitada por zero, V (2.65) permanece superiormente limitada no intervalo de tempo $[0, \infty)$ como:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V = V_\infty \quad (2.68)$$

onde V_∞ é uma constante escalar positiva. Visto que V é superiormente limitada, conclui-se da definição de V que ε e $\tilde{\theta}$ são limitados e isto significa também que q , \dot{q} e $\hat{\theta}$ são

limitados. Assume-se também que as trajetórias desejadas e suas duas primeiras derivadas são sempre limitadas. A partir da dinâmica do robô manipulador (2.6), tem-se que:

$$\ddot{q} = H^{-1}(q)[\tau - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q)] \quad (2.69)$$

portanto, \ddot{q} é limitado visto que τ e \dot{q} dependem somente das quantidades limitadas de q , \dot{q} e $\hat{\theta}$. Se \ddot{q} é limitado, a equação (2.55) mostra que $\dot{\varepsilon}$ é limitado. Já que $\dot{\varepsilon}$ é limitado, pode-se afirmar a partir de \dot{V} que \ddot{V} é limitada. Portanto, como V é inferiormente limitada por zero, \dot{V} é negativa semi-definida e \ddot{V} é limitada, então pelo lema de Barbalat (ver Apêndice A):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V} = 0 \quad (2.70)$$

que significa, pelo teorema de Rayleigh-Ritz, que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_{\min}\{Q\} \|\varepsilon\|^2 = 0 \quad \text{que significa que} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon = 0 \quad (2.71)$$

A informação de (2.71) mostra que $\varepsilon \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. O vetor de erro nos parâmetros $\tilde{\theta}$ permanece limitado enquanto $\hat{H}^{-1}(q)$ existir. Para que esta limitação de $\tilde{\theta}$ seja mantida é necessário usar o método de “redefinição” de parâmetros para assegurar que uma pobre estimação de parâmetros não cause a “explosão” de $\hat{H}^{-1}(q)$. Deve-se ressaltar ainda que os parâmetros estimados convergem assintoticamente para os valores verdadeiros se a trajetória for “persistentemente excitante” (Craig e Sastry, 87), (Craig, 88).

Os inconvenientes deste método de controle estão na matriz regressora $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ de (2.54) usada na lei de adaptação de parâmetros (2.61), a qual depende da aceleração \ddot{q} , existindo assim a necessidade de “medição” da aceleração nas juntas e de uma modificação da lei de adaptação de parâmetros para assegurar a limitação da inversa da matriz de inércia estimada.

2.3. Controle Baseado na Passividade

O conceito de passividade generaliza a idéia da conservação de energia em sistemas dinâmicos nos quais não é gerada potência internamente (ou seja, entre uma entrada e uma saída). Define-se como sistema passivo um sistema em que não há geração de potência internamente ao qual basta associar um dissipador de energia para que no sistema em malha fechada a energia armazenada decresça ao longo do tempo. Neste caso, os controladores ou métodos de controle são baseados na energia do sistema e a estabilidade é assegurada se a energia do sistema em malha fechada é dissipada.

Os métodos de controle baseados na passividade empregam a propriedade 2.1 de anti-simetria da matriz $[\dot{H}(q) - 2C(q, \dot{q})]$ e a propriedade 2.5 de parametrização linear. A parametrização dos métodos de controle baseados na passividade diferencia-se da utilizada nos métodos de controle baseados na dinâmica inversa no que diz respeito a lei de controle, o que veremos posteriormente. Deve-se ressaltar ainda que o sistema equivalente em malha fechada geralmente não é um sistema linear e desacoplado, mas um sistema passivo, mesmo no caso ideal em que todos os parâmetros são conhecidos. No caso adaptativo, a principal vantagem está no fato da matriz regressora ou regressor ser independente das acelerações nas juntas.

As definições a seguir servirão para um melhor entendimento do lema e do teorema que serão dados na sequência.

Considerando $g: \mathfrak{R}_+ \rightarrow \mathfrak{R}^n$ pertencente a um dado conjunto de funções, define-se os espaços de Lebesgue L_2^n e L_∞^n como:

Definição 2.1: L_2^n é o espaço de funções g integráveis com norma:

$$\|g\|_2 = \int_0^\infty \|g(t)\|^2 dt < \infty \quad (2.72)$$

Definição 2.2: L_∞^n é o espaço de funções g uniformemente limitadas com norma:

$$\|g\|_\infty = \sup_{t \in [0, \infty)} \|g(t)\| < \infty \quad (2.73)$$

onde $\sup_{t \in [0, \infty)} \|g(t)\|$ é o supremo de $g(t)$.

Para análise de estabilidade, o lema a seguir é de grande utilidade na obtenção de resultados.

Usando um "abuso" padrão de notação que, se $F(s)$ é uma função de transferência na variável de Laplace s de uma função $f(t)$ (transformável de Laplace) e $r(t)$ é uma função do tempo, então $F(s)r$ estenderá para $(f * r)(t)$, onde $*$ denota o produto de convolução. A partir desta notação pode-se então estabelecer o lema 2.1.

Lema 2.1: Seja

$$\tilde{q} = F(s)r \quad (2.74)$$

onde s é a variável da transformada de Laplace e $F(s)$ é uma matriz ($n \times n$) de transferência exponencialmente estável e estritamente própria. Então se $r \in L_2^n$, isto implica que $\tilde{q} \in L_2^n \cap L_\infty^n$, $\dot{\tilde{q}} \in L_2^n$, \tilde{q} é contínuo e $\tilde{q} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Se, além disso, $r \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$, então $\dot{\tilde{q}} \rightarrow 0$.

Para maiores detalhes sobre o lema 2.1 e as definições acima, ver Apêndice A.

O teorema apresentado a seguir será usado para unificar vários dos resultados de controle adaptativo considerados como casos particulares de um resultado geral (Ortega e Spong, 89), (Lewis et al., 93), (Canudas et al., 96).

Teorema Geral: Seja $q_d(t)$ uma dada função duplamente diferenciável. Seja $\tilde{q} = q - q_d$ o vetor de erro de seguimento de posição no espaço de juntas.

Considere a equação diferencial:

$$H(q)\dot{r} + C(q, \dot{q})r + K_v r = \Psi \quad (2.75)$$

onde $H(q)$, $C(q, \dot{q})$ são definidos como na dinâmica do robô manipulador (2.6),

$K_v = K_v^T > 0$, e r (variável de seguimento) é dada por:

$$r = F^{-1}(s)\tilde{q} \quad (2.76)$$

onde $F(s)$ é uma matriz de transferência estável e estritamente própria com grau relativo 1, e o mapeamento $(-r) \rightarrow \Psi$ é passivo, isto é, que a integral de passividade:

$$\int_0^T -r^T(\sigma)\Psi(\sigma) d\sigma \geq -\beta \quad (2.77)$$

é satisfeita para todo tempo e para qualquer constante escalar positiva β . Então $\tilde{q} \in L_2^n \cap L_\infty^n$, $\dot{\tilde{q}} \in L_2^n$, \tilde{q} é contínuo e $\tilde{q} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Além disso, se Ψ é limitada, então $r \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$ e, conseqüentemente, $\dot{\tilde{q}} \rightarrow 0$.

Prova: Considere a função:

$$V(t) = \frac{1}{2}r^T H(q)r + \beta - \int_0^T r^T(\sigma)\Psi(\sigma) d\sigma \quad (2.78)$$

e observe da integral de passividade (2.77) que V é não-negativa.

Diferenciando V ao longo das trajetórias de (2.75), tem-se:

$$\dot{V}(t) = r^T H(q)\dot{r} + \frac{1}{2}r^T \dot{H}(q)r - r^T(t)\Psi(t) \quad (2.79)$$

Substituindo $H(q)\dot{r}$ de (2.75) e usando a propriedade 2.1 de anti-simetria da matriz $[\dot{H}(q) - 2C(q, \dot{q})]$ tem-se:

$$\dot{V}(t) = -r^T K_v r \leq 0 \quad (2.80)$$

Portanto, segue do lema 2.1 que $r \in L_2^n$, o que implica que \tilde{q} tende a zero e $\dot{\tilde{q}}$ é limitado. Além disso, em virtude da passividade do mapeamento $(-r) \rightarrow \Psi$, então $\dot{\tilde{q}}$ também tende a zero se Ψ é limitada.

Algumas observações com respeito ao teorema acima são feitas a seguir:

1. É importante observar, visto que $F(s)$ é estável e estritamente própria, que $r = F^{-1}(s)\tilde{q}$ contém derivadas de \tilde{q} , e portanto, derivadas de q . Se $F(s)$ tem grau relativo 1, então r contém somente a derivada primeira de \tilde{q} e conseqüentemente não depende da “medição” da aceleração \ddot{q} ;
2. Em $\dot{V}(t)$ (2.79) fez-se o uso particular da escolha de $C(q, \dot{q})$ de modo a aplicar a propriedade 2.1 de anti-simetria da matriz $[\dot{H}(q) - 2C(q, \dot{q})]$;
3. Uma abordagem alternativa para provar o teorema geral é contida em Kelly et al. (89), invocando o teorema da passividade (Desoer e Vidyasagar, 75) e usando o lema 2.1. Neste caso, avalia-se a estabilidade L_2 do sistema global, mas com a necessidade de argumentos adicionais para estabelecer limitação e convergência dos sinais a zero.

Apresentam-se a seguir o caso ideal, em que todos os parâmetros são completamente conhecidos; o caso dos parâmetros desconhecidos e o caso adaptativo, em que alguns ou todos os parâmetros são desconhecidos.

2.3.1. Caso dos Parâmetros Conhecidos

Usando o teorema geral, tenta-se achar uma lei de controle para a dinâmica do robô manipulador (2.6) que resulta em uma equação da forma (2.75). Uma formulação geral conduz à lei de controle para o caso dos parâmetros conhecidos (ver figura 2.4):

$$\tau = H(q)\ddot{q}_r + C(q,\dot{q})\dot{q}_r + G(q) - K_v r \tag{2.81}$$

onde o sinal \ddot{q}_r é a aceleração de referência, \dot{q}_r é a velocidade de referência e r depende da lei de controle passiva $K(s)$ escolhida, a qual é discutida posteriormente nas páginas 50 e 51.

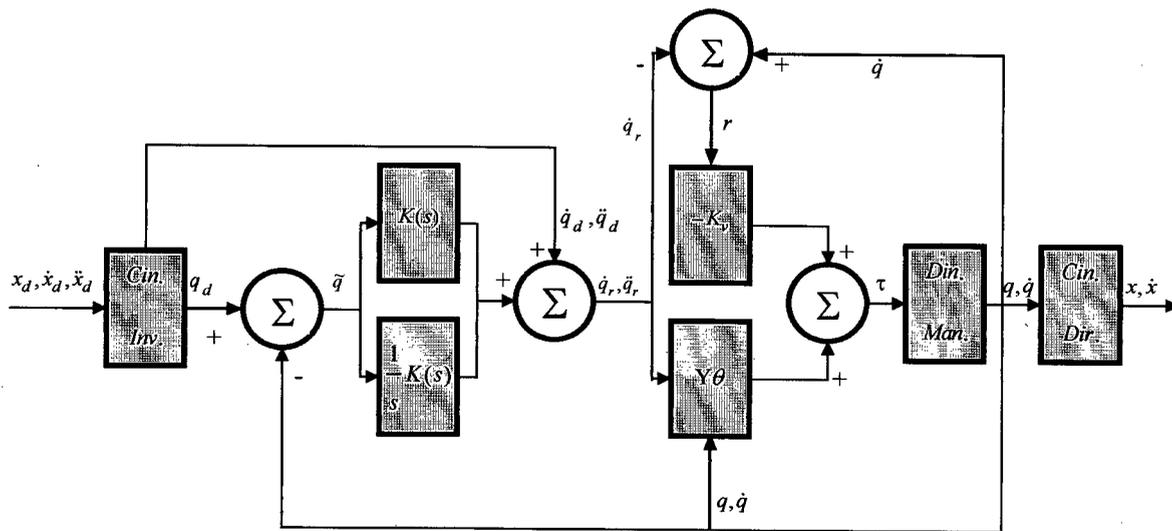


Figura 2.4 - Caso dos Parâmetros Conhecidos - Passividade

Usando a propriedade 2.5 de parametrização linear, tem-se:

$$H(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + G(q) = Y(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)\theta \quad (2.82)$$

Definindo:

$$r = \dot{q} - \dot{q}_r \quad (2.83)$$

$$\dot{r} = \ddot{q} - \ddot{q}_r$$

e fazendo a substituição da lei de controle (2.81) e de (2.83) na dinâmica do robô manipulador (2.6), obtém-se a equação da dinâmica do erro do sistema em malha fechada:

$$H(q)\dot{r} + C(q, \dot{q})r + K_v r = 0 \quad (2.84)$$

Definindo \dot{q}_r e \ddot{q}_r como sendo:

$$\dot{q}_r = \dot{q}_d - \frac{1}{s}K(s)\tilde{q} \quad (2.85)$$

$$\ddot{q}_r = \ddot{q}_d - K(s)\tilde{q}$$

pode-se observar o "abuso" padrão de notação em (2.85), onde $K(s)\tilde{q}$ é usado para representar a transformada inversa de Laplace de $K(s)$ "convolucionada" com $\tilde{q}(t)$.

Da definição de r em (2.83) e (2.76), $F^{-1}(s)$ torna-se:

$$F^{-1}(s) = [sI_n + \frac{1}{s}K(s)] \quad (2.86)$$

Se a matriz de ganho ($n \times n$) ou função de transferência $K(s)$ é escolhida tal que $F(s)$ é estável e estritamente própria, do teorema geral tem-se que $\tilde{q} \rightarrow 0$, $\dot{\tilde{q}} \rightarrow 0$, ou seja, observe que $V > 0$ (2.78) e $\dot{V} \leq 0$ (2.80) implica que r de (2.76) e (2.86) é uma função L_2^n limitada ou uma função quadrática integrável limitada, a qual deve convergir para zero quando $t \rightarrow \infty$. Desta definição de r segue que \tilde{q} e $\dot{\tilde{q}}$ são limitados, e de fato $\tilde{q} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Da dinâmica do erro do sistema em malha fechada (2.84) \dot{r} é então limitado, permitindo assim que r e \dot{V} sejam uniformemente contínuos. Portanto r converge a zero, implicando que \tilde{q} convirja a zero (Spong e Vidyasagar, 89). Além disso, se $F(s)$ for de grau relativo 1, a implementação da lei de controle de (2.81) requer somente medições da posição e da velocidade nas juntas.

2.3.2. Caso dos Parâmetros Desconhecidos

Como visto na seção 2.2.2, o conhecimento exato da dinâmica do robô manipulador não é possível na prática.

Assim sendo, a lei de controle (2.81) tem a forma (ver figura 2.5):

$$\tau = \hat{H}(q)\ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \hat{G}(q) - K_v r \quad (2.87)$$

onde a primeira parte da lei de controle consiste de uma forma de compensação aproximada da dinâmica, com os três termos *feedforward* correspondendo aos torques inerciais, de Coriolis e centrífugos e gravitacionais. Esta parte baseia-se em parâmetros estimados fixos que tentam fornecer os torques dinâmicos necessários às juntas para realizar os movimentos

desejados. A segunda parte contém dois termos representando a parcela *feedback PD* (Slotine e Li 87), (Slotine e Li 88):

$$-K_v r = -K_v [sI_n + \frac{1}{s} K(s)] \tilde{q} \tag{2.88}$$

Esta parte é projetada para regular as trajetórias reais sobre as trajetórias desejadas.

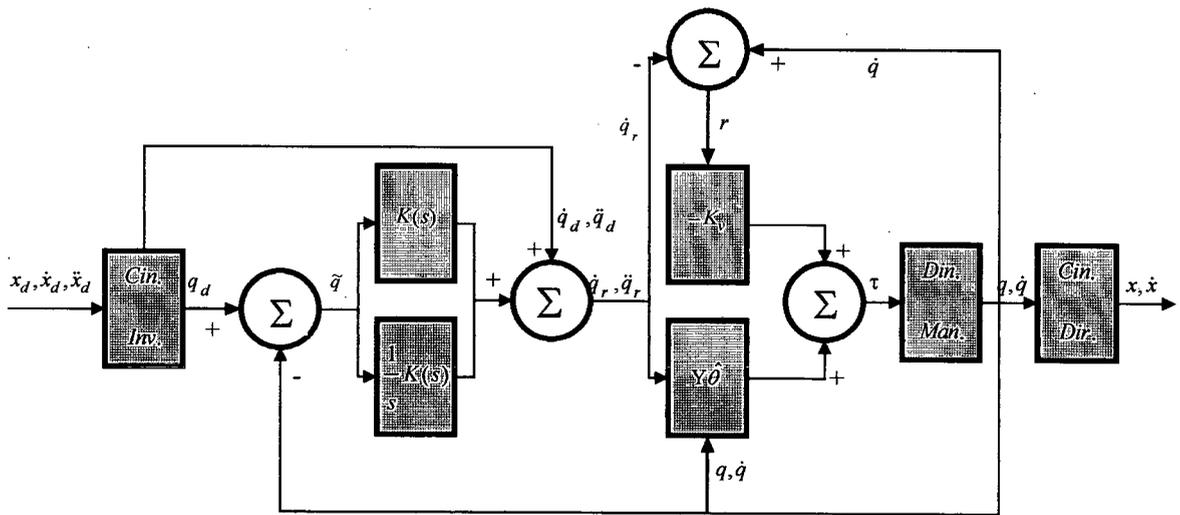


Figura 2.5 - Caso dos Parâmetros Desconhecidos - Passividade

Substituindo a lei de controle (2.87) na dinâmica do robô manipulador (2.6) resulta:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \hat{H}(q)\ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \hat{G}(q) - K_v r \tag{2.89}$$

Visto de (2.83) que $\dot{q} = r + \dot{q}_r$ e $\ddot{q} = \ddot{r} + \ddot{q}_r$, pode-se escrever a dinâmica do erro do sistema em malha fechada (2.89) como:

$$\begin{aligned}
H(q)\dot{r} + C(q, \dot{q})r + K_v r &= \tilde{H}(q)\ddot{q}_r + \tilde{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \tilde{G}(q) \\
&= Y(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)\tilde{\theta} = \Psi
\end{aligned} \tag{2.90}$$

onde $(\tilde{\cdot}) = (\hat{\cdot}) - (\cdot)$ e $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ é o vetor de erro nos parâmetros.

Observe que a matriz regressora ou regressor Y em (2.90) não depende da aceleração do robô manipulador como em (2.54), mas somente de \dot{q}_r e \ddot{q}_r , as quais dependem da posição, velocidade e aceleração das trajetórias desejadas. Como (2.90) contém matrizes $(H(q)$ e $C(q, \dot{q})$) com praticamente todos os elementos diferentes de zero e são compostas de funções não-lineares das variáveis de estado, o sistema em malha fechada é não-linear e acoplado. Ou seja, o vetor de erro nos parâmetros torna o sistema em malha fechada (2.90) não-linear e acoplado.

A análise de estabilidade é estabelecida pela função candidata de Lyapunov como em (2.78).

Tomando-se a igualdade em (2.77) e substituindo-a em (2.78), tem-se:

$$V(t) = \frac{1}{2} r^T H(q) r \tag{2.91}$$

Diferenciando esta função $V(t)$ ao longo de trajetórias de (2.90), tem-se:

$$\dot{V}(t) = -r^T K_v r + \tilde{\theta}^T Y^T r \tag{2.92}$$

Usando o teorema de Rayleigh-Ritz, pode-se escrever (2.92) como:

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}\{K_v\} \|r\|^2 + \|\tilde{\theta}^T Y^T r\| \quad (2.93)$$

De (2.93), pode ser obtida uma condição suficiente para que \dot{V} seja negativa ($\dot{V} < 0$). Isto é, \dot{V} é negativa se

$$\|r\| > \frac{\|\tilde{\theta}^T Y^T\|}{\lambda_{\min}\{K_v\}} \quad (2.94)$$

Se (2.94) é satisfeita, \dot{V} é negativa e V decrescerá. Se V decresce, então pela definição da função de Lyapunov dada em (2.91), r decresce. Isto ocorre até que:

$$\|r\| \leq \frac{\|\tilde{\theta}^T Y^T\|}{\lambda_{\min}\{K_v\}} \quad (2.95)$$

de modo que \dot{V} torna-se positiva definida ($\dot{V} > 0$).

Portanto $\|r\|$ permanece limitado.

Da definição de r em (2.76) e (2.86), conclui-se que os erros de seguimento \tilde{q} e $\tilde{\dot{q}}$ permanecem limitados. Assim, a existência de incertezas na estimação de parâmetros faz com que existam erros de seguimento quando $t \rightarrow \infty$.

Uma forma de eliminar estes erros de seguimento \tilde{q} e $\tilde{\dot{q}}$ é mediante o emprego de controladores adaptativos.

2.3.3. Caso Adaptativo

A lei de controle para este caso é igual a utilizada em (2.87) com a inclusão de uma lei de adaptação de parâmetros para ajuste da estimação de parâmetros de modo a fornecer os torques de controle necessários (ver figura 2.6).

A dinâmica do erro em malha fechada é a mesma definida em (2.90).

A fim de aplicar o teorema geral, necessita-se definir uma lei de adaptação de parâmetros de uma tal forma que o mapeamento $(-r) \rightarrow \Psi$ em (2.90) seja passivo.

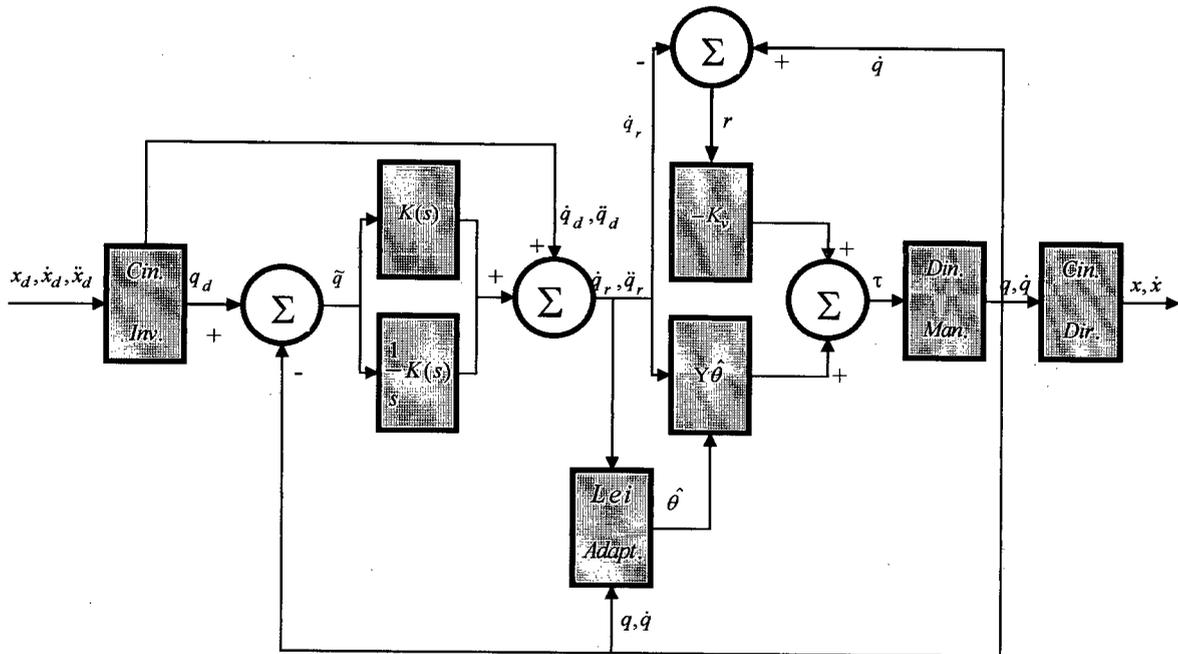


Figura 2.6 - Caso Adaptativo - Passividade

Escolhe-se a seguinte lei de adaptação de parâmetros (Lewis et al., 93):

$$\hat{\theta} = -\Gamma Y^T r \tag{2.96}$$

Observe que $\Gamma = \Gamma^T > 0$ é uma matriz simétrica, diagonal e positiva definida correspondente aos ganhos de adaptação e que sua magnitude não afeta a estabilidade global do sistema, mas afeta diretamente a velocidade de adaptação e portanto o desempenho do sistema (Slotine e Li, 88), ou seja, quanto maiores são os ganhos de adaptação mais rápida é a adaptação dos parâmetros e com isso mais rapidamente os erros de seguimento convergem.

Como $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}}$, pode-se reescrever a lei de adaptação (2.96) na forma:

$$\dot{\tilde{\theta}}^T \Gamma^{-1} = -r^T Y \tag{2.97}$$

e, portanto,

$$-\int_0^T r^T \Psi d\sigma = \int_0^T \dot{\tilde{\theta}}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} d\sigma \tag{2.98}$$

Usa-se a regra da derivada do produto para reescrever (2.98), como:

$$\frac{1}{2} \int_0^T \frac{d}{d\sigma} (\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}) d\sigma \geq -\beta \tag{2.99}$$

ou

$$\frac{1}{2} \tilde{\theta}^T(t) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}(t) - \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T(0) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}(0) \geq -\beta \tag{2.100}$$

De (2.100), seleciona-se β como:

$$\beta = \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T(0) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}(0) \quad (2.101)$$

e assim comprova-se que o mapeamento $(-r) \rightarrow \Psi$ é passivo.

Portanto, pelo teorema geral, $\tilde{q} \in L_2^n \cap L_\infty^n$, $\dot{\tilde{q}} \in L_2^n$, \tilde{q} é contínuo e $\tilde{q} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Além disso, se Ψ é limitada, então $r \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$ e, conseqüentemente, $\dot{\tilde{q}} \rightarrow 0$. Ou seja, sendo \dot{V} (2.80) negativa semi-definida ($\dot{V} \leq 0$), pode-se afirmar que V (2.78) é superiormente limitada já que V é positiva definida ($V > 0$). Usando esta afirmação e as propriedades 2.3 e 2.4 segundo as quais a matriz $H(q)$ é positiva definida e a sua inversa existe e é limitada, pode-se dizer que r e $\tilde{\theta}$ são limitados. Da definição de r de (2.76) e (2.86) pode-se afirmar que \tilde{q} e $\dot{\tilde{q}}$ (e portanto q e \dot{q}) são limitados. Visto que \tilde{q} , $\dot{\tilde{q}}$, r e $\hat{\theta}$ são limitados, pode-se usar a equação da dinâmica do erro do sistema em malha fechada (2.90) para mostrar que \dot{r} (e portanto \ddot{V} obtida por diferenciação de \dot{V}) é limitado. Como $H(q)$ é inferiormente limitada, pode-se dizer que V é inferiormente limitada e, lembrando que \dot{V} é negativa semi-definida e \dot{V} é limitada, pode-se aplicar o lema de Barbalat de modo que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V} = 0 \quad (2.102)$$

que significa, pelo teorema de Rayleigh-Ritz, que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_{\min} \{K_v\} \|r\|^2 = 0 \quad \text{ou} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} r = 0 \quad (2.103)$$

Observando que as equações (2.76) e (2.86) resultam numa equação diferencial de 1ª ordem estável direcionada pela “entrada” r , portanto de (2.103), pode-se escrever que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{q} = 0 \quad \text{e} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\tilde{q}} = 0 \quad (2.104)$$

Este resultado nos informa que $r \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$, implicando que ambos $\tilde{q} \rightarrow 0$ e $\dot{\tilde{q}} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Nada se pode concluir em relação a convergência do vetor de erro nos parâmetros $\tilde{\theta}$ a zero, mas sim que este permanece limitado, pois os parâmetros estimados não convergem para os parâmetros verdadeiros. Porém, os parâmetros convergem assintoticamente para os valores verdadeiros se a trajetória for “persistentemente excitante” (Slotine e Li, 88). Logo, a análise de estabilidade está comprovada.

Muitos controladores podem ser implementados de (2.88) pela seleção de diferentes funções de transferência para $K(s)$ na definição de r (2.76) e (2.86), pois o termo *feedback* $K_v r$ pode ser modificado. A seguir, apresentam-se alguns casos particulares:

- Slotine e Li

Fazendo a escolha de $K(s)$ em (2.86) como:

$$K(s) = \Lambda s \quad (2.105)$$

onde Λ é uma matriz diagonal com elementos positivos (Slotine e Li, 87), (Slotine e Li, 88), (Benallegue, 91). Neste caso,

$$F(s) = (sI_n + \Lambda)^{-1} \quad (2.106)$$

Visto que $\Lambda > 0$, $F(s)$ é uma matriz de transferência estável, estritamente própria e de grau relativo 1.

- Sadegh e Horowitz

Fazendo a escolha de uma lei de controle PID como:

$$K(s) = \Lambda s + \gamma_s \quad (2.107)$$

onde Λ e γ_s são matrizes diagonais com elementos positivos (Benallegue, 91), (Lewis et al., 93), (Canudas et al., 96). Neste caso,

$$F(s) = (sI_n + \Lambda + \frac{\gamma_s}{s})^{-1} \quad (2.108)$$

ou

$$F(s) = \frac{s}{s^2 I_n + \Lambda s + \gamma_s} \quad (2.109)$$

Visto que $\Lambda > 0$ e $\gamma_s > 0$, $F(s)$ é uma matriz de transferência desacoplada, estável, estritamente própria e de grau relativo 1.

2.4. Conclusões

Neste capítulo foram tratadas as propriedades fundamentais da dinâmica de robôs manipuladores no espaço de juntas e, em seguida, foram apresentados o método de controle de Craig baseado na dinâmica inversa e os métodos de controle baseados na passividade, que foram relacionados para o uso do problema de seguimento de trajetória.

Usando o método direto de Lyapunov fez-se a análise de estabilidade e de convergência destes métodos de controle.

Um estudo comparativo entre os métodos de controle abordados neste capítulo é dado a seguir:

- Não existem necessidades da “medição” de aceleração \ddot{q} e da inversão da matriz de inércia estimada para o cálculo da lei de adaptação de parâmetros e o método de “redefinição” dos parâmetros estimados não é, teoricamente, necessário para assegurar estabilidade do controladores baseados na passividade;

- A análise de estabilidade dos controladores baseados na passividade pode ser também baseada na formação de blocos passivos do sistema em malha fechada. Por consequência, o problema de escolha da função de Lyapunov (caso dos controladores baseados na dinâmica inversa) pode ser evitado. Este problema de escolha da função de Lyapunov, para o caso dos controladores baseados na dinâmica inversa, está relacionado diretamente com o projeto de uma lei de adaptação adequada para as estimações que garante limitação de todos os sinais do sistema em malha fechada e a convergência do erro de seguimento a zero;

- Os controladores baseados na passividade, por não fundamentarem no cancelamento das não-linearidades, demonstram ser mais apropriados pois respondem, em

caso de necessidade, com melhor robustez e precisão em relação aos controladores baseados na dinâmica inversa.

CAPÍTULO 3 - CONTROLE ADAPTATIVO NO ESPAÇO DA TAREFA

Em geral, o movimento do robô manipulador é especificado no espaço da tarefa, assim, no caso de realização do controle no espaço de juntas, é necessário obter a trajetória em termos das variáveis de juntas. Isto é obtido pelo uso da cinemática inversa, através da qual o movimento desejado no espaço de juntas é, então, a referência para o algoritmo de controle. Esta estratégia de controle é conhecida como controle cinemático.

Os inconvenientes do controle cinemático estão nas dificuldades intrínsecas à inversão de um mapeamento não-linear pelo uso da cinemática inversa, tais como as análises de algumas propriedades do mapeamento cinemático: singularidades e redundância.

As singularidades podem ser definidas como sendo uma direção em que o robô manipulador não consegue se movimentar, ou seja, o robô manipulador perde um ou mais graus de liberdade. Este inconveniente, entretanto, pode ser tratado pelo uso da pseudo inversa da matriz jacobiana ou também pela solução dos mínimos-quadrados amortecidos descritas em Canudas et al. (96).

A redundância pode ser verificada quando a dimensão do espaço da tarefa é menor do que a dimensão do espaço de juntas. Cabe ainda ressaltar que um robô manipulador pode ser redundante para uma determinada tarefa mas para outras não. As soluções, por meio de funções objetivas, para este inconveniente estão descritas em Canudas et al. (96).

Para evitar as dificuldades intrínsecas à inversão de um mapeamento não-linear pelo uso da cinemática inversa, faz-se o controle direto no espaço da tarefa a partir do uso da cinemática direta que transforma as variáveis medidas do espaço de juntas nas variáveis do espaço da tarefa.

A grande vantagem é que opera-se diretamente sobre as variáveis de espaço da tarefa, o que é uma característica fundamental quando deseja-se estudar a interação do robô manipulador com o ambiente, por exemplo, em problemas de controle de força.

Os inconvenientes desta estratégia de controle estão na necessidade da matriz jacobiana analítica ser não-singular.

Apesar da abordagem de métodos de controle no espaço da tarefa ser pouco difundida, na literatura existem algumas referências bibliográficas que tratam dos métodos de controle baseados na dinâmica inversa (Khatib, 83), (Craig, 86), (Murray et al., 94), (Spong e Vidyasagar, 89), (Benali, 90/91), (Benallegue, 91), (Tarn et al., 93), (Canudas et al., 96), (Spong, 96) e dos métodos de controle baseados na passividade (Slotine e Li, 87a), (Slotine e Li, 87b), (Slotine e Li, 88), (Benali, 90/91).

Neste capítulo são apresentadas as propriedades fundamentais de robôs manipuladores no espaço da tarefa bem como o método de controle de Craig baseado na dinâmica inversa e o de Slotine e Li baseado na passividade, os quais são relacionados para o uso do problema de seguimento de trajetória.

3.1. Cinemática Direta

A equação da cinemática direta de um robô manipulador expressa a posição e a orientação do efetuador final como uma função das variáveis de juntas na forma:

$$T(q) = \begin{bmatrix} R(q) & p(q) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

onde $q \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$ é o vetor de deslocamento angular das juntas, $p \in \mathfrak{R}^{3 \times 1}$ é o vetor de posição do efetuador final e $R = [u_n \ u_o \ u_a] \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$ é a matriz de rotação do sistema de coordenadas do efetuador final em relação ao sistema de coordenadas da base (ver figura 3.1).

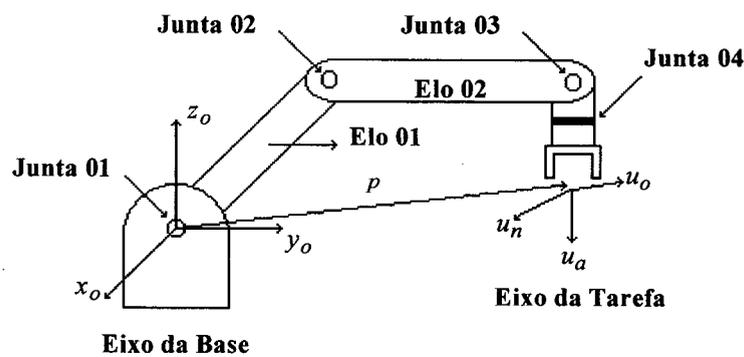


Figura 3.1 - Representação da Cinemática direta

Para especificar uma tarefa é necessário estabelecer a posição e a orientação do efetuador final, que muitas vezes são funções do tempo. Isto é fácil para a posição, mas a descrição da orientação através dos vetores unitários $[u_n \ u_o \ u_a]$ é difícil, uma vez que suas nove componentes devem satisfazer a condição de ortonormalidade $R^T R = I$.

Este problema torna-se crítico quando deseja-se descrever uma trajetória (função do tempo) para a orientação. A ortogonalidade precisa ser verificada a cada instante, não sendo possível realizar qualquer interpolação entre uma orientação inicial e uma orientação final.

O problema de descrever a orientação como uma função do tempo admite, no entanto, uma solução natural quando uma *representação mínima* (descrição da orientação através de ângulos de Euler, dos parâmetros de rotação de Euler, dos ângulos *Roll-Pitch-Yaw* ou de *Quaternions*) (Lewis et al., 93) é adotada. Neste caso, não há problema em estabelecer a trajetória do movimento para o conjunto de ângulos escolhidos para representar a orientação.

A posição p e a orientação ϕ do efetuador final podem então ser especificadas em termos de um número mínimo de parâmetros (Lewis et al., 93), (Canudas et al., 96), ou seja,

$$x = \begin{bmatrix} p \\ \phi \end{bmatrix} = k(q) \quad (3.2)$$

onde $k(q)$, em geral, é uma transformação não-linear que permite o cálculo das variáveis do espaço da tarefa através do conhecimento das variáveis do espaço de juntas. Deve-se ressaltar que x não é um vetor, pois ϕ não tem a propriedade da comutatividade.

Diferenciando duplamente (3.2), tem-se:

$$\dot{x} = J_a(q)\dot{q} \quad (3.3)$$

$$\ddot{x} = J_a(q)\ddot{q} + \dot{J}_a(q)\dot{q} \quad (3.4)$$

onde $J_a(q) = \left[\frac{\partial k}{\partial q} \right]$ é a matriz jacobiana analítica ou simplesmente o jacobiano analítico.

Assumindo que J_a seja uma matriz quadrada e que o robô manipulador encontra-se distante das singularidades no espaço da tarefa, ou seja, $|J_a| \neq 0$, a partir de (3.3) e (3.4) respectivamente, pode-se escrever que:

$$\dot{q} = J_a^{-1} \dot{x} \quad (3.5)$$

$$\ddot{q} = J_a^{-1} \ddot{x} - J_a^{-1} \dot{J}_a \dot{q} \quad (3.6)$$

Substituindo (3.5) em (3.6), tem-se:

$$\ddot{q} = J_a^{-1} \ddot{x} - J_a^{-1} \dot{J}_a J_a^{-1} \dot{x} \quad (3.7)$$

Diferenciando (3.5):

$$\ddot{q} = J_a^{-1} \ddot{x} + \dot{J}_a^{-1} \dot{x} \quad (3.8)$$

Igualando (3.7) e (3.8), obtém-se a identidade:

$$\dot{J}_a^{-1} = -J_a^{-1} \dot{J}_a J_a^{-1} \quad (3.9)$$

3.2. Dinâmica do Robô Manipulador no Espaço da Tarefa

A dinâmica no espaço da tarefa pode ser obtida a partir da dinâmica desenvolvida no espaço de juntas. Assim, substituindo as relações (3.5) e (3.8) na dinâmica do robô manipulador (2.6) e pré-multiplicando por $J_a^{-T} = (J_a^{-1})^T$, obtém-se:

$$J_a^{-T} H(q) J_a^{-1} \ddot{x} + \left[J_a^{-T} C(q, \dot{q}) J_a^{-1} + J_a^{-T} H(q) \dot{J}_a^{-1} \right] \dot{x} + J_a^{-T} G(q) = J_a^{-T} \tau \quad (3.10)$$

Fazendo

$$\bar{H}(q) = J_a^{-T} H(q) J_a^{-1}$$

$$\bar{C}(q, \dot{q}) = (J_a^{-T} C(q, \dot{q}) J_a^{-1} + J_a^{-T} H(q) \dot{J}_a^{-1})$$

(3.11)

$$\bar{G}(q) = J_a^{-T} G(q)$$

$$F = J_a^{-T} \tau$$

resulta a equação dinâmica do robô manipulador no espaço da tarefa (Craig, 86), (Khatib, 87), (Lewis et al., 93):

$$\bar{H}(q) \ddot{x} + \bar{C}(q, \dot{q}) \dot{x} + \bar{G}(q) = F \quad (3.12)$$

Pode-se observar que \bar{H} , \bar{C} e \bar{G} dependem de q e \dot{q} de modo que a dinâmica no espaço da tarefa não é completamente expressa em termos das variáveis do espaço da tarefa. Entretanto, pode-se usar a cinemática inversa ($q = k^{-1}(x)$) e a relação (3.5) para calcular \bar{H} , \bar{C} e \bar{G} em função de x e \dot{x} . Esta forma muitas vezes não se justifica, visto que comumente medem-se as posições e velocidades nas juntas.

Os métodos de controle a serem abordados baseiam-se em algumas propriedades da dinâmica do robô manipulador dada em (3.12). Para facilitar sua análise, algumas destas propriedades são apresentadas a seguir.

3.2.1. Propriedades Fundamentais

As propriedades da dinâmica do robô manipulador no espaço da tarefa (3.12) descrita na sequência estão apresentadas em Lewis et al. (93) e Benali (90/91).

Propriedade 3.1: Usando as definições (3.11), a matriz $\bar{S} = \dot{\bar{H}} - 2\bar{C}$ é anti-simétrica.

Prova: De (3.11) a derivada de \bar{H} é:

$$\dot{\bar{H}} = \dot{J}_a^{-T} H J_a^{-1} + J_a^{-T} \dot{H} J_a^{-1} + J_a^{-T} H \dot{J}_a^{-1} \quad (3.13)$$

Como a matriz H em (3.13) é simétrica, tem-se:

$$\dot{\bar{H}} = J_a^{-T} \dot{H} J_a^{-1} + 2J_a^{-T} H \dot{J}_a^{-1} \quad (3.14)$$

e

$$\dot{\bar{H}} - 2\bar{C} = J_a^{-T} (\dot{H} - 2C) J_a^{-1} \quad (3.15)$$

Se a matriz jacobiana analítica J_a é não-singular, (3.15) representa uma transformação de similaridade entre os espaços da tarefa e de juntas, na qual é preservada a propriedade 2.1 de anti-simetria da matriz $[\dot{H} - 2C]$ descrita na seção 2.1.1, isto é, $[\dot{\bar{H}} - 2\bar{C}]$ é anti-simétrica porque $[\dot{H} - 2C]$ é anti-simétrica.

Propriedade 3.2: A matriz $\bar{H}(q)$ é simétrica e positiva definida.

Esta propriedade decorre da hipótese que a matriz jacobiana analítica J_a é não-singular. Por isso $J_a^{-T} H(q) J_a^{-1}$ é uma transformação de similaridade que preserva as propriedades de $H(q)$. Como $H(q)$ é simétrica e positiva definida, $\bar{H}(q)$ também o é.

Propriedade 3.3: A matriz $\bar{H}(q)$ é inferior e superiormente limitada e a sua inversa existe e é limitada, pois $J_a^{-T} H(q) J_a^{-1}$ é uma transformação de similaridade que preserva as propriedades de $H(q)$.

Como foi visto na propriedade 2.4 da seção 2.1.1, se as juntas do robô manipulador são de rotação, os limites inferior e superior são constantes estritamente positivas, visto que o vetor posição q aparece somente em $\bar{H}(q)$ através dos termos em *senos* e *cosenos*, cujas

magnitudes são limitadas por 1. Por outro lado, se as juntas do robô manipulador forem prismáticas, então os limites inferior e superior podem ser funções escalares de q .

Propriedade 3.4: O vetor de gravidade \bar{G} no espaço da tarefa:

$$\bar{G} = J_a^{-T} G(q) \quad (3.16)$$

é limitado visto que $G(q)$ é limitado e que a matriz jacobiana analítica J_a é não-singular e limitada.

Propriedade 3.5: A propriedade de linearidade nos parâmetros mantém-se e é expressa como:

$$\bar{H}(q)\ddot{x} + \bar{C}(q, \dot{q})\dot{x} + \bar{G}(q) = \bar{Y}(q, \dot{q}, \ddot{x})\theta = F \quad (3.17)$$

Usando a relação $F = J_a^{-T} \tau$ (3.11) na parametrização linear da dinâmica do robô manipulador no espaço de juntas (2.20), obtém-se:

$$J_a^{-T} Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta = F \quad (3.18)$$

Em vista disto, comparando (3.17) com (3.18) obtém-se:

$$\bar{Y}(q, \dot{q}, \dot{x}, \ddot{x})\theta = J_a^{-T} Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta \quad (3.19)$$

Como θ pode ser escolhido livremente, esta escolha é feita de tal forma que os parâmetros desconhecidos do robô manipulador e da carga são iguais. Neste caso, pode-se concluir que:

$$\bar{Y}(q, \dot{q}, \dot{x}, \ddot{x}) = J_a^{-T} Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \quad (3.20)$$

Deve-se ressaltar que as variáveis do espaço da tarefa \dot{x} e \ddot{x} da matriz regressora $\bar{Y}(q, \dot{q}, \dot{x}, \ddot{x})$ estão implícitas na matriz regressora $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ visto que a matriz jacobiana analítica J_a é em função de q .

Deve-se também ressaltar que, como a matriz jacobiana analítica J_a é não-singular, as propriedades fundamentais no espaço de juntas são preservadas no espaço da tarefa.

Com base nestas propriedades são desenvolvidos os controladores de Craig, baseado na dinâmica inversa, e de Slotine e Li, baseado na passividade, que são apresentados a seguir.

3.3. Controle Baseado na Dinâmica Inversa

Nesta seção, o objeto de análise é o método de controle baseado na dinâmica inversa proposto por Craig. Também denominado de controle linearizante, o método de Craig baseia-se no cancelamento das não-linearidades de forma que o sistema em malha fechada é linear e desacoplado.

Este método de controle é apresentado para o caso dos parâmetros conhecidos, para o caso dos parâmetros terem incertezas e para o caso adaptativo.

3.3.1. Caso dos Parâmetros Conhecidos

Se o seguimento desejado de uma trajetória variante no tempo $x_d(t)$ for almejado, uma lei de controle linearizante no espaço da tarefa pode ser projetada como no espaço de juntas, isto é:

$$F = \bar{H}(q)u_t + \bar{C}(q, \dot{q})\dot{x} + \bar{G}(q) = \bar{Y}(q, \dot{q}, \dot{x}, u_t)\theta \quad (3.21)$$

Substituindo (3.21) na dinâmica do robô manipulador no espaço da tarefa (3.12), resulta:

$$\bar{H}(q)(\ddot{x} - u_t) = 0 \quad (3.22)$$

Usando as propriedades 3.2 e 3.3, segundo as quais a matriz $\bar{H}(q)$ é positiva definida e possui inversa, obtém-se:

$$\ddot{x} = u_t \quad (3.23)$$

Desta forma a lei de controle (3.21) transforma o sistema (3.12) em um sistema linear e desacoplado (ver figura 3.2). O sinal u_t é interpretado com um sinal de entrada expresso no espaço da tarefa e especificado em termos da aceleração, tipicamente escolhido como:

$$u_t = \ddot{x}_d - K_{v_t} \dot{\tilde{x}} - K_{p_t} \tilde{x} \quad (3.24)$$

onde $\tilde{x} = x - x_d$ é o erro de seguimento de posição no espaço da tarefa e K_{v_t} e K_{p_t} representam as matrizes positivas definidas que definem os ganhos de velocidade e proporcional no espaço da tarefa, respectivamente.

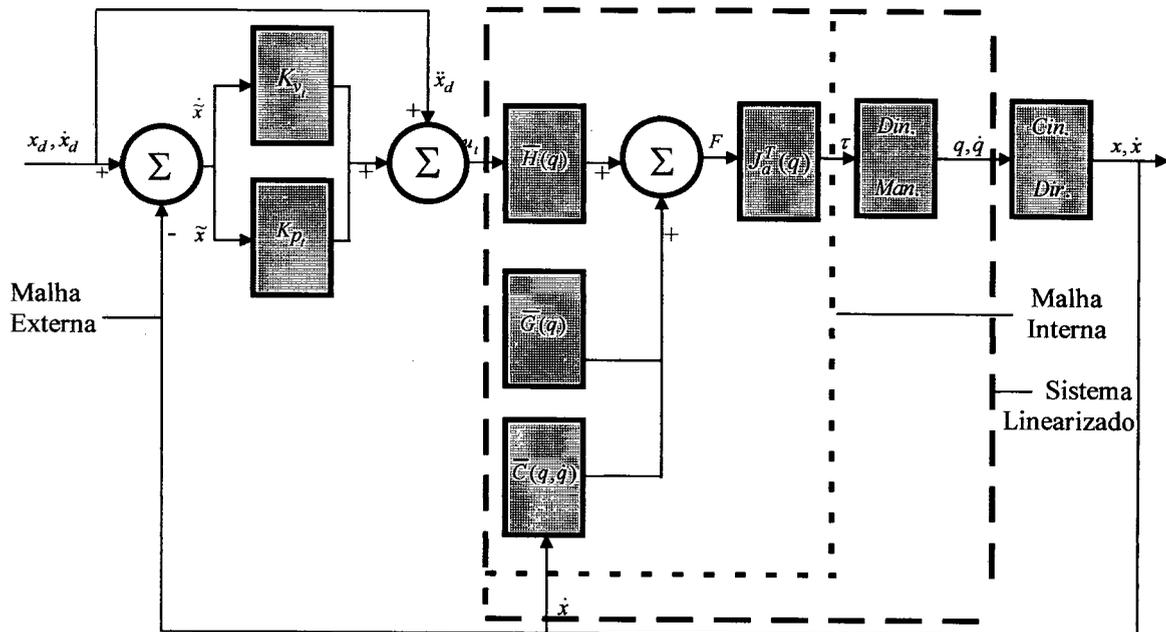


Figura 3.2 - Caso dos Parâmetros Conhecidos - Dinâmica Inversa (*Din. Man.* e *Cin. Dir.* representam a dinâmica do robô manipulador e a cinemática direta, respectivamente).

Substituindo a equação (3.24) em (3.23) obtém-se a equação da dinâmica do erro do sistema em malha fechada:

$$\ddot{\tilde{x}} + K_{v_t} \dot{\tilde{x}} + K_{p_t} \tilde{x} = 0 \tag{3.25}$$

A análise de estabilidade do sistema em malha fechada pode ser também estabelecida pela representação de espaço de estados da dinâmica do erro (3.25):

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_t &= A_t \varepsilon_t \\ z_t &= C_t \varepsilon_t\end{aligned}\tag{3.26}$$

onde z_t é o vetor de erro filtrado de seguimento no espaço da tarefa e ε_t é o vetor de erro de seguimento definido como:

$$\varepsilon_t = \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \dot{\tilde{x}} \end{bmatrix}\tag{3.27}$$

e

$$A_t = \begin{bmatrix} 0_n & I_n \\ -K_{p_t} & -K_{v_t} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad C_t = [\alpha I_n \quad I_n]\tag{3.28}$$

com K_{v_t} e K_{p_t} sendo definidas como anteriormente para assegurar que A_t seja uma matriz de Hurwitz, 0_n sendo a matriz zero $n \times n$ e I_n sendo a matriz de identidade $n \times n$.

Para provar a estabilidade, escolhe-se a função candidata de Lyapunov como:

$$V(t) = \varepsilon_t^T P_t \varepsilon_t\tag{3.29}$$

onde P_t é a matriz simétrica, positiva definida.

Diferenciando esta função $V(t)$ ao longo das trajetórias de (3.26), tem-se:

$$\dot{V}(t) = -\varepsilon_t^T Q_t \varepsilon_t < 0\tag{3.30}$$

onde Q_t é uma dada matriz simétrica, positiva definida e P_t satisfaz a equação de Lyapunov $A_t^T P_t + P_t A_t = -Q_t$.

Desta forma $V > 0$, $\dot{V} < 0$ e de (3.29) verifica-se que V é radialmente ilimitada. Então, pelo teorema de estabilidade global proposto por Lyapunov, conclui-se que o sistema é assintoticamente estável de forma global.

Além disso, pode-se estabelecer a estabilidade exponencial do sistema em malha fechada utilizando-se o lema de convergência descrito na seção 2.2.1.

Assim, V de (3.29) e \dot{V} de (3.30) podem ser reescritas como:

$$V \leq \lambda_{\max} \{P_t\} \|\varepsilon_t\|^2 \quad (3.31)$$

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min} \{Q_t\} \|\varepsilon_t\|^2 \quad (3.32)$$

De (3.31), tem-se que:

$$\|\varepsilon_t\|^2 \geq \frac{V}{\lambda_{\max} \{P_t\}} \quad (3.33)$$

Substituindo-se (3.33) em (3.32), obtém-se:

$$\dot{V} \leq -\gamma_t V \quad (3.34)$$

onde:

$$\gamma_t = \frac{\lambda_{\min}\{Q_t\}}{\lambda_{\max}\{P_t\}} \quad (3.35)$$

Isto resulta em:

$$\dot{V} + \gamma_t V \leq 0 \quad (3.36)$$

e integrando-se (3.36) obtém-se:

$$V \leq V(0)e^{-\gamma_t t} \quad (3.37)$$

Como V é não-negativa e a desigualdade (3.36) ou (3.37) é satisfeita, então pelo lema de convergência, a convergência exponencial de V para zero está garantida. Logo, pode-se concluir que o sistema em malha fechada é exponencialmente estável.

3.3.2. Caso dos Parâmetros Desconhecidos

Na prática, não é possível conhecer com exatidão os parâmetros geométricos e inerciais do robô manipulador bem como a carga a ser manipulada. Assim o sistema dinâmico (3.12) é constituído de incertezas.

Logo, a partir de (3.21), a lei de controle linearizante no espaço da tarefa (ver figura 3.3) é representada como:

$$F = \hat{H}(q)u_t + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{x} + \hat{G}(q) = \bar{Y}(q, \dot{q}, \dot{x}, u_t)\hat{\theta} \quad (3.38)$$

onde $(\hat{\cdot})$ denota a dinâmica com os parâmetros desconhecidos substituídos pelas estimações fixas dos parâmetros.

Escolhendo u_t como em (3.24), a equação da dinâmica do erro do sistema em malha fechada é obtida combinando a equação (3.12) com (3.38). Assim,

$$\ddot{\tilde{x}} + K_{v_t} \dot{\tilde{x}} + K_{p_t} \tilde{x} = \hat{H}^{-1} (\tilde{H}\ddot{x} + \tilde{C}\dot{x} + \tilde{G}) = \hat{H}^{-1} \bar{Y}(q, \dot{q}, \dot{x}, \ddot{x}) \tilde{\theta} = \bar{\varphi} \tilde{\theta} \quad (3.39)$$

onde $(\tilde{\cdot}) = (\hat{\cdot}) - (\cdot)$ e $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ é o vetor de erro nos parâmetros.

Esta equação (3.39) pode ser expressa na forma de equações de estado como:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_t &= A_t \varepsilon_t + B_t \bar{\varphi} \tilde{\theta} \\ z_t &= C_t \varepsilon_t \end{aligned} \quad (3.40)$$

onde ε_t é o vetor de erro de seguimento no espaço da tarefa (3.27), z_t é o vetor de erro filtrado de seguimento no espaço da tarefa, as matrizes A_t e C_t são definidas como em (3.28) e a matriz B_t como:

$$B_t = \begin{bmatrix} O_n \\ I_n \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

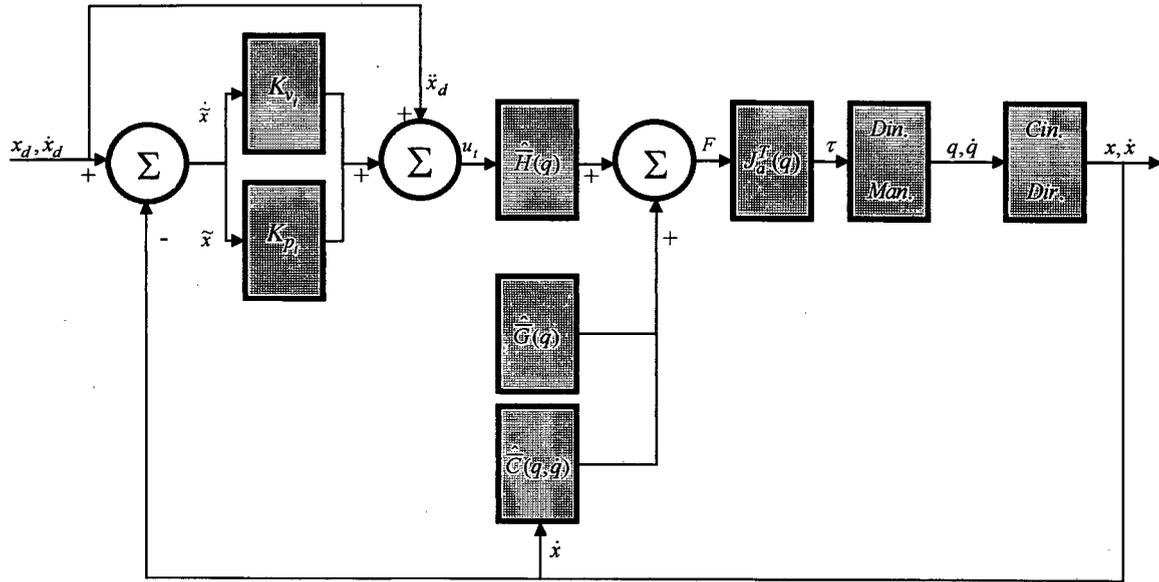


Figura 3.3 - Caso dos Parâmetros Desconhecidos - Dinâmica Inversa

Devido ao termo $B_t \bar{\varphi} \tilde{\theta}$ em (3.40), a análise de estabilidade nos dará um resultado diferente em termos do comportamento do erro de seguimento.

Utilizando (3.29) como função candidata de Lyapunov, sua derivada em relação ao tempo calculada ao longo das trajetórias de (3.40) resulta em:

$$\dot{V}(t) = -\varepsilon_t^T Q_t \varepsilon_t + 2\tilde{\theta}^T \bar{Y}^T \hat{H}^{-1} C_t \varepsilon_t \tag{3.42}$$

Pelo teorema de Rayleigh-Ritz (ver Apêndice A), tem-se:

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}\{Q_t\} \|\varepsilon_t\|^2 + \|2\tilde{\theta}^T \bar{Y}^T \hat{H}^{-1} C_t \varepsilon_t\| \tag{3.43}$$

A partir de (3.43), pode ser obtida uma condição suficiente para que \dot{V} seja negativa, ou seja,

$$\|\varepsilon_t\| > \frac{\|2\tilde{\theta}^T \bar{Y}^T \hat{H}^{-1} C_t\|}{\lambda_{\min}\{Q_t\}} \quad (3.44)$$

Se esta condição é satisfeita, $\dot{V} < 0$ e V decresce, então ε_t também decresce. Isto ocorre até que:

$$\|\varepsilon_t\| \leq \frac{\|2\tilde{\theta}^T \bar{Y}^T \hat{H}^{-1} C_t\|}{\lambda_{\min}\{Q_t\}} \quad (3.45)$$

quando a \dot{V} torna-se positiva.

Portanto $\|\varepsilon_t\|$ permanece limitada. Como ε_t (3.27) é formado pelos erros de seguimento \tilde{x} e $\dot{\tilde{x}}$, estes também permanecem limitados. Conclui-se que, devido às incertezas nos parâmetros, existem erros de seguimento quando $t \rightarrow \infty$.

Para eliminar estes erros de seguimento, emprega-se o controle adaptativo.

3.3.3. Caso Adaptativo

A lei de controle adaptativo linearizante no espaço da tarefa (ver figura 3.4) tem a mesma forma de (3.38), sendo que os parâmetros $\hat{\theta}$ são adaptados a partir dos erros de seguimento (\tilde{x} e $\dot{\tilde{x}}$).

A escolha do sinal de entrada u_t é definida como em (3.24). A equação da dinâmica do erro do sistema em malha fechada é dada por (3.39) e representada no espaço de estados como em (3.40).

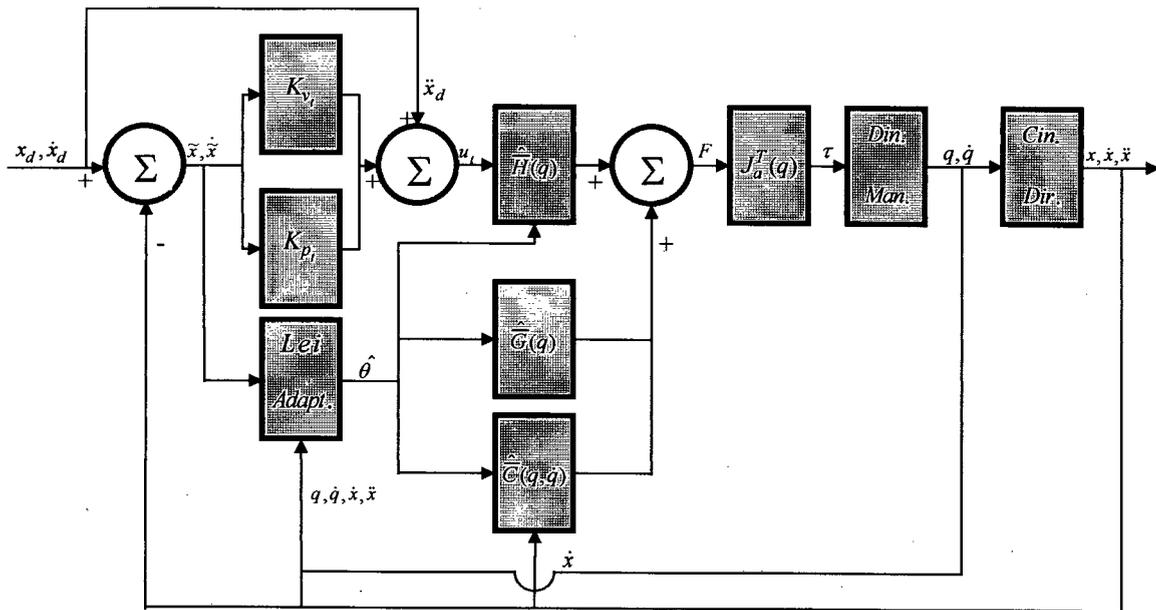


Figura 3.4 - Caso Adaptativo - Dinâmica Inversa

Para este caso, é assumido que \ddot{x} é mensurável e que a estimação da matriz de inércia e de sua inversa são limitadas. Para garantir que a matriz de inércia é limitada, tem-se a necessidade do uso do método de redefinição na lei de adaptação para garantir que os parâmetros permaneçam limitados, isto é, especificamente os parâmetros estimados são forçados a permanecerem dentro de alguma região conhecida.

A análise de estabilidade é estabelecida fazendo a extensão do teorema 2.1 descrito na seção 2.2.3 para o espaço da tarefa.

Teorema 3.1: Escolhendo a lei de adaptação de parâmetros como:

$$\hat{\theta} = -\Gamma \bar{Y}^T \hat{H}^{-1} B_t^T P_t \varepsilon_t \tag{3.46}$$

onde $\Gamma = \Gamma^T > 0$ é a matriz diagonal, positiva definida correspondente aos ganhos de adaptação e P_t é a matriz simétrica e positiva definida da equação de Lyapunov:

$$A_t^T P_t + P_t A_t = -Q_t \quad (3.47)$$

sendo Q_t uma matriz simétrica, positiva definida. A matriz Q_t é escolhida tal que a equação de Lyapunov (3.47) possuirá uma solução única, simétrica e positiva definida e que a matriz P_t satisfaça a relação:

$$B_t^T P_t = C_t \quad (3.48)$$

Sob estas condições, a solução de ε_t de (3.40) satisfaz:

$$\varepsilon_t \rightarrow 0 \text{ quando } t \rightarrow \infty \quad (3.49)$$

com todos os sinais permanecendo limitados.

Prova: Escolhendo a função candidata de Lyapunov:

$$V(t) = \varepsilon_t^T P_t \varepsilon_t + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (3.50)$$

e diferenciando esta função $V(t)$ ao longo de trajetórias de (3.40), tem-se:

$$\dot{V}(t) = -\varepsilon_t^T Q_t \varepsilon_t + 2\tilde{\theta}^T (\bar{Y}^T \hat{H}^{-1} z_t + \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}) \quad (3.51)$$

Como $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}}$, pode-se usar a lei de adaptação de parâmetros (3.46) de modo que:

$$\dot{V}(t) = -\varepsilon_t^T Q_t \varepsilon_t \leq 0 \quad (3.52)$$

Desta forma $V(t)$ é positiva definida e $\dot{V}(t)$ é positiva semi-definida e do teorema da estabilidade de Lyapunov verifica-se que $\varepsilon_t \in L_\infty^n$ e $\tilde{\theta} \in L_\infty^n$, o que significa afirmar que x , \dot{x} e $\tilde{\theta}$ são limitados. Assumindo que as trajetórias desejadas e sua primeiras duas derivadas também são limitadas, resulta em $\hat{\theta}$ limitado.

Da dinâmica do robô manipulador no espaço da tarefa (3.12) tem-se:

$$\ddot{x} = \bar{H}^{-1}(q)[F - \bar{C}(q, \dot{q})\dot{x} - \bar{G}(q)] \quad (3.53)$$

portanto, \ddot{x} é limitado visto que \dot{x} e F dependem somente das quantidades limitadas x , \dot{x} e $\hat{\theta}$.

Se \ddot{x} é limitado, (3.40) mostra que $\dot{\varepsilon}_t$ é limitado. Visto que ε_t é limitado, pode-se afirmar de (3.52) que \ddot{V} é limitada. Portanto, como V é inferiormente limitada por zero, \dot{V} é negativa semi-definida e \ddot{V} é limitada, então pelo lema de Barbalat,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V} = 0 \quad (3.54)$$

que significa pelo teorema de de Rayleigh-Ritz (ver Apêndice A) que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_{\min} \{Q_t\} \|\varepsilon_t\|^2 = 0 \text{ que implica que } \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_t = 0 \quad (3.55)$$

O resultado dado em (3.55) nos informa que o vetor de erro de seguimento ε_t é converge para zero quando $t \rightarrow \infty$. Com relação ao vetor de erro nos parâmetros $\tilde{\theta}$, este permanece limitado enquanto $\hat{H}^{-1}(q)$ existir.

Deve-se ressaltar de (3.39) que a matriz regressora ou regressor $\bar{Y}(q, \dot{q}, \dot{x}, \ddot{x})$ pode ser expressa como em (3.20) facilitando sua implementação na prática e/ou simulação.

3.4. Controle Baseado na Passividade

Nesta seção analisa-se a aplicação do método de controle de Slotine e Li, baseado na propriedade da passividade, no espaço da tarefa. Este método não é baseado no cancelamento das não-linearidades, mas sim na estrutura passiva da dinâmica do robô manipulador.

O método proposto é apresentado para o caso dos parâmetros conhecidos, para o caso dos parâmetros com incertezas e para o caso adaptativo.

Para analisar a estabilidade deste método de controle é necessário estender para o espaço da tarefa o lema 2.1 e o teorema geral descritos na seção 2.3.

Lema 3.1: Seja

$$\tilde{x} = F_t(s)r_t \quad (3.56)$$

onde s é a variável da transformada de Laplace e $F_t(s)$ é uma matriz ($n \times n$) de transferência exponencialmente estável e estritamente própria. Então se $r_t \in L_2^n$, isto implica que $\tilde{x} \in L_2^n \cap L_\infty^n$, $\dot{\tilde{x}} \in L_2^n$, \tilde{x} é contínuo e $\tilde{x} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Se, além disso, $r_t \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$, então $\dot{\tilde{x}} \rightarrow 0$.

Teorema 3.2: Seja $x_d(t)$ uma dada função duplamente diferenciável. Seja $\tilde{x} = x - x_d$ o vetor de erro de seguimento de posição no espaço da tarefa.

Considere a equação diferencial:

$$\bar{H}(q)\dot{r}_t + \bar{C}(q, \dot{q})r_t + K_{v_t}r_t = \bar{\Psi} \quad (3.57)$$

onde $\bar{H}(q)$, $\bar{C}(q, \dot{q})$ são definidos como na dinâmica do robô manipulador no espaço da tarefa (3.12), $K_{v_t} = K_{v_t}^T > 0$, e r_t (variável de seguimento) é dada por:

$$r_t = F_t^{-1}(s)\tilde{x} \quad (3.58)$$

onde $F_t(s)$ é uma matriz de transferência estável e estritamente própria com grau relativo 1, e o mapeamento $(-r_t) \rightarrow \bar{\Psi}$ é passivo, isto é, que a integral de passividade:

$$\int_0^T -r_t^T(\sigma)\bar{\Psi}(\sigma) d\sigma \geq -\beta_t \quad (3.59)$$

é satisfeita para todo tempo e para qualquer constante escalar positiva β_t . Então $\tilde{x} \in L_2^n \cap L_\infty^n$, $\dot{\tilde{x}} \in L_2^n$, \tilde{x} é contínuo e $\tilde{x} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Além disso, se $\bar{\Psi}$ é limitada, então $r_t \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$ e, conseqüentemente, $\dot{\tilde{x}} \rightarrow 0$.

Prova: Considere a função:

$$V(t) = \frac{1}{2}r_t^T \bar{H}(q)r_t + \beta_t - \int_0^T r_t^T(\sigma)\bar{\Psi}(\sigma) d\sigma \quad (3.60)$$

e observe da integral de passividade (3.59) que V é não-negativa.

Diferenciando V ao longo das trajetórias de (3.57), tem-se:

$$\dot{V}(t) = r_t^T \bar{H}(q)\dot{r}_t + \frac{1}{2}r_t^T \dot{\bar{H}}(q)r_t - r_t^T(t)\bar{\Psi}(t) \quad (3.61)$$

Substituindo $\bar{H}(q)\dot{r}_t$ de (3.57) e usando a propriedade 3.1 de anti-simetria da matriz $[\dot{\bar{H}} - 2\bar{C}]$ tem-se:

$$\dot{V}(t) = -r_t^T K_{v_t} r_t \leq 0 \quad (3.62)$$

Portanto, segue do lema 3.1 que $r_t \in L_2^n$, o que implica que \tilde{x} tende a zero e $\dot{\tilde{x}}$ é limitado. Além disso, em virtude da passividade do mapeamento $(-r_t) \rightarrow \bar{\Psi}$, então \tilde{x} também tende a zero se $\bar{\Psi}$ é limitada.

3.4.1. Caso dos Parâmetros Conhecidos

Considere a dinâmica do robô manipulador no espaço da tarefa (3.12) e seja a seguinte lei de controle (ver figura 3.5):

$$F = \bar{H}(q)\ddot{x}_r + \bar{C}(q, \dot{q})\dot{x}_r + \bar{G}(q) - K_{v_t} r_t = \bar{Y}(q, \dot{q}, \dot{x}_r, \ddot{x}_r)\theta - K_{v_t} r_t \quad (3.63)$$

onde \dot{x}_r e \ddot{x}_r são respectivamente a velocidade de referência e a aceleração de referência expressas no espaço da tarefa e r_t é definido como em (3.58).

Definindo $F_t^{-1}(s)$ de (3.58) como:

$$F_t^{-1}(s) = [sI_n + \frac{1}{s} K_t(s)] \quad (3.64)$$

e escolhendo

$$K_t(s) = \Lambda_t s \quad (3.65)$$

obtem-se

$$r_t = \tilde{x} + \Lambda_t \tilde{x} \tag{3.66}$$

Se \dot{x}_r e \ddot{x}_r são definidas como:

$$\dot{x}_r = \dot{x}_d - \frac{1}{s} K_t(s) \tilde{x} \tag{3.67}$$

$$\ddot{x}_r = \ddot{x}_d - K_t(s) \dot{\tilde{x}}$$

De (3.65), tem-se:

$$\dot{x}_r = \dot{x}_d - \Lambda_t \tilde{x} \tag{3.68}$$

$$\ddot{x}_r = \ddot{x}_d - \Lambda_t \dot{\tilde{x}}$$

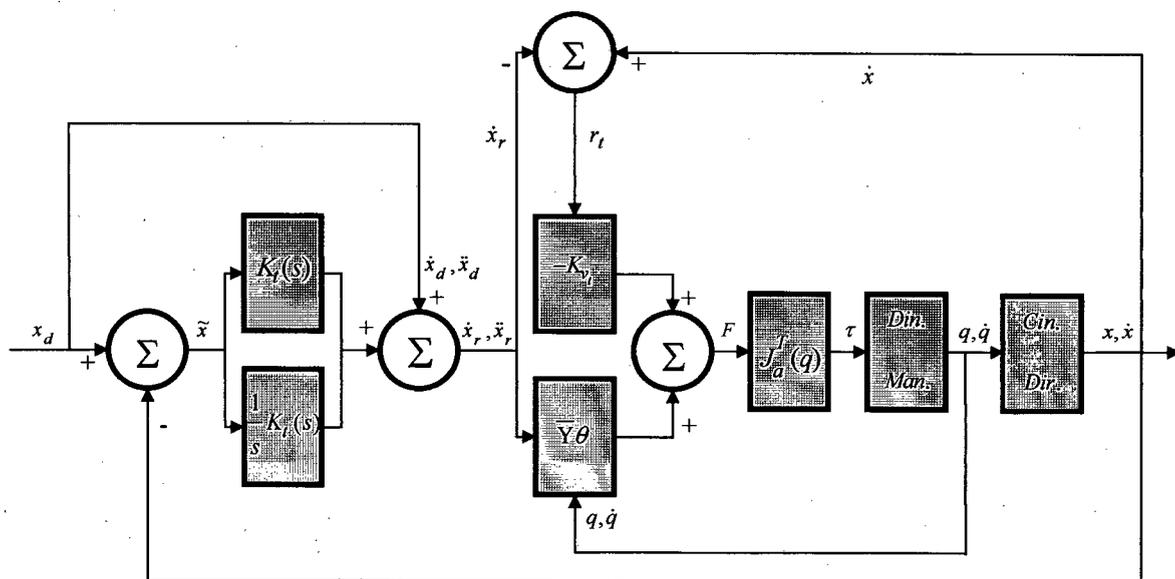


Figura 3.5 - Caso dos Parâmetros Conhecidos com $K_t(s) = \Lambda_t s$ - Passividade

Fazendo a substituição da equação (3.63) em (3.12), obtém-se a equação da dinâmica do erro do sistema em malha fechada:

$$\bar{H}(q)\dot{r}_t + [\bar{C}(q, \dot{q}) + K_{v_t}] r_t = 0 \quad (3.69)$$

Neste caso, o sistema em malha fechada permanece não-linear e acoplado.

Como a matriz de ganho ($n \times n$) ou função de transferência $K_t(s)$ (3.65) foi escolhida tal que $F_t(s)$ é estável e estritamente própria, segue do teorema 3.2 que, $\tilde{x} \in L_2^n \cap L_\infty^n$, $\dot{\tilde{x}} \in L_2^n$, \tilde{x} é contínuo e $\tilde{x} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Além disso, como $\bar{\Psi}$ também é limitada, então $r_t \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$ e, conseqüentemente, $\dot{\tilde{x}} \rightarrow 0$. Logo, a análise de estabilidade é comprovada.

Em resumo, quando os parâmetros são conhecidos a lei de controle (3.63) resulta $\tilde{x} \rightarrow 0$ e $\dot{\tilde{x}} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$.

Deve-se ressaltar que a lei de controle (3.63) contém os três primeiros termos que são usados para a compensação da dinâmica enquanto que o termo $K_{v_t} r_t$ regula as trajetórias reais sobre as trajetórias desejadas no espaço da tarefa.

3.4.2. Caso dos Parâmetros Desconhecidos

Como visto na seção 3.2.2, o conhecimento exato da dinâmica do robô manipulador não é possível na prática.

Assim, a lei de controle (3.63) tem a seguinte forma (ver figura 3.6):

$$\bar{H}(q)\dot{r}_t + [\bar{C}(q, \dot{q}) + K_{v_t}]r_t = \bar{Y}(q, \dot{q}, \dot{x}_r, \ddot{x}_r)\tilde{\theta} \quad (3.72)$$

onde $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ é o vetor de erro nos parâmetros.

A análise de estabilidade é estabelecida, tomando-se a igualdade de (3.59) e substituindo-a na função candidata de Lyapunov (3.60):

$$V(t) = \frac{1}{2}r_t^T \bar{H}(q)r_t \quad (3.73)$$

A derivada de $V(t)$ ao longo das trajetórias de (3.72) é:

$$\dot{V}(t) = -r_t^T K_{v_t} r_t + \tilde{\theta}^T \bar{Y}^T r_t \quad (3.74)$$

Pelo teorema de Rayleigh-Ritz (ver Apêndice A), tem-se:

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}\{K_{v_t}\} \|r_t\|^2 + \|\tilde{\theta}^T \bar{Y}^T r_t\| \quad (3.75)$$

De (3.75), pode ser obtida uma condição suficiente para que \dot{V} seja negativa, ou seja,

$$\|r_t\| > \frac{\|\tilde{\theta}^T \bar{Y}^T\|}{\lambda_{\min}\{K_{v_t}\}} \quad (3.76)$$

Se (3.76) é satisfeita, $\dot{V} < 0$ e V decresce, então r_t também decresce. Isto ocorre até que:

$$\|r_t\| \leq \frac{\|\tilde{\theta}^T \bar{Y}^T\|}{\lambda_{\min}\{K_{v_t}\}} \quad (3.77)$$

quando a \dot{V} torna-se positiva.

Logo, conclui-se que a $\|r_t\|$ permanece limitada, o que implica, da definição de r_t em (3.66), que os erros de seguimento \tilde{x} e $\tilde{\dot{x}}$ permaneçam limitados. Conclui-se que, existem erros de seguimento quando $t \rightarrow \infty$ devido os parâmetros terem incertezas.

Uma forma de eliminar estes erros de seguimento \tilde{x} e $\tilde{\dot{x}}$ é mediante o emprego de controladores adaptativos.

3.4.3. Caso Adaptativo

A lei de controle (3.70) é utilizada para este caso juntamente com uma lei de adaptação de parâmetros para ajuste dos parâmetros estimados com o intuito de fornecer as forças de controle necessárias para executar a trajetória desejada. (ver figura 3.7).

A dinâmica do erro do sistema em malha fechada é a mesma definida em (3.72).

A análise de estabilidade deste caso é estabelecida e comprovada usando o teorema 3.2, escolhendo uma lei de adaptação de parâmetros de uma tal forma que o mapeamento $(-r_t) \rightarrow \bar{\Psi}$ em (3.72) seja passivo .

A lei de adaptação de parâmetros (Slotine e Li, 87b) escolhida é:

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma \bar{Y}^T r_t \tag{3.78}$$

onde $\Gamma = \Gamma^T > 0$.

Como $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}}$, a lei de adaptação (3.78) pode ser reescrita na forma:

$$\dot{\tilde{\theta}}^T \Gamma^{-1} = -r_t^T \bar{Y} \tag{3.79}$$

e, portanto,

$$-\int_0^\Gamma r_t^T \bar{Y} d\sigma = \int_0^\Gamma \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} d\sigma \tag{3.80}$$

Usa-se a regra da derivada do produto para reescrever (3.80), como:

$$\frac{1}{2} \int_0^\Gamma \frac{d}{d\sigma} (\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}) d\sigma \geq -\beta_t \tag{3.81}$$

ou

$$\frac{1}{2} \tilde{\theta}^T(t) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}(t) - \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T(0) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}(0) \geq -\beta_t \tag{3.82}$$

De (3.82), seleciona-se β_t como:

$$\beta_t = \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T(0) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}(0) \tag{3.83}$$

e assim comprova-se que o mapeamento $(-r_t) \rightarrow \bar{\Psi}$ é passivo.

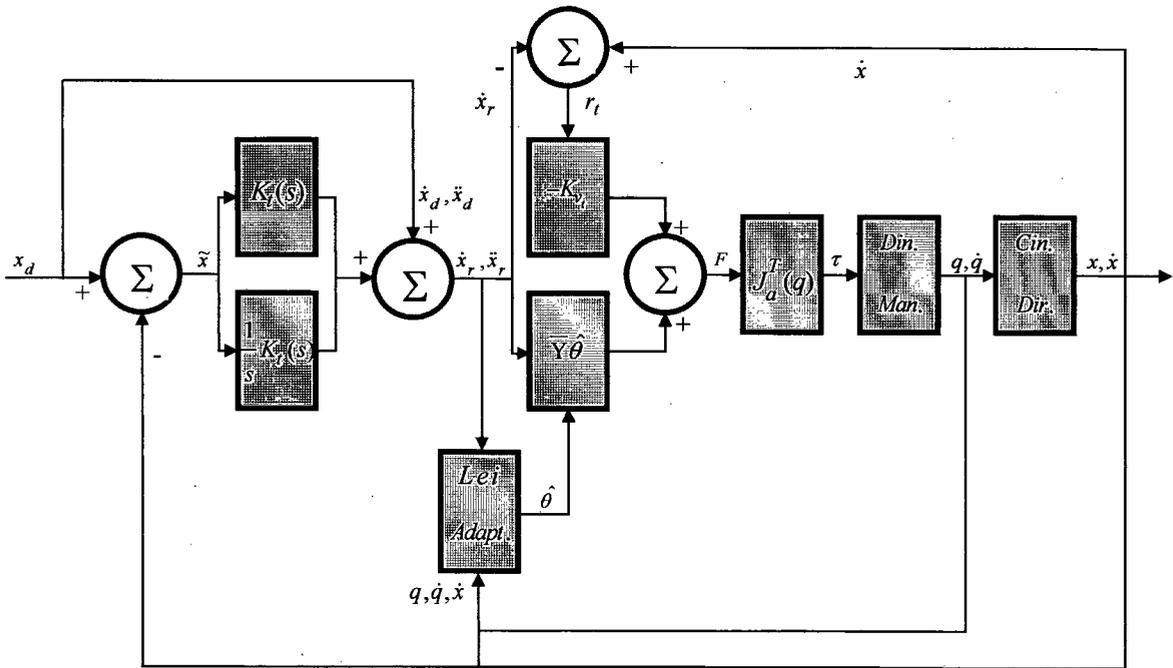


Figura 3.7 - Caso Adaptativo com $K_t(s) = \Lambda_t s$ - Passividade

Portanto, pelo teorema 3.2, $\tilde{x} \in L_2^n \cap L_\infty^n$, $\dot{\tilde{x}} \in L_2^n$, \tilde{x} é contínuo e $\tilde{x} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Da dinâmica do erro do sistema em malha fechada (3.72) pode-se mostrar que:

$$\dot{r}_t = -\bar{H}(q)^{-1} \{ [\bar{C}(q, \dot{q}) + K_{v_t}] r_t - \bar{\Psi} \} \tag{3.84}$$

Como $\bar{H}(q)$ sempre tem inversa (propriedades 3.2 e 3.3) pode-se afirmar que r_t é limitado bem como $\bar{\Psi}$ é limitada, implicando assim que \dot{r}_t é limitado. Sendo $\bar{\Psi}$ limitada, então $r_t \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$ e, conseqüentemente, $\dot{\tilde{x}} \rightarrow 0$.

Deve-se ressaltar de (3.72) que a matriz regressora ou regressor $\bar{Y}(q, \dot{q}, \dot{x}_r, \ddot{x}_r)$ não pode ser expressa como em (3.20) de modo a facilitar sua implementação na prática e/ou simulação devido a inexistência de uma relação linear entre o espaço de juntas e o espaço da tarefa.

3.5. Conclusões

Neste capítulo foram apresentadas as propriedades fundamentais de robôs manipuladores com base em sua dinâmica expressa no espaço da tarefa. Em seguida, foram descritos os métodos de controle de Craig e de Slotine e Li desenvolvidos para o espaço da tarefa e fez-se uso do método direto de Lyapunov para análise de estabilidade e de convergência destes métodos de controle.

Pelos estudos realizados, pode-se concluir que a grande vantagem destes métodos de controle está na operação direta sobre as variáveis do espaço da tarefa e por não necessitar do uso da cinemática inversa.

CAPÍTULO 4 - UMA COMPARAÇÃO ENTRE O CONTROLE CINEMÁTICO E O CONTROLE DIRETO NO ESPAÇO DA TAREFA

Um estudo comparativo dos métodos de controle cinemático e de controle direto no espaço da tarefa pode ser efetivado por meio de análises do comportamento dinâmico do erro do sistema em malha fechada. Nestas análises, pretende-se mostrar que a partir do comportamento dinâmico do erro de um método de controle direto no espaço da tarefa, seja o controle baseado na dinâmica inversa ou seja o controle baseado na passividade, pode-se obter uma relação deste comportamento em função do comportamento dinâmico do erro expresso no espaço de juntas e vice-versa.

Para facilitar o entendimento, o desenvolvimento destas análises é feito para o caso ideal, onde todos os parâmetros da dinâmica do robô manipulador são completamente conhecidos.

A seguir, faz-se as análises da parametrização linear das leis de controle e das leis de adaptação de parâmetros, tanto para o caso de Craig como para o caso de Slotine e Li, para ambos os controles (cinemático e o direto no espaço da tarefa), em termos das matrizes regressoras, de modo a verificar a possibilidade de cálculo de uma (matriz regressora obtida do controle direto no espaço da tarefa) a partir da outra (matriz regressora obtida do controle cinemático).

Na sequência faz-se o levantamento dos aspectos computacionais para implementação na prática e/ou simulação de cada método de controle cinemático e de controle direto no espaço da tarefa baseando-se nos controladores propostos por Craig e Slotine e Li, e finalmente, faz-se uma comparação entre a realização do controle cinemático e o direto no espaço da tarefa em termos das necessidades computacionais.

4.1. Comportamento do Erro em Malha Fechada

O erro em malha fechada apresenta comportamento distinto para os controladores projetados segundo os métodos de controle cinemático e os de controle direto no espaço da tarefa.

Apresenta-se a seguir uma comparação utilizando o controle baseado na dinâmica inversa (Craig e Sastry, 87), (Craig, 88), (Benali, 90/91) e o controle baseado na passividade (Slotine e Li, 87a), (Slotine e Li, 87b), (Slotine e Li, 88).

Estas comparações são feitas analisando as equações do erro em malha fechada para cada caso considerando que os parâmetros são completamente conhecidos.

4.1.1. Controle Baseado na Dinâmica Inversa

Utilizando o controle cinemático os ganhos do controlador são fixados nas juntas e a dinâmica do erro nas juntas é dada pela equação (2.28), isto é,

$$\ddot{\tilde{q}} + K_v \dot{\tilde{q}} + K_p \tilde{q} = 0 \quad (4.1)$$

No controle direto no espaço da tarefa os ganhos do controlador são fixados no espaço da tarefa e a dinâmica do erro no espaço da tarefa é dada por (3.25), ou seja,

$$\ddot{\tilde{x}} + K_{v_t} \dot{\tilde{x}} + K_{p_t} \tilde{x} = 0 \quad (4.2)$$

A análise apresentada a seguir é feita comparando o comportamento do erro no espaço da tarefa resultante do controle cinemático (4.1), com a dinâmica obtida com o controle direto no espaço da tarefa (4.2).

Para tanto são utilizadas as relações cinemáticas (3.2), (3.3) e (3.4).

A posição e a orientação do efetuador final é dada em função das variáveis de juntas através da transformação não-linear (3.2),

$$x = k(q) \quad (4.3)$$

Para um determinado ponto pode-se utilizar uma aproximação local expandindo (4.3) em série de Taylor. Desprezando os termos de ordem superior obtém-se:

$$x \cong J_a(q)q \quad (4.4)$$

onde $J_a(q)$ é o jacobiano analítico definido em (3.3).

De forma semelhante, a posição e a orientação desejada é dada por:

$$x_d = k(q_d) \quad (4.5)$$

ou através de uma aproximação local por:

$$x_d \cong J_a(q_d)q_d \quad (4.6)$$

Para pequenos erros de seguimento pode-se fazer:

$$J_a(q) \cong J_a(q_d) \quad (4.7)$$

e (4.6) resulta:

$$x_d \cong J_a(q)q_d \quad (4.8)$$

Assim, o erro de seguimento de posição é dado por:

$$\tilde{x} = x - x_d \cong J_a(q)\tilde{q} \quad (4.9)$$

Diferenciando (4.3), obtém-se (veja expressão (3.3)):

$$\dot{x} = J_a(q)\dot{q} \quad (4.10)$$

De forma semelhante pode-se determinar as velocidades desejadas para o efetuador final a partir das velocidades desejadas nas juntas:

$$\dot{x}_d = J_a(q_d)\dot{q}_d \quad (4.11)$$

Para pequenos erros de seguimento pode-se usar (4.7) e com isso o erro de seguimento de velocidade resulta:

$$\tilde{\dot{x}} = \dot{x} - \dot{x}_d \cong J_a(q)[\dot{q} - \dot{q}_d] \cong J_a(q)\tilde{\dot{q}} \quad (4.12)$$

Diferenciando (4.12), obtém-se:

$$\ddot{\tilde{x}} \cong J_a(q)\ddot{\tilde{q}} + \dot{J}_a(q,\dot{q})\dot{\tilde{q}} \quad (4.13)$$

Se o robô manipulador não está em uma posição singular a matriz jacobiana J_a tem inversa e de (4.9), (4.12) e (4.13) respectivamente, obtém-se:

$$\tilde{q} \cong J_a^{-1}(q)\tilde{x} \quad (4.14)$$

$$\dot{\tilde{q}} \cong J_a^{-1}(q)\dot{\tilde{x}} \quad (4.15)$$

$$\ddot{\tilde{q}} \cong J_a^{-1}(q)[\ddot{\tilde{x}} - \dot{J}_a(q,\dot{q})J_a^{-1}(q)\dot{\tilde{x}}] \quad (4.16)$$

Substituindo essas relações em (4.1) resulta:

$$\ddot{\tilde{x}} + (J_a K_v J_a^{-1} - \dot{J}_a J_a^{-1})\dot{\tilde{x}} + J_a K_p J_a^{-1}\tilde{x} = 0 \quad (4.17)$$

A expressão (4.17) descreve a dinâmica do erro no espaço da tarefa quando o controle cinemático é utilizado. Comparando (4.17) com (4.2) pode-se dizer que neste caso as matrizes de ganho proporcional e derivativo resultam:

$$K_{p_t} = J_a K_p J_a^{-1} \quad (4.18)$$

$$K_{v_t} = J_a K_v J_a^{-1} - \dot{J}_a J_a^{-1} \quad (4.19)$$

Como a matriz jacobiana analítica J_a é não-singular, (4.18) representa uma transformação de similaridade entre os espaços da tarefa e de juntas. Esta transformação preserva os autovalores da matriz de ganhos proporcionais no espaço de juntas (K_p). Portanto, dentro dos limites da hipótese de pequenos erros de seguimento para a validade das aproximações (4.14), (4.15) e (4.16) usadas também em (Yoshikawa, 90), (Tarn et al., 91a), (Tarn et al., 91b) a norma da matriz de ganhos proporcionais projetados para o espaço de juntas é preservada no espaço da tarefa.

Seguindo um raciocínio semelhante pode-se concluir que o primeiro termo da expressão (4.19) ($J_a K_v J_a^{-1}$) representa a parcela do ganho derivativo que é preservada na mudança de coordenadas, enquanto o segundo termo ($\dot{J}_a J_a^{-1}$) indica o quanto os ganhos derivativos são alterados. Fica claro que os ganhos derivativos projetados para um determinado comportamento dinâmico no espaço de juntas (K_v) são modificados pela parcela ($\dot{J}_a J_a^{-1}$) cuja influência nos ganhos, e portanto no comportamento dinâmico no espaço da tarefa, depende das velocidades nas juntas.

4.1.2. Controle Baseado na Passividade

Empregando o controle cinemático a dinâmica do erro nas juntas é dada pela expressão (2.84), ou seja,

$$H(q)\dot{r} + [C(q, \dot{q}) + K_v] r = 0 \quad (4.20)$$

onde

$$r = \dot{\tilde{q}} + \Lambda \tilde{q} \quad (4.21)$$

$$\dot{r} = \ddot{\tilde{q}} + \Lambda \dot{\tilde{q}}$$

Esta dinâmica é definida pelas matrizes de ganho K_v e Λ estabelecidas para o espaço de juntas.

No controle direto no espaço da tarefa a dinâmica do erro no espaço da tarefa é dada por (3.69), isto é,

$$\bar{H}(q)\dot{r}_t + [\bar{C}(q, \dot{q}) + K_{v_t}] r_t = 0 \quad (4.22)$$

onde

$$r_t = \dot{\tilde{x}} + \Lambda_t \tilde{x} \quad (4.23)$$

$$\dot{r}_t = \ddot{\tilde{x}} + \Lambda_t \dot{\tilde{x}}$$

Usando as relações (4.14), (4.15) e (4.16), resultante de uma aproximação local pela hipótese de pequenos erros de seguimento, em (4.21) obtém-se:

$$r = J_a^{-1}[\dot{\tilde{x}} + J_a \Lambda J_a^{-1} \tilde{x}] \quad (4.24)$$

$$\dot{r} = J_a^{-1}[\ddot{\tilde{x}} + J_a \Lambda J_a^{-1} \dot{\tilde{x}}] + \dot{J}_a^{-1} \dot{\tilde{x}} \quad (4.25)$$

Adicionando e subtraindo o termo $\dot{J}_a^{-1} J_a \Lambda J_a^{-1} \tilde{x}$ no lado direito de (4.25):

$$\dot{r} = J_a^{-1}[\ddot{\tilde{x}} + J_a \Lambda J_a^{-1} \dot{\tilde{x}}] + \dot{J}_a^{-1}(\dot{\tilde{x}} + J_a \Lambda J_a^{-1} \tilde{x}) - \dot{J}_a^{-1} J_a \Lambda J_a^{-1} \tilde{x} \quad (4.26)$$

Substituindo (4.24), (4.26) em (4.20) e pré-multiplicando por J_a^{-T} resulta:

$$\bar{H}(q)[\ddot{\tilde{x}} + J_a \Lambda J_a^{-1} \dot{\tilde{x}}] + [\bar{C}(q, \dot{q}) + K_{v_t}] [\dot{\tilde{x}} + J_a \Lambda J_a^{-1} \tilde{x}] = J_a^{-T} H J_a^{-1} J_a \Lambda J_a^{-1} \tilde{x} \quad (4.27)$$

onde o termo do lado direito de (4.27) representa uma perturbação.

A expressão (4.27) descreve a dinâmica do erro no espaço da tarefa quando o controle cinemático é utilizado. Comparando (4.27) com (4.22) e (4.23) pode-se dizer que neste caso as matrizes de ganho resultam:

$$K_{v_t} = J_a^{-T} K_v J_a^{-1} \quad (4.28)$$

$$\Lambda_t = J_a \Lambda J_a^{-1} \quad (4.29)$$

Mesmo sendo a matriz jacobiana analítica J_a não-singular, a matriz de ganhos derivativos K_{v_t} (4.28) não representa uma transformação de similaridade entre os espaços da

tarefa e de juntas. Com isso, fundamentando-se nas aproximações (4.14), (4.15) e (4.16) obtidas pela hipótese de pequenos erros de seguimento, a norma da matriz de ganhos derivativos no espaço de juntas (K_v) não é preservada no espaço da tarefa. A observação acima também é válida para a matriz de ganhos proporcionais ($K_{p_t} = K_{v_t} \Lambda_t$).

Quanto a matriz de ganhos Λ_t (4.29), esta representa uma transformação de similaridade entre os espaços da tarefa e de juntas. Esta transformação preserva os autovalores da matriz de ganhos Λ no espaço de juntas.

Com relação ao termo $J_a^{-T} H J_a^{-1} J_a \Lambda J_a^{-1} \tilde{x}$ (4.27) referente à perturbação, pode-se dizer apenas que este termo influencia no comportamento dinâmico no espaço da tarefa e que esta influência depende das velocidades nas juntas.

4.2. Cálculo da Matriz Regressora

No controle cinemático a equação da dinâmica no espaço de juntas (2.6) é parametrizada linearmente em termos de um vetor de parâmetros do robô manipulador e da carga escolhidos apropriadamente (θ), isto é,

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta = \tau \quad (4.30)$$

onde $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ é a matriz regressora, cujos elementos são funções conhecidas do robô manipulador no espaço de juntas.

No controle direto no espaço da tarefa a propriedade de parametrização linear é mantida (veja capítulo 3) e é expressa como:

$$\bar{H}(q)\ddot{x} + \bar{C}(q, \dot{q})\dot{x} + \bar{G}(q) = \bar{Y}(q, \dot{q}, \dot{x}, \ddot{x})\theta = F \quad (4.31)$$

onde a matriz regressora das funções conhecidas do robô manipulador no espaço da tarefa (Lewis et al., 93) é:

$$\bar{Y}(q, \dot{q}, \dot{x}, \ddot{x}) = J_a^{-T} Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \quad (4.32)$$

Baseando neste desenvolvimento acima, apresenta-se a seguir uma comparação utilizando o controle baseado na dinâmica inversa (Craig e Sastry, 87), (Craig, 88), (Benali, 90/91) e o controle baseado na passividade (Slotine e Li, 87a), (Slotine e Li, 87b), (Slotine e Li, 88).

Estas comparações são feitas, para cada caso, analisando, tanto as leis de controle como as leis de adaptação, das quais extraem-se as matrizes regressoras.

4.2.1. Controle Baseado na Dinâmica Inversa

Utilizando o controle cinemático a lei de adaptação de parâmetros é a mesma apresentada em (2.61), ou seja,

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma Y^T(q, \dot{q}, \ddot{q}) \hat{H}^{-1} z \quad (4.33)$$

A lei de adaptação para o controle direto no espaço da tarefa é dada por (3.46), isto é,

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma \bar{Y}^T(q, \dot{q}, \dot{x}, \ddot{x}) \hat{H}^{-1} z_t \quad (4.34)$$

A partir de (4.32) verifica-se que a lei de adaptação (4.34) pode ser reescrita como:

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma [J_a^{-T} Y(q, \dot{q}, \ddot{q})]^T \hat{H}^{-1} z_t \quad (4.35)$$

Comparando (4.35) com (4.34), observa-se que existe uma combinação linear entre as variáveis do espaço de juntas e as variáveis do espaço da tarefa de modo que as matrizes regressoras podem ser calculadas uma a partir da outra desde que a matriz jacobiana analítica J_a é não-singular.

É também de interesse mostrar, a partir das leis de controle, se há ou não uma forma de calcular uma matriz regressora, obtida do emprego do controle direto no espaço da tarefa, a partir da matriz regressora, obtida do emprego do controle cinemático, pelo uso da propriedade de parametrização linear.

A lei de controle adaptativo de Craig para realizar o controle cinemático é dada pela expressão (2.50), isto é,

$$\tau = \hat{H}(q)u + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q) = Y(q, \dot{q}, u)\hat{\theta} \quad (4.36)$$

onde

$$u = \ddot{q}_d - K_v \dot{\tilde{q}} - K_p \tilde{q} \quad (4.37)$$

Para o controle direto no espaço da tarefa a lei de controle adaptativo de Craig (3.38) é expressa como:

$$F = \hat{H}(q)u_t + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{x} + \hat{G}(q) = \bar{Y}(q, \dot{q}, \dot{x}, u_t)\hat{\theta} \quad (4.38)$$

onde

$$u_t = \ddot{x}_d - K_v \dot{\tilde{x}} - K_p \tilde{x} \quad (4.39)$$

A análise é feita comparando a matriz regressora obtida da parametrização linear da lei de controle no espaço da tarefa resultante do controle cinemático (4.36), com a matriz regressora da parametrização linear da lei de controle obtida com o controle direto no espaço da tarefa (4.38) de modo a verificar se existe ou não a possibilidade de calcular-se uma a partir da outra.

Fazendo o uso da relação $F = J_a^{-T} \tau$ (3.11), pode-se expressar (4.36) como:

$$F = J_a^{-T} [\hat{H}(q)u + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q)] \quad (4.40)$$

Lembrando que J_a é não-singular, pode-se diferenciar duplamente (4.8), obtendo-se assim:

$$\ddot{q}_d \cong J_a^{-1}(q)\ddot{x}_d + \dot{J}_a^{-1}(q, \dot{q})\dot{x}_d \quad (4.41)$$

Utilizando as relações (4.14) e (4.15), resultante de uma aproximação local pela hipótese de pequenos erros de seguimento, juntamente com (4.41) em (4.37), e substituindo em (4.36) obtém-se:

$$F = \hat{H}(q)u_t + J_a^{-T} [\hat{C}(q, \dot{q})J_a^{-1} \dot{x} + \hat{H}(q)J_a^{-1} \dot{x}_d] + \hat{G}(q) \quad (4.42)$$

Expressando $\hat{C}(q, \dot{q})$ (4.38) da mesma forma como em (3.11) tem-se F como:

$$F = \hat{H}(q)u_t + J_a^{-T} [\hat{C}(q, \dot{q})J_a^{-1} + \hat{H}(q)J_a^{-1}] \dot{x} + \hat{G}(q) \quad (4.43)$$

Comparando (4.43) com (4.42) verifica-se que os termos $\hat{H}(q)J_a^{-1} \dot{x}$, $\hat{H}(q)J_a^{-1} \dot{x}_d$ são diferentes, como consequência, pode-se concluir que não há possibilidade de cálculo da matriz regressora, obtida do emprego do controle direto no espaço da tarefa, a partir da matriz regressora, obtida do emprego do controle cinemático.

4.2.2. Controle Baseado na Passividade

Utilizando o controle cinemático a lei de controle é dada pela expressão (2.87), ou seja,

$$\tau = \hat{H}(q)\ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \hat{G}(q) - K_v r = Y(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)\hat{\theta} - K_v r \quad (4.44)$$

onde

$$\begin{aligned}
\ddot{q}_r &= \ddot{q}_d - \Lambda \dot{\tilde{q}} \\
\dot{q}_r &= \dot{q}_d - \Lambda \tilde{q} \\
r &= \dot{\tilde{q}} + \Lambda \tilde{q}
\end{aligned} \tag{4.45}$$

A lei de adaptação para o controle cinemático é dada por (2.96), isto é,

$$\hat{\theta} = -\Gamma Y^T(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r) r \tag{4.46}$$

Para o controle no espaço da tarefa a lei de controle adaptativo é expressa da mesma forma como em (3.70), ou seja,

$$F = \hat{H}(q)\ddot{x}_r + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{x}_r + \hat{G}(q) - K_{v_t} r_t = \bar{Y}(q, \dot{q}, \dot{x}_r, \ddot{x}_r)\hat{\theta} - K_{v_t} r_t \tag{4.47}$$

onde

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_r &= \ddot{x}_d - \Lambda_t \dot{\tilde{x}} \\
\dot{x}_r &= \dot{x}_d - \Lambda_t \tilde{x} \\
r_t &= \dot{\tilde{x}} + \Lambda_t \tilde{x}
\end{aligned} \tag{4.48}$$

A lei de adaptação para o controle no espaço da tarefa é definida por (3.78), ou seja,

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma \bar{Y}^T(q, \dot{q}, \dot{x}_r, \ddot{x}_r) r_t \quad (4.49)$$

Analisando o controle cinemático verifica-se que as matrizes regressoras são idênticas tanto para a lei de controle (4.44) como para a lei de adaptação (4.46). Esta observação acima também é válida para as matrizes regressoras obtidas no controle direto no espaço da tarefa. Assim, uma análise comparativa é feita a seguir utilizando apenas as matrizes regressoras obtidas da parametrização linear das leis de controle.

Aplicando a relação $F = J_a^{-T} \tau$ (3.11) em (4.44) obtém-se:

$$F = J_a^{-T} [\hat{H}(q) \ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q}) \dot{q}_r + \hat{G}(q) - K_v r] \quad (4.50)$$

Lembrando que J_a é não-singular, pode-se diferenciar (4.8), obtendo-se assim:

$$\dot{q}_d \cong J_a^{-1}(q) \dot{x}_d \quad (4.51)$$

Utilizando em (4.45) as relações (4.14), (4.15), (4.41) e (4.51) e, em seguida, substituindo em (4.44) resulta:

$$F = \hat{H}(q) \ddot{x}_r + J_a^{-T} [\hat{C}(q, \dot{q}) J_a^{-1} \dot{x}_r + \hat{H}(q) J_a^{-1} \dot{x}_d] + \hat{G}(q) - K_v r_t \quad (4.52)$$

Lembrando que $\hat{C}(q, \dot{q})$ (4.47) pode ser expressa da mesma forma como em (3.11), obtém-se F como:

$$F = \hat{H}(q)\ddot{x}_r + J_a^{-T} [\hat{C}(q, \dot{q})J_a^{-1} + \hat{H}(q)\dot{J}_a^{-1}] \dot{x}_r + \hat{G}(q) - K_{v_t} r_t \quad (4.53)$$

Comparando (4.53) com (4.52) observa-se que os termos $\hat{H}(q)J_a^{-1}\dot{x}_r$, $\hat{H}(q)J_a^{-1}\dot{x}_d$ são diferentes e conseqüentemente pode-se concluir que não há possibilidade de cálculo da matriz regressora, obtida do emprego do controle direto no espaço da tarefa, a partir da matriz regressora, obtida do emprego do controle cinemático.

4.3. Esquema Computacional

Nesta seção é apresentado um levantamento das necessidades computacionais para implementação na prática e/ou simulação dos controladores projetados segundo os métodos de controle cinemático e os de controle direto no espaço da tarefa.

Este levantamento é feito utilizando o controle baseado na dinâmica inversa (Craig e Sastry, 87), (Craig, 88), (Benali, 90/91) e o controle baseado na passividade (Slotine e Li, 87a), (Slotine e Li, 87b), (Slotine e Li, 88).

Na sequência, são apresentados os aspectos computacionais entre a realização do controle cinemático e do controle direto no espaço da tarefa.

4.3.1. Controle Cinemático

Para a realização do controle cinemático, no caso de Craig, é necessária a “medição” da aceleração nas juntas \ddot{q} , o cálculo da inversa da matriz de inércia estimada no espaço de

juntas $\hat{H}^{-1}(q)$ e para garantir que esta matriz $\hat{H}^{-1}(q)$ exista é necessário também desenvolver um método de redefinição de parâmetros.

O caso de Slotine e Li, para o controle cinemático, não necessita da “medição” de \ddot{q} , do cálculo da matriz $\hat{H}^{-1}(q)$ e nem tampouco do método de redefinição de parâmetros. Isto demanda numa menor carga computacional e tempo de cálculos em relação ao caso de Craig.

Deve-se ainda salientar que as matrizes de ganho, tanto para o caso de Craig como para o caso de Slotine e Li, são especificadas no espaço de juntas visto que o movimento especificado no espaço da tarefa é transformado para o espaço de juntas pelo uso da cinemática inversa.

4.3.2. Controle Direto no Espaço da Tarefa

O caso de Craig, para o controle direto no espaço da tarefa, além da “medição” da aceleração no espaço da tarefa \ddot{x} a partir da cinemática direta, do cálculo da inversa da matriz de inércia estimada no espaço da tarefa $\hat{H}^{-1}(q)$ e do método de redefinição de parâmetros para garantir a existência da matriz $\hat{H}^{-1}(q)$, é necessário também o cálculo da inversa da matriz jacobiana analítica $J_a^{-1}(q)$ e da derivada da matriz jacobiana analítica $\dot{J}_a(q, \dot{q})$.

O caso de Slotine e Li, assim como no controle cinemático, não necessita da “medição” de \ddot{x} , do cálculo da matriz $\hat{H}^{-1}(q)$ e do método de redefinição de parâmetros para que a matriz $\hat{H}^{-1}(q)$ exista, porém o cálculo da matriz $J_a^{-1}(q)$ e o cálculo da matriz $\dot{J}_a(q, \dot{q})$ são necessários. Em vista disto, a carga computacional e o tempo de cálculos para o caso de Slotine e Li são menores em relação ao caso de Craig.

Deve-se também ressaltar que as matrizes de ganho para ambos os casos (de Craig e de Slotine e Li) são especificadas no espaço da tarefa visto que o movimento é especificado neste espaço.

4.3.3. Controle Cinemático versus Controle Direto no Espaço da Tarefa

A partir das leis de controle, tanto para o caso de Craig como para o caso de Slotine e Li, mostra-se que, se o gerador de trajetórias também trabalha *on-line* a carga computacional é levemente maior para o controle cinemático do que para o controle direto no espaço da tarefa.

Isto é justificado devido o controle cinemático usar a cinemática inversa, a inversa da matriz jacobiana analítica $J_a^{-1}(q)$ e a derivada da matriz jacobiana analítica $\dot{J}_a(q, \dot{q})$ para transformar a trajetória especificada no espaço da tarefa (e de suas derivadas) na trajetória desejada no espaço de juntas, enquanto que no controle direto no espaço da tarefa é necessário apenas o uso da matriz $J_a^{-1}(q)$ e da matriz $\dot{J}_a(q, \dot{q})$. Como controle direto no espaço da tarefa não necessita do uso da cinemática inversa (a qual, em geral, não possui única solução), o controle cinemático requer um processamento adicional.

Deve-se também salientar que as variáveis do espaço da tarefa para ambos os controles (cinemático e direto no espaço da tarefa) são calculadas das medições das posições e das velocidades nas juntas pelo uso da cinemática direta e da matriz jacobiana analítica $J_a(q)$.

4.4. Conclusões

Neste capítulo, foi realizado um estudo comparativo dos métodos de controle cinemático e dos de controle direto no espaço da tarefa (de Craig e de Slotine e Li), para o caso ideal, no que diz respeito ao comportamento dinâmico do erro do sistema em malha fechada. A partir destas comparações, verificou-se a equivalência das matrizes de ganho.

No caso de Craig constatou-se que a norma da matriz de ganhos proporcionais (K_p) do controle cinemático se preservou no controle direto no espaço da tarefa enquanto que a matriz de ganhos derivativos (K_v) para o controle cinemático são modificados pela parcela ($\dot{J}_a J_a^{-1}$) cuja influência nos ganhos, e portanto no comportamento dinâmico no espaço da tarefa, depende das velocidades nas juntas.

No caso de Slotine e Li verificou-se que a matriz de ganhos derivativos K_{v_t} não representa uma transformação de similaridade entre os espaços da tarefa e de juntas. Portanto, a norma da matriz de ganhos derivativos no espaço de juntas (K_v) não é preservada no espaço da tarefa. A mesma observação foi feita para a matriz de ganhos proporcionais ($K_{p_t} = K_{v_t} \Lambda_t$).

Com relação a matriz de ganhos Λ_t , esta preserva os autovalores da matriz de ganhos Λ no espaço de juntas, pois esta matriz representa uma transformação de similaridade entre os espaços da tarefa e de juntas.

Quanto a perturbação, pode-se dizer apenas que este termo pode influenciar de forma prejudicial ou não no comportamento dinâmico no espaço da tarefa e que esta influência depende das velocidades nas juntas.

Na análise comparativa das leis de controle e das leis de adaptação de parâmetros, verificou-se que, para o caso de Craig, a matriz regressora constituinte da lei de adaptação de

parâmetros para a realização do controle direto no espaço da tarefa é obtida a partir da matriz regressora constituinte da lei de adaptação de parâmetros utilizada para o controle cinemático. Com relação as leis de controle parametrizadas, não foi possível calcular a matriz regressora do controle direto no espaço da tarefa da matriz regressora resultante do controle cinemático devido a inexistência de uma combinação linear entre os espaços de juntas e da tarefa.

No caso de Slotine e Li, verificou-se também que não havia possibilidade de cálculo da matriz regressora do controle direto no espaço da tarefa a partir da matriz regressora resultante do controle cinemático devido a inexistência de uma combinação linear entre os espaços de juntas e da tarefa.

Com relação as necessidades computacionais, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço da tarefa, constatou-se que o método de Slotine e Li necessita de uma menor carga computacional bem como um menor tempo de cálculo em relação ao método de Craig. Verificou-se também que o controle direto no espaço da tarefa necessita de uma menor carga computacional em relação ao controle cinemático pois não se utiliza da cinemática inversa.

Com relação a aplicação na prática destes métodos de controle adaptativo, as principais dificuldades devem-se às suas complexidades e ao tempo de cálculo. Em contrapartida, estes métodos apresentam-se como uma alternativa para o problema de seguimento de trajetória (ou controle de seguimento) onde um alto grau de desempenho e de precisão são exigidos.

CAPÍTULO 5 - RESULTADOS DE SIMULAÇÕES

Neste capítulo é apresentado um modelo dinâmico para o robô manipulador PUMA 560 (seção 5.1), que posteriormente será utilizado para testar o método de controle de Craig e o método de controle de Slotine e Li desenvolvidos para o controle cinemático (controle no espaço de juntas) e para o controle direto no espaço da tarefa com o objetivo de determinação das matrizes regressoras (seção 5.2), as quais serão usadas nas simulações.

Na sequência, é mostrado como são realizadas as simulações (seção 5.3) sob a forma de diagramas de blocos e também determinada a trajetória desejada para o robô manipulador seguir. Finalmente, é feito o levantamento dos resultados das simulações (seção 5.4).

5.1. Modelo para Simulação

O modelo dinâmico de um robô manipulador é obtido utilizando as equações de *Lagrange*. A dinâmica do robô manipulador é parametrizada para ser descrita pela sua matriz regressora e por um vetor de parâmetros escolhido de forma a possibilitar a simulação de uma carga na extremidade do efetuador final do robô manipulador.

Para a realização do controle cinemático e do controle direto no espaço da tarefa utilizaremos o robô manipulador PUMA 560. Este robô manipulador desloca-se no plano vertical e sofre influência dos efeitos gravitacionais.

Assim, para o 2º. e 3º. elos do robô manipulador PUMA 560 (ver figura 5.1), considera-se como uma massa concentrada no final do 3º. elo o punho (o qual

corresponde aos 4º, 5º e 6º. elos) deste robô manipulador, cujo valor acrescido da massa da carga acoplada no efetuador final (m_c) é m_3 .

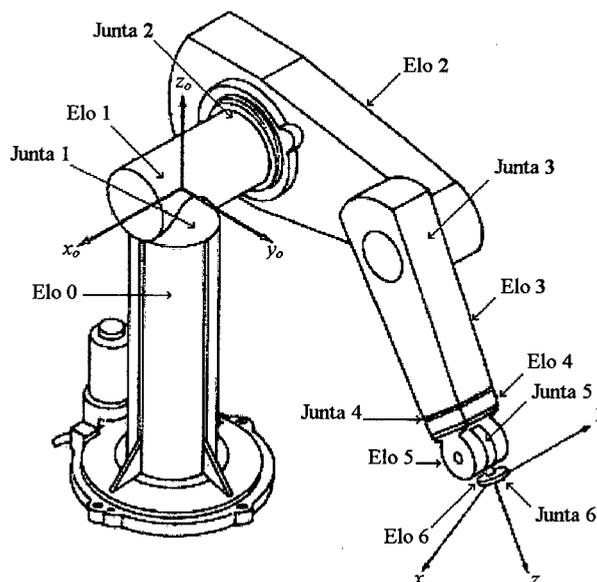


Figura 5.1 - Elos 02 e 03 do Robô Manipulador Puma 560

A partir desta consideração, para este robô manipulador de dois elos, o modelo dinâmico no espaço de juntas (2.6) é então especificado pelas seguintes matrizes:

- Matriz de Inércia:

$$H(q) = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

onde:

$$H_{11} = a_{01} + 2a_{02}c_2 + (p_{01} + 2p_{02}c_2)a_{09}$$

$$H_{12} = H_{21} = a_{03} + a_{02}c_2 + (p_{03} + p_{02}c_2)a_{09}$$

$$H_{22} = a_{07} + p_{03}a_{09}$$

- Matriz de Torques de Coriolis e Centrífugos:

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

onde:

$$C_{11} = -s_2(a_{o2} + p_{o2}a_{o9})\dot{q}_2$$

$$C_{12} = -s_2(a_{o2} + p_{o2}a_{o9})(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)$$

$$C_{21} = s_2(a_{o2} + p_{o2}a_{o9})\dot{q}_1$$

$$C_{22} = 0$$

- Vetor de Torques Gravitacionais:

$$G(q) = \begin{bmatrix} G_{11} \\ G_{21} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

onde:

$$G_{11} = a_{o5}c_1 + a_{o6}c_{12} + (p_{o4}c_1 + p_{o5}c_{12})a_{o9}$$

$$G_{21} = a_{o6}c_{12} + (p_{o5}c_{12})a_{o9}$$

sendo que $s_1 = \text{sen}(q_1)$, $s_2 = \text{sen}(q_2)$, $s_{12} = \text{sen}(q_1 + q_2)$, $c_1 = \text{cos}(q_1)$,

$c_2 = \text{cos}(q_2)$, $c_{12} = \text{cos}(q_1 + q_2)$.

A matriz $C(q, \dot{q})$ é escolhida para verificar a propriedade de anti-simetria do modelo dinâmico do robô manipulador.

Os valores numéricos dos diferentes parâmetros (a_{o_i} 's e p_{o_i} 's) do robô manipulador são fornecidos (Armstrong, 86), (Erlic e Lu, 93), (Guenther e Machado, 94) e (Guenther, 95) pela tabela 5.1 como a seguir:

Parâmetros	Valores	Parâmetros	Valores
a_{o1}	6,33	a_{o8}	0,00 (4,54)
a_{o2}	0,14	a_{o9}	1,25
a_{o3}	0,11	p_{o1}	0,37
a_{o4}	0,00 (27,6)	p_{o2}	0,18
a_{o5}	31,9	p_{o3}	0,18
a_{o6}	3,30	p_{o4}	4,23
a_{o7}	0,94	p_{o5}	4,15

Tabela 5.1 - Parâmetros dos dois elos do PUMA 560 usados na simulação

Observe que os valores de a_{o4} e a_{o8} , correspondentes ao atrito nas juntas, são considerados nulos para efeito de simulação.

A partir destes parâmetros do modelo dinâmico do robô manipulador PUMA 560 de dois elos pode-se desenvolver a parametrização linear correspondente. Assim, pela escolha do seguinte vetor de parâmetros:

$$\theta = [a_{o1} \ a_{o2} \ a_{o3} \ a_{o4} \ a_{o5} \ a_{o6} \ a_{o7} \ a_{o8} \ a_{o9}]^T \quad (5.4)$$

tal que para $i = 1, \dots, 8$, os a_{o_i} 's são independentes de m_3 , e $a_{o9} = m_3$, a matriz regressora correspondente a esta parametrização é:

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} & Y_{17} & Y_{18} & Y_{19} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} & Y_{27} & Y_{28} & Y_{29} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

com:

$$Y_{11} = \ddot{q}_1$$

$$Y_{12} = c_2(2\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) - s_2[\dot{q}_2\dot{q}_1 + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{q}_2]$$

$$Y_{13} = \ddot{q}_2$$

$$Y_{14} = \dot{q}_1$$

$$Y_{15} = c_1$$

$$Y_{16} = c_{12}$$

$$Y_{17} = 0$$

$$Y_{18} = 0$$

$$Y_{19} = (p_{o1} + 2p_{o2}c_2)\ddot{q}_1 + p_{o2}(1 + c_2)\ddot{q}_2 - p_{o2}s_2[\dot{q}_2\dot{q}_1 + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{q}_2] \\ + p_{o4}c_1 + p_{o5}c_{12}$$

$$Y_{21} = 0$$

$$Y_{22} = c_2\ddot{q}_1 + s_2\dot{q}_1\dot{q}_1$$

$$Y_{23} = \ddot{q}_1$$

$$Y_{24} = 0$$

$$Y_{25} = 0$$

$$Y_{26} = c_{12}$$

$$Y_{27} = \ddot{q}_2$$

$$Y_{28} = \dot{q}_2$$

$$Y_{29} = p_{o2}[(1 + c_2)\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + s_2\dot{q}_1\dot{q}_1] + p_{o5}c_{12}$$

Deve-se salientar que as leis de controle e as leis de adaptação escolhidas podem ser expressas com base nesta matriz regressora $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ e que para cada

classe de leis de controle, a matriz regressora correspondente contém as características da malha fechada.

5.2. Definição das Matrizes Regressoras dos Métodos de Controle

Nas simulações, são tratados os métodos de controle de Craig e de Slotine e Li para o controle cinemático e para o controle direto no espaço da tarefa. Para facilitar a implementação, as leis de controle destes métodos são parametrizadas com base na matriz regressora (5.5) de modo a obter-se as matrizes regressoras resultantes.

Assim, a matriz regressora resultante da parametrização linear da lei de controle (4.36) proposta por Craig, para o controle cinemático, é dada como:

$$Y(q, \dot{q}, u) = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} & Y_{17} & Y_{18} & Y_{19} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} & Y_{27} & Y_{28} & Y_{29} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

com:

$$Y_{11} = u_1$$

$$Y_{12} = c_2(2u_1 + u_2) - s_2[\dot{q}_2 \dot{q}_1 + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{q}_2]$$

$$Y_{13} = u_2$$

$$Y_{14} = \dot{q}_1$$

$$Y_{15} = c_1$$

$$Y_{16} = c_{12}$$

$$Y_{17} = 0$$

$$Y_{18} = 0$$

$$Y_{19} = (p_{o1} + 2p_{o2}c_2)u_1 + p_{o2}(1+c_2)u_2 - p_{o2}s_2[\dot{q}_2\dot{q}_1 + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{q}_2] \\ + p_{o4}c_1 + p_{o5}c_{12}$$

$$Y_{21} = 0$$

$$Y_{22} = c_2u_1 + s_2\dot{q}_1\dot{q}_1$$

$$Y_{23} = u_1$$

$$Y_{24} = 0$$

$$Y_{25} = 0$$

$$Y_{26} = c_{12}$$

$$Y_{27} = u_2$$

$$Y_{28} = \dot{q}_2$$

$$Y_{29} = p_{o2}[(1+c_2)u_1 + u_2 + s_2\dot{q}_1\dot{q}_1] + p_{o5}c_{12}$$

A matriz regressora da lei de adaptação (4.33), para o caso de Craig, é a mesma apresentada em (5.5), ou seja, $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$.

Para o controle direto no espaço da tarefa, faz-se uso da relação $\tau = J_a^T F$ (3.11) de modo a expressar a lei de controle de Craig (4.38) em termos dos torques aplicados nas juntas, isto é,

$$\tau = \hat{H}(q)u_t + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q) \quad (5.7)$$

onde $u_t = J_a^{-1}(u_t - \dot{J}_a\dot{q})$.

Aplicando a propriedade de parametrização linear em (5.7), a matriz regressora resultante tem a seguinte forma:

$$\bar{Y}(q, \dot{q}, u_t) = J_a^T \bar{Y}(q, \dot{q}, \dot{x}, u_t) = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{13} & \bar{Y}_{14} & \bar{Y}_{15} & \bar{Y}_{16} & \bar{Y}_{17} & \bar{Y}_{18} & \bar{Y}_{19} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} & \bar{Y}_{23} & \bar{Y}_{24} & \bar{Y}_{25} & \bar{Y}_{26} & \bar{Y}_{27} & \bar{Y}_{28} & \bar{Y}_{29} \end{bmatrix}$$

com:

$$\bar{Y}_{11} = u_{t'1}$$

$$\bar{Y}_{12} = c_2(2u_{t'1} + u_{t'2}) - s_2[2\dot{q}_1\dot{q}_2 + \dot{q}_2^2]$$

$$\bar{Y}_{13} = u_{t'2}$$

$$\bar{Y}_{14} = \dot{q}_1$$

$$\bar{Y}_{15} = c_1$$

$$\bar{Y}_{16} = c_{12}$$

$$\bar{Y}_{17} = 0$$

$$\bar{Y}_{18} = 0$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{19} = & (p_{01} + 2p_{02}c_2)u_{t'1} + p_{02}(1 + c_2)u_{t'2} - p_{02}s_2[\dot{q}_1\dot{q}_2 + \dot{q}_2^2] \\ & + p_{04}c_1 + p_{05}c_{12} \end{aligned}$$

$$\bar{Y}_{21} = 0$$

(5.8)

$$\bar{Y}_{22} = c_2u_{t'1} + s_2\dot{q}_1^2$$

$$\bar{Y}_{23} = u_{t'1}$$

$$\bar{Y}_{24} = 0$$

$$\bar{Y}_{25} = 0$$

$$\bar{Y}_{26} = c_{12}$$

$$\bar{Y}_{27} = u_{t'2}$$

$$\bar{Y}_{28} = \dot{q}_2$$

$$\bar{Y}_{29} = p_{02}[(1 + c_2)u_{t'1} + u_{t'2} + s_2\dot{q}_1^2] + p_{05}c_{12}$$

A matriz regressora que constitui a lei de adaptação (4.34) é expressa a partir da matriz regressora (5.5) como:

$$\bar{Y}(q, \dot{q}, \ddot{x}, \ddot{x}) = J_a^{-T} Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \quad (5.9)$$

Pode-se observar que a relação (5.9) é a mesma apresentada em (4.32).

Para o caso de Slotine e Li, a matriz regressora resultante da parametrização linear da lei de controle (4.44), para o emprego do controle cinemático, é definida como:

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r, \ddot{q}_r) = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} & Y_{17} & Y_{18} & Y_{19} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} & Y_{27} & Y_{28} & Y_{29} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

com:

$$Y_{11} = \ddot{q}_{r1}$$

$$Y_{12} = c_2(2\ddot{q}_{r1} + \ddot{q}_{r2}) - s_2[\dot{q}_2\dot{q}_{r1} + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{q}_{r2}]$$

$$Y_{13} = \ddot{q}_{r2}$$

$$Y_{14} = \dot{q}_{r1}$$

$$Y_{15} = c_1$$

$$Y_{16} = c_{12}$$

$$Y_{17} = 0$$

$$Y_{18} = 0$$

$$Y_{19} = (p_{01} + 2p_{02}c_2)\ddot{q}_{r1} + p_{02}(1 + c_2)\ddot{q}_{r2} - p_{02}s_2[\dot{q}_2\dot{q}_{r1} + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{q}_{r2}] \\ + p_{04}c_1 + p_{05}c_{12}$$

$$Y_{21} = 0$$

$$Y_{22} = c_2 \ddot{q}_{r_1} + s_2 \dot{q}_1 \dot{q}_{r_1}$$

$$Y_{23} = \ddot{q}_{r_1}$$

$$Y_{24} = 0$$

$$Y_{25} = 0$$

$$Y_{26} = c_{12}$$

$$Y_{27} = \ddot{q}_{r_2}$$

$$Y_{28} = \dot{q}_{r_2}$$

$$Y_{29} = p_{02} [(1 + c_2) \ddot{q}_{r_1} + \ddot{q}_{r_2} + s_2 \dot{q}_1 \dot{q}_{r_1}] + p_{05} c_{12}$$

A matriz regressora usada na lei de adaptação (4.46), para o caso de Slotine e Li, é a mesma apresentada em (5.10).

Na realização do controle direto no espaço da tarefa, usa-se a relação $\tau = J_a^T F$ (3.11) com o objetivo de expressar a lei de controle de Slotine e Li (4.47) em termos dos torques aplicados nas juntas, isto é,

$$\tau = \hat{H}(q) \ddot{x}_{r'} + \hat{C}(q, \dot{q}) \dot{x}_{r'} + \hat{G}(q) - J_a^T K_{v_i} r_t \quad (5.11)$$

onde $\ddot{x}_{r'} = J_a^{-1} \ddot{x}_r - \dot{J}_a \dot{x}_{r'}$ e $\dot{x}_{r'} = J_a^{-1} \dot{x}_r$.

A matriz regressora obtida da propriedade de parametrização linear de (5.11), é a seguinte:

$$\bar{Y}(q, \dot{q}, \dot{x}_{r'}, \ddot{x}_{r'}) = J_a^T \bar{Y}(q, \dot{q}, \dot{x}_r, \ddot{x}_r) = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{13} & \bar{Y}_{14} & \bar{Y}_{15} & \bar{Y}_{16} & \bar{Y}_{17} & \bar{Y}_{18} & \bar{Y}_{19} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} & \bar{Y}_{23} & \bar{Y}_{24} & \bar{Y}_{25} & \bar{Y}_{26} & \bar{Y}_{27} & \bar{Y}_{28} & \bar{Y}_{29} \end{bmatrix}$$

com:

$$\begin{aligned}
\bar{Y}_{11} &= \ddot{x}_{r'1} \\
\bar{Y}_{12} &= c_2(2\ddot{x}_{r'1} + \ddot{x}_{r'2}) - s_2[\dot{q}_2\dot{x}_{r'1} + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{x}_{r'2}] \\
\bar{Y}_{13} &= \ddot{x}_{r'2} \\
\bar{Y}_{14} &= \dot{x}_{r'1} \\
\bar{Y}_{15} &= c_1 \\
\bar{Y}_{16} &= c_{12} \\
\bar{Y}_{17} &= 0 \\
\bar{Y}_{18} &= 0 \\
\bar{Y}_{19} &= (p_{01} + 2p_{02}c_2)\ddot{x}_{r'1} + p_{02}(1 + c_2)\ddot{x}_{r'2} - p_{02}s_2[\dot{q}_2\dot{x}_{r'1} + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{x}_{r'2}] \\
&\quad + p_{04}c_1 + p_{05}c_{12} \\
\bar{Y}_{21} &= 0 \\
\bar{Y}_{22} &= c_2\ddot{x}_{r'1} + s_2\dot{q}_1\dot{x}_{r'1} \\
\bar{Y}_{23} &= \ddot{x}_{r'1} \\
\bar{Y}_{24} &= 0 \\
\bar{Y}_{25} &= 0 \\
\bar{Y}_{26} &= c_{12} \\
\bar{Y}_{27} &= \ddot{x}_{r'2} \\
\bar{Y}_{28} &= \dot{x}_{r'2} \\
\bar{Y}_{29} &= p_{02}[(1 + c_2)\ddot{x}_{r'1} + \ddot{x}_{r'2} + s_2\dot{q}_1\dot{x}_{r'1}] + p_{05}c_{12}
\end{aligned} \tag{5.12}$$

A matriz regressora da lei de adaptação (4.49) é obtida da multiplicação de

(5.12) por J_a^{-T} :

$$\bar{Y}(q, \dot{q}, \ddot{q}, \dot{x}_r, \ddot{x}_r) = J_a^{-T} \bar{Y}(q, \dot{q}, \ddot{q}, \dot{x}_{r'}, \ddot{x}_{r'}) \quad (5.13)$$

5.3. Realização das Simulações

Esta seção dá uma visão geral sobre o ambiente de simulação em que serão realizadas as simulações, descreve o objetivo principal destas simulações e mostra a trajetória gerada que o efetuador final do robô manipulador deverá seguir.

5.3.1. Ambiente de Simulação

As simulações são realizadas pelo software SIMNON (Elmqvist, 93) - um programa de computador que serve para simulação de expressões e relações matemáticas não-lineares entre os sinais de entrada e de saída em um sistema, bem como serve para a conexão de vários subsistemas que constituem em um único sistema - através da conexão de blocos correspondendo aos subsistemas que representam os métodos de controle abordados (ver figura 5.2):

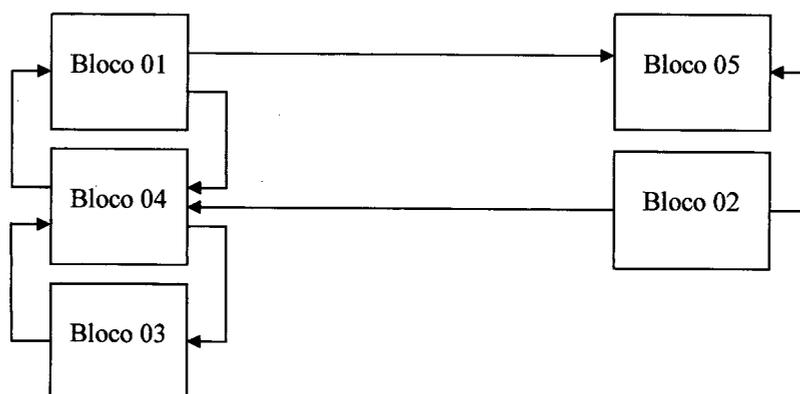


Figura 5.2 - Esquema dos Blocos para Simulação no SIMNON

onde:

- Bloco 1: representa o modelo dinâmico do robô manipulador. Os torques de controle τ constituem suas entradas gerando como saídas as posições, velocidades e acelerações no espaço da tarefa (x , \dot{x} e \ddot{x}) pelo uso da cinemática direta.
- Bloco 2: constitui o gerador de trajetórias. Como o próprio nome diz, este gera as saídas - posições, velocidades e acelerações desejadas no espaço da tarefa (x_d , \dot{x}_d e \ddot{x}_d) - e não necessita assim de entradas. Caso a lei de controle aplicada seja no espaço de juntas, faz-se a cinemática inversa para obter as posições, velocidades e acelerações desejadas no espaço de juntas (q_d , \dot{q}_d e \ddot{q}_d).
- Bloco 3: representa a lei de controle. As saídas deste bloco são constituídas pelos torques de controle τ e as entradas são definidas de acordo com a lei de controle aplicada, seja no espaço de juntas ou no espaço da tarefa.
- Bloco 4: representa a conexão dos blocos 1, 2 e 3 formando um único sistema.
- Bloco 5: representa a macro de execução que contém todos os comandos necessários para realização das simulações incluindo as inicializações das variáveis de estado (q e \dot{q}).

Cabe ressaltar que cada bloco é implementado como um sistema contínuo.

5.3.2. Objetivo das Simulações

O objetivo destas simulações é mostrar a possibilidade de realização do controle cinemático como também do controle direto no espaço da tarefa. Assim, as simulações são realizadas para os casos:

- não-adaptativo em que os parâmetros nominais do robô manipulador são reduzidos em 30% de seus valores e são utilizados nas leis de controle (ou controladores);
- adaptativo em que a redução de 30% nos valores dos parâmetros nominais do robô manipulador são utilizados como condições iniciais.

Em ambos os casos, verifica-se o comportamento dos erros de seguimento, dos torques de controle e da trajetória desejada em relação a trajetória realizada pelo robô manipulador. No caso adaptativo, também verifica-se o comportamento dos parâmetros estimados.

5.3.3. Geração de Trajetórias

O problema de controle, correspondente ao bloco 02, tratado nas simulações é o do seguimento de trajetória. Neste problema de controle, a determinação dos valores desejados no espaço de juntas e da tarefa para a posição é feita a partir da relação existente entre estes dois espaços, ou seja, a partir da cinemática inversa.

É necessário ainda, independente do espaço em que está sendo implementada a lei de controle, definir trajetórias suaves para posição, velocidade e aceleração, as quais geralmente são desejáveis para o movimento do robô manipulador. Assim, uma trajetória suave é definida como sendo uma função contínua, que tem a sua derivada primeira também contínua. Às vezes também é desejável ter a sua derivada segunda contínua.

Portanto, uma trajetória desejada para um robô manipulador seguir é suave considerando que esta trajetória e suas derivadas para uma ordem necessária são todas uniformemente limitadas (Qu e Dawson, 96). A fim de garantir trajetórias suaves, deve-se colocar alguma classe de restrições nas qualidades espacial e temporal no

trajeto entre os pontos intermediários (Craig, 86). Isto pode ser conseguido definindo um polinômio de 3ª. ordem para a velocidade, cujos coeficientes são determinados a partir do tempo desejado para variação dos valores da velocidade.

Para a realização do controle direto no espaço da tarefa determina-se que o efetuador final do robô manipulador siga uma trajetória retilínea onde os valores iniciais e finais das posições desejadas no espaço da tarefa são, respectivamente (ver figura 5.3a):

$$\begin{aligned}x_d(0) &= y_d(0) = 0.2 \text{ m.} \\x_d(9) &= y_d(9) = 0.5 \text{ m.}\end{aligned}\tag{5.14}$$

sendo que as velocidades e acelerações desejadas no espaço da tarefa, iniciais e finais, são iguais a zero (ver figuras 5.3b e 5.3c).

Porém para execução deste seguimento de trajetória tem-se que dividi-lo em três etapas:

1. Na primeira etapa, deseja-se a aceleração da trajetória. A expressão polinomial cúbica para a velocidade desejada é a seguinte:

$$\dot{x}_d(t) = \dot{y}_d(t) = a_1 t^3 + a_2 t^2 + a_3 t + a_4\tag{5.15}$$

Diferenciando (5.15), obtém-se a aceleração desejada:

$$\ddot{x}_d(t) = \ddot{y}_d(t) = 3a_1 t^2 + 2a_2 t + a_3\tag{5.16}$$

e integrando a velocidade desejada ($\dot{x}_d(t) = \dot{y}_d(t)$), obtém-se a

posição desejada ($x_d(t) = y_d(t)$).

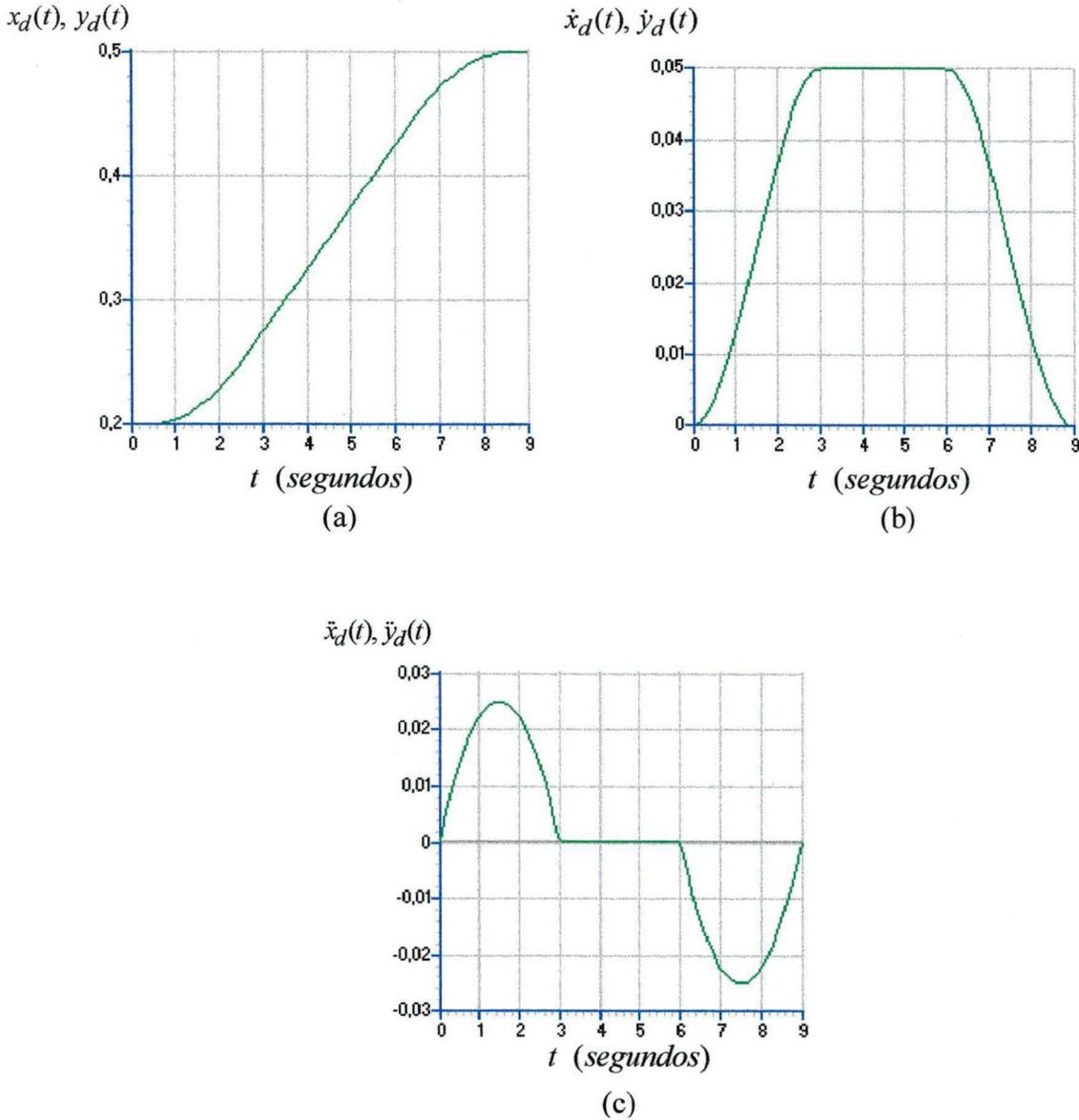


Figura 5.3 - Posições (m) - (a), velocidades (m/s) - (b) e acelerações (m/s^2) - (c) desejadas no espaço da tarefa

Esta etapa tem um período de duração de 0 a 3 segundos, sendo que:

$$\begin{aligned} \dot{x}_d(0) = \dot{y}_d(0) = 0 & & \ddot{x}_d(0) = \ddot{y}_d(0) = 0 \\ & & \end{aligned} \tag{5.17}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_d(3) = \dot{y}_d(3) = \dot{x}_{d_{má\ x}} = \dot{y}_{d_{má\ x}} & & \ddot{x}_d(3) = \ddot{y}_d(3) = 0 \end{aligned}$$

são restrições impostas que facilitam o cálculo dos coeficientes a_1 , a_2 , a_3 e a_4 da expressão polinomial cúbica (5.15).

Logo, os valores destes coeficientes são:

$$\begin{aligned} a_1 &= -3.704e-3 \\ a_2 &= 1.667e-2 \\ a_3 &= 0 \\ a_4 &= 0 \end{aligned} \tag{5.18}$$

considerando que a velocidade máxima ($\dot{x}_{d_{máx}} = \dot{y}_{d_{máx}}$) é de 0.05 m/s.

2. Na segunda etapa, o objetivo é manter a velocidade da trajetória constante, sendo necessárias as seguintes restrições:

$$\dot{x}_d(3) = \dot{y}_d(3) = \dot{x}_{d_{máx}} = \dot{y}_{d_{máx}} \quad \ddot{x}_d(3) = \ddot{y}_d(3) = 0 \tag{5.19}$$

$$\dot{x}_d(6) = \dot{y}_d(6) = \dot{x}_{d_{máx}} = \dot{y}_{d_{máx}} \quad \ddot{x}_d(6) = \ddot{y}_d(6) = 0$$

A posição desejada ($x_d(t) = y_d(t)$) é obtida integrando a velocidade desejada ($\dot{x}_d(t) = \dot{y}_d(t)$) no período de 3 a 6 segundos.

3. O objetivo na terceira etapa é a desaceleração da trajetória. Para isto ocorrer usa-se um polinômio de 3^a. ordem referente à velocidade desejada como:

$$\dot{x}_d(t) = \dot{y}_d(t) = a_5 t^3 + a_6 t^2 + a_7 t + a_8 \quad (5.20)$$

Diferenciando (5.20) resulta:

$$\ddot{x}_d(t) = \ddot{y}_d(t) = 3a_5 t^2 + 2a_6 t + a_7 \quad (5.21)$$

e impondo as restrições necessárias:

$$\dot{x}_d(6) = \dot{y}_d(6) = \dot{x}_{d_{máx}} = \dot{y}_{d_{máx}} \quad \ddot{x}_d(6) = \ddot{y}_d(6) = 0 \quad (5.22)$$

$$\dot{x}_d(9) = \dot{y}_d(9) = 0 \quad \ddot{x}_d(9) = \ddot{y}_d(9) = 0$$

pode-se determinar os valores dos coeficientes a_5 , a_6 , a_7 e a_8 do polinômio de 3^a. ordem (5.20), os quais são:

$$\begin{aligned} a_5 &= 3.704e-3 \\ a_6 &= -8.333e-2 \\ a_7 &= 0.60 \\ a_8 &= -1.35 \end{aligned} \quad (5.23)$$

considerando que a velocidade máxima ($\dot{x}_{d_{máx}} = \dot{y}_{d_{máx}}$) é de 0.05 m/s.

Fazendo a integração da velocidade desejada ($\dot{x}_d(t) = \dot{y}_d(t)$) de 6 a 9 segundos, a posição desejada ($x_d(t) = y_d(t)$) é obtida.

Logo, o seguimento de trajetória desejado tem um período de duração de 0 a 9 segundos e a trajetória resultante no espaço da tarefa é uma linha reta no plano bidimensional $x - y$ (ver figura 5.4).

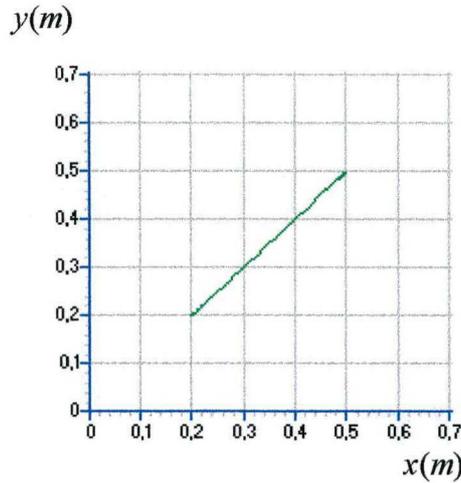


Figura 5.4 - Trajetória desejada

Deve-se ainda ressaltar que a trajetória desejada é definida pelos sinais x_d , y_d , \dot{x}_d , \dot{y}_d , \ddot{x}_d , \ddot{y}_d , os quais são limitados e de dimensão n .

Para a realização do controle cinemático é necessário transformar as variáveis do espaço da tarefa nas variáveis do espaço de juntas pelo uso da cinemática inversa, ou seja, as posições desejadas nas juntas q_d (ver figura 5.5) são obtidas por:

$$q_d = k^{-1}(x_d) \quad (5.24)$$

As velocidades desejadas nas juntas \dot{q}_d (ver figura 5.6) são obtidas pelo mapeamento não-linear usando a inversa do jacobiano analítico em função das posições desejadas nas juntas q_d , ou seja,

$$\dot{q}_d = J_a^{-1}(q_d)\dot{x}_d \quad (5.25)$$

As acelerações desejadas nas juntas \ddot{q}_d (ver figura 5.7) são calculadas por:

$$\ddot{q}_d = J_a^{-1}(q_d)[\ddot{x}_d - \dot{J}_a(q_d, \dot{q}_d)\dot{q}_d] \quad (5.26)$$

Pode-se observar de (5.26) que a inversa do jacobiano analítico J_a^{-1} é em função das posições desejadas nas juntas q_d e que a derivada do jacobiano analítico \dot{J}_a é em função das posições desejadas nas juntas q_d e das velocidades desejadas nas juntas \dot{q}_d .

Deve-se também ressaltar que as variáveis de juntas (q e \dot{q}) dos dois elos do robô manipulador PUMA 560, para a execução desta trajetória (figura 5.4) nas simulações, tem que ser inicializadas com os seguintes valores:

$$\begin{aligned} q_1(0) &= -1.4722 \text{ rad.} & q_2(0) &= 2.79791 \text{ rad.} \\ \dot{q}_1(0) &= 0 \text{ rad./s.} & \dot{q}_2(0) &= 0 \text{ rad./s.} \end{aligned} \quad (5.27)$$

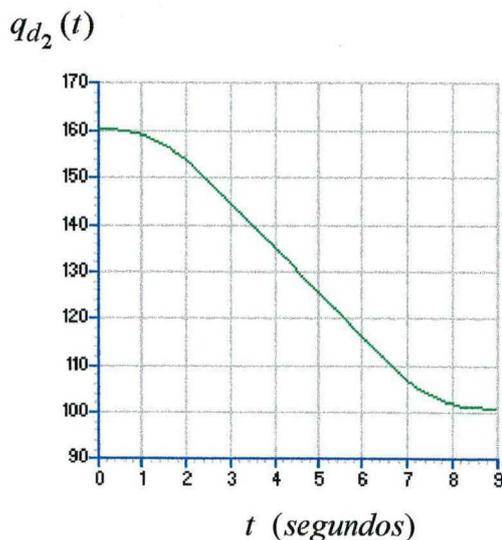
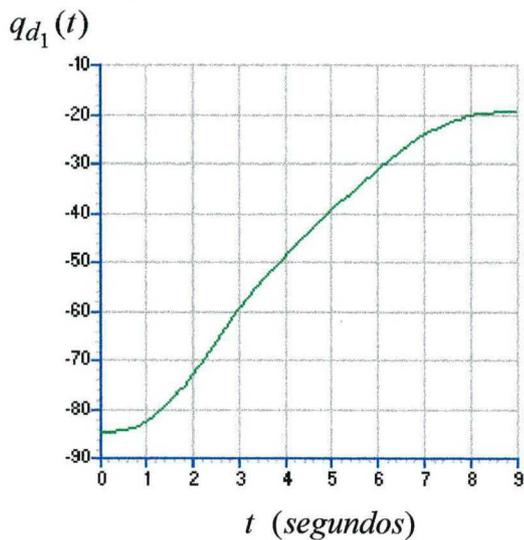


Figura 5.5 - Posições desejadas nas juntas 01 e 02 (graus)

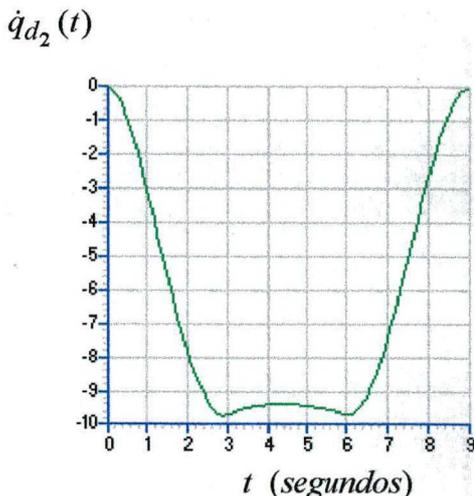
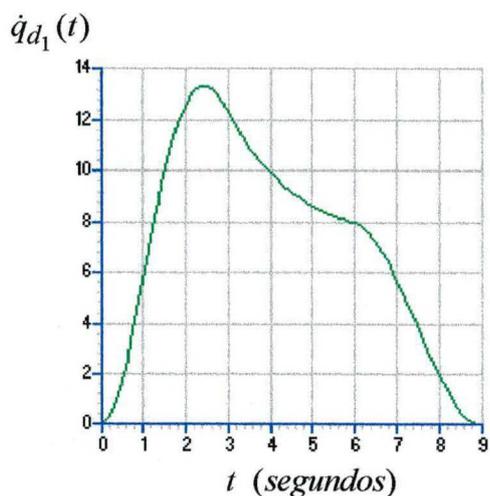


Figura 5.6 - Velocidades desejadas nas juntas 01 e 02 (graus/s)

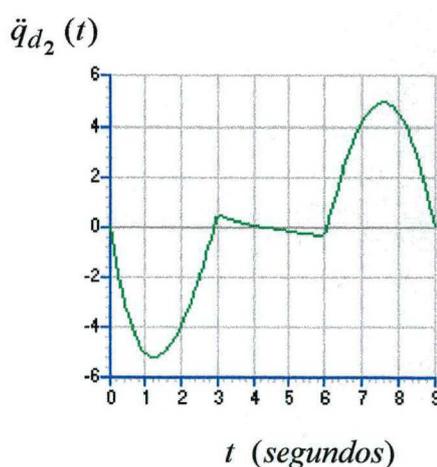
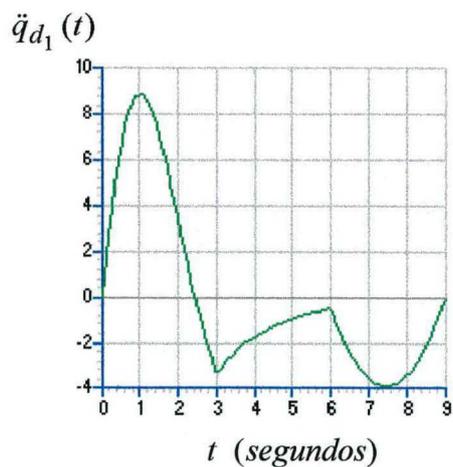


Figura 5.7 - Acelerações desejadas nas juntas 01 e 02 (graus/s²)

Nas seções seguintes, a trajetória desejada da figura 5.4 é referenciada como trajetória 01.

5.4. Resultados das Simulações

As simulações foram realizadas considerando que os dois elos do robô manipulador PUMA 560 deve seguir a trajetória 01, a qual é descrita em termos das posições no espaço da tarefa.

O algoritmo de integração usado nas simulações foi o de Runge-Kutta de 4^a/5^a ordem e o tamanho do passo de integração utilizado foi tal que a precisão do algoritmo foi de 10^{-6} .

Nas simulações considerou-se também que a incerteza na inércia foi ocasionada apenas pela massa do punho e pela massa da carga acopladas ao final do 3^o. elo do PUMA 560. Da parametrização linear (5.4) e (5.5) pode-se verificar que esta incerteza na inércia considera a_{o_i} , $i = 1$ a 8 conhecidos e a_{o_i} , $i = 9$ desconhecido.

O valor atribuído a a_{o_9} foi tomado com uma redução de 30% de seu valor nominal. Com isto, o vetor de parâmetros nominais foi definido como $\theta = [a_{o_1} \ a_{o_2} \ \dots \ a_{o_8} \ a_{o_9}]^T$, onde a_{o_i} , $i = 1$ a 8 são fornecidos pela tabela 5.1 e $a_{o_9} = 0.875$ (70% de 1.25).

Como o objetivo deste trabalho é mostrar o controle cinemático e o controle direto no espaço da tarefa para robôs manipuladores, as simulações foram realizadas utilizando as

matrizes de ganhos proporcionais e derivativos (K_p e K_v são diagonais) com valores fixos (ver tabela 5.2) para o emprego do controle cinemático e as matrizes de ganhos proporcionais e derivativos ($K_{p_t} = K_{v_t} \Lambda_t$ e K_{v_t} são diagonais) com valores fixos (ver tabela 5.3) para o emprego do controle direto no espaço da tarefa, tanto para o método de controle de Craig como para o método de controle de Slotine e Li.

Matrizes de ganho	Controle Cinemático	
	Craig	Slotine
$K_{v_{11}}, K_{v_{22}}$	8.88	17.00
$K_{p_{11}}, K_{p_{22}}$	19.75	72.25
α_{11}, α_{22}	3.00	-
$\Lambda_{11}, \Lambda_{22}$	-	4.25

Tabela 5.2 - Matrizes de ganhos fixos para realização do controle cinemático

Matrizes de ganho	Controle no Espaço da Tarefa	
	Craig	Slotine
$K_{v_{t11}}, K_{v_{t22}}$	8.88	17.00
$K_{p_{t11}}, K_{p_{t22}}$	19.75	72.25
$\alpha_{t11}, \alpha_{t22}$	3.00	-
$\Lambda_{t11}, \Lambda_{t22}$	-	4.25

Tabela 5.3 - Matrizes de ganhos fixos para realização do controle direto no espaço da tarefa

Para o caso adaptativo, o ganho de adaptação é fornecido pela tabela 5.4.

Ganho de Adaptação	Controle Cinemático		Controle Espaço da tarefa	
	Craig	Slotine	Craig	Slotine
Γ_{99}	50	20	50	20

Tabela 5.4 - Ganho de adaptação para realização do controle cinemático e do controle direto no espaço de tarefa

Estes valores apresentados nas tabelas 5.2, 5.3 e 5.4 foram obtidos mediante simulações, nas quais buscou-se encontrar valores de erros de seguimento aceitáveis.

A seguir são mostrados os resultados das simulações para os casos não-adaptativo e adaptativo dos métodos de controle de Craig e de Slotine e Li utilizando o controle cinemático e o controle direto no espaço da tarefa. Tanto para o controle cinemático quanto para o controle direto no espaço da tarefa, foi analisado o comportamento do sistema em malha fechada com base no seguimento da trajetória 01.

5.4.1. Método de Craig

⇒ Caso não-adaptativo:

Para o seguimento da trajetória 01, o comportamento dos erros de seguimento de posição, obtido pelo emprego do controle cinemático, apresenta uma pequena diferença em relação ao comportamento dos erros de seguimento de posição obtido pela utilização do controle direto no espaço de tarefa (ver figura 5.8).

Uma das razões para a existência da diferença entre estes comportamentos dos erros de seguimento de posição é o uso do jacobiano analítico na cinemática inversa para a realização do controle cinemático, o qual é definido em função das posições desejadas nas juntas $J_a(q_d)$. Por outro lado, na cinemática direta, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço de tarefa, faz-se uso do jacobiano analítico em função das posições nas juntas $J_a(q)$. Isto resulta em erros pois os jacobianos analíticos são diferentes,

ou seja, $J_a(q_d) \neq J_a(q)$. Deve-se ainda salientar que $J_a(q_d) \rightarrow J_a(q)$ quando $q_d \rightarrow q$, provocando redução na diferença.

Considerando que as matrizes de ganhos proporcional e derivativo são iguais ($K_p = K_{p_t}$ e $K_v = K_{v_t}$), uma outra razão da diferença existente entre os comportamentos dos erros está no uso de estratégias de controle distintas, ou seja, as dinâmicas do erro do sistema em malha fechada resultantes são diferentes (não há um mapeamento linear entre elas).

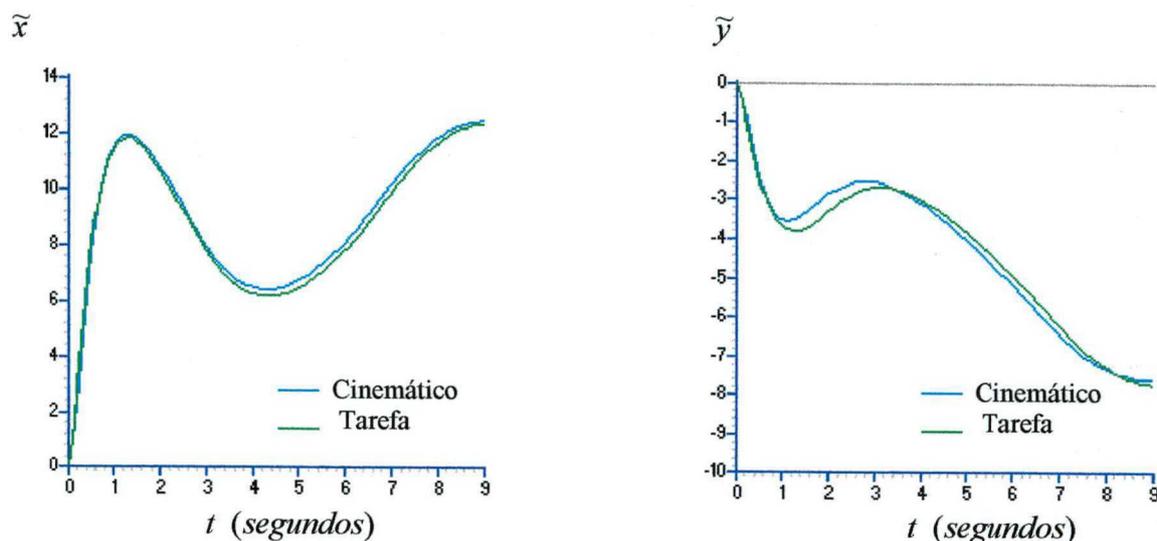


Figura 5.8 - Erros de seguimento de posição (mm) nas direções x e y resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso não-adaptativo de Craig

Observando a figura 5.8 resultante do seguimento da trajetória 01, verifica-se também que os erros de seguimento de posição são provocados pelos efeitos dos torques gravitacionais e pela incerteza na inércia (ou na carga), tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço de tarefa.

Com relação aos torques de entrada para a realização do seguimento da trajetória 01 (ver figura 5.9), tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço de tarefa, as curvas resultantes destes torques apresentam comportamentos suaves e muito parecidos (na mesma ordem de grandeza).

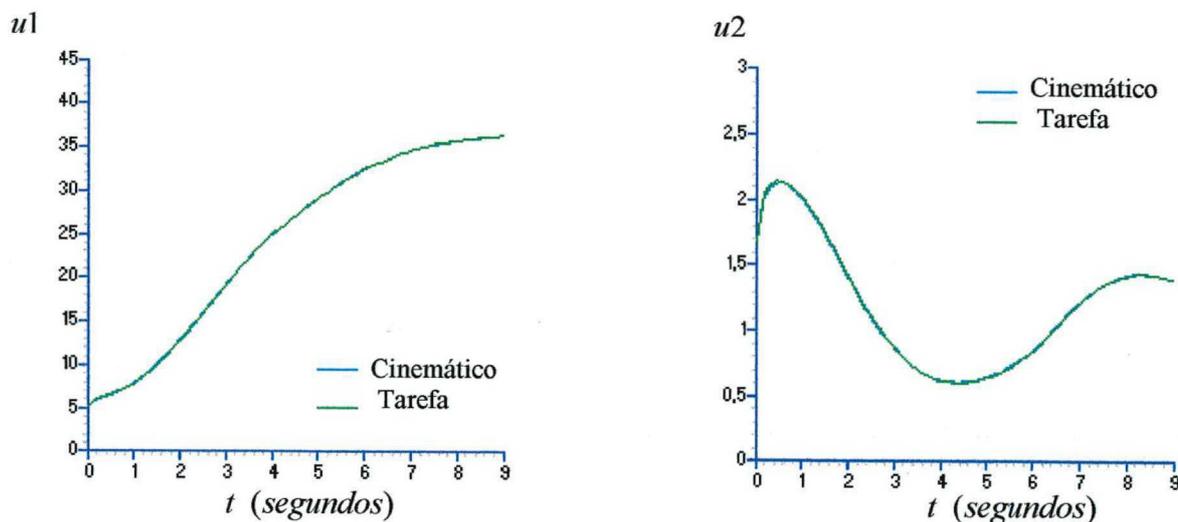


Figura 5.9 - Torques de entrada (Nm) nas juntas 01 e 02 resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso não-adaptativo de Craig

Quanto ao seguimento da trajetória 01, pode-se verificar que os erros de seguimento de posição não convergem a zero, então através da figura 5.10 observa-se que esta trajetória não é seguida pelo efetuador final do robô manipulador, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço de tarefa.

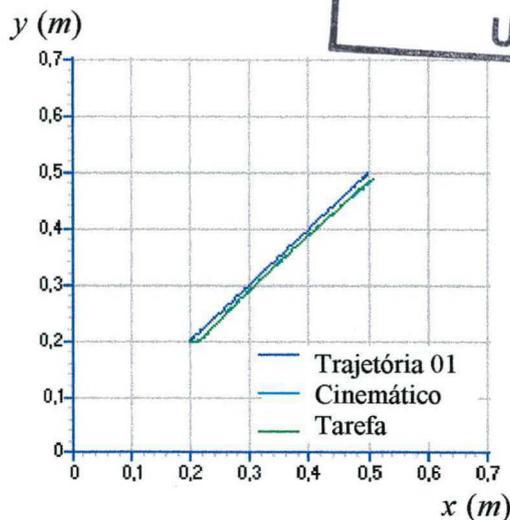


Figura 5.10 - Trajetórias realizadas pelo robô manipulador a partir do seguimento da trajetória 01 para o caso não-adaptativo de Craig

Na sequência, a tabela 5.5 mostra os valores absolutos dos erros máximos de posição e de velocidade e o valor absoluto do torque de entrada máximo aplicado em cada junta.

Caso Não-Adaptativo - Método de Craig		
Controle	Cinemático	Espaço de Tarefa
Erro Máx. Abs. Posição \tilde{x} (mm)	12.45	12.37
Erro Máx. Abs. Posição \tilde{y} (mm)	7.58	7.70
Erro Máx. Abs. Velocidade $\dot{\tilde{x}}$ (mm/s)	19.41	19.38
Erro Máx. Abs. Velocidade $\dot{\tilde{y}}$ (mm/s)	6.08	6.03
Torque Máx. na Junta 1 (N.m)	36.33	36.33
Torque Máx. na Junta 2 (N.m)	2.14	2.14

Tabela 5.5 - Resultados de simulação para o caso não-adaptativo - Método de Craig

Pode-se observar na tabela 5.5 que os valores máximos absolutos obtidos para o seguimento da trajetória 01 são muito próximos, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço de tarefa, apesar dos comportamentos dinâmicos serem diferentes.

Na tabela 5.5 pode-se também observar que os valores máximos absolutos dos erros de seguimento na direção x são maiores porque a incerteza na inércia (ou na carga) é menor na direção y . Na figura 5.8 referente ao comportamento dos erros de seguimento de posição, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço de tarefa, a observação acima também é verificada.

Para este caso, simulou-se também uma trajetória mais rápida (período de duração de 0 a 3 segundos), porém semelhante a trajetória 01, usando as mesmas matrizes de ganho. Os resultados obtidos destas simulações são dados a seguir:

- Os erros de seguimento de posição sofreram uma redução significativa, porém estes não convergiram a zero, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço de tarefa. A diferença entre os comportamentos dos erros de seguimento de posição sofreu um acréscimo significativo.
- Os torques de entrada apresentaram comportamentos parecidos e mantiveram na mesma ordem de grandeza.
- A trajetória desejada não é seguida pelo efetuador final do robô manipulador.

⇒ Caso Adaptativo:

Observando a figura 5.11 pode-se verificar que os comportamentos dos erros de seguimento de posição apresentam uma pequena diferença nos 2 primeiros segundos

aproximadamente e, em seguida, convergem assintoticamente a zero, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço de tarefa.

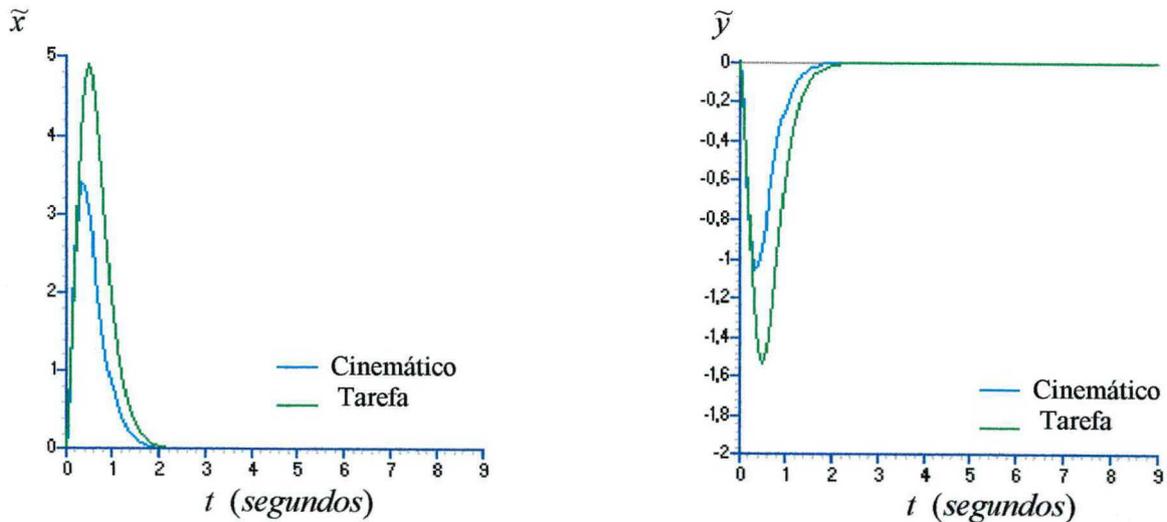


Figura 5.11 - Erros de seguimento de posição (mm) nas direções x e y resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso adaptativo de Craig

A pequena diferença ocorre devido as mesmas razões mencionadas no caso não-adaptativo.

A convergência a zero dos comportamentos dos erros de seguimento de posição ocorre porque os efeitos dos torques gravitacionais e a incerteza na inércia (ou na carga) foram devidamente compensados.

Analisando os torques de entrada resultantes do seguimento da trajetória 01 (ver figura 5.12), verifica-se que os torques gerados pelo controle direto no espaço de tarefa teve um acréscimo, porém insignificante, em relação aos torques gerados pelo controle cinemático.

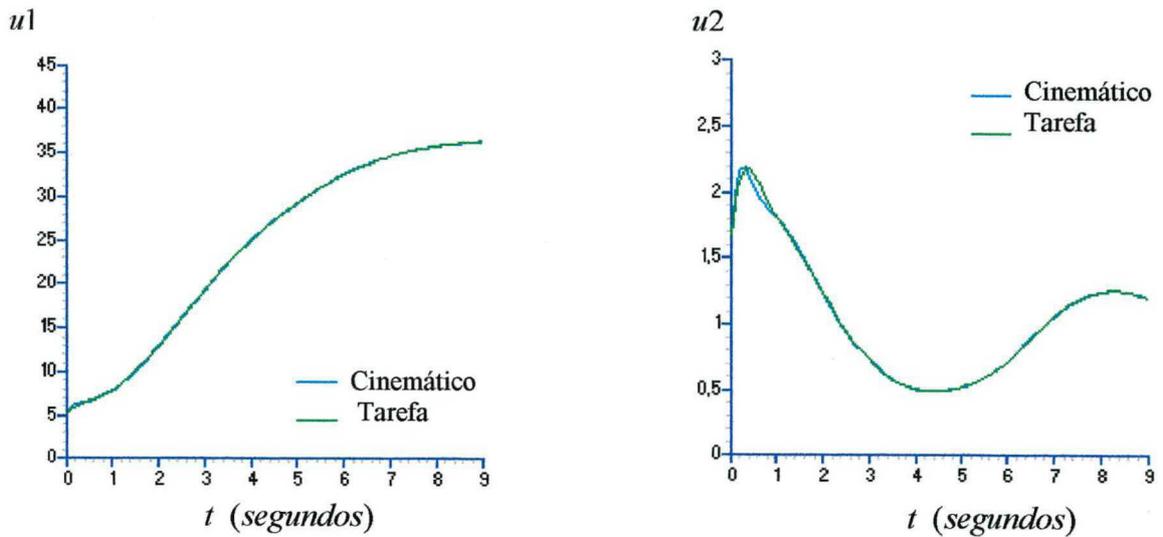


Figura 5.12 - Torques de entrada (Nm) nas juntas 01 e 02 resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso adaptativo de Craig

Quanto ao seguimento da trajetória 01, pode-se verificar que os erros de seguimento de posição convergem a zero, então através da figura 5.13 observa-se que esta trajetória é seguida pelo efetuador final do robô manipulador, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço de tarefa.

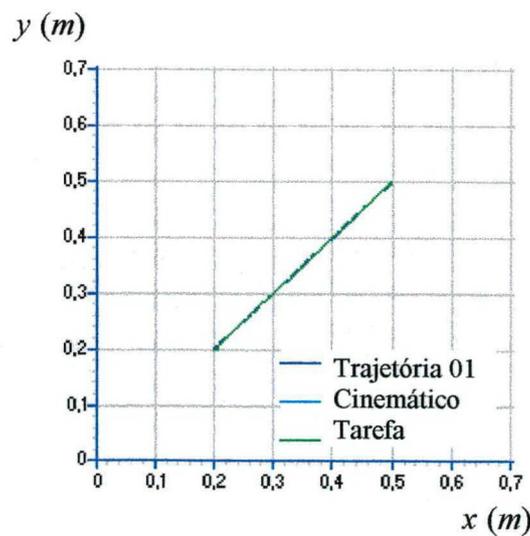


Figura 5.13 - Trajetórias realizadas pelo robô manipulador a partir do seguimento da trajetória 01 para o caso adaptativo de Craig

Com relação aos parâmetros estimados para a realização do seguimento da trajetória 01 (ver figura 5.14), tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço de tarefa, estes convergem para os seus valores verdadeiros (nominais), apesar desta trajetória não ser persistentemente excitada.

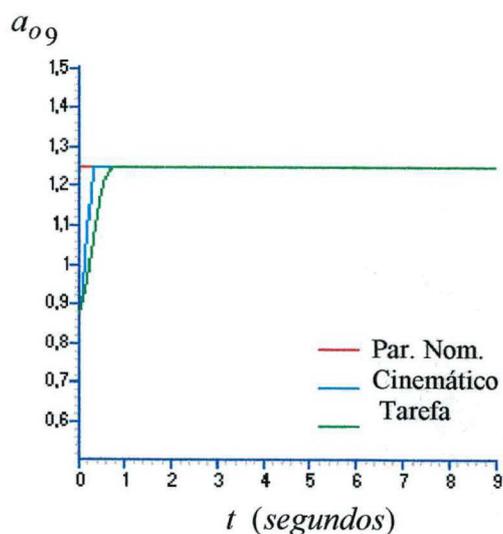


Figura 5.14 - Parâmetros estimados resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso adaptativo de Craig

A seguir, a tabela 5.6 mostra os valores absolutos dos erros máximos de posição e de velocidade e o valor absoluto do torque de entrada máximo aplicado em cada junta.

Caso Adaptativo - Método de Craig		
Controle	Cinemático	Espaço de Tarefa
Erro Máx. Abs. Posição \tilde{x} (mm)	3.40	4.92
Erro Máx. Abs. Posição \tilde{y} (mm)	1.02	1.53
Erro Máx. Abs. Velocidade $\dot{\tilde{x}}$ (mm/s)	13.80	16.19
Erro Máx. Abs. Velocidade $\dot{\tilde{y}}$ (mm/s)	4.28	5.01
Torque Máx. na Junta 1 (N.m)	36.31	36.31
Torque Máx. na Junta 2 (N.m)	2.19	2.17

Tabela 5.6 - Resultados de simulação para o caso adaptativo - Método de Craig

Na tabela 5.6 pode-se observar que os valores máximos absolutos obtidos para o seguimento da trajetória 01 são muito próximos, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço de tarefa, apesar dos comportamentos do sistema em malha fechada serem diferentes.

Na tabela 5.6 pode-se também observar que os valores máximos absolutos dos erros de seguimento na direção x são maiores porque a incerteza na inércia (ou na carga) é menor na direção y . Na figura 5.11 referente ao comportamento dos erros de seguimento de posição, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço de tarefa, a observação acima também é verificada.

Para este caso, as simulações com uma trajetória mais rápida, verificou-se os mesmos resultados obtidos para o caso não-adaptativo, exceto que os parâmetros estimados convergem lentamente para os seus valores verdadeiros (nominais).

5.4.2. Método de Slotine e Li

⇒ Caso não-adaptativo:

Para o seguimento da trajetória 01, os erros de seguimento de posição (ver figura 5.15) apresentam comportamentos diferentes, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço de tarefa.

diferente do jacobiano analítico utilizado na cinemática direta, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço de tarefa, ou seja, $J_a(q_d) \neq J_a(q)$.

Outra razão está no uso de estratégias de controle distintas, ou seja, as dinâmicas do erro do sistema em malha fechada resultantes são diferentes (não há mapeamento linear entre elas), considerando que as matrizes de ganhos proporcional e derivativo são iguais ($K_p = K_{p_t}$ e $K_v = K_{v_t}$).

Por outro lado, estes erros de seguimento de posição existem devido ao fato dos efeitos dos torques gravitacionais e da incerteza na inércia não terem sido compensados, como pode ser visto na figura 5.15, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço de tarefa.

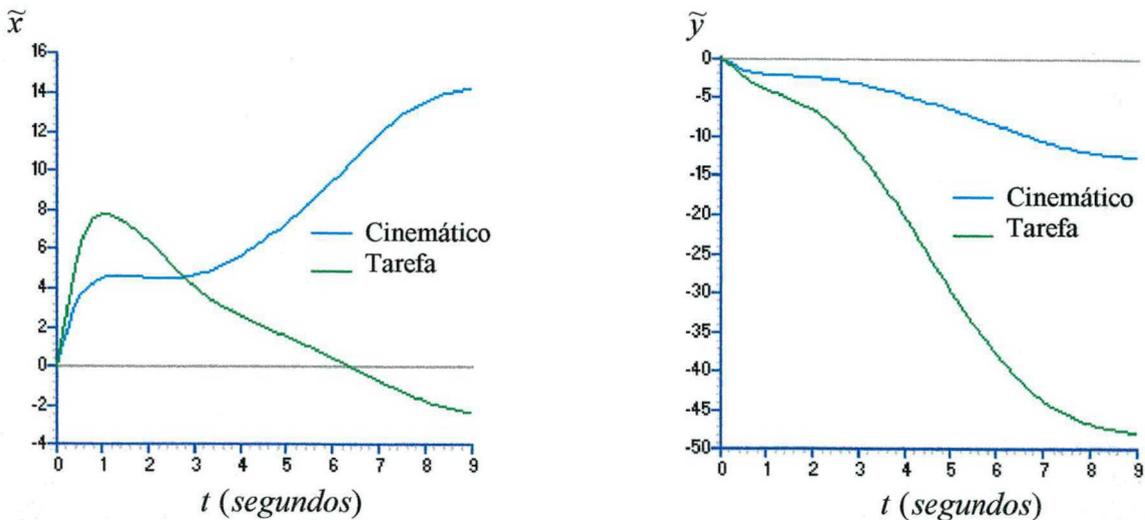


Figura 5.15 - Erros de seguimento de posição (mm) nas direções x e y resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso não-adaptativo de Slotine e Li

Com relação aos torques de entrada (ver figura 5.16), pode-se verificar que os torques gerados pelo emprego do controle cinemático e os torques de entrada gerados pelo emprego do controle direto no espaço da tarefa apresentam comportamentos diferentes. Estes comportamentos diferem por causa do uso de estratégias de controle distintas.

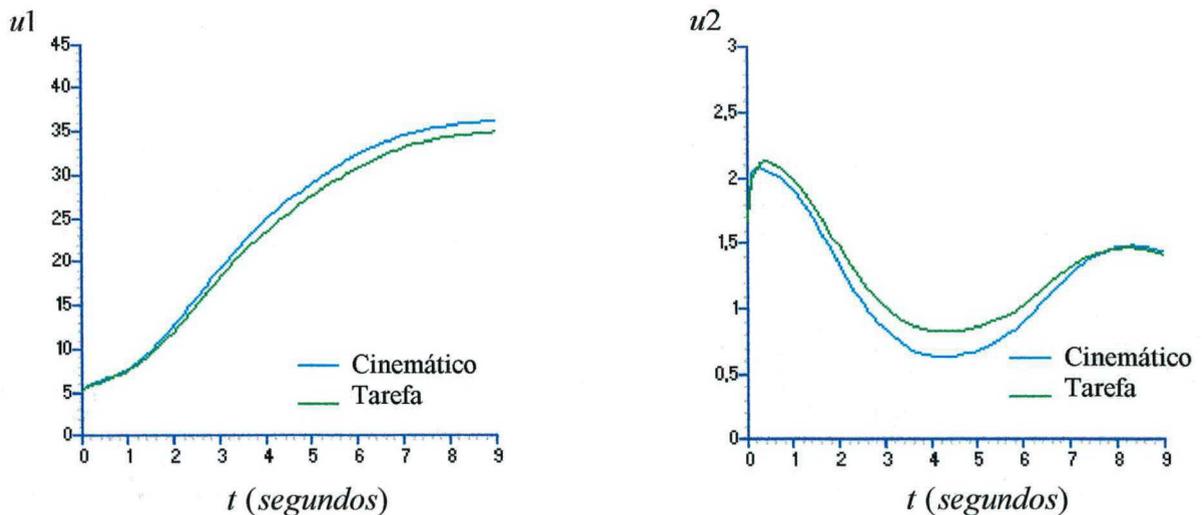


Figura 5.16 - Torques de entrada (Nm) nas juntas 01 e 02 resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso não-adaptativo de Slotine e Li

Quanto ao seguimento da trajetória 01, pode-se verificar que os erros de seguimento de posição não convergem a zero, então através da figura 5.17 observa-se que esta trajetória não é seguida pelo efetuador final do robô manipulador, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço de tarefa.

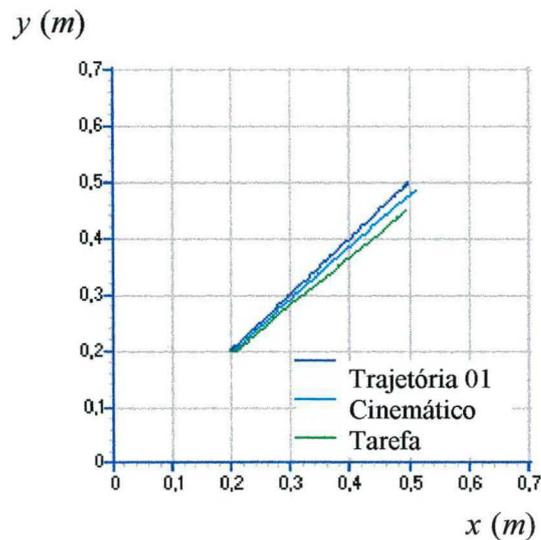


Figura 5.17 - Trajetórias realizadas pelo robô manipulador a partir do seguimento da trajetória 01 para o caso não-adaptativo de Slotine e Li

A tabela 5.7 mostra os valores absolutos dos erros máximos de posição e de velocidade e o valor absoluto do torque de entrada máximo aplicado em cada junta.

Caso Não-Adaptativo - Método de Slotine/Li		
Controle	Cinemático	Espaço da Tarefa
Erro Máx. Abs. Posição \tilde{x} (mm)	14.20	7.80
Erro Máx. Abs. Posição \tilde{y} (mm)	12.55	47.80
Erro Máx. Abs. Velocidade $\dot{\tilde{x}}$ (mm/s)	9.89	14.71
Erro Máx. Abs. Velocidade $\dot{\tilde{y}}$ (mm/s)	3.60	9.31
Torque Máx. na Junta 1 (N.m)	36.24	34.92
Torque Máx. na Junta 2 (N.m)	2.09	2.13

Tabela 5.7 - Resultados de simulação para o caso não-adaptativo - Método de Slotine e Li

Na tabela 5.7, pode-se observar que os valores absolutos dos erros máximos de seguimento resultantes do controle direto no espaço da tarefa diferem significativamente dos valores absolutos dos erros máximos de seguimento obtidos pelo controle cinemático, o que nos leva a concluir que é necessário redefinir as matrizes de ganhos de modo a obter

comportamentos dos erros de seguimento parecidos. A observação acima também é verificada na figura 5.15; referente ao comportamento dos erros de seguimento de posição.

Nas simulações realizadas com a trajetória mais rápida usando as mesmas matrizes de ganho obteve-se os seguintes resultados:

- Os erros de seguimento de posição sofreram uma redução significativa porém estes não convergiram a zero, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço de tarefa. A diferença entre os comportamentos dos erros de seguimento de posição sofreu um decréscimo significativo.
- Os torques de entrada apresentaram comportamentos parecidos e mantiveram na mesma ordem de grandeza.
- A trajetória desejada não é seguida pelo efetuador final do robô manipulador.

⇒ Caso adaptativo:

Observando os comportamentos dos erros de seguimento de posição (ver figura 5.18) provenientes da realização do seguimento da trajetória 01, pode-se verificar que estes convergem a zero, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço da tarefa.

A convergência a zero destes erros de seguimento de posição deve-se ao fato dos efeitos dos torques gravitacionais e da incerteza na inércia (ou na carga) serem devidamente compensados.

A diferença entre os comportamentos dos erros de seguimento nos 2,5 primeiros segundos, aproximadamente, ocorre devido às mesmas razões mencionadas no caso não-adaptativo.

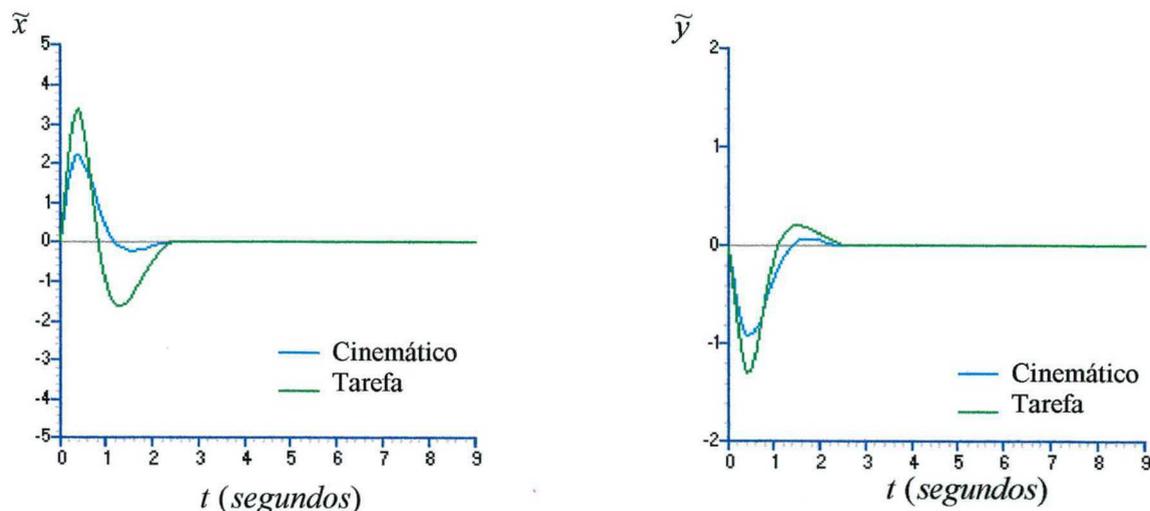


Figura 5.18 - Erros de seguimento de posição (mm) nas direções x e y resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso adaptativo de Slotine e Li

Com relação aos torques de entrada gerados pelo seguimento da trajetória 01 (ver figura 5.19), tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço da tarefa, pode-se observar que estes torques apresentam comportamentos suaves. Verifica-se também que os torques gerados pelo controle direto no espaço de tarefa teve um acréscimo, porém insignificante, em relação aos torques gerados pelo controle cinemático.

Quanto ao seguimento da trajetória 01, pode-se verificar que os erros de seguimento de posição convergem a zero, então através da figura 5.20 observa-se que esta trajetória é seguida pelo efetuator final do robô manipulador, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço de tarefa.

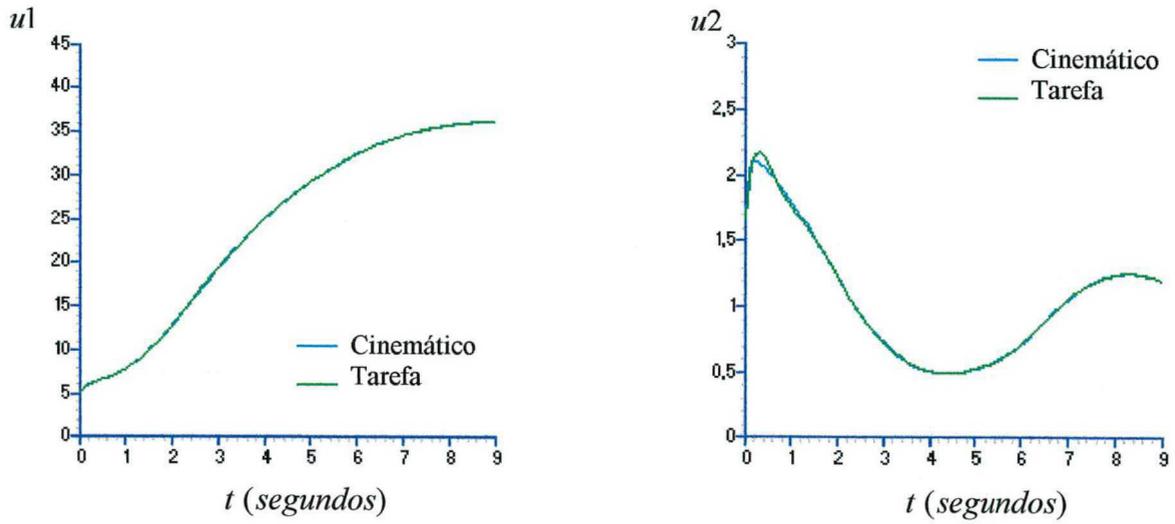


Figura 5.19 - Torques de entrada (Nm) nas juntas 01 e 02 resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso adaptativo de Slotine e Li

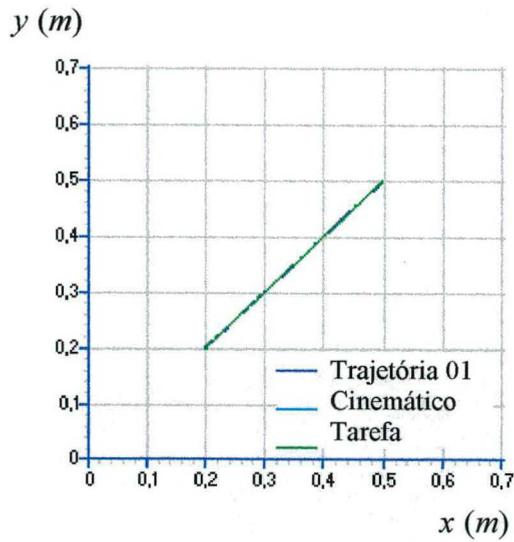


Figura 5.20 - Trajetórias realizadas pelo robô manipulador a partir da trajetória 01 para o caso adaptativo de Slotine e Li

Com relação aos parâmetros estimados (ver figura 5.21), tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço da tarefa, pode-se verificar que os parâmetros estimados para o seguimento da trajetória 01 convergem para os seus valores verdadeiros (nominais), apesar da trajetória 01 não ser persistentemente excitada.

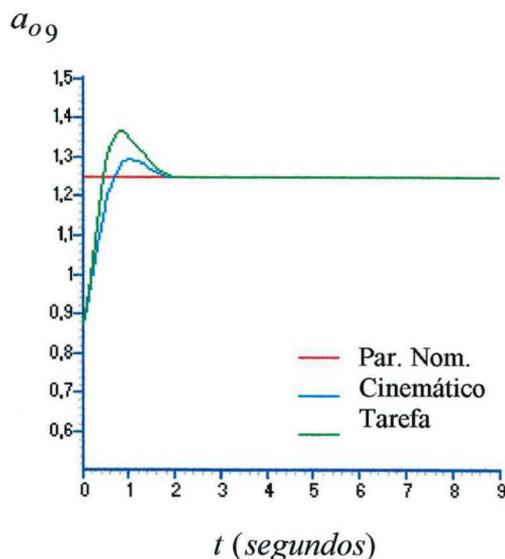


Figura 5.21 - Parâmetros estimados resultantes do seguimento da trajetória 01 para o caso adaptativo de Slotine e Li

A tabela 5.8 mostra os valores absolutos dos erros máximos de posição e de velocidade e o valor absoluto do torque de entrada máximo aplicado em cada junta.

Caso Adaptativo - Método de Slotine/Li		
Controle	Cinemático	Espaço da Tarefa
Erro Máx. Abs. Posição \tilde{x} (mm)	2.22	3.39
Erro Máx. Abs. Posição \tilde{y} (mm)	0.92	1.29
Erro Máx. Abs. Velocidade $\dot{\tilde{x}}$ (mm/s)	9.24	13.53
Erro Máx. Abs. Velocidade $\dot{\tilde{y}}$ (mm/s)	3.28	4.64
Torque Máx. na Junta 1 (N.m)	36.31	36.31
Torque Máx. na Junta 2 (N.m)	2.12	2.18

Tabela 5.8 - Resultados de simulação para o caso adaptativo - Método de Slotine e Li

Na tabela 5.8, pode-se verificar que é necessário redefinir as matrizes de ganhos para que seja possível obter comportamentos dos erros parecidos, visto que os erros máximos absolutos de seguimento resultantes do controle direto no espaço da tarefa diferem significativamente dos erros máximos absolutos de seguimento obtidos pelo controle cinemático.

Na tabela 5.8 pode-se também observar que os valores máximos absolutos dos erros de seguimento na direção x são maiores porque a incerteza na inércia (ou na carga) é menor na direção y .

Na figura 5.18 referente ao comportamento dos erros de seguimento de posição, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço da tarefa, as observações acima também são verificadas.

Para este caso, as simulações com uma trajetória mais rápida, verificou-se os mesmos resultados obtidos para o caso não-adaptativo, exceto que os parâmetros estimados não convergem para os seus valores verdadeiros (nominais).

CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES

Neste trabalho foram tratadas as propriedades fundamentais da dinâmica de robôs manipuladores no espaço de juntas e, em seguida, foram apresentados o método de controle de Craig baseado na dinâmica inversa e os métodos de controle baseados na passividade, que foram relacionados para o uso do problema de seguimento de trajetória.

A partir dos métodos de controle adaptativo direto no espaço de juntas, baseados na dinâmica inversa (Método de Craig) e na passividade (Método de Slotine e Li), fez-se a extensão para o espaço da tarefa.

Para ambos os espaços (de juntas e da tarefa), a estabilidade e a análise de convergência dos métodos de controle foram realizadas pelo método direto de Lyapunov.

Verificou-se também que o controle direto no espaço da tarefa necessita de uma menor carga computacional em relação ao controle cinemático, pois não utiliza da cinemática inversa e que a aplicação desta estratégia de controle é viável no controle de força para robôs manipuladores.

No capítulo 5 foram apresentados os resultados de simulação de duas estratégias de controle: o controle cinemático e o controle direto no espaço da tarefa. Os métodos de controle considerados foram os casos não-adaptativo e adaptativo propostos por Craig e por Slotine e Li.

No caso não-adaptativo do método de Craig e do método de Slotine e Li, verificou-se que a trajetória 01 não é seguida pelo efetuador final do robô manipulador, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço da tarefa, visto que os erros de seguimento de posição não convergem a zero em consequência dos efeitos dos torques gravitacionais e da incerteza na inércia não serem compensados.

Para os casos não-adaptativo e adaptativo do método de Craig e do método de Slotine e Li, verificou-se também que a diferença entre o comportamento dos erros de seguimento de posição, obtidos do controle cinemático, e o comportamento dos erros de seguimento de posição, obtidos do controle direto no espaço da tarefa, é devida ao uso de estratégias de controle distintas.

No caso adaptativo do método de Craig e do método de Slotine e Li, para o seguimento da trajetória 01, verificou-se que os erros de seguimento de posição convergem a zero e que a trajetória 01 é seguida pelo efetuador final do robô manipulador, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço da tarefa.

Com relação aos parâmetros estimados, verificou-se também que estes convergiram para os seus valores verdadeiros (nominais), tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço da tarefa.

Quanto aos torques de entrada, observou-se que estes mantiveram na mesma ordem de grandeza, exceto para o caso não-adaptativo do método de Slotine e Li em que os torques sofreram acréscimos significativos devido ao uso de estratégias de controle distintas.

Com base nestas simulações, pode-se concluir que para o método de Slotine e Li as matrizes de ganhos proporcional e derivativo e a matriz de ganhos de adaptação são diferentes, tanto para o controle cinemático como para o controle direto no espaço da tarefa.

Pesquisas futuras incluem a implementação prática das estratégias de controle abordadas e a aplicação destas em outras técnicas de controle, tais como controle robusto, redes neurais e lógica nebulosa (Fuzzy Logic).

APÊNDICE A

Neste apêndice é feita uma breve revisão da teoria de estabilidade Entrada-Saída e, em seguida, são apresentadas algumas definições, lemas e teoremas.

A.1. Teoria de Estabilidade Entrada-Saída

A formulação da teoria de estabilidade entrada-saída é uma alternativa usada como base para o problema de projeto e análises de controladores adaptativos para robôs manipuladores. Para entender detalhadamente as análises de estabilidade, são usadas a seguinte notação e terminologia padrões desenvolvidas por Desoer e Vidyasagar (75): \mathfrak{R}_+ denota o conjunto de números reais não-negativos e \mathfrak{R}^n o vetor de espaços n -dimensional sobre \mathfrak{R} caracterizado com a norma euclidiana :

$$\|g\| = \left(\sum_{j=1}^n |g_j|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.1})$$

onde g pertence a um dado conjunto de funções.

Define-se os espaços de *Lebesgue* L_2 e L_∞ , que representam os espaços de funções integráveis e de funções uniformemente limitadas respectivamente, (Kelly et al., 89), (Ortega e Spong, 89), (Canudas et al., 96) como a seguir:

$$L_2^n = \left\{ g: \mathfrak{R}_+ \rightarrow \mathfrak{R}^n \mid \|g\|_2^2 \triangleq \int_0^\infty \|g\|^2 dt < \infty \right\} \quad (\text{A.2})$$

ou seja, $L_2^n(\mathfrak{R}_+) = \{g: \mathfrak{R}_+ \rightarrow \mathfrak{R}^n \text{ tal que } g \text{ é o espaço de } \textit{Lebesgue} \text{ mensurável e } \|g\|_2 < \infty\}$ onde a norma L_2^n , $\|g\|_2$, é definida por:

$$\|g\|_2 = \sqrt{\int_0^\infty \|g(t)\|^2 dt} < \infty \quad (\text{A.3})$$

$$L_\infty^n = \left\{ g: \mathfrak{R}_+ \rightarrow \mathfrak{R}^n \mid \|g\|_\infty^2 \triangleq \sup_t \|g\|^2 < \infty \right\}, \quad (\text{A.4})$$

ou seja, $L_\infty^n(\mathfrak{R}_+) = \{g: \mathfrak{R}_+ \rightarrow \mathfrak{R}^n \text{ tal que } g \text{ é o espaço de } \textit{Lebesgue} \text{ mensurável e } \|g\|_\infty < \infty\}$ onde a norma L_∞^n , $\|g\|_\infty$, é definida por:

$$\|g\|_\infty = \sup_{t \in [0, \infty)} \|g(t)\| < \infty \quad (\text{A.5})$$

onde $\sup_{t \in [0, \infty)} \|g(t)\|$ significa que o menor número que é maior ou igual ao valor máximo de

$g(t)$ e suas extensões:

$$L_{2e}^n = \left\{ g: \mathfrak{R}_+ \rightarrow \mathfrak{R}^n \mid \|g\|_{2,T}^2 \triangleq \int_0^T \|g\|^2 dt < \infty, \forall T \in \mathfrak{R}_+ \right\} \quad (\text{A.6})$$

$$L_{\infty e}^n = \left\{ g: \mathfrak{R}_+ \rightarrow \mathfrak{R}^n \mid \|g\|_{\infty,T} \triangleq \sup_{t \leq T} \|g\| < \infty, \forall T \in \mathfrak{R}_+ \right\}, \quad (\text{A.7})$$

onde L_{2e}^n é um espaço de produto interno, com o produto interno sendo definido como a seguir.

A.2. Definições, Lemas e Teoremas

A.2.1. Definição: Um mapeamento $g_1 \rightarrow g_2$ é dito ser passivo se e somente se :

$$\langle g_1 | g_2 \rangle_T = \int_0^T g_1^T g_2 dt \geq -\beta \quad (\text{A.8})$$

para qualquer $\beta > 0$, para todo tempo.

Usando um "abuso" padrão de notação que, se $F(s)$ é uma função de transferência na variável de Laplace s de uma função $f(t)$ (transformável de Laplace) e $r(t)$ é uma

função do tempo, então $F(s)r$ estenderá para $(f * r)(t)$, onde $*$ denota o produto de convolução. A partir desta notação pode-se então estabelecer o lema 2.1.

A.2.2. Lema 2.1: Seja

$$\tilde{q} = F(s)r \tag{A.9}$$

onde $F(s)$ é uma matriz $(n \times n)$ de transferência exponencialmente estável e estritamente própria. Então $r \in L_2^n$ implica que $\tilde{q} \in L_2^n \cap L_\infty^n$, $\dot{\tilde{q}} \in L_2^n$, \tilde{q} é contínuo e $\tilde{q} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Se, além disso, $r \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$, então $\dot{\tilde{q}} \rightarrow 0$.

O lema (Canudas et al., 96) a seguir é muito usado para obter resultados de estabilidade quando a derivada da função de Lyapunov for negativa semi-definida.

A.2.3. Lema de Barbalat: Se a função diferenciável h tem um limite finito quando $t \rightarrow \infty$ e se \dot{h} é uniformemente contínua, então $\dot{h} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$.

Corolário: Se uma função escalar $V(t)$ for inferiormente limitada com $\dot{V}(t)$ sendo negativa semi-definida, então $\dot{V}(t) \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$ se $\dot{V}(t)$ for uniformemente contínua no tempo.

Para a análise de estabilidade, os teoremas (Lewis et al., 93), (Slotine e Li, 91) a seguir também são de grande utilidade na obtenção de resultados.

A.2.4. Teorema de Rayleigh-Ritz: Seja Z_a uma matriz ($n \times n$) simétrica, real e positiva definida. Seja λ_{\min} o autovalor de mínimo e λ_{\max} o autovalor de máximo de Z_a .

Então para qualquer $y \in \mathfrak{R}^n$,

$$\lambda_{\min}[Z_a] \|y\|^2 \leq y^T Z_a y \leq \lambda_{\max}[Z_a] \|y\|^2 \quad (\text{A.10})$$

A.2.5. Teorema de Estabilidade Local: Se, em uma bola B_{R_o} , existe uma função escalar

$V(\bar{x})$ com derivadas parciais de 1ª. ordem contínuas tal que:

- (i) $V(\bar{x})$ é positiva definida (localmente em B_{R_o});
- (ii) $\dot{V}(\bar{x})$ é negativa semi-definida (localmente em B_{R_o});

então o ponto de equilíbrio $\bar{x} = 0$ é estável. Se a derivada $\dot{V}(\bar{x})$ é negativa definida em B_{R_o} , então a estabilidade é assintótica.

A.2.6. Teorema de Estabilidade Global: Assuma que existe uma função escalar $V(\bar{x})$ com derivadas parciais de 1ª. ordem contínuas tal que:

- (i) $V(\bar{x})$ é positiva definida;
- (ii) $\dot{V}(\bar{x})$ é negativa semi-definida;
- (iii) $V(\bar{x})$ é radialmente ilimitada, ou seja, $(V(\bar{x}) \rightarrow \infty \text{ quando } \|\bar{x}\| \rightarrow \infty)$;

então o equilíbrio na origem é assintoticamente estável globalmente.

A condição de $V(\vec{x})$ ser radialmente ilimitada assegura que as curvas de nível $V(\vec{x}) = V_\infty$ são curvas fechadas. Se as curvas não são fechadas é possível que a trajetória de estados se afaste do ponto de equilíbrio mesmo se dirigindo a valores menores de V_∞ .

Referências Bibliográficas

- (Alves, 88) Alves, J. B. da M. **Controle de Robô**, CARTGRAF Editora Limitada, Campinas, SP, 1988.
- (Armstrong et al., 86) Armstrong, B.; Khatib, O.; and Burdick, J. **The explicit Dynamic Model and Inertial Parameters of the PUMA 560 Arm**, presented at the IEEE Conf. Robot. Autom., San Francisco, USA, April, pp. 510-518, 1986.
- (Asada e Slotine, 86) Asada, H.; and Slotine, J.J. **Robot Analysis and Control**, M.I.T. - Massachusetts Institute of Technology, John Wiley & Sons Inc., 1986.
- (Bayard e Wen, 88a) Bayard, D. S.; and Wen, J. T. **New Class of Control Laws for Robotic Manipulators - Part 1: Non-Adaptive Case**, Int. J. Control, Vol. 47, n°. 5, pp. 1361-1385, 1988.
- (Bayard e Wen, 88b) Bayard, D. S.; and Wen, J. T. **New Class of Control Laws for Robotic Manipulators - Part 2 : Adaptive Case**, Int. J. Control, Vol. 47, n°. 5, pp. 1387-1406, 1988.
- (Benallegue, 91) Benallegue, A. **Contribution à la Commande Dynamique Adaptative des Robots Manipulateurs Rapides**, Docteur-Ingénieur Thesis, Université Paris VI, France, 1991.
- (Benali, 90/91) Benali, A. **Contribution à la Commande Adaptative des Robots Manipulateurs dans L'espace Operationnel**, Rapport de Stage de DEA de Robotique, Université Paris VI, France, 1990/1991.
- (Canudas et al., 96) Canudas de Wit, C.; Siciliano, B.; and Bastin, G. **Theory of Robot Control**, Springer-Verlag, 1996.
- (Craig, 86) Craig, J. J. **Introduction to Robotics Mechanics & Control**, Addison-Wesley, Reading, MA, 1986.
- (Craig e Sastry, 87) Craig, J. J.; and Sastry, P. H. S. S. **Adaptive Control of Mechanical Manipulators**, Int. J. Robotics Research, Vol. 6, n°. 2, pp. 172-184, 1987.
- (Craig, 88) Craig, J.J. **Adaptive Control of Mechanical Manipulators**, Addison-Wesley, Reading, MA, 1988.

- (Desoer e Vidyasagar, 75) Desoer, C.; and Vidyasagar, M. **Feedback Systems: Input-Output Properties**, New York, Academic Press, 1975.
- (Elmqvist et al., 90) Elmqvist, H.; Astrom, K. J.; Schonthal, T.; and Wittenmark, B. **SIMNON for Windows - Versão 1.02**, SSPA Systems, Goteborg, Sweden, October 1993.
- (Erlic e Lu, 93) Erlic, M.; and Lu, W.-S. **A Reduced-Order Adaptive Velocity Observer for Manipulator Control**, presented at the IEEE Conf. Robot. Autom., Atlanta, Georgia, USA, Vol. 2, pp. 328-332, May 1993.
- (Guenther et al., 92) Guenther, R.; Cunha, J.P.V.S.; and Lizarralde, F. **Estudo Comparativo de Estratégias de Controle de Manipuladores**, Anais 9º. CBA, Vitória, E.S., pp. 201-206, 1992.
- (Guenther, 93) Guenther, R. **Controle Adaptativo e a Estrutura Variável de Robôs Manipuladores com Incertezas Dinâmicas no Acionamento Elétrico e nas Transmissões Flexíveis**, Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1993.
- (Guenther e Machado, 94) Guenther, R.; e Machado, M. A. **O Projeto de um Controlador Adaptativo para Robôs Manipuladores**, anales VI Cong. Nacional de Ingenieria Mecanica, santiago, Chile, pp. 149-154, Novembro 1994.
- (Guenther, 95) Guenther, R. **Um modelo para a simulação do Manipulador PUMA 560 incluindo a dinâmica dos Motores Elétricos e a Flexibilidade nas transmissões**, 2º. SBAI - Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente, CEFET, Curitiba, Paraná, pp. 201-206, Setembro 1995.
- (Khatib, 83) Khatib, O. **Dynamic Control of Manipulators in Operational Space**, Proceedings 6th CISM-IFTOMM Congress on Theory of Machines and Mechanisms, pp. 1128-1131, New York, 1983.
- (Khatib, 87) Khatib, O. **A Unified Approach for Motion and Force Control of Robot Manipulators: The Operational Space Formulation**, IEEE J. Robotics and Automation, Vol. RA-3, nº. 1, pp. 43-53, February 1987.
- (Kelly et al., 89) Kelly, R.; Carelli, R.; and Ortega, R. **Adaptive Motion Control Design of Robot Manipulators: An Input-Output Approach**, Int. J. Control, Vol. 50, nº. 6, pp. 2563-2581, 1989.

- (Lewis et al., 93) Lewis, F.L.; Abdallah, C.T.; and Dawson, D.M. **Control of Robot Manipulators**, Macmillan Publishing Company, 1993.
- (Liu, 95) Liu, M. **Computed Torque Scheme based Adaptive Tracking for Robot Manipulators**, IEEE INT. Conf. on Robotics and Automation, pp. 587-590, 1995.
- (Luh et al., 80) Luh, J.Y.S.; Walker, M.W.; and Paul, R.P.C. **Resolved-Aceleration Control of Mechanical Manipulators**, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-25, n°3, pp. 468-474, June 1980.
- (Middleton e Goodwin, 88) Middleton, R.; and Goodwin, G.C. **Adaptive Computed Torque Control for Rigid Link Manipulators**, Systems and Control Letters, n°. 10, pp. 9-16, 1988.
- (Murray et al., 94) Murray, R.M.; Li, Z.; and Sastry, P.H.S.S. **A Mathematic Introduction to Robotic Manipulation**, CRC Press Inc, 1994.
- (Ortega e Spong, 89) Ortega, R.; and Spong, M.W. **Adaptive Motion Control of Rigid Robots: a Tutorial**, Automatica, Vol. 25, n°. 6, pp. 877-888, 1989.
- (Qu e Dawson, 96) Qu, Z.; and Dawson, D. M. **Robust Tracking Control of Robot Manipulators**, IEEE PRESS Editorial Board, 1996.
- (Sadegh e Horowitz, 90) Sadegh, N.; and Horowitz, R. **Stability and Robustness Analysis of a Class of Adaptive Controllers**, The Int. J. of Robotics Research, n°. 9, pp. 74-92, 1990.
- (Schwartz et al., 90) Schwartz, H.M.; Warshaw, G.; and Janabi, T. **Issues in Robot Adaptive Control**, Reprinted from Proc. 1990 Automat. Contr. Conf., pp. 2797-2805, May 1990.
- (Slotine e Li, 87a) Slotine, J.J.; and Li, W. **On the Adaptive Control of Robot Manipulators**, The Int. J. Robotics Research, Vol. 6, n°. 3, pp. 147-157, 1987.
- (Slotine e Li, 87b) Slotine, J.J.; and Li, W. **Adaptive Strategies in Constrained Manipulation**, IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, Raleigh, N.C., pp. 595-601, 1987.
- (Slotine e Li, 88) Slotine, J.J.; and Li, W. **Adaptive Manipulator Control: A case Study**, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 33, n°. 11, pp. 995-1003, November 1988.
- (Slotine e Li, 89) Slotine, J.J.; and Li, W. **Composite Adaptive Control of**

- Robots Manipulators**, Automatica, n° 25, pp. 509-520, 1989.
- (Slotine e Li, 91) Slotine, J. J.; and Li, W. **Applied Nonlinear Control**, Prentice Hall International, Inc., USA, 1991.
- (Spong e Vidyasagar, 89) Spong, M.W.; and Vidyasagar, M. **Robot Dynamics and Control**, John Wiley & Sons, 1989.
- (Spong e Ortega, 90) Spong, M.W.; and Ortega, R. **On Adaptive Inverse Dynamics Control of Rigid Robots**, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 35, n° 1, pp. 92-95, January 1990.
- (Spong et al., 90) Spong, M.W.; and Ortega, R.; and Kelly, R. **Comments on Adaptive Manipulator Control: A Case Study**, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 35, n° 6, pp. 761-762, June 1990.
- (Spong, 96) Spong, M.W. **Motion Control of Robot Manipulators**, The Control Handbook, CRC Press Inc., pp. 1339-1351, 1996.
- (Takegaki e Arimoto, 81) Takegaki, M.; and Arimoto, S. **A New Feedback Method for Dynamic Control of Manipulators**, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 102, pp. 119-125, June 1981.
- (Tarn et al., 91a) Tarn, T.J.; Ganguly, S.; Ramadorai, A.K.; Marth, G.T.; and Becjzy, A.K. **Experimental Evaluation of the Nonlinear Feedback Robot Controller**, in Proc. 1991 IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, Sacramento, CA, pp. 1638-1644, 1991.
- (Tarn et al., 91b) Tarn, T.J.; Marth, G.T.; Ramadorai, A.K.; and Becjzy, A.K. **Six Degree-of-Freedom Task Space Control for the PUMA 560 Manipulator: An Experimental Study**, in Preprints IFAC Symp. Robot Control, SYROCO'91, Vienna, Austria, pp. 177-182, 1991.
- (Tarn et al., 93) Tarn, T.J.; Becjzy, A.K.; Marth, G.T.; and Ramadorai, A.K. **Performance Comparison of Four Manipulator Servo Schemes**, IEEE Control Systems Magazine, Vol.13, n° 1, pp. 22-29, 1993.
- (Yoshikawa, 90) Yoshikawa, T. **Foundations on Robotics - Analysis and Control**, The MIT Press, 1990.