HELIANA CIOCCIA CAMPITELI

O ENSINO DE GEOMETRIA NA 4ª SÉRIE DE 1º GRAU: A QUESTÃO DA APREENSÃO DOS CONCEITOS DE ÁREA E PERÍMETRO

Dissertação apresentada ao Centro de Educação da Universidade Federal de Santa Catarina, como um dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Educação Linha de Investigação: Educação e Ciências.
Orientador: Prof. Ubiratan D'Ambrosio

FLORIANÓPOLIS

1996

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO

"O ENSINO DE GEOMETRIA NA 4a SÉRIE DO 1o GRAU: A QUESTÃO DA APREENSÃO DOS CONCEITOS DE ÁREA E PERÍMETRO".

Dissertação submetida ao Colegiado do Curso de Mestrado em Educação do Centro de Ciências da Educação em cumprimento parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação.

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA em 13/05/96

Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrósio-UNICAMP (Orientador)

Prof. Dr. Ivo José Both-UEPG (Examinador)

Prof. Dr. Demétrio Delizoicov (Examinador)

Prof. Dr. Selvino José Assmann (Suplente)

HELIANA CIOCCIA CAMPITELI

Florianópolis, Santa Catarina, maio de 1996.

Ao
Vicente, Vinicius e Talita,
dedico.

A meus pais, meu avô Sylvio pelas primeiras leituras ("gibís"), e aos Espíritos de luz que me iluminaram o caminho.

AGRADECIMENTOS

Muitas pessoas e alguns órgãos contribuíram, de uma ou de outra maneira, para a viabilização deste trabalho.

Registro os meus agradecimentos:

ao Vicente, meu esposo, pelo apoio constante;
ao Professor Ubiratan D'Ambrosio, pela orientação e pelo tratamento amigo;
à professora Regina Flemming Damm, pelas diretrizes iniciais à Dissertação;
ao Professor Osvaldo Casonato, pela ajuda constante durante a realização do Mestrado;
ao Professor Selvino José Assmann, pelas sugestões que levaram à definição da Dissertação;
ao Professor Ivo José Both, pelas revisões da Dissertação;
aos Professores Maria Celina da Silva Crema e Arden Zylberstajn pelo incentivos às leituras;
às amigas do Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino da Universidade Estadual de Ponta Grossa, minhas ex-professoras, que muito me ajudaram a superar obstáculos;
à CAPES/PICDT, pelo auxílio financeiro, através de Bolsa de Estudos;
à Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela liberação para a realização do Mestrado;
à Secretaria de Estado da Educação pela dispensa de minhas atividades docentes, durante a realização do Curso de Mestrado;
aos colegas e funcionários da escola Polivalente;
aos professores, supervisores e diretores das escolas pesquisadas;
a todos os que, de uma maneira ou de outra, tornaram possível a realização do Mestrado.

SUMÁRIO

RESUMO

O ensino de geometria nas escolas de 1º grau enfrenta problemas. Muitos professores, inseguros para trabalhar com a geometria, deixam de incluí-la em sua programação, já que a Lei 5692/71 concede liberdade às escolas quanto à decisão sobre os programas de diferentes disciplinas. Mesmo entre os professores que continuam a ensiná-la, muitos reservam o final do ano letivo para a abordagem. Os alunos apresentam dificuldades em aplicar, no seu dia-a-dia, os conhecimentos adquiridos na escola, mesmo aqueles que conhecem as definições formais. Além disso, os professores enfocam o ensino no conteúdo e na quantidade de conhecimentos e não no conceito. No sentido de minimizar estes problemas, desenvolveu-se este trabalho, dirigido aos professores, de maneira que os alunos apreendam os conceitos contidos nos conteúdos didáticos. Dentro da geometria, optou-se pelo estudo de área e perímetro, na 4ª série do 1º grau, em vista de sua relevância e por fazer parte do currículo previsto pelo Estado do Paraná. O trabalho foi desenvolvido em duas etapas. A primeira consistiu em desenvolver uma metodologia de ensino centrada na apreensão dos conceitos contidos nos conteúdos didáticos, baseada na teoria do conhecimento, que leva em conta os conhecimentos anteriores dos educandos e a história da ciência. A segunda etapa consistiu em aplicar a metodologia ao ensino de área e perímetro de maneira a possibilitar aos alunos a sua apreensão e aplicação no dia-a-dia. Para subsidiar o desenvolvimento da segunda etapa, foi feito um levantamento de dados junto a professores de 4ª série e a alunos de 5ª série, de escolas públicas e particulares. Os resultados das análises dos levantamentos de dados indicaram a necessidade, entre outras, da utilização de metodologias adequadas de ensino.

ABSTRACT

The teaching of Geometry in "1° Grau" schools (elementary and junior high schools) is up against serious problems. Many teachers, not confident in their ability to work with Geometry, do not include it in their programming, since Law number 5692/71 gives schools the freedom to decide on the programs of different disciplines. But even among teachers who have not stopped teaching it there are many who reserve only a small period of time at the and of the school year for its practice. And students find it difficult to use, in everyday life, the knowledge acquired in school, even those students who happen to be familiar with formal definitions. Besides, teachers focus their teaching on content and the amount of knowledge and not on concept.

This work has been thought of as a tool to help minimize these problems. It is addressed to teachers siming at the learning by students of concepts in school programs. In Geometry, the choice of content has been the study of the notions of area and perimeter, in the fourth year of "1° grau", due to its relevance and the fact that it is part of the curriculum adopted in the State of Paraná. This work was developed in two stages. The first one consisted in developing a teching methodology centered in the lerning of concepts included in the programs, based on the theory of knowledge, wich takes into account the previous knowledge of the students and the history of science. The second stage consisted of putting into practice the methodology of teaching the notions of area and perimeter in such a way as to enable students to learn them in everyday life. In order to help the development of the second stage, a data gathering - among 4th year teachers and 5 th year students of both private and public schools - was carried out. The results of the analyses of the data gathered pointed at the necessity, among other things, of using suitable teaching methodology.

INTRODUÇÃO

Através de leituras, práticas em sala de aula e cursos para professores, constatamos que a Matemática é a disciplina que mais oferece obstáculos à aprendizagem e a que mais contribui para o fracasso escolar. Muitos estudantes, não conseguindo superar os obstáculos, acabam evadindo da escola. Educadores e psicólogos têm procurado conhecer as causas desse problema, para apontar possíveis soluções, mas, pela extensão, poucas soluções têm chegado até as salas de aula no Brasil.

Através de leituras e de experiências pessoais, constatamos que a geometria nas escolas de 1° grau enfrenta problemas. Pavanello (1993,pp.7-16) relata que o abandono do ensino de geometria deve ser caracterizado como uma decisão equivalente às medidas governamentais, em seus vários níveis, com relação à educação. Pavanello afirma, ainda, que o gradual abandono do ensino de geometria, verificado nestas últimas décadas, no Brasil, é mais evidente nas escolas públicas, principalmente após a promulgação da Lei 5692/71. A liberdade que essa lei concedia às escolas quanto à decisão sobre os programas de diferentes disciplinas, possibilitou aos professores de matemática inseguros para trabalhar com a geometria, que deixassem de incluí-la em sua programação. Por outro lado, mesmo entre aqueles que continuaram a ensiná-la, muitos reservaram o final do ano letivo para a abordagem. A instituição de uma escola de 1° grau de oito (8) anos, acaba por acarretar a superlotação das classes e a multiplicação dos períodos, concomitantemente à diminuição de sua duração. Os professores dessas escolas passam a trabalhar sob novas (e piores) condições, com remuneração cada vez mais rebaixada. Não contam com qualquer tipo de apoio pedagógico ou tempo e espaço para debates ou reflexões sobre o trabalho. Este abandono é, na verdade, um fenômeno mundial. Em vários países, inúmeras pesquisas estão sendo realizadas, procurando determinar "o que "ensinar de geometria e "como" fazê-lo.

Mas diante das constatações de Pavanello, por que não se deve abandonar a geometria? Atiyah (Atiyah apud Pavanello, 1989, p.181) salienta a necessidade de cultivar e desenvolver tanto o pensamento visual, dominante na geometria, quanto o seqüencial, preponderante na álgebra, pois ambos são essenciais aos problemas matemáticos autênticos. Not (Not apud

Pavanello, 1989, p.98) cita que o trabalho realizado com geometria pode favorecer a análise de fatos e de relações, o estabelecimento de ligações entre eles e, a partir daí a dedução de novos fatos e novas relações. O trabalho com a geometria pode proporcionar o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo. Pavanello (1989, p.182) afirma que a geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da "capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível"- que é um dos objetivos do ensino de matemática - oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. Partindo de um nível inferior, no qual reconhece as figuras geométricas, embora percebendo-as como um todo indivisível, o aluno passa, no nível posterior, a distinguir as propriedades dessas figuras; estabelece, num terceiro momento, relações entre as figuras e suas propriedades, para organizar, no nível seguinte, seqüências parciais de afirmações, deduzindo cada afirmação de uma outra, até que finalmente atinge um nível de abstração tal que lhe permite desconsiderar a natureza concreta dos objetos e do significado concreto das relações existentes entre eles. Delineia-se, desta forma, um caminho que, partindo de um pensamento sobre objetos, leva a um pensamento sobre relações, os quais se tornam progressivamente, mais e mais abstratas.

D'Ambrosio (1993) cita John Dewey, para destacar o "fato de que a escola deve buscar é a criatividade da criança, e a criatividade vem de se lidar com o próprio ambiente, reconhecê-lo, envolver-se com as coisas que estão ao seu redor". Mais adiante, na mesma reportagem, afirma que "aprende-se um negócio em matemática, que só existe no contexto da escola", ou seja os alunos não são capazes de transpor os conhecimentos da escola para o dia-a-dia. Experiências pessoais como professora de primeiro e de segundo graus permitiram-nos constatar que os alunos apresentam dificuldades em aplicar em seu dia-a-dia os conhecimentos adquiridos na escola. Embora consigam apresentar definições sobre alguns conceitos matemáticos, particularmente os geométricos, não conseguem resolver problemas práticos. Dentre os conteúdos de geometria que contêm conceitos, cujas aplicações práticas são particularmente importantes e dependem de conhecimentos amplos de geometria, estão a área, o perímetro, o volume e a capacidade, ministrados na 4ª série do primeiro grau. Além disso, estes conceitos aplicados permitem ao aluno "fazer a ponte" entre a escola e a sociedade e vice-versa, na medida em que possibilita aos alunos entender um pouco mais a importância da escola e do que lá se aprende e que os problemas existentes na sociedade podem ser possivelmente resolvidos com os conhecimentos ensinados na escola. Área e perímetro parecem ser os conteúdos didáticos de 4ª série de 1º grau que mais aplicações têm no dia-a-dia.

A geometria, considerada como "campo de idéias" a ser dominado pelo ser humano, tem o seu "espaço" definido dentro dos conteúdos escolares. Como exemplo disso, podem-se citar os conteúdos de geometria de 4ª série de primeiro grau, contidos no Currículo Básico para a Escola Pública do Estado do Paraná (1992, p.75):

- classificação e nomenclatura dos sólidos geométricos e figuras planas;
- planificação dos sólidos através do contorno das faces;
- construção de sólidos geométricos;
- noções de paralelismo e perpendicularismo;
- classificação de poliedros e corpos redondos, polígonos e círculos;
- noções de ângulos; identificação e construção do ângulo reto;
- poliedros regulares e polígonos regulares.

Contudo, há um conjunto de conhecimentos convencionados que permitem a aplicação dos conceitos geométricos no dia-a-dia, como é o caso das medidas, tendo-se, neste caso, por exemplo, os conteúdos contidos no mesmo documento citado acima:

- organização do Sistema Métrico Decimal e do Sistema Monetário em relação ao Sistema de Numeração Decimal;
- fracionamento das medidas de tempo; noções de perímetro, área e volume e as unidades correspondentes;
- noções de capacidade e volume e as relações existentes.

D'Ambrosio (1986, pp. 14-15) destaca que se deve mudar a "ênfase no conteúdo e na quantidade de conhecimentos, que a criança adquira, para uma ênfase na metodologia", mas de uma maneira geral, os professores não trabalham com método mas com a ênfase no conteúdo e na quantidade de conhecimentos, não tendo, portanto, como objetivo central a apreensão dos conceitos por parte dos alunos. Os conteúdos de matemática devem ser trabalhados com conceito. A teoria de Ausubel (Ausubel apud Moreira & Buchweitz,1987, p.16) está baseada na suposição de que as pessoas pensam com conceitos, o que lhe revela a importância para a aprendizagem. Um conceito comunica o significado de alguma coisa. Ele pode ser definido como um termo que representa uma série de características, propriedades, atributos, regularidades e/ou observações de um objeto, fenômeno ou evento.

Otte (1993, p.167) destaca que desde a Segunda Guerra Mundial domina na matemática um ideal de pensamento conceitual, em oposição a uma concepção algorítmo-construtiva. Este ideal começa pelos meados dos anos 50. (...) Dez anos depois, esta reforma alcança as escolas secundárias sob o nome "matemática moderna". Hoje, sabe-se do fracasso da reforma da matemática escolar conduzida sob este ideal nos anos 60. As razões que se apresentam podem ser divididas em dois grupos. (...) Os primeiros afirmam que a reforma fracassou, porque nem todos os alunos estariam aptos a um pensamento teórico-conceitual . Os demais, explicam o fracasso, na medida em que eles não vêem sentido num ensino uniforme para todos os membros de uma sociedade e para todas as sociedades (palavra-chave: etnomatemática).

Como estes problemas (área e perímetro) tiveram origem na história da ciência, será utilizada a história da ciência. Urbaneja (1991) comenta que a história da ciência permite chamar atenção aos tipos de problemas que deram lugar aos diversos conceitos: como estes surgirão e como evoluirão até o estado atual. Assim se pode dar um significado à necessária abstração dos conceitos científicos. A compreensão completa e profunda dos conceitos fundamentais de uma disciplina científica necessita de sua história. Urbaneja (1991, tradução nossa) comenta também que a utilização da história da ciência pode ajudar na superação de obstáculos. "Não se pode duvidar de que as dificuldades que os grandes matemáticos encontrarão são também os obstáculos com que tropeçam os estudantes e não podem ter êxito nenhum ao tentar acabar com estas dificuldades à base de argumentos lógicos".

Segundo Gagliardi (1988, tradução nossa) a história das ciências e a epistemologia podem ser utilizadas no ensino de ciências para a determinação dos obstáculos epistemológicos, permitindo assim, encará-lo desde o ângulo da construção de conhecimentos e não da memorização de informações, o que significa centrar a atividade no desenvolvimento da capacidade de aprender.

Em vista dos problemas destacados: o abandono do ensino de geometria no 1º grau; a dificuldade de os alunos aplicarem os conceitos no dia-a-dia; a ênfase que os professores dão aos conteúdos em vez dos conceitos devido à falta de uma metodologia de ensino que enfoque os conceitos em vez do conteúdo e da quantidade de conhecimentos; e em vista de a história da ciência ser útil no planejamento do ensino e de que os assuntos área e perímetro terem grande aplicação no dia-a-dia, optamos pela realização do seguinte trabalho: **"estabelecer uma proposta de atividades didático-pedagógicas (uma metodologia) para o ensino dos conceitos contidos nos conteúdos didáticos e sugerir uma aplicação da proposta estabelecida, no caso de área e de perímetro, para a 4ª série do 1º grau, que possibilite aos alunos a sua apreensão e aplicação no dia-a-dia".**

O desenvolvimento desta dissertação é composto de 5 capítulos. No capítulo I faz-se a revisão de várias propostas didático-pedagógicas que serviram de base para elaboração da minha proposta didática que está apresentada no capítulo IV.

No capítulo II, discute-se a história da ciência e da matemática como recurso didático-pedagógico, destacando-se a sua importância no ensino da matemática, apresentando-se também exemplos de fatos ocorridos na história, que podem ser aproveitados para o planejamento didático-pedagógico. Apresenta também alguns pensamentos dos gregos do período clássico, que ressaltam o conceito (idéia) como o objetivo no aprendizado.

No capítulo III, apresenta-se levantamentos de dados realizados com alunos de 5ª série e com professores de 4ª série de 1º grau, para verificar as concepções dos alunos sobre área e perímetro e os procedimentos dos professores no ensino destes mesmos conteúdos.

No capítulo IV, apresenta-se uma proposta didático-pedagógica e uma aplicação aos conteúdos de área e de perímetro de 4ª série de 1º grau, partindo de uma estratégia inicial para a apreensão dos conceitos contidos nos conteúdos. Não se trata de esgotar o assunto, mas de uma proposta a ser aplicada em sala e aprimorada a partir da experiência.

No capítulo V, são apresentadas algumas considerações a respeito da proposta de metodologia, da aplicação em geometria, em área e perímetro, e também a respeito do levantamento de dados realizado.

CAPÍTULO I

UM ESTUDO SOBRE PROPOSTAS DIDÁTICO-PEDAGÓGICAS

1. NECESSIDADE DA PROPOSTA DIDÁTICO-PEDAGÓGICA

O professor Perez (Perez apud Bertonha, 1989, pp.13-16) enviou um questionário às delegacias de ensino do Estado de São Paulo e após fez uma análise das respostas dos professores. Uma das perguntas do citado questionário formulado por Perez, abordava o motivo de o professor de 1ª à 4ª série do 1º grau não ensinar geometria. Uma das justificativas apresentadas é a falta de metodologia.

No que se refere à dimensão didático-metodológica, isto é, àquela que diz respeito ao método de ensino da matemática, Miguel (1994, pp.53-60) assim se expressa:

> (...) convivemos ainda com a concepção tecnicista segundo a qual o "método ideal é aquele que "passa" ao aprendiz, de modo mais rápido e conciso possível, um conteúdo liso e limpo, isto é, livre de quaisquer contradições e desligado de qualquer problematização. A concepção mecanicista do método não ouve. Expõe. Não pergunta. Responde. Não dialoga, não levanta e analisa contradições, não acredita que o significado de uma idéia só nos seja acessível na medida em que aparece sobre um fundo de erros mais profundos, isto é, na medida em que essa idéia interage com outras que já participam dos diferentes campos semânticos construídos diferentemente por cada aprendiz. A concepção tecnicista do método age às cegas, pois não sabe aonde quer chegar. O método não lhe aparece como um caminho para obtenção de certos fins. Desvincula método de metas. Daí, o método lhe soa neutro e a eficácia do método mede-se em função da rapidez com que o aprendiz emite a resposta correta. A concepção tecnicista do método é a concepção pragmática do método.

Experiências e leituras que temos vivenciado indicam que realmente há necessidade de o professor planejar ações educativas a serem desenvolvidas em sala de aula. Não acreditamos que com simples improvisações o professor possa propiciar aos alunos a apreensão de conceitos em matemática. Assim, entendemos que haja necessidade de uma proposta didático-pedagógica que proporcione ao aluno a construção do conhecimento, que problematize assunto do dia-a-dia e também que as ações sobre os conteúdos didáticos tenham ligação com os acontecimentos registrados na história da ciência. Enfim, uma proposta didático-

- metodológica que analise as contradições através do diálogo entre aluno e professor, que leve em consideração o ambiente físico e sócio-econômico do aluno, que supere a concepção tecnicista que normalmente está presente nas escolas.

2. A QUESTÃO DA APREENSÃO DO CONCEITO

2.1 INTRODUÇÃO

O fracasso no ensino não é um fenômeno isolado, a este respeito Gagliardi (1988, tradução nossa), comenta:

> (...) em diferentes países, em meios sociais diferentes, a análise do que os alunos conhecem depois de finalizados os estudos mostra que o que se recorda é pouco e equivocado (...) a população não se apropria dos conhecimentos científicos que poderiam ser úteis para melhorar a qualidade de vida (...)

A respeito do cientista não discutir os conceitos envolvidos, Bachelard (1977, pp.13-16) assim se expressa:

> (...) a ciência do século passado apresentava-se como conhecimento homogêneo, como a ciência do nosso próprio mundo, no contato da experiência cotidiana, organizada por uma razão universal e estável, com a sanção final do nosso interesse comum. O cientista (...) não discutia os princípios e as medidas, e deixava o matemático ao sabor dos axiomas. (...) os rudimentos não mais são suficientes para determinar os caracteres filosóficos fundamentais da ciência.

Por quê a população não se apropria dos conhecimentos científicos? Não seria pela mesma razão que os cientistas do século passado não discutiam os princípios, por uma tendência a seguir o conhecimento vulgar? Penso que sim. Que esta tendência existe e pode ser rompida pela busca constante dos "fundamentos filosóficos fundamentais da ciência", ou seja, os conceitos existentes nos conteúdos didáticos.

Como a teoria de Ausubel está baseada na suposição de que as pessoas pensam com conceitos e também com base em leituras de Piaget (1990), Mendonça (1994), Moreira & Buchweitz (1987), Gagliardi (1988), Bachelard (1977), Novack (1988), concluímos pela necessidade de os alunos apreenderem os conceitos contidos nos conteúdos didáticos.

Mas se os diversos autores enfatizam a necessidade de construir conceitos, e se o aprendizado "só" se dá pela apreensão do conceito, pergunta-se: por que então não se constroem os conceitos matemáticos com os alunos? Otte (1993, p.167) expõe duas razões do porque os professores não trabalham com conceitos:

> (...) desde a Segunda Guerra Mundial domina na matemática um ideal de pensamento conceitual, em oposição a uma concepção algorítmo-construtiva. Este ideal começa pelos meados dos anos 50 (...) dez anos depois, esta reforma alcança as escolas secundárias sob o nome "matemática moderna". Hoje sabe--se do fracasso da reforma da matemática escolar conduzida sob este ideal nos anos 60. As razões que se apresentam podem ser divididas em dois grupos. (...) Os primeiros afirmam que a reforma fracassou porque nem todos os alunos estariam aptos para um pensamento teórico-conceitual. Os demais, explicam o fracasso na medida em que eles não vêem sentido num ensino uniforme para todos os membros de uma sociedade e para todas as sociedades (palavra-chave: etnomatemática).

Além das razões apresentadas por Otte, somos de opinião que esse ideal de pensamento conceitual fracassou também pela falta de auxílio pedagógico aos professores, quando da entrada da matemática moderna, no Brasil. O professor não tivera este tipo de formação nas suas graduações.

2.2 O QUE É CONCEITO?

Entendemos que conceito são construções lógicas, é uma palavra que expressa uma abstração formada pela generalização a partir de específicos, é um termo que representa uma série de características, propriedades, atributos, regularidades e/ou observações de um objeto, fenômeno ou evento, grupamento das aproximações sucessivas bem ordenadas. A esse respeito temos a opinião dos seguintes autores:

Para Mendonça (1994, p.17), "os conceitos são construções lógicas (...) é uma palavra que expressa uma abstração formada pela generalização a partir de específicos. Refere-se aos aspectos, às dimensões, às notas que caracterizam e distinguem um fato, um ser ou um objeto dos demais".

Moreira & Buchweitz (1987, p.17), relatam o conceito "definido como um termo que representa uma série de características, propriedades, atributos, regularidades e/ou observações de um objeto, fenômeno ou evento".

Bachelard (1977, pp. 126-127) explica:

> (...) como a aplicação está sujeita a aproximações sucessivas, pode-se dizer que o conceito científico correspondente a certo fenômeno particular é o grupamento das aproximações sucessivas bem ordenadas. A conceptualização científica precisa de uma série de conceitos em via de aperfeiçoamento para adquirir a dinâmica que temos em vista, para constituir um eixo de pensamentos criativos.

2.3 COMO SE FORMA E SE APREENDE O CONCEITO CIENTÍFICO?

A respeito de como se forma o conhecimento científico, Bachelard (1977, pp. 126-127) comenta:

> (...) para englobar provas experimentais novas, será preciso deformar conceitos primitivos, estudar as condições de aplicação desses conceitos e sobretudo incorporar as condições de aplicação de um conceito no próprio sentido do conceito. É nessa última necessidade que reside, a nosso ver, o caráter dominante do novo racionalismo, correspondente a uma forte união da experiência com a razão. A divisão clássica que separava a teoria de sua aplicação ignorava essa necessidade de incorporar as condições de aplicação na própria essência da teoria.

Fazendo uma adaptação do pensamento de Bachelard sobre o conhecimento científico, para as atividades de ensino, entendemos que se podem confrontar os conhecimentos anteriores dos alunos com a teoria contida nos conteúdos didáticos e após, aplicarem-se os conhecimentos da teoria, os conceitos, em situações que os alunos possam entender, ou seja, que seja significativo para eles.

A respeito de como se apreende o conceito Piaget (1983, pp.6-7) argumenta:

> (...) o conhecimento não procede, em suas origens, nem de um sujeito consciente de si mesmo nem dos objetos já constituídos (do ponto de vista do sujeito) que a ele se imporiam O conhecimento resultaria de interações que se produzem a meio caminho entre os dois, dependendo, portanto, dos dois ao mesmo tempo, mas em decorrência de uma indiferenciação completa e não de intercâmbio entre formas distintas.

Piaget (1983, pp.6-7, grifo nosso) mostra-nos o que é necessário para a elaboração solidária do sujeito e dos objetos:

(...) se não há, no início, nem no sujeito, no sentido epistemológico do termo, nem objetos concebidos como tais, nem, sobretudo, instrumentos invariantes de troca, o problema inicial do conhecimento será pois o de elaborar tais mediadores. A partir da zona de contato entre o corpo próprio e as coisas eles se empenharão então sempre mais adiante nas duas direções complementares do exterior e do interior, e é desta dupla construção progressiva que depende a elaboração solidária do sujeito e dos objetos. Com efeito, o instrumento de troca inicial não é a percepção, como os racionalistas demasiado facilmente admitiram, mas, antes, a própria ação em sua plasticidade muito maior.(...) é pois da ação que convém partir .

Para Piaget (1983, p.6-7):

(...) inteligência é adaptação (...) As estruturas da inteligência mudam através da adaptação a situações novas e têm dois componentes: a assimilação e a acomodação. Piaget entende o termo assimilação com a acepção ampla de uma integração de elementos novos em estruturas ou esquemas já existentes. A noção de assimilação, por um lado, implica a noção de significação e a uma ação e de que conhecer um objeto ou um acontecimento, é assimilá-lo a esquemas de ação.

Piaget (1983, pp.XI-XII)

(...) denomina esquema de ação aquilo que numa ação é transponível, generalizável ou diferenciável de uma situação para a seguinte, ou seja, o que há de comum nas diversas repetições ou aplicações da mesma ação. Se alguns esquemas são simples (talvez inatos e de natureza reflexa), a maioria deles não corresponde a uma montagem hereditária acabada; pelo contrário, são construídos pouco a pouco pelo indivíduo, dando lugar a diferenciações através de acomodações a situações novas. A acomodação define-se como toda modificação dos esquemas de assimilação, por influência de situações exteriores. Toda vez que um esquema não for suficiente para responder a uma situação e resolver um problema, surge a necessidade de o esquema modificar-se em função da situação. Assimilação e acomodação são, portanto, mecanismos complementares, não havendo assimilação sem acomodação, e vice-versa. A adaptação do sujeito ocorre através da equilibração entre esses dois mecanismos, não se tratando porém de um equilíbrio estático, mas sim essencialmente ativo e dinâmico. Em termos mais precisos, trata-se de sucessões de equilibração cada vez mais amplas, que possibilitam as modificações dos esquemas existentes, a fim de atender à ruptura de equilíbrio, representada pelas situações novas, para as quais não exista um esquema próprio , mas por outro lado expressa o fato fundamental de que todo conhecimento está ligado.

Para Vygotsky (1993, p, 45) "o material sensorial e a palavra são partes indispensáveis à formação de conceitos. O estudo isolado da palavra coloca o processo no plano puramente verbal, que não característico do pensamento infantil".

Os experimentos de Ach (Ach, apud Vygotsky, 1993,p.47):

> (...) revelaram que a formação de conceitos é um processo criativo, e não um processo mecânico e passivo; que um conceito surge e se configura no curso de uma operação complexa, voltada para a solução de algum problema (...) em sua opinião, o fator decisivo para a formação de conceitos é a chamada tendência determinante (...) criada pela tarefa experimental (...) O esquema de Ach (...) trata-se de um processo orientado para um objetivo, uma série de operações que servem de passos em direção a um objetivo final (...) para que o processo se inicie, deve surgir um problema que só possa ser resolvido pela formação de novos conceitos.

A diferença entre Ach e Sakharov (Ach e Sakharov, apud Vygotsky, 1993, p.49) sobre a formação de conceitos:

> Ach começa por dar ao sujeito um período de aprendizado ou prática; ele pode manusear os objetos e ler as palavras sem sentido que estão escritas em cada um, antes de saber qual será a sua tarefa. Sakharov comenta: em nossos experimentos, o problema é apresentado ao sujeito logo de início e permanece o mesmo até o final, mas as chaves para a sua solução são introduzidas passo a passo, cada vez que o bloco é virado. Decidimo-nos por essa seqüência porque acreditamos que, para iniciar o processo, é necessário confrontar o sujeito com a tarefa.

Concordamos com Sakharov no que se refere ao experimento, pois entendemos que o professor, trabalhando dessa forma não perde tempo, pois já tem um objetivo definido. O método de Ach embora seja interessante, não me parece objetivo.

Entendemos também que só partir de um problema não é suficiente para a formação de conceitos e supomos que as palavras e signos ajudam na formação de conceitos, mas que somente signos e palavras não são suficientes para a formação deles, entendemos que devam existir outras variáveis possivelmente ainda não estudadas, como afetividade, desejo, empatia entre outras.

Segundo Vygotsky (1993, p. 51, grifo nosso)

> (...) a criança pequena dá seu primeiro passo para a formação de conceitos quando agrupa alguns objetos numa agregação desorganizada, ou "amontoado", para solucionar um problema que nós, adultos, normalmente resolveríamos com a formação de um novo conceito (...) a segunda fase mais importante na trajetória para a formação de conceitos abrange muitas variações de um tipo de pensamento que chamaremos de pensamento por complexos. Em um complexo, os objetos isolados associam-se na mente da criança não apenas devido às impressões subjetivas da criança, mas também devido às relações que de fato existem entre esses objetos (...) enquanto um conceito agrupa os objetos de acordo com um atributo, as ligações que unem os elementos de complexo ao todo, e entre si, podem ser tão diversas quanto os contatos e as relações que de fato existem entre os elementos.
>
> A associação por contraste, e não pela semelhança, orienta a criança na montagem de uma coleção.
>
> A principal função dos complexos é estabelecer elos e relações. O pensamento por complexos dá início à unificação das impressões desordenadas: ao organizar elementos discretos da experiência em grupos, cria uma base para generalizações posteriores.
>
> Mas o conceito desenvolvido pressupõe algo além da unificação. Para formar esse conceito também é necessário abstrair, isolar elementos, e examinar os elementos abstratos separadamente da totalidade da experiência concreta de que fazem parte. Na verdadeira formação de conceitos, é igualmente importante unir e separar: a síntese deve combinar-se com a análise. O pensamento por complexos não é capaz de realizar essas duas operações (...).

2.4. COMO SABER SE O ALUNO APREENDEU UM CONCEITO?

Para Ach (Ach, apud Vygotsky, 1993, p.47) a "memorização de palavras e a sua associação com os objetos não leva, por si só, à formação de conceitos (...)".

Somos de opinião que o aluno apreendeu um conceito, quando aplica a idéia compreendida, referindo-se a exemplos que diferem do ensinado, pratica o que aprendeu, transpõe, generaliza ou diferencia de uma situação para a seguinte, faz a união da experiência com a razão.

A respeito de como saber se o aluno apreendeu um conceito, Bachelárd (1977, p.27),se posiciona:

> (...) compreender é uma emergência do saber. O professor será aquele que faz compreender na cultura mais avançada em que o aluno já compreendeu será aquele que fará compreender melhor. Como aliás poderá o professor ter ressonância dessa compreensão? Isto poderá ser feito mediante aplicação da idéia compreendida, referindo-se a exemplos que diferem do exemplo ensinado.

Bachelard (1977,pp.126-127) comenta que "a divisão clássica que separava a teoria de sua aplicação ignorava essa necessidade de incorporar as condições de aplicação na própria essência da teoria".

D'Ambrosio (1986, p.38) destaca que :

> (...) a relação entre uma ação puramente cognitiva - por exemplo, aprendizagem, pensar é uma ação modificadora da realidade - por exemplo, praticar o que aprendemos, o saber - é uma relação dialética permanente. É no processo de unir a realidade à ação que se insere o indivíduo, claramente distinguido das demais espécies animais pelo fato de sua ação ser sempre o resultado de uma relação dialética teoria-prática.

Piaget (1993, p.XI-XII) denomina esquema de ação aquilo que numa ação, é transponível , generalizável ou diferenciável de uma situação para a seguinte.

Para Mendonça (1994, p.19),

> (...) um conceito só tem significado porque o cientista, ao aplicá-lo, dá-lhe um significado. Mas o significado só é cientificamente válido se o que o cientista pretende significar se adequa à realidade. O conceito torna-se pertinente na medida em que ele esteja representando o fenômeno existencial adequadamente.

Sakharov (Sakharov, apud Vygotsky, 1993, p.49) entende que "a formação de conceitos é seguida por sua transferência para outros objetos : o sujeito é induzido a utilizar os novos termos ao falar sobre outros objetos que não os blocos experimentais, e a definir o seu significado de uma forma generalizada".

2.5. O CONCEITO CONTIDO NO CONTEÚDO DIDÁTICO

Da análise da história da matemática grega (capítulo II) verificou-se que os números e a geometria foram considerados entes abstratos, idéias, separadas das aplicações. Isto mostra a preocupação dos filósofos gregos com a necessidade de se apreender a essência das coisas, as idéias, para se compreender a natureza. A preocupação hoje continua a mesma, levando-nos à necessidade de se destacarem dos conteúdos didáticos os conceitos estruturantes, (as idéias), aqueles que darão aos alunos uma base para continuar aprendendo. Os gregos, com Platão, se afastaram do interesse pelas coisas "sensíveis" para se dedicar às "inteligíveis". Mas acabaram por admitir, com Aristóteles, a necessidade de se partir do sensível para se atingir o inteligível. Como então planejar uma aula, de modo que o conceito contido nos conteúdos seja apreendido pelos alunos? Pode-se seguir o entendimento dos gregos, com Aristóteles, ou seja, partindo do sensível para se atingir o inteligível. Isto significa conduzir a aula de modo que os alunos entendam o que se fala, utilizando os conhecimentos que eles dispõem, a linguagem os costumes ..., como propõe D'Ambrósio na etnomatemática (1990).

A busca do professor pelo conceito contido no conteúdo didático deve ser sempre etapa obrigatória no planejamento da aula, pois se trata de proporcionar aos alunos a apreensão do conceito. Por exemplo, no estudo de área para a 4^{a} série do primeiro grau, o conceito deverá estar subjacente às ações concretas desenvolvidas pelos alunos como na pavimentação de uma superfície com peças de tamanho padrão ou na determinação do tamanho da superfície através de papel quadriculado ou ainda ações concretas que os alunos não vinculem área à forma das figuras.

2.6 QUE TIPO DE ENSINO PRECISAMOS?

Entendemos que necessitamos de um ensino construtivista, propiciando ao aluno a aquisição de conceitos, conhecimento claro, que comunica o significado de alguma coisa.

A respeito de conceitos auxiliarem a aprendizagem, Moreira & Buchweitz (1987) relatam:

> (...) a teoria de Ausubel está baseada na suposição de que as pessoas pensam com conceitos (...) um conceito comunica o significado de alguma coisa. (...) Para Ausubel, a aquisição, por parte do aluno, de um conhecimento claro, estável e organizado é mais do que o principal objetivo do ensino em sala de aula ou a principal variável dependente usada na avaliação da eficácia do ensino.

Segundo Novack (1988), o ensino construtivista humano é um consenso emergente:

> O construtivismo humano (...) é um esforço de integrar a psicologia da aprendizagem humana e a epistemologia da construção de conhecimentos. Ponho ênfase na idéia de que tanto em psicologia como em epistemologia devemos centrar o processo de fabricação de significado que supõe aquisição ou modificação de conceitos e relações entre conceitos. É esta integração construtiva do pensamento, sentimento e ação que dá um carater distintamente humano à produção de conhecimentos.

2.7 A HISTÓRIA DA CIÊNCIA COMO AUXILIAR NA APREENSÃO DE CONCEITOS

Segundo Urbaneja (1991)

> (...) a história da ciência permite chamar a atenção dos tipos de problemas que deram lugar aos diversos conceitos, como eles surgiram e como evoluiram até o estado atual. Assim se pode dar um significado à necessária abstração dos conceitos científicos. A compreensão completa e profunda dos conceitos fundamentais de uma disciplina científica necessita do conhecimento de sua história .

3. ALGO SOBRE TEORIA DO CONHECIMENTO

As reflexões desenvolvidas neste ítem foram feitas com base na tese de doutorado "**Conhecimento, tensões e transições**", de Delizoicov (1991), apresentada ao Departamento de Educação da Universidade de São Paulo.

Como se dá o avanço do conhecimento? Um professor que apresente os conteúdos da disciplina aos alunos de maneira contínua, informativa, cumulativa, desempenha de maneira adequada seu papel? O conhecimento deverá ser considerado como um produto acabado pelo professor, com respeito aos conteúdos que deve ministrar?

A definição do papel do professor, enquanto intermediário no processo de ensino--aprendizagem, pode ser ampliada com as considerações de G. Bachelard, de T. S. Kuhn e de J. Piaget a respeito da apreensão do conhecimento. Estes autores argumentam a favor de que o conhecimento se dá de maneira descontínua, isto é, de maneira não-cumulativa, através de sucessivas rupturas com o conhecimento anterior, após o contato e apreensão de novos conhecimentos. Não se dá apenas através de rupturas, mas estas desempenham um importante papel no processo de avanço dos conhecimentos. Esta apreensão de novos conhecimentos, através de rupturas com o conhecimento anterior numa dada disciplina, ocorre depois de um período de "crise" por que passam os indivíduos ou a ciência, quando não conseguem explicações para questionamentos, com base nos conhecimentos disponíveis.

Embora o centro da questão da apreensão do conhecimento seja a descontinuidade nos processos mentais dos indivíduos ou no avanço da ciência, os três autores enfocam a questão de maneiras diferentes e, às vezes, conflitantes. G. Bachelard (1884-1962), preocupado com a história da ciência e com o ensino de ciências, propõe que o conhecimento se dá através da superação de barreiras epistemológicas. Foi o primeiro a indicar a importância daquilo que ele chama de obstáculo epistemológico e ruptura epistemológica no desenvolvimento da ciência. T.S. Kuhn, por sua vez, analisando a história da ciência, entende que o conhecimento científico também se dá através de rupturas, mas intercaladas por períodos mais ou menos longos de ciência normal. As rupturas fazem com que um paradigma da ciência, que norteia os períodos de ciência normal, seja substituído por outro. J. Piaget (1896-1980), buscando generalizar a teoria do conhecimento, pretende que os processos mentais estudados nas crianças e a evolução do conhecimento se dão da mesma maneira, através de um "continuum" continuidade-descontinuidade-continuidade.

3.1 RUPTURA EM BACHELARD

O pensamento de Bachelard pode ser identificado nesta observação de Pessanha, em Bachelard - Vida e Obra (1979, p.VI): "A verdade é filha da discussão, não da simpatia. Aplicando ele próprio esse preceito, revestiu toda sua obra de caráter polêmico, fazendo reiteradas críticas nocivas à influência da metafísica tradicional (particularmente a cartesiana) sobre o desenvolvimento da epistemologia científica".

A dedicação de Bachelard ao estudo do trabalho científico está ligado à consciência que tem de sua importância para a sociedade humana. Tendo o conhecimento científico como centro de suas preocupações, ele o define e propõe a postura e o procedimento para atingi-lo (Bachelard, 1977, p.148):

> Antes de tudo, é preciso saber formular problemas. E seja o que for que digam, na vida cientifica, os problemas não se apresentam por si mesmos. É precisamente este sentido problemático que dá a característica do genuíno espírito científico. Para o espírito científico, todo conhecimento é resposta a uma questão. Se não houve questão, não pode haver conhecimento científico. Nada corre por si mesmo, nada é dado, tudo é construído.

Bachelard, estudando as condições em que ocorre o progresso da Ciência, entende que o conhecimento científico se dá através da superação de obstáculo. Obstáculo epistemológico é constituído pelas lentidões e dificuldades que podem ocorrer durante ato de conhecer, geradas por uma espécie de imposição dos mecanismos mentais (Bachelard, 1977, p. 147). A passagem do conhecimento vulgar para o conhecimento científico, para ele, se dá de maneira descontínua:"(...) tudo faremos para trazer exemplos extremamente simples para mostrar a descontinuidade da evolução rotineira e da técnica moderna de base científica" (Bachelard, 1977-a, p.124).

Ele não se limita apenas a apresentar a idéia de obstáculo epistemológico na análise da evolução do pensamento científico, mas a estende também à prática da educação (Bachelard, 1977, p.149), generalizando a idéia (de superação dos obstáculos) para todo empenho educativo. Com base nesta proposta, ele critica a postura dos professores que não mudam de método de educação, afirmando que estes não têm o sentido do fracasso, porque se acreditam mestres (Bachelard, 1977, p.151).

Se há obstáculos epistemológicos a superar, para assim evoluir o pensamento científico, como fazê-lo? Considerando que "o conceito científico correspondente a certo fenômeno em particular é o grupamento das aproximações sucessivas bem ordenadas" (Bachelard, 1977, p.127), propõe:

> O epistemólogo deve pois esforçar-se por captar os conceitos científicos nas sínteses psicológicas efetivas, isto é, em sínteses psicológicas progressivas,

> estabelecendo, a propósito de cada noção, uma escala de conceitos, mostrando como um conceito produziu outro e se ligou com outro. Então haverá alguma probabilidade de avaliar a eficácia epistemológica. Em seguida, o pensamento epistemológico científico aparecerá como uma dificuldade vencida, como um obstáculo suplantado (Bachelard, 1977, p.150).

Quando ocorre a superação de um obstáculo epistemológico, Bachelard considera que há uma ruptura entre o pensamento novo e o pensamento anterior, ou seja, "uma descontinuidade de sentido, uma reforma do saber" (Bachelard, 1977, p. 179). Estas rupturas entre o conhecimento comum e o conhecimento científico ocorrem continuamente, são "perpétuas rupturas" (Bachelard, 1990, p.241).

As sucessivas superações de obstáculos numa determinada área do conhecimento científico, poderá levar a uma ruptura drástica entre o pensamento atual e o pensamento antigo. "Entre as dificuldades de outrora (período pré-científico) e as dificuldades do presente, existe uma total descontinuidade" (Bachelard, 1977, p.177).

Para esclarecer a natureza dos obstáculos a superar, Bachelard apresenta vários exemplos, aplicados à ciência, destacando a opinião, como sendo o primeiro obstáculo a superar:

> (...) a ciência em sua necessidade de acabamento como em seu principio, opõe-se de modo absoluto à opinião. Se lhe acontece, numa questão determinada, de legitimar a opinião, é por outras razões que não sejam as que fundamentam a opinião; de modo que a opinião, de direito, nunca tem razão. A opinião pensa mal; ela não pensa: ela traduz necessidades em conhecimentos. Ao determinar os objetos pela sua utilidade, ela se impede de os conhecer. Nada se pode fundar sobre a opinião: é preciso primeiramente destruí-la. Ela é o primeiro obstáculo a superar. (Bachelard, 1977, p.148).

A falta de crítica aos procedimento para a aquisição do conhecimento recebeu de Bachelard o seguinte comentário: "um obstáculo epistemológico se incrusta no conhecimento não discutido" (Bachelard, 1977, p.148). Exemplifica este tipo de obstáculo:

> Na formação do espírito científico, o primeiro obstáculo, a experiência primeira, é a experiência colocada antes e acima da crítica que é necessariamente elemento integrante do espírito científico. Dado que a crítica não agiu explicitamente, a experiência não pode, em caso algum, ser um apoio seguro (Bachelard, 1977, p.151). "(...) a educação científica elementar tem insinuado um livro bastante correto, bastante corrigido" (...) as experiências e os

> livros estão pois agora parcialmente destacados das observações primeiras (Bachelard, 1977, p.152).

O obstáculo na postura "realista" também foi detectado por Bachelard (1977, p. 155). "Ouçamos o argumento de um realista: ele imediatamente barra seu adversário, porque tem o real para si, segundo acredita, porque possui a riqueza do real ao passo que seu adversário, filho pródigo do espírito, corre atrás de sonhos vãos".

Quando se tomam como verdadeiras, idéias sobre as quais não se tem provas, como o caso do princípio vital, cria-se um obstáculo ao avanço da ciência se os argumentos tiverem força própria para convencimento. A postura de explicar fatos com base em argumentos que não se podem provar mas que têm força própria é que Bachelard identifica o obstáculo. Chama de obstáculo animista (de anima = alma, vida) quando o argumento é o princípio vital. Este obstáculo impede a busca de soluções racionais."Vida é uma palavra mágica. É uma palavra valorizada. Qualquer outro princípio se eclipsa, quando se pode invocar um princípio vital" (Bachelard, 1977, p.157).

Ao se plantar uma semente em solo e clima adequados, ela germina, mas ao se colocar uma pedrinha nas mesmas condições, o mesmo não acontece, ela não germina. Isto ocorre, porque a semente é dotada, dizem, de princípio vital e a pedrinha, não. Mas o que é princípio vital? Por que a semente a tem e a pedrinha, não? É possível medi-lo ou observá-lo? Enfim, que provas se têm da sua existência? Constata-se aí o obstáculo de não se procurarem as respostas a estas questões, porque ao se utilizar o termo princípio vital, já parece ser suficiente.

Os obstáculos existentes nos modos de ver os fatos, os fenômenos, influenciados por medos (provenientes de superstições ou ignorância) ou por pensamentos sexuais (proveniente de explicações com base na libido), são apresentados por Bachelard, referindo-se a leituras de descrições feitas durante a cultura pré-científca:

> Essa página (referindo-se à descrição de uma experiência feita com um sapo) nos parece dar um belo exemplo dessa concretização do medo que perturba tantas culturas pré-científicas. (...) No entanto, se quiséssemos examinar bem o que se passa no espírito (científico) em formação, colocado diante de uma experiência nova, ficaríamos surpresos de encontrar logo pensamentos sexuais

> (a seguir dá alguns exemplos da química, onde isso ocorreu) (Bachelard, 1977, p.159).

O obstáculo no caso da libido está em querer explicar fenômenos químicos, fazendo uma relação com atividade sexual. Como não há esta relação, cria-se o obstáculo, pois o fenômeno científico não fica esclarecido. O uso da metáfora fica assim inadequado, quando esta não conduz ao conhecimento científico, mas se conduzir ao conhecimento científico será adequada.

Bachelard faz uma análise do obstáculo existente na história do pensamento científico, quanto à diferença entre a experiência vulgar e a científica, identificável através da razão. Ressaltando o valor da experiência, mas destacando em todos os casos, a importância da razão (Bachelard, 1977, p. 149):"Só a razão dinamiza a pesquisa, porque só ela sugere para além da experiência vulgar (imediata e especiosa) a experiência científica (indireta e fecunda)"

Bachelard entende que o conhecimento científico é sempre a reforma de uma ilusão, como um contínuo processo de retificação. Constatamos a concepção do conhecimento como um contínuo processo de retificação na citação:

> A história humana pode bem, em suas paixões,em seus preconceitos, em tudo o que suscita impulsos imediatos, ser um eterno recomeço; mas há pensamentos que não recomeçam; são aqueles que foram retificados, completados. Eles não retornam a seu ambiente restrito ou indeciso.Ora, o espírito científico é essencialmente uma retificação do saber, uma ampliação dos quadros do conhecimento. Ele julga seu passado histórico condenando-o. Sua estrutura é a consciência de suas falhas históricas. Cientificamente, pensamos o verdadeiro como retificação da ilusão vulgar e primeira. (...) A própria essência da reflexão é compreender que não se havia compreendido (Bachelard, 1977, p.112/3).

Comparando o trabalho do epistemólogo com o do historiador, Bachelard afirma que o epistemólogo deve identificar obstáculos na análise dos fatos históricos, isto é, tomar os fatos como idéias, ao contrário do historiador. A racionalidade deve ser colocada sempre como ponto de referência para o epistemólogo. (Bachelard, 1977, p.149).

3.2 RUPTURA EM KUHN

O que Bachelard chama de ruptura, Kuhn denomina de revolução científica. Da mesma maneira que Bachelard, Kuhn considera que a evolução do conhecimento científico se dá de maneira descontínua. Essa descontinuidade ocorre sempre que há uma mudança no paradigma vigente.

No convívio com cientistas sociais, Kuhn constatou uma diferença de postura destes em relação aos praticantes das ciências naturais. Entre os primeiros, normalmente ocorrem controvérsias sobre fundamentos das disciplinas, fato que não ocorre normalmente entre os segundos. Buscando descobrir a fonte dessa diferença, Kuhn foi levado a reconhecer o papel desempenhado na pesquisa científica por aquilo que passou a chamar de "paradigmas".

Paradigma é definido por Kuhn como sendo "aquilo que os membros de uma comunidade partilham e, inversamente, uma comunidade científica consiste em homens que partilham um paradigma" (Kuhn, 1975, p.219), ou, "as realizações científicas universalmente reconhecidas que, durante algum tempo, fornecem problemas e soluções modelares para uma comunidade de praticantes de uma ciência" (Kuhn, 1975, p.13). Para explicar melhor a idéia de paradigma, Kuhn procura detalhá-la com o que ele chamou de matriz disciplinar:

> (...) disciplinar porque se refere a uma posse comum aos praticantes de uma disciplina particular; matriz porque é composta de elementos ordenados de várias espécies, cada um deles exigindo uma determinação mais pormenorizada. Todos ou quase todos os objetos de compromisso grupal que meu texto original designa como paradigmas, partes de paradigma ou paradigmáticos, constituem essa matriz disciplinar e como tais formam um todo, funcionando em conjunto (Kuhn, 1975, p.226).

Esta explicação detalhada a respeito de paradigma foi feita por Kuhn, porque estavam ocorrendo críticas e também muitas interpretações diferentes, quando da primeira publicação do seu livro em 1962. Depois de analisar quais eram as dificuldades que no livro conduziam à incompreensão das idéias, publicou um posfácio ao livro em 1969, detalhando melhor a idéia de paradigma, explicando-a como sendo uma matriz disciplinar. Os principais tipos de componentes de uma matriz disciplinar foram denominados de generalizações simbólicas, partes metafisicas dos paradigmas, valores e exemplares. Generalizações são "expressões facilmente formalizáveis da matriz disciplinar, por exemplo: f=ma" (Kuhn, 1975, p.227).

Partes metafísicas dos paradigmas ou paradigmas metafísicos são "analogias ou metáforas que auxiliam a determinar o que será aceito como uma explicação, por exemplo: as moléculas de um gás comportam-se como pequeninas bolas de bilhar elásticas, movendo-se ao acaso" (Kuhn, 1975, p.228).

Valores "contribuem bastante para proporcionar aos especialistas em ciência da natureza um sentimento de pertencerem a uma comunidade global". Por exemplo: aqueles que dizem respeito a predições (devem ser precisas, predições quantitativas são preferíveis às qualitativas, etc.), aqueles usados para julgar teorias completas (precisam permitir a formulação de quebra-cabeças e de soluções: devem ser simples, dotadas de coerência interna e plausíveis), "a ciência deve ou não deve ter uma utilidade social?"(Kuhn, 1975, p.229).

Exemplares são, por exemplo, "as soluções concretas de problemas que os estudantes encontram desde o início de sua educação científica, seja nos laboratórios, exames ou no fim dos capítulos dos manuais científicos" (Kuhn, 1975, p.232).

Durante a vigência de um paradigma, os cientistas praticam o que Kuhn chama de ciência normal, ou seja: " (...) ciência normal é a atividade na qual a maioria dos cientistas emprega inevitavelmente quase todo o seu tempo. Esta atividade é baseada no pressuposto de que a comunidade científica sabe como é o mundo" (Kuhn, 1975, p.24).

Kuhn mostra que os paradigmas não se estabelecem completamente quando aparecem, mas de início são apenas uma promessa de sucesso. À ciência normal cabe o papel de ampliar o conhecimento que os paradigmas indicam como relevantes. Esse trabalho que os cientistas fazem, de "limpeza", Kuhn chama de ciência normal (Kuhn, 1975, p. 44). À ciência normal cabe três classes de problemas: "determinação do fato significativo, harmonização dos fatos com a teoria e articulação da teoria", que, solucionados sob orientação de um paradigma, esgotam a literatura da ciência normal, "tanto teórica como empírica" (Kuhn, 1975, p.55). Kuhn concebe as atividades da ciência normal, desenvolvidas pelos cientistas, como quebra-cabeças instrumentais, conceituais e matemáticos. A motivação do cientista para o trabalho é constituído, em parte, pelo quebra-cabeças, que serve, também, para "testar nossa engenhosidade ou habilidade na resolução de problemas" (Kuhn, 1975, p.59).

Quando, na prática da ciência normal, surge a necessidade de "articulações recorrentes", a "disposição para tentar qualquer coisa", quando surgem "expressões de descontentamento explícito", o "recurso a filosofia e ao debate sobre os fundamentos", significa que está se iniciando uma crise, ou, está havendo uma "transição da ciência normal para a ciência extraordinária". Ou seja, encaminha-se para uma mudança de paradigma, está se iniciando uma revolução científica (kuhn, 1975, p.123). Durante as revoluções científicas, os cientistas, utilizando os mesmos instrumentos, vêem coisas novas e diferentes ao olharem para os mesmos pontos já examinados anteriormente (Kuhn, 1975, p. 145). Esclarece esta idéia com um exemplo (idem, p.146): "Aquilo que antes da revolução aparece como um pato, no mundo do cientista transforma-se posteriormente num coelho"

Após a mudança de paradigma, a comunidade científica repudia a maioria dos livros e artigos que se basearam naquele paradigma. Esta postura drástica acaba prejudicando o entendimento sobre o passado daquele assunto (Kuhn, 1975, p. 209). Referindo-se a dificuldade que existe em diferentes linguagens para expressar uma mesma idéia, Kuhn sugere que os cientistas se esforcem para traduzir as idéias para seus termos, para atuar como tradutores, antes de fazerem críticas. Ressalta também a importância disto para os historiadores (Kuhn, 1975, p.249).

Kuhn, respondendo a críticas que recebeu da comunidade científica a respeito de seu livro, levanta questões sobre a aceitação de um cientista num grupo de cientistas, depois de discutir sobre a questão da linguagem. Coloca, neste caso, o conhecimento científico e a linguagem em graus elevados de importância:

> Como se escolhe uma comunidade determinada e como se é aceito por ela?, trata-se ou não de um grupo científico? Qual é o processo e quais são as etapas da socialização de um grupo? Quais são os objetivos coletivos de um grupo; que desvios, individuais ou coletivos, ele tolera? Como é controlada a aberração inadmissível? (...) O conhecimento científico, como a linguagem, é intrinsecamente a propriedade comum de um grupo ou então não é nada. Para entendê-lo, precisamos conhecer as características essenciais dos grupos que o criam e o utilizam (Kuhn, 1975, p. 257).

3.3 RUPTURA EM PIAGET

O enfoque de Jean Piaget difere daqueles apresentados por Bachelard e Kuhn, que estabeleceram propostas a partir de uma análise da história da ciência. Piaget fez estudos da psicogênese do conhecimento, baseado em pesquisas com crianças e depois com adolescentes, propondo um sistema. Mais tarde, extrapola as descobertas para uma análise da história da ciência, buscando, ao que parece, generalizar o sistema. Baseado nisto, considera contínuo o desenvolvimento do sistema cognitivo dos seres vivos: "O nosso ponto de partida é que existe continuidade no desenvolvimento do sistema cognitivo desde a criança até os homens de ciência, passando pelo adulto normal (não sofisticado pelas ciências)" (Piaget e Garcia, 1987, p.241).

Embora o enfoque de Piaget seja diferente dos de Bachelard e de Kuhn, quanto à origem de proposta, no que se refere ao processo de aquisição do conhecimento não há desacordo entre eles: "(...) esta continuidade nos mecanismos reguladores do desenvolvimento cognitivo não exclui as descontinuidades no processo; muito pelo contrário, ela contribui para os determinar "(Piaget e Garcia, 1987, p. 242).

Piaget explica por que atribui continuidade ao desenvolvimento do sistema cognitivo, ao afirmar que "os mecanismos em jogo no processo cognitivo são os mesmos", ao referir-se a diferença entre o pensamento pré-científico e científico, referido por Bachelard. Por outro lado considera que há um determinado tipo de "ruptura" (no sentido de uma mudança no quadro epistêmico) cada vez que se passa de um estado de conhecimento a outro, tanto na ciência quanto na psicogênese (Piaget e Garcia 1987, p.234).

A continuidade se refere à construção das estruturas internas do indivíduo, mas as descontinuidades ocorrem no ato de construir, constituído das operações mentais de acomodação e assimilação (Piaget, 1990, p.1). Piaget estudou os mecanismos de aprendizagem na criança e no adolescente, estabelecendo teoria com base nas estruturas mentais que comportam assimilação e acomodação de informações novas:

> As estruturas da inteligência mudam através da adaptação a situações novas e têm dois componentes: a assimilação e a acomodação. (...) conhecer um objeto ou um acontecimento é assimilá-lo a esquemas de ação. (...) a modificação dos esquemas de assimilação, por influência de situações exteriores, é a acomodação. Toda vez que um esquema não for suficiente para responder a uma situação e resolver um problema, surge a necessidade do esquema modificar-se em função da situação. Assimilação e acomodação são, portanto, mecanismos complementares, não havendo assimilação sem acomodação, e vice-versa. (Piaget, 1983, p.XI)

Admite a ruptura entre os conhecimentos anteriores e os novos, através do desiquilíbrio provocado pelo problema:

> A adaptação do sujeito ocorre através da equilibração entre esses dois mecanismos, não se tratando, porém, de um equilíbrio estático, mas sim essencialmente ativo e dinâmico. Em termos mais precisos, trata-se de sucessões de equilibração cada vez mais amplas, que possibilitam as modificações dos esquemas existentes, a fim de atender a ruptura de equilíbrio, representada pelas situações novas, para as quais não exista um esquema próprio (Piaget, 1983, p.XII).

O sistema psicogenético, proposto por Piaget, pretende oferecer uma linha de aquisição de conhecimentos, comum a todos os seres vivos, até o pensamento científico (Piaget, 1990, p.1). Considerando que todos os seres vivos dispõem do mesmo sistema de apreensão do conhecimento, ou seja, através da assimilação e acomodação das informações novas às estruturas mentais, Piaget analisa as questões da ciência:

> Para Piaget, inteligência é adaptação e sua função é estruturar o universo, da mesma forma que o organismo estrutura o meio ambiente, não havendo diferenças essenciais entre os seres vivos, mas somente tipos específicos de problemas que implicam níveis diversos de organização. As estruturas da inteligência mudam através da adaptação a situações novas e têm dois componentes: a assimilação e a acomodação (Piaget, 1983, p.XI).

Piaget ao estudar primeiramente os moluscos e depois a criança e o adolescente suspeitou de uma semelhança entre os processos de conhecimento existente em todos os seres vivos. A partir daí, supõe-se que ele tenha elaborado uma teoria sobre a aquisição de conhecimentos que é comum a todos os seres vivos, inclusive o pensamento científico (Piaget e Garcia, 1987, p.13).

3.4 DISCUSSÕES

Bachelard considera que a evolução do pensamento científico ocorre através da superação de obstáculos que surgem no caminho da ciência. Com a superação dos obstáculos ocorrem rupturas entre o conhecimento novo e o conhecimento anterior. Kuhn entende que um paradigma da ciência pode ser modificado, quando não mais resolve os problemas da ciência. O processo de mudança de um velho paradigma para um novo é o que Kuhn chama de revoluções científicas. Para Piaget, o conhecimento se dá através de descontinuidades entre um "patamar" de conhecimento e um outro em nível mais elevado, o que constitui um tipo de ruptura.

Nos três casos, em Bachelard, em Kuhn e em Piaget, há um aspecto comum: ocorrem descontinuidades durante o processo de revolução científica. Kuhn e Piaget estão de acordo sobre a existência de períodos mais ou menos longos de ciência normal, com intervalos excepcionais de ciência revolucionária. Bachelard, por outro lado, considera que há permanentes rupturas. O que Bachelard, Kuhn e Piaget têm em comum é o racionalismo. Podemos observar esse racionalismo na citação:

> Seu grito de alerta se dirige a certas tendências "irracionalistas" presentes nesses pensadores. Vista a partir desse ângulo, torna-se compreensível sua opção pela ciência, que na verdade é uma opção em favor da razão, compreendida como uma razão intersubjetiva, cooperativa, sujeita ao controle dos outros e da experimentação. Ao defender essa posição, Piaget é ao mesmo tempo um herdeiro da Filosofia da Ilustração e um precursor da teoria processual da verdade e da crítica discursiva, desenvolvida nas obras mais recentes de Jurgen Habermas (23, 20) e K. O. Apel (1) (Barbara Freitag, 1991, p. 9).

Nesta citação de Bachelard, também constatamos o racionalismo:

> Quando a criança começa a compreender que um ponto invisível deve preceder o ponto visível, que o caminho mais curto de um ponto a outro é concebido como uma reta, antes mesmo que se trace a linha no papel, ele sente com isso grande orgulho e certa satisfação. "Esse orgulho corresponde precisamente à promoção intelectual que faz com que a criança passe do empirismo ao racionalismo. Em vez de constatar, ela apercebe-se de que compreende. Experimenta uma mutação filosófica (Bachelard, 1977, p.25).

Verificamos o racionalismo também em Kuhn:

> Essa referência ao conhecimento tácito e a rejeição concomitante de regras circunscreve um outro problema que tem preocupado muitos de meus críticos e que parece motivar as acusações de subjetivismo e irracionalidade (...) Quando falo de conhecimento, baseado em exemplares partilhados, não estou me referindo a uma forma de conhecimento baseado em regras, leis ou critérios de identificação (Kuhn, 1975, p.237)

Notamos o seguinte ponto comum entre Piaget e Bachelard: os dois argumentam contra as idéias não racionalistas. Piaget no decorrer de sua argumentação menciona filósofos como Heidegger, Jung, Foucault e os fenomenólogos-existencialistas (Husserl, Sartre, Bergson, Merleau-Ponty, entre outros).O grito de alerta se dirige a certas tendências "irracionalistas" presentes nesses pensadores (Freitag, 1991, p.9). Bachelard também não poupou críticas severas a alguns dos mais ilustres contemporâneos, como Freud, Bergson, Sartre" (Bachelard, 1979, p.VI). Piaget (nasceu 1896) e Bachelard (1884) são de uma geração de cientistas que presenciam a matança inimaginável da 1ª Guerra Mundial, eles tentam dar uma resposta a isto, então postulam que se o homem desenvolver estruturas lógico-matemáticas racionalmente como ápice do ser humano, a guerra pode não mais acontecer.

Tanto Piaget, quanto Kuhn e também Bachelard, analisam a história da ciência, mas as implicações epistemológicas que vão extrair daí são diferentes. Piaget destaca na história, a influência da significação dos objetos e acontecimentos e compara com o desenvolvimento intelectual da criança:

> A história da ciência oferece-nos, sem dúvida, o exemplo mais claro da influência do quadro de significação no qual a sociedade insere os objetos e os acontecimentos. Infelizmente o mesmo problema ao nível do desenvolvimento intelectual da criança deve permanecer num terreno mais especulativo, tendo em conta a insuficiência dos dados experimentais (Piaget e Garcia, 1987, p.228).

Piaget, mais preocupado em analisar a história da ciência, procurava diferentes tipos de questionamentos da criança, influenciados pela sociedade. Kuhn, por sua vez, analisa a história, enquanto registro de diferentes momentos de ciência normal, intercalados por revoluções científicas, que redefinem os rumos da história:

> Considero "paradigmas" as realizações científicas universalmente reconhecidas que durante algum tempo, fornecem problemas e soluções modelares para uma comunidade de praticantes de uma ciência" (Kuhn, 1975, p.13). "(...) se tenho razão ao afirmar que cada revolução científica altera a perspectiva histórica da comunidade que experimenta, então esta mudança de perspectiva deveria afetar a estrutura das publicações de pesquisa e dos manuais pós--revolucionários (Kuhn, 1975, p.14).

Para Bachelard, a história é um formidável depósito de obstáculos, na medida em que o historiador, não preocupado em analisar os fatos, apenas os registra como eles se apresentam:

> O historiador das ciências deve tomar a idéia como fato. O epistemólogo deve tomar os fatos como idéias, inserindo-as num sistema de pensamentos. Um fato mal interpretado por certa época, continua fato para o historiador. Trata-se, ao ver do epistemólogo, de um obstáculo, um contra-pensamento. (Bachelard, 1977, p.149).

Bachelard e Kuhn discutem a questão do livro, o primeiro referindo-se ao livro didático e o segundo ao livro que contém os avanços da ciência. Bachelard faz crítica à demora para que os avanços da ciência sejam incluídos nos livros didáticos, o que é um obstáculo para o avanço da ciência (Bachelard, 1977, p. 152). Kuhn, por sua vez, considera que os livros antigos da ciência são úteis para a formação dos cientistas com uma maior percepção do passado de uma dada disciplina. Chama a atenção para o fato de que, por causa disto, alguns cientistas terem uma compreensão distorcida da história da sua própria especialidade.

> Quando a comunidade científica repudia um antigo paradigma, renuncia simultaneamente à maioria dos livros e artigos que o corporificam, deixando de considerá-los como objeto adequado ao escrutínio científico. (...) Daí decorre, em alguns casos, uma distorção drástica da percepção que o cientista possui do passado de sua disciplina (Kuhn, 1975, p. 209).

Contudo, Kuhn não descarta a possibilidade de o cientista ser uma vítima de uma história que foi rescrita pelos poderes constituídos. Isto indica que os livros podem estar mais ou menos influenciados, direta ou indiretamente, pelo poder dominante na época em que foram escritos. Porém, para a formação dos cientistas, Kuhn não considera que os livros e artigos antigos de ciência sejam indispensáveis, pois podem ter sido escritos dentro de um paradigma superado. Para a ciência (normal) atual o que vale são os paradigmas hoje vigentes. O conhecimento não está pronto, acabado, está sendo continuamente construído. Esta idéia é comum em Bachelard, Piaget e em Kuhn. Bachelard coloca a questão em termos definitivos: (...) julgamos que o progresso científico manifesta uma ruptura, perpétuas rupturas, entre o conhecimento comum e o conhecimento científico (Bachelard, 1990, p. 241).

A respeito da pesquisa científica, Kuhn ressalta o entusiasmo e a devoção que os cientistas demonstram pelos problemas, que não resultam apenas da contribuição que a pesquisa traz para o conhecimento. Ele destaca o desafio representado pelos complexos quebra-cabeças instrumentais, conceituais e matemáticos que fazem parte da pesquisa. Tais quebra-cabeças servem para testar a engenhosidade ou habilidade na resolução de problemas (Kuhn, 1975, pp.58/9).

Bachelard enfatiza que só a razão dá dinâmica à pesquisa e que todo conhecimento é resposta a uma questão. Para ele não pode haver conhecimento científico se não houver questão. (Bachelard, 1990, p.148). O conhecimento não-discutido pode gerar obstáculos e isto tende a ocorrer com o tempo, quando as idéias muito usadas são muito valorizadas, como ressalta Bachelard. Pode ocorrer que o instinto formativo do pesquisador, com o passar do tempo, acabe por ceder diante do instinto conservativo, tendendo a estancar o crescimento espiritual: "Um obstáculo epistemológico se incrustra no conhecimento não-discutido" (Bachelard, 1990, p.148).

Um critério de constante verificação da validade das questões formuladas precisa ser cultivado para evitar estas tendências conservativas, que podem prejudicar o crescer do conhecimento científico. Piaget, referindo-se à construção das estruturas internas do indivíduo, expõe sua posição a respeito deste aspecto do conhecimento: "o conhecimento não poderia ser concebido como algo predeterminado nas estruturas internas do indivíduo, pois que estas resultam de uma construção efetiva e contínua (...)" (Piaget, 1983, p.1).

Kuhn entende que os paradigmas da ciência são alterados, sempre que não mais dá conta de resolver todos os problemas propostos, através das revoluções científicas. Durante a vigência de um paradigma, num período de ciência normal, ocorrem contínuas construções de conhecimentos:

> A ciência normal consiste na atualização dessa promessa, atualização que se obtém ampliando-se o conhecimento daqueles fatos que o paradigma apresenta como particularmente relevantes (...) A maioria dos cientistas, durante toda sua carreira, ocupa-se com operações de limpeza. Elas constituem o que chamo de ciência normal (Kuhn, 1975, p.44).

3.5 CONTRIBUIÇÕES DA IDÉIA DE RUPTURA PARA O ENSINO

As idéias de Bachelard (identificação de obstáculos epistemológicos, superação dos obstáculos e ruptura com o conhecimento anterior), de Kuhn (ciência normal, paradigmas, crise, revoluções científicas e renovação de paradigmas) e as idéias de Piaget (desequilibração das estruturas cognitivas, acomodação de idéias novas e assimilação das idéias novas às estruturas cognitivas), sugerem atividades didático-pedagógicas para o ensino. Podem-se planejar aulas em função dos conceitos a serem apresentados, segundo o conteúdo da série escolar.

Embora tenha sido destacada a ruptura como parte do processo de conhecimento, entendo que o conhecimento não se dê apenas por descontinuidades, mas também por períodos de "ciência normal". Um professor que apresente os conteúdos de sua disciplina de maneira contínua, informativa, cumulativa, não o faz de maneira adequada, na medida em que não visa proporcionar aos alunos a superação de obstáculos que eventualmente se deparem ao contato com os conteúdos das disciplinas.

Os livros didáticos nem sempre contêm informações atualizadas com relação aos avanços da ciência, podendo, neste caso, ser um obstáculo àquele. A história da ciência pode, também, se constituir em um obstáculo ao avanço dela quando os fatos descritos forem mal interpretados. Mas nem por isso a história deve ser desprezada, pelo contrário, deve ser fonte constante de consulta e análise, para se entender como a ciência atual, nesta ou naquela disciplina, foi construída. O conhecimento é o resultado de uma contínua construção, não deve ser considerado como um produto acabado, estático.

3.6 - PROCEDIMENTOS DIDÁTICO-PEDAGÓGICOS SEGUNDO PAULO FREIRE, UBIRATAN D'AMBROSIO E DELIZOICOV & ANGOTTI

A respeito de processo de aprendizagem, têm-se trabalhos proponentes de metodologias, que acabam por levar em conta os conhecimentos anteriores dos educandos, sua cultura, como os de Freire, D'Ambrosio e Delizoicov, dentre outros, que passaremos a examinar resumidamente.

Freire em Pedagogia do Oprimido (Freire, 1975) apresenta sugestões de procedimentos para identificar a realidade dos estudantes e, a partir dela, dar início ao processo de ensino. Tais procedimentos são, possivelmente, os primeiros passos dados, no sentido do estabelecimento de uma metodologia de ensino adequada, que leve em conta os conhecimentos anteriores dos educandos. Este trabalho, de uma educação problematizadora, aplicado especialmente na educação de adultos, utiliza os conhecimentos dos educandos. Um tema (uma palavra chave) que é investigado entre os próprios educandos, está sempre ligado a um problema ou a um interesse importante da comunidade. Esta prática se baseia na convicção de que, através do diálogo reflexivo, a partir da palavra (que seja verdadeira), o educando adquire criatividade em relação ao mundo e consegue se libertar da dependência em relação aos opressores. Um esquema simples envolvendo o significado da palavra mostra suas idéias a respeito (Freire, 1983, p.91):

$$\text{Palavra} = (\text{ação})/(\text{reflexão}) = \text{Práxis}$$

Trata-se de um ciclo que se repete incessantemente, produzindo e aprimorando o conhecimento (p. 92): "Existir, humanamente, é pronunciar o mundo, e modificá-lo. O mundo pronunciado, por sua vez, se volta problematizado aos sujeitos pronunciantes, a exigir novo pronunciar".

Com isso, a proposta de Freire é no sentido da conscientização do educando, para aproximá-lo da realidade, pelo dialogar com o educador, tendo como ponto de partida uma palavra que represente algo significativo da vida do educando. A apreensão do conhecimento se dá, neste caso, através da reflexão solidária à ação, proporcionando modificação da realidade, num processo cíclico.

D'Ambrosio apresenta uma proposta denominada etnomatemática, que consiste em o professor investigar entre os alunos, ouvindo-os a respeito de suas expectativas, que no fundo refletem as expectativas de toda uma geração e traduzem as expectativas dos pais. Escolher conteúdos, que satisfaçam essas expectativas e, naturalmente, utilizar os métodos mais convenientes para conduzir a prática com relação a esses objetivos e os conteúdos adequados, é o maior desafio do professor. Isso implica naturalmente uma menor rigidez na estruturação dos programas (D'Ambrosio, 1986, p.46).

Em D'Ambrósio, a aprendizagem se dá conforme a seguinte proposta: o indivíduo, assim como os grupos socialmente identificáveis, através da ação (comportamento), incorpora fatos (artefatos e mentefatos) à realidade, modificando-a. Essa modificação da realidade, pela ação do indivíduo, provoca imediatamente nova reflexão, novo comportamento, nova interação com informação já memorizada e informação recém adquirida pelos mecanismos sensuais, e nova ação, com imediato efeito na realidade, ainda pelo acréscimo de novos fatos e assim sucessivamente. A reflexão, portanto, é uma relação dialética reflexão-ação, cujo resultado é um permanente modificar da realidade. É nesse ciclo realidade-reflexão-ação- realidade que reside a dificuldade principal da busca para desvendar comportamento individual, comportamento social e comportamento cultural.

Essa proposta de D'Ambrósio, então, tem como fundamental, a cultura do educando, base para o enfrentamento de situações novas de conhecimento. Quando estimulado pela realidade que se apresenta desafiadora, o indivíduo reflete sobre ela e a experiencia (ação).

Os efeitos sobre aquela realidade, que o estimulou, pode proporcionar novas reflexões.

Essas reflexões são feitas com base na própria cultura, com a linguagem e formas de pensar.

Delizoicov e Angotti, (Delizoicov e Angotti, 1991, pp.54-55) apresentam uma proposta "didático-pedagógica", que foi desenvolvida para o ensino de ciências naturais de 1º e 2º graus. A proposta consiste de três momentos: o da problematização inicial, no qual o educador apresenta questões e/ou situações para discussão com os educandos. Tais questões ou situações devem relacionar o conteúdo a ser estudado com situações reais que os alunos conhecem e presenciam. No segundo momento, o da organização do conhecimento, o conteúdo será desenvolvido pelo professor. O terceiro momento, o da aplicação do conhecimento, destina-se a abordar sistematicamente o conhecimento que vem sendo incorporado pelo aluno , para analisar e interpretar tanto as situações iniciais que determinaram o estudo, como outras situações que não estejam diretamente ligadas ao motivo inicial, mas explicadas pelo mesmo conhecimento. Esta proposta didático-pedagógica busca articular (Delizoicov, 1991, p.120):

(processo-produto)	→	(processo-produto)
conhecimento do educando	←	conhecimento científico

Assim, através da problematizacão do conteúdo, via questões e/ou assuntos relacionados com os conhecimentos anteriores dos alunos, busca-se proporcionar a relação entre o conhecimento vulgar anterior e o conhecimento científico. Neste caso,a dialogicidade tradutora é fundamental para que ocorra a ruptura com o conhecimento anterior.

As propostas de Freire, D'Ambrosio e Delizoicov, para a apreensão do conhecimento, têm em comum o fato de que o educador deverá partir do conhecimento do educando, mediatizado pelo educador. Nos três casos, observa-se o cuidado em utilizar a experiência anterior, enfim, a cultura do educando. Esta experiência deverá ser apreendida pelo educador, via diálogo, elaborador das estratégias metodológicas, para que determinados conteúdos possam ser apresentados aos educandos.

A utilização do conhecimento anterior do educando, mediatizado pelo educador como estratégia metodológica, pode ser levada em conta na prática educacional de qualquer disciplina. No caso do ensino de geometria de 4ª série de 1º grau, a utilização dos conhecimentos anteriores do educando fica particularmente interessante, na medida em que por toda parte da natureza a geometria encontra-se presente.

CAPÍTULO II

A HISTÓRIA DA CIÊNCIA E DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO- PEDAGÓGICO

1. NECESSIDADE DA HISTÓRIA DA CIÊNCIA

O ensino da matemática essencialmente centrado em memorizações de informações, ou seja no conteúdo e na quantidade de conhecimentos, o que não possibilita ao aluno a construção de conhecimentos. Atualmente a maioria dos professores não trabalham conteúdos a partir das representações dos alunos, não é verificado pelos professores o por quê de os alunos não apreenderem determinados assuntos. Supomos que a utilização da História da Ciência no ensino pode proporcionar o entendimento das causas e facilitar o planejamento de ações para que estas dificuldades possam ser superadas.

A história da ciência permite compreender quais as principais teorias atuais e quais os obstáculos que travaram a aparição e o desenvolvimento de uma ciência. Entendemos, contudo, que não se trata de postular um "paralelismo" entre a história das ciências e o desenvolvimento da inteligência e do conhecimento individual. A história da ciência pode dar "pistas", porém não elimina a análise concreta dos alunos concretos em uma situação concreta. Queremos dizer com isto que o aluno atual vive, pensa, constrói seus conhecimentos em uma sociedade diferente na qual se produziram os conhecimentos.

Piaget realça na história da ciência, a influência da significação dos objetos e acontecimentos e compara com o desenvolvimento intelectual da criança:

> A história da ciência oferece-nos, sem dúvida, o exemplo mais claro da influência do quadro de significação no qual a sociedade insere os objetos e os acontecimentos. Infelizmente o mesmo problema ao nível do desenvolvimento intelectual da criança deve permanecer num terreno mais especulativo, tendo em conta a insuficiência dos dados experimentais (Piaget e Garcia, 1987, p.228).

Gil e Carrascosa (Gil e Carrascosa, 1985, apud Gil Perez, 1993, tradução nossa) comentam que a semelhança entre as concepções alternativas dos alunos e as pré-científicas não podem ser acidentais. A esse respeito ele diz:

> (...) se tentarmos estabelecer um paralelismo mecânico entre as concepçõpes alternativas dos alunos e as pré-científicas, parece razoável supor que a dita semelhança não pode ser acidental, senão o resultado de uma forma semelhante de abordar os problemas.

Gagliardi (1988, tradução nossa) enfatiza a necessidade de se utilizar a história da ciência e da epistemologia no ensino de ciências de diversas maneiras:

- Para determinação de obstáculos epistemológicos;
- Para definição de conteúdos de ensino;
- Para introduzir na classe a discussão sobre a produção, a apropriação e o controle dos conhecimentos em nível social e individual;
- Como complemento de ensino de outras disciplinas, em particular a história e a geografia.

Para Gagliardi (1988, grifo e tradução nossa), existem três tipos de obstáculos na aprendizagem das ciências:

> Os derivados do desenvolvimento da inteligência, que podemos chamar obstáculos lógicos, e que têm sido tratados pela psicologia genética.Os derivados de problemas afetivos ou psicológicos, como o desprezo da classe, a desvalorização do aluno, os tabus ... , são tratados pelos psicanalistas. Os derivados da estrutura do sistema cognitivo, que chamaremos obstáculos epistemológicos.

Gagliardi (1988, tradução nossa) compreende que não se podem separar os três níveis citados acima, a este respeito o autor nos diz:

> É importante ressaltar que esta classificação se realiza para organizar nosso discurso, porém que na realidade a incapacidade de construir um novo conhecimento é necessariamente lógica, afetiva e epistemológica (...) entendemos que ao tratar especificamente os obstáculos epistemológicos pode ser uma ajuda para resolver concretamente os outros tipos de obstáculos: o aluno que conseguiu transformar o sistema cognitivo, transforma a estrutura lógica (não existem estruturas sem conteúdos) e melhora a imagem de si mesmo, o que é importante para superar muitos obstáculos afetivos.

A respeito do porquê de os alunos deverem superar os obstáculos, Gagliardi (1988, tradução nossa) comenta:

> O que importa é que os alunos superem os obstáculos que impedem a construção de novos conhecimentos, o que permite continuar-lhe sua aprendizagem depois dos estudos. A escola já não é "o lugar onde se aprende ciência", mas "o lugar onde se transforma o sistema cognitivo para poder aprender ciência". Determinar quais são os principais obstáculos epistemológicos significa poder medir a transformação conceitual dos alunos, e poder estabelecer currículos flexíveis, que podem modificar-se em função do tempo empregado para superar obstáculos mais importantes.

Gagliardi (1988, tradução nossa), enfatiza a necessidade de analisar as representações do aluno:

> (...) a utilização de uma metodologia de análise de representações, somada ao estudo dos principais momentos da história de uma ciência pode permitir organizar a aula de modo que os alunos desenvolvam novas estruturas cognitivas que lhes permitam construir novos conhecimentos sem grandes dificuldades, e, o que é mais importante, que desenvolvam novos conhecimentos como resultado de deduções lógicas (...) Nesta perspectiva, o aluno deve transformar o sistema cognitivo em função do que aprende. Os resultados da aprendizagem se medem em função da transformação dos próprios alunos e não em função da quantidade de conhecimentos que possam memorizar.

Assim, é interessante a utilização da história da ciência para identificar obstáculos epistemológicos nos alunos e posteriormente, fazendo uma analogia com a história da ciência, verificar como foi enfrentado o problema, a fim de que possamos preparar atividades que sejam úteis à reestruturação do pensamento dos estudantes.

Além disso, a história da ciência pode fornecer questões interessantes para o primeiro momento pedagógico (problematização), na medida que têm um significado real e as alternativas de soluções encontradas pela humanidade para aqueles problemas serão, possivelmente, as soluções a serem encontradas pelos alunos antes (conhecimento vulgar) e após (conhecimento científico) o segundo momento pedagógico (organização do conhecimento). Durante o desenvolvimento do segundo momento pedagógico o professor pode lançar mão de descrições dos fatos que levaram ao entendimento de problemas surgidos aos longo da história, naquela disciplina, porque os problemas surgiram, quais as necessidades sociais estavam em jogo, ...

2. NECESSIDADE DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Sobre a história da Matemática o professor encontrará uma ponte de união entre as ciências e a humanidade, um meio de autoformação permanente para a compreensão profunda das Matemáticas, e um instrumento para desenvolver a capacidade de renovação e adaptação pedagógicas. A História da Matemática é uma fonte inesgotável de material didático, de idéias e problemas interessantes e também, em um alto grau, de diversão e recreação intelectual, em suma, de enriquecimento pessoal, científico e profissional. A História da Matemática põe à vista, de uma parte, a vinculação entre a Matemática, a Filosofia e as Ciências Sociais (Gonzalez, 1991, tradução nossa).

Gonzalez (1991, tradução nossa) entende que:

> (...) A capacidade crítica do estudante não se desperta com a exposição fechada e acabada da ciência estática dos manuais, que, ocultando o sinuoso, zigzagueante, e às vezes penoso caminho da criação científica, não estimula o desenvolvimento de valores científicos no sujeito discente (...) A Matemática apresentada como um sistema de verdades, acabado e ordenado, sem referência à origem e proprósito de conceitos e teorias têm seu encanto e satisfaz a uma necessidade filosófica. Porém esta atitude introvertida no campo da Ciência não é adequada para os estudantes que buscam independência intelectual, mais que adoutrinamento. Menosprezar as aplicações e a intuição leva ao isolamento e à atrofia da Matemática.

Verificamos que em nossas escolas, a matemática é ensinada e apresentada aos alunos sem mostrar a história social desta disciplina, sua importância na vida social e o quanto dela depende a sociedade civilizada. O professor não a expõe através do diálogo, como foi utilizado o conhecimento desta disciplina na história de todos os povos, para libertar a humanidade da surperstição ou como utilizá-la hoje para a defesa da liberdade do povo.

Atualmente o ensino de matemática passa aos alunos a idéia de que é uma ciência em que os conhecimentos nasceram prontos e acabados. Os professores raramente mostram aos alunos que a maioria dos conhecimentos de matemática nasceram das necessidades dos povos, em resolver problemas. "(...) Heródoto nos diz que a geometria egípcia teve origem na necessidade que provocava a inundação do Nilo, de voltar a traçar os limites dos terrenos cultivados pelos agricultores" (Kline,1992, v.1 p.42, tradução nossa).

O conhecimento disponível nos indica que os gregos criaram as matemáticas, só não mostra de onde eles partiram. Há documentos demonstrativos de que os gregos tiveram seus predecessores, como afirma Rey (1959, v. 161, p.99, tradução nossa):

> (...) desde o começo Sumérios têm documentos cadastrais (época de Lugalanda e de Urukagina, começos do terceiro milênio, governo de Gudea, 2500 a.C., em Lagash). Inclusive o Museu de Constantinopla conserva uma tabela fechada na II Dinastia de Ur (3400-3300 a.C.?) que apresenta planos demarcados de campos com os comprimentos dos lados e as áreas.

Constata-se que o ensino da matemática está reduzido a mera dedução, em que se pede aos alunos para calcular a área, mas não se conceitua área. Não é mostrado aos alunos que houve a necessidade de se cálcular áreas no Egito para cobrança de impostos. Neste sentido Caraça (1984, p.32) assim se expressa:

> (...) disseram-me que este rei (Sesóstris) tinha repartido todo o Egito entre os egípcios, e dado a cada um uma porção igual e retangular de terra, com a obrigação de pagar por ano certo tributo, como se vê, as relações do indivíduo para com o Estado, com base na propriedade, impuseram cedo a necessidade de expressão numérica de medição.

Ao não se mostrar aos alunos como se produziu o conhecimento, como eles poderiam aplicá-los na vida prática e o que mudou neste conhecimento, está se dificultando à população (os alunos) de se apropriar do conhecimento científico que poderia ser útil para melhorar-lhe a qualidade de vida. Raramente levamos para diálogos em sala de aula as discussões abaixo, de Hogben (1970,pp 124/5), sobre a superfície do Brasil:

> (...) nada há de tão sólido que possa permanecer exatamente como é. Quando afirmamos que a superfície do Brasil é de 8.500.000 quilômetros quadrados, admitimos que suas fronteiras não se alterarão, pelo menos durante o período em que pretendemos usar esta informação, como também que o volume da terra permaneça inalterável. Na realidade, o mundo encolhe à medida que vai se esfriando. Seu encolhimento é sensível num período de várias eras geológicas. (...) Quando asseveramos que determinado terreno tem tal superfície (ou área), não levamos em consideração o fato de a terra encolher-se por resfriamento.

Não é mostrado aos alunos em que os primeiros homens estavam interessados, quando procuraram medir áreas. Na concepção de Hogben (1979, pp.124/5):

> Os primeiros homens que procuraram medir áreas não estavam interessados em explorar o subsolo, mas sim em saber quantos grãos poderiam semear em seus campos, quantos poderiam colher, ou quantas ovelhas e reses poriam a pastar. Foi apenas quando tiveram de construir cercados para proteger os rebanhos, vinhas e templos - em que propiciavam os deuses, senhores da chuva, das estações, do sol - que depararam com um novo problema.

Podemos comentar com os alunos como é calculado o valor do terreno para a cobrança de impostos. Atualmente, de acordo com o código tributário e legislação complementar do município de Ponta Grossa (1994, p.80), o valor do terreno é calculado de acordo com os critérios e fórmulas seguintes:

- para terrenos com área igual ou menor que 10.000 m^2 (dez mil metros quadrados):

$$VT = K.G.F.C.Fi,$$

onde:

VT= valor do terreno;
K= fator de valorização, segundo o local onde se situa o imóvel;
G= fator geométrico, função da área, testada e profundidade;
F= fator de valorização pelo número de frentes;
C=fator correção topográfica e pedológica;
Fi=fração ideal da unidade autônoma.

Esta forma de ensino, em que se pede ao aluno que simplesmente calcule a área, apenas no papel, o aluno aprende pouco e, geralmente, de maneira incompleta.

3. SEPARAÇÃO ENTRE NÚMERO E GEOMETRIA

A respeito do assunto área, o Dicionário Ilustrado de Matemática (Leão, 1972, p.263) traz como conceito "Área é o número real positivo que se associa a uma região limitada de superfície, plana ou curva; é a medida dessa superfície". Douady & Glorian (1987, tradução nossa) comentam que o conceito de área como grandeza é uma ligação entre as superfícies e os números.

Tendo sido realizada uma entrevista com alunos de 5^a série de 1^o grau em escolas de Ponta Grossa no Estado do Paraná (Anexo II), quando perguntado "o que é área", a maior incidência de respostas foi:

- área é o espaço que uma figura ocupa em determinado lugar.
- área é o tamanho das coisas.

Verifica-se que o alunos não se referem ao número. Nenhum aluno, quando dessa pergunta, se referiu a área, como sendo a ligação entre as superfícies e os números. Quando pedido aos alunos para que calculassem a área, verificou-se que eles não sabiam calcular. Constata-se que os alunos separam superfícies, números e aplicações. Não haveria analogia entre essa concepção dos alunos com a história das ciências ? É o que se pretende mostrar a seguir.

O estudo da História da Ciência é importante para identificar algumas dificuldades existentes no ensino e para auxiliar no planejamento de aulas de matemática. Em um breve levantamento da história da matemática de povos antigos, particularmente da Grécia, destaca um importante obstáculo epistemológico e uma ruptura ocorrida no conhecimento naquele período. São feitas reflexões sobre educação matemática a partir dos aspectos históricos destacados, procurando relacionar estes acontecimentos com alguns fatos atuais no ensino, no sentido de indicar alternativas para solução de dificuldades existentes.

Este trabalho pretende mostrar que o estudo da história da ciência pode ser útil no planejamento de aulas de modo a auxiliar na superação das citadas dificuldades. Após uma breve revisão da história da ciência, destaca-se um fato que se constituiu, na época, em obstáculo à apreensão do conhecimento. Este fato se refere à não-aceitação dos números irracionais pelos gregos do período clássico. Com Platão, os números e a geometria passaram a ser considerados como abstrações, idéias, separadas, portanto, das aplicações, cujas implicações provocaram uma ruptura no estudo da ciência. A revisão histórica enfoca alguns aspectos da matemática de algumas civilizações antigas, particularmente da Grécia. Procura-se discutir a relação entre o obstáculo destacado e o ensino de matemática.

3.1. OS BABILÔNIOS, OS GREGOS, OS EGÍPCIOS E OS HINDUS

As primeiras matemáticas, com os babilônios, egípcios e os hindus, tinham um caráter prático, não havendo nenhuma distinção entre geometria, aritmética e álgebra. O que se buscava com a matemática de então era somente o apoio para resolver problemas práticos, como os de arquitetura, de medidas do céu, de agrimensura ... . No caso da geometria, além do papel que desempenhou, mais do que apenas o sentido etimológico da palavra (medida da terra), a geometria prática foi o meio em que teve nascimento a geometria matemática. A origem da construção geométrica deve ter-se dado essencialmente com a régua e o esquadro, sendo que o compasso foi adicionado mais tarde (Rey, 1961, v.162, p.177). Os referidos usos práticos foram os únicos usos da matemática entre os babilônios, egípcios e indianos, antes das conquistas de Alexandre Magno, após o que, passaram a sofrer a influência do pensamento grego. Este mesmo uso da matemática (prático) ocorria também entre os gregos antes do período clássico, ou seja, antes de VI a C.

Os babilônios utilizavam os números irracionais, mantendo tabelas com valores de raízes quadrada e cúbica, com expressiva exatidão. Por exemplo: $\sqrt{2}$ =1,414213 (...) em vez do correto 1,414214 (...) (Kline, 1992, v.1,p.25, tradução nossa). Os dados disponíveis sobre a matemática da Babilônia vão de 2000 a.C. até 300 d.C.(...) O papel da geometria na Babilônia, segundo Kline (1992, v.1, p.29, tradução nossa), foi praticamente insignificante, não chegando a constituir um ramo independente da matemática. Os problemas sobre agrimensura, sobre tijolos de construções, ... , se convertiam imediatamente em problemas algébricos. Alguns cálculos de áreas e de volume eram feitos segundo certas regras ou fórmulas. A geometria não foi estudada isoladamente, mas sempre como parte de soluções de problemas práticos. Na matemática babilônica não se encontram nem o conceito de demonstração nem a idéia de estrutura baseada em princípios (por exemplo os axiomas), que tivessem merecido atenção por um motivo ou outro.

As informações disponíveis sobre os egípcios indicam que eles utilizavam as matemáticas desde pelo menos 3500 a.C. Não chegaram a utilizar os números irracionais na aritmética como os babilônios. Quando era o caso, eles expressavam esses números em termos de inteiros e de frações. Trabalhavam com problemas que envolviam área. Todos os problemas eram puramente concretos e as soluções se inspiravam em necessidades práticas. As escassas figuras geométricas não continham nenhuma construção, indicando que os calculistas trabalhavam apenas com a ajuda de regras práticas, empíricas. Esses conhecimentos empíricos dizem respeito à solução exata da área de um quadrado, de um retângulo, do volume de um cubo, de um recipiente com a forma de paralelepípedo de base retangular ou do volume de um tronco de pirâmide de base retangular.

Segundo Rey (1959, v.161,p.201, tradução nossa), ao lado da fórmula aproximada dos agrimensores, a solução dos problemas matemáticos era obtida por procedimentos empíricos, intuitivos (no campo da Geometria nunca houve demonstração ou prova, nos documentos que nos têm chegado), porém a solução era exata. Os documentos disponíveis só permitem hipóteses, não contem nada de decisivo.

Os egípcios não sentiam necessidade da demonstração, essência de toda ciência matemática, qualquer que seja. Por essa razão, a matemática egípcia, ao manter-se apegada ao material e ao terrestre, era cheia de limitações.

A respeito da Índia, segundo Kline (1992, v.1,p.248, tradução nossa), não se têm notícias da existência de algum tipo de matemática antes do período de Sulvasutra, que vai de 800 a.C. até 200 d.C. . Sulvasutra (regras da corda) são escritos religiosos que contêm instruções para a construção de altares. Neste período os indianos produziram matemática rudimentar, sendo que na geometria se utilizavam três formas principais: o quadrado, o círculo e o semicírculo. Outras formas utilizadas eram o retângulo e o trapézio isósceles e não tinham dificuldades com os números irracionais. Apastamba (IV ou V a.C.) fornece uma maneira de obter um círculo com a mesma área de um quadrado, utilizando 3,09 para o número π. Em toda a geometria deste período não se encontra nenhuma demonstração, as regras eram empíricas (Kline, 1992,v.1,p.249, tradução nossa).

3.2 OS GREGOS

No período clássico (de VI a IV a.C.), com a escola de Mileto e com os primeiros pitagóricos, o número (inteiro), enquanto grandeza (medida), esteve associado à geometria. Os pitagóricos (585-347 a.C.) afirmavam que a matéria era formada por corpúsculos cósmicos, de extensão não-nula, embora pequena, os quais, reunidos em certa quantidade e ordem, produziam os corpos; cada um dos corpúsculos (mônadas) era associado à unidade numérica, assim, os corpos se formavam por quantidade e arranjo de mônadas como os números se formam por quantidade e arranjo de unidades (Caraça, 1984,p.72). Assim, considerando as coisas como sendo números, admitiam que linhas, superfícies ou volumes eram combinações de pontos.

Para os pitagóricos, os números eram unicamente os números inteiros e uma razão entre dois números não era uma fração, era um outro tipo de número. Quando uma razão podia ser expressa por meio de números inteiros (número inteiro no numerador e número inteiro no denominador), esta razão era chamada de comensurável, o que significa que as quantidades tinham uma unidade comum e as que não podiam ser expressas dessa maneira eram chamadas de incomensuráveis. As razões incomensuráveis foram descobertas no século V a.C. por Hipaso de Metaponto (Kline, 1992, v.1,p.58, tradução nossa), ao tentar dividir a hipotenusa de um quadrado pelo seu lado. Os números irracionais estão na classe das razões incomensuráveis, como em $(\sqrt{2})/1$, ou seja, não existe um número inteiro capaz de medir ao mesmo tempo as duas quantidades, o que corresponde a dizer, neste caso, que $\sqrt{2}$ não é múltiplo de 1. Os pitagóricos nunca reconheceram os números irracionais, embora reconhecessem que as razões incomensuráveis são de um tipo completamente diferente das comensuráveis.

As razões incomensuráveis se constituíram num problema central na matemática grega. "Até este momento os pitagóricos haviam identificado número e geometria, mas a existência de razões incomensuráveis destruía esta identificação" (Kline,1992,v.1, p.59, tradução nossa). Segundo Kline (1992, v.1,p.54, tradução nossa), quando os primeiros pitagóricos diziam que todos os objetos estavam compostos por números (inteiros), ou que os números eram a essência do universo, eles entendiam no sentido literal, porque os números eram para eles como os átomos para nós. Supõe ainda, que os pitagóricos do século VI e V a.C. não distinguiam realmente os números dos pontos geométricos, entendidos, naturalmente, como pontos extensos ou esferas minúsculas.

Duas afirmações dos pitagóricos faziam parte da base filosófica desta escola: a da existência de uma ordenação matemática do Cosmos e que todas as coisas têm um número. Admitiam, como se destacou acima, que um segmento de reta era formada de pequenos corpúsculos, as mônadas, aos quais estava associado um número. As afirmativas básicas dos pitagóricos eram sustentadas, em grande parte, por esta idéia de número inteiro. Se este conceito fosse abalado, a estrutura do pensamento pitagórico estaria perturbada. Zenon de Eléia (após 485 a C.) discípulo de Parmênides (504-450 a C.) criticou este conceito, provando que não era possível, porque que entre dois corpúsculos 1 e 2 deve haver um espaço e esse espaço deve ser maior que as dimensões do corpúsculo, uma vez que elas são as menores concebíveis. Então, entre os dois, pode-se intercalar um corpúsculo 3. Repetindo isso, indefinidamente, pode-se colocar entre 1 e 2, tantos corpúsculos quantos forem necessários (Caraça, 1984,pp.76/81).

O questionamento de Zenon mostra que a dificuldade de aceitação dos irracionais pelos pitagóricos estava em não admitir o infinito. Se os pitagóricos considerassem que entre duas partículas quaisquer de uma reta, por mais próxima que se admitisse, existissem infinitas partículas, a questão dos irracionais estaria resolvida.

Segundo Caraça (1984,p.81), deste e de outros questionamentos de Zenon resultou que nenhum dos problemas propostos foi resolvido na Antigüidade, concluindo-se pela incapacidade numérica para resolver o problema das incomensurabilidades, pela exclusão do conceito quantitativo de infinito dos raciocínios matemáticos e também pelo abandono das concepções dinâmicas. Os pitagóricos enfrentaram então um obstáculo epistemológico que perdurou pelo menos vinte séculos (Caraça,1984,p.82). Mas Eudoxo (409-355 a C.) introduziu a idéia de grandeza contínua, que não era um número, mas segmentos de reta, ângulos, áreas, volumes, tempo ... , que podiam variar de uma maneira contínua. "Eudoxo definia, assim, uma razão de grandezas e a partir dela, uma proporção, quer dizer, uma igualdade de duas razões, que cobria os casos de razões comensuráveis e incomensuráveis"

(Kline, 1992, v.1, p.79, tradução nossa), conseguindo desta maneira evitar os números irracionais. Com isto, a teoria de Eudoxo forçou uma nítida separação entre número e geometria, dado que unicamente a geometria podia manejar as razões incomensuráveis, mas também ela fez dos matemáticos, geômetras, e a geometria iria converter-se na base de quase toda a matemática rigorosa durante os dois mil anos seguintes. Ao voltar à geometria para manejar os números irracionais, os gregos abandonaram a álgebra e os números irracionais como tais (Kline, 1992,v.1,p.79).

Com Platão (Pietre, 1989, p.28) os números e a geometria passaram a ser admitidos como abstrações, separadas, portanto, das aplicações, ou seja, o número enquanto grandeza (medida), nada tinha a ver com a geometria e com o número em si, sendo que estas duas últimas, especialmente a geometria, faziam parte do pensamento filosófico.

Baseado nestas considerações, Platão (427-347 a C.) considera que as atividades do pensamento são compostas de uma parte sensível, que diz respeito aos sentidos do corpo humano, e uma parte inteligível, que diz respeito à alma. O mundo sensível é o mundo das "aparências", são cambiantes, subjetivas, incertas - objeto de opinião. O mundo inteligível é o mundo das "idéias", são imutáveis, objetivas, universais - objeto da ciência (Pietre, 1989,p.24). Platão acrescenta ainda que o que interessa é a parte inteligível, a essência, e a parte sensível, indigna dos homens de escol, fazia parte das atividades do comércio, da agrimensura, da engenharia e outros. Platão argumenta que somente o inteligível é duradouro, como destaca Vegetti (1985, pp.113/8): "Para que a ciência seja, portanto, possível, devem existir tais objetos estáveis, dotados de uma essência permanente: as idéias".

Para Platão (Pietre, 1989, p.28)

> (...) a matemática é a ciência que melhor descreve a existência das realidades verdadeiras e não-sensíveis. Pouco importa que se aplique ou não a matemática aos cálculos puramente utilitários (a contabilidade, os negócios, a arquitetura, a agrimensura, etc.). Desde que seja cultivada por si mesma, ela revela que aquilo que confere retidão e verdade ao processo matemático é seu caráter puramente intelectual, dissociado dos sentidos.

Verificamos a valorização do inteligível na citação:

> Na matemática, o raciocínio só tem valor na medida em que é dirigido não para essa ou aquela unidade sensível (uma planta, um animal, uma casa, mesa, ...), mas para os números independentemente do que se possa contar (1,2,3, ...). Na geometria, quando se raciocina sobre uma figura, pouco importa qual seja a figura sensível e visível que se desenhe (Pietre, 1989, p.28).

Sobre esta questão, Aristóteles (384-322 a.C.), discípulo de Platão, que dava importância às abstrações somente na medida em que podiam servir de ajuda para compreender o mundo observável, dizia que devemos começar a partir de princípios conhecidos e manifestos à mente e proceder, então, à análise das coisas que se encontram na natureza. Assim, as abstrações que vêm de objetos concretos pressupõem alguns princípios gerais que emanam da mente (Kline, 1992,v.1,p.211, tradução nossa). Até que Platão afirmasse que o que interessa é a parte inteligível, parece que os povos antigos utilizavam a matemática somente para fins práticos, aplicados. Tudo indica que a partir deste momento passou-se à busca do porquê das coisas, o inteligível contido nas coisas, as causas dos fenômenos. Com isso a matemática passou a não ter somente interesse de aplicação prática, mas interesse como idéia, em que o conhecimento das causas precisava ser determinado com rigor, através das demonstrações. Este fato, a busca do inteligível, das causas, foi uma ruptura na ciência, na medida em que modifica o enfoque no estudo da ciência, o que corresponde a uma mudança na forma de trabalhar as matemáticas.

O macedônio Alexandre Magno (356-323 a.C.) fundou a cidade de Alexandria no Egito (322 a.C.) onde foi construído, mais tarde, por Ptolomeu Soter (290 a.C.) um centro de estudos, dedicado às musas, chamado de Museu, do qual a maioria dos matemáticos famosos da civilização greco-alexandrina participava (Kline, 1992,v.1,p.144, tradução nossa). O pensamento matemático grego do período clássico (encerrado com Aristóteles) foi organizado e sistematizado por Euclides (Sec.III a. C.), no "Elementos", e por Apolônio (262-190 a.C.) (Kline, 1992, v.1,p.146, tradução nossa). A ciência pura continuou sendo cultivada, mas também ocorreu uma volta à ciência aplicada. Os alexandrinos utilizaram os números irracionais e ampliaram a aritmética e a álgebra, buscando um conhecimento quantitativo, tanto dos resultados geométricos como do uso direto da álgebra. O grande expoente desse período alexandrino foi Arquimedes (287-212 a.C). Segundo Kline (1992,v.1,p.143, tradução nossa), as matemáticas do período alexandrino cortaram relação com a filosofia e se aliaram à engenharia.

Depois de Arquimedes, Diofanto (III a.C.) e Nicômaco de Gerasa (entre I e II d.C.) desenvolveram trabalhos muito importantes sobre álgebra e aritmética, trabalhos estes dissociadas da geometria, nos quais não se observa o rigor matemático e nem o método dedutivo, característicos da geometria contida nos "*Elementos*", de Euclides. Todavia, durante o período alexandrino, o número e a álgebra são utilizados em conjunto com a geometria. Esta utilização conjunta de número e geometria durante o período alexandrino encerrou o período em que aqueles, os números, se mantiveram dissociados dos estudos de geometria na Grécia do período clássico. Todavia, o mundo já não seria o mesmo depois do período clássico, devido à introdução da demonstração, do rigor e da compreensão da necessidade de buscar a essência contida nos fenômenos naturais. O estabelecimento destes critérios deu início à ciência como se concebe hoje.

O fato de os matemáticos do período clássico não se dedicarem à aritmética e à álgebra como o fizeram à geometria, não permitiu às duas primeiras o mesmo desenvolvimento. Não obstante, poder-se-ia perguntar: se não tivessem separado as matemáticas, a geometria teria se desenvolvido tanto? Seria possível chegar-se ao método dedutivo? O critério de rigor ter-se-ia desenvolvido? Não o sabemos. Se a geometria permanecesse associada ao número, é possível que para a solução de problemas geométricos não fosse preciso o uso de demonstrações, como aquelas dedutivas, baseadas em axiomas.

3.3. PLATÃO

Até o século VI a.C., o uso da matemática se restringia a aplicar dados tabelados e fórmulas empíricas, tão somente para solucionar problemas de natureza prática, imediata. Com isso, não havia preocupação com o rigor ou com o estabelecimento de uma metodologia que conduzisse a generalizações das idéias matemáticas. As abstrações e as generalizações, que eventualmente existissem, não teriam sido alcançadas com este objetivo, isto é, não seriam conhecidas a partir de deduções.

Com os gregos do período clássico, desde Tales de Mileto, mas especialmente com Platão, a matemática, em particular a geometria, passa a ser um pré-requisito para a filosofia, que trata de abstrações. Platão define como meta do ser humano a busca da essência das coisas, o inteligível. Isto promove uma revolução na matemática e na ciência, na medida em que o método, o rigor, a busca organizada da verdade, passam a receber a atenção que não recebiam até então. "Platão foi o primeiro a sistematizar as regras da demonstração rigorosa e se supõe que seus seguidores ordenaram os teoremas em ordem lógica" (Kline, 1992,v.1,p.75, tradução nossa). Isto foi, de fato, uma ruptura com o que existia antes, pois estes critérios de rigor, não foram abandonados pela humanidade, e acabaram por influenciar todos os povos desde aquela época até hoje. Sobre esta questão, Aubenque se manifesta, como está descrito no prefácio do livro de Pietre (1989, p.1):

> Tais filosofias não são somente produtos da história, mas também criadoras de história. A filosofia de Platão pertence, sem dúvida, a essa espécie. Que ela seja criadora de história não significa somente que tenha exercido, como se afirma, grande influência na história das idéias, mas que tenha cunhado novas maneiras de pensar - não somente filosóficas, mas igualmente científicas - e novos modos de ação moral, política e técnica que, ainda hoje, queiramos ou não, continuam a nos governar.

3.4. DESTAQUES DESTA PARTE DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Deste breve resumo da história da matemática do período antigo podem-se destacar alguns aspectos relevantes do ponto de vista da utilização no ensino de matemática. Antes da Grécia clássica, os povos antigos utilizavam a matemática prática, aquela que deveria resolver problemas imediatos. Não havia preocupação com as demonstrações e utilizavam os números irracionais. Em geral. os números fracionários e os irracionais eram mantidos "tabelados", para consultas em casos de necessidade.

Durante o período clássico da história grega, vários fatos devem ser destacados. Um deles, o abandono dos números irracionais acabou por conduzir ao abandono também da álgebra por parte dos matemáticos. Pode-se dizer que a não-aceitação dos números irracionais se constituiu em um obstáculo aos gregos deste período, para maiores avanços no conhecimento a álgebra. Outro fato importante foi a consideração dos números e da geometria como abstrações, idéias, separadas das aplicações, levando ao estabelecimento da demonstração e do rigor na busca da verdade. Este enfoque novo provocou uma revolução na matemática e na ciência, uma verdadeira ruptura entre a ciência matemática grega de antes e depois destas considerações. Já no final deste período, as abstrações foram admitidas úteis somente quando servissem para ajudar a compreender o mundo observável. Durante o período helenístico, a álgebra, a geometria e os números irracionais passaram a ser utilizados sem os obstáculos do período anterior e com o acréscimo do rigor das demonstrações.

3.5. OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS

Segundo Gagliardi (1988, pp.291-296, tradução nossa), a determinação dos obstáculos epistemológicos é um dos aspectos mais importantes da transformação de todo o ensino, pois permite encará-lo do ponto de vista da construção de conhecimentos e não da memorização de informações, o que significa centrar a atividade no desenvolvimento da capacidade de aprender. A história das ciências permite compreender quais são as principais teorias atuais e quais foram os obstáculos que retardaram o aparecimento e o desenvolvimento de uma ciência. Não se trata de eliminar a análise dos alunos, mas obter pistas, a fim de compreender as dificuldades deles.

Das citações históricas anteriores, pode-se destacar um obstáculo epistemológico que pode ser útil ao ensino, no sentido destacado acima. A não-aceitação dos números irracionais, por não admitirem o infinito, apresentado aos pitagóricos como um obstáculo epistemológico, isto pode também se apresentar para os alunos como um obstáculo epistemológico. Neste caso, como planejar a aula de modo que este conceito não seja de difícil compreensão e não se constitua em um obstáculo? Caraça (1984,p.80) sugere que as dificuldades levantadas pelo fenômeno da incomensurabilidade só podem ser resolvidas depois de um cuidadoso estudo dos problemas do infinito e do movimento. A estrutura da reta, da qual depende a incomensurabilidade, aparece, nos argumentos dele, ligada a esses dois problemas. Em qualquer hipótese, a reta não pode ser pensada como uma simples justaposição de pontos, mônadas ou não. Há nela qualquer coisa que ultrapassa uma simples coleção de pontos. Essa qualquer coisa, a sua continuidade, necessita de um estudo aprofundado, ligado com o aspecto numérico, quantitativo, de medida.

3.6. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES ADICIONAIS

A história dos povos antigos mostra que a matemática, antes da Grécia do período clássico era essencialmente prática. Após o período clássico, com o advento da demonstração, do rigor, da valorização da essência das coisas, o inteligível, a ciência foi beneficiada. A utilização da história da ciência no ensino pode ser útil na análise dos problemas atuais do ensino de matemática, favorecendo a adoção de metodologias mais adequadas de ensino. Como vimos, os obstáculos para a compreensão de conceitos matemáticos ocorridos na história da ciência, podem ser os mesmos que ocorrem atualmente no ensino, como é, possivelmente, o caso dos números irracionais.

As considerações a respeito do sensível e do inteligível, por Platão, nos traz um alerta quanto a se planejarem sempre aulas e cursos centrados nos conceitos estruturantes existentes nos conteúdos didáticos. Estas considerações procuram mostrar que o estudo da História da Ciência pode ser útil para o planejamento de ensino de matemática.

4. LADRILHAMENTO

As dificuldades que os grandes matemáticos encontraram para resolver os problemas são os mesmos que os estudantes enfrentam e devem tentar superar o obstáculo aproximadamente da mesma maneira com que fizeram os matemáticos ao longo da história.

Concordamos com Gonzalez (1991, tradução nossa) quando diz:

> (...) não se pode duvidar de que as dificuldades que os grandes matemáticos encontraram são, também os obstáculos com que tropeçam os estudantes e não podem ter êxito ao tentar acabar com estas dificuldades à base de argumentos lógicos (...) cada pessoa deve passar aproximadamente pelas mesmas experiências que passaram os antepassados se quer alcançar o nível de pensamento que muitas gerações têm alcançado. Naturalmente esta repetição do processo histórico não deve estender-se ao pé da letra.

Isto posto pode-se pensar em uma atividade de ensino que leve em consideração a História da Ciência e a História da Matemática. Pode-se utilizar a idéia de ladrilhos, isto é, ladrilhamento, para tentar superar o obstáculo de os alunos separarem número, geometria e aplicações. Acredita-se que uma das primeiras descobertas sobre área foi feita, quando se começou a pavimentar assoalhos com ladrilhos quadrados, como afirma Hogben (1970, p.67):

> (...) não sabemos com certeza porque os homens escolheram o quadrado para unidade de área. Várias razões igualmente plausíveis, se nos oferecem. Uma delas é que a escolha foi inspirada pela maneira de se tecer uma cesta, arte que precedeu a fiação. Outra, que foi resultado do uso de ladrilhos de mosaicos, ou sugerida pelos padrões quadriculados que ornavam a velha cerâmica babilônica. Há razões para crer que uma das primeiras descobertas sobre área foi feita, quando se começou a pavimentar assoalhos com ladrilhos quadrados. Perguntar quanto espaço plano circunscreve uma muralha, equivale a perguntar quantos ladrilhos quadrados, de um tamanho padrão, seriam necessários para calçar este espaço, se pudesse reduzi-lo a um formato adequado ao calçamento.O valor da terra era computado, a princípio, pela quantidade de cevada ou de arroz que nela se pode plantar. A natureza não faz todas as espigas ou todos os grãos de cevada de tamanho igual, mas o homem pode fazer ladrilhos quadrados capazes de, se colocados lado a lado, formar pisos tão aproximadamente iguais que não se lhes pode distinguir as diferenças a olho nu. Se fizer um quadrado com n ladrilhos de lado, o comprimento de cada lado será n vezes o comprimento do lado de cada ladrilho. O número de ladrilhos que entraram na composição do quadrado é n filas de n ladrilhos, isto é, n vezes n ladrilhos. Eis por que chamamos o n multiplicado por si mesmo de n ao quadrado. A regra fundamental do valor da área baseia-se no calçamento. A regra é a seguinte: n^2 unidades de área compõem a área de um quadrado, cujo lado tem n unidades de comprimento.

CAPÍTULO III

CONCEITOS ASSOCIADOS À ÁREA E PERÍMETRO

1. ALGUNS ESTUDOS

Segundo Lovell (1988, p.103) a palavra área pode ser definida como quantidade de superficie. A considerar a área da capa de um livro ou tampo de mesa, literalmente espalhamos nossas mãos sobre o objeto e indicamos a extensão da superficie. A criança, na pré-escola e na escola primária, encontra muitas situações em que a quantidade de superficie de algum corpo entra na percepção sua. Ela vê tampos de mesa, assoalhos, capas de livros, chapas, moedas, as telhas coloridas com as quais faz desenhos, tijolos, tampos de carteira e paredes de tamanhos de superficie muito diferentes; de fato, ela vê centenas de objetos que apresentam uma superficie. Além disso, tem a experiência de colocar uma coisa sobre a outra, e de outras ações relevantes. Lentamente, ela forma na mente uma certa noção de área ou tamanho de superficie, embora decorra um longo tempo antes que possa calcular até mesmo a área de, digamos, um retângulo. Antes que o conceito de área tenha-se desenvolvido em qualquer extensão, a criança pode centrar sobre um aspecto da superficie de cada vez, por exemplo, seu comprimento, e dizer que uma superficie mais longa é "maior". Mesmo quando conseguiu o conceito de área, ela (como os adultos) pode não verbalizar o conhecimento com precisão; dirá: "Esta mesa é maior"quando quer dizer que a área é maior.

Douady e Glorian (1987, tradução nossa) realizaram um trabalho sobre o ensino de área para o primeiro grau, em que apresentaram as seguintes definições:

- **superficie plana**: partes limitadas de um plano no interior e limitado por uma ou mais curvas de extensão finitas. Neste trabalho, o termo superficies pode ser entendido como figuras geométricas;
- **noção de área**: o que torna possível caracterizar o lugar ocupado por uma superficie plana;
- **conceito de área como grandeza**: uma ligação entre as superficies e os números.

Após uma análise inicial, as autoras destacaram algumas dificuldades e erros observados nos alunos e o ponto de vista geralmente adotado no ensino, descritos a seguir:

a) alguns alunos não podem aceitar que uma superficie que ocupe bastante lugar possa não ter mais área que uma outra mais "compacta";

b) acreditam erroneamente que se o perímetro de uma superficie aumenta, a área também e reciprocamente;- acreditam que se as duas superficies têm o mesmo perímetro, eles então têm a mesma área e reciprocamente;

c) dificuldades para exprimir a área de um triângulo em cm^2, uma vez que não se pode pavimentá-lo com quadrados;

d) confusão criada pelas designações das unidades usuais de áreas (por exemplo: 1 cm^2 é a área de um quadrado de lado 1 cm e 1/2 cm^2 é declarado "a área de um quadrado de lado 1/2 cm);

e) alunos extrapolam fórmulas para situações em que elas não são válidas, por exemplo: o produto das "dimensões" para um paralelogramo ou das "três dimensões" de um triângulo;

f) a aquisição pelos alunos da "bidimensionalidade" da área causa problema (se os comprimentos são multiplicados por k e a área é multiplicada por k^2) .

Segundo Douady e Glorian (1987, tradução nossa), o ponto de vista geralmente adotado no ensino é identificar Q e R^+ graças à escolha de uma unidade e de não conservar senão os dois pólos: superfícies e números. Nestas condições, a área é uma invariante não da superficie,mas do par superficie-unidade: por uma superficie fixa, a área, considerada como número, depende da escolha da unidade. Isto é legitimo quando não se tem a intensão de mudar de unidade, mas é um ponto de vista dificil de manter, se quisermos nos ocupar de superficies materiais e se quisermos que a área seja uma invariante da superficie e somente dela. As autoras fazem críticas aos manuais de ensino e aos exercícios encontrados nos livros:

I - "Na maioria dos manuais de "6e" e conforme os programas de 1977 (edição de 1977 ou de 1981) área é definida como um número, às vezes mesmo como um número de quadrados. Em certos manuais não se visa à possibilidade de mudar de unidade, mas sim de tomar quadrados de dimensões multiplicadas ou submultiplicadas do quadrado unidade".

II - "Quando chegamos aos exercícios, todos os livros falam de uma área de $25m^2$. Eles assim são levados a adotar, num momento ou em outro, sem dizer isso, o ponto de vista grandeza adotado explicitamente por outros manuais em que o número é a medida da área".

III - "Consideram que, mesmo admitindo que o objetivo do ensino é a construção e utilização de uma função medida que associa um número e não importa qual superficie, parece que há um terceiro termo em jogo em que se terá dificuldade de retirar no ensino, porque será preciso um dia ou outro

> dar um estatuto a estes $25m^2$ de que se terá necessidade. Se não quisermos identificar a superficie como se fazia antigamente vai ser também dificil de identificá-lo ao número. Se quisermos também que os $25m^2$ possa ser igual aos $2500dm^2$ enquanto que 25 é diferente de 2500. Este terceiro termo é a área considerada como grandeza".

Como se vê, o ensino está essencialmente dirigido para os dois pólos: superficie e número e isso de um ponto de vista estático. Interessa-se raramente a ação das transformações, a procura de invariante ou de modos de variação. Quando a área intervém, é muito rapidamente como produto de comprimento com expressão numérica após escolha de unidade de medida. Há em geral muito pouco trabalho sobre área como grandeza autônoma.

2. PROGRAMAÇÃO CURRICULAR

De acordo com o Guia Curricular do Estado do Paraná de 1992, o conteúdo de matemática para a 4ª Série, em que se situa o estudo de área e de perímetro, encontra-se assim distribuido:

Medidas

a) Organização do Sistema Métrico Decimal e do Sistema Monetário em relação com o S.M.D.;
b) Fracionamento das medidas de tempo;
c) Noções de perímetro, área e volume e as unidades correspondentes;
d) Noções de capacidade e volume e as relações existentes;

3. LEVANTAMENTO DE DADOS JUNTO A PROFESSORES DE 4ª SÉRIE DE 1º GRAU SOBRE A UTILIZAÇÃO DE PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS NO ENSINO DE GEOMETRIA

Fez-se um levantamento de dados sobre como os professores de 4ª séries do primeiro grau introduzem em sala de aula os conceitos de perímetro e de área de figuras planas. Os dados foram obtidos em oito escolas da rede pública da cidade de Ponta Grossa, Estado do Paraná. Foi formulada a seguinte pergunta a trinta professores: "como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?"

Este levantamento de dados teve por objetivo identificar algo da realidade do ensino de perímetro e de área, para avaliar a oportunidade de se estudar uma metodologia para o ensino destes conceitos. Com as respostas fornecidas por escrito, fez-se a seleção e discussão por grupos de respostas sobre perímetro e área, separadamente.

No caso de ***perímetro***, selecionaram-se os seguintes grupos de respostas:

a) **Definição**	os professores enfatizam a definição de perímetro no ensino;
b) **Medidas do contorno**	os professores destacam as medidas do contorno como característica de perímetro;
c) **Aplicações**	situações em que os alunos possam ver a palavra perímetro utilizada em caso concreto;
d) **Assunto medidas**	os professores destacam a importância de se medir, relacionando perímetro com o ato de medir.

No caso de ***área***, selecionaram-se os seguintes grupos de respostas:

a) **Ladrilhamento** e/ou **quadriculado**	os professores utilizam exercícios de ladrilhar ou quadricular figuras para determinar a área;
b) **Define** ou **faz cálculo**	os professores fornecem a definição ou pedem para os alunos calcularem a área;
c) **Unidade padrão** ou **medem**	os professores enfatizam o uso da unidade padrão de medida(cm^2, m^2, etc.) ou pedem para os alunos tirarem medidas;
d) **Aplicações**	os professores utilizam exemplos de aplicações de área na vida cotidiana.

Os professores, nos dois casos, de perímetro e de área, utilizam um ou mais procedimentos, conforme se verifica nas Tabelas 1 e 2.

3.1. LEVANTAMENTO DE DADOS SOBRE COMO OS PROFESSORES ENSINAM PERÍMETRO

Tabela 1: Detalhamento das respostas sobre **perímetro**, segundo o procedimento utilizado pelos professores, no ensino do conteúdo.

GRUPO	DEFINIÇÃO		MEDIDAS DO CONTORNO		APLICAÇÕES		ASSUNTO MEDIDAS		QUANTIDADES POR GRUPO
	sim	não	sim	não	sim	não	sim	não	
P1	X		X		X			X	05
P2	X		X			X		X	04
P3	X			X	X			X	01
P4	X			X		X		X	03
P5		X	X		X		X		01
P6		X	X			X	X		03
P7		X		X		X	X		07
P8		X		X		X		X	06
totais	13	17	13	17	07	23	11	19	30

Resumo:

PROCEDIMENTOS	quantidade de professores	porcentagem
O professor valoriza a **definição**	13	43
Os alunos fazem **medidas de contorno**	13	43
O professor valoriza as **aplicações**	07	23
O professor valoriza o **assunto medidas**	11	37
Utilizam os três procedimentos	(06)	(20)
- defin., med. cont. e aplicações	05	17
- med.cont., aplicações e ass.med.	01	3
Utilizam dois procedimentos:	(08)	(27)
- definição e medida do contorno	04	14
- definição e aplicações	01	03
- medida do contorno e ass.med.	03	10
Utilizam um só procedimento:	(10)	(33)
- só a definição	03	10
- só assunto medidas	07	23
Não utilizam nenhum dos procedimentos	(06)	(20)

Grupo P1 - 5 professores- responderam que primeiramente apresentam ou discutem sobre aplicações, ou seja, situações em que são feitas medidas de contornos. Em seguida, é dada a definição.

Embora o assunto seja introduzido falando aos alunos de situações concretas, que os alunos podem entender, eles não agem, medindo, desenhando, jogando ..., em situações em que a medida do contorno deveria ser o centro das atenções. A apreensão do conceito não está garantida.

Grupo P2 - 4 professores- 3 responderam, que os alunos primeiramente medem contornos de objetos, só depois o professor apresenta a definição de perímetro, um deles apresenta a definição antes.

Este procedimento leva os alunos, de ações concretas à definição, ou seja, ao significado da palavra. É certo que o conceito de perímetro poderá estar sendo apreendido pelos alunos, contudo, algumas relações entre perímetro e o dia-a-dia dos alunos não são exploradas.

Grupo P3 - 1 professor- afirma apresentar a definição de perímetro e depois se refere a aplicações.

Não há tarefas que envolvam atividades concretas, como medir, por exemplo. Neste caso, o professor busca transmitir a informação, sem a preocupação com a apreensão do conceito. Quando de início o professor apresenta a definição, está levando o aluno somente a decorar o assunto, ele não constrói o conceito com o aluno.

Grupo P4 - 3 professores- apenas apresentam a definição.

No caso de se introduzir o conceito de perímetro apenas com a apresentação da definição, não se tem qualquer garantia de que o conceito será apreendido. Este procedimento induz o aluno a "decorar" o texto e reproduzi-lo, quando solicitado.

Grupo P5 - 1 professor- afirma que o conceito é introduzido através de medidas de objetos, mas não diz como o faz. Após as medidas dos objetos, são apresentadas aplicações não adequadas.

O conceito de perímetro, neste caso, fica subordinado ao de medida, o que não parece produtivo. Ao se estudar perímetro, o centro das atenções dos alunos deverá estar na idéia de tamanho do contorno. Se o aluno tiver a atenção voltada para outro conceito, como o centímetro, por exemplo, o conceito de perímetro ficará em segundo plano e dificilmente será apreendido. As aplicações inadequadas contribuem para a não - apreensão do conceito.

Grupo P6 - 3 professores- sem apresentarem a definição, enfatizam as operações de medir, utilizando fita métrica. Após, desenham figuras geométricas, tiram medidas e calculam os perímetros.

Neste caso, como em outros já descritos, a importância maior é para as ações de medir, utilizando unidades de medidas como o centímetro. As relações entre perímetro e o dia-a-dia dos alunos não são destacadas antes das medidas com instrumentos, sobre os quais não se discute. O conceito de perímetro parece ficar aqui em plano secundário.

Grupo P7 - 7 professores- valorizam o conceito de medidas. Cinco (5) deles afirmam que são tiradas medidas de objetos. Um (1), apenas faz referência a medidas. Um (1) indica locais onde as medidas devem ser feitas e utiliza sempre a fórmula. Nenhum deles se refere a definição, a medidas do contorno ou a aplicações.

Parece haver uma valorização acentuada na utilização de unidades de medida, sem o cuidado com as relações antes disso. Não foi feito referência a estudo de perímetro. Os conceitos ficam subordinados a operações de medidas e ainda assim, sem ações concretas de medir. O uso direto da fórmula antes de operações com o conceito leva os alunos a "decorar".

Grupo P8 - 6 professores: não apresentam a definição, não utilizam ações concretas de medir, nem se referem a aplicações.

O que se pode depreender das respostas dadas à questão, é que os professores fazem confusão quanto à seqüência dos assuntos: figuras geométricas, medidas e unidades de medidas, perímetro e área. Não dominam bem, quando deve começar um assunto e terminar outro, parece ocorrer uma mistura dos assuntos numa mesma aula, sem que um tema pré-requisito tenha sido dominado.

Dos procedimentos destacados, a definição (13 professores) e a medida do contorno (13) são os mais utilizados, com as aplicações (07) menos utilizadas. É significativa a quantidade de professores que valoriza o assunto de medidas (9) ao se estudar perímetro. O fato de ser a definição, a medida do contorno, os procedimentos mais utilizados e as aplicações pouco utilizadas, parece mostrar que se procura esgotar o conteúdo programático. Isto porque, em geral, não se planejam as ações didático- pedagógicas para que o conceito seja apreendido. Não se destaca o conceito a ser enfocado durante as aulas. Percebe-se, pelas respostas à questão, que às vezes conceito é confundido com definição, como se verifica nos trechos a seguir:

> "... fazemos com que encontre o valor da área e, logo em seguida, lançamos o conceito de área".
>
> "..., quando coloca o rodapé na sala, nos quartos e em outras dependências da casa, ... E logo em seguida damos o conceito de perímetro".

Não se trata de fazer críticas aos professores, mas de identificar dificuldades existentes. A quantidade expressiva de professores que centram a preocupação no assunto medidas, deixando o assunto perímetro incorporado a este estudo, pode indicar a mesma dificuldade acima, ou seja, o centro do estudo não é o conceito. O fato de 20% dos professores não utilizar nenhum dos três procedimentos e não indicar outro procedimento diferente, parece indicar que além das dificuldades existentes em proporcionar a apreensão do conceito, há a dificuldade de alguns professores não saberem o assunto.

Considerando que 47% dos professores utilizam dois ou os três procedimentos indica que é uma minoria que está preocupada com o conceito, ainda que ele esteja indiretamente sendo abordado. Em nenhum dos casos falou-se em confrontar os dois conceitos, perímetro e área, para que a diferença entre eles ficasse ressaltada. Neste sentido, suponho que a preocupação dos professores com a unidade de medida seja a de possibilitar o entendimento da diferença dos conceitos através do domínio das unidades de medida linear (o centímetro, por exemplo) e unidade de medida de área (o cm^2, por exemplo).

Entendendo que para se estudar perímetro convém que os alunos conheçam antes relações, medidas e unidades de medidas (unidades padrões), além de figuras geométricas regulares planas e espaciais, verifica-se que os professores entrevistados desconsideram a necessidade destes pré-requisitos para o estudo de perímetro. Este fato faz com que ocorra confusão no estudo, levando os professores a misturarem os assuntos, quando apresentam aos alunos diferentes conceitos ao mesmo tempo. Isto faz com que o enfoque em um deles, em detrimento de outro, crie dificuldades na apreensão dos conceitos não- enfatizados.

Na seqüência de abordagem: ações concretas (atividades efetuadas pelos alunos), aplicações e definição, constatam-se, ainda, dificuldades por parte dos professores entrevistados, que não seguem, na maioria dos casos, uma seqüência adequada.

3.2. LEVANTAMENTO DE DADOS SOBRE COMO OS PROFESSORES ENSINAM ÁREA

Tabela 2: Detalhamento das respostas sobre **área**, segundo o procedimento utilizado pelos professores no ensino do conteúdo.

GRUPO	LADRILHAM. QUADRICULADO		DEFINE OU FAZ CÁLCULO		UNID. PADRÃO OU MEDEM		APLICAÇÕES		QUANTIDADES POR GRUPO
	sim	não	sim	não	sim	não	sim	não	
A1	X		X		X			X	05
A2	X			X	X			X	01
A3	X			X		X		X	01
A4		X	X		X		X		02
A5		X	X		X			X	02
A6		X	X			X	X		05
A7		X	X			X		X	02
A8		X		X		X		X	12
totais	07	23	16	14	10	20	07	23	30

Resumo:

PROCEDIMENTOS	quantidade de professores	porcen- tagem
Alunos fazem **ladrilhamento** ou usam **quadriculado**	07	23
O professor dá a **definição** ou o **cálculo**	16	53
Os alunos utilizam **unidade padrão** ou fazem **medidas**	10	33
O professor fala em **aplicações**	07	23
Utilizam os três procedimentos:	(07)	(23)
- ladrilha, define e unidade padrão	05	17
- define, unidade padrão e aplicações	02	07
Utilizam dois procedimentos:	(08)	(27)
- ladrilha e unidade padrão	01	03
- define e unidade padrão	02	07
- define e aplicações	05	17
Utilizam um procedimento:	(03)	(10)
- ladrilha	01	03
- define	02	07
Não utilizam nenhom dos procedimentos:	(12)	(40)

Grupo A1 - 5 professores- responderam que após os alunos medirem alguns objetos, desenham no papel e fazem quadriculado ou utilizam papel quadriculado, às vezes, utilizam o cálculo já com unidade padrão;

A atividade com papel quadriculado envolve o conceito através de ação concreta, mas outras ações concretas poderiam ser utilizadas. Embora o conceito de área esteja sendo trabalhado, parece que a preocupação predominante é a medida, utilizando a unidade padrão, que deveria ser etapa posterior à apreensão do conceito, já que se trata de aplicação dele. Não são enfatizadas as relações entre a Área e a forma da figura e entre perímetro e Área.

Grupo A2 - 1 professor- afirmou que utiliza o ladrilhamento a partir de medidas quadradas sem tamanho padronizado. Depois passa à utilização de unidade padrão;

Neste caso, o professor trabalha primeiro o conceito de Área, desvinculado da medida padrão, para depois ocupar os alunos com a questão da padronização. Comparado com os procedimentos anteriores, constata-se uma maior preocupação com o conceito de Área antes da unidade padrão, contudo o objetivo ainda é apenas determinar a medida. Antes de utilizar unidades padrão (o cm^2,por exemplo), não foram feitas relações entre a Área e a forma da figura e entre perímetro e Área, também não foram feitas medidas comparativas de figuras geométricas, utilizando quadradinhos ou pequenos retângulos de tamanhos diferentes.

Grupo A3 - 1 professor- começa com uma figura quadriculada, tomando uma menor como medida de referência para a determinação da Área.

O enfoque no conceito a partir de figuras quadriculadas não completa a apreensão do conceito, que pode levar os alunos a relacionar a medida de Área com a forma quadrada do quadriculado.

Grupo A4 - 2 professores- iniciam com a citação de casos de utilidade prática da medida de Área, enfocando a unidade padrão (o m^2, por exemplo). A definição é valorizada. Fazem-se comparações entre Área e perímetro.

Constata-se a ausência de ações concretas que envolvam o conceito. A apreensão do conceito não está garantida. A unidade padrão está no centro das preocupações dos professores, o que pode estabelecer uma vinculação , entre o conceito e a unidade de medida.

Grupo A5 - 2 professores- iniciam com uma definição ou com um cálculo, vinculado à unidade padrão. As verificações práticas, utilizando materiais ou medidas em sala, são previstas.

Constata-se, neste caso, a preocupação em se determinar o valor da Área e como fazer, o treinamento.A apreensão do conceito não está no centro das preocupações dos professores.

Grupo A6 - 5 professores- é enfatizado a utilidade prática do cálculo de Área e as aplicações para chegar-se a definição. É feito referência a fórmula.

Estes procedimentos indicam uma acentuada preocupação em fazer com que os alunos entendam e gravem o significado da palavra Área. Há uma valorização da informação, sem destacar a formação.

Grupo A7 - 2 professores- a definição ou o cálculo são o centro das atenções neste caso.

Esta simplificação não favorece a apreensão do conceito, que não faz parte das preocupações neste caso. Conduz os alunos a "decorar" o texto.

Grupo A8 - 12 professores- ao responderem a questão, não esclareceram como fazem.

Alguns englobam no estudo de medidas (unidades padrão), outros referem-se a cálculo prático, outros falam em ações práticas primeiro e teoria depois ... .

Algumas destas 12 respostas parecem indicar que os professores não sabem como fazer ou mesmo não conhecem o conteúdo do assunto. De uma maneira geral, eles estão preocupados com a unidade padrão de medida (cm^2, m^2, etc.), como os alunos devem fazer para chegar ao número, seja através do cálculo, utilizando medidas efetuadas com régua ou outro instrumento de medida, seja através de quadriculado com quadradinhos de 1 cm de lado.

Em geral não se comprova a preocupação dos professores com a apreensão do conceito, mas em seguir esquemas sugeridos por livros didáticos. Os livros didáticos, em geral, também não estão elaborados com esta visão, ou seja, destacar primeiramente o conceito a ser trabalhado para depois seguir uma estratégia didático-pedagógica a fim de atingir aquele objetivo.

Antes de estudar área, convém que os seguintes conteúdos tenham sido estudados:

- figuras geométricas regulares, espaciais e planas;
- relações (quantas vezes este tamanho "cabe" dentro daquele, noções de funções);
- unidades de medidas (utilização de instrumentos de medidas).

Somente após o professor ter identificado o conceito envolvido nos conteúdos é que a aula deverá ser planejada. Neste planejamento há de constar atividades para os alunos, as quais contenham ações concretas envolvendo tais conceitos. Isto tornará possível a apreensão do conceito por parte dos alunos.

Dos procedimentos destacados, a definição ou o cálculo (53%) é o mais utilizado, com unidade padrão ou medidas (33%), em segundo lugar. Os procedimentos ladrilhamento ou quadriculado e também as aplicações (23%) são significativamente utilizadas.O fato de se utilizar mais a definição ou o cálculo, indica que os professores, da mesma maneira que para o perímetro, procuram cumprir o conteúdo programático. O conceito não é identificado previamente para um planejamento didático-pedagógico adequado. A preocupação acentuada em referir-se a unidades-padrão ou a determinação de medições por parte dos alunos reflete a mesma tendência identificada na análise de perímetro, ou seja, o conceito de área não é o centro das atenções.

Destaque seja dado ao fato que apenas 23% dos professores utilizam o procedimento ladrilhamento ou quadriculado. Estes procedimentos, dentre os destacados, são os que mais propiciam ações concretas sobre o conceito de área. Mesmo assim, não se identifica uma preocupação com o fato de o conceito estar sendo objetivamente trabalhado. As aplicações estão sendo citadas pelos professores (23%) como procedimentos relevantes, como de fato o são, mas, ao que parece, podem estar identificando um equívoco quanto ao que deve ser entendido como ações concretas. Fazer referência a fatos da realidade dos alunos (aplicações) facilita o entendimento do que significa o termo área, perímetro ou outro qualquer, mas não significa que o conceito esteja sendo apreendido.

Quanto à utilização de um ou mais procedimentos (resumo da tabela 2), destacam-se os casos de três (ladrilha, define e unidade padrão = 17% dos professores) e de dois (define e aplicações = 17%) e também o caso de não utilizar nenhum dos procedimentos (40% dos professores). Isto mostra que há professores conhecedores do assunto e conscientes da necessidade de variação de procedimentos para que o conceito seja apreendido (caso dos três procedimentos), mas também mostra que a preocupação central está em cumprir o conteúdo, havendo casos em que se confunde conceito com conteúdo. Por outro lado, a grande quantidade de professores que não citaram a utilização de nenhum procedimento indica, entre outras coisas, desconhecimento do conteúdo.

3.3. CONSIDERAÇÕES ADICIONAIS SOBRE COMO PENSAM OS PROFESSORES SOBRE PERÍMETRO E ÁREA

Houve caso de professor que fez referência à condução concomitante de perímetro e de área, para que as diferenças sejam ressaltadas. Isto é importante, já que os conceitos dos dois assuntos ficam destacados, facilitando o entendimento das diferenças.

De toda a análise, o que mais ficou evidenciado foi que os professores não trabalham objetivamente para que a apreensão do conceito ocorra por parte dos alunos. Isto parece ser devido, principalmente, ao fato de os professores terem dificuldades em trabalhar objetivamente com o conceito. Este levantamento de dados mostra que é oportuno se estudar uma metodologia para o ensino de perímetro e de área, dentro do tema geometria. Um estudo desta natureza deverá ter como objetivo principal, após a identificação dos conceitos dentro do conteúdo, a proposição de ações concretas sobre os conteúdos de modo que ele seja sempre o centro das atividades dos alunos durante a aula.

4. LEVANTAMENTO DE DADOS SOBRE A CONCEPÇÃO DOS ALUNOS DE 5ª SÉRIE DE 1º GRAU SOBRE OS CONCEITOS DE ÁREA E DE PERÍMETRO

Foram realizadas entrevistas e testes em três escolas particulares e em três escolas estaduais, na cidade de Ponta Grossa, PR. As entrevistas e os testes foram feitos a 4 (quatro) grupos de dois alunos (um menino e uma menina) de cada Escola, perfazendo 48 (quarenta e oito) envolvidos. Os assuntos desenvolvidos versaram sobre área e perímetro, os testes baseados nas dificuldades encontradas por Regine Douady (1987) com alunos da França. Os testes e a entrevista tiveram por objetivos:

a) Verificar se os conteúdos ministrados levam os alunos à apreensão dos conceitos;
b) Identificar os principais obstáculos que impedem os alunos de apreenderem os conceitos;
c) Colher subsídios para elaborar um estratégia didática que utilize as concepções dos alunos, para ministrar os conteúdos referidos, de modo que os conceitos sejam apreendidos;
d) Verificar se as dificuldades encontradas por Douady na França são as mesmas existentes nas condições e no local da verificação (Brasil);
e) Verificar, com o teste B, se a inserção das quadrículas facilitam a resposta.

Seqüência de Atividades

I) Entrevista com grupos de dois alunos;
II) Teste A (13 questões) - escrito - figuras não quadriculadas;
Teste B (as mesmas 13 questões) - figuras quadriculadas;
III) Medidas da área e do perímetro da sala

Após as entrevistas com os alunos (grupo de dois), entregou-se a eles um teste com 13 (treze) questões, depois outro com as mesmas questões e as figuras quadriculadas. Após responderem aos testes escritos, eles foram convidados a medir a área e o perímetro da sala, deixando-se à disposição: trena, fita métrica , metro de carpinteiro e metro quadrado.

4.1 TESTES

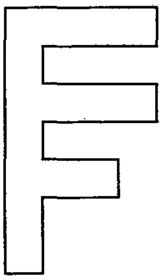
Teste A: Apresentado aos alunos com os desenhos todos sem quadriculado;

Teste B: Apresentado aos alunos após o teste A ter sido completado e com os desenhos todos quadriculados.

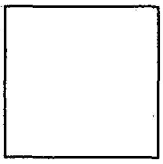
Observação: Durante as respostas dos alunos, foi deixado à disposição uma régua.

TESTE A:

1 - Que figura tem área maior? Assinale.



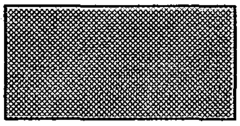
1.1



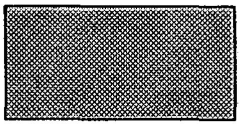
1.2

2 - Por quê?

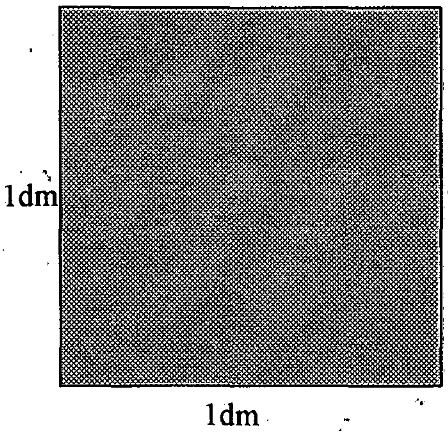
3 - Qual é a área e o perímetro da figura? 3.1 - área;
3.2 - o perímetro.



4 - Desenhe um triângulo que possua a mesma área do retângulo abaixo.



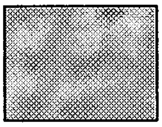
5 - Determine a área da figura abaixo: 5.1 - A =.......dm^2
5.2 - A = ...cm^2



6 - Assinale a sentença verdadeira:
( ) perímetro é a soma das medidas dos lados;
( ) perímetro é uma ligação entre as superfícies e os números.

TESTE A (continuação):

7 - Desenhar um paralelogramo que possua o mesmo perímetro do retângulo abaixo.

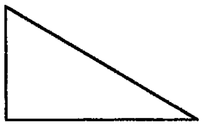


8 - Assinale a sentença verdadeira.

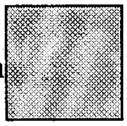
( ) área é a medida do contorno de uma figura.

( ) área é uma ligação entre as superfícies e os números.

9 - Qual é o perímetro da figura.

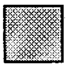


10 - Calcule as áreas.

1cm 

1cm

10.1

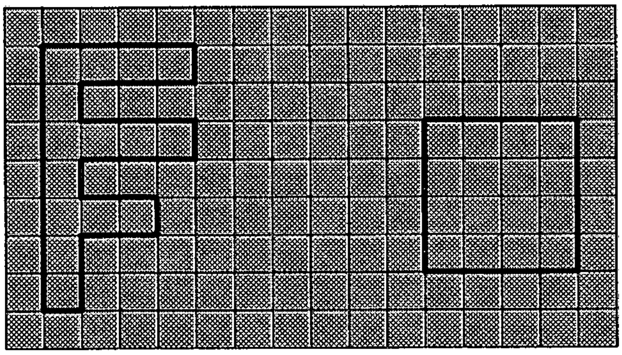
 ½ cm

½ cm

10.2

TESTE B:

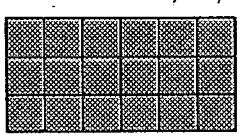
1 - Que figura tem área maior? Assinale.



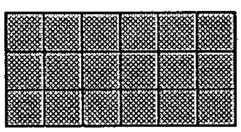
1.1 1.2

2 - Por quê?

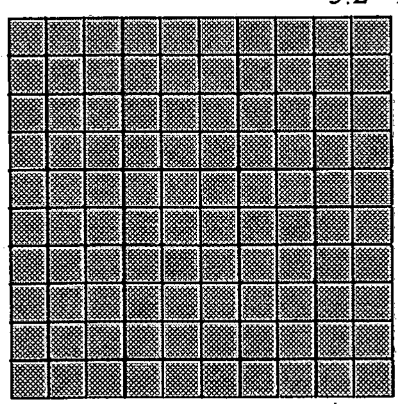
3 - Qual é a área e o perímetro da figura? 3.1 - a área;
3.2 - o perímetro.



4 - Desenhe um triângulo que possua a mesma área do retângulo abaixo.



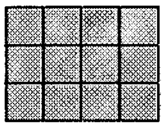
5 - Determine a área da figura abaixo: 5.1 - A =.......dm^2
5.2 - A = ...cm^2



6 - Assinale a sentença verdadeira:
( ) perímetro é a soma das medidas dos lados;
( ) perímetro é uma ligação entre as superficies e os números.

TESTE B (continuação):

7 - Desenhar um paralelogramo que possua o mesmo perímetro do retângulo abaixo.

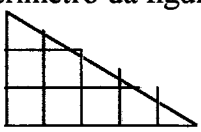


8 - Assinale a sentença verdadeira.

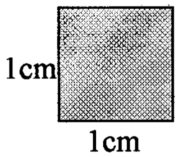
( ) área é a medida do contorno de uma figura.

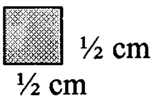
( ) área é uma ligação entre as superfícies e os números.

9 - Qual é o perímetro da figura.



10 - Calcule as áreas.





10.1 10.2

Além das questões formuladas nos testes, solicitou-se aos dois alunos de cada entrevista, que determinassem a área e o perímetro da sala onde se fez a entrevista, utilizando material para as medidas, tais como fita métrica, metro de carpinteiro, trena e metro quadrado (desenhado em papel). As entrevistas estão em anexo.

A diferença fundamental entre o Teste A e o Teste B está no fato de no Teste B as figuras estarem quadriculadas (Tabela 3).

Tabela 3: Quantidades de acertos dos Testes A e B

Questão Número	Quantidades de acertos		Porcentagem de acertos	
	Teste A	Teste B	Teste A	Teste B
1	18	34	37,5	70,8
2	15	27	31,3	56,3
3.1	10	10	20,8	20,8
3.2	11	13	22,9	27,1
4	3	3	6,3	6,3
5.1	12	7	25	14,6
5.2	6	7	12,5	14,6
6*	42	35	87,5	72,9
7	5	6	10,4	12,5
8*	21	24	43,8	50
9	19	20	39,6	41,7
10.1*	9	10	18,8	20,8
10.2*	2	1	4,2	2,1
Totais	173	197	27,7	31,6
Área da sala	6		12,5	
Perím. da sala	9		18,8	

* Questões que não apresentam quadriculado

4.2 DISCUSSÕES SOBRE OS TESTES

4.2.1 **Primeira e segunda questões**

(a resposta correta é que a figura "1.2" é maior do que a figura "1.1" porque tem área maior, constata-se isto, tirando-se as medidas e calculando ou contando as quadrículas)

A - Figuras não quadriculadas

No que se refere à primeira questão, 18 alunos em 48, isto é 37,5%, acertaram a questão. Apesar de os 18 alunos terem acertado, 3 não souberam justificar.

Na segunda questão, 15 alunos responderam corretamente, isto é, 31,25%.

Das respostas incorretas, verificou-se maior incidência nas seguintes justificativas:

a) Porque ela (figura a) é maior.. 9 alunos
b) Porque ela (figura a) é mais alta ou é mais comprida ou possui retas maiores...... 5 alunos
c) Porque tem mais espaço (figura a) do que a outra... 4 alunos

Constataram-se também as seguintes respostas:

a) Se juntassem os espaços, a figura "a" iria ter maior área.................................... 2 alunos
b) Porque ela tem mais lados do que a figura "b"... 2 alunos
c) Porque, se medirmos, vamos ver que a figura "a" tem uma área maior................ 1 aluno
d) Porque ela (figura "a") tem mais lados a serem multiplicados............................. 1 aluno
e) Para medir (a figura "a") tem que ir medindo, multiplicando as retas iguais......... 1 aluno
f) Porque a figura "a" tem muito mais ângulos que a figura "b"............................. 1 aluno
g) Do caminho que vou ter que fazer, se percorrer uma linha em forma quadrada, demorará menos.. 1 aluno
h) A soma de seu contorno é maior do que o da figura "b"..................................... 1 aluno

Dos alunos que acertaram encontramos as seguintes justificativas:

a) Porque não tem muitas retas, repartições, divisões.. 4 alunos
b) Embora pareça menor (a figura "b"), é mais compacta.. 2 alunos
c) O quadrado (a figura "b") tem mais espaço... 2 alunos
d) Porque o "F" está dividido em 4 partes iguais.. 1 aluno
e) Parece que o "F" é maior, mas é menor... 1 aluno
f) Porque a figura "a" desperdiça muita área... 1 aluno
g) Porque "b" ocupa mais espaço (fez cálculos).. 1 aluno
h) Porque "a" tem a área cheia de divisões menores.. 1 aluno
i) Porque é maior.. 1 aluno

B - Figuras quadriculadas

As mesmas questões (1 e 2) com as figuras quadriculadas levaram ao seguinte:

Na primeira questão 34 alunos em 48 acertaram, isto é , 70,8%.
Na segunda questão 27 alunos acertaram, isto é, 56,25%.

Das respostas incorretas constatamos o seguinte:

a) Porque sua área (figura "a") é maior do que a outra figura.................................. 4 alunos
b) Porque a área dela (figura "a") tem mais retas para calcular............................... 1 aluno
c) Porque ela tem 15 quadrados e o outro tem 12 .... 1 aluno
d) Porque está parecendo.. 1 aluno
e) Porque tem os quadrados longos.. 1 aluno
f) Porque tem vários lados... 1 aluno

Dos alunos que acertaram verificamos as seguintes justificativas.

a) Porque a figura "a" tem menos quadrados que a "b".. 11 alunos
b) Porque tem o maior número de quadrados.. 5 alunos
c) Porque o quadrado tem 16 cm^2 e a outra tem 15 cm^2.. 3 alunos
d) Porque a área é maior do que a da figura "a"... 2 alunos
e) Porque tem um quadrado a mais (a figura "b").. 2 alunos
f) O quadrado (figura "b") tem mais espaço que o outro (figura "a")..................... 2 alunos
g) Porque eu medi e deu medida maior (a figura "b").. 1 aluno
h) Porque o "F", ao abrir, ficará menor.. 1 aluno
i) O quadrado tem 16 quadradinhos.. 1 aluno

Constatações:

a) Assim como na França (Douady, 1987), alguns alunos não podem aceitar que uma superfície que ocupe bastante lugar possa não ter mais área que uma outra mais "compacta".

b) Os alunos ainda não têm o conceito de relação entre grandezas. Eles não têm a noção de que têm que medir para dar a resposta correta. As respostas mostram que o aluno não tem compromisso com a precisão, o que parece ser é o que conta.

c) Quando se inseriu a unidade de medida (as quadrículas), mais alunos acertaram a resposta, de 18 alunos que tinham acertado, o número cresceu para 34. Isto nos mostra que a unidade de medida facilita os cálculos (quadriculado). Mas mesmo com o quadriculado observamos que muitos não têm a noção de que devem medir e continuam com a concepção anterior: "porque sua área é maior que a da outra figura".

d) Alguns alunos relacionam diretamente área com perímetro, ou seja quanto maior a área, maior o perímetro.

e) Área, para alguns, é o resultado de uma multiplicação ou o resultado de um cálculo.

f) Somente um aluno justificou colocando os cálculos. Já nas respostas 1 e 2 com papel quadriculado percebe-se que houve preocupação em justificar a resposta com a contagem de quadrados: porque a fig "a" tem menos quadrados que a "b" (16 alunos).

4.2.2 **Terceira questão**

Verificamos que 10 alunos acertaram a questão 3.1 (20,83%), e 11 a 3.2 (22,91%). (as respostas corretas são respectivamente 15cm^2 e 16cm, após medir os lados com a régua ou contar as quadrículas)

No teste B, com quadriculado, verificou-se que a porcentagem de acertos na questão 3.1 foi de 20,83% e na 3.2 de 27,08%. Observa-se que apesar de quadriculado a porcentagem manteve-se aproximadamente a mesma. Do que se deduz que eles, realmente, não sabiam fazer os cálculos.

A - Figuras não quadriculadas

Das respostas incorretas verificou-se que:

a) Faz os cálculos mas não informa se é perímetro ou área (5+5+3+3=16)............. 3 alunos
b) Área é a parte interna, perímetro é a parte externa.. 4 alunos
c) A área e o perímetro da figura é 4+4+4+4=16 ou 4x4=16................................. 2 alunos
d) Erro de conta.. 1 aluno

B - Figuras quadriculadas

Respostas incorretas:

a) Erro de medida.. 4 alunos
b) A área é 3cm e 5cm.. 4 alunos
c) A área é a parte interna e perímetro é a parte externa.. 3 alunos
d) Cinco por três.. 2 alunos
e) O perímetro é 5cm de comprimento e 3cm de largua.. 1 aluno
f) A área é a parte plana da figura e o perímetro são os lados............................ 1 aluno

Constatações:

a) As respostas não são escritas com todas as informações necessárias, por ex.:

- quando se trata de número seguido de unidade de medida, escrevem o número, mas a unidade de medida não (o número parece ser a preocupação central);
- não indicam se a resposta que está sendo dada se refere a área ou a perímetro, a preocupação é acertar as contas (entendem que somente as operações aritméticas é que devem "acertar").

Comentários:

- Se os alunos não têm preocupação em responder completamente à questão formulada, mas principalmente em acertar o número ou as operações aritméticas envolvidas, então o que parece é que os professores se preocupam com a matemática como um fim em si mesmo e não como um recurso auxiliar para expressar idéias ou para resolver problemas significativos. Este "fenômeno" é geral e não está localizado nesta ou naquela escola.

4.2.3 <u>**Quarta questão**</u>

Verificou-se que 3 alunos acertaram a questão com ou sem o quadriculado (6,25%).

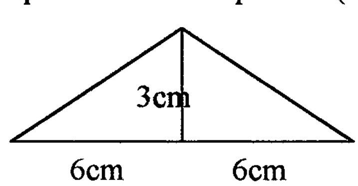
(para resolver o "quebra-cabeças", "recorta-se" o retângulo pela diagonal e "recolam-se" os triângulos pelos catetos de mesmo tamanho)

A - Figuras quadriculadas ou não

O fato de apenas 3 alunos em 48 acertarem o quebra-cabeças, indica que não têm noção de transformação de figuras.

Respostas corretas:

- Dois alunos que acertaram a questão (sem quadriculado), resolveram da seguinte forma:



- Um aluno acertou (sem quadriculado), por tentativa.
- No teste com quadriculado, 1 aluno desenhou e dois outros acertaram por tentativa.

Respostas incorretas:

- Dos que erraram, 2 alunos desenharam outras formas, os outros desenharam o triângulo só com outras medidas.

Constatações:

a) Os alunos não dominam o conceito de transformação, com conservação da área (3 acertos em 48 alunos).

4.2.4 **Quinta questão**

(As respostas corretas são respectivamente $1dm^2$ e $100cm^2$)

A - Figuras não quadriculadas

Verificou-se que 12 alunos acertaram a questão 5.1 (25%), e 6 a 5.2 (12,5%).

B - Figuras quadriculadas

Verifica-se que 7 alunos acertaram a questão 5.1 e 7 acertaram a 5.2 (14,6%).

Constatações:

a) O pequeno número de acertos pode indicar que os alunos em geral (75% ou mais) não sabem calcular a área de uma figura quadrangular, corroborando com o verificado na 3ª questão. Esta dificuldade parece ser acentuada com a presença da unidade de medida;

b) Os alunos não dominam mudança de unidade de medida padrão (de dm para cm);

c) A presença do quadriculado não auxiliou no acerto de resposta dos alunos e parece ter acrescentado uma dificuldade, com a presença de duas unidades de medida: a quadrícula e a unidade padrão (dm).

4.2.5 **Sexta questão**

(a resposta correta é a primeira alternativa)

Verificou-se que 42 alunos em 48 acertaram a questão (87,5%) nas folhas que continham figuras sem quadriculado e que 35 acertaram a questão (72,9%) nas folhas que continham figuras quadriculadas, embora a questão fosse a mesma.

A terceira questão perguntou sobre o mesmo assunto de maneira diferente, mas naquele caso os índices de acerto foram de 11 e 13 alunos respectivamente, para quadriculado ou não.

Constatações:

a) A sexta questão é pergunta com resposta induzida, por isso é mais fácil de acertar.

b) Quando a mesma questão foi apresentada aos alunos, nas folhas com figuras quadriculadas, a quantidade de acertos foi diferente, indicando que alguns alunos, embora acertando a resposta, não dominam o conteúdo;

c) Quando os mesmos alunos acertam mais de 70% das respostas quando induzida (certo ou errado) e menos de 30% acertam quando a resposta correta deve ser obtida por cálulo, depreende-se que:

- a sexta questão pode não ter sido formulada adequadamente;
- os alunos podem ter memorizado a definição mas não sabem aplicar, não conseguem associar a definição ao número;

4.2.6 **Sétima questão**

(a solução é conseguida, deslocando-se um dos lados do retângulo, fazendo-o girar sobre os vértices)

Verificou-se que 5 alunos acertaram a resposta (10,4%) no caso de figura não quadriculada e 6 (12,5%) no outro caso.

Quando da resolução desta questão, a maioria dos alunos perguntaram o significado da palavra "paralelogramo".

Constatações:

a) A quantidade de acertos foi muito pequena, indicando que os alunos:

- não sabem qual o significado da palavra paralelogramo, demonstrando o que já se constatava pela pergunta que eles fizeram;
- os alunos não dominam o conceito de transformação, com conservação do perímetro (6 acertos em 48).

4.2.7 **Oitava questão**

(a resposta correta é a segunda alternativa)

Verificou-se que 21 alunos em 48 acertaram a questão (43,8%) nas folhas que continham figuras sem quadriculado e que 24 acertaram a questão (50%) nas folhas que continham figuras quadriculadas, embora a questão fosse a mesma.

A terceira questão perguntou sobre o mesmo assunto de maneira diferente, mas naquele caso os índices de acerto foram de 10 alunos para quadriculado e não quadriculado.

Constatações:

a) A oitava questão apresentou pergunta com resposta induzida, mas a alternativa correta foi formulada com acentuada complexidade;

b) Quando a mesma questão foi apresentada aos alunos, nas folhas com figuras quadriculadas, a quantidade de acertos foi diferente, indicando que alguns alunos, aqueles que acertaram num momento e erraram em outro, não estão convictos, embora acertando a resposta, não dominam o conteúdo;

c) Embora a resposta seja induzida, a quantidade de acertos foi pequena (21 e 24 em 48), indicando que os alunos não dominam suficientemente o conceito de área;

d) Quando os mesmos alunos acertam mais de 40% das respostas, quando induzidas (certo ou errado) e menos de 21%, quando a resposta correta deve ser obtida por cálculo, depreende-se que:

- os alunos podem ter memorizado a definição mas não sabem aplicá-la, não conseguem associar a definição ao número.

4.2.8 **Nona questão**

(a resposta correta pode ser obtida medindo-se com régua os lados do triângulo e somando-se os números obtidos, em centímetros)

Verificou-se que 19 alunos acertaram a resposta (39,6%) sem o quadriculado e 20 alunos (41,7%) com o quadriculado.

A questão 3.2 (11 e 13 acertos) tratou do mesmo assunto, somente que para um retângulo, mas a pergunta foi apresentada juntamente com a área e depois dela (qual é a área e o perímetro da figura?).

Constatações:

a) O pequeno número de acertos (19 e 20 em 48) foi baixo (menor do que 50%), indicando que os alunos não dominam o conteúdo;

b) A quantidade de acertos em relação à questão 3.2 foi maior;

c) A presença do quadriculado praticamente não aumentou a quantidade de acertos.

Comentários:

Nestes casos parecem incidir várias dificuldades aos alunos:

- utilização da régua e relacionar os números e os traços à unidade padrão centímetro;
- a dificuldade em determinar a área na questão 3.1 pode ter influenciado (criando um obstáculo) os alunos na determinação da questão 3.2, referente a perímetro;
- a presença do quadriculado na questão 9 praticamente não auxiliou os alunos, pois no comprimento da hipotenusa o quadriculado não ajuda. Este fato deve ter sido a causa de não ter diferença entre o número de acertos sem quadriculado e com ele (19 e 20 acertos em 48).

4.2 9 **Décima questão**

Verificou-se que 9 e 10 alunos em 48 acertaram (18,8% e 20,8%) a resposta 10.1. Na questão 10.2 acertaram a resposta 2 e 1 alunos (4,2% e 2,1%), respectivamente.

(as respostas corretas, obtidas por cálculo, são respectivamente $1cm^2$ e $1/4cm^2$)

Constatações:

a) Considerando a questão 10.1, que trata do cálculo da área de um quadrado de 1cm de lado, o pequeno número de acertos indica que:
   - os alunos não dominam o conteúdo área;
   - não sabem utilizar unidades de medida (padrão), sobretudo quando estão envolvidas em operações matemáticas;

b) Considerando a questão 10.2, que trata do cálculo de área de um quadrado de ½ cm de lado, praticamente a totalidade dos alunos não acertaram, indicando que:
   - os alunos, além de não saberem operar bem com as unidades de medida, não sabem operações com números fracionários;

c) Nas respostas dos alunos, alguns responderam 4cm para a questão 10.1, demonstrando que confundem área com perímetro;

d) Na questão 10.2, dois alunos erraram a conta (0,5x0,5=2,5), mostrando que há dificuldades na aritmética.

Após a resolução das questões de um a dez, apresentadas em papel mimeografado, os alunos foram convidados a resolver duas questões, aplicando em situação concreta, os conceitos de área e perímetro.

A questão A consistia em os alunos (2) determinarem a área da sala e a questão B o perímetro. Para isto os alunos dispunham de trena, fita métrica, metro de carpinteiro e metro quadrado.

4.2.10 **Questões A e B**

A - Determine a área da sala.

Neste caso apenas 6 alunos em 48 acertaram (12,5%).

B - Determine o perímetro da sala:

Apenas 9 alunos em 48 acertaram (18,75%).

Constatações:

a) O pequeno número de acertos nos dois casos demonstra a dificuldade deste tipo de atividade e da associação da teoria com a prática;

b) Para medir, geralmente os alunos escolheram a trena;

c) Durante as operações de medir, os alunos tinham dificuldades:

- em medir (ler os valores escritos no instrumento de medida e identificar as unidades);
- em saber o que deveria ser medido;

d) Após obter números correspondentes às medidas, as dificuldades eram:

- associar os números obtidos com os lados de uma figura geométrica;
- escrever os números com as unidades (metros e centímetros), como números decimais;
- confundir área com perímetro, somando em vez de multiplicar;
- organizar o algoritmo para a multiplicação de números decimais;
- fazer a multiplicação de números decimais;
- colocar a unidade correta de área, após obter um número com as operações.

Comentários:

As dificuldades encontradas pelos alunos envolvem os conceitos de área e de perímetro, como também com a aritmética, com as unidades de medidas e com a extrapolação da teoria com a prática.

4.3. CONCEPÇÕES DOS ALUNOS NA ENTREVISTA

a) Respostas sobre área:

Algumas respostas típicas:

a) "área é o espaço que uma figura ocupa em determinado lugar"........................... 8 alunos
b) "azulejo é vendido em metro"... 6 alunos
c) "área é o tamanho das coisas"... 3 alunos

Resumo:

a) Deram resposta que demonstram conhecer o assunto "área".............. 6 alunos = 12,5%
b) Não se lembram, não estudaram ou não sabem.................................. 42 alunos = 87,5%

b) Respostas sobre perímetro:

Algumas respostas típicas:

a) "perímetro é medir todos os lados".. 2 alunos
b) "perímetro é o lugar que envolve uma área"... 2 alunos
c) "perímetro são as linhas".. 1 aluno

Resumo:

a) Deram resposta que demonstram conhecer o assunto.......................... 13 alunos = 27,1%
b) Não se lembram, não estudaram ou não sabem.................................. 35 alunos = 72,9%

Comentários:

Com base nas entrevistas, de uma maneira geral, os alunos de 5ª série não conhecem os conteúdos sobre perímetro e área (13 e 6 acertos, respectivamente, em 48), os que sabem alguma coisa, não têm convição, não dominam os conteúdos, tanto para os alunos de escola pública como de escola particular. Comparando-se a escola particular com a pública, verificamos que a porcentagem de acertos na escola particular foi superior. As médias aritméticas das escolas particulares foram todas superiores às das escolas públicas.

No problema da determinação da área da sala de aula, verificamos que a porcentagem de acertos dos alunos de escolas pública e particular foi a mesma. No que se refere à determinação do perímetro da sala, somente os alunos da escola particular acertaram.

Observações Gerais:

a) De uma maneira geral os alunos escolheram medir a sala com trena.
b) Na questão que envolvia paralelogramo, os alunos demonstraram não saber o significado da palavra. Eles perguntavam o que era paralelogramo, o que estava sendo pedido naquela questão.

4.4. CONCLUSÕES DOS TESTES E DAS ENTREVISTAS SOBRE PERÍMETRO E ÁREA

Dos testes com os alunos de 5^a série de 1^o grau, a respeito de área e de perímetro, observou-se, principalmente, que:

a) A maioria dos alunos não domina o conceito de área e de perímetro;
b) Em geral os alunos não podem aceitar que uma superfície, ocupando bastante lugar, possa não ter mais área do que uma outra mais "compacta";
c) Há alunos que relacionam diretamente área com perímetro, isto é, quanto maior a área, maior o perímetro;
d) Os alunos se preocupam mais com o número a ser obtido do que com o conjunto número--unidade de medida;
e) A maioria dos alunos não sabem calcular área de figura retangular;
f) Os alunos não dominam mudança de unidade, como de dm para cm;
g) Os alunos, que respondem acertadamente a definição de área e de perímetro, nem sempre dominam o conceito envolvido;
h) A maioria dos alunos desconhecia o termo paralelogramo;
i) Os alunos não sabem utilizar as unidades de medidas, sobretudo quando envolve operações matemáticas;
j) Os alunos não dominam operações com números fracionários;
k) Em grande parte das vezes, os alunos confundem área com perímetro;
l) Não dominam as operações de medir com instrumentos de medidas;
m) Após fazerem as medidas em sala, os alunos não conseguiram transpor as informações para o papel;
n) Constatamos que a presença das quadrículas pode facilitar as respostas.

Das constatações obtidas dos testes e entrevistas pode-se concluir que o ensino de área e de perímetro, na 4^a série do 1^o grau apresenta problemas. A maioria dos alunos não dominam os conceitos de área, de perímetro e de unidades de medidas envolvidos. Os alunos que conhecem o conteúdo têm dificuldade de relacionar estes conhecimentos com as atividades do dia-a-dia.

O teste aplicado indicou que a maioria (mais de 50%) dos alunos apresentaram respostas corretas apenas nos casos de escolha de alternativa certa, entre duas, da definição de área e de perímetro e também no caso de contagem de quadrículas, para saber qual a maior das figuras, pode-se dizer que os alunos não apreenderam os conceitos. Isto corresponde a cinco (5) questões com mais de 50% de acerto, entre as vinte e seis (26) apresentadas.

No caso das determinações de perímetro e de área da sala de aula, apenas 18,8% e 12,5%, respectivamente conseguiram responder acertadamente. No caso das entrevistas com as duplas de alunos, 27,1% e 12,5% demonstraram conhecer o assunto perímetro e área respectivamente.

Todos estes fatos indicam que os assuntos pesquisados não são ministrados ou o são de maneira inadequada. O fato de os alunos na sua maioria acertarem a definição de perímetro e de área, mas não saberem calculá-los ou determiná-los indica que os conteúdos ministrados não levam os alunos à apreensão dos conceitos de perímetro e de área.

CAPÍTULO IV

PROPOSTA DIDÁTICO-PEDAGÓGICA E UMA APLICAÇÃO

1. PROPOSTA DIDÁTICO-PEDAGÓGICA

Tomando por base experiências pessoais de dezoito anos como professora, o estudo de várias propostas didático-pedagógicas, notadamente a de Delizoicov e Angotti (1991), e a partir das leituras de Bachelard (1977), Kuhn (1975), Piaget (1987), Freire (1983), D'Ambrosio (1986), chegou-se a uma **proposta didático-pedagógica**. Tal proposta se baseia na Teoria do Conhecimento e também na crença que somente tendo por ponto de partida e trabalhando com problemas que tiveram ou não origem na História da Ciência não seja suficiente para que o aluno apreenda os conceitos contidos nos conteúdos didáticos. Para que o aluno apreenda os **conceitos** é necessário que eles estejam ligados a uma **metodologia** que coordene as ações didáticas com a **teoria do conhecimento** e leve em conta, entre outras disciplinas, a **História da Ciência**.

Observa-se que a maioria dos alunos apresenta dificuldades em aprender conceitos abstratos. Em experiências levadas a efeito em uma escola pública de Ponta Grossa, no Estado do Paraná, observou-se que estes alunos categorizados como fracos, apresentaram grande desenvoltura no aprendizado de alguns conceitos matemáticos a partir de experiências em situações reais, como por exemplo, levá-los à quadra de esportes do colégio e pedir a eles que arremessassem bolas, dardos, ... e observassem a trajetória descrita. A partir destas observações, passava-se, em sala de aula, ao estudo das funções. O interesse despertado pela relação dos conteúdos da aula com os fatos observados, conhecidos, era grande. Em outras oportunidades eram promovidas competições que envolvessem conteúdos a serem estudados. Observou-se que, com as atividades, os alunos se motivavam para a aula e aprendiam os conteúdos com mais facilidade do que nas aulas em que os assuntos eram introduzidos diretamente.

Isto leva a considerar que a metodologia de ensino tem grande importância na apreensão dos conteúdos matemáticos e que parte das dificuldades existentes no ensino de matemática, são devidos à metodologia inadequada de ensino.

Por outro lado, no âmbito da matemática, constata-se que o ensino de geometria não tem recebido atenção adequada, na medida em que não tem sido ministrado ou tem sido relegado a segundo plano. Observou-se que isto se deve, principalmente, ao conhecimento inadequado ou incompleto dos conteúdos por parte dos professores, que acabam ministrando os assuntos superficialmente ou mesmo não os ministrando, e se deve ainda à utilização de metodologias inadequadas de ensino.

Apresenta-se a seguir uma proposta didático-metodológica que contempla as discussões acima. Embora ela tenha sido proposta para o ensino de Geometria, entendemos que possa ser aplicada em outras áreas de ensino. Ela consiste em quatro momentos pedagógicos.

1º Momento:

O professor apresenta um problema relevante, cuja solução contenha o conceito que se procura apresentar. A relevância do problema estará, tanto quanto possível, na existência de fatos da realidade do aluno. Poder- se-á recorrer a problemas que tiveram origem na História da Ciência, ou não, porém estes deverão ser adaptados à realidade do aluno. O problema poderá ser ligado inclusive a vida deles, ou simplesmente partir de problema. Assim, convém que ele seja apresentado na "linguagem" dos alunos, que seja compreensível. Os alunos deverão tentar encontrar solução para o problema apresentado, com base nos conhecimentos de que eles já dispõem. Estas idéias serão discutidas em grupos de alunos ou em debate entre o professor e os alunos.

As dificuldades encontradas e a vontade de solucionar o problema deverão (se convenientemente organizado pelo professor), criar uma crise, isto é, um desconforto pessoal nos alunos. Vão verificar que seus conhecimentos não são suficientes para responder à questão. Fica evidenciada a existência de obstáculo epistemológico que precisa ser superado.

Estabelecida a crise, o professor pedirá aos alunos que pesquisem sobre o tema discutido, em bibliotecas, com os pais, especialistas, e outros, fora do horário de aula. O professor poderá também fornecer indicações, breves resumos ou notas históricas para os alunos consultarem. Na aula seguinte o assunto voltará a ser discutido.

2º Momento:

Com a pesquisa sobre o tema já realizada pelos alunos, o professor apresentará novamente o problema e debaterá com seus alunos. Nesta etapa, a solução mais adequada já poderá ter sido encontrada. Após, tendo sido ou não encontrada a solução, o professor desenvolverá os conceitos, definições e relações sobre o tema problematizado. Para trabalhar os conceitos, o professor poderá lançar mão das diversas técnicas de ensino conhecidas (Delizoicov e Angotti, 1991, pp.21-22):

- exposição; exposição dialogada;
- estudo em grupo;
- leitura e discussão de texto impresso, auto-instrutivo;
- seminários;
- discussão de questões e problemas;
- registro sistemático de observações e elaboração de tabelas;
- construção e/ou uso de material ilustrativo;
- construção de materiais e equipamentos simples e utilização deles;
- visitas e excursões;
- coleta e classificação de materiais;
- atividades que envolvam conteúdo em dramatizações, jogos, música, psicodrama, estórias, problemas abertos.

O professor, deverá trabalhar com as concepções dos alunos, sempre que possível, bem como discutirá com eles os antecedentes históricos do problema em questão: a produção, a apropriação e o controle dos conhecimentos em nível social e individual e ainda poderá relacionar o conteúdo estudado com outras disciplinas, por exemplo, história e geografia.

Ao final desta etapa os alunos deverão ser capazes de identificar as idéias que faltavam para a solução do problema. O importante nesta fase é que se organize o conhecimento.

A apresentação adequada do conteúdo didático aos alunos possibilitará a acomodação dos conhecimentos novos as estruturas mentais, favorecida pela vontade de conhecer, estabelecida pela crise criada no primeiro momento.

Acomodar conhecimentos novos às estruturas mentais implica tornar disponíveis à mente, conhecimentos antes não existentes, acarretando, em alguns casos, na superação de eventuais obstáculos epistemológicos. Estes conhecimentos novos apresentados adequadamente aos alunos, possibilitarão mudanças de paradigmas (os do conhecimento vulgar e do conhecimento científico correspondente) capazes de propiciar as soluções de problemas antes não possíveis de resolver.

3º Momento:

Após a compreensão do conceito apresentado, identificado pelo professor através das soluções apresentadas pelos grupos para o problema proposto, o professor apresentará vários problemas, questões, tarefas de pesquisa, e outros, que envolvam o conceito estudado. Sempre que possível o aluno deverá aplicar ou relacionar o problema em situações do dia-a-dia. Por exemplo, se estiverem estudando área, deverão ser capazes de, no final, calcular a área da sala, área do pátio... . Se estiverem estudando o cilindro, deverão ser capazes de relacionar a forma do cilindro com o formato do tronco da árvore, com o formato do dedo e outros.

Situações devem ser propostas, no sentido de os alunos extrapolarem o conceito para diversas situações diferentes, onde possa ser aplicado. Para verificar se os alunos superarão o obstáculo inicial, quando da apresentação e discussão do problema, o professor deverá constatar através de procedimentos variados, se são capazes de extrapolar a aplicação dos conteúdos do tema em diversas situações.

Após a acomodação dos raciocínios e informações novas às estruturas mentais, é necessária a sua fixação definitiva ao "acervo" de possibilidades da mente. Isto é conseguido mediante o exercitar destas novas aquisições, pelo enfrentamento de problemas e questões que envolvam os conceitos estruturantes existentes nos conteúdos didáticos apresentados no segundo momento. Com isto, sempre que surgirem situações envolvendo o conceito "fixado", elas serão assimiladas, por já existirem similares de raciocínio disponíveis na memória.

É fundamental que professores reflitam a respeito da avaliação. Penso que contratos de avaliação, debatidos com os alunos, podem ser adequados. Os debates com os alunos são no sentido de se buscar a conscientização de que há necessidade da avaliação, por ser uma oportunidade de os alunos organizarem os conhecimentos e também porque os conteúdos serão importantes para a vida futura deles.

As avaliações podem ser um momento alegre na classe, embora seja inevitável alguma tensão. Isto pode ser conseguido com jogos, palavras cruzadas, dramatizações, prova com "cola"..., mas que o apresentado pelo aluno fique registrado por escrito.

4º Momento:

Se após a verificação, constatar-se que os alunos não conseguem extrapolar os conceitos estudados para outras situações, o professor deverá reformular o problema inicial. Feito isto, apresentará novamente à classe, debatendo e encaminhando novos procedimentos para que o objetivo seja alcançado. Mas se o problema não foi mal formulado, é possível que as metodologias de ensino empregadas no segundo e terceiros momentos, não tivessem sido adequadas. Neste caso, deve-se reformular a metodologia e refazer os segundo e terceiro momentos. Após refazer estas etapas, nova avaliação deverá ser providenciada.

2. PLANEJAMENTO CENTRADO NO CONCEITO

Para aplicar a metodologia apresentada acima, é necessário que os conceitos existentes nos conteúdos sejam identificados para em seguida estabelecer-se planos de curso e/ou de aulas. Cada conteúdo tem os seus conceitos fundamentais mais ou menos explícitos que precisam ser identificados. No caso de área e perímetro, entendemos que a análise de palavras-chave, obtidas a partir das definições, auxilie na identificação dos conceitos envolvidos.

Para o plano de aulas para a aplicação que se propõe, as seguintes idéias de área e de perímetro foram selecionadas:

ÁREA:

I - Área é uma *relação* entre uma região limitada de superfície e um número, intermediada por uma *unidade de medida*.

II - Área é uma *quantidade* limitada de uma superfície.

III - A área de uma figura geométrica é a razão entre a *quantidade* de superfície limitada que ela representa e uma área tomada como referência (*área unitária*).

IV - Área é a *medida* de uma superfície.

PERÍMETRO:

I - Perímetro é a *medida* do contorno de uma figura.

Para desenvolver as aulas, de maneira que os alunos apreendam as idéias contidas nestes enunciados, supõe-se que as atividades descritas a seguir sejam adequadas;

a) É uma **relação** ⇒ se os alunos fizerem comparações (maior, menor) entre figuras de tamanhos diferentes, estarão estabelecendo relações e associando área a relações;

b) É uma **quantidade (medida)** ⇒ se os alunos fizerem contagens (medirem) quando as comparações forem feitas, estarão associando área a quantidade, número;

c) Quantidade referida à uma **área unitária** ⇒ se os alunos fizerem as medidas com figuras geométricas pequenas (por ex. quadradinhos), obtendo um número que estabeleça uma relação entre as figuras grande e a pequena, estarão associando a quantidade obtida (número) àquela área pequena, tomada para comparação (área unitária);

d) Intermediada por uma **unidade de medida** ⇒ se os alunos fizerem a medida de uma mesma figura geométrica, utilizando figuras pequenas (quadradinhos) de tamanhos diferentes, estarão associando área à unidade de medida, ou seja, números diferentes para quadradinhos de tamanhos diferentes. Para que os alunos não associem unidade de medida à forma da figura pequena, tomada como referência, podem-se utilizar figuras pequenas de mesma área, mas de formas diferentes (quadrados, retângulos ou triângulos), para medirem uma mesma figura, obtendo um mesmo número.

e) É a **medida** ⇒ se os alunos fizerem a contagem (medirem) de quantos segmentos de reta (lado do ladrilho ou da quadrícula), quantos passos, quantos pés, ..., cabem na linha que contorna a figura, então, por intermédio do número obtido, eles estarão associando a palavra perímetro ao ato de medir e à unidade de medida correspondente.

A questão da unidade de medida inclui a idéia de praticidade, ou seja, a decisão a ser tomada sobre o tamanho da unidade de medida, está relacionada com a finalidade da atividade desenvolvida, ou seja, não se vai medir o tamanho de uma sala de aulas, utilizando quadradinhos de um centímetro de lado, pois é muito trabalhoso e o número que se obtém é muito grande.

Ainda sobre a questão da unidade de medida, inclui-se aqui o estudo da **unidade padrão de medida** (centímetro, metro ...), como uma necessidade de as pessoas poderem se entender quanto ao tamanho das coisas em geral e em particular da área, tendo todas as pessoas o mesmo referencial.

As atividades apresentadas, na seqüência a seguir, procuram obedecer a uma ordem considerada natural, na medida em que se busca reproduzir, ao máximo possível, os fatos acontecidos nas suas origens, ou seja, de modo a reproduzir os descritos na história da ciência. Sabemos contudo que hoje a sociedade não é a mesma daquela época.

3. PRIMEIRO MOMENTO PEDAGÓGICO

Este primeiro momento tem por objetivo despertar no aluno a vontade de solucionar o problema. Como os alunos nesse momento não conseguirão solucionar o problema, estará criada a crise, incrustrado o obstáculo epistemológico, estabelecida a desequilibração.

Apresenta-se aos alunos um problema a ser resolvido com os recursos do conhecimento anterior. A dificuldade em solucionar o problema pode proporcionar aos alunos o que Piaget chama de desequilibração das estruturas cognitivas. Nestas condições, os alunos estarão aptos a receber informações que os ajudem a solucionar o problema. É desejável que o problema seja relacionado ao dia-a-dia dos alunos, o que despertaria maior interesse em encontrar a solução, já que seria significativo para eles, favorecendo o aprendizado.

Inicialmente poderá ser simulada em sala de aula a mesma situação dos egípcios ao terem que dividir a terra para cobrar impostos. Se somente colocar-se o problema dos egípcios em um papel para os alunos resolverem, esta situação poderá não ser significante , pois não está ligada à vida deles. Mas se for pedido aos alunos que dividam a sala, a fim de calcular a área para cobrar impostos, que eles serão os fiscais, a situação será significativa . Eles entrarão em ação.

Podemos nos inspirar no texto de Caraça (1984, p.32) para simular aproximadamente em sala com os alunos a situação que ocorreu no Egito.

> "Heródoto - o pai da História - historiador grego que viveu no século V antes de Cristo, ao fazer a história dos Egípcios no livro II (Euterpe) das suas Histórias, refere-se deste modo às origens da Geometria:"disseram-me que este rei (Sesóstris) tinha repartido todo o Egito entre os egípcios, e que tinha dado a cada um uma porção igual e retangular de terra, com a obrigação de pagar por certo tributo. Que se a porção de algum fosse diminuída pelo rio (Nilo), ele fosse procurar o rei e lhe expusesse o que tinha acontecido à sua terra. Que ao mesmo tempo o rei enviava medidores ao local e fazia medir a terra, a fim de

saber de quanto ela estava diminuída e de só fazer pagar o tributo conforme o que tivesse ficado de terra. Eu creio que foi daí que nasceu a Geometria e que depois ela passou aos gregos". Como se vê, as relações do indivíduo para com o Estado, com base na propriedade, impuseram cedo (Sesótris viveu provavelmente há perto de 4.000 anos) a necessidade da expressão numérica da medição (...)".

Com base no texto de Caraça, pode-se criar em aula uma situação-problema, que estimule os alunos a encontrar uma solução e sintam a necessidade de medir o perímetro e calcular a área.

Situações-problema:

Uma área de terra será dividida pelo governo e distribuída entre os cidadãos. A turma da sala será a comunidade que poderá ser beneficiada pela doação das terras.

Nesse momento o professor pode perguntar aos alunos:

- se eles gostariam de receber uma propriedade do governo.
- a alguns alunos: o que fariam na terra, caso a recebessem do governo e por quê.

A turma será organizada em oito grupos:

-cinco equipes de cinco alunos serão beneficiados pela doação;

-duas equipes de cinco alunos não serão beneficiados pela doação;

-uma equipe de cinco alunos, representando o governo (fiscais), encarregado de fazer a divisão das terras;

Resumo:

5 equipes de	5 alunos	25 alunos
2 equipes de	5 alunos	10 alunos
1 equipe de	5 alunos	5 alunos
	Total	40 alunos

Preparação da sala:

- As carteiras serão encostadas nas paredes, liberando o espaço central da sala;
- Os alunos ficarão encostados em volta da sala, deixando o espaço central livre;
- Os alunos (fiscais) farão as marcações no chão.

Divisão da terra: -

- Os cinco alunos fiscais receberão a tarefa de dividir a terra em cinco partes, a seu critério, para localizar as equipes grupos de beneficiados (ninguém deverá interferir na ação dos fiscais - enquanto eles dividem, ninguém deve falar);
- As cinco equipes deverão ocupar os espaços;
- Os dez alunos que não foram beneficiados deverão dizer o que eles acharam daquela divisão, tendo em vista que eles não foram beneficiados. Deverão dizer o que eles gostariam de que fosse feito, como as terras deveriam ter sido divididas.

Cercar as terras:

- As terras receberão um número de 1 a 5. Todos os alunos sairão da terra e ficarão ao lado da sala, de onde participarão das discussões a seguir.
- As terras deverão ser cercadas com fios de arame: para qual dos lotes será necessário mais arame para cercar?
- Esta questão será colocada em discussão. Os alunos vão apresentar uma solução: não poderá ser utilizada a régua.
- Após realizadas as medidas e encontradas a solução da questão formulada, discute-se qual foi a medida mais correta.
- O professor deverá anotar as medidas no quadro.

Valor das terras:

- Os cinco fiscais deverão cobrar os impostos com base no valor das propriedades. Deverão dizer quais terras valem mais, colocando as propriedades de 1 a 5.
- Esta questão do valor das terras será colocada em discussão com os alunos para ver se concordam ou não e por quê. Da discussão deverá sair um critério adequado para a cobrança dos impostos. O valor da terra com base no tamanho (área) deverá surgir e ser estimulado.
- Qual das terras tem mais valor? Por quê?
- Como saber qual das terras é a maior?
- Como devem ser cobrados os impostos?

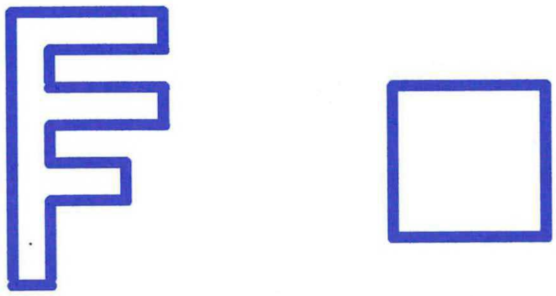
O professor pedirá aos alunos que pesquisem sobre o tema discutido, em bibliotecas, com os pais, especialistas e outros, fora do horário de aula. O professor poderá fornecer indicações, breves resumos ou notas históricas para os alunos consultarem. Na aula seguinte o assunto voltará a ser discutido.

4. SEGUNDO MOMENTO PEDAGÓGICO[1]

Nesta etapa o professor desenvolverá os conceitos, definições e relações sobre o tema problematizado. O importante nesta fase, é que se organize o conhecimento.

4.1. PARA SABER QUAL É O MAIOR É PRECISO MEDIR (fazer contagem)

1 - Fornece-se a cada aluno uma folha contendo dois desenhos com formas diferentes. Faz-se a pergunta: qual figura é a maior?



1.1 1.2

Há uma tendência (ver teste no cap. IV) de os alunos responderem que é maior aquela que ocupa maior espaço no papel, ou seja, a figura 1.1, o que é um erro, já que a figura mais compacta (1.2) é maior.

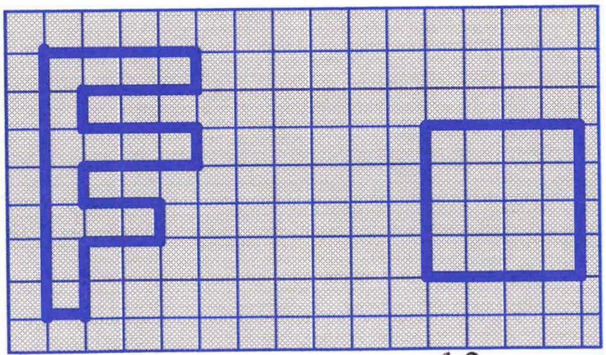
[1] Durante o desenvolvimento do segundo momento pedagógico, na dissertação, serão mantidos exemplos de atividades correspondentes ao terceiro momento, para possibilitar as observações.

O item 2 é apresentado aos alunos para que eles sejam levados a perceber que, para encontrar a solução (qual o maior), têm que medir (contar). Neste caso, ou no caso de o professor apresentar teoria aos alunos, ocorrerá o que Piaget chama de acomodação das informações novas às estruturas cognitivas, que, uma vez acomodadas (compreendidas), servirão de base às assimilações que advirão com as aplicações destes conhecimentos novos a outras situações. Quando a figura com o quadriculado é apresentada aos alunos, eles encontram a solução (ver teste no cap. IV) com muito mais facilidade do que sem o quadriculado, este fato foi constatado pelo levantamento de dados, ocorre uma indução à contagem. Isto mostra que esta seqüência é um caminho natural.

Supomos que trabalhar o conceito de área com quadrículas, isto é, com ladrilhamento é o caminho mais natural, pois ocorreu desta forma na História da Ciência. Hogben (1970, p.67) relata que " há razões para crer que uma das primeiras descobertas sobre área foi feita, quando se começou a pavimentar assoalhos com ladrilhos quadrados".

2 - Apresenta-se a mesma figura, mas agora quadriculada. Pergunta-se: qual é a maior? Por quê?

A resposta deverá ser dada por contagem dos quadradinhos e comparação das quantidades.



1.1 1.2

3[1] - Colocam-se em seguida figuras irregulares desenhadas em papel não quadriculado, que ocupem bastante espaço do papel (como no caso do "F"), para serem comparadas com outras, mais compactas, que ocupem menos espaço no papel, duas a duas.

- Quais são as menores? (ou maiores)

Antes que o professor forneça recursos para a solução das proposições, os alunos devem apresentar suas dúvidas, já que, num primeiro momento, não dispõem do quadriculado. Os alunos poderão querer desenhar o quadriculado sobre as figuras, o que deverá ser incentivado. Após algumas manifestações ou iniciativas dos alunos, o professor poderá fornecer papel vegetal (transparente) quadriculado, para que os alunos, colocando sobre as figuras, possam fazer as contagens e responder à questão.

4 - Fornecer aos alunos vários "F", "M" (figuras irregulares) desenhados em papel e ladrilhos quadrados (pode ser de papel cartão). Fornecem-se somente as figuras e os ladrilhos e pergunta-se qual das figuras é maior ou menor.

Neste caso, como no do item 3, os alunos são levados a fazer ladrilhagem para poderem contar. Como os ladrilhos são fornecidos, todos do mesmo tamanho, a unidade de medida fica em segundo plano, isto é, não chama a atenção dos alunos, nesse momento.

5 - Coloca-se no piso da sala de aulas, duas figuras geométricas grandes com formatos diferentes, desenhadas em papel kraft e faz-se a pergunta: qual das figuras é maior? Por quê?

O professor fornece os ladrilhos (mesmo tamanho) com os tamanhos adequados aos desenhos e escolhe dois alunos para fazerem o ladrilhamento. Em volta, os demais alunos ficam observando e após a obtenção das quantidades de ladrilhos em cada desenho, responderão à pergunta formulada.

A resposta deve ser: "esta figura é a maior porque nela cabem mais ladrilhos". Se a resposta não for dada completamente, os alunos tenderão a responder apenas que nesta figura ou naquela cabem mais ladrilhos, e a questão do tamanho (área) ficará em segundo plano. A

---

[1] As aplicações de números 3, 4 e 5 se referem ao terceiro momento-pedagógico.

resposta "esta figura é a maior" é a parte essencial, a parte da resposta "porque cabem mais ladrilhos" é acessória, apenas base para que a resposta seja dada. Para isto o professor deverá formular adequadamente a pergunta e repeti-la se necessário: "qual é a maior?". Isto porque os alunos tenderão a ficar absorvidos com as operações de ladrilhar e contar, que parecerá a eles o mais importante.

A questão parece fundamental e pode ser a causa de deficiências no ensino, ou seja, geralmente o professor enfatiza o meio, deixando a finalidade em segundo plano. As operações de contar, de multiplicar ... , são técnicas que deverão ter uma utilidade prática, não um fim em si mesmas. O conhecimento deve ser utilizado para o bem-estar da humanidade, para que soluções sejam encontradas.

Acredita-se que a esta altura os alunos já terão feito a associação entre superfície e número, faltando ainda fazer a associação com a unidade de medida.

O ladrilhamento, assim como o quadriculado, são úteis para se trabalhar a idéia de relação. Quando se faz a medida de uma figura plana com um quadradinho, estabelece-se, através do número, uma relação entre a figura que se quer medir e o quadradinho.

4.2. CONCEITO DE UNIDADE DE MEDIDA

6 - Para que os alunos tenham a atenção despertada para a unidade de medida, o professor distribui aos alunos desenhos de figuras geométricas iguais. Para metade deles distribuem-se ladrilhos de um tamanho e para a outra metade, de outro tamanho, e pede-se para que façam a ladrilhagem e a contagem. Solicitam-se respostas para alguns alunos, "constatam--se" números diferentes e pergunta-se então: se todas as figuras são do mesmo tamanho, por que os números são diferentes?

Enfatiza-se neste momento que as figuras têm o mesmo tamanho, mas os números obtidos são diferentes. Com isto, o número que se obtém ao medir o tamanho de uma figura depende do tamanho do ladrilho utilizado para medir.

7[1] - Colocam-se no piso da sala de aulas duas figuras geométricas grandes, com formatos e tamanhos iguais, desenhadas em papel kraft, fornecem-se ladrilhos quadrados de dois tamanhos diferentes a dois alunos respectivamente e solicita-se que façam a ladrilhagem,

[1] Terceiro momento pedagógico.

enquanto os demais alunos assistem ao lado. Pergunta-se: se as duas figuras são iguais, por que os números são diferentes?

4.3. A UNIDADE DE MEDIDA DE ÁREA NÃO TEM FORMA QUADRADA

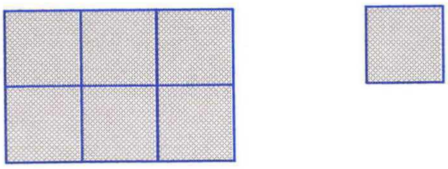
Há uma tendência em se relacionar a unidade de área com a figura quadrada, já que as unidades- padrão são dadas em metros quadrados, centímetros quadrados e outros, cuja situação pode levar a confusões no entendimento do significado de área. Para desvincular a unidade de medida de área da forma quadrada, algumas medidas de área de figuras geométricas podem ser feitas com ladrilhos de formas diferentes.

8 - Distribui-se uma figura retangular e ladrilhos quadrados aos alunos e pede-se que façam a ladrilhagem e a contagem. Anota-se. Depois, tomam-se os ladrilhos quadrados e recortam-se ao meio, formando, para cada ladrilho quadrado, dois retângulos. Nesta etapa, cada ladrilho passa a ter metade da área do anterior. Colam-se as metades lado a lado, com fita adesiva, formando um ladrilho longo, de mesmo tamanho (mesma área) que os quadrados de origem.

Mostrando aos alunos um ladrilho quadrado e um retangular obtido, pode-se perguntar: qual é o maior, o ladrilho quadrado ou o retangular? Por quê?

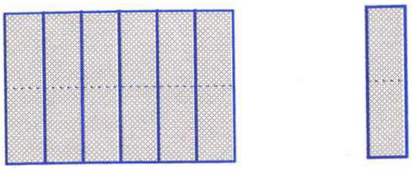
Pede-se aos alunos que façam a ladrilhagem e a contagem com os ladrilhos retangulares longos e quadrados. As perguntas podem ser: Com qual ladrilho o número obtido foi maior, com o ladrilho de forma quadrada ou de forma retangular? Por quê?

a) ladrilhos quadrados $\Rightarrow$ n ladrilhos quadrados para preencher a figura;



$n = 6$

b) ladrilhos retangulares obtidos de recorte ao meio dos ladrilhos quadrados e posterior recolagem, formando ladrilhos retangulares longos $\Rightarrow$ n ladrilhos retangulares para preencher a figura.



$n = 6$

Após as ladrilhagens e contagens dos ladrilhos com as duas formas diferentes pode-se fazer a seguinte pergunta: qual é o tamanho da figura geométrica? A resposta não poderá ser apenas "6", os alunos devem ser estimulados a responder "6 ladrilhos iguais a este" (mostrando, seja o ladrilho quadrado ou o retangular).

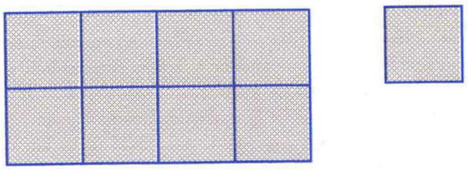
Neste momento, após os alunos serem capazes de responder que o tamanho da figura é "6 ladrilhos iguais a este", pode-se introduzir a palavra área. Repete-se a pergunta: ***qual é a área da figura*****? E os alunos deverão responder "é de 6 ladrilhos iguais a este".**

Se os alunos não forem capazes de responder à pergunta formulada acima, a palavra "área" não poderá ser ainda introduzida. A pergunta deverá ser repetida após as aplicações a seguir, até que os alunos respondam adequadamente.

09[1] - Distribui-se uma figura retangular e ladrilhos quadrados aos alunos e pede-se para que façam a ladrilhagem e a contagem. Anota-se. Depois, tomam-se os ladrilhos quadrados e recortam-se ao meio, pela diagonal, formando, para cada ladrilho quadrado, dois triângulos. Nesta etapa, cada ladrilho passa a ter metade da área do anterior. Colam-se as metades lado a lado, com fita adesiva, formando um ladrilho triangular, de mesmo tamanho (mesma área) que os quadrados de origem. Mostrando aos alunos um ladrilho quadrado e um triangular obtido, pode-se perguntar: qual é o maior, o ladrilho triangular ou o retangular? Por quê?

Pede-se aos alunos que façam a ladrilhagem e a contagem com os ladrilhos triangulares. As perguntas podem ser: Com qual ladrilho o número obtido foi maior, com o ladrilho com forma quadrada ou com o de forma triangular? Por quê?

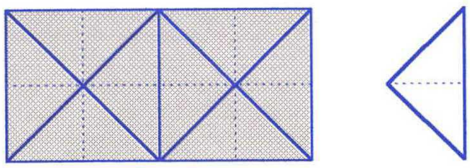
a) ladrilhos quadrados $\Rightarrow$ n ladrilhos quadrados para preencher a figura;



$n = 8$

[1] Terceiro momento pedagógico.

b) ladrilhos triangulares, obtidos de recorte ao meio dos ladrilhos quadrados, pela diagonal, e posterior recolagem, formando ladrilhos triangulares $\Rightarrow$ n ladrilhos triangulares para preencher a figura.



$n = 8$

Após as ladrilhagens e contagens dos ladrilhos com as duas formas diferentes, pode-se repetir a pergunta formulada na aplicação anterior: qual é o tamanho da figura geométrica? A resposta não poderá ser apenas "8", os alunos devem ser estimulados a responder "8 ladrilhos iguais a este" (mostrando, seja o ladrilho quadrado ou triangular).

Caso os alunos não tenham respondido à pergunta formulada na aplicação anterior, repete-se a pergunta: *qual é a área da figura?* **E os alunos deverão responder "é de 8 ladrilhos iguais a este".**

Se os alunos não forem capazes de responder à pergunta formulada acima, a palavra "área" ainda não poderá ser introduzida, repetindo-se a pergunta em outras oportunidades a seguir. Pode-se comentar com os alunos que, se o tamanho do ladrilho não se modificar, a sua forma não influi na quantidade que cabe em uma figura geométrica.

4.4. MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS DAS UNIDADES DE MEDIDAS

Uma figura de mesmo tamanho pode ser expressa por números diferentes, motivado por unidades de medidas diferentes. Esta relação entre o número e a unidade de medida precisa ser apreendida pelos alunos, para apreender o conceito de área.

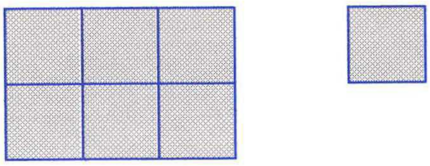
10 - Distribui-se uma figura geométrica retangular e ladrilhos quadrados aos alunos e pede-se para que façam a ladrilhagem e a contagem (meçam a área). Anota-se. Depois, tomam-se os ladrilhos quadrados e recortam-se ao meio, formando retângulos. Após, recortam-se os retângulos ao meio, formando quadrados com os lados, tendo a metade dos lados do quadrado inicial. Mostra-se um ladrilho grande e um recortado aos alunos. Pode-se

perguntar: qual dos dois é maior, o primeiro (o original) ou o segundo (o recortado)? Quantos quadradinhos cabem dentro do quadradão? Quantas vezes o lado do quadradão é maior do que o lado do quadradinho?

Pede-se aos alunos que façam a ladrilhagem e a contagem (meçam a área) com os quadrados recortados. Anota-se. As perguntas podem ser: com qual ladrilho o número obtido foi maior, com o ladrilhão ou com o quadradinho? Quantas vezes o número obtido com o quadradinho foi maior que o obtido com o quadradão?

a) primeira etapa: ladrilhagem e contagem

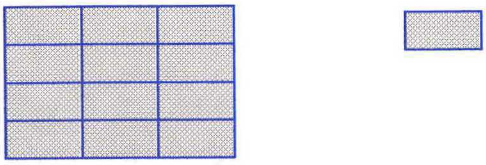
- ladrilhos quadrados $\Rightarrow$ n ladrilhos quadrados para preencher a figura;



$n = 6$ unidades

b) segunda etapa: recorte dos ladrilhos quadrados ao meio, ladrilhagem e contagem

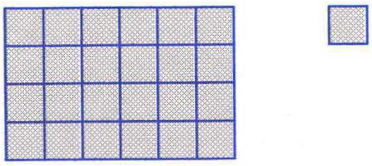
- ladrilhos quadrados $\Rightarrow n \times 2^1 = 6 \times 2 = 12$ ladrilhos quadrados para preencher a figura;



$n = 12$ unidades

c) terceira etapa: recorte dos retângulos, formando ladrilhos quadradinhos

- ladrilhos quadrinhos $\Rightarrow n \times 2^2 = 6 \times 4 = 24$ ladrilhos para preencher a figura.



$n = 24$ unidades

Pode-se verificar com os alunos que, enquanto o tamanho de um lado do ladrilho diminui pela metade, o número de ladrilhos aumenta duas vezes e, quando os dois lados diminuem pela metade, o número de ladrilhos aumenta ao quadrado. Esta atividade pode ser repetida, aumentando a número de divisões no tamanho do lado.

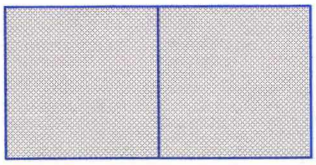
11 - Distribui-se uma figura geométrica retangular e ladrilhos quadrados aos alunos e pede-se para que façam a ladrilhagem e a contagem. Anota-se. Depois, tomam-se os ladrilhos e recortam-se ao meio, formando retângulos e em seguida ao meio novamente, formando quadradinhos de lado a metade do anterior.Pede-se aos alunos para fazerem a ladrilhagem e a contagem. Anota-se. Após, novo recorte destes quadradinhos em quadrados de lado a metade destes. Pede-se para que façam nova ladrilhagem e nova contagem. Anota-se.

Tendo-se os três tamanhos de ladrilhos e as três contagens, pode-se perguntar:

- Se o tamanho dos lados do ladrilho diminuem pela metade, quantos ladrilhos cabem agora na figura?
- Se o último quadradinho for recortado mais uma vez, quantos quadradinhos caberão na figura geométrica?

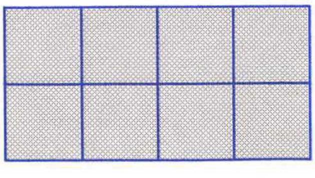
a) primeira etapa: ladrilhagem e contagem

- ladrilhos quadrados $\Rightarrow$ n ladrilhos quadrados para preencher a figura;

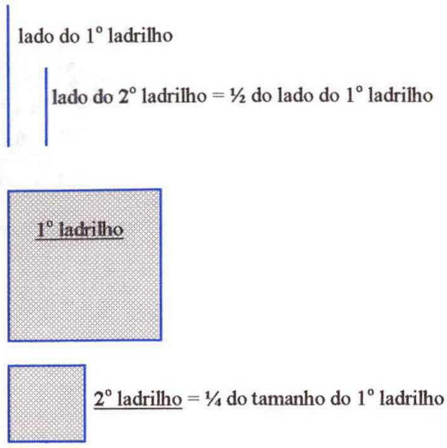


$n = 2$ ladrilhos

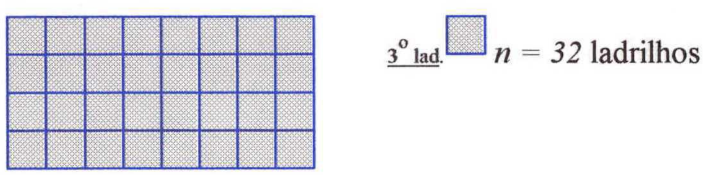
b) segunda etapa: recorte dos ladrilhos quadrados em ladrilhos quadrados com lado a metade do anterior ($n = 2x2^2 = 2x4 = 8$ ladrilhos)

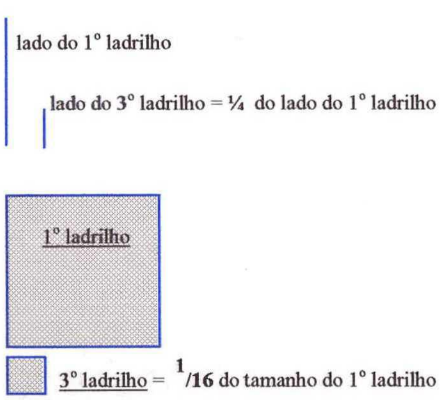


. $n = 8$ ladrilhos



c) terceira etapa: recorte dos ladrilhos anteriores em ladrilhos quadrados com lados a metade do anterior ($n = 2\text{x}2^4 = 2\text{x}16 = 32$ ladrilhos).





Com os resultados das ladrilhagens, uma tabela pode ser preenchida, conforme os resultados obtidos:

LADRILHOS	*1º ladrilho*	*2º ladrilho*	*3º ladrilho*	*4º ladrilho*
Os lados do ladrilho foram divididos por	1	2	4	a
O tamanho dos ladrilhos foi dividido por	1	4	16	$a\text{x}a$
Quantidade de ladrilhos que cabem na figura	2	8	32	$2\text{x}a\text{x}a$

Em vista dos resultados da tabela, pode-se perguntar aos alunos:

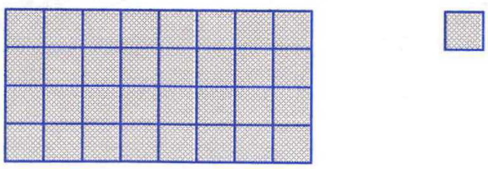
- por quanto será dividido o tamanho do ladrilho, se o lado dele foi dividido por oito (8)? Neste caso, quantos ladrilhos caberão na figura?
- por quanto será dividido o tamanho do ladrilho, se o lado dele foi dividido por três (3) ? Neste caso, quantos ladrilhos caberão na figura?
- por quanto será dividido o tamanho do ladrilho, se o lado dele for dividido por um número qualquer (a). Neste caso, quantos ladrilhos caberão na figura?

Estes raciocínios não são simples para os alunos de 4ª série de 1º grau, já que se trata de abstrações. Com isto, convém que se repitam as operações em sentido inverso, ou seja em vez de dividir os tamanhos dos lados, que se multipliquem os seus tamanhos.

12 - Distribui-se uma figura geométrica retangular e ladrilhos quadrados aos alunos e pede-se para que façam a ladrilhagem e a contagem. Anota-se. Depois, fornecem-se ladrilhos com lados o dobro do tamanho dos anteriores. Pergunta-se aos alunos: quantos ladrilhos pequenos cabem no ladrilho grande? Quantas vezes o lado do ladrilho grande é maior do que o lado do ladrilho pequeno?

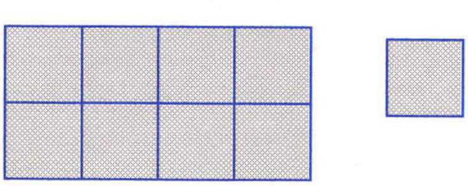
Em seguida, pede-se aos alunos que façam o ladrilhamento e a contagem da figura geométrica. Anota-se. Após, fornecem-se ladrilhos com os lados o dobro do tamanho dos anteriores e quatro vezes o tamanho do lado do primeiro. Pergunta-se aos alunos: quantos ladrilhos pequeninos cabem no ladrilho anterior? Quantas vezes o ladrilho anterior é maior do que o pequenino? Quantos ladrilhos pequeninos cabem no primeiro ladrilho? Quantas vezes o primeiro ladrilho é maior do que o pequenino?

a) primeira etapa: ladrilhagem e contagem

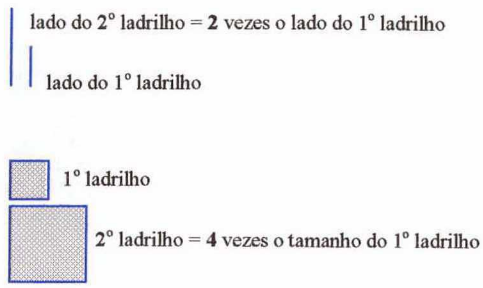


$n = 32$ ladrilhos

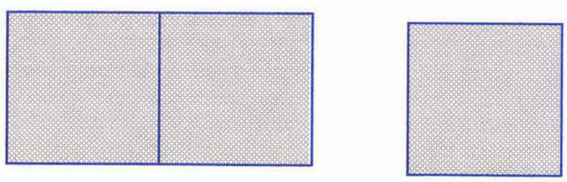
b) segunda etapa: ladrilhagem e contagem com ladrilho de lado o dobro do anterior



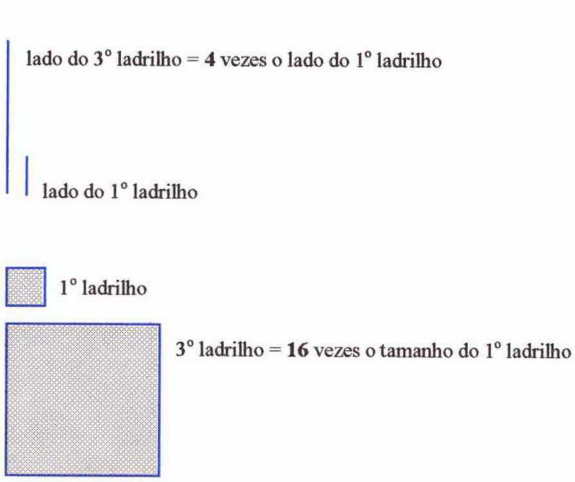
$n = 8$ ladrilhos



c) terceira etapa: ladrilhagem e contagem com ladrilho de lado quatro vezes o tamanho do lado do primeiro



$n = 2$ ladrilhos



Com os resultados das ladrilhagens, uma tabela pode ser preenchida, conforme os resultados forem sendo obtidos:

LADRILHOS	*1° ladrilho*	*2° ladrilho*	*3° ladrilho*	*4° ladrilho*
Os lados do ladrilho foram multiplicados por	1	2	4	a
O tamanho dos ladrilhos foi multiplicado por	1	4	16	$a \times a$
Quantidade de ladrilhos que cabem na figura	32	8	2	$32 \div (a \times a)$

Em vista dos resultados da tabela, pode-se perguntar aos alunos:

- por quanto será multiplicado o tamanho do ladrilho, se o lado dele for multiplicado por oito (8) ? Neste caso, quantos ladrilhos caberão na figura?

- por quanto será multiplicado o tamanho do ladrilho, se o lado dele for multiplicado por três (3) ? Neste caso, quantos ladrilhos caberão na figura?
- por quanto será multiplicado o tamanho do ladrilho, se o lado dele for multiplicado por um número qualquer (a) ? Neste caso, quantos ladrilhos caberão na figura?

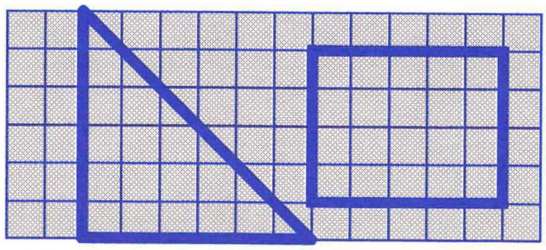
Então a questão tem um número como resposta, mas só o número não basta, tem que estar vinculado a uma unidade de medida. Neste caso a unidade de medida é o quadradinho.

Ao se medir figuras geométricas de mesmo tamanho com unidades de medidas diferentes, tem-se número diferentes, mas a área será sempre a mesma - a área pode estar associada a números diferentes quando as unidades de medidas são diferentes.

4.5. RECONFIGURAÇÃO - A ÁREA INDEPENDE DA FORMA DA FIGURA

Quanto ao fato de que figuras de formas diferentes podem ter a mesma área, o tipo de aplicações que seguem facilitam a apreensão do conceito pois, transformando-se em um jogo, pode despertar um interesse adicional nas crianças.

13[1] - Fornecer aos alunos um triângulo e um quadrado, desenhados em papel quadriculado. Pode-se perguntar: qual das figuras é maior? (qual tem maior área?)

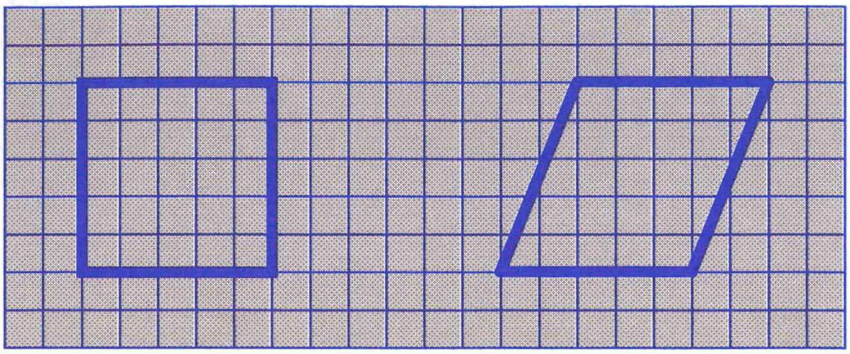


Para encontrar a resposta os alunos terão que reconfigurar o triângulo, transformando-o em retângulo ou uma decisão semelhante. O professor poderá solicitar aos alunos, acertadores da resposta, que expliquem aos outros, como foi que fizeram.

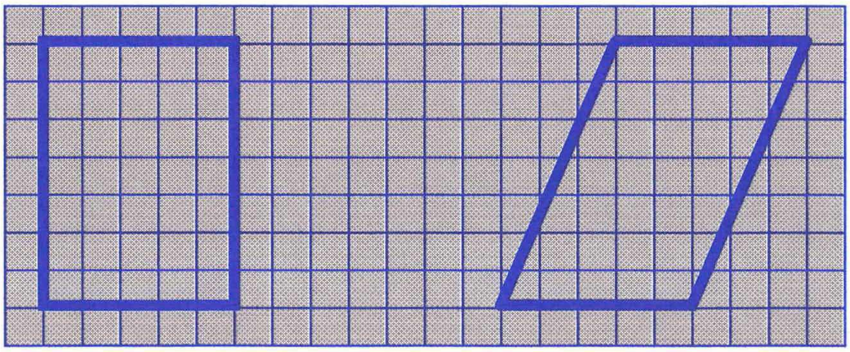
Aqui **entra o princípio de conservação de área. Quando os alunos perceberem que de dois triângulos se forma um quadrado, terão entendido que o tamanho não está vinculado à forma**. Pode-se modificar a forma de uma figura, conservando-lhe o tamanho.

[1] As aplicações de números 14 e 15, que tratam do assunto dado na questão 13, fazem parte do terceiro momento pedagógico.

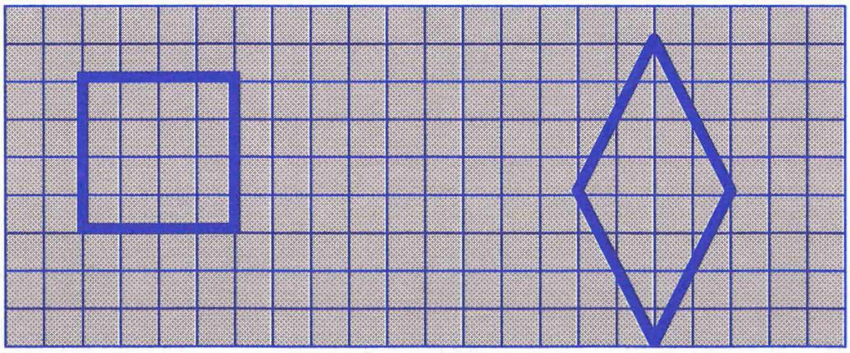
14 - Qual das figuras é a maior? Mostre no desenho.a) O quadrado e o paralelogramo:



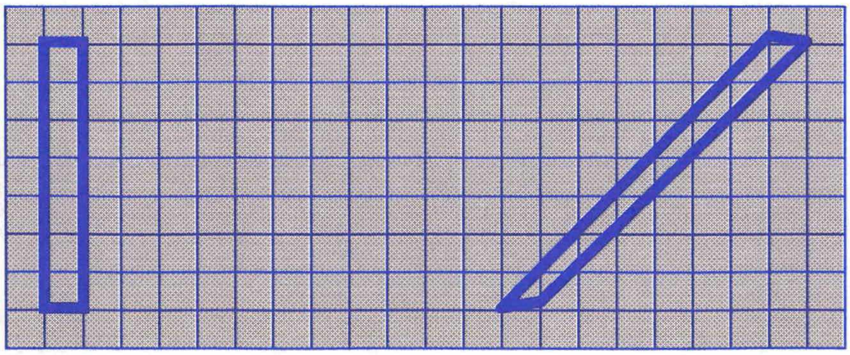
b) O retângulo e o paralelogramo:



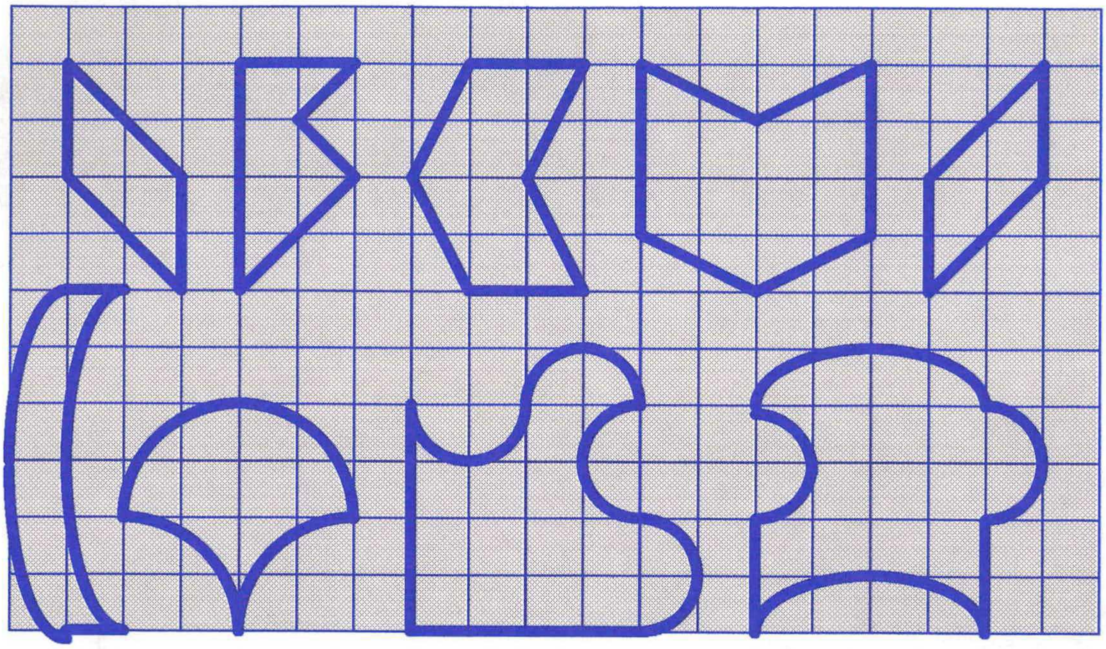
c) O quadrado e o losango:



d) O retângulo e o paralelogramo:



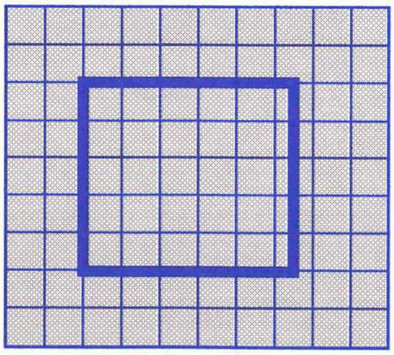
15 - Fornecer aos alunos, em seguida, várias reconfigurações a serem feitas.



4.6. MEDIDAS FRACIONÁRIAS DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

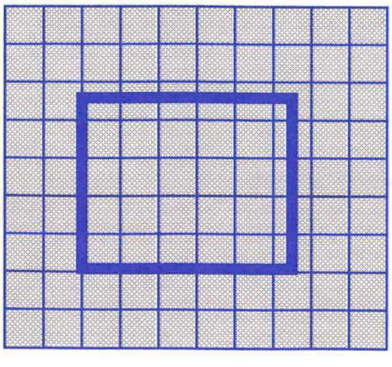
16 - As figuras que se precisa para determinar áreas nem sempre podem ser medidas inteiras dos lados.

a) Quantos quadradinhos cabem nas figuras?



Por cálculo:
Quantidade = 5x5,5 = 27,5 quadradinhos;

Por contagem de quadradinhos:
25 inteiros + 5 metades =
= 25 + 2 inteiros + 1 metade =
Total = 27 + ½ = 27 + 0,5 = 27,5 quadradinhos



Por cálculo:
Quantidade = 4,5x5,5 = 24,75 quadradinhos

Por contagem de quadradinhos:
20 inteiros + 9 metades + 1 metade de metade
20 + 4 inteiros + 1 metade + 1 metade de metade
Total = 24 + ½ + ¼ = 24 + 0,5 + 0,25 = 24,75

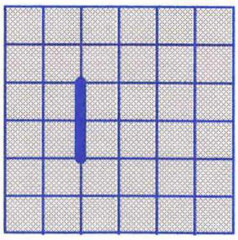
4.7. APLICAÇÕES DOS CONCEITO JÁ APREENDIDOS, EM AGRIMENSURA

Na história da ciência, encontram-se situações que nesta fase do curso podem ser solicitadas aos alunos como sendo casos reais e relevantes. Barker (1969 ,p.5) mostra como os agrimensores egípcios resolviam algumas questões de remarcações de terrenos após as enchentes do Nilo.

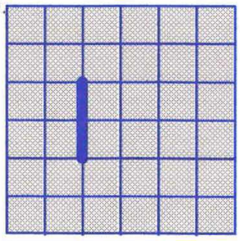
17 - Às margens do rio Nilo, no Egito antigo, plantava-se em terrenos distribuídos pelo governo, mas, todo ano, no período das cheias as marcas dos terrenos podiam se perder e era necessário refazer as marcações. Segundo Barker (1969, pp.27-8) "a questão era refazer os limites com base em informações parciais; conhecida a forma do terreno, tratava-se, por exemplo, de reconstruir os lados restantes, se um deles se havia preservado. Em outras ocasiões, destruídas por completo as fronteiras, tratava-se de refazê-las de modo a demarcar o desejado número de propriedades, conservando as áreas relativas que possuíam no passado".

A seguir, são apresentadas algumas situações que ocorriam, quando os proprietários solicitavam aos agrimensores do governo fazerem as remarcações. Supondo que você seja um agrimensor do Egito antigo e precisa resolver o problema, encontre a solução, sabendo que as áreas dos terrenos deverão ser mantidas as mesmas de antes da enchente.

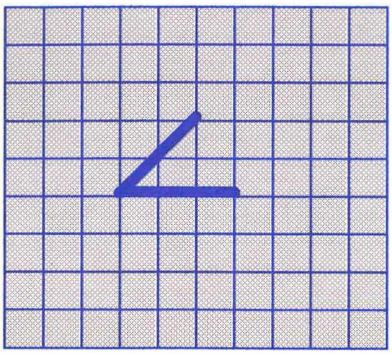
a) Do terreno quadrado de área = 4, após a enchente restou apenas um lado, recomponha o terreno (faça o desenho com as medidas corretas).



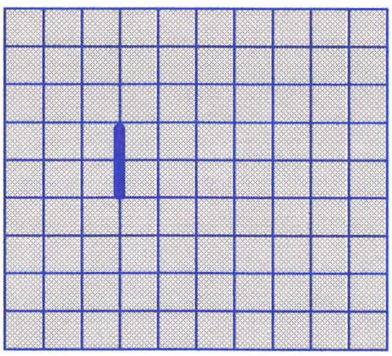
b) Do terreno retangular de área = 6, restou apenas um lado, recomponha o terreno (faça o desenho).



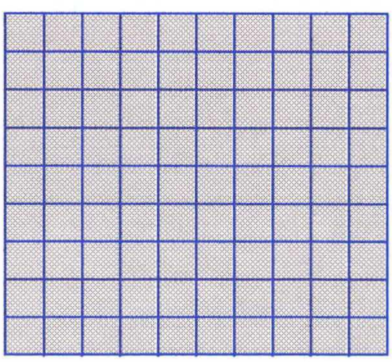
c) Do terreno com forma de paralelogramo de área = 6 restaram apenas dois lados, recomponha o terreno, de modo que a área permaneça a mesma (faça o desenho).



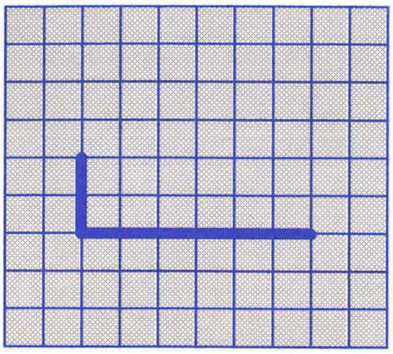
d) Do terreno com forma de triângulo retângulo de área = 4 restou somente um lado, recomponha o terreno, de modo que a área permaneça a mesma (faça o desenho).



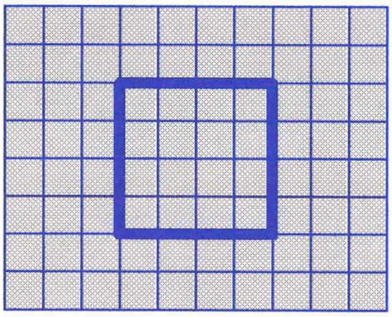
e) Do terreno com forma quadrada de área = 9 nada restou após a enchente. Faça a marcação do terreno (o desenho).



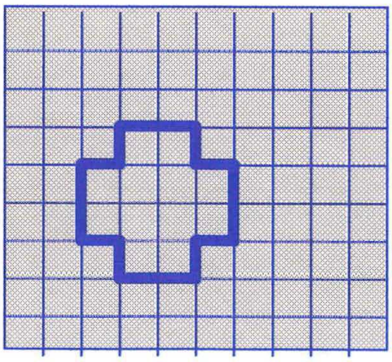
18[1] - Tendo-se disponível um terreno retangular, precisa-se demarcar lotes retangulares com área=3 cada um. Desenhe os lotes no terreno abaixo.

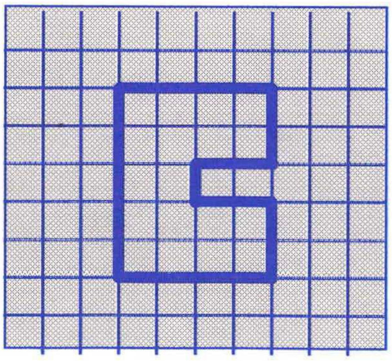


19 - Tendo-se disponível um terreno retangular, como no desenho abaixo, precisa-se demarcar lotes com área = 2 cada um. Desenhe os lotes no terreno.



20 - Tendo disponível um terreno, como no desenho abaixo, precisa-se demarcar lotes com área = 3 cada um. Desenhe os lotes no terreno.



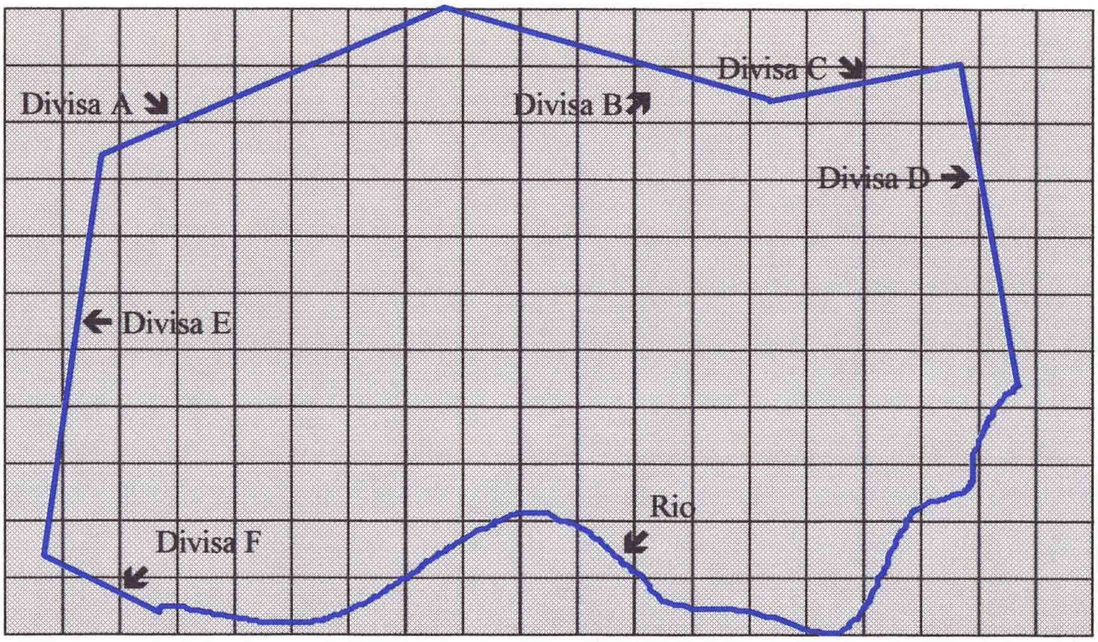


[1] As aplicações de números 18, 19 e 20 tratam de terceiro momento pedagógico.

4.8. DETERMINACÃO DE ÁREAS DE FIGURAS IRREGULARES

Neste ponto das aulas, os alunos já terão condições de determinar áreas de figuras irregulares, tendo em vista que as idéias mais complexas já serão conhecidas dos alunos, o que permite avançar para o conceito de aproximação.

21 - Precisa-se determinar a área do terreno abaixo. Faça duas determinações: uma contando os quadradinhos inteiros que estão dentro da figura; outra contando os quadradinhos inteiros que cobrem inteiramente a figura.



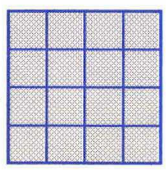
Supondo que este seja o desenho de uma propriedade rural, uma fazenda, com um rio como divisa. É preciso saber o tamanho da fazenda. Qual tamanho é o mais correto, os quadradinhos internos ou os que cobrem inteiramente a figura? Por quê? Qual é a maneira mais correta de medir o tamanho desta fazenda?

4.9 CÁLCULO DE ÁREAS DE FIGURAS RETANGULARES - FÓRMULAS

22 - Através de retângulos quadriculados de diferentes tamanhos, procura-se levar os alunos a descobrirem a relação entre as quantidades de linhas e de colunas de quadrículas e a quantidade total de quadrículas:

a) Dada a figura abaixo responda:

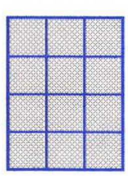
- quantas colunas de quadradinhos existem;...→ 4
- quantas linhas de quadradinhos existem; .....→ 4
- quantos quadradinhos existem?...................→ 16

4 

4

b) Dada a figura abaixo responda:

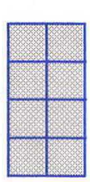
- quantas colunas de quadradinhos existem;...→ 3
- quantas linhas de quadradinhos existem; .....→ 4
- quantos quadradinhos existem?...................→ 12

4 

3

c) dada a figura abaixo responda:

- quantas colunas de quadradinhos existem;...→ 2
- quantas linhas de quadradinhos existem; .....→ 4
- quantos quadradinhos existem?...................→ 8

4 

2

d) dado um retângulo com:

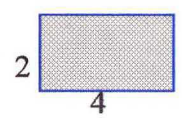
- quantidade de colunas de quadradinhos ....→ 4
- quantidade de linhas de quadradinhos.............→ 3

Responda:

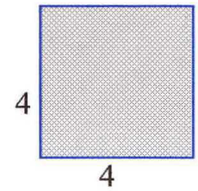
- quantos quadradinhos existem no retângulo?...→ ....
- desenhe o retângulo.

23 - Para eliminar o quadradinho dos cálculos, seguem exemplos que deixam subentendidos que os quadradinhos existentes.

a) Quantos quadradinhos cabem no retângulo? Faça o quadriculado.



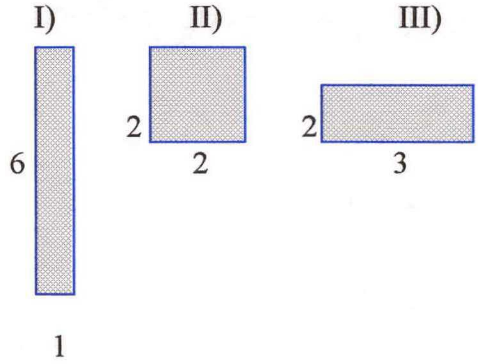
b) Quantos quadradinhos cabem no quadrado? Faça o quadriculado.



24 - O aluno deverá fazer o cálculo da quantidade de quadrículas (ou cálculo da área, só não convém pedir área, porque falta como dizer qual é a unidade de área):

a) Qual da duas figuras é maior? Por quê?

b) Destaque as figuras de mesmo tamanho:



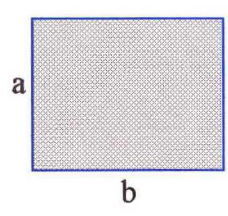
Percebemos na citação abaixo de Hogben como é estabelecida a ponte entre a matemática e a gramática:

> Quando se utilizam letras para representar números abstratos e coletivos no enunciado de regras matemáticas (...) costuma-se indicar a multiplicação colocando lado a lado os números a multiplicar (...) por exemplo, a frase numeral a (b+c) quer dizer que o *a* deve ser multiplicado pela soma de *b* com *c*. Deste modo, 3 (5+2) significa 21, isto é, 3 x 7. (...) a regra do cálculo de área ... a x b = S (...) é uma frase, ou sentença matemática. As frases matemáticas se chamam equações. Uma equação nada mais é que uma frase completa em linguagem de grandezas (...) S, *a* e *b* são substantivos. Os sinais X e + são verbos numerais (...) todas as frases contêm o infinitivo do verbo "obter" que no alfabeto matemático se escreve = (...) A tradução completa e literal da sentença matemática a x b =S seria a seguinte: "o comprimento deve ser multiplicado pela largura para se obter a área". (...) "Devemos a G. K. Ogden (...) o estabelecimento de uma verdadeira ponte entre gramática e a matemática" (Hogben, 1970, pp.89-90).

Abaixo, verificamos exemplo de como o número é substituído por letras.

25 - Indique como deve ser calculada a quantidade de quadradinhos da figura:

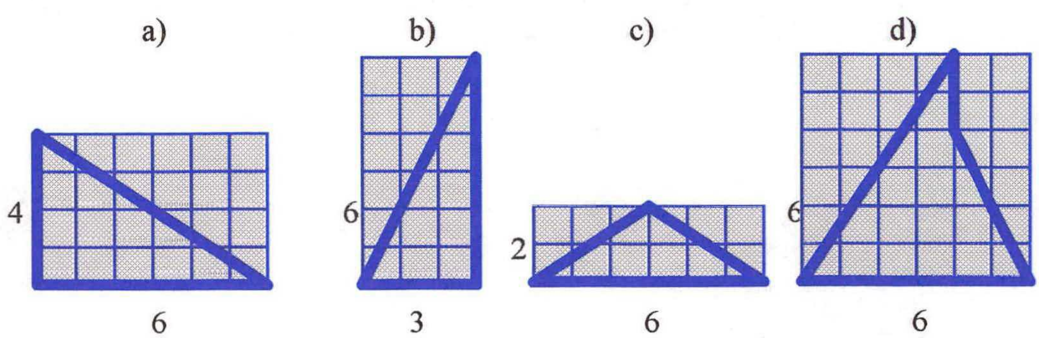
(Neste caso pode-se dizer: como calcular a **área** da figura?)

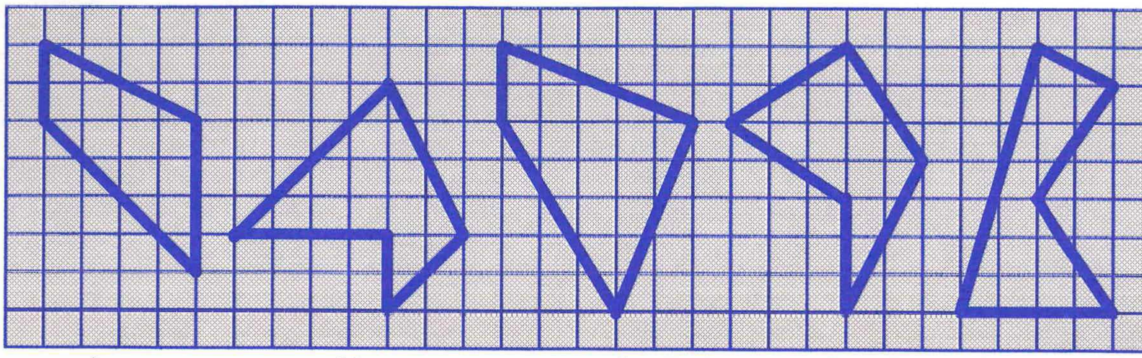


Quantidade de quadradinhos = ...
Área = ...

Para o cálculo da área de triângulos, convém utilizar o retângulo. Para isto, desenha-se o triângulo como sendo um ou mais retângulos divididos pela diagonal.

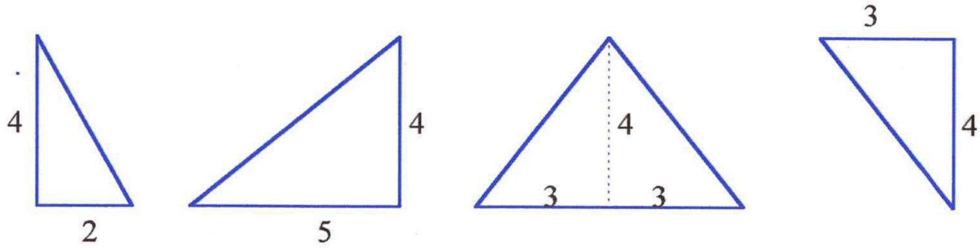
26 - Qual o tamanho das figuras abaixo? (quantos quadradinhos cabem dentro da figura?)





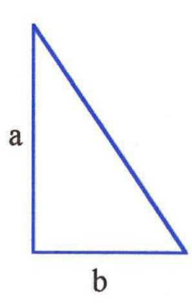
a) b) c) d) e)

27 - Quantos quadradinhos cabem nos triângulos?



28 - Indique como deve ser calculada a quantidade de quadradinhos da figura:

(Neste caso pode-se dizer: como calcular a **área** da figura?)



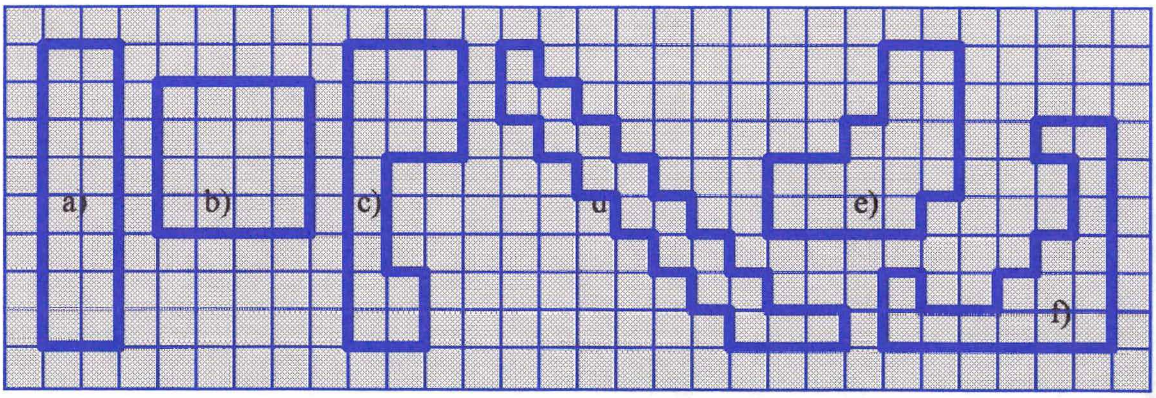
Quantidade de quadradinhos = ...

Área = ...

4.10 PERÍMETRO

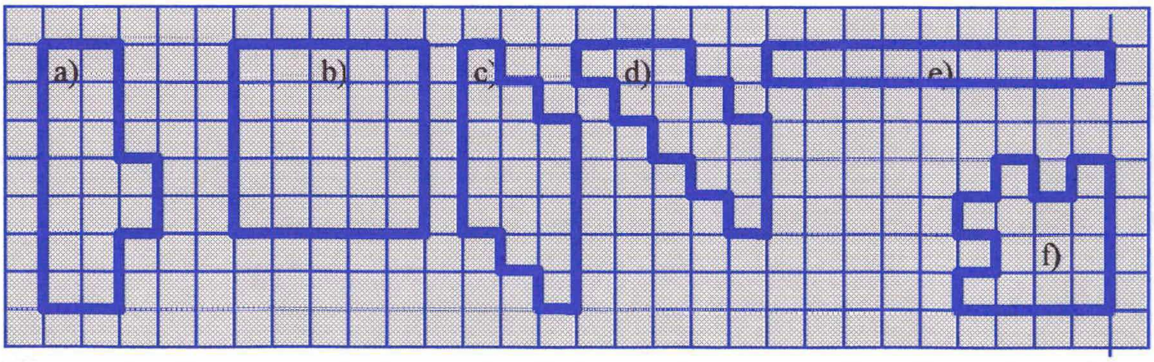
No estudo de área, nesta fase, é importante as medidas do contorno, pois se referem aos limites da superfície cuja área se quer medir, têm valor prático, podem ocorrer confusões entre área e perímetro e pode-se supor que área e perímetro são proporcionais.

29 - Distribuem-se aos alunos figuras de mesma área para que meçam os contornos.



MEDIDAS	Figuras					
	a	b	c	d	e	f
Quantidade de quadradinhos (área)	16	16	16	16	16	16
Medidas do contorno (perímetro)	20	16	24	34	20	28

Suponha que estas figuras sejam os desenhos de terrenos que se precisa cercar com muro. Qual dos terrenos precisará menos tijolos para construí-lo ? Por quê?



MEDIDAS	Figuras					
	a	b	c	d	e	f
Quantidade de quadradinhos (área)	16	25	15	12	9	13
Medidas do contorno (perímetro)	20	20	20	20	20	20

Suponha que estas figuras sejam desenhos de terrenos. Qual deles precisará menos tijolos para se construir o muro? Por quê? Se você pudesse escolher um dos terrenos, qual você escolheria? Por quê?

Karlson (1961, p.132) afirma que

> (...) freqüentemente, e durante largas épocas, incorria-se no erro de pensar que área e perímetro fossem proporcionais. Assim, Tucídides mede a área de uma ilha pelo tempo gasto em circunavegá-la. E do século V de nossa era nos é narrado um caso pitoresco de sonegação de impostos: certo prefeito da Palestina tinha por obrigação entregar ao fisco todo o trigo que crescesse num campo quadrado de 40 varas de lado. O espertalhão propôs um pagamento em prestações. Gostaria de cultivar dois campos menores, quadrados, mas de 20 varas de lado cada um, pois assim o resultado seria o mesmo, já que duas vezes vinte era igual a quarenta. E realmente os funcionários do fisco caíram na esparrela; talvez fossem bons calculistas, porém evidentemente maus matemáticos, e o sol da matemática, infelizmente, brilha com igual intensidade tanto para os justos como para os pecadores.

A seguir propõe-se o mesmo problema descrito, para que os alunos tomem a decisão.

30[1] - Um agricultor que tinha de pagar imposto com o trigo colhido em um terreno de 40 de lado (Figura *a* abaixo), gostaria de cultivar dois campos menores de 20 de lado (Figura *b* abaixo), dizendo que assim o resultado seria o mesmo, já que duas vezes 20 é igual a 40. Se você fosse o fiscal, aceitaria a proposta do agricultor e receberia o imposto desta maneira?

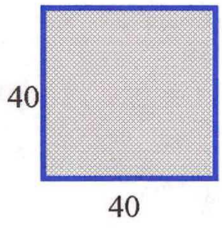


Figura *a*

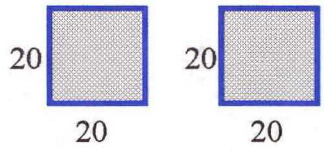


Figura *b*

[1] Terceiro momento pedagógico.

4.11. UTILIZAÇÃO DAS UNIDADES-PADRÃO DE MEDIDAS

DEFINIÇÕES:

Após estes estudos, o professor pode apresentar definições de área e de perímetro.

a) ÁREA: **Área é a medida de uma superfície**.

Palavra que vem do latim area (pedaço de terra = era), ligado a are (medida).

Medir é contar quantas vezes uma coisa cabe dentro de outra, por exemplo, o quadradinho ou o ladrilho. Medida, então, é o **número** obtido. Neste exemplo, o quadradinho é a **unidade de medida,** que não está vinculado a tamanhos ou formas específicas.

Superfície é a parte externa de um corpo, por exemplo, ao pegar uma bola, a mão entra em contato com a superfície da bola. Uma **superfície plana** é a parte de um plano limitado por uma ou mais curvas ou retas, por exemplo, ao passar a mão sobre uma mesa, a mão entra em contato com a superfície plana da mesa, que é limitada pelas bordas.

Exemplo: a **área** de um quadrado é o **número** de vezes que uma **unidade de medida** cabe dentro desta figura geométrica.

b) PERÍMETRO: **Perímetro é a medida do contorno de uma figura**.

Peri é uma palavra grega que quer dizer contorno e **metron** é uma palavra grega que quer dizer medida. Assim,

peri + metron = perímetro.

Exemplo: o **perímetro** de um quadrado é o **número** de vezes que uma **unidade de medida** cabe no contorno desta figura geométrica.

Para aplicar os conceitos de área, os alunos devem conhecer bem as unidades padronizadas de medida (sistema métrico decimal) e as transformações de unidade. A necessidade de se utilizar as unidades-padrão (smd) precisa ser compreendida pelos alunos, o que pode ser feito em aulas específicas. Este estudo pode ser feito paralelamente ou antes do estudo de área, sempre envolvendo medidas de distâncias reais e utilizando os aparelhos de medição (régua, fita métrica, metro de carpinteiro e trena). Isto porque se trata de conhecimentos que, na história da humanidade, tiveram, ao que parece a seguinte seqüência natural: necessidade de medir, necessidade de padronizar unidades de medida no âmbito dos povos e depois, a necessidade de padronizar as unidades de medida internacionalmente (smd). Até este ponto do estudo de área e de perímetro não se levantou o problema da padronização, com isso, o próximo passo será o estudo da padronização e, na seqüência, o do smd.

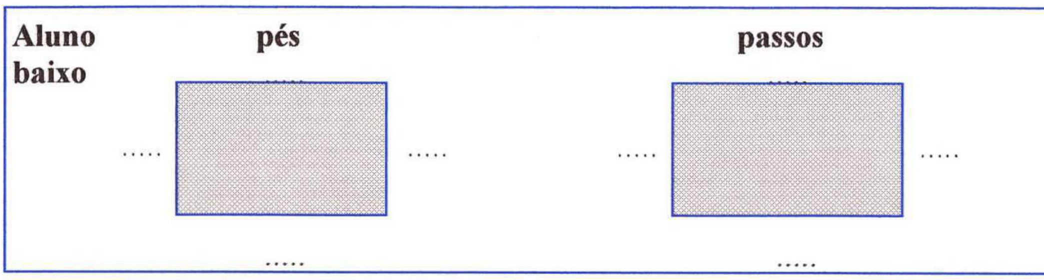
4.12. NECESSIDADE DE PADRONIZAÇÃO:

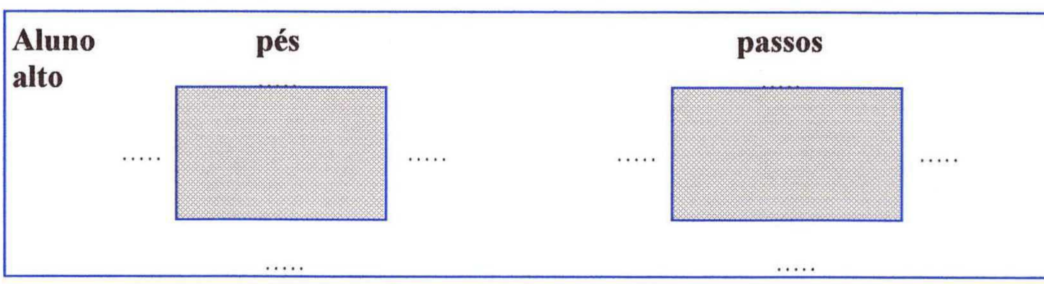
Este estudo não precisa ser extenso, porque em todas as atividades do dia-a-dia dos alunos ocorrem medidas padronizadas, como comprar carne em quilogramas, comprar tecido em metro, locomover-se em veículos com a velocidade em quilômetros por hora ... . Pode ser suficiente uma discussão a respeito da necessidade de comprar rodapé e tacos para a sala de aulas, colocado isto na forma de um problema a ser resolvido. A discussão pode ser baseada em medições que os alunos façam na sala com pés e com passos, para que perceba a inconveniência deste tipo de medida. Um caminho assim, de utilizar partes do corpo como unidade de medida, foi percorrido pela humanidade antes de se chegar ao Sistema Métrico Decimal, como descreve Milanez (1942, p.4) a seguir.

> A vida gregária desde o início impôs a necessidade de trocas e a comparação surgiu como meio de avaliação de grandezas, e o termo para essa comparação - unidade da mesma espécie - aparece desde logo, em geral, para referência, partes do corpo humano, por ser mais espontâneo. Entre os hebreus, como unidade de medida de comprimento, encontra-se o pé, em voga, também, entre os cartagineses, fenícios e egípcios ... o pé foi o mais geralmente empregado, embora variasse em sua dimensão, conforme o local ou a região. (...) em 1670, Gabriel Mouton propôs um sistema interessante, cuja unidade principal seria tomada da grandeza da Terra (...) assim, a décima milionésima parte do quarto do meridiano, compreendeu 3 pés, 11 linhas e 44 centésimos acordou em denominar metro. (...) a 26 de junho de 1862, é, enfim, adotado pela lei 1157 o Sistema Métrico Decimal (...)

31 - O professor apresenta aos alunos o seguinte problema: "Precisa ser trocado (ou colocado) rodapé na sala de aula. O diretor encarregou a turma de dizer quanto de material precisaria ser comprado".O professor pede aos alunos que façam sugestões. Mesmo que receba sugestões como o uso da régua, da fita métrica ou da trena, o professor sugere que se utilizem outros recursos, tendo em vista que não se dispõe de aparelhos de medida

adequados. Assim, pede a dois alunos, um alto e outro baixo, que façam as medidas com pés e com passos, enquanto os outros ajudam a contar. Se necessário, as carteiras devem ser afastadas das paredes, com ordem. Os resultados devem ser colocados em desenhos no quadro de giz, representando a sala de aulas, e em uma tabela com os perímetros.





Resumo:

ALUNOS	PERÍMETRO	
	em pés	em passos
Baixo		
Alto		

Com os dados disponíveis no quadro de giz o professor pode perguntar aos alunos:

- Qual das medidas é a mais adequada, pés ou passos? Por quê?
- Qual dos alunos deve-se tomar por base, alto ou baixo? Por quê?
- Qual das medidas deve-se utilizar para comprar o rodapé? Por quê?

As discussões que estas questões suscitam acabam por trazer à tona a questão da padronização e da sua necessidade. Alguns alunos poderão sugerir que sejam feitas medições com régua, fita métrica, metro de carpinteiro ou trena. Neste caso o professor poderá incentivá-los a fazerem as medidas com estes aparelhos e anotar na tabela.

ALUNOS	PERÍMETRO			
	em pés	em passos	centímetro	metros
Baixo				
Alto				

Com os resultados em tabela, o professor pode enfatizar a conveniência da utilização do sistema padronizado, já que os dados em pés ou em passos, não são confiáveis, pois os tamanhos são diferentes.

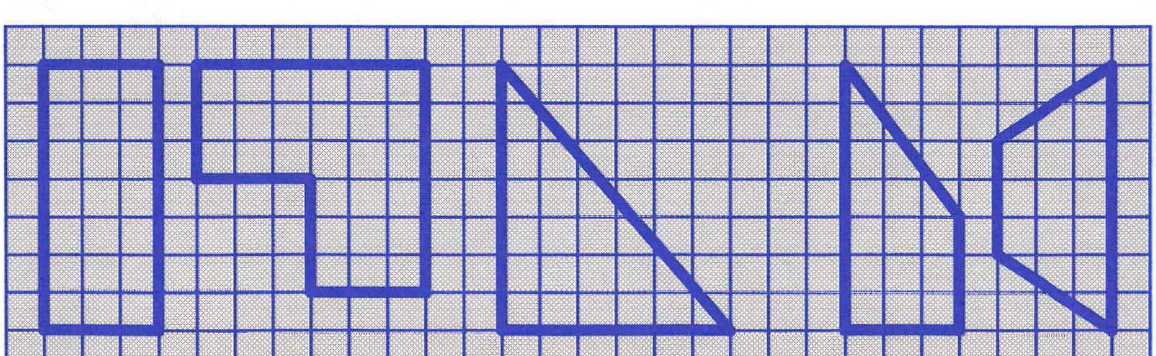
Antes de dar prosseguimento ao estudo de área e de perímetro, utilizando então o Sistema Métrico Decimal, o professor deve desenvolver um estudo sobre o SMD, enfatizando as aplicações em casos reais, utilizando bastante os aparelhos de medições (régua, fita métrica, metro de carpinteiro e trena). Após o estudo sobre o SMD, pode-se dar prosseguimento ao estudo de área e de perímetro, buscando dar ênfase à questão da unidade de medida.

32 - Determinar a área das figuras abaixo, sabendo que cada quadradinho tem um centímetro de lado.

Unidade de medida ➔ ▢ 1cm ➔ 1cm^2 = um centímetro quadrado
1cm

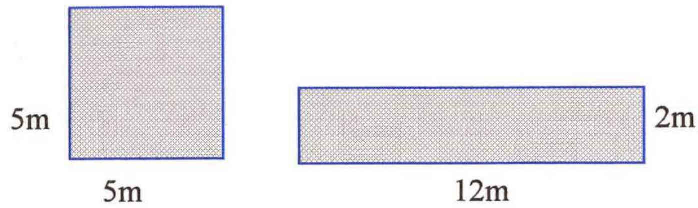
Um centímetro quadrado significa multiplicar 1cm por 1 cm, ou 1cm x 1cm.

Determinar a área das figuras abaixo significa determinar quantos centímetros quadrados (cm^2) cabem dentro de cada figura.



a) b) c) d) e)

33- Qual das duas figuras tem maior área? Dê a área de cada figura.



5. TERCEIRO MOMENTO PEDAGÓGICO

O terceiro momento tem por objetivo possibilitar ao aluno extrapolar os conceitos apresentados no segundo momento.

34 - Os alunos são convidados a determinar a área da carteira. Deverão tomar a decisão de como fazer. Com os resultados deverão fazer o desenho no caderno, colocando os valores encontrados.

35 - Os alunos, utilizando trena, metro quadrado e outros são convidados a determinar a área da quadra de esportes, medir os lados e fazer o cálculo. Deverão fazer o desenho, colocando os valores encontrados.

36 - Um trabalho de casa poderá ser solicitado aos alunos para que meçam os lados do seu quarto de dormir e façam os cálculos de área e perímetro para trazerem na aula seguinte. Deverão fazer o desenho, colocando os valores encontrados.

37 - O professor poderá pedir aos alunos que desenhem no caderno um terreno retangular de 10m de frente por 30m de fundo, utilizando a régua, fazendo equivaler a cada metro no terreno, um centímetro no caderno. Deverão calcular a área e o perímetro. A respeito do assunto, o professor falará sobre escala gráfica. Para enfatizar-lhe a importância, poderá mostrar um mapa contendo uma escala gráfica.

38 - Os alunos poderão medir o contorno da escola, com a trena. Poderão supor que a escola seja cercada com três fios de arame e deverão fazer o cálculo de quanto arame precisarão comprar para cercar toda a escola.

39 - Um trabalho de casa poderá consistir em encontrar e trazer à aula seguinte, figuras que contenham áreas: mapas, terrenos, propagandas de vendas de casas, apartamentos, fazendas e outros, para uma amostragem em um mural, na aula seguinte.

Durante todas estas atividades, o professor deverá observar as dificuldades existentes (obstáculos) para possíveis revisões em aulas subseqüentes.

40 - O Brasil, o país onde moramos, tem muitas cidades, fazendas, rios, florestas, montanhas, praias, estradas e muitas outras coisas. Para cuidar de tudo isso, o Brasil está dividido em Estados e cada um deles cuida de uma parte. Existem Estados grandes e também pequenos, mas isso não significa que os grandes sejam melhores do que os pequenos. Os tamanhos dos Estados são os seguintes:

ESTADOS	TAMANHOS	ESTADOS	TAMANHOS
Rio Grande do Sul	282 184km^2	Piauí	252.241 km^2
Santa Catarina	95.985 km^2	Maranhão	328.668 km^2
Paraná	199.554 km^2	Pará	1.249.382 km^2
São Paulo	247.898 km^2	Amapá	140.276 km^2
Rio de Janeiro	44.268 km^2	Roraima	230.104 km^2
Espírito Santo	45.597 km^2	Amazonas	1.565.785 km^2
Bahia	561.026 km^2	Acre	152.589 km^2
Sergipe	21.994 km^2	Rondônia	243.044 km^2
Alagoas	27.731 km^2	Mato Grosso	881.001 km^2
Pernambuco	98.307 km^2	Tocantins	287.005 km^2
Paraíba	56.372 km^2	Goiás	355.087 km^2
Rio Grande do Norte	53.015 km^2	Mato Grosso do Sul	350.548 km^2
Ceará	149.323 km^2	Minas Gerais	587.172 km^2
		Distrito Federal	5.814 km^2

- O que significam os números contidos na tabela?
- O seu Estado é o maior?
- Quantos Estados são maiores do que o seu?
- Qual deles tem maior área?
- Qual é o que tem menor área?

41 - O Brasil é um país onde vive o povo brasileiro. No planeta Terra existem muitos países menores e maiores do que o Brasil, onde vivem povos com línguas e costumes diferentes. Alguns países entre os maiores do mundo estão relacionados abaixo, com os tamanhos de cada um:

PAÍSES	TAMANHOS	PAÍSES	TAMANHOS
Argentina	2.776.889 km^2	Estados Unidos	9.363.123 km^2
Austrália	7.686.848 km^2	Índia	3.287.590 km^2
Brasil	8.511.965 km^2	Rússia	17.078.005km^2
Canadá	9.970.610 km^2	Suíça	41.285 km^2
China	9.564.701 km^2	Uruguai	186.925 km^2

Observando os dados da tabela responda:

- Qual é a área do Brasil?
- Entre os países relacionados na tabela, que lugar o Brasil ocupa em tamanho?
- O Brasil é um país grande? Por quê?
- O que as pessoas podem fazer em um país como Brasil, com área tão grande?.

42 - O município de Ponta Grossa tem uma área de 2.084 km^2. O censo demográfico de 1991 indica que moram no município, 233.984 pessoas. A quantidade de pessoas por km^2 chama-se densidade demográfica. Qual é a densidade demográfica do município de Ponta Grossa?

43- Retornar ao problema inicial (divisão de terras). Podem-se discutir os fatores que entram na cobrança de impostos hoje.

Após vários exercícios, pode-se fazer uma avaliação.

6. QUARTO MOMENTO PEDAGÓGICO

Se após a verificação, constatar-se que os alunos não conseguem extrapolar os conceitos estudados para outras situações, o professor deverá reformular o problema inicial. Mas se o problema não foi mal formulado, deve-se modificar a metodologia e refazer o segundo e terceiros momentos. Após refazer estas etapas, nova avaliação deverá ser providenciada.

Observação

Não pretendemos com esta proposta dar conta do assunto de área. Sabemos, por exemplo, que conceitos relativos à transformação, área de losango ... , não foram abordados.

CAPÍTULO V

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo do trabalho consistiu em propor uma metodologia de ensino que facilite a apreensão de conceitos contidos nos conteúdos didáticos e na sua aplicação a área e perímetro para a 4^a série de 1^o grau, que utilize a história da ciência e/ou outros recursos, de maneira que facilite aos alunos a aplicação dos conceitos apreendidos no seu dia-a-dia.

Antes de fazermos qualquer consideração conclusiva, faz-se necessário ponderar sobre algumas limitações do presente estudo. Uma delas é o reduzido número da amostra de professores, o que implica evitar generalizações das inferências de idéias aqui expressas. Incluem-se, ainda, além da limitação, possíveis problemas durante as observações e coleta das informações.

Um outro aspecto a ponderar é o fato de o estudo centrar-se na prática docente do professor de matemática, o que torna difícil esboçar conclusões definitivas face à multidimensionalidade do processo na qual ela se efetiva.

Contudo, após 18 anos de convivência com os alunos, temos possíveis evidências para fazer algumas considerações sobre a prática do planejamento e execução do ensino de matemática, com o intuito de fornecer subsídios àqueles que buscam alternativas para uma educação matemática mais significativa aos alunos das escolas públicas.

De um levantamento de dados feito com professores de 4^a série de 1^o grau de escolas públicas concluiu-se que a maioria dos professores não utilizam metodologias de ensino adequadas e também não trabalham objetivamente para que a apreensão dos conceitos ocorra por parte dos alunos. Constata-se uma preocupação com os conteúdos, em cumprir as ementas, sem darem destaques para os conceitos contidos nos conteúdos. Confundem conceito com conteúdo.

De um levantamento de dados feito com alunos de 5^a série de 1^o grau de escolas públicas e particulares concluiu-se que a maioria dos alunos não dominam os conceitos de área, de perímetro e de unidades de medidas. Os alunos que conhecem os conteúdos têm dificuldade de relacionar estes conhecimentos com as atividades do dia-a-dia.

Afim de superar os problemas detectados nos levantamentos de dados, os quais confirmam as informações encontradas na literatura, estabeleceu-se uma proposta didático-pedagógica (uma metodologia) para o ensino dos conceitos contidos nos conteúdos didáticos. Sugeriu-se uma aplicação desta metodologia no ensino de área e de perímetro para a 4ª série do 1º grau. Esta proposta consiste de quatro momentos pedagógicos: problematização, organização do conhecimento, fixação e verificação da aprendizagem e finalmente, a retificação. Destaca-se a utilização da história da ciência como fonte de informações para o estabelecimento da problematização e da organização do conhecimento como também para um conhecimento aprofundado dos conceitos envolvidos, necessário à formulação da estratégia que antecede ao primeiro momento pedagógico. Destaca-se também a necessidade de partir-se do conhecimento anterior do educando e a necessidade de o aluno ser capaz de aplicar os conceitos em situações diferentes daquela utilizada na problematização e sempre que possível, a situações do dia-a-dia.

Entendemos que a importância deste trabalho está em que a maioria dos professores não levam em conta o processo de aprendizagem dos alunos para a elaboração de práticas didático-pedagógicas. Considerando que as pessoas pensam com conceitos e que a maioria dos professores não sabem destes estudos e da sua importância, o estudo de conceitos é de alta relevância. Dos professores que sabem a respeito deste estudo, a maioria não sabe como colocá-lo em prática e este trabalho mostra que a história da ciência possibilita uma compreensão completa e profunda dos conceitos fundamentais de uma disciplina.

Igualmente importante é a proposta didático-pedagógica, na medida em que propicia aos professores uma metodologia que direciona o trabalho e propicia economia de tempo. O professor sem uma proposta didático-pedagógica pode não facilitar ao aluno a apreensão de conceitos ainda que o professor os conheça.

A maioria dos conteúdos de matemática são trabalhados de forma estanque, como se a matemática tivese surgido do nada e não de necessidades humanas para solucionar problemas, o que causa desinteresse por parte dos alunos e também dos professores. Neste sentido a história da matemática, além do que foi destacado acima, é relevante. Além disso, a história da matemática nos enseja detectarmos possíveis obstáculos nos alunos, o que lhe impede a aprendizagem. Acrescente-se ainda que a história da matemática nos dá a idéia de onde devemos partir para resolver o problema.

Como o professor não tivera este tipo de informação no curso de graduação, sugerimos cursos de formação continuada de professores.

Segundo Ribas (1989, p. 160),

> (...) os professores não se opõem aos cursos de treinamento, mas insistem em que é preciso rever sua adequação às necessidades existentes, às suas condições e da escola, torná-los mais práticos, mudar a sistemática utilizada, oportunizando aos participantes uma atuação mais efetiva nos cursos, possibilitando que os professores de alguma maneira participem do seu planejamento, para evitar imposições.

Recomendamos que:

a) as disciplinas não sejam trabalhadas, separando-se a teoria da prática;

b) professores propiciem aos alunos avaliações em que os conceitos estejam envolvidos;

c) professores retifiquem as avaliações, quando estas não atinjam o objetivo previsto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01 - BACHELARD, G. **O materialismo racional**. Lisboa: Edições 70, 1990.

02 - BACHELARD, G. **O racionalismo aplicado**. Rio de Janeiro: Zahar, 1977-a.

03 - BACHELARD, G. **Epistemologia**. Rio de Janeiro: Zahar, 1977.

04 - BACHELARD, G. A filosofia do não. In: **Os pensadores**. São Paulo: Perspectiva, 1978.

05 - BARKER, S. F. **Filosofia da matemática**. Rio de Janeiro: Zahar , 1969.

06 - BERTONHA, R.A. **O ensino de geometria e o dia-a-dia na sala de aula**. Campinas, 1989. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, UNICAMP.

07 - CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais de matemática**. Lisboa: Sá da Costa , 1984.

08 - D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. São Paulo: Sumus; Campinas: Ed. da Universidade de Campinas, 1986.

09 - D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer**. São Paulo: Ática, 1990.

10 - D'AMBROSIO, U. Uma nova abordagem sobre a construção do conhecimento revoluciona a aplicação das disciplinas na escola. **Nova Escola**, São Paulo, ago. 1993. Entrevista.

11 - DELIZOICOV, D. **Conhecimento, tensões e transições**. São Paulo, 1991. Tese (Doutorado em Educação) - Departamento de Educação, Universidade de São Paulo.

12 - DELIZOICOV, D.; ANGOTTI, J.A.P. **Metodologia do ensino de ciências**. São Paulo: Cortez, 1991.

13 - DOUADY, R.; GLORIAN, M. J. P. **Um processus d'apprendissage du concept d'aire de surface plane**. n. 37, mai. 1987, IREM Université Paris VII.

14 - EL-KHATIB,F. **Municípios do Paraná**. Grafipar: Curitiba. 1969.

15 - FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. 13 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1983.

16 - FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. 22 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1983.

17 - FREITAG, B. **Piaget e a filosofia**. São Paulo: Universidade Estadual Paulista, 1991.

18 - GAGLIARDI, R. Como utilizar la história de las ciencias en la enseñanza de las ciencias. **Enseñanza de las ciencias**, vol. 3, no. 6, p. 291-6. 1988.

19 - GIL PEREZ, D. Contribución de la historia y de la filosofía de las ciencias al desarolho de un modelo de enseñanza/ aprendizage como investigación. **Enseñanza de las Ciencias**, v11, n.2, p.197-212, 1993.

20 - GONZALEZ URBANEJA, P.M. Historia de la matemática: integración cultural de las matemáticas, genesis de los conceptos y orientación de su enseñanza. **Enseñanza de las ciencias,** 1991, v.9, n.3, p. 281-289.

21 - HOGBEN, L. **Maravilhas da matemática: Influência e função da matemática nos conhecimentos humanos**. Porto Alegre: Globo, 1970.

22 - KARLSON, P. **A magia dos números**. Porto Alegre: Globo, 1961.

23 - KLINE, M. **El pensamiento matemático de la antiguedad a nuestros dias**. Madrid: Alianza, 1992. v.1

24 - KUHN, S. T. **A estrutura das revoluções científicas**. São Paulo: Perspectiva, 1975.

25 - LEÃO, G.M.S; MATTOS, J.A.J. **Dicionário ilustrado de matemática**. Brasília: Instituto Nacional do Livro (MEC), 1972.

26 - LOVELL, K. **O desenvolvimento dos conceitos matemáticos e científicos na criança.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1988.

27 - MACEDO, R.M.S. Piaget - vida e obra. **In**: **Os pensadores**. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

28 - MARTINS, R. **História do Paraná.** 3. ed. Curitiba: Guaira, [19 ..]

29 - MENDONCA, N.D. **O uso dos conceitos (uma questão de interdisciplinaridade)**. Rio de Janeiro: Vozes , 1994.

30 - MIGUEL, A. Reflexões acerca da educação matemática contemporânea. **Educação Matemática em Revista.** SBEM, Blumenau, v. 1, no.2, p.53-60, jan . jul. 1994.

31 - MILANEZ, J. F. **Histórico do sistema métrico decimal**. Rio de Janeiro: Jornal do Comércio, 1942.

32 - MOREIRA, M. A. ; BUCHWEITZ, B. **Instrumentos didáticos, de avaliação e de análise de currículo**. São Paulo, Moraes, 1987.

33 - MOREIRA, M. A.; SILVEIRA, F. L. **Instrumento de pesquisa em ensino & aprendizagem.** Porto Alegre, EDIPUCRS, 1993.

34 - NOVACK, J.D. Constructivismo humano: un consenso emergente. **Enseñanza de las ciencias**, v.3, n. 6, p 213-223, 1988

35 - OTTE, M. **O formal, o social e o subjetivo: uma introdução à filosofia da matemática**. São Paulo: Universidade Estadual Paulista, 1993.

36 - PAVANELLO, M. R. O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e conseqüências. **Zetetiké**, Campinas, n.1. p.7-17. 1993.

37 - PAVANELLO, M. R. **O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica**. Campinas, 1989. (Dissertação de Mestrado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas..

38 - PESSANHA, J.A.M. Bachelard - vida e obra. **In**: Os pensadores. São Paulo: Perspectiva, 1979.

39 - PIAGET, J. **A epistemologia genética/ Sabedoria e ilusões da filosofia; Problemas de psicologia genética**. 2. ed. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

40 - PIAGET, J. **Epistemologia genética**. São Paulo: Martins Fontes, 1990.

41 - PIAGET, J, ; GARCIA, R. **Psicogênese e história das ciências**. Lisboa: Dom Quixote, 1987.

42 - PIAGET, J. **La representación del mundo en el niño**. (La représentation du monde chez l'enfant, 1926) Madrid, Morata. 1973.

43 - PIETRE, B. Platão. **A república: Livro VII**. São Paulo: Ática, 1989.

44 - REY, A. La **ciencia oriental antes de los griegos**. México: UTHEA, 1959. v.161

45 - REY, A. **La Juventud de la ciencia griega**. Mexico. UTHEA, 1961. v.162

46 - REY, A. **La madurez del pensamiento científico en Grecia**. México: UTHEA, 1961.v.163

47 - RIBAS, M.H. **Treinamento de professores: sua validade e seus efeitos na prática docente uma análise da questão no Estado do Paraná**. São Paulo, 1989. Dissertação (Mestrado em Educação)- Pontifícia Universidade Católica.

48 - SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO. **Currículo básico para a escola pública do Paraná.** Curitiba: Imprensa Oficial do Estado do Paraná. 1992.

49 - SECRETARIA MUNICIPAL DE ADMINISTRAÇÃO E NEGÓCIOS JURÍDICOS. Código tributário e legislação complementar. [S.L.: S.N.], 1994.

50 - SECRETARIA DE PLANEJAMENTO, ORÇAMENTO E COORDENAÇÃO. **Censo demográfico - 1991**. IBGE: Rio de Janeiro. 1991.

51 - VEGETTI, M. **Filosofie e società**. 2. ed. Bolonha: Zanichelli, 1985. p. 113/8.

52 - VYGOTSKY, L.S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

53 - VYGOTSKY, L.S. **A formação social da mente.** 3 ed. São Paulo: Martins Fontes. 1989.

ANEXOS

INSTRUMENTOS PARA O ENCAMINHAMENTO DO TRABALHO DE DISSERTAÇÃO

Para o desenvolvimento do trabalho foram aplicados três (3) intrumentos de coleta de dados que, juntos, oportunizaram os necessários indicadores sobre a compreensão, posicionamento e tendência de encaminhamento em torno da temática estabelelcida para a concretização da dissertação de mestrado.

Primeiramente, foi feito um levantamento de dados junto a professores de 4ª série de 1º grau sobre utilização de procedimentos metodológicos no ensino de geometria (Anexo I).

Em seguida, foi efetuado um levantamento de dados de como pensam alunos de 5ª sárie do 1º grau (igualmente de escolas particulares e estaduais) em torno da temática: "O ensino de Geometria na 4ª série de 1º grau: a questão da apreensão dos conceitos de área e de perímetro". Este levantamento consistiu em teste escrito, atividades de medir em sala de aula e entrevista, sendo que os dois primeiros estão no corpo do trabalho (capítulo IV, p.90) e o terceiro está no Anexo II.

O trabalho, ainda, antes, durante e após a identificação dos dados, foi devidamente dimensionado e redimensionado com bibliografia que ensejou intermediar a necessária ligação entre teoria escrita e realidade de compreensão dos participantes da coleta de dados em torno da temática em questão.

ANEXO I

LEVANTAMENTO DE DADOS JUNTO A PROFESSORES DE 4ª SÉRIES DE 1º GRAU SOBRE UTILIZAÇÃO DE PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS NO ENSINO DE GEOMETRIA

São anexadas trinta (30) respostas a questionário formulado a professores de escolas públicas.

A3)

P7

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau

LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

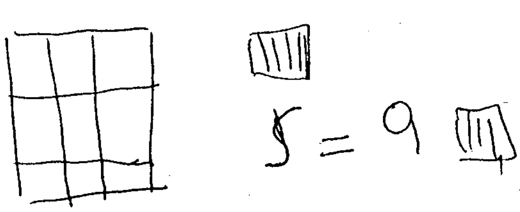
Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perimetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

Começando com figura dividida em vários figuras menores tomando sempre uma como medida.

Perímetro ~~o~~ mostro que tudo que está em volta deles é medido como terreno, etc passando depois para as figuras como quadrado, triângulo, etc.



(A4)

P2

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

Introduzo o conceito de perímetro fazendo o aluno identificar primeiro as figuras geométricas, a quantidade de lado; faço medirem os lados das carteiras, cadernos, etc,... com um barbante e depois esticarem e medirem

Primeiro pergunto se algum aluno tem o pai que é pedreiro, pintor; pergunto como ele cobram, que é por $\underline{m}^2$. Com as figuras que eles mediram levo-os a fazerem a comparação com perímetro, elés percebem que perímetro é a volta só comprimento e a área é a superfície é tem duas dimensões

(A4)

Y1

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATISTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau

LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

Eu conduzo de uma forma em que a criança observe espaços, falando desde a chegada dos portugueses até demarcações de terras. Peço que seja verificado o espaço utilizado pela escola, o nº de salas de aulas, verificando espaços maiores ou menores. Falamos de construtores, decoradores e as fórmulas utilizadas para se construir ou decorar espaços. Lembram-se de demarcações com barbantes, pedaços de madeira até chegarmos ao metro. Partindo daí entendem por si próprio que perímetro é uma medida externa e área medida interna. Todos os conceitos eu procuro fazê-los entender através de observações

(A5)

P4

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau
LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

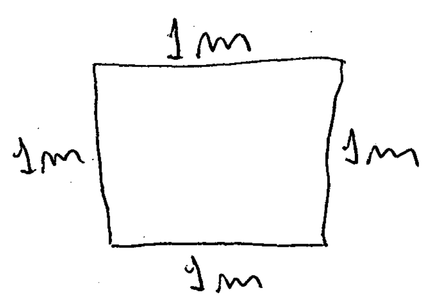
Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

Perímetro é o contorno das figuras poligonais.
Exemplo: medir o contorno de uma circunferência.

Área: Comparar com outra área.
Exemplo: $m^2 = m \times m$
Jornal:



(1) (A5) P8

6

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA E ESTATISTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau

LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

1º A criança deve saber o que significa as
palavras, seu conceito.
2º Se possível verificar medindo area da
sala, pátio, mesa e fazendo o calculo prático
3º Após isso passar estes conhecimentos, adqui-
ridos para o papel

(A6)

P1

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA E ESTATISTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau
LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

Ambos os conceitos são iniciados de maneira prática, utilizando a vivência aluno, com exemplos concretos.

Mostramos o uso do perímetro, que já é de seu conhecimento, por exemplo: edreiro, quando precisa saber quantos metros de muro fará ao redor de um eno; a costureira, quando precisa saber quantos metros de renda colocará redor de uma toalha; o vidraceiro, quando mede a moldura para o dro; o carpinteiro, quando coloca o rodapé na sala, nos quartos utras dependências da casa, etc. E logo em seguida damos o ceito de perímetro.

O mesmo acontece com o cálculo da área, onde através de exemplos sua vida fazemos com que encontre o valor da área e logo em seguida çamos o conceito de área.

Os exercícios seguem esta mesma técnica.

(16)

F7

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau
LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.
Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.
O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

Mostrando para os alunos vários tipos de locais a serem medidos, como por exemplo: a sala de aula, o pátio, o terreno da escola, etc.
Iniciando sempre pelo quadrado e depois o retângulo e triângulo.
Usando sempre a fórmula.

(16) P3

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau
LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.
Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.
O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

Perímetro; como sendo o valor total do contorno de um polígono. O compprimento do contorno de um terreno, uma sala de aula, etc...

Área: é o valor total do interior de uma figura plana. A superfície de um terreno, de um estado, país etc...

(A6) P1

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau
LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

Perímetro - inicio conversando sobre a nossa própria casa, onde podemos calcular a medida do seu contorno, ou mesmo o terreno utilizado, ou pergunto a eles sobre o que eles querem calcular o contorno.

área - utilizo quase a mesma idéia, mostrando que nesse caso trata-se da parte toda que a casa ocupa, ou o terreno, ou uma escola ou outra coisa.

(A6) P4

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA E ESTATISTICA
Profa. Heliana Ciocccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau

LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

Perímetro é a soma das medidas dos lados de uma figura geométrica

Área é o espaço ocupado. Exemplos quantidade de tacos utilizados para cobrir o piso, ou azulejos para piso e paredes.

(A'1)

P4

Como voce introduz os conceitos de perimetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

PERÍMETRO: É A SOMA DAS MEDIDAS DOS LADOS DE UMA FIGURA GEOMÉTRICA PLANA.

ÁREA: É A REGIÃO LIMITADA DE UMA SUPERFÍCIE. OU SEJA É UMA PORÇÃO LIMITADA DE UMA SUPERFÍCIE.

(A8)

1/8

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau
LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.
Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.
O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

Primeiramente, é necessário ensinar as figuras geométricas (identificar e desenhar). Depois a confecção de figuras sólidas (cada aluno faz a sua através de uma matriz feita no papel.). Em seguida os alunos desmontam os sólidos e tornam a figura plana, para trabalhar as formas e medidas das áreas. Eu, qdo lecionava na 4ª série, depois de todo este processo fazia muitos exercícios com as figuras geométricas desenhadas e medidas.

(A8) P8

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau
LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.
Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.
O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

Trabalho, antes de tudo com o conceito, formado pelas crianças de figuras e sólidos geométricos, através de materiais concretos como: caixas, carteiras, armários, móveis de suas casas etc...

→ As duas quartas séries trabalham juntas, da mesma maneira e usam o mesmo método.

Professora. 4ª Série B.

(A8)

P8

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau

LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

A INTRODUÇÃO DO ESTUDO É FEITA
ATRAVÉS DO QUE OS ALUNOS JÁ CONHECEM E
DOMINAM DAS SÉRIES ANTERIORES SOBRE ESTES
CONTEÚDOS E A PARTIR DAÍ VÃO SENDO
DESENVOLVIDOS EM ATIVIDADES RELACIONADAS
COM A VIVÊNCIA DELES, ATRAVÉS DE DESENHOS,
PESQUISAS, OPERAÇÕES, PROBLEMAS E EXPERIÊNCIAS
CONCRETAS, BASEADAS NO PROGRAMA A SER
TRABALHADO E NOS CONTEÚDOS DOS
LIVROS DA SÉRIE.

(48)

R8

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau

LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

R. Com material concreto, trazendo da própria vivência da criança.
Ex: Estamos fazendo um mosaico, ele existe na natureza, nas calçadas nos azulejos

6 (A 8) P9

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau

LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

Como estou fazendo especialização em Matemática, usei a quadra de queimada que eles usam e gostam fizemos medidas com palmo, palito, barbante e passo - Preenchemos a tabela - Depois construímos o metro - Fizemos novas medidas. Foi muito interessante.

6

(A8)

17

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau

LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

O conceito de perímetro iniciei com medições, com régua, medições pequenas de caderno, carteira, logo após figuras geométricas. Com isso entendido, fizeram medições da sala, já sabendo metro, colocaram medições corretas da sala, janela até um terreno.

Para a área tendo aprendido o perímetro, iniciaram medindo uma sala, o pátio, enfim situações concretas para depois passar para desenhos.

Enfim, este ensino é uma particularidade de cada professor, sendo que, dentro da sala, conforme a turma poderá ser feita de uma ou outra forma.

(A8) 17

Como voce introduz os conceitos de perimetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

O perímetro e a área são introduzidas fazendo com que os alunos tirem medidas de objetos existentes dentro da própria sala de aula como carteiras, quadro de giz, capa de livro, etc, fazendo com que eles vejam a diferença entre área e perímetro. ??

Já o comprimento de uma circunferência os alunos trazem latas ou outros objetos de vários tamanhos, fita métrica para a constatação do valor de π. Isto é eles verificam que se dividirmos o comprimento de uma circunferência pelo diâmetro em circunferências de medidas variadas vamos sempre encontrar o valor $\pi = 3,14...$ aproximadamente.

(18) 87

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau
LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

Perímetro - Usar a sala de aula, fazendo os alunos medirem os lados.

Área - Também usar a sala de aula, o pátio.

6 (A8) 87

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau
LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

É FEITO UMA PRÁTICA COM ALUNOS DENTRO DA PRÓPRIA SALA DE AULA.

MEDINDO OS LADOS E DICUTINDO O MESMO E ENTRANDO NO ASSUNTO DE PERÍMETRO E O MESMO COM A ÁREA.

É MAIS INTERESSANTE A PRÁTICA PRIMEIRO PARA DEPOIS A TEORIA.

(A8)

6

f7

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau
LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

Primeiramente, usando fita métrica ou régua, medindo algo concreto, como caderno, mesa, etc.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau
LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

A minha experiência não é exatamente com alunos de 4ª série, como a pesquisa está pedindo, e sim com alunos de 3ª série.

Nos conteúdos de 3ª série não chegamos a trabalhar área e sim figuras geométricas planas e sólidas, apenas como reconhecimento de cada uma e nas questões de medidas, trabalhamos com metro simples, seus múltiplos e submúltiplos com operações. Trabalhamos também perímetro.

A metodologia usada é sempre da maneira mais concreta possível. Usamos para isso, muito material de sucata como por exemplo embalagens de remédios, caixas de formas variadas, cones de lã, bolas, latas vazias, etc.

Para trabalhar perímetro, usamos metro, fita-métrica, régua e trena. Para medidas maiores usamos referências a números de quadras ou a distâncias maiores entre cidades cujo alguns alunos já tiveram experiência de viagem.

Nas operações de problemas com perímetro, ensinamos sempre que temos que somar as medidas dos lados. Não demonstrando que poderíamos também usar a multiplicação, para evitar que o aluno na série seguinte confunda perímetro com área. É lógico que sempre aparece alunos que descobrem que a multiplicação facilita o calculo e que é a mesma coisa. Esses alunos, demonstram um nível maior de compreensão e por isso, depois de uma conversa particular com cada um, para verificar seu nível de compreensão, é permitido esse tipo de calculo.

(6) (48) P2

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA E ESTATISTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau

LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perimetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

Através de explicação do que significa perímetro, por ex: o contorno de um terreno retangular, quadrado, etc...
Medindo figuras geométricas.
Área - medindo figuras planas.

(B)

(A1) 16

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau
LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

Perímetro e área - com objetos da sala

Perímetro - medindo a moldura do quadro, janelas, carteiras, mesa, cadernos, porta etc.

Área - o conteúdo das molduras medidas.

Depois numa folha branca, medindo as bases e altura, a seguir quadriculando e recortando p/ verificarem a área, etc, quadriculando o chão da sala, a superfície das carteiras

(A1)

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau
LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

Através de medidas de objetos, isto é faces de caixas (cubos e paralelepípedos) introduzimos o conceito de perímetro e consequentemente as áreas.

As áreas são iniciadas com trabalho em papel quadriculado.

Pede-se ao aluno a representação em papel, carpet do metro quadrado.

Para culminância dos conceitos faz-se exposições de objetos, de construções, gráficos no plano cartesiano.

(A1) P6

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau
LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.
Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.
O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perimetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles)

Para introduzir tanto o conceito de perí-
tro como de área é necessário trabalhar com
objetos da própia sala de aula, do aluno, pare-
, painel, corredor, altura das crianças ... e
da um deve ter, se possível, a sua fita métrica.
Em seguindo usando a fita métrica dese-
nar no piso ou em papel pardo figuras geo-
tricas. Medi-las e calcular seus perímetros.
Como as crianças já terão o embasa-
nto das medidas poderão realizar a seguin
atividade para o cálculo de área:
Em papel mimeografado com quadrados
etângulos com diversas dimensões, medir em
n os lados e realizar o cálculo em cm^2.
Dividir internamente em cm^2 ($1cm^2$) para verifi-
r se realmente possue a área encontrada

8 (11) P1

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
Profa. Heliana Cioccia Campiteli

Educação Matemática na 4a. Série de primeiro grau
LEVANTAMENTO DE DADOS

Este trabalho faz parte de uma pesquisa acadêmica e tem por objetivo verificar os procedimentos metodológicos utilizados por professores de 4a. série de 1o. grau, no ensino de Geometria.

Para obter as informações necessárias, solicitamos a gentileza de responder à questão formulada.

O nome não precisa ser colocado, não será divulgado.

Como voce introduz os conceitos de perímetro e de área?
(Explique detalhadamente cada um deles).

As experiências aqui relatadas são de uma escola de educação para adultos (Ensino Supletivo), sendo o estudo feito através de módulos.

Propomos inicialmente o estudo e a classificação dos sólidos geométricos, segundo vários critérios, inclusive o da diferenciação, feita adotando como referencial as suas planificações (figuras planas). Isso implica no conhecimento, a partir dos sólidos, das formas triangulares, quadrangulares, retangulares e circulares, chegando-se também a uma classificação dos polígonos, de modo mais abrangente.

Então, estuda-se as medidas padronizadas tendo como ponto de partida as medidas usadas no dia-a-dia, de modo não sistematizado.

Introdução ao conceito de perímetro

Explica-se que:
Para comprar a quantidade certa de

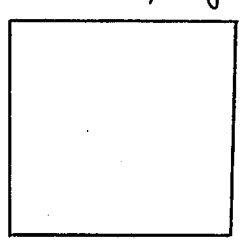
material para construir o muro ou a cerca de um terreno, é preciso medir os comprimentos dos lados desse terreno, ou seja, o contorno. Medir o contorno de um terreno é encontrar seu perímetro. A palavra "peri" vem do grego e significa "em volta de".

Após definir perímetro propomos situações práticas para serem resolvidas.

Introdução ao conceito de área.

Área do quadrado:

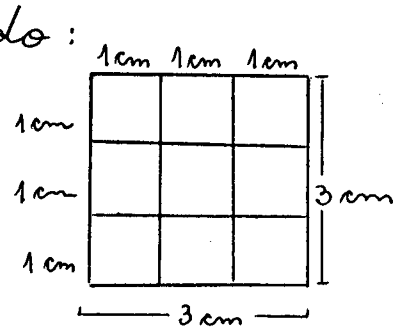
Tomando como medida de área o cm^2, vamos verificar quantas vezes esta unidade de área cabe na figura abaixo com 3 cm de lado.



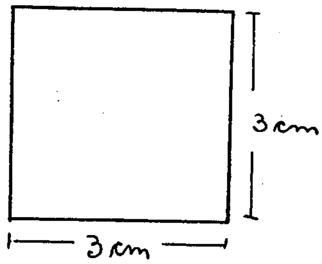
Para isso, vamos dividí-la na horizontal e na vertical com linhas distantes uma da outra 1 cm.

Assim obtemos 9 quadradinhos indicadores: essa figura possui 9 unidades de área, ou seja, 9 cm^2.

Verificando:



Uma outra maneira de realizar esse cálculo, é simplesmente encontrar o produto dos lados.



$A = 3cm \times 3cm = 9cm^2$.

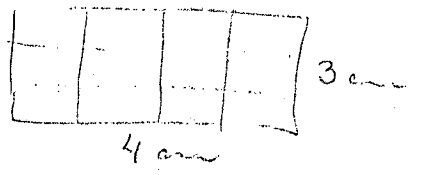
Seguimos esses mesmos procedimentos para definir a área das outras figuras.

(A1) (P6)

O perímetro é introduzido:
- Medindo o contorno do caderno.
- Medindo o contorno da mesa da professora.
- Medindo as paredes da sala de aula.
- Medindo os lados da quadra de vôlei.
-

A área é introduzida:
- Medindo ~~as~~ comprimento paredes da sala de aula e calculando quanto ~~___~~ m² de taco serão necessários para revestir o assoalho.

-(1) Dividindo um retângulo de 4 cm de comprimento e 3 cm de largura, em quadrados de 1 cm² de área



A área do retângulo acima é o número de quadrados contidos em sua superfície.
No total, cabem então $4 \times 3 = 12$ quadrados.
Portanto, a área do retângulo é 12 cm²
Então a área ~~de uma figura qualquer~~ é a medida de uma superfície qualquer.

(2)

ANEXO II

ENTREVISTA DESENVOLVIDA COM ALUNOS DE 5ª SÉRIE DE ESCOLAS DE 1º GRAU PÚBLICAS E PARTICULARES, EM TORNO DO NÍVEL DE COMPREENSÃO REFERENTE À TEMÁTICA GERAL DA DISSERTAÇÃO

Foram realizadas entrevistas em três escolas públicas e em três particulares. As entrevistas foram feitas a quatro grupos de dois alunos (um menino e uma menina) de cada escola, perfazendo quarenta e oito alunos entrevistados. As doze primeiras transcrições das entrevistas a seguir são de escolas públicas e as demais são de particulares.

De início, a fim de que se descontraíssem e para confirmar se o jogo era interessante para eles, pediu-se a eles que jogassem um jogo chamado cilada. Constatou-se que a totalidade gosta de jogos. Perguntou-se também o seguinte: "vocês sabem como surgiu a área?"; "com que povo?"; vocês teriam curiosidade em saber?", mas como as respostas foram unânimes, não sabiam, mas que tinham curiosidade em saber, isto não foi transcrito nas reproduções a seguir.

São anexadas vinte e quatro (24) entrevistas com pares de alunos (um menino e uma menina) de três escolas públicas (as doze primeiras) e três particulares (as demais).

A seguinte legenda foi utilizada: M = masculino;
F = feminino;
E = entrevistador.

4

TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA

Série: 5ª A.

E: Do que vocês gostam de brincar?
F: Vôlei.
M: Futebol.
E : Qual a profissão dos pais?
M: Pai, maquinista e mãe, dona de casa.
F: Pai, contador e mãe, do lar.
E: Que matéria mais gostam na escola?
M: Ciências (aprende coisas do mundo).
F: Geografia (aprende a localizar-se).
E: Vocês acham que matemática tem a ver com outras disciplinas?
M: Geografia - fuso horário.
F: Datas na história.
E: Vocês já estudaram o assunto geometria?
F: Nós já fomos no SESC ver origami, fizemos satélite e tivemos que medir.
E: Vocês já estudaram figuras geométricas?
M: Vimos figura de uma e de três dimensões.
E: Dê exemplo de uma.
M: Figura de uma dimensão é desenhado no plano e a de 3ª dimensão nós desenhamos e dá a impressão de não ser plana.
E: Dê um exemplo nesta sala.
M: Não sabemos.
E: Dê um exemplo de um paralelepípedo nesta sala.
M: O quadro.
E: Dê um exemplo de um retângulo.
F: A mesa.
E: O que vocês estudaram em área?
M/F: Não lembramos.
E: O que é perímetro?
M: É a medida do contorno de uma área.
E: Qual a diferença entre perímetro e área.
M/F: Não sabemos.
E: Quando o vendedor vende azulejos, ele calcula o perímetro ou a área?
F: A área.
E: Como o vendedor calcula a moldura do quadro?
F: Perímetro.

Série: 5^a A.

E: Do que vocês mais gostam de brincar?
M: Nadar, basquete.
F: Vôlei, basquete.
E: Qual a profissão de seus pais?
M: Dono de uma firma Peça-frio e a mãe é do lar.
F: Pai, administrador e mãe do lar.
E: Vocês estudaram de 1^a à 4^a em escola estadual ou particular?
M/F: Escola estadual.
E: Que matéria vocês mais gostam na escola?
M: Matemática e português.
F: História, matemática e ciências.
E: Vocês já estudaram geometria?
M/F: Não.
E: Vocês já estudaram assuntos de geometria?
M/F: Já.
E: O que vocês já viram?
R: Perímetro, área, quadrado, retângulo.
E: Então vocês já estudaram o assunto área?
M: É para calcular o centímetro do quadrado, o metro.
E: E quanto ao perímetro?
M/F: Não lembramos.
E: Sabem a diferença entre perímetro e área?
M/F: Não.

Série: 5ª B.

E: Do que vocês mais gostam de brincar?
M: Bicicleta, futebol.
F: Vôlei.
E: Qual a profissão de seus pais?
M: Pai, classificador: verifica se a soja é boa ou não e a mãe é professora.
F: Pai é porteiro e a mãe é servente.
E: Que matéria vocês mais gostam na escola?
M: História.
F: Todas.
E: Estudaram de 1ª à 4ª série em escola particular ou estadual?
F: Particular.
M: Estadual.
E: Vocês já estudaram geometria?
M/F: Já.
E: O que?
M: Estudo dos pontos, dos lados da figura geométrica.
E: Dê exemplo de um paralelepípedo na sala.
F: O quadro.
E: Dê um exemplo de um retângulo na sala.
F: A janela.
E: Qual a diferença entre paralelepípedo e o retângulo?
F: O paralelepípedo é o maior dos lados.
E: Vocês já estudaram o assunto chamado área? O que é área?
M: É o tamanho das coisas.
E: Dê exemplo.
M: Quadro.
E: Já estudaram perímetro?
M: São as linhas.
E: Sabem qual a diferença entre perímetro e área.
M: Não.

Série: 5^a A.

E: Vocês estudaram de 1^a à 4^a série em escola particular ou pública?
F: Pública.
M: Particular.
E: Qual a profissão de seus pais?
F: O pai é cobrador e a mãe é professora.
M: O pai é diretor do sindicato dos ferroviários e a mãe é do lar.
E: Do que vocês mais gostam de brincar?
F: Basquete.
M: Basquete e futebol.
E: De que matéria vocês mais gostam na escola?
M/F: Educação física e geografia.
E: Vocês já estudaram geometria?
M/F: Já, perímetro e áreas.
E: Já estudaram ponto, reta?
F: Nós estamos vendo em educação artística.
E: Vocês sabem o que significa a palavra geometria?
F/M: Não.
E: Já estudaram área?
M/F: O quê?
F/M: Por exemplo: vou medir a área da sala.
E: Já estudaram perímetro?
M: É a soma de todos os lados.
E: Qual a diferença entre perímetro e área?
M/F: Não sabemos.
E: Como o vendedor vende azulejos?
F: Vende por metro.
E: Como é vendido moldura de quadro?
M/F: Não sei.

Série: 5ª A.
E: Do que vocês mais gostam de brincar?
F: Vôlei.
M: Vídeo game, ciclismo, natação.
E: Qual a profissão de seus pais?
F: O pai trabalha na rede ferroviária e mãe é do lar.
M: O pai é do setor de análise de soja e a mãe é professora.
E: De que matéria mais gostam?
M/F: Todas.
E: Vocês acham que matemática tem relação com outras disciplinas?
F: História, para calcular as capitanias hereditárias.
M: Química, para calcular a quantidade exata de xarope.
E: O que são figuras geométricas?
F: Figuras geométricas são feitas de linhas retas.
M: Figuras geométricas são as partes das linhas formando uma figura.
E: Dê exemplo de uma figura geométrica.
M: Paralelepípedo.
F: Quadrado.
E: Dê exemplo de um paralelepípedo.
M: O quadro.
F: Dado.
E: Já estudaram área?
M/F: Já.
E: O que é?
M: É o espaço que uma figura ocupa em determinado lugar.
F: É um determinado espaço.
E: Dê exemplo de onde calculamos área.
M: Área de um quadrado.
F: Área de um terreno.
E: Para que serve calcular área?
M: Serve para saber o perímetro. Eu quero construir uma casa, tenho que saber a área do terreno para construir a casa.
E: O vendedor ao vender a moldura de um quadro, calcula a área ou o perímetro?
M: Perímetro.
E: O que é perímetro?
F: Perímetro é a soma dos lados.
M: É a forma de um retângulo e sua espessura é maior.
Perímetro tenho que somar os lados.

Série: 5ª A

E: Vocês já reprovaram alguma série ?
F: Já, na 2ª Série.
M: Não.
E: Vocês já estudaram geometria?
F/M: Sim, ângulos, retângulos, quadriláteros.
E: Dê exemplo de paralelepípedo.
M: A caixinha da fita.
F: Esta sala não tem a forma de paralelepípedo.
F/M: Não.
E: O significa geometria para vocês?
F: A medida dos ângulos.
E: Vocês já estudaram o assunto área?
M/F: Não.
E: Como o vendedor vende os azulejos?
F: Por metro.
E: O que é perímetro?
M/F: Não sabemos.

Série: 5ª B.

E: De que matéria vocês mais gostam na escola?
M/F: História.
E: Vocês já estudaram o assunto geometria?
M/F: Já.
E: O que?
F: Retas, circunferências, paralelepípedos, figuras geométricas.
E: Vocês se lembram de alguma figura geométrica?
F: Círculo, paralelepípedo.
E: Tem algum paralelepípedo na sala?
M: O gravador.
E: E esfera?
M: Aquilo lá, foi feito para a feira de ciências.
E: Vocês já estudaram o assunto área?
M/F: Não me lembro.
E: E perímetro?
M: Não me lembro.
E: Como o vendedor vende azulejos?
M: Por metro.

Série: 5ª C.

E: De que matéria vocês mais gostam?
  M: História e matemática.
  F: Ciências.
E: Vocês já estudaram geometria?
  F: Nós já tivemos cúbicas, medir as coisas com transferidor.
  M: Transferidor, medir os quadrados, os cantos.
E: Nesta sala tem alguma coisa que você aprendeu em geometria?
  F: Os cantos.
E: O que é que tem os cantos?
  F: A abertura.
E: Reconhecem na sala alguma figura geométrica?
  M/F: Não lembramos.
E: Vocês já estudaram o assunto área?
  M/F: Já.
  M: O terreno onde foi plantado uma área. Um quadrado onde foi plantado uma área.
E: O que foi plantado?
  F: Manjerona.
E: Já estudaram perímetro?
  M/F: Já.
E: O que é? Qual a diferença entre perímetro e área.
  M/F: Não nos lembramos.

Série: 5ª D.

E: De que vocês gostam de brincar?
F: Vôlei.
M: Futebol.
E: Vocês já tiveram algum assunto relativo a geometria?
M/F: Cubo, quadrado, circunferência.
E: Nesta sala tem algum exemplo de cubo.
M: A sala, o tijolo.
E: O que quer dizer a palavra geometria?
F: Geometria é desenho geométrico.
E: O que é área?
M: Mede essas partes e calcula a área do quadrado.
E: Perímetro, o que é?
M: É medir todos os lados.
E: Qual a diferença entre perímetro e área?
M: Perímetro, tem que medir todos os lados. Área só tem que medir o lado.
E: De um exemplo de como você calcula área na vida?
M/F: Não sabemos.
E: Se tenho que colocar azulejo numa parede, como é vendido esse azulejo?
F: Em metro.
E: E a moldura de um quadro como é vendido?
F: Em metro.
E: Quando o vendedor vende a moldura, ele calcula a área ou o perímetro?
F: Perímetro.
E: Quando o vendedor calcula a quantidade de azulejos para vender, ele está calculando área ou perímetro?
M/F: Perímetro.

Série: 5ª B.

E: Vocês estudaram de 1ª à 4ª série em escola particular ou estadual?
M/F: Escola estadual.

E: Vocês reprovaram algum ano ?
F: Não, eu entrei com 7 anos no pré. Não dava para entrar no 1º ano, eu vim dos matos.
M: Eu reprovei na 2ª série.

E: Que matéria vocês mais gostam na escola?
M/F: Matemática e inglês.

E: Vocês já estudaram geometria?
M: Não.
F: Já ouvi falar.

E: Já estudaram figuras geométricas?
M/F: Triângulo, quadrado.

E: Nesta sala tem algum quadrado?
F: Isso aqui (mostrou um objeto com forma de quadrado).

E: Vocês já estudaram o paralelepípedo? Tem algum na sala?
F/M: Não lembramos.

E: Vocês já estudaram o assunto área?
M/F: Não lembramos.

E: Como é vendido o azulejo?
F: Meu pai sempre compra, ele é pedreiro e carpinteiro.

E: Então como ele cobra?
F: Não sei.

E: Ele pinta a parede, como ele cobra?
F: A pessoa pergunta quanto ele vai cobrar e ele fala quanto vai cobrar.

E: E o seu pai o que é?
M: Carpinteiro.

E: Como ele cobra?
M: Não sei.

E: Vocês já estudaram o assunto perímetro?
M/F: Nunca ouvimos falar.

Série: 5ª A.

E: Vocês já estudaram geometria?
M: Nós já tivemos em desenho.
E: O que você já estudou.
M: Ângulos, medidas de ângulos.
E: Vocês estudaram em escola estadual ou particular de 1ª à 4ª série?
M/F: Em escola estadual.
E: O que é geometria?
M: Não sei.
E: Vocês já estudaram o assunto área?
M/F: Não.
E: Como o vendedor vende azulejos?
M: Em metros quadrados. Eu fui comprar azulejos com meu pai e vi que é dessa forma.
E: Metros quadrados tem a ver com o estudo de área?
F: Não sei.
E: Como você sabe se uma casa é pequena ou grande?
F: Vê quanto mede.
M: Vê quanto mede o terreno, o tamanho da casa.
E: Vocês acham que uma casa de 50 metros quadrados é grande ou pequena?
M: Acho que é grande.
E: Quantos cômodos caberiam?
M: Uns três.
E: A casa do Pedro Wosgrau (um grande construtor da cidade) tem 50 metros quadrados?
M: Tem mais de 100 metro quadrados.
E: E o que isso tem a ver com área?
F/M: Não sabemos.

Série: 5ª C.

E: Vocês cursaram de 1ª à 4ª série em escola pública ou estadual?
M/F: Em escola pública.
E: Vocês reprovaram alguma série?
F: Estou atrasado porque tive que mudar por causa do serviço do pai.
M: Eu entrei, mas a escola era fraca, dai vim para o São José e reprovei.
E: Vocês já estudaram geometria?
M/F: Sim.
E: O que é?
M/F: Desenho com régua.
E: Não lembram de mais nada?
M/F: Não.
E: Vocês já estudaram o assunto área?
M: Sim.

E: O que é?
M: Área é o espaço, tudo que ocupa um lugar no espaço.
E: Dê um exemplo.
M/F: Por exemplo aqui no colégio estamos ocupando uma área. A sala esta ocupando o espaço do colégio.
E: Como o vendedor vende o azulejo?
F: Em metros quadrados.
E: O que é perímetro?
F: A professora deu, mas já esquecemos.

Série: 5ª A

E: Em que cidade do Japão você nasceu?
F: Não me lembro.
E: Do que vocês mais gostam de brincar?
F: Tênis de mesa.
M: Futebol.
E: Qual a profissão de seus pais?
F: O pai é diretor da Kurashiki (uma indústria) e a mãe é do lar.
M: Pai, médico veterinário e agricultor e mãe assistente social trabalha no Ipe.
E: Que matéria vocês mais gostam? Por quê?
F: Educação Física porque gosto de correr.
M: Educação Física, fica mais livre.
E: Vocês acham que a matemática tem relação com outras disciplinas?
F: Desenho geométrico.
M: História, sem a matemática não teria as datas.
E: Vocês já estudaram geometria?
M: É igual a desenho geométrico, os quadrados e losangos.
F: A mesma coisa.
E: Dê um exemplo de um quadrado nesta sala.
F: A mesa.
M: A sala.
E: O que é área?
M: É o tamanho de certo lugar.
F: É o tamanho de certo lugar, de uma forma, retângulo, quadrado.
E: Como o vidraceiro cobra a parte interna de um quadro.
M/F: Área.
E: E a moldura?
M: Perímetro.
E: Então o que é perímetro.
M: É a largura.
F: É a soma dos comprimentos. Área é o tamanho da forma.

Série: 5ª B.

E: De que vocês mais gostam de brincar?
F: Gostava de xadrez.
M: Gostava de futebol.
E: Qual a profissão de seus pais?
M: O pai é secretário de esportes e a mãe é professora.
F: O paié engenheiro civil e a mãe é dona de confecção.
E: Vocês já estudaram geometria?
F/M: Já.
E: O que vocês já estudaram?
M: Retas, ângulos, figuras geométricas.
E: Tem alguma figura geométrica na sala.
F: Os livros, a forma deles é quadrado.
E: Vocês já estudaram cubo e esfera?
M/F: Tem alguma esfera na sala.
M: Nos troféus.
E: Esfera e círculo são a mesma coisa?
M: Esfera é um círculo.
E: O que é área?
F: É um quadrado.
E: O que é perímetro?
F: Perímetro é do cubo, quadrado.
E: Tenho que comprar um quadro, o cálculo da parte interna é perímetro ou área?
F: Área.
M: Perímetro.
E: O cálculo da moldura do quadro se refere a perímetro ou área?
F: Área.

Série: 5ª A.

E: De quê vocês mais gostam de brincar?
M: Jogo da vida, futebol.
F: Tênis de campo.
E: Qual a profissão de seu pai?
M: Pai, engenheiro agrônomo, professora da Universidade.
F: Pai agricultor, mãe do lar.
E: Que disciplina mais gostam na escola?
F: Matemática, ela tem a ver com desenho geométrico.
M: Desenho geométrico, porque é legal.
E: O que é geometria?
M/F: É o estudo das formas, retas, figuras.
E: Que figuras?
M/F: Triângulo, quadrado.
E: Vocês estudaram alguma forma espacial?
M/F: Esfera.
E: O que significa a palavra geometria?

E: O que é área?
M: É o espaço de alguma coisa.
E: O que é perímetro?
M/F: Não lembro.
E: O vendedor ao vender uma moldura de quadro, calcula o perímetro ou área?
M/F: A moldura é o perímetro.
E: O que é perímetro?
M/F: É o lugar que envolve uma área.
E: Como sabemos se uma casa é pequena ou grande?
M: Pelo tamanho, pela área.
E: E se tiver que colocar muro?
F: Dai temos que calcular o perímetro.

Série:5ª A.

E: Qual a profissão de seus pais?
M: Mecânico, dono de retífica.
F: Pastor de Igreja.
E: Do que vocês mais gostam de brincar?
M: Jet-sky, lancha, basquete.
F: Basquete.
E: De que matéria mais gosta?
F: Inglês ou português.
E: Vocês já tiveram assuntos de geometria?
M/F: Sim, área e perímetro.
E: E figuras geométricas?
M: Figuras retangulares, quadrangulares.
E: Dê um exemplo de círculo nessa sala.
F: O quadro da sala.
E: De exemplo de um cilindro.
M/F: Não sei.
E: Para vocês o que é área?
M: É um espaço.
F: É um espaço.
E: Tenho que comprar um quadro, a parte interior do quadro o vendedor calcula como área ou perímetro?
M/F: Área.
E: Então o que é área?
M: A área é a parte interna.
E: E o que é perímetro?
F: É a parte de fora.
E: Se eu tiver que comprar azulejo, de que jeito o vendedor vende?
M/F: Em metros.

Série: 5ª.

E: Do que vocês mais gostam de brincar?
M: Vídeo game, esconde-esconde e futebol.
F: Gosto de jogar bola com minha irmã.
E: De que matéria vocês mais gostam?
M: Matemática.
F: Ciências é interessante.
E: Qual é a profissão de teus pais?
M: A mãe é dentista e o pai é fazendeiro.
F: O pai médico e a mãe é professora.
E: De que matéria vocês mais gostam na escola?
F/M: Matemática e ciências.
E: Vocês sabem o que significa geometria?
M: Descrição da terra.
F: Desenho.
E: O que vocês estudaram em geometria?
F: Ângulo, reta e linha.
M: Usa transferidor, esquadro, compasso

Série: 5ª.

E: Do que vocês mais gostam de brincar?
F: Bola.
M: Bicicleta e bola.
E: Qual a profissão de seus pais?
F: O pai é bancário e a mãe é supervisora.
M: O pai é juiz de paz e a mãe é professora.
E: De que matéria você mais gosta na escola?
F: Inglês.
M: Inglês e geografia.
E: Vocês já estudaram o assunto chamado geometria?
M/F: Só um pouquinho.
E: O que vocês lembram de ter aprendido?
M: Reta, ponto, plano, triângulo, quadrado.
E: De um exemplo de círculo que tenha na sala.
M: O quadro.
E: Dê um exemplo de retângulo.
F: A mesa.
E: Vocês já estudaram o assunto chamado área?
M/F: Sim, na 4ª série.
E: O que é área para vocês?
M: Tudo o que possa ver em cima.
F: Uma casa, um prédio.
E: O que é perímetro?
M: Perímetro é a medida da casa por fora.
E: Um quadro que tenha que ser colocado moldura, como o vendedor calcula a parte interna para vender?
M: A área.
E: E a moldura?
F: Perímetro.

Série: 5ª

E: Do que vocês mais gostam de brincar?
M: Vídeo game, esconde-esconde e futebol.
F: Gosto de jogar bola com minha irmã.
E: De que matéria vocês mais gostam?
M: Matemática.
F: Ciências é interessante.
E: Qual é a profissão de teus pais?
M: A mãe é dentista e o pai é fazendeiro.
F: O pai médico e a mãe é professora.
E: De que matéria vocês mais gostam na escola?
F/M: Matemática e ciências.
E: Vocês sabem o que significa geometria?
M: Descrição da terra.
F: Desenho.
E: O que vocês estudaram em geometria?
F: Ângulo, reta e linha.
M: Usa transferidor, esquadro, compasso.
E: Estudaram figuras geométricas. Tem alguma figura geométrica na sala?
M: Na tomada, um retângulo.
F: Ali, um círculo.
E: Não tem nenhum paralelepípedo na sala?
M: A máquina de escrever.
E: Vocês já estudaram o assunto área?

E: O que é área?
F: É o perímetro.
E: Qual a diferença entre perímetro e área?
F: Perímetro é uma medida de comprimento.
M: Perímetro é a medida dos lados. Área é a medida da parte interna.
E: O vendedor, ao vender um quadro, calcula o custo da parte interna do quadro e da moldura. O cálculo da parte interna se refere a área ou perímetro?
M: Área.
E: O cálculo da moldura se refere a área ou perímetro?
F: Perímetro.

Série: 5^a

E: Do que vocês mais gostam de brincar?
F: Corda, natação.
M: Bola.
E: Qual é a profissão de teus pais?
F: O pai é falecido e a mãe é do lar.
M: O pai é advogado e a mãe é professora da Universidade.
E: De qual disciplina vocês mais gostam?
M: Matemática.
F: Geografia.
E: Vocês já estudaram o assunto geometria?
M: Sim, ângulos e retas.
F: Figuras geométricas.
E: Teria na sala alguma figura geométrica?
F: O quadro.
E: Qual o nome desta figura geométrica?
F: É um círculo.
E: Que forma geométrica teria o gravador?
F: De quadrado.
E: Vocês já estudaram o assunto chamado área?
F/M: Na 4^a série.
E: O que é área?
M/F: Não estamos lembrados.
E: E perímetro?
M/F: Não lembramos.

Série: 5^a A.

E: Do que vocês gostam de brincar?
M: Vídeo game, futebol.
F: Vôlei.
E: Vocês estudaram de 1^a à 4^a série em escola pública ou particular?
M/F: Em escola particular.
E: Qual disciplina vocês mais gostam na escola?
F: Matemática, gosto de fazer cálculos.
M: Ciências, gosto de fazer cálculos.
E: Vocês já estudaram geometria?
M: Nós já estudamos figuras geométricas, ponto, reta e plano.
E: Já estudaram figuras espaciais?
F: Nada, nada.
E: Vocês sabem o que significa a palavra geometria?
M/F: Não.
E: Vocês já estudaram área?
F: Já.
E: O que é área?
M: É tipo área plana.
M: É tipo uma cerca.
E: E perímetro o que é?
M: É soma de todos os lados de uma figura.
E: E área o que é?
M: Tem que medir altura, comprimento e largura e aí vê a medida em metros quadrados.
E: Vamos supor que tivesse que comprar azulejo, como é vendido?
F: Por metro.
E: Como o pedreiro cobra para pintar a parede.
F: Pela área.
E: Qual a diferença entre perímetro e área?
F: Perímetro é a soma dos lados da figura. Área é para ver quanto tem dentro da figura.

Série: 5ª A.

E: Vocês cursaram de 1ª à 4ª série em escola particular ou em escola estadual.
M/F: Em escola particular.
E: De que matéria vocês mais gostam na escola?
F: Matemática e ciência, faz cálculos.
M: Ciências, estuda rochas.
E: Vocês já estudaram geometria?
M/F: Sim.
E: O que?
F: A gente fazia perímetro dos polígonos. Fazíamos a área das figuras geométricas.
E: De um exemplo de uma esfera?
M: Uma bola.
E: De um exemplo de um paralelepípedo?
M: É quadrado.
F: A caixinha da fita é um paralelepípedo.
E: O que é área?
F: É medir o que tem dentro das figuras.
M: Medir a superficie.
E: O que é perímetro?
M: É a soma dos lados da figura geométrica.
E: Qual a diferença entre perímetro e área?
F: Perímetro mede os lados e a área mede o que tem dentro.
M: A área seria medir o que tem dentro de um quarto.
E: Como o vendedor vende o azulejo?
M: Por metro quadrado.

Série: 5ª A.

E: Onde vocês cursaram de 1ª à 4ª série.
F: Escola pública.
M: Escola particular.
E: De que disciplina vocês mais gostam na escola?
F: Matemática.
M: História.
E: Vocês já estudaram geometria?
M/F: Sim.
M: Polígono, ângulos.
F: Linhas.
E: Vocês já estudaram área?
M: Seria ao quadrado. Por exemplo se tem um quadrado, todas as medidas de um metro vezes 4. Ele vezes ele.
F: Não estudei esse assunto.

Série: 5ª B.

E: Vocês cursaram de 1ª à 4ª série em que escola?
M/F: Escola particular.
E: Vocês já estudaram geometria?
M/F: Já.
E: O que vocês já estudaram?
M/F: Retas, semi retas, segmentos de retas.
E: Vocês já estudaram esfera, paralelepípedo?
M/F: Não.
E: Sabem o que significa a palavra geometria?
M/F: O estudo das fórmulas, das fórmulas de retas.
E: Vocês já estudaram área?
M: Área é a medida da superfície de uma região em metros quadrados.
E: E para você o que é área Thais?
F: É um espaço.
E: E o que é perímetro?
F: É a medida de todos os lados da figura.
E: Qual a diferença entre perímetro e área?
F: Perímetro é a soma dos lados. Área é a quantidade de metro quadrado.
E: Como é vendido o azulejo?
F: Em metro.
M: Em metro quadrado.
E: Este cálculo se refere a perímetro ou área.
M: Área.
E: Como é vendido a moldura de um quadro?
M: Em metro.
E: É perímetro ou área?
M/F: Perímetro.

Série: 5ª B.

E: Vocês estudaram de 1ª à 4ª série em escola particular ou estadual?
M/F: Escola estadual.
E: De que disciplina vocês mais gostam?
F: História porque conta a vida do povo.
M: História porque conta o que já aconteceu.
E: Vocês já estudaram geometria?
M/F: Não estamos lembrado.
E: Não se lembram de ter estudado figuras geométricas.
M/F: Lembramos de ter estudado quadriláteros, polígonos, triângulo e hexágono.
E: Estudaram esfera e paralelepípedo.
M/F: Não.
E: Na sala tem algum triângulo?
F: Ali no calendário.
E: Vocês já estudaram o assunto chamado área? O que é área? O que é perímetro?
F: Perímetro não é soma dos lados?
E: E o que é área?
F: Não lembro de nada.