

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E SISTEMAS

**DIMENSIONAMENTO, LOCALIZAÇÃO E ESCALONAMENTO  
DE SERVIÇOS DE ATENDIMENTO EMERGENCIAL**

**TESE SUBMETIDA À  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE:**

**DOUTOR EM  
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**JOÃO CARLOS SOUZA**

**FLORIANÓPOLIS - SANTA CATARINA  
BRASIL**

**16 DE DEZEMBRO DE 1996**

Para

Ana Regina, Marina e Eduardo;

Que são a razão de todos os esforços.

## AGRADECIMENTOS

- Ao Professor Antônio Galvão Novaes, que, muito mais que orientador, foi sempre um grande amigo. Sem ele, com certeza, esta tese dificilmente se completaria;
- À Professora Mírian Buss Gonçalves, que, muito mais que uma amiga, foi uma grande orientadora e incentivadora em todos estes anos de trabalho;
- Ao Professor Ricardo Miranda Barcia, que, no dia em que defendi a minha dissertação de mestrado, acreditou em minha capacidade e convidou-me para fazer o doutorado. Espero ter correspondido sua confiança;
- Ao Acadêmico Jones Daros, pelo seu valioso auxílio na elaboração do programa de distribuição espacial;
- À Universidade Federal de Santa Catarina e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, pela oportunidade que me concederam para obter este título
- À CAPES pelo apoio financeiro;
- Ao Corpo de Bombeiros da Polícia Militar de Santa Catarina, pela aprendizagem prática que me proporcionou.
- À minha esposa, Ana Regina, e aos meus filhos, Marina e Eduardo, pelo amor e dedicação e pelas horas em que tive de me ausentar para elaborar este trabalho.
- Aos meus queridos pais Carlos Souza e Néli Schweitzer Souza, pelo carinho e pelo constante e fundamental incentivo.
- Aos meus irmãos, cunhados e sogros, pelo apoio desinteressado e sempre presente.
- A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para o êxito deste trabalho.

# **DIMENSIONAMENTO, LOCALIZAÇÃO E ESCALONAMENTO DE SERVIÇOS DE ATENDIMENTO EMERGENCIAL**

## **RESUMO**

O trabalho desenvolve modelos quantitativos para dimensionar, localizar e escalonar no tempo, sistemas com serviços de atendimento emergencial, nos quais a rapidez da chegada ao local da ocorrência é de fundamental importância para evitar perdas de vidas e/ou prejuízos materiais consideráveis.

A elaboração da tese se deu a partir de uma ampla revisão bibliográfica, que serviu como base para a elaboração dos modelos matemáticos e a implementação de um programa de computador composto de dois módulos: o primeiro destinado à distribuição espacial das equipes de atendimento das emergências e o segundo destinado à previsão do intervalo de tempo no qual o sistema deverá ser expandido, ou seja da alocação temporal.

Este programa, dependendo das variáveis de entrada, poderá ser aplicado em vários setores, tais como: serviço de ambulância, patrulhamento policial, reparos emergenciais em redes elétricas, telefônicas ou de abastecimento de água e, em particular, como exemplo prático desta tese, ao planejamento e a operação do Corpo de Bombeiros.

# **SPATIAL DISTRICTING, LOCATION AND CAPACITY EXPANSION OF EMERGENCY RESPONSE SERVICES.**

## **ABSTRACT**

Mathematical models are developed in this thesis to determine the districts, the location and the capacity expansion plan for emergency response facilities. For these, the swiftness in taking the mobile response units to the place of occurrence is of primary importance, due to the human lives at stake and the value of the property involved.

The thesis departs from an extensive revision of the literature, converging to a few mathematical models and a computer program, the latter composed by two modules. The first module is intended to define the optimal spatial deployment of the servicing units. The second module, on the other hand, determines the optimal time intervals to expand the system.

The methodology, depending on the definition of the appropriate input variables, can be applied to a number of emergency response services as, for example: ambulance, police patrol, facilities repair (electricity, telephone, water supply). In particular, as a practical example developed in this thesis, we apply the methodology to the problem of planning and operating a fire fighting system.

## ÍNDICE

INTRODUÇÃO .....	1
1 - JUSTIFICATIVA DO TRABALHO .....	3
2 - A OPERAÇÃO DE EMERGÊNCIA PADRÃO.....	9
2.1 - Ocorrência do incidente .....	9
2.2 - Detecção do incidente .....	9
2.3 - Tentativa inicial de contato .....	10
2.4 - Contato com a central de comando .....	10
2.5 - Processamento das informações .....	10
2.6 - Registro e conversão das informações .....	11
2.7 - Remessa das informações para o setor de despacho .....	12
2.8 - Despacho da unidade de emergência .....	12
2.9 - Chegada na ocorrência .....	13
2.10- Encerramento do serviço .....	13
3 - OBJETIVO E CONTRIBUIÇÃO PARA A CIÊNCIA .....	17
3.1 - Objetivo do trabalho .....	17
3.2 - Contribuição para a ciência .....	20
4 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	22
4.1 - Modelos para distribuição espacial .....	23
4.1.1 - Modelos estáticos .....	24
4.1.2 - Modelos dinâmicos .....	27
4.2 - Modelos de expansão da capacidade .....	31
4.2.1 - Modelos determinísticos .....	31
4.2.2 - Modelos probabilísticos .....	35
4.3 - Modelos que levam em conta o tempo de espera .....	44
5 - DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO DO MODELO .....	48
5.1. - Distribuição espacial .....	48
5.2 - Modelo para distribuição temporal .....	54
5.2.1 - Crescimento probabilístico da demanda .....	54
5.2.2 - Tempo de primeira passagem .....	57

.2.3 - Equivalência entre os casos determinístico e probabilístico .....	61
5.2.4 - Tempo de primeira passagem para crescimento não linear .....	63
5.2.5 - Várias unidades de serviço concorrendo simultaneamente .....	64
6 - DESENVOLVIMENTO DO MODELO COMPUTACIONAL .....	70
6.1 - Programa de alocação espacial .....	70
6.3 - Programa de distribuição temporal .....	80
7 - APLICAÇÃO PRÁTICA .....	83
7.1 - Apresentação .....	83
7.2 - Pesquisas realizadas .....	85
7.2.1- Corpo de Bombeiros .....	86
7.2.2 - IBGE .....	88
7.2.3 - IPUF .....	88
7.2.4 - CELESC .....	89
7.3 - Tratamento dos dados .....	91
7.3.1 - Matriz de distâncias .....	91
7.3.2 - Evolução das ocorrências .....	92
7.3.3 - Tempos de viagem .....	96
7.3.4 - Processo de fila .....	97
7.4 - Processamento dos dados e resultados alcançados .....	97
8 - CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES .....	102
8.1 - Conclusão .....	102
8.2 - Recomendações .....	103
9 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	105
ANEXO 1 - Programa para alocação temporal .....	109
ANEXO 2 - Programa para distribuição espacial .....	115

# **DIMENSIONAMENTO, LOCALIZAÇÃO E ESCALONAMENTO DE SERVIÇOS DE ATENDIMENTO EMERGENCIAL**

## **INTRODUÇÃO**

Este texto tem por objetivo apresentar a tese de doutoramento do autor. Serão desenvolvidos modelos quantitativos para dimensionar, localizar e escalonar no tempo, sistemas com serviços de atendimento emergencial, nos quais a rapidez da chegada ao local da ocorrência é fundamental para evitar perdas de vidas e/ou prejuízos materiais consideráveis.

Estes modelos poderão ser aplicados em vários setores, tais como: serviço de ambulância, patrulhamento policial, reparos emergenciais em redes elétricas, telefônicas ou de abastecimento de água e, em particular, ao planejamento e à operação do Corpo de Bombeiros.

O texto tem o seguinte desenvolvimento:

No capítulo 1 é apresentada a justificativa para o estudo, demonstrando-se a importância de se ter um reduzido tempo resposta para a melhora da eficiência de um serviço emergencial.

No capítulo 2 é descrita uma seqüência padrão de uma operação para atendimento de uma emergência, na qual pode observar-se que, normalmente, o tempo de viagem é o fator de maior ponderação no tempo total de resposta do sistema.

No capítulo 3 são apresentados os objetivos da tese e sua contribuição para a ciência. Já, no capítulo 4, é feita uma revisão da bibliografia relacionada com as pesquisas afins ao assunto desta tese. Constata-se que a maioria dos trabalhos disponíveis se refere ou a distribuição espacial ou a distribuição temporal de facilidades ou equipamentos urbanos,

justificando-se, portanto, a proposta desta tese que é analisar, em conjunto, a distribuição espacial e temporal de serviços de atendimento de emergência.

No capítulo 5 é desenvolvida a modelagem matemática das funções que serão utilizados para a otimização do sistema. No capítulo 6 é apresentado o processo de otimização da solução, no qual as funções já receberam o tratamento matemático necessário que permita, com os devidos procedimentos heurísticos, sua implementação computacional.

O capítulo 7 descreve como e foram obtidos os dados necessários para o desenvolvimento do modelo. O capítulo 8 apresenta as conclusões iniciais e os próximos encaminhamentos da tese e, finalmente, o capítulo 9 lista as referências bibliográficas consultadas para a elaboração deste trabalho.

# 1 - JUSTIFICATIVA DO TRABALHO

Polícia, Corpo de Bombeiros e Ambulâncias são serviços disponíveis em muitas cidades, tendo como finalidade prover os cidadãos com rápidos e eficientes sistemas de atendimento de situações de emergência.

Fornecer estes serviços para a população é uma das principais responsabilidades dos governos. Os custos para mantê-los são consideráveis e o agravamento da situação financeira em quase todos os níveis de administração pública tem ocasionado diminuição no fluxo de verbas para estes setores, com a conseqüente redução, na maioria dos casos, da qualidade dos serviços oferecidos. Os custos de um serviço insatisfatório se estendem além dos custos monetários, incorporando muitos custos sociais de difícil quantificação, porém de suma importância.

Necessário torna-se, portanto, que sejam estudadas alternativas e propostas soluções para elevar o nível dos serviços de atendimento emergencial, com o desenvolvimento e interpretação de modelos matemáticos para a operação dos sistemas onde as probabilidades de ocorrência de chamadas, tempo de resposta, expansão de capacidade, custos e outros fatores sejam introduzidos, avaliando-se os efeitos das várias opções de ação .

Na maioria das cidades brasileiras os critérios para distribuição de unidades de atendimento de emergência (U.E.) são empíricos, dificilmente baseando-se em projetos ou estudos. As U.E. são simplesmente espalhadas pelo perímetro urbano ou, ainda mais freqüentemente, são concentradas em uma única base ou quartel, com a incumbência de atender a toda uma região.

Esta tendência de concentrar vários veículos num único ponto, conjugada com a falta de critérios para instalação das bases de partida das U.E. incrementa em demasia a demora para atendimento das chamadas de emergência, ou seja o tempo resposta médio é muito superior ao máximo admissível. E para ter-se uma idéia de como o tempo resposta é importante para que se possa realizar um atendimento efetivo em uma situação emergencial, pode-se tomar como base a experiência dos profissionais do combate ao fogo que demonstra

que em até cinco minutos após iniciado um incêndio, este pode ser facilmente controlado pelos usuários da edificação utilizando os próprios recursos existentes no local, como extintores, mangueiras do sistema hidráulico preventivo, baldes de água, cobertores, etc.

Caso o fogo se prolongue por mais de dez minutos sem atendimento, seu combate já fica dificultado, a presença de pessoal especializado se torna necessária, grandes quantidades de água são utilizadas e os danos ao patrimônio são consideráveis. Até esta fase ainda é possível se evitar a destruição total do edifício e, normalmente, a maioria dos ocupantes do prédio podem ser resgatados em segurança, ainda que alguns possam ser atingidos porque o volume de fumaça já é expressivo e casos de asfixia acontecem. Neste caso o número de vítimas tem relação mais direta com a quantidade de fumaça gerada do com o próprio fogo.

Se o incêndio não for controlado antes de vinte minutos após ter sido iniciado, é praticamente impossível apagá-lo, as chamas já se generalizaram, a fumaça e o calor são intensos. Nesta fase a ação dos homens do Corpo de Bombeiros é imprescindível, porém o combate ao fogo é extremamente difícil e, algumas vezes, a única coisa que pode ser feita é isolar o sinistro evitando que o mesmo se propague para as edificações vizinhas. A possibilidade de salvamento de alguma pessoa que permaneceu no prédio é remota tendo em vista que, caso não existam escadas protegidas, é quase impossível adentrar-se na edificação.

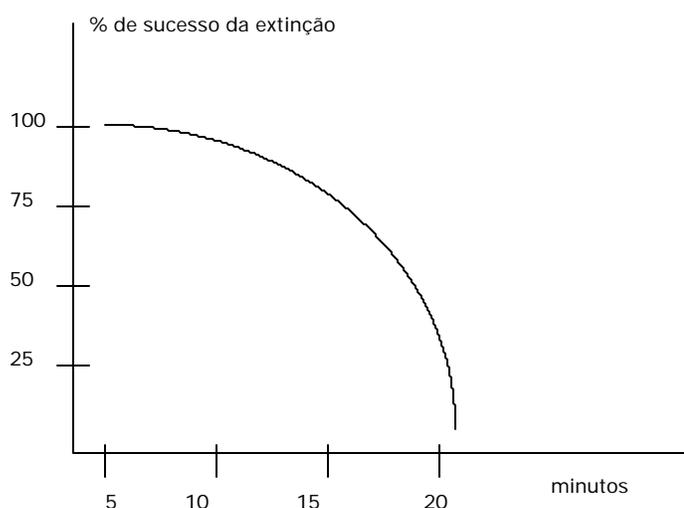


Figura 1 - Diagrama da possibilidade de sucesso na extinção de um incêndio com o passar do tempo (fonte: Manual do NFPA, 1987).

Como se observa, os primeiros minutos são vitais em operações de atendimento a emergências para se evitar que vidas sejam perdidas e prejuízos incalculáveis aconteçam.

Resumindo, pode se dizer que o sucesso de uma operação de combate a um incêndio depende essencialmente do seguinte:

- Do tempo decorrido entre o momento de sua irrupção e o início dos trabalhos de extinção;
- Da área que o fogo conseguiu dominar neste lapso de tempo;
- Da velocidade de combustão do material e de seu poder calorífico.

Só em segundo plano é que o sucesso depende do equipamento, do estado de adestramento e da combatividade dos bombeiros, do suprimento de água, das condições atmosféricas e de outros tantos fatores, nos quais, não raramente, o acaso tem ação decisiva.

A meta deste trabalho é desenvolver modelos quantitativos para dimensionar, localizar e escalonar serviços de atendimento emergencial e aplicá-los em sistemas que tenham esta característica, tais como: serviço de ambulância, patrulhamento policial, reparos emergenciais em redes de energia elétrica, telefone e abastecimento de água, ao planejamento e à operação do Corpo de Bombeiros etc.

Justifica-se a tese pelo fato que estes são serviços necessários em qualquer aglomeração humana e que cuja evolução no Brasil, bem como os estudos para otimização de sua operação, vem se desenvolvendo de forma lenta e incompatível com as necessidades de preservação da vida e da segurança dos bens materiais existentes no País. Verifica-se que os esforços em busca de moderniza-lo são, quase sempre, isolados, descoordenados e, conseqüentemente, de pouca eficiência e eficácia, considerando-se seu contexto global.

Um dos instrumentos de que dispõem os países desenvolvidos na área de segurança são planos para distribuição das unidades de atendimento emergencial de modo a cobrir de maneira relativamente uniforme toda a área onde existam concentrações humanas, assim como de regulamentos específicos de segurança bastante abrangentes e aplicados a nível nacional.

É necessário, entretanto, que existam regras claras e bem definidas para distribuir as unidades de atendimento (U.E.) pela região de estudo, de modo que o maior número possível de pessoas tenha acesso ao serviço, a um custo razoável, custo este que pode ser expresso em termos de tempo resposta, distância a percorrer, prejuízos materiais, etc.

Ocorre que em países em desenvolvimento a expansão da economia e desenvolvimento regional variam significativamente ao longo do tempo, havendo épocas de forte crescimento e fases de relativa estagnação. Planejar a implantação de serviços de atendimento emergencial que envolvam investimentos elevados passa a ser uma tarefa crítica. O aperfeiçoamento de técnicas de previsão e de alocação ótima de recursos constitui desta forma um desafio para os planejadores.

Para se projetar um sistema de atendimento de emergências depara-se com dois fatores independentes que fazem parte, porém, do mesmo problema:

1. “Onde” localizar as facilidades, ou seja a alocação espacial, que depende basicamente do custo (distância, tempo resposta, custo monetário, etc.) para atender a uma determinada demanda. A alocação espacial é importante para assegurar que a área de estudo esteja coberta de maneira homogênea pelo serviço que se pretende oferecer, Assim qualquer ponto da região teria disponível, num determinado espaço de tempo ou distância, pelo menos uma unidade de emergência que poderia atendê-lo em caso de necessidade
2. “Quando” expandir o número de facilidades, que depende da variação da demanda ao longo do tempo, representando a alocação temporal. O crescimento da demanda para serviços emergenciais apresenta uma tendência de crescimento função do aumento da população, número de empregos, renda, etc. Assim, com o passar do tempo, as facilidades instaladas passam a não mais ter capacidade para atender de maneira satisfatória a todos os chamados devido ao acúmulo de serviços. É imprescindível, portanto que, caso se deseje manter o mesmo nível de serviço, que o número de facilidades disponíveis também se expanda com o tempo. Os períodos entre as expansões devem ser , por isso, previstos com antecedência a fim que se possam alocar os recursos necessários e se construir as novas instalações antes que o sistema fique saturado.

As alocações espacial e temporal, por sua vez, dependem do nível de serviço que se pretende implantar e, conseqüentemente, do volume de recursos disponível para este fim. Para se determinar este custo admissível para atender a uma determinada demanda, é necessário que se realizem pesquisas, como por exemplo, de técnicas de preferência declarada, onde vários segmentos da sociedade são entrevistados, permitindo avaliar o “quanto” esta sociedade está disposta a investir para obter um certo nível de serviço. Já em termos de previsão da demanda, o problema torna-se mais complexo pois esta pode variar no tempo de região para região.

Além disso, nos países em desenvolvimento, normalmente existe carência de estatísticas confiáveis que levem a uma função matemática razoavelmente precisa e que possa ser utilizada de forma direta. Quase sempre se torna necessário a utilização de fatores indiretos, relacionados de alguma forma com o problema. Os métodos da teoria da decisão são ferramentas que podem ser utilizados para a análise, nos quais diversos cenários alternativos são associados às respectivas probabilidades, tornando possível determinar o perfil mais provável da demanda, juntamente com a sua variação probabilística.

O nível de serviço que a sociedade deseja e está disposta a pagar, determinará os parâmetros para o dimensionamento dos serviços emergenciais. No caso do combate a incêndios estes parâmetros são representados principalmente pelo tempo resposta das chamadas e pelo equipamento disponível para a extinção das chamadas e o salvamento das pessoas. Estes parâmetros, evidentemente, estão intimamente relacionados e dependentes entre si. Não existe razão para se chegar a um incêndio em curto espaço de tempo se não se dispuser de equipamentos para combatê-lo; assim como, os mais modernos dispositivos de extinção de fogo são totalmente inúteis se chegar-se ao local do sinistro quando somente restarem brasas devido a um tempo resposta demasiadamente longo.

Urge que se procedam estudos e pesquisas de modo a se balancear estes fatores, possibilitando que se chegue ao local da ocorrência num tempo razoável, dispondo-se de um número de homens e equipamentos adequados para atendê-la convenientemente.

A intenção prioritária deste trabalho está voltada para a otimização do tempo resposta para as chamadas emergenciais, pretendendo-se distribuir as unidades de emergência espacial e temporalmente a fim de fornecer à população um serviço razoável, dentro da disponibilidade

financeira compatível com a realidade do País. A especificação dos equipamentos e viaturas será tratada de forma menos abrangente, ficando seu aprofundamento como recomendação para próximos estudos.

Na próxima seção é apresentada uma seqüência de uma operação emergencial típica, desde a constatação do incidente até o encerramento do serviço no local da ocorrência, na qual se poderá avaliar a importância do tempo de viagem no tempo total de resposta deste tipo de operação.

## **2- OPERAÇÃO DE EMERGÊNCIA PADRÃO**

A seguinte seqüência descreve as várias fases de uma operação de emergência, desde quando é ativada através de uma solicitação de socorro, até a saída de cena da unidade que atendeu a chamada, no término do serviço no local da ocorrência.

### **2.1- Ocorrência do incidente :**

Considerar que num tempo  $t = 0$  um incidente ocorre, pode ser um incêndio, um acidente de trânsito, um desabamento, ou uma outra situação de perigo, requerendo uma equipe de atendimento de emergência no local.

### **2.2- Detecção do incidente:**

Num tempo  $t_1$  o incidente é detectado por um cidadão ou por um mecanismo de alarme, que reporta a ocorrência a uma central de operações. O informante pode ser uma vítima envolvida no problema ou uma testemunha que, em geral procura um aparelho telefônico nas proximidades ou algum outro meio de reclamar socorro, ou um sistema de alarme automático ou, ainda, um policial que eventualmente esteja patrulhando a área.

Particularmente, com respeito a esta última possibilidade, é importante salientar que a patrulha policial pode entrar em contato com a central de comando mais rapidamente via rádio e manter esta informada de todos os estágios do serviço.

Algumas vezes o incidente pode demorar para ser detectado e, como conseqüência, as unidades de socorro podem chegar ao local da chamada muito tempo após aquele ter se iniciado, o que pode representar um agravamento na situação de feridos, perdas de vidas e elevados danos materiais. Por exemplo, no incêndio ocorrido em 1994 no hospital de caridade em Florianópolis, o Corpo de Bombeiros somente foi acionado 35 minutos após o fogo ter iniciado, o que resultou na perda de sete vidas e na destruição de quase um terço daquela instituição.

### **2.3- Tentativa inicial de comunicação com a Central de Comando:**

Num tempo  $t_2$  o informante procura contatar a central de comando. No caso de um cidadão comum (própria vítima ou testemunha), o atraso  $t_2-t_1$  pode depender da proximidade de um telefone público ou particular disponível no local. Se a detecção é feita por um sistema automático, este atraso poderá ser desprezado, desde que este sistema esteja em contato direto com a central de atendimento. Quando não existe um telefone próximo, o informante é obrigado a deslocar-se até um ponto onde possa se comunicar com a central de comando, o que também pode representar um atraso significativo na chegada das unidades de emergência.

### **2.4- Contato com a Central de Comando:**

A chamada é completada num tempo  $t_3$ . Para o caso de um cidadão chamando via telefone, a demora  $t_3-t_2$  representa o tempo de espera até que a ligação seja completada e o telefone atendido. Tal demora é particularmente inconveniente porque a prioridade de atendimento da chamada não pode ser determinada antes de uma conversação inicial com a pessoa que ligou.

Além disso, constata-se que chamadas que se originam a partir de situações de pouca emergência requerem duas ou três vezes mais tempo de conversação no telefone que uma ligação urgente. Isto contribui grandemente para a saturação das centrais telefônicas e, eventualmente, uma chamada emergencial pode encontrar todas as linhas telefônicas da central de comando ocupadas, necessitando aguardar um período de tempo até que possa ligar novamente.

### **2.5- Processamento das informações:**

A atividade de registrar e interpretar a informação comunicada é completada pelo pessoal de centro de comando num tempo  $t_4$ .

Quando o cidadão chama via telefone, o atendente, na central, deve solicitar mais informações sobre o incidente (por exemplo: tipo e endereço da ocorrência, nome dos envolvidos, nome do solicitante, etc.) e classificar a prioridade da chamada. Se o atendente entender que o incidente não requer o despacho de uma viatura de emergência para atendê-

lo, ele pode escolher entre terminar a chamada neste momento ou transferi-la para um outro setor especializado em situações não emergenciais ou, ainda, para algum outro departamento que possa resolver o problema do solicitante.

A importante decisão se o solicitante necessita ou não da assistência de uma viatura de emergência, envolve uma alta probabilidade de erro. De um lado, vários casos tem sido reportados, nos quais o requerente realmente necessita de um atendimento urgente, mas o atendente resolveu cancelar a chamada ou atribuir baixa prioridade à mesma. O custo de tal decisão incorreta pode incluir vários prejuízos, tais com a perda de patrimônio ou até mesmo a perda de vidas humanas. Por outro lado, se todas as chamadas fossem atendidas com uma viatura de emergência, em pouco tempo todas as unidades estariam indisponíveis e o serviço completamente saturado. Caso ocorra uma situação de real urgência, pode não haver viaturas disponíveis para o atendimento.

No caso do incidente ter sido informado via rádio por uma patrulha policial, o tempo de coleta de informações é normalmente bem inferior ao tempo correspondente gasto por um civil.

## **2.6- Registro e conversão das informações:**

O endereço da ocorrência deve ser convertido num código que orientará o despacho da equipe de socorro. Esta atividade se completa num tempo  $t_5$ .

Num sistema manual esta atividade é processada após o término da conversa telefônica. A orientação para endereçamento da viatura, usualmente utiliza uma tabela com as orientações de operação, após o que a informação é registrada num boletim de ocorrências. Este boletim é então levado ao setor de despachos dos veículos. O atraso  $t_5-t_4$  é decorrente do tempo entre o momento que o telefonista inicia o processamento da informação até quando passa a enviá-la para a seção de viaturas.

Num sistema semi-automático, o telefonista já pode ir digitando num terminal de computador as informações simultaneamente com o atendimento da chamada. Um programa provido de razoável flexibilidade vai, concomitantemente, fornecendo vários dados sobre a localização do incidente, por exemplo, viatura mais próxima, hidrante urbano na região,

pontos de referência para localização, etc. Neste caso o tempo  $t_5-t_4$  sofre uma acentuada redução. Em Florianópolis e nas principais cidades do interior de Santa Catarina existe o sistema COPOM, da Polícia Militar, e o sistema COBOM, do Corpo de Bombeiros, que operam com esta estrutura semi-automática.

Em geral, no caso do Corpo de Bombeiros, o alarme é acionado logo no início da conversação entre o informante e o atendente, dando tempo para que o pessoal das viaturas se posicione e se prepare para ser despachado tão logo receba maiores informações.

### **2.7- Remessa da informação para o Setor de Despacho de Viaturas:**

A informação transmitida pelo telefonista chega no setor de despacho num tempo  $t_6$ . O tempo  $t_6-t_5$  é a demora entre a remessa da informação e o recebimento da mesma no setor de despacho.

Normalmente esta informação é transmitida logo em seguida ao soar de um alarme, quando as guarnições se posicionam nos veículos e, então, recebem as devidas instruções via rádio. Caso não exista nenhuma viatura disponível, a ocorrência entra numa fila de espera até se dispor de um veículo para atendê-la. A possibilidade de acontecer esta fila de espera, em regiões que possuam mais de uma equipe ou guarnição para atendimento de emergência, pode ser reduzida programando-se um esquema de ajuda mútua, no qual, caso a equipe responsável por um distrito não esteja disponível por estar atendendo uma chamada e ocorra um outro incidente neste distrito, equipes de outras áreas podem ser designadas para cobrir este segundo acidente.

### **2.8- Despacho da Unidade de Emergência:**

A solicitação é atendida, ou seja removida da fila de espera, num tempo  $t_7$ . O responsável pelo setor de despachos seleciona uma unidade para o atendimento do incidente e, através do sistema de rádio, envia as características referentes ao mesmo, tais como o endereço, a natureza do incidente, os pontos de referência para localização e outras informações pertinentes ao caso.

A guarnição da viatura recebe as instruções e pode solicitar dados adicionais. Esta atividade é completada num tempo  $t_8$ . O intervalo  $t_8-t_7$  representa o tempo entre a decisão de enviar uma dada viatura e esta efetivamente partir para o incidente.

### **2.9- Chegada na ocorrência:**

A viatura atribuída para responder a ocorrência se desloca numa velocidade que reflete a urgência da chamada, chegando no local num tempo  $t_9$ . O intervalo  $t_9-t_8$  representa o tempo de viagem da viatura.

Durante períodos sem congestionamento de chamadas, o tempo de viagem é tipicamente o maior componente do tempo resposta ( $t_9-t_3$ ). Depende da qualidade da informação recebida sobre a localização do incidente, da urgência da chamada, da distância, da habilidade do motorista, das condições das vias e do tráfego e de muitos outros fatores.

Em incidentes que envolvem o Corpo de Bombeiros pode acontecer que o veículo enviado não é apropriado para atender a situação necessitando a solicitação de uma outra viatura ou então que o problema é maior que o previsto e reforços tenham que ser chamados, o que incrementa sensivelmente o tempo resposta. De qualquer modo, a primeira equipe que chega ao local do incidente já começa a dar o atendimento inicial, até que receba auxílio ou consiga resolver o problema.

### **2.10- Encerramento do serviço:**

Num tempo  $t_{10}$ , a unidade de socorro enviada completa o serviço e comunica que está disponível para novas ocorrências. O tempo total de atendimento depende fundamentalmente do tipo de incidente e também dos serviços adicionais, tais como prisão de um suspeito ou rescaldo de um incêndio. Em alguns casos estes serviços adicionais são prestados por outras viaturas deslocadas posteriormente para o local enquanto que o veículo que prestou o primeiro atendimento retorna ao quartel ou é destinado para outra ocorrência, dependendo da necessidade.

Um sumário do típico processo de tempo resposta para atendimento de ocorrência que necessita de viaturas de emergência é mostrado no quadro 1.



## quadro 1

## TEMPO DE RESPOSTA EM SISTEMAS DE EMERGÊNCIA

Tempo	Definição
$t_1$	Tempo necessário para detecção do incidente
$t_2-t_1$	Tempo entre a detecção inicial e a primeira tentativa de contato com a central de controle
$t_3-t_2$	Tempo entre a primeira tentativa e o sucesso do contato (tempo de espera para completar a ligação, no caso de um telefonema)
$t_4-t_3$	Tempo de diálogo com o solicitante, necessário para reunir as informações sobre o incidente
$t_5-t_4$	Tempo para processar as informações
$t_6-t_5$	Tempo para transmitir a informação para o setor de despachos
$t_7-t_6$	Atraso na fila de espera
$t_8-t_7$	Tempo de decisão do setor de despacho sobre a viatura a ser enviada e tempo para prestar as informações iniciais via rádio
$t_9-t_8$	Tempo de viagem
$t_{10}-t_9$	Tempo de serviço na ocorrência
$t_9-t_3$	<b>Tempo resposta</b>

Na prática o tempo de viagem  $t_9-t_8$  corresponde ao fator de maior ponderação no somatório de todos os tempos que compõem o tempo resposta ou, em outras palavras, da demora do atendimento de uma chamada de emergência, sendo que, na maioria dos casos, ele ainda é acrescido pela dificuldade de se localizar com rapidez o local do incidente.

O tempo de viagem depende de vários fatores tais como existência de vias adequadas, condições de tráfego, tipo de veículo disponível, obstáculos, etc., porém depende principalmente da distância entre o incidente e a base da unidade de emergência.

As U.E. devem ser distribuídas na região de estudo de maneira que esta distância, por ser o elemento mais importante para formação do tempo de viagem, seja a menor possível.

A figura 2 apresenta um fluxograma com a seqüência das diversas fases de uma operação de atendimento de emergência padrão.

Como já mencionado anteriormente, no Brasil, para o caso do Corpo de Bombeiros, existe uma tendência histórica em manter todas as viaturas aquarteladas em poucos pontos das cidades. Isto se explica, em parte, pela concepção militar a qual a maioria das corporações são submetidas. Quase todas são subordinadas às Polícias Militares, o que cria uma espécie de resistência à distribuição das unidades em vários pontos da região com a justificativa que esta prática poderia quebrar os vínculos de hierarquia e disciplina. Além disso a distribuição espacial, quando existe, normalmente não é efetuada com base em critérios racionais com o objetivo de otimizar o sistema.

Necessário torna-se portanto que sejam propostas metodologias para reduzir o tempo resposta até um nível aceitável, distribuindo-se as U.E. de modo que toda a região em estudo tenha um nível de proteção adequado.

# FLUXOGRAMA DO TEMPO RESPOSTA

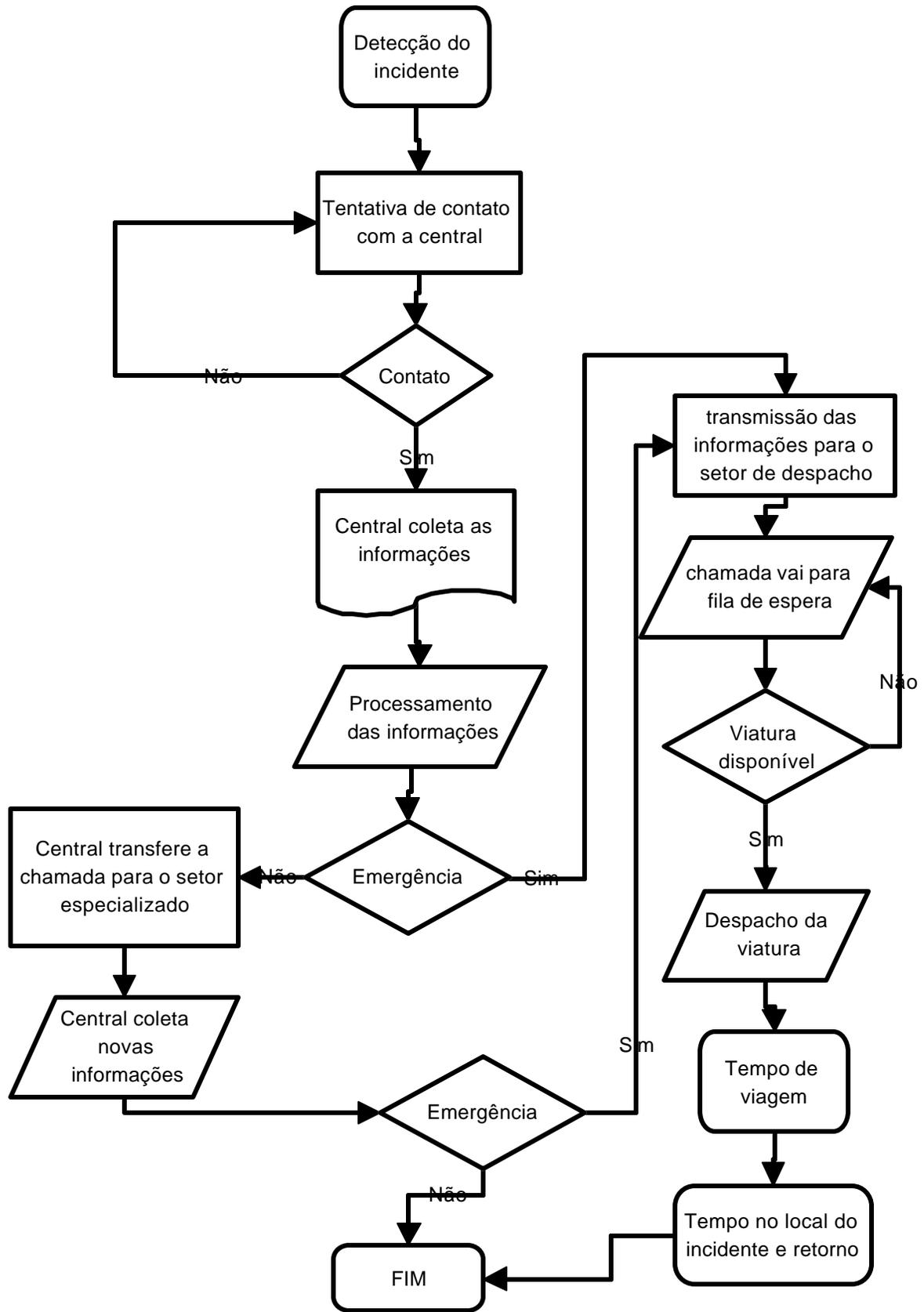


Figura 2 - Fluxograma do tempo resposta

### 3) OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÃO PARA A CIÊNCIA:

#### 3.1 - OBJETIVOS DO TRABALHO:

Serviços emergenciais tais como policiamento, combate ao fogo, socorro médico, correção de falhas imprevisíveis no sistema de abastecimento de energia elétrica, água ou telefone, etc. estão relacionados com seres humanos, com risco de vida em alguns casos e prejuízos materiais apreciáveis para a sociedade em casos de falhas graves.

Para tais sistemas, a formulação tradicional de Pesquisa Operacional, de obter a solução ótima que minimiza os custos globais, não satisfaz. Nas palavras de Larson, “*os ‘custos’ de um serviço de baixa qualidade se estendem muito além do mero custo monetário, incorporando muitos custos sociais de natureza diversa que são difíceis de quantificar*” (Larson, [1972]).

No tratamento de problemas de natureza emergencial adota-se usualmente uma condição mínima de atendimento que satisfaça um requisito pré-definido. Por exemplo, a pior condição de emergência (digamos, o paciente localizado mais distante da unidade de socorro), deve ser atendida dentro de um tempo de resposta pré-determinado. Nos Estados Unidos, por exemplo, é estabelecido como desejável que o socorro a vítimas de acidente de trânsito deva levar a um atendimento num tempo máximo de 15 minutos nas zonas urbanas e 30 minutos na zona rural sendo que, em função de um adequado fluxo de recursos financeiros e muito planejamento, todo o território daquele país, hoje, é coberto por um sistema de socorro médico de forma que o tempo médio de resposta, isto é, o tempo que uma unidade de socorro leva para chegar ao local do acidente, uma vez comunicada sobre o mesmo, é de 6 minutos para as áreas urbanas e 11 minutos para as áreas rurais (Brodsky [1992]).

Assim, um ponto fundamental a considerar no dimensionamento de sistemas emergenciais é o critério de avaliação ou, na linguagem de Pesquisa Operacional, a função objetivo do problema. Essa função objetivo, em princípio, não deveria visar primordialmente a minimização de custos, como é o caso dos problemas de expansão de natureza econômica, em que se cuida da aquisição de equipamentos e da instalação de facilidades diversas (berços

de atracação em portos, novas faixas ou pistas em rodovias, áreas construídas adicionais de aeroportos, fábricas, *shopping centers*, etc.). Torna-se necessário definir outros tipos de critério de otimização, coerentes com o caráter emergencial/social de tais serviços.

O desempenho de um sistema de atendimento de emergência é avaliado basicamente através de duas variáveis:

1. A velocidade com que o sistema pode responder ao chamado de emergência ou seja, o seu tempo de resposta médio e;
2. A habilidade das equipes de emergência para prestar o atendimento necessário no local da ocorrência.

O objetivo deste trabalho se prende à primeira das medidas de performance, ou seja ao “tempo resposta” e aos meios para reduzi-lo, não se preocupando com as técnicas de atendimento das equipes nos locais dos incidentes. Isso porque tais técnicas se inserem num campo de conhecimento muito específico, fora do ramo de nosso âmbito profissional e acadêmico.

O tempo resposta , como já foi visto no capítulo precedente, é composto de vários elementos, como o tempo para coletar as informações sobre o local e a natureza do incidente, possíveis filas em situações de congestionamento, tempo em que a solicitação deve aguardar até que se disponha de uma unidade de emergência para atendê-la e, finalmente, o tempo requerido para que a U.E. se desloque desde a sua base até o local da emergência.

A demora no despacho das U.E. depende da natureza do serviço, dos equipamentos de comunicação existentes na central de comando e do nível de adestramento dos atendentes. Filas de espera dependem do número de unidades disponíveis no sistema e das regras de liberação dos veículos adotadas, visto que pode ser dada baixa prioridade para atendimento de alguns tipos de chamados quando o sistema estiver congestionado com muitos veículos ocupados ( Daskin [1987]).

A meta deste trabalho é, em última escala, reduzir os atrasos devidos ao tempo de viagem que representa a parcela mais significativa do tempo resposta. Este tempo de viagem depende basicamente dos seguintes fatores:

- 1) O número de veículos ou U.E. disponíveis;
- 2) A localização das bases das viaturas de emergência;
- 3) As regras de relocação das unidades durante períodos de congestionamento.
- 4) As regras para despacho das U.E., que determinam qual veículo deve ser enviado para cada emergência em função do número de viaturas ocupadas, de sua localização e da natureza da chamada de emergência.
- 5) O escalonamento temporal das U.E., que determinará quando deverão ser adicionadas novas unidades em função do crescimento da demanda.

Obviamente quando se aumenta a frota de veículos disponíveis, o tempo médio de viagem para uma emergência decresce. Com um número fixo de viaturas, o tempo médio pode ser melhorado pela seleção dos locais de aquartelamento das viaturas, tomando-se como base a demanda de cada região.

Quando uma chamada de emergência é recebida, é possível que alguma unidade esteja ocupada atendendo a uma solicitação precedente. Um esquema de relocação de unidades pode ser usado durante os períodos com alta taxa de demanda, para reposicionar os veículos disponíveis de modo que o sistema responda com uma melhor performance as futuras chamadas. As regras de despacho são responsáveis pelo balanceamento das necessidades normais, procurando antecipar necessidades de chamadas futuras.

Outro objetivo, além de distribuir as unidades de emergência espacialmente e estudar a melhor forma de operá-las, é o de otimizar o escalonamento no tempo. Critérios de alocação temporal prevêm com antecedência, em função do desenvolvimento da demanda, quando o sistema estará próximo à saturação, permitindo que se providencie a instalação prévia de novas unidades para suprir a demanda excedente. Uma forma para determinar este escalonamento temporal é adaptar a metodologia de Manne [1961], que é bastante simples

nas aplicações e largamente aceita, de forma a possibilitar a resolução de problemas de expansão de capacidade para serviços emergenciais sem ferir os conceitos fundamentais que norteiam sua formulação.

Um ponto importante, comum em problemas de expansão de capacidade de serviços emergenciais em países em desenvolvimento, é a grande incerteza nas projeções da demanda. De fato, quando se divide uma região geográfica a ser atendida em *distritos*, o crescimento do número de usuários ao longo do tempo, em cada zona, varia consideravelmente entre si. Zonas em que se esperava um crescimento apreciável, muitas vezes ficam relativamente estagnadas, enquanto outras, quase vazias, acabam apresentando desenvolvimento acentuado.

Uma forma de reduzir parcialmente esse tipo de problema no dimensionamento de serviços emergenciais, é o de projetar a demanda levando em conta não somente a tendência (isto é, o comportamento médio) mas também a variação aleatória em torno daquela. É claro que essa maneira de resolver a questão não elimina totalmente as incertezas, mas reduz, no limite do nível de informação disponível, seus efeitos.

Em resumo, o objetivo desta tese é desenvolver um modelo para alocação dinâmica de unidades de sistemas emergenciais, de modo a se obter um tempo resposta ótimo com um menor custo possível, considerando uma região com demanda em expansão.

### **3.2 - CONTRIBUIÇÃO PARA A CIÊNCIA**

A principal contribuição deste trabalho é criar ferramentas que permitirão uma maior racionalidade do planejamento e da operação dos serviços emergenciais.

O processo de otimização da distribuição espacial das facilidades para atendimento emergencial, conjugado com o escalonamento temporal, leva à redução do tempo resposta médio do sistema e, conseqüentemente, vidas poderão ser salvas e prejuízos financeiros serão minorados.

Em termos de desenvolvimento científico, a contribuição desta tese será a implementação de um modelo quantitativo que reúna num só algoritmo as duas linhas de

pesquisa para distribuição de equipamentos urbanos: problemas de distribuição espacial e problemas de alocação temporal.

Considerando a dificuldade de obtenção de dados e a disparidade de informações nos diversos órgãos, o modelo foi construído de modo a ser implementado com as estatísticas disponíveis e facilmente acessíveis, tais como: população, tempos de viagem e demanda pelo serviço. Por outro lado, foi elaborado para ser utilizado sem nenhuma dificuldade por qualquer usuário que se sujeite a um rápido treinamento.

Outra contribuição a destacar foi a implementação de processos heurísticos para redução dos tempos de processamento computacional, o que permite testar-se várias alternativas de localização, espacial e temporal em poucos segundos, o que pelos processos de tentativas por exaustão seria praticamente impossível.

Mesmo com a utilização de processos heurísticos, os resultados são sempre consistentes e, excepcionalmente, quando não atingem o ponto ótimo da função objetivo, ficam muito próximo dele.

## 4) REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os estudos relativos à otimização de serviços de emergência têm duas grandes vertentes. A primeira se voltou para a pesquisa de localização e distribuição espacial de unidades de serviço em uma determinada área. A segunda se preocupou com a expansão da capacidade destes serviços em função do crescimento temporal da demanda

Larson [1972] desenvolveu uma metodologia pioneira para análise e dimensionamento de serviços públicos, abordando o problema da otimização do processo de patrulhamento policial em uma área urbana. A partir deste trabalho surgiram outras pesquisas com aplicações diversas. Por exemplo, Toregas [1971] estudou a localização de instalações de serviços de emergência. Daskin [1987], considerando tempos de viagem estocásticos, estudou a localização e roteirização destes serviços. Kolestár e Walker [1974] propuseram um algoritmo para relocação dinâmica de unidades de Bombeiros. Beltrami [1977] publicou um livro contendo modelos para análise de sistemas públicos.

Mirchandani e Reilly [1987], pesquisando a atividade de Corpos de Bombeiros, expuseram métodos para distribuição espacial destes serviços. Church e Eaton [1987] desenvolveram um modelo para localização hierárquica de serviços de atendimentos médicos cuja idéia é semelhante ao caso dos serviços de combate ao fogo. Nessa situação, alguns veículos são utilizados em casos muito especiais, não necessitando estar disponíveis em todas as guarnições, como, por exemplo, as escadas mecânicas, que somente são utilizadas em incêndios em edifícios altos.

Já os trabalhos relativos a determinação do intervalo de tempo ótimo entre os acréscimos de capacidade foram iniciados por Manne [1961], que considerou o crescimento da demanda como uma função linear. Srinivasan [1977], adaptou o processo de Manne, admitindo uma taxa geométrica de crescimento. Freidenfelds [1980] acrescentou a teoria das filas e estudou o problema de expansão da capacidade como um processo aleatório de nascimento e morte mostrando que é possível se ajustar o modelo estocástico de crescimento da demanda através de um modelo determinístico equivalente.

Taborga [1969], também utilizando processos estocásticos, propôs um modelo para planejar as expansões de portos marítimos. Novaes [1978], através de programação matemática, elaborou um plano de expansão em estágios de um terminal portuário, levando em consideração, principalmente, os custos da espera e da demanda não atendida. Souza et Novaes [1994] propuseram uma alteração da fórmula de Pollanzec-Khintchine para sistemas de filas com várias posições de atendimento, nos quais as chegadas ou chamadas são regidas por uma distribuição de Poisson e o atendimento obedece a uma distribuição genérica, o que em sistemas de atendimento de emergências é perfeitamente válido em função da grande variedade de acidentes que é possível ocorrer.

Campbell [1990] desenvolveu um modelo para localização de terminais de cargas considerando que a região em estudo possui uma densidade de demanda crescente. Considerou que, como a demanda para os serviços das centrais de cargas cresce, novos terminais deverão ser adicionados ao sistema para que os custos do transporte decresçam.

A seguir procuraremos consolidar os estudos acima descritos, atendo-se aos itens relacionados com os objetivos deste trabalho.

#### **4.1- MODELOS PARA DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL**

Segundo Mirchandani [1987], dois tipos de modelos analíticos para localização de serviços de emergência sofreram maior desenvolvimento nos últimos anos: modelos estáticos, que assumem que todas as viaturas (unidades de emergência tipo carro de bombeiros, ambulâncias, radio patrulhas, etc.) sempre estarão disponíveis para serem despachadas para uma ocorrência e modelos dinâmicos, que consideram a possibilidade que algumas unidades possam não estar disponíveis se estiverem ocupadas em outro incidente.

##### **4.1.1- Modelos Estáticos :**

Os modelos estáticos incluem modelos de avaliação e modelos de otimização. O modelo de avaliação calcula as medidas de performance como tempo resposta ou proporção de tempo ocupado pela viaturas durante um período, para várias alternativas de localização,

enquanto que os modelos de otimização determinam a localização ótica das instalações de acordo com uma ou mais medidas de performance. Estes modelos podem ser incluídos dentro de duas categorias:

1. Formulação para o cobrimto uniforme, que busca minimizar o número de instalações de serviços (facilidades) requeridas, de modo a assegurar que nenhum ponto da área em estudo estará mais afastado que uma distância ou tempo resposta prefixado.

Para resolver o problema de cobrimto uniforme, Torega [1971] utilizou programação inteira binária, como segue:

$$Z = \min \left( \sum_{j=1}^n y_j \right) \quad (4.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} y_j \geq 1 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4.2)$$

$$y_j \in (0,1) \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4.3)$$

Onde:  $m$  - é o número de zonas

$n$  - é o número de locais viáveis para a localização da facilidade;

$a_{ij} = 1$  se a zona  $i$  pode ser atendida por uma unidade localizada em  $j$  sem violar as restrições e zero nos demais casos;

$y_j = 1$  se uma viatura (unidade) é baseada no local  $j$ , ou 0 nos demais casos.

Neste tipo de problema se procura distribuir o menor número possível de estações de maneira que todos os pontos da área possam ser atendidos num tempo ou distância menor que um valor máximo admissível.

2. Modelos com formulação destinada a minimizar o tempo de viagem entre a facilidade e os pontos da área em estudo. Se destacam os modelos conhecidos como *Minisun* e *Minimax*.

No modelo *Minisun*, também conhecido como *p-mediana*, o número de facilidades ( $p$ ) é um dado exógeno, ou seja, pré-estabelecido, procurando-se distribuí-las de modo que o maior número de pessoas tenha acesso às facilidades, dentro de uma distância máxima estabelecida, com o menor *custo do incidente* possível (este custo pode ser: tempo de viagem, tempo resposta, prejuízos decorrentes de um incêndio, etc.) ou, em outras palavras, procura-se minimizar a soma dos custos de transportes associados com  $p$  facilidades. Pode matematicamente ser expresso como:

$$Z = \min \left( \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m d_{ij} x_{ij} a_i \right) \quad (4.4)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n y_j = p \quad (4.5)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad (4.6)$$

$$y_j \geq x_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4.7)$$

$$y_j, x_{ij} \in (0,1) \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4.8)$$

Onde:

$y_j$  = distrito onde está instalada a facilidade

$x_{ij} = 1$  se a facilidade no local  $j$  atende a zona  $i$ , 0 nos outros casos;

$d_{ij}$  é o “custo” de atender a zona  $i$  a partir da estação  $j$ .

$a_i$  = fator de ponderação do custo para atender o distrito  $i$ .

Este procedimento é muito conveniente para ser utilizado nos países mais pobres onde o número de unidades de emergência é quase sempre inferior ao necessário para atender à demanda.

Outra família de modelos de localização utiliza uma estratégia *Minimax* para localizar facilidades ou unidades. Neste caso o objetivo não é minimizar o custo total, mas sim minimizar o máximo custo (por exemplo a máxima distância) que algum ponto de demanda pode incorrer. Formalmente o problema pode ser expresso como:

$$\text{Min } Z$$

Sujeito a (4.5), (4.6), (4.7), (4.8) e:

$$Z \geq d_{ij}x_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4.9)$$

Esta formulação é também chamada de problema *p-centro*.

Vários algoritmos e procedimentos heurísticos foram desenvolvidos para resolver estes tipos de problema, sendo um dos que apresentam melhores resultados e de mais fácil aplicação é o proposto por Maranzana citado por Reilly (1983), que seleciona o melhor conjunto  $P$  de  $m$  locais candidatos para instalar uma base de unidades de emergência, e que pode ser descrito como segue:

1. Localizar as unidades ou guarnições de emergência num conjunto  $P$  arbitrário, dentre os  $m$  locais possíveis;
2. Designar cada zona à guarnição mais próxima;
3. Verificar para cada distrito (conjunto de zonas atendidas por uma mesma guarnição), se a unidade de emergência atribuída a ele minimiza a função objetivo, isto é, determinar se a localização da viaturas está mais próxima do centro de gravidade do distrito que em qualquer outra localização. Se mudando a posição da unidade para um outro local viável, uma melhora na distância ou no tempo resposta é possível, mover a unidade para o outro ponto.
4. Retornar ao passo 2 se houve alguma alteração na seleção anterior do conjunto  $P$ , caso contrário encerrar o processo.

Maranzana citado em Reilly [1983] demonstrou que este procedimento geralmente obtém um bom, senão ótimo, resultado para distribuir as facilidades.

#### **4.1.2- Modelos Dinâmicos:**

Podem ocorrer situações em que uma unidade de emergência não está disponível para atender a um incidente dentro de seu distrito porque está ocupada em uma outra ocorrência. Neste caso outra unidade deve ser designada para atender àquele chamado. Os modelos dinâmicos são eficazes para prever esta situação.

Larson [1972] desenvolveu o modelo hipercubo de filas, que estima a probabilidade que cada unidade possa estar ocupada, em função da distribuição das taxas de chamadas das várias zonas de uma cidade.

Os modelos dinâmicos são baseados na representação do processo de filas que pode surgir quando a unidade responsável pelo atendimento de uma determinada zona, onde ocorreu um incidente, não está disponível. O modelo então localiza a unidade mais próxima a ser chamada e a remete para atender as ocorrências não atendidas que estão nesta fila. É um modelo que pode ser aplicado, normalmente com bons resultados, para avaliar o tempo-resposta, assim como para equalizar a taxa de ocupação, das várias unidades de atendimento de emergência de uma cidade ou de uma região, porém não proporciona subsídios para uma melhor distribuição das viaturas na região, tendo em vista que parte da premissa que suas localizações são conhecidas e fixas.

Um outro importante modelo, desenvolvido por Mirchandani e Reilly [1987], usa o método da análise da utilidade, que emprega a experiência de profissionais nas áreas de atendimentos de emergência, para atribuir importância a vários fatores que podem contribuir para a elevação dos custos de um incidente, como por exemplo: tempo resposta, prejuízos de um incêndio ou de um acidente de trânsito, etc. O modelo procura minimizar um função de utilidade esperada que pode ser definido como:

$$E[u(t)] = \int_0^{\infty} f(t)u(t)dt \quad (4.10)$$

Onde  $f(t)$  é a função densidade de probabilidade do tempo resposta  $t$  para um incêndio aleatório e  $u(t)$  é a utilidade do tempo resposta  $t$ .

A utilidade do tempo resposta não necessita ser uma função linear do tempo resposta. Por exemplo: um administrador pode preferir um tempo resposta esperado de 10 min, com baixa variância, a um tempo resposta médio menor, porém com alta variância. Esta preferência pode ser revelada pela simples formulação da função utilidade  $u(t)$ .

Se dividirmos a região em  $m$  zonas, a utilidade esperada pode ser representada como:

$$E[u(t)] = \sum_{i=1}^p p_i \left[ \int_0^{\infty} f_i(t) u(t) dt \right] \quad (4.11)$$

Onde  $p_i$  é a proporção de incêndios na zona  $i$  e  $f_i(t)$  é a função densidade de probabilidade do tempo resposta  $t$  para um incêndio aleatório na zona  $i$ .

Note que  $f_i(t)$  depende da localização da viatura dentro da zona  $i$ . Então um bom critério de locação para este cenário seria maximizar a  $E[u(t)]$  pela distribuição ótima de  $p$  unidades em  $n$  locais viáveis, sujeito a algumas restrições que serão formalizadas posteriormente.

Apesar de que a função utilidade acima seja adequada para o tempo resposta de uma única viatura, o ambiente operacional típico de um Corpo de Bombeiros é tal que, quando uma chamada de serviço é recebida, uma ou mais viaturas são despachadas, a partir de localizações pré-estabelecidas. O resultado do envio de mais de uma unidade (viatura) pode ser incluído na análise, desde que funções utilidade possam ser obtidas através de atributos múltiplos. Neste caso é desejável que o tempo resposta da segunda unidade a ser enviada tenha algum efeito na redução dos danos causados pelo fogo. Necessita-se, portanto, de uma função utilidade multidimensional  $u(t_1, t_2)$ , onde  $t_1$  é o tempo resposta da primeira unidade e  $t_2$  o tempo resposta da segunda unidade.

Para simplificar a discussão, pode-se assumir que os dois atributos (tempo resposta da 1ª da 2ª viaturas) têm utilidade mutuamente independente. Esta consideração significa que, para um nível fixado de um atributo, a importância relativa dos vários níveis dos demais atributos não dependem do nível do primeiro atributo.

A utilidade esperada resultante pode ser expressa como:

$$E[u(t_1, t_2)] = \sum p_i \left[ \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f_i(t_1, t_2) u(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \right] \quad (4.12)$$

Onde:

$f_i(t_1, t_2)$  - é a função densidade de probabilidade conjunta do tempo resposta das primeira e segunda viaturas, para um incêndio aleatório na zona  $i$ , e

$u(t_1, t_2)$  - é a função utilidade bivariável do tempo resposta das primeira e segunda viaturas

Alternativamente pode ser representada como:

$$E[u(t_1, t_2)] = \sum p_i \left[ \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f(t_1, t_2) u(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \right] \quad (4.13)$$

Onde  $f(t_1, t_2)$  é a função densidade de probabilidade conjunta do tempo resposta da primeira e segunda viaturas para um incêndio aleatório em toda a área de serviço.

Para resolver esta integral, utiliza-se a expansão da série de Taylor de  $u(t_1, t_2)$  em relação a média de  $t_1$  e  $t_2$ , representados por  $\bar{t}_1$  e  $\bar{t}_2$ :

$$\begin{aligned} u(t_1, t_2) = & u(\bar{t}_1, \bar{t}_2) + u_{10}(\bar{t}_1, \bar{t}_2)(t_1, \bar{t}_1) + u_{01}(\bar{t}_1, \bar{t}_2)(t_2, \bar{t}_2) + \\ & + \frac{1}{2} u_{20}(\bar{t}_1, \bar{t}_2)(t_1, \bar{t}_1)^2 + \frac{1}{2} u_{02}(\bar{t}_1, \bar{t}_2)(t_2, \bar{t}_2)^2 + \\ & u_{11}(\bar{t}_1, \bar{t}_2)(t_1, \bar{t}_1)(t_2, \bar{t}_2) + \dots \end{aligned} \quad (4.14)$$

Onde  $u_{ij}(t_1, t_2)$  são as derivadas parciais correspondentes a  $i$  e  $j$ .

$$u_{ij}(t_1, t_2) = \left( \frac{\partial}{\partial t_1} \right)^i \left( \frac{\partial}{\partial t_2} \right)^j u(t_1, t_2) \quad (4.15)$$

Se  $\bar{t}_1$  é a média de  $t_1$  e  $\bar{t}_2$  é a média de  $t_2$ , então  $E[t_1 - \bar{t}_1] = 0$  e  $E[t_2 - \bar{t}_2] = 0$ .

Neste caso o valor esperado de  $u(t_1, t_2)$  é aproximado para:

$$E[u(t_1, t_2)] = u(\bar{t}_1, \bar{t}_2) + \frac{1}{2}E[u_{20}(\bar{t}_1, \bar{t}_2)(t_1, \bar{t}_1)^2] + \frac{1}{2}E[u_{02}(\bar{t}_1, \bar{t}_2)(t_2, \bar{t}_2)^2] + E[u_{11}(\bar{t}_1, \bar{t}_2)(t_1, \bar{t}_1)(t_2, \bar{t}_2)] \quad (4.16)$$

Ou equivalente a:

$$E[u(t_1, t_2)] = u(\bar{t}_1, \bar{t}_2) + \frac{1}{2}u_{20}(\bar{t}_1, \bar{t}_2)\mathbf{s}_1^2 + \frac{1}{2}u_{02}(\bar{t}_1, \bar{t}_2)\mathbf{s}_2^2 + u_{11}(\bar{t}_1, \bar{t}_2)\text{cov}(t_1, t_2) \quad (4.17)$$

Onde:

$\mathbf{s}_1^2$  - é a variância de  $t_1$  ;

$\mathbf{s}_2^2$  - é a variância de  $t_2$  e

$\text{cov}(t_1, t_2)$  - é a covariância de  $t_1$  e  $t_2$ .

A expressão (4.17) apresenta a utilidade esperada como uma função das médias, variâncias e covariâncias dos tempos respostas das duas primeiras unidades que chegam ao local da chamada emergencial.

Para cada local planejado é possível, calcular estas médias, variâncias e covariâncias. Então uma maneira para determinar um plano para localização que maximize a utilidade esperada das unidades de atendimento de emergências numa região, é o uso da equação (4.17), sujeita às restrições inerentes ao modelo *minisun* cujo objetivo é minimizar a soma dos custos associados com  $p$  facilidades.

A função utilidade é um instrumento que pode ser utilizado com bons resultados para se tomar decisões em situações de incerteza pois descrevem o comportamento de escolha do tomador de decisões por um conjunto de bens ou de procedimentos, representado por  $x_j$ , em

detrimento de outros conjuntos  $x_2, x_3, \dots, x_n$ , assumindo, naturalmente, que o conjunto de bens ou procedimentos escolhido deva representar uma utilidade maior que os rejeitados.

Por exemplo: Num determinado momento o administrador deve escolher a partir de um determinado conjunto de alternativas, sendo confrontado com várias incertezas e tendo conhecimento das conseqüências, que podem ser multidimensionais, que sua opção pode ocasionar. Uma função densidade de probabilidade de cada alternativa pode representar estas incertezas. O administrador terá então condições de selecionar a alternativa associada com a distribuição de conseqüências mais desejável, ou seja, a que maximiza os benefícios ou minimiza os prejuízos.

## **4.2 - MODELOS DE EXPANSÃO DA CAPACIDADE**

São modelos que procuram determinar à priori quando o sistema deverá se expandir levando em conta que atingiu sua capacidade máxima de atendimento, ou seja, o sistema atingiu seu ponto de saturação.

Dividem-se em modelos determinísticos, quando se conhece exatamente a equação de crescimento da demanda, e modelos probabilísticos, nos quais a demanda pode variar em torno de uma linha de tendência.

### **4.2.1- Modelos determinísticos:**

Desde o início da década de 60 muitos estudos quantitativos relacionados com a expansão da capacidade de instalações e sistemas foram realizados. Manne (1961) apresentou um trabalho seminal da área, cujos contornos foram ampliados por Srinivasan (1967), Freidenfelds (1980), Luss (1982), Li e Tirupati (1994) e outros. De uma forma geral os problemas de expansão de capacidade consideram uma curva de projeção da demanda no tempo, a qual deve ser atendida dentro de um certo nível de serviço (qualidade de atendimento) pré-definido. Em determinados instantes ao longo do horizonte do projeto, é acrescentada uma nova facilidade ao sistema com capacidade  $x$ . Admite-se que os custos de

investimento apresentem economias de escala, podendo ser representados por uma função do tipo:

$$I(x) = k x^a \quad (4.18)$$

com  $0 < a < 1$  e  $k > 0$ . A cada  $t$  anos o sistema deve ser revisto, acrescentando-se as capacidades  $x_1, x_2, \dots, x_n$  nos estágios  $j = 1, 2, \dots, n$  de forma a garantir um nível de atendimento dentro das especificações pré-estabelecidas. A demanda, por sua vez, cresce de acordo com uma função  $D(t)$ . Assim, num determinado estágio  $j$  da oferta, deve-se acrescentar uma capacidade igual a  $x_j$  de forma a atender ao acréscimo de demanda  $D(t_{j+1}) - D(t_j)$  que ocorrerá até o novo instante de revisão do sistema, no estágio  $t_{j+1}$ .

Para o desenvolvimento do modelo matemático, algumas considerações básicas devem ser observadas:

- a) A demanda varia com o tempo. Conforme o caso em estudo esta variação pode ser linear, geométrica ou até aleatória. Normalmente a demanda deve apresentar tendência de crescimento pois, se o inverso acontecer, não haverá necessidade de se adicionar novas capacidades ao sistema ;
- b) Os equipamentos são infinitamente duráveis, ou seja, as capacidades instaladas somente necessitarão ser substituídas ao final de sua vida útil, no infinito;
- c) Os custos unitários de expansão de capacidade são invariáveis no tempo;
- d) Quando a demanda atinge o ponto de saturação da capacidade existente,  $x$  unidades de novas capacidades são adicionadas ao sistema; e
- e) Assume-se que o horizonte de planejamento é infinito, porém, para efeitos práticos poderá ser truncado após um número arbitrário finito de anos.

A figura 3 esquematiza o incremento da capacidade de atendimento da demanda com o tempo. Observe-se que até o instante  $t_0$  as instalações existentes possuíam capacidade disponível para atender a demanda, cujo limite é representado pelo ponto  $D_0$ . Neste ponto considera-se que o serviço atingiu o nível de saturação, sendo necessário ampliá-lo,

introduzindo-se uma nova capacidade de tamanho  $x$ , que teria possibilidade de atender a demanda até que esta atinja o ponto  $D_0+x$ .

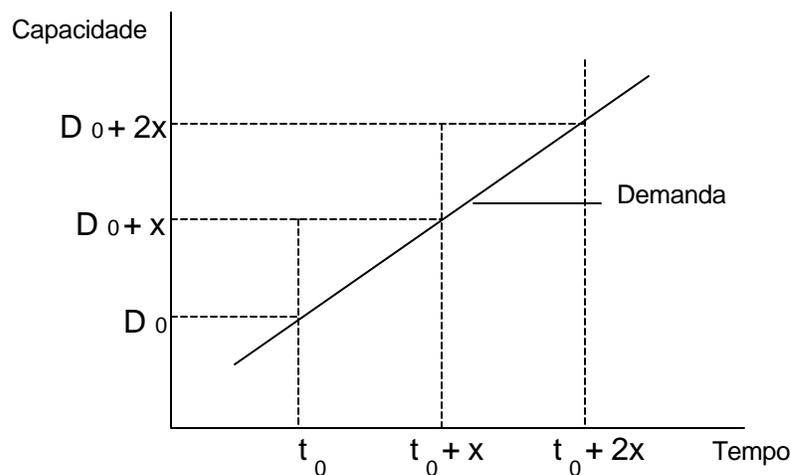
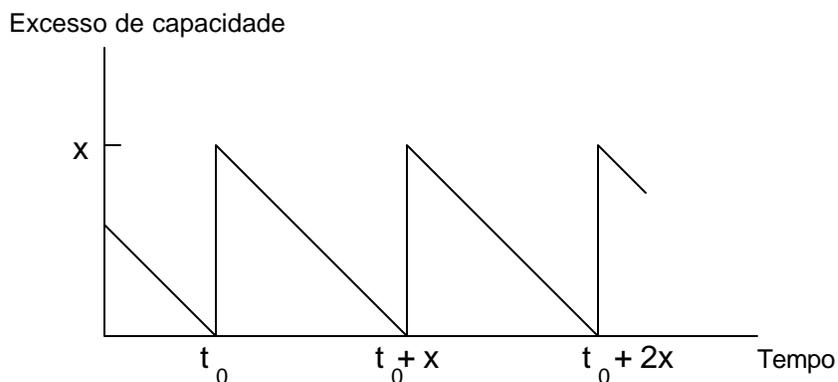


Figura 3- Crescimento da demanda e da capacidade com o tempo

A idéia principal é: sempre que a demanda sobe até o ponto em que a capacidade máxima de atendimento de uma facilidade existente é atingida, uma nova capacidade é adicionada. A evolução da demanda atendida se comporta como num modelo tipo “dente de serra” (*sawtooth*), onde  $t_0, t_1, t_2, \dots$ , são intervalos de tempo nos quais se acrescenta uma nova capacidade  $x$  ao sistema. Se, por conveniência, adotar-se como unidade física de capacidade e demanda como igual a um ano de crescimento da demanda este ciclo dentado se repetirá de  $x$  em  $x$  anos.

A figura 4 representa a evolução do excesso da capacidade com o tempo, onde observa-se que este excesso vai sendo “consumido” com o incremento da demanda.



#### Figura 4 - Evolução do excesso de capacidade

Manne (1961) tratou inicialmente do problema com expansão linear da demanda, em que os acréscimos de capacidade são todos iguais, ou seja,  $x_1 = x_2 = \dots = x_n = x$ . Sendo  $C(x)$  a soma de todos os custos futuros descontados à data zero, pode-se escrever a seguinte equação de recorrência (Manne, 1961), considerando o período  $x=t$  decorrido desde a data zero:

$$C(0) = k x^a + e^{-rt} C(t) \quad (4.19)$$

onde  $r$  é a taxa de desconto. Admitindo um horizonte de projeto suficientemente longo,  $C(0) \gg C(t)$ , sendo  $x$ , por outro lado, dado por  $x = \mathbf{j} t$  (crescimento não linear da demanda). Substituindo em (4.19):

$$C(t) = k (\mathbf{j} t)^a + e^{-rt} C(t) \quad (4.20)$$

ou

$$C(t) = \frac{k (\mathbf{j} t)^a}{1 - e^{-rt}} \quad (4.21)$$

Derivando a equação (4.21) em relação a  $t$  e igualando a zero, obtêm-se o intervalo ótimo entre sucessivos estágios.

No caso dos serviços de emergência a introdução da escala temporal no modelo é importante porque a ocupação das diferentes áreas urbanas apresenta crescimento irregular, com algumas se expandindo aceleradamente, enquanto outras permanecem mais ou menos estagnadas. A situação da oferta de telefones nos centros urbanos é exemplo típico, com sobra em algumas estações e falta em outras. Daí a necessidade de se planejar adequadamente as instalações também no tempo, considerando simultaneamente o dimensionamento e a localização.

Caso a demanda não apresente uma função com comportamento linear, mas sim com taxa geométrica de crescimento, Srinivasan [1967] provou que a função  $C(x)$  terá o seguinte aspecto:

$$C(x) = \frac{k \cdot x^a}{1 - e^{-(r-ag)x}} \quad (4.22)$$

Onde  $g$  representa uma taxa geométrica de crescimento da demanda. O modelo é idêntico à formulação linear, apenas com uma correção no coeficiente de  $x$ , no denominador.

A figura 5 demonstra que quando a demanda apresenta crescimento geométrico, o intervalo temporal entre a adição de novas capacidades unitárias não é mais constante, mas tende a decrescer com o tempo.

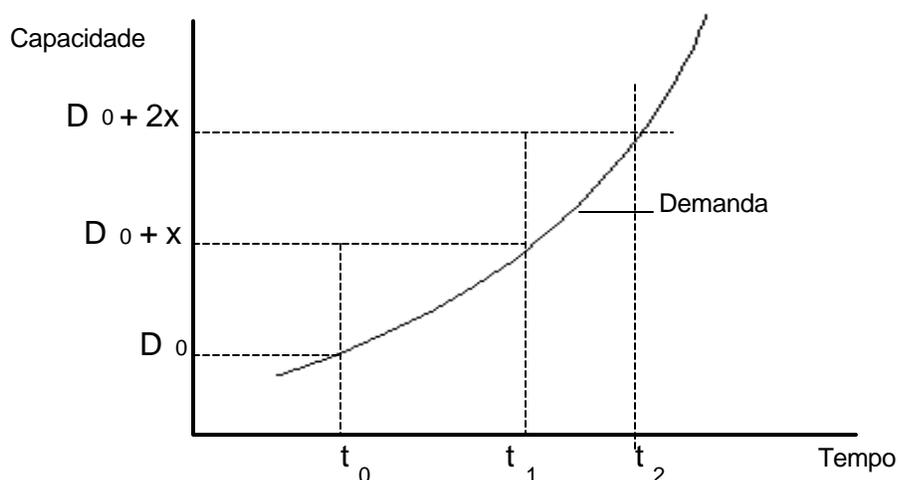


Figura 5 - Expansão da capacidade com demanda expandindo geometricamente.

#### 4.3.2 - Modelo probabilístico:

Manne (1961) ampliou seus resultados ao caso em que a demanda evolui de forma probabilística ao longo do tempo. Srinivasan (1967) e Freidenfelds (1980) estenderam os resultados para outras situações, envolvendo principalmente expansão geométrica da demanda. Pode-se também estender a metodologia para casos em que as expansões  $x$  são iguais (mesma capacidade), com o intervalo  $t$  entre expansões variando ao longo do tempo.

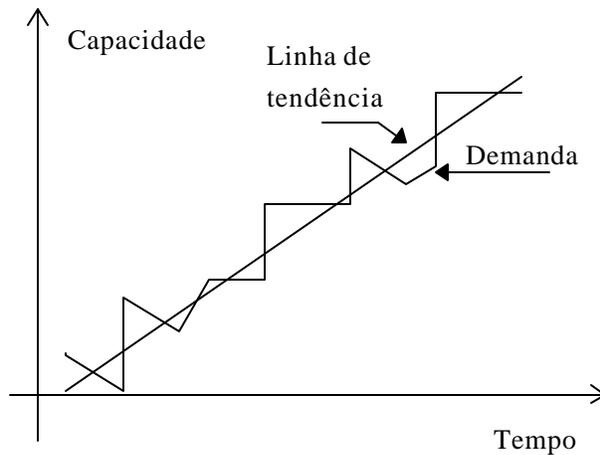


Figura 6 - Expansão da capacidade com demanda expandindo aleatoriamente, porém com tendência de crescimento linear.

Neste caso a demanda não se apresenta como uma função linear contínua mas sim varia aleatoriamente com o tempo. Agora nosso objetivo é minimizar o valor presente do custo esperado para se adicionar as novas capacidades. Considera-se que a demanda se comportara com semelhança a um movimento Browniano com tendência de crescimento.

Segundo Karlin [1968] o movimento Browniano é definido como um processo estocástico  $\{X(t) ; t \geq 0\}$ , com as seguintes propriedades:

- a) Todo incremento  $X(t+s) - X(s)$  é normalmente distribuído, com média 0 e variância  $ct$ ;  $c > 0$  é um parâmetro fixo constante.
- b) Para todo par de intervalos de tempo disjuntos  $[t_1, t_2]$ ,  $[t_3, t_4]$ , com  $t_1 < t_2 < t_3 < t_4$ , os incrementos  $X(t_4) - X(t_3)$  e  $X(t_2) - X(t_1)$  são variáveis aleatórias independentes com distribuição dada segundo (a) e similares para  $n$  intervalos de tempos disjuntos, onde  $n$  é um inteiro positivo arbitrário.

Isto significa que um deslocamento  $X(t+s) - X(s)$  é independente do passado, ou, em outras palavras, se conhecemos  $X(s) = x_0$ , então nenhum valor anteriormente conhecido de  $X(z)$  para  $z < s$ , tem qualquer efeito na lei de probabilidade que governa  $X(t+s) - X(s)$ . Escrito

formalmente, isto comprova que o processo é do tipo Markoviano, pois se  $t > t_o > t_1 > \dots > t_n$ , então:

$$P[X(t) \leq x / X(t_o) = x_o, X(t_1) = x_1, \dots, X(t_n) = x_n] = P[X(t) \leq x / X(t_o) = x_o] \quad (4.23)$$

.Para o nosso estudo, define-se que ocorre uma descontinuidade em todos os intervalos  $\Delta t$  do tempo. Esta descontinuidade discreta tem probabilidade  $p$  de ser crescente (constituindo um acréscimo  $\Delta D$  unidades na demanda) ou probabilidade  $q = (1-p)$  de decrescer  $\Delta D$ . Em termos do processo de Markov temos:

$$D(t) = D(t - \Delta t) + \varepsilon(t) \quad (4.24)$$

Onde  $D(t)$  representa a demanda no tempo  $t$  e  $\varepsilon(t)$  é uma variável aleatória que pode tomar os valores de  $+\Delta D$  e  $-\Delta D$  com probabilidades  $p$  e  $q$  respectivamente.

Utilizando o processo de difusão de Bachelier-Weiner, descrito em Manne [1961], obtêm-se:

$$\frac{(\Delta D)^2}{\Delta t} = \mathbf{s}^2 \quad ; \quad p = \frac{1}{2} + \frac{\mathbf{m}\Delta D}{2\mathbf{s}^2} \quad ; \quad q = \frac{1}{2} - \frac{\mathbf{m}\Delta D}{2\mathbf{s}^2} \quad (4.25)$$

Onde  $\mathbf{m}$  é a média e  $\mathbf{s}^2$  é a variância da demanda. Os parâmetros  $p$ ,  $q$ ,  $\Delta D$  e  $\Delta t$  conduzem nosso estudo a um problema estocástico em que o crescimento total de  $D$  sobre um período fixado de  $t$  anos é uma variável aleatória  $D(t)$ . Além disso, no limite, para o caso de tempo contínuo e uma direção preferencial de crescimento, este processo descreve o incremento da demanda como uma variável aleatória que é normalmente distribuída com média  $\mathbf{m}$  e variância  $\mathbf{s}^2 t$ .

Utilizando-se a teoria desenvolvida por Manne [1961], obtém uma função que determina o intervalo de tempo entre as expansões de capacidade através da seguinte equação:.

$$C(x) = \frac{kx^a}{1 - e^{-I_2 x}} \quad (4.26)$$

Onde:

$$l_2 = \frac{m}{s^2} \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{2rs^2}{m^2}} \right) \quad (4.27)$$

Que é uma função que pode ser minimizada para obter-se o valor ótimo de  $x$ . Nesta equação observa-se que o coeficiente  $-r$  da equação (4.21) é substituído por  $\lambda_2$  (sempre negativo) que, por sua vez, é função da média e da variância da demanda.

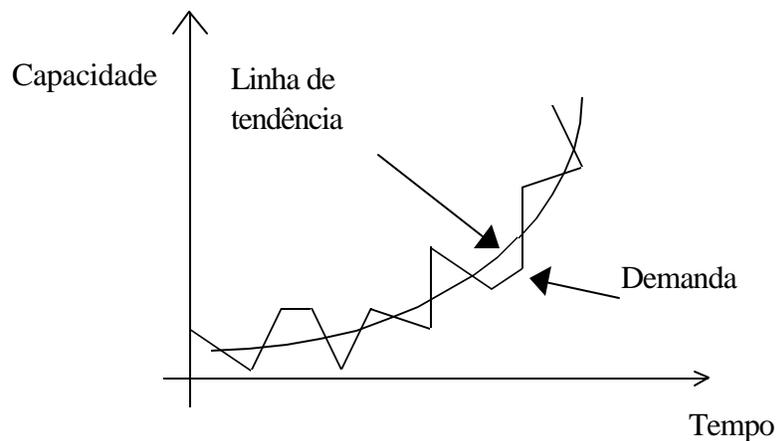


Figura 7 - Expansão da capacidade com demanda expandindo aleatoriamente, porém com tendência de crescimento geométrico (exponencialmente).

Freidenfelds [1980] desenvolveu para o segundo termo do divisor da equação (4.21) uma expressão que leva a uma transformação do problema probabilístico num problema determinístico equivalente:

$$E[e^{-r(t_d)}] = e^{-r(d/g)} \quad (4.28)$$

Onde  $t_d$  é o tempo aleatório em que a demanda atingirá um nível  $d$ , no qual será adicionada uma nova capacidade ao sistema; e  $g$ , que pode ser entendido como uma taxa de

crescimento equivalente de uma demanda estocástica transformada para uma determinística, tem a seguinte forma:

$$g \cong \left( \frac{m + \sqrt{m^2 + 2rS^2}}{2} \right) \quad (4.29)$$

Campbell [1990] desenvolveu um modelo que relaciona os custos de viagem e de implantação das unidades para localização e expansão de terminais de cargas.

Este modelo geral de localização dinâmica de terminais num ambiente com demanda em expansão baseia-se, em três parcelas de custos: custo de viagem dos veículos, custo de implantação e custo de relocação dos terminais. Cada uma destas três componentes do custo total será formalizada a seguir, definindo-se estratégias de ação com o propósito de se obter no final uma estratégia ótima de localização de unidades numa determinada região.

O número de veículos no sistema, no tempo  $t$ ,  $K(t)$ , é uma função com valor inteiro, não decrescente. As viaturas podem ser localizadas em qualquer posição dentro da região de serviço  $s$ , que pode ser dividida em vários distritos, e suas localizações no tempo  $t$  são  $X(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_k(t)]$ , onde  $x_j(t)$  é a localização da  $j$ -ésima viatura no tempo  $t$ . Toda vez que  $K(t)$  cresce, o vetor  $X(t)$  é incrementado com um novo elemento.

Os terminais são adicionados nos instantes de tempo  $t_i$ ,  $i=1,2,3,\dots$  e  $t_i < t_{i+1}$ . Será considerado que as relocações somente serão efetuadas naqueles instantes de tempo. Portanto  $K(t)$  e  $X(t)$  somente se alteram nos tempos  $t_i$ .

O número acumulado de relocações que ocorrerem é  $M(t)$  e quando um terminal específico for relocado várias vezes,  $M(t)$  cresce em cada relocação. Então  $M(t)$  também é uma função não decrescente que somente pode alterar de valor nos tempos  $t_i$ . A densidade da demanda,  $r(x, t)$  (carregamentos por unidade de tempo na localidade  $x$ , no tempo  $t$ ), é uma função contínua, não decrescente no espaço e no tempo com limite finito. Considera-se que região de serviço  $s$  tem tamanho  $A$  e, em princípio, não muda com o tempo.

O custo total descontado é o valor presente da soma dos custos de implantação e relocação dos terminais e dos custos de transporte, descontado sobre um horizonte de tempo

infinito (na prática se faz uma truncagem no modelo após um certo número de anos). Cada componente do custo será explicitado abaixo.

Os custos de implantação dos terminais são os relativos a construção, aquisição e manutenção dos veículos e todas as despesas com pessoal e material de expediente. Os custos variáveis são desconsiderados porque geralmente representam uma pequena percentagem do custo total, ou seja os custos de implantação são os destinados para adquirir e operar as unidades de emergência e suas bases.

O custo fixo por unidade de tempo é representado por uma série contínua de pagamentos de tamanho  $f$ . Se as despesas ocorrerem num único instante de tempo com custo  $F$ , então  $F$  é descontado sobre um horizonte infinito,  $f=qF$ , onde  $q$  é a taxa de desconto (proporção do valor por unidade de tempo,  $q > 0$ ). Se o custo for expresso por unidades de  $f$ , então o custo descontado de implantação dos terminais no intervalo de tempo entre  $t_0$  e  $\infty$  é:

$$\int_0^{\infty} K(t)e^{-qt} dt \quad (4.30)$$

Os custos de viagem são os devidos aos custos de deslocamento entre a base das viaturas até o local do incidente, acrescidos de um custo relativo aos prejuízos ocorridos em função da demora do socorro..

Sendo  $D(x, X(t))$  o custo médio de viagem de uma viatura para coletar uma carga ou fazer uma entrega ocorridos no tempo  $t$ , com origem no ponto  $x$  e para todos os destinos na região de serviço. Multiplicando pela demanda do distrito  $x$ , no tempo  $t$ ,  $\mathbf{r}(x, t)$  (chamadas por unidade de área, por unidade de tempo), e integrando sobre a região de serviço, obtém-se o custo total de viagem por unidade de tempo para atender toda a demanda no tempo  $t$ . O custo total de viagem acumulado no intervalo de tempo entre  $t_0$  e  $\infty$  é então:

$$\int_0^{\infty} \left[ \int_s \mathbf{r}(x, t) D(x, X(t)) \right] e^{-qt} dt \quad (4.31)$$

Os custos de relocação incluem somente os custos para desativar uma base e remove-la para outro local. Este é um custo que ocorre unitariamente no tempo. Não são considerados os custos de operação e aquisição dos veículos, que já foram incluídos nos custos de implantação das viaturas. A formulação do custo de relocação é similar a do custo de implantação. Para cada relocação no tempo  $t_i$ , um valor  $R$  é despendido.  $R$  pode ser considerado como equivalente para todas as bases ou terminais e não depende da distância entre a nova e a antiga localização.

Este custo unitário também deve ser convertido para um custo contínuo equivalente, por unidade de tempo,  $r = qR$ , descontado no intervalo entre  $t_0$  e  $\infty$ . Então cada relocação é representada por um dispêndio de  $r$  unidades de custo por unidade de tempo, para todo o tempo após a relocação. O custo descontado total referente às relocações é o produto do custo de cada relocação,  $r$ , e o número total de relocações  $M(t)$ , descontado para o tempo  $t_0$  até  $\infty$ .

$$\int_0^{\infty} M(t) r e^{-qt} dt \quad (4.32)$$

Caso a localização,  $X(t)$ , dos terminais seja conhecida para todas as unidades de tempo, então o número de terminais,  $K(t)$ , e o número de relocações,  $M(t)$ , também serão conhecidos. Portanto a soma dos custos de transporte, implantação e relocação é, na realidade, uma função somente da localização das bases das viaturas, e pode ser denotado por  $C(X(t))$ .

$$C(X(t)) = \int_0^{\infty} K(t) e^{-qt} dt + \int_0^{\infty} \left[ \int_s \mathbf{r}(x, t) D(x, X(t)) \right] e^{-qt} dt + \int_0^{\infty} M(t) r e^{-qt} dt \quad (4.33)$$

Combinando os custos numa única integral e fazendo  $A$  representar a área da região de serviço e  $\bar{D}(s, X(t))$  o custo médio de viagem para todos os atendimentos nesta região se pode rescrever a equação (4.33):

$$C(X(t)) = \int_{t_0}^{\infty} [K(t) + \mathbf{r}(x, t) A \cdot \bar{D}(s, X(t)) + M(t) r] e^{-qt} dt \quad (4.34)$$

Nesta função, através de pesquisas de campo, podem ser conhecidos: a região de serviço  $s$ , a densidade da demanda  $\mathbf{r}(x,t)$  e os parâmetros  $r$ ,  $q$  e  $t_0$ .  $D(x,X(t))$  pode ser determinado a partir de  $X(t)$ . Para se obter estratégias de localização é necessário, então, se definir uma série de regras e procedimentos que possam determinar  $K(t)$ ,  $X(t)$ ,  $M(t)$  e  $t_i$ .

Fazendo  $C'[X(t)]$  representar a soma dos custos instantâneos de viagem, implantação e relocação no tempo, obtém-se:

$$C'[X(t)] = K(t) + \mathbf{r}(x,t)AD[s, X(t)] + M(t)r \quad (4.35)$$

Como a escolha de posições para implantar e localizar um dado número de viaturas depende do número de terminais disponíveis e não de quando foram incluídos no sistema, pode-se adotar para localização um dos modelos citados anteriormente no capítulo relativo ao estado da arte, ou seja conjuntos de cobertura, p-mediana, p-centros, ou os modelos dinâmicos. Por conseguinte é necessário se encontrar estratégias para determinar “quando” serão adicionadas novas facilidades ao sistema.

Um novo terminal será adicionado à região de serviço no momento em que a soma dos custos de viagem, implantação e relocação com  $k$  unidades de emergência for igual aos custos totais com  $k+1$  unidades, ou seja, Campbel [1990], demonstrou que quando a demanda crescer até um determinado patamar os custos para atendê-la com as facilidades já instaladas podem ser tão elevados, em função do incremento dos custos de transporte e dos prejuízos em função da demora do atendimento, que justifica-se a implantação de uma nova facilidade.

Notar que  $K(t)$ ,  $X(t)$ ,  $M(t)$  e  $D(x,X(t))$  alteram somente no instante de tempo  $t_i$  e são constantes para  $t_i \leq t < t_{i+1}$ . Apenas a demanda  $\mathbf{r}(x,t)$  muda continuamente com o tempo. Se pode, portanto, admitir o custo total não como função de  $X(t)$  ou  $t$ , mas como função da demanda  $C[\mathbf{r}(x,t)]$ .

Considerando  $\mathbf{r}(x,t) = \mathbf{r}$  como a demanda em um instante de tempo  $t$ , para determinar o momento  $t_i$  que deve ser adicionado um novo terminal deve-se encontrar a demanda limite  $\mathbf{r}_i$  cujos custos totais com  $k$  viaturas serão iguais aos custos totais com  $k+1$

unidades. Este momento  $t_i$  e, conseqüentemente, esta demanda limite  $r_i$  representam um ponto chamado ponto de salto ou ponto de regeneração. Em relação à demanda, as variáveis  $K(r)$ ,  $X(r)$ ,  $M(r)$  e,  $\bar{D}(s, X(\mathbf{r}))$  mudam somente quando se atinge a demanda limite  $r_i$ . Todas permanecem constantes para  $r_i \leq r < r_{i+1}$ . Por conseguinte, pode-se admitir:

$$K(t_i) = K(r_i), X(t_i) = X(r_i) \text{ e } M(t_i) = M(r_i).$$

A distribuição instantânea de custos  $C'(X(r))$  pode, então, ser considerada como uma função linear por partes que muda aos saltos em  $r_i$ ,  $i=1,2,3,\dots$  (Função tipo *sawtooth*).

$$C'(X(\mathbf{r})) = K(\mathbf{r}) + \mathbf{r}A[D(s, X(\mathbf{r}))] + M(\mathbf{r})r \quad (4.36)$$

Verifica-se que as decisões de “onde” implantar e relocal os terminais são baseadas somente na minimização dos custos de viagem, enquanto que as decisões de “quando” implantar ou relocal os terminais, baseiam-se no custo total, ou seja, nos custos de viagem, de implantação e de relocação. Portanto a decisão de “onde localizar” é independente da de “quando localizar” um terminal, podendo, por isso, serem tratadas separadamente.

A localização de um ou mais terminais pode ser determinada, a princípio, sem conhecer a faixa de demanda que é atendida por cada configuração particular de bases de viaturas, isto é, sem conhecer  $r_i$ . O procedimento para obter  $r_i$  é o seguinte: Encontrar a localização de 1 até  $k$  bases de viaturas,  $X(r_i)$ ,  $i=1,2,\dots,k-1$ . Cada configuração de  $i$  bases é apropriada para atender uma faixa de demanda ainda desconhecida  $r_i \leq r < r_{i+1}$ . A partir da localização de 1 até  $k$  terminais, o custo médio de viagem  $\bar{D}(s, X(\mathbf{r}_i))$ ,  $i=1,2,\dots,k-1$  pode ser calculado. A demanda que configura o ponto de salto ou de regeneração (quando é adicionada um novo terminal) é então determinada resolvendo:

$$K(\mathbf{r}_{i-1}) + \mathbf{r}_i A[D(s, X(\mathbf{r}_{i-1}))] + M(\mathbf{r}_{i-1})r = K(\mathbf{r}_i) + \mathbf{r}_i A[D(s, X(\mathbf{r}_{i-1}))] + M(\mathbf{r}_i)r \quad (4.37)$$

Se, por exemplo, se considerasse que apenas um terminal seria adicionado ao sistema de cada vez e que exatamente uma relocação fosse executada a cada adição de um novo terminal, ter-se-ia para  $r_i$ :  $K(r_i)=I+K(r_{i-1})$  e  $M(r_i)=I+M(r_{i-1})$ , então:

$$r_i = \frac{1+r}{\bar{D}(s, X(r_{i-1})) - \bar{D}(s, X(r_i))} \quad (4.38)$$

$X(r_i)$  é a localização de  $i+1$  terminais e é conhecida para  $i=1,2,\dots,k-1$ . Portanto, concluindo, determinando-se  $r_i$  e conhecendo-se a curva de expansão da demanda em relação ao tempo, é possível se determinar o instante que deverá ser adicionado cada novo terminal ao sistema e, conseqüentemente, estará resolvido o problema proposto.

### 4.3 - MODELOS QUE LEVAM EM CONTA O TEMPO DE ESPERA

O tempo médio de espera para atendimento de uma chamada de emergência, entre o instante que se inicia a transmissão de dados do solicitante para a central de comando e a chegada das viaturas no local do incidente ou seja, o tempo resposta, pode ser estimado por um modelo de filas com uma determinada taxa de chegada e de atendimento. Sob condições normais, a chegada de solicitações a uma central de comando de um sistema de atendimento emergencial pode ser admitida como um processo de Poisson, com uma taxa de  $\lambda$  chamadas por unidade de tempo, ajustada pela seguinte fórmula de recorrência:

$$P_n = \frac{\lambda}{n} P_{n-1} \quad (4.39)$$

Com  $P_0 = e^{-\lambda}$ , e  $P_n$  representando a probabilidade de, exatamente,  $n$  chamadas ocorrerem por unidade de tempo.

O problema maior é estabelecer a distribuição que melhor explica a taxa de atendimento, devido a grande variedade de incidentes que envolvem um sistema de atendimento emergencial. Esta distribuição genérica situa-se entre a distribuição determinística, com taxa de variação  $Cv$  igual a zero, até a distribuição exponencial, com coeficiente de variação igual a unidade.

$$Cv = \frac{\sigma_x}{E[x]} = \frac{\sqrt{Var(x)}}{E[x]} \quad (4.40)$$

Onde:

$C_v$  é o coeficiente de variação da distribuição;

$E[x]$  é o valor esperado do tempo médio de atendimento e

$\sigma_x$  é o desvio padrão da distribuição.

É necessário, portanto, determinar a distribuição genérica que corresponda ao processo de atendimento das chamadas de emergência. Para filas com chegadas regidas por processo de Poisson e apenas uma posição de serviço é muito prática a equação de Pollaczek-Khintchine para cálculo do tempo médio de espera na fila. Essa equação vale para qualquer distribuição do tempo de atendimento, desde que exista apenas uma estação de serviço e as chegadas constituam um processo de Poisson (Souza et Novaes [1994]).

Seja  $\lambda$  o fluxo médio de chegadas medido em número de elementos por unidade de tempo (chamadas por hora ou incêndios por dia, por exemplo). Seja  $E[t] = \bar{T}$  o tempo médio de atendimento e  $\sigma_t$  o seu desvio padrão. O índice de congestionamento  $r$  do sistema é dado por:

$$r = \frac{\lambda}{1/\bar{T}} = \lambda \bar{T} \quad (4.41)$$

E admitindo  $r$  menor que a unidade a fim de garantir o equilíbrio estocástico da fila.

O tempo médio de espera na fila  $\bar{W}_q$ , ou, no caso de sistema de atendimento emergencial, o tempo resposta, (Novaes [1975]) pode ser definido como:

$$\bar{W}_q = \frac{r^2}{2(1-r)} [1 + C_v(t)^2] \quad (4.42)$$

Para tempo de atendimento constante tem-se  $C_v(t)=0$ ; para tempo de atendimento regido por distribuição exponencial tem-se  $C_v(t)=1$ . Verifica-se, portanto, que o tempo médio de espera para o segundo caso é o dobro do valor obtido para o primeiro caso. Este resultado obviamente só é válido para chegadas regidas por processo de Poisson, com uma única posição de atendimento. Entretanto, no problema de expansão de um sistema de

atendimento emergencial, não se tem apenas uma posição de atendimento, representada por apenas uma equipe de socorro ou viatura do corpo de bombeiros, mas sim  $m$  equipes ou viaturas. Para se encontrar uma solução para este problema adaptou-se uma fórmula empírica semelhante à fórmula de Pollaczek-Khintchine, admitindo-se  $m$  posições de atendimento:

$$\overline{W}_{EG} \cong \left[ A + B(Cv(t))^2 \right] \quad (4.43)$$

Onde:  $\overline{W}_{EG}$  é o tempo médio de espera na fila M/G/m para uma distribuição genérica do tempo de atendimento.

$$A = \frac{\mathbf{r}}{2(1-\mathbf{r})} \overline{T} \quad \text{se } m = 1 \quad (4.44)$$

$$A = \overline{W}_{ED} \quad \text{se } m > 1 \quad (4.45)$$

$$B = \frac{\mathbf{r}}{2(1-\mathbf{r})} \overline{T} \quad \text{se } m = 1 \quad (4.46)$$

$$B = \overline{W}_{EM} - \overline{W}_{ED} \quad \text{se } m > 1 \quad (4.47)$$

Onde:  $\overline{W}_{ED}$  é o tempo de espera numa fila M/D/m com tempo de atendimento constante;

$\overline{W}_{EM}$  é o tempo de espera numa fila M/M/m com atendimento regido por distribuição exponencial.

Portanto:

$$\overline{W}_{EG} = \overline{W}_{ED} + (\overline{W}_{EM} - \overline{W}_{ED})Cv(t)^2 \quad (4.48)$$

Para determinar os valores de  $\overline{W}_{ED}$  e de  $\overline{W}_{EM}$  temos as seguintes fórmulas:

$$\overline{W}_{EM} = \frac{\pi_0(\mathbf{r}m)^m}{(1-\mathbf{r})^2 m!m} \overline{T} \quad (4.49)$$

Onde  $\pi_0$  é a probabilidade de não haver nenhum elemento no sistema, dada por:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{j=0}^{m-1} \frac{(m \cdot r)^j}{j!} + \frac{(m \cdot r)^m}{m!(1-r)}} \quad (4.50)$$

Sendo  $j$  o número de elementos na fila.

$$\overline{W}_{ED} = \frac{m}{(m+1)} \frac{(1-r^{m+1})}{(1-r^m)} \overline{W}_{EM} \quad (4.51)$$

A taxa  $\lambda$  de chegada de chamadas de emergência depende da função demanda  $Q(t)$ , ou seja  $\lambda$  pode variar com o crescimento da procura dos serviços de emergência. Este crescimento depende de muitos fatores como aumento da população, dos locais de risco e outros, porém depende principalmente do tempo, que é o fator básico para se determinar os intervalos em que serão adicionados as novas unidades de atendimento de emergências (viaturas). O crescimento da demanda em relação ao tempo pode ser estimado por métodos de regressão ou pelos modelos da teoria da decisão, onde vários cenários são estudados, avaliando-se as probabilidades de cada um.

Portanto como  $\lambda$  é função do tempo,  $\lambda=f(t)$ , a equação (4.48) também fica em função do tempo,  $\overline{W}_{EG}=f(t)$ . Fixando-se um tempo de espera médio ( $T_{EM}$ ) admissível, é possível, através de métodos de otimização, se determinar o intervalo de tempo em que deve ser providenciado o acréscimo e a localização de novas viaturas na região. Ou, em outras palavras, dado o número  $m$  de viaturas, calcular período de tempo que estas  $m$  U.E. poderão atender a crescente demanda de chamadas de emergência que devem ser atendidas, sem que estas tenham que aguardar mais que um tempo médio de espera (tempo resposta) tal que os custos do incidente fiquem numa faixa admissível.

## **5 - DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO DO MODELO**

Neste capítulo serão desenvolvidos os modelos matemáticos que serão aplicados ao problema proposto nesta tese, cujo objetivo, como já explanado no capítulo 3, é criar um sistema que possibilite encontrar uma distribuição ótima, tanto espacial como temporal, de viaturas para atendimento de emergências.

Por apresentarem características próprias e para facilidade de operacionalização, os problemas de distribuição espacial e distribuição temporal são resolvidos individualmente sendo que o aspecto espacial da distribuição dos serviços tem prioridade de tratamento. A partir da localização determinada na fase anterior se parte para definir o aspecto temporal, ou seja, considerando uma dada distribuição das unidades na região de estudo, verifica-se quando o sistema necessitará ser revisto tendo em vista que um ou mais distritos já terão atingido sua capacidade máxima de atendimento de acordo com critérios pré definidos.

### ***5.1- DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL***

Os modelos minimax e minisun, concebidos de maneira a minimizar distâncias ou custos, apresentam algumas desvantagens quando aplicados, em sua essência, em sistemas de atendimento emergencial. Somente em problemas com demanda uniforme em todos os pontos da região de estudo é que se admite o uso somente da distância como elemento definidor da distribuição das facilidades, assim como é questionável a utilização de custos monetários para avaliação de situações onde estão envolvidas perdas de vidas, ferimentos e bens de pessoas além de muitos custos indiretos.

Por várias razões, é muito difícil se obter uma relação entre o tempo resposta de um sistema de atendimento de emergência, e particularmente dos Corpos de Bombeiros, e os prejuízos ocorridos em função deste tempo. Primeiro, os dados disponíveis em serviços de proteção contra incêndios geralmente não incluem tempo resposta como variável de interesse. Segundo, a extensão dos prejuízos do fogo são muito aleatórios mesmo quando comparados

com incêndios em estruturas similares e com tempo resposta equivalente. Terceiro, consideráveis erros de observação são possíveis em função de diferentes avaliadores dos danos do fogo.

Além das dificuldades técnicas em atribuir uma relação entre prejuízo/tempo resposta, existem problemas devido a incerteza sobre como os tomadores de decisão avaliam os níveis de realização das várias medidas de performance. Por exemplo, se o Corpo de Bombeiros tem por objetivo minimizar o número de vítimas e os prejuízos às propriedades, mesmo que conheça como a decisão da localização influenciará a realização destas medidas, considerações subjetivas do valor relativo destas medidas de performance podem ser feitas. Então a complicação do problema da decisão de onde localizar as unidades de bombeiros é a dificuldade de medir objetivamente o desempenho dos sistemas de combate ao fogo em função dos múltiplos atributos e as incertezas da exata localização futura, do número de incêndios e o tempo resposta de cada um deles.

Uma alternativa para obter uma função de custos derivados empírica é o uso da análise de utilidade, por ser um instrumento muito útil para tomar decisões em situações de incerteza. Este método usa a experiência de especialistas na área de prevenção e combate ao fogo para atribuir importância às funções de utilidade para fazer a relação entre os vários atributos do sistemas de atendimentos de emergências com um menor tempo resposta e um menor custo possíveis.

Estes custos do incidente são os prejuízos que ocorrem em função da demora do atendimento e podem ser representados pelo número de mortos ou feridos, custos dos danos materiais, lucros cessantes, perda de postos de trabalho, etc. Podem ser avaliados através de pesquisas que utilizem técnicas de preferência declarada, onde se determinará o “quanto” a sociedade estaria disposta a pagar para ter um menor ou maior tempo resposta para um sistema de atendimento emergencial.

O uso da análise de utilidade, como proposto por Reilly [1983], seria uma boa alternativa para se definir os níveis de ponderação dos custos de deslocamentos com a utilização, por exemplo, de pesquisas tipo preferência declarada. O problema é que, em assuntos de interesse social como os atendimentos emergenciais, as pessoas, ao responderem

os itens das pesquisas, tendem a ter um comportamento muito emocional e impulsivo, concordando, em princípio, que deveriam ser canalizados o máximo de recursos para a implantação e a implementação de equipamentos para apoio à população. Porém ao se confrontarem com a alternativa de efetivamente contribuírem financeiramente em favor de sua segurança ou de abrirem mão de outras benfeitorias, normalmente sua atitude se modifica e aquela disposição inicial já não é mais a mesma. Ou seja, os dados oriundos das pesquisas de preferência declarada quase sempre se contrapõem com os das de preferência revelada. Isto é, as pessoas concordam que devem ser implementados os sistemas de emergência desde que esta implementação não implique em substituição de outros serviços prestados ou em aumento de impostos.

Como a demanda tem tendência de crescer, unidades de emergência devem ser adicionadas ou relocadas com o tempo para diminuir o tempo resposta de atendimento e evitar a possibilidade de formação de filas.

O problema de alocação dinâmica de U.E. é determinar “quando e onde” localizar estas unidades de modo a atender uma demanda espacial e temporalmente distribuída. Deve ser verificado:

- 1) Quando e onde deverão ser adicionadas novas U.E.;
- 2) Quando e onde deverão ser relocadas as U.E. existentes.

Neste trabalho foram propostos critérios práticos para distribuir as viaturas de atendimento emergencial numa dada região. Utilizou-se, além do critério da distância entre os diversos distritos, informações relativas à população e a probabilidade de ocorrerem incidentes em cada um destes distritos.

Adotou-se, também, um “índice de risco” que pondera o valor das distâncias entre cada zona, ou seja, os distritos com maior população e com maior probabilidade de acidentes que demandem atendimento emergencial, são privilegiados na distribuição espacial das viaturas.

Na aplicação prática deste trabalho utilizou-se uma adaptação do modelo *minisun* que apresenta como vantagem a possibilidade de minimizar a soma dos custos associados com  $p$  facilidades, o que é muito conveniente em Países com poucos recursos financeiros, como o Brasil, onde normalmente não se tem um número ilimitado de equipamentos para colocar à disposição de todos os usuários em potencial na área de estudo, a fim de se garantir uma medida mínima de desempenho do sistema, mas sim se dispõe de apenas algumas unidades que devem ser distribuídas da melhor maneira possível.

$$\text{Minimizar } Z = \min \left( \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m d_{ij} x_{ij} a_i \right) \quad (5.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n y_j = p \quad (5.2)$$

$y_j = 1$  se uma viatura (unidade) é baseada no local  $j$ , ou 0 nos demais casos.

$a_i$  = fator de ponderação do custo para atender o distrito  $i$ .

$x_{ij} = 1$  se a facilidade no local  $j$  atende a zona  $i$ , 0 nos outros casos;

$d_{ij}$  é o “custo” de atender a zona  $i$  a partir da estação  $j$ .

Significa que o número  $p$  de unidades a serem localizadas é pré-fixado;

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (5.3)$$

Garante que todos os distritos serão atendidos por uma unidade de emergência;

$$y_j \geq x_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (5.4)$$

Assegura que a zona  $i$  pode ser servida apenas por unidades estabelecidas, isto é, se  $x_{ij}=1$  então  $y_j$  também deve ser igual a 1.

$$y_j, x_{ij} \in (0,1) \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (5.5)$$

Além disso, se algum distrito  $j$ , por algum motivo anteriormente estabelecido, deve possuir uma unidade de emergência, fixa-se o correspondente  $y_j$  para ser 1; enquanto que, se não for possível se localizar a facilidade naquele local, deve-se fixar  $y_j$  para ser igual a zero.

Observa-se que o número de facilidades  $p$  é dado exogeneamente, o que pode ser considerado como uma simplificação. O ideal é fazer uma ligação explícita entre o número de facilidades e os custos decorrentes dos incêndios (perda do patrimônio, pessoas feridas ou mortas, lucros cessantes, eliminação de postos de empregos, etc.).

A função objetivo (5.1), é basicamente a soma dos  $d_{ij}$  que estão ativos e fornece uma medida deste custo.

Por outro lado, se for imposto um custo fixo  $f_j$  para localizar uma facilidade num local qualquer  $j$  e fazendo o número de viaturas dependente da minimização do custo total para localização das unidades, então torna-se necessário acrescentar um termo adicional na função objetivo substituindo a restrição (5.2).

$$\sum_{j=1}^m f_j y_j \quad (5.6)$$

Outra relação que pode ser expressa entre o custo de implantação das facilidades e o custo dos incêndios é adicionar a componente de custo na função objetivo e remover a restrição de  $p$  facilidades.

O problema formulado fica então:

$$.Z = \min \left( \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n d_{ij} x_{ij} + \sum_{j=1}^m f_j y_j \right) \quad (5.7)$$

Sujeita às restrições (5.3) até (5.5) Onde  $f_j$  é o custo fixado para estabelecer uma facilidade no local  $j$ .

Uma outra consideração prática pode requerer que, pelo menos  $c$  das facilidades existentes localizadas no conjunto  $C$  dos locais viáveis, deva permanecer no novo projeto. Torna-se necessário, então, uma restrição adicional.

$$\sum_{y_j \in C} y_j \geq c \quad (5.8)$$

Para evitar que se obtenha uma solução ótima na qual o número de viaturas localizadas se torne exagerado, se pode incluir a seguinte restrição que limita o custo máximo de deslocamento ou de operação das unidades que podem ser localizadas em alguma zona.

$$x_{ij} d_{ij} \leq d_i^* \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (5.9)$$

Onde  $d_i^*$  é o custo máximo admissível (custo de viagem, distância, prejuízos, etc.) para um incêndio na zona  $i$ . O valor de  $d_i^*$  pode ser especificado pelo administrador do sistema.

Como é admitida a possibilidade de considerar a chegada de várias viaturas, além da primeira, no incêndio, se torna necessário a inclusão de novas restrições. Para facilidade de entendimento considerar-se-á apenas a possibilidade de chegada da primeira e segunda viaturas e as restrições serão necessárias a fim de garantir que:

1. Prevenir que uma mesma viatura não seja atribuída como a primeira e a segunda unidade.
2. Assegurar que exatamente duas unidades de emergência sejam atribuídas para cada zona.
3. Limitar a distancia de viagem ou o tempo resposta máximos que uma viatura deva percorrer até atingir o ponto de origem da chamada.

Observe-se que as restrições expostas acima poderão facilmente ser estendidas para a terceira, quarta e demais unidades a serem enviadas para os pontos dos incidentes.

Para diferenciar as variáveis associadas com a segunda unidade introduziu-se a notação apostrofe ( $'$ ).

$x'_{ij} = 1$  se o local  $j$  tem a possibilidade de ser atendido pela 2ª unidade oriunda da zona  $i$ ;

$= 0$  nos demais casos.

$d_i^*$  é o máximo custo de viagem admitido para a 2ª unidade oriunda da zona  $i$  para atender a zona  $j$ .

Para se prevenir que a mesma viatura não seja designada como primeira e segunda unidade de emergência a ser enviada para o incêndio, faz-se:

$$x_{ij} + x'_{ij} \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (5.10)$$

Para se assegurar que cada zona  $i$  também possua uma segunda viatura para atendê-la, introduz-se:

$$\sum_{j=1}^n x'_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad (5.11)$$

Para garantir que a segunda viatura atribuída para atender o incidente na zona  $i$  tenha um custo de viagem menor ou igual a  $d_i^*$  se requer:

$$x'_{ij} d_{ij} \leq d_i^* \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (5.12)$$

Naturalmente, como no caso de viatura única, deve se assegurar que se o local  $j$  tem a responsabilidade de atender a zona  $i$  com a segunda unidade, então no local  $j$  deve existir uma facilidade estabelecida, isto é:

$$y_j \geq x'_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (5.13)$$

## **5.2- MODELO DE DISTRIBUIÇÃO TEMPORAL**

### **5.2.1- Crescimento Probabilístico da Demanda**

Uma forma de projetar a demanda levando em conta as variações aleatórias é o de representá-la através de um *processo de difusão* (Feller, 1957; Karlin, 1968). Para isso consideremos um passeio aleatório (“*random walk*”) unidimensional, que se inicia na origem

( $x=0$ ), e seja  $v_{x,n}$  a probabilidade que no  $n^{\text{ésimo}}$  estágio o processo leve o elemento à posição  $x$ .

Se  $r$  dentre os  $n$  estágios são direcionados à direita (sentido crescente de  $x$ ) e  $l=n-r$  estágios são direcionados à esquerda, o deslocamento resultante será  $r-(n-r)=2r-n$  unidades. Considerando a evolução em deslocamentos unitários iguais, discretos, então para que  $x$  seja o estágio final do processo, com  $x=2r-n$ , é necessário que  $x$  e  $n$  sejam ambos pares ou ímpares. Uma vez respeitada tal condição, tem-se:

$$r = \frac{1}{2}(x+n) \quad \text{e} \quad l = (n-r) = \frac{1}{2}(n-x) \quad (5.14)$$

Transcorridos  $n$  estágios,  $r$  estágios à direita podem ocorrer de  $\binom{n}{r}$  formas diferentes (Feller, 1957) e portanto:

$$r_{x,n} = \binom{n}{r} p^r q^l \quad (5.15)$$

onde  $p$  é a probabilidade de evolução à direita num estágio, sendo  $q=1-p$  a probabilidade de deslocamento à esquerda, também no mesmo estágio.

Estamos interessados em aplicações reais em que o deslocamento  $\Delta x$ , num estágio, seja muito pequeno. Da mesma forma, as transições ocorreriam em intervalos de tempo  $\Delta t$  também infinitesimais. Decorrido um tempo  $t$  desde o início do processo, teremos  $t/\Delta t$  saltos unitários. A escolha de  $\Delta t$  e  $\Delta x$  no entanto não pode ser arbitrária por razões de convergência (Feller [1957]). Consideremos, inicialmente, um deslocamento unitário igual a  $\Delta x$ . Como esse deslocamento pode ocorrer para a direita, com probabilidade  $p$ , ou para a esquerda, com probabilidade  $q$ , o valor esperado da coordenada resultante é:

$$E[x_u] = p\Delta x - q\Delta x = (p-q)\Delta x \quad (5.16)$$

A variância, por outro lado, é dada por:

$$Var[x_u] = p(\Delta x - E[x])^2 + q(-\Delta x - E[x])^2 = 4pq(\Delta x)^2 \quad (5.17)$$

Após decorrido um tempo  $t$  desde o início do processo, foram observados  $t/\Delta t$  deslocamentos unitários independentes, levando à  $x = x_u \cdot t/\Delta t$ . O valor esperado de  $x$  é dado por:

$$E[x] = \frac{t}{\Delta t} E[x_u] = t(p - q) \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (5.18)$$

e a variância:

$$Var[x] = \frac{t}{\Delta t} Var[x_u] = 4pqt \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} \quad (5.19)$$

No limite desejamos manter  $Var[x]$ , finita, e assim a relação  $(\Delta x)^2/\Delta t$  deve ser mantida fixa. Da mesma forma deve-se fixar  $p - q = k\Delta x$ , para que, substituindo em (5.18), se tenha  $E[x] = kt(\Delta x)^2/\Delta t$ , dessa forma, também mantido finito. Podemos fixar a variância da seguinte forma (Feller, 1957):

$$s^2 = \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} \quad (5.20)$$

$$\text{com } \begin{cases} p = \frac{1}{2} + \frac{m\Delta x}{2s^2} \\ q = \frac{1}{2} - \frac{m\Delta x}{2s^2} \end{cases} \quad (5.21)$$

O número de deslocamentos realizados é de aproximadamente  $n \approx t/\Delta t$ . O deslocamento total, ao fim das  $n$  transições, com probabilidades  $p$  e  $q$  constantes, é o resultado de  $n$  testes de Bernouilli (“Bernouilli trials”). Para  $n$  grande, a distribuição resultante se aproxima assintoticamente de uma normal com:

$$E[x/t] = t(p - q) \frac{\Delta x}{\Delta t} = t \cdot \frac{m\Delta x}{s^2} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = mt \quad (5.22)$$

$$Var[x/t] = 4pqt s^2 = s^2 t - \frac{m^2 (\Delta x)^2}{s^2} t \xrightarrow{\Delta x \rightarrow 0} s^2 t \quad (5.23)$$

Suponhamos, por exemplo, que decorreu um tempo  $t$  a partir do instante inicial, com crescimento médio da demanda (linear) de  $\mu$  unidades por unidade de tempo e desvio

padrão  $\mathbf{s}$  por unidade de tempo. A expansão acumulada tem valor esperado  $y = \mathbf{m}$  e desvio padrão  $\mathbf{s}_y = \mathbf{s}\sqrt{t}$ . A probabilidade de se observar  $y$  menor ou igual a um nível  $z$  pré-definido é dado então pela distribuição normal normalizada:

$$F(y) = pr(y \leq z) = \frac{1}{\sqrt{2\mathbf{p}}} \int_{-\infty}^z \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{z}^2\right) d\mathbf{z} \quad (5.24)$$

Onde  $\zeta$  é a variável normal normalizada:

$$\mathbf{z} = \frac{y - \mathbf{m}}{\mathbf{s}\sqrt{t}} \quad (5.25)$$

### 5.2.2- Tempo de Primeira Passagem num Certo Nível de Demanda

Seja agora  $u(x,n)$  a probabilidade de *primeira passagem* do processo no nível  $x$ , para  $n$  estágios, ou seja, a probabilidade de o processo, tendo partido da origem ( $x = 0$ ), atinja, pela primeira vez, o nível  $x$  após exatamente  $n$  estágios (Feller, 1957). A seguinte equação de diferenças, representando o processo estocástico da primeira passagem, é satisfeita para este caso (Manne, 1961):

$$u(x, n+1) = p \cdot u(x-1, n) + q \cdot u(x+1, n) \quad (5.26)$$

ou seja, a evolução do processo, do estágio  $n$  para o estágio  $n+1$ , atingindo aí o nível  $x$ , pode ser explicado de duas formas: ou o processo estava no nível  $x-1$ , no estágio  $n$ , tendo ocorrido um deslocamento positivo  $\Delta x$  com probabilidade  $p$ , ou o processo estava no nível  $x+1$ , no estágio  $n$ , e houve um deslocamento  $-\Delta x$ , com probabilidade  $q$ .

A equação (5.32) pode ser re-escrita em função dos incrementos  $\Delta x$  e  $\Delta t$ :

$$u(x, t + \Delta t) = p \cdot u(x - \Delta t, t) + q \cdot u(x + \Delta t, t) \quad (5.27)$$

Subtraindo  $u(x, t)$  de ambos os membros de (5.33) e lembrando que:

$$u(x, t) = (p+q) u(x, t) = p \cdot u(x, t) + q \cdot u(x, t)$$

temos:

$$u(x, t + \Delta t) - u(x, t) = p[u(x - \Delta t, t) - u(x, t)] + q[u(x + \Delta t, t) - u(x, t)] \quad (5.28)$$

A fórmula de Taylor, para expansão incremental, é

$$f(x + h) = f(x) + h \cdot f'(x) + \frac{h^2}{2!} f''(x) + \frac{h^3}{3!} f'''(x) + \dots \quad (5.29)$$

Desprezando os termos de ordem superior à segunda e aplicando separadamente a fórmula de Taylor às expressões entre colchetes do segundo membro de (5.28), tem-se:

$$\begin{aligned} u(x, t + \Delta t) - u(x, t) &= p \left[ (-\Delta x) \cdot \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \right] + q \left[ (+\Delta x) \cdot \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \right] = \\ &= (q - p) \Delta x \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} + (p + q) \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \\ &= (q - p) \Delta x \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (5.29)$$

Multiplicando e dividindo o primeiro membro de (5.29) por  $\Delta t$  e levando ao limite, tem-se:

$$\Delta t \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = (q - p) \Delta x \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \quad (5.30)$$

Substituindo  $p$  e  $q$  pelos seus valores dados por (5.21), e  $\mathbf{s}^2$  por (5.20), observamos que  $(q - p) \Delta x / \Delta t = -\mu$  e que  $(\Delta x)^2 / 2 \Delta t = \sigma^2 / 2$ . A expressão (5.30) pode ser então re-escrita:

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = -\mathbf{m} \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} + \frac{\mathbf{s}^2}{2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \quad (5.31)$$

A transformada de Laplace da função densidade de probabilidade  $u(x, t)$  em  $t$ , é definida por:

$$U^T(x, r) = \int_{t=0}^{\infty} u(x, t) e^{-rt} dt \quad (5.32)$$

Consideremos agora a transformada de Laplace de  $\frac{\mathcal{F}u(x,t)}{\mathcal{F}t}$ , temos:

$$\int_{t=0}^{\infty} \frac{\mathcal{F}u(x,t)}{\mathcal{F}t} e^{-rt} dt = r \int_{t=0}^{\infty} u(x,t) e^{-rt} dt + \lim_{t \rightarrow 0} [e^{-rt} u(x,t)] = r U^T(x,r) \quad (5.33)$$

Por outro lado, a transformada de Laplace de  $\frac{\mathcal{F}u(x,t)}{\mathcal{F}x}$  é simplesmente  $\frac{\mathcal{F}U^T(x,r)}{\mathcal{F}x}$  e, de forma análoga, a transformada de Laplace da derivada segunda de  $u(x,t)$  é  $\frac{\mathcal{F}^2 U^T(x,r)}{\mathcal{F}x^2}$ .

Assim a transformada de Laplace de (5.31) é :

$$r U^T(x,r) = -\mathbf{m} \frac{\mathcal{F}U^T(x,r)}{\mathcal{F}x} + \frac{\mathbf{s}^2}{2} \frac{\mathcal{F}^2 U^T(x,r)}{\mathcal{F}x^2} \quad (5.34)$$

Colocando (5.34) na forma canônica:

$$\frac{\mathcal{F}^2 U^T(x,r)}{\mathcal{F}x^2} - \frac{2\mathbf{m}}{\mathbf{s}^2} \frac{\mathcal{F}U^T(x,r)}{\mathcal{F}x} - \frac{2r}{\mathbf{s}^2} U^T(x,r) = 0 \quad (5.35)$$

A equação característica é:

$$I^2 - \frac{2\mathbf{m}}{\mathbf{s}^2} I - \frac{2r}{\mathbf{s}^2} = 0 \quad (5.36)$$

que fornece as raízes:

$$I_1 = \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}^2} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{2r\mathbf{s}^2}{\mathbf{m}^2}} \right] \quad (5.37)$$

$$I_2 = \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}^2} \left[ 1 - \sqrt{1 + \frac{2r\mathbf{s}^2}{\mathbf{m}^2}} \right] \quad (5.38)$$

Com a seguinte solução geral de (5.35):

$$U^T(x,r) = A.e^{I_1 x} + B.e^{I_2 x} \quad (5.39)$$

As condições de contorno são duas. Em primeiro lugar  $U^T(x, r)$  deve estar compreendido entre zero e a unidade, para  $r \geq 0$ . Em segundo lugar, sendo  $u(x, t)$  uma função densidade de probabilidade variando ao longo de  $t$ , a integral

$$\int_{t=0}^{\infty} u(x, t) dt$$

é obrigatoriamente igual a unidade. Desta forma, ao se fazer  $r = 0$  em (5.32), a transformada de Laplace deve ser igual a unidade, ou seja,  $U^T(x, 0) = 1$ , sendo esta a segunda condição de contorno.

Uma vez que  $\lambda_1 > 0$ , para que  $U^T(x, r)$  em (5.39) seja não negativa e menor do que a unidade, é necessário que  $A = 0$ . Por outro lado, colocando  $r = 0$  obtemos  $\lambda_2 = 0$  e, portanto,  $U^T(x, 0) = B = 1$ .

Dessa forma a transformada de Laplace de  $u(x, t)$  é dada por:

$$U^T(x, r) = e^{I_2 x} \quad (5.40)$$

com  $\lambda_2$  dado por (5.38).

Seja  $t_x$  o tempo de primeira passagem do processo pelo nível  $x$ . Vamos aplicar as propriedades da transformada de Laplace para determinar  $E[t_x]$  e  $\text{Var}[t_x]$ . Se derivarmos (5.32) em relação à  $r$  obtemos:

$$\frac{\mathcal{J}U^T(x, r)}{\mathcal{J}r} = \int_{t=0}^{\infty} u(x, t) (-t) e^{-rt} dt \quad (5.41)$$

Fazendo  $r = 0$ , obtemos:

$$\frac{\mathcal{J}U^T(x, r)}{\mathcal{J}r} \Big|_{r=0} = - \int_{t=0}^{\infty} u(x, t) t dt = -E[t_x] \quad (5.42)$$

e portanto:

$$E[t_x] = - \frac{\mathcal{J}U^T(x, r)}{\mathcal{J}r} \Big|_{r=0} \quad (5.43)$$

Derivando novamente em relação a  $r$ :

$$\frac{\mathcal{I}^2 U^T(x, r)}{\mathcal{I} x^2} = \int_{t=0}^{\infty} t^2 u(x, t) e^{-rt} dt \quad (5.44)$$

Colocando  $r=0$  obtém-se o momento de segunda ordem de  $t_x$  e, portanto:

$$\text{Var}[t_x] = \frac{\mathcal{I}^2 U^T(x, r)}{\mathcal{I} r^2} \Big|_{r=0} - (E[t_x])^2 \quad (5.45)$$

Para determinar  $E[t_x]$  vamos derivar (5.40) em relação a  $r$ , lembrando que  $\lambda_2$  é dado por (5.38):

$$\frac{\mathcal{I} U^T(x, r)}{\mathcal{I} r} = -\frac{x}{m} e^{I_2 x} \left( 1 + \frac{2r\mathbf{s}^2}{m^2} \right) \quad (5.46)$$

Fazendo  $r=0$  em (5.46) e invertendo o sinal:

$$E[t_x] = \frac{x}{m} \quad (5.47)$$

Derivando (5.46) em relação a  $r$ :

$$\frac{\mathcal{I}^2 U^T(x, r)}{\mathcal{I} r^2} = -\frac{x}{m} e^{I_2 x} \left[ -\frac{x}{m} \left( 1 + \frac{2r\mathbf{s}^2}{m^2} \right)^{-1} - \frac{\mathbf{s}^2}{m^2} \left( 1 + \frac{2r\mathbf{s}^2}{m^2} \right)^{-3/2} \right] \quad (5.48)$$

Fazendo  $r=0$ :

$$\frac{\mathcal{I}^2 U^T(x, r)}{\mathcal{I} r^2} \Big|_{r=0} = -\frac{x}{m} \left[ -\frac{x}{m} - \frac{\mathbf{s}^2}{m^2} \right] = \frac{x^2}{m^2} + \frac{x\mathbf{s}^2}{m^3} \quad (5.49)$$

E, finalmente:

$$\text{Var}[t_x] = \frac{\mathcal{I}^2 U^T(x, r)}{\mathcal{I} r^2} \Big|_{r=0} - (E[t_x])^2 = \frac{x\mathbf{s}^2}{m^3} = E[t_x] \frac{\mathbf{s}^2}{m^2} \quad (5.50)$$

Admitindo  $E[t_x]$  suficientemente elevado, a distribuição de  $t_x$  pode ser aproximada por

uma normal de média  $\frac{x}{m}$  e desvio padrão  $\frac{\mathbf{s}}{m} \sqrt{\frac{x}{m}}$ .

### 5.2.3- Equivalência entre os Casos Probabilístico e Determinístico

A transformada de Laplace de  $u(x,t)$ , dada por (5.40) não se apresenta na forma mais conveniente para a análise. Conforme Freidenfelds [1980], podemos representá-la com a seguinte formulação equivalente:

$$U^T(x,r) = \exp\left(-\frac{rx}{g}\right) \quad (5.51)$$

onde  $g$  é um coeficiente.

Igualando (5.40) e (5.51) vem:

$$g = -\frac{r}{\mathbf{I}_2} \quad (5.52)$$

Substituindo  $\lambda_2$  por (5.38) em (5.52):

$$g = \frac{-r}{\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{S}^2} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{2r\mathbf{S}^2}{\mathbf{m}^2}}\right)} = \frac{-r\mathbf{S}^2}{\mathbf{m} - \sqrt{\mathbf{m}^2 + 2r\mathbf{S}^2}} \quad (5.53)$$

Multiplicando o numerador e o denominador por  $\mathbf{m} + \sqrt{\mathbf{m}^2 + 2r\mathbf{S}^2}$  vem:

$$g = \frac{-r\mathbf{S}^2(\mathbf{m} + \sqrt{\mathbf{m}^2 + 2r\mathbf{S}^2})}{\mathbf{m}^2 - \mathbf{m}^2 - 2r\mathbf{S}^2} = \frac{(\mathbf{m} + \sqrt{\mathbf{m}^2 + 2r\mathbf{S}^2})}{2} \quad (5.54)$$

A transformada de Laplace de  $u(x,t)$  passa a ser representada por :

$$U^T(x,r) = \exp\left(-\frac{rx}{g}\right) \quad (5.55)$$

com

$$g = \frac{(\mathbf{m} + \sqrt{\mathbf{m}^2 + 2r\mathbf{S}^2})}{2} \quad (5.56)$$

Quando  $\sigma = 0$  a relação (5.56) fornece  $g = \mathbf{m}$  Substituindo em (5.55):

$$U^T(x, r) = \exp\left(-\frac{r x}{\mathbf{m}}\right) \quad (5.57)$$

Derivando (5.57) em relação a  $r$  obtemos:

$$\frac{\mathcal{J}U^T(x, r)}{\mathcal{J}r} = -\frac{x}{\mathbf{m}} \exp\left(-\frac{r x}{\mathbf{m}}\right) \quad (5.58)$$

Colocando  $r=0$  em (5.58) e trocando o sinal:

$$E[t_x] = -\frac{\mathcal{J}U^T(x, r)}{\mathcal{J}r} \Big|_{r=0} = \frac{x}{\mathbf{m}} \quad (5.59)$$

Derivando (5.59) em relação a  $r$ :

$$\frac{\mathcal{J}^2 U^T(x, r)}{\mathcal{J}r^2} = \frac{x^2}{\mathbf{m}^2} \exp\left(-\frac{r x}{\mathbf{m}}\right) \quad (5.60)$$

de onde:

$$\text{Var}[t_x] = \frac{\mathcal{J}^2 U^T(x, r)}{\mathcal{J}r^2} \Big|_{r=0} - (E[t_x])^2 = \frac{x^2}{\mathbf{m}^2} - \frac{x^2}{\mathbf{m}^2} = 0 \quad (5.61)$$

Portanto o valor esperado  $E[t_x]$  é sempre igual a  $x / \mathbf{m}$ , enquanto a variância de  $t_x$  depende de  $\sigma$ , sendo nula para  $r = 0$ , conforme era de se esperar.

#### 5.2.4- Tempo de Primeira Passagem para Crescimento não Linear

No desenvolvimento anterior o processo de difusão ocorria com crescimento linear da demanda  $x$ , com  $E[x/t] = mt$  e  $\text{Var}[x/t] = s^2 t$ , conforme relações (5.22) e (5.23). Suponhamos agora que a expansão da demanda se dá segundo uma função monotônica de  $h(x)$  representando um crescimento não linear.

Freidenfelds [1980] demonstrou que a transformada de Laplace resultante do tempo da primeira passagem é:

$$U^T(x,r) = \exp\left[\frac{-r h(x)}{g}\right] \quad (5.62)$$

Srinivasan [1967] já havia expandido o resultado anterior de Manne [1961] para crescimento geométrico através de desenvolvimento diferente. Observamos que, devido ao fato de o valor esperado e a variância do tempo de primeira passagem dependerem tão somente das derivadas de (5.50) em relação a  $r$ , e que, por outro lado,  $h(x)$  não é função de  $r$ , conclui-se imediatamente que:

$$E[t_x] = \frac{h(x)}{\mathbf{m}} \quad (5.63)$$

e

$$\text{Var}[t_x] = \frac{\mathbf{s}^2}{\mathbf{m}^3} h(x) = \frac{\mathbf{s}^2}{\mathbf{m}^2} E[t_x] \quad (5.64)$$

### 5.2.5- Várias Unidades de Serviço Concorrendo Simultaneamente

Admitamos que, num certo instante de tempo, esteja em operação um certo número de unidades de serviço. Essas unidades atendem  $m$  distritos cujas populações (e conseqüentes níveis de demanda) crescem de formas diversas no tempo.

Suponhamos que, analisando o esquema atual de serviço, concluiu-se que as unidades disponíveis têm capacidade para atender os diversos distritos até os níveis  $D_1, D_2, \dots, D_m$ . Será necessário reavaliar o sistema assim que for atingido qualquer um dos níveis indicados acima. No momento presente (situação de referência) são observados os níveis de demanda  $D_j^{(0)}$ , onde  $j$  representa o distrito ( $j = 1, 2, \dots, m$ ). O crescimento da demanda é descrito por um processo geométrico, de taxa  $\mathbf{mj}$  (Srinivasan [1967]):

$$D_j(t) = D_j^{(0)} \cdot \exp[\mathbf{m}_j t] \quad (5.65)$$

onde  $\mathbf{m}_j$  é a taxa geométrica de crescimento dada por:

$$\mu'_j = \ln(1 + \mu_j) \quad (5.66)$$

sendo  $\mu_j$  a taxa aritmética equivalente. Seja  $D_j^*$  o nível crítico de demanda para o distrito  $j$ , isto é, o ponto em que as unidades de atendimento, ou parte delas, se tornam congestionadas de acordo com um determinado critério (nível de serviço) pré-estabelecido. O tempo esperado  $t_j$  para a demanda no distrito  $j$  atingir o nível  $D_j^*$  é calculado através da relação:

$$D_j^* = D_j^{(0)} \exp[\mathbf{m}_j E[t_j]] \quad (5.67)$$

levando à:

$$E[t_j] = \frac{\ln D_j^* - \ln D_j^{(0)}}{\mathbf{m}_j} \quad (5.68)$$

com a variância dada por (5.64):

$$Var[t_j] = \frac{\mathbf{s}_j^2}{\mathbf{m}_j^2} E[t_j] \quad (5.69)$$

Seja  $\mathbf{t}$  o menor valor observado entre os tempos de primeira passagem  $t_1, t_2, \dots, t_j$  dos  $m$  distritos, ou seja:

$$\mathbf{t} = \text{Min}(t_1, t_2, \dots, t_m) \quad (5.70)$$

Seja  $F_t$  a função de repartição da variável aleatória  $\mathbf{t}$  e  $G_t$  sua complementar, ou seja:

$$G_t(x) = \text{prob}(x > \tau) = 1 - \text{prob}(x \leq \tau) = 1 - F_t(x) \quad (5.71)$$

Da mesma forma, definimos as funções de repartição  $F_1, F_2, \dots, F_m$  e suas complementares  $G_1, G_2, \dots, G_m$ , para os tempos de primeira passagem  $t_1, t_2, \dots, t_m$ .

Admitindo-se independência estatística entre o crescimento da demanda nos vários distritos, podemos escrever:

$$prob( > \mathbf{t} ) = prob(t_1 > \mathbf{t}) \cdot prob(t_2 > \mathbf{t}) \cdot \dots \cdot prob(t_m > \mathbf{t}) \quad (5.72)$$

ou seja:

$$G_{\tau}(\tau) = G_1(\tau) \cdot G_2(\tau) \cdot \dots \cdot G_m(\tau) \quad (5.73)$$

ou ainda:

$$1 - F_{\tau}(\tau) = [1 - F_1(\tau)] \cdot [1 - F_2(\tau)] \cdot \dots \cdot [1 - F_m(\tau)] \quad (5.74)$$

$$F_{\mathbf{t}}(\mathbf{t}) = 1 - \prod_{j=1}^m [1 - F_j(\mathbf{t})] \quad (5.75)$$

Nas condições práticas comuns, as distribuições de  $t_1, t_2, \dots, t_m$ , bem como a distribuição de  $\mathbf{t}$  podem ser aproximadas por distribuições normais. Nesse caso o valor esperado de  $\mathbf{t}$  coincide com a mediana (valor mais provável) e, portanto,  $F_{\tau}(\bar{\tau}) = 0,5$ .

O método para determinar  $\bar{\tau} = E[\tau]$  é iterativo, procurando-se o valor de  $\mathbf{t}$ , dado por (5.75), que iguale a expressão à 0,5.

No modelo de distribuição temporal das unidades de emergência considera-se que o processo deverá ser revisto tão logo a demanda de um dos distritos sature a capacidade de atendimento da unidade que o atende, ou seja se deve determinar o tempo  $\tau$  da primeira passagem do processo pelo nível  $x$ , que representa o ponto em que o primeiro distrito tenha sua capacidade de atendimento esgotada.

Para o caso com demanda determinística,  $\tau$  é o menor dos  $t_j$ , onde:

$$t_j = \frac{D_j^* - D_j^{(0)}}{\mathbf{m}_j} \quad (5.76)$$

Sendo:

$D_j^*$  representa a demanda máxima que a unidade de serviço baseada em  $j$  tem a capacidade de atender (nível crítico da demanda);

$D_j^{(0)}$  representa o nível atual da demanda e;

$m_j$  representa o crescimento linear médio da demanda.

Já para o caso com demanda determinística, porém com crescimento linear,  $\tau$  poderá ser obtido através da seguinte relação:

$$t_j = \frac{\ln(D_j^* / D_j^{(0)})}{m_j} \quad (5.77)$$

onde  $m_j$  representa a taxa geométrica de crescimento da demanda, dada por

$$m_j = \ln(1 + m) \quad (5.78)$$

Em ambos os casos acima, tem-se:

$$E[t_x] = \frac{x}{m} \quad \text{e} \quad \text{Var}[t_x] = 0 \quad (5.79)$$

Evidentemente, a possibilidade de existir uma região onde o crescimento da demanda para serviços emergenciais tenha comportamento determinístico, é muito remota. O natural e o mais provável é que a demanda tenha comportamento aleatório com tendência de crescimento. Então, neste caso, é necessário se levar em conta esta aleatoriedade, considerando-se, também, que a região estará dividida em  $m$  distritos, atendidos por várias unidades de emergência.

Resumindo, se a demanda tiver crescimento linear porém probabilístico, o problema de determinar o tempo de primeira passagem pode ser resolvido pela seguinte relação:

$$E[t_t] = \frac{D_j^* - D_j^{(0)}}{m_j} \quad (5.80)$$

Quando a demanda apresenta crescimento exponencial, a equação fica:

$$D_j^* = D_j^{(0)} \exp[\mathbf{m}_j E[t_j]] \quad (5.81)$$

Sendo  $E[t_j]$  o tempo esperado para que a demanda atinja o nível crítico  $D_j^*$ , levando à:

$$E[t_j] = \frac{\ln D_j^* - \ln D_j^{(0)}}{\mathbf{m}_j} \quad (5.82)$$

com a variância dada por

$$Var[t_j] = \frac{\mathbf{s}_j^2}{\mathbf{m}_j^2} E[t_j] \quad (5.83)$$

Necessário torna-se, por isso, definir qual o nível de demanda  $D_j^*$  que representa a demanda máxima para a qual a unidade de serviço baseada nos distritos definidos pelo processo de alocação espacial atingiu o seu ponto de saturação e, conseqüentemente, não possa atender a contento sua área de influência.

Além da restrição do tempo máximo de resposta, definiu-se como saturado o distrito no qual os usuários tenham uma determinada possibilidade de aguarda numa fila ate que se tenha uma viatura disponível para atendê-los.

O ideal é que sempre que o cidadão se encontre numa situação emergencial, seja imediatamente atendido. Porém, considerando a aleatoriedade das ocorrências, projetar um sistema que não exista possibilidade de fila seria por demais oneroso. Adota-se, por isso, como restrição adicional ao modelo, uma possibilidade máxima de ocorrência de fila no sistema.

Metodologia:

a) Atendimento isolado: Cada unidade atende tão somente uma zona: Fila M/M/1.

Conforme a teoria das filas em Novaes (1975), pag 62, a probabilidade de não haver fila é dada por:

$$p_0 = 1 - \frac{l}{m} \quad (5.84)$$

onde :  $\mathbf{p}_0$  é a probabilidade zero de fila

$\lambda$  é a média diária de ocorrências (chamadas emergenciais)

$\mu$  é a capacidade de atendimento por dia.

Portanto a possibilidade de existir fila,  $prf$ , é dada por:

$$prf = 1 - \mathbf{p}_0 \quad (5.85)$$

de (5.84) temos:

$$\frac{\mathbf{l}}{\mathbf{m}} = 1 - \mathbf{p}_0 = prf \quad (5.86)$$

Consequentemente a taxa critica de atendimento (demanda crítica) é:

$$\mathbf{l}_{critico} = \mathbf{m} prf \quad (5.87)$$

b) Atendimento conjunto: As unidades podem atuar em conjunto atendendo várias zonas simultaneamente, ou seja fila M/M/N - N é o número de unidades disponíveis. Ver Novaes (1975) Pag 69.

$$\mathbf{p}_0 = \frac{1}{\sum_{j=0}^{N-1} \frac{(N\mathbf{r})^j}{j!} + \frac{(N\mathbf{r})^c}{N(1-\mathbf{r})}} \quad (5.88)$$

onde 
$$\mathbf{r} = \frac{\mathbf{l}}{N\mathbf{m}} \quad (5.89)$$

Como  $\mathbf{p}_0 = 1 - prf$  de (5.88) tiramos  $\mathbf{r}_0$ , então temos:

$$\mathbf{r} = \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{l}_i(t)}{\sum_{i=1}^N \mathbf{m}_i} \quad (5.90)$$

Sabendo que:  $\mathbf{l}_i(t) = \mathbf{l}_i e^{-\mathbf{m}_i}$  procuramos  $\tau$  tal que  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$

## 6. DESENVOLVIMENTO DO MODELO COMPUTACIONAL

Assim como no modelo matemático, também no desenvolvimento do modelo computacional o problema de alocação espacial foi tratado distintamente do problema de alocação temporal.

O programa para distribuição espacial dos equipamentos já foi elaborado com o auxílio do software *Delphi*, numa forma ergonomicamente mais confortável no tocante à entrada e saída dos dados. Programado num ambiente tipo *windows*, as informações são introduzidas e obtidas com o auxílio de janelas e do mouse. Já o programa de alocação temporal foi desenvolvido utilizando-se a linguagem *Pascal*, na qual, para a entrada de cada conjunto de dados o programa deve ser internamente alterado.

O processo de desenvolvimento de cada um dos programas será descrito a seguir, explicitando-se como foram tratados os dados de entrada, as restrições impostas e os resultados obtidos.

### **6.1 Programa de alocação espacial.**

Para distribuição espacial dos equipamentos utilizou-se a estratégia *minisun*, na qual se procura alocar um determinado número de facilidades numa região de estudo dividida em vários distritos.

O critério para distribuição espacial tem como base o princípio de a soma das distâncias médias entre todos usuários do sistema e as facilidades disponíveis deve ser a menor possível, sujeito às restrições já explicitadas no capítulo precedente.

Existem basicamente três métodos para resolver o problema, a saber:

- Enumeração exaustiva;
- Programação matemática e

- Aproximações heurísticas.

O processo de enumeração exaustiva requer o cálculo da função objetivo para cada combinação possível de  $p$  nos  $n$  locais viáveis para implantação das facilidades. No entanto o número de combinações de  $p$  em  $n$  locais pode ser muito elevado, apesar de que nem todos os locais possíveis para a instalação das unidades seja viável em função do conjunto de restrições. Portanto o método da enumeração exaustiva pode requerer um volume de cálculos excessivo. É evidente que o processo de busca exaustiva garante o melhor esquema de localização dos equipamentos, porém em sistemas com elevado número de distritos e várias unidades a distribuir, o número de combinações possíveis assume um valor tão elevado que o tempo de processamento se torna tão elevado que inviabiliza sua utilização.

Aproximações por programação matemática não estão prontamente disponíveis para problemas do tipo formulado neste trabalho, pois, se por um lado, a função objetivo é não linear, com desenvolvimento complicado em função das variáveis de decisão, por outro, o número de restrições e variáveis de decisão é muito grande, mesmo em problemas de tamanho moderado.

Existem diversas aproximações heurísticas para resolver o problema. Uma que é mais facilmente aplicável no modelo que se pretende implementar neste trabalho é a proposta por Teitz e Bart (1968), conhecido como “*site-substitution approach*”. Essencialmente, este método inicia com um conjunto semente de pontos, estes são substituídos um a um no tempo, trocando-se os pontos dentro do conjunto corrente por pontos fora do conjunto corrente. Se a substituição de um determinado ponto viável para a instalação da facilidade, reduz o valor da função objetivo, então o novo local é incluído e o local antigo é eliminado do conjunto corrente. Este processo continua até que nenhuma substituição conduza a um decréscimo de valor da função objetivo.

O procedimento de Teitz e Bart pode ser estabelecido como a seguir.

1. Selecione um conjunto inicial de  $p$  locais, chamado conjunto  $P$ ;
2. Calcule a função objetivo para o conjunto  $P$ ;

3. Selecione qualquer local  $vb$ , fora de  $P$ ;
4. Para cada local em  $P$ , substitua  $vb$  e calcule o valor da função objetivo para o novo conjunto de  $p$  locais;
5. Encontre o local  $vk$  em  $P$  tal que, quando ele é substituído por  $vb$ , a redução no valor da função objetivo é maior que em qualquer outro dos  $p$  pontos;
6. Se um local que reúna o critério do passo 5 é encontrado, substitua  $vb$  por  $vk$ , sem que esta substituição viole qualquer uma das restrições. Se nenhum local existir, mantenha o conjunto  $P$  e continue o processo.
7. Selecione um outro ponto não contido no conjunto corrente e não escolhido previamente, como candidato de entrada no conjunto; repita os passos de 4 a 6.
8. Quando todos os locais fora de  $P$  tenham sido ensaiados, defina o conjunto resultante dos locais existentes como  $P'$  e repita os passos de 2 a 7, usando  $P'$  no lugar de  $P$ . Uma repetição completa desta série é chamada de ciclo.
9. Quando um ciclo dos passos de 2 a 8 resultar em nenhuma substituição, termina o procedimento.

O fluxograma do desenvolvimento da heurística de Teitz e Bart pode ser observado na figura nº 8.

Notar que o conjunto final de pontos depende do conjunto semente inicialmente escolhido. É conveniente, por isso, executar o procedimento várias vezes, cada uma usando um novo conjunto semente de pontos, selecionando-se o melhor conjunto final de locais, a partir destas diversas execuções. Cada conjunto de locais semente, poderá ser gerado aleatoriamente ou ser selecionado por um especialista ou pelo administrador ou por alguma pessoa que conheça muito bem o sistema.

O quadro número 2 apresenta uma amostra do número de iterações necessárias para resolução do problema, comparando o método da exaustão com o processo heurístico.

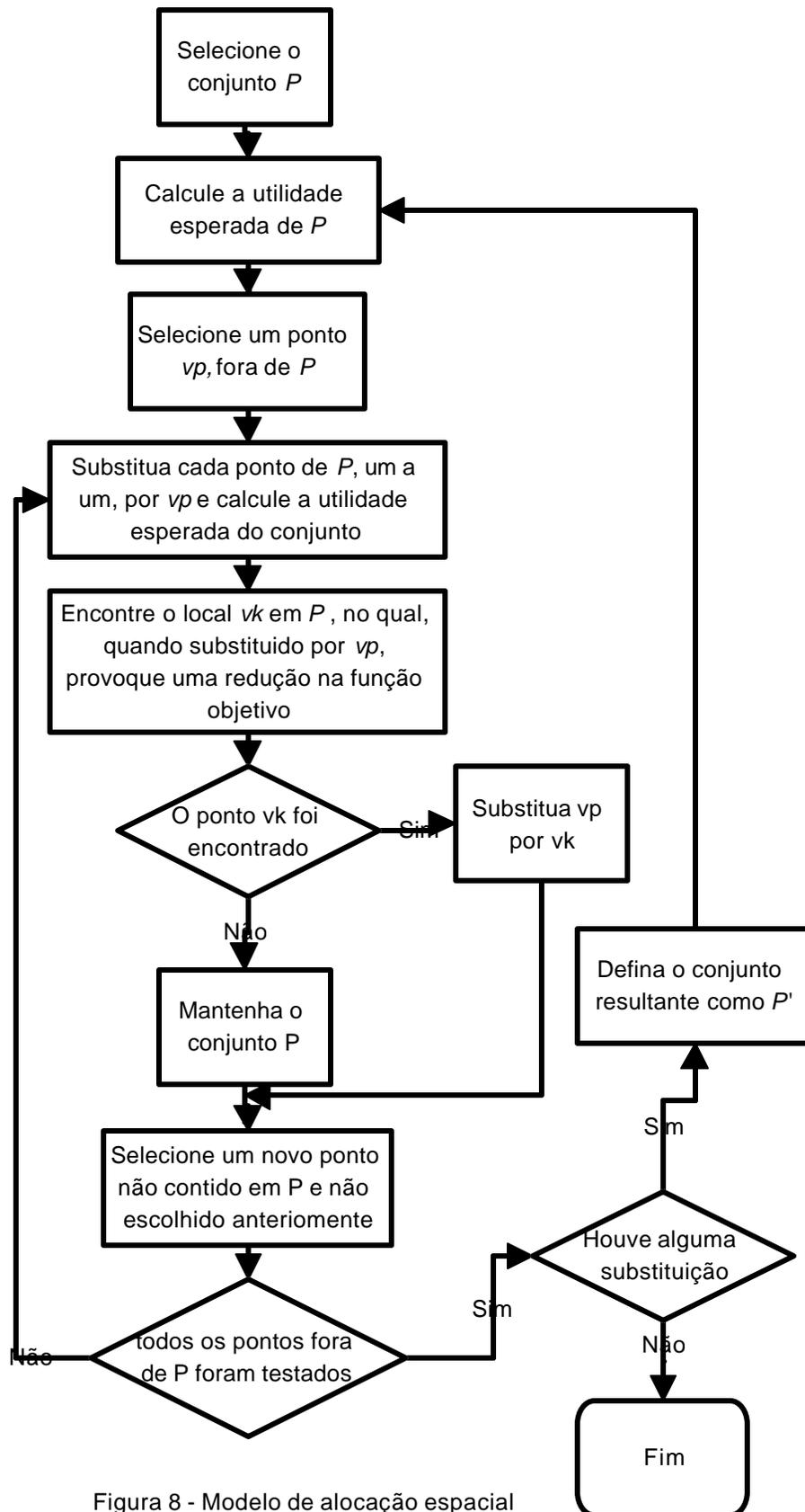


Figura 8 - Modelo de alocação espacial

## Quadro 2

### Iterações em relação ao número de distritos

Número de regiões	Facilidades a alocar	Iterações	
		Exaustão	Heurística
20	5	15.504	80
	10	184.756	110
	15	15504	90
30	5	142.506	130
	10	$3.004 \times 10^7$	210
	15	$1.551 \times 10^8$	240
40	5	658.008	180
	10	$8.476 \times 10^8$	310
	15	$4.022 \times 10^{10}$	390
	20	$1.378 \times 10^{11}$	420

O programa foi desenvolvido de maneira a permitir as opções de busca exaustiva, quando são testadas todas as opções possíveis de localização, ou busca heurística, na qual se busca uma solução ótima a partir de um conjunto semente de localização.

A figura 9 apresenta a janela na qual o programa de alocação espacial permite que se abra uma matriz de distâncias previamente arquivada ou que se crie uma nova matriz.



Figura nº 9 Janela para criar ou abrir uma matriz de distâncias

Todas as restrições previstas no modelo matemático foram consideradas, como se observa a seguir:

- a) O número de unidades ou equipamentos a serem alocados é pré-fixado, dependendo da disponibilidade destes equipamentos e do tempo resposta máximo admitido pelo sistema. Esta informação é introduzida pela janela apresentada na figura 10.

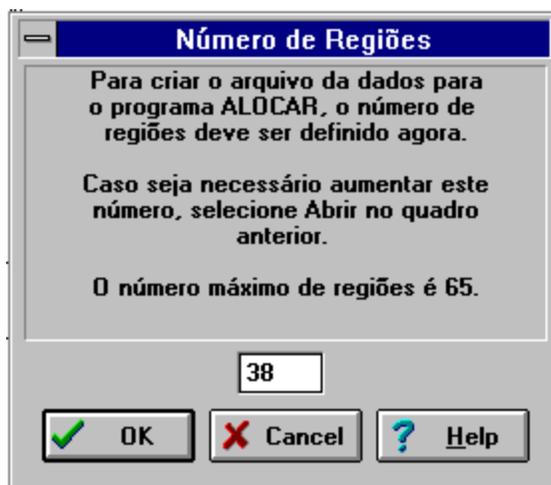


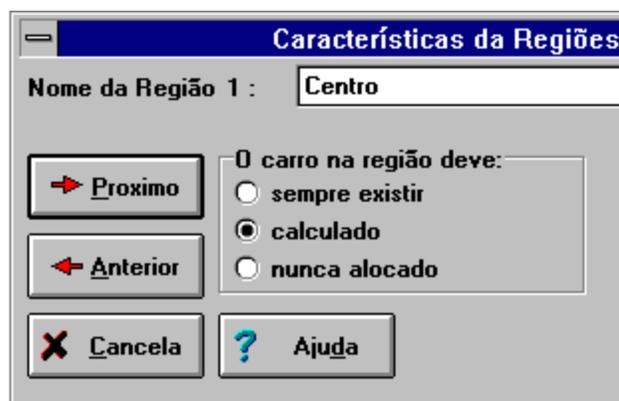
Figura nº 10 - Janela para informar o número de regiões que originarão a matriz de distâncias.

- b) Todos os distritos são atendidos por, pelo menos, uma unidade de serviço. O programa também indica por ordem, considerando o critério de menor distância, quais as unidades mais próximas ao local do incidente caso a unidade de serviço alocada a este distrito esteja ocupada atendendo a uma outra ocorrência. É possível fornecer ao administrador do sistema uma seqüência de até a décima viatura por ordem de proximidade.
- c) Todos os distritos são atendidos por, pelo menos, uma unidade de serviço localizada numa distância ou com um tempo resposta inferior a um valor máximo admissível e pré-estabelecido.
- d) Admite-se a hipótese de que, independentemente do processamento da função objetivo, alguns distritos devem obrigatoriamente conter uma unidade de serviço. É o caso, por exemplo, de quartéis ou postos já instalados, onde a administração possa entender que o prejuízo político de retirar a instalação pode ser maior que o benefício geral de relocá-la.

e) Ao contrário da restrição anterior, também é prevista a possibilidade de se restringir a alocação da instalação do equipamento em algum determinado distrito. Isto pode acontecer, por exemplo, para o caso de bairros onde não exista local disponível para construir um posto para abrigar a unidade de serviço, ou para bairros que estão muito afastados do núcleo que concentra o maior número de usuários em potencial.

Para facilidade de utilização a entrada de dados é feita distintamente do programa principal. Inicialmente é fornecido o nome de todos os distritos da região de estudo, indicando-se quais estão destinados previamente a receberem as viaturas e os que foram excluídos dos locais candidatos.

A figura 11 apresenta a janela onde são informados os nomes dos diferentes distritos e onde se indica quais deles obrigatoriamente devem receber as viaturas, os que fazem parte do conjunto de locais candidatos e estão suprimidos deste conjunto.



**Figura nº 11** Janela de entrada do nome dos distritos e da informação sobre a possibilidade de instalação de uma das equipes de emergência.

Em seguida é fornecida a distância entre os vários distritos, um a um. Evidentemente que, como a distância  $d_{ij}$  é idêntica à distância  $d_{ji}$  este dado portanto é introduzido apenas uma vez. Caso haja interesse em trabalhar com uma matriz de distância ponderada e não com a matriz de dados reais, o programa permite, neste ponto, que seja informado o valor ou os valores dos índices de ponderação. Estas informações são introduzidas numa janela idêntica à apresentada na figura 12.



Figura nº 12 Janela para entrada dos dados das distâncias entre os distritos.

Caso ocorra algum erro na entrada dos dados, o programa permite que rapidamente se proceda a correção com o uso de cursores e janelas.

A segunda parte do programa de alocação espacial é a distribuição propriamente dita, dos equipamentos pelos distritos candidatos. Uma vez aberto o arquivo das distancias o programa solicita que seja informado o número de viaturas a serem distribuídas e se o processamento será pelo método exaustão ou pelo processo heurístico. Caso se opte pela segunda alternativa, o programa pede que seja informado qual o conjunto semente dos distritos candidatos. Aos distritos excluídos da possibilidade de receberem os equipamentos na etapa de introdução de dados, não é permitida a chance de fazerem parte do conjunto semente. A janela de entrada do conjunto semente é mostrada pela figura 13.



Figura nº 13 Janela para escolha do conjunto semente de regiões para aplicação do processo heurístico.

É também possível se trabalhar com apenas uma parte da região de estudo, isto é, caso se tenha interesse em se distribuir os equipamentos somente numa parte da cidade, o programa permite que se excluam os distritos que não pertençam à área de interesse.

A percentagem e o tempo de processamento são informados conforme os cálculos vão sendo processados. De acordo com o número de distritos e o número de facilidades a distribuir, este tempo pode variar de alguns segundos até anos, caso se opte pelo método exaustivo ou pelo processo heurístico.

Os resultados do processamento são apresentados numa janela semelhante à apresentada pela figura 14.

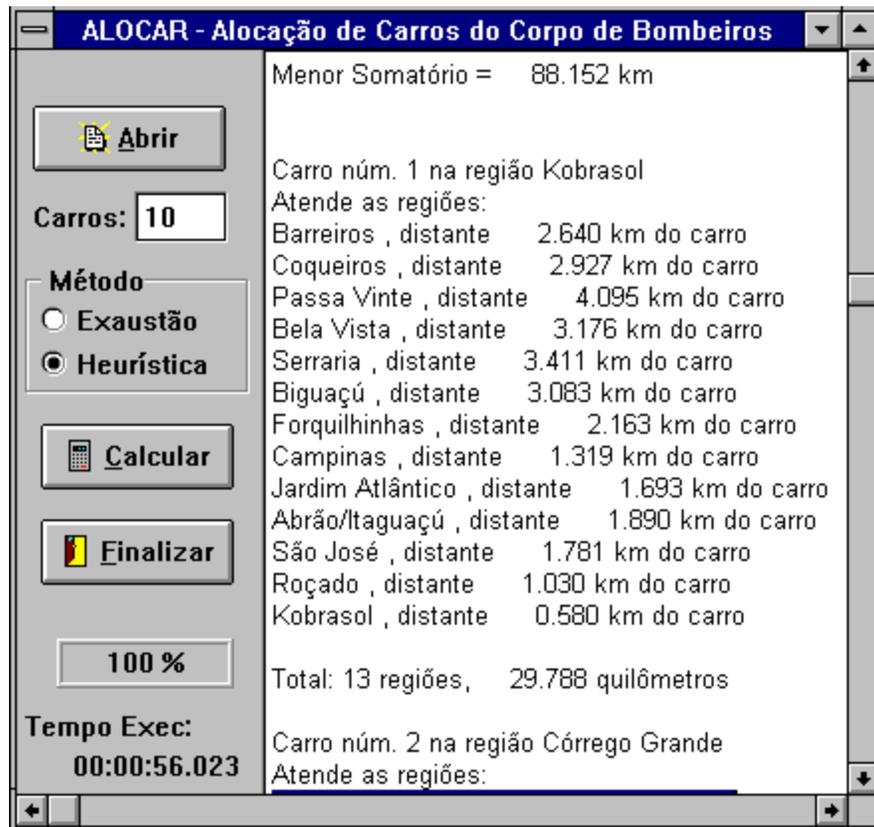


Figura nº 14 Janela com os resultados do modelo de distribuição espacial.

## **6.2 - Programa de alocação temporal**

Conforme exposto no capítulo referente à modelagem matemática, o desenvolvimento do programa de alocação temporal, que determinará o intervalo de tempo em que o sistema deverá ser revisto, tem como base o crescimento da demanda pelos serviços nos vários distritos da região de estudo.

Cada distrito possui uma função de demanda própria que indica a tendência de crescimento das ocorrências deste distrito. Esta função é obtida a partir da calibração de uma curva que melhor descreva o desenvolvimento das emergências no distrito determinado.

O uso de uma função calibrada é necessário porque, devido ao estudo referir-se a sistemas de atendimento emergencial, o número de incidentes podem variar muito em curtos intervalos de tempo, não sendo, por isso, possível considerar o sistema como regido por uma função determinística. Da calibração da curva de regressão obtém-se também a média e o desvio padrão da seqüência de dados.

O intervalo de tempo para revisão do sistema é considerado como o tempo em que a primeira função demanda de todos os distritos, atinja a um valor máximo em que a unidade de serviço baseada neste distrito não consiga mais atender as chamadas emergenciais desta região com um mínimo nível de serviço, ou seja, atingiu seu ponto de saturação.

Esta demanda máxima é considerada como aquela em que, em função do número de chamadas diárias e da capacidade de atendimento da unidade de serviço, haverá uma probabilidade pré-definida de que o usuário, que necessite de um serviço emergencial, tenha que aguardar numa fila para ser atendido. Ou seja, uma probabilidade de que, quando da solicitação, não se disponha imediatamente de uma viatura para atender ao solicitante.

Como muitas vezes existem viaturas alocadas em distritos próximos entre si, o programa prevê a possibilidade de que estes distritos se apoiem simultaneamente, assim, caso a viatura do distrito  $x$  esteja ocupada atendendo a um chamado em sua área de influência e ocorra outra situação de emergência neste distrito, a viatura localizada no distrito  $y$ , vizinho, é imediatamente acionada para atender a este segundo chamado. Neste caso o probabilidade

de fila fica condicionada não mais a um atendente único, sistema tipo M/M/1, mas sim a um sistema que possui dois postos de atendimento, ou seja, um sistema M/M/2.

O programa admite, inclusive, que até três distritos trabalhem em cooperação, havendo a possibilidade, caso se deseje, de que, com poucas alterações, quatro ou mais unidades trabalhem em conjunto.

A seqüência de processamento do programa de alocação temporal é a seguinte:

- a) Com base na função calibrada de expansão da demanda e no coeficiente de variação, representado pela divisão do desvio padrão pela média da seqüência dos dados referentes às ocorrências, determina-se, em cada um dos distritos, a demanda crítica  $D^*$ , para a qual existe uma pré-determinada possibilidade de ocorrer fila.
- b) A partir da demanda do mês base  $D_0$ , da demanda crítica  $D^*$  e da taxa geométrica de crescimento da demanda, com a equação 5.82, determina-se o intervalo de tempo em que cada distrito atingirá a demanda crítica.
- c) O intervalo de tempo que marca o ponto de revisão do sistema é obtido quando o primeiro de todos os distritos atinge sua demanda crítica; ou seja a demanda crítica da área de estudo é determinada a partir do menor intervalo de tempo em que quaisquer um de seus distritos não mais atender a contento seus habitantes.

Com base no tempo de revisão geral do sistema é possível determinar-se a demanda de cada um dos distritos nesta data e, com antecedência, prever-se uma nova distribuição espacial para um novo conjunto de viaturas, com a inclusão de uma ou mais unidades.

A figura 15 apresenta o resultado final do modelo computacional para distribuição temporal de equipamentos de atendimento emergencial na qual pode-se observar que, além das informações já introduzidas anteriormente, no momento de processamento do programa são solicitados o mês base, que representa a data atual na seqüência mensal das ocorrências emergenciais que deu origem a curva de desenvolvimento da demanda, e a probabilidade máxima de ocorrer fila de espera no serviço considerado.

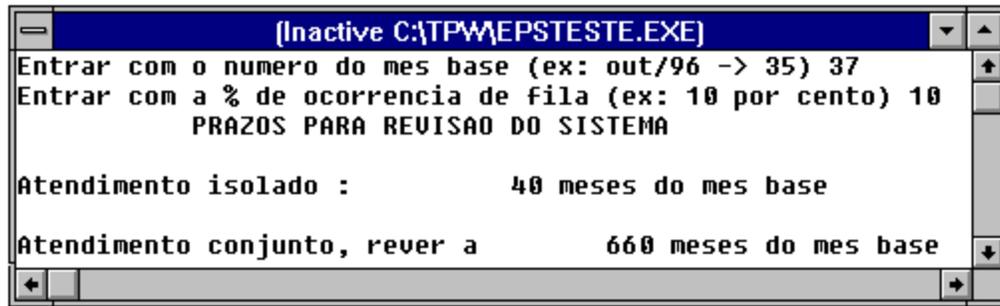


Figura nº 15 Janela com os resultados do modelo de distribuição temporal.

## 7. APLICAÇÃO PRÁTICA

### 7.1 . APRESENTAÇÃO:

Como exemplo de aplicação prática deste trabalho utilizou-se a otimização das atividades do Corpo de Bombeiros na região conurbada da Grande Florianópolis, na qual se incluem também as áreas urbanas dos municípios de São José, Palhoça, Biguaçu e Santo Amaro da Imperatriz.

Em toda esta área, hoje, o Corpo de Bombeiros dispõe de apenas dois quartéis de grande porte, localizados nos bairros Centro e Estreito de Florianópolis, e dois postos de serviço avançados, onde geralmente se encontra uma guarnição composta por um veículo e cinco ou seis soldados. Estes postos estão localizados nos bairros da Trindade e Capoeiras, sendo que este último ainda está em fase de implantação.

O CB conta também com um outro quartel, localizado próximo às pontes que ligam a ilha de Santa Catarina ao continente, no Centro, cuja função é essencialmente busca e salvamento, tanto na terra como no mar, e atividades de salva-vidas na temporada de verão.

Existe uma outra guarnição alocada ao aeroporto Hercílio Luz, com missão de atender às emergências neste aeródromo. Excepcionalmente, quando não existe previsão de pousos e decolagens nas próximas horas, esta guarnição pode ser liberada pela INFRAERO para atender a alguma ocorrência emergencial num raio de até 8 km do aeroporto.

Neste trabalho considerou-se que nos locais onde já exista uma guarnição, deva permanecer, pelo menos, uma viatura, pois a população que reside próximo a estes pontos não entenderia e não aceitaria a remoção destas facilidades, mesmo que houvesse uma melhoria geral no nível de serviço do Corpo de Bombeiros em toda a região de estudo.

Ao contrário dos países desenvolvidos, no Brasil ainda existe a tendência de manter-se grandes quartéis de bombeiros, com muitas viaturas, em apenas poucos pontos da cidade (normalmente apenas um). Justifica-se esta filosofia pela discutível vantagem de diminuir a

possibilidade de filas quando a demanda tende a crescer pois, quase com certeza, sempre existe, pelo menos, uma viatura no quartel para atender as chamadas. Além disso, os comandantes consideram mais fácil administrar seu pessoal pois este se encontra concentrado em poucos pontos.

A grande desvantagem desta estratégia está na grande distância a ser percorrida para atender a chamadas oriundas de pontos afastados dos quartéis, pois isto incrementa em demasia o tempo resposta. O fato do tempo resposta médio ser relativamente alto ocasiona a necessidade de se equipar as guarnições com veículos de grande porte, com avantajados reservatórios de água e bombas de grande pressão, conseqüentemente lentos. Isto porque, como as equipes demoram muito para chegar ao local do incêndio, o fogo geralmente já se generalizou, demandando grandes recursos para controlá-lo e extingui-lo.

A idéia deste trabalho é pulverizar a localização dos veículos por toda a região de estudo, de modo a diminuir o tempo resposta para atendimento. Com isso as equipes teriam condições de chegar muito mais rapidamente aos locais dos sinistros, pois sempre estariam baseados num raio mais próximo destes.

Em conseqüência, poderiam ser veículos mais leves, mais rápidos e mais baratos, com pouco volume de água e outros agentes extintores, pois como o tempo resposta seria muito menor, os incêndios seriam combatidos ainda em sua fase inicial, de muito mais fácil controle e extinção, mesmo com poucos equipamentos ou até com os sistemas instalados na própria edificação. As equipes poderiam ser mais treinadas e também disporem de instrumentos para retiradas de pessoas presas em residências em chamas ou em veículos acidentados

Os veículos mais pesados, como escadas telescópicas e plataformas elevatórias poderiam ficar localizadas num local centralizado da região e somente seriam acionados em caso de necessidade como, por exemplo, grandes incêndios ou fogo em edifícios muito altos.

Como, com esta nova estratégia de localização das unidades do Corpo de Bombeiros, cada distrito terá disponível apenas uma guarnição, cujo tamanho e composição deverá ser posteriormente definido, evidentemente fica incrementada a possibilidade de fila,

pois esta guarnição poderá estar atendendo a um chamado quando ocorrer uma outra situação de emergência na região sob sua responsabilidade.

Este inconveniente, no entanto, pode ser contornado, e isto está previsto no presente estudo, com a adoção de uma política de cooperação, onde dois ou mais distritos apoiem-se mutuamente, utilizando-se de maneira indistinta, as guarnições de ambos em caso de acúmulo de chamadas.

A seguir far-se-á uma descrição dos procedimentos para coleta dos dados para aplicação no modelo matemático proposto.

## **7.2. PESQUISAS REALIZADAS**

Com o objetivo de coletar dados para a implementação dos modelos matemáticos de distribuição espacial e alocação temporal de viaturas para atendimento emergencial, foram contatados os seguintes órgãos:

- Corpo de Bombeiros da Polícia Militar de Santa Catarina - CB/PMSC;
- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE;
- Instituto de Planejamento Urbano de Florianópolis - IPUF;
- Centrais Elétricas de Santa Catarina - CELESC.
- Entrevistas com vários profissionais envolvidos com o problema do fogo, tais como oficiais e soldados do Corpo de Bombeiros, corretores de seguros, advogados, médicos, funcionários dos órgãos de defesa civil, policiais, etc. a fim de absorver-se o máximo possível de conhecimento em cada setor e adquirir sensibilidade que permitiu uma análise melhor fundamentada dos resultados matemáticos que os modelos fornecem.

Entende-se que este contato com o pessoal que trabalha diretamente com as várias áreas da engenharia de incêndio é deveras benéfico. Como inúmeras variáveis obrigatoriamente devem ficar fora do modelo matemático, para se chegar a conclusões

fundamentadas é importante ter-se o respaldo da experiência prática dos especialistas e dos executores dos serviços de proteção e combate a incêndios.

A seguir será descrito o processo de coleta de dados em cada um destes órgãos, explanando-se sobre as informações disponíveis, dificuldades e restrições.

### **7.2.1. Corpo de Bombeiros da Polícia Militar de Santa Catarina - CB/PMSC:**

O CB/PMSC dividiu a região da grande Florianópolis em 96 sub-regiões ou distritos, procurando fazer coincidência com os bairros já existentes ou localidades tradicionalmente conhecidas, mesmo que, nestas últimas, não haja uma definição oficial dos limites. Para cada uma destas sub-regiões existem registros sistemáticos das chamadas de emergência há vários anos. Porém como a Polícia Militar somente informatizou seu serviço de atendimento de chamadas em 1992, apenas existem registros dos atendimentos das viaturas do Corpo de Bombeiros, em memória de computador a partir de janeiro de 1993.

Foi feito, portanto, o levantamento mensal de todas as chamadas recebidas pela central de comando do Corpo de bombeiros, referentes a situações emergenciais, no período em que existem registros informatizados, ou seja de janeiro de 1993 até abril de 1996, num total de 40 meses com, aproximadamente, 21 mil chamadas.

Foi necessário fazer também uma avaliação dos tempos gastos pelo serviço de bombeiros. Para tanto levantou-se uma amostra de 400 boletins de ocorrências individuais emitidos nos meses de janeiro e fevereiro de 1996. Desta amostra obteve-se, para todos os distritos, o tempo médio de deslocamento e tempo médio nas ocorrências. Indiretamente, conhecendo-se as distâncias médias percorridas e os tempos de viagem, calculou-se a velocidade média de deslocamento das equipes de emergência em todos os distritos.

Um resumo dos dados coletados no Corpo de Bombeiros é apresentado no quadro 3.

Quadro 3  
Resumo dos dados coletados no Corpo de Bombeiros

Distritos (Bairros conjugados)	Ocorrências no período jan/93 a abr/96			População dos distritos		Velocidade das viaturas	
	Soma total	Média mensal	Desvio Padrão	Numero	Indice de risco	km/min	km/hora
Centro/Norte	1750.58	60.36	4.34	25000	34.51	0.43	26.09
Centro/Sul	1703.17	58.73	4.48	25536	36.23	0.46	27.69
Estreito	1413.42	48.74	4.07	22004	37.62	0.67	40.00
Trindade/Carvoeira	856.83	29.55	2.49	19048	53.72	0.83	49.66
Capoeiras/V.SãoJoão	641.75	22.13	2.10	14871	56.00	0.55	32.73
Barreiros	577.42	19.91	3.47	13600	56.92	0.57	34.29
Coqueiros	610.25	21.04	3.16	14500	57.42	0.92	55.17
Passa Vinte	461.50	15.91	2.22	11000	57.60	1.15	69.09
Ipiranga/ Bela Vista	446.00	15.38	2.25	11200	60.69	0.80	48.18
Canasvieiras	467.17	16.11	1.47	11500	59.49	1.14	68.57
Agronômica	437.25	15.08	1.04	11574	63.97	0.73	44.00
Serraria	423.25	14.59	1.67	11290	64.46	0.98	59.07
Inglese/Santinho	382.50	13.19	1.51	10500	66.34	1.06	63.53
Biguaçu	356.00	12.28	3.76	10000	67.88	0.97	58.06
Lagoa da Conceição	378.92	13.07	2.59	10876	69.37	0.72	43.32
Palhoça	324.92	11.20	2.70	10200	75.87	1.05	63.16
Forquilh/Picadas	336.08	11.59	1.92	10700	76.94	0.90	53.85
Sc Limões/J.Mendes	337.33	11.63	2.29	11100	79.52	0.88	52.80
Itacorubi/São Jorge	310.17	10.70	3.00	10600	82.59	1.01	60.81
Campinas	320.58	11.05	2.27	11050	83.30	0.76	45.76
S. Grande/M.Verde	309.75	10.68	1.14	12000	93.62	0.66	39.81
Jd. Atlantico/Procasa	246.17	8.49	0.95	10900	107.01	0.61	36.73
Carianos/Tapera	232.67	8.02	2.28	10700	111.14	0.76	45.60
Abraão/Itaguaçu	231.17	7.97	1.00	10893	113.88	0.63	38.03
S.José/Ponta Baixo	220.25	7.59	1.37	12000	131.67	0.79	47.19
Campeche/R.Tavares	200.00	6.90	0.49	12500	151.04	0.71	42.70
Roçado/kobrasol II	200.42	6.91	0.64	13000	156.76	0.97	57.93
Pant.Sul/Armação	194.08	6.69	0.53	12900	160.63	1.03	62.07
Jurere/Daniela/Ratones	185.33	6.39	0.57	13000	169.51	1.07	64.12
Kobrasol I	173.83	5.99	0.50	12830	178.37	0.69	41.22
Costeira	151.25	5.22	1.19	11295	180.47	0.53	32.03
Pantanal	138.17	4.76	0.38	10400	181.91	0.93	55.56
Barra da Lagoa	131.33	4.53	0.53	10000	184.01	1.09	65.27
Cacupe/Sambaqui	124.67	4.30	0.31	10925	211.78	0.88	52.78
C.Grande/J.Anchieta	102.17	3.52	0.55	12435	294.14	1.00	60.00
Ribeirão da Ilha	78.92	2.72	0.47	14228	435.70	1.19	71.11
P. de Fora/Paulo Lopes	63.00	2.17	1.24	12584	482.72	0.71	42.47
Sto Amaro/Aririú	53.92	1.86	0.36	13844	620.52	0.57	34.29
	15572.17	536.97	43.05	492583			

### **7.2.2- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE.**

No IBGE coletou-se os dados relativos a população nas várias sub-regiões em que foi dividida a região de estudo.

Encontrou-se certa dificuldade porque os dados disponíveis são os do censo de 1990 e, além disso, as divisões regionais do IBGE, formadas por distritos censitários, não coincidem com a divisão elaborada pelo Corpo de Bombeiros e nem com a divisão de bairros da cidade.

Não existe também uma projeção do crescimento da população para cada região, mas sim somente dos municípios como um todo.

Em vista destas restrições, para muitos dos distritos foi necessário se elaborar uma estimativa da população, tomando-se como base os distritos censitários que aproximadamente coincidem com a área destes distritos. Com o novo censo, ora em andamento, será possível se obter uma certeza maior com relação à população e à tendência de crescimento de cada distrito.

### **7.2.3 - Instituto de Planejamento Urbano de Florianópolis - IPUF:**

O objetivo de contatar o IPUF foi obter a divisão formal dos bairros do município de Florianópolis a fim de fazê-la coincidir com a divisão informal elaborada pelo Corpo de Bombeiros.

Constatou-se, entretanto, que não existe esta divisão formal. A regulamentação oficial, definindo exatamente os limites de cada bairro, está em tramitação na Câmara Municipal. Ou seja não se conhece exatamente onde inicia e onde termina cada um dos bairros, adotando-se apenas a divisão tradicional criada naturalmente pela população.

A única divisão formal é a que compreende os seguintes distritos: Sede, Cachoeira do Bom Jesus, Canasvieiras, Ingleses do Rio Vermelho, Lagoa Conceição, Pântano do Sul, Ratoles, Ribeirão da Ilha, Santo Antônio de Lisboa e São João do Rio Vermelho.

Nos demais municípios da área de estudo a situação se repete, não existindo uma definição clara sobre a divisão dos bairros.

Para resolver o problema proposto no presente estudo, foram adotados os limites definidos pelo Corpo de Bombeiros para cada sub-região, que levou em conta as divisões feitas naturalmente pela própria população.

#### **7.2.4 - Centrais Elétricas de Santa Catarina - CELESC:**

Para se avaliar a tendência de crescimento das várias regiões, considerando que a pesquisa no IBGE não havia sido satisfatória, imaginou-se utilizar outras fontes. Na CELESC esperava-se obter a evolução do consumo de energia elétrica em cada um dos bairros da área de estudo. Esta relação poderia servir de apoio e de comparação para avaliar o crescimento das chamadas de emergências pois como as redes elétricas cobrem todas as localidades, conhecendo-se as tendências de crescimento ou decréscimo do consumo de energia em cada uma das zonas, poder-se-ia inferir como se desenvolve a ocupação destas zona

Infelizmente, também na CELESC, assim como no IBGE, CASAN e TELESC, não existe uma relação lógica entre as divisões do território que cada empresa elabora para seu controle e planejamento com a divisão tradicional de bairros . Na CELESC, por exemplo, esta divisão é feita por centros de distribuição, que coincidem com suas redes de energia

Além disso, a CELESC não arquiva em computadores a relação do consumo mensal de cada região e os arquivos em papel não estão disponíveis para consulta porque o prédio onde estão armazenados encontra-se fechado por ter sua estrutura abalada por uma obra vizinha.

Na CELESC, entretanto, obteve-se um mapa que plotava as distâncias entre todos os centros dos diversos bairros e localidades da Grande Florianópolis. Este mapa serviu como

base para se elaborar a matriz de distâncias das sub-regiões da área de estudo que foi utilizada para a aplicação prática deste trabalho e é apresentada no quadro número 4.

### **7.3 - TRATAMENTO DOS DADOS:**

#### **7.3.1 - Matriz de distâncias.**

Para aplicação no modelo a distância entre os distritos foi considerada como a distância centro a centro, acrescida da distância média interna do distrito que, por sua vez, foi determinada em função da área e da forma que as áreas urbanizadas se distribuem nesta sub-região.

Como algumas das sub-regiões tem baixa densidade populacional e, nestes 40 meses, demandaram uma proporção de chamadas mensais muito baixa, agrupou-se estas sub-regiões, pelo critério de proximidade, às sub-regiões vizinhas, restando com isso 38 distritos que, além de apresentarem uma elevada taxa de ocorrências emergenciais, contam com uma população variando entre 10 a 20 mil habitantes.

Como existem distritos que possuem alta taxa de ocorrências e/ou grande população, procura-se, propositadamente, privilegiá-los, ou seja pretende-se dar maior atenção para as regiões onde a possibilidade proporcional de acontecerem incidentes é maior. Então, para haver um critério claro e preciso para ponderar os dados de entrada no sistema, adotou-se um “Índice de Risco -  $Ir_i$ ”, que representa a probabilidade de que um habitante de uma determinada região  $i$  necessite solicitar o serviço de atendimento emergencial.

Adotou-se a seguinte relação:

$$Ir_i = \frac{P_i}{\mathbf{m}} \quad (7.1)$$

Onde  $P_i$  é a população do distrito  $i$  e

$\mathbf{m}$  é a média anual de ocorrências no distrito  $i$ .

Como se trabalha com a matriz distância, estes  $Ir_i$  tem como objetivo ponderar seus arcos, de maneira a aplicá-la no modelo de distribuição espacial das unidades de emergência.

Para ponderar o comprimento dos arcos da matriz de distâncias utilizou-se a soma dos índices de risco dos dois nós que ligam os arcos criando-se um índice de ponderação  $Ip_{ij}$  dado por:

$$Ip_{ij} = Ir_i + Ir_j \quad i \text{ e } j = 1, 2, \dots, N \quad (7.2)$$

Para facilidade dos cálculos, adotou-se um índice de ponderação proporcional  $IP_{ij}^*$  em relação ao maior  $IP_{ij}$ , assim:

$$IP_{ij}^* = \frac{IP_{ij}}{\text{maior}IP_{ij}} \quad (7.3)$$

A matriz ponderada de distâncias foi, então, calculada pela seguinte fórmula:

$$d_{ij}^* = IP_{ij}^* \cdot d_{ij} \quad (7.4)$$

Onde  $d_{ij}^*$  é o comprimento ponderado do arco que liga o nó  $i$  com o nó  $j$  e

$d_{ij}$  é o comprimento real do arco que liga o nó  $i$  com o nó  $j$

O quadro 5 representa a matriz de distâncias ponderada pelo índice de risco de cada um dos distritos.

### 7.3.2 - Evolução das ocorrências

Plotando-se os dados das chamadas de emergência num gráfico, verificou-se, pela própria característica do problema que apresenta uma aleatoriedade muito grande, que existe uma expressiva variação mês a mês. Ao se ajustar uma curva de regressão, constata-se uma nítida tendência de crescimento porém com alta dispersão dos pontos e, conseqüentemente, com uma variação mês a mês muito grande, dificultando as projeções (ver gráfico número 1). Para contornar este inconveniente, optou-se por utilizar uma média móvel de 12 meses, cujos resultados representam com maior robustez a tendência de crescimento das ocorrências, ou

seja, forneceu uma curva mais facilmente calibrável na qual os dados projetados no futuro são muito mais confiáveis (ver gráfico número2).

Para calibração da curva de expansão da demanda, representada pelas chamadas emergenciais, testou-se várias distribuições: Linha de tendência linear, logarítmica, polinomial, potência e exponencial. Sendo esta última a que, como se esperava, apresentou coeficiente de correlação quadrático mais próximo de 1 e, por isso, foi a escolhida. Estas curvas calibradas são muito importantes porque permitem fazer projeções com maior segurança. Não seria mesmo razoável projetar-se o sistema com base nos picos ou nos vales das curvas, pois estaria se correndo o risco de super ou subdimensioná-lo.

### **7.3.3 - Tempos de viagem:**

Com os tempos e as distâncias entre os distritos e as unidades de bombeiros atualmente instaladas, foi possível inferir a velocidade média das viaturas para cada destino.

Estes tempos também serviram como base para avaliar a capacidade média de atendimento das viaturas, ou seja, considerando o tempo utilizado em cada emergência é possível se calcular quantos chamados em média cada guarnição poderá atender por dia.

Como nos modelos deste trabalho introduziu-se a restrição de que o sistema trabalharia com uma baixa probabilidade de fila, considerou-se o tempo resposta como o parâmetro de avaliação da performance do sistema ou seja, como distribui-se as viaturas de maneira que o atendimento das chamadas seja muito rápido, a possibilidade de ocorrerem duas chamadas no mesmo período é muito pequena e, por isso, na maior parte do tempo as guarnições ficam ociosas.

Hoje o tempo resposta médio dos diversos distritos do sistema varia de 15 a 55 minutos. Pretende-se que este valor, com a nova distribuição das guarnições, atinja a um valor médio em qualquer um dos distritos de, no máximo, 15 minutos. Este tempo, conforme o manual da NFPA, é razoável, pois normalmente se consegue se chegar ao local do incêndio sem que o fogo tenha se generalizado e, portanto de fácil controle e combate (ver figura 1 , no capítulo 1).

O tempo de resposta médio é determinado com base na velocidade média das viaturas e na distância que deverão percorrer.

#### **7.3.4 - Processo de fila:**

Quanto a possibilidade de fila, constata-se que na maioria dos países desenvolvidos as guarnições dos corpos de bombeiros permanecem ociosas, de prontidão, em cerca de 94% do tempo, ou seja ficam ocupadas em média apenas 6% do das horas do dia ( ver Reilly, 1984). Neste trabalho considera-se como saturada a capacidade de atendimento das guarnições quando existir uma probabilidade igual ou maior que 10 % de ocorrer fila, portanto considera-se que o sistema estará operando satisfatoriamente se em 90% das vezes que se processarem as chamadas de emergência, existem viaturas disponíveis no quartel .

A taxa média de chegada na fila  $\lambda$  é calculada a partir das projeções das curvas de demanda.

Considera-se o cidadão como atendido quando a viatura solicitada chega ao local do incidente. Para efeito do processo de filas adota-se como taxa de serviço ou taxa de atendimento diária  $\mu$ , o tempo médio de viagem para as equipes percorrerem a distância média entre a base e o incidente com a velocidade inferida pelo levantamento dos dados, acrescido pelo tempo médio na ocorrência.

Devido as restrições do tempo máximo de resposta e máxima possibilidade de fila, o número de viaturas a ser instalado no sistema, portanto, passa a não mais ser um dado exógeno, pois àquelas exigências deverão ser atendidas.

#### **7.4 - PROCESSAMENTO DOS DADOS E RESULTADOS ALCANÇADOS:**

No processamento do programa de alocação espacial, com a região de estudo dividida em 38 sub-regiões, a localização de viaturas nos seguintes distritos foi considerada como obrigatória pois nestes já existem guarnições atualmente operando e a população dificilmente aceitaria sua remoção:

- Centro Norte - Na praça Getúlio Vargas, no centro. Este é o local onde foi instalada a primeira guarnição da cidade;
- Centro Sul - No quartel do Grupo de Busca e Salvamento, na cabeceira insular da ponte Hercílio Luz.
- Estreito - No quartel do Primeiro Batalhão do Corpo de Bombeiros;
- Trindade - No Centro de Ensino da Polícia Militar, havendo possibilidade de ser transferido para um terreno próximo, onde está prevista a construção de um novo quartel de bombeiros.
- Capoeiras - No terreno onde hoje funciona o posto de abastecimento de combustíveis da Polícia Militar, na Rua Patrício Caldeira de Andrade.

Por estarem muito afastados do núcleo central da região de estudos, apresentarem baixa densidade demográfica e reduzida probabilidade de incidentes, os seguintes distritos foram excluídos da relação de distritos candidatos a receberem as guarnições:

- Pântano do Sul;
- Ribeirão da Ilha;
- Praia de Fora e
- Paulo Lopes.

Para atender as restrições de tempo resposta e possibilidade de filas os programas foram rodados várias vezes com crescente número de unidades, iniciando-se com as cinco unidades de instalação obrigatória.

O número mínimo de guarnições necessárias para atender as restrições foi de 10 equipes. Para este número rodou-se o programa de alocação espacial 30 vezes, alterando-se sempre o conjunto semente. Demonstrando que o processo heurístico é eficiente, verificou-se que em 85% das vezes o resultado tendeu para o esquema apresentado no quadro 6.

Com esta distribuição e definindo-se as áreas de influência de cada viatura, calcula-se o tempo resposta médio de cada uma destas áreas. Considera-se como tempo de resposta médio o resultado da distância que a viatura deve percorrer para atender aos distritos a ela

atribuídos, dividido pela velocidade média de cada um destes distritos, ponderada em relação ao número médio de ocorrências.

Quadro 6

Resultado do modelo de alocação espacial.

Unidade nº	Localização	Distritos atendidos (Área de influência)
1	Centro Norte	Centro Norte
2	Centro Sul	Centro Sul
3	Estreito	Estreito Barreiros Bairro Bela Vista Jardim Atlântico
4	Trindade	Trindade Agronômica Itacorubi Saco Grande
5	Capoeiras	Capoeiras Coqueiros Abraão/Itaguaçu
6	Palhoça	Palhoça Passa Vinte Praia de Fora / Paulo Lopes Santo Amaro da Imperatriz / Aripuruá
7	Campeche / Rio Tavares	Campeche / Rio Tavares Pântano do Sul / Armação Ribeirão da Ilha
8	Jurerê / Daniela / Ratonés	Jurerê / Daniela / Ratonés Canasvieiras Ingleses Cacupé / Sambaqui / Sto Antônio Lisboa
9	Kobrasol I	Kobrasol I Serraria Biguaçu Forquilha Campinas São José Roçado / Kobrasol II
10	Córrego Grande	Córrego Grande Lagoa da Conceição Saco dos Limões Carianos / Tapera Costeira Pantanal Barra da Lagoa

Conhecendo-se a distribuição das equipes, a área de influência de cada uma, a velocidade média das viaturas e a curva de expansão da demanda desta área (ver quadro número 7), inicia-se o processamento do programa de alocação temporal.

Define-se inicialmente quais as guarnições que trabalharão em conjunto com base na proximidade entre as áreas de influência. Neste trabalho adotou-se o seguinte esquema de cooperação:

- Centro Norte com Centro Sul;
- Estreito com Capoeiras e com Kobrasol I;
- Trindade com Córrego Grande;
- Palhoça;
- Campeche e
- Jurerê .

Do processamento , considerando o mês de dezembro de 1996 como data inicial, obteve-se como resultado que o sistema deverá ser revisto em 40 meses, ou seja, com a distribuição espacial das viatura proposta e mantendo-se a tendência atual de crescimento da demanda na área de influência , é provável que o sistema atinja a saturação em abril de 2000, então, antes desta data, devem ser feitos novos estudos pois haverá a necessidade de se implantar, pelo menos, mais uma unidade na Grande Florianópolis.

Quadro 7

Resultado do processamento dos dados para entrada no programa de alocação temporal

Bairro	Soma das ocorrências	Média mensal ( $\mu$ )	Desvio Padrão ( $\sigma$ )	coef. var ( $\sigma/\mu$ )	tempo de viagem (min)	tempo ocupado (min)	Capacidade (atend/dia)	$a$	$b$	Ocorrências em out/96	Média de ocorr/dia
Centro Norte	1750.58	60.36	4.34	0.07186	6.90	35.9	40.11	53.917	0.0074	69.86	2.33
Centro Sul	1703.17	58.73	4.48	0.07631	6.50	35.5	40.56	52.063	0.0078	68.41	2.28
Estreito	2683.00	92.52	5.24	0.05667	9.40	38.4	37.50	84.413	0.006	104.14	3.47
Trindade	1914.00	66.00	5.28	0.08004	7.30	36.3	39.67	55.627	0.0148	93.38	3.11
Capoeiras	1483.17	51.14	5.21	0.10182	7.50	36.5	39.45	43.649	0.0102	62.38	2.08
Palhoça	903.33	31.15	5.05	0.16202	10.60	39.6	36.36	26.334	0.0104	37.90	1.26
Campeche	473.00	16.31	0.87	0.05309	13.90	42.9	33.57	16.425	0.0006	16.08	0.54
Jurerê/Ratones	1159.67	39.99	1.90	0.04761	12.20	41.2	34.95	38.948	0.0017	41.34	1.38
Kobrasol	2030.42	70.01	8.81	0.12581	9.70	38.7	37.21	55.627	0.0148	93.38	3.11
Córrego Grande	1471.83	50.75	8.38	0.16504	12.50	41.5	34.7	37.242	0.0197	74.21	2.47
Soma	15572.17	536.97	43.05	0.08017				467.100	0.0091	642.29	21.41

Obs: - O tempo na ocorrência, considerando 400 atendimentos, foi, em média, de 29:00 minutos.

-  $a$  e  $b$  são os coeficientes da função exponencial que representa a variação da demanda :  $y = ae^{bx}$

## 8) CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES

### 8.1 - CONCLUSÃO:

Do ponto de vista da pesquisa na área de sistemas de atendimento emergencial no Brasil, as carências são acentuadas. A começar pelo pequeno número de pesquisadores e capacitação laboratorial instalado no País.

O reduzido número de pesquisadores e laboratórios, ao lado da fraca atuação dos órgãos públicos e privados com relação ao assunto, implica necessariamente em poucos recursos para o desenvolvimento de pesquisas na área, dificultando o entendimento do fenômeno “ emergência ” em bases científicas.

Como decorrência desta situação, os resultados das pesquisas e ensaios realizados, assim como o processo de divulgação dos conhecimentos e transferência de tecnologia para o meio técnico, tem sido incipiente e não tem suprido as necessidades reais do País na área de atendimento de emergência.

Conclui-se, portanto, que o desenvolvimento desta tese poderá auxiliar a cobrir uma lacuna existente na área de planejamento de sistemas emergenciais e, particularmente, no planejamento e na operação de Corpos de Bombeiros, tendo em vista ser este o órgão mais solicitado pela população em quaisquer situações em que se torna necessário um atendimento rápido e eficiente.

Após a aplicação dos programas computacionais desenvolvidos, conclui-se que os resultados obtidos foram satisfatórios e, se aplicados, certamente melhorariam o desempenho dos serviços emergenciais e particularmente do Corpo de Bombeiros.

O programa de alocação espacial, mesmo utilizando-se o procedimento heurístico, forneceu sempre resultados que quando não reproduziram o valor ótimo da função objetivo obtido através do processo de exaustão, muito se aproximaram dele, comprovando que é robusto e confiável além de ser de fácil aplicabilidade.

O programa de alocação temporal também é eficiente e facilmente aplicável e, além disso, permite uma série de composições para se procurar os melhores resultados.

Talvez a maior vantagem dos modelos propostos seja a simplicidade de introduzir os dados e de obter e analisar os resultados. Considerando a falta de estatísticas e as dificuldades de obtenção de dados em países em desenvolvimento como o Brasil, os programas permitem que, com as informações normalmente disponíveis nos órgãos públicos, possam ser aplicados, sem muita sofisticação, e se obtenham resultados que se muito aproximam do ótimo.

O Corpo de Bombeiros, hoje, não só combate o fogo, mas atende a acidentes de trânsito, faz partos emergenciais, atua como serviço de ambulância, socorre vítimas de inundações e desabamentos, além de inúmeras outras atividades que exijam urgência na chegada ao local do incidente. Justifica-se, portanto, que mereça estudos para racionalização de sua operação, de maneira que possa continuar a oferecer aos habitantes das cidades, ou seja da comunidade que o mantém, um serviço eficiente e seguro, e é aí que pretendemos dar nossa contribuição.

## **8.2) RECOMENDAÇÕES**

Os estudos referentes a otimização de sistemas de atendimento emergencial ainda são incipientes em nosso país e, portanto, existe um campo aberto a novas pesquisas. Este trabalho poderá, então, ser complementado em várias áreas, como por exemplo:

- Modelos de simulação: Permitem rapidamente que sejam avaliadas as conseqüências de prováveis alterações no nível de demanda ou no número de facilidades a serem instaladas, assim como para verificar qual as possíveis deficiências no sistema.
- Modelos de roteirização. Permitirão diminuir ainda mais o tempo resposta ao informar qual o caminho mais conveniente para se chegar mais rápido ao local dos incidentes.
- Modelos de distribuição hierárquica de veículos: Estes modelos permitiriam que a região de estudo fosse atendida por viaturas mais leves distribuídas por vários distritos e por

veículos de grande porte, como escadas telescópicas, que ficariam baseadas em pontos mais centrais sendo requisitados somente quando necessário.

- Modelos de equalização da carga de trabalho das equipes de emergência, permitindo um melhor desempenho de seus integrantes.

Além da sugestão de pesquisas para implementar os estudos acima, é possível melhorar o modelo proposto neste trabalho. É necessário que se proceda uma divisão mais criteriosa dos distritos, definindo-se claramente seus limites. Com o novo censo do IBGE será possível também se obter informações mais atualizadas sobre a população dos diversos bairros.

No programa de distribuição temporal poderiam ser testados novos critérios para determinar o ponto de saturação da capacidade de atendimento das equipes de emergência como, por exemplo, tempo máximo que o usuário fica na fila a espera de uma viatura disponível para socorrê-lo.

Como o corpo de bombeiros não atua somente no combate ao fogo, seria interessante fazer um estudo separando-se os diversos tipos de chamadas emergenciais, propondo-se veículos específicos para cada um deles. É evidente que não é eficiente utilizar uma mesma equipe para combater um incêndio e atender a uma pessoa presa às ferragens de um carro acidentado.

Concluindo pode-se afirmar que existe uma carência muito grande de metodologias que visem otimizar os serviços de atendimento emergencial. Compete à universidade criar mecanismos para otimização dos sistemas e apresentá-los para a sociedade que, em última análise, é quem decidirá se a solução proposta para minimizar os problemas é de seu interesse ou não.

## 9 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- BALL, M. O. and LIN, F. L. (1993). A reliability model applied to emergency service vehicle location. Operations Research, vol. 41, pp. 18-36.
- BANKS, Jerry and CARSON, John S. (1984). Discrete-event system simulation. Prentice-Hall, New Jersey, USA.
- BELTRAMI, Edward. (1977). Models for Public Systems Analysis. Academic Press, New York.
- BERMAN, O. (1982). The median problem with congestion. Computation & Operations Research, Vol. 9, nº 2, pp. 119-126. Great Britain.
- BRODSY, H. (1992). Emergency medical service rescue time in fatal road accidents. Transportation Research Record, nº 1270, pp. 89-96..
- CAMPBELL, J. F. (1990). Locating transportation terminals to serve an expanding demand. Transportation Research, Vol. 24 B, nº 3, pp. 173-192.
- CARTER, Grace and CHAKEN, Jan. (1972). Response areas for two emergency units. Operations Research, May-June ., Pp. 571 - 593.
- CHAJED, Dilip and LOWE, Timothy. (1992). M-median and m-center problems with mutual communication: solvable special cases. Operations Research, vol. 40, nº 1, January - February.
- CHURCH, R. L. and EATON, D. J. (1987). Hierarchical location analysis using covering objectives. In Spatial analysis and location-allocation models. pp. 163-185. Von Nostrand Reinhold Company Inc. New York..
- DAGANZO, Carlos F. (1984). The distance traveled to visit N point with a maximum of C stops per vehicle: An analytic model and an application. Transportation Science, vol. 18, nº4, pp. 331-350.
- DASKIN, M.S. (1987). Location, Dispatching, and Routing Models for Emergency Services with Stochastic Travel Times. Spatial analysis and location-allocation models. pp. 224-268. Von Nostrand Reinhold Company Inc. New York..
- ERKUT, H. and POLAT, S. (1992). A simulation model for an urban Fire fighting system. Journal Of Management Science, Vol. 20, nº 4, pp. 535-542.
- FELLER, W. (1957). “An Introduction to Probability Theory and its Applications” (Cap. XIV, seção 6), Wiley, New York. .,
- FREIDENFELDS, J. (1980). Capacity Expansion when Demand is a Birth- Death Random Process, Operations Research, 28, 712-721.

- GONÇALVES, Mirian Buss e ULYSSEA, Ismael. (1993). The development of a new gravity-opportunity model for trip distribution. Environment and Planning , Volume 25, pages 817-826.
- GONÇALVES, Mirian Buss. (1994). Modelos para localização de serviços emergenciais em rodovias. XXVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Anais . Florianópolis, SC.
- HAY, William W. (1977). An introduction to transportation engineering. Ed John Wiley & Sons. New York,
- HILLSMAN, E. L. (1984) . The p-median structure as a unfilled linear model for location-allocation analysis. Environment planning, volume 16, pp. 305-318.
- HODGSON, John. (1981). The location of public facilities intermediate to journey to work. European Journal of Operational Research.. nº 6. Pp. 199 - 204.
- IPIUF, Instituto de Planejamento Urbano de Florianópolis. (1992). Guia de Florianópolis 1993. EDEME, Florianópolis.
- KARIV, O and HAKIMI, S. L. (1979) . An Algorithmic approach to network location problem. II: The p-medians. Siam J. Applied Mathematics, vol. 37, December. pp. 539, 560.
- KARLIN, S . (1968). A First Course in Stochastic Processes, Cap 10 Brownian Motion. Academic Press, New York.
- KEENEY, Ralh. (1972). A method for districting among facilities. Operations Research, .. Pp. 613 - 618.
- KOLESTAR, P. e WALKER, W.E. (1974). An Algorithm for the Dynamic Relocation of Fire Companies. Operations Research. 22: 249-273.
- KOLESTAR, Peter. (1975). A model for predicting average fire engines travel times. Operations Research, vol. 23, nº 4 ,. pp. 603-613.
- KOLESTAR, Peter. e WALKER, Warren. (1975). Determining the relation between fire travel times and travel distances in New York City. Operations Research, vol. 23, nº 4 ,. Pp. 614 - 627.
- LARSON, R.C. (1972). Urban Police Patrol Analysis. MIT Press: Cambridge..
- LARSON, R.C. e ODONI, A.R. (1981). Urban Operations Research. Prentice-Hall.
- LARSON, Richard C. (1975). Approximating the performance of urban emergency service systems. Operations Research, vol. 23, nº 5 ,. Pp. 845 - 868.
- LARSON, Richard C. And STEVENSON, Keith A. (1972). On insensitivity in urban redistricting and facility location. Operations Research, .. Pp. 595 - 612.

- LI, Shanling. e TIRUPATI, Ddevanath. (1994). Dynamic Capacity Expansion Problem With Multiple Products: Technology Selection and Timing of Capacity Additions, Operations Research, vol. 42, nº 5, pp. 958-976..
- LOVE, R. F. and Morris, J. G. (1988). Facilities Location - models & methods. Elsevier Science Publishing Co. New York:.
- LUSS, H. (1982). “Operations Research and Capacity Expansion Problems: a Survey”, Operations Research, vol. 30, nº 5, pp. 907-947.
- MANNE, A.S. (1961)Capacity Expansion and Probabilistic Growth. Econométrica, 29, 632-649,
- MIRCHANDANI, P.B. e REILLY, J.M. (1987). Spatial Distribution Design for Fire Fighting Units. Spatial analysis and location-allocation models. pp. 186-223. Von Nostrand Reinhold Company Inc. New York.
- NFPA - National Fire Protection Association. (1987). Manual de protección contra incendios. 16ª ed. Editorial Mapfre, SA. Madrid,.
- NOVAES, A. G. (1975). Pesquisa operacional e transportes - modelos probabilísticos. McGraw-Hill do Brasil, Editôra da Universidade de São Paulo: São Paulo.
- NOVAES, A. G. (1978). Métodos de otimização- Aplicação aos transportes. Ed. Edgard Blücher Ltda. São Paulo.
- NOVAES, A. G. e SOUZA, J. C. (1995). Expansão da capacidade de serviços emergenciais com demanda probabilística. REVISTA BRASILEIRA DE ADMINISTRAÇÃO CONTEMPORÂNEA. -. João Pessoa PB.: V. I - nº 7, p.226-240.
- NOVAES, A. G. e ZAVALONI, G. (1974). Aplicação de modelos de filas em planejamento portuário. V Congresso Nacional de Transportes Marítimos e Construção Naval - Anais -
- NOVAES, A.G. (1978). Métodos de Otimização, Aplicação aos Transportes: Editôra Edgard Blücher , São Paulo,
- REILLY, J. M. (1983). Development of a fire station placement model with consideration of multiple arriving units. Thesis Ph.D., Rensselaer Polytechnic Institute, New York..
- ROCKLIN, Sol M , KASHPER, ARIK. (1984) Capacity expansion/contraction of a facility with demand augmentation dynamics. Operations Research, vol. 32, jan-feb 1984. ., Pp. 133 - 147.
- RYAN, Timothy A. (1990). Costs of delays to emergency vehicles at rail-highway grade crossings. Transportation Quarterly, October 1990. Pp. 549 - 562.
- SAMPSON, A. R. and SMITH, R. L. (1982). Assessing risks through the determination of rare event probabilities . Operations Research, vol. 30, nº 5, pp. 839-866.
- SCHREUDER, J.A.M. (1981). Application of a location model to fire station in Rotterdam. European Journal of Operational Research.. nº 6. Pp. 212 - 219.

- SDT, Secretaria de Estado do Desenvolvimento Econômico, Científico e Tecnológico de Santa Catarina. (1995). Anuário estatístico de Santa Catarina. IOESC, Florianópolis.
- SOUZA, J. C. e NOVAES, A. G. (1994). Expansão em estágios de um porto considerando a demanda com crescimento determinístico ou estocástico. Anais do VIII Congresso de Pesquisa e Ensino em transportes - ANPET- Vol. 2 , pp. 281-290.
- SOUZA, João Carlos & NOVAES, A.G (1996). Expansão de sistemas de transportes com demanda estocástica. I Congresso Técnico-Científico de Engenharia Civil. Anais. Florianópolis:. V. 6, p. 1016-1027.
- SOUZA, João Carlos & NOVAES, A.G. (1994). Dimensionamento, localização e escalonamento temporal de serviços de emergência. XXVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Anais . Florianópolis, SC. pp. 332-337
- SOUZA, João Carlos. & NOVAES, A.G. (1995). Expansão da capacidade em sistemas com crescimento aleatório da demanda. In: First International Congress Of Industrial Engineering e XV Congresso Nacional de Engenharia de Produção. Anais. São Carlos, SP:. V. 2, p. 1175-1181.
- SOUZA, João Carlos. & NOVAES, A.G. (1996). Distribuição espacial de viaturas para atendimentos emergenciais. VIII Latin-Iberian-American Congress on Operations Research and System Engineering e XXVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Rio de Janeiro. p. 660 - 665.
- SOUZA, Roberto. (1988). Cooperação técnica Brasil-Japão na área de prevenção de incêndios. Revista Tecnologia de Edificações. Editora Pini, nº 5 , pp. 37-42.
- SRINIVASAN, T. N. (1967). Geometric Rate of Growth of Demand. In Investments for Capacity Expansion, A. S. Manne (ed.), Allen e Unwin.
- TABORGA, P.N. (1969). Determination of an Optimal Policy for Seaport Growth and Development. Research Report MIT, Massachusetts.
- TOREGAS, C. et all. (1971). The Location of Emergency Service Facilities: Operations Research 19: 1363-1373.