

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DO DESEMPENHO DA MÁQUINA SÍNCRONA, AUTOPILOTADA, EM COMUTAÇÃO NATURAL, ALIMENTADA EM CORRENTE POR CONVERSORES ESTÁTICOS.

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA OBTEÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA.



0.247.937-7

UFSC-BU

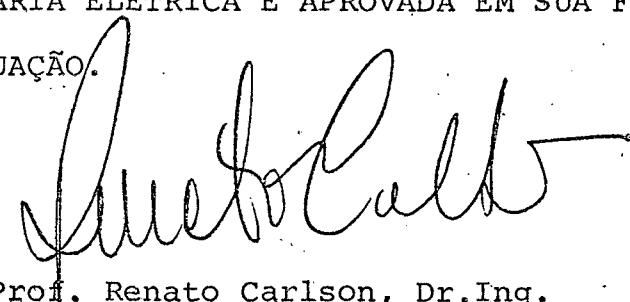
Amilton Coelho

Março - 1981

CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DO DESEMPENHO DA MÁQUINA SÍNCRONA, AUTOPILOTADA, EM COMUTAÇÃO NATURAL, ALIMENTADA EM CORRENTE POR CONVERSORES ESTÁTICOS.

Amilton Coelho

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM CIÊNCIAS - ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO.

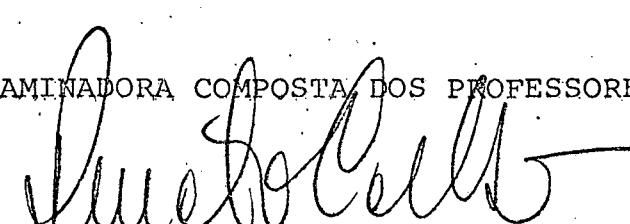


Prof. Renato Carlson, Dr. Ing.  
Orientador

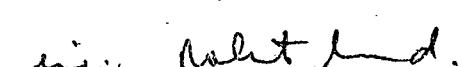


Prof. Luiz Vairo B. Machado, Dr. Ing.  
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

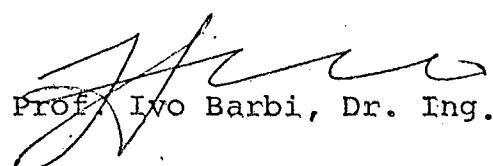
APRESENTADA PERANTE À BANCA EXAMINADORA COMPOSTA DOS PROFESSORES:



Prof. Renato Carlson, Dr. Ing.



Prof. Sérgio Roberto Arruda, M.Sc



Prof. Ivo Barbi, Dr. Ing.

A Rúbia Helena Naspolini Coelho  
minha filha

## AGRADECIMENTOS

Ao prof. RENATO CARLSON, a ajuda prestada na orientação deste trabalho.

Aos meus colegas pelo incentivo e sugestões, particularmente aos professores: HELENA FLÁVIA NASPOLINI COELHO, minha esposa, FRÈDÈRICK BORDRY, JEAN-LOUP FARGES e aos Laboratoristas CARLOS ALBERTO PACHECO e WALTER DE SOUZA.

À Universidade Federal de Santa Catarina pelo apoio técnico-financeiro.

A todos aquele que direta ou indiretamente, influiram na composição deste trabalho.

## ÍNDICE

RESUMO .....	01
ABSTRACT .....	02
SIMBOLOGIA .....	03
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO .....	07
CAPÍTULO II - PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DA MÁQUINA SÍNCRONA, ALIMENTADA EM CORRENTE, POR COMUTADOR ..	09
2.1 - Introdução .....	09
2.2 - Princípio de Funcionamento .....	09
2.3 - Montagem necessária para o acionamento da Máquina Síncrona, Autopilotada, em Comutação Natural, Alimentada em Corrente .....	12
2.4 - Comportamento da Corrente e das Forças Magnétotratizes do Rotor e do Estator "Durante a Comutação" .....	13
2.5 - Comportamento da Corrente e das Forças Magnétotratizes do Rotor e do Estator "Entre as Comutações" .....	15
2.6 - Conclusão .....	17
CAPÍTULO III - ESTUDO ANALÍTICO DA MÁQUINA SÍNCRONA, AUTOPILOTADA, EM COMUTAÇÃO NATURAL, ALIMENTADA EM CORRENTE, ARMADURA EM "Y", FUNCIONANDO COMO MOTOR .....	20
3.1 - Introdução .....	20
3.2 - Características da Máquina Analisada, Simplificações e Hipóteses Adotadas .....	20

3.3 - Equações Gerais da Máquina Síncrona com Alimentação Senoidal .....	21
3.4 - Equações da Máquina Síncrona Alimentada por Correntes Periódicas não Senoidais .....	24
3.5 - Estudo da Máquina Síncrona Alimentada por Conversores Estáticos .....	29
3.6 - Conclusão .....	43
<b>CAPÍTULO IV - ESTUDO DAS SOLUÇÕES DO MODELO ANALÍTICO DA MÁQUINA SÍNCRONA, AUTOPILOTADA, EM COMUTAÇÃO NATURAL, ALIMENTADA EM CORRENTE, FUNCIONANDO COMO MOTOR .....</b>	<b>45</b>
4.1 - Introdução .....	45
4.2 - Dados Principais das Máquinas Síncronas em Estudo .....	46
4.3 - Seqüência de Cálculos para a determinação das Curvas Características da Máquina Síncrona, Autopilotada, em Comutação Natural, Alimentada em Corrente .....	47
4.4 - Particularidades das Equações Analíticas Desenvolvidas no Capítulo III, para a Máquina Síncrona de Rotor Liso, com Enrolamentos A-mortecedores .....	47
4.5 - Particularidades das Equações Analíticas Desenvolvidas no Capítulo III, para a Máquina Síncrona de Rotor Liso, sem Enrolamentos A-mortecedores .....	53

4.6 - Valores Instantâneos de Corrente de Fase, Tensão nos Tiristores e nos Bornes do Comu- tador para a Máquina Síncrona de Rotor Liso .....	57
4.7 - Estudo do Comportamento da Máquina Síncrona de Rotor Liso, sem Enrolamentos Amortecedo- res, Autopilotada, em Comutação Natural, A- limentada em Corrente, Frente as Variações do Coeficiente de Dispersão .....	57
4.8 - Conclusão .....	66
CAPÍTULO V - CONCLUSÃO .....	67
REFERÊNCIAS .....	69

## R E S U M O

Este trabalho apresenta basicamente, um estudo analítico da máquina síncrona, autopilotada, em comutação natural, alimentada em corrente por conversores estáticos.

No início ele mostra o princípio de funcionamento desta máquina e as montagens necessárias para o acionamento das mesmas. Em seguida é feito o estudo analítico propriamente dito onde são deduzidas as equações gerais que regem o funcionamento desta.

No Capítulo IV é feito um estudo das soluções do modelo analítico utilizando dados de máquinas reais.

Este trabalho mostra que o sistema de equações deduzido representa a máquina em questão com precisão aceitável. Através de curvas práticas levantadas em laboratório e curvas obtidas através dos sistemas de equação, é feito uma análise do comportamento das mesmas com a variação da corrente de armadura, nas condições de  $\Psi_a$  ótimo e velocidade nominal da máquina.

É feito ainda um estudo do desempenho da máquina frente as variações do coeficiente de dispersão da mesma.

## A B S T R A C T

This work basically presents an analytic study of the autopiloted synchronous machine with natural commutation, current fed through static converters.

Initially the function principle of this machine is presented as well as the set-up to drive it. In sequence the actual analytic study is made where the general equations governing its function are derived.

In Chapter IV a study of the solutions to the analytic model is made using data of actual machines.

This work shows that the derived systems of equations represents the machine under consideration with acceptable precision. By means of practical curves set up at the laboratory and curves obtained from the equations, a behavior analysis of these is made under variation of armature current subject to the conditions of optimal  $\Psi_a$  and nominal machine speed.

In addition a performance study of the machine with respect to changes in its dispersion coefficient is made.

### SIMBOLOGIA ADOTADA

- $E$  = Erro máximo permitido nos cálculos iterativos.
- $e_i$  = Força eletromotriz da fase  $i$ .
- $F_r$  = Força magnetomotriz do rotor.
- $F_s$  = Força magnetomotriz do estator.
- $I$  = Valor eficaz da fundamental da corrente de armadura da máquina síncrona.
- $I_c$  = Corrente contínua que alimenta o comutador.
- $I_d$  = Valor eficaz da corrente de armadura segundo eixo direto, quando a máquina está sendo alimentada por correntes senoidais.
- $I_F$  = Componente contínua da corrente de campo.
- $I_q$  = Valor eficaz da corrente de armadura segundo eixo quadratura, quando a máquina está sendo alimentada por correntes senoidais.
- $i_{cc}$  = Corrente do circuito representativo da comutação.
- $I_D$  = Corrente do enrolamento amortecedor segundo o eixo direto.
- $i_d$  = Corrente de armadura segundo o eixo direto.
- $i_{dh}$  = Corrente harmônica de eixo direto, devido a alimentação não senoidal.
- $i_F$  = Corrente de campo.
- $I_{Fh}$  = Corrente harmônica de campo.
- $i_Q$  = Corrente do enrolamento amortecedor, segundo o eixo quadratura.
- $i_q$  = Corrente de armadura segundo o eixo quadratura.
- $i_{qh}$  = Corrente harmônica de eixo quadratura, devido a alimentação não senoidal.

- $i_i$  = Corrente da fase i.
- $L$  = Indutância síncrona.
- $L''$  = Indutância subtransitória.
- $L_D$  = Indutância própria do enrolamento amortecedor segundo eixo direto.
- $L_d$  = Indutância síncrona de eixo direto.
- $L'_d$  = Indutância transitória de eixo direto.
- $L''_d$  = Indutância subtransitória de eixo quadratura.
- $L_F$  = Indutância própria do enrolamento de campo.
- $L_Q$  = Indutância própria do enrolamento amortecedor, segundo eixo quadratura.
- $L_q$  = Indutância síncrona de eixo quadratura.
- $L''_q$  = Indutância subtransitória de eixo quadratura.
- $M_D$  = Indutância mútua entre o amortecedor de eixo direto e o eixo direto da armadura.
- $M_F$  = Indutância mútua entre o campo e a armadura.
- $M_Q$  = Indutância mútua entre o amortecedor de eixo de quadratura e o eixo quadratura da armadura.
- $M_R$  = Indutância mútua do rotor. (Entre o campo e o amortecedor de eixo direto).
- $p$  = Número de pares de polos da máquina síncrona.
- $R$  = Resistência de armadura.
- $R_{cc}$  = Resistência do circuito representativo da comutação.
- $R_D$  = Resistência dos enrolamentos amortecedores segundo eixo direto
- $R_Q$  = Resistência dos enrolamentos amortecedores segundo o eixo quadratura.

- $t$  = Tempo.
- $T$  = Torque eletromagnético.
- $T_{\text{méd}}$  = Torque eletromagnético médio.
- $v_c$  = Tensão nos bornes do comutador.
- $v_{c\text{med}}$  = Tensão média nos bornes do comutador.
- $v_{cc}$  = Tensão do circuito representativo da comutação.
- $v_F$  = Tensão do enrolamento de campo.
- $v_D$  = Tensão do enrolamento amortecedor de eixo direto.
- $v_d$  = Tensão do eixo direto.
- $v_Q$  = Tensão do enrolamento amortecedor de eixo quadratura.
- $v_q$  = Tensão de eixo quadratura.
- $v_{Ti}$  = Tensão no tiristor i.
- $v_i$  = Tensão da fase i.
- $w$  = Velocidade síncrona (radianos elétricos por segundo).
- $\lambda_F$  = Fluxo concatenado (com o enrolamento de campo).
- $\lambda_D$  = Fluxo concatenado com o enrolamento amortecedor de eixo direto.
- $\lambda_Q$  = Fluxo concatenado com o enrolamento amortecedor de eixo quadratura.
- $\psi$  = Ângulo entre a corrente de armadura e a força eletromotriz para a máquina síncrona com alimentação senoidal.
- $\psi_a$  = Ângulo entre a corrente de armadura e a força eletromotriz para a máquina síncrona alimentada por correntes de forma quadrada.
- $\theta$  = Ângulo entre a fase 1 e o eixo direto da máquina síncrona.
- $\theta_0$  = Ângulo entre a fase 1 e o eixo direto da máquina síncrona para o tempo  $t = 0$ .
- $\tau$  = Tempo de comutação da corrente.

$\tau_i$  = Tempo de aplicação da tensão inversa sobre o tiristor.

$\tau_{i\min}$  = Tempo mínimo de aplicação da tensão inversa sobre o tiristor.

$$\rho = \frac{d}{d_t}$$

$\sigma$  = Coeficiente de dispersão para a máquina síncrona de rotor liso.

## C A P I T U L O    I

### INTRODUÇÃO

A utilização das máquinas elétricas em processos industriais que necessitam de velocidades variáveis tem aumentado pois, além de possibilitar maior economia de energia, tornam o processo mais confiável.

Pode-se utilizar máquinas de corrente contínua em dispositivos que necessitam de velocidade variável. Entretanto, com o desenvolvimento dos conversores estáticos, as máquinas de corrente alternada podem substituir as máquinas de corrente contínua quando se trata de altas velocidades, grandes potências ou de grandes altitudes [1].

Entre as máquinas de corrente alternada, destaca-se a máquina síncrona que, por possuir força eletromotriz induzida em seus enrolamentos, permite o funcionamento em comutação natural.

A comutação natural é de grande importância pois minimiza a complexidade dos conversores estáticos. Entretanto, esta vantagem é contrabalançada pela necessidade de um comando, adaptado à máquina, para detetar a posição do rotor.

Nas máquinas síncronas é necessário controlar o ângulo, " $\Psi_a$ ", entre a corrente de alimentação e a força eletromotriz induzida, para que a máquina tenha um desempenho satisfatório.

Para tornar mais fácil o comando e, sobretudo, para permitir que o projeto destas máquinas seja feito de modo a proporcionar o melhor desempenho possível, torna-se necessário que se faça um estudo do comportamento das mesmas.

Este trabalho apresenta um estudo analítico do comportamento da máquina síncrona, autopilotada, em comutação natural, alimentada em corrente por conversores estáticos.

No Capítulo II mostra-se o princípio de funcionamento da máquina síncrona assim alimentada dando ênfase ao comportamento das forças magnetomotrices rotóricas e estatóricas.

No Capítulo III é feito o estudo analítico do desempenho da mesma em regime permanente funcionando como motor.

No Capítulo IV, são apresentadas as máquinas utilizadas, seguidas pelo estudo das soluções do modelo analítico mostrado no Capítulo III. A seguir faz-se análise do comportamento da máquina síncrona de rotor liso, sem enrolamentos amortecedores, frente às variações do coeficiente de dispersão da mesma.

Finalmente, no Capítulo V são apresentadas as conclusões, comentários e sugestões para futuros trabalhos.

## C A P I T U L O    I I

PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DA MÁQUINA SÍNCRONA, ALIMENTADA EM CORRENTE POR COMUTADOR.

### 2.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo pretende-se mostrar o princípio de funcionamento da máquina síncrona, alimentada em corrente por conversores estáticos, a montagem utilizada para o acionamento da mesma e o comportamento da corrente nos enrolamentos, assim como as posições relativas das forças magnetomotrices dos enrolamentos estatóricos e rotóricos, levando-se em conta o comportamento diferenciado da máquina nos períodos, "durante a comutação" e "entre comutações".

### 2.2. PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO

O motor síncrono tem a velocidade mecânica do eixo associada a freqüência da corrente de alimentação. Para que haja torque médio no eixo é necessário que a freqüência de alimentação seja igual a de rotação.

Se a máquina síncrona for alimentada a partir de uma fonte de freqüência variável independente, aparecerão problemas re-

lativos a estabilidade, já característicos dos motores síncronos. As variações bruscas de carga e/ou da freqüência de alimentação, causarão uma deflexão entre os polos da máquina e o fluxo resultante, podendo então ocorrer perda de sincronismo.

Este problema pode ser solucionado, fixando-se a freqüência de alimentação à velocidade de rotação.

Na figura 2.1 mostra-se o diagrama de alimentação e comando da máquina em estudo.

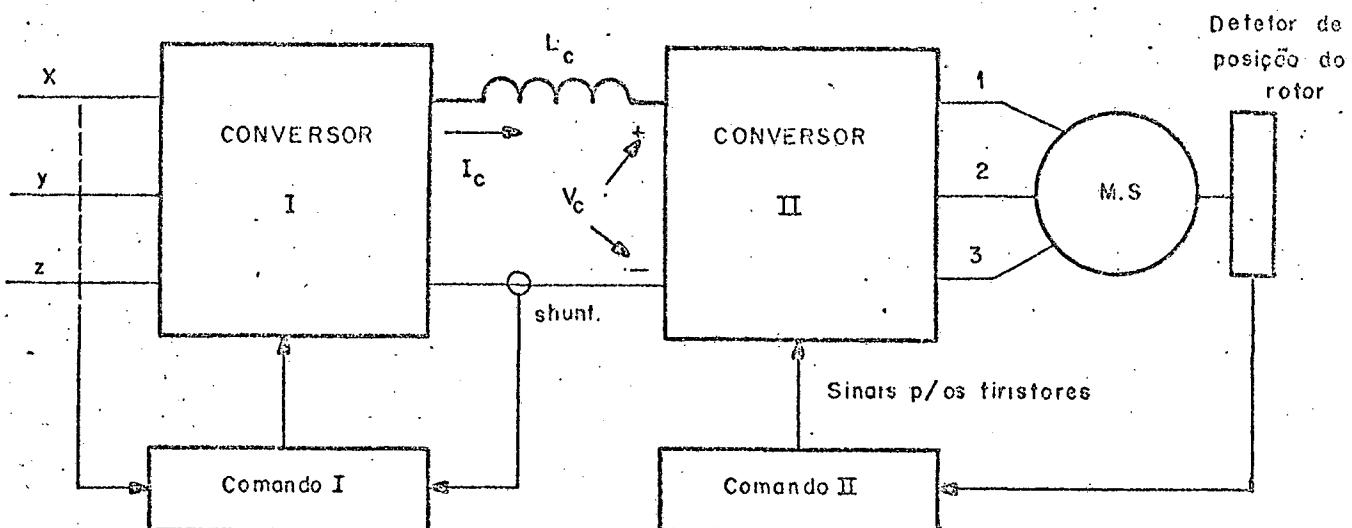


Figura 2.1

Diagrama de Alimentação e de Comando da Máquina Síncrona, Autopilotada, em Comutação Natural, Alimentada em Corrente por Conversores Estáticos.

Pode-se variar a velocidade de uma máquina síncrona através do controle da freqüência da tensão aplicada por um conversor estático, contanto que haja a preocupação quanto as velocidades do campo girante e do rotor.

Controlando-se o início da comutação de corrente de uma fase a outra, através de um comando realizado a partir de um

detetor de posição do rotor, consegue-se impedir a perda de sincronismo. Com o detetor de posição tem-se para todas as velocidades do rotor uma freqüência correspondente nas correntes de alimentação, por isto diz-se que esta máquina é "autopilotada".

Do mesmo modo que o coletor mecânico na máquina de corrente contínua, o detetor de posição do rotor permite escolher o momento da comutação da corrente de uma fase a outra. Isto permite que se imponha a defasagem entre a corrente e a força eletromotriz da máquina.

Se a amplitude da corrente de alimentação for imposta, dir-se-á que a máquina síncrona autopilotada está alimentada em corrente.

As características do conjunto comutador-máquina síncrona, assim alimentada, são globalmente muito vizinhas de uma máquina de corrente contínua com excitação independente.

A máquina síncrona, graças a sua força eletromotriz é sob certas condições, é capaz de fornecer tensão inversa suficiente para a extinção dos tiristores e permitir a comutação da corrente de uma fase a outra.

Este tipo de comutação é normalmente chamado de "Comutação Natural" e são necessários apenas seis tiristores, dispostos em "Ponte de Gräetz" sem qualquer dispositivo auxiliar, ficando consequentemente, a montagem simples e de baixo custo.

Em comutação natural, a máquina síncrona não possui partida própria, haja visto que com a máquina parada, ou em velocidades próximas a zero não há na mesma força eletromotriz suficiente para a extinção dos tiristores do comutador.

Mesmo em velocidades próximas a nominal existem cer-

tas condições que devem ser respeitadas para que a comutação natural seja possível; por exemplo, o caso da defasagem entre tensão e corrente: com a máquina síncrona funcionando como motor é necessário que a corrente esteja em avanço em relação a tensão, para que no instante em que a corrente se anule ainda exista uma tensão negativa, que aplicada sobre o tiristor em questão, garanta sua extinção.

### 2.3. MONTAGEM NECESSÁRIA PARA O ACIONAMENTO DA MÁQUINA SÍNCRONA, AUTOPILOTADA, EM COMUTAÇÃO NATURAL, ALIMENTADA EM CORRENTE.

Para o acionamento da máquina são necessários dois conversores estáticos, retificador-inversor (ou comutador) compostos de seis tiristores dispostos em "Ponte de Gräetz". (figura 2.1).

O conversor I é alimentado pela rede convencional trifásica, realimentado em corrente para, por sua vez, suprir o conversor II com corrente constante.

O conversor II é comandado pelo detetor de posição do rotor, localizado no eixo da máquina e cumpre a função de comutador de corrente.

A conexão entre os dois conversores é feita através de uma indutância "Lc" utilizada para filtrar a corrente de alimentação do comutador.

O detetor de posição é constituído de um rotor montado no eixo do motor com 3 ranhuras de  $120^\circ$  elétricos e de um estator, fixo à carcaça da máquina, onde localizam-se sensores ópticos, compostos de um emissor e de um receptor de radiação infra vermelha.

A peça anexada à carcaça da máquina é construída de maneira tal que permita deslocamentos ângulares. Estes deslocamentos alteram a posição dos sinais recebidos pelo comando do comutador, permitindo assim que se controle o instante em que se dará o início da comutação.

#### 2.4. COMPORTAMENTO DA CORRENTE E DAS FORÇAS MAGNETOMOTRIZES DO ROTOR E DO ESTATOR "DURANTE A COMUTAÇÃO".

Com os enrolamentos estatóricos da máquina síncrona ligados em "Y", durante a comutação (figura 2.2), a corrente em uma das fases permanece constante e nas outras duas fases há uma comutação, ou seja, a corrente que estava circulando por uma fase passa a circular por outra (figura 2.3).

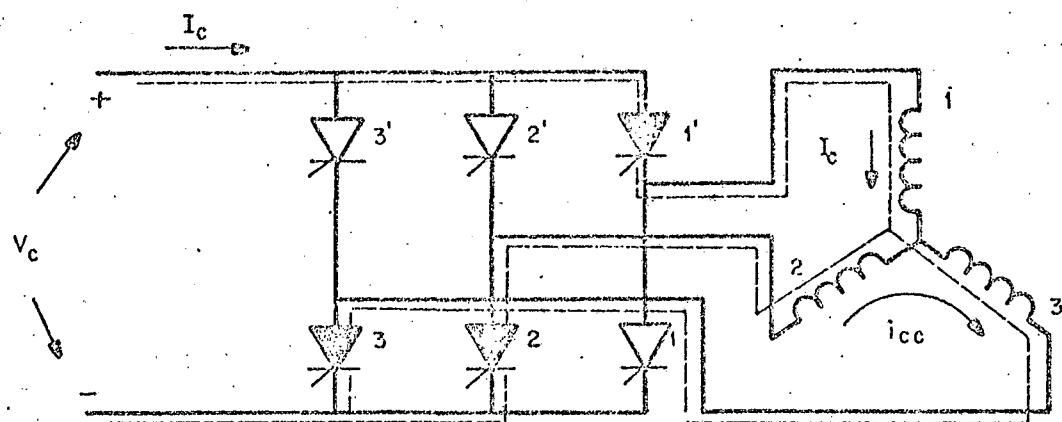


Figura 2.2

Alimentação da Máquina Síncrona durante a Comutação.

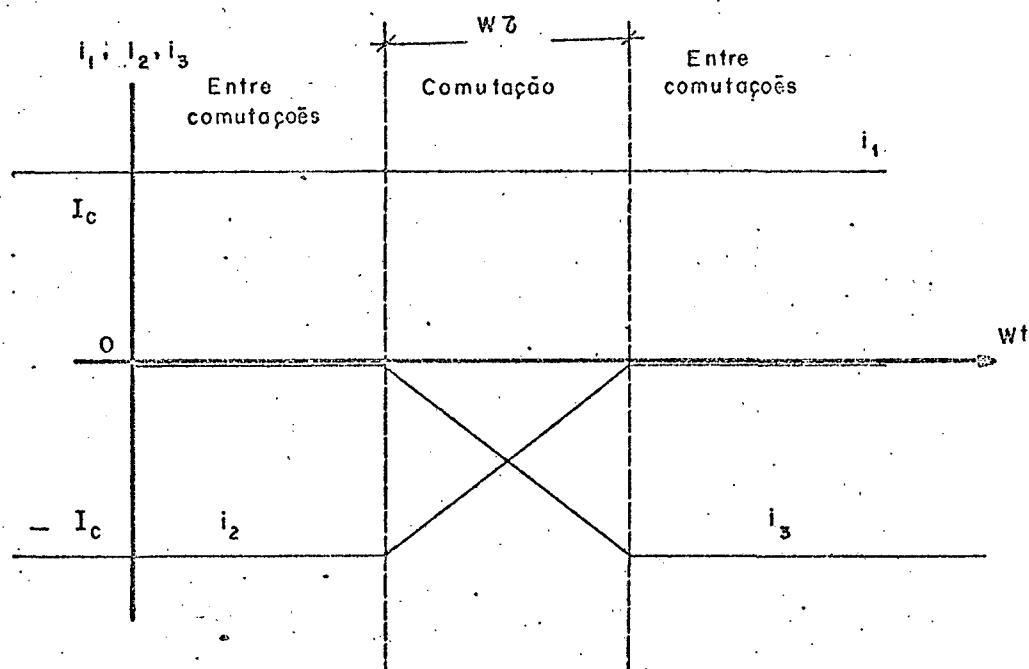


Figura 2.3

As Correntes nos Enrolamentos da Máquina.

No tempo de comutação " $\tau$ ", a força magnetomotriz da armadura desloca-se de  $\pi/3$  radianos elétricos. Seu módulo, durante o deslocamento não é constante apesar de serem idênticos os valores iniciais e finais. O rotor, por sua vez, com velocidade  $W$ , que se pode supor constante devido a inércia do mesmo, desloca-se de um ângulo elétrico  $W\tau$ .

As posições relativas entre o rotor e as forças magnetomotrices e os deslocamentos das mesmas, durante a comutação, são mostradas na figura 2.4 a título de ilustração.

Na armadura a força magnetomotriz, durante a comutação, tem módulo máximo de  $\sqrt{3} F_s$  e mínimo de  $1,5 F_s$ , sendo  $F_s$  o valor máximo de uma das fases. A componente segundo o eixo da fase que não está sendo comutada permanece constante e tem módulo de  $1,5 F_s$  e a em quadratura com a anterior varia de  $\pm \sqrt{3}/2 F_s$  a  $\mp \sqrt{3}/2 F_s$ .

## 2.5. COMPORTAMENTO DA CORRENTE E DAS FORÇAS MAGNETOMOTRIZES DO ROTOR E DO ESTATOR "ENTRE AS COMUTAÇÕES".

A figura 2.5 mostra as correntes nos enrolamentos da máquina síncrona no período entre comutações. Através da figura 2.3, observa-se que as correntes nas fases permanecem constantes, consequentemente a força magnetomotriz da armadura é constante e fixa no espaço.

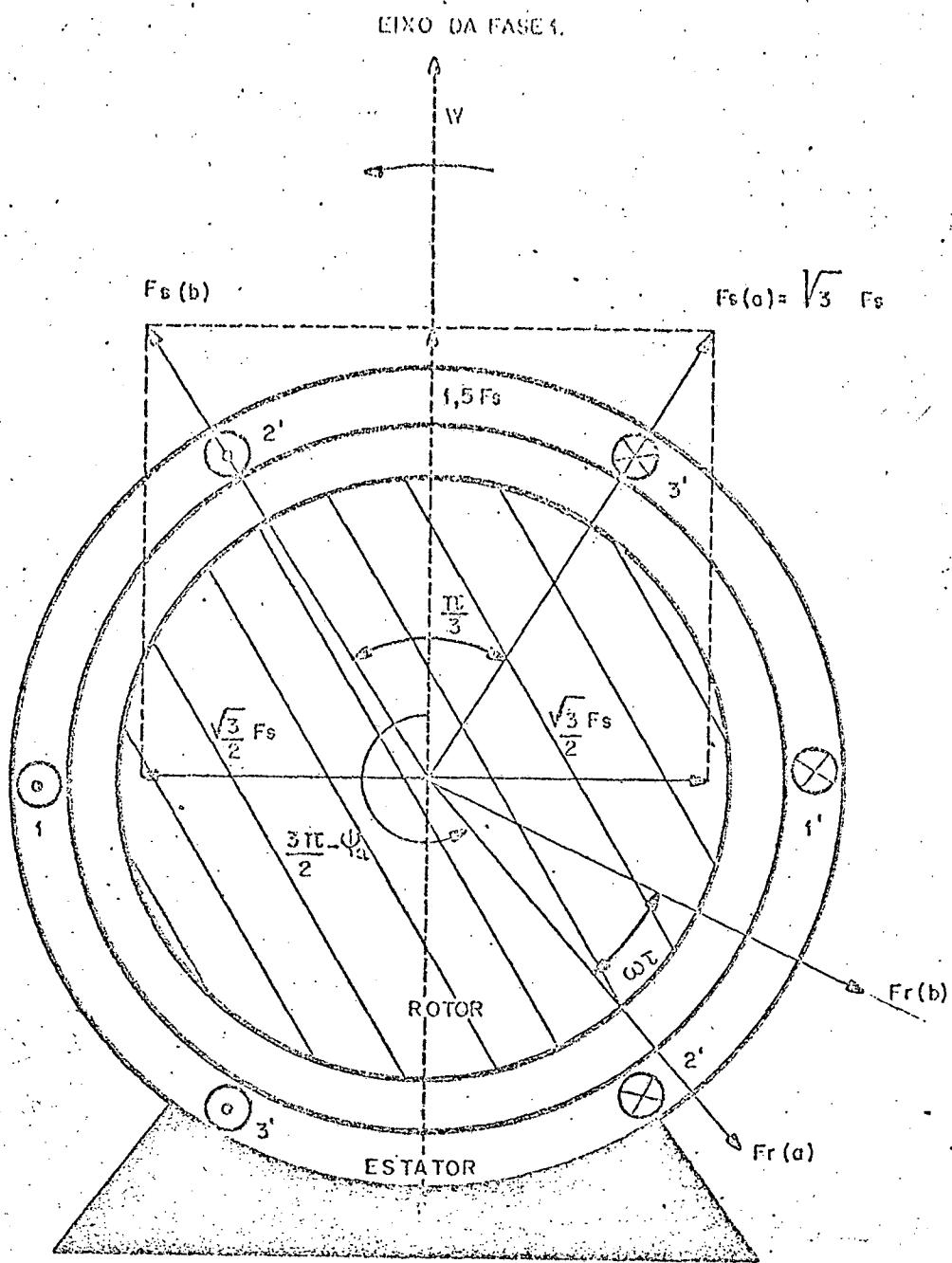


Figura 2.4

Posições Relativas da F.M.M. do Rotor,  $F_r$  e do Estator,  $F_s$ , durante a Comutação.

a - Início da comutação -  $F_s$  (a);  $F_r$  (a)

b - Término da comutação -  $F_s$  (b);  $F_r$  (b)

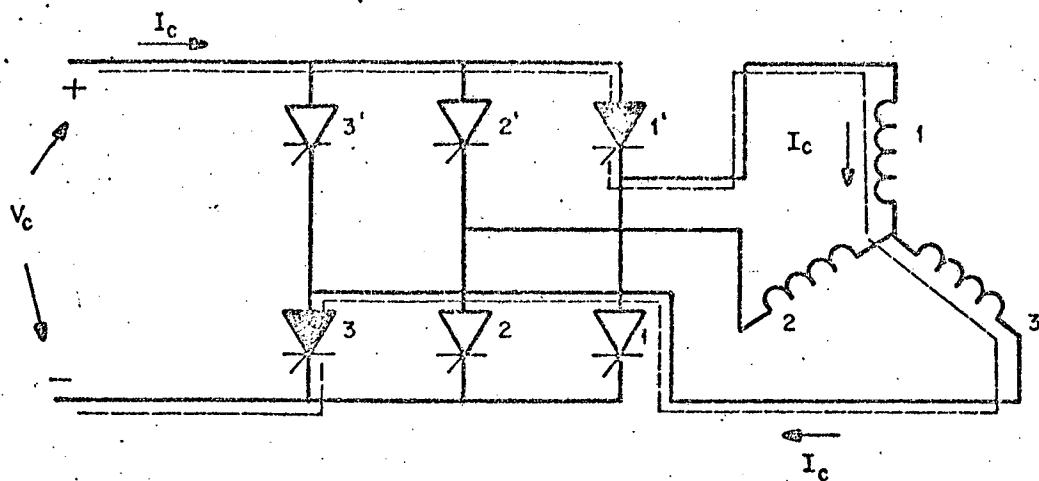


Figura 2.5

Correntes nos Enrolamentos da Máquina Síncrona no Período entre Comutações.

A figura 2.6 mostra as posições relativas entre as forças magnetomotrices do rotor e do estator, o deslocamento das mesmas e o ângulo de giro do rotor durante o período "Entre Comutações".

## 2.6 CONCLUSÃO

Neste capítulo, apresentou-se o princípio de funcionamento da máquina síncrona, alimentada em corrente por conversores estáticos, e a montagem utilizada neste trabalho para acionamento das mesmas.

Apesar das vantagens apresentadas acima, tais conjun-

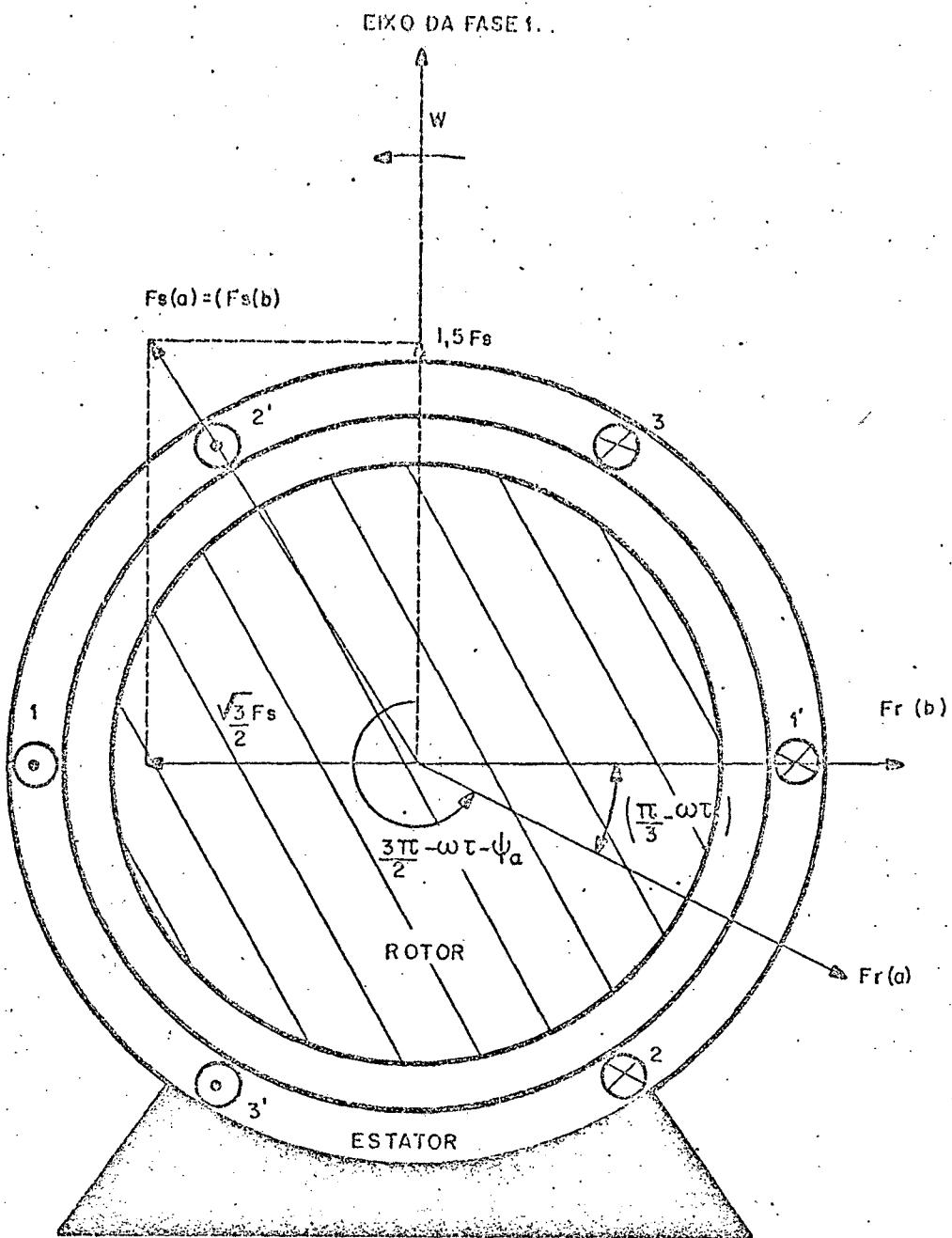


Figura 2.6

Posições Relativas da F.M.M. do Rotor,  $F_r$ , e do Estator,  $F_s$ , Entre Comutações.

a - Término de uma comutação -  $F_s(a)$ ;  $F_r(a)$

b - Início de outra comutação -  $F_s(b)$ ;  $F_r(b)$

tos apresentam inconvenientes como por exemplo, o campo girante não possui velocidade constante, deslocando-se em saltos de  $\pi/3$  radianos elétricos, para máquinas trifásicas, em tempos de  $\tau$  segundos, apresentando nestes deslocamentos variação do respectivo módulo.

## C A P I T U L O    I I I

ESTUDO ANALÍTICO DA MÁQUINA SÍNCRONA, AUTOPILOTADA, EM COMUTAÇÃO NATURAL, ALIMENTADA EM CORRENTE, ARMADURA EM "Y", FUNCIONANDO COMO MOTOR.

### 3.1. INTRODUÇÃO

Visando obter para a máquina síncrona, autopilotada, em comutação natural, alimentada em corrente, seu melhor desempenho, neste capítulo, determinar-se-á as equações básicas que descrevem seu comportamento.

Os valores instantâneos da tensão nos bornes do comutador, tensão inversa aplicada nos tiristores, corrente de comutação, os valores médios da tensão do comutador e o torque electromagnético serão aqui determinados analiticamente.

### 3.2. CARACTERÍSTICAS DA MÁQUINA ANALISADA, SIMPLIFICAÇÕES E HIPÓTESES ADOTADAS.

A máquina síncrona analisada tem as seguintes características:

- estator trifásico, com enrolamentos ligados em "Y",
- rotor de polos salientes, com enrolamentos amortecedores.

As simplificações e hipóteses assumidas são as se-

guintes:

- a máquina não produz harmônicas de ranhura,
- a fonte de alimentação produz corrente perfeitamente constante,
- a velocidade do rotor é constante,
- o fluxo concatenado do rotor é suposto constante ou seja, são desprezadas as quedas de tensões nas resistências do rotor.
- A saturação é desprezada.

### 3.3. EQUAÇÕES GERAIS DA MÁQUINA SÍNCRONA COM ALIMENTAÇÃO SENOIDAL.

A máquina síncrona trifásica com enrolamentos amortecedores pode ser representada conforme mostra a figura 3.1.

Através da matriz de transformação, definida pela equação 3.1, efetuou-se a transformação "d - q" obtendo-se a nova representação da máquina síncrona conforme mostra a figura 3.2.

$$P = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & \text{sen}\theta & \cos\theta \\ 1/\sqrt{2} & \text{sen}(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & \text{sen}(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

Equação

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} v_p \\ v_q \\ v_d \end{bmatrix} \quad 3.1$$

As equações gerais de tensão, da máquina síncrona de polos salientes, com enrolamentos amortecedores, funcionando como

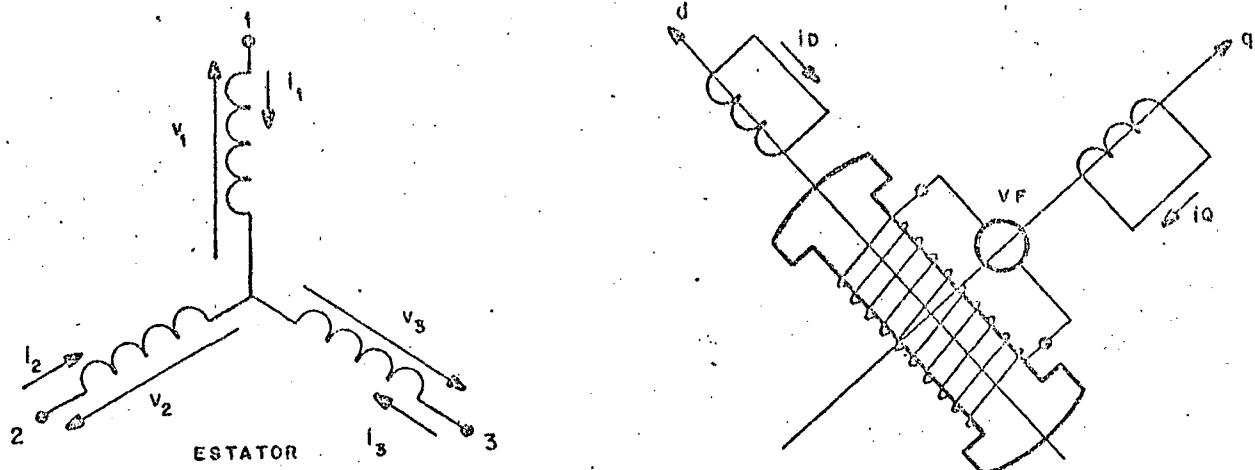


Figura 3.1

Máquina Síncrona Trifásica com Enrolamentos amortecedores

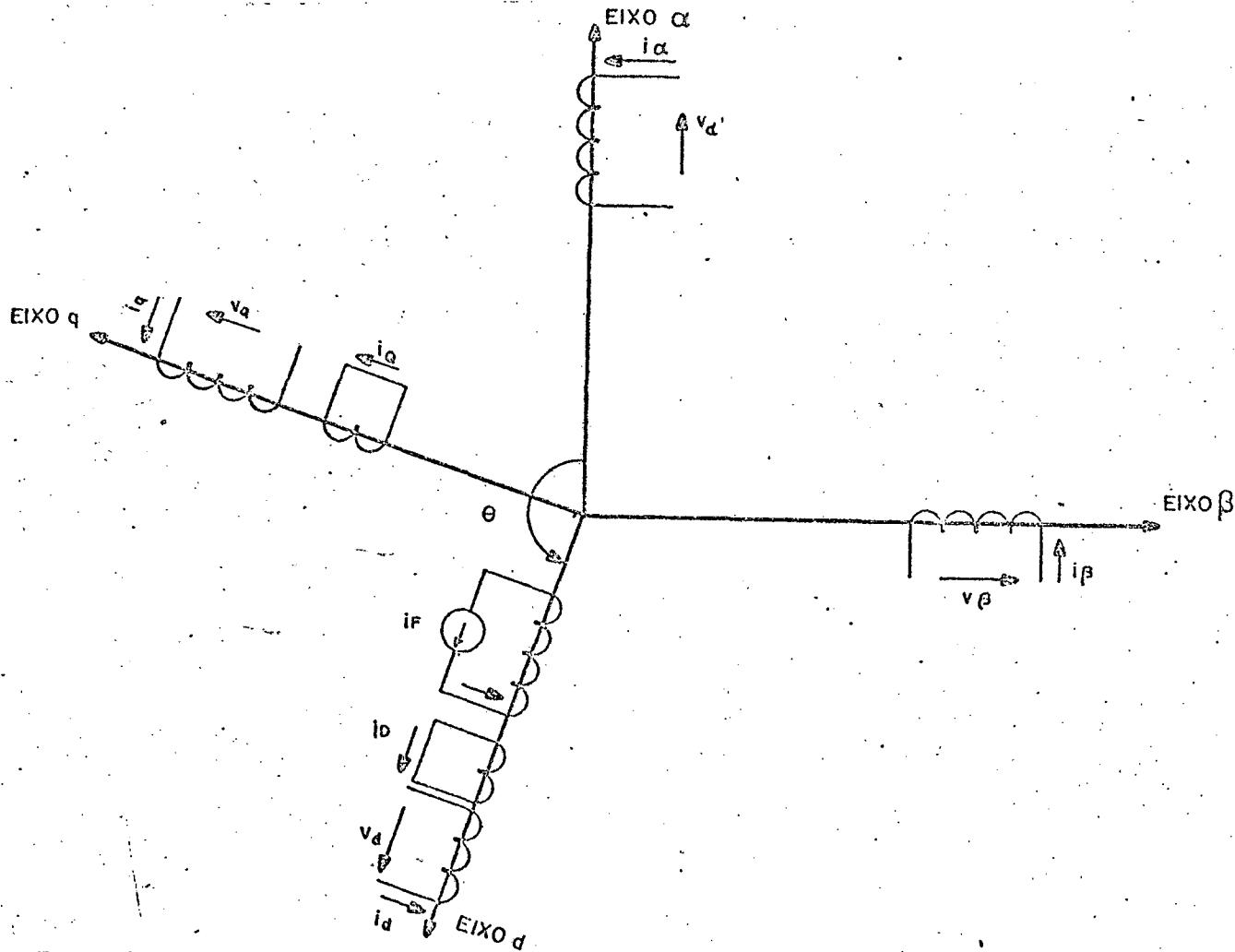


Figura 3.2

Representação segundo os Eixos "d-q" da Máquina Síncrona Trifásica com Enrolamentos amortecedores.

motor, após a transformação "d - q" resultam em [11], [14], [15]:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & v_d & R + L_d \rho & WL_q & M_F \rho & M_D \rho & WM_Q & i_d \\ \hline & v_q & -WL_D & R + L_q \rho & -WM_F & -WM_D & M_Q \rho & i_q \\ \hline \cdots & \cdots \\ \hline & v_F & M_F \rho & - & R_F + L_F \rho & M_R \rho & - & i_F \\ \hline & v_D & M_D \rho & - & M_R \rho & R_D + L_D \rho & - & i_D \\ \hline & v_Q & - & M_Q \rho & - & - & R_Q + L_Q \rho & i_Q \\ \hline \end{array}$$

Equação 3.2

Em regime senoidal equilibrado, com correntes estatôricas,

$$i_1 = \sqrt{2} I \cos (Wt + \psi)$$

$$i_2 = \sqrt{2} I \cos (Wt + \psi - 2\pi/3)$$

Equação 3.3,

$$i_3 = \sqrt{2} I \cos (Wt + \psi + 2\pi/3)$$

de valor eficaz  $I$  e corrente de excitação constante de valor  $I_F$ , tem-se que;

$$I_d = -\sqrt{3} I \sin \psi$$

$$I_q = -\sqrt{3} I \cos \psi$$

$$i_F = I_F$$

Equação 3.4,

$$i_D = 0$$

$$i_Q = 0$$

para  $\psi$  positivo.

Para fins do presente estudo definiu-se como  $t = 0$  o instante em que a corrente na fase 1 é máxima e a comutação nas fases 2 e 3 se inicia. A máquina síncrona funcionando como motor tem a força eletromotriz defasada do eixo de quadratura de  $180^\circ$ . Conforme descrito no Capítulo II, para que a máquina síncrona, autoplotteda, em comutação natural funcione como motor é necessário ainda que a força eletromotriz esteja atrasada em relação a corrente, de um ângulo  $\psi_a$ . [01]

Sendo  $\theta$  o ângulo entre a fase 1 e o eixo direto, para o instante  $t = 0$  obtém-se que

$$\theta(0) = \theta_0 = \frac{3\pi}{2} - \psi_a \quad \text{Equação 3.5,}$$

conforme mostra a figura 3.3, onde  $\psi_a$  é definido positivo para o funcionamento da máquina como motor.

### 3.4. EQUAÇÕES DA MÁQUINA SÍNCRONA ALIMENTADA POR CORRENTES PERIÓDICAS NÃO SENOÏDAIS. [ 8 ]

Desprezando-se as quedas de tensões nas resistências dos enrolamentos rotóricos pode-se afirmar que:

$$\lambda_F = \text{cte},$$

$$\lambda_Q = \text{cte},$$

$$\lambda_D = \text{cte}.$$

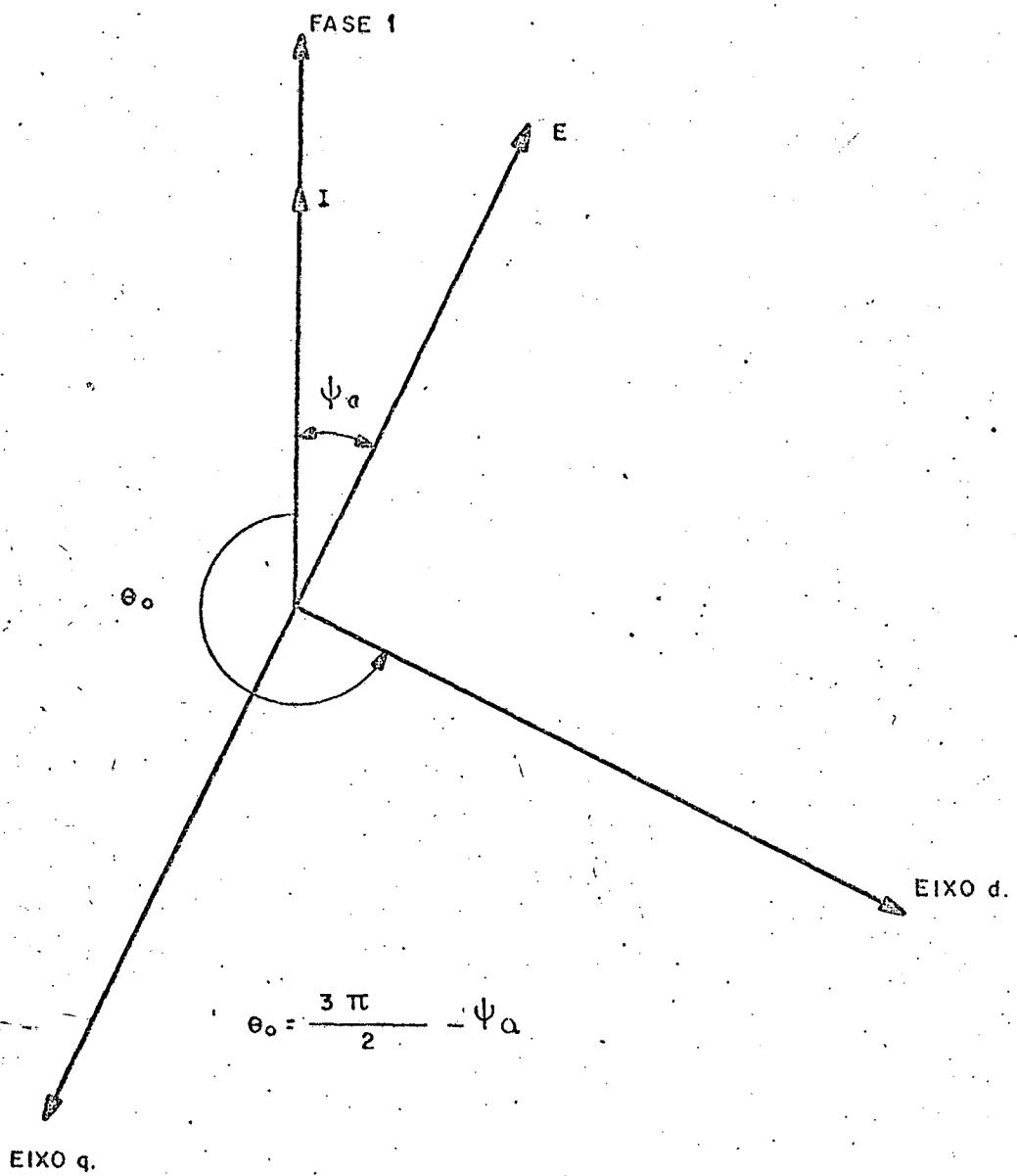


Figura 3.3

Posições relativas entre a corrente (f.m.m) do estator e do rotor para  $t = 0$ . (início da comutação entre as fases 2 e 3).

Donde,

$$\frac{d\lambda_F}{dt} = \frac{d\lambda_Q}{dt} = \frac{d\lambda_D}{dt} = 0.$$

Como

$$\lambda_F = L_F i_F + M_F i_d + M_R i_D$$

$$\lambda_D = L_D i_D + M_R i_F + M_D i_d \quad \text{Equação 3.6}$$

$$\lambda_Q = L_Q i_Q + M_Q i_q$$

Obtém-se

$$L_F^{\rho} i_F + M_F^{\rho} i_d + M_R^{\rho} i_D = 0$$

$$M_R^{\rho} i_F + M_D^{\rho} i_d + L_D^{\rho} i_D = 0 \quad \text{Equação 3.7}$$

$$L_Q^{\rho} i_Q + M_Q^{\rho} i_q = 0$$

Resolvendo-se o sistema acima obtém-se,

$$i_Q = K_Q i_q + C_1$$

$$i_F = K_F i_d + C_2 \quad \text{Equação 3.8}$$

$$i_D = K_D i_d + C_3$$

onde  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  são constantes a serem determinadas e:

$$K_Q = -\frac{M_Q}{L_Q}$$

$$K_F = \frac{M_F L_D - M_D M_R}{M_R^2 - L_F L_D}$$

$$K_D = \frac{M_D L_F - M_F M_R}{M_R^2 - L_F L_D} \quad \text{Equação 3.9.}$$

Para correntes periódicas não senoidais, pode-se decompor as correntes em uma componente constante e igual em módulo a correspondente ao regime senoidal e outra variável devida as harmônicas.

Pode-se então escrever as correntes como,

$$i_Q = i_{Qh}$$

$$i_D = i_{Dh}$$

$$i_F = I_F + i_{Fh}$$

Equação 3.10.

$$i_d = I_d + i_{dh}$$

$$i_q = I_q + i_{qh}$$

As correntes  $i_Q$  e  $i_D$  não possuem a componente constante, haja visto que seus valores em regime permanente são nulos.

Como o valor médio, em um período, das correntes harmônicas é nulo, pode-se afirmar

$$\frac{1}{T} \int_0^T i_F dt = I_F$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T i_{Qh} dt = 0 \quad \text{Equação 3.11.}$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T i_{Dh} dt = 0$$

Substituindo-se a equação 3.8 em 3.11, obtém-se:

$$C_1 = -K_Q I_q$$

$$C_2 = I_F - K_F I_d$$

$$C_3 = -K_D I_d$$

e

$$i_Q = K_Q (i_q - I_q)$$

$$i_D = K_D (i_d - I_d)$$

Equação 3.12.

$$i_F = I_F + K_F (i_d - I_d)$$

Através das equações 3.2 e 3.12, obtém-se para

$v_d$  e  $v_q$ :

$$v_d = R i_d + L'_d \rho i_d + L'_q W i_q + (L_q - L'_q) W I_q$$

Equação

$$v_q = R i_q + L'_q \rho i_q - L'_d W i_d - (L_d - L'_d) W I_d - W M_F I_F$$

3.13

onde,

$$L'_d = L_d - \frac{M_F^2 L_D - 2M_F M_D M_R + M_D^2 L_F}{L_F L_D - M_R^2}$$

$$L'_q = L_q - \frac{M_Q^2}{L_Q}$$

### 3.5. ESTUDO DA MÁQUINA SÍNCRONA ALIMENTADA POR CONVERSORES ESTÁTICOS.

A máquina síncrona quando alimentada por comutador estático apresenta características de funcionamento diferentes das convencionais.

Para a seqüência de comando dos tiristores do comutador, mostrado pela figura 3.4, observa-se a repetição de duas situações distintas. Na primeira delas a máquina está sendo alimentada por duas das fases, (dois tiristores conduzindo) estando assim no período "entre comutações". Na segunda a alimentação é feita pelas três fases (três tiristores conduzindo), estando duas delas comutando (Período de Comutação).

A máquina síncrona, alimentada por comutador estático, está sempre em uma destas situações, bastando então que ambas sejam estudadas para que se consiga determinar o comportamento geral da mesma.

#### 3.5.1. Estudo da Máquina Síncrona Alimentada por Conversores Estáticos, no Período "Entre Comutações".

No período "entre comutações" será estudado o caso particular em que se tem os tiristores 1' e 2 conduzindo (figura 3.5).

$$i_1 = I_C$$

$$i_2 = -I_C$$

$$i_3 = 0$$

Equação 3.14.

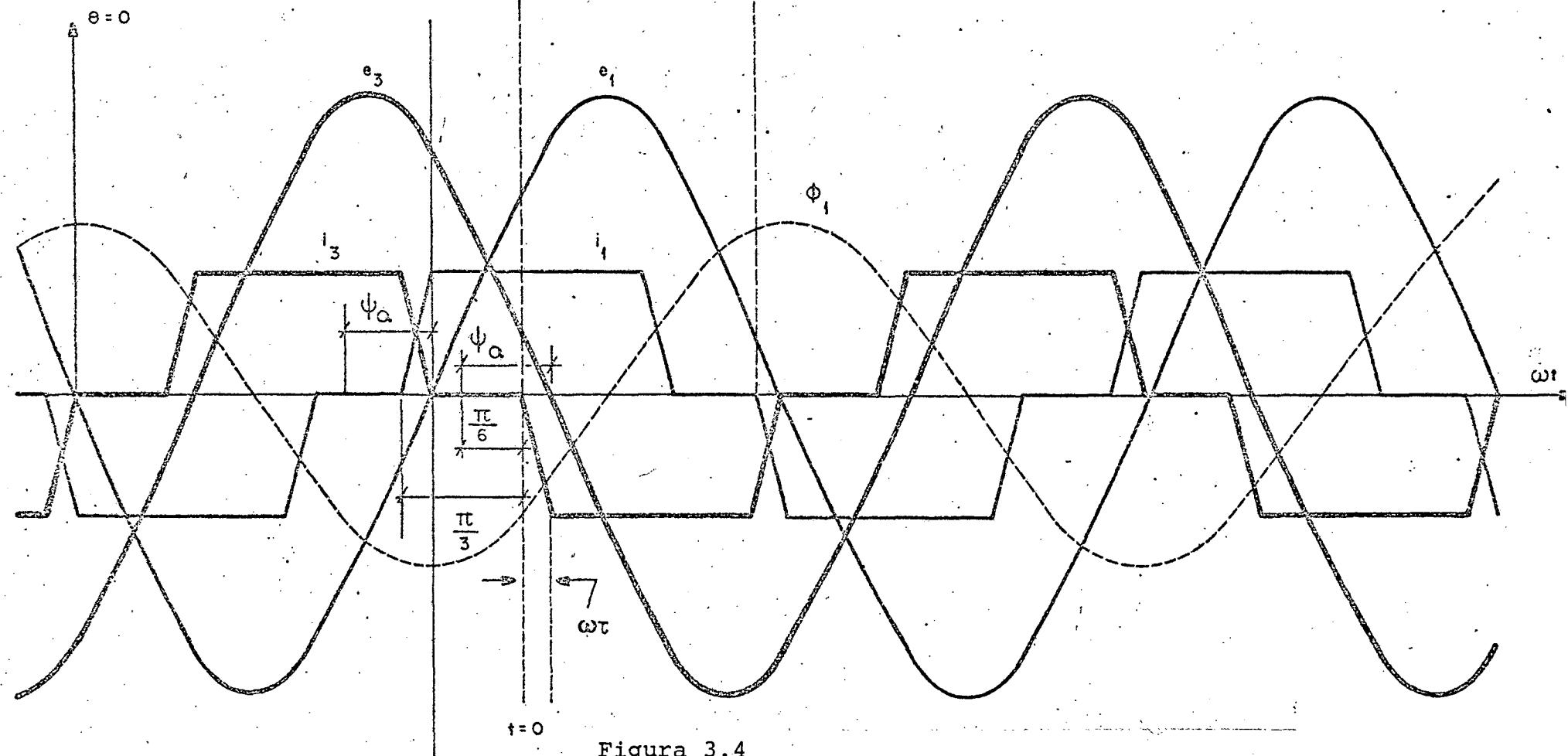
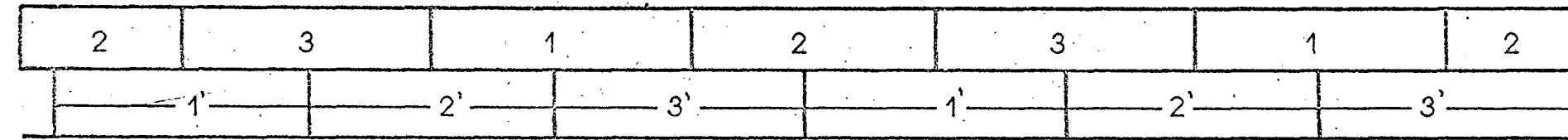


Figura 3.4

Correntes e tensões em função do tempo para a Máquina Síncrona, Autopilotada, em Comutação Natural, Alimentada em Corrente.

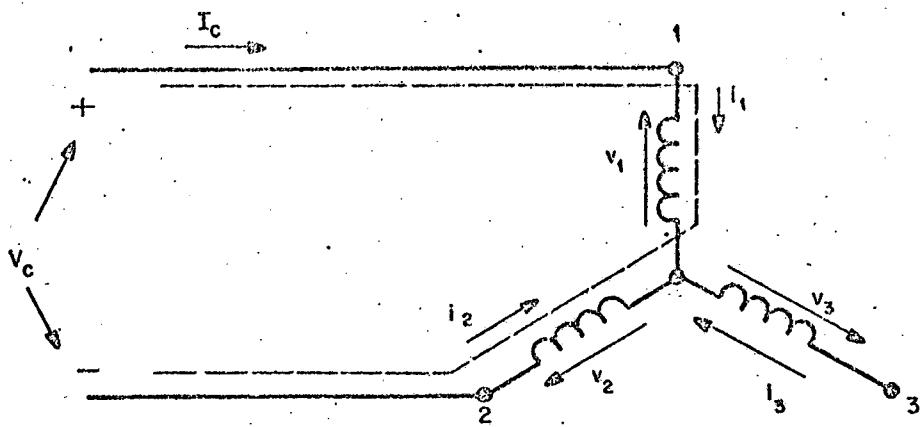


Figura 3.5

A Máquina Síncrona no Período "Entre Comutações".

Para as correntes de fase mostradas na figura 3.5 e pela equação 3.14, tem-se que :

$$i_d = -\sqrt{2} I_c \sin(\theta - \pi/3)$$

Equação 3.15.

$$i_q = +\sqrt{2} I_c \cos(\theta - \pi/3)$$

Combinando-se as equações 3.1, 3.4, 3.13 e 3.15 obtem-se :

$$v_d = - \left[ \sqrt{2} RI_c \sin(\theta - \pi/3) + (L_d'' - L_q'') \sqrt{2} WI_c \cos(\theta - \pi/3) + (L_q - L_q'') \sqrt{3} WI \cos \psi \right]$$

$$v_q = \left[ \sqrt{2} RI_c \cos(\theta - \pi/3) + (L_d'' - L_q'') \sqrt{2} WI_c \sin(\theta - \pi/3) + (L_d - L_d'') \sqrt{3} WI \sin \psi - WM_F I_F \right]$$

Equação 3.16.

No período "entre comutações", obtém-se para as tensões no comutador:

$$v_c = v_1 - v_2 \quad \text{Equação 3.17.}$$

Combinando as equações 3.17 e 3.15 obtém-se:

$$v_c = \sqrt{2} \left\{ v_q \cos(\theta - \pi/3) - v_d \sin(\theta - \pi/3) \right\} \quad \text{Equação 3.18.}$$

Da substituição de  $v_d$  e  $v_q$  da equação 3.16 em 3.18 resulta :

$$v_c = \left\{ 2RI_c - \sqrt{2} WM_F I_F \cos(\theta - \pi/3) + \sqrt{6} WI(L_d - L'_d) \sin \psi \cdot \cos(\theta - \pi/3) + \sqrt{6} WI(L_q - L'_q) \cos \psi \sin(\theta - \pi/3) + 2WI_c(L'_d - L'_q) \sin 2(\theta - \pi/3) \right\} \quad \text{Equação 3.19,}$$

que é válida para o intervalo  $t = [-\pi/3W + \tau, 0]$ .

Substituindo-se  $\theta$  na equação 3.19 resulta :

$$\begin{aligned} v_c &= 2RI_c - \sqrt{2} WM_F I_F \sin(Wt - \psi_a - \pi/3) + \\ &+ \sqrt{6} WI(L_d - L'_d) \sin \psi \sin(Wt - \psi_a - \pi/3) - \\ &- \sqrt{6} WI(L_q - L'_q) \cos \psi \cos(Wt - \psi_a - \pi/3) - \\ &- 2WI_c(L'_d - L'_q) \sin 2(Wt - \psi_a - \pi/3) \end{aligned} \quad \text{Equação 3.20.}$$

0.142.932.7

Biblioteca Universitária

UFSC

No período que está sendo analisado determinar-se-á a tensão nos bornes do tiristor 2, ( $v_{t_2}$ ) que deixou de conduzir enquanto os tiristores 1' e 3 estão conduzindo (figura 3.6).

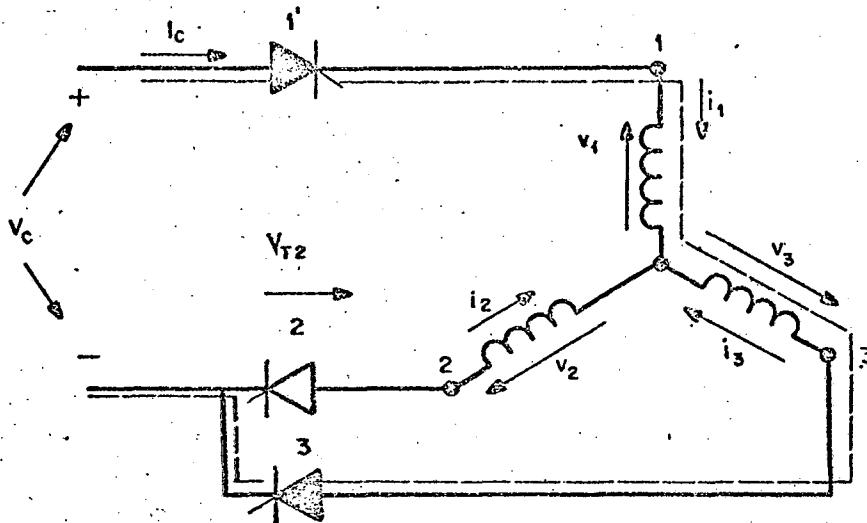


Figura 3.6

Tensão Aplicada sobre o Tiristor que deixa de Conduzir.

$$v_{t_2} = v_2 - v_3 = \sqrt{2} \left\{ v_d \sin \theta - v_q \cos \theta \right\} \quad \text{Equação 3.21.}$$

A equação acima é válida após a abertura completa do tiristor 2, isto é, a partir do tempo " $\tau$ " (figura 3.7).

Substituindo-se " $v_d$ " e " $v_q$ " na equação 3.21 obtém-se

$$v_{t_2} = \left\{ \sqrt{2} W M_F I_F \cos \theta - \sqrt{6} W I (L_d - L'_d) \sin \psi \cos \theta - \right. \\ \left. - \sqrt{6} W I (L_q - L'_q) \cos \psi \sin \theta - 2 W I (L'_d - L'_q) \sin 2(\theta - \pi/6) - \right. \\ \left. - R I_c \right\} \quad \text{Equação 3.22.}$$

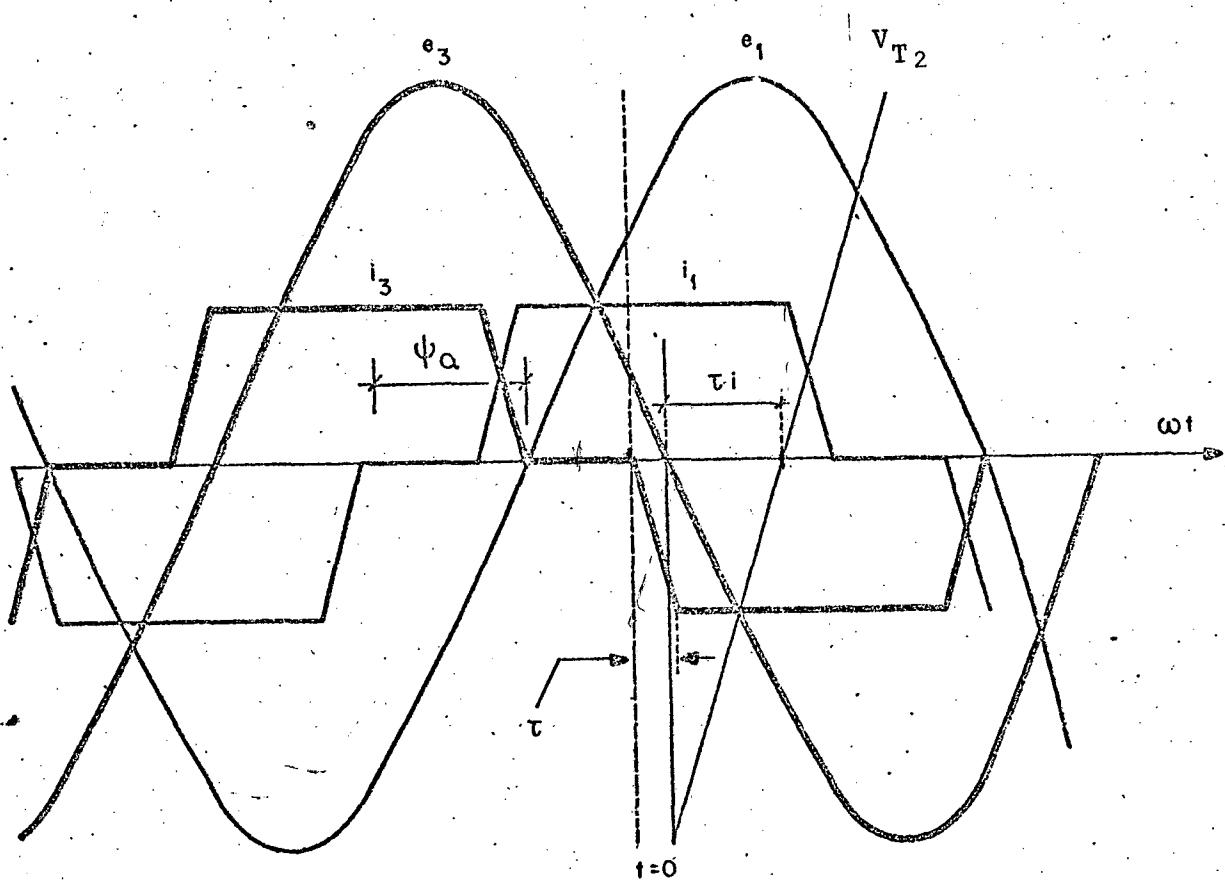


Figura 3.7

Tensão Inversa Aplicada sobre o Tiristor que Deixa de Conduzir e o Tempo de Aplicação da mesma (" $\tau_i$ ").

Substituindo  $\theta$  na equação 3.22 obtém-se, para  $t > \tau$ ,

$$v_{t_2} = \sqrt{6} WM_F I_F \sin(Wt - \psi_a) - \sqrt{6} WI(L_d'' - L_q'') \sin \psi.$$

$$\cdot \sin(Wt - \psi_a) + \sqrt{6} WI(L_q'' - L_d'') \cos \psi \cos(Wt - \psi_a) -$$

$$- RI_c + 2WI_c(L_d'' - L_q'') \sin 2(Wt - \psi_a - \pi/6)$$

Equação 3.23

Conforme observa-se na figura 3.7 a tensão aplicada sobre o tiristor 2 é nula para um tempo  $t = \tau + \tau_i$ . Substituindo-se  $t = \tau + \tau_i$  na equação 3.23 resulta:

$$\sqrt{2} WM_F I_F \sin(W\tau + W\tau_i - \psi_a) - \sqrt{6} WI(L_d'' - L_q'') \sin \psi.$$

$$\cdot \sin(W\tau + W\tau_i - \psi_a) + \sqrt{6} WI(L_q'' - L_d'') \cos \psi \cos(W\tau + W\tau_i - \psi_a) -$$

$$- RI_c + 2WI_c(L_d'' - L_q'') \sin 2(W\tau + W\tau_i - \psi_a + \pi/6) = 0$$

Equação 3.24,

que permite a determinação de  $\tau_i$ , tempo de aplicação da tensão inversa, sobre o tiristor que deixa de conduzir.

**3.5.2. Estudo da Máquina Síncrona Alimentada por Conversores Estáticos durante a Comutação.**

Durante a comutação será estudado o caso em que se tem o tiristor 1' conduzindo e os tiristores 2 e 3 comutando.

Através da figura 3.8 observa-se que:

$$i_1 = I_c$$

$$i_2 = -I_c + i_{cc}$$

$$i_3 = -i_{cc}$$

Equação 3.25

$$v_2 = v_3$$

$$i_2 + i_3 = -I_c$$

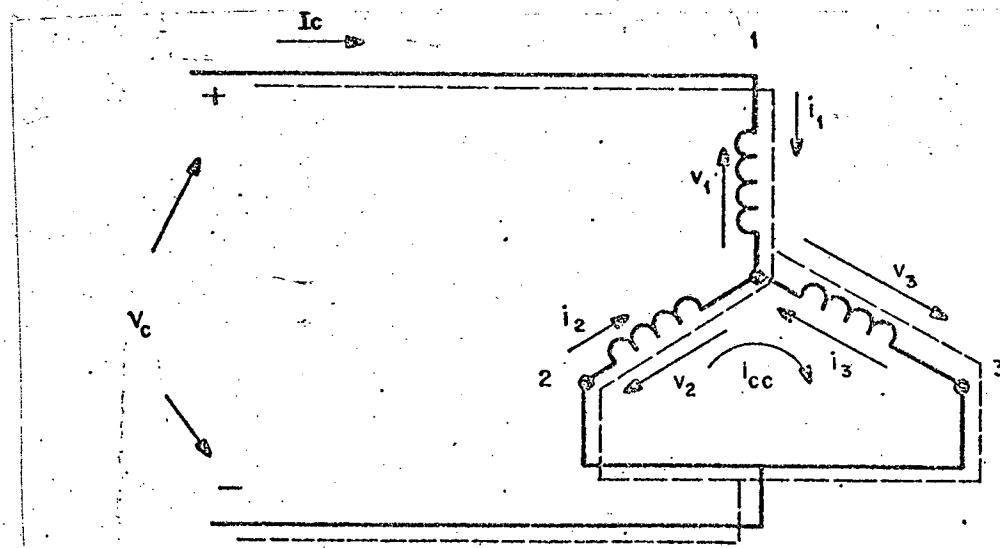


Figura 3.8

A Máquina Síncrona durante a Comutação

Com as correntes definidas pela equação 3.25, obtém-se para  $i_d$  e  $i_q$ :

$$i_d = +\sqrt{2} \left[ -I_c \sin(\theta - \pi/3) + i_{cc} \sin \theta \right]$$

Equação 3.26.

$$i_q = \sqrt{2} \left[ I_c \cos(\theta - \pi/3) - i_{cc} \cos \theta \right]$$

Sabendo-se que durante a comutação  $v_2 = v_3$ , através da equação 3.1 obtém-se:

$$v_d \sin \theta = v_q \cos \theta$$

Equação 3.27.

Combinando-se as equações 3.4, 3.13, 3.26 e 3.27 obtém-se:

$$\begin{aligned} & -\sqrt{2} \left\{ M_F W I_F \cos \theta - \sqrt{3} W I \left[ (L_d - L''_d) \sin \psi \cos \theta + \right. \right. \\ & \left. \left. + (L_q - L''_q) \cos \psi \sin \theta \right] - \sqrt{2} W I (L''_d - L''_q) \sin(2\theta - \pi/3) - \right. \\ & \left. - \frac{\sqrt{2}}{2} R I_c \right\} - \left\{ 2 \left[ R + (L''_d - L''_q) W \sin 2\theta \right] i_{cc} \right\} - \\ & - \left\{ 2 \left[ L''_d \sin^2 \theta + L''_q \cos^2 \theta \right] \rho i_{cc} \right\} = 0 \quad \text{Equação 3.28} \end{aligned}$$

Fazendo-se:

$$\begin{aligned} v_{cc} = - & \left\{ \sqrt{2} M_F W I_F \cos \theta - \sqrt{6} W I \left[ (L_d - L''_d) \sin \psi \cos \theta + \right. \right. \\ & \left. \left. + (L_q - L''_q) \cos \psi \sin \theta \right] - 2 W I_c (L''_d - L''_q) \sin(2\theta - \pi/3) - \right. \\ & \left. - R I_c \right\} \end{aligned}$$

$$R_{cc} = 2 \left[ R + (L''_d - L''_q) W \sin 2\theta \right]$$

$$L_{cc} = 2 \left[ L''_d \sin^2 \theta + L''_q \cos^2 \theta \right]$$

Equação 3.29

obtém-se :

$$v_{cc} - R_{cc} i_{cc} - L_{cc} \dot{i}_{cc} = 0 \quad \text{Equação 3.30}$$

A figura 3.9 apresenta o circuito equivalente obtido através da equação 3.28, que descreve o fenômeno da comutação da corrente entre duas fases.

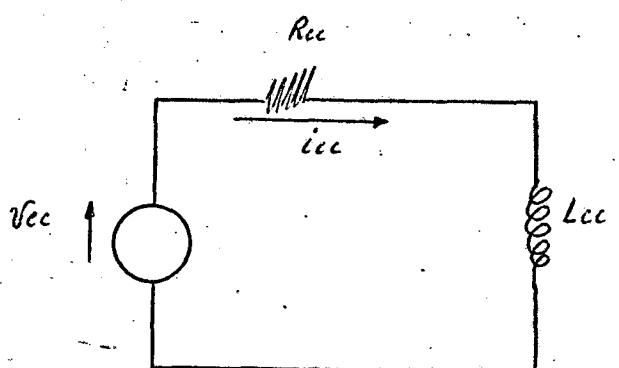


Figura 3.9  
Circuito Equivalente da Comutação

Observa-se neste circuito uma indutância  $L_{cc}$ , denominada de indutância de comutação, cujo valor é função da posição do rotor se  $L''_d \neq L''_q$  (Equação 3.30).

Desprezando-se a resistência de armadura  $R$  e sabendo-se que  $i_{cc(0)} = 0$ , através da equação 3.28 obtém-se :

$$\begin{aligned}
 i_{cc} = & -\sqrt{2} M_F I (\sin \theta - \sin \theta_0) - \sqrt{6} I (L_d'' - L_q'') \sin \psi (\sin \theta - \sin \theta_0) + \\
 & (L_d'' + L_q'') - (L_d'' - L_q'') \cos 2\theta \\
 & + \sqrt{6} I (L_q'' - L_d'') \cos \psi (\cos \theta - \cos \theta_0) + I_c (L_d'' - L_q'') \left[ \cos(2\theta - \pi/3) - \right. \\
 & (L_d'' + L_q'') - (L_d'' - L_q'') \cos 2\theta \\
 & \left. - \cos(2\theta_0 - \pi/3) \right]
 \end{aligned}$$

Equação 3.31.

Substituindo-se o valor de  $\theta$  nesta equação resulta,

$$\begin{aligned}
 i_{cc} = & \sqrt{2} M_F I_F \left[ \cos(Wt - \psi_a) - \cos \psi_a \right] + \sqrt{6} I (L_d'' - L_q'') \sin \psi \left[ \cos(Wt - \psi_a) - \right. \\
 & (L_d'' + L_q'') + (L_d'' - L_q'') \cos 2(Wt - \psi_a) \\
 & \left. - \cos \psi_a \right] + \sqrt{6} I (L_q'' - L_d'') \cos \psi \left[ \sin(Wt - \psi_a) + \sin \psi_a \right] - \\
 & (L_d'' + L_q'') + (L_d'' - L_q'') \cos 2(Wt - \psi_a) \\
 & - I_c (L_d'' - L_q'') \left[ \cos 2(Wt - \psi_a - \pi/6) - \cos 2(\psi_a - \pi/6) \right] \\
 & (L_d'' + L_q'') + (L_d'' - L_q'') \cos 2(Wt - \psi_a)
 \end{aligned}$$

Equação 3.32,

onde,

" $\psi$ " é o ângulo entre a corrente de armadura e a força eletromotriz induzida na alimentação senoidal, " $\psi_a$ " é o ângulo entre a corrente de armadura e a força eletromotriz induzida, para a máquina alimentada pelo conversor estático, no qual a corrente na fase tem a forma quadrada quando se despreza o tempo de comutação.

Sendo  $\psi_a$  conhecido, devido ao fato que é o ângulo imposto através do detetor de posição do rotor, torna-se necessário estabelecer uma relação entre  $\psi$  e  $\psi_a$ .

Observou-se no laboratório, que a corrente de comutação pode ser representada com boa aproximação por,

$$i_{cc} = \frac{I_c}{\tau} \cdot t \quad \text{Equação 3.33}$$

Através da análise de "Fourier" da corrente, consegue-se determinar a relação entre o ângulo  $\psi_a$  e o ângulo  $\psi$  e ainda o valor eficaz da fundamental da corrente, em função de  $I_c$ ,

$$\begin{aligned} \psi &= \psi_a + W\tau/2 \\ I &= \sqrt{6} I_c / \pi \end{aligned} \quad \text{Equação 3.34}$$

Como  $i_{cc} = I_c$  para  $t = \tau$ , através da equação 3.32, pode-se obter  $\tau$  ou  $W\tau$ .

Neste período, tem-se para tensão no comutador,

$$v_c = \sqrt{\frac{3}{2}} \left[ v_q \sin \theta + v_d \cos \theta \right] \quad \text{Equação 3.35.}$$

Combinando as equações 3.4, 3.13 e 3.26 obtém-se :

$$v_d = \sqrt{2} \left\{ - RI_c \operatorname{sen}(\theta - \pi/3) - WI_c (L''_d - L''_q) \cos(\theta - \pi/3) + \right. \\ + RI_{cc} \operatorname{sen} \theta + WI_{cc} (L''_d - L''_q) \cos \theta + L''_d \operatorname{sen} \theta \rho i_{cc} - \\ \left. - (L_q - L''_q) \sqrt{\frac{3}{2}} WI \cos \psi \right\}, \\ v_q = \sqrt{2} \left\{ RI_c \cos(\theta - \pi/3) + WI_c (L''_d - L''_q) \operatorname{sen}(\theta - \pi/3) - \right. \\ - RI_{cc} \cos \theta - W(L''_d - L''_q) i_{cc} \operatorname{sen} \theta - L''_q \cos \theta \rho i_{cc} + \\ \left. + (L_d - L''_d) \sqrt{\frac{3}{2}} WI \operatorname{sen} \psi - \frac{1}{\sqrt{2}} WM_F I_F \right\}.$$

Equação 3.36

Substituindo-se  $v_d$  e  $v_q$ , obtidos pela equação 3.36 na equação 3.35 e considerando a simplificação dada pela equação 3.33 obtém-se,

$$v_c = \sqrt{3} \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} RI_c - WI_c (L''_d - L''_q) \cos(2\theta - \pi/3) + \right. \\ + \frac{I_c}{2\tau} (L''_d - L''_q) \operatorname{sen} 2\theta + (L''_d - L''_q) \frac{WI_c t}{\tau} \cos 2\theta + \\ + \sqrt{\frac{3}{2}} WI \left[ (L_d - L''_d) \operatorname{sen} \psi \operatorname{sen} \theta - (L_q - L''_q) \cos \psi \cos \theta \right] - \\ \left. - \frac{1}{\sqrt{2}} WM_F I_F \operatorname{sen} \theta \right\}$$

Equação 3.37,

válida para o intervalo  $t = (0, \tau)$ .

Com a substituição de  $\theta$  na equação 3.37 resulta,

$$\begin{aligned}
 v_c &= \frac{3}{2} RI + \sqrt{3} WI_c (L_d'' - L_q'') \cos 2(Wt - \psi_a - \pi/6) + \\
 &+ \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ (L_d'' - L_q'') W \frac{I_c t}{\tau} \cos 2(Wt - \psi_a) + \frac{I_c}{2\tau} (L_d'' - L_q'') \sin 2(Wt - \psi_a) \right] - \\
 &- \frac{\sqrt{3}}{2} WI \left[ (L_d - L_d'') \sin \psi \cos (Wt - \psi_a) + (L_q - L_q'') \cos \psi \sin (Wt - \psi_a) \right] + \\
 &+ \frac{\sqrt{3}}{2} WM_F I_F \cos (Wt - \psi_a)
 \end{aligned} \quad \text{Equação 3.38.}$$

### 3.5.3. Cálculo dos Valores Médios de Tensão nos Bornes do Comutador e Torque Eletromagnético.

A tensão média nos bornes do comutador é calculada como sendo,

$$v_{c \text{ med}} = \frac{3W}{\pi} \left\{ \int_0^{\tau} v_c \, dt + \int_{\tau - \pi/3W}^0 v_c \, dt \right\}$$

durante a comutação    Entre comutação

que após a integração resulta em,

$$\begin{aligned}
 v_{c_{\text{med}}} = & \left( 2 - \frac{3W\tau}{2\pi} \right) RI_c + \frac{3W}{2\pi} \left\{ \sqrt{2} M_F I_F \left[ \cos \psi_a + \cos(W\tau - \psi_a) \right] - \right. \\
 & - \sqrt{6} I (L_d' - L_q') \sin \psi \left[ \cos \psi_a + \cos(W\tau - \psi_a) \right] - \\
 & - \sqrt{6} I (L_q' - L_d') \cos \psi \left[ \sin(W\tau - \psi_a) - \sin \psi_a \right] + \\
 & \left. + I_c (L_d' - L_q') \left[ \cos 2(\psi_a + \pi/6) - \cos(W\tau - \psi_a + \pi/6) \right] \right\}
 \end{aligned}$$

Equação 3.39.

O torque eletromagnético médio é calculado como sendo, [04]

$$T_{\text{méd}} = p \left( \frac{v_{c_{\text{med}}} - 2RI_c}{W} \right) I_c \quad \text{Equação 3.40}$$

onde  $p$  é o número de pares de polos da máquina.

### 3.6. CONCLUSÃO

Neste capítulo, foram determinadas as equações básicas da máquina síncrona, autopilotada, em comutação natural, alimentada em corrente, funcionando como motor.

Para fins didáticos, o estudo da máquina síncrona, alimentada por conversores estáticos, foi dividido em duas partes. Na primeira delas, intitulada "Estudo da Máquina Síncrona, Alimentada por Conversores Estáticos, no período Entre Comutações", de-

duziu-se as equações para o cálculo dos valores instantâneos da tensão nos bornes do comutador, a tensão inversa aplicada ao tiristor e o tempo de aplicação da mesma. Na segunda parte, intitulada "Estudo da Máquina Síncrona, Alimentada por Conversores Estáticos, durante a Comutação", deduziu-se as equações para o cálculo dos valores instantâneos da tensão nos bornes do comutador, da corrente de comutação e o tempo de comutação.

A seguir, as equações para o cálculo dos valores médios de tensão nos bornes do comutador e do torque eletromagnético foram obtidas.

Através de fluxograma, apresenta-se a seqüência de cálculos adotada, para determinação do ponto de operação em que a máquina síncrona, alimentada por conversores estáticos, apresenta melhor desempenho.

Para que o torque eletromagnético correspondente ao ponto de operação de melhor desempenho da máquina síncrona, autopilotada, em comutação natural, alimentada em corrente seja encontrado é necessário que para cada corrente de alimentação e velocidade mecânica do eixo, se procure o ângulo  $\Psi_a$  ideal, dentro de faixas permitidas pelo tempo mínimo de aplicação da tensão inversa,  $\tau_{i\min}$  e o tempo máximo de comutação,  $\tau_{máx}$ .

## C A P Í T U L O   I V

ESTUDO DAS SOLUÇÕES DO MODELO ANALÍTICO DA MÁQUINA SÍNCRONA, AUTO-PILOTADA, EM COMUTAÇÃO NATURAL, ALIMENTADA EM CORRENTE, FUNCIONANDO COMO MOTOR.

### 4.1. INTRODUÇÃO

Este capítulo procura demonstrar o desempenho do modelo analítico, desenvolvido no Capítulo III, utilizando dados de máquinas reais.

Demonstrar-se-á que o sistema de equações, apresentadas no Capítulo III, representa com precisão aceitável a máquina em questão, através da medidas experimentais de valores médios de tensão e torque eletromagnético e de fotografias, nas quais se poderá observar o comportamento instantâneo de certas grandezas. Estas equações serão testadas em máquinas definidas no item 4.2.

Serão apresentadas inicialmente os dados principais das máquinas em estudo, seguidos por uma análise do comportamento das mesmas com a variação da corrente de armadura, nas condições de ângulo  $\psi_a$  ótimo e velocidade nominal da máquina.

Após este trabalho, que servirá para confirmar o modelo, far-se-á um estudo do desempenho da máquina frente a variação do coeficiente de dispersão da mesma.

4.2. DADOS PRINCIPAIS DAS MÁQUINAS SÍNCRONAS EM . ES-TUDO.

- armadura 3 <sup>º</sup> em Y,	
- 4 polos,	
- rotor liso,	
- corrente de armadura	8,0 Amperes,
- tensão de armadura	200,0 Volts,
- corrente de excitação	5,0 Amperes,
- freqüência	60 Hz,
- velocidade nominal	1800 rpm,
- resistência de armadura	0,8 Ω,
- indutância mútua rotor-estator	95 mH.
- indutância do rotor	320 mH.

Máquina com enrolamentos amortecedores

- Indutância síncrona	92 mH,
- indutância Subtransitória	6,4 mH.

Máquina sem enrolamentos amortecedores

Indutância síncrona	80 mH,
indutância transitória	56 mH.

4.3. SEQUÊNCIA DE CÁLCULOS PARA A DETERMINAÇÃO DAS CURVAS CARACTERÍSTICAS DA MÁQUINA SÍNCRONA, AUTOPILOTADA, EM COMUTAÇÃO NATURAL, ALIMENTADA EM CORRENTE.

O fluxograma da figura 4.1, descreve os passos principais necessários para o cálculo do ângulo  $\psi_a$  ideal para a máquina síncrona, autopilotada, em comutação natural, alimentada em corrente, para uma dada condição de corrente de excitação, corrente de armadura e velocidade.

4.4. PARTICULARIDADES DAS EQUAÇÕES ANALÍTICAS DESENVOLVIDAS NO CAPÍTULO III, PARA A MÁQUINA SÍNCRONA DE ROTOR LISO, COM ENROLAMENTOS AMORTEDORES.

Observa-se (item 4.2) que a máquina síncrona em estudo é de rotor liso e possui as reatâncias de eixo direto e quadratura iguais, ou seja:

$$L_d = L_q = L$$

$$L''_d = L''_q = L''$$

Equação 4.1

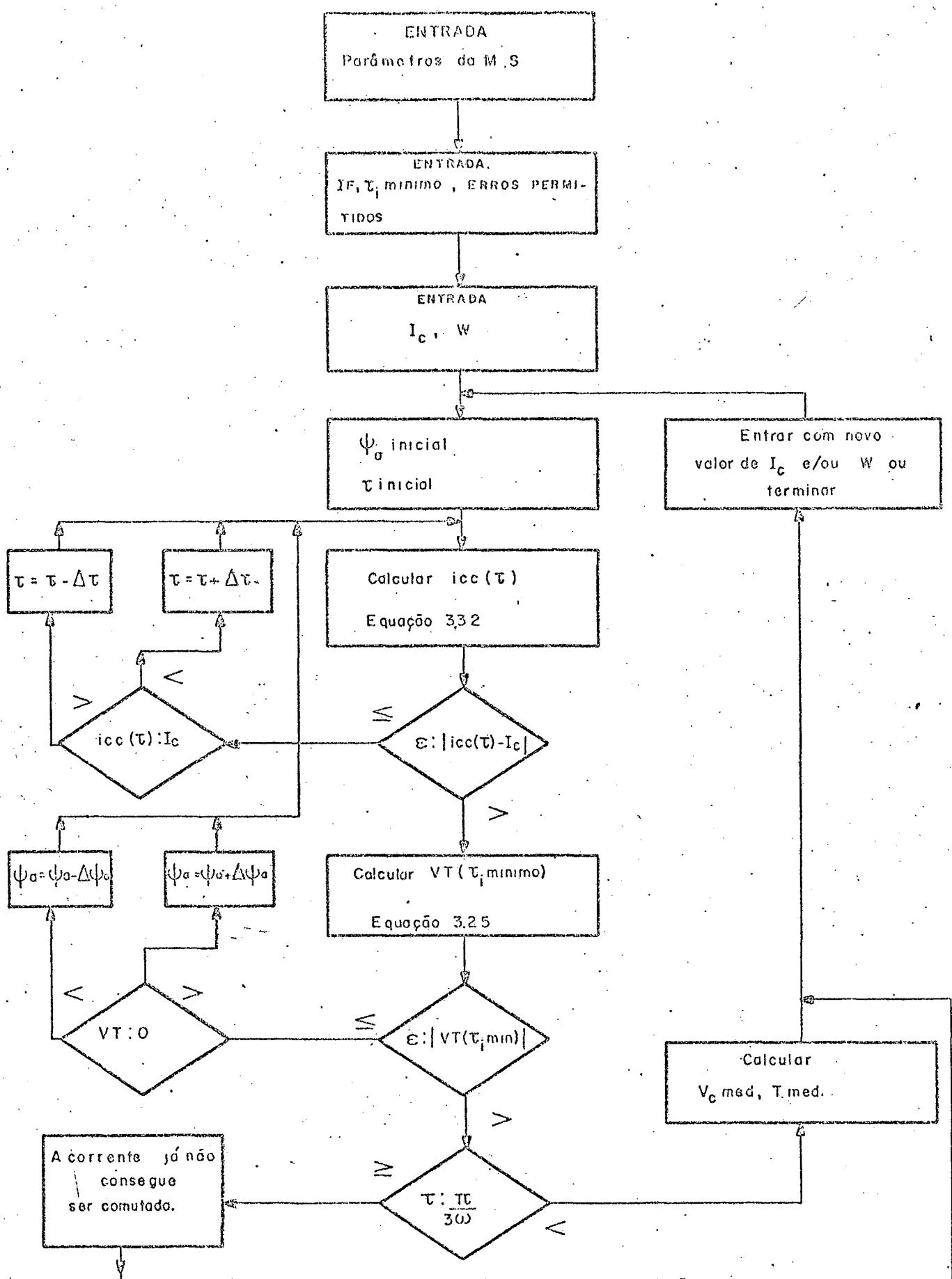


Figura 4.1

Seqüência de cálculos para a determinação das curvas características da Máquina Síncrona.

Neste caso, as equações determinadas no capítulo anterior podem ser reescritas da seguinte forma:

$$i_{cc} = \frac{\sqrt{2} M_F I_F}{2 L''} \left[ \cos(Wt - \psi_a) - \cos \psi_a \right] + \frac{\sqrt{6} I (L - L'')}{2 L''} \left[ \sin(\psi_a - \psi) + \frac{\sin(\psi - \psi_a + Wt)}{2 L''} \right]$$

Equação 4.2

Para  $t = \tau$  e  $i_{cc} = I_c$ , através da equação 3.34 obtém-se :

$$\sqrt{2} M_F I_F \left[ \cos(W\tau - \psi_a) - \cos \psi_a \right] + \frac{12I_c}{\pi} (L - L'') \left[ \sin W\tau/2 \right] - 2 L'' I_c = 0$$

Equação 4.3

O tempo de comutação ( $\tau$ ), pode ser obtido a partir da equação 4.3.

A tensão média nos bornes do comutador é dada pela equação 4.4,

$$v_{c_{med}} = \left( 2 - \frac{3W\tau}{2\pi} \right) RI_c + \frac{3\sqrt{2}}{2\pi} WM_F I_F \left[ \cos \psi_a + \cos(W\tau - \psi_a) \right]$$

Equação 4.4

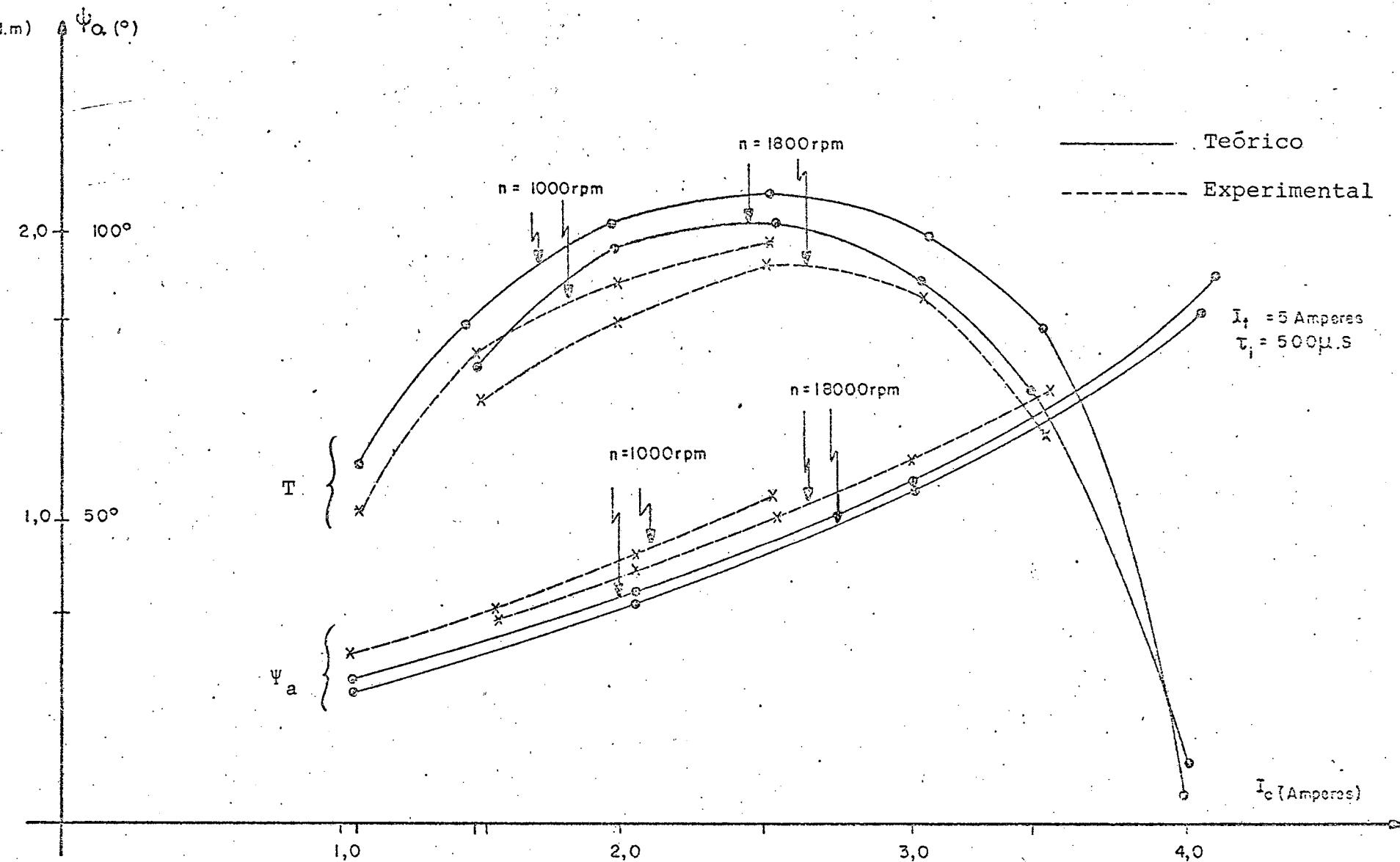


Figura 4.2

Torque Eletromagnético e ângulo  $\psi_a$  versus corrente no comutador para velocidades de 1000 e 1800 rpm.

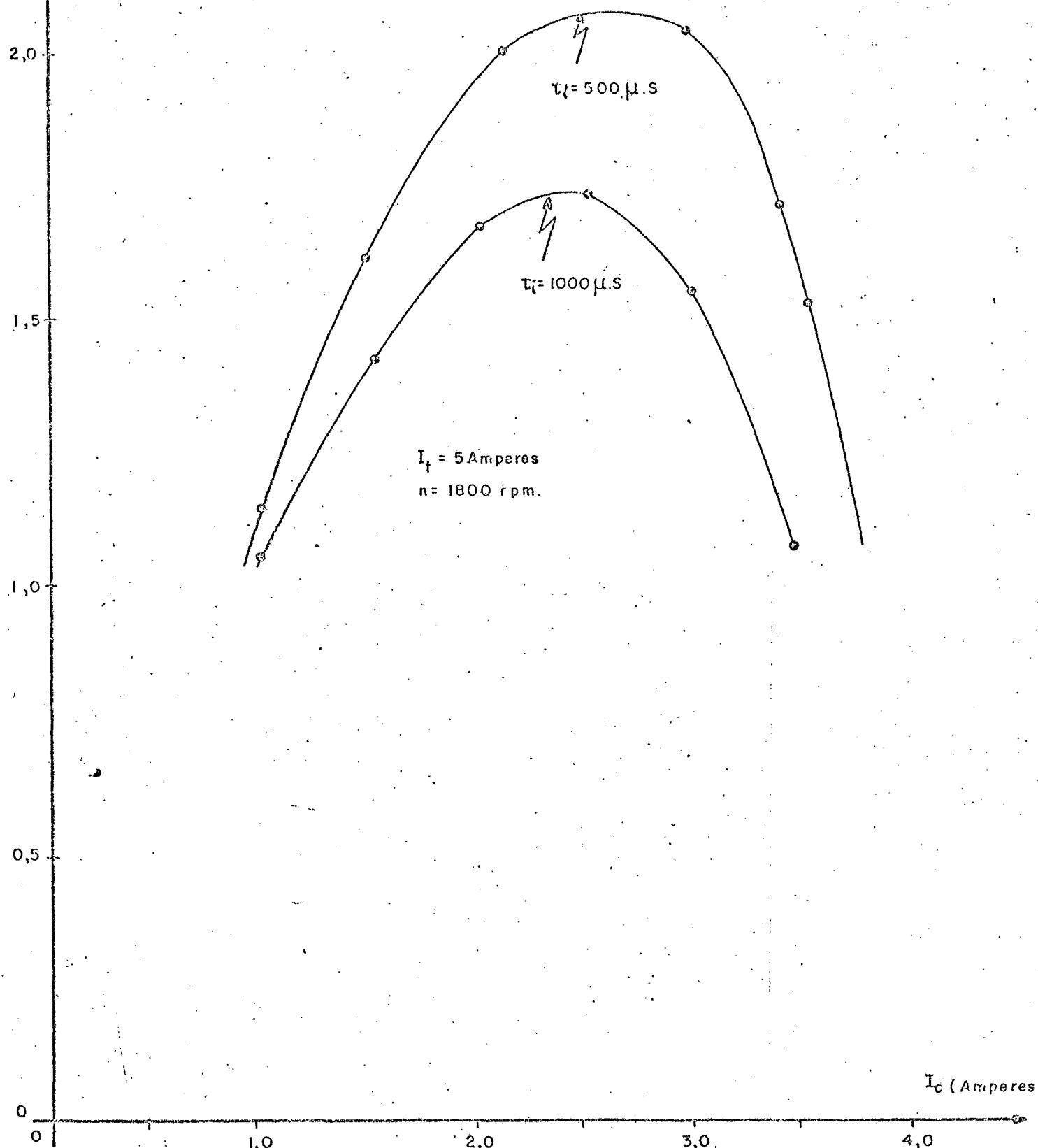


Figura 4.3

Torque Eletromagnético versus corrente no comutador, para tempo de aplicação da tensão inversa,  $t_i$ , de 500  $\mu s$  e 1000  $\mu s$ . (curva teórica).

A tensão no tiristor que está deixando de conduzir é dada por,

$$v = -\sqrt{2} WM_F I_F \sin(Wt - \psi_a) - RI_c - \frac{6WI}{\pi} c (L - L'') \cos(Wt + \psi - \psi_a)$$

Equação 4.5

para  $t = \tau + \tau_i$  (ver figura 3.7)  $v_t = 0$ . Substituindo-se  $t$  e  $v_t$  na equação 4.5 obtém-se :

$$RI_c + \frac{6WI}{\pi} c (L - L'') \cos(W\tau_i + \frac{W\tau}{2}) + \sqrt{2} WM_F I_F \sin(W\tau + W\tau_i - \psi_a) = 0$$

Equação 4.6

Através da equação 4.6, é possível calcular o tempo de aplicação da tensão inversa,  $\tau_i$ .

As figuras 4.2 e 4.3, apresentam as curvas características da máquina síncrona, autopilotada, em comutação natural, alimentada em corrente, funcionando como motor, obtidas através das equações analíticas, desenvolvidas no capítulo III, item 3 e as curvas características obtidas a partir dos resultados de ensaios práticos feitos em laboratório.

Objetivando-se obter melhor desempenho para a máquina em estudo, procurou-se sempre aproximar o ângulo " $\psi_a$ ", tanto quanto possível daquele que possibilite a obtenção do maior torque eletromagnético para cada condição de operação.

Pode-se observar também, na figura 4.2 que o aumento da corrente de alimentação nem sempre implica em aumento do torque eletromagnético, pois se de um lado se está aumentando a corrente, o que implicaria em aumento de torque, se está também aumentando o ângulo  $\Psi_a$  de maneira mais acentuada, para que a comutação seja possível.

Na figura 4.3 observa-se que, para uma mesma corrente de alimentação, quanto menor o tempo  $t_i$ , respeitando-se os limites de  $t_{i\min}$ , maior será o torque eletromagnético.

Comparando as curvas características obtidas através das equações analíticas, desenvolvidas no Capítulo IV, item 3, com as obtidas a partir de resultados de ensaios práticos, feitos em laboratório, conforme mostram as figuras 4.2 e 4.3, conclui-se que as equações desenvolvidas no Capítulo III, descrevem analiticamente o comportamento da máquina síncrona de rotor liso, com enrolamentos amortecedores, apresentando uma faixa de erro relativamente pequena.

#### 4.5 . PARTICULARIDADES DAS EQUAÇÕES ANALÍTICAS DESENVOLVIDAS NO CAPÍTULO III, PARA A MÁQUINA SÍNCRONA, DE ROTOR LISO, SEM ENROLAMENTOS AMORTECEDORES

Para a máquina síncrona, de rotor liso, sem enrola-

mentos amortecedores:

$$L_d = L_q = L$$

$$L''_d = L'_d = L' \quad \text{Equação 4.7}$$

$$L''_q = L'_q = L$$

Neste caso, as equações determinadas no Capítulo III, podem ser reescritas da seguinte forma :

$$i_{cc} = \frac{\sqrt{2} M_F I_F [\cos(Wt - \psi_a) - \cos \psi_a] + \frac{6I_c}{\pi} (L - L') \sin \psi [\cos(Wt - \psi_a) - \cos \psi_a]}{(L' + L) - (L - L') \cos 2(Wt - \psi_a)}$$

$$- \cos \psi_a] + I_c (L - L') [\cos 2(Wt - \psi_a - \pi/6) - \cos 2(\psi_a + \pi/6)] \\ (L' + L) - (L - L') \cos 2(Wt - \psi_a)$$

$$\text{Equação 4.8.}$$

Sabendo-se que para  $t = \tau$ ,  $i_{cc} = I_c$  obtém-se:

$$\sqrt{2} M_F I_F [\cos(W\tau - \psi_a) - \cos \psi_a] + \frac{6I_c}{\pi} (L - L') \sin \psi [\cos(W\tau - \psi_a) - \cos \psi_a] + I_c (L - L') [\cos 2(W\tau - \psi_a - \pi/6) - \cos 2(\psi_a + \pi/6) + \cos 2(W\tau - \psi_a)] - I_c (L' - L) = 0 \quad \text{Equação 4.9.}$$

A partir da equação 4.9, é possível obter-se o tempo de comutação  $\tau$ .

A tensão média nos bornes do comutador é dada por,

$$v_{c_{med}} = \left( 2 - \frac{3W\tau}{2\pi} \right) RI_c + \frac{3W}{\pi} \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} M_F I_F \left[ \cos \psi_a + \cos (W\tau - \psi_a) \right] - \right. \\ \left. - \frac{3I_c}{\pi} (L - L') \sin \psi \left[ \cos \psi_a + \cos (W\tau - \psi_a) \right] + \right. \\ \left. + \frac{I_c}{2} (L - L') \left[ \cos 2(W\tau - \psi_a - \pi/6) - \cos 2(\psi_a + \pi/6) \right] \right\}$$

Equação 4.10

O tempo de aplicação da tensão inversa sobre o tiristor que está deixando de conduzir é determinado pela equação 4.11.

$$\sqrt{2} M_F I_F W \sin (W\tau + W\tau_i - \psi_a) - \frac{6WI_c}{\pi} (L - L') \sin \psi \sin (W\tau + W\tau_i - \psi_a) - \\ - RI_c - 2WI_c (L - L') \sin 2(W\tau + W\tau_i - \psi_a - \pi/6) = 0$$

Equação 4.11

A figura 4.4 apresenta as curvas de torque eletromagnético e do ângulo  $\psi_a$ , obtidas através das equações desenvolvidas no Capítulo IV, item 4, e as obtidas a partir dos resultados de ensaios práticos feitos em laboratório.

Comparando-se as curvas teóricas com as curvas práticas apresentadas na figura 4.4, pode-se concluir que as equações analíticas, desenvolvidas no Capítulo III, também podem ser utilizadas para descrever o comportamento da máquina síncrona de rotor liso, sem enrolamentos amortecedores.

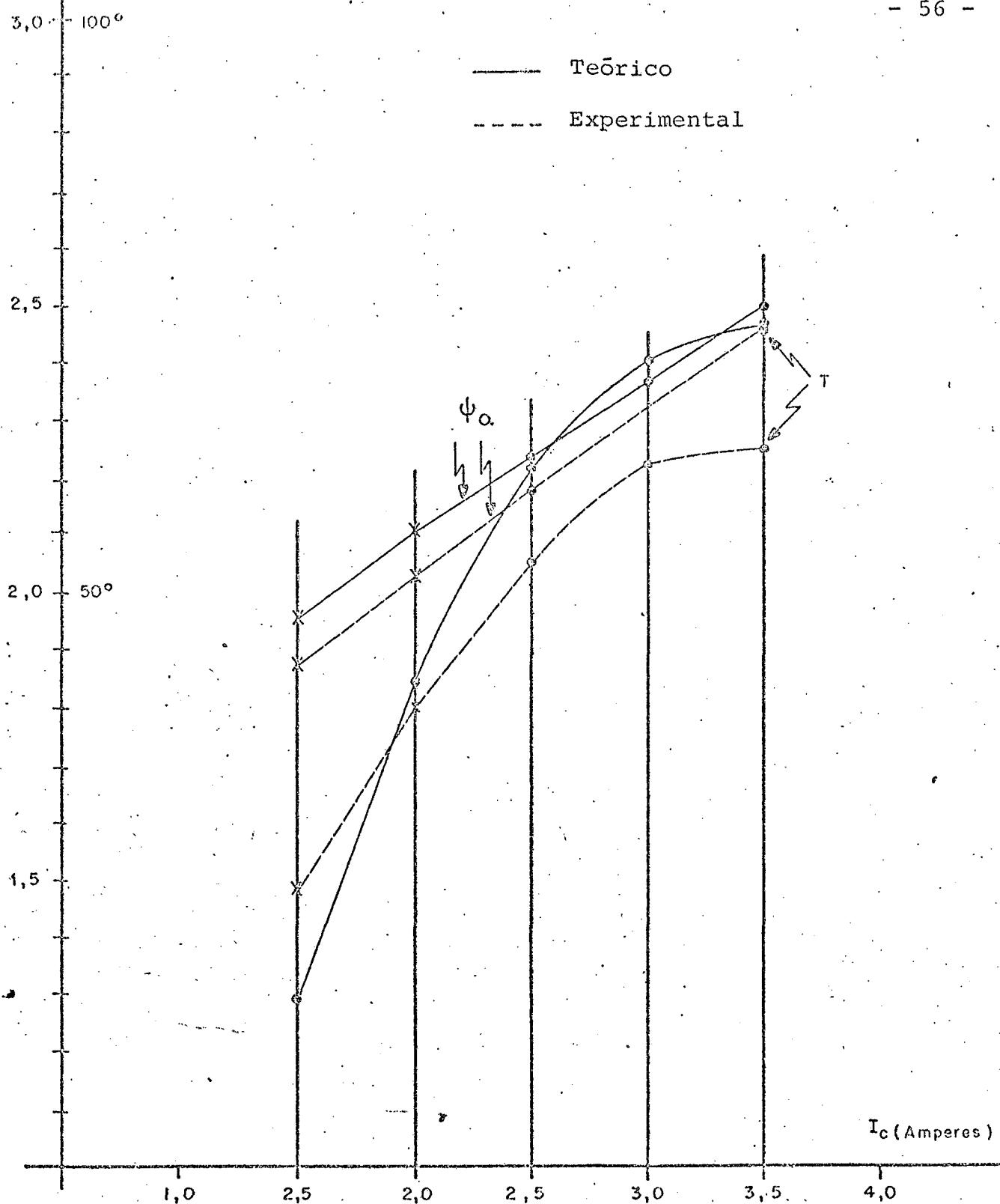


Figura 4.4

Torque Eletromagnético ( $T$ ) e o ângulo " $\psi_a$ " versus corrente no comutador.

4.6 . VALORES INSTANTÂNEOS DA CORRENTE DE FASE, TENSÃO NOS TIRISTORES E NOS BORNES DO COMUTADOR PARA A MÁQUINA SÍNCRONA DE ROTOR LISO.

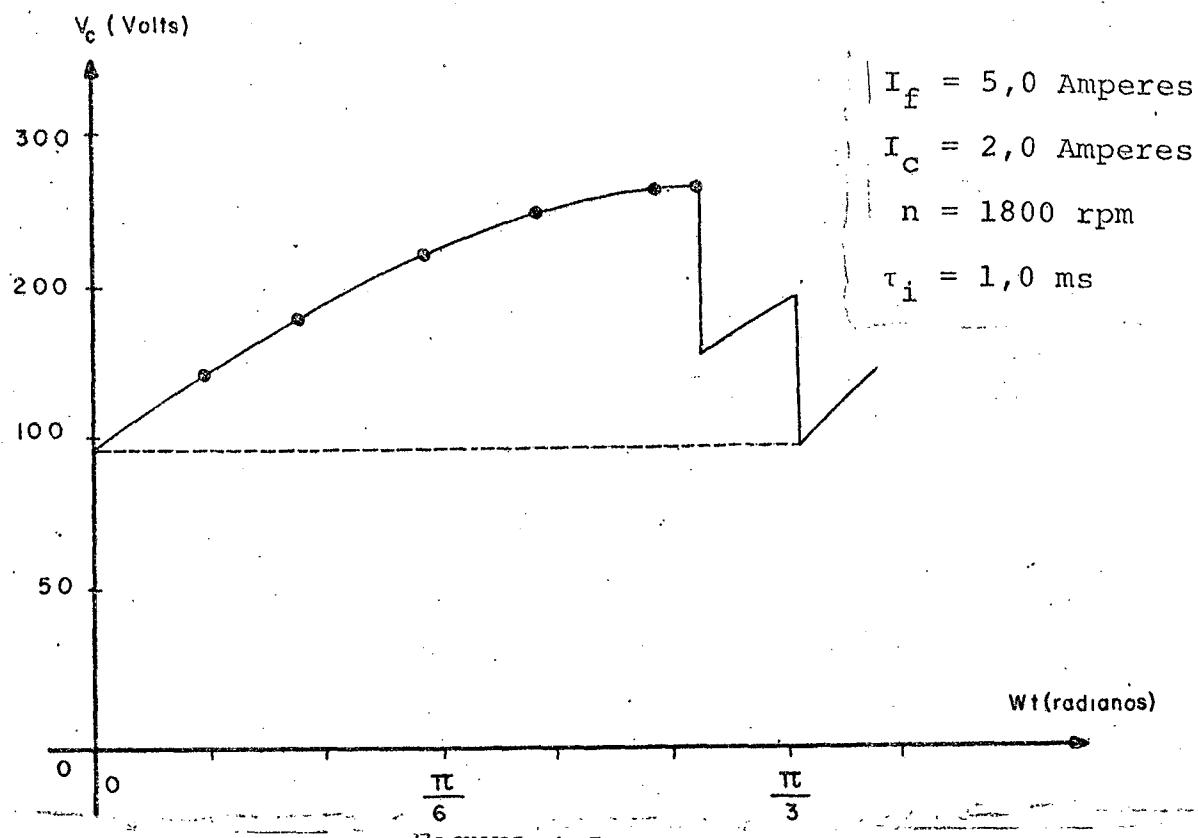
Nas figuras 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8 são mostrados valores instantâneos de tensões e corrente, em função do tempo, obtidos analiticamente.

Nas figuras 4.9, 4.10, 4.11 e 4.12 aparecem fotografias, que mostram as mesmas grandezas em ensaios de laboratório.

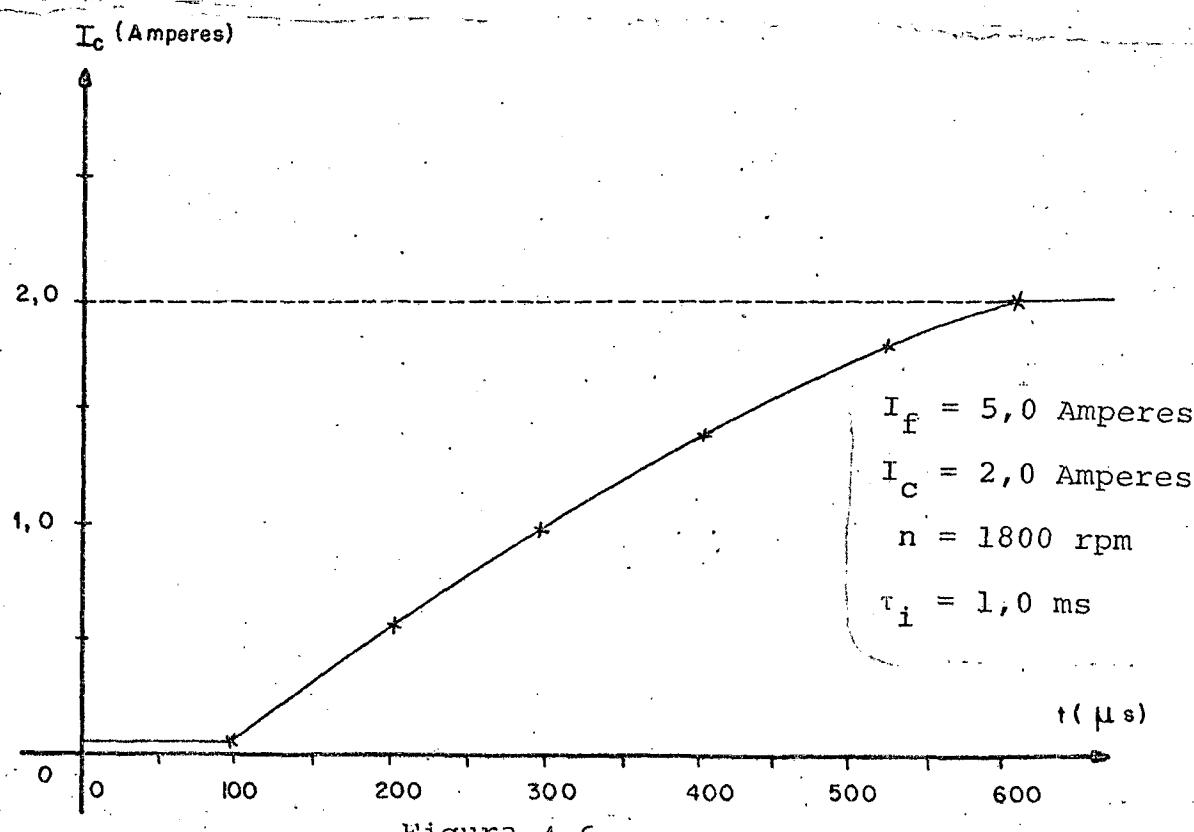
Comparando-se estas figuras, reforça-se a conclusão de que as equações desenvolvidas no Capítulo III descrevem analiticamente o comportamento da máquina síncrona, de rotor liso.

4.7 . ESTUDO DO COMPORTAMENTO DA MÁQUINA SÍNCRONA DE ROTOR LISO, AUTOPILOTADA, EM COMUTAÇÃO NATURAL, ALIMENTADA EM CORRENTE, FREnte A VARIAÇÕES DO COEFICIENTE DE DISPERSÃO.

Para se obter melhor desempenho da máquina síncrona, de rotor liso, autopilotada, em comutação natural, alimentada em corrente, é necessário que se determine as alterações em seu comportamento, frente as variações de seus parâmetros. Um destes parâmetros é a indutância própria do rotor " $L_F$ ". Alterar a indutância " $L_F$ " significa, em outras palavras, variar o coeficiente de dispersão " $\sigma$ ", conforme se observa na equação 4.12.



Tensão nos bornes do comutador para a Máquina Síncro na c/ enrolamentos amortecedores.



Corrente no enrolamento da máquina com enrolamentos amortecedores durante a comutação.

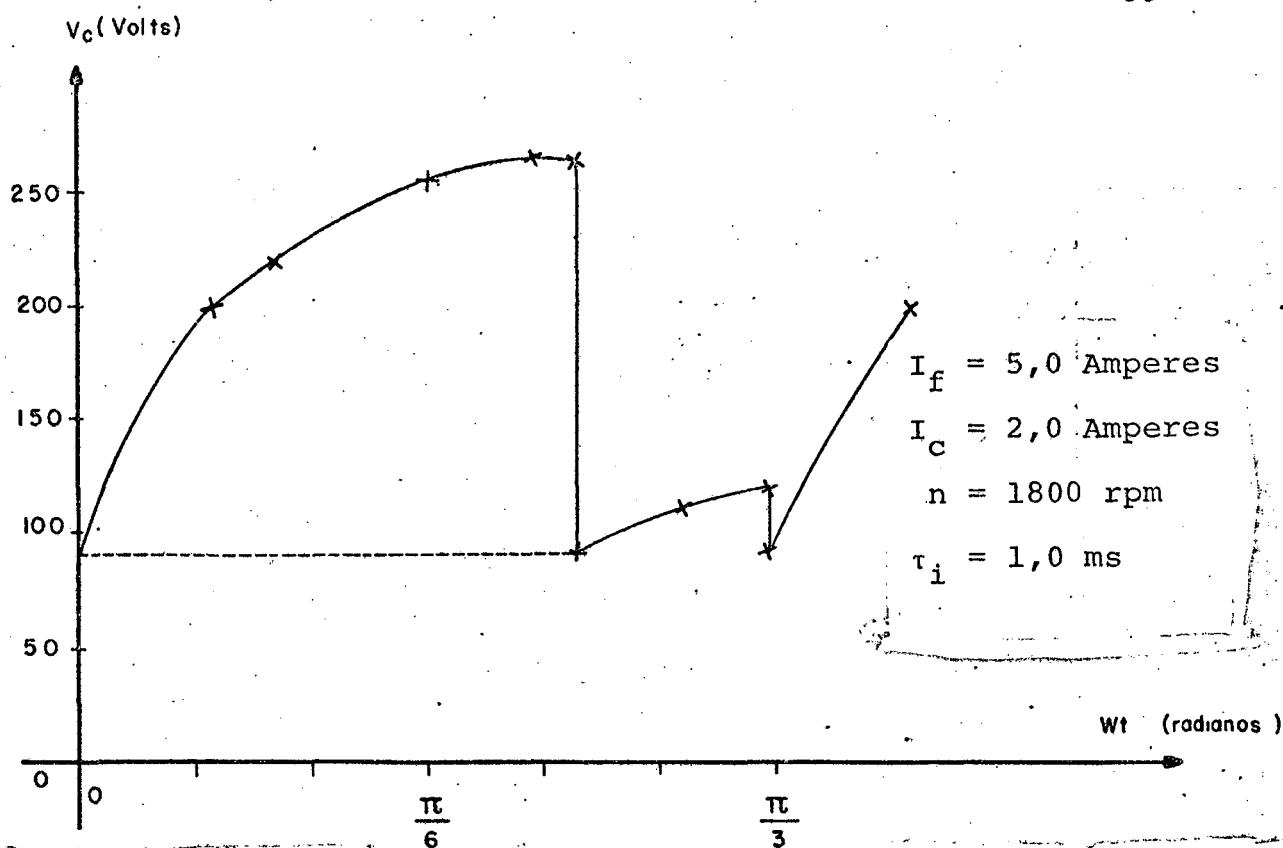


Figura 4.7

Tensão nos bornes do comutador para a Máquina Síncro  
na sem enrolamentos amortecedores.

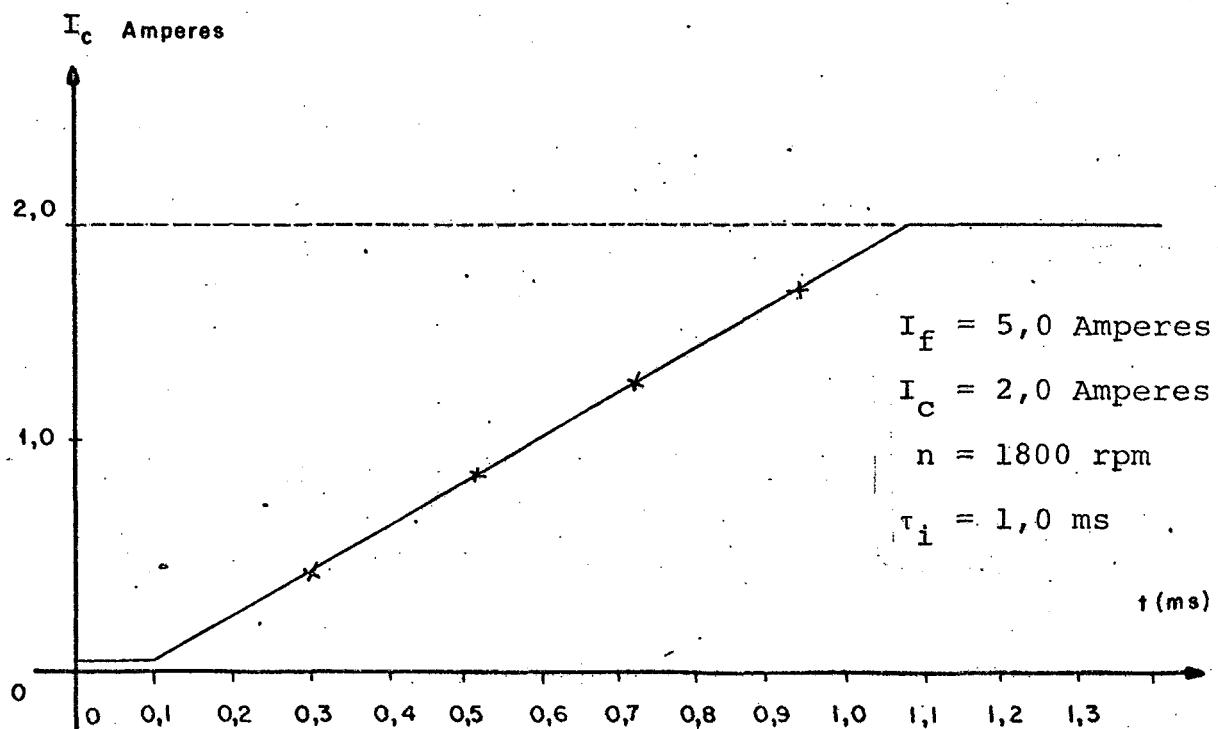
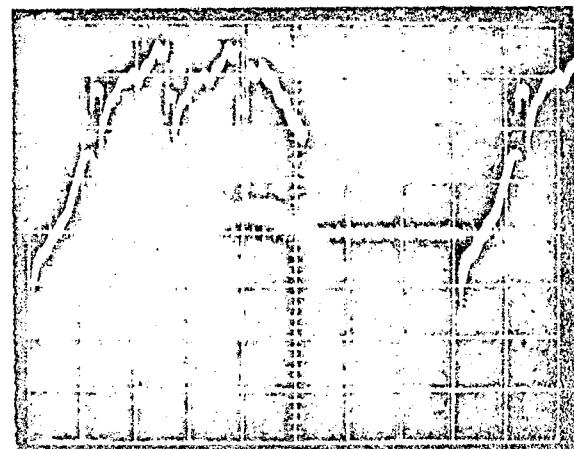
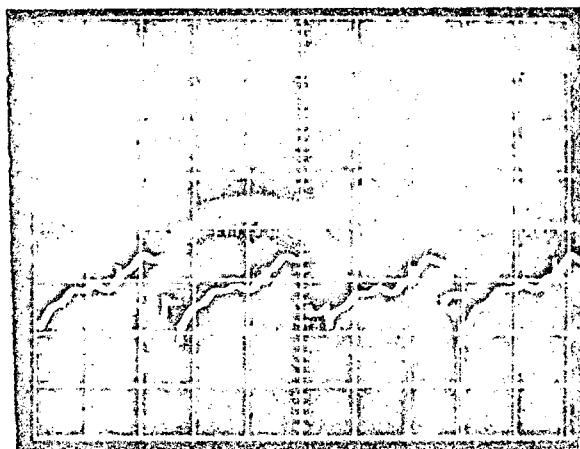


Figura 4.8

Corrente no enrolamento da máquina sem enrolamentos  
amortecedores durante a comutação.



a

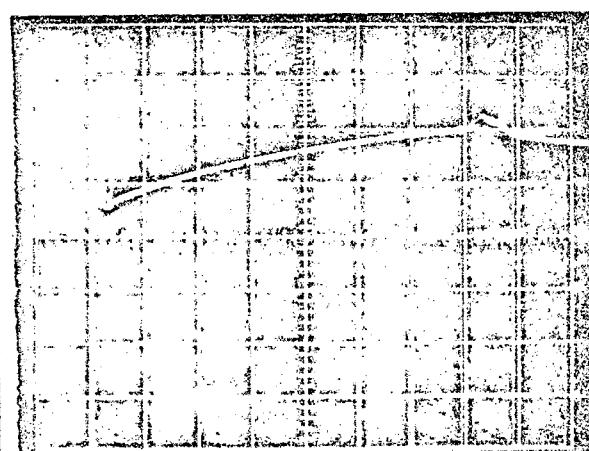
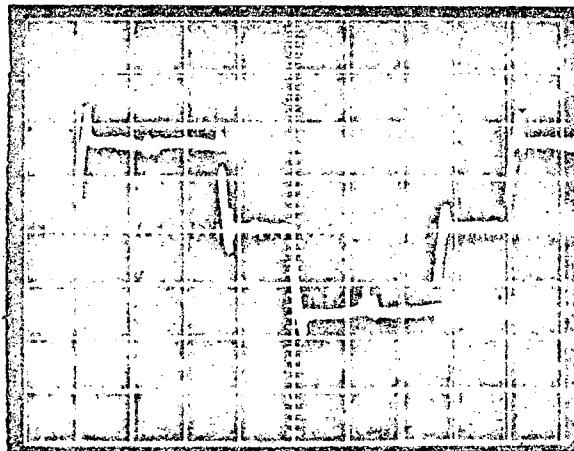
b

Figura 4.9

Tensão nos bornes do comutador (a) e tensão sobre um dos tiristores (b) da máquina nas mesmas condições da figura 4.5.

Escala Vertical 50 Volts/divisão

Escala Horizontal 1 ms/divisão (a), 2 ms/divisão (b)



a

b

Figura 4.10

Corrente no enrolamento da máquina nas mesmas condições da figura 4.6.

Escala Vertical 2,3 Amperes/divisão

Escala Horizontal 2 ms/divisão (a), 50 ms/divisão (b)

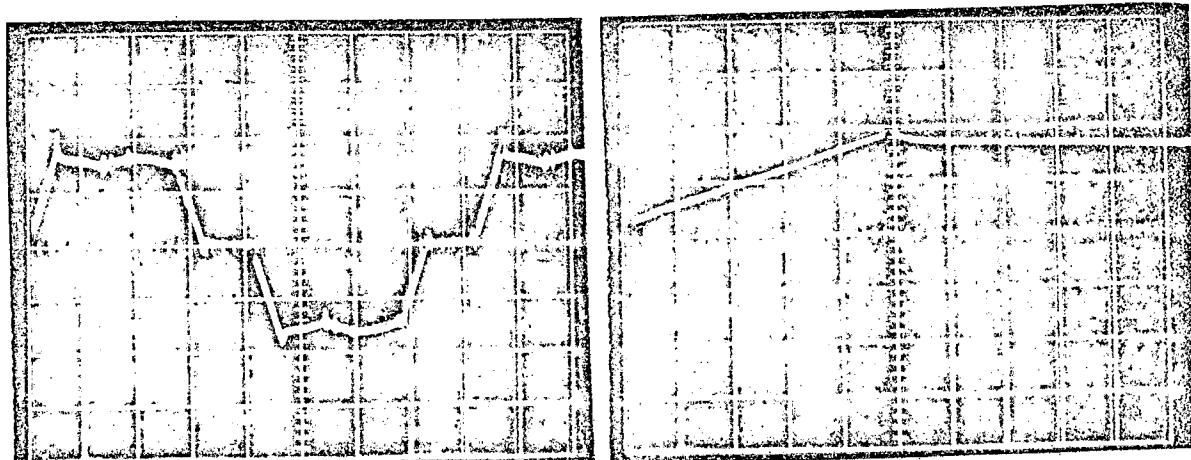


a Figura 4.11 b

Tensão nos bornes do comutador (a) e tensão sobre um dos tiristores (b) da máquina nas mesmas condições da figura 4.7.

Escala Vertical 50 Volts/divisão

Escala Horizontal 1 ms/divisão (a), 2 ms/divisão (b)



a Figura 4.12 b

Corrente no enrolamento da máquina nas mesmas condições da figura 4.8.

Escala Vertical 2,3 Amperes/divisão

Escala Horizontal 2 ms/divisão (a), 0,2 ms/divisão (b)

$$\sigma = 1 - \frac{M_F^2}{L_d \circ L_F} \quad \text{Equação 4.12}$$

Nota-se, através desta equação que o valor do coeficiente de dispersão,  $\sigma$ , está situado entre 0 (zero) e 1 (um).

Na simulação, cujos resultados são mostrados nas figuras 4.13, 4.14 e 4.15, tomou-se valores de  $\sigma$  de 0,20; 0,50; 0,70; 0,75; 0,80; 0,90 e 1,00, supondo-se que valores de  $M_F$  e  $L_d$  são constantes isto é, admite-se apenas variação da indutância de campo  $L_F$ .

A máquina simulada é aquela apresentada neste capítulo, no item 2, sem enrolamentos amortecedores.

Na figura 4.13 observa-se, nitidamente a influência do coeficiente de dispersão, sobre o valor do torque eletromagnético.

Os asteriscos nestas curvas, indicam o ponto de operação a partir do qual não existe comutação de corrente, na máquina, uma vez que o ângulo de comutação ultrapassa  $60^\circ$ , colocando o comutador em curto circuito completo.

Para valores de " $\sigma$ ", muito próximos de 1, vê-se que as correntes máximas que se consegue comutar são muito pequenas.

Na figura 4.14 observa-se as excursões do ângulo  $\Psi_a$ , que também ficam limitadas para valores do coeficiente de dispersão próximos a 1.

Na figura 4.14 evidencia-se a variação do máximo torque, que a máquina pode fornecer, em função do valor do coeficiente de dispersão. Os dados da figura 4.15 nada mais são, do que os valores máximos da figura 4.13.

Com exceção de  $\sigma = 0,2$ , para todos os demais valo-

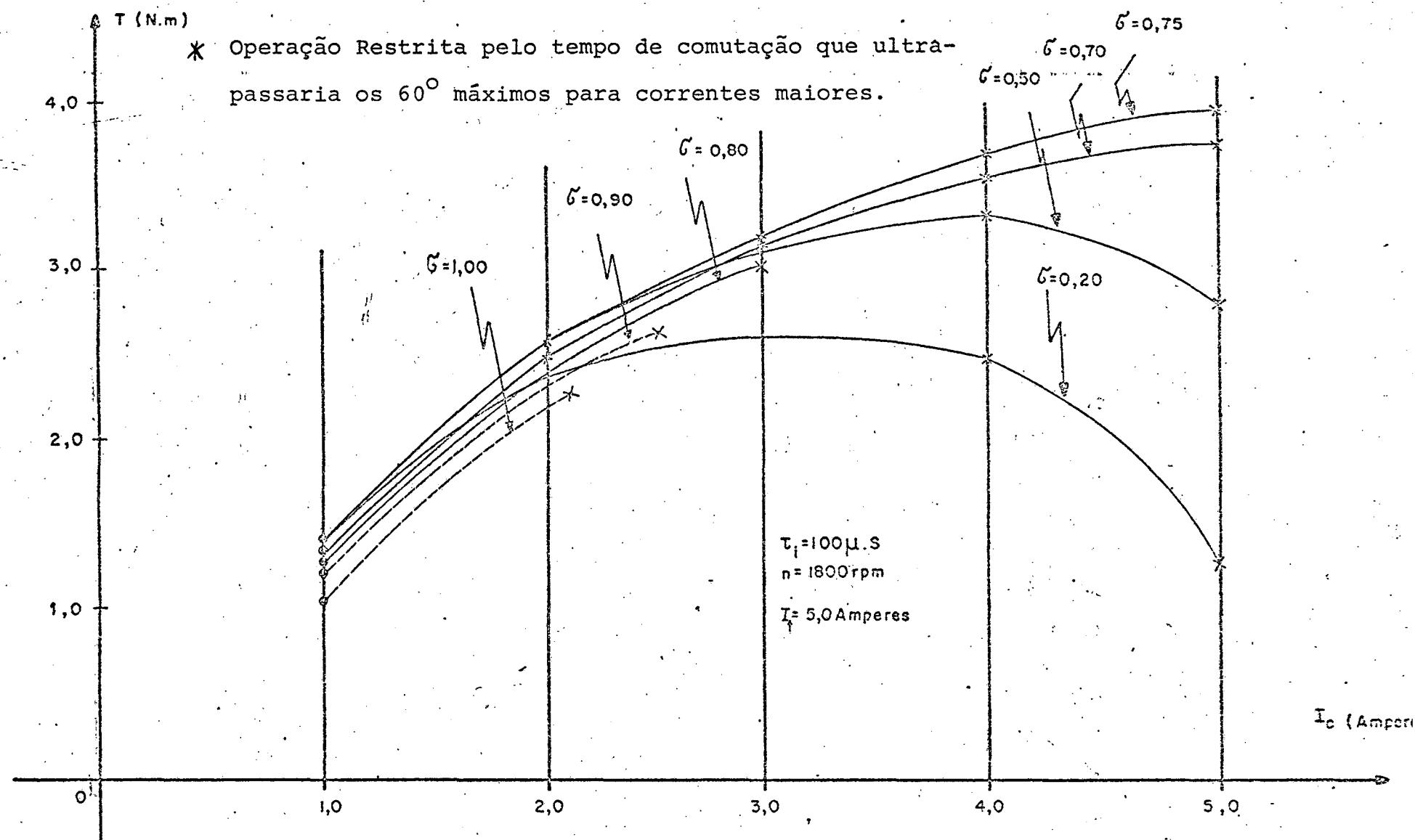


Figura 4.13

Torque Eletromagnético versus corrente no comutador,  
 para valores diferentes de "G".

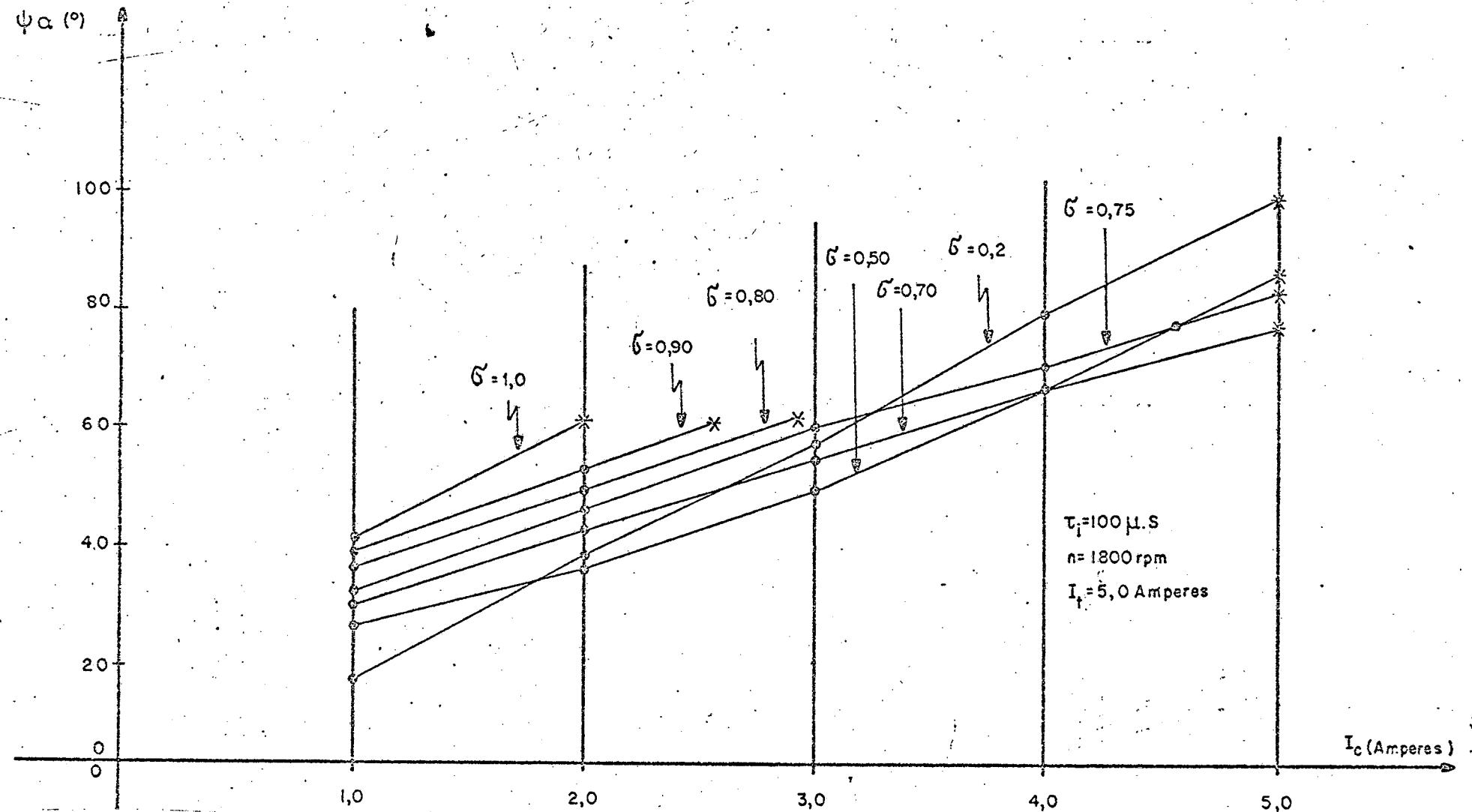


Figura 4.14

Ângulo " $\psi_a$ " de melhor desempenho versus corrente no comutador, para valores diferentes de " $\sigma$ ". Onde  
 $\tau_i = 100 \mu s$ ,  $n = 1800 \text{ rpm}$ ,  $I_f = 5,0 \text{ Amperes}$

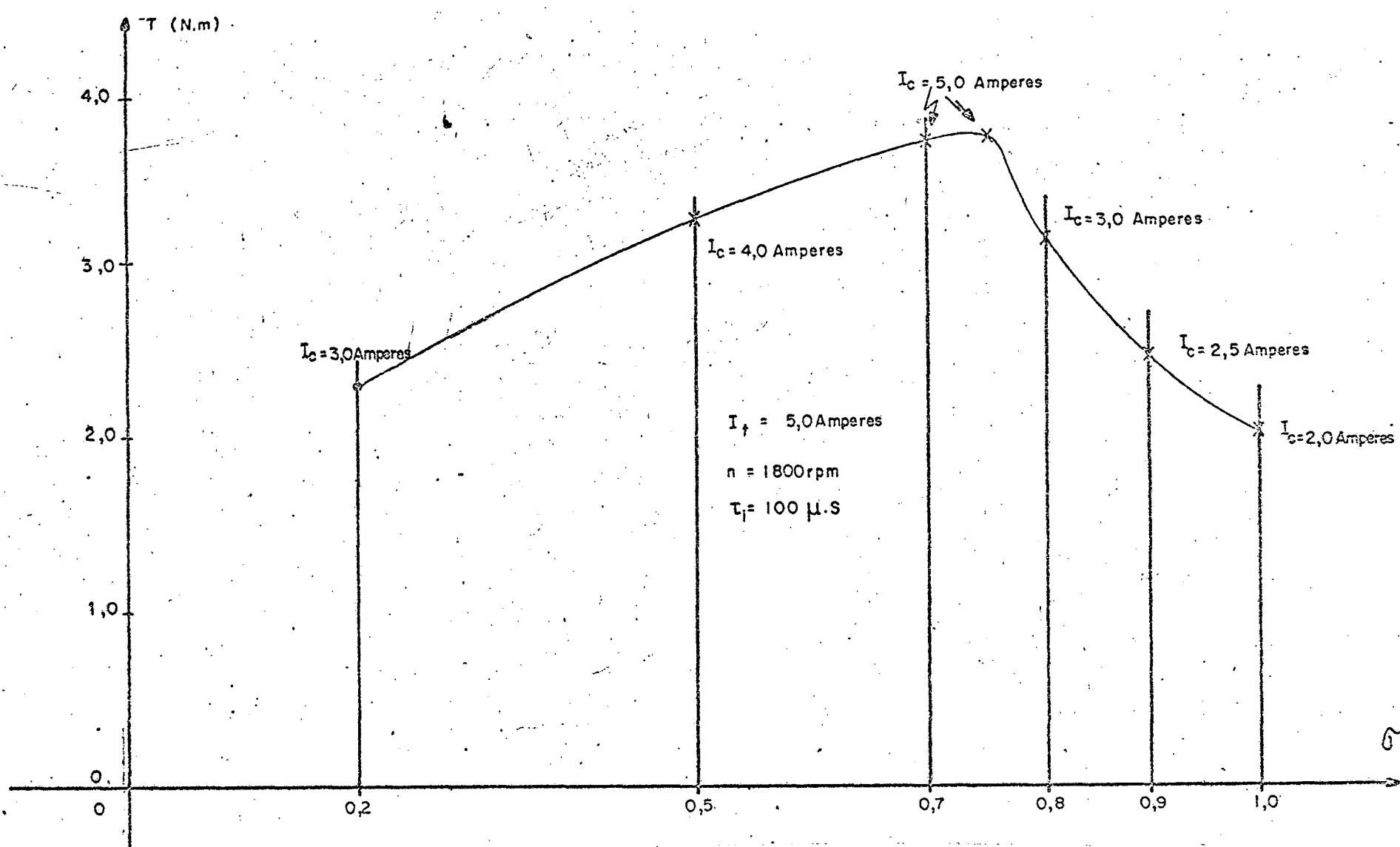


Figura 4.15

Torque máximo em função do coeficiente de dispersão,  
para  $I_f = 5,0$  Amperes,  $n = 1800$  rpm,  $t_i = 100 \mu s$ .

res do coeficiente de dispersão, desta máquina, tem seu torque máximo restrito pelo tempo de comutação.

No caso particular, da máquina analisada, observa-se que o torque eletromagnético máximo acontece para  $\sigma = 0,75$  à corrente de comutador de 5,0 Amperes.

O valor real do coeficiente de dispersão desta máquina é 0,70 cujas curvas de torque e ângulo  $\psi_a$  estão representadas nas figuras 4.12 e 4.13, onde se pode observar que o torque é próximo do máximo para este valor de  $\sigma$ .

#### 4.8 . CONCLUSÃO

Neste capítulo, demonstrou-se que as equações analíticas desenvolvidas no Capítulo III, representam a máquina síncrona, de rotor liso, autopilotada, em comutação natural, alimentada em corrente, funcionando como motor.

Verificou-se também, que a variação do coeficiente de dispersão da mesma, altera consideravelmente seu comportamento, do ponto de vista do torque eletromagnético.

Observou-se que o aumento da corrente de armadura nem sempre é desejável para a elevação do torque eletromagnético, uma vez que em certas condições, tem-se que aumentar excessivamente o ângulo  $\psi_a$ , para permitir a comutação de corrente, consequentemente diminui-se largamente o efator de potência, fazendo com que o torque eletromagnético decresça com o aumento da corrente.

## C A P I T U L O    V

### C O N C L U S Ã O

Neste trabalho apresentou-se o estudo analítico do comportamento da máquina síncrona, autopilotada, em comutação natural, alimentada em corrente, armadura em Y, funcionando como motor.

Inicialmente, foi feita a apresentação do problema da utilização das máquinas elétricas em sistemas industriais, onde se necessita variação de velocidade, destacando-se a utilização da máquina síncrona.

No Capítulo II, foi mostrado o princípio de funcionamento da máquina síncrona em estudo, dando-se ênfase ao comportamento das forças magnetomotrices rotóricas e estatóricas.

No Capítulo III, foi feito o estudo analítico da máquina síncrona, autopilotada, em comutação natural, alimentada em corrente, armadura em Y, funcionando como motor.

Conforme ficou demonstrado no Capítulo IV, através das curvas características, para as máquinas adotadas, o modelo analítico apresentado no Capítulo III é adequado para simular o comportamento da máquina síncrona estudada.

\* Nos resultados obtidos, observou-se que o torque electromagnético aumenta consideravelmente com a redução do tempo de aplicação da tensão inversa e que com o aumento da corrente de alimentação do comutador é necessário que se eleve o valor do ângulo " $\psi_a$ " para que haja a comutação de corrente. Isto faz com que os aumentos de cor-

rente nem sempre impliquem em acréscimo do torque eletromagnético, justificando ainda mais a necessidade do estudo feito nos Capítulos III e IV.

Observou-se também neste trabalho que o estudo da sensibilidade dos parâmetros da máquina é de importância fundamental, permitindo que se melhore consideravelmente o desempenho da mesma.

Como sugestões específicas para futuros trabalhos envolvendo a máquina síncrona, autopilotada, em comutação natural, alimentada em corrente por conversores estáticos destacam-se:

- estudo do seu comportamento transitório,
- estudo de métodos que possibilitem sua partida sob carga,
- estudo do seu comportamento em baixas velocidades,
- construção de dispositivos que controlem automaticamente o avanço do ângulo " $\psi_a$ ", visando obter seu melhor desempenho,
- extensão do modelo apresentado no Capítulo III visando o estudo do seu comportamento funcionando como gerador.

REFERÉNCIAS

- 01 - CARLSON, R.: "Etude d'une nouvelle structure de machine à commutation électronique excitée par des aimants en ferriite", thèse de Docteur - Ingénieur, Université Paul-Sabatier De Toulouse, Toulouse - France, 14 janeiro, 1977.
- 02 - VIAROUGE, P.: "Contribution a l'étude des procédés de réglage de vitesse des machines synchrones alimentées par convertisseurs statiques en commutation naturelle", thèse de Docteur - Ingénieur, Institut National Polytechnique de Toulouse, Toulouse - France, 21 maio, 1979.
- 03 - HOUNKPATIN, P.: "Analyse du fonctionnement d'une machine électrique à commutation statique constituée d'un commutateur à thyristors et d'une machine synchrone autopilotée", thèse de Docteur - Ingénieur, Université Paul Sabatier De Toulouse, Toulouse - France, 7 outubro, 1971.
- 04 - ROJAT, G.: "Machine synchrone autopilotée alimentée par un convertisseur statique à commutation assistée", thèse de Docteur de Spécialité (Electrotechnique), Université Paul Sabatier De Toulouse, Toulouse - France, 12 julho, 1974.
- 05 - MOJAL, G.: "Contribution a l'étude des procédés de commande des machines synchrones alimentées par convertisseur statique en commutation naturelle et autopilotées", thèse de

Docteur de Spécialité, Université Paul Sabatier De Toulouse, Toulouse - France, 23 setembro, 1976.

- 06 - LAJOIE-MAZENC, M.: "Contribution à l'étude de la commutation statique et à la conception de nouvelles structures de machines électriques", thèse de Docteur ès - Sciences Physiques, Faculté des Sciences de l'Université de Toulouse, Toulouse - France, 7 julho, 1969.
- 07 - ASTIER, S.: "Contribution à la recherche de critères d'adaptation des machines excitées par aimants permanents à l'alimentation par convertisseur statique", thèse de Docteur - Ingénieur, Institut National Polytechnique De Toulouse, Toulouse - France, 23 outubro, 1979.
- 08 - OSTER, J.: "Contribution à l'étude et à la modélisation des machines synchrones alimentées en courant par convertisseurs statiques", thèse de Docteur - Ingénieur, Institut National Polytechnique De Toulouse, Toulouse - France, 7 julho, 1978.
- 09 - KIMBARK, E.W.: "Power Systems Stability : Synchronous Machines", New York, Dover Publications, 1968.
- 10 - LANGSDORF, A.S.: "Teoria De Las Maquinas De Corriente Alterna da", México, McGraw-Hill, 1979.
- 11 - WHITE, D.C. & Woodson H.H.: "Electromechanical Energy Conversion", London, Chapman & Hall, Limited, 1959.

- 12 - FITZGERALD, A.E. & Kingsley, C. Jr.: "Electric Machinery", USA, McGraw-Hill, 1961.
- 13 - DELTORO, V.: "Electromechanical Devices for Energy Conversion and Control Systems", New Jersey, Prentice-Hall, 1968.
- 14 - JONES, C.V.: "The Unified theory of Electrical Machines", London, Butterworths, 1967.
- 15 - ANDERSON, P.M. & Fouad, A.A.: "Power System Control and Stability", Iowa - USA, the Iowa State University PRESS, 1977.