

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

UM ALGORITMO COMPUTACIONAL PARA A DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS DE
CONTROLADORES COM ESTRUTURA PRÉ-FIXADA

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

JORGE ROBERTO BRITO DE SOUZA

FLORIANÓPOLIS, JUNHO, 1981

UM ALGORITMO COMPUTACIONAL PARA A DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS
DE CONTROLADORES COM ESTRUTURA PRÉ-FIXADA

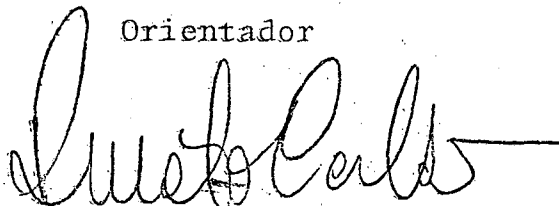
Jorge Roberto Brito de Souza

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE
EM ENGENHARIA - ESPECIALIDADE EM ENGENHARIA ELÉTRICA E APROVADA
EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO.



Prof. Rajamani Doraiswami, Ph.D.

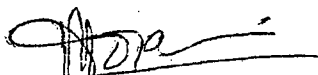
Orientador



Prof. Renato Carlson, Dr. Ing.

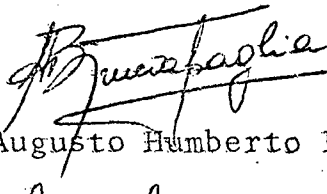
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

APRESENTADA PERANTE A BANCA EXAMINADORA COMPOSTA DOS PROFESSORES:



Prof. Rajamani Doraiswami, Ph.D.

Orientador



Prof. Augusto Humberto Bruiciapaglia, Dr. Ing.



Prof. Hans Helmut Zürn, Ph.D.



Prof. Jean-Marie Farines, Dr. Ing.

Para meus pais
e meus irmãos

A G R A D E C I M E N T O S .

Ao Prof. Rajamani Doraiswami por sua orientação no desenvolvimento deste trabalho.

Ao Eng. João Marcos Soares, por sua valiosa contribuição nos testes de algoritmo.

A todos os professores e demais funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica, que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

A CNEN e à UFSC pelo estímulo financeiro.

R E S U M O

Um algoritmo computacional para a determinação de parâmetros de controladores é apresentado. São considerados processos que possam ser representados por modelos lineares e cujos controladores possuam estrutura linear pré-fixada.

O algoritmo busca posicionar os polos do sistema em uma região de estabilidade através de modificações mínimas nos valores nominais dos parâmetros. A solução do problema é obtida através da resolução de uma seqüência de sub-problemas usando Programação Linear. Nestes sub-problemas, as funções objetivas são as somas dos desvios dos parâmetros de seus valores presentes, enquanto que as restrições incorporam as sensibilidades dos auto-valores.

Um sistema real de duas máquinas interligadas entre si e com o equivalente do resto do sistema é apresentado como exemplo-teste.

A B S T R A C T

A computational algorithm for the determination of the parameters of controllers is presented. The process and the controller are assumed linear. The structure of the controller is prespecified. The algorithm consists in positioning the poles of the composite system formed of the process and the controller by minimal modifications of the parameters of the controller in relation to their nominal values. The problem is solved by resolving a sequence of subproblems using Linear programming. The performance indices of the subproblems are the sum of parameters deviations from their nominal values and the constraint set incorporates the eigen-values sensitivity matrix. An example of determination of the parameters of the regulators and stabilizers of two-machine interconnected power system is presented.

S U M Á R I O

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - Abordagem para Controladores com Estrutura a Determinar	1
1.2 - Abordagem para Controladores com Estrutura Pré-fixada.	4
CAPÍTULO 2 - DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS DE CONTROLADORES LINEARES COM ESTRUTURA PRÉ-FIXADA PARA PROCESSOS LINEARES	7
2.1 - Introdução	7
2.2 - Formulação Matemática e Objetiva.....	8
2.3 - Algoritmo.....	10
2.4 - Extensão para o Caso Complexo	14
2.5 - Determinação da Matriz S	16
2.6 - Delimitação da Vizinhança δ	18
2.7 - Procedimento Geral com Hierarquização	22
2.8 - Programação Linear	24
CAPÍTULO 3 - MÉTODOS NUMÉRICOS PARA IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO	26
3.1 - Introdução	26
3.2 - Determinação de Auto-Valores	27
3.3 - Determinação de Auto-Vetores	30
3.3.1 - Rotina para Auto-Vetores Reais	31
3.3.2 - Rotina para Auto-Vetores Complexos	35

3.4 - Implementação no PDP-1140	41
CAPÍTULO 4 - RESULTADOS	41
4.1 - Introdução	45
4.2 - Resultados para Salto Osório Ligada Contra Uma Barra Infinita	45
4.3 - Resultados para Salto Santiago Ligada Contra Uma Barra Infinita	53
4.4 - Resultados para o Sistema Total Interligado	61
CAPÍTULO 5 - COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES	71

C A P Í T U L O I

INTRODUÇÃO

Existem duas formas de abordagem para o projeto de controladores lineares para processos lineares [1]. Na primeira delas a estrutura do controlador é livre, e o projetista pode determiná-la levando em conta os requisitos de estabilidade e os objetivos a serem atendidos pelo processo. Na outra forma de abordagem a estrutura do controlador já é determinada, e ao projetista resta a liberdade para manipular os parâmetros visando obter a estabilidade e um bom comportamento transitório para o sistema.

1.1. Abordagem para controladores com estrutura a determinar

No caso desse tipo de abordagem, tanto a estrutura do controlador como os seus parâmetros são obtidos de forma direta através da aplicação da Teoria do Controle Ótimo [2] ou da Teoria do Controle Moderno [3]. As soluções obtidas envolvem estruturas onde o número de parâmetros disponíveis para ajuste é igual à ordem do sistema processo + controlador, o que possibilita a estabilização do sistema total em malha fechada e também a obtenção de qualquer amortecimento desejado, desde que não haja restrições sobre os valores dos parâmetros. Em contrapartida, muitas vezes essas estruturas são de ordem elevada, o que contribui para o crescimento da ordem do sistema, às vezes muito além do necessário, pa

ra a obtenção de sua estabilidade e de um comportamento dinâmico que, embora represente uma alternativa de compromisso, seja porém satisfatório.

Dentre as estruturas que se obtêm quando o enfoque do problema requer esse tipo de abordagem, uma das mais simples consiste em usar realimentação de estados [4], (Ver Fig. 1.1).

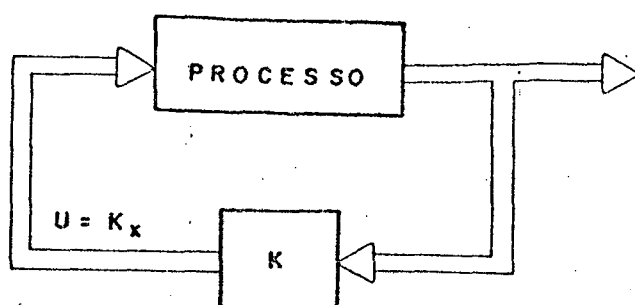


Fig.1.1: Estrutura de controle usando realimentação de estados. Neste caso, todos os estados do sistema são mensuráveis

A grande vantagem dessa estrutura é que a ordem do sistema não é aumentada, porque não são incluídos elementos dinâmicos no controlador, mas ainda assim pode-se posicionar os polos do sistema em qualquer região do plano complexo, desde que não haja restrições sobre os ganhos de realimentação. A dificuldade para a aplicação dessa estratégia é a necessidade de que todos os estados do sistema sejam mensuráveis, o que na prática em geral não acontece.

Para superar este problema uma solução é usar observadores de estados [5] para estimar os estados não mensuráveis do sistema e depois realimentá-los juntamente com os demais estados.

O observador é uma estrutura que é dirigida pelo sinal de erro entre as saídas do sistema e do observador, além da entrada do próprio sistema (ver Fig. 1.2). Para que os estados estimados sejam realmente os estados não mensuráveis do sistema, é necessário que a estrutura do observador seja uma réplica exata do sistema. Neste ponto surge uma questão de confiabilidade, uma vez que não se pode garantir que dois sistemas tenham exatamente a mesma estrutura.

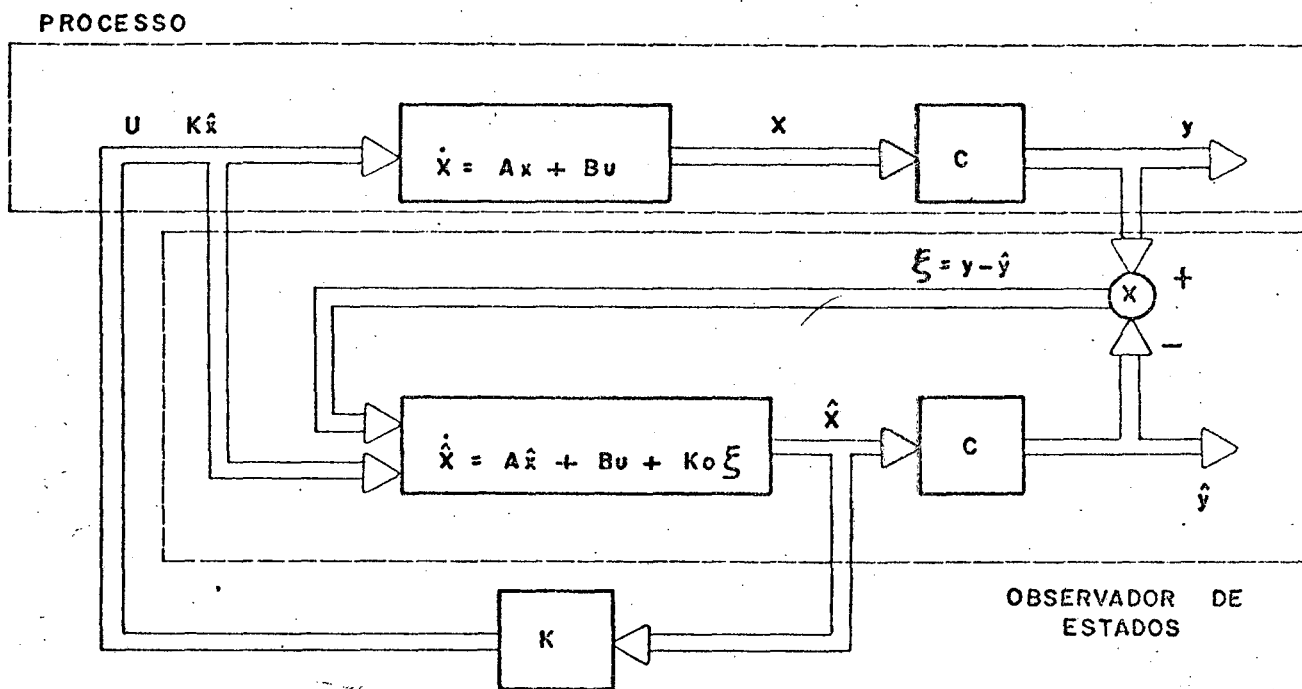


Fig.1.2: Estrutura de controle usando observador de estados. Depois que $\hat{x} \Rightarrow x$, todos os estados são realimentados.

Uma estrutura alternativa para o controlador é a que resulta do uso de compensadores dinâmicos [6] (ver Fig. 1.3). Para o projeto desses compensadores consideram-se apenas os estados mensuráveis do sistema, mas com a sua inclusão a ordem do sistema' fica aumentada de um fator que é relacionado com o índice de observabilidade do processo. O número de parâmetros disponíveis para a juste no compensador é igual à ordem do sistema aumentado.

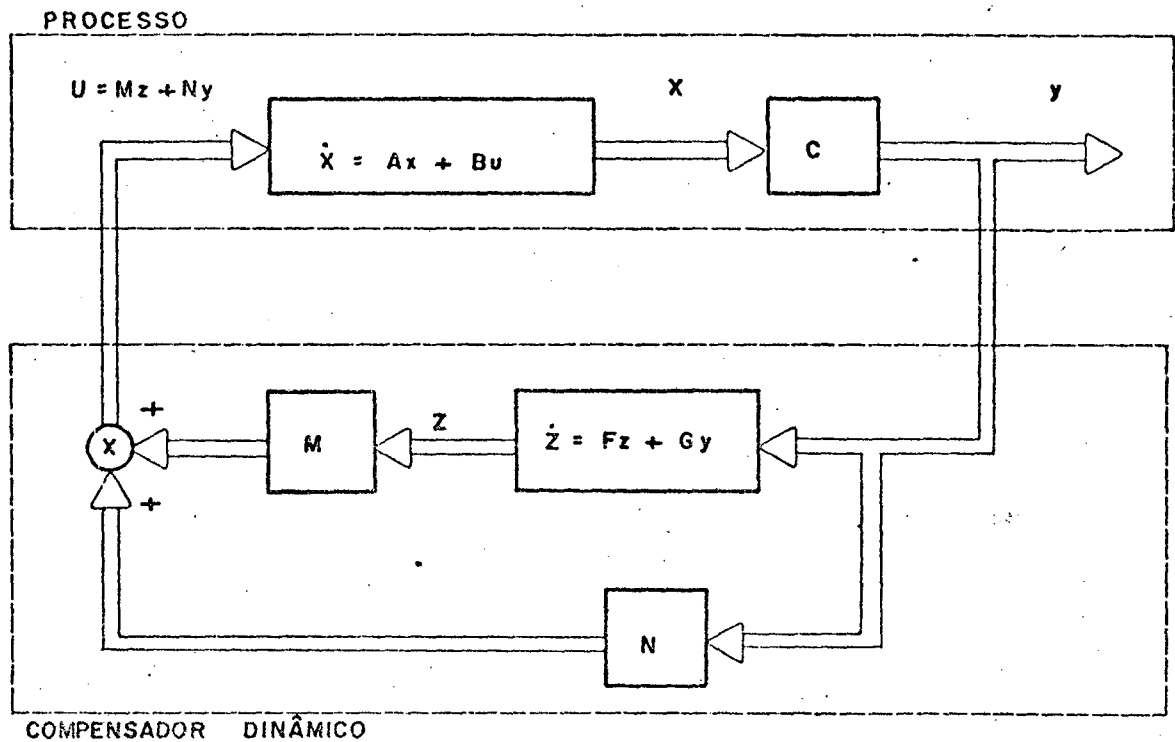


Fig.1.3: Estrutura de controle usando compensador dinâmico. A ordem do compensador é relacionada com índice de observabilidade do sistema sob controle

1.2. Abordagem para Controladores com Estrutura Pré-Fixada

Neste tipo de abordagem a estrutura do controlador já é determinada, e em geral o número de parâmetros disponíveis para ajuste é menor do que a ordem do sistema. Por outro lado, como os parâmetros em questão muitas vezes são elementos de uma estrutura já existente, eles apresentam limitações de natureza física que restringem a escolha de seus valores dentro de intervalos compreendidos entre limites inferiores e superiores. A combinação desses dois fatores acarreta o confinamento dos polos do sistema no interior de uma região limitada do plano complexo. Dentro dessa região busca-se posicionar os polos do sistema à esquerda do eix

xo imaginário para que ele seja estável. Para que a margem de estabilidade seja tanto maior, busca-se esse posicionamento tanto à esquerda quanto possível [7].

O problema da determinação de parâmetros para controladores com estrutura pré-fixada, em geral é abordado com auxílio de processos gráficos que envolvem as técnicas do Controle Clássico (root-locus e abordagens de Nyquist e Bode), onde são escolhidos os parâmetros, e a seguir usa-se simulação para analisar a viabilidade da escolha. Com essas técnicas cada parâmetro é ajustado individualmente. Em sistemas de ordem elevada esse procedimento não é viável devido ao grande número de parâmetros envolvidos e também à ordem do sistema. Neste caso, a solução mais imediata que surge é a representação desses sistemas por modelos de ordem reduzida e com menor número de parâmetros [8]. No entanto, o recurso a este tipo de simplificação pode afetar negativamente a representatividade do modelo, e dessa maneira os resultados obtidos para os parâmetros às vezes não são aproveitáveis. A outra solução é usar o próprio modelo não-reduzido com maior número de parâmetros, porém mais representativo do sistema, e substituir o procedimento gráfico por um outro que seja mais sistemático, isto é, que caminhe para uma solução de maneira progressiva e possa manipular todos os parâmetros simultaneamente [9].

A contribuição deste trabalho consiste na elaboração e implementação em computador de um algoritmo em que, a cada iteração, os parâmetros do controlador sejam modificados segundo critérios que levem os auto-valores do sistema a se posicionarem cada vez mais à esquerda no plano complexo. As modificações dos parâmetros são feitas de tal modo que os desvios dos parâmetros de seus

valores presentes sejam mínimos. Usa-se Programação Linear onde a função objetiva é a somatória desses desvios, e as restrições incorporam as sensibilidades dos auto-valores e os limites inferior e superior que delimitam o intervalo de variação de cada parâmetro.

Opcionalmente pode-se obter como sub-produto do algoritmo as sensibilidades dos auto-valores em relação aos parâmetros do processo. Essas sensibilidades são úteis como elementos de análise do sistema.

Para os casos em que o sistema pode ser colocado na forma descentralizada [10], é sugerida a aplicação do algoritmo em etapas de uma rotina processual mais ampla, que garanta um certo nível de hierarquização na estabilização de cada sub-sistema.

O conteúdo desse trabalho está dividido em alguns capítulos. No Capítulo II é apresentada a formulação matemática do problema que busca a determinação dos parâmetros de controladores com estrutura pré-fixada e o algoritmo que proporciona a solução desse problema. No Capítulo III são apresentadas as rotinas numéricas usadas na implementação do algoritmo em computador. No capítulo IV são apresentados resultados obtidos para sistemas elétricos reais. No Capítulo V são feitos comentários finais e apresentadas as conclusões.

CAPÍTULO II

DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS DE CONTROLADORES LINEARES COM ESTRUTURA PRÉ-FIXADA PARA PROCESSOS LINEARES

2.1. Introdução

Além da falta de liberdade para a escolha da estrutura do sistema, o projeto de controladores lineares com estrutura pré-fixada apresenta uma outra restrição que é a limitação da faixa de valores que os seus parâmetros podem assumir. A combinação dessas duas restrições resulta, em termos práticos, no surgimento de uma região limitada do plano complexo dentro da qual

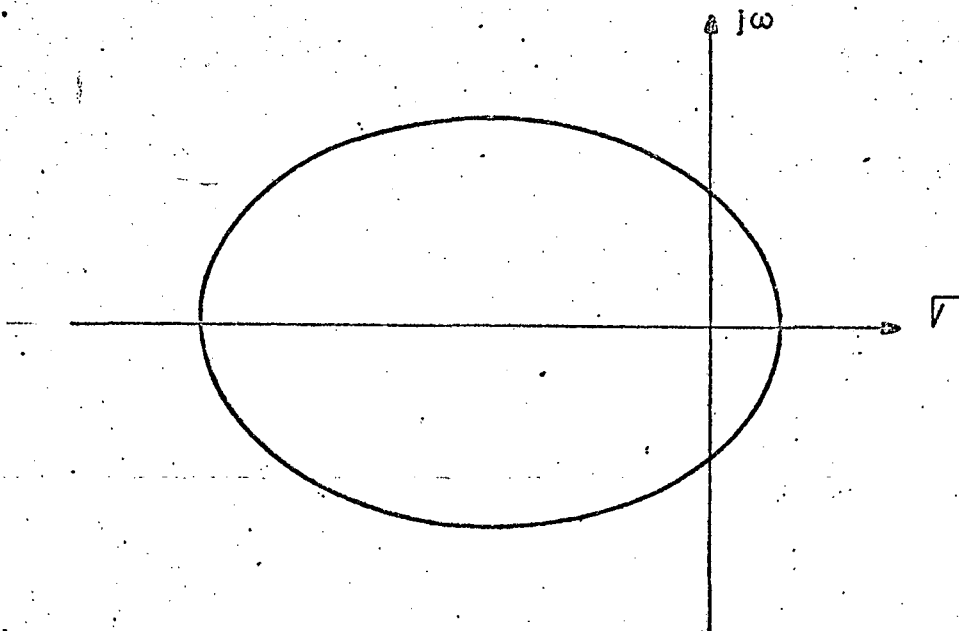


Fig. 2.1— Exemplo Ilustrativo da Região de Confinamento dos Polos de um Sistema Linear com Estrutura Pré-fixada

os auto-valores do sistema podem ser posicionados.

No caso de sistemas lineares este posicionamento é muito importante porque ele é o fator determinante da estabilidade do sistema. Daí porque, dentro dessa região que está ilustrada na Figura 2.1., busca-se posicionar os auto-valores do sistema em regiões tais que seja garantida uma maior margem de estabilidade para o sistema, o que corresponde a colocá-lo cada vez mais do lado da segurança.

Depois de obtida a estabilidade com a margem desejada, eventualmente também busca-se a obtenção de um comportamento adequado para as variáveis do sistema.

Este capítulo apresenta a formulação matemática desse problema e o algoritmo elaborado para a busca de sua solução.

2.2. Formulação Matemática e Objetivo

Supondo-se um modelo linearizado em torno de um ponto de operação, qualquer sistema pode ser representado matematicamente na forma autônoma de espaço de estado por

$$\dot{x} = A(\alpha)x. \quad (2.1)$$

Esse modelo descreve o processo sob controle, os seus reguladores e/ou estabilizadores, transdutores, filtros, etc. O vetor x é de ordem n , e as suas componentes são os estados que descrevem o sistema. O vetor α é de ordem p , e os seus elementos são os parâmetros ajustáveis dos reguladores e/ou estabilizadores cujas estruturas consideram-se pré-fixadas. A matriz A é de ordem $n \times n$, e os

seus elementos são os coeficientes das n equações diferenciais de primeira ordem que descrevem o comportamento dinâmico do sistema.

Se a matriz $A(\alpha)$ possui auto-valores distintos, a solução da equação 2.1. pode ser escrita na forma [11]

$$x(t) = c_1 V_1 e^{\lambda_1 t} + \dots + c_n V_n e^{\lambda_n t} \quad (2.2)$$

onde λ_i e V_i são respectivamente os auto-valores e auto-vetores associados da matriz A , e c_i , $i = 1, \dots, n$, são constantes determinadas a partir das condições iniciais.

A estabilidade do sistema é analisada através da inspeção dos sinais de λ_i . Se todos tiverem parte real negativa, o sistema é estável. Se pelo menos um deles tiver parte real positiva, o sistema é instável [7].

Neste trabalho o objetivo é a determinação dos parâmetros α_j , $j = 1, \dots, p$, de tal maneira que todos os λ_i tenham parte real negativa e fiquem a uma distância especificada do eixo imaginário.

Não obstante os parâmetros α_j serem ajustáveis, cada um deles só pode assumir valores dentro de um intervalo delimitado por um limite inferior $\underline{\alpha}_j$ e um limite superior $\bar{\alpha}_j$. Esses limites são especificados pelos fabricantes juntamente com os valores típicos α_j^0 de cada α_j . Para que não ocorra a possibilidade de um α_j sair do seu intervalo de variação, deve-se cuidar para que os desvios $|\alpha_j - \alpha_j^0|$ de α_j^0 de cada parâmetro sejam mínimos. Em notação matemática, o problema pode ser formulado da seguinte maneira:

Problema I

$$\min \sum_{j=1}^p |\alpha_j - \alpha_j^0|$$

tal que

$$R_e \{ \lambda_i | A(\alpha) | \} \leq \xi < 0 \quad i = 1, \dots, n$$

e

$$\underline{\alpha}_j \leq \alpha_j \leq \bar{\alpha}_j \quad j = 1, \dots, p.$$

O valor de ξ é especificado.

2.3. Algoritmo

A solução analítica do Problema I é difícil de ser obtida devido às características das funções λ_i :

1. são desconhecidas;
2. não são explícitas;
3. são fortemente não-lineares.

No entanto, essas dificuldades podem ser contornadas a partir do instante em que se recorra a um esquema de solução através de um procedimento iterativo que envolva aproximações sucessivas das funções λ_i . Isto pode ser feito através da decomposição do Problema I em uma seqüência de sub-problemas lineares de tal modo que, a partir de um determinado sub-problema dessa seqüência, a sua so

lução seja também solução do Problema I original. A consequência dessas aproximações é que, pelo fato delas só serem válidas em torno de pequenas vizinhanças, deixa-se de ter relações entre as variáveis λ e α e passa-se a ter relações entre acréscimos dessas variáveis, o que caracteriza claramente um processo iterativo.

Seja $\alpha^{(k)}$ o vetor dos parâmetros $\alpha_j^{(k)}$, $j = 1, \dots, p$, onde k é um número inteiro. As funções $\lambda_i[A(\alpha)]$, $i = 1, \dots, n$, são linearizadas em torno de uma vizinhança δ de $\alpha^{(k)}$. Assim, dentro dessa vizinhança, a variação $\Delta\lambda_i^{(k)}$ de $\lambda_i^{(k)}$ e a variação $\Delta\alpha^{(k)}$ de $\alpha^{(k)}$ podem ser relacionadas explicitamente através da relação linear

$$\Delta\lambda_i^{(k)} \approx S_i^{(k)} \Delta\alpha^{(k)}, \quad (2.3)$$

onde $\Delta\lambda_i^{(k)}$ é o deslocamento que o auto-valor λ_i sofre quando o vetor dos parâmetros $\alpha^{(k)}$ é corrigido por um acréscimo $\Delta\alpha^{(k)}$ dentro da vizinhança δ , e $S_i^{(k)}$ é um vetor linha de ordem p cujas componentes são as taxas de variação, ou sensibilidades, do auto-valor λ_i em relação aos parâmetros α_j , $j = 1, \dots, p$.

A solução do Problema I pode ser obtida de maneira recursiva através da fórmula de recorrência

$$\alpha_j^{(k+1)} = \alpha_j^{(k)} + \Delta\alpha_j^{(k)} \quad j = 1, \dots, p, \quad (2.4)$$

onde a determinação dos $\Delta\alpha_j^{(k)}$ constitui a seqüência de sub-problemas em que ele foi dividido. Esses sub-problemas são problemas de Programação Linear da forma:

Problema II

$$\min \sum_{j=1}^p |\Delta\alpha_j^{(k)}|$$

s.a.

$$R_e [S^{(k)}] \Delta\alpha^{(k)} \leq \Delta\xi^{(k)},$$

$$\underline{\Delta\alpha}_j^{(k)} \leq \Delta\alpha_j^{(k)} \leq \overline{\Delta\alpha}_j^{(k)} \quad j = 1, \dots, p,$$

$$\underline{\alpha}_j - \alpha_j^{(k)} \leq \Delta\alpha_j^{(k)} \leq \overline{\alpha}_j - \alpha_j^{(k)} \quad j = 1, \dots, p.$$

A matriz $R_e [S^{(k)}]$ é de ordem $n \times p$ e ela é obtida quando se tomam as partes reais de todos os elementos da matriz $S^{(k)}$ formada pelos n vetores linha $S_i^{(k)}$ associados a $\Delta\alpha_i^{(k)}$ na equação (2.3). O vetor $\Delta\xi^{(k)}$ é de ordem n , e as suas componentes associadas com os auto-valores dominantes devem ter valores negativos, os quais representam os passos mínimos que esses auto-valores devem caminhar no sentido da esquerda na iteração k . As outras componentes de $\Delta\xi^{(k)}$ podem ter valores positivos, os quais representam uma folga necessária para a variação de α , pois, em caso contrário, o conjunto de soluções viáveis para o Problema II será vazio. Os vetores $\underline{\Delta\alpha}_j$ e $\overline{\Delta\alpha}_j$ delimitam a vizinhança δ onde é válida a relação (2.3).

A solução do Problema II é aplicada em (2.4) para a correção dos parâmetros. Depois, determinam-se os auto-valores do

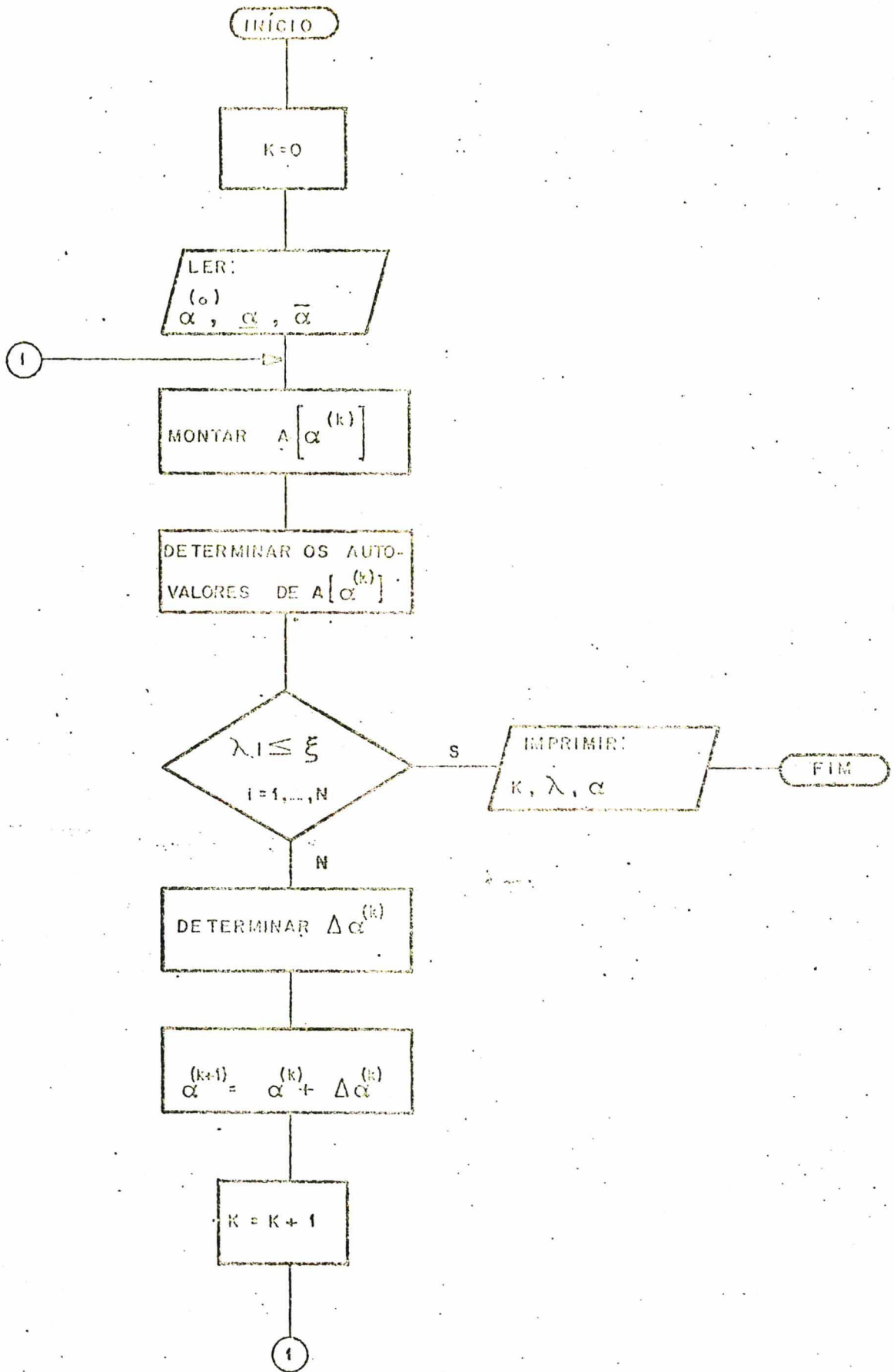


Fig. 2.2— Fluxograma Geral do Algoritmo para Determinação de Parâmetros de Sistemas Lineares com Estrutura Pré-fixado

sistema e verifica-se se eles satisfazem as restrições do Problema I. Caso positivo, o problema está resolvido. Em caso contrário, resolve-se o Problema II. Esse procedimento é adotado repetidas vezes, até que se obtenha uma solução. A Figura 2.2. mostra o fluxograma geral para este algoritmo.

2.4. Extensão para o Caso Complexo

Quando um sistema linear representado na forma

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\alpha)\mathbf{x} \quad (2.1)$$

possui um par complexo de auto-valores $\sigma \pm j\omega$, e todos os auto-valores reais são distintos, a sua resposta que é dada pela equação (2.2) também pode ser escrita na forma

$$\mathbf{x}(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} + \dots + c_{n-2} e^{\lambda_{n-2} t} \quad (2.5)$$

$$+ e^{\sigma t} (c_{n-1} \cos \omega t + c_n \sin \omega t).$$

Esta equação mostra que as saídas do sistema apresentam oscilações cujas amplitudes são amortecidas segundo o valor negativo da parte real do auto-valor complexo (σ). O surgimento dessas oscilações não pode ser evitado na prática, porque elas são naturais do próprio sistema. Em todo caso, as suas permanências prolongadas ou até mesmo indefinidas podem ser evitadas através da previsão de

um amortecimento que deve ser tanto mais rápido quanto maior for a frequência natural das oscilações do sistema. Para a consecução desse amortecimento, o procedimento normalmente adotado é a busca do posicionamento dos polos do sistema em uma região como a que está mostrado na Figura 2.3 [12].

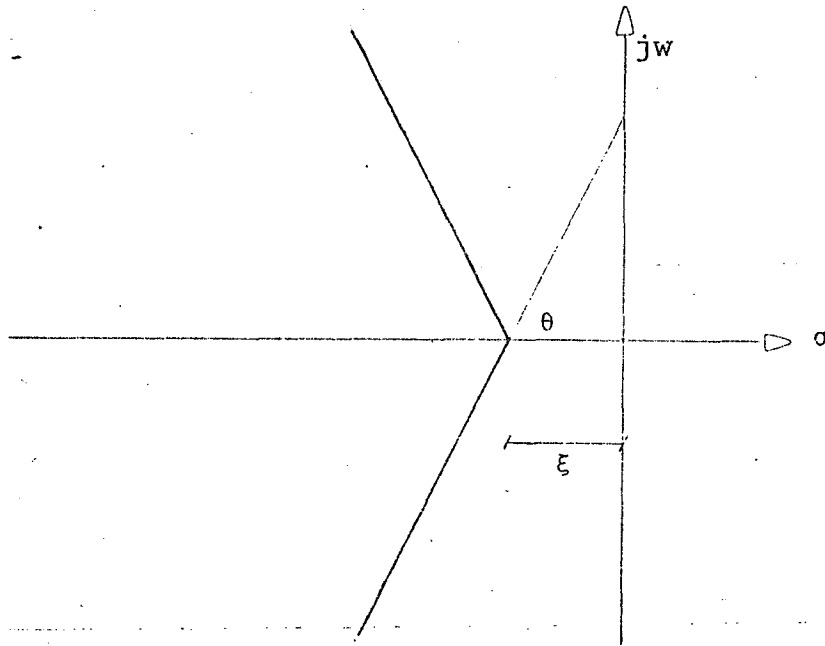


Figura 2.3. Região para o posicionamento dos polos visando a estabilidade do sistema e o amortecimento de suas oscilações naturais.

Tendo em vista as restrições sobre as partes imaginárias dos auto-valores do sistema para a previsão do amortecimento das oscilações de suas saídas, o Problema I pode ser reformulado da seguinte maneira.

Problema I-A

$$\min \sum_{j=1}^p |\alpha_j - \alpha_j^0|$$

tal que

$$\underline{\alpha}_j \leq \alpha_j \leq \bar{\alpha}_j, \quad j = 1, \dots, p,$$

e

$$\gamma R_e \{ \lambda_i [A(\alpha)] \} + |I_m \{ \lambda_i [A(\alpha)] \}| \leq \xi < 0.$$

As constantes γ e ξ são especificadas. A primeira delas define a inclinação das retas que limitam os valores das partes imaginárias dos auto-valores do sistema e o seu valor é dado pela tangente do ângulo θ mostrado na Figura 2.3. A outra constante define a margem de estabilidade desejada para o sistema.

2.5. Determinação da Matriz S

A determinação dos elementos s_{ij} da matriz S é feita de maneira semelhante à apresentada em [13]. Essa determinação leva em conta que:

1. Uma matriz A de ordem $n \times n$ apresenta os auto-valores λ_i , $i = 1, \dots, n$;
2. A matriz transposta de A, A^T , possui os mesmos auto-valores de A;
3. Os auto-vetores V_i de A e W_i de A^T , associados ao mesmo auto-valor, são diferentes.

Por definição tem-se

$$AV_i = \lambda_i V_i \quad (2.6)$$

e

$$A^T W_i = \lambda_i W_i \quad (2.7)$$

Tomando-se as derivadas parciais em relação a α_j , de ambos os membros da equação (2.6), esta resulta em

$$\frac{\partial A}{\partial \alpha_j} V_i + A \frac{\partial V_i}{\partial \alpha_j} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial \alpha_j} V_i + \lambda_i \frac{\partial V_i}{\partial \alpha_j}. \quad (2.8)$$

Todos os elementos de (2.8) são vetores coluna de ordem n , e assim, eles podem ser pré-multiplicados por W_i^T que é um vetor linha também de ordem n . Este produto resulta em

$$W_i^T \frac{\partial A}{\partial \alpha_j} V_i + W_i^T A \frac{\partial V_i}{\partial \alpha_j} = W_i^T \frac{\partial \lambda_i}{\partial \alpha_j} V_i + W_i^T \lambda_i \frac{\partial V_i}{\partial \alpha_j}. \quad (2.9)$$

Transpondo-se ambos os membros de (2.7), essa equação resulta em

$$W_i^T A = W_i^T \lambda_i. \quad (2.10)$$

Substituindo-se o resultado de (2.10) no último termo de (2.9), obtém-se

$$W_i^T \frac{\partial A}{\partial \alpha_j} V_i + W_i^T A \frac{\partial V_i}{\partial \alpha_j} = W_i^T \frac{\partial \lambda_i}{\partial \alpha_j} V_i + W_i^T A \frac{\partial V_i}{\partial \alpha_j}. \quad (2.11)$$

Os últimos termos de cada membro de (2.11) são iguais e se cancelam. Como $\partial \lambda_i / \partial \alpha_j$ é um escalar, o resultado final fica igual a

$$s_{ij} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial \alpha_j} = \frac{W_i^T \frac{\partial A}{\partial \alpha_j} V_i}{W_i^T V_i}. \quad (2.12)$$

A equação (2.12) determina a taxa de variação, ou sensibilidade, do auto-valor λ_i em relação ao parâmetro α_j . Tomando-se $i=1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, p$, surge uma matriz S de ordem $n \times p$. Essa matriz é chamada de matriz das sensibilidades.

No caso de auto-valores complexos aos pares, pode-se demonstrar facilmente que suas sensibilidades em relação a um mesmo parâmetro são iguais. Essa propriedade pode ser usada para a redução do tempo de processamento gasto no cálculo computacional da matriz S .

2.6. Delimitação da Vizinhança δ

Uma das questões críticas que envolve a aplicação do algoritmo da Seção (2.2) está relacionada com a delimitação das vizinhanças δ onde são válidas as aproximações lineares das funções λ_i . Tendo em vista as características anteriormente citadas dessas funções, fica praticamente impossível o estabelecimento de um critério com rigor matemático que faça essa delimitação corretamente. Diante dessa situação, o procedimento mais simples e o normalmente usado é a aplicação de uma taxa percentual sobre os valores presentes de cada um dos parâmetros. Feito isso, considera-se a região linear como sendo aquela compreendida pelas vizi-

nhanças com raios iguais a estes valores percentuais, em torno dos valores presentes de cada parâmetro.

Outra questão também crítica é a atribuição de valores para as componentes do vetor $\Delta\xi^{(k)}$ na iteração k . Por razões mais ou menos semelhantes àquelas envolvidas com a delimitação das vizinhanças δ , estes valores também são estabelecidos através de critérios percentuais que são aplicados sobre os valores presentes dos auto-valores. Neste caso, as condicionantes que norteiam o estabelecimento dessa taxa percentual são as seguintes:

1. Para as componentes negativas de $\Delta\xi^{(k)}$.

- *elas não devem ser muito grandes.* Quando isto não é verdadeiro, as restrições para o Problema II são muito fortes e a resposta provável do algoritmo é a emissão de mensagem informando que não existe solução viável para o problema porque o conjunto de soluções viáveis é vazio. Outra possibilidade é o algoritmo seguir para uma solução errada por violar a fronteira da região de linearidade. Ambos os casos são indesejáveis.

- *elas não devem ser muito pequenas.* Em caso contrário, o número de iterações necessárias para a solução do Problema I original tende a crescer, embora o problema fique bem linear.

2. Para as componentes positivas.

- *elas não devem ser muito pequenas.* Com isso busca-se aumentar o conjunto de soluções viáveis.

veis para o Problema II possibilitando assim, uma maior flexibilidade para a variação dos parâmetros.

Em notação matemática, as considerações anteriores são tratadas da seguinte maneira:

$$\overline{\Delta\alpha}_j^{(k)} = \text{PALFA} * \alpha_j^{(k)} \quad j = 1, \dots, p,$$

$$\underline{\Delta\alpha}_j^{(k)} = - \overline{\Delta\alpha}_j^{(k)} \quad j = 1, \dots, p,$$

e

$$\Delta\xi_i^{(k)} = \begin{cases} -\text{PE} * |\lambda_i|, & \lambda_i > \xi \\ \text{PD} * |\lambda_i|, & \lambda_i \leq \xi \end{cases} \quad i = 1, \dots, n,$$

onde

PALFA - é a taxa percentual aplicada sobre o valor presente de α para a delimitação da vizinhança δ na iteração k ;

PE - é a taxa percentual aplicada sobre o módulo dos autovalores presentes que ainda estão situados à direita do limiar ξ (que define a margem de estabilidade desejada) para a definição dos passos mínimos que esses auto-valores devem caminhar para a esquerda na iteração k ;

PD - é a taxa percentual aplicada sobre o módulo dos autovalores presentes que já estão situados à esquerda do limiar ξ para a definição dos passos máximos que es-

ses auto-valores podem caminhar no sentido da direita.

Os valores das porcentagens PALFA, PE e PD são obtidos experimentalmente, através de sucessivas execuções do algoritmo. Os critérios para a escolha desses valores são os seguintes:

1. Os resultados para $\Delta\sigma$ e $\Delta\lambda$ devem satisfazer a relação (2.3);
2. o valor de PD deve ser ajustável, de tal forma que os auto-valores situados à esquerda de ξ sejam impedidos de ultrapassar para a direita deste valor;
3. O valor de PE também deve ser ajustável, de tal forma que os auto-valores situados no semi-plano direito do plano complexo possam ultrapassar o eixo imaginário.

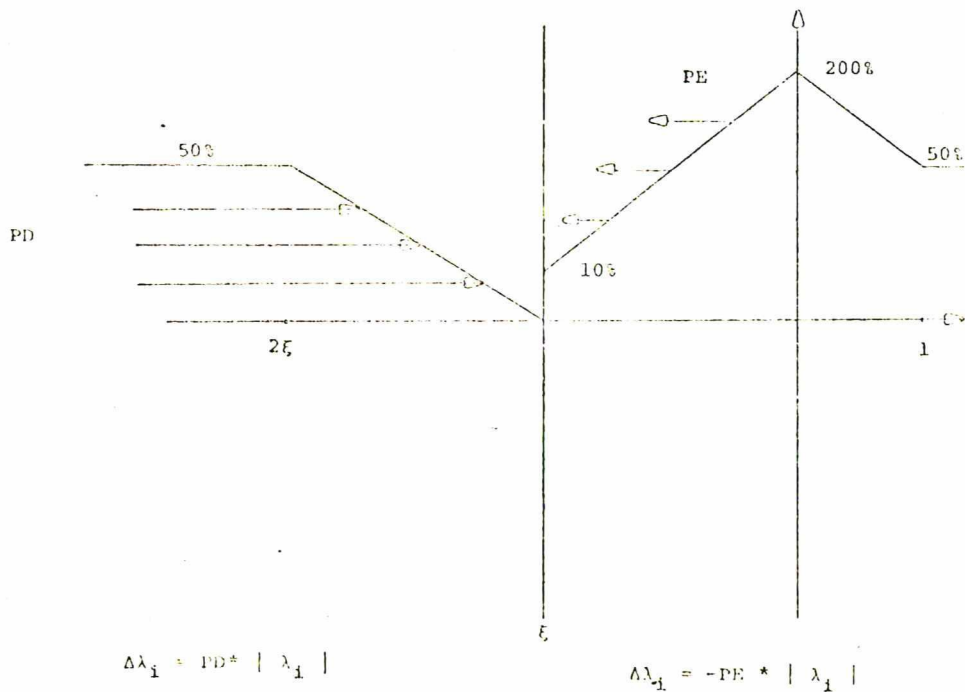


Figura 2.4: Gráfico com a variação de PD e PE, segundo a localização dos auto-valores.

A figura 2.4 mostra o gráfico para a variação de PD e PE, segundo a localização dos auto-valores, com a indicação dos melhores valores obtidos para essas percentagens. Para PALFA o melhor valor obtido foi 80%.

2.7. Procedimento Geral com Hierarquização

Devido às vantagens que o algoritmo da Seção (2.2) apresenta, a sua aplicação é bastante interessante para a determinação de parâmetros de sistemas de ordem elevada. Entre esses tipos de sistemas, alguns deles são susceptíveis de ser divididos em vários sub-sistemas através do agrupamento criterioso de suas variáveis. Esses sub-sistemas podem, por sua vez, ser constituídos por várias malhas (estruturas) que se complementam. Exemplos típicos com essas características são os sistemas elétricos de potência com múltiplas máquinas que, devido às distâncias geográficas que separam cada uma delas das demais, e à semelhança física de suas principais variáveis, são divididos por sub-sistemas com várias malhas.

Não obstante as considerações anteriores, a aplicação direta daquele algoritmo para um sistema de potência com múltiplas máquinas pode acarretar alguns problemas se ela visar a determinação simultânea de todos os parâmetros de todas as máquinas do sistema. Essa possibilidade decorre do fato de que, sendo os parâmetros de várias máquinas manipuladas concomitantemente, os seus valores convergem para um conjunto de valores que garante a estabilidade para o sistema global com a exata configuração que foi apresentada para o algoritmo. Fora isso, se a configuração do sistema for modificada, por exemplo, pela remoção de uma ou vá-

rias de suas máquinas, pode ser que ele fique instável com os parâmetros determinados para o sistema antes da modificação de sua configuração.

Esse problema pode ser contornado, embora não haja demonstração formal de que isso ocorre necessariamente, pela aplicação daquele algoritmo em diversas etapas de uma rotina processual ampla que garanta um certo nível de hierarquização na estabilização de cada máquina do sistema global. Essa hierarquização é feita basicamente em dois níveis. No primeiro deles, determinam-se os parâmetros do regulador de tensão (RT) de cada máquina considerando-se cada uma delas individualmente ligada contra uma barra infinita. No segundo nível, após fixados os parâmetros dos reguladores de tensão, determinam-se os parâmetros dos estabilizadores (ESP). Dessa maneira, nenhuma máquina ficará instável quando, por qualquer razão, for removido o seu estabilizador. Nessas duas etapas as máquinas podem ser representadas pelo modelo linear de Heffron-Phillips [14] de terceira ordem com vantagem na economia de memória e de tempo de processamento. De resto, aposta-se na confirmação da expectativa de que, quando as máquinas forem interligadas, o sistema total fique estável. Se isto não acontecer, os parâmetros devem ser reajustados usando-se modelos mais completos para as máquinas. Basicamente, a rotina processual a ser seguida é esta:

1. Achar o modelo linear de Heffron-Phillips para cada máquina ligada contra uma barra infinita.
2. Determinar os parâmetros do regulador de tensão para que o sistema máquina + RT fique estável.

3. Introduzir o estabilizador e determinar os seus parâmetros para que o sistema máquina + RT + ESP fique com a margem de estabilidade desejada.
4. Interligar as máquinas do sistema usando o modelo E" (sub-transitório) [15] e testar se ele é estável. Caso positivo, o ajuste dos parâmetros termina aqui.
5. Se o sistema não for estável, reajustar os parâmetros de cada máquina usando como modelo a matriz do sub-sistema correspondente, representado pelo modelo E".

2.8. Programação Linear

Durante o processo iterativo para a determinação de um conjunto de parâmetros α que solucione o Problema I, a cada iteração é resolvido um problema de Programação Linear com a forma do Problema II, onde se determina o valor da correção $\Delta\alpha$ que se deve aplicar no valor presente de α . De maneira geral, estas correções podem ser positivas ou negativas, mas os algoritmos para Programação Linear consideram apenas variáveis não-negativas. Por outro lado, a função objetiva do Problema II é não-linear porque envolve a soma dos módulos das variáveis. Estes dois problemas podem ser contornados através do desdobramento de cada variável em outras duas da seguinte forma:

$$\Delta\alpha_j = x_j - y_j \quad j = 1, \dots, p, \quad (2.13)$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, p, \quad (2.14)$$

$$y_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, p. \quad (2.15)$$

Com este artifício, a função objetiva passa a ser linear ao mesmo tempo em que torna-se possível a obtenção de ajustes negativos para serem aplicadas no valor presente de α . Aplicadas essas modificações, o Problema II passa a ser formulado da seguinte maneira:

Problema III

$$\min \sum_{j=1}^p (x_j^{(k)} + y_j^{(k)})$$

$$R_e[S^{(k)}] |x^{(k)} - y^{(k)}| \leq \Delta\xi^{(k)},$$

$$\frac{\Delta\alpha_j^{(k)}}{\alpha_j} \leq x_j^{(k)} - y_j^{(k)} \leq \frac{\Delta\alpha_j^{(k)}}{\alpha_j} \quad j = 1, \dots, p,$$

$$\frac{\alpha_j}{\alpha_j} - \alpha_j^{(k)} \leq x_j^{(k)} - y_j^{(k)} \leq \alpha_j - \frac{\alpha_j}{\alpha_j^{(k)}} \quad j = 1, \dots, p.$$

C A P Í T U L O I I I

MÉTODOS NUMÉRICOS PARA IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO

3.1. Introdução

Para se conseguir sucesso na aplicação de qualquer algoritmo, é necessário que exista para cada uma de suas etapas uma rotina eficiente para realizá-la. Por rotinas eficientes entendem-se aquelas que apresentam resultados corretos independentemente da dimensão do problema, e que obtenham esses resultados tão rapidamente quanto possível. As vezes alguns algoritmos teoricamente corretos deixam de ser viáveis na prática porque, quando implementados em computador, apresentam resultados incorretos [16]. Muitas vezes isso ocorre quando se trabalha com ordens elevadas onde o número de cálculos computacionais é grande, permitindo que os erros de arredondamento se propagem em maior escala. Nestes casos, o algoritmo não fica invalidado, mas a sua aplicação fica restrita para pequenas dimensões.

A implementação computacional do algoritmo apresentada no Capítulo II é um caso típico em que são requeridas rotinas com alto grau de eficiência sob pena dos resultados finais não serem aproveitáveis. As rotinas necessárias são: para a determinação dos auto-valores de uma matriz quadrada qualquer; para a determinação dos auto-vetores associados que são necessários para a determinação das sensibilidades de cada auto-valor; e uma rotina para a solução de problemas de programação linear, para a determinação

dos ajustes dos parâmetros a cada iteração. Dessas três rotinas, as duas primeiras que foram usadas para a implementação do algoritmo são descritas nas seções seguintes deste capítulo, assim como a forma em que elas foram interligadas no computador PDP-1140.

3.2. Determinação de Auto-valores

A experiência de um grande número de pesquisadores indica o método da transformação QR [17] como o mais efetivo método para a determinação dos auto-valores de uma matriz quadrada A qualquer. A filosofia que fundamenta esse método é a de que a matriz A pode ser reduzida a uma forma triangular através da aplicação de uma série de transformações de similaridade [18]. Uma vez que os auto-valores de uma matriz são invariantes quando ela é submetida a esse tipo de transformação, então os elementos diagonais da matriz triangular resultante são os próprios auto-valores da matriz primitiva. Uma transformação de similaridade é sempre da forma

$$T = P^{-1}AP . \quad (3.1)$$

Antes da aplicação da transformação QR, a matriz A é colocada na forma de Hessenberg. Nessa forma, todos os elementos abaixo da primeira sub-diagonal são nulos:

$$h_{ij} = 0 \quad j \geq i + 2 \quad (3.2)$$

Os seus auto-valores são os mesmos da matriz A porque também se utilizam transformações de similaridade para a sua obtenção, que pode ser feita pelo método de Givens [19], que está apresentado de

maneira detalhada e simples em [20]. A pré-colocação da matriz A na forma de Hessenberg não é necessariamente obrigatória, mas ela apresenta algumas vantagens, entre elas a de reduzir substancialmente o número de cálculos computacionais feitos em cada iteração da transformação QR, tornando-o proporcional a n^2 ao invés de n^3 .

A transformação QR consiste em um processo iterativo em que, a cada iteração, a matriz A presente é decomposta no produto de uma matriz unitária Q e uma matriz triangular superior R . A matriz A na iteração seguinte resulta do produto das matrizes Q e R na ordem reversa. Em notação matricial, tem-se:

$$A^{(k)} = Q^{(k)} R^{(k)} \quad (3.3)$$

$$A^{(k+1)} = R^{(k)} Q^{(k)} \quad (3.4)$$

Pode-se mostrar que esse tipo de transformação equivale a uma série de transformações de similaridade aplicadas sobre a matriz A primitiva.

Seja

$$A = A^{(1)} = Q^{(1)} R^{(1)}, \quad (3.5)$$

donde resulta

$$R^{(1)} = [Q^{(1)}]^{-1} A^{(1)}. \quad (3.6)$$

Por definição tem-se

$$A^{(2)} = R^{(1)} Q^{(1)}. \quad (3.7)$$

Substituindo-se (3.6) em (3.7) chega-se em

$$A^{(2)} = [Q^{(1)}]^{-1} A^{(1)} Q^{(1)} \quad (3.8)$$

que é semelhante à (3.1) e portanto representa uma transformação de similaridade.

A sequência de procedimentos acima pode ser feita repetidas vezes e a sua generalização resulta em

$$A^{(k+1)} = [Q^{(k)}]^{-1} \dots [Q^{(1)}]^{-1} A^{(1)} Q^{(1)} \dots Q^{(k)}. \quad (3.9)$$

Essa expressão assegura que os auto-valores da matriz A primitiva não se modificam.

A decomposição de A no produto QR é sempre possível e ela é garantida pelo seguinte teorema:

Teorema 1 [17]

"Para qualquer matriz quadrada A existe uma matriz unitária Q, tal que $A = QR$, onde R é uma matriz triangular superior que possui elementos diagonais reais não-negativos. Ainda mais, Q é única se A é não-singular".

O comportamento da matriz A, quando submetida à transformação QR é descrito pelo seguinte teorema:

Teorema 2 [11]

"Para qualquer matriz não singular A que apresente auto-valores com módulos distintos, quando submetida à transformação

QR, os seus elementos abaixo da diagonal principal tendem para zero, os módulos dos elementos acima da diagonal principal tendem para valores fixos e os elementos da diagonal principal tendem para os auto-valores de A".

No caso de auto-valores complexos aos pares, portanto com módulos iguais, durante o processo de transformação QR são formados blocos matriciais de segunda ordem sobre a diagonal principal. Cada bloco indica um par complexo de auto-valores da matriz A.

3.3. Determinação de Auto-Vetores

O auto-vetor V_i associado ao auto-valor λ_i de uma matriz A de ordem $n \times n$ é obtido através da resolução do sistema linear

$$[A - \lambda_i I] V_i = 0 . \quad (3.10)$$

Como a matriz $[A - \lambda_i I]$ é singular, este sistema apresenta uma infinidade de soluções. Uma delas pode ser obtida atribuindo-se o valor um para o n -ésimo elemento do vetor V_i e resolvendo-se o sistema de $(n - 1)$ equações resultante que apresenta uma única solução. Esse procedimento leva em conta que λ_i seja determinado com precisão absoluta, o que nem sempre acontece, não obstante a eficiência do método da transformação QR.

Para o caso em que o auto-valor λ_i seja determinado por um valor aproximado ρ , existe um procedimento para a obtenção do seu auto-vetor associado que é relativamente insensível à precisão de ρ . Trata-se do método iterativo inverso, de Wilkinson [19].

O esquema básico deste método pode ser descrito pelas equações

$$[A - \rho I] Y^{(k+1)} = V^{(k)} \quad (3.11)$$

e

$$V^{(k+1)} = \frac{Y^{(k+1)}}{\max |Y^{(k+1)}|} \quad (3.12)$$

onde ρ é o valor aproximado de λ_i e $V^{(0)}$ é o valor inicial do vetor V que, sem perda de generalidade, pode ser igual ao vetor unitário. Partindo-se de $V^{(0)}$, resolve-se (3.11) e determina-se $Y^{(1)}$ que é normalizado segundo (3.12) e depois passa a ser o novo valor do vetor V . O processo é repetido sucessivamente até que o módulo da diferença entre as normas de dois $V^{(k)}$ sucessivos seja menor do que uma tolerância especificada.

3.3.1. Rotina para Auto-Vetores Reais

Para o caso de um auto-valor real, a solução da equação (3.11) pode ser obtida através da decomposição LU com pivotamento da matriz $[A - \rho I]$ seguida por um processo de substituição direta e um outro de substituição inversa. A matriz L é triangular inferior com todos os seus elementos diagonais iguais a um, e U é uma matriz triangular superior onde o último elemento diagonal é normalmente muito pequeno ou até mesmo igual a zero, quando o auto-valor é exato. A decomposição LU da matriz $[A - \rho I]$ é um bom procedimento porque as matrizes L e U são aproveitadas posteriormente para a determinação do auto-vetor da matriz transposta, A^T , associado com o mesmo auto-valor.

Depois da decomposição LU de $[A - \rho I]$, a equação (3.

11) resulta em

$$P^{-1} L U Y^{(k+1)} = V^{(k)}, \quad (3.13)$$

ou

$$L U Y^{(k+1)} = P V^{(k)}, \quad (3.14)$$

onde P representa as modificações feitas na ordem das linhas de $[A - \rho I]$ durante o processo de decomposição LU. Tomando-se como exemplo um sistema de quarta ordem, a equação (3.14), pronta para resolução, pode ser desdobrada em

$$\begin{bmatrix} 1 & & & \\ \ell & 1 & & \\ \ell & \ell & 1 & \\ \ell & \ell & \ell & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

e

$$\begin{bmatrix} u & u & u & u \\ & u & u & u \\ & & u & u \\ & & & \epsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Se ϵ for diferente de zero, os seguintes passos de terminam o auto-vetor V_i :

1. Igualar a um todos os elementos de V.
2. Reordenar os elementos do vetor V da mesma maneira que as linhas da matriz $[A - \rho I]$ foram reordenadas duran

te o processo de decomposição LU.

3. Resolver (3.15) por substituição direta para a determinação do vetor B.
4. Resolver (3.16) por substituição inversa para a determinação do vetor Y.
5. Normalizar o vetor Y segundo (3.12) para se obter o novo vetor V.
6. Comparar o novo valor de V com o valor anterior. Se o módulo da diferença entre suas normas for menor do que uma tolerância especificada, então o valor atual de V é o auto-vetor procurado. Em caso contrário, repetir os passos de 2 até 6 tantas vezes quantas forem necessárias.

Se ϵ for igual a zero, nenhuma iteração é necessária. Igualam-se a zero todos os elementos de B, assume-se o n -ésimo elemento de Y igual a um e completa-se o processo de substituição inversa de (3.16) para se obter o auto-vetor procurado.

Para o caso do auto-vetor da matriz transposta, A^T , a equação básica é

$$[A^T - \rho I] W_i = 0 \quad (3.17)$$

que equivale a

$$[A - \rho I]^T W_i = 0. \quad (3.18)$$

Usando-se o método iterativo inverso, obtém-se

$$[P^{-1} LU]^T Z^{(k+1)} = W^{(k)} \quad (3.19)$$

ou

$$U^T L^T (P^{-1})^T Z^{(k+1)} = W^{(k)}. \quad (3.20)$$

Tomando-se novamente como exemplo um sistema de quarta ordem, a equação (3.19), pronta para resolução, pode ser desdobrada em

$$\begin{bmatrix} u & & & \\ u & u & & \\ u & u & u & \\ u & u & u & \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & l & l & l \\ & 1 & l & l \\ & & 1 & l \\ & & & 1 \end{bmatrix} (P^T)^{-1} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Se ε for diferente de zero, os seguintes passos de terminam o auto-vetor W_i :

1. Igualar a um todos os elementos de W .
2. Resolver (3.21) por substituição direta para a determinação do vetor D .
3. Resolver (3.22) por substituição inversa para a determinação do vetor $(P^T)^{-1} Z$.
4. Reordenar os elementos do vetor $(P^T)^{-1} Z$ da maneira inversa àquela que as linhas da matriz $[A - \rho I]$ foram reordenadas durante o processo de decomposição LU. O resultado desta reordenação é o vetor Z .

5. Normalizar o vetor Z segundo (3.12) para se obter o novo vetor W.
6. Comparar o novo valor de W com o anterior. Se o módulo da diferença entre as suas normas for menor do que uma tolerância especificada, então o valor atual de W é o auto-vetor procurado. Em caso contrário, repetir os passos de 2 até 6 tantas vezes quantas forem necessárias.

Se ϵ for igual a zero, nenhuma iteração é necessária. Assume-se o n -ésimo elemento de D igual a um, igualam-se a zero todos os demais elementos e resolve-se (3.22) por substituição inversa para se obter o vetor $(P^T)^{-1} Z$. A seguir, reordenam-se os elementos deste vetor segundo a ordem inversa em que as linhas da matriz $[A - \rho I]$ foram reordenadas durante o processo de decomposição LU, para se obter o auto-vetor procurado.

3.3.2. Rotina para Auto-Vetores Complexos

Quando os auto-valores são complexos, também pode-se usar o método iterativo inverso, através das equações (3.11) e (3.12), para a determinação de seus auto-vetores associados. Neste caso, as necessidades de armazenamento ficam dobradas por causa dos números complexos, e o tempo de processamento aumenta substancialmente devido às operações envolvendo esses números. Para superar essas adversidades, um bom procedimento é isolar as partes real e imaginária e trabalhar separadamente para as suas determinações.

Considerando-se na equação (3.10) $\rho = \alpha + j\beta$, $V = Q + jR$

e $Y = M + jN$ e igualando-se as partes reais e imaginárias de am bos os membros, chega-se ao sistema

$$(A - \alpha I)M^{(k+1)} + \beta N^{(k+1)} = Q^{(k)} \quad (3.23)$$

$$(A - \alpha I)N^{(k+1)} - \beta M^{(k+1)} = R^{(k)} \quad (3.24)$$

onde as variáveis a determinar são $M^{(k+1)}$ e $N^{(k+1)}$. A solução para essas variáveis pode ser obtida através das equações

$$[(A - \alpha I)^2 + \beta^2 I]N^{(k+1)} = \beta Q^{(k)} + (A - \alpha I)R^{(k)} \quad (3.25)$$

e

$$\beta M^{(k+1)} = [(A - \alpha I)N^{(k+1)} - R^{(k)}] \quad (3.26)$$

De maneira análoga ao caso real, a solução da equação (3.25) pode ser obtida através da decomposição LU com pivotamento da matriz $[(A - \alpha I)^2 + \beta^2 I]$. Neste caso, também as matrizes L e U são aproveitadas posteriormente para a determinação do autovetor da matriz transposta, A^T , associado com o mesmo autovalor. A matriz L é triangular inferior com todos os elementos diagonais iguais a um, e U é uma matriz triangular superior onde os dois últimos elementos diagonais normalmente são muito pequenos ou até mesmo iguais a zero, quando o autovalor ρ é exato.

Depois da decomposição LU de $[(A - \alpha I)^2 + \beta I]$, a equação (3.25) resulta em

$$P^{-1}LUN^{(k+1)} = \beta Q^{(k)} + (A - \alpha I)R^{(k)} \quad (3.27)$$

ou

$$L U N^{(k+1)} = P [\beta Q^{(k)} + (A - \alpha I) R^{(k)}] \quad (3.28)$$

onde P representa as modificações feitas na ordem das linhas de $[(A - \alpha I)^2 + \beta^2 I]$ durante o processo de decomposição LU. As equações finais que definem o processo iterativo para a determinação dos auto-vetores complexos derivam das equações (3.12), (3.26) e (3.28) e elas são as seguintes:

$$L B = P [\beta Q^{(k)} + (A - \alpha I) R^{(k)}] \quad (3.29)$$

$$U N^{(k+1)} = B \quad (3.30)$$

$$M^{(k+1)} = \frac{1}{\beta} [(A - \alpha I) N^{(k+1)} - R^{(k)}] \quad (3.31)$$

$$(Q + jR)^{(k+1)} = \frac{(M + jN)^{(k+1)}}{\max |(m + jn)^{(k+1)}|} \quad (3.32)$$

Se os dois últimos elementos diagonais de U forem diferentes de zero, os passos para a aplicação dessas equações que determinam o auto-vetor são os seguintes:

1. Igualar a um todos os elementos dos vetores Q e R.
2. Calcular o vetor do lado direito de (3.29) e a seguir reordenar os seus elementos segundo a mesma maneira que as linhas da matriz $[(A - \alpha I)^2 + \beta^2 I]$ foram. reordenadas durante o processo de decomposição LU.

3. Resolver (3.29) por substituição direta para a determinação do vetor B .
4. Resolver (3.30) por substituição inversa para a determinação do vetor $N^{(k+1)}$.
5. Substituir $N^{(k+1)}$ em (3.31) para a determinação do vetor $M^{(k+1)}$.
6. Normalizar o vetor $(M + jN)$ segundo (3.32) para se obter o novo vetor $(Q + jR)$.
7. Comparar o novo valor de $(Q + jR)$ com o valor anterior. Se o módulo da diferença entre as suas normas for menor do que uma tolerância especificada, então o valor atual de $(Q + jR)$ é o auto-valor procurado. Em caso contrário, repetir os passos de 2 até 7 tantas vezes quantas forem necessárias.

Se os dois últimos elementos diagonais de U forem iguais a zero, nenhuma iteração é necessária. Igualam-se a zero todos os elementos de B , assumem-se os dois últimos elementos de N iguais a um e completa-se o processo de substituição inversa de (3.30). Depois calcula-se M através de (3.31) e forma-se o vetor complexo $Y = M + jN$ que é o auto-vetor procurado.

Para o caso do auto-vetor da matriz transposta, A^T , considerando-se na equação (3.11) $\rho = \alpha + j\beta$, $V = G + jH$ e $Y = S + jT$; substituindo-se A por A^T ; e igualando-se as partes reais e imaginárias de ambos os membros, chega-se ao sistema:

$$(A - \alpha I)^T S^{(k+1)} + \beta T^{(k+1)} = G^{(k)} \quad (3.33)$$

$$(A - \alpha I)^T T^{(k+1)} - \beta S^{(k+1)} = H^{(k)} \quad (3.34)$$

onde as variáveis a determinar são $S^{(k+1)}$ e $T^{(k+1)}$. Usando-se um processo dedutivo semelhante ao usado no caso dos auto-vetores complexos da matriz normal, chega-se às seguintes equações que descrevem o processo iterativo para a determinação dos auto-vetores complexos da matriz transposta:

$$U^T D = \beta G^{(k)} + (A - \alpha I)^T H^{(k)} \quad (3.35)$$

$$L^T [(P^T)^{-1} T^{(k+1)}] = D \quad (3.36)$$

$$S^{(k+1)} = \frac{1}{\beta} [(A - \alpha I)^T T^{(k+1)} - H^{(k)}] \quad (3.37)$$

$$(G + jH)^{(k+1)} = \frac{(S + jT)^{(k+1)}}{\max |(s + jt)^{(k+1)}|} \quad (3.38)$$

Se os dois últimos elementos diagonais de U forem diferentes de zero, os passos para a aplicação dessas equações que determinam os auto-vetores complexos da matriz transposta são os seguintes:

1. Igualar a um todos os elementos dos vetor G e H.
2. Calcular o vetor do lado direito de (3.35) e então resolver esta equação por substituição direta para a determinação do vetor D.

3. Resolver (3.36) por substituição inversa para a determinação do vetor $(P^T)^{-1} T^{(k+1)}$.
4. Reordenar o vetor encontrado no passo anterior segundo a ordem inversa em que as linhas da matriz $[(A - \alpha I)^2 + \beta^2 I]$ foram reordenadas durante o processo de decomposição LU.
5. Substituir $T^{(k+1)}$ em (3.37) para a determinação do vetor $S^{(k+1)}$.
6. Normalizar o vetor $(S + jT)$ segundo (3.38) para se obter o novo vetor $(G + jH)$.
7. Comparar o novo valor de $(G + jH)$ com o valor anterior. Se o módulo da diferença entre as suas normas for menor do que uma tolerância especificada, então o valor atual de $(G + jH)$ é o auto-vetor procurado. Em caso contrário, repetir os passos de 2 até 7 tantas vezes quantas forem necessárias.

Se os dois últimos elementos diagonais de U forem iguais a zero, nenhuma iteração é necessária. Assume-se o n -ésimo termo de D igual e um, igualam-se a zero todos os demais termos e resolve-se (3.36) por substituição inversa para se obter o vetor $(P^T)^{-1} T$. A seguir, reordenam-se os seus elementos da maneira inversa àquela que as linhas da matriz $[(A - \alpha I)^2 + \beta^2 I]$ foram ordenadas e calcula-se S através (3.37). Finalmente forma-se o vetor complexo $\hat{X} = S + jT$ que é auto-vetor procurado.

3.4. Implementação no PDP-1140

O algoritmo apresentado no Capítulo II foi implementado computacionalmente no mini-sistema do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina. A configuração deste sistema é constituída por uma Unidade Central de processamento com duas unidades de disco, uma impressora do tipo teletipo para entrada e saída de dados, e uma impressora rápida para a emissão de relatórios. A capacidade de memória atualmente instalada é de 20K bytes, com possibilidades de expansão até 80K bytes.

Para deixá-lo hábil a processar sistemas até a 30^a ordem, e considerando a limitação da capacidade de memória da configuração atualmente existente, a implementação do algoritmo foi desdobrado em uma seqüência de três programas principais e dois outros programas auxiliares. Estes programas são:

- PRGM1 - Programa auxiliar para a geração em disco do arquivo ALFA. Os dados de entrada são a ordem n do sistema e o conjunto de valores iniciais dos parâmetros α_j , $j = 1, \dots, p$. A saída do programa é o arquivo ALFA gravado em disco.
- PRGM5 - Programa principal para a determinação dos auto-valores de uma matriz $A(\alpha)$. A entrada para o programa é o arquivo ALFA gravado em disco. A saída do programa é o arquivo AUTOV, também gravado em disco, que contém os auto-valores calculados.
- SENSIL - Programa principal para a determinação das sensibilidades dos auto-valores λ_i , $i = 1, \dots, n$, em rela

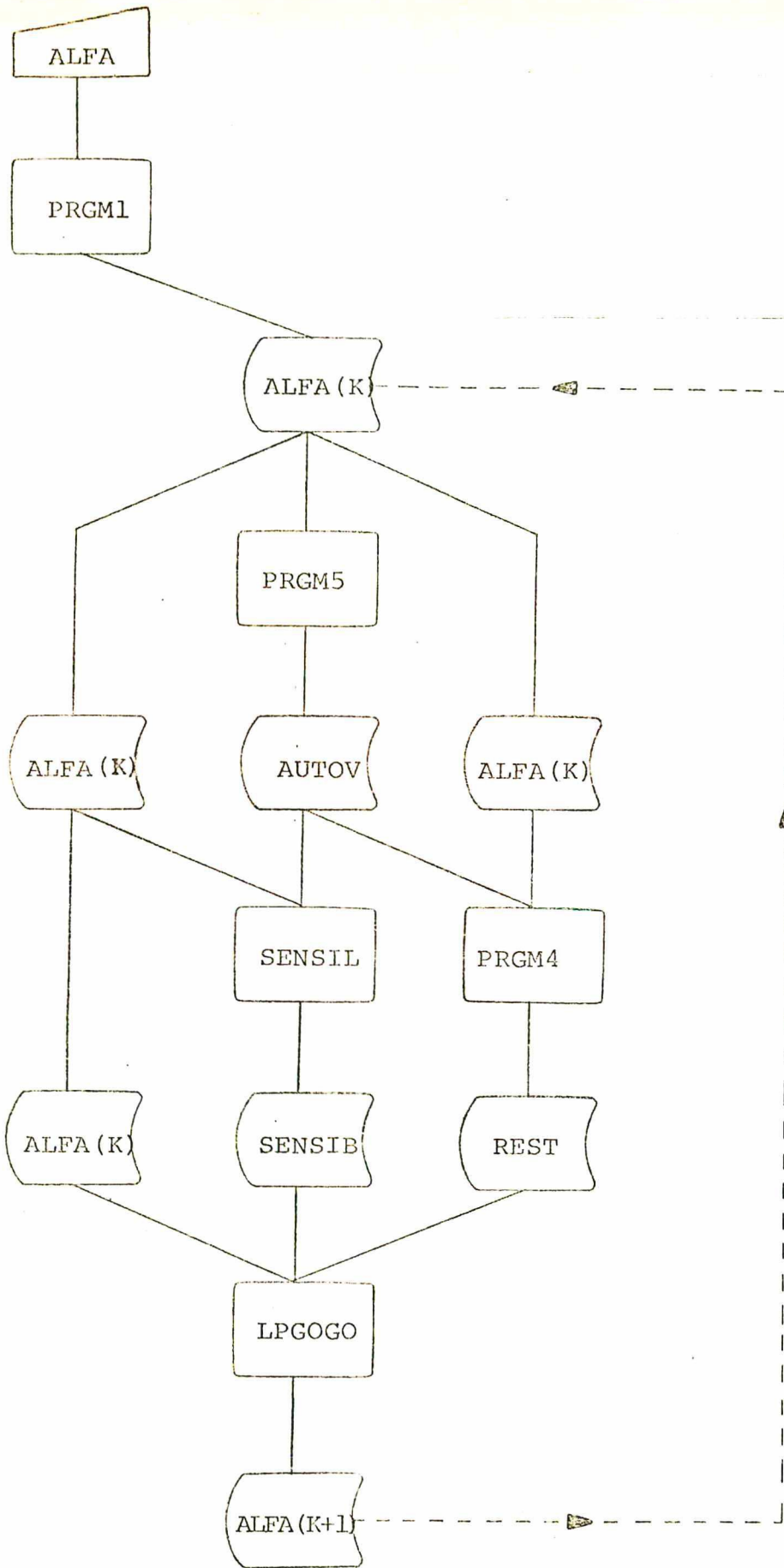


Figura 3.1: Fluxograma com a seqüência para execução dos programas.

ção aos parâmetros α_j , $j = 1, \dots, p$. O programa lê os arquivos ALFA e AUTOV, e gera em disco o arquivo SENSIB com as sensibilidades determinadas.

PRGM4 - Programa auxiliar para a geração em disco, do arquivo REST que contém as restrições para o Problema II que será resolvido na próxima etapa. Essas restrições são obtidas a partir dos valores dos parâmetros α_j e dos auto-valores α_i que são lidos a partir dos arquivos ALFA e AUTOV, respectivamente.

LPGOGO - Programa principal que utiliza o método SIMPLEX, para a resolução de problemas de Programação linear, com a forma do Problema II da Seção 2.3, que determina as correções que devem ser aplicadas sobre os valores presentes dos parâmetros α_j , $j = 1, \dots, p$. As entradas do programa são os arquivos ALFA, SENSIB e REST. A saída gerada pelo programa é o arquivo ALFA atualizado.

O fluxograma que apresenta a seqüência para execução destes programas está mostrado na Figura 3.1.

C A P Í T U L O I V

RESULTADOS

4.1. Introdução

Este capítulo apresenta os resultados obtidos para os parâmetros dos reguladores de tensão e estabilizadores das duas principais unidades geradoras do Sistema Sul do Brasil. Eles foram obtidos através da aplicação do algoritmo apresentado no Capítulo II e implementado computacionalmente com as técnicas numéricas do Capítulo III dessa dissertação.

O Sistema Sul é representado por duas barras de geração, que são as unidades de Salto Osório e Salto Santiago, e por uma barra infinita que representa o resto do sistema. As estruturas dos seus reguladores de tensão e dos seus estabilizadores são pré-fixados e elas incluem não-linearidades do tipo saturação, que no entanto não são consideradas na aplicação do algoritmo, mas apenas na simulação para a verificação dos resultados.

Os modelos das máquinas são linearizados e eles incluem representações detalhadas dos reguladores de tensão e dos transdutores de potência, frequência e tensão. As equações são formuladas na forma de espaço de estado, e para a determinação dos parâmetros que são procurados é obedecida a seqüência de procedimentos da Seção 2.7.

4.2. Resultados para Salto Osório Ligada Contra Uma Barra Infinita

O diagrama de blocos da unidade de Salto Osório ligada contra uma barra infinita está mostrado na Figura 4.1. Além da máquina em si, neste diagrama também estão incluídos o regulador de tensão (RT), o estabilizador de sistema de potência (ESP) e um filtro cuja finalidade é evitar a injeção na entrada do estabilizador, de oscilação de potência elétrica causadas por oscilações hidráulicas.

A máquina é representada pelo modelo linear de Heffron-Phillips de terceira ordem, e os seus parâmetros foram obtidos em [21] com os seguintes valores:

H	$= 4.75$	- constante de inércia da unidade
T'_{do}	$= 8.803$	- constante de tempo em circuito aberto
D	$= 3.$	- coeficiente de amortecimento (turbina + enrolamento).
K_1	$= 1.755$	
K_2	$= 1.456$	
K_3	$= 0.371$	
K_4	$= 1.01$	- constantes do modelo linear
K_5	$= -0.035$	
K_6	$= 0.213$	

O regulador de tensão é um sistema com estrutura pré-fixada que apresenta parâmetros ajustáveis. O seu modelo foi

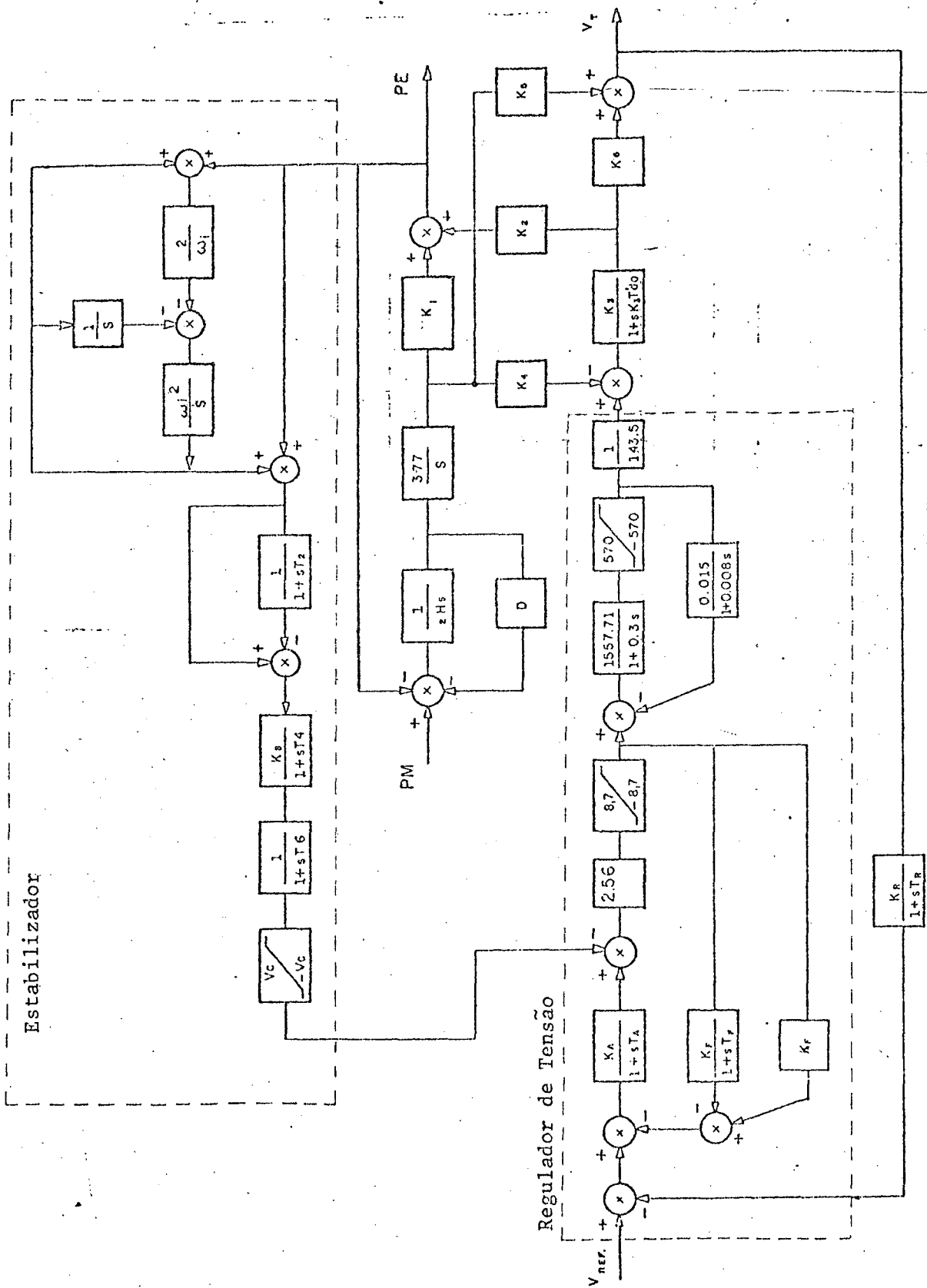


Figura 4.1: Diagrama de blocos para a unidade de Salto Osório.

obtido experimentalmente [22] com os seguintes parâmetros:

$K_A = ?$	- ganho do Voltage Error Detector (VED)
$T_A = 0.025$	- constante de tempo do VED
$K_F = ?$	- ganho de realimentação temporária
$T_F = ?$	- constante de tempo da realimentação temporária.

O sinal de erro que atua sobre o RT é a diferença entre o valor da referência de tensão (V_{REF}) e o valor da tensão medida na saída do gerador. Este último valor é obtido através de um transdutor cujos parâmetros são:

$K_R = 9.19/3.$	- ganho do transdutor de tensão
$T_R = 0.01/3.$	- constante de tempo do transdutor de tensão.

O sistema máquina + RT é de oitava ordem e o número de parâmetros a determinar no RT é igual a 3: K_A , K_F , T_F . Os resultados obtidos para estes parâmetros estão mostrados na tabela 4.1.

A estrutura do estabilizador de sistema de potência é pré-fixada e ela é constituída por circuitos de reset e retardo, cujos parâmetros são ganhos e constantes de tempo a determinar:

$K_B = ?$	- ganho do ESP
$T_2 = ?$	- constante de tempo do reset
$T_4 = ?$	- constante de tempo do lag-1

k	0	1	2
K_A	22.500	11.716	10.050
K_F	0.020	0.038	0.072
T_F	0.510	0.337	0.284
1	-299.92	-299.96	-299.96
2	-86.56	-86.90	-116.52
3	-64.06 + j 77.11	-64.11 + j 77.39	-64.06 + j 77.49
4	-64.06 - j 77.11	-64.11 - j 77.39	-64.06 - j 77.49
5	-1.05 + j 1.03	-1.04 + j 0.87	-0.87 + j 0.82
6	-1.05 - j 1.03	-1.04 - j 0.87	-0.87 - j 0.82
7	-0.14 + j 8.33	-0.17 + j 8.33	-0.19 + j 8.33
8	-0.14 - j 8.33	-0.17 - j 8.33	-0.19 - j 8.33

Tabela 4.1: Resultados para os parâmetros do regulador de tensão da unidade de Salto Osório.

K	0	1	2
T ₂	0.200	0.200	0.200
T ₄	0.200	0.200	0.152
T ₆	0.200	0.059	0.006
K _B	50.000	50.000	50.000
1	-299.96	-299.96	-299.96
2	-113.95	-113.95	-113.81
3	-64.08 + j 77.48	-64.11 + j 77.48	-64.12 + j 77.08
4	-64.08 - j 77.48	-64.11 - j 77.48	-64.12 - j 77.08
5	-9.22	-18.19	-168.63
6	-3.57	-4.23 + j 3.86	-5.50 + j 4.33
7	-3.26 + j 3.17	-4.23 - j 3.86	-5.50 - j 4.33
8	-3.26 - j 3.17	-3.56	-3.55
9	-1.66	-1.79	-1.89
10	-0.86 + j 0.88	-0.87 + j 0.88	-0.88 + j 0.88
11	-0.86 - j 0.88	-0.87 - j 0.88	-0.88 - j 0.88
12	-0.37 + j 8.61	-0.79 + j 8.58	-1.02 + j 8.08
13	-0.37 - j 8.61	-0.79 - j 8.58	-1.02 - j 8.08

Tabela 4.2: Resultados para os parâmetros do estabilizador da unidade de Salto Osório.

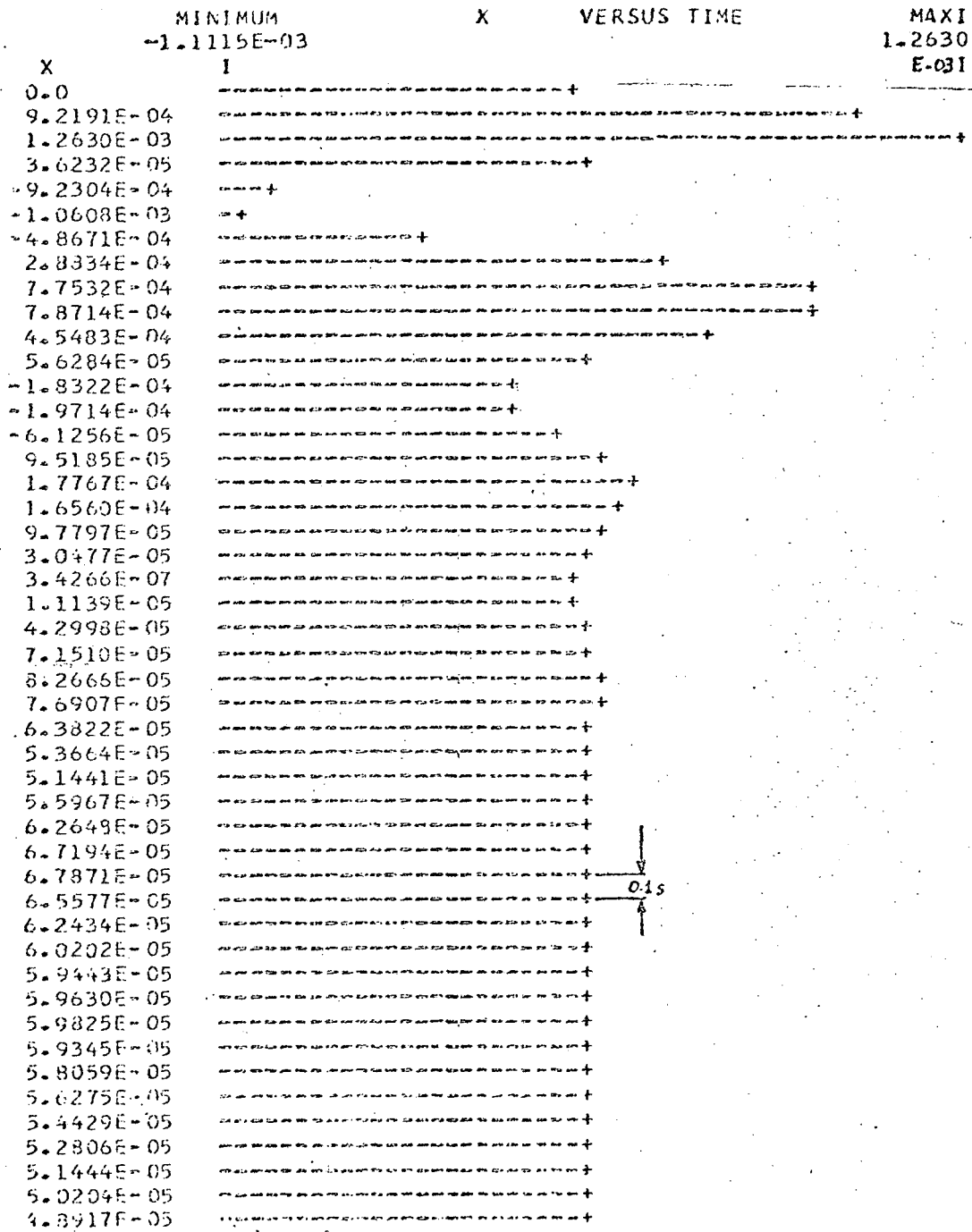


Figura 4.2: Comportamento da frequência da unidade de Salto Osório após a ocorrência de uma perturbação de 0,1 pu de potência mecânica durante 200 ms.

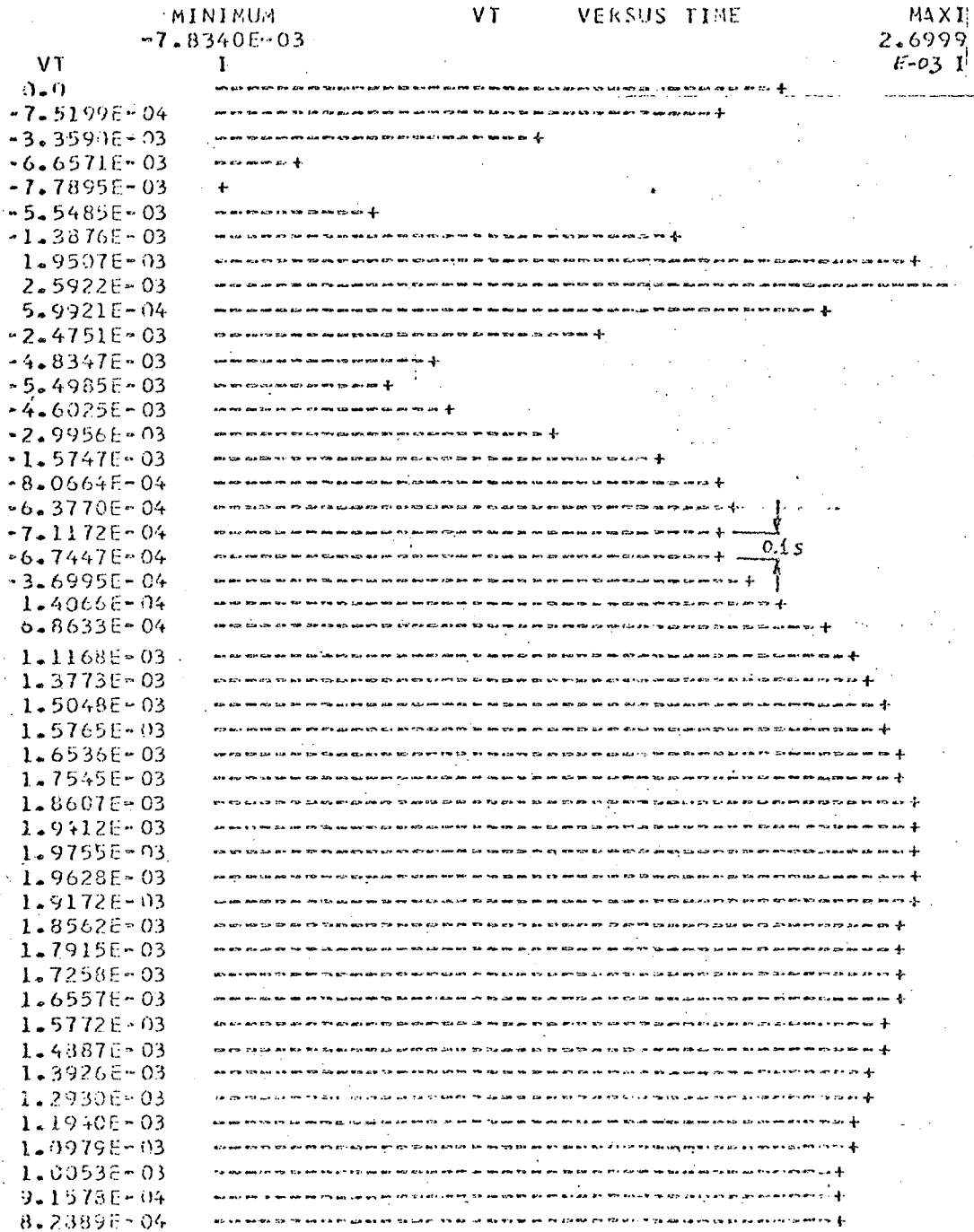


Figura 4.3: Comportamento da tensão terminal da unidade de Salto Osório após a ocorrência de uma perturbação de 0,1 pu de potência mecânica durante 200 ms.

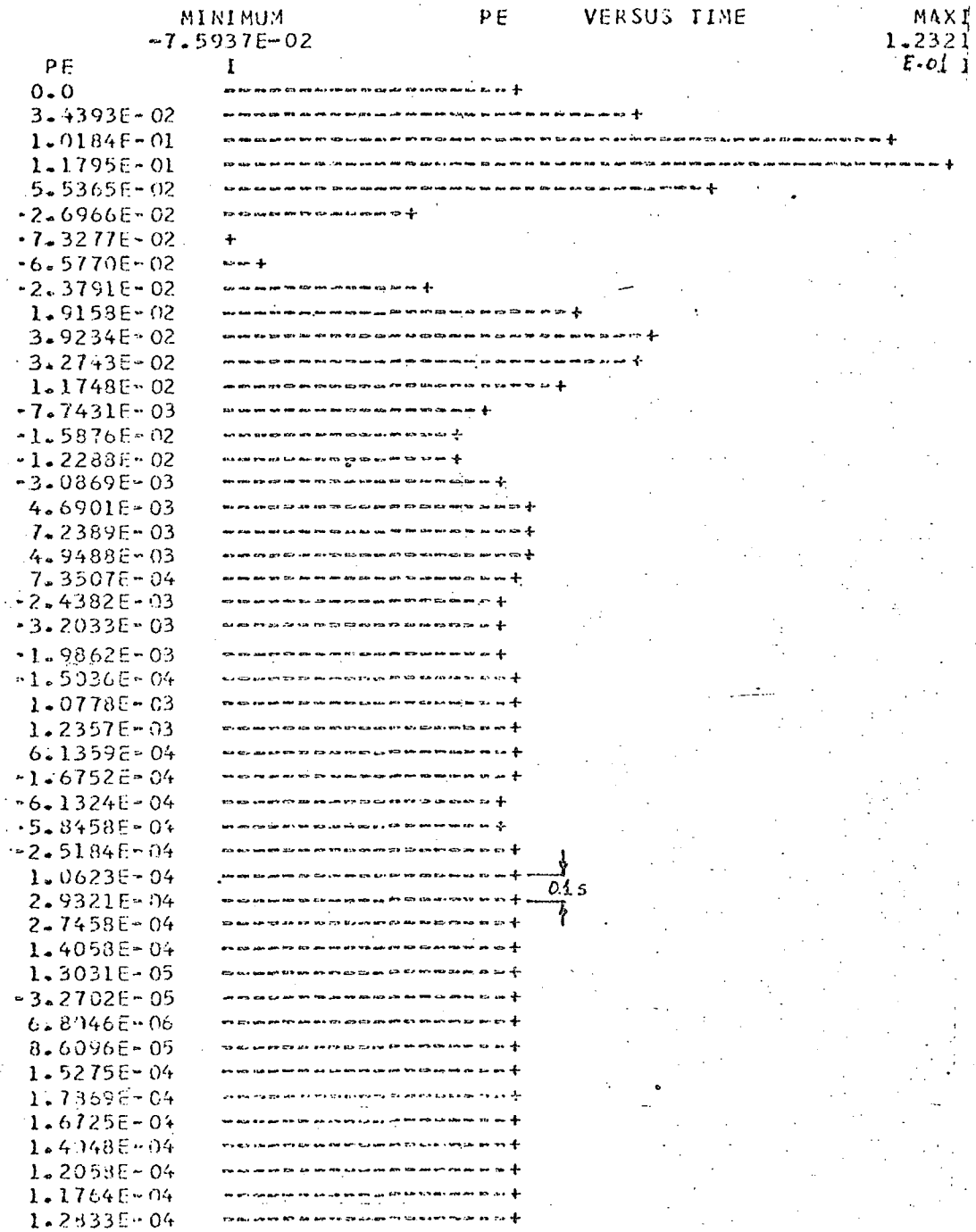


Figura 4.4: Comportamento da potência elétrica da unidade de Salto Osório após a ocorrência de uma perturbação de 0,1 pu de potência mecânica durante 200 ms.

$T_6 = ?$

- constante de tempo do lag-2.

O ESP utiliza informação de potência elétrica medida nos terminais do gerador, mas antes este sinal passa através de um filtro corta-faixa sintonizado na frequência de $0,5 \text{ Hz}$.

O sistema máquina + RT + ESP é de 13ª ordem. Depois de determinados os parâmetros do RT, o número de parâmetros a determinar no ESP é igual a 4: K_B , T_2 , T_4 , T_6 . Os resultados obtidos para estes parâmetros estão mostrados na Tabela 4.2.

Com os valores obtidos para os parâmetros ajustáveis do RT e do ESP, foi feita a simulação do sistema que apresentou as curvas mostradas nas Figuras 4.2, 4.3 e 4.4 como resultados para a frequência, a tensão terminal e a potência elétrica, respectivamente. Em todos os casos foi aplicada uma perturbação de 0,1 pu de potência durante um intervalo de 200 mili-segundos.

4.3. Resultados para Salto Santiago Ligada Contra Uma Barra Infinita

O diagrama de blocos da unidade de Salto Santiago ligada contra uma barra infinita está mostrado na Figura 4.5. Além da máquina em si, neste diagrama também estão incluídos o regulador de tensão e o estabilizador.

Os modelos da máquina, do regulador de tensão e do transdutor de tensão são semelhantes aos modelos usados para a unidade de Salto Osório, a menos de uma simplificação no RT que consiste na injeção da saída do VED diretamente na máquina. Os parâmetros do sistema máquina + RT foram obtidos junto ao Departamento de Geração Hidráulica (DGH) da ELETROSUL, com os seguintes

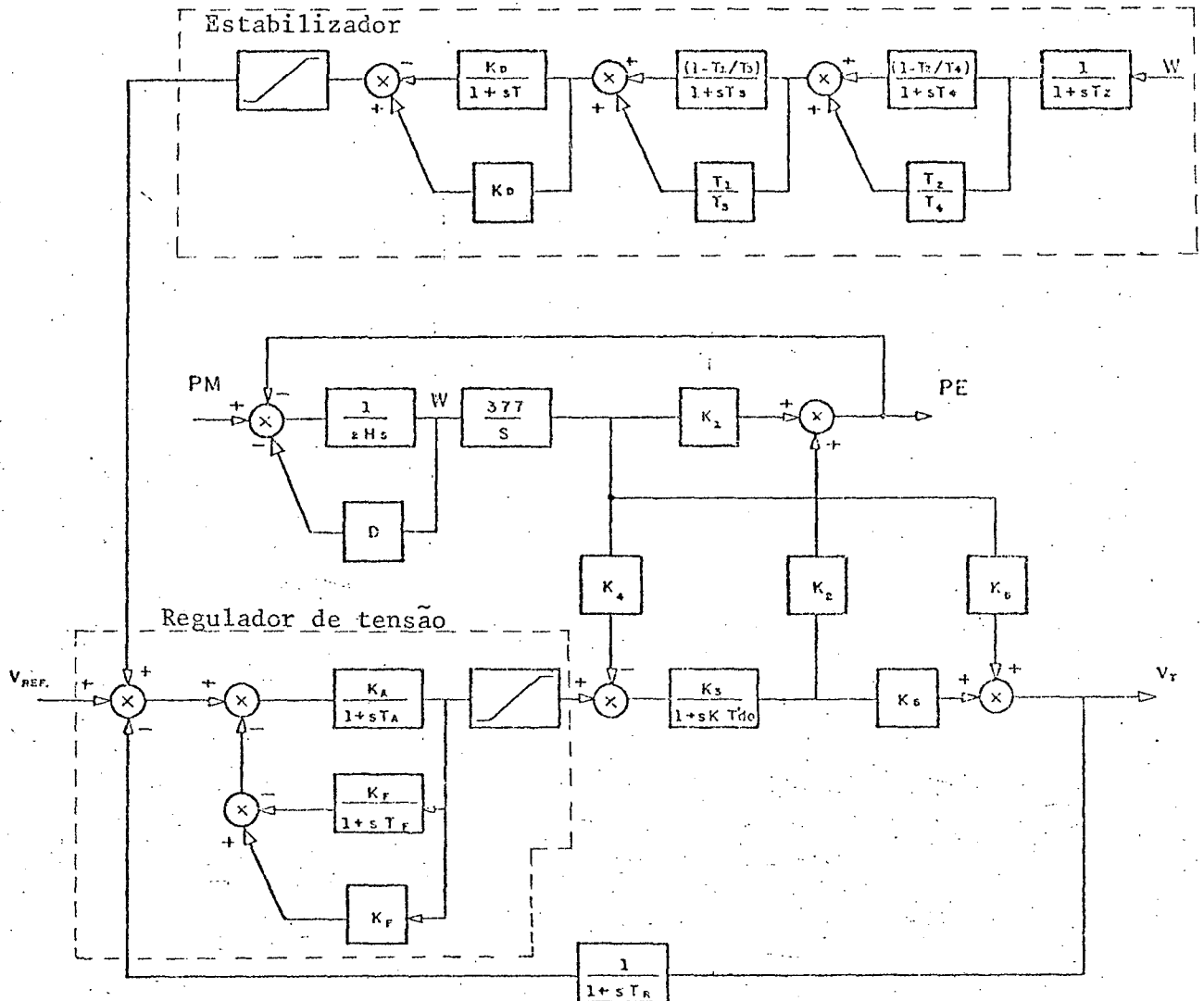


Figura 4.5: Diagrama de blocos para a unidade de Salto Santiago.

valores:

H	$= 4.265$	K_A	$= ?$
T'_{do}	$= 10.$	T_A	$= 0.02$
D	$= 0.$	K_F	$= ?$
K_1	$= 1.59244$	T_F	$= ?$
K_2	$= 0.46667$	K_R	$= 1.$
K_3	$= 0.83516$	T_R	$= 0.005$
K_5	$= -0.02787$		
K_6	$= 0.29026$		

O sistema máquina + RT é de sexta ordem e o número de parâmetros a determinar no RT é igual o 3: K_A , K_F , T_F . Os resultados obtidos para estes parâmetros estão mostrados na Tabela 4.3.

A estrutura do estabilizador é pré-fixada e ela é constituída por circuitos de retardo e avanço, cujos parâmetros são ganhos e constantes de tempo a determinar.

$T_1 = ?$	Constante de avanço do lag-1
$T_2 = ?$	Constante de atraso do lag-1
$T_3 = ?$	Constante de avanço do lag-2
$T_4 = ?$	Constante de atraso do lag-2
$T = ?$	Constante de tempo do rest
$K_D = ?$	Ganho do rest

O ESP utiliza sinal de frequência que é medida através de um transdutor cujos parâmetros são

K	0	1	2	3	4
α					
K_A	100.000	37.690	37.690	23.534	10.413
K_F	0.100	0.016	0.030	0.057	0.109
T_F	1.200	0.120	0.098	0.097	0.110
λ_i					
1	-201.42	-200.46	-200.60	-200.43	-200.17
2	-97.52	-83.00	-111.30	-122.67	-111.26
3	-1.08 + j 0.49	-4.17	-3.35	-3.52	-3.84
4	-1.08 - j 0.49	-1.60	-1.82	-1.04	-0.48
5	0.03 + j 8.38	-0.01 + j 8.37	-0.02 + j 8.37	-0.03 + j 8.38	-0.04 + j 8.38
6	0.03 - j 8.32	-0.01 - j 8.37	-0.02 - j 8.37	-0.03 - j 8.38	-0.04 - j 8.38

Tabela 4.3: Resultados para os parâmetros do regulador de tensão da unidade de Salto Santiago.

K	0	1	2
T ₁	0.150	0.150	0.285
T ₂	0.150	0.065	0.124
T ₃	0.012	0.023	0.002
T ₄	0.012	0.015	0.001
T	4.000	0.400	0.468
K ₀	65.000	82.438	101.918
1	-200.16	-200.16	-200.14
2	-113.02 + j 24.56	-107.68	-675.07
3	-113.02 - j 24.56	-79.45	-449.93
4	-41.57 + j 14.39	-34.03 + j 9.59	-80.58
5	-41.57 - j 14.39	-34.03 - j 9.59	-52.71
6	-3.95	-4.28	-3.78
7	-1.06 + j 8.97	-0.72 + j 9.15	-2.42 + j 8.09
8	-1.06 - j 8.97	-0.72 - j 9.15	-2.42 - j 8.09
9	-0.30 + j 0.08	-1.80	-1.66
10	-0.30 - j 0.08	-0.52	-0.53

Tabela 4.4: Resultados para os parâmetros do estabilizador da

unidade de Salto Saltiago.

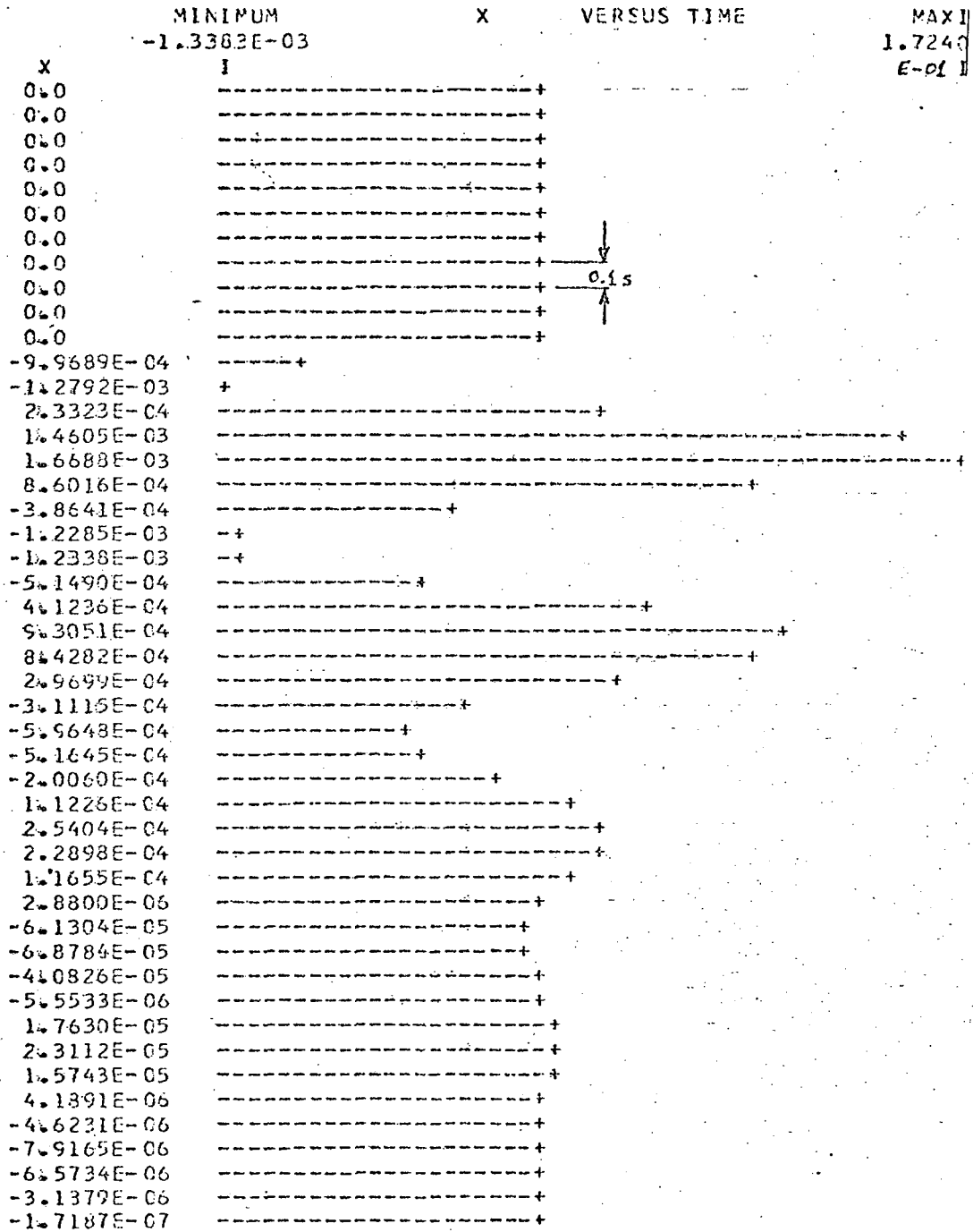


Figura 4.6: Comportamento da frequência da unidade de Salto Santiago após a ocorrência de uma perturbação de 0,1 pu de potência mecânica durante 200 ms.

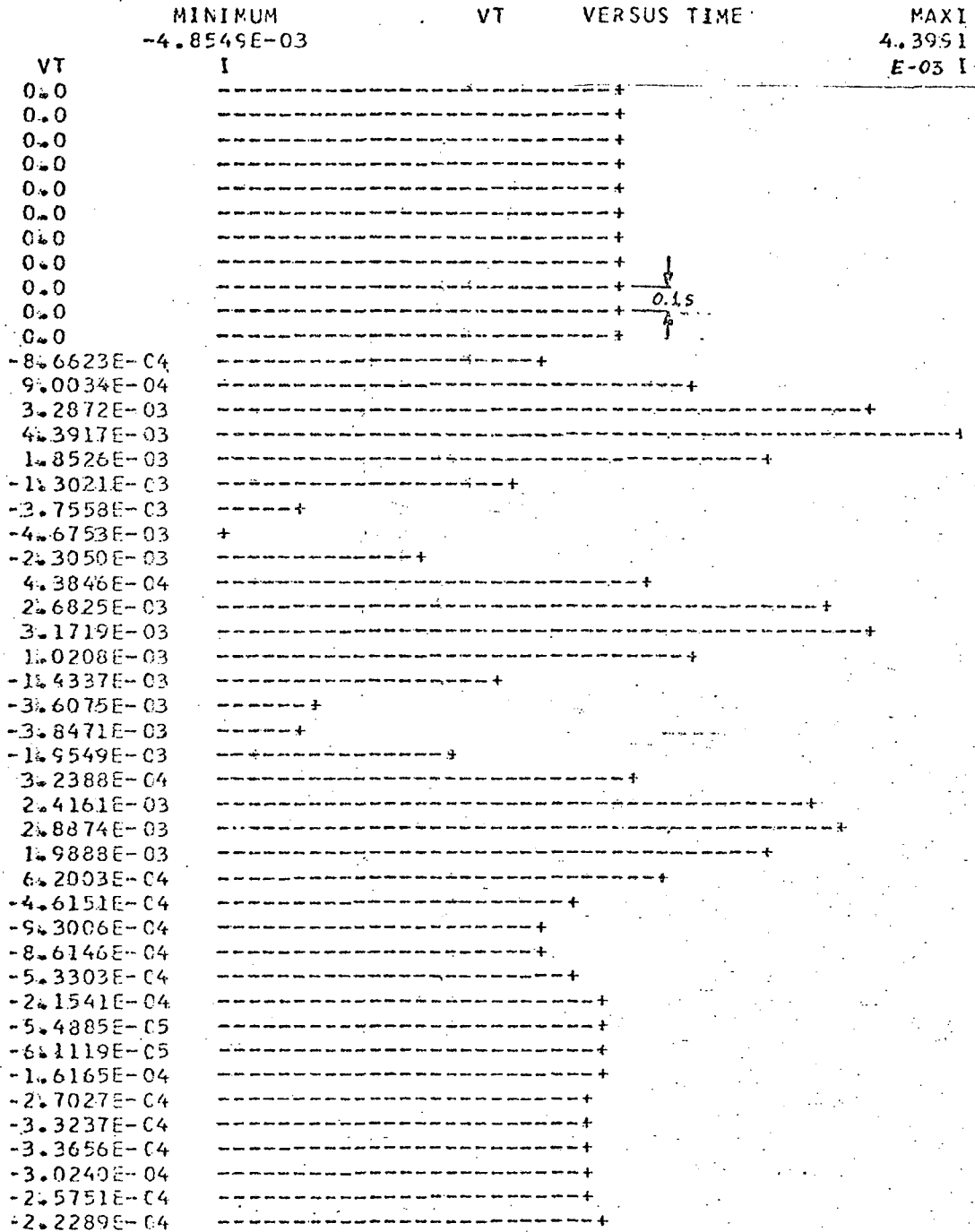


Figura 4.7: Comportamento da tensão terminal da unidade de Salto Santiago após a ocorrência de uma perturbação de 0,1 pu de potência mecânica durante 200 ms.

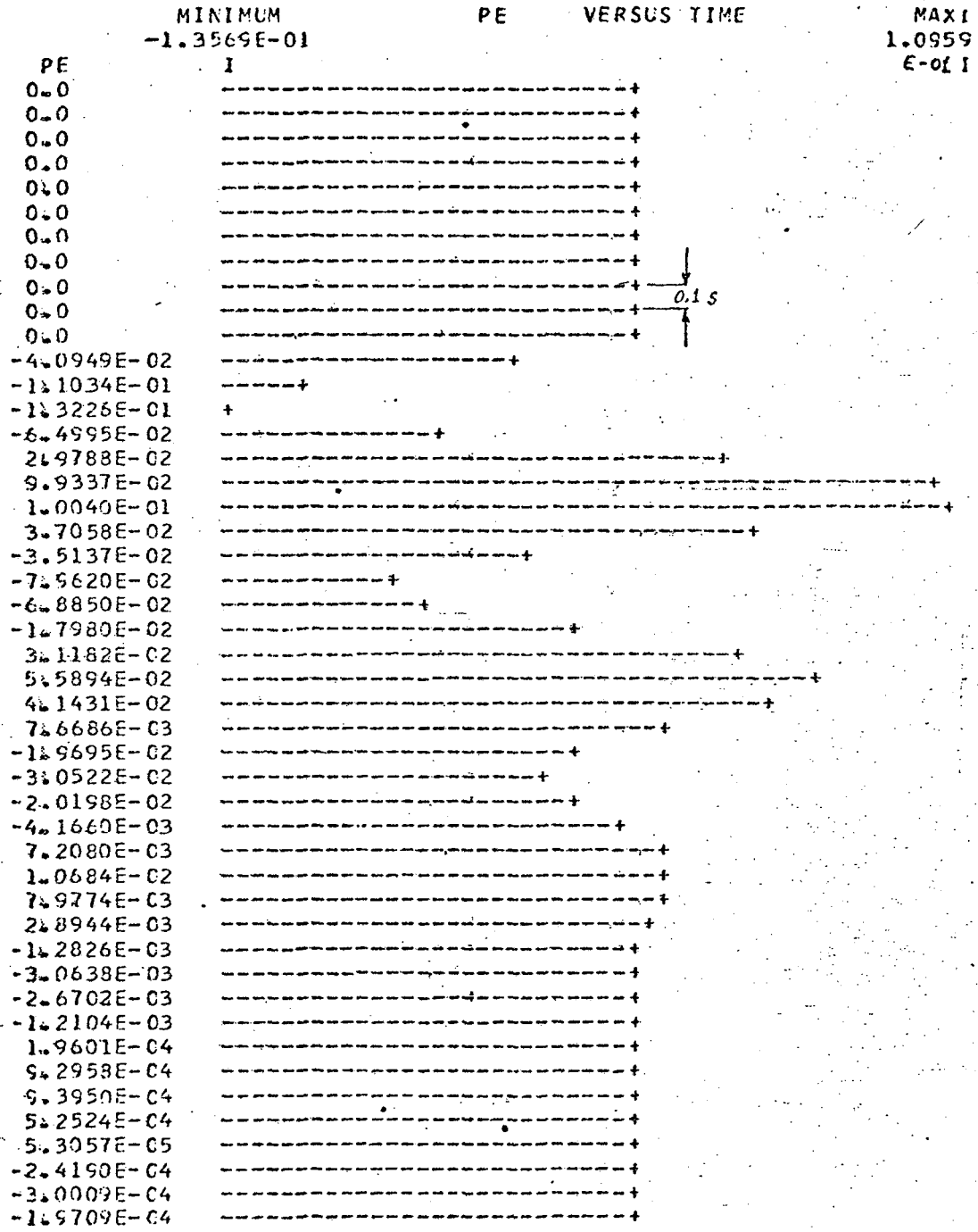


Figura 4.8: Comportamento da potência elétrica da unidade de Salto Santiago após a ocorrência de uma perturbação de 0,1 pu de potência mecânica durante 200 ms.

$$K_Z = 1.$$

- ganho do transdutor de freqüência

$$T_Z = 0.3$$

- constante de tempo de transdutor de freqüência.

O sistema máquina + RT + ESP é de 10^a ordem. Depois de determinados os parâmetros do RT, o número de parâmetros a determinar no ESP é igual a 6: $T_1, T_2, T_3, T_4, T, K_D$. Os resultados obtidos para estes parâmetros estão mostrados na Tabela 4.4.

Com os valores obtidos para os parâmetros ajustáveis do RT e do ESP, foi feita a simulação do sistema que apresentou as curvas mostradas nas Figuras 4.6, 4.7 e 4.8 como resultados para a freqüência, tensão terminal e potência elétrica, respectivamente. Em todos os casos foi aplicada uma perturbação de 0,1 pu de potência durante um intervalo de 200 mili-segundos.

4.4. Resultados para o Sistema Total Interligado

Os resultados apresentados nas duas seções anteriores deste capítulo correspondem às três etapas iniciais da sequência de procedimentos proposta na Seção 2.7. A etapa seguinte é verificar se estes resultados, obtidos para cada máquina individualmente ligada contra uma barra infinita, são adequados com vista à preservação da estabilidade, para quando elas forem interligadas entre si e com o resto do sistema.

O diagrama que mostra o esquema de interligação das barras para o sistema-teste está mostrado na Figura 4.9. Neste diagrama estão indicados os valores das impedâncias das linhas e também os valores das tensões nas barras e os ângulos de potên

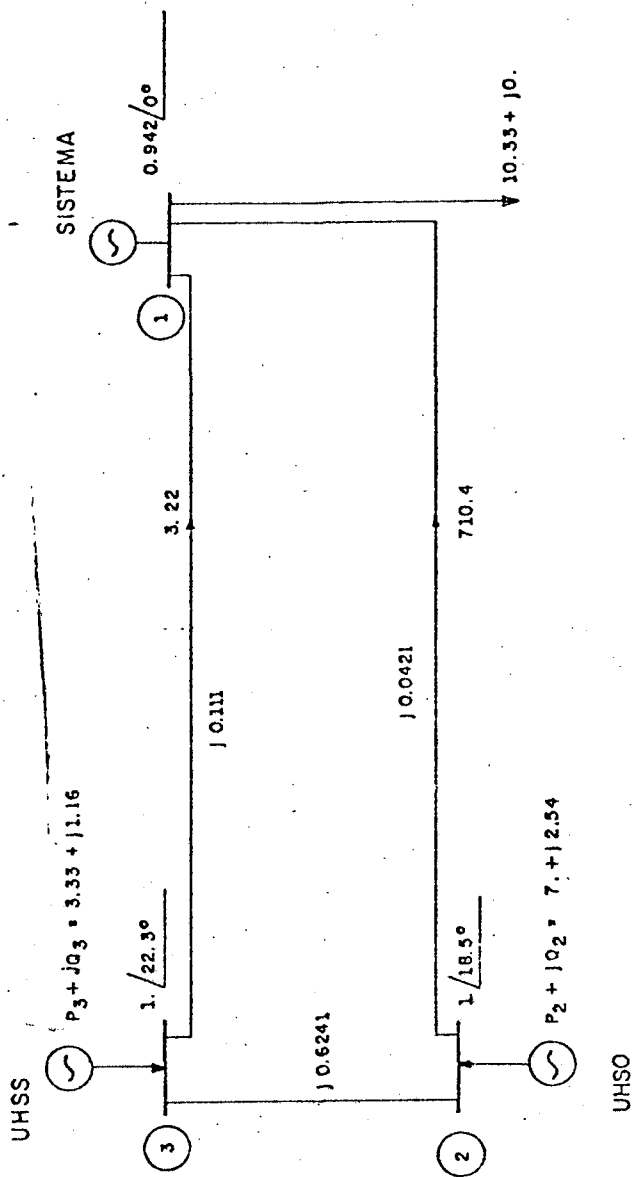


Figura 4.9: Resultados do load-flow com base de potência de 100 MVA para a interligação das unidades de Salto Osório e Salto Santiago com o equivalente do resto do sistema.

cia, obtidos através de um load-flow com base de potência igual a 100 MVA. A partir destas informações, o sistema é equacionado através do modelo E'' (ou sub-transitório) [15]. As equações de estado encontradas para este sistema são as seguintes

$$750 \dot{\omega}_1 = -100 \omega_1 - 0.942 I_{q1} \quad (4.1)$$

$$\dot{\delta}_{12} = 377(\omega_1 - \omega_2) \quad (4.2)$$

$$66.5 \dot{\omega}_2 = 7.0 - P_{e2} \quad (4.3)$$

$$8.808 \dot{E}'_{q2} = E'_{FD2} - 12.88 E'_{q2} + 11.88 \Lambda_{D2} \quad (4.4)$$

$$0.049 \dot{\Lambda}_{D2} = E'_{q2} - \Lambda_{D2} + 0.012 I_{d2} \quad (4.5)$$

$$0.071 \dot{E}''_{d2} = -E''_{d2} - 0.048 I_{q2} \quad (4.6)$$

$$\dot{\delta}_{13} = 377(\omega_1 - \omega_3) \quad (4.7)$$

$$28.4 \dot{\omega}_3 = 3.33 - P_{e3} \quad (4.8)$$

$$10 \dot{E}'_{q3} = E'_{FD3} - 4.62 E'_{q3} + 0.101 I_{d3} + 3.62 \Lambda_{D3} \quad (4.9)$$

$$0,04 \dot{\Lambda}_{D3} = E'_{q3} - \Lambda_{D3} + 0.027 I_{d3} \quad (4.10)$$

$$0,13 \dot{E}''_{d3} = -E''_{d3} - 0,108 I_{q3} \quad (4.11)$$

Os índices 1,2 e 3 são usados para indicar as variáveis do sistema, as variáveis da unidade de Salto Osório, e as variáveis da unidade de Salto Santiago, respectivamente. Estas equações descrevem o comportamento das seguintes grandezas:

- ω_i - frequência angular da barra i
- δ_{lj} - ângulo de potência da barra j em relação à barra de referência
- E'_{q_i} - tensão interna no eixo q da máquina ligada à barra i , proporcional ao fluxo no campo
- Λ_{D_i} - fluxo no eixo d do rotor
- E''_{d_i} - tensão atrás da reatância sub-transitório

As variáveis Pe_i , $i = 2, 3$, representam as potências elétricas geradas nas barras 2 e 3, e os seus valores variam segundo as equações

$$Pe_2 = 5.275 E''_{q_2} - 5.256 E''_{d_2} + 1.075 I_{q_2} - 0.253 I_{d_2} \quad (4.12)$$

e

$$Pe_3 = 2.482 E''_{q_3} - 2.505 E''_{d_3} + 1.071 I_{q_3} - 0.268 I_{d_3} \quad (4.13)$$

Nestas equações E''_{q_i} , $i = 2, 3$, representam as tensões atrás das reatâncias sub-transitórias das barras 2 e 3, e os seus valores seguem as equações

$$E''_{q_2} = \Lambda_{D_2} \quad (4.14)$$

e

$$E''_{q_3} = 0.560 E'_{q_3} + 0.440 \Lambda_{D_3} \quad (4.15)$$

As variáveis E_{FD_i} , $i = 2, 3$, representam as tensões de campo das máquinas 2 e 3, e os seus valores se comportam segundo as funções

$$E_{FD_2} = f_2(V_{t_2}, V_{REF_2}, Pe_2) \quad (4.16)$$

e

$$E_{FD_3} = f_3(V_{t_3}, V_{REF_3}, Pe_3) \quad (4.17)$$

onde f_2 e f_3 são dadas pelas mesmas equações dos reguladores de tensão e dos estabilizadores das respectivas máquinas.

As variáveis V_{t_i} , $i = 2, 3$, representam as tensões terminais nas barras 2 e 3, e os seus valores são dados pelas equações

$$V_{t_2} = 0.422 V_{d_2} + 0.907 V_{q_2} \quad (4.18)$$

e

$$V_{t_3} = 0.439 V_{d_3} + 0.898 V_{q_3} \quad (4.19)$$

onde V_{d_i} e V_{q_i} , $i = 2, 3$, representam as tensões terminais nos eixos d e q do estator. Estas grandezas são obtidas através das relações

$$V_{d_2} = -0.032 I_{q_2} + E''_{d_2} \quad (4.20)$$

$$V_{q_2} = 0.032 I_{d_2} + E''_{q_2} \quad (4.21)$$

$$V_{d_3} = -0.069 I_{q_3} + E''_{d_3} \quad (4.22)$$

e

$$V_{q_3} = 0.069 I_{d_3} + E''_{d_3} \quad (4.23)$$

As variáveis I_{d_i} e I_{q_i} , $i = 1, 3$, representam as correntes segundo os eixos d e q nos estatores das máquinas ou do equivalente do resto do sistema. Os seus valores podem ser obtidos da relação matricial

$$\begin{bmatrix} I_{q_1} \\ I_{d_1} \\ I_{q_2} \\ I_{d_2} \\ I_{q_3} \\ I_{d_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16.34 & -17.24 & -6.73 & -5.98 & 22.67 & 8.21 \\ 17.24 & -16.34 & 5.98 & -6.73 & 13.20 & 8.81 \\ 0.0 & 56.602 & -0.14 & -1.596 & -18.0 & 1.746 \\ -56.602 & 0.0 & 1.596 & -0.14 & 15.67 & -0.281 \\ 0.137 & -1.596 & 0.0 & 25.095 & 1.68 & -7.314 \\ 1.596 & 0.137 & -25.095 & 0.0 & -0.551 & 6.887 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E''_{q_2} \\ E''_{d_2} \\ E''_{q_3} \\ E''_{d_3} \\ \delta_{12} \\ \delta_{13} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

O agrupamento das variáveis das equações (4.1) até (4.11), com as variáveis dos reguladores de tensão e estabilizadores das máquinas ligadas nas barras 2 e 3, resulta em um vetor de estados de dimensão 28. O conjunto de equações para essas variáveis pode ser colocado na forma da equação

$$\dot{x} = A(\alpha)x \quad (2.1)$$

e nesta situação a verificação da estabilidade do sistema total pode ser feita através da inspeção dos sinais dos auto-valores da matriz $A(\alpha)$. Esta verificação foi feita para as seguintes situações:

AUTOVALOR	1	-	-504,5891+JC	44,8646)
AUTOVALOR	2	-	-504,5891+JC	-44,8646)
AUTOVALOR	3	-	-279,9888+JC	0,0000)
AUTOVALOR	4	-	-199,8449+JC	0,0000)
AUTOVALOR	5	-	-166,7281+JC	0,0000)
AUTOVALOR	6	-	-64,1457+JC	77,7937)
AUTOVALOR	7	-	-64,1457+JC	-77,7937)
AUTOVALOR	8	-	-114,0221+JC	0,0000)
AUTOVALOR	9	-	-81,9639+JC	-0,0000)
AUTOVALOR	10	-	-50,9946+JC	0,0000)
AUTOVALOR	11	-	-39,4394+JC	16,8953)
AUTOVALOR	12	-	-39,4394+JC	-16,8953)
AUTOVALOR	13	-	-35,8946+JC	0,0000)
AUTOVALOR	14	-	-28,2822+JC	0,0000)
AUTOVALOR	15	-	-1,3572+JC	6,5588)
AUTOVALOR	16	-	-1,3572+JC	-6,5588)
AUTOVALOR	17	-	-5,4506+JC	6,2428)
AUTOVALOR	18	-	-5,4506+JC	-6,2428)
AUTOVALOR	19	-	-4,2258+JC	5,8253)
AUTOVALOR	20	-	-4,2258+JC	-5,8253)
AUTOVALOR	21	-	-1,1540+JC	1,4458)
AUTOVALOR	22	-	-1,1540+JC	-1,4458)
AUTOVALOR	23	-	-0,2213+JC	0,0000)
AUTOVALOR	24	-	-0,9639+JC	0,5912)
AUTOVALOR	25	-	-0,9639+JC	-0,5912)
AUTOVALOR	26	-	-3,5620+JC	0,0000)
AUTOVALOR	27	-	-1,4497+JC	0,0000)
AUTOVALOR	28	-	-3,4443+JC	0,0000)

Tabela 4.5: Resultados para os auto-valores do sistema total quando ESP2 e ESP3 estão conectados às suas respectivas máquinas.

AUTOVALOR	1	-	-504.5891+J(44.8646)
AUTOVALOR	2	-	-504.5891+J(-44.8646)
AUTOVALOR	3	-	-299.9889+J(0.0000)
AUTOVALOR	4	-	-199.8449+J(0.0000)
AUTOVALOR	5	-	-166.6667+J(0.0000)
AUTOVALOR	6	-	-63.9739+J(77.7028)
AUTOVALOR	7	-	-63.9739+J(-77.7028)
AUTOVALOR	8	-	-113.9539+J(0.0000)
AUTOVALOR	9	-	-81.9633+J(0.0000)
AUTOVALOR	10	-	-50.9628+J(0.0000)
AUTOVALOR	11	-	-39.4405+J(16.8950)
AUTOVALOR	12	-	-39.4405+J(-16.8950)
AUTOVALOR	13	-	-35.6465+J(0.0000)
AUTOVALOR	14	-	-28.2806+J(0.0000)
AUTOVALOR	15	-	-0.5813+J(7.2108)
AUTOVALOR	16	-	-0.5813+J(-7.2108)
AUTOVALOR	17	-	-4.1921+J(5.8829)
AUTOVALOR	18	-	-4.1921+J(-5.8829)
AUTOVALOR	19	-	-6.6667+J(0.0000)
AUTOVALOR	20	-	-5.0000+J(0.0000)
AUTOVALOR	21	-	-0.2149+J(0.0000)
AUTOVALOR	22	-	-1.0332+J(0.9376)
AUTOVALOR	23	-	-1.0332+J(-0.9376)
AUTOVALOR	24	-	-1.2597+J(0.7528)
AUTOVALOR	25	-	-1.2597+J(-0.7528)
AUTOVALOR	26	-	-3.1416+J(0.0070)
AUTOVALOR	27	-	-3.1416+J(-0.0070)
AUTOVALOR	28	-	-3.4359+J(0.0000)

Tabela 4.6: Resultados para os auto-valores do sistema total quando ESP2 está desconectado e ESP3 está conectado ao sistema.

AUTOVALOR	1	-	-504.5628+J(44.7756)
AUTOVALOR	2	-	-504.5628+J(-44.7756)
AUTOVALOR	3	-	-299.9888+J(0.0000)
AUTOVALOR	4	-	-199.8446+J(0.0000)
AUTOVALOR	5	-	-166.7281+J(0.0000)
AUTOVALOR	6	-	-64.1457+J(-77.7937)
AUTOVALOR	7	-	-64.1457+J(-77.7937)
AUTOVALOR	8	-	-114.0221+J(0.0000)
AUTOVALOR	9	-	-82.9113+J(0.0000)
AUTOVALOR	10	-	-50.9943+J(0.0000)
AUTOVALOR	11	-	-38.6009+J(16.4979)
AUTOVALOR	12	-	-38.6009+J(-16.4979)
AUTOVALOR	13	-	-35.8948+J(0.0000)
AUTOVALOR	14	-	-28.2637+J(0.0000)
AUTOVALOR	15	-	-1.3617+J(6.5572)
AUTOVALOR	16	-	-1.3617+J(-6.5572)
AUTOVALOR	17	-	-5.4329+J(6.2264)
AUTOVALOR	18	-	-5.4329+J(-6.2264)
AUTOVALOR	19	-	-4.3878+J(6.6361)
AUTOVALOR	20	-	-4.3878+J(-6.6361)
AUTOVALOR	21	-	-0.3465+J(0.7466)
AUTOVALOR	22	-	-0.3465+J(-0.7466)
AUTOVALOR	23	-	-1.0320+J(1.3897)
AUTOVALOR	24	-	-1.0320+J(-1.3897)
AUTOVALOR	25	-	-1.1892+J(0.0000)
AUTOVALOR	26	-	-3.5625+J(0.0000)
AUTOVALOR	27	-	-3.7711+J(0.0000)
AUTOVALOR	28	-	-2.1368+J(0.0000)

Tabela 4.7: Resultados para os auto-valores do sistema total quando ESP2 está conectado ao sistema e ESP3 está desconectado.

1. máquina 2 com ESP e máquina 3 com ESP
2. máquina 2 sem ESP e máquina 3 com ESP
3. máquina 2 com ESP e máquina 3 sem ESP
4. máquina 2 sem ESP e máquina 3 sem ESP.

Os resultados para os auto-valores do sistema total para estas situações estão apresentados nas tabelas 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8 respectivamente.

C A P Í T U L O 5

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Tendo em vista tudo que foi apresentado nos capítulos anteriores, pode-se fazer os seguintes comentários:

1. Sobre a parte computacional

1. O uso do modelo de Heffron-Phillipp numa etapa preliminar é um bom procedimento porque apresenta vantagens na economia de memória e no tempo de processamento.
2. As rotinas numéricas usadas no desenvolvimento do algoritmo são eficientes e não apresentam problemas de divergência.
3. O programa não prevê a possibilidade da ocorrência de auto-valores repetidos, situação em que torna-se necesário o cálculo de auto-vetores generalizados. Neste caso, o procedimento a ser adotado é provocar uma modificação nos valores dos parâmetros, esperando com isso que os auto-valores repetidos tornem-se distintos.

2. Sobre os resultados obtidos

4. Os valores obtidos para os ganhos dos VED (K_A) são muito pequenos, e na prática o uso desses valores pode acarretar o crescimento do valor do erro em regime da tensão terminal, no caso de ocorrer uma perturbação perma

nente. No entanto, estes resultados poderiam ser evitados se durante a aplicação do algoritmo houvesse sido consideradas restrições impondo valores mínimos para estes parâmetros, o que não foi levado em conta nesta aplicação.

5. Todos os valores obtidos para os demais parâmetros estão dentro da faixa de valores característicos.
6. A comparação dos auto-valores obtidos para o sistema interligado nas quatro situações analisadas, indica que o melhor resultado ocorre para o caso em que os estabilizadores das duas unidades estão conectados ao sistema.

3. Sobre o algoritmo

7. A grande vantagem do algoritmo é a sua condição sistemática, que supera com vantagem os procedimentos de tentativa-erro, além da sua capacidade para manipular todos os parâmetros simultaneamente.
8. Outra vantagem é que a solução obtida pelo algoritmo sempre é possível de ser implementada na prática, porque ele considera as restrições impostas sobre os valores dos parâmetros.
9. A aplicação da rotina de procedimentos com hierarquização é muito importante para garantir a estabilidade do sistema, quando este se defronta com necessidades de modificações em sua estrutura. A não observância dessa rotina tem acarretado problemas de instabilidade no sistema da ELETROSUL, quando são removidos os estabilizado-

res. de certas unidades.

10. A aplicabilidade prática dos resultados obtidos pelo algoritmo sempre depende da representatividade dos modelos usados para a representação dos sistemas.
11. A escolha da margem de estabilidade ξ desejada deve levar em conta certos compromissos. Ela não pode ser muito grande, porque neste caso haverá um forte over-shoot. Por isso, é conveniente que a cada iteração o algoritmo imprima o conjunto de valores para os parâmetros e os seus correspondentes auto-valores. Assim, se o resultado final obtido para a margem ξ especificada causar forte over-shoot, pode-se testar outros conjuntos de parâmetros obtidos em iterações anteriores à final, o que representa um alívio na margem de estabilidade exigida para o sistema.

Tendo em vista os resultados obtidos, e considerando-se os comentários feitos acima, pode-se concluir que o algoritmo apresentado é eficiente para a determinação de parâmetros de reguladores de tensão e estabilizadores, e a sua aplicação pode ser generalizada para qualquer outro tipo de sistema de controle com estrutura pré-fixada.

B I B L I O G R A F I A

- | 1 | CASPRO, J.C. & Doraiswami, R. "Design of Controllers for Large-Scale Systems Using the Method of Aggragation", 3rd. International Symposium on Large Engineering Systems, Newfoundland, Canada, 1980.
- | 2 | ANDERSON, B.D.O. & Moore, J.B. "Linear Optimal Control", Prentice-Hall, Inc., 1971.
- | 3 | SHINNERS, S.M. "Modern Control Systems Theory and Application", Addison-Wesley Publishing Company, 1971.
- | 4 | CHEN, C.T. "Introduction to Linear Systems Theory", Holt, Rinebart and Winston, Inc., 1970, Capitulo 7.
- | 5 | LUENBERGER, D.G. "Observers for Multivariable Systems", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-11, nº 2, Abril 1966.
- | 6 | PEARSON, J.B & Ding, C. Y. "Compensator Design for Multivariable Linear Systems", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-14, nº 2, Abril 1969.
- | 7 | FORTMANN, T.E. & Hitz, K.L. "An Introduction Linear Control Systems", Marcel Dekker, Inc., 1977, Capitulo 5.
- | 8 | ALDEN, R.H. & Shaltout, A.A. "Analyses of Damping and Synchronizing Torques - Part I and Part II", IEEE Trans. an Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-98, nº 5: 1696-1708.
- | 9 | EL-ABIAD, A.H. & Hansour, M.O. & Aguillar, A. "Optimal Para-

meter Selection of Linearized Dynamic Systems with Application to Synchronous Generators", IEEE PICA Conference Proc., 1975: 335-344.

[10] DAVISON, E.J. & Tripathi, N.K. "The Optimal Decentralized Control of a Large Power System: Load and Frequency Control", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-32, nº 2, Abril 1978: 312-325.

[11] AGUILLAR, A. "Power Systems Dynamics Under Small Perturbation", School of Electrical Engineering, Purdue University, 1974, Capítulo 4.

[12] ELGERD, O.I. "Control Systems Theory", Mc.Graw-Hill, Inc., 1967, Capítulo 4.

[13] VAN NESS, J.E. & Boyle, J.M. & Imad, F.P. "Sensitivities of Large, Multiple-Loop Systems", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-10: 308-315.

[14] DE MELLO, F.P. & Concordia, C. "Concepts of Synchronous Machine Stability as Affected by Excitation Control", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-88, nº 4: 316-329.

[15] ANDERSON, P.M. & Fouad, A.A. "Power Systems Control and Stability", Iowa State University Press, 1977, Capítulo 4.

[16] CASTRO, J.C. "Controle Modal de Sistemas Lineares de Grande Porte por Agregação", Seminário apresentado no curso de Controle Avançado em Sistemas Elétricos da UFSC, 1979.

- |17| FRANCIS, J.G.F. "The QR Transformation", The Computer Journal, Vol 4: Part I, 265-271; Part II, 332-345.

- |18| OGATA, K. "State Space Analysis of Control Systems", Prentice-Hall, Inc., 1967, Capítulo 2.

- |19| GIVENS, W. "Computation of Plane Unitary Rotations Transforming a General Matrix to Triangular Form", Journal Soc. Indust. Appl. Math., Vol. 6: 26-50.

- |20| WILLKENSON, J.H. "Stability of the Reduction of a Matrix to Almost Triangular and Triangular Forms by Elementary Similarity Transformation", Journal Assoc. Computing Mach., Vol. 6: 336:359

- |21| SOARES, J.M. & Figueiredo, F. & Paiva, P.M. & Pons, F.H. "Sinais Adicionais Estabilizadores em Geradores Acionados por Turbinas Francis: Testes de Campo e Simulação", 3º Congresso Brasileiro de Automática, Rio de Janeiro, 1980: 375-383

- |22| Grupo Coordenador para Operação Interligada (GCOI)/ Grupo de Trabalho de Estabilidade e Conservação de Carga (GTEC), "Testes do Regulador de Tensão - Usina Hidrelétrica de Salto Osório", Relatório SCEL-GTEC, Fevereiro 1968.