## UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PLANEJAMENTO DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA
ELÉTRICA COM APLICAÇÃO DE CRITÉRIO DE ESTABILIDADE
TRANSITÓRIA DE LIAPUNOV.

Dissertação submetida a Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia.

LAURENCE DUARTE COLVARA

Março - 1981

PLANEJAMENTO DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELETRICA COM APLICAÇÃO DE CRITÉRIO DE ESTABILIDADE TRANSITORIA DE LIAPUNOV

#### Laurence Duarte Colvara

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA, ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELETRICA E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE POS-GRADUAÇÃO.

Prof. Luiz Gonzaga de 804za Fonseca, D.Sc. ORIENTADOR

Prof. Luiz Afris Branco Machado, D.Ing. Coordenador do Curso de Pos-Graduação em Engenharia Eletrica

#### BANCA EXAMINADORA

Prof. Luiz Gonzaga de Souza Fonseca, D.Sc.

Prof. Hans Helmut Zurn, Ph.D.

Prof. Marciano Morozowsky Filho, M.Sc.

Prof. C. Colso de Brasil Camargo, M.Sc.

A Brasília, minha mãe (in memorian), a João Carlos, meu pai, meus irmãos e sobrinhos.

#### AGRADECIMENTOS

Ao prof. Luiz Gonzaga de Souza Fonseca, pela sugestão do trabalho, orientação e, principalmente pela dedicação material mente desinteressada e amizade demonstrada no decorrer do desen - volvimento do trabalho.

A todos os professores e colegas da pos-graduação que, de uma ou outra forma, contribuiram para a realização deste trabalho. Especialmente a Carlos Roberto Minussi pelas férteis discussões e inestimáveis sugestões. A Carlos Noboru Sasano e Jorge Dantas de Melo pela constante companhia e incentivo.

A Antônio Henrique C. Nogueira, professor do curso de Engenharia Elétrica da Universidade Católica de Pelotas, pelo indispensável "impulso inicial".

A Serafina e Cleto Ferreira, meus sogros, pelo pronto auxílio nas dificuldades extra-acadêmicas.

A Ivone Wiggers pelo paciente trabalho de datilografia.

A CNEN, pelo apoio financeiro, sem o qual a realização deste trabalho não teria sido possível.

# SUMÁRIO

		pg.
RE	SUMO	. 1
AB	STRACT	2
_		
1.	INTRODUÇÃO	3
2.	O MÉTODO DE LIAPUNOV PARA ANÁLISE DE ESTABILIDADE	6
	2.1. Introdução	6
	2.2. O Modelo do Sistema de Potência	6
	2.3. O Dominio de Estabilidade por Liapunov	10
	2.3.1. A Energia do Sistema como Função de Lia-	
,	punov	10
	2.3.2. Determinação do Domínio de Estabilidade	12
	2.3.3. Simplificaçãoes na Obtenção do Dominio	•
•	de Estabilidade	18
	2.4. Análise de Contingências	19
	2.4.1. Fluxo de Potência Linear (D.C.) - Deter-	•
	minação dos Ângulos Pré-Contingência	19
	2.4.2. Determinação dos Ângulos Pos - Contingên-	
	cia	20
	2.4.2. Avaliação da Contingência	21
	2.5. Conclusão	- 22
3.	EXPANSÃO DA REDE DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA	2.3
	3.1. Introdução	23
	3.2. O Modelo da Rede	24
	3.2.1. Injeções e Fluxos	24
	3.2.2. Ângulos e Defasagens	24
	3.2.3. Matriz de Incidência	25
	3.2.4. Análise de Ângulos e Fluxos	25
	3.3. O Problema da Expansão	25
	3.3.1. O Problema da Expansão a Curto Prazo(PCP)	26
	3.3.2. O Problema da Expansão a Longo Prazo(PLP)	27
	3.3.3. O Grafo de Expansão	28
	3.3.4. Custo de uma Transição de Estado	28
	3.3.5. Expansão de uma Configuração	29
	3.3.6. A Busca de um Caminho no Grafo H	30

	٠
11	7

	7 A A Caluação do Droblemo do Evração	
	3.4. A Solução do Problema da Expansão	32
	Algoritmos de Busca em Grafos 3.4.1. Custo de uma Configuração	32
•	3.4.2. Estratégia Incremental	33
	3.4.2. Expansão Generalizada (Busca Horizontal)	33
	3.4.4. Algoritmo de Dijkstra	33
	3.4.5. Algoritmo A*	34
	3.4.6. Algoritmo  (A* Adaptativo)	36
	3.5. Conclusão	40
	o.o. conclusão	10
	4. APLICAÇÃO DO ALGORITMO Â E ANÁLISE DE ESTABILIDADE	
	TRANSITÓRIA NO PLANEJAMENTO DA TRANSMISSÃO	41
	4.1. O Nó do Grafo H	41
	4.2. O Gerador de Sucessoras	42
	4.3. Determinação do Limite de Viabilidade	42
	4.4. As Funções ĝ e ĥ - Estratégia de Manipula-	
•	ção de ĥ	44
	4.5. Conclusão	48
	E DIANETAMENTO DA TRANSMICSÃO EVEMBLOS DE ABLICAÇÃO	49
	5. PLANEJAMENTO DA TRANSMISSÃO - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO 5.1. Introdução	49
	5.2. Primeiro Exemplo	49
	5.3. Segundo Exemplo	53
	5.4. Terceiro Exemplo	53 60
	5.5. Conclusão	
	5.5. Conclusão	70
	6. CONCLUSÕES	71
	APPLICATION AS CONTINUE OF TWO AVECTOR OF GROWING TO THE WORLD	
	APÊNDICE A - ALGORITMO DE EXPANSÃO DO SISTEMA DE TRANS-	
	MISSÃO UTILIZANDO METODO DE ANÁLISE DE CON	
	TINGÊNCIAS ESTÁTICO.	· 78
	APÊNDICE B - CONCEITOS E DEFINIÇÕES DA TEORIA DE GRAFOS	79
		. 2
	REFERÊNCIAS	75

#### RESUMO

O problema do planejamento da expansão de sistemas de transmissão requer uma solução na forma de um cronograma de acrés cimos de linhas, de modo a atender restrições de segurança e minimizar o custo.

A solução do problema de decisões sequenciais proposto é procurada por algoritmo de programação heurística de busca em grafos, que apresenta a possibilidade de dar soluções sub-ótimas quando a ótima não é acessível dentro do tempo de computação disponível. Propõe-se uma heurística em função da demanda, o que leva a uma boa eficiência.

O critério de segurança encontrado com essa aplicação na bibliografia é formulado sob o ponto de vista estático, que supõe estabilidade quando o sistema, sob contingência, não apresenta, em nenhum de seus ramos, defasagem superior a um máximo arbitrário, normalmente aceito como 36°.

Propõe-se, neste trabalho, a avaliação da segurança através do segundo método de Liapunov, com uso da energia do sistema como "função de Liapunov". As informações assim obtidas sobre o comportamento do sistema são mais realistas, permitindo uma maior racionalização no uso do sistema, o que leva a um planejamento mais econômico. Isto demanda um grande esforço computacional, visto ser o método de Liapunov matematicamente complexo, razão pela qual se propõe ainda uma utilização conjunta dos dois métodos: o primeiro, seleciona com eficiência as contingências mais críticas, que acu sam sobrecarga do ponto de vista estático, para análise pelo segundo método de Liapunov que, então, reexamina considerando a estabilidade transitória do sistema.

Os resultados obtidos com os métodos citados são mostrados em três exemplos distintos e, invariavelmente, os custos da estratégia de expansão obtida com consideração do comportamento di nâmico do sistema são sensivelmente inferiores.

#### ABSTRACT

The planning problem of the transmission system requires a solution in form of a line addition chronogram in order to satisfy security restrictions and minimizing the cost.

The proposed sequencial decision problem solution is searched by an algorithm of graph search heuristic programming which allows the possibility to yield sub optimal solutions when the optimal solution is not accessible within the available computation time. A heuristic method is proposed as a function of demand. This procedure has demonstrated a good efficiency.

The security criterion found in the bibliografy with this application is formulated under a static point of view, that supposes stability when the system under contingency does not present in any branches an angular difference greater than an arbitrary maximum, normally accepted as  $36^{\circ}$ .

The security assessment is proposed, in this work, through Liapunov's second method with use of system energy as "Liapunov's function". The information so obtained about system performance is more realistic, permitting a more rational use of the system resources. And so, a more economic planning is obtained. It demands a great computational effort—since—the Liapunov's second method is mathematically complex. So a conjugate utilization of the two methods is proposed: the first—selects eficiently the more critical contingencies, that produce—over load from the static point of view, for analysis by—Liapunov's second method which reexamines the system considering—system transient stability.

The results obtained with the mentioned methods are shown in three destinct examples. The cost of the expansion strategy obtained with dynamic performance consideration are invariably inferior.

#### 1. INTRODUÇÃO.

Considerando a constante expansão do mercado de energia elétrica, é necessário que o sistema de transmissão seja planejado de forma que em nenhum momento se faça sentir deficiência no fornecimento. Isto significa que a capacidade de transmissão deve acompanhar o crescimento da demanda, com suficiente margem de segurança para absorver eventuais falhas dos equipamentos. Em planejamento do sistema de transmissão é dado ênfase a falhas provenientes de retirada de linhas:

A expansão do sistema de transmissão é realizada através de sucessivos acréscimos de linhas visando atender a uma restrição de segurança. A solução procurada é, então, um cronograma ótimo de acréscimos de linhas ao sistema minimizando o custo. A crescente magnitude dos sistemas de potência torna pouco viáveis as soluções baseadas na intuição ou experiência de pessoas que trabalham no ramo. Assim foram desenvolvidos métodos computacionais para procura da estratégia ótima de expansão, destacando - se os algoritmos de busca em grafos, especialmente os que utilizam programação heurística (8, 10, 18, por seu desempenho.

O critério de segurança adotado então foi a observação do sistema sob o ponto de vista estático, consistindo o procedimento de análises de contingências, sempre perda de uma linha de transmissão, não permitindo que a defasagêm angular entre extremidades de qualquer linha ultrapasse um valor máximo arbitrário. Este valor é definido visando estimar que o sistema possui características de estabilidade quando se verificar o critério, e é normalmente adotado como 36°. Esta estimativa assegura a estabilidade, na grande maioria dos casos com uma expressiva margem de segurança, o que torna o método consideravelmente conservativo.

Devido a natureza não linear dos sistemas de potência, o método de defasagem máxima não informa sobre a magnitude da perturbação a que o sistema resiste, impedindo que os equipamentos se jam utilizados mais plenamente.

Para amenizar este problema, diminuindo a conservatividade do método de análise de segurança, propõe-se a inclusão de um critério que considere os aspectos de não linearidade do siste ma. Para isto, neste trabalho, propõe-se a utilização do segundo método de Liapunov para análise da estabilidade transitória, com determinação de domínios de estabilidade através da energia do sistema tomada como função de Liapunov ([2],[1],[12]). Este méto do permite, não uma estimativa, mas a afirmação da estabilidade quando o ponto de equilíbrio do sistema na condição pré-falta estiver contido no domínio de estabilidade do ponto de equilíbrio do sistema sob contingência. Se isto não ocorrer, assume-se instabilidade, embora não o seja necessariamente, o que caracteriza a conservatividade do método. Observa-se, no entanto, que esta conservatividade é bem menos expressiva do que a do método anterior.

O capitulo 2 tem a finalidade de descrever o método de Liapunov para análise de estabilidade, desde o modelo empregado para representação do sistema de potência até análises de contingências.

. São dados do problema, além da descrição do sistema de transmissão, uma série de estágios de planejamento com vetores de injeções associados. Então, o problema consiste em encontrar uma política de expansão que faça o sistema estável em todos os instantes e, do ponto de vista econômico, que seja menos onerosa. A solução deste problema é proposta através de algoritmos de busca em grafos. Utiliza-se, neste trabalho, um algoritmo de programação heurística aplicado a problema de decisões sequenciais, que dá a possibilidade de se obter uma solução sub-ótima, quando a ótima é impossível ou muito difícil de ser obtida.

O capítulo 3 se destina a descrever o algoritmo de busca em grafos.

A solução do problema, então, pode ser obtida de duas maneiras: uma envolvendo análise de segurança por métodos estáticos e outra por análise do comportamento dinâmico do sistema pelo método de Liapunov, o que é proposto neste trabalho.

A complexidade matemática envolvida nos cálculos relativos a domínio de estabilidade torna o método pouco eficiente computacionalmente, dificuldade esta minorada por utilização de um procedimento combinado estático-dinâmico, que reserva para análise dinâmica somente aqueles casos em que a análise estática não conclui pela estabilidade. A validade deste procedimento é assegurada na medida em que o método estático é mais conservativo do

que o dinâmico.

Propõe-se, ainda, a utilização da heurística avaliada em função da máxima demanda atendida pela configuração.

O capítulo 4 tem o objetivo de descrever a aplicação do método de análise de segurança dinâmico no planejamento de transmissão, bem como fazer considerações sobre a heurística.

No capítulo 5 são mostrados exemplos das aplicações dos métodos de análise de segurança estático e dinâmico, estabelecendo comparações entre os resultados.

2. O METODO DE LIAPUNOV PARA ANALISE DE ESTABILIDADE.

## 2.1. INTRODUÇÃO.

Este capítulo apresenta o método de Liapunov para anál $\underline{i}$  se de contingências de sistemas de potência com o único propósito de dar a este trabalho uma sequência de conteúdo, uma vez que este método já se encontra extensivamente descrito na literatura ([2], [3], [11], [12], e outros).

E apresentado o modelo que será utilizado para representação do sistema de potência e descrito o método de cálculo do do mínio de estabilidade através da energia do sistema tomada como "função de Liapunov". A seguir, mostram-se simplificações dos cálculos, com o intuito de minorar o esforço computacional na obtenção do domínio de estabilidade. Ainda com vistas a obter uma maior velocidade de cálculo, adota-se para determinação dos ângulos de barra o método linear (fluxo de potência d.c.). Isto permite uma avaliação rápida dos ângulos pôs-contingência, como se verá adiante.

## 2.2. O MODELO DO SISTEMA DE POTÊNCIA PARA ESTABILIDADE TRANSITÓ-RIA [2].

Visando amenizar a complexidade matemática, utiliza - se um modelo simplificado, observando que as simplificações não distanciam o modelo da realidade, uma vez que, no caso de estabilida de transitória é razoável adotar-se as hipóteses abaixo. Assim, admite-se que:

- Os enlaces de fluxo nas maquinas sincronas do sistema são constantes;
- As potências mecânicas entregues pelas máquinas primárias são

#### constantes;

- As constantes de inércia das máquinas são constantes;
- Os efeitos dos reguladores de tensão e velocidade são desprezíveis, considerando suas constantes de tempo em relação ao tempo de duração do fenômeno transitório;
- .- Os efeitos de reação de armadura nas máquinas são desprezíveis;
- As máquinas são, supostamente, de rotor liso.

Admite-se, ainda, que as cargas são admitâncias constantes, o que, por utilização da matriz admitância de barras, permite reduzir o sistema às barras de geração. A partir daí, podem-se escrever as equações diferenciais:

$$M_{i}\frac{d^{2}\delta_{i}}{dt^{2}} + d_{i}\frac{d\delta_{i}}{dt} + \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(\frac{d\delta_{i}}{dt} - \frac{d\delta_{j}}{dt}) + P_{e_{i}} - P_{m_{i}} = 0 \qquad (2.1.1)$$

$$i = 1, 2, ..., n$$

onde

t - tempo

 $\delta_i$  - ângulo entre o eixo direto da i-esima maquina e um eixo que gira à velocidade de referência.

M; - constante de inércia da i-ésima máquina.

 $\mbox{\bf d}_{\dot{1}}$  - constante de amortecimento da i-ésima máquina.

b<sub>ij</sub> - constante de amortecimento assincrono entre a i e j-esima maquinas.

Pm<sub>i</sub> - potência mecânica no eixo da i-ésima mâquina.

Pe<sub>i</sub> - potência elétrica entregue pela i-ésima máquina:

$$Pe_{i} = G_{ii}|E_{i}|^{2} + \sum_{j=1}^{n}|E_{i}|\cdot|E_{j}|\cdot B_{ij} sen(\delta_{i} - \delta_{j})$$
 (2.1.2)

sendo

G<sub>ii</sub> - a condutância equivalente à carga na barra i do sistema - -

reduzido.

E<sub>i</sub> - a tensão na i-esima maquina e

B<sub>ij</sub> - a suceptância entre as barras i e j no sistema reduzido às barras de maquinas.

Define-se coeficiente de sincronização como

$$F_{ij} = |E_i| \cdot |E_j| \cdot B_{ij}$$
, (2.1.3)

e injeção na i-ésima barra como

$$P_{i} = Pm_{i} - |E_{i}|^{2} G_{ii}$$
 (2.1.4)

Consideram-se as variáveis de estado:

$$\delta_{i}$$

$$\omega_{i} = \delta_{i} = \frac{d\delta_{i}}{dt}$$

Se hã n máquinas e amortecimento não uniforme  $(\frac{d_j}{M_i} \neq \frac{d_j}{M_j}) \text{ ([18]) necessitam-se de 2n-1 variáveis de estado, que se obtém fixando um ângulo, <math>\delta_n$ , como referência, definindo assim

$$\alpha_i = \delta_i - \delta_n$$
 ,  $i = 1, 2, \dots, n-1$ 

de forma que a equação (2.1.1) é reescrita como

$$\dot{\omega} = -M^{-1}R\omega - M^{-1}T^{t}f \quad (P, F, \alpha)$$

$$\dot{\alpha} = T\omega$$
(2.1.5)

sendo

$$\omega^{t} = \begin{bmatrix} \omega_{1} & \omega_{2} & \cdots & \omega_{n} \end{bmatrix}$$

$$\alpha^{t} = \begin{bmatrix} \alpha_{1} & \alpha_{2} & \cdots & \alpha_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} F_{12} & F_{13} & \cdots & F_{1n} & F_{23} & \cdots & F_{n-1}F_{n} \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} I_{n-1} & P^{t} = P_{1} & P_{2} & P_{3} & \cdots & P_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$M = \text{diag} [M_{1}]$$

$$R = [r_{ij}] \quad i,j = 1,2,3, \dots n$$

$$r_{ij} = \begin{cases} -b_{ij} & , i \neq j \\ \\ d_{i} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} b_{ik} & , i = j \end{cases}$$

$$f_{i}(P,F,\alpha) = -P_{i} + \sum_{j=1}^{n-1} F_{ij} \operatorname{sen}(\alpha_{i} - \alpha_{j}) + F_{in} \operatorname{sen} \alpha_{i}$$

Os pontos de equilibric são tomados através de

$$\dot{\omega} = \dot{\alpha} = 0$$

resolvendo as equações

$$\begin{cases} \omega = 0 \\ f(P, F, \alpha) = 0 \end{cases}$$

de onde vêm as soluções da forma

$$\Gamma_{0,\alpha}^{e-t}$$

com 
$$0 \in \mathbb{R}^n$$
 e  $\alpha^e \in \mathbb{R}^{n-1}$ 

Considere-se o politopo L dado por

$$L = \{\alpha \mid |\alpha_{i}| \leq \frac{\pi}{2}, |\alpha_{i} - \alpha_{j}| \leq \frac{\pi}{2}, i = 1, 2, ..., n-1\}.$$

Se existe  $\alpha^e$   $\epsilon$  L, então  $[0,\alpha^e]^t$   $\acute{e}$  um ponto de equilibrio assintóticamente estável de (2.1.5).

- 2.3. O DOMÍNIO DE ESTABILIDADE PELO SEGUNDO METODO DE LIAPUNOV ([12]).
- 2.3.1. A Energia do Sistema como Função de Liapunov.

Prova-se que a energia total do sistema é uma função de Liapunov para a estabilidade assintótica do ponto de equilíbrio do sistema, transladado para a origem. Assim, definem-se novas vari<u>á</u> veis de estado:

$$z_i = \alpha_i - \alpha_i^e$$
,  $i = 1, 2, ..., n-1$  (2.3.1)

de modo que a equação (2.1.5) é modificada para:

$$\dot{\omega} = -M^{-1}R\omega - M^{-1}T^{t}f(P,F,Z + \alpha^{e})$$

$$\dot{Z} = T\omega$$
(2.3.2)

e o equilibrio é a origem de (2.3.2).

A energia do sistema considerado na última equação é

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} M_{i} \omega_{i}^{2} + \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} F_{ij} \left[ -\cos(z_{ij} + \alpha_{ij}^{e}) + \cos\alpha_{ij}^{e} - z_{ij} + \alpha_{ij}^{e} \right]$$

+ 
$$\sum_{i=1}^{n-1} F_{in}[-\cos(z_i + \alpha_i^e) + \cos\alpha_i^e - z_i \sin(\alpha_i^e)]$$
. (2.3.3)

onde

$$z_{ij} = z_i - z_j$$
  
 $\alpha_{ij}^e = \alpha_i^e - \alpha_j^e$ 

Note-se que os pontos extremos da energia potencial são pontos de equilíbrio do sistema e que a função V tem derivada V da forma

$$\dot{V} = -\omega^{t} R\omega \tag{2.3.4}$$

que é semi definida negativa. Com teorema de La Salle, mostra - se que a função é válida como função de Liapunov para estabilidade as sintótica da origem de (2.3.2) na região

$$G = \{ \left[ \omega^t, Z^t \right]^t \mid Z \in L_2 \}$$

com L2 dado por

$$L_{2} = \{z \mid (-\pi - 2\alpha_{k}^{e}) \le z_{k} \le (\pi - 2\alpha_{k}^{e}) \quad e \quad (-\pi - 2\alpha_{kp}^{e}) \le z_{kp} \le (\pi - 2\alpha_{kp}^{e}) \}$$

$$k, p = 1, 2, \dots, n-1, \quad k \ne p \qquad (2.3.5)$$

Se  $\alpha^e \in L$ , então  $L \subseteq L_2$ .

A energia potencial

$$E_p = V - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} M_i \omega_i^2$$
 (2.3.6)

é uma função radialmente crescente em  $L_2$ ; logo, em G não hã ponto de equilibrio além do ponto de equilibrio assintóticamente estável.

## 2.3.2. Determinação do Domínio de Estabilidade.

Considerando o exposto, o domínio de estabilidade pode ser obtido através da solução do problema de otimização

$$\begin{cases} \min_{Z} E_{p}(P,F,Z) \\ s.a. \quad Z \in \delta L_{2} \end{cases}$$
 (2.3.7)

sendo  $\delta L_2$  a fronteira de  $L_2$ .

O domínio de estabilidade será dado por

$$D = \{ \begin{bmatrix} \omega^t, Z^t \end{bmatrix}^t \mid V(\begin{bmatrix} \omega^t, Z^t \end{bmatrix}^t) < V(\begin{bmatrix} \omega^t, Z^{*t} \end{bmatrix}^t) = E_p(P, F, Z^*) \}.$$

O ponto  $Z^*$ , que resolve (2.3.7), é o ponto no qual ocorre a tangência da superfície de nível de  $E_p$  com a fronteira de  $L_2$ , e o conjunto de nível correspondente fica inteiramente contido em  $L_2$ .

O problema pode ser colocado como

$$\begin{cases} \min & \{\min E_{p}(P,F,Z)\} \\ k & Z \end{cases}$$

$$s.a. \quad Z \in W_{k} \cap L_{2}$$

$$(2.3.8)$$

sendo  $W_k$  um hiperplano contendo a k-ésima face do politopo  $L_2$ . As faces  $W_k \cap L_2$  do politopo  $L_2$  são dos tipos

$$Z_k = Z_k - (\pm \pi - 2\alpha_k^e) = 0$$
 e (2.3.9)

$$Z_{kp} = Z_{kp} - (\pm \pi - 2\alpha_{kp}^e) = 0$$
 (2.3.10)

A procura do ponto de tangência em uma dada face pode ser feita tomando-se uma das variáveis  $(z_k)$  ou a diferença de duas  $(z_{kp})$  constante durante a busca na face correspondente. As sim a parcela da função objetivo que depende de  $z_k$  ou  $z_{kp}$  é constante e denominada limite inferior da energia potencial na face correspondente, sendo dada, observando (2.3.3), por ([12].):

$$g_k = F_{ij} \left[ -\cos \left( z_{ij} + \alpha_{ij}^e \right) + \cos \alpha_{ij}^e - z_{ij} \sin \alpha_{ij}^e \right]$$
 (2.3.11)

com

$$k = 1, 2, ... m$$
,  $m = n (n-1) e$ 

k designando a face correspondente às maquinas i e j.

Considerando cada um dos tipos de face (2.3.9)e(2.3.10), definindo o problema de tangência à face como um subproblema à parte, e utilizando os multiplicadores de Lagrange, o problema é formalizado por

$$\begin{cases} \min \{ E_{p}(P,F,Z) + \lambda \left[ z_{k} - (\pm \pi - 2\alpha_{k}^{e}) \right] \} \\ \text{s.a.} \quad Z \in L_{2} \end{cases}$$
 (2.3.12)

e

$$\left\{ \begin{cases} \min_{z} \left\{ E_{p}(P,F,z) + \lambda \left[ z_{k} - z_{p} - (\pm \pi - 2(\alpha_{k}^{e} - \alpha_{p}^{e})) \right] \right\} \\ \text{s.a.} \quad z \in L_{2} \end{cases} \right.$$
 (2.3.13)

Conforme (2.3.8) o Z solução de (2.3.12) que fornece o menor valor para a função objetivo dada em (2.3.12) é Z:

2.3.2.1 - Solução do subproblema (2.3.12).

O gradiente de E =  $E_p(P,F,Z) + \lambda Z_k$  é dado por

$$\nabla E = \left[ \nabla E_{i} \right]$$
,  $i = 1, 2, \dots, n$ 

com

$$\nabla E_{i} = \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{ij} \left[ \operatorname{sen}(z_{ij} + \alpha_{ij}^{e}) - \operatorname{sen}\alpha_{ij}^{e} \right] + F_{in} \left[ \operatorname{sen}(z_{i} + \alpha_{i}^{e}) - \operatorname{sen}\alpha_{i}^{e} \right]$$
(2.3.14)

para i # k.

Para i = k, vem:

$$\nabla E_{k} = \sum_{j=1}^{n-1} F_{kj} \left[ \operatorname{sen}(z_{kj} + \alpha_{kj}^{e}) - \operatorname{sen}\alpha_{kj}^{e} \right] + F_{kn} \left[ \operatorname{sen}(z_{k} + e_{k}) - \operatorname{sen}\alpha_{k}^{e} \right] + \lambda$$
(2.3.15)

e

$$\nabla E_{n} = \frac{\partial E}{\partial \lambda} = z_{k} - (\pm \pi - 2\alpha_{k}^{e})$$
 (2.3.16)

O Jacobiano do gradiente (cu Hessiana de E) será dado por

$$J_{ij} = \frac{\partial (\nabla E_{i})}{\partial Z_{j}} = \begin{cases} n-1 \\ \sum_{j=1}^{S} F_{ij} \left[\cos(z_{ij} + \alpha_{ij}^{e}) + F_{in}\cos(z_{i} + \alpha_{i}^{e}), i = j \right] \\ -F_{ij} \cos(z_{ij} + \alpha_{ij}^{e}), i \neq j \end{cases}$$
(2.2.17)

$$J_{n,j} = J_{j,n} = \frac{\partial (\nabla E_n)}{\partial \lambda} = 0$$
 (2.3.18)

$$J_{n,k} = J_{k,n} = 1$$

Condição necessária para o mínimo de (2.3.12):

 $\nabla E = 0$ .

2.3.2.2. Solução do subproblema (2.3.13).

O gradiente de  $E = E_p(P,F,Z) + \lambda Z_{kp}$  é dado por

$$\nabla E = \left[ \nabla E_{i} \right]$$
  $i = 1, 2, ..., n$ 

com

$$\nabla E_{i} = \sum_{j=1}^{n-1} F_{ij} \left[ \operatorname{sen}(z_{ij} + \alpha_{ij}^{e}) - \operatorname{sen}\alpha_{ij}^{e} \right] + F_{in} \left[ \operatorname{sen}(z_{i} + \alpha_{i}^{e}) - \operatorname{sen}\alpha_{i}^{e} \right]$$

para  $i = 1, 2, ..., n-1, i \neq k, i \neq p.$ 

para i = k:

$$\nabla E_{k} = \sum_{j=1}^{n-1} F_{kj} \left[ \operatorname{sen}(z_{kj} + \alpha_{kj}^{e}) - \operatorname{sen} \alpha_{kj}^{-} \right] + F_{kn} \left[ \operatorname{sen}(z_{k} + \alpha_{k}^{e}) - \operatorname{sen}\alpha_{k}^{e} \right] + \lambda$$
(2.3.19)

para i = p:

$$\nabla E_{p} = \sum_{j=1}^{n-1} F_{pj} \left[ \operatorname{sen}(z_{pj} + \alpha_{pj}^{e}) - \operatorname{sen}\alpha_{pj} \right] + F_{pn} \left[ \operatorname{sen}(z_{p} + \alpha_{p}^{e}) - \operatorname{sen}\alpha_{pj}^{e} - \lambda \right]$$
(2.3.20)

e

$$\nabla E_{n} = z_{k} - z_{p} - \left[\pm \pi - 2(\alpha_{k}^{e} - \alpha_{p}^{e})\right]$$

No ponto solução de (2.3.13) o vetor gradiente da energia potencial é normal à face  $\mathbf{Z}_{kp}$  do politopo, e as componentes são

$$[ \begin{smallmatrix} 0 & 0 & \dots & \nabla & E_k & 0 & \dots & 0 \\ \nabla & E_p & 0 & \dots & 0 \end{smallmatrix} ]^t$$

No ponto ótimo:

$$z_{k} - z_{p} = \pm \pi - 2(\alpha_{k}^{e} - \alpha_{p}^{e})$$

e, então

$$\nabla E_{\mathbf{k}} = - \nabla E_{\mathbf{p}}$$

A solução de (2.3.13) através do algoritmo de Newton-Raphson com vistas a ter, no ponto solução, todas as componentes do vetor gradiente nulas é realizada eliminando a p-ésima componente somando-se-lhe a k-ésima componente, formando novo vetor gradiente  $\nabla E'$ :

$$\nabla E_{i}' = \nabla E_{i}$$
,  $i = 1, 2, ...$ ,  $i \neq p$ ,  $i \neq k$ 

$$\nabla E_{k}' = \nabla E_{k} + \nabla E_{p}$$

$$\nabla E_{p}' = \nabla E_{n}$$

A condição necessária para o mínimo de (2.3.13) é  $\nabla E' = 0$ .

A matriz jacobiana do gradiente é dada por:

$$J_{ij} = \begin{cases} \sum_{j=1}^{n-1} F_{ij} \cos(z_{ij} + \alpha_{ij}^{e}) + F_{in} \cos(z_{i} + \alpha_{i}^{e}), & i=j \\ -F_{ij} \cos(z_{ij} + \alpha_{ij}^{e}), & i \neq j \end{cases}$$

$$i = 1, 2, ..., (n-1), \quad i \neq k, \quad i \neq p$$

$$J_{kk} = \sum_{j=1}^{n-1} F_{kj} \cos(z_{kj} + \alpha_{kj}^{e}) + F_{kn} \cos(z_{k} + \alpha_{k}^{e}) - F_{pk} \cos(z_{pk} + \alpha_{pk}^{e})$$

$$J_{kp} = \sum_{j=1}^{n-1} F_{pj} \cos(z_{pj} + \alpha_{pj}^{e}) + F_{pn} \cos(z_{p} + \alpha_{p}^{e}) - F_{kp} \cos(z_{pk} + \alpha_{kp}^{e})$$

$$J_{kj} = -F_{kj}\cos(z_{kj}^{+\alpha}e_{kj}^{e}) - F_{pj}\cos(z_{pj}^{+\alpha}e_{pj}^{e}), j=1,2,..., n-1,$$
 $j \neq k, j \neq p$ 

$$J_{pp} = -1$$
  $J_{pk} = 1$   $J_{pj} = 0$  ,  $j = 1, 2, ..., n-1$  ,  $j \neq p$  ,  $j \neq k$ 

A energia potencial, em  $L_2$ , comporta-se de maneira se melhante a uma função quadrática, o que justifica o emprego do método de Newton-Raphson, que é eficiente neste caso.

A solução iterativa dos problemas apresentados ê dada por

$$z^{i+1} = z^{i} - J^{-1}(z^{i}) \nabla L(z^{i})$$
 (2.3.21)

onde  $\nabla L(z^i)$  é o valor do gradiente do Lagrangiano calculado no ponto z do i-ésimo passo.

A cada iteração i do metodo Newton-Raphson, z<sup>i+l</sup> é calculado pela minimização de uma forma quadrática do tipo

$$[z^{i}]^{t}[H(z^{i})][z^{i}]$$

Uma condição inicial zero na solução de (2.3.12) ou (2.3.13) leva a um ponto que é a solução de

min { 
$$z^{t}H(0)z$$
 } (2.3.22)  
s.a.  $Z_{k} = 0$ 

οų

min 
$$\{z^{t}H(0)z\}$$
 (2.3.23)  
s.a.  $Z_{kp} = 0$ 

onde H(0) é a matriz Hessiana da energia potencial  $E_p(z)$ , avaliada na origem. Assim, se a origem é utilizada como condição inicial, a segunda iteração de (2.3.12) ou (2.3.13) tem como ponto de partida a solução de (2.3.22) ou (2.3.23).

Se o algoritmo de Newton-Raphson converge, converge para um ponto de tangência.

Note-se que o ponto de tangência deve pertencer a  $L_2$ , sob pena de não se poder afirmar que a superfície de nível fixa um domínio de estabilidade.

A condição para que o ponto encontrado seja um mínimo  $\tilde{e}$  a hessiana ser definida positiva. No entanto, por ser conhecido o comportamento radialmente crescente da energia potencial em  $L_2$ , exclui-se o teste em sinal da hessiana.

- 2.3.3. Simplificações na Obtenção do Domínio de Estabilidade.
- 2.3.3.1. Uso de Apenas uma Iteração do Metodo Newton-Raphson.

A fim de se obter uma velocidade de calculo maior, o que é desejavel neste trabalho, fazem-se algumas considerações em relação ao ponto de tangência e energia potencial.

0 valor de E<sub>n</sub> na solução de (2.3.12) um valor próximo ao valor do E no ponto de equilíbrio instável de menor energia potencial e uma vez que, próximo deste ponto, função energia potencial varia muito pouco (4), a solução de (2.3.23) é um valor próximo aquele. Daí segue possibilidade de se usar a primeira iteração da solução de (2.3.12) (2.3.13)no método de Newton-Raphson como uma solução aproxi mada para o dominio de estabilidade. Observe-se que esta aproxima ção resulta em valores um pouco superiores aos valores obtidos com a solução exata. A região assim obtida excederã o domínio de esta bilidade que seria dado pela solução exata de (2.3.12) ou (2.3.13). Nos casos ja analisados o erro cometido não excedeu a se explica em virtude da função energia potencial ser uma com pouca variação em pontos próximos dos pontos de equilíbrio ins taveis com menor energia potencial (4). Além disto, o uso deste procedimento conduz a um valor de energia menor do que calculado no ponto de sela.

2.3.3.2. Uso dos Limites Inferiores como Apontadores na Pesquisa da Face de Tangência.

O problema colocado na forma (2.3.8) supõe o cálculo da tangência em cada uma das faces para então identificar o valor mínimo. Por outro lado, a experiência mostra que as faces nas quais os limites inferiores tem menores valores são aquelas com a maior probabilidade de conter a tangência com o domínio de estabilidade. Tendo este fato em mente, ordenam-se os limites inferiores em ordem crescente e segue-se esta ordem na pesquisa de tangências, do seguinte modo:

- Toma-se a primeira face, correspondente ao. primeiro limite inferior - calcula-se o ponto de tangência e o valor da energia potencial.
- 2. Compara-se o valor da energia potencial calculado com o próximo valor da lista.

Se maior, substitui-se o limite inferior pela energia calculada, reordena-se a lista e retorna-se ao passo 1.

Se menor, este é o valor da energia do domínio de es tabilidade, bem como esta é a face de tangência.

A experiência mostra, ainda, que a face de tangência se coloca nas primeiras posições da lista de limites inferiores na primeira ordenação e que esta posição normalmente está colocada <u>a</u> té a 2n-ésima colocação. Este fato possibilita uma truncagem da lista de limites inferiores, vindo a resultar em economia de esforço de reordenações da lista.

#### 2.4. ANALISE DE CONTINGÊNCIAS.

O termo contingência, neste trabalho, será aplicado à perda de uma linha de transmissão do sistema e a análise compreen de a verificação dos efeitos causados por esta perda. Os cálculos envolvem fluxo de potência ( neste caso, empregada a forma mais simplificada: linear ) pre e pos contingência, determinação do do mínio de estabilidade da situação pos-contingência. O algoritmo se rá descrito adiante.

2.4.1. Fluxo de Potência D.C. 8 - Determinação dos Ângulos Pré-Contingência.

O método aproximado tem a vantagem da rapidez, uma vez que a solução é direta, ao contrário dos processos iterativos.

O cálculo dos ângulos é formulado por:

$$P = -B\theta \longrightarrow \theta = -B^{-1}P \tag{2.3.1}$$

onde

B é a susceptância da matriz Y<sub>barra</sub>,

P é o vetor de injeções do sistema,

 $\theta$   $\hat{e}$  o vetor dos ângulos de barras.

Uma vez selecionada a barra de referência, a matriz B tem dimensões (n-1) x (n-1) e os vetores são, também de dimensão n-1.

## 2.4.2. Determinação dos Ângulos Apos a Contingência.

Suponha-se que se retire uma linha entre as barras p e q e que esta retirada produza, no ramo p-q uma variação de capacidade  $\Delta \gamma (\Delta \gamma = \frac{1}{x})$ , x = reatância da linha).

A variação dos ângulos de barras será dada por:

$$\Delta\theta = \alpha (B_p^{-1} - B_q^{-1}) \phi_{pq}$$
 (2.3.2)

sendo  $\alpha$  definido por:

$$\alpha = \frac{-\Delta r}{1 + \Delta r (B_{pp}^{-1} + B_{qq}^{-1} - 2B_{pq}^{-1})}$$

onde

$$B_p^{-1}$$
 - p-ésima coluna de -B<sup>-1</sup>
 $B_{pq}^{-1}$  - elemento da coluna p e linha q de -B<sup>-1</sup>
 $\phi_{pq}$  - defasagem no ramo p-q , antes da contingência

 $B_{rj}^{-1} = B_{jr}^{-1} = 0$  (r = referência)

A vantagem deste procedimento reside no fato de não ser necessário modificar e inverter a matriz B a cada contingência em uma dada configuração. Pode-se, também, utilizar o processo para acréscimo de linhas, o que agiliza sobremaneira os cálculos de expansão do sistema de transmissão, uma vez que, em todo o desenvolvimento, apenas a inversão da primeira matriz é requerida.

## 2.4.3. Avaliação da Contingência.

Determinados os ângulos de equilibrio do sistema após a retirada da linha, reduzidos ângulos e matriz admitância às barras internas das máquinas, procede-se o cálculo do domínio de estabilidade, expresso pelo valor da função de Liapunov na tangência,  $V(Z^*)$ .

Avalia-se a função de Liapunov no ponto de equilibrio an tes da contingência -  $V(Z^a)$  - tomado como condição inicial de per turbação do sistema equilibrado pós-contingência. A comparação dos dois valores permite concluir sobre a estabilidade ( $V(Z^a) \leq V(Z^*)$ ) ou instabilidade ( $V(Z^a) > V(Z^*)$ ) do sistema.

Aqui, cabe definir ÎNDICE DE SEGURANÇA ([7]), como uma medida da margem de segurança do sistema sob contingência:

$$I_{Se}^{i} = \frac{V(Z^{*i}) - V(Z^{ai})}{V(Z^{*i})}$$
 (2.3.4)

onde "i" se refere à contingência considerada na i-êsima linha de transmissão do sistema.

Se o sistema se mostra seguro para todas as contingências, o índice de segurança da configuração é dado por:

$$I_{Se} = \min_{i} \left[ I_{Se}^{i} \right]$$
 (2.3.5)

Se, para alguma(s) contingência(s), o sistema se mostrar instável, este sistema representado pela configuração em estudo é dito sobrecarregado, bem como a linha cuja retirada levou à sobrecarga é dita sobrecarregada.

#### 2.5. CONCLUSÃO.

Este capítulo apresentou a análise de estabilidade de Liapunov tal como se acha na bibliografia ([2],[3],[7],[11],[12]).

Foram mostrados o modelo do sistema de potência, o meto do de cálculo de dominio de estabilidade tomando a energia do sistema como função de Liapunov e, apos, foram descritas as simplificações para obtenção de maior velocidade de cálculo, sendo que o uso apenas da primeira iteração do metodo Newton-Raphson foi efetivamente empregada na elaboração do programa de computador usado para testes.

Adotou-se o cálculo de fluxo de potência linear (d.c.) devido à alta velocidade mas salienta-se que qualquer outro mêto-do o pode substituir com prejuízo apenas da eficiência.

A análise de estabilidade será usada para fins de avaliação de viabilidade de configurações que serão geradas pelo algoritmo apresentado ao longo do próximo capítulo. 3. EXPANSÃO DA REDE DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELETRICA.

#### 3.1. INTRODUÇÃO

O algoritmo que se empregara na solução do problema do planejamento do sistema de transmissão de energia elétrica é aplicavel a qualquer problema de decisões sequenciais, sendo neste trabalho particularizado para o caso em estudo.

O problema se apresenta da seguinte forma: o sistema , descrito por sua rede, deve evoluir a partir de uma configuração inicial durante um certo número finito de estágios de planejamento, sempre atendendo a requisitos de segurança e procurando minimizar os custos.

O planejamento a curto prazo consiste em uma particularização a um estágio de planejamento. Trata-se de encontrar em um passo de expansão, uma configuração que viabilize o sistema a mínimo custo.

O planejamento a longo prazo pode ser colocado, na forma mais simples, como uma sequência de planejamentos a curto prazo, o que gera uma solução rápida - solução incremental - mas pode se distanciar da solução ótima. Em uma outra abordagem, podemse gerar todas as sequências de expansões possíveis, para após es colher aquela que se apresentar melhor, o que pode levar a proibitivas exigências de memória e tempo de processamento em computador.

Neste trabalho se fará uso de algoritmo de programação heurística aplicado a problema de decisão sequencial ([8]), que procura diretamente uma sequência de soluções sub ótimas. Essa se quência tende, em tempo finito, à solução ótima, ou pára ao esgotar-se o tempo disponível, fornecendo a melhor solução sub-ótima encontrada, nunca pior do que a solução incremental. Segue-se de perto, neste capítulo, a referência [8], para apresentação dos resultados básicos de otimização.

#### 3.2. O MODELO DA REDE.

A rede de transmissão será descrita por seus nós e ramos, com seus respectivos parâmetros de interesse associados. Os conceitos e definições da teoria de grafos úteis para o desenvolvimento do trabalho são dados no Apêndice B. Dão-se a seguir al gumas relações de interesse entre a rede e parâmetros associados.

## 3.2.1. Injeções e Fluxos.

Seja (N,M) uma rede finita, com M =  $\{r_1, r_2, \ldots, r_n\}$ , N =  $\{n_1, n_2, \ldots n_n\}$ . O vetor injeções, PeR<sup>n</sup>, associa a cada nó  $n_i$  uma injeção  $P_i$ .

Um vetor  $f \in R^m$  é o vetor de fluxos para a rede (N,M) com fontes e sumidouros se

$$P_{j} + \sum_{i \in W^{-}(n_{j})} f_{i} = \sum_{i \in W^{+}(n_{j})} f_{i}, \quad j = 1, 2, ...n$$
(3.2.1)

onde

 $W^+(n_j)$   $\vec{e}$  o conjunto dos ramos emergentes do no  $n_j$ ,  $W^-(n_j)$   $\vec{e}$  o conjunto dos ramos imergentes no no  $n_j$ .

A expressão (3.2.1) corresponde à primeira Lei de Kirschhoff.

## 3.2.2. Ângulos e Defasagens.

Sendo  $\theta \in R^n$  o vetor dos ângulos dos nos, o vetor defa sagens  $\phi \in R^m$  é tal que, para todo ramo  $r_i$ = $(n_p,n_q)$ ,

$$\phi_i = \theta_p - \theta_q$$
 ,  $i = 1, 2, ..., m$ 

## 3.2.3. Matriz de incidência.

A matriz de incidência  $A(m \times n)$  do grafo (N,M), com  $N = \{n_1, n_2, \dots, n_n\}$  e  $M = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ , é definida como:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } r_i \in W^+(n_j), \text{ ou se } r_i \text{ emerge de } n_j \\ -1 & \text{se } r_i \in W^-(n_j), \text{ ou se } r_i \text{ imerge em } n_j \\ 0 & \text{se } r_i \notin W^+(n_j), r_i \notin W^-(n_j), \text{ ou se } r_i \text{ não \'e adja} \\ & \text{cente a } n_j. \end{cases}$$

### 3.2.4. Análise de Ângulos e Fluxos.

 Consideradas as definições anteriores, valem as seguintes relações:

$$P = A^{t}f$$
, considerada a definição (3.2.1)

e

 $\phi$  = A $\theta$  , considerada a definição (3.2.2).

## 3.3. O PROBLEMA DA EXPANSÃO.

O problema da expansão será colocado aqui como um problema de busca de caminho ótimo em grafo, como segue. O grafo de expansão é um grafo que atende aos conceitos dados no apêndice B, sendo que seus nós representam configurações e seus ramos representam transições de estados - neste trabalho, sempre acréscimos de linhas - de forma que dois nós  $\, n_p \, e \, n_q \, e \, o \, ramo \, r_{pq} = (n_p, n_q) \, significam \, que \, a \, configuração \, C_q \, foi obtida a partir da configuração \, C_p \, por \, adição de uma determinada linha, o que determina <math display="inline">\, r_{pq} \cdot \, Todo \, o \, grádo \, configuração \, configuração configuraçõo configuração configura$ 

fo é gerado a partir de  $n_0$ , ou de  $C_0$ , o que leva a um grafo que, se for uma árvore (B.13), certamente será uma arborescência (B.14), uma vez que  $n_0$  é o centro (B.12).

O problema, então, consiste em encontrar uma sequência de configurações  $(C_0,C_1,C_2,\ldots,C_k)$  tal que se obtenha, ao longo do tempo considerado, o máximo grau de segurança ao mínimo custo. Dito de outro modo: procura-se, dentro do grafo de expansão, o me lhor caminho (B.4) a seguir desde o nó inicial até um nó final, de forma que se mantenha um bom índice de segurança e se minimize o custo.

### 3.3.1. O Problema da Expansão a Curto Prazo (PCP).

O problema da expansão a curto prazo pode ser enunciado como segue:

Sejam dados um estágio t e os respectivos parâmetros  $P \in R^n$ , da topologia (N,M).

Encontrar uma configuração C, sucessora de  $c^0$  com respeito à topologia (N,M), no estágio t, que minimize, entre as sucessoras de  $c^0$ , o custo

$$c(C^{0}, C, P, t) \stackrel{\Delta}{=} c_{t}(C^{0}, C, P, t) + c_{0}(C, P, T)$$
 (3.3.1)

onde

 $c_t(C^0,C,P,t)$  é o custo da transição de estado de  $c^0$  a C, com relação aos parâmetros P e estágio t;

 $c_0(C,P,t)$  é o custo de operação da configuração C.

Utilizando o operador sucessor (B.15), tem-se

PCP:

$$\begin{cases} \text{minimizar } c(C^0,C,P,t) \\ \text{sujeito a } C \in \Gamma(C^0,(N,M),P,t) \end{cases}$$
 (3.3.2)

Note-se que a configuração Ĉ, őtimo encontrado, deve ser viável, ou seja, aplicando critério de Liapunov, o índice de segurança deve ser positivo.

- 3.3.2. O Problema da Expansão a Longo Prazo (PLP)([8]).
- 3.3.2.1. Estratégia ou Política de Expansão.

É definida como uma sequência de configurações

$$E = (C^0, C^1, C^2, ..., C^f)$$

tais que

$$C^0 = (N^0, M^0, S^0)$$

$$C^{t} \in \Gamma(C^{t-1}, (N,M), P^{t}, t)$$

onde P<sup>t</sup> é o vetor correspondente ao estágio t na sequência de parâmetros dos nos.

O custo da estratégia é dado por

$$c(E) = \sum_{k=1}^{f} \left[ c_{t}(C^{k-1}, C^{k}, k) + c_{0}(C^{k}, P^{k}, k) \right]$$
 (3.3.3)

#### 3.3.2.2. Enunciado de PLP.

Considerando que, a cada estágio, podem-se utilizar os conceitos da expansão a curto prazo, então, sendo dados uma família de estágios, uma configuração básica, uma sequência de vetores parâmetros e uma função custo para estratégias de expansão, vem:

PLP - Encontrar uma estratégia de expansão

$$\hat{E} = (C^0, C^1, C^2, \dots, C^f)$$

segura e de mínimo custo entre todas as estratégias de expansão possíveis.

### 3.3.3. O Grafo de Expansão.

O grafo de expansão é um grafo simples H, cujos nos são configurações do sistema em estudo, e que admite como centro o no  ${\tt C^0}$ . H fica totalmente definido por  ${\tt C^0}$  e seu operador

$$\Lambda(C^0) = U \left[ \Gamma^k(C^0), k = 1, 2, \ldots \right].$$

e pode ser escrito como

$$H = (N_H, \Lambda)$$

observando que:

- 1°) C<sup>0</sup> ε N<sub>H</sub> ;
- 2°) Sejam C = (N,M,S)  $\subseteq$  N<sub>H</sub> e C' = (N,M,S') então C'  $\in$   $\Gamma$ (C) se e somente se
  - a) C' é uma configuração
  - b) (S,S') é uma transição de estado elementar (B.18).

O grafo de expansão H é finito, uma vez que o conjunto o de estados admissíveis é finito.

Qualquer sequência de transições de estado elementares a partir de  $\mbox{C}\,^\epsilon\,\mbox{N}_H$  corresponde a um caminho em  $\mbox{H}$  .

## 3,3.4. Custo de uma Transição de Estado.

A cada transição de estado  $(S^i, S^{i+1})$  da rede, corresponde um ramo  $(C^i, C^{i+1})$  do grafo H. Associa-se a cada ramo de H o custo da transição de estado (conforme (3.3.1)):

$$c_{H}(C^{i},C^{i+1}) = c_{t}(C^{i},C^{i+1},t).$$

Note-se que, neste trabalho, "transição de estado" significa, invariavelmente, construção de uma linha de transmissão. Evidentemente, o custo de uma transição de estado é o custo de construção da respectiva linha de transmissão, sendo calculado a partir de um "custo por km", não se excluindo a possibilidade de considerar outros fatores, tais como instalações terminais.

O custo é descontado para o ano inicial, através da taxa de desconto  $\beta$ , considerada fixa ao longo do intervalo de tempo para o qual se deseja o planejamento.

Seja  $\tau$  uma transição de estado, correspondente ao estágio i, na sequência  $(t_0,t_1,\ldots t_i,\ldots t_f)$  de instantes correspondentes aos estágios de planejamento, considerados em anos; então o custo de  $\tau$  será dado por:

$$c_{+}(\tau, t_{i}) = c_{0}(\tau) e^{-\beta(t_{i}-t_{0})}$$
 (3.3.4)

onde

 $\mathbf{c}_0^{}(\tau)$  é o custo da transição  $\tau$  , calculado a preços de  $\mathbf{t}_0^{}$  .

Da definição de c $_{t}$  (3.3.1) pode-se concluir que, em H, não há circuitos de custo negativo, bem como sempre é possível en contrar um caminho de custo mínimo entre  $C^{0}$  e qualquer  $C \in \mathbb{N}_{H}$ .

## 3.3.5. Expansão de uma Configuração.

"Expandir" uma configuração C<sup>n</sup> significa encontrar o conjunto de suas sucessoras, ou seja, o conjunto de configurações que possam ser obtidos a partir de C<sup>n</sup> por uma transição de esta do elementar, o que é muito amplo e pode ser demasiadamente onero so. Note-se que, no conjunto descrito, provavelmente se encontrarão configurações inviáveis, ou seja, configurações que não atendem a um critério de viabilidade, neste trabalho adotado o descrito em (2.3.3). Encontrar-se-ão, ainda, configurações em que há instalação de equipamentos desnecessários, configurações estas de

nominadas ineficientes.

Uma configuração  $C \in \Gamma(C^0,(N,M),P,t)$  é <u>ineficiente</u> se existir  $C' \in \Gamma(C^0,(N,M),P,t)$ , C e C' viáveis, tal que C' per tence a um caminho de custo mínimo de  $C^0$  a C, com  $c_t(C^0,C,t) > c(C^0,C',t)$ . Uma configuração é dita eficiente, se não é ineficiente.

As configurações inviáveis, bem como as ineficientes, mais do que dispensáveis são indesejáveis, por motivos óbvios a cada uma. Assim sendo, a expansão de uma configuração  ${\tt C}^0$  é a obtenção das sucessoras assim definidas:

$$\Gamma(C^0, (N,M), P, t) = \{C \mid C \in eficiente, S \in \delta(S^0, t)\}$$

onde  $\delta(S^0,t)$  é o conjunto de estados sucessores de  $S^0,\sigma_i(s,t)\epsilon\tau_i$ . A viabilização das sucessoras inviáveis fica a cargo do algoritmo de expansão da rede.

Neste trabalho, as transições de estado elementares efetuadas para se obter sucessoras de uma dada configuração C serão feitas sempre no sentido de aliviar sobrecargas desta configuração, ou seja, as linhas acrescentadas - uma para cada sucessora - serão reforços a linhas sobrecarregadas de C. Este procedimento certamente evita o surgimento de sucessoras ineficientes, ao mesmo tempo em que limita o número de sucessoras ao número de sobrecargas de C. A viabilidade das configurações assim obtidas são averiguadas diretamente pelo procedimento descrito em (2.4).

#### 3.3.6. A Busca de um Caminho no Grafo H.

A busca de um caminho ótimo desde  $C^0$  até  $C^t$  no grafo H fornece a solução do problema de planejamento. Observe-se que  $C^0$ =(N,M,S $^0$ ) é a configuração inicial e  $C^t$ =(N,M,S $^t$ ) não é conhecida a priori e pode, em princípio, ser qualquer configuração viável no horizonte de planejamento  $t_f$ .

São dados conhecidos a priori;

- $1^{\circ}$ )  $C^{0} = (N, M, S^{0})$ , a configuração inicial;
- 2°)  $[t_0, t_1, t_2, \dots, t_f]$ , uma família de estágios de pla nejamento, normalmente considerados em anos;

3°)  $[P_0, P_1, P_2, \dots, P_f]$ , uma sucessão de vetores de par $\hat{\underline{a}}$  metros dos nos do sistema - dados previsionais - cada um relativo a um estágio de planejamento.

Com base nestes dados, procura-se definir uma estratégia de expansão

$$E = (C^0, C^1, ..., C^t)$$

de modo que

- 1°)  $\forall$   $C^{i} \in E$ ,  $C^{i} \in N_{H}$ ;
- 2°)  $\forall$   $C^{i} \in E$ ,  $C^{i}$  é viável no intervalo  $\Delta t$  em que é  $def\underline{i}$  nida;
- 3°)  $\forall$   $C^{i}$ ,  $C^{i+1}$  ,  $(S^{i}, S^{i+1})$  é uma transição de estado e-lementar.
- 4°) Seja c(E) o custo associado a E, e E' uma outra estratégia qualquer que atinja o horizonte  $t_{\mathbf{f}}$ .

Então 
$$c(E) < c(E')$$
.

A estratégia E, então, é dita ótima.

O grafo H pode assumir proporções tais que não seja possível encontrar um caminho  $(C^0,C^1,\ldots,C^t)$  ótimo senão à custa de um grande esforço computacional. Como se verá adiante, neste caso é aceità uma estratégia que se aproxime da ótima.

O problema de busca em grafo, genericamente, pode ser enunciado como a seguir.

Seja M o conjunto dos ramos de H , seja uma função  $c:M\to R$  que associa a cada ramo  $r=(n_1,n_2)$  o custo  $c(r)=c(n_1,n_2)$ . A um caminho  $G=(n_0,n_1,\ldots,n_p)$  em H associa-se o custo

$$c(G) = \sum_{i=1}^{p} c(n_{i-1}, n_i)$$
 (3.3.5)

Dados um no inicial s∈N e um conjunto alvo T⊂N, en-

contrar um caminho de s para T, cujo custo seja mínimo entre todos os tais caminhos.

# 3.4. A SOLUÇÃO DO PROBLEMA DA EXPANSÃO ALGORITMOS DE BUSCA EM GRAFOS.

Nesta seção, procura-se dar uma idéia geral sobre alguns algoritmos para solução do problema da expansão do sistema de transmissão a longo prazo, lembrando que o planejamento a curto prazo pode ser obtido por particularização a um único estágio de planejamento. Descrevem-se sucintamente três algoritmos - Estraté gia Incremental, Expansão Generalizada e Dijkstra; e mais dois ou tros, A\* e Â, que são descritos com algum detalhe; especialmente o último, adotado para solução do problema neste trabalho. Ver-se-á que os quatro primeiros algoritmos podem facilmente ser reproduzidos pelo quinto, tal é a versatilidade deste. Estes algoritmos se encontram na bibliografia ([8],[10],[15],[18]),e são aquí mostrados como ilustração e para manter uma sequência de conteúdo no trabalho.

A opção entre configurações a expandir será feita segu $\underline{n}$  do critério de custo, descrito adiante.

# 3.4.1. Custo de uma Configuração.

Como o objetivo do algoritmo é obter configurações tão econômicas quanto possível, faz-se necessário a definição do custo de uma configuração. Tome-se o custo de uma transição de estado como dado em (3.3.4), e o custo da configuração será a soma dos custos das transições de estado efetuadas para sua obtenção, ou o custo do caminho até a configuração no grafo H(3.3.5).

Assim, dada a configuração  $C^n$ , seu custo será:

$$c(C^n) = \sum_{i=1}^{n} c(C^{i-1}, C^i).$$
 (3.4.1)

# 3.4.2. Estratégia Incremental.

Este é um procedimento bastante simples, que consiste em tomar a configuração inicial, expandi-la, tomar a melhor sucessora, expandi-la e repetir o procedimento até que se atinja o horizonte de planejamento.

Este método fornece rapidamente uma solução evidentemente eficiente e viável; mas, por outro lado, a solução pode estar algo distante da solução ótima.

# 3.4.3. Expansão Generalizada - Busca Horizontal.

Este procedimento consiste em expandir a configuração inicial obtendo k sucessoras de nível 1. Tomar cada uma destas, em ordem crescente do índice custo-segurança, expandir obtendo no vas sucessoras, agora em nível 2. Seguir repetitivamente esta rotina até que todos os caminhos gerados terminam em uma configuração que atenda as solicitações do horizonte de planejamento. Entenda-se por nível de uma configuração o número de expansões que a originaram desde C<sup>0</sup>. Note-se que a primeira configuração de de terminado nível só é expandida, após ter sido expandida a última do nível anterior. A melhor estratégia é obtida, então, percorrendo-se o caminho no sentido inverso.

Este método, como já se pode observar, embora possa levar à solução ótima, pode impor proibitivas exigências de memória e tempo de computação, uma vez que o trabalho de montagem do grafo H é muito extenso. Por outro lado, a admissibilidade do algoritmo é assegurada.

# 3.4.4. Algoritmo de Dijkstra.

Neste algoritmo, realizam-se expansões de configurações desde  ${\tt C}^0$ , escolhendo para expandir sempre aquela de mínimo índice custo entre as configurações geradas e ainda não expandidas . O algoritmo finaliza ao atingir o horizonte de planejamento ou ao

se esgotarem as configurações a expandir, neste caso com insucesso.

# 3.4.5. Algoritmo A\*.

Este algoritmo tem procedimento bastante similar ao anterior, diferenciando-se pela utilização de uma parcela heuristica h no critério de opção entre configurações ou, generalizando o grafo, nós a expandir, ou seja, gerar sucessores. O índice, que era g, passa a ser

$$f = g + h \tag{3.4.2}$$

O algoritmo A\* será descrito pormenorizado a seguir, com sua aplicação generalizada a problemas de grafos.

Dados um no inicial se N, um conjunto alvo T  $\sqsubset$  N, procura-se um caminho de s para T , cujo custo é mínimo.

Dados s,  $n_1$ ,  $n_2 \in N$ , A,B,T $\subseteq N$ , definem-se:

 $h(n_1, n_2)$  : custo de um caminho ótimo entre  $n_1$  e  $n_2$ 

$$h(A,B) \triangleq \min \{h(n_1,n_2) \mid n_1 \in A, n_2 \in B \}$$
 (3.4.3)

$$h(n_1) \stackrel{\triangle}{=} h(n_1, T) \tag{3.4.4}$$

$$h(A) \stackrel{\triangle}{=} h(A,T) \tag{3.4.5}$$

$$g(n_1) \stackrel{\Delta}{=} h(s, n_1) \tag{3.4.6}$$

Assim, o problema de busca se resume em procurar um caminho G entre s e T de modo que

$$c(G) = h(s)$$
.

Define-se uma função avaliação que associa a cada nó n do grafo H uma estimativa sobre o valor de um caminho de s para T com custo mínimo entre todos os que passam por n. Esta estimativa é dada por

$$\hat{f}(n) = \hat{g}(n) + \hat{h}(n)$$
 (3.4.7)

onde  $\hat{g}(n)$  é calculada pelo algoritmo e corresponde ao custo do caminho de mínimo custo de s a n e  $\hat{h}(n)$  é uma estimativa do caminho de n a T.

O algoritmo manipula duas listas que são ABERTO, FECHADO e uma terceira de apontadores. Na lista ABERTO são colocados os nós ao serem gerados pelo algoritmo. Em cada iteração, A\* es colhe na lista ABERTO o nó n correspondente ao menor valor  $\hat{f}(n)$ , gera seus sucessores, coloca-os na lista ABERTO e n é transferido para a lista FECHADO. Os apontadores são utilizados para associar a cada um dos sucessores o seu antecessor n. O Algoritmo finaliza ao escolher um nó alvo (n  $\epsilon$  T).

#### O Algoritmo A\*.

- Passo 1 Colocar o no inicial s na lista ABERTO; calcular f(s).
- Passo 2 Se ABERTO estiver vazia, pare (insucesso); senão, continue.
- Passo 3 Retirar de ABERTO o nó n tal que f(n) é menor, e in troduzí-lo em FECHADO (Resolver empates arbitrariamente, dando preferência a qualquer nó alvo).
- Passo 4 Se neT, terminar, recuperando o caminho solução atra vés dos apontadores.

  Senão, continuar.
- Passo 5 Expandir n , gerando  $\Gamma(n)$ . Se  $\Gamma(n)$  =  $\phi$  , voltar ao passo 2. Calcular  $\hat{f}(n_i)$  para cada sucessor  $n_i$ .
- Passo 6 Associar aos sucessores que ainda não se encontram em ABERTO ou FECHADO os valores de f calculados.

  Introduzir estes nos em ABERTO e dirigir apontadores a n.
- Passo 7 Associar aos sucessores que já se encontravam em ABERTO ou FECHADO os menores valores entre os valores de f̂ cal culados agora e seus valores prévios.

Transferir para ABERTO os sucessores que estão em FECHA DO e tiveram valores de  $\hat{f}$  rebaixados e redirigir para n os apontadores de todos os nos cujos valores de  $\hat{f}$  foram rebaixados.

Passo 8 - Voltar ao passo 2.

# 3.4.6. Algoritmo (A\* Adaptativo).

Este algoritmo é uma versão modificada do algoritmo A\* e suas características serão exploradas adiante.

Hipóteses utilizadas na demonstração de admissibilidade (um algoritmo é admissível se garantir a resolução do problema de busca sempre que exista solução) de um algoritmo de busca em grafo:

- . Grafos finitos: Impõe-se a não negatividade dos custos de todos os ramos, ou impõe-se a inexistência de circuitos de custo negativo.
- . Grafos infinitos: Considera-se que todos os custos são superiores a uma constante  $\delta\!>\!0$  , o que define  $\delta\!-\!grafos$  .

Como neste trabalho todo ramo se refere a construção de uma linha de transmissão, cujo custo, evidentemente, é maior do que zero, a admissibilidade do algoritmo jamais será prejudicada por qualquer um dos ítens anteriores. Observe-se que o problema, como colocado, não admite nem mesmo circuitos.

# 3.4.6.1. O Algoritmo $\hat{A}$ .

Passo 0 - Inicialização.

Lista ABERTO vazia.

Lista FECHADO vazia.

Lista apontadores vazia.

Dados: conjuntos S dos nós iniciais e T dos nós alvos. Definir a função  $\hat{h}: N \rightarrow R$ 

Introduzir em ABERTO os nos  $n \in S$  associando a cada um os valores  $\hat{g}(n) = 0$  ,  $\hat{h}(n)$ .

Passo 1 - Se ABERTO estiver vazia, parar.

Se não, escolher entre os nos abertos um no n tal que

$$\hat{f}(\bar{n}) = \min \{\hat{f}(n) \mid n \text{ aberto}\}$$

sendo

$$\hat{f}(n) = \hat{g}(n) + \hat{h}(n)$$
.

Resolver empates arbitrariamente, dando preferência a nos  $n \in T$ .

- Passo 2 Se  $\bar{n} \in T$ , ir para o passo 5. Se  $n\tilde{a}$ o, transferir  $\bar{n}$  para FECHADO.
- Passo 3 Obter a lista de sucessores  $\Gamma(\bar{n})$ . Para cada  $n \in \Gamma(\bar{n})$ , fazer

$$\hat{g}(n) = \hat{g}(\bar{n}) + c(\bar{n},n)$$
.

Comparar cada sucessor com elementos de ABERTO e FECHA-DO.

Retirar de  $\Gamma(\bar{n})$  os elementos n tais que

n=n' e  $\hat{g}(n) > g(n')$ ,  $n' \in (ABERTO \text{ ou } FECHADO)$ ou  $n \in (ABERTO \text{ ou } FECHADO)$ 

Retirar de ABERTO os nos n' tais que

$$n'=n e g(n') > g(n)$$
.

Introduzir em ABERTO os nos remanescentes em  $\Gamma(\bar{n})$ , associando o apontador  $\bar{n}$ .

- Passo 4 Redefinir a função  $\hat{h}:N\to R$  , atualizar seus valores nas listas ABERTO e FECHADO. Voltar ao passo 1.
- Passo 5 Se um critério de parada for satisfeito, terminar, recuperando um caminho entre se  $\bar{n}$ , por meio dos apontadores, no sentido inverso. Se não, ir ao passo 4.

# 3.4.6.2. Observações sobre o Algoritmo Â.

O algoritmo  $\hat{A}$  é equivalente ao  $A^*$  se forem eliminados os passos 4 e 5, terminando o algoritmo ao escolher  $\bar{n}$   $\epsilon$  T no passo 1.

Define-se  $\hat{h}$  como uma função, embora não seja absoluta-mente necessário.

Não se eliminam nos da lista FECHADO no passo 3, uma vez que esta eliminação traria uma grande complexidade computacional e não resultaria em grande vantagem, já que eliminações em FECHADO são muito pouco frequentes.

Note se que, cada vez que o algoritmo chega ao passo 5, um caminho entre s e T foi encontrado.

O critério de parada é crucial para admissibilidade do algoritmo, e será discutido adiante.

# 3.4.6.3. Admissibilidade do Algoritmo.

Assume-se a hipótese de que o grafo H é finito e não possui circuitos de custo negativo, fundamentada nos seguintes pontos:

- 1º) O número de estágios será sempre finito e o gerador de sucessores gerará sempre um número finito de sucessores, como citado em (3.3.5), o que garante que H é finito.
- 2°) A positividade dos custos que já foi assegurada.

Lema: Se T é acessível a partir de S , então, qualquer que seja a atuação do passo 4, o algoritmo atinge o passo 5 em um  $n\underline{\tilde{u}}$  mero finito de iterações.

Demonstração: por absurdo: se o algoritmo não atinge o passo 5 , há duas hipóteses:

a) O algoritmo parou no passo 1, com a lista ABERTO vazia.

Seja:  $P = (n_1, n_2, \dots, n_p)$ ,  $n_1 \varepsilon$  S, um caminho qualquer,  $n_k$  o no de P de mais alto índice colocado em FECHADO no momento da parada, k < p.

Como  $n_k$  está FECHADO, em alguma iteração anterior foi gerado  $n_{k+1}$   $\epsilon$   $\Gamma(n_k)$ . Se ABERTO está vazia, então  $n_{k+1}$  está em FECHADO, o que contraria a hipótese.

b) 0 algoritmo cicla indefinidamente entre os passos 1 e 4, sem encontrar  $n \in T$ .

Como N é finito e em cada iteração um elemento é retirado de ABERTO, há um nó n que entra na lista ABERTO um número infinito de vezes.

Cada vez que  $\bar{n}$  entra em ABERTO,  $\hat{g}(\bar{n})$  corresponde ao custo de um caminho de S a  $\bar{n}$  .

Considerando o problema específico, conforme já cita do, a própria formulação do problema exclui a possibilidade de circuitos em H, o que leva à última al ternativa nesta hipótese:

Cada vez que  $\bar{n}$  entra em ABERTO,  $\hat{g}(\bar{n})$  é reduzido, pois a nova instância não foi eliminada no passo 3. Como à cada instância corresponde um caminho diferente, existe um número infinito de caminhos entre S e  $\bar{n}$ , o que é absurdo para um grafo finito.

#### 3.4.6.4. Heurística e Critérios de Parada.

O critério que garante admissibilidade do algoritmo está ligado à definição de uma função  $\hat{h}$  tal que ( $\begin{bmatrix} 15 \end{bmatrix}$ ):

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \hat{h}(n) < h(n);$$
 (3.4.8)

$$\forall n \in T, \quad \hat{h}(n) = 0. \tag{3.4.9}$$

É difícil elaborar critério de parada que termine o al-

goritmo com a certeza de se ter achado o caminho ótimo, a menos que se conheça uma função h\* com as características citadas.

Por outro lado, uma função que não atenda a essas características, embora não garanta a otimalidade do caminho encontrado, pode permitir uma solução rápida para o problema de busca de caminho em grafo. Este fato é explorado pelo algoritmo  $\hat{A}$  que pode iniciar com uma heurística "forte" e diminuir  $\hat{h}$  iterativamente, à medida que soluções sub-ótimas são encontradas.

Com isto, pode-se limitar o tempo de processamento ao tempo disponível e, ao fim deste tempo parar o processo obtendo o melhor caminho encontrado até então.

#### 3.5. CONCLUSÃO.

Este capítulo foi dedicado à descrição e enunciado do problema do planejamento do sistema de transmissão bem como a apresentação da solução do problema, mostrando brevemente três algoritmos (estratégia incremental, expansão generalizada e Dijkstra) e destinando maior atenção aos algoritmos A\* e Â, sendo o último efetivamente empregado na solução do problema definido antes. Pretende-se explorar a capacidade de gerar estratégias de expansão sub-ótimas, adotando a melhor delas como solução ao fim do tempo disponível, pré-fixado.

No próximo capítulo será feita a aplicação do algoritmo ao problema da expansão de redes de transmissão com as restrições de operação avaliadas por utilização da estabilidade transitória conforme determinada pelo segundo método de Liapunov.

4. APLICAÇÃO DO ALGORITMO Â E ANÁLISE DE ESTABILIDADE TRANSITORIA NO PLANEJAMENTO DA TRANSMISSÃO.

#### 4.1. INTRODUÇÃO.

Neste capítulo é mostrada uma forma de aplicar o algoritmo  $\hat{A}$  no planejamento do sistema de transmissão, aliado ao método de Liapunov de determinação de domínios de estabilidade.

Cada configuração deve ser expandida quando se mostrar sobrecarregada, e a expansão é feita no sentido de reforçar a(s) linha(s) sobrecarregada(s). A detecção de sobrecargas é realizada através de análises de contingências com determinação de domínios de estabilidade. Propõe-se um método de análise de contingências combinado estático-dinâmico que agiliza consideravelmente o algoritmo.

Em primeiro lugar, identifica-se o no do grafo  $\, \, H \,$  como uma configuração do sistema de transmissão. A seguir define-se o gerador de sucessoras  $\, \Gamma(C) \,$  como supressor de sobrecargas. Final mente, colocam-se as funções  $\, \hat{g} \,$  e  $\, \hat{h} \,$ , definindo uma heurística  $\, \hat{h} \,$  eficiente, em função da máxima demanda atendida pela configura ção em estudo. Com estas informações, pode-se aplicar o algoritmo  $\, \hat{A} \,$ .

#### 4.2. O NÓ DO GRAFO H.

Um nó do grafo H representa uma configuração do sistema de transmissão, descrita em termos de sua matriz de incidência e matriz admitância de barra. Note-se que não há necessidade de armazenar estas duas matrizes para cada configuração gerada pelo programa, uma vez que podem ser facilmente recuperadas pois são conhecidas todas as transições desde a configuração inicial. Assim, a única configuração que efetivamente tem as duas matrizes associadas é a inicial; as outras têm apenas vetores que indicam,

na ordem, quais as linhas que foram adicionadas à configuração inicial para resultar a configuração presente.

#### 4.3. O GERADOR DE SUCESSORAS.

Uma configuração a ser expandida vem acompanhada das  $i\underline{n}$  formações:

- limite de viabilidade: primeiro estágio para o qual a configuração se mostra sobrecar regada;
- . linhas sobrecarregadas no limite de viabilidade;
- . outras sem maior importância no momento.

Cada sucessora é obtida por reforço de uma linha sobrecarregada. O reforço é colocado na forma de uma linha de mesmas características da sobrecarregada, em paralelo com esta. Obtém-se, assim, tantas configurações quantas forem as sobrecargas da configuração original.

O próximo passo consiste em determinar, para cada configuração obtida, o respectivo limite de viabilidade, linhas sobrecarregadas no limite, máxima demanda atendida e índice de segurança, o que é realizado através de sucessivas análises de contingências do sistema. Este procedimento será denominado de ora em diante, "Determinação do limite de viabilidade".

# 4.4. DETERMINAÇÃO DO LIMITE DE VIABILIDADE.

Seja uma configuração obtida no estágio t<sup>k</sup> (limite de viabilidade de sua antecessora), dada por sua matriz admitância de barra Y.

A cada estágio  $t^i$  , iniciando em  $t^k$  , tomando o respectivo vetor de injeções  $P^i$  , determina-se o ponto de equilibrio

do sistema  $\delta_e^0$ , e, a seguir, verifica-se se, em alguma linha, é excedido o limite térmico. Se não, procede-se a análises de contingências que se referem à retirada da linha de maior capacidade em cada um dos moramos.

Considerando a maior conservatividade da análise de con tingências estática, utiliza-se este método como uma "pré-análise" de cada contingência, com o intuito de selecionar aquelas contingências mais críticas para aplicação do método de Liapunov. Sendo este procedimento muito rápido e já dispondo o algoritmo dos gulos do sistema, avalia-se rapidamente, a cada contingência, defasagens entre extremidades de linhas de transmissão, consideran do que o sistema é robusto se todas as defasagens tiverem valor in  $\phi^{m\bar{a}x}$ e dispensando então os cálculos de domí ferior a um valor nio de estabilidade. Com isto, obtém-se um grande decréscimo de tempo de computação, diminuindo sensivelmente a discrepância de eficiências entre os algoritmos estático e dinâmico.

Uma análise de contingência é constituída pelos seguintes passos:

- 1°) Retirada da linha: modificação da matriz admitância de barra  $\rightarrow \Upsilon^{mod}$ ;
- 2°) Determinação do ponto de equilibrio do sistema modificado: ângulos de barras  $\delta_e$ ;
- 3º) Verificação dos limites térmicos: verificar se há linha sobrecarregada termicamente; se houver, anotar a sobrecarga e ir ao 9º passo;
- 4°) Verificar defasagens. Se nenhuma excede  $\,\varphi^{\,\text{max}}\,$  , ir ao 9° passo;
- 5°) Redução às barras de geração: reduzir a matriz Y<sup>mod</sup> e determinar os ângulos

$$\alpha_{e}^{0i} = \delta_{e}^{0i} - \delta_{e}^{0n}$$
  $i=1,2,...,n-1$  ,  $\alpha_{e}^{i} = \delta_{e}^{i} - \delta_{e}^{n}$   $i=1,2...,n-1$  ;

6°) Calculo do dominio de estabilidade do ponto de equi

líbrio  $\alpha_e$  do sistema modificado;

7°) Calculo da energia potencial  $E_{p}(z)$  no ponto

$$z = \alpha_e^0 - \alpha_e$$

 $8^{\circ}$ ) Comparar  $E_{p}(z)$  com a energia obtida no domínio de estabilidade:

Se menor, o sistema é seguro para esta contingência. Calcular o indice de segurança. Senão, é detectada uma sobrecarga: anotá-la.

9°) Rcuperar a matriz Y .

Se a retirada da linha de maior capacidade em todos os ramos não leva a nenhuma sobrecarga, o sistema é estável neste estágio, e o índice de segurança da configuração no estágio é obtido:

Passa-se ao próximo estágio e repete-se o procedimento, e assim sucessivamente até se detectar sobrecarga ou atingir o horizonte de planejamento. Neste momento têm-se determinados o limite de viabilidade (estágio em que se verificaram sobrecargas), a máxima demanda atendida (soma das cargas no último estágio seguro sem sobrecargas), índice de segurança (adotado o mínimo entre os obtidos para a configuração em cada estágio) e as linhas sobrecarregadas a serem reforçadas em alguma futura iteração do algoritmo de expansão.

Um diagrama de fluxo simplificado para a determinação do limite de viabilidade é apresentado na fig. 4.1.

4.5. AS FUNÇÕES  $\hat{g}$  e  $\hat{h}$  - ESTRATÉGIA DE MANIPUTAÇÃO DE  $\hat{h}$ .

A função tomada para exercer o papel de  $\hat{g}$  no algoritmo de busca  $\hat{e}$  a definida no item (3.4.1).

A escolha da função  $\hat{h}$  depende do desempenho que se pretende do algoritmo, como se verá a seguir.

Seja  $\Delta$  um número maior do que o custo de qualquer ca-

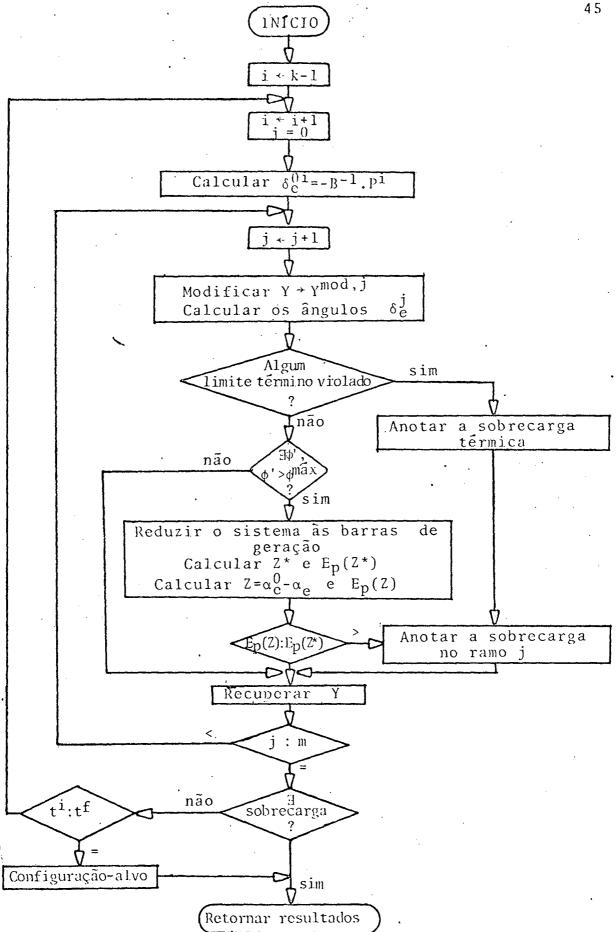


Figura 4.1 - Fluxograma simplificado do algoritmo para determinação do limite de viabilidade.

minho entre S e T , i o nível da configuração  $C^{\underline{n}}$  , e k 'o máximo nível que pode ter uma configuração.

Se for colocado

$$\hat{h} = (k-i)\Delta \tag{4.5.1}$$

e, ao mesmo tempo, colocada a imposição de parada ao atingir o horizonte de planejamento - primeiro no alvo atingido - o procedimento do algoritmo será exatamente o descrito sob a denominação ESTRATEGIA INCREMENTAL".

Se for colocado

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{i}\Delta \tag{4.5.2}$$

o algoritmo reproduzirá o procedimento descrito como "EXPANSÃO GE NERALIZADA".

Com

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{0} \tag{4.5.3}$$

e a regra de parada impondo a parada na primeira vez que é ating<u>i</u> do o horizonte de planejamento, é reproduzido o algoritmo de DIJKSTRA.

Outras heurísticas podem ser colocadas e o algoritmo pode se tornar mais ou menos eficiente, conforme a heurística proposta. Neste trabalho propõe-se  $\hat{h}$  como uma função da máxima demanda atendida pela configuração, e é assim definida:

$$\hat{h}(C^{n}) = \frac{D^{f} - D^{max}(C^{n})}{D^{f} - D^{0}}$$
 (4.5.4)

onde

 $\textbf{D}^f$  - demanda a ser atendida no horizonte de planejamento  $\textbf{t}_f;$   $\textbf{D}^{\text{max}}(\textbf{C}^n)$  - máxima demanda atendida pela configuração  $\textbf{C}^n;$ 

 $D^0$  - demanda inicial - no estágio  $t_0$ 

Considere-se

$$c^{\min} = \min_{i} \left[ c(\tau_i) \right]$$
 (4.5.5)

onde  $\tau_i$  é uma transição de estado e  $c(\tau_i)$  é dado como em (3.3.4), ou seja,  $c^{min}$  é o custo da linha de transmissão de menor custo entre todas, adicionada ao sistema de transmissão no último estágio de planejamento.

Note-se que, considerando (4.5.4), o máximo valor  $\hat{h}$  é:

$$\hat{h}^{max} = \underset{i}{max} [\hat{h}(C^i)] = \hat{h}(C^0) = 1.$$

Se

$$c^{min} \geq \hat{h}^{max}$$

então

$$\forall C^n, \hat{h}(C^n) \leq h(C^n)$$

e, pela definição de ĥ (4.5.4)

$$\forall \cdot C^n \in T$$
 ,  $\hat{h}(C^n) = 0$  ,

e o algoritmo é admissível com a heurística definida em (4.5.4), uma vez que são cumpridas as condições (3.4.8) e (3.4.9).

Embora esta colocação leve à admissibilidade do algoritmo, não será empregada neste trabalho, uma vez que assim o algoritmo se torna pouco informado e perde eficiência, demandando grande tempo de processamento. Assim, optou-se por reduzir a parcela de custos na soma  $\hat{g} + \hat{h}$ , deixando preponderar a heurística  $\hat{h}$ , o que produziu bons resultados, conforme se verá no próximo capítulo, em alguns casos.

#### 4.6. CONCLUSÃO.

Neste capítulo foi mostrada uma forma de inclusão da restrição de estabilidade transitória no algoritmo de busca em grafos para planejamento do sistema de transmissão. Foram definidos o nó do grafo de expansão como configuração do sistema de transmissão e o gerador de sucessoras como supressor de sobrecargas. A heurística roi proposta como função da máxima demanda atendida por uma configuração.

O limite de viabilidade é determinado por análises de contingências. Propôs-se uma utilização conjunto dos métodos de análise de estabilidade estático e dinâmico, o que leva a uma maior eficiência para o algoritmo, em virtude de ser possível deixar de analisar pelo método de Liapunov grande parte das contingências <u>i</u> nexpressivas à estabilidade do sistema.

Definiu-se a heurística (4.5.4) que permite lograr ad missibilidade do algoritmo de busca em grafos (e mesmo A\*), pe la manipulação da grandeza dos custos de transições de estados através da definição arbitrária de uma base para os custos. Por ou tro lado, a experiência mostrou que se esta heurística preponderar (não exageradamente) o algoritmo apresenta boa eficiência. Es te procedimento foi adotado.

O próximo capítulo apresenta exemplos ilustrativos, e se fazem comentários a respeito de eficiência, resultados e comparação econômica com os resultados do algoritmo que emprega a análise de segurança do ponto de vista puramente estático.

# 5. PLANEJAMENTO DA TRANSMISSÃO EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

#### 5.1. INTRODUÇÃO.

Neste capítulo são mostrados exemplos de aplicação do método de planejamento do sistema de transmissão proposto, bem como aplicação de um método empregando análise de segurança estática. Os dois métodos são aplicados para um mesmo sistema de potência, em situação idêntica. O método que emprega análises de contingências estáticas ( ) é descrito suscintamente no Apêndide A. Sua diferença em relação ao método proposto neste trabalho reside basicamente no tipo de análise de contingência adotado.

Os resultados apresentados a seguir foram obtidos com utilização de um computador digital IBM 4341.

#### 5.2. PRIMEIRO EXEMPLO.

Como primeira utilização do programa para expansão do sistema de transmissão foi proposto o caso descrito a seguir.

O sistema de potência é constituído de seis barras , quatro das quais com predominância de geração e seis linhas de transmissão (inicialmente), como esquematizado no diagrama unifilar(figura 5.2.1). Após, apresentam-se tabelas (tabelas 5.2.1 a 5.2.3), constando dados sobre as linhas de transmissão, máquinas e, finalmente, os vetores de injeção previsionais associados aos respectivos estágios de planejamento, tomados em anos.

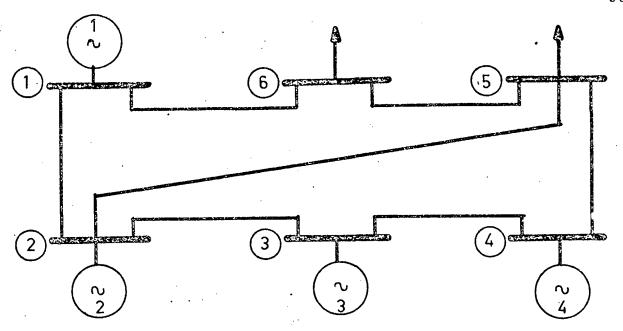


Figura 5.2.1 - Diagrama unifilar.

LINHAS DE TRANSMISSÃO													
Иò	Ваз	Limites Térmicos											
	Inicial	(p.u.)											
1	1	0,70											
2	2.	0,56											
3	3	.4	-	2,40	0,45								
4	4	. 5	_	0,70	0,72								
5	5	6	-	1,20	0,60								
6	1	6		0,45	1,0								
7	2	5	<b>-</b>	1,50	0,50								

Tabela 5.2.1 - Dados das linhas de transmissão.

CONST	CANTES DAS MÁQUINAS (p.u.)
Nº,	Reatancia Transitoria X'd
1	0,004
2	1,000
3	0,500
4	0,400

Tabela 5.2.2 - Dados das máquinas.

	VETO	ORES DE	INJEÇÃO	(p.u.)	
ano barra	1983	1984	1985	1986	1987
1	0,25	0,30	0,31	0,434	0,5640
2	0,10	0,11	0,15	0,210	0,2730
3	0,35	0,39	0,39	0,546	0,7098
4	0,20	0,25	0,27	0,378	0,4914
5	-0,50	-0,60	-0,62	-0,868	-1,1284
6	-0,40	-0,45	-0,50	-0,700	-0,9100

Tabela 5.2.3 - Dados de barras.

A utilização de análises de contingências por método estático levou à política de expansão mostrada na tabela 5.2.4.

3 <b>L</b> .	*	<b>*</b> 3	*	*:	* *	: 12	*	**	*	4	**	×	*	*	*	* 1	ķ.	<b>* *</b>	¥	*	* #	۲ ۲	k #		*	*	*	*	*	¥.	ř	* *	٠.	*	*
*	*	**	*	*:	* *	*	×	**	*	*	**	34	, };	*	*	4 :	٠,	<b>* *</b>	华	*	* 4	<b>t</b> x	* *	: *	·*	*	*	*	*	¥ .	X,	**	٠.	አ	*
å	4					C	R	OM	$\odot$	 ( )	ŘΔ	М	Δ		D!	=	1	IN	٧	E	51	[ ]	[ [	E	N	Τ	Ü	S						*	*
*	*	**	: *	#	* 4	*	4	**	į,	*	* *	*	÷	*	*	ķ,	¥ .	(t p	*	*	* 1	۲ ۶	* *	: 4	ι ψ	*	*	*					ιķ		
*	*	L	1	N	HA	S	,	Α	*							¢					SI					U								×	•
λķ	*								*		Δ	N	0				-	<b>* *</b>		-	_														
*	*	C	O	N:	S T	ĸ	U	IR	*									IΝ															ij		
χţ	*	**	: ×	*	* *	*	*	**	*	*	**	*	本	*	74	<b>*</b> :	<b>(</b> < 2	<b>*</b> *	χc	*	>;< x	<b>X</b> 3	¢ *	٠,	k *	*	*	¥	*	Ç.	4:	* *	( ¥:		
*	-		٠						*				_	_		*							:	4										*	•
	*			1	-	•		6	*		1	9	8	3	•	*		Ų	•	0	9	) (	)	4				U	•	J	ý	0(	j	乔太	-
-	*			_				_	*				_	_		ÇÇ.				_	~	٠,		\$						-		///	`	*	•
*				2		•		3	*		i	9	8	3	•	۲۶ پ		U	•	3	90	<i>)</i> (	J	4				U	٠		y	00	,	*	-
•	*			,				<b>,-</b> '	*		,	٠.		_		۰ *				4.7	37	٠,	``	4				Λ			0	46		*	-
•	*			4	_	•		5	*		ı	7	Ö	כ	•	*		u	•	כ	3(	, (	J					U	•	ٔ	U	71	,	4	
	*			1	_			2	*		1	a	A	٨.		# #		Ω	١.	4	50	١ (	}		k			Ω		5	Q	35	j	*	-
-	*			-				~	*		•	•	•	~	•	÷		•	•	~	_	•	•	4				_	•	_	•			*	*
-	*			3	_			4	*		1	G	8	7	•	*		1		1	3(	) (	)	¥	×			0		Ģ	ì	53	3	Y.	*
	*			•				•	4		•		J	•	•	*		_	. •	_	- '	- '	-	*	ς .									*	*
•	*			4	_			5	*		1	9	ઇ	7		*		1		2	70	) (	)	4	κ.			1	•	Ü	Ü	91		*	*
	*			•				_	*				_			*								¥	×									*	*
								**																											•
*	*	* 4	* *	*	* 4	<b>*</b>	*	**	#	Ų.	* \$	₩	*	*	*	* 1	<b>*</b> :	* *	*	×	<b>*</b> 4	× :	* 4	* 4	* *	*	*	*	*	¥	*	* 4	* *	*	*

Tabela 5.2.4 - Política de expansão obtida com critério de segurança estático.

Na coluna "linhas a construir" são dadas as linhas de transmissão a construir para suprimir sobrecarga; na coluna "ano" aparecem os respectivos estágios de planejamento em que as linhas se fazem necessárias. As próximas colunas dão os custos acumulados, sendo primeiro apresentado o custo atual e, a seguir, considerado a taxa de desconto  $\beta$ , neste caso adotada  $\beta = 0$ , lano 1.

Utilizando o método proposto neste trabalho, a estrat $\underline{e}$  gia de expansão obtida foi a mostrada na tabela 5.2.5 com as mesmas características da anterior.

* * * * *	* * * *	***	** * *	* * * * * *	***	****
****	***	* * * *	***	* * * * * * *	***	****
3% X:		CROS	incui	MA DE	INVESTIM	FNTOS **
ege ogs Later der elevele de		C K O Y	1.J U K.	agent programme to the	**** * * * * * * * * * * * * * * * * *	****
					*********	ACHMILLADD **
** []	, NHA	SA			CUSTO	
<b>*</b> *			* /			* * * * * * * * * * * * * * * *
** ((	INST	RUIR	*	ą.	INICIAL	*DE SCUNTADO * *
* * * *	, 110 1	י אל אל אל א	rarakata	***	****	***
	, 4, 4, 1					* **
* *			<b>4</b>	•	0 2000	
* *	2 -	• 3	*	1983.*	00000	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •
* *			*	**		* **
**	4 -	. 5	<b>4</b>	1983.4	0.4400	* 0.4400 **
**			*	1000		* **
		,		ነ ጠ ነገሪ ያ		* 0.5214 **
<b>*</b> *	1 -	• 6	*	L984•*	0 0 0 0 0	
* *			Χ¢	Ç.		<b>*</b> . <b>*</b> *
* *	1 -	- 2	*	1986.	0.6500	* 0.0103 **
* *	-	-	±4.	k .		<b>*</b> * *
***	منديدنا	د بد بد بد د	- 3- 4- 4- 1		****	* * * * * * * * * * * * * * *
***	<b>ጉ ጭ ጭ</b> ሳ	* * * * *	***	را موروبات استان ما راه موسیق ماسیان ما		المراجعة الماء
* * * *	<b>***</b>	****	** * *	* * * * * * * *	***	*****

Tabela 5.2.5 - Política de expansão obtida com critério de segurança di nâmico.

A comparação dos dois quadros mostra uma grande diferença entre os custos das políticas apresentadas, sendo a segunda 39,52% mais econômica do que a primeira.

O primeiro método concluiu o processamento com a lista ABERTO vazia - ou seja, a política encontrada é a ótima - em 3 segundos, tendo gerado 23 configurações e efetuado 266 análises de contingências. A configuração terminal do caminho correspondente à estratégia ótima é a de número 19, obtida em 2,58 segundos. Esta foi a segunda estratégia encontrada pelo algoritmo.

O segundo método conclui o processamento também com a lista ABERTO vazia - solução ótima - em 11,88 segundos, gerando neste tempo 13 configurações e efetuando 161 análises de contingências. A configuração terminal da estratégia ótima é a de número 7, sendo que esta foi a primeira estratégia encontrada pelo programa, em 8 segundos de processamento. O programa gerou quatro estratégias. Neste caso não foi empregado o método conjunto estático-dinâmico de análise de contingências, visto não ser uma exigência, dado o pequeno porte do sistema.

# 5.3. SEGUNDO EXEMPLO.

Como segundo exemplo, coloca-se um sistema mais complexo, constituido por 17 barras, 8 das quais de geração e 23  $1\underline{i}$  nhas de transmissão, cujo diagrama unifilar é apresentado na figura 5.3.1.

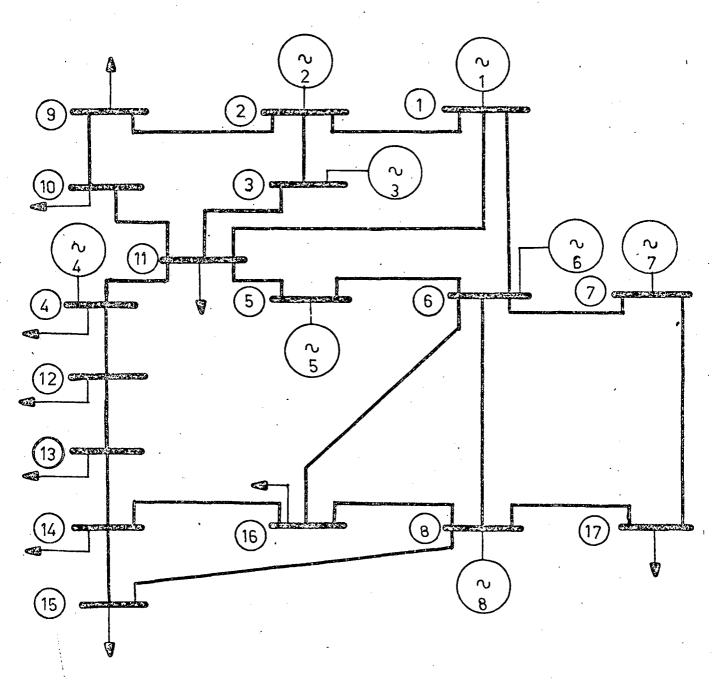


Figura 5.3.1 - Diagrama unifilar.

Os parâmetros de maquinas, linhas e barras são listados a seguir:

Maquina	1	2	3	4	5	6	7	8
Reatan- cia Tran sitoria	0,0367	0,1039	0,0284	0,0241	0,0243	0,1352	0,1534	0,0800

Tabela 5.3.1 - Dados das máquinas.

	LINHAS DE TRANSMISSÃO  nº Barras Ti Impedancia (p.u.) Admitancia Limite Ter Distancia														
1.0	Barras	Ti				Limite Ter	Distancia								
n.	Terminais	po	Resistencia		paralela(pu)		(km)								
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23	1-2 1-6 1-11 2-3 2-9 3-11 4-11 4-12 5-6 5-11 6-7 6-8 6-16 7-17 8-15 8-16 8-17 9-10 10-11 12-13 13-14 14-15 14-16	1 2 2 2 3 2 1 1 3 2 2 3 3 2 2 1 1 2 1 1 1 1		0,0685 0,2072 0,2473 0,1063 0,2833 0,2118 0,1533 0,0547 0,0619 0,2628 0,1297 0,2347 0,4141 0,1545 0,3007 0,2611 0,1811 0,1164 0,0649 0,1005 0,0940 0,0586		9,8 3,52 3,20 7,84 2,80 3,50 4,85 12,00 10,00 2,90 5,50 3,50 1,90 4,50 2,00 2,00 2,00 3,84 5,00 8,45 6,50 12,00 6,00 10,00	218,85 167,50 199,92 85,93 61,57 171,22 123,93 174,76 197,76 57,12 102,43 189,73 90,00 124,90 65,36 56,75 146,40 94,10 207,35 81,24 142,49 300,31 187,22								
r	TPO		Tensão No minal(kV)	Impedanc Resistencia	ia p/km (p.u.) Reatancia	Custo	p/km								
	1		500		0,000313	0,00	20								
	2		230		0,001237	0,00	10								
	3		138		0,004601	0,00	0 7								

Tabela 5.3.2 - Dados das linhas de transmissão.

5.3.1.	Um	Planejamento	para cinco	estágios.
			1,000	

	•	INJEÇÕES			•
Ano Barra	1983	1984	1985	1986	1987
	_			,	
1	1,965	2,5108	3,0434	3,4116	3,6448
2	1,590	2,0317	2,4627	2,7606	2,9493
3	0,580	0,7411	0,8983	1,0070	1,0758
4	0,530	0,6772	0,8208	0,9201	0,9830
5	0,997	1,2740	1,5442	1,7310	1,8493
6	1,114	1,4235	1,7254	1,9341	2,0663
7	1,180	1,5078	1,8276	2,0487	2,1887
8	0,050	0,0638	0,0773	0,0867	0,0926
9	-1,040	-1,2000	-1,3200	-1,4000	-1,5000
10	0,000	-0,6000	-1,0300	-1,2000	-1,2500
11	-1,766	-2,1000	-2,5000	-2,8000	-2,8000
12	-0,585	-0,6800	-1,0000	-1,5000	-1,5000
13	-0,780	-1,0000	-1,3000	-1,3000	-1,3500
14	-0,628	-0,8500	-1,1500	-1,2000	-1,2200
15	-1,756	-2,0500	-2,1000	-2,1000	-2,1800
16	-1,320	-1,5000	-1,6000	-1,8000	-2,0500
17	-0,131	-0,2500	-0,4000	-0,6000	-1,0000
Demanda	8,0060	10,2300	12,4000	13,9000	14,8500

Tabela 5.3.3 - Dados de barras.

A utilização deste exemplo, sob as mesmas condições, pelos programas, levou aos resultados apresentados adiante, sendo a primeira estratégia a fornecida pelo método empregando análises de contingências estáticas e a segunda estratégia apresentada pela consideração de estabilidade dinâmica.

A taxa de desconto foi assumida como constante e de valor 10% ao ano, ou seja,  $\beta = 0.1$  ano 1.

Os resultados foram obtidos considerando análises de contingências nas 16 primeiras linhas de transmissão listadas , supondo que as demais não têm grande influência no comportamento do sistema.

Os quadros a seguir mostram os resultados. .

Considerando o comportamento estático, a política de expansão obtida é a descrita na tabela 5.3.4.

```
泰安 表示 化多次水 化多尔克 医多克克 医克尔克 医克尔克克 医克尔克 医克尔克 化二甲基甲基 化二甲基二甲基
** CRCYOGRAMA DE INVESTIMENTUS **
******************************
                      CUSTO ACUMULADO
                                       非华
** LINHAS A. 4
                   4:
              4.40
                   李安安全在南京在京安安中中安全中的大学中央中
                     INTOTAL * #DE SCONTADO**
** CUNSTRUIK*
1: 4
$C 5%
              1983.4
                      0.0530
                                0.0530
                                       X: 1/2
     6 - 10
              1954.
* 4
                      0.4125
     4 - 12
                                0.3773
2. 3
13. 2
                      U. 4755
        16
              よらじりゅぐ
$ 34
     3 -
              1935.4
                      0.6407
                                0.5710
        1.1
* *
        11
              1937.4
                      0.7707
              1937.*
                      0.8500
李 今中都 农 李水子 杂 罗沙尔岛 香 安全市 经存货 化安全电影 化安全电影 化安全 化电池 医多种 化二甲基甲基
```

Tabela 5.3.4 - Política de expansão obtida com critério de segurança estático.

O método proposto neste trabalho forneceu a estratégia mostrada na tabela 5.3.5.

```
ANU
       李永永文文亦亦亦亦亦亦亦亦亦亦亦亦亦亦亦亦亦亦亦亦
* *
        0.0030 *
            0.00030
   10
     15030
÷ 4
        0.1309
            0.1751
St 4:
               1: 4
: X
     よりひて。ホ
        U. 7077
   ll
```

Tabela 5.3.5 - Política de expansão obtida com critério de segurançadi nâmico.

Como no exemplo anterior, há uma diferença de custos substancial entre as duas estratégias. Embora neste caso a diferença percentual não seja tão grande como no exemplo 1, uma diferença de 19,05% não é de forma alguma desprezável diante dos custos reais envolvidos.

Há que se fazer uma análise do esforço computacional dispendido e isto será feito brevemente aqui. Foi limitado o tempo de processamento, conforme comentado em (3.4.6.4), mas a função h não é modificada. Para o primeiro método, foi fixado um tempo de 60 segundos, ao fim dos quais o programa tinha executado 1904 análises de contingências, gerado 80 configurações, sendo que a configuração terminal da melhor estratégia encontrada foi a de número 20. Esta estratégia também foi a primeira encontrada pelo algoritmo.

Para o método proposto neste trabalho, sem a combinação estático-dinâmico, foi delimitado o tempo em 900 segundos (=15 min). Durante este tempo o programa executou 688 análises de contingências e gerou 18 configurações. A configuração terminal da melhor estratégia encontrada foi a de número 8; esta estratégia também foi a primeira obtida pelo algoritmo.

Como se observa no exposto, o método proposto é comparativamente pouco eficiente diante do outro e isto se deve à com plexidade matemática envolvida no cálculo do domínio de estabilidade. Entretanto, os resultados são suficientemente favoráveis para que esta deficiência não seja preponderante.

5.3.2. Um Planejamento para 10 Estágios, considerando os 23 Ramos do Sistema.

O primeiro método - análise de contingências estáticaforneceu a estratégia dada na tabela 5.3.7.

		LHUCCOL	S			g andresses and common page to be the up a base
l'	1933.	[934]	15.65,	1986.	1937.	1933
	1.7500	2.5103	3.0434	3.4110	3.6448	3.7075
2	1.5900	2,0317	2.4627.	2. 760a	2,9493	3.0450
3	0.5300	0.7411	0.8983	1.0070	1.0758	1.1120
4	0.5300	0.6172	0.6208	0.9201	0.9830	1.0161
5	0.9570	1,2740	1.5442	1.7310	1.8493	1.5116
1 6	1.1140	1.4235	1.7254	1.9341	2.0663	2.1359
7	i.i300	1.5078	1.6276	2.045!	2.1857	2.2624
8	0.0500	0.0636	0.0773	0.0061	0.0926	0.0957
ğ	-1.0400	-1.2000	-1.3200	~1.4000	-1.5000	-1.5200
10	0.5	··0.5000	-1.0300	-1.2000	-1,2500	~1.3100
lii l	-1.7560	2.1000	-2.5000	-2.8000	-2.8000	-2.6300
l i ā	-0.3850	0.6300	0.000 $I-$	-1.5000	-1.5000	-1.7000
13	-0.7300	-1.0000	-1.3000	-1.3000	-1.3500	-1.3600
14	-0.6230	-0.8500	-1.1500	-1.2000	-1.2200	-1.2300
15	-1.7500	-2.0500	-2.1000	-2.1000	-2.1800	-2.2000
16.	~1.3200	-1.5000	-1.6200	·-1.8000	-2.0500	-2.1000
17	-0.1310	-0.2500	-0.4000	() . 5 () UU	-1.0000	-1.1000

1939,	1990.	1991	1992.
3.9933	4 • 2 ÷ 33	4:4095	400020
3.2313	3.4498	3.6166	3.7238
1.1786	1.2583	1.3192	1.3583
1.0770	1.1498	1.2054	1.2411
2.0262	2.1632	2.2078	2.3350.
2.2639	2.4170	2.5339	2.0090
2.3980	2.5601	2.6839	2.7635
0.1014	0.1083	0.1135	0.1169
-2.0000	-2.0000	-2.0300	- 2 • 0 5 0 0
1 -1.3700	-1.4200	-1.4200	-1.5000
-2.83000	-3.0000	. 1200 - 1200	-3.2500
1 -1.7400	1.9500	-2.0500 J	~2.1000
-1.4000	-1.5000	-1.5900	-1.0000
-1.2300	-1.3100	-i.5200	-1.5500
-2.3100	=2.3400 2.4500	=2.5000 -3.4300	~2.5500 ~2.5000
<b>→2.1500</b>	-2.4200	-2.4800 -1.5000	-1.0500
-1.1400	-1.4360	-1.00000	- 1.0000

```
abela 5.3.6 - Dados de barras.
Tabela
 * *
                                        * *
               1983.*
 * *
         lc
                       0.0630
                                 0.0630
                                        * *
         15
            2,5
      8
               1954.4
                       0.1038
                                        ¢ ¢
                                 0.1044
 * *
         12
                       0.4533
               1984.
                                 0.4207
                                        * *
                                        * *
      6
         16
                       0.5213
                                 0.4722
                                        * *
               1985.
 * *
                                        * *
 * *
     10
         11
               1985.*
                       0.9360
                                 0.0113
                                        * *
                                        * *
      2
          4
               1986.*
                       0.9791
                                 0.0437
 ķ $
                                        4 4
 * *
         11
               1987.4
                       1.1503
                                 0.9535
                                       * *
                                        孝 淳
                       1.2742
         11
                                 1.0336
                                        * *
               1988.*
 * *
                                        * *
               1990.*
 * *
          ó
            *
                       1.4417
                                 1.1168
                                        * *
 # #
                                        * *
 * *
            ::
     12
                                 1.1572
                                       * *
         13
               1990.*
                       1.5230
 * *
                                       * *
 * *
                       1.5000
                                       >⁄ x⁄
                                 1.1 334
 *********************************
```

Tabela 5.3.7 - Política de expansão obtida com utilização de critério de segurança estático.

Esta estratégia foi a sexta encontrada pelo algoritmo, em 112 segundos, tendo a configuração número 129 como extremidade. Em 120 segundos, o programa gerou 140 configurações e 8 estratégias de expansão.

O método de análise das contingências do ponto de vista dinâmico, sem pré-seleção de contingências por análise estática, deu como resultado a política dada na tabela 5.3.8.

**************************************																																		
		÷	:	*:	: :	: 1)	c 🔆		÷	ć	44	: 4:	*	* 4	< ;	: 4		*	(4.4)	: ;;	*	4	×c	10%	*	ųζ	\$ \$ \$	; ; ; ;	۲,	× .:	*	* :	*	称称
		۲.	4	3/27/	: 2	( γ		3,4	٥,٤	*	*4	: 🎄	200	<b>3</b> (1)	٠ ٪	< >;	:;;	>4	× 4	بر:	۲:	4:	3,4	X:	1	χc	* * 4	: *: >	¥ :		4.5	× ×	4:	X. X
**************************************																																		
** LINHAS A * AN() **		•			: 4	C 3!	ريا ۽																							sk sk:	14	ار بار		
***									_				•	4.	•		,.			• ••													• •	
** CONSTRUIR*       ** INTUIAL       ** OUSSCONTADO**         ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** ** **					1	. *	. 1 3	* 4.	د.		μ,	.,-		F		izi				٠.													٠.	
**************************************	٠				c	٠.		T			t : :			Ĺ	÷ 1,	H.	٠.										-				-			
**  **  **  **  **  **  **  **  **  **													-1-	.11					•	-	•	•		-	-			. ~ .			•			
**       6 - 16 * 1983.*       0.0030 * 0.0030 * * * * * * * * * * * * * * * * * *		-	•		,,	٠ ٦	4.	*	4	۸.	3. 4		4-	41.4	٠,	,	••		5° '1	٠ ٠٠	4,4	*	-	ሳ <sup>*</sup> ት	•	4.		. 4	•	ac ac	4	\$ X		
**		-	-											٠,			_		*			•	٠.						_					
***       8 - 15 * 1984.*       0.1038 * * 0.1044 * * * * * * * * * * * * * * * * * *						6	)	~~		i	6			į	۲,	<i>i</i> 3	3	•	ř		U	٠	U	62	<b>(</b> )			(	J	• U	0	3(		
**  **  **  **  **  **  **  **  **  **		*	*;									4						:	i:								*							ポポ
\$\delta\$       4       11       \$\delta\$       1935.*       0.2327 *       0.2059 *       \$\delta\$         \$\delta\$       4       12       \$\delta\$       1985.*       0.5822 *       0.4920 *       \$\delta\$         \$\delta\$       4       12       \$\delta\$       1987.*       0.7534 *       0.0068 *       \$\delta\$         \$\delta\$       2       9       \$\delta\$       90.7965 *       0.6329 *       \$\delta\$         \$\delta\$       7       17       \$\delta\$       1988.*       0.9214 *       0.7015 *       \$\delta\$         \$\delta\$       1       1989.*       0.9214 *       0.7015 *       \$\delta\$         \$\delta\$       1       1990.*       1.0027 *       0.7418 *       \$\delta\$         \$\delta\$       1       1990.*       1.0027 *       0.7701 *       \$\delta\$         \$\delta\$       6       16       1991.*       1.0657 *       0.7701 *       \$\delta\$         \$\delta\$       6       16       1991.*       \$\delta\$       0.7701 *       \$\delta\$         \$\delta\$       6       16       1991.*       \$\delta\$       \$\delta\$       0.7701 *       \$\delta\$         \$\delta\$       6       16		**	÷			8	}	-		1	5			1	. 9	1 6	4	•	Ÿ.		U		1	Оd	8		*	(	)	. 1	Û	44		なな
**		*	::									*							Ķ		•						×							* *
**       *		*	ķ.		•	4	}	٠.		1	1	*		1	S	rΞ	5		*		0		2	32	7		<b>*</b>	(	) .	• 2	U	59	)	¢ &
**		*	r,c								-	:		•					¦c								\$							75 K
**       *		2	٧.			4	,	_		1	>	1		1	Ċ	É	6	_ :	<b>;</b> ;		Ö	_	4,	82	2		*	(	) .	.4	ς	20		泰塚
47       3 - 11 * 1987.* 3.7534 * 0.00068 * * * * * * * * * * * * * * * * * * *		٠,	z,			,	'			•	•			•		•		•	ķ	•	•		_	-	_		ti	`	•		•	0		
**  **  **  **  **  **  **  **  **  **						2	l			î	1			٠ ;	C)	1	7	_ ;			ā.	_	7	53	4			(	1		à	43		
** 2 - 9 * 1988.* 0.7965 * 0.6329 **  **						_	•			٠.	-			•	. /	•	,	•	1:		C	•	,	ر ر				•	,	• •	J	00		
**  **  **  **  **  **  **  **  **  **						-	,	_			(3	*		1	c.	1 . 2	J				'n.		7	13.4	1-		•	,	١.	·	э	20		
** 7 - 17 % 1909. * 0.9214 * 0.7015 * * * * * * * * * * * * * * * * * * *						2		_			7			4	. ۲	(3	S	• 1	 		U	•	ŗ	<b>9</b> C	, ,			(	,	• 0	ز	27		
**  **  **  **  **  **  **  **  **  **			-			-				7	,	•		,	_			•	r L					<b>.</b>	,		•	,		.,				
\$\psi\$     12 - 13 \psi\$     1990.\psi\$     1.0027 \psi\$     0.7418 \psi\$       \$\psi\$     \$\psi\$     \$\psi\$     \$\psi\$       \$\psi\$     6 - 16 \psi\$     1991.\psi\$     1.0657 \psi\$     0.7701 \psi\$       \$\psi\$     \$\psi\$     \$\psi\$       \$\psi\$ <td></td> <td>•</td> <td>٠.</td> <td></td> <td></td> <td>. 1</td> <td>•</td> <td></td> <td></td> <td>Ĺ</td> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td>1</td> <td>. `7</td> <td>Ü</td> <td>7</td> <td>•</td> <td></td> <td></td> <td>()</td> <td>Ð</td> <td>9</td> <td>21</td> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td>(</td> <td>,</td> <td>• 1</td> <td>U</td> <td>10</td> <td></td> <td></td>		•	٠.			. 1	•			Ĺ	1			1	. `7	Ü	7	•			()	Ð	9	21	4			(	,	• 1	U	10		
**		-			_	_																	٠.		_									
** 6 - 16 * 1991.* 1.0657 * 0.7701 **  **  **  **  **  **  **  **  **  **					l	. 2				1.	3			i	. 9	9	O	•	ř		ì	٠	U	02	7			(	),	• 7	+	18		
* * * * * * * * * * * * * * * * * * *		-																,	<b>;</b> :								•							
*************************		*	Ŋ,			6	:	-		1	Ó	z¦¢		1	ç	Ç	1.	• :	ţc		1		0	65	7		*	(	)	. 7	7	01		* *
		ķ	40									1/4							ļ.								*							* *
一条 大水水水 水水水 农 张光永水 电水水 电水 经收收 化水水 电水水 电电水水 电电水电池 电电池电池		*	35	)( ::		: 3	: :	×	),c	'n	1.0	۲;	*	涂片		( <b>;</b> ;	4	☆ .	(* ×	٠,٠	*	ζ¢	*	**	*	*	水水片	s 🔆 🕏		* *	*	44	な	\(\dagger\);
		ş,	۲.	水水	: :;:	1	7	۶,٬۵	*	¥	<b>4</b> (3)		\$	* *	: *	7	*	ж.	* *	1,4	×	*	X:	**	<b>;</b>	*	* * 4	< * * *			4	* *	<b>)</b> (	×:×

Tabela 5.3.8 - Política de expansão obtida com utilização de critério de segurança dinâmico.

A configuração extremidade foi a de número 18, obtida em 945 segundos. Esta foi a segunda estratégia obtida. Em 1200 segundos, o programa gerou 26 configurações e 2 políticas de expansão.

Com utilização de pré-seleção de contingências por aná lise estática, a solução é exatamente a mesma, sendo que a configuração extremidade é a de número 17, obtida em 252 segundos de processamento. A redução de 73% no tempo de computação necessário para encontrar a solução ilustra a vantagem do uso do método com binado de análise de segurança. O programa gerou 21 configurações

em 320 segundos.

Comparando com o método estático, ainda se observa uma disparidade de eficiência razoável - tempo 125% superior - mas a economia obtida na estratégia encontrada, 35,2%, é mais do que compensadora.

#### 5.4. TERCEIRO EXEMPLO.

# 5.4.1. Um Planejamento para 5 Estágios.

Este, que é o último exemplo colocado, é o sistema de potência sul-brasileiro, da empresa ELETROSUL, aqui apresentado algo simplificado mas mantendo a ordem de grandeza que é o motivo de sua apresentação. Segue a descrição do sistema com suas 35 barras e 55 linhas de transmissão.

A tabela 5.4.1 da a enumeração das barras e os respectivos vetores de injeção previsionais.

	1	<del></del>	· <del>· · · · · · · · · · · · · · · · · · </del>		
		AMARCOL	ς .		
, ,	1983.	1984,	1985.	1935.	1937,
12345678901234567890123456789012345	11.73.1000 12.000000000000000000000000000000000000	12.00 13.40 13	00000000000000000000000000000000000000	15.49.500 15.49.79.52 15.49.79.500 15.49.79.500 12.1000 12.1000 12.1000 12.1000 12.1000 12.1000 12.1000 12.1000 13.1000 14.1000 14.1000 14.1000 14.1000 14.1000 14.1000 14.1000 16.10	14.537.533300 14.537.533300 15.42.70 16.42.70 16.42.70 16.42.70 17.533300 17.53300

Tabela 5.4.1 - Dados de barras.

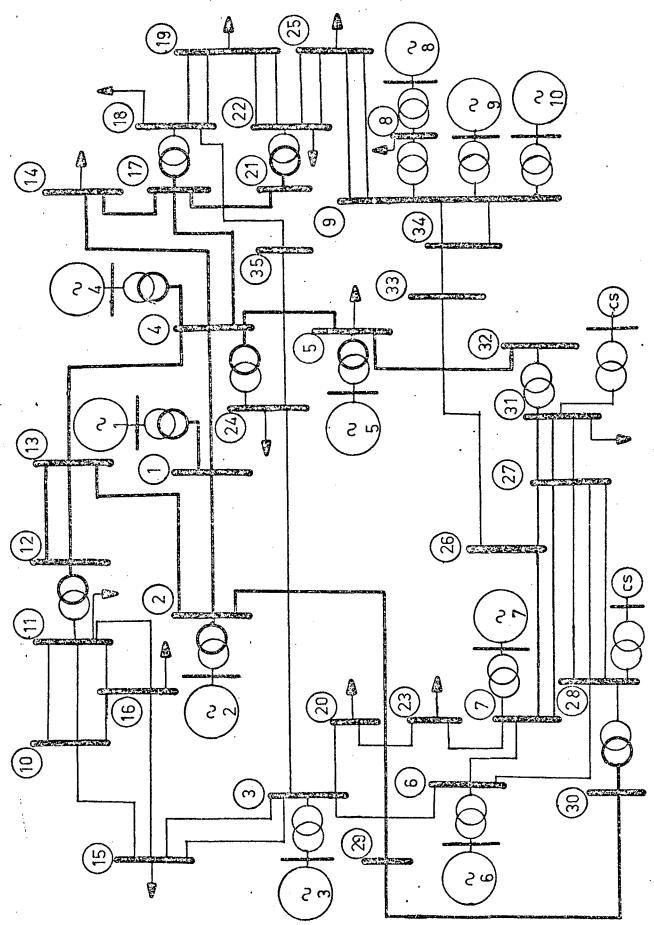


Figura 5.4.1 - Diagrama Unifilar.

As reatâncias das máquinas, somadas às dos respectivos transformadores, são dadas na tabela 5.4.2. As máquinas 9 e 10 foram substituídas por uma com reatância equivalente.

DADOS U	SAMILCAM ZAF
NUMBER	PEAT. TRANS.
1	0.0254
· 2	0.0357
3	0.0467
3 4 5	0.0308
5	0.0003
0	0.0714
7	0.1445
8	0.2555
9	0.0779

Tabela 5.4.2 - Dados de Máquinas.

Os dados das linhas de transmissão são dados nas tabelas (5.4.3) e (5.4.4). Observe-se que há quarenta linhas distintas - as quarenta primeiras da lista - sendo as de números 41 a 55 duplicatas de outras já listadas. Do nº 56 em diante, são dados os transformadores.

Na figura 5.4.1 é dado o diagrama unifilar do sistema original.

Considerando análises de contingências nas 40 primeiras linhas de transmissão listadas caracterizando os quarenta ramos do sistema, foram obtidos os resultados colocados a seguir.

- 1º) O método de análise de contingências estático levou à política de expansão dada na tabela 5.4.5.
- 2°) Análise de contingências dinâmica, pelo método de Liapunov, com pré-seleção estática de contingências (sem o que, o método é impraticável) levou à política dada na tabela 5.4.6.

Novamente, a estratégia apresentada pela análise do comportamento dinâmico é mais econômica.

A diferença, neste exemplo - 10% - não é tão acentuada como nos anteriores, devendo-se isto ao fato de que a restrição de limites térmicos é mais preponderante do que a própria estabilidade. À medida que os limites térmicos decrescem, as duas po

NO. BARRAS TIPO COMPRIMENTO IMPROMICIA	
	LIMOTERMO
1	2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3

Tabela 5.4.3 - Dados das linhas de transmissão.

TIPO DE LINHA	TENSAO NOMINAL	CUSTO P/KA	IMPEDANCIA POR KM
1	525.00	0.001170	0.0000030.000117
2	230.00	0.000530	0.0001920.000981

Tabela 5.4.4 - Identificação das linhas.

líticas se aproximam.

```
CRONDGRAMA DE
             INVESTIMENTOS
******
                 *DESCONTADD**
 CONSTRUIR*
             NICIAL
1983.
             0.0504
                    0.0504
             0.1114
     28
        1983.
                    0.1114
        1984.
             0.1620
                    0.1572
  18 -
  27 - 28
             0.2124
        1985.
                    0,1585
     33
             0.2389
                    0.2181
             0.3000
                    0.2590
     28
        1987.
    .20
             0.3465
                        * *
农务水本安长 毒水 农家 化分本水 不言不语 有的女女 化环 化水 为水水 化水水 本 经未完 表现 水水 本
```

Tabela 5.4.5 - Política de expansão obtida cons<u>i</u> derando análise estática da segurança.

```
表 教教教教 衣衣奉衣 数数存货 新花 经存货 医衣衣 医衣衣 经存货 医皮肤 经收益 化异环烷 化异环烷 化异环烷
CROALGEAMA DE INVESTIMENTOS
               李水水水水水水水水水水水水水水水水水水水水水水
                  USTE
                     ACUMULADO
** LINHAS A *
              ****************
                     *PESCONTADO**
               INICIAL
 CONSTRUIF *
              4
14 X
* *
                0.0504
                        0.0504
           1983.*
      23.
                        0.1010
           1983.4
                0.1010
   18 -
* *
* *
                        0.1520
                0.1620
      28
           1983.*
   6 -
* *
                        0.2033
                0.2124
           1985.4
* *
   27 -
      28
                        0.2377
                0.2589
           1986 *
      20
                              200
$ X
```

Tabela 5.4.6 - Política de expansão obtida considerando análise dinâmica da segurança.

A primeira estratégia (tabela 5.4.5) foi obtida com 195 segundos de processamento, sendo a primeira estratégia encontrada pelo algoritmo, tendo a configuração nº 29 como extremidade. Observa-se que foram geradas 100 configurações e 8 estratégias no tempo limitado em 300 segundos.

A segunda estratégia (tabela 5.4.6) foi obtida com 332 segundos de processamento, sendo também a primeira encontrada. A configuração extremidade foi a de número 49. Este programa gerou 70 configurações e 8 estratégias em 500 segundos, limitação de tempo imposta.

# 3.4.2. Um Planejamento para 10 Estágios.

A tabela 5.4.7 mostra os vetores de injeção considerados para este estudo. Os resultados são dados nas tabelas (5.4.8) e (5.4.9) obtidas por análise de segurança estática e dinâmica, respectivamente.

O algoritmo empregando análise estática obteve a solu-, ção mostrada (primeira encontrada) em 430 seg. com a configura-ção número 48 como extremidade. Em 730 seg. o algoritmo gerou 91 configurações e 17 estratégias.

O algoritmo que emprega o método combinado estático di nâmico obteve a solução apresentada (primeira encontrada) em 990 seg. com extremidade na configuração 113. Em 1200 seg. o algoritmo gerou 134 configurações e 2 estratégias.

A comparação das duas políticas mostra uma economia de 9,5% favorável à segunda.

																			-						-		
	766	10.0242	0.726	0.000 6.000 7.000	. 55.7	. o 13	9 T &	こうせって	766.	:) c	0.0 4.790	ند	3.400 0.000	, 000 7	•	1.257	6.00 0.00 0.00	1 • a ? U	يازي مز	•	) 	7,0100		•	9000	) ) () ()	•
	j l e	10.4040	633	• 444 • 650	400	210.	0 1 1 0 1 1 0 1 0	7.4.7.7.7.7.7.7.7.7.7.7.7.7.7.7.7.7.7.7	• 90¢	•	4.790	•	0.405	7. C V V V T C	•	1.205	0 c c c c c c c c c c c c c c c c c c c	1 . 870	20800	•	- CT • C	, o . c . c . c . c . c . c . c . c . c .	20.0	٥		(A)	• •
	7,	10.320i 18.5370	0.017	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	.342	φ. (C)	<u>)</u> + 0 + 0	2 * + 4 2	400.	<b>&gt;</b> :	4.741	رم	.443	4.00 4.00 5.00	•		5,000 5,000 5,000	1.0.7	3.000	•	0,11,0 0,11,0 0,0		) 	•			• •
•	1.4 0.4.		4 5 5 5 4 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	* 7.4 5.0 5.0 5.0	314	ငှင်ငံ	1 t C	7 * 4 % C	.903	<b>.</b>	4 • 741	Q	3.432	• \$003	4 . 130	1.22		1	ن <u>. ٦</u> ٠٤	•	720.0	00/-		•	5 5 5 5 5	3 . 500	-1.3420
	भुंध उ.	16,2107	0.540 0.00	0 + 4 4 4 4 6 + 5 2 d	500°	, 602	0.40	2.431	. 9B5	្:		¢	3.300 3.00	<b>∵</b> . 4,9,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,		1,100		1. 70 S	3, 795	•		7.00		•	4.570	3.000	c •
ÕE	1937	14.4550	4.402 5.402	5.821	. 720	ا ال ال	• 1 4 5 4 4 5 4 4	2.200	. 700.	e	4,300	•	3,000 3	4,500	(د،	coö.	5.30 3.40 3.00 3.40 5.40	1,000	3.400	•	ウマウ・サ ウマウ	6. s		•	3.0 5.00 5.000	2.730	6
NI			20°C	• • • • • •	15.	• •	77.	7. · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	09.	•	6 • 0 4 • 1 70	α •	2.902	) †°° †°°	الا ت	<u>.</u> જ	کر د د ت	1.51	3.17	•	ジャ・キュ	0:0 <b>~</b> 0:0	· •	•		040.7	0500
	1985.	0245.41		3700	, 22,	164.	077.	2.000	.530	್ಳ	4, 130	, 730	2.530	2.4. 3.6. 3.0.	500	0.500		1.400	3.100	•	007.4			•		2,425	1,0000
		6848.81 4008.51	3.03.		.033	) ) ) ,	111.	100-11 100-11	<b>.</b> 5 6 €	္ (	), C ), 4 ); 3 ); 3	ا ا ا	6-163	2.70	3.21	0.460		1,310	2.845	• 	0 / 0 * 0 0 / 0 * 0	5.0 3.0 3.0 0.0		•	7.200	2 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	10.4500
	35.	13.2500		. 10 . 10 . 10 . 10 . 10 . 10	, ac 0	0++•	ان د ان د	0 4 5 6 4 0 4 5 6 4	.230	<u>ر</u> د	ان د د د د د د د د		2.020	4.270	100	Ŝ.		1.25.0	2.73	•	7. 4. 0.4. 0.4.	5.00 5.00 5.00 5.00	)   	•	) - - - - -	1,770	ο.
		~	i:M\	† :C	(v)	~	ກເ																				4.0

Tabela 5.4.7 - Dados de barra para um planejamento para 10 estágios.

```
$ CUSTO ACUMULADO **

****************
1983.*
             0.0504
                    0.0504
     23
         1933.*
             0.1114
                    0.1114
             0.1620
  18 -
     19
         1934.2
                    0.1572
             0.2124
  27 --
     28
         1935.
                    0.1335
             0.2339
                    0.2181
             U.2855
                    0.2493
     20
         1957.4
     23
             0.3405
         1.937.
                    0.2902
             0.3525
  27 -
     31
                    0.2938
         1988.*
             0.4401
                    0.3470
```

Tabela 5.4.8 - Política de expansão obtida considerando análise estática de segurança.

* * * * * * * * * *	*****	*** * * * * * * * * * *	******
* * * * * * * * * *	*****	** * * ** * * * * * * * *	****
** C	RENOGRAMA DE .	INVESTIMENT	OS **
* * * * * * * * * *	* * * * * * * * * * * * * * * * * * * *	*** *** ** **	**** * * * * * * *
** LINHAS	A * *	CUSTO ACU	MULTUD **
杂类	* 4110 **	************	************
** CONSTR	UIRA	INICIAL *DE	SCONTADORA
<b>安安安安 安寿安安安</b>	古古水水水 各年本本大大大	*** * * * * * * * * * * * * * * * * * *	女女女女 女女女女女
٠ <b>ૠ</b> 🛠	· * *	**	茶茶
44 27 ··	28 * 1983.*	0.0504 *	0.0504 <b>*</b> #
华 华	* *	*	* *
** 18 -	15.* 1983.*	0.1010 *	0.1010 **
<b>* *</b>	*	*	. * *
** 6	28 * 1983.*	0.1020 *	0.1020 **
* *	* *	*	***
** 21 -	28 * 1955.*	0.2124 *	0,2033 **
<b>* *</b>	* *	*	* *
\$ × 9	33 * 1935.*	0.2389 *	0.2229 **
本本	*. *	*	<b>*</b> \$
** 3 <del>-</del>	20 4 1936.4	U.2355 ★	0.2514 44
* *	* *	*	がお
** 6 -	28 * 1988.*	0.3405 *	0.2944 **
\$ <b>*</b>	<b>*</b> *	*	<b>本本</b>
	23 * 1988.*	U:5910 *	0.3218 **
* *	* *	**	** *
** 21 ·~	31 4 1988.4	0.3576 *	0.3254 **
* *	* *	*	* *
** 5 -		1).7675 *	0.0134 水水
ķ ¢	* *	*	* *
* * 1 ···	4 * 1992.*	U.7107 *	0・5・1つ キキ
**	* *	*	**
	****		
* * * * * * * * * * * * * * * * * * * *	**********	tata k da k k daka k	<b>建长水水水水水水水水</b>

Tabela 5.4.9 - Política de expansão obtida considerando análise dinâmi ca de segurança.

# 5.4.3. Um Planejamento para 15 estágios.

A tabela 5.4.10 mostra os vetores de injeção para os cinco anos adicionais.

1	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	1								
INJECUES										
<u>او د ۱</u> ۹۹	19540 19950 19900 1	çç 7 <b>,</b>								
16.963	17.472 17.091 18.040 18	100								
19.010		.771								
15.941	16.420 16.314 16.961 17	.043								
6.844	7.049 7.210 7.201 7	.310								
5.541	5.707 5.344 5.695 5 0.344 0.065 0.371 0	0724								
0.153	0.154 0.164 0.162 0	103								
5.130	5.33d 5.464  5.512  >	•539								
-2.500 -3.400	-2.560 -2.100 -2.750 -2 -3.430 -3.500 -3.550 -3	.000								
10.0		:000								
0.0	0.0   0.0   0.0   0	•Ú								
-2.800		.500 .300								
-3.500	-3.000 -3.200 -3.200 -4	.000								
0.0	0.0   0.0   0.0   0	, Ų								
-5.300		007.								
-4.320 -1.300										
0.0	0.0 0.0 0.0 0	.0								
J-6.250		• 0 U Ü								
-2.000 -3.850		.200								
-2.000	-2.05d -2.100 -2.100 -2	·LUU								
-5.200		.500								
-7.900 -7.900	9.800  9.900  9.950  10  7.950  8.000  8.000  8	.000								
0.0	0.0 0.0 0.0 0	.0								
0.0	0.0 0.0 0.0 0.0 0	•0								
-9.700		.000								
3.300	3.500 -3.700 -3.750 -3	•300								
1-1.400	-1,500 -1,650 -1,684 -1	• 700								
-2.000	-2.050 $-2.100$ $-2.100$ $-2$	• 1 () ()								

Tabela 5.4.10 - Dados de barra adicionais para 15 estágios.

Os resultados são mostrados nas tabelas 5.4.11 e 5.4.12 que são, respectivamente, as políticas de expansão dadas pela consideração da estabilidade estática e estabilidade transitória.

Em ambos os casos a solução mostrada foi a primeira en contrada pelo algoritmo de expansão. O algoritmo que emprega analises estáticas gastou 520 seg. enquanto que o algoritmo que emprega o método combinado estático-dinâmico consumiu 1100 seg. O primeiro gerou 3 estratégias em 600 s e.o segundo gerou 6 estratégias em 1200 s (27 em 2400 s). A economia obtida pelo uso do método de Liapunov foi de 25,7%.

					•			•
**************************************		.1572			0.5470 ### 0.4441 ###			0.0040 ******* ******** São obti
**************************************	*** 050°0 *** 4 7111°0	.162	* 4 5352 ° 0 * 4 5352 ° 0	0.3405 ***	0.4401 # 0.6357 #	0.9455 # 1.0134 #	1.3143 1.3048	1.5093 ************************************
44 44 46 44 44 44 44 44 44 44 44 44 44 4	1000 1000 1000 1000 *******************	1985	1986.	1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 100	2 1 2 3 0 ° 4 ° 4 ° 4 ° 4 ° 4 ° 4 ° 4 ° 4 ° 4 °	* * * * * * * * * * * * * * * * * * *	1993. 1955.	4 1990.8 4446.4444 4448.4444 1 - Polít
A & & & & & & & & & & & & & & & & & & &	28 8	c v	. 33 - 20 - 20	26 - 31	- 23	38 32	30 -	5 ** C 4 * 4 * 4 * 6 * 6 * 6 * 6 * 6 * 6 * 6 *
本本本本本本本本本本本本本本本本本本本本本本本本本本本	** 27 ** 6	** 18	on m	2 C	O 17	**************************************	29 1 E	2. 2. 4. 4. 4. 4. 4. 4. 4. 4. 4. 4. 4. 4. 4.

 SNA

# LINHAS

9040.0

0.0504

1903.4

28

ſ.

经格特特特特的

0.101.0

0.1C10 0.1c20

1903 1903 1405 1405 1405

33

ζ. Κ. Α.

ţ

v

华 华 济

ŧ

0.1020

0.2229 0.2229 0.2574

0.2124

0.2349

1986.\*

作功准等指挥力指指力经济和政治

0.2825 0.3405

2

ş 1

0.3216

0.3910

ş

. 2 2

36

0.2544

0.5415

0.7075

0,7707

0.5601 0.5851

0.8272

0.8551

**\*\* 8561** 

į

24

\* \* \*

သ

16000

0.9371

1995.\*

22

ŧ

46

外兴计

0.3254

0.3576

. Tabela 5.4.12 - Política de expansão obtida

化非特殊的 经存货的 经存货的 经有效的 化二氯化 经经济的 经经济的 医生物的 医生物的 医生物的

好好的好好的 的复数好好的的 好好的的 医多种的 医多种的 医多种的 医多种的 医多种的

considerando análise de con tingências dinâmica.

con

ф

considerando análise

tingência estática

### 5.5. CONCLUSÃO.

Foram mostradas aplicações práticas com o objetivo de discutir a viabilidade do método proposto no presente trabalho. Foram utilizados três exemplos diferentes: um, de pequeno porte para o qual se solicitou um planejamento dentro de um horizonte de cinco anos, outro, algo maior, para o qual se solicitaram pla nejamentos para cinco e dez estágios e um terceiro exemplo, de porte relativamente elevado com o qual se pretendeu mostrar a applicabilidade do método a grandes sistemas. Solicitaram-se plane jamentos para cinco, dez e quinze estágios e o resultado, em todos os casos, foi favorável ao método proposto.

Maiores comentários a respeito dos resultados terão  $1\underline{u}$  gar no próximo capítulo.

## 6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS.

#### 6.1. CONCLUSÕES.

Nos capítulos anteriores, que descrevem o objetivo e o teor do trabalho, mostrou-se a aplicação do critério de estabilidade transitória no planejamento da transmissão, que é, em suma, a proposição deste trabalho.

No capítulo 2, descreveu-se o método de análise de estabilidade transitória de Liapunov, em que se baseou a análise de contingências utilizada na elaboração do programa computacional, empregando as simplificações lá citadas, ou seja, o uso dos limites inferiores como apontadores na pesquisa da face de tangência e o uso de apenas uma iteração do método de Newton-Raphson para cálculo do ponto de tangência.

O capítulo 3 foi destinado a descrever o algoritmo de busca em grafo utilizado para procura de uma política de expansão para solucionar o problema do planejamento, assim como o emprego do contexto do capítulo 2 na geração de sucessoras de configurações foi mostrado no capítulo seguinte.

O capítulo 4 foi destinado a introduzir o segundo méto do de Liapunov para análise de segurança de sistemas de potência no algoritmo de busca em grafos e definir a heurística empregada.

Até então, procurou-se enfatizar a menor conservatividade do método ora proposto em relação àquele que utiliza análises de contingências estáticas, o que levaria a um planejamento mais econômico, uma vez que há mais proximidade à realidade do comportamento do sistema. Esta afirmação foi comprovada diante dos resultados obtidos no capítulo 5, o que vem ao encontro do objetivo do trabalho.

Há certas considerações a fazer a respeito do método proposto e heurística empregada o que se fará a seguir, após o que são citadas algumas sugestões para futuros trabalhos, no sentido de aprimorar o método.

## 6.1.1. Sobre a Heuristica.

A heurística - h - empregada como definida no (4.5) em função da máxima demanda atendida pela configuração estudo se mostra eficiente em uma certa faixa de valores. Se valor de h for muito inferior ao custo de uma estratégia, o que sem dűvida o é quando se faz  $c^{min} > \hat{h}^{max}$ (4.5), o algoritmo é pouco eficiente embora seja admissível. A garantia de admissibilidade pode não ser compensadora, uma vez que o algoritmo a ter um comportamento similar ao algoritmo de Dijkstra e, de porte elevado, o tempo de processamento pode se tor nar proibitivo. Por outro lado, se a parcela heurística tiver um valor muito superior ao custo de uma estratégia, o algoritmo terá uma forte tendência a estabelecer uma estratégia incremental a princípio, ciclando posteriormente à procura de novos caminhos. Este não é o comportamento mais eficiente mas é interessante quan do o tempo disponível não é grande, pois ele gera uma estratégia rapidamente.

Se a parcela heurística tiver valor não muito superior ao custo de um caminho, ou, dito de outro modo, o custo do caminho for não muito inferior a 1, valor máximo de ĥ, o algoritmo terá um comportamento satisfatório, procurando quase diretamente o caminho ótimo. Enquanto as duas primeiras afirmativas a respeito de ĥ são facilmente dedutíveis, a última é observável no capítulo anterior, quando a cada exemplo se observou o tempo gasto para encontrar o caminho e o número sequencial de geração da configuração extremidade do caminho. Em quase todos os exemplos, o caminho solução foi o primeiro encontrado pelo algoritmo, e, a julgar pelo número de outros caminhos gerados e a tendência de crescimento observada nos custos destes caminhos, a estratégia da da como solução tem uma boa possibilidade de ser o caminho ótimo, quando não o é explicitamente.

## 6.1.2. Sobre o Método Empregado.

A utilização do critério de estabilidade dinâmica leva

a resultados de planejamento substancialmente mais econômicos do que a utilização de critérios estáticos considerando 36° como defasagem máxima. O esforço computacional acrescido com o cálculo de domínios de estabilidade é considerável, onerando o processamento; entretanto, este ônus pago no processamento é largamente suplantado pela economia obtida no resultado final.

Note-se, no entanto, que, embora o algoritmo tenha sido colocado em função de domínios de estabilidade dados pelo procedimento descrito no capítulo 2, não é essencialmente dependente disto, e todo e qualquer desenvolvimento do método que venha a melhorar sua eficiência e rapidez, atuará no mesmo sentido na eficiência do algoritmo de expansão. Sabe-se também que o domínio de estabilidade calculado pelo método aqui empregado é algo conservativo. Se esta conservatividade puder ser minorada, o planejamento que se obterá, então, será ainda mais realista, com efeitos imediatos sobre a economia - que será favorecida. Assim qualquer método de análise de segurança mais eficiente e/ou mais realista do que o utilizado neste trabalho pode substituí-lo na solução do problema do planejamento da transmissão, de maneira a ainda melhorar o resultado final seja em velocidade de cálculo ou economia na estratégia encontrada.

A "pré-análise" de contingências estática, colocada como selecionamento de contingências para aplicação do segundo método de Liapunov possibilitou uma aceleração considerável para o algoritmo, sendo isto evidente com a comparação efetuada no exemplo (5.3.2).

## 6.2. SUGESTÕES PARA OUTROS TRABALHOS.

De imediato, na aplicação do algoritmo, faz-se sentir a necessidade de pré-selecionar rapidamente as contingências mais importantes para análise, deixando-se então de efetuar um grande número de análises de contingências inexpressivas, ganhando com isto uma grande parte do tempo de processamento. Este é um estudo que pode vir a ser desenvolvido, tendo aplicação não somente

em planejamento, mas também em operação onde se requer velocidade na monitoração do sistema.

Outra sugestão, relacionada com o resultado final, é a de incorporar ao algoritmo de expansão do sistema de transmissão um algoritmo de remanejamento de geração, com o que se lograria uma utilização ainda mais racional do equipamento, com reflexos diretos na economia.

Sugere-se, ainda, o desenvolvimento de um método para otimização da expansão de uma configuração, através da identificação da linha cujo acréscimo leva à melhor situação em relação a segurança. Assim, o acrescimo desta linha pode levar à segurança que só serta possível com acréscimo de duas ou mais linhas se guindo o critério de adicionar linhas em paralelo com as que se mostraram sobrecarregadas. Também a modificação da topologia por criação de novos ramos pode proporcionar um melhor desempenho do algoritmo de expansão de configurações no sentido de suprimir so brecargas.

## REFERÊNCIAS

- [1] El Abiad, Ahmed H; Nagappan, K.

  "Transient stability regions of multimachine power systems".

  IEEE transactions on PAS vol 85, nº 2, february 1966.
- [2] Fonseca, L.G.S.; Cogo, J.R.; Borenstein, C.R.

  "Determinação de domínios de estabilidade assintótica para, sistemas de potência com n máquinas".

  II Congresso Brasileiro de Automática Florianópolis, set. 1978.
- [3] Fonseca, L.G.S.; Borenstein, C.R.

  "Planejamento a curto prazo do sistema de transmissão de energia elétrica com restrição de estabilidade transitória".

  ' I Congresso Brasileiro de Energia Rio de Janeiro, Dez 1978.
- [4] Prabhakara, F.S.; El-Abiad, A.H.

  "A simplified determination of transient stability regions for Lyapunov methods".
- [5] Willems, Jacques L.

  "Direct methods for transient stability studies in power system analysis".

  IEEE transactions on automatic control, vol AC-16 n° 4, Aug 1971
- [6] Stott, B.; Marinho, J.L.

  "Linear programming for power-system network security applications".

  IEEE transactions on PAS, Vol 98, n° 3 May/June 1979.
- Fonseca, L.G.S.; Borenstein, C.R.

  "Análise de custo e segurança no planejamento da transmissão de energia elétrica".

  V Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia E-létrica.

Recife - PE - Novembro 1979.

- [8] Gonzaga, C.C.
  - "Estudo de algoritmos de busca em grafos e sua aplicação a problemas de planejamento".

    Tese de D.Sc. UFRJ 1973.
- [9] Doulliez, P.J.; Rao, M.R.
  "Optimal network capacity planning: a shortest-path scheme".
  Operations Research, vol 23, no 4 July/August 1975.
- Comozatto, Izaltino; Ferreira, Luiz Carlos; Pinheiro, Solange "Estudo de alternativas ótimas de expansão de um sistema de energia elétrica por algoritmo de busca em grafos com heurística".

  LV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia
  - IV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica - Rio de Janeiro, RJ, 1977.
- Borenstein, C.R.

  "Planejamento a curto prazo do sistema de transmissão de energia elétrica com restrição da estabilidade transitória".

  Tese M.Sc. UFSC 1977.
- [12] Cogo, J.R.
  "Determinação de domínios de estabilidade para sistemas de n máquinas".

  Tese M.Sc., UFSC 1977.
- Doulliez, P.J.; Rao, M.R.

  "Capacity of a network with increasing demands and arcs subjected to failure".

  Operations Research, vol 19, no 4 pp 905-915 (1971).
- Doulliez, P.J.; Rao, M.R.

  "Maximal flow in a multi-terminal network with any are arc subjected to failure".

  Management Science, vol 18, nº 1, sept 1971 pp. 48-58.
- Hart, Peter E.; Nilsson, Nils J.; Raphael Bertram
  "A formal basis for the heuristic determination of minimum cost
  paths".

IEEE transactions of systems, science and cybernetics vol SSC-4,  $n^{\circ}$  2, July 1978.

- Debs, A.S.; Benson, A.R.

  "Security assessment of power systems"

  Proceedings engineering foundation conference on systems engineering for power: status and prospects

  Henniker, N.H.; August 1975.
- [17] Chan, S.M.; Schweppe, F.C.

  "A generation reallocation and load shedding algorithm".

  IEEE transactions on Power Apparatus and Systems, vol PAS-98, n° 1 Jan/Feb 1979.
- [18] Kaltenbach, J.P.; Gehrig, E.H.

  "A Mathematical optimization technique for the expansion of electric power transmission systems".

  IEEE transactions on Power Apparatus and systems, vol PAS-89 nº 1, January 1970.

## APÉNDICE A

ALGORITMO DE EXPANSÃO DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO UTILIZANDO METODO DE ANÁLISE DE CONTINGÊNCIAS ESTÁTICO.

O algoritmo é fundamentalmente o descrito no texto do trabalho (cap. 3), diferenciando-se na análise de contingências do sistema de potência e, portanto, no gerador de sucessoras e deter minação do limite de viabilidade.

O procedimento é descrito a seguir:

Uma configuração,  $C^n$ , é obtida no estágio  $t^k$  (limite de viabilidade de sua antecessora). A cada estágio  $t^i$ , iniciando em  $t^k$ , tomando o respectivo vetor de injeções  $P^i$ , determinam-se os ângulos de barras  $\theta^0$ . A seguir, retira-se a linha de maior capacidade em cada ramo do sistema de transmissão e se observam as defasagens angulares entre os extremos das linhas (de transmissão). Se alguma defasagem ultrapassa  $36^\circ$  ou se há violação de limite térmico em alguma linha, o sistema é considerado so brecarregado, e deve ser reforçado. É dada a opção de reforço da linha retirada e, se for o caso, da linha cujo limite térmico foi violado.

É utilizado o modelo linear para cálculo dos ângulos de barras e os ângulos do sistema após a retirada da linha p-q são dados por

$$\theta - \theta^{0} = \alpha (B_{p}^{-1} - B_{q}^{-1}) \phi_{pq}^{0}$$

(ver texto, item 2.3.2).

# APÉNDICE B

CONCEITOS E DEFINIÇÕES DA TEORIA DE GRAFOS.

#### B.1. GRAFO.

Grafo é um par ordenado G = (N,M) onde:

N é o conjunto de nós de G

M  $\hat{e}$  uma família, M =  $(r_i)_{i \in I}$ , cujos elemento, ramos de G, satisfazem

 $r_i \in NxX$  ,  $i \in I$ 

. Um ramo é um par  $r=(n_1,n_2)$ , com  $n_1,n_2$  N , sendo  $n_1$  a extremidade inicial e  $n_2$  a extremidade final do ramo.

### B.2. REDE.

Rede  $\tilde{e}$  um grafo (N,M) que não contenha ramos do tipo (n,n), ou seja, laços.

## B.3. RAMOS E NOS ADJACENTES.

Dois ramos de um grafo G são adjacentes se tiverem, pe lo menos, uma extremidade em comum. Dois nos são adjacentes se fo rem extremidades de um mesmo ramo.

## B.4. CAMINHO.

Denomina-se caminho uma sequência de ramos tais que a extremidade final de cada ramo, excluido o último, coincide com a extremidade inicial do próximo.

## B.5. COMPRIMENTO DE UM CAMINHO.

O comprimento do caminho é dado pelo número de ramos que o compõem.

#### B.6. CIRCUITO.

Chama-se circuito o caminho no qual coincidem a extremidade inicial do primeiro ramo e a extremidade final do último ramo.

## B.7. CADEIA.

É uma sequência de ramos  $(r_1, r_2, ..., r_p)$  tais que cada ramo intermediário é ligado ao anterior por uma extremidade e ao seguinte pela outra.

# B.8. CICLO.

É uma cadeia em que as extremidades de  $r_1$  e  $r_p$  não ligadas a  $r_2$  e  $r_{p-1}$  coincidem.

## B.9. GRAFO CONEXO.

Um grafo é dito conexo se quaisquer dois de seus nos pos sam ser ligados por uma cadeia.

#### B.10. GRAFO PARCIAL.

Seja um grafo G = (N,M). Se  $M' \subset M$ , então (N,M') é um grafo parcial de G.

# B.11. SUBGRAFO.

(N',M') é um subgrafo de (N,M) se N'⊂N e M'⊂M e todos os ramos de M cujas extremidades estejam em N' estejam também em M'.

## B.12. CENTRO DO GRAFO.

Um no  $\bar{n}$  é um centro do grafo se qualquer no de N po de ser atingido por um caminho cuja extremidade inicial é  $\bar{n}$ .

### B.13. ARVORE.

É um grafo conexo sem ciclos. Em uma árvore cada par de nos pode ser ligado por uma única cadeia.

#### B.14. ARBORESCÊNCIA.

É uma árvore munida de um centro. Em uma arborescência, cada nó pode ser ligado ao centro por um único caminho.

# B.15. OPERADOR SUCESSOR.

Se um grafo G = (N,M) não tem ramos múltiplos, isto é, se  $(\forall \ r, \ r' \in M)$ ,  $r \neq r'$ , então o grafo é perfeitamente caracterizado pelo par  $(N,\Gamma)$ , onde  $\Gamma$  é o operador sucessor de G, definido por

$$\forall \bar{n} \in N \quad \Gamma(\bar{n}) = \{ n \mid (\bar{n}, n) \in M \}$$

ou seja,  $\Gamma(\bar{n})$  é o conjunto das extremidades terminais dos ramos cuja extremidade inicial é  $\bar{n}$ . Os nós em  $\Gamma(\bar{n})$  são denominados sucessores de  $\bar{n}$ .

## B.16. CONFIGURAÇÃO.

Uma configuração da rede básica  $(\bar{N}, \bar{M})$  (ou simplesmente configuração, se não houver dúvida quanto a  $(\bar{N}, \bar{M})$ ), é uma tripla ordenada C = (N, M, S), onde

- a)  $(N;M) \subset (\bar{N},\bar{M})$  é uma rede, chamada topologia da configuração C;
- b)  $S \in R^m$  é um vetor de estado, com cada componente  $S_i \in \sigma_i$  chamada estado do ramo i, sendo  $\sigma_i$  um conjunto de estados admissíveis associado ao ramo i.

# B.17. CAPACIDADE DE UM RAMO.

É conveniente, dentro do escopo deste trabalho, definir capacidade associada a um ramo da rede que modela o sistema para fins de avaliações de viabilidades.

Considerem-se os mapeamentos

$$\bar{\gamma}_i : \bar{\sigma}_i \rightarrow R , i=1,2,...,\bar{m}$$

que associam a cada estado admissível s  $\epsilon$   $\bar{\sigma}_i$  para o ramo i da rede básica, a capacidade  $\bar{\gamma}_i(s)$  do ramo i no estado s.

Dada uma configuração C = (N,M,S), particularizam-se os mapeamentos  $\gamma_i$ , definindo vetor de capacidades associado a C:

$$[\gamma(S)]_p = \gamma_p(S_p)$$
 ,  $p = 1, 2, ..., m$ 

## B.18. TRANSIÇÃO DE ESTADO ELEMENTAR.

Sejam duas configurações C = (N,M,S) e C' = (N,M,S'). (S,S') é uma transição de estado elementar se existe  $p \le m$ , tal que

$$S_k = S_k' \quad \forall k \neq p$$

$$S_k \neq S_k'$$
  $k = p$