

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE DA SENSIBILIDADE DE UM SISTEMA DE SONAR PASSIVO
TIPO ARRAY LINEAR

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

MÁRCIO SILVEIRA

FLORIANÓPOLIS, MARÇO DE 1995

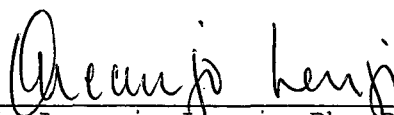
ANÁLISE DA SENSIBILIDADE DE UM SISTEMA DE SONAR PASSIVO
TIPO ARRAY LINEAR

MÁRCIO SILVEIRA

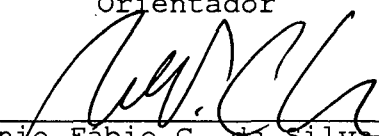
ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

MESTRE EM ENGENHARIA

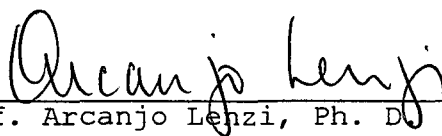
ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO VIBRAÇÕES E RUÍDO,
E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. Arcanjo Lenzi, Ph. D.
Orientador



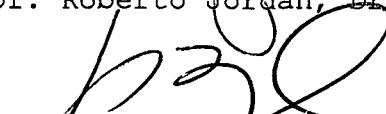
Prof. Antônio Fábio C. da Silva, Dr. Eng.
Coordenador



Prof. Arcanjo Lenzi, Ph. D.
Presidente



Prof. Roberto Jordan, Dr. Eng.



Prof. Nelson Diógenes do Vale, Dr. Ing.



Prof. Carlos Alberto Martin, Dr. Ing.

BANCA EXAMINADORA:

À minha família
e a Cássia

“Se eu mudar, o mundo também mudará.”

Quem conhece esta Verdade

e muda a atitude mental,

certamente se tornará feliz.

A vida de cada pessoa

é a “expressão” da mente dela própria;

e essa “expressão” se manifesta

como tipo de vida que ela vive.

Masaharu Taniguchi

AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. Arcanjo Lenzi, pela orientação, pelo apoio e amizade;
- Aos amigos e colegas: Edmar, Hilton, Fernando, Jorge, Joseval, Acir, Luiz, Murilo, Silvio, Alvarenga, Carlos, Gustavo, Nakagima, Edmilson, Susuki, Osvaldo, Gilberto, Luciano e demais bolsistas do LAV, pelas discussões e inesgotável "força" no desenvolvimento deste trabalho;
- À todos os funcionários do LVA, CPGEM e do DEM, pela atenciosa colaboração;
- À CAPES, pela concessão de bolsa de estudo;
- À MARINHA DO BRASIL, pelo apoio financeiro e precioso material para o desenvolvimento deste trabalho.
- Aos meus pais, Ari e Terezinha e Irmãs; Rosângela, Rosana, Rosiane e Regiane, que sempre deram todo o apoio;
- À Cássia, pelo carinho, apoio e companheirismo no decorrer deste trabalho;
- À UFSC, seus professores e funcionários a nossa disposição;
- A todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho, os meus sinceros agradecimentos.

ÍNDICE

1 - INTRODUÇÃO.....	1
2 - AMOSTRAGEM ESPACIAL E BEAMFORMING.....	5
2.1 - Considerações Gerais.....	5
2.2 - Beamforming no domínio do tempo.....	14
2.3 - Beamforming no domínio da frequência.....	17
2.3.1 - Método Direto.....	19
2.3.2 - Método de Horner.....	19
2.3.3 - Método de Goertzel.....	20
2.3.4 - FAST BEAMFORMING.....	21
2.4 - Desenvolvimento e Implementação Computacional...	23
2.4.1 - Descrição.....	23
2.4.2 - Diagrama de Bloco do Software.....	28
2.5 - Resultados.....	29
3 - MODELOS AUTOREGRESSIVOS E MÁXIMA ENTROPIA.....	37
3.1 - Processo Autoregressivo.....	37
3.2 - Correspondência entre um processo AR e MME.....	38
3.3 - Espectro de um processo AR.....	41
3.4 - Estimando os coeficientes AR.....	41
3.4.1 - Estimativa de YULE-WALKER.....	42
3.4.2 - Estimativa de BURG.....	45
3.5 - Erro de Predição Final de AKAIKE (FPE).....	47
3.6 - Processamento do ARRAY com MME.....	49
3.7 - Implementação.....	51
3.8 - Resultados.....	54
4 - MÉTODOS DE AUTOVETORES.....	68
4.1 Considerações Gerais.....	68

4.2 - Método de MUSIC.....	81
4.3 - Implementação.....	83
4.4 - Resultados teóricos.....	85
4.5 - Resultados.....	91
5 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	101
APÊNDICE A.....	104
APÊNDICE B.....	112
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	115

SIMBOLOGIA

a = constante
AR = autoregressivo
BF() = Beamforming
b = coeficiente de predição
c = velocidade do som
C1,C2 = amplitude constante
det[] = determinante da matriz []
d = distância entre sensores
E = autovalores
E[] = valor esperado
F[] = transformada de Fourier
k, k0 = número de onda
L = número de ondas planas
MME = método de máxima entropia
m = número de instantâneos
Ne,N = número de sensores
p = ordem do modelo
Pm = erro de predição
r = deslocamento
R = matriz de covariância
SNR = razão sinal ruído
t = tempo
YW = Yule-Walker
 τ = atraso no tempo
 λ = comprimento de onda

θ = ângulo de incidência do sinal

ω, ω_0 = frequência em radianos/s

Δ = atrasos digitais

μ = média do sinal

v = ruído ambiental

CONVENÇÕES

O símbolo * sobre qualquer variável indica quantidade complexa;

O símbolo [] indica matriz

O símbolo | | indica módulo

O símbolo \rightarrow indica vetor

O símbolo + indica transposta

RESUMO

O estudo da acústica submarina vem sendo estimulado nos últimos anos no Brasil por uma série de motivos, dentre os quais pode-se destacar a necessidade de desenvolvimento de sistemas de SONAR eficientes para equipar nossas embarcações, a exploração do nosso petróleo cuja maior parte está localizado na plataforma continental, a pesquisa hidrográfica da bacia amazônica, a exploração da plataforma continental, o aumento da produção de pescado, a expansão da indústria naval nacional. Nossa extensa costa marítima reserva recursos naturais importantes e essenciais para o desenvolvimento do país.

Este trabalho aborda alguns métodos de processamento de sinais, aplicado a um sistema de SONAR passivo, composto por um conjunto de sensores (tipo ARRAY linear) com o objetivo de permitir a identificação e localização de fontes sonoras submersas e/ou flutuantes.

Três métodos distintos foram analisados: o Beamforming convencional, um método autoregressivo e um baseado em autovalores/vetores da matriz de autocorrelação dos sinais.

Os SOFTWARES desenvolvidos foram implementados em linguagem C com o objetivo de reduzir o tempo de processamento.

É apresentada uma análise comparativa dos resultados determinados pelos vários métodos.

ABSTRACT

For many reasons studies on underwater acoustics have been stimulated in this country in the last few years. One could mention the necessity for developing efficient SONAR systems for the brazilian fleet, the oil exploration which is mainly located in the continental shelf, the hydrographic research carried out at the amazon basin, the necessity for increasing the commercial fishing, and the expansion of our national ship industry. Our extense sea coast contains important natural resources for the development of this country.

This work deals with some signal processing methods applied to passive SONAR systems, composed of a set of hydrophones (linear array) used to localize and identify floating and submerged sound sources.

The three analised methods are the conventional beamforming, an autoregressive method and a method based on eigenvalues and eigenvectors of the signals autocorrelation matrix.

All routines were written in C language in order to reduce the processing time.

This work presents a comparative analysis of the results produced by these methods.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O mar "A GRANDE MASSA DE ÁGUA SALGADA QUE COBRE APROXIMADAMENTE TRÊS QUARTAS PARTES DA SUPERFÍCIE DA TERRA", fonte de inúmeras riquezas e potencialidades, vem recebendo nos últimos anos especial atenção no estudo de suas características.

O ambiente submarino é composto por diversas fontes geradoras de ruído. Os ruídos e sons produzidos por organismos biológicos no mar são muitos e diversos. As baleias, por exemplo, produzem sons ao soprar o ar através das suas laringes. Uma grande quantidade de fontes naturais de ruído são causadas por distúrbios sísmicos e a agitação da superfície do mar pelo vento. Navios deslocando-se, mesmo a grandes distâncias, geram ruído irradiado pelo casco com características de campo difuso, cujo espectro ocupa uma larga faixa de frequência.

A acústica submarina, através do conhecimento das características das fontes geradoras de ruído e de um adequado processamento dos seus sinais, procura desvendar os possíveis caminhos de propagação buscando detectar, localizar e classificar as fontes submersas ou flutuantes.

Um sensor (hidrofone) instalado no oceano para captar os sons presentes no ambiente, gera um sinal de saída que, para grandes períodos de tempo, pode ser melhor descrito como "ruído", isto é, suas amplitudes variam aleatoriamente durante o tempo de aquisição, permitindo somente uma descrição estatística

baseada na observação sobre extensos intervalos de tempo. Este ruído estabelece um limite inferior para a intensidade dos sinais acústicos que podem ser detectados pelo sistema de SONAR.

No oceano muitos sinais acústicos tem características próximas ao ruído ambiental. O termo "ruído ambiental" refere-se ao ruído que permanece depois que todas as fontes identificadas foram suprimidas. Um caso típico pode ser a presença de muitos navios numa determinada região, que, aleatoriamente distribuídos sobre a superfície do oceano, resultam em componente do ruído ambiental, enquanto que apenas um navio pode ser facilmente identificado e localizado, devido às suas características espectrais (assinatura). É portanto, tratado como um sinal acústico ao invés de uma parte do componente do ruído ambiental.

Os níveis do ruído ambiental são altamente dependentes da localização geográfica, características de transmissão acústica, estação do ano e condições meteorológicas. Para facilitar o estudo das características do ruído ambiental BURDIC[11] propõem a divisão do espectro acústico em três faixas. As baixas frequências que se estendem de 1 Hz até aproximadamente 800 Hz, para a qual é dirigida este trabalho; a faixa média que cobre de 800 Hz a 50kHz; e a faixa de altas frequências localizada acima de 50kHz. Em cada uma dessas faixas, a fonte dominante do ruído ambiental pode ser identificada e caracterizada.

As primeiras observações nesta área foram realizadas por Leonardo da Vinci [1], mostrando seu interesse por um sistema acústico submarino. Um intenso desenvolvimento ocorreu durante as grandes guerras mundiais, que culminaram com os trabalhos teóricos e experimentais apresentados por KNUDSEN [2], WENS [3],

MARSH [4], URICH [5] e outros que identificaram as várias fontes e características do ruído ambiental no oceano. Informações adicionais sobre a absorção do som no mar foram apresentadas por LIEBERMAN [6] e LEONARD [7], assim como a determinação experimental dos coeficientes de absorção.

A maior disponibilidade de computadores possibilitou a melhor análise dos dados e desenvolvimento estatístico de várias condições de propagação e localização.

Um importante desenvolvimento foi proporcionado pela introdução das técnicas digitais de processamento de sinais. A primeira aplicação em acústica submarina foi o "DIGITAL MULTIBEAM STEERING SYSTEM" (DIMUS) [8]. Este sistema usava ponderações nos sinais dos hidrofones, seguidos por registros digitais de deslocamento (SHIFT), que davam os atrasos necessários para a obtenção do BEAMFORMING. A introdução de técnicas de transformada rápida de Fourier[9], junto com a grande diminuição nos custos e aumento da capacidade de sistemas digitais, resultaram no modelo de sistemas de processamento de sinais digitais no final da década de 60 e início dos anos 70.

O problema clássico de detecção de um único sinal-fonte em um ambiente, completamente aleatório, com ruído bem comportado, apresentou resultados eficazes próximo ao ideal com os SOFTWARES disponíveis, no início da década de 70 [12,14].

O objetivo atual consiste em classificar e separar os sinais gerados por várias fontes de interesse. O volume de dados gerado por um sistema de SONAR MULTIBEAM é muito grande. A tentativa de extrair informações úteis de grandes volumes de dados tem levado à inúmeras tentativas para detectar e classificar

automaticamente fontes e controlar parâmetros do sistema de captação e análise dos sinais.

Neste trabalho aborda-se a análise de um sistema conhecido como SONAR, palavra originária de Sound Navigation and Ranging, do tipo passivo, ou seja a localização da fonte é extraída apenas dos sinais que chegam aos sensores e são adequadamente tratados.

O capítulo 2 apresenta uma abordagem genérica do problema de localização de fontes sonoras através do BEAMFORMING convencional e sua análise no tempo e na frequência. É apresentada também uma análise comparativa do tempo de processamento para os vários métodos no domínio da frequência.

No capítulo 3 é discutido um método de análise de alta resolução sugerido por BURG, no qual o espectro espacial é determinado pela maximização da entropia e através dos coeficientes de predição, pode-se obter o BEAMFORMING baseado em um modelo autoregressivo.

O capítulo 4 apresenta um método para obtenção do BEAMFORMING extraído dos autovalores/vetores da matriz de autocorrelação do sinal incidente. A matriz de autocorrelação é formada pela aquisição do sinal incidente nos sensores sobre M instantes de tempo.

No capítulo 5 são apresentadas as conclusões a respeito deste trabalho, bem como sugestões para trabalhos futuros que possam ser desenvolvidos, dentro dessa linha de pesquisa.

CAPÍTULO 2

AMOSTRAGEM ESPACIAL E BEAMFORMING

2.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Entre as partes importantes que compõem um sistema de SONAR passivo pode-se citar o conjunto de sensores (ARRAY) e o BEAMFORMER. O ARRAY amostra espacialmente o campo de pressão acústica, enquanto que o BEAMFORMER combina a saída dos sensores numa forma adequada para produzir o maior desempenho de detecção e estimativa do sistema. O tamanho e a geometria do ARRAY são restringidos por considerações implementacionais e econômicas.

A entrada para o BEAMFORMER é um conjunto de séries no tempo, geralmente uma série para cada sensor e a saída é formada por outro grupo de séries no tempo ou um conjunto de coeficientes de FOURIER, genericamente conhecidos como BEAMS [17].

O espectro de frequência e número de onda $P(\omega, \vec{k})$, resume as informações presentes em um campo acústico. Considera-se que geralmente "fontes" irradiam energia em banda estreita, e que sendo a fonte espacialmente compacta esta energia provem de uma determinada direção.

O espectro de frequência e o número de onda de um campo acústico devido a uma fonte pode ser representado por

$$P(\omega, \vec{k}) = C_1 e^{-a(\omega - \omega_0)^2} e^{-a|\vec{k} - \vec{k}_0|^2} \quad (2.1)$$

sendo ω é a frequência em radianos e k o número de onda.

O campo sonoro devido ao ruído ambiente, não é correlacionado no tempo e espaço, e tem um espectro de frequência e número de onda dado por

$$P(\omega, \vec{k}) = C2 \quad (2.2)$$

de tal forma que pode-se representar o espectro do campo sonoro

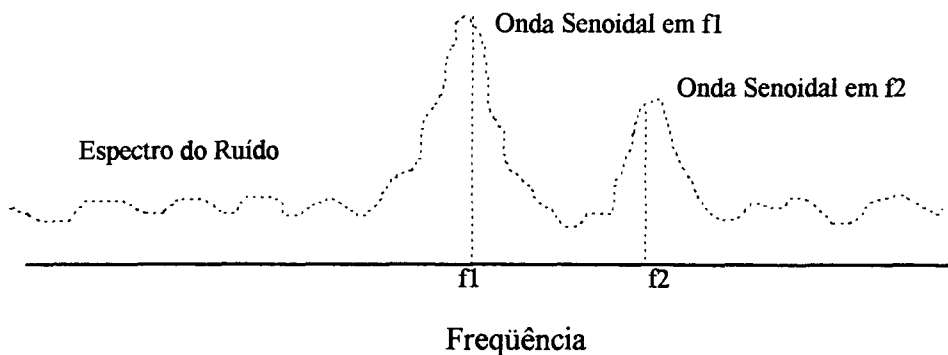


Figura 2.1 - Densidade espectral de potência de sinais de ondas planas senoidais em ruído banda larga.

Assim, estimando o espectro pode-se determinar a presença de uma fonte, sua frequência e direção. Para concluir informações sobre o campo acústico, é necessário amostrar o campo no espaço e no tempo.

O ARRAY amostra o campo em diferentes pontos no espaço. Para um ARRAY em linha com elementos espaçados igualmente, tem-se.

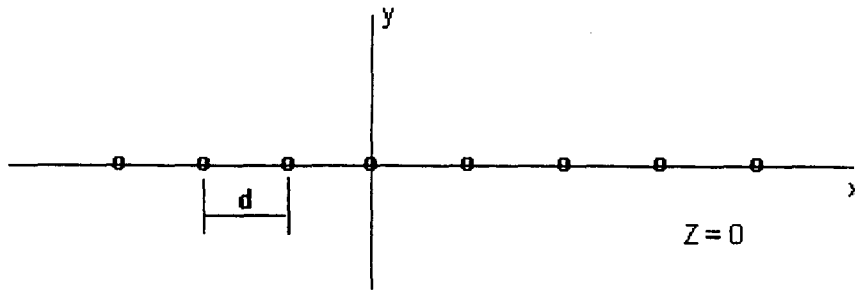


Figura 2.2 - ARRAY de sensores em linha

Para o ARRAY em linha pode-se medir somente $p(t, r=(x, 0, 0))$, assim o espectro pode ser representado como

$$P_{xx}(\omega, \vec{k}_x) = \iint R_{xx}(\tau, k_x) e^{-j(\omega\tau - k_x x)} d\tau dx \quad (2.3)$$

A equação (2.3) define o espectro de número de onda e frequência e é análogo ao espectro de potência de uma série de tempo, sendo que,

$$R_{xx}(\tau, k_x) = E[p(t_1, x)p(t_2, x)] \quad (2.4)$$

O ARRAY em linha não pode captar ondas planas para um específico k_y e k_z , mas somente a potência total de todas as ondas planas de um determinado k_x e arbitrários k_y, k_z .

Considere $P_{xx}(\omega, k_x)$ limitado numa faixa como mostra a figura 2.3

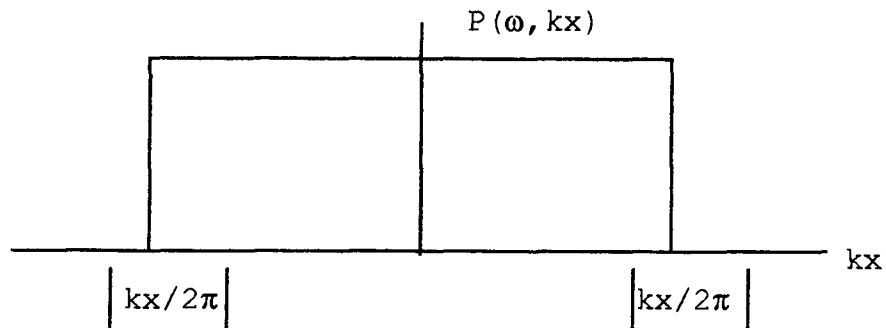


Figura 2.3 - Espectro de Potência limitado numa faixa

de tal forma a acomodar no máximo um comprimento de onda em L tem-se $|k_x|/2\pi \leq 1/L$ e amostrar $P_{xx}(\omega, K_x)$ em um intervalo espacial $d \leq L/2$ m.

Para determinar L , considera-se que a velocidade do som seja dada pelo seu valor nominal, desprezando as variações devidas a profundidade, salinidade, temperatura, etc, tal que

$$c = \frac{\omega}{|\bar{k}|} \quad \text{ou} \quad |\bar{k}_x| \leq |\bar{k}| = \frac{\omega}{c} \quad (2.5)$$

Considerando, entretanto, que a entrada do sistema de SONAR será sempre de banda limitada para alguma frequência f_{\max} [Hz].

$$\frac{|\bar{k}_x|}{2\pi} \leq \frac{f}{c} \leq \frac{f_{\max}}{c} = \frac{1}{L} \quad (2.6)$$

e o espaçamento entre sensores "d" resulta

$$d \leq \frac{c}{2f_{\max}} = \frac{\lambda_{\min}}{2}$$

na qual λ_{\min} é o comprimento de onda da maior frequência contida no sinal. Se os sensores forem espaçados tal que $d > \lambda/2$, erros de ALIASING espacial ocorrerão.

Um exemplo do "ALIASING" espacial está mostrado na figura 2.4

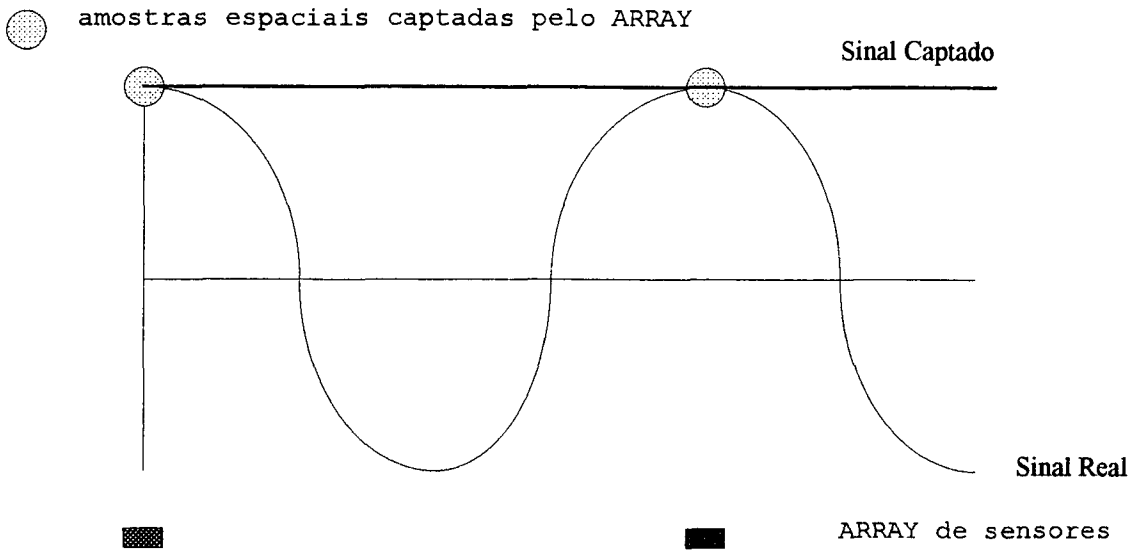


Figura 2.4 - Exemplo de "ALIASING" espacial.

Para analisar o conceito de BEAMFORMING foi utilizado um ARRAY em linha. O objetivo consiste em detectar a presença de um sinal de onda plana $s(t, \vec{r} \cdot \vec{n} / c)$, propagando-se com direção conhecida $\vec{n} = \vec{k}_0 / |\vec{k}_0|$, e medido numa direção \vec{r} em um meio ambiente cujo ruído de fundo tem características de ruído branco.

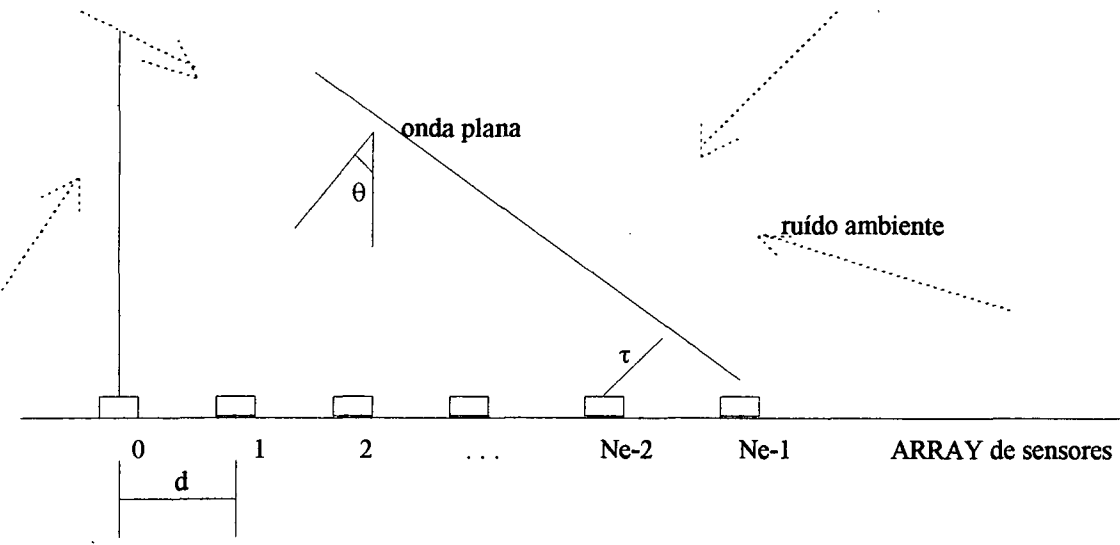


Figura 2.5 - Geometria de um ARRAY em linha.

sendo $\tau = \frac{d}{c} \text{sen}(\theta)$

Sendo o ruído espacialmente branco, em qualquer instante de tempo, assume-se que não existe correlação entre o ruído de quaisquer dois sensores. Portanto, o sinal tem o mesmo valor (em amplitude) ao longo de cada frente de onda. Assim uma razoável forma de processar os dados do ARRAY para detecção consiste em combinar as saídas dos sensores tal que o sinal sendo analisado se destaque em relação ao ruído. Isto é feito atrasando as saídas dos elementos de uma quantidade (atraso) correspondente ao tempo de propagação na direção da frente de onda, entre dois sensores adjacentes, e somando os resultados, para produzir

$$BF(n\Delta) = \frac{1}{Ne} \sum_{i=0}^{Ne-1} x_i(n\Delta + \bar{r}_i \cdot \frac{\bar{n}}{c}) \quad (2.7)$$

na qual $x_i(n\Delta)$ é a saída amostrada do i -ésimo sensor.

Note que

$$\bar{r}_i \cdot \frac{\bar{n}}{c} = -i \frac{d}{c} \text{sen}(\theta)$$

tal que

$$BF(n\Delta) = \frac{1}{Ne} \sum_{i=0}^{Ne-1} x_i(n\Delta - i \frac{d}{c} \text{sen}(\theta)) \quad (2.8)$$

Esta operação assim definida é conhecida como "BEAMFORMING".

Como exemplo, para um sinal de onda plana Monocromática

$$x_i(n\Delta) = e^{j\omega(n\Delta - i\frac{d}{c}\text{sen}(\theta))} \quad (2.9)$$

e substituindo na expressão do BEAMFORMING, tem-se

$$BF(n\Delta) = \frac{1}{Ne} \sum_{i=0}^{Ne-1} e^{j\omega i\frac{d}{c}[\text{sen}(\theta) - \text{sen}(\theta_0)]} e^{j\omega n\Delta} \quad (2.10)$$

Pode-se reescrever a equação acima na forma

$$BF(n\Delta) = \frac{\text{sen}(Ne\frac{\delta}{2})}{Ne \text{sen}(\frac{\delta}{2})} e^{j\omega n\Delta} e^{j\delta\frac{Ne-1}{2}} \quad (2.11)$$

sendo

$$\delta = \omega\frac{d}{c}[\text{sen}(\theta) - \text{sen}(\theta_0)] \quad (2.12)$$

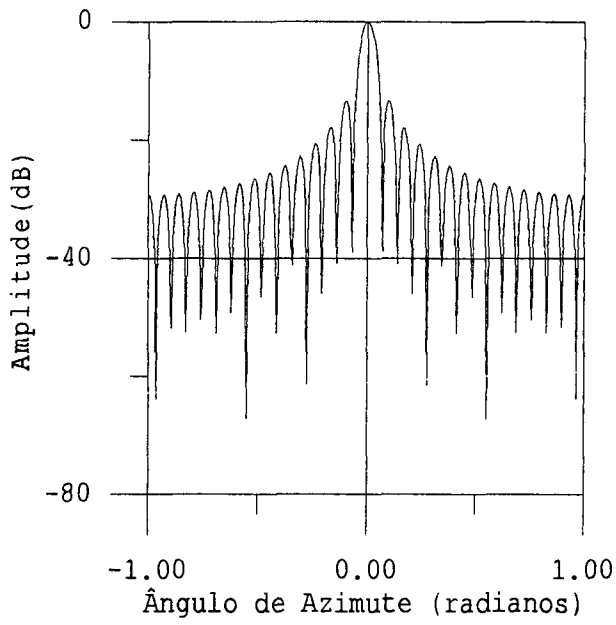
Desta forma a amplitude da onda plana Monocromática proveniente de uma direção θ , na saída de um BEAMFORMER "dirigido" para o ângulo (θ_0) de azimute recebe uma atenuação dada por

$$|B(\omega, \theta)| = \left| \frac{\text{sen}[Ne(\omega/2)(d/c)(\text{sen}(\theta) - \text{sen}(\theta_0))]}{Ne \text{sen}[(\omega/2)(d/c)(\text{sen}(\theta) - \text{sen}(\theta_0))]} \right| \quad (2.13)$$

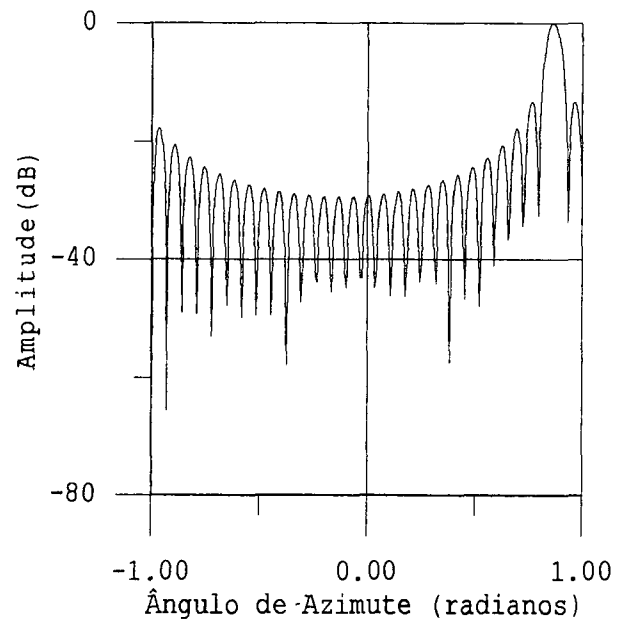
Esta função quando plotada em função de $\text{sen}(\theta)$ é conhecida como o "BEAM PATTERN" do ARRAY.

Nota-se que para uma dada frequência todas as ondas planas com $(\theta \neq \theta_0)$ são atenuadas induzindo a uma interpretação do BEAMFORMER como sendo um filtro espacial.

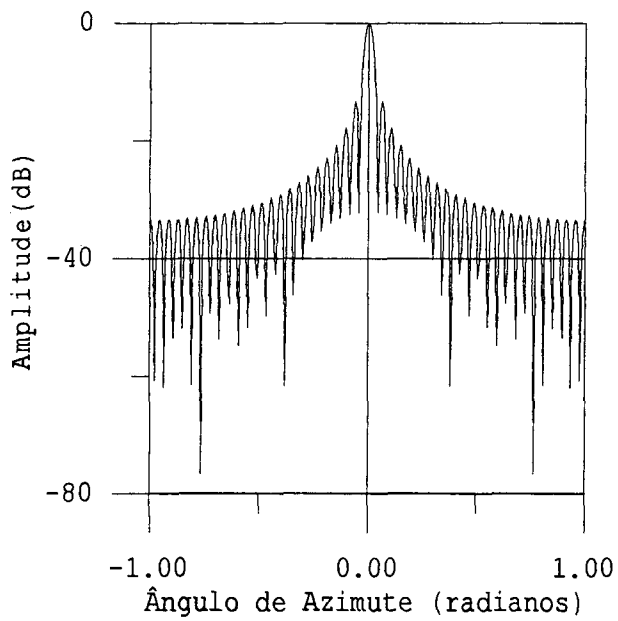
Deseja-se que o BEAM PATTERN tenha seu lóbulo principal estreito e uma grande faixa dinâmica entre os lóbulos laterais e o lóbulo principal para maior rejeição do ruído. Observa-se que aumentando ω e N_e o lóbulo principal torna-se mais estreito, embora os níveis dos lóbulos laterais permaneçam constantes. É importante notar que a frequência de operação do sistema é fixa por considerações como a frequência de assinatura do fonte e que o aumento de N_e implica em custos e problemas geométricos (tamanho do ARRAY). Outra possibilidade para reduzir a largura do lóbulo principal é aumentar "d", mas isto levará ao ALIASING espacial. Programando a equação (2.13) e plotando o resultado em função do seno do ângulo de azimute, tem-se



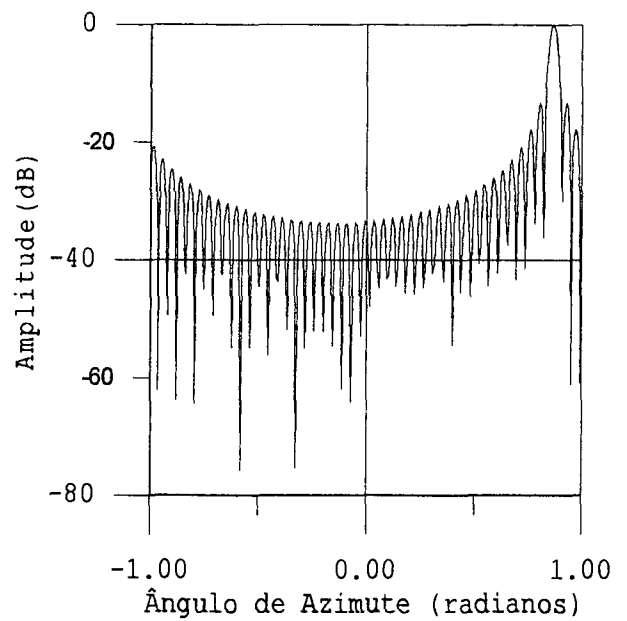
(A)



(B)



(C)



(D)

Figura 2.6 - BEAM PATTERN com $N_e = 27$ e 49 para $\theta_0 = 0^\circ$ e 60°

Na figura 2.6 pode-se observar o BEAM PATTERN para $d=\lambda/2$ com número de sensores igual a 27 na parte superior e 49 na parte inferior com ângulos de incidência de 0° e 60° .

2.2 BEAMFORMING NO DOMÍNIO DO TEMPO

O BEAMFORMER convencional [10] introduz atrasos nas saídas de cada sensor para compensar os atrasos devido a propagação da onda incidente no ARRAY. O BEAMFORMING mais simples baseado no domínio do tempo para um ARRAY em linha provém diretamente da equação (2.7), que pode ser reescrita como

$$\mathbf{b}(t) = \sum_{i=0}^{N_s-1} x_i(t - i\tau) \quad (2.14)$$

Deve-se assegurar que $\tau = k\Delta$, isto é, os atrasos digitais correspondem ao período de amostragem, sendo k um inteiro. Este requisito restringe as direções de posicionamento do BEAM, tal que sejam obedecidas as seguintes relações.

$$\tau = \frac{d}{c} \text{sen}(\theta) = k\Delta$$

$$\theta = \text{arco sen} \left(\frac{k\Delta}{d/c} \right) \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.15)$$

o que obriga a utilização de grandes frequências de amostragem, permitindo conseqüentemente, uma maior discretização no espaço θ .

A figura 2.7 apresenta um esquema gráfico da representação do sinal incidente no ARRAY para vários ângulos

através da discretização do sinal (A) e a média dos dados amostrados para maior estabilidade estatística do processo (B).

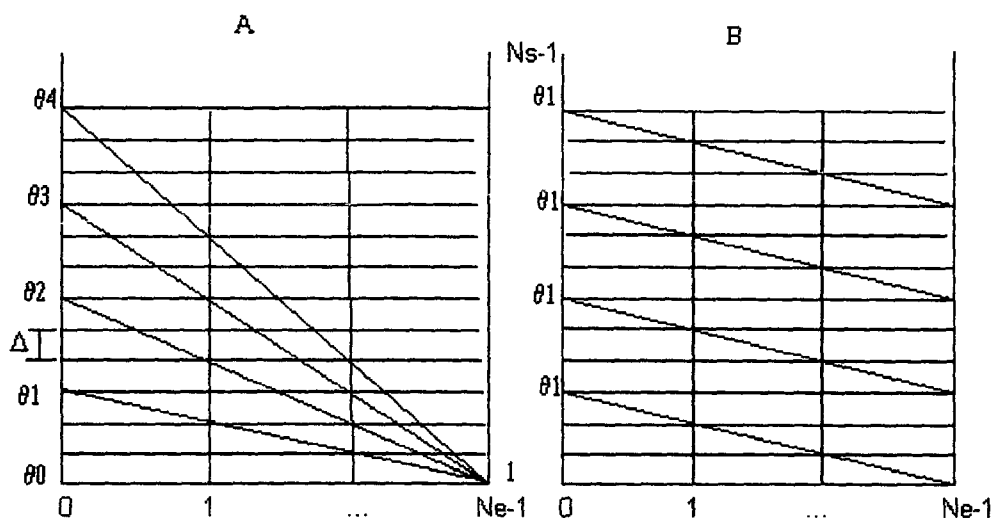


Figura 2.7 - Relação entre amostras do sinal e ângulo de incidência e a média das amostras do BEAMFORMING

Nas figuras 2.8 e 2.9 observam-se os resultados do BEAMFORMING no domínio do tempo, para diferentes números de sensores e Razão Sinal Ruído.

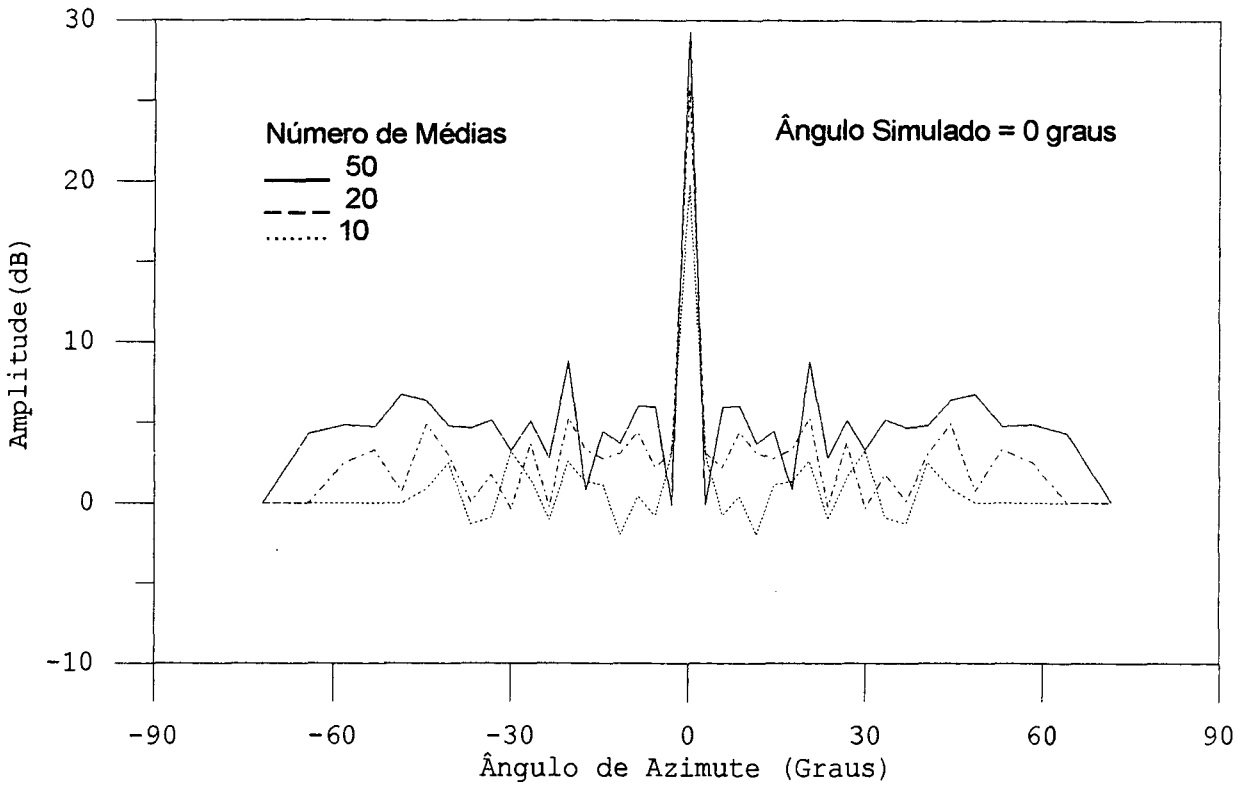


Figura 2.8 - Variação do número de médias no BEAMFORMING obtido no domínio do tempo

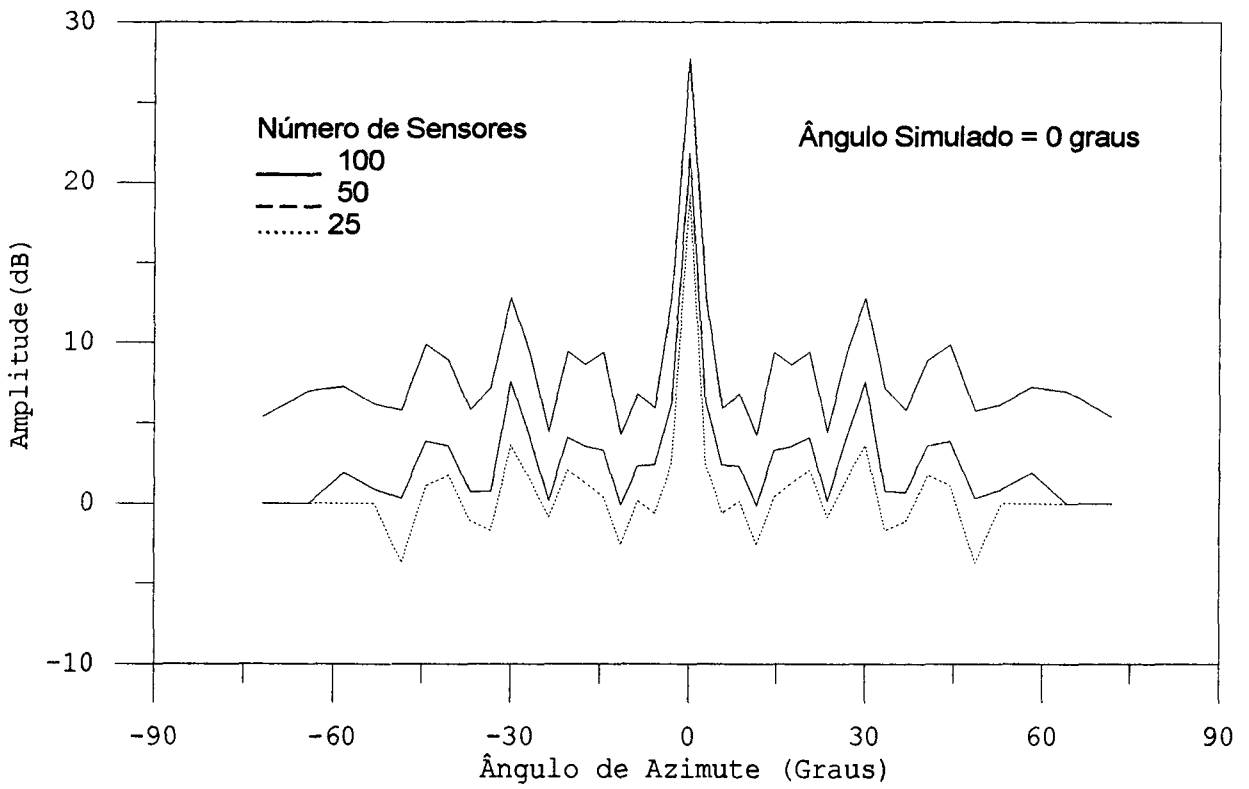


Figura 2.9 - Variação do número de sensores no BEAMFORMING no domínio do tempo

2.3 BEAMFORMING NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Os conceitos de BEAMFORMING no domínio da frequência [8] resultam da aplicação de técnicas da transformada de FOURIER no processo do BEAMFORMING. Devido a linearidade do BEAMFORMER e a certas propriedades da transformada de FOURIER, a transformada da saída do BEAM pode ser obtida através da transformada de FOURIER da saída dos sensores, como segue

$$BF(t) = \sum_{i=0}^{Ne-1} w_i x_i(t - i\tau(\theta)) \quad (2.16)$$

na qual pode-se introduzir um coeficiente de ponderação w_i (janela) que permite a redução dos níveis dos lóbulos laterais no sistema de cálculo do BEAMFORMING

$$F[BF(t)] = F \left[\sum_{i=0}^{Ne-1} w_i x_i(t - i\tau(\theta)) \right] \quad (2.17)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \sum w_i x_i(t - i\tau) e^{-j\omega t} dt$$

$$= \sum w_i \int_{-\infty}^{\infty} x_i(t - i\tau) e^{-j\omega t} dt$$

substituindo

$$t' = t - \tau \quad t = t' + \tau$$

$$dt' = dt$$

$$BF(f, \theta) = \sum w_i \int_{-\infty}^{\infty} x_i(t') e^{-j\omega(t'+\tau)} dt'$$

$$BF(f, \theta) = \sum w_i e^{-j\omega\tau} F[x_i(t)] \quad (2.18)$$

Portanto,

$$BF(f, \theta) = \sum_{i=0}^{Ne-1} w_i X_i(f) e^{-j\omega\tau(\theta)} \quad (2.19)$$

Para um sinal amostrado no tempo , $x(t) \Rightarrow x(n\Delta)$ tem-se

$$BF(m, \theta) = \sum_{i=0}^{Ne-1} w_i X_i(m) e^{-j\omega\tau} \quad (2.20)$$

sendo

$$X_i(m) = \sum_{n=0}^{Ns-1} x_i(n\Delta) e^{-j\frac{2\pi}{Ns}mn} \quad \begin{cases} m = 0, 1, \dots, Ns-1 \\ n = 0, 1, \dots, Ne-1 \end{cases} \quad (2.21)$$

que corresponde a FFT com Ns pontos, aplicada aos dados amostrados do sinal, que produz $X_i(k)$ como o k -ésimo coeficiente da DFT para o i -ésimo sensor.

Visto que um atraso no domínio do tempo corresponde a uma mudança de fase no domínio da frequência, assim uma das operações fundamentais do BEAMFORMING na frequência, a "PHASING" (mudança de fase) e o somatório dos sinais dos sensores, de tal forma que para obter o BEAMFORMING no domínio da frequência é necessário resolver a expressão

$$BF(m, \theta) = \sum_{i=0}^{Ne-1} w_i X_i(m) e^{-j2\pi i f_m \frac{d}{c} \text{sen}(\theta)} \quad (2.22)$$

sendo m = índice de frequência

$$f_m = m[fs/Ns]$$

f_s = frequência de amostragem

NS = número de pontos da transformada de FOURIER

Os algoritmos serão analisados com base na sua carga computacional e exigências de memória, isto é feito através do número de operações aritméticas reais requeridas, na qual uma operação aritmética real é definida como um "SINGLE FLOATING-POINT". Assim por exemplo, a multiplicação ou adição de dois números complexos é equivalente a seis ou duas operações reais, respectivamente

$$\text{Multiplicação} \Rightarrow (a+bi)(c+di) = (ac-bd)+(ad+bc)i$$

$$\text{Adição} \Rightarrow (a+bi)+(c+di) = (a+c)+(b+d)i$$

2.3.1 MÉTODO DIRETO

O método direto [19] consiste em computar a equação (2.23) como um produto interno complexo, assumindo-se que a janela $w_i X_i$ tenha sido executada. A computação de cada produto interno requer NE multiplicações complexas e $(NE-1)$ adições complexas, tal que a formação de todos os BEAMS (N_b) numa única frequência f_k requer $(8NE-2)N_b$ operações aritméticas reais.

2.3.2 MÉTODO DE HORNER

Nota-se que a equação 2.23 pode ser considerada como uma polinomial complexa na forma [19]

$$BF(\theta) = \sum_{i=0}^{Ne-1} A_i Z\theta^i \Big|_{Z\theta = e^{-j2\pi f \frac{d}{c} \text{sen}(\theta)}} \quad (2.23)$$

sendo $A_i = w_i X_i$. A notação é simplificada omitindo a frequência k . Um método padrão de avaliação da polinomial é a regra de Horner definida por

$$\begin{aligned} \text{Início} \quad \beta_0 &= A_{Ne-1} \\ \beta_1 &= A_{Ne-2} + \beta_0 Z\theta \end{aligned}$$

$$\text{Iteração} \quad \beta_i = A_{Ne-i-1} + \beta_{i-1} Z\theta$$

$$\text{Final} \quad \beta\theta = \beta_{Ne-1}$$

O número de operações de "FLOATING-POINT" requerida para avaliar um BEAM é $8(NE-1)$. Assim, o número de operações necessárias para formar todos os BEAMS, $8(NE-1)Nb$, é muito próximo ao valor obtido pelo método direto.

2.3.3 MÉTODO DE GOERTZEL

Com $r = 2\text{Re}(Z\theta)$, o algoritmo pode ser reescrito como segue [19]

$$\text{Início} \quad \begin{cases} \beta_1 = A_{Ne-1} \\ \xi_1 = A_{Ne-2} \end{cases}$$

$$\text{Iteração} \quad \begin{cases} \beta_i = \xi_{i-1} + r\beta_{i-1} \\ \xi_i = A_{Ne-i-1} - \beta_{i-1} \end{cases} \quad 2 \leq i \leq Ne-1$$

$$\text{Final} \quad \beta(\theta) = \xi_{Ne-1} + Z\theta\beta_{Ne-1}$$

O "LOOP" principal do algoritmo requer o produto de um número complexo e um número real, equivalente a duas multiplicações reais, e a duas adições complexas. Assim, cada passagem pelo "LOOP" requer seis operações reais. Incluindo o passo final, o número total de operações reais para formar todos os BEAMS numa única frequência é $(6N_e-4)N_b$.

2.3.4 MÉTODO "FAST BEAMFORMING"

Partindo da definição do BEAMFORMING [19]

$$BF(m, \theta) = \sum_{i=0}^{N_e-1} w_i X_i(m) e^{-j2\pi f_m \frac{d}{c} \text{sen}(\theta)} \quad (2.24)$$

Assume-se que para formar os BEAMS (para varrer o espaço θ), tem-se

$$\tau_L = \frac{d}{c} \text{sen}(\theta) = \frac{d}{c} Ls \quad L = 0, 1, \dots, N_e - 1$$

na qual "s" precisa ser determinado. O l-ésimo BEAM na frequência $f_m = m/N_s$

sendo $f_m \frac{d}{c} s = \frac{1}{N_e}$ ou $s = \frac{1}{N_e \left(\frac{d}{c}\right) f_m}$

pode-se então reescrever

$$BF(m, \theta) = \sum_{i=0}^{N_e-1} w_i X_i(m) e^{-j \left(\frac{2\pi}{N_e}\right) iL} \quad \begin{cases} m = 1, 2, \dots, N_s - 1 \\ l = 1, 2, \dots, N_e - 1 \end{cases} \quad (2.25)$$

a qual é reconhecida como uma relação de DFT, que pode ser implementada usando uma FFT. Assim, substituindo a definição de $X_i(m)$ em 2.25 nota-se que $BF(m, \theta)$, uma DFT bidimensional, na qual o ARRAY é formado por amostras temporais em uma direção e amostras espaciais em outra. Assumindo que a frequência padrão do ARRAY é f_{\max} , isto é, $\Delta x = \lambda_{\min}/2 = c/2f_{\max}$, então

$$\text{sen}(\theta_l) = \frac{1}{Ne \left(\frac{d}{c}\right) f_m} = \frac{2l}{Ne \frac{f_m}{f_{\max}}} \quad (2.26)$$

$l = 0, 1, \dots, Ne-1$.

A FFT temporal de N_s pontos, deve ser

$$N_s \Delta \geq \frac{Ne d}{c} \quad (2.27)$$

ou, desde que $\Delta x = \lambda_{\min}/2 = c/2f_{\max}$,

$$N_s \geq Ne \frac{f_{\Delta}}{f_N} \quad (2.28)$$

sendo $f = 2f_{\max}$, ou seja a razão de amostragem de NYQUIST. Esta exigência é necessária para garantir que o máximo tempo de atraso $\tau(Ne-1)$ no BEAMFORMING seja representável via uma DFT de N_s pontos. O número total de operações reais para calcular o BEAM é $8(Nf-2)Nb+5N \log_2(N)$.

2.4 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

2.4.1 DESCRIÇÃO

A implementação computacional foi dividida em duas partes distintas. Inicialmente, a simulação do campo sonoro incidente no ARRAY [apêndice A], considerando inicialmente um sinal senoidal puro. Para simular um sinal com frequência de 5 Hz e número de amostras igual a 200 pontos, um diálogo típico com o programa SINAL.CPP está descrito abaixo:

- Entre com
 - o número de amostras a gerar[2..10000]: ...**200**
 - o número de frequências do sinal[1..20]:**1**
 - a razão de frequências f/fs [0.0..0.5]:**0.025**
 - nome do arquivo de dados:**sinal.dat**

O sinal gerado pode ser visto na figura 2.10

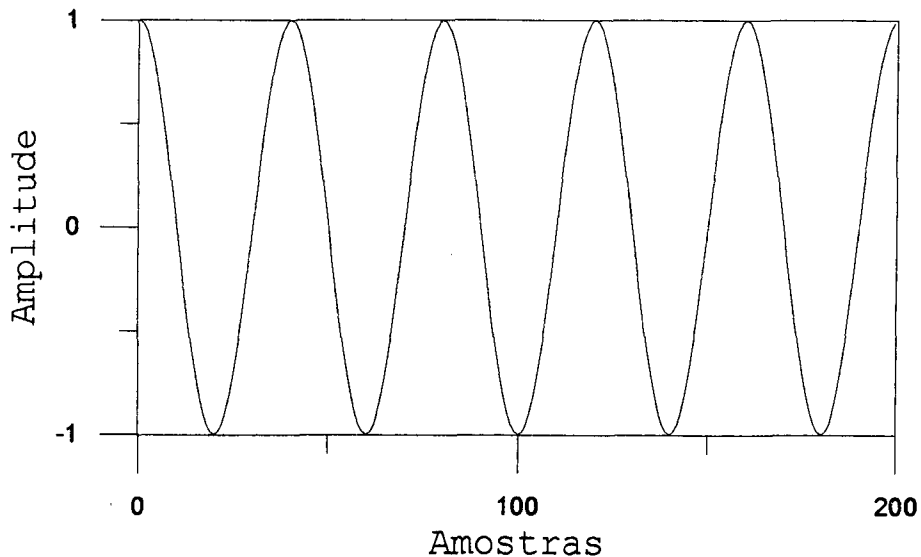


Figura 2.10 - Um sinal com frequência 5 Hz e comprimento igual a 200 amostras

A este sinal é adicionado o ruído (ADRUIDO.CPP), o que possibilita a escolha de qualquer razão sinal/ruído desejada.

Como exemplo do uso do programa para adicionar ruído:

- Entre com

- o nome do arquivo de entrada:*sinal.dat*
- o número de amostras a gerar[2..23767]:*200*
- tipo de ruído (0=uniforme,1=Gaussiano)[0..1]: *1*
- fator de amplitude do ruído [0..1e003]:*0.5*
- nome do arquivo de saída dos dados:*sinrui.dat*

O sinal com ruído adicionado está mostrado na figura 2.11

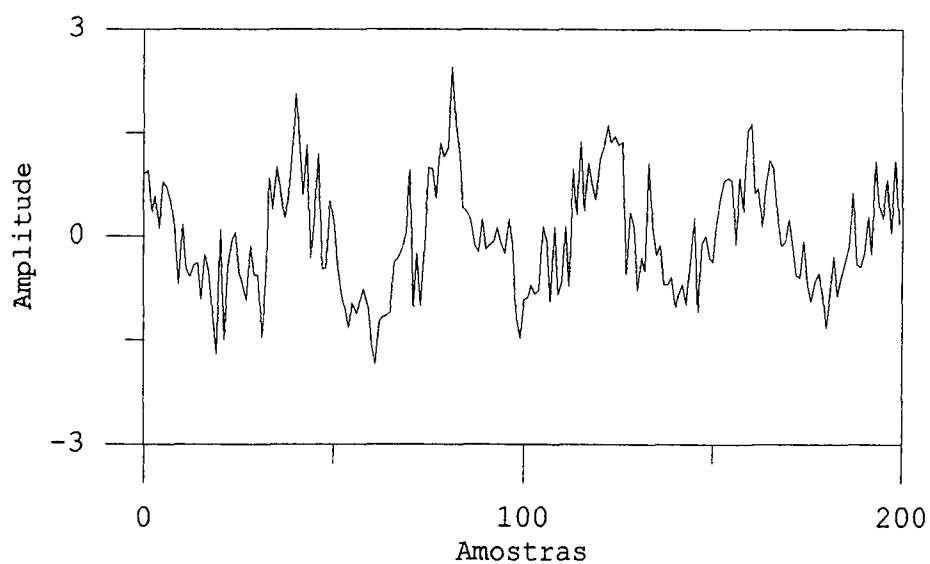


Figura 2.11 - Sinal com ruído adicionado de frequência 5Hz.

Numa segunda etapa implementou-se o programa do BEAMFOR.CPP com todos os métodos apresentados anteriormente.

Como exemplo uma seqüência de operação do programa está mostrada abaixo. Executando o programa para um sinal de frequência 750 Hz, número de pontos amostrados 2048 e SNR=0 dB tem-se

```

- Métodos Disponíveis      - 1 - Direto
                             - 2 - Horner
                             - 3 - Goertzel
                             - 4 - Fast Beamforming

- Entre com o número do método desejado[1..4]: 2
- Valores "default"(s/n): sim
    Distância entre sensores[m]: 1
    Ângulo inicial[graus]:      -90
    Ângulo Final{graus}:        90
    Velocidade do som[m/s]:     1500
    Número de pontos plotados:  180

- Entre com o número de sensores: .... 64
- Entre com a frequência do sinal[Hz]: 750
- Nome do Arquivo de dados: .....SR1.dat
- Nome do arquivo de saída .....exbeam.dat
- Deseja plotar os dados amostrados[s/n]: não

Calculando FFT...

- Deseja plotar os dados [s/n]: .....sim
- Nome do arquivo de saída da FFT: .....exfft.dat

```

Um exemplo de FFT aplicada a uma sinal de 2048 pontos está mostrada na figura 2.12

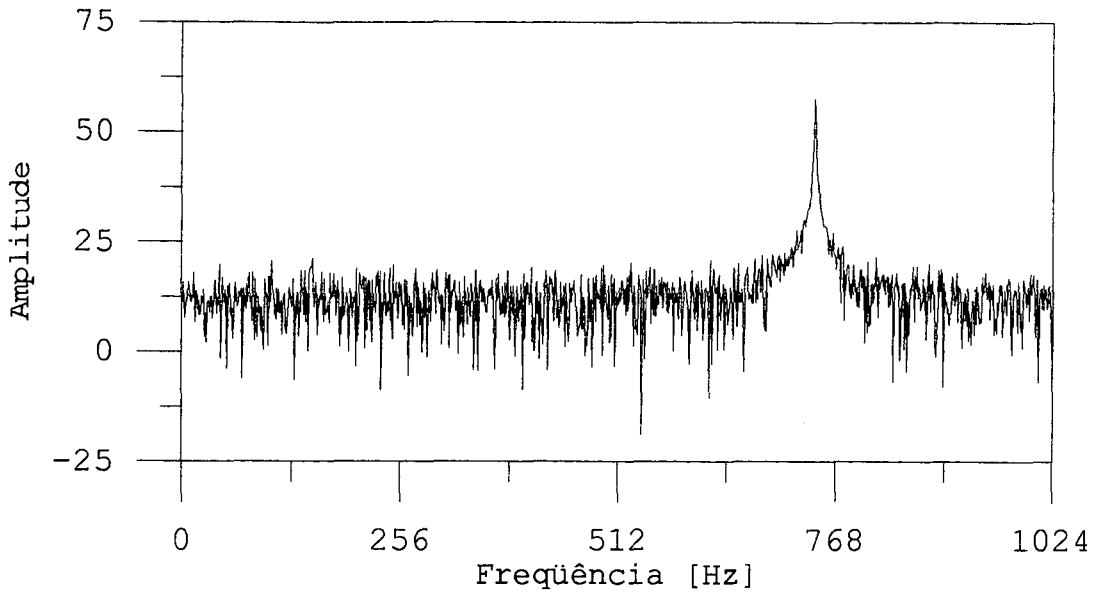


Figura 2.12 Transformada de Fourier de um sinal com 2048 pontos e freq. 750 Hz.

Janelas disponíveis

- 1 - Retangular
 - 2 - Hanning
 - 3 - Hamming
 - 4 - Triangular
 - 5 - Blackman
 - 6 - 4 Termos- Blackman
- Entre com o número da função-janela desejada[1..6]:3
 - Deseja plotar os dados ponderados[s/n]:*sim*
 - Nome do Arquivo de saída da janela:*exham.dat*

O sinal aplicado a janela de ponderação HAMMING está mostrado na figura 2.13

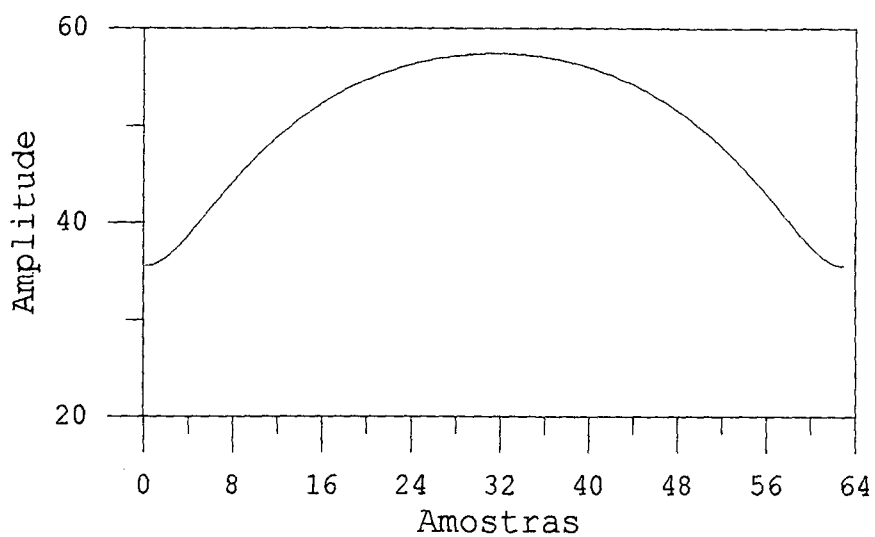


Figura 2.13 Janela de ponderação Hamming aplicada a 64 sensores

Calculando o BEAMFORMING...

Um exemplo do BEAMFORMING está mostrado na figura 2.14

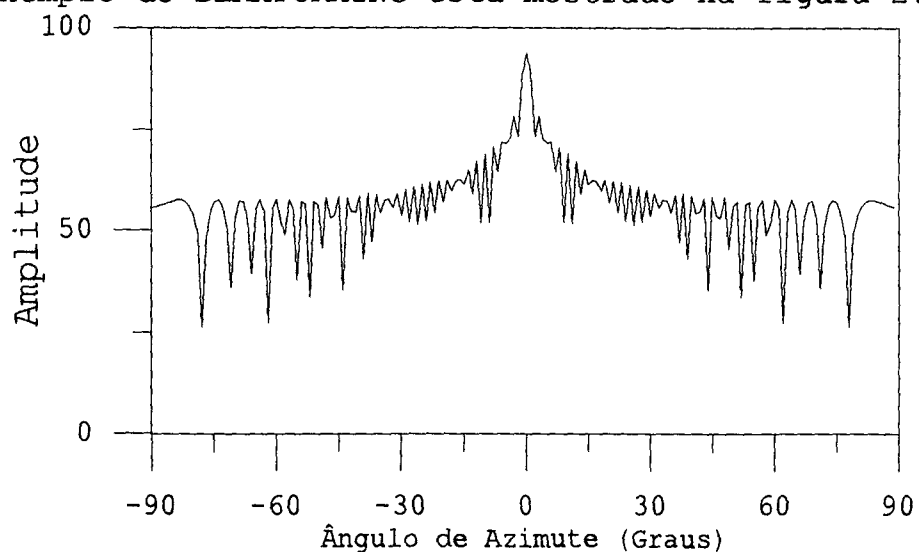
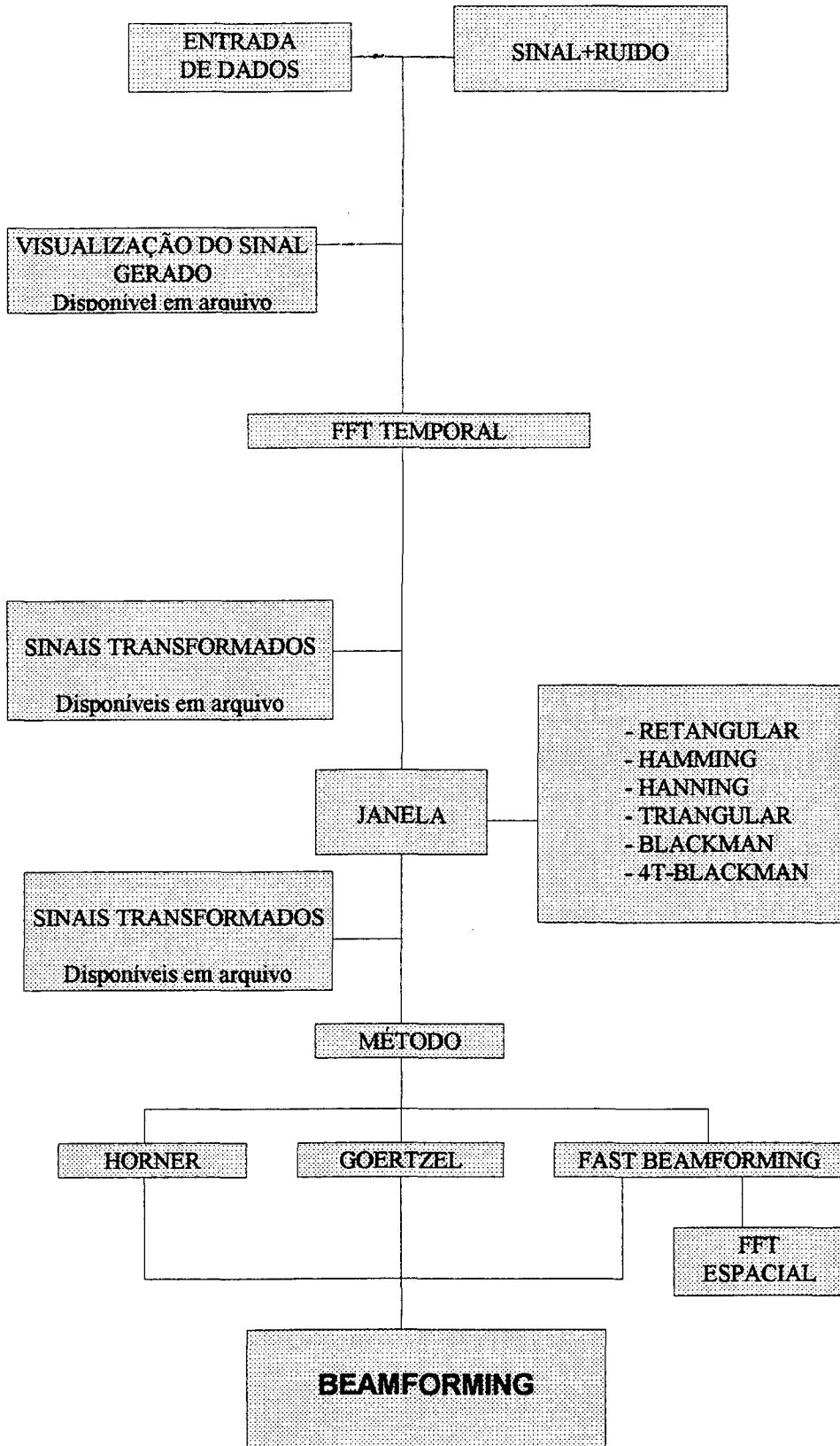


Figura 2.14 - Beamforming de um sinal com SNR=0dB, incidindo a 0° graus.

Tempo de execução[s]:0.82

Deseja rodar o programa novamente[s/n]:*não*

2.4.2 DIAGRAMA DE BLOCO DO SOFTWARE



2.5 RESULTADOS

As figuras 2.15 a 2.23 mostram os gráficos do BEAMFORMING no domínio da frequência, determinados pelo programa BEAMFOR.CPP, bem como comparações dos métodos e dos parâmetros que compõem o sistema.

Observa-se que por razões de simplicidade e facilidade visual os resultados apresentados referem-se aos sinais simulados com um ângulo de incidência em 0 graus.

O equipamento utilizado para executar os SOFTWARES implementados foi um microcomputador PC-AT 386/ 40 MHz.

Os parâmetros frequência do sinal e distância entre sensores tiveram seus valores fixados para evitar os efeitos de "ALIASING" em $F=750$ Hz e $d=1$ m.

As figuras 2.15 e 2.16 apresentam uma comparação dos três métodos implementados. Conforme já era esperado, observa-se que os métodos de HORNER e GOERTZEL apresentam valores idênticos, visto que a diferença de implementação é apenas em termos de velocidade de processamento do método. O método FAST BEAM além de ser mais rápido [tabela 2.1 e 2.2] possui uma faixa dinâmica maior. Por outro lado, é mais sensível à redução no número de sensores e, conseqüentemente, apresenta um espectro mal discretizado. Todos os métodos apresentam a mesma resolução.

Aqui é importante esclarecer que entende-se por resolução a largura do lóbulo principal correspondente a uma diferença de 3 dB em relação ao seu pico (banda de meia potência) e faixa dinâmica, como sendo a diferença entre o pico do lóbulo principal e o primeiro lóbulo secundário.

Verifica-se novamente que o número de sensores é um parâmetro relevante que contribui para a obtenção de resultados mais precisos, isto fica bem claro nas figuras 2.17 e 2.18 no qual o aumento do número de sensores melhora sensivelmente os resultados.

A ponderação dos dados de entrada em cada sensor através das janelas, melhoram os resultados do BEAMFORMING, tanto em resolução como na faixa dinâmica. Uma análise da influência de cada janela implementada no resultado final pode ser observada na figura 2.19, na qual as janelas estão identificadas por letras [A..F]. A janela retangular [A] apresenta a melhor resolução, porém possui uma faixa dinâmica bastante reduzida. A janela que apresenta melhor faixa dinâmica é a 4T-BLACKMAN [F] recomendada para baixas razões sinal/ruído. A janela que agrupa as necessidades de resolução estreita e boa faixa dinâmica é a HAMMING [B].

As figuras 2.20 e 2.21 apresentam uma comparação das três janelas através das quais pode-se observar que a utilização de cada janela deve ser considerada especificamente para cada caso.

Finalmente, o BEAMFORMING no domínio da frequência é muito influenciado pela razão sinal/ruído(SNR) do sinal incidente. As figuras 2.22 e 2.23 demonstram os péssimos resultados obtidos para $SNR = -10$ dB, ou seja o BEAMFORMING no domínio da frequência não consegue identificar com boa resolução um sinal proveniente de uma direção, quando este sinal está mascarado pelo ruído ambiental, sendo que este ruído geralmente possui amplitude maiores que a do sinal de interesse.

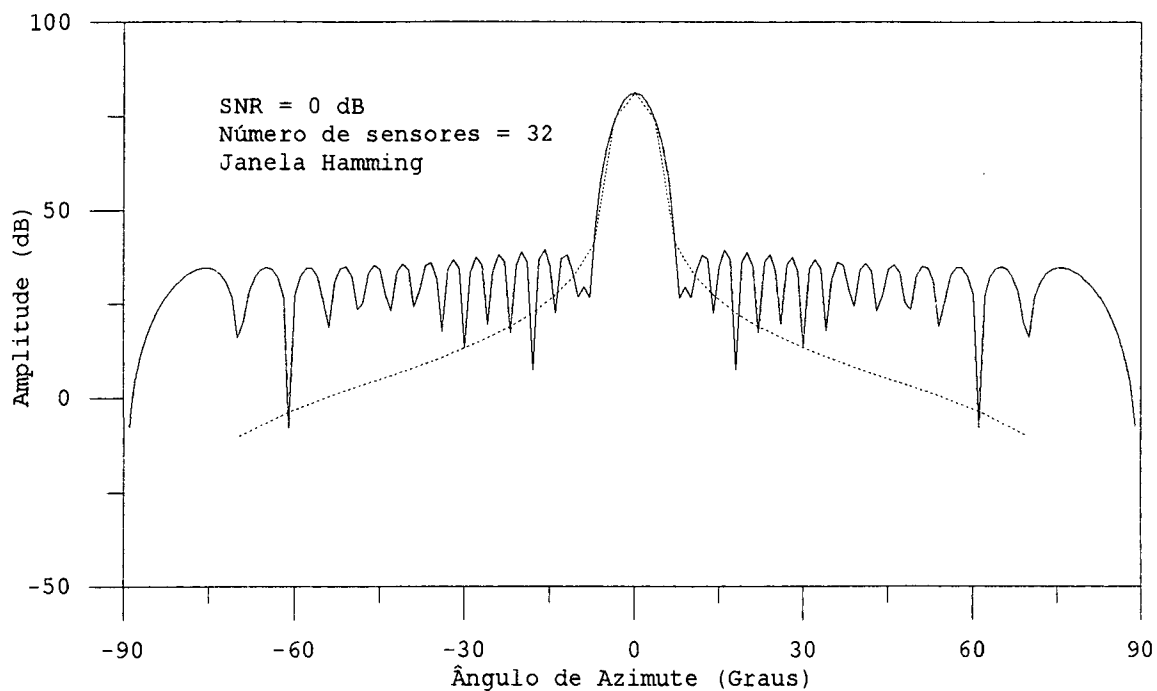


Figura 2.15 - Resultados dos métodos HORNER (linha cheia), GOERTZEL (linha traço-ponto) e FAST BEAM (pontilhada).

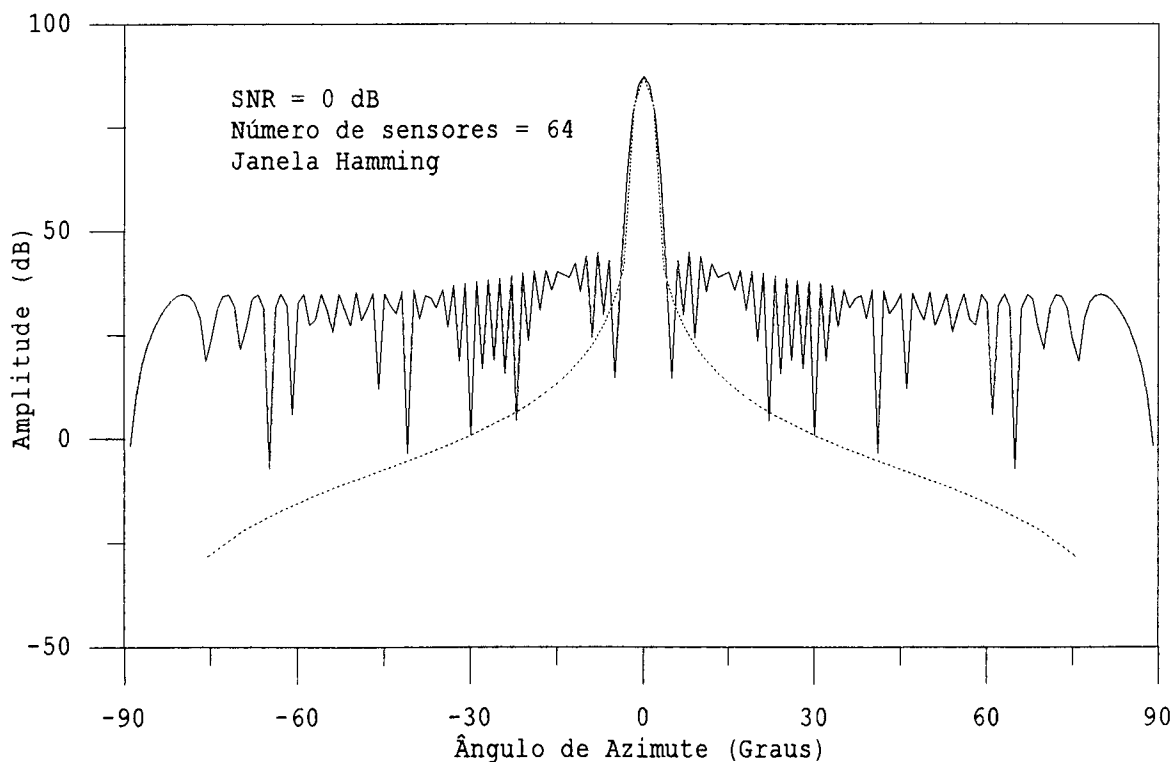


Figura 2.16 - Resultados dos métodos HORNER (linha cheia), GOERTZEL (linha traço-ponto) e FAST BEAM (pontilhada).

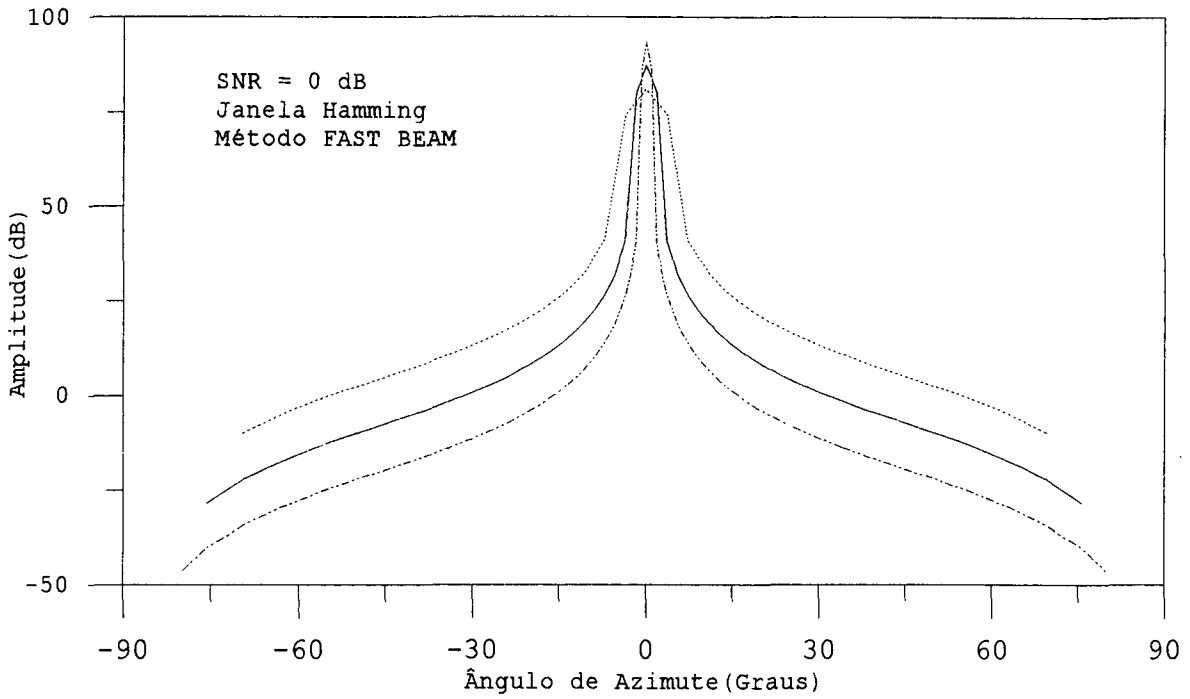


Figura 2.17 - Resultados do BEAMFORMING com variação do número de sensores - 32 (linha pontilhada), 64 (cheia) e 128 (traço-ponto).

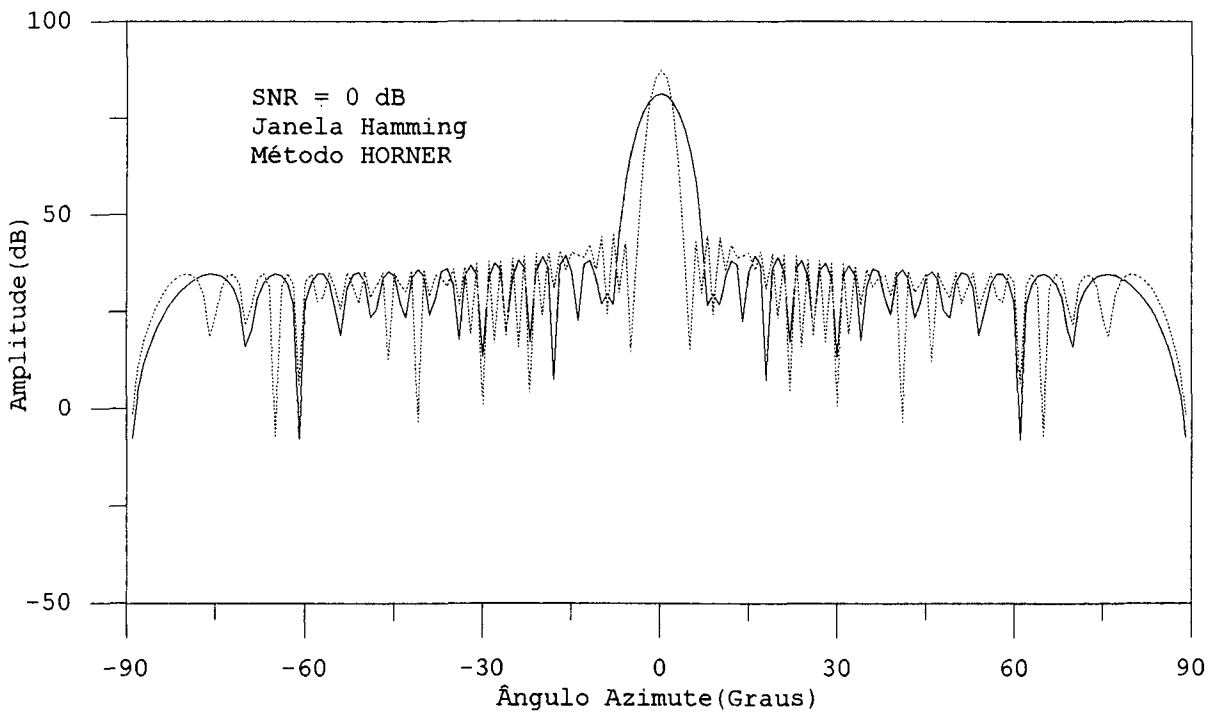


Figura 2.18 - Resultados do BEAMFORMING com variação do número de sensores - 32 (linha pontilhada), 64 (cheia) e 128 (traço-ponto).

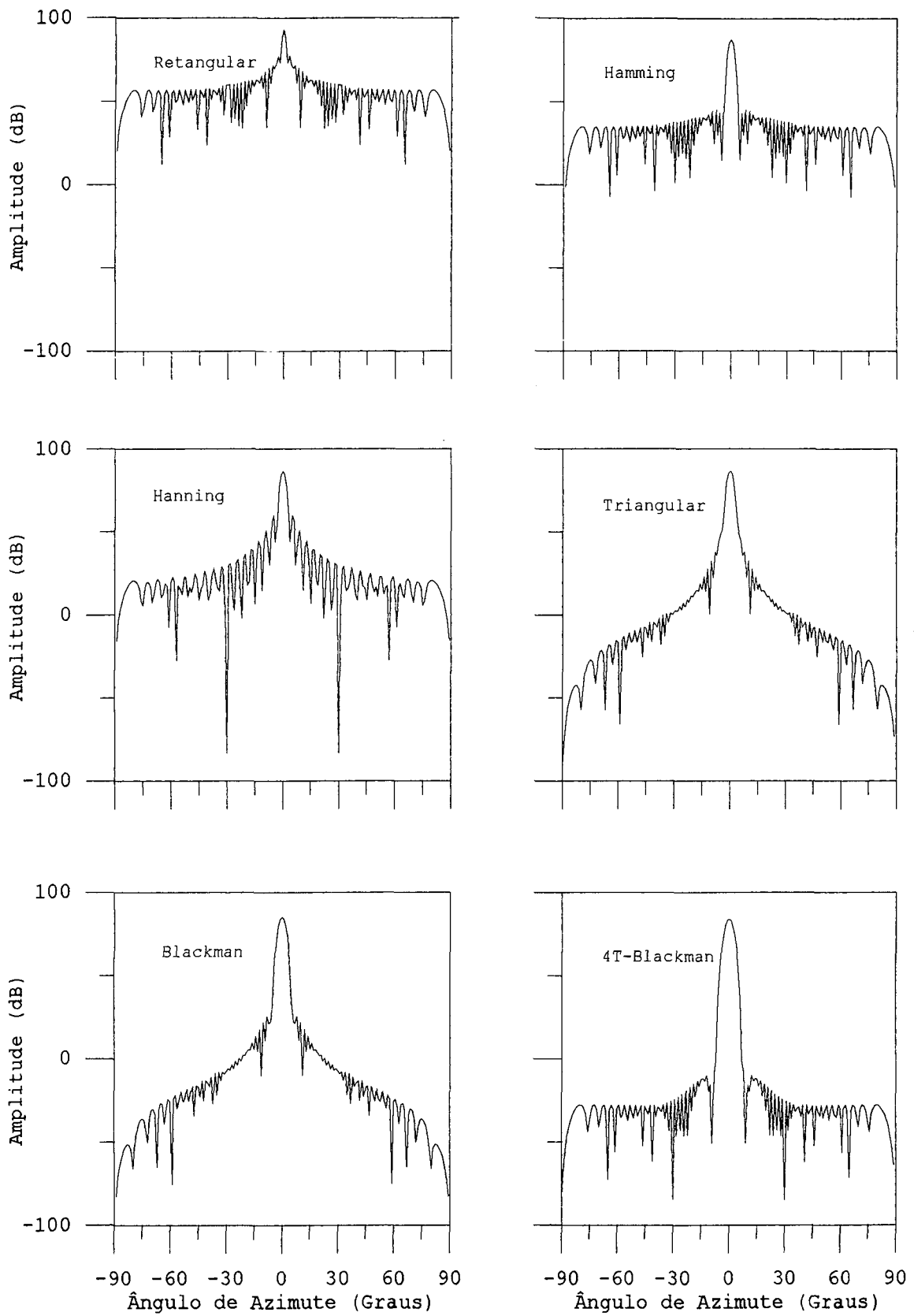


Figura 2.19 - Janela de ponderação aplicada ao BEAMFORMING no domínio da frequência.

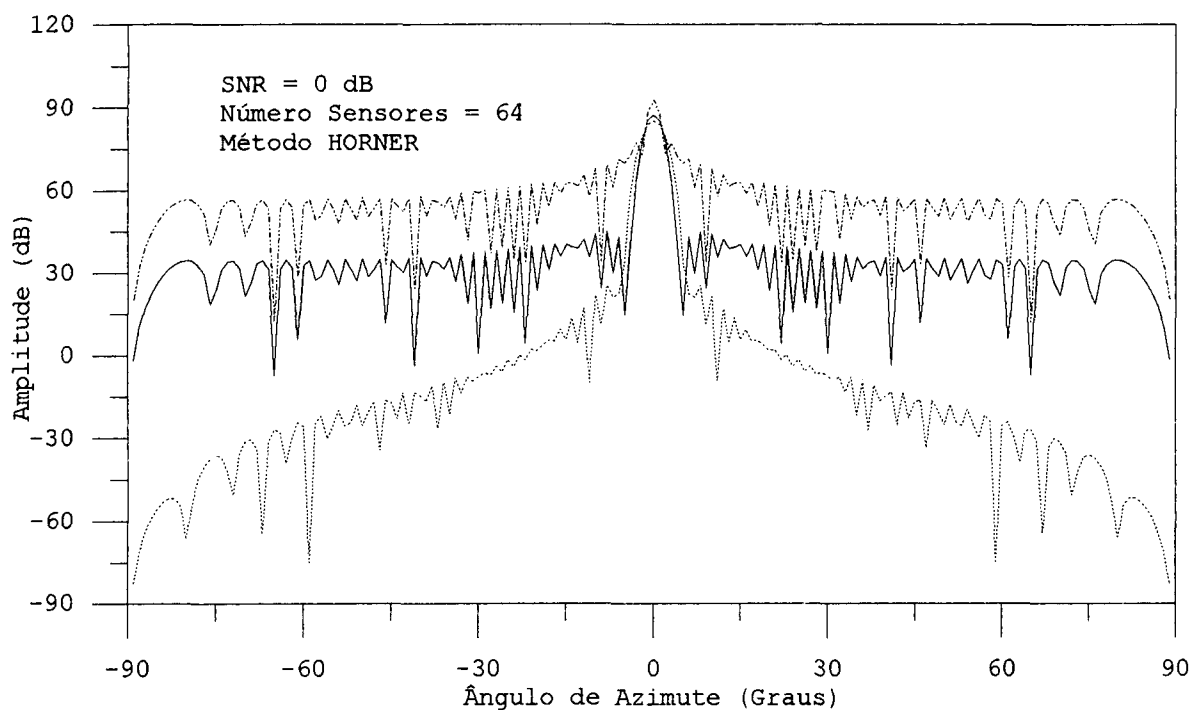


Figura 2.20 - Resultados do BEAMFORMING com variação da janela -Retangular (traço-ponto), Hamming (Cheia) e Blackman (pontilhada).

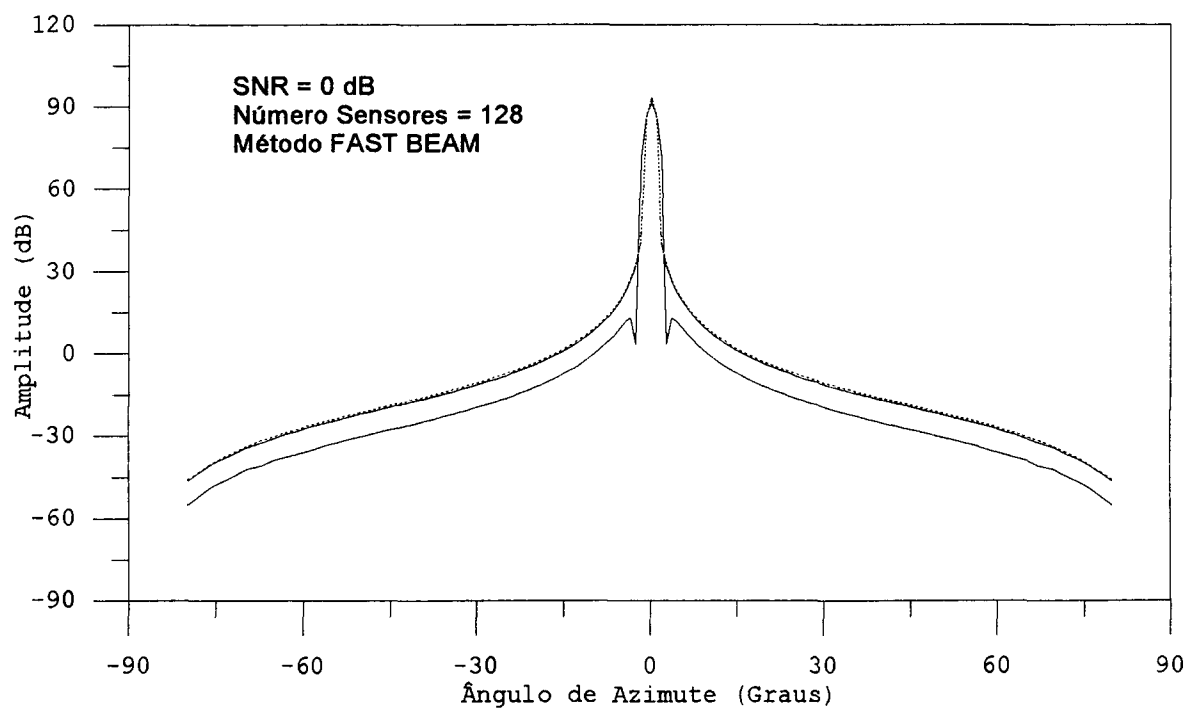


Figura 2.21 - Resultados do BEAMFORMING com variação da janela -retangular (traço-ponto), Hamming (Cheia) e Blackman (pontilhada).

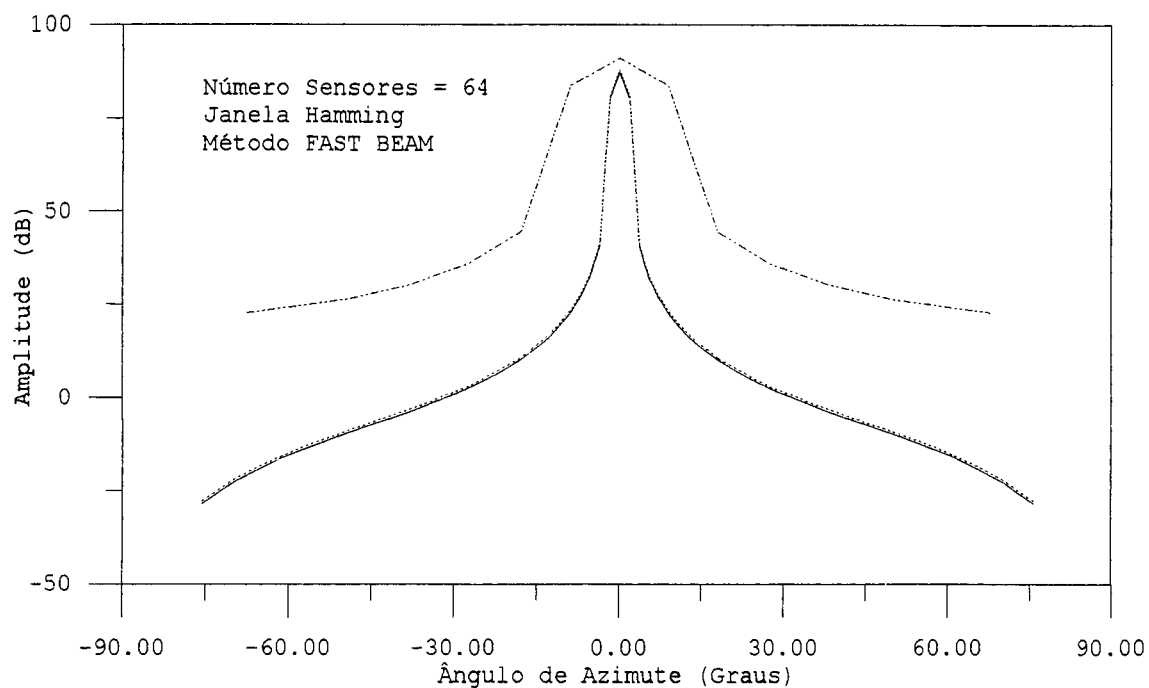


Figura 2.22 - Curvas do BEAMFORMING para sinais com diferentes razões sinal/ruído - -10dB (traço-ponto), 0dB (cheia) e 10dB (pontilhada).

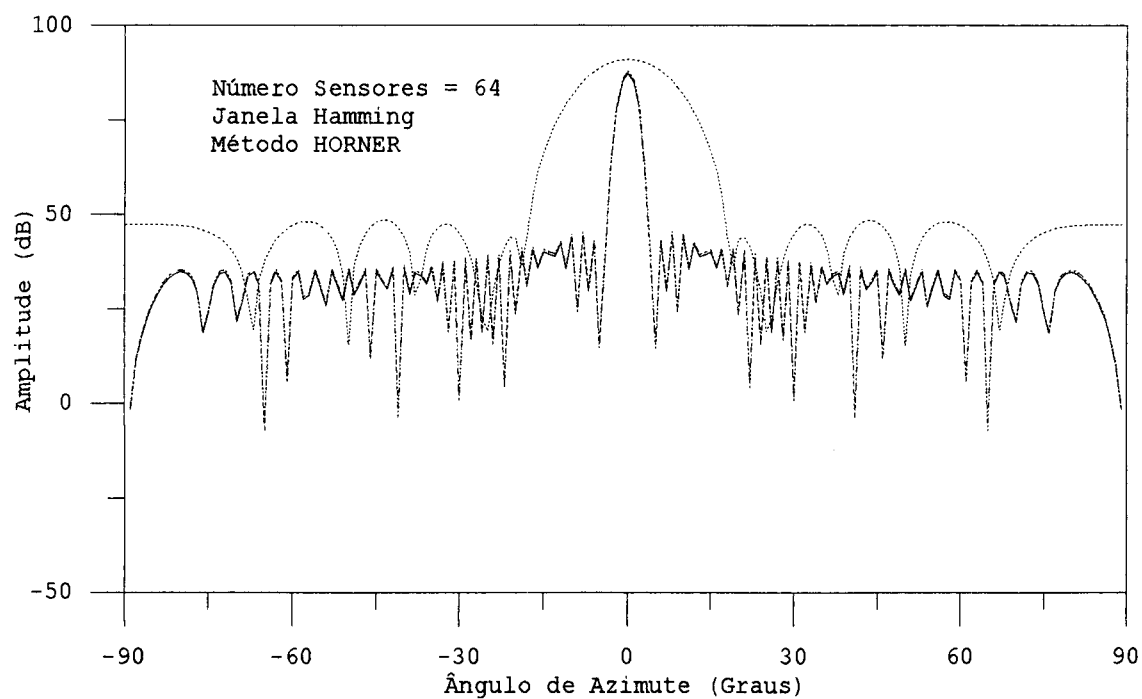


Figura 2.23 - Curvas do BEAMFORMING para sinais com diferentes razões sinal/ruído - -10dB (traço-ponto), 0dB (cheia) e 10dB (pontilhada).

Método	Número de sensores	Tempo Exec. [S]
HORNER	32	1.42
	64	2.80
	128	5.49
GOERTZEL	32	1.97
	64	3.95
	128	7.91
FAST BEAM	32	0.20
	64	0.54
	128	1.09

Tabela 2.1 - Tempo de execução dos métodos Horner, Goertzel e Fast Beam

Janela	Resolução [Graus]	Faixa Dinâmica [dB]
Retangular	0.86	16.0
Hamming	2.22	44.0
Hanning	2.34	26.6
Triangular	2.20	48.0
Blackman	2.80	59.7
4T - Blackman	3.10	100.3

Tabela 2.2 - Resolução e Faixa Dinâmica das janelas implementadas para o BEAMFORMING.

CAPÍTULO 3

MODELOS AUTOREGRESSIVOS E MÁXIMA ENTROPIA

3.1 PROCESSO AUTOREGRESSIVO

Considere um processo descrito por um modelo de filtro linear como descrito abaixo [23]

$$x_t = \mu + a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \dots \quad (3.1)$$

A sequência a_t é uma série de ruído branco, com média zero e variância σ_a^2 , no qual μ é um parâmetro que descreve o nível médio do processo x_t . Assume-se que o filtro linear representado por $\psi(z) = 1 + \psi_1 z + \psi_2 z^2 + \dots$, na qual z é o operador de atraso unitário é estável, uma condição que assegura a estacionariedade do processo x_t . Neste caso μ é a média de x_t . Assumindo que μ foi estimado e removido da série de tempo. O processo x_t descreverá portanto um processo de média zero.

Escolhendo z transformações em (3.1), $X(z) = \psi(z)A(z)$ deixe $\Phi(z) = \psi^{-1}(z)$, pode-se escrever, então

$$\Phi(z)X(z) = A(z) \quad (3.2)$$

No domínio do tempo (3.2) pode ser escrita

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + a_t \quad (3.3)$$

Derivando (3.3), assume-se que o processo linear é inversível. A condição para inversibilidade é que Φz converge para ou dentro do círculo unitário.

A descrição de um processo linear apresentado em (3.3) não será útil na prática se contiver um número infinito de parâmetros. Frequentemente um processo estocástico pode ser bem representado por uma versão finita de (3.3).

Neste caso pode-se escrever

$$x_t = \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + \dots + \alpha_p x_{t-p} + a_t \quad (3.4)$$

A equação (3.4) é uma representação discreta de um processo AR de ordem p . Sendo p finito, a inversibilidade é assegurada. Para garantir a estacionariedade as raízes da polinomial $1 - \alpha_1 z - \dots - \alpha_p z^p$ precisam permanecer fora do círculo unitário.

3.2 CORRESPONDÊNCIA ENTRE UM PROCESSO AR E MME.

A entropia de um processo Gaussiano estacionário discreto x_t , $t = 1, 2, \dots, M-1$, é dado por [23]

$$H = \frac{1}{2} \text{Log}\{\det[C(M)]\} \quad (3.5)$$

na qual $C(M)$ é uma matriz de Autocovariância Toeplitz Semipositiva Definida do processo x_t .

$$C(M) = \begin{bmatrix} \rho(0) & \rho(1) & \dots & \rho(M) \\ \rho(1) & \rho(0) & \dots & \rho(M-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho(M) & \rho(M-1) & \dots & \rho(0) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Assume-se que os primeiros $M+1$ atrasos da função da autocovariância $\rho(0), \rho(1), \dots, \rho(M)$ são conhecidos.

A idéia do Método de Máxima Entropia (MME) é escolher os coeficientes de autocovariância $\rho(M+1), \rho(M+2), \dots$ etc de tal maneira que a entropia do processo é maximizada a cada passo [Apêndice B].

Segue da equação (3.5) que o coeficiente $\rho(M+1)$ é determinado maximizando o determinante de $C(M+1)$ com relação a $\rho(M+1)$. O fato que determina que o $\det[C(M+1)]$ tem um único máximo como uma função de $\rho(M+1)$ segue da propriedade semipositiva definida de $C(M+1)$ aplicando a regra do produto de diferenciação.

Uma vez obtido $\rho(M+1), \rho(M+2)$ é determinado substituindo o valor de $\rho(M+2)$ em $C(M+2)$ e maximizar com relação a $\rho(M+2)$. Este procedimento é repetido para os outros coeficientes.

A solução para a maximização do $\det[C(M+1)]$ com relação a $\rho(M+1)$ é mostrado ser

$$\det \begin{bmatrix} \rho(1) & \rho(0) & \dots & \rho(M-1) \\ \rho(2) & \rho(1) & \dots & \rho(M-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho(M+1) & \rho(M) & \dots & \rho(1) \end{bmatrix} = 0 \quad (3.7)$$

e agora retornemos para (3.4) e considere um processo AR de ordem M:

$$x_t = \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + \dots + \alpha_M x_{t-M} + a_t \quad (3.8)$$

Multiplicando inteiramente (3.8) por x_{t-k} e pegando os valores esperados; então desde que $E(x_{t-k} a_t) = 0$ para $k > 0$

$$\rho(k) = \alpha_1 \rho(k-1) + \alpha_2 \rho(k-2) + \dots + \alpha_M \rho(k-M) \quad (3.9)$$

substituindo $k = 1, 2, \dots, M+1$ em (3.9) obtém-se o grupo de equações comumente conhecidas com as equações de Yule-Walker.

$$\begin{aligned} \rho(1) - \alpha_1 \rho(0) - \dots - \alpha_M \rho(M-1) &= 0 \\ \rho(2) - \alpha_1 \rho(1) - \dots - \alpha_M \rho(M-2) &= 0 \\ &\vdots \\ \rho(M+1) - \alpha_1 \rho(M) - \dots - \alpha_M \rho(1) &= 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

Supõem-se agora que os primeiros $M+1$ atrasos $\rho(0), \rho(1), \dots, \rho(M)$ da função autocovariância são conhecidos. Substituindo estes valores nas primeiras M equações de (3.10) obtém-se os coeficientes $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_M$. O coeficiente desconhecido $\rho(M+1)$ pode ser determinado de (3.10) resolvendo

$$\det \begin{bmatrix} \rho(1) & \rho(0) & \dots & \rho(M-1) \\ \rho(2) & \rho(1) & \dots & \rho(M-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho(M+1) & \rho(M) & \dots & \rho(1) \end{bmatrix} = 0 \quad (3.11)$$

Uma combinação de (3.7) e (3.11) mostra que exatamente o mesmo valor $\rho(M+1)$ é determinado maximizando a entropia do processo.

3.3 ESPECTRO DE UM PROCESSO AR

O espectro de um processo AR para amostragem unitária pode ser determinado de (3.4) , pegando z transformações, assim

$$X(z) - X(z)(\alpha_1 z + \alpha_2 z^2 + \dots + \alpha_M z^M) = A(z)$$

e portanto

$$|X(z)|^2 = \frac{|A(z)|^2}{|1 - \alpha_1 z - \alpha_2 z^2 - \dots - \alpha_M z^M|^2} \quad (3.12)$$

substituindo $z = \exp(-j2\pi f)$ em (3.12), obtém-se metade do espectro de potência e portanto o espectro de potência de um processo linear é [21]

$$S(f) = \frac{2\sigma_a^2}{\left| 1 - \sum_{j=1}^M \alpha_j \exp(-j2\pi f i) \right|^2} \quad (3.13)$$

3.4 ESTIMATIVA DOS COEFICIENTES AR

Para computar o espectro de potência MME usando (3.13) precisa-se determinar inicialmente a ordem M do filtro de predição (ou equivalentemente a ordem do processo autoregressivo) e em seguida os seus próprios coeficientes.

Desde que o método de determinar M assumo um conhecimento dos coeficientes, será discutido primeiro a estimativa destes parâmetros e considerar-se-ão dois métodos muito usados.

3.4.1 ESTIMATIVA DE YULE-WALKER.

Um método comum de obter a estimativa $\hat{\alpha}_j$ de α_j é através da solução das equações de YULE-WALKER (YW) [17], equações (3.10), com estimativa $\hat{\rho}(k)$ substituída pelas Autocovariâncias $\rho(k)$. As estimativas $\hat{\rho}(k)$ são inicialmente computadas através de

$$\hat{\rho}(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-|k|} (x_{t+k} - m)(x_t - m) \quad (3.14)$$

sendo

$$m = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x_t$$

As equações de YW são agora escritas como

$$\begin{bmatrix} \hat{\rho}(0) & \hat{\rho}(1) & \dots & \hat{\rho}(M-1) \\ \hat{\rho}(1) & \hat{\rho}(0) & \dots & \hat{\rho}(M-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\rho}(M-1) & \hat{\rho}(M-2) & \dots & \hat{\rho}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_{M1} \\ \hat{\alpha}_{M2} \\ \vdots \\ \hat{\alpha}_{MM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\rho}(1) \\ \hat{\rho}(2) \\ \vdots \\ \hat{\rho}(M) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

na qual $\hat{\alpha}_{kj}$ é o j-ésimo coeficiente do processo AR de ordem M.

A solução recursiva para (3.15) pode ser obtida usando o procedimento de LEVINSON e DURBIN [21]. Para ilustrar o método recursivo podem-se obter as estimativas $\hat{\alpha}_{3j}$, $j=1, 2, 3$, das estimativas $\hat{\alpha}_{2j}$, $j=1, 2$. Usando as duas primeiras equações de (3.15), com $M=3$ as estimativas $\hat{\alpha}_{31}$ e $\hat{\alpha}_{32}$ podem ser expressas em termos de $\hat{\alpha}_{33}$ na forma.

$$\begin{bmatrix} \hat{\rho}(0) & \hat{\rho}(1) \\ \hat{\rho}(1) & \hat{\rho}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_{31} \\ \hat{\alpha}_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\rho}(1) \\ \hat{\rho}(2) \end{bmatrix} - \alpha_{33} \begin{bmatrix} \hat{\rho}(2) \\ \hat{\rho}(1) \end{bmatrix}$$

chamando

$$\hat{C}(1) = \begin{bmatrix} \hat{\rho}(0) & \hat{\rho}(1) \\ \hat{\rho}(1) & \hat{\rho}(0) \end{bmatrix}$$

pode-se escrever a equação acima como

$$\begin{bmatrix} \hat{\alpha}_{31} \\ \hat{\alpha}_{32} \end{bmatrix} = \hat{C}(1)^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\rho}(1) \\ \hat{\rho}(2) \end{bmatrix} - \hat{C}(1)^{-1} \alpha_{33} \begin{bmatrix} \hat{\rho}(2) \\ \hat{\rho}(1) \end{bmatrix}$$

contudo, substituindo $M=2$ em (3.15) tem-se

$$\begin{bmatrix} \hat{\alpha}_{21} \\ \hat{\alpha}_{22} \end{bmatrix} = \hat{C}(1)^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\rho}(1) \\ \hat{\rho}(2) \end{bmatrix}$$

segue que

$$\begin{bmatrix} \hat{\alpha}_{31} \\ \hat{\alpha}_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_{21} \\ \hat{\alpha}_{22} \end{bmatrix} - \hat{\alpha}_{33} \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_{22} \\ \hat{\alpha}_{21} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Para avaliar (3.16) necessita-se uma expressão para $\hat{\alpha}_{33}$. É conveniente neste estágio obter uma forma alternativa da formulação de YW expressa por (3.15). Esta forma alternativa, a qual é sugerida por (3.16), permitirá expressar a recursão para estimativas de YW e BURG dos coeficientes AR, em uma forma mais elegante. Derivando (3.9) usamos o fato que $E(x_{t-k}a_t) = 0$ para $k > 0$. Quando $k=0$, contudo, $E(x_{t-k}a_t) = E(x_t a_t) = E(a_t^2) = \sigma_a^2$, portanto quando $k=0$,

$$\rho(0) = \alpha_1 \rho(1) + \alpha_2 \rho(2) + \dots + \alpha_M \rho(M) + \sigma_a^2 \quad (3.17)$$

Acrescentando (3.10) em (3.17) escreve-se

$$\begin{bmatrix} \rho(0) & \rho(1) & \dots & \rho(M) \\ \rho(1) & \rho(0) & \dots & \rho(M-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho(M) & \rho(M-1) & \dots & \rho(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -\alpha_1 \\ \vdots \\ -\alpha_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{M+1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

A correspondência entre o processo AR e a predição de x_t através do conhecimento de seus valores passados, identifica a constante P_{M+1} como a potência do erro de predição resultado da convolução de x_t com o ponto $M+1$ do filtro do erro de predição δ_t .

Pode-se, então, expressar a recursão em (3.16) usando a formulação em (3.18) da seguinte forma [BURG 1968]:

$$\widehat{C}(3) \begin{bmatrix} 1 \\ -\alpha_{31} \\ -\alpha_{32} \\ -\alpha_{33} \end{bmatrix} = \widehat{C}(3) \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -\widehat{\alpha}_{21} \\ -\widehat{\alpha}_{22} \\ 0 \end{bmatrix} - \widehat{\alpha}_{33} \begin{bmatrix} 0 \\ -\widehat{\alpha}_{22} \\ -\widehat{\alpha}_{21} \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \quad (3.19)$$

similarmente, a recursão do lado direito de (3.18) torna-se

$$\begin{bmatrix} P_4 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} P_3 \\ 0 \\ \vdots \\ \Delta_3 \end{bmatrix} - \widehat{\alpha}_{33} \begin{bmatrix} \Delta_3 \\ 0 \\ \vdots \\ P_3 \end{bmatrix} \right\} \quad (3.20)$$

As quantidades Δ_3 e P_3 são determinadas de (3.13) e (3.20) pelas expressões

$$\Delta_3 = \widehat{\rho}(3) - \widehat{\alpha}_{21}\widehat{\rho}(2) - \widehat{\alpha}_{22}\widehat{\rho}(1)$$

$$P_3 = \widehat{\rho}(0) - \widehat{\alpha}_{21}\widehat{\rho}(1) - \widehat{\alpha}_{22}\widehat{\rho}(2)$$

Finalmente, avaliamos $\widehat{\alpha}_{33}$ de (3.20) como

$$\hat{\alpha}_{33} = \frac{\Delta_3}{P_3} \quad (3.21)$$

e a recursão esta completa.

BOX e JENKINS [22] declaram que as estimativas YW dos coeficientes AR são muito sensíveis a erros de arredondamento, particularmente quando o processo AR está muito próximo dos limites de estacionariedade. Outra objeção que pode ser levantada nesta aproximação, torna-se evidente quando lembra-se a interpretação de máxima entropia de uma representação AR. Conseqüentemente, os coeficientes AR deveriam ser estimados de tal forma a maximizar não concomitantemente com relação a informação não disponível. A estimativa dos coeficientes de Autocovariância usando (3.14), por outro lado, assume que $x_t=0$ para $|t| > N$. Uma suposição que contradiz o princípio da máxima entropia.

3.4.2 ESTIMATIVA DE BURG.

BURG sugere um método de estimar os parâmetros AR (ou equivalentemente, os coeficientes do filtro de erro de predição) que não requer a priori estimativas da função Autocovariância. O método de BURG [20] usa uma recursão que é muito similar aquela desenvolvida para a estimativa de YW. Novamente considera-se, como exemplo o caso quando as estimativas de $\hat{\alpha}_{3j}$ são determinadas das estimativas $\hat{\alpha}_{2j}$ computadas.

Claramente, desde que (3.16) é independente de $\hat{\rho}(k)$, pode novamente ser usado para relacionar $\hat{\alpha}_{31}$ e $\hat{\alpha}_{32}$ a $\hat{\alpha}_{21}$ e $\hat{\alpha}_{22}$, e portanto a recursão destes coeficientes está contida em (3.19).

não determinadas da função Autocovariância. A equação (3.21) não pode ser usada para determinar $\hat{\alpha}_{33}$ no esquema de BURG, mas seguindo o princípio dos mínimos quadrados, pode-se minimizar com relação a $\hat{\alpha}_{33}$. Como vimos, este procedimento é equivalente a minimização a potência do erro de predição com relação a $\hat{\alpha}_{33}$. Assim $\hat{\alpha}_{33}$ pode ser obtido da expressão

$$\frac{\partial S(\alpha_{33})}{\partial \alpha_{33}} = 0 \quad (3.22)$$

na qual $S(\alpha_{33})$ é a soma residual dos quadrados da função para o processo AR de terceira ordem e é dado por

$$S(\alpha_{33}) = \sum_{t=4}^N (x_t - \hat{\alpha}_{31}x_{t-1} - \hat{\alpha}_{32}x_{t-2} - \hat{\alpha}_{33}x_{t-3})^2 \quad (3.23)$$

Atualmente, a solução de (3.22) para $\hat{\alpha}_{33}$ usando estimativas de $\hat{\alpha}_{31}$ e $\hat{\alpha}_{32}$ obtido da recursão dada por (3.16) de fato corresponde a uma aproximada estimativa de MAXIMUM LIKELIHOOD destes coeficientes.

Uma importante extensão para (3.22) foi proposta por BURG com bases na interpretação preditiva do processo AR. Assim BURG sugere que a potência do erro de predição seja calculada rodando o filtro do erro de predição sobre os dados nas direções FORWARD e BACKWARD. A expressão para a potência de erro para o processo AR é

$$P_4 = \frac{1}{2(N-3)} \sum_{t=4}^N \left\{ (x_t - \hat{\alpha}_{31}x_{t-1} - \hat{\alpha}_{32}x_{t-2} - \hat{\alpha}_{33}x_{t-3})^2 + (x_{t-3} - \hat{\alpha}_{31}x_{t-2} - \hat{\alpha}_{32}x_{t-1} - \hat{\alpha}_{33}x_t)^2 \right\} \quad (3.24)$$

e $\hat{\alpha}_{33}$ é determinado de $\partial P_4 / \partial \alpha_{33} = 0$. O importante ponto sobre (3.24) é que P4 é determinado rodando o filtro sobre os dados, e não fora deles. Em outras palavras, não são feitas suposições quanto à extensão dos dados fora do parâmetro espaço, e a estimativa dos coeficientes AR são consistentes com o princípio de máxima entropia.

Se a estimativa $\hat{\rho}(0)$ é computada em uma forma usual:

$$\hat{\rho}(0) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x_t^2$$

então as estimativas da autocovariância restantes podem ser determinadas recursivamente. É facilmente mostrado de (3.19) que

$$\hat{\rho}(\tau) = \sum_{k=1}^{\tau} \hat{\rho}(\tau - k) \hat{\alpha}_{\tau k} \quad \tau = 1, 2, \dots, M \quad (3.25)$$

Um esquema recursivo geral esta detalhado por ANDERSEN[20].

Como uma ilustração das diferenças entre as estimativas de YW e BURG, os valores respectivos para $\hat{\alpha}_{11}$ são

estimativa de YW

$$\hat{\alpha}_{11} = \frac{\sum_{t=2}^N x_t x_{t-1}}{\sum_{t=1}^N x_t^2}$$

estimativa de BURG

$$\hat{\alpha}_{11} = \frac{\sum_{t=2}^N x_t x_{t-1}}{(x_1^2/2) + \sum_{t=2}^{N-1} x_t^2 + (x_N^2/2)}$$

3.5 ERRO DE PREDIÇÃO FINAL DE AKAIKE (FPE)

O FPE é definido como o erro de predição médio quadrático. Em outras palavras, se para um dado processo AR define-se \hat{x}_t como a predição estimada de x_t , então [23]

$$FPE = E[(x_t - \hat{x}_t)^2] \quad (3.26)$$

consideremos agora outra realização deste processo AR e denominamos por \hat{y}_t a predição estimada de y_t , a qual é realizada com o preditor determinado para o processo x_t . Assume-se que o processo x_t e y_t são estatisticamente equivalentes.

Considere $\hat{\alpha}_{x,m}$ o m -ésimo coeficiente AR que tem sido estimado de uma realização de um processo AR de M -ésima ordem de x_t . Então a predição de y_t é dada por

$$y_t = \sum_{m=1}^M \hat{\alpha}_{x,m} y_{t-m} \quad (3.27)$$

e

$$FPE = E[(y_t - \hat{y}_t)^2] \quad (3.28)$$

Considere $\hat{\alpha}_{y,m}$ o m -ésimo coeficiente determinado do processo AR de M -ésima ordem y_t através do critério de erro da mínima média quadrática, e

$$\Delta \hat{\alpha}_{M,m} = \hat{\alpha}_{x,m} - \hat{\alpha}_{y,m}$$

substituindo (3.27) em (3.28) tem-se

$$FPE = E \left[\left(y_t - \sum_{m=1}^M \hat{\alpha}_{x,n} y_{t-m} \right)^2 \right]$$

como $\Delta \hat{\alpha}_{M,m}$ não é correlacionada com $\hat{\alpha}_{y,m}$ ou y_t . O FPE reduz para

$$FPE = E \left[\left(y_t - \sum_{m=1}^M \hat{\alpha}_{y,m} y_{t-m} \right)^2 + \left(\sum_{m=1}^M \Delta \hat{\alpha}_{M,m} y_{t-m} \right)^2 \right]$$

$$FPE = S_M^2 + \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^M E \left[\Delta \hat{\alpha}_{M,m} \Delta \hat{\alpha}_{M,l} \right] E \left[y_{t-m} y_{t-l} \right] \quad (3.29)$$

Pode-se visualizar que o FPE de y_t é composto da soma de duas contribuições: a primeira corresponde à soma dos quadrados residuais mínimos do ajuste AR de M-ésima ordem e o segundo, representa o desvio estatístico de $\hat{\alpha}_{x,m}$ de $\hat{\alpha}_{y,m}$. Em geral, S_M^2 diminui com o aumento do valor de M, ao contrário o segundo termo aumenta. É natural, portanto adotar como ótimo de M aquele valor que minimiza o FPE dado pela equação (3.29).

Akaike desenvolveu expressões para uma eficiente estimativa dos critérios mínimos, a qual será chamado $(FPE)_M$. Especificamente para um ajuste de M-ésima ordem

$$(FPE)_M = \left(1 + \frac{M+1}{N} \right) \sigma^2$$

na qual σ^2 é a variância da inovação do processo y_t . Uma estimativa da variância σ^2 é mostrada por AKAIKE ser

$$\hat{\sigma}^2 = \left(\frac{N}{N - (M+1)} \right) S_M^2$$

combinando as expressões produz-se

$$(FPE)_M = \frac{N + (M + 1)}{N - (M + 1)} S_M^2 \quad (3.30)$$

3.6 PROCESSAMENTO DO ARRAY COM MME

A partir da equação do espectro de potência pode-se determinar o espectro espacial utilizando as relações de número de onda (k) e comprimento do ARRAY [apêndice A].

Para um ARRAY linear tem-se propagação apenas no eixo x , pode-se então determinar Kx . Fazendo analogia entre a amostragem temporal e espacial, substituindo frequência pelo número de onda e tempo por distância entre sensores, obtém-se [22]

$$S(k) = \frac{P_m}{\left| \mathbf{1} - \sum_{i=1}^N b_i^N e^{-j2\pi f d \sin(\theta)/c} \right|^2} \quad (3.31)$$

na qual b_i^N são os coeficientes de erro de predição e P_m o erro de predição, ambos são determinados através do método de BURG. A equação acima pode ser visualizada como a resposta do ARRAY (espectro espacial).

3.7 IMPLEMENTAÇÃO

3.7.1 DESCRIÇÃO

O programa BURG.CPP tem como entrada os dados complexos gerados pelos programas sinal.cpp e adruído.cpp, implementados em conjunto, formando o "SANSNAP.CPP", que simula o campo sonoro.

Para gerar o sinal com ruído foi desenvolvido nova versão com o nome S_MASTER.CPP. Um diálogo típico com o SOFTWARE:

Nome do arquivo de saída:

Número de sensores:

Quantos sinais serão somados:

Dados do sinal

- *Frequência:*

- *Ângulo de incidência [graus]:*

- *Fator de ruído:*

Variância do sinal

Variância do ruído

Razão sinal/ruído

O espectro pode ser obtido a partir do programa AUTOREGRE.CPP(ANA) na forma

Métodos Disponíveis:

- **Autocorrelação**

- **BURG**

- **COVARIÂNCIA**

Quantos métodos pretende usar (1,2 ou 3)?

Método 1 (A,B ou C)

Método 2 (A,B ou C)

Método 3 (A,B ou C)

Entre com o nome do arquivo de entrada:

Entre com o número de coeficientes:

Entre a frequência:

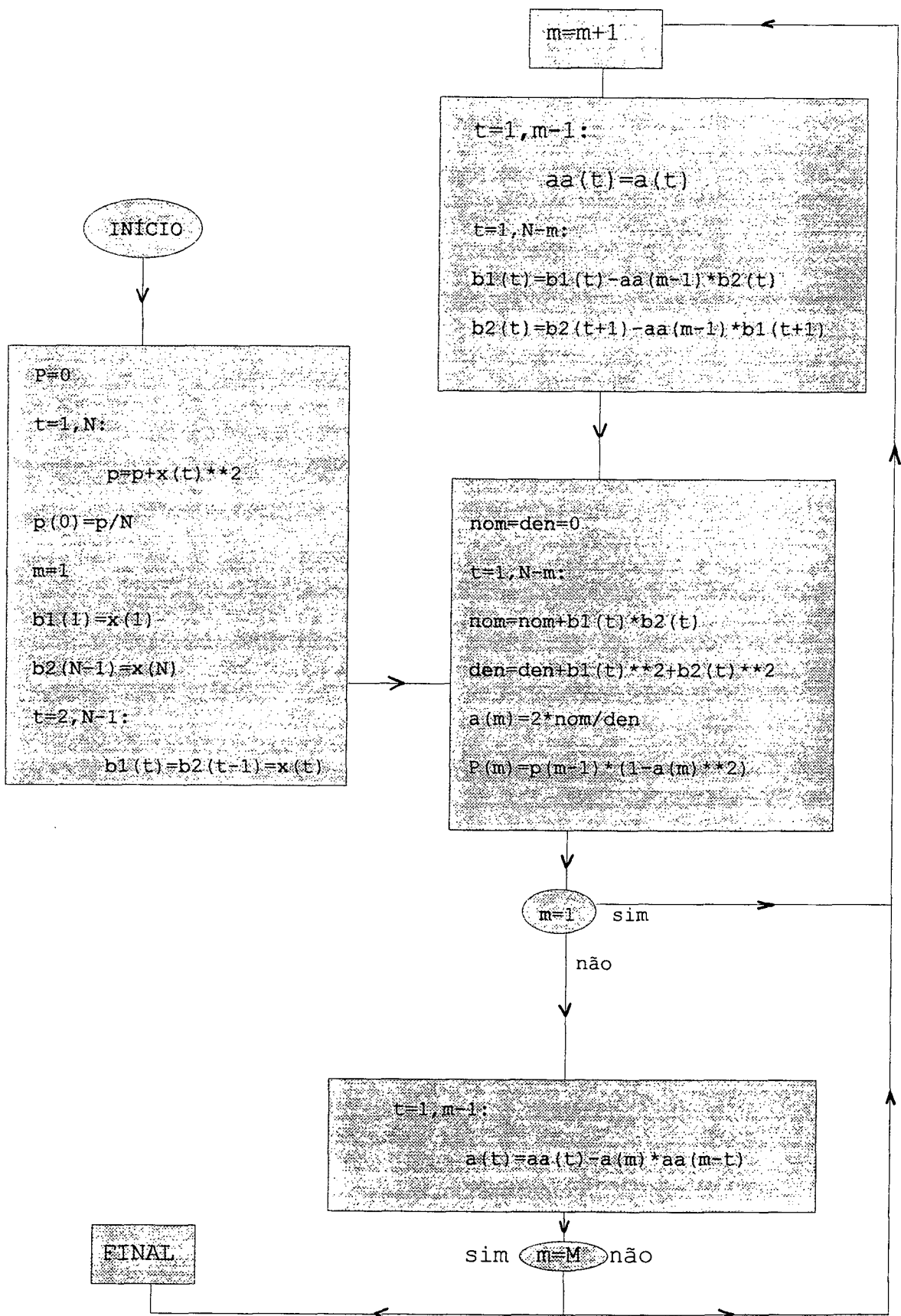
Entre a distância entre sensores

Entre Número de pontos do sinal:

Desenvolveu-se também uma rotina gráfica no SOFTWARE para apresentar os dados graficamente após rodar o programa, isto permite verificar quase que instantaneamente qual o melhor método a ser aplicado, baseado na fonte do sinal.

Para cálculo dos coeficientes e o erro de predição , o procedimento recursivo implementado está sumarizado no diagrama abaixo.

DIAGRAMA RECURSIVO



3.8 RESULTADOS

Os gráficos com os resultados obtidos pelo método autoregressivo estão mostrados nas figuras 3.1 a 3.16, no qual apresenta-se a variação dos parâmetros pertinentes ao problema de detecção - Número de sensores - Número de coeficientes - Frequência - Razão sinal ruído - Número de fontes. Todas as variações de um determinado parâmetro pressupõem uma configuração única dos demais parâmetros conforme pode-se visualizar nos gráficos.

Devido aos diferentes resultados obtidos para variações no número de coeficientes, SNR e frequência, não estão mostradas em um único gráfico, as comparações de diferentes números de sensores. Em todas as figuras apresentadas observam-se excelentes resultados obtidos com 20 e 30 sensores, mantendo-se fixa a distância entre eles (1 m). O aumento do número de sensores está limitado geometricamente pela dimensão do ARRAY e sua redução implica na diminuição da amplitude de localização. Os resultados de simulações para variação no número de sensores não apresentam diferenças no tempo de processamento, como mostram as tabelas 3.1 e 3.2. A possibilidade de falhas em alguns sensores, causadas por pane nos hidrofones (valores zerados), foi também simulada e os resultados mostrados na figura 3.11.

O modelo autoregressivo estudado, apresenta significativa sensibilidade em variações no número de coeficientes, no qual reduções de amplitude são observados com o aumento do N_{coef} , o que pode ser visualizado nas figuras 3.1 e 3.2. Este parâmetro

está diretamente relacionado ao erro de predição através do número de sensores. A SNR é parâmetro relevante nesta configuração.

Na figura 3.3 os resultados de um sinal incidente a 52 graus são apresentados para três níveis distintos de ruído. O sinal com elevada presença de ruído (SNR = -10dB) apresenta-se no BEAMFORMING com baixa amplitude e desvio do ângulo de marcação. O aumento da SNR exhibe espectro de marcação com menores desvios e maiores amplitudes. A figura 3.4 confirma os resultados anteriores para outros níveis de ruído.

A sensibilidade do método para pequenas variações de SNR em um ângulo de incidência igual a 10 e 5 graus está mostrada nas figuras 3.5 e 3.6 respectivamente, com desvios médios no ângulo de azimute de 3 graus, aproximadamente.

Uma comparação da resposta do BEAMFORMING para trocas na frequência de localização da fonte incidente estão demonstrados nas figuras 3.7 e 3.8 no qual os resultados com desvios e amplitude pioram com a frequência da fonte aproximando-se da frequência de ALIASING (ARRAY).

A capacidade de identificação de duas fontes incidentes com mesma frequência pelo método de BURG está apresentada nas figuras 3.9 e 3.10 no qual a menor aproximação possível para identificação é de 5 graus, para 30 sensores, e de 15 graus, para 20 sensores. A simulação para menores distâncias entre fontes também aparece nos respectivos gráficos (ver tabela 3.1 e 3.2).

Nas figuras 3.14 e 3.15 o resultados de escolha do número de coeficientes para uma adequada detecção de forma a minimizar o erro de predição estão apresentados para 30 e 20 sensores,

respectivamente. Nota-se que aproximadamente $1/3$ do número de sensores é o número de coeficientes recomendado.

Uma rápida e ilustrativa comparação entre o modelo de BURG e outros modelos regressivos (autocorrelação e covariância) é apresentado nas figuras 3.12 e 3.13, para identificar duas e três fontes. O modelo de BURG apresenta melhor definição e menor desvio de localização do ângulo de azimute incidente.

Finalmente uma comparação entre o modelo de BURG e o BEAMFORMING convencional é apresentada nas figuras 3.15 e 3.16. A melhor resolução com o menor número de sensores ocorre para o modelo de BURG, com o mesmo tempo de processamento para ambos. Observa-se que com o aumento do número de sensores o resultado do BEAMFORMING convencional melhora, enquanto que aumenta o tempo de processamento tornando o método inviável para configurações de ARRAYS definidas com pequeno número de sensores.

Número Sensores	Frequência [Hz]	SNR	Número Coif.	Ângulo Incid.	Desvio [dB]	Amplitude	Picos Espúrios
30	100	-5	10	30	1	1	N
30	100	-5	15	30	1	0.2	N
30	100	-5	20	30	1	0.4	N
30	100	0	10	-60	2	1	N
30	100	0	15	-60	2	0.67	N
30	100	0	20	-60	2	0.83	N
20	100	0	7	52	0	1	N
20	100	-1	7	52	2	0.06	N
20	100	0-10	7	52	3	0.8	N
20	100	0	8	50	1	1	N
20	100	-5	8	50	6	0.68	N
30	100	0	15	55	0	0.04	S
30	200	0	15	55	5.5	1	S
30	500	0	15	55	5.5	1	S
30	100	0	15	-55	1	1	N
30	200	0	15	-55	3	0.32	N
30	500	0	15	-55	6	0.33	N

Número Sensores	Frequência [Hz]	SNR	Número Coefic.	Tempo de Proc. [s]	Número Fontes	Desvio [dB]
20	100	0	7	0.37	2	1
20	100	0	7	0.40	1	grande
30	100	0	10	0.53	2	0
30	100	0	10	0.50	1	1
30	100	0	10	0.48	2	0

Tabela 3.1 e 3.2 - Testes do método de BURG

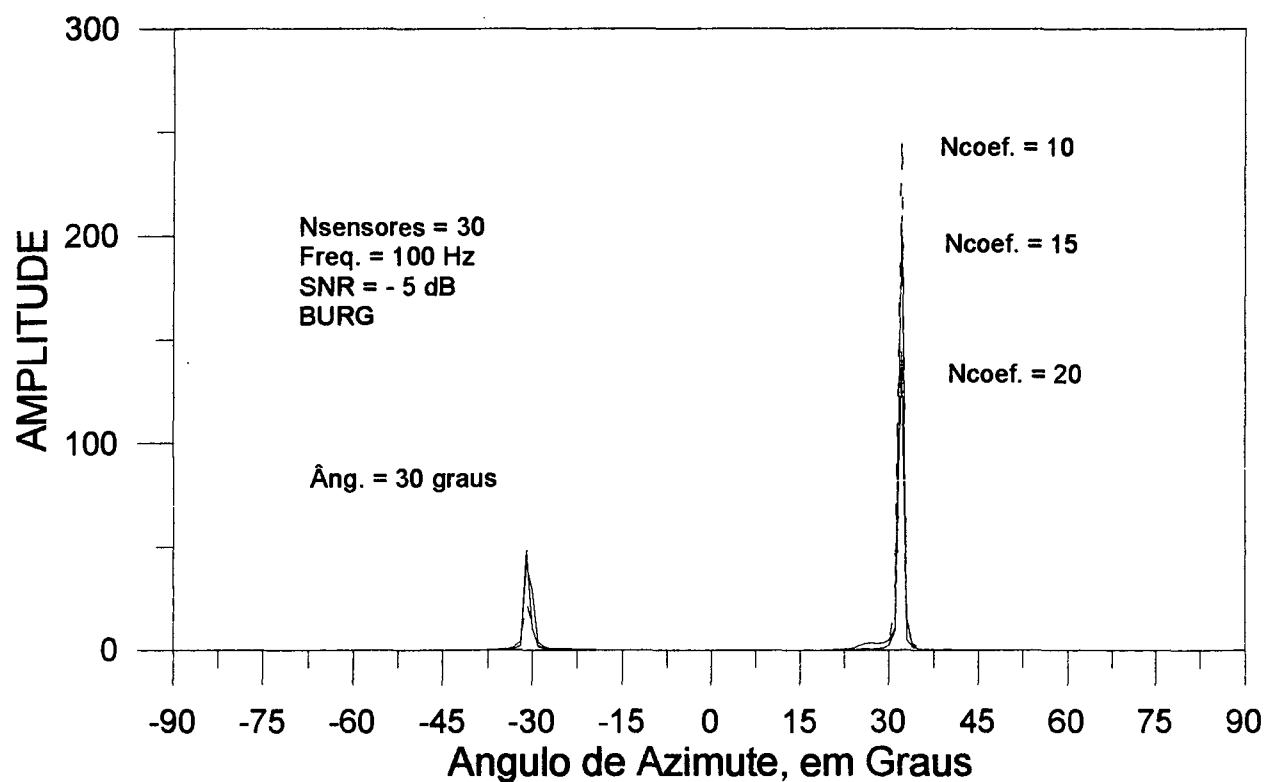


Figura 3.1 - Variação do número de coeficientes

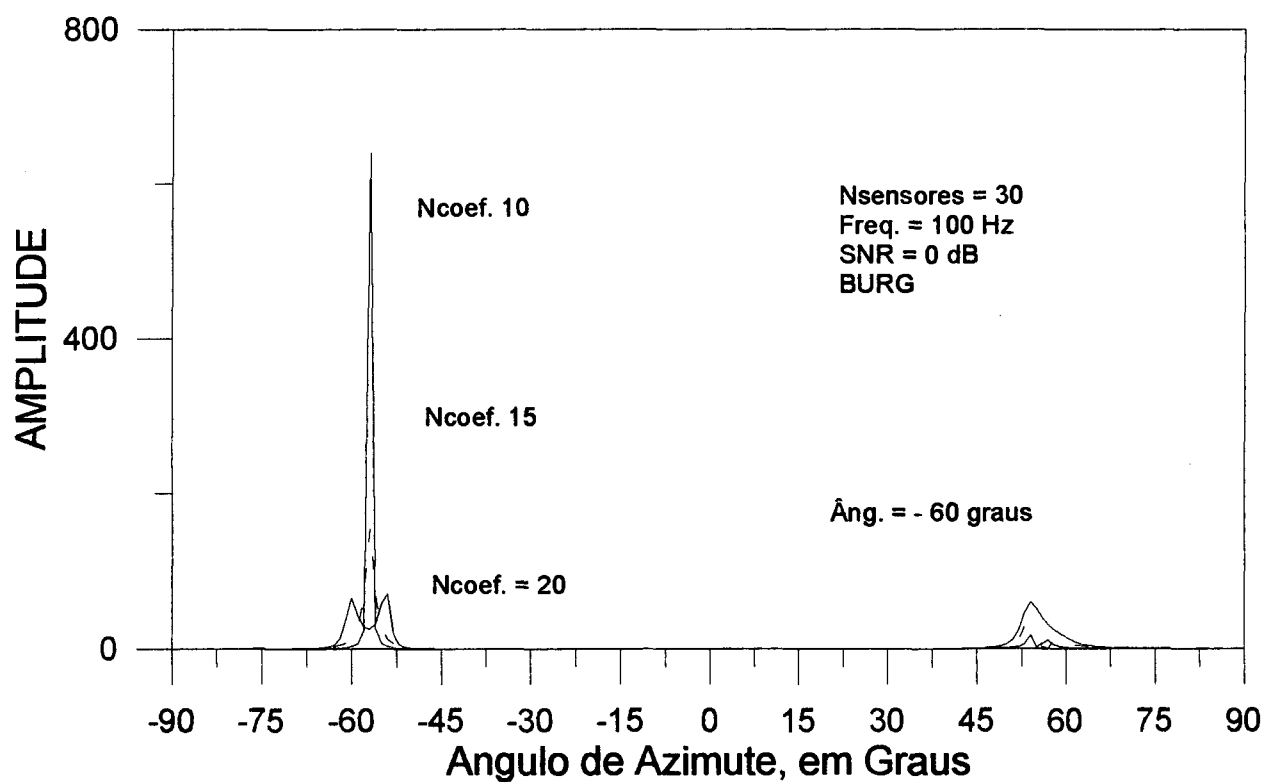


Figura 3.2 Variação do número de coeficientes

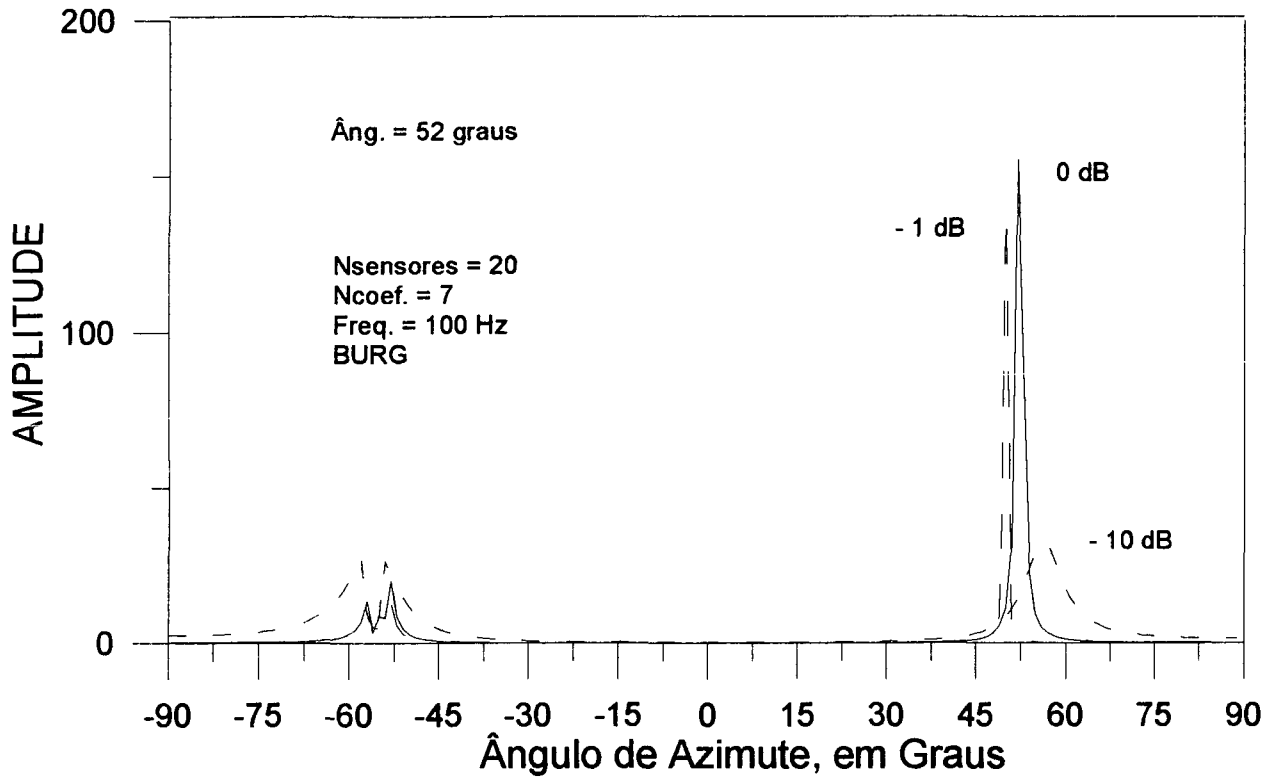


Figura 3.3 Variação da Razão Sinal/Ruído

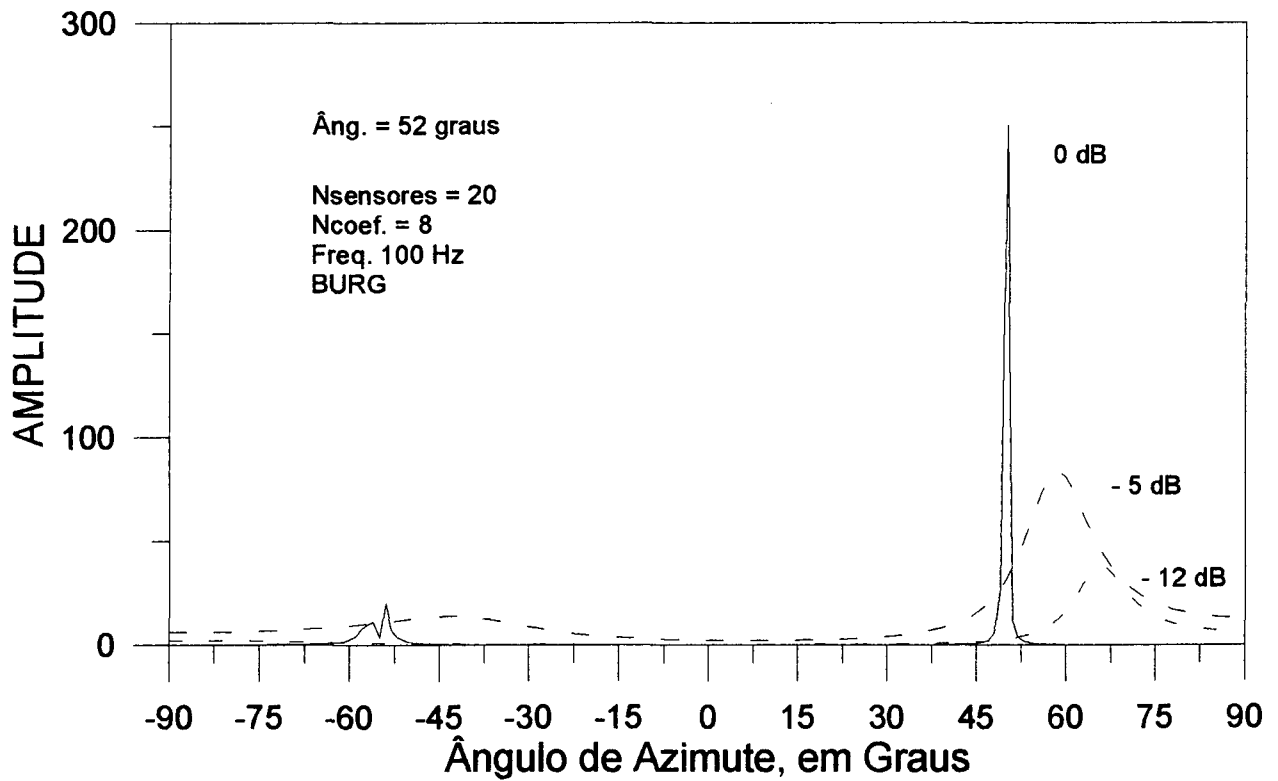


Figura 3.4 Variação da Razão Sinal/Ruído

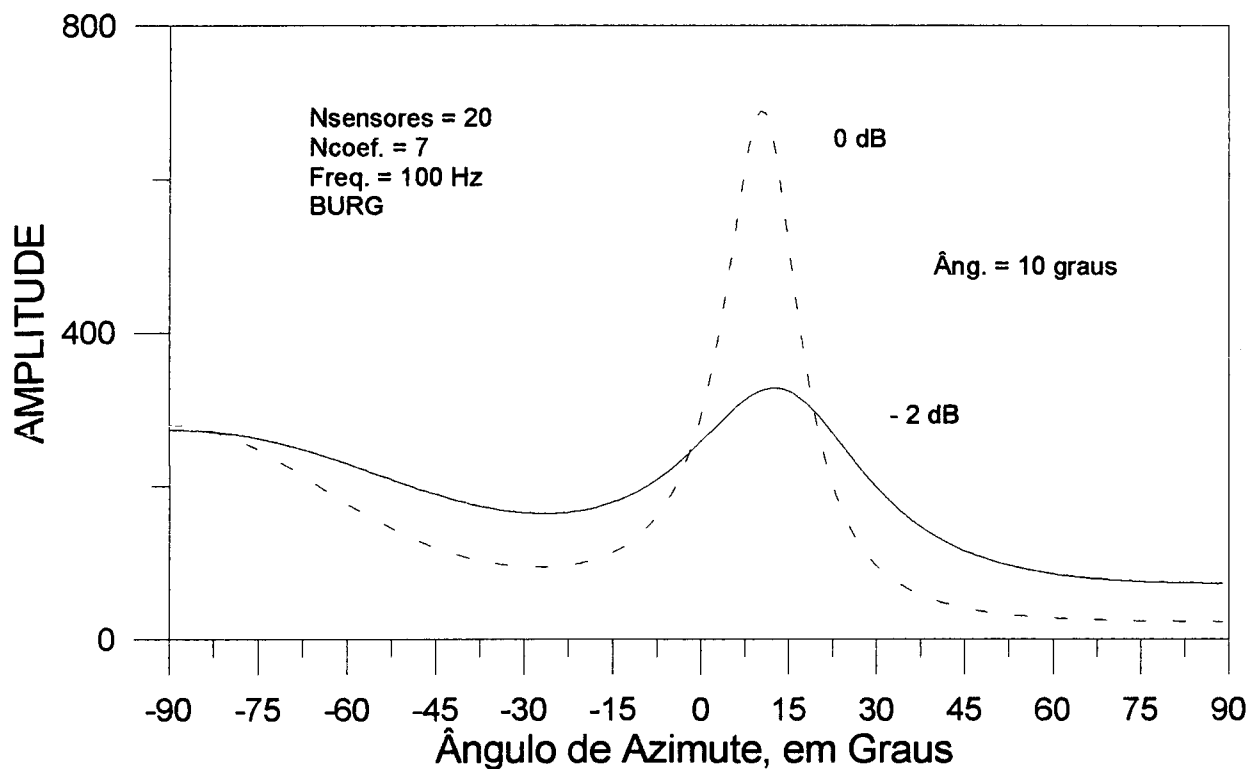


Figura 3.5 Variação da Razão Sinal/Ruído

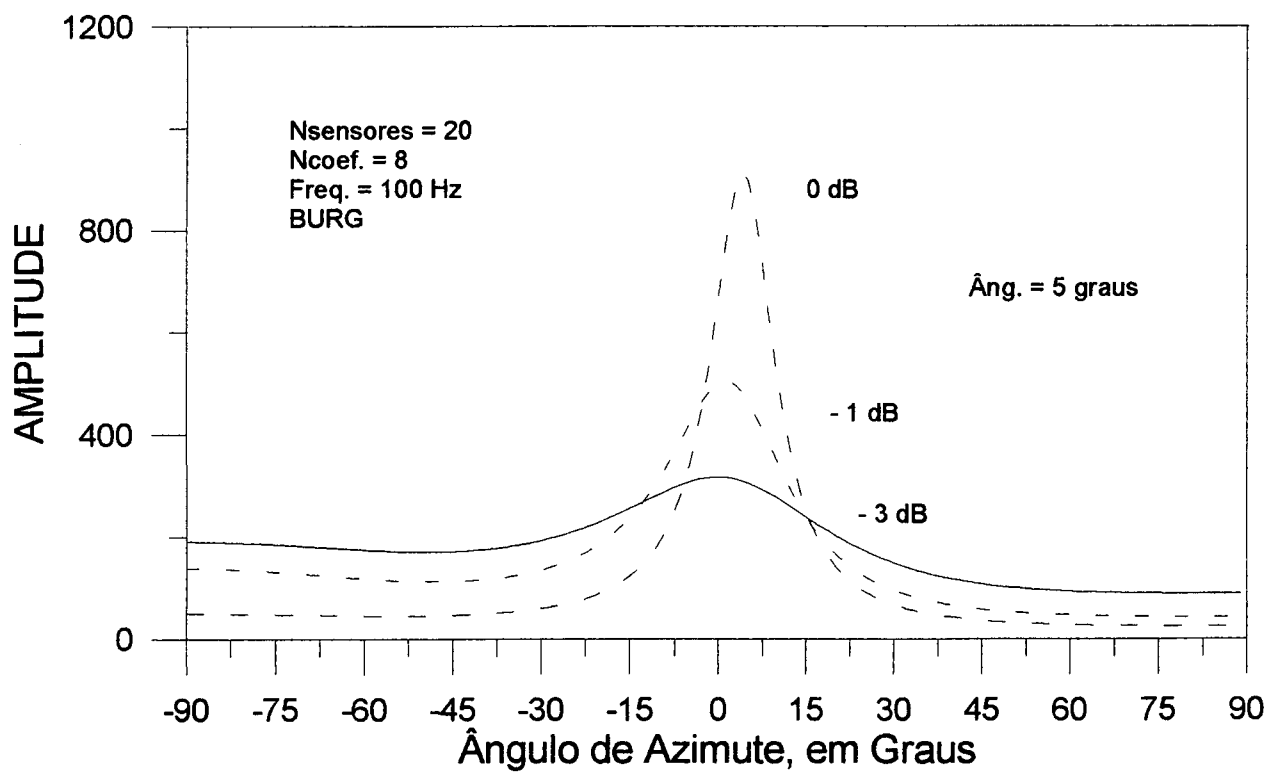


Figura 3.6 Variação da Razão Sinal/Ruído

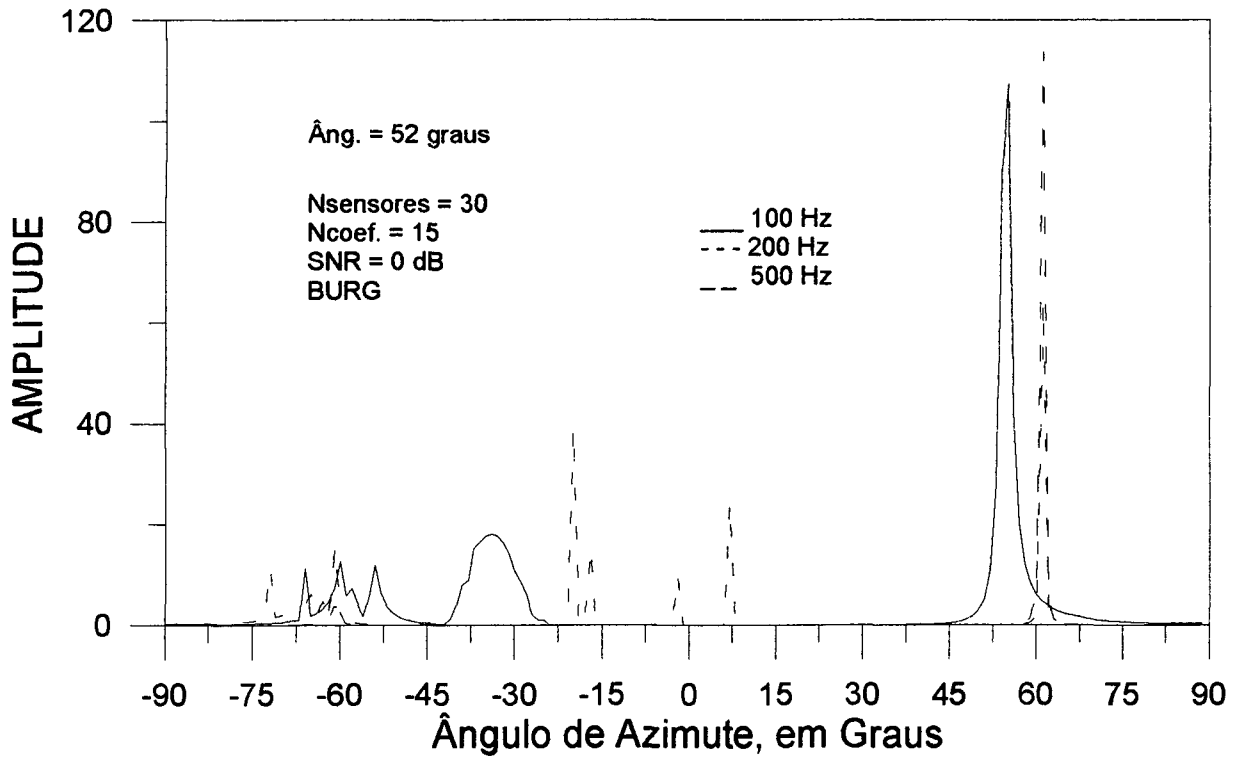


Figura 3.7 Comparação entre Frequências do Sinal Incidente
 100 - 200 - 500 Hz

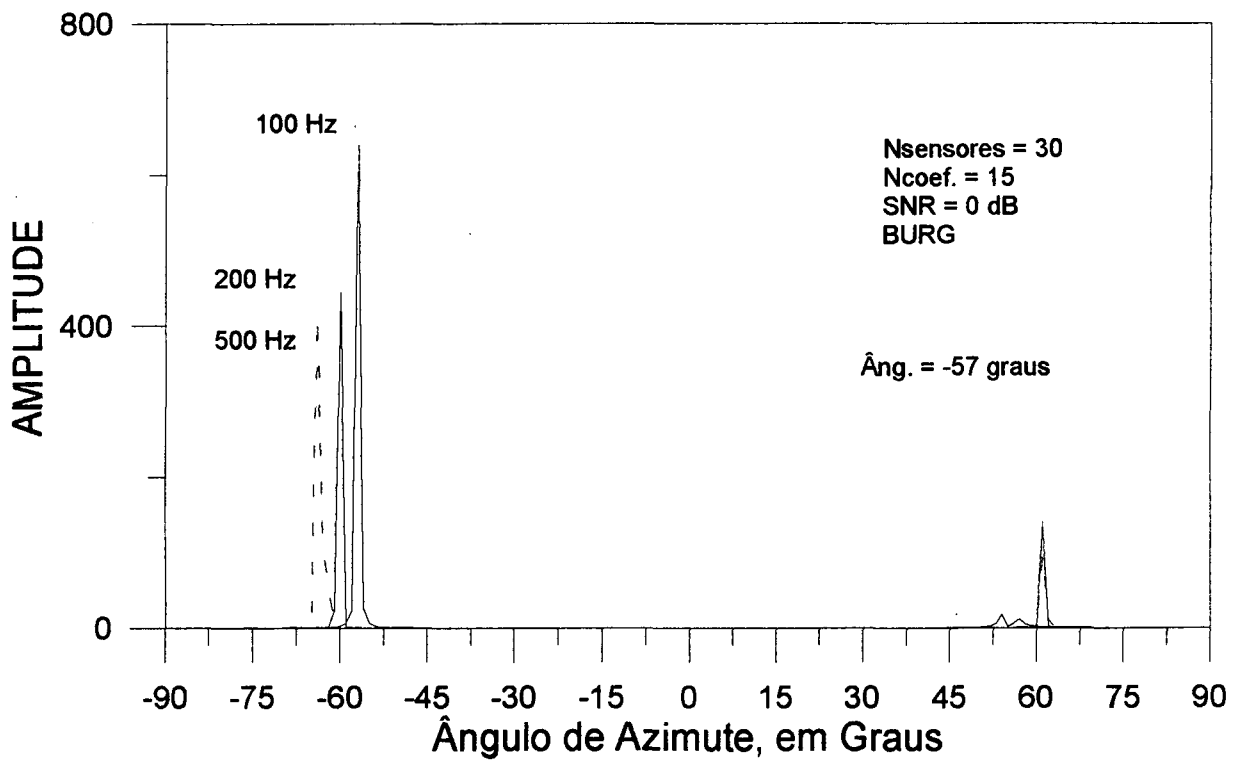


Figura 3.8 Comparação entre Frequências de Incidência do Sinal
 100 - 200 - 500 Hz

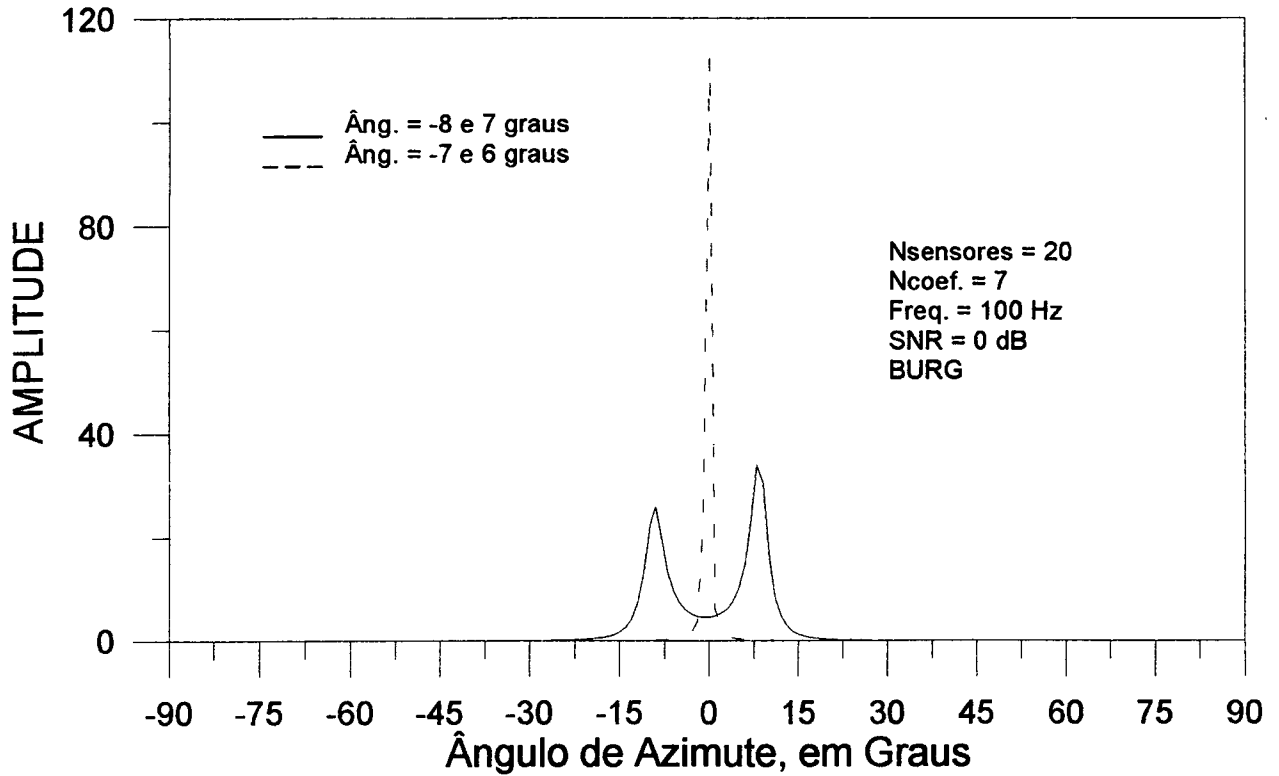


Figura 3.9 Identificação de duas fontes -8 e 7 graus

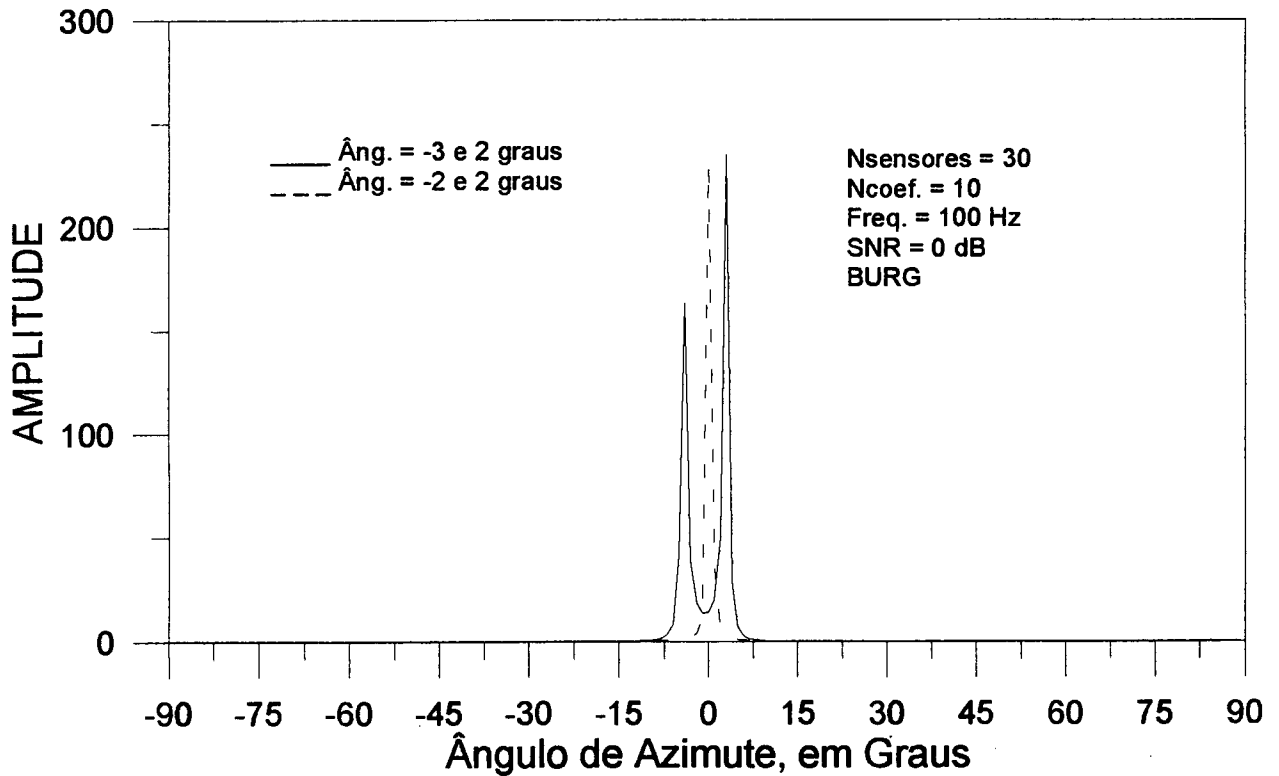


Figura 3.10 Identificação de duas fontes -3 e 2 Graus

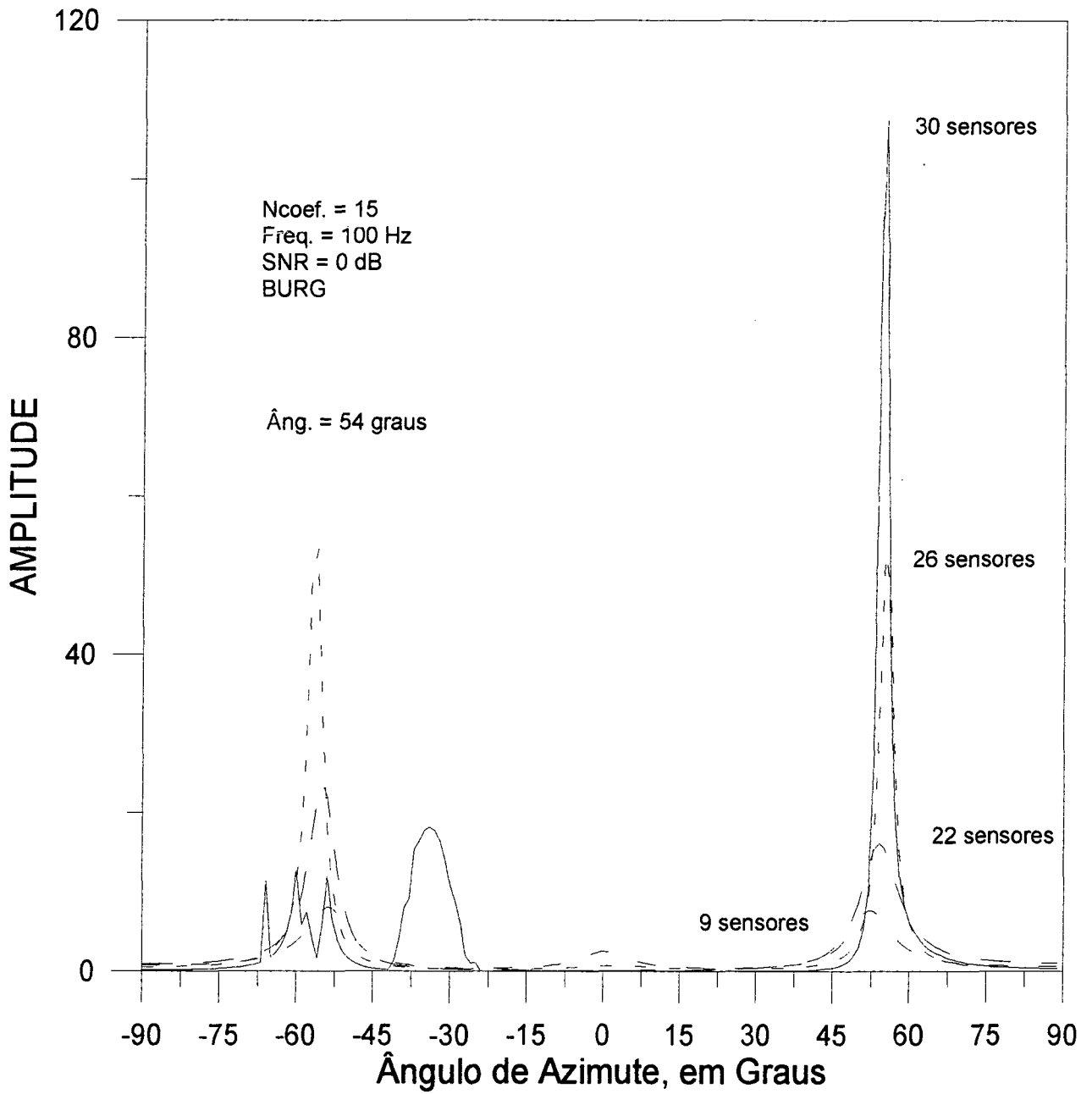


Figura 3.11 Simulação de Falhas nos Sensores

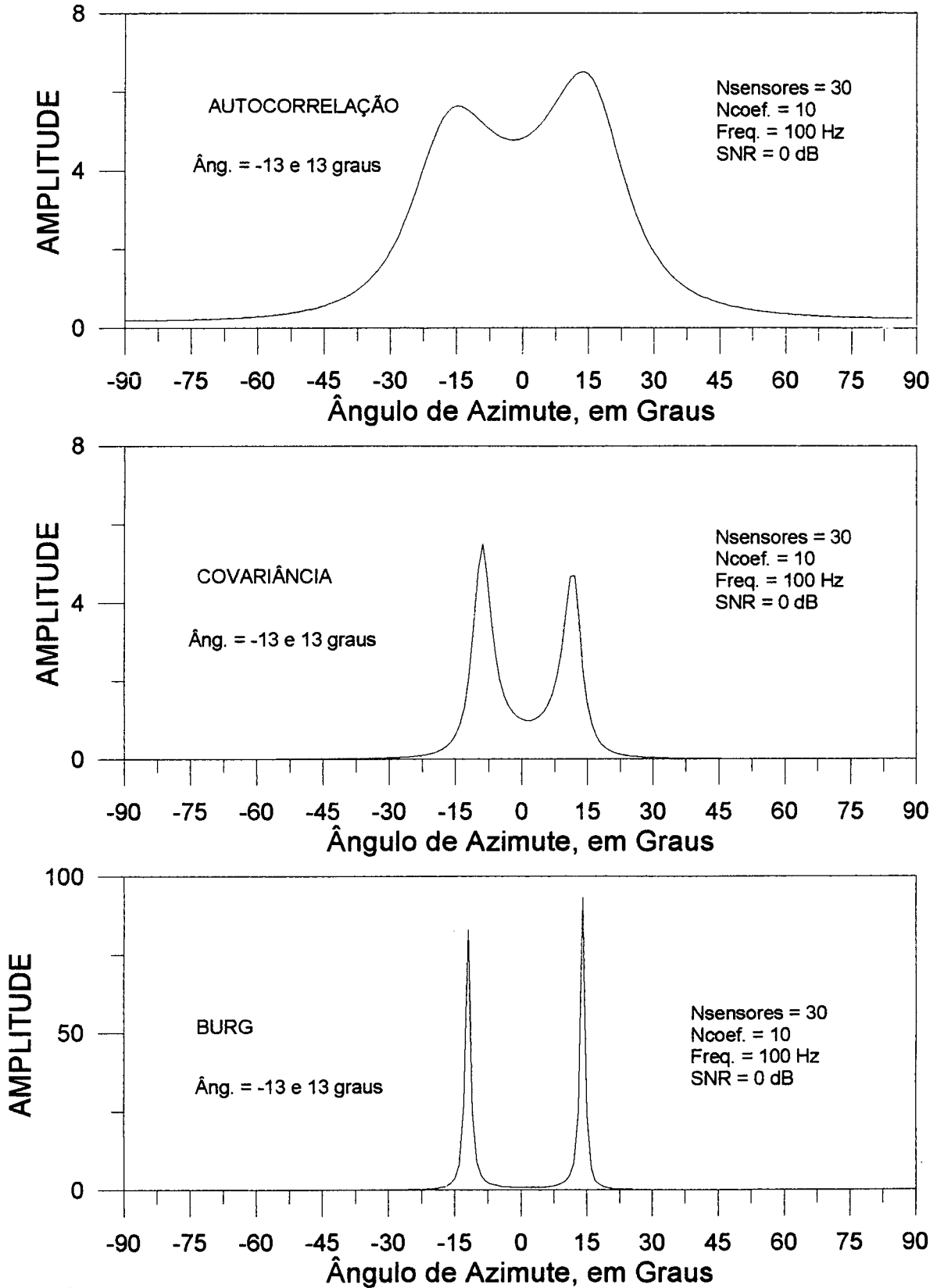


Figura 3.12 Comparação do Método de BURG com outros métodos regressivos - Autocorrelação e Covariância na localização de 2 fontes.

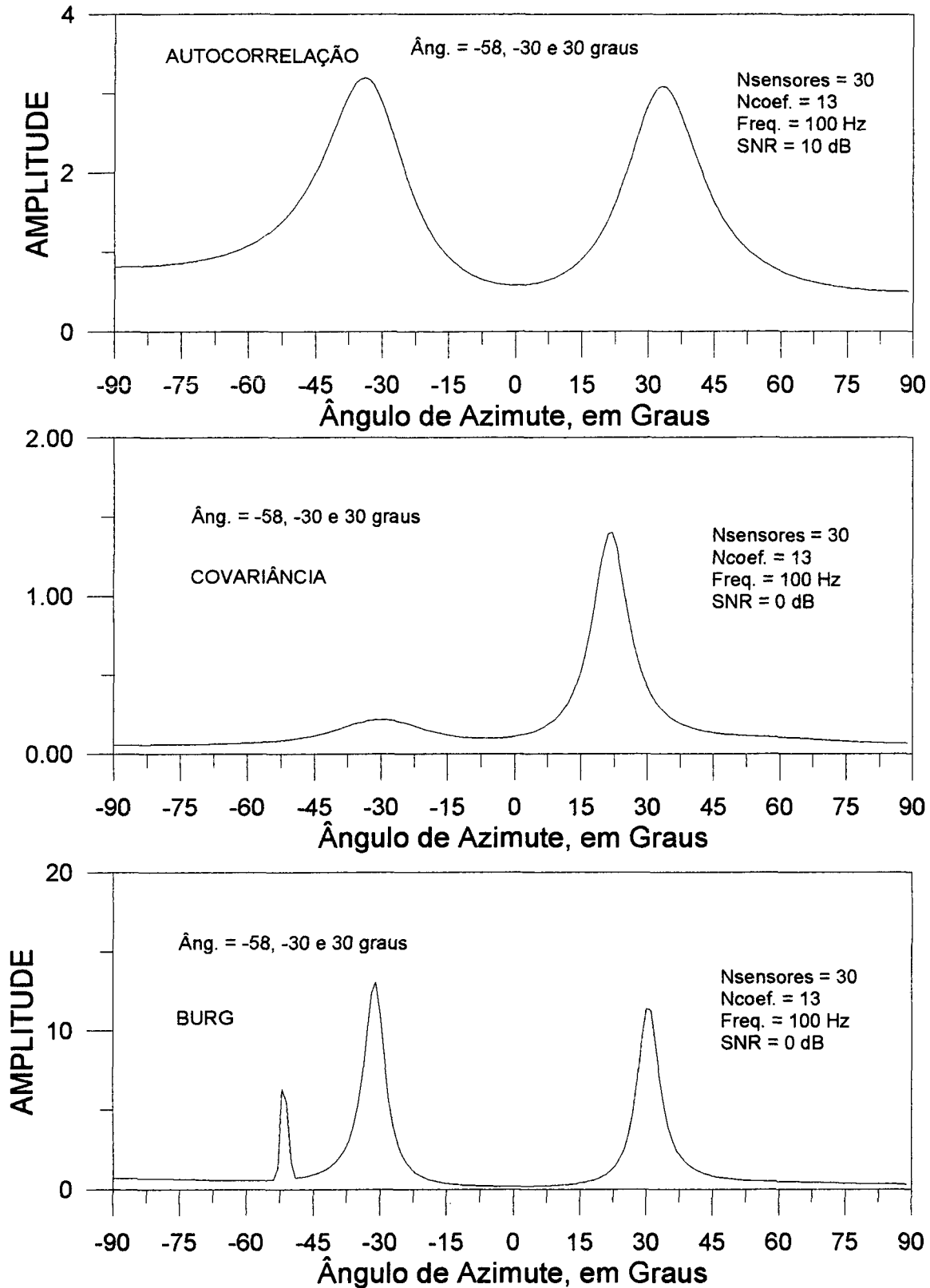


Figura 3.13 Comparação entre o Método de BURG e outros métodos regressivos - Autocorrelação e Covariância para localização de 3 fontes

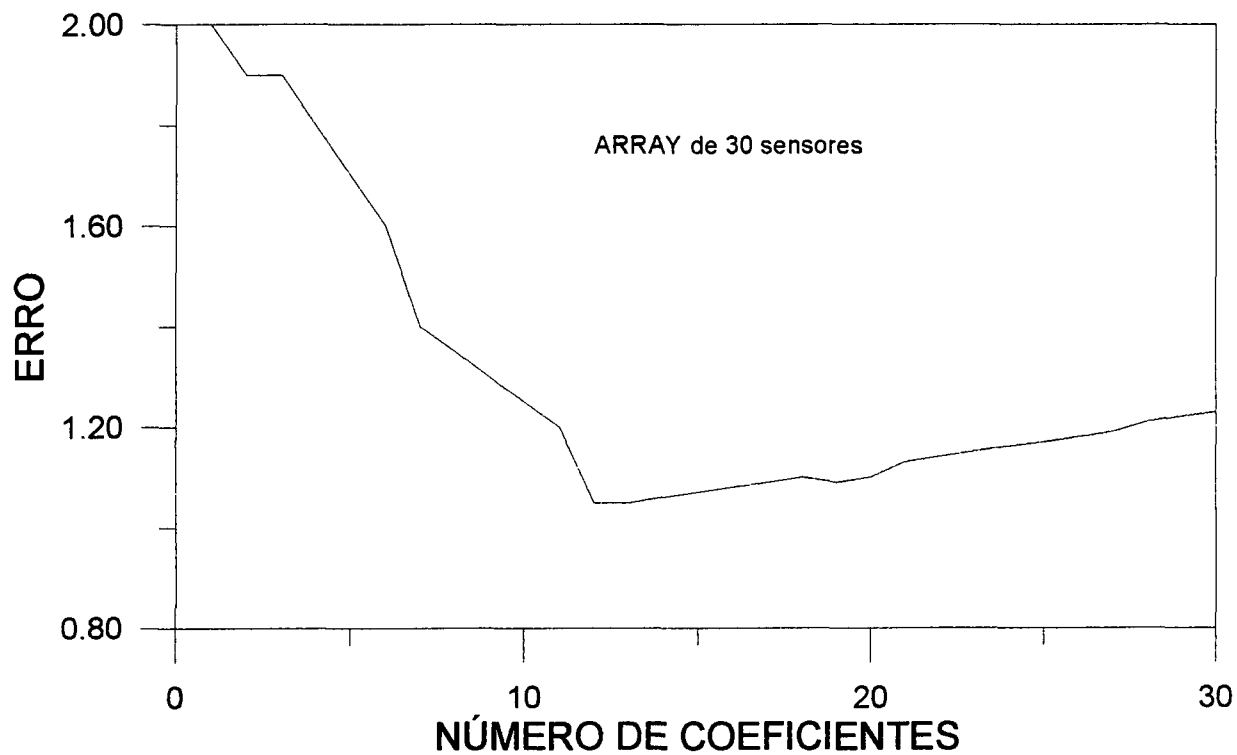


Figura 3.14 Número de coeficientes que minimizam o erro de predição

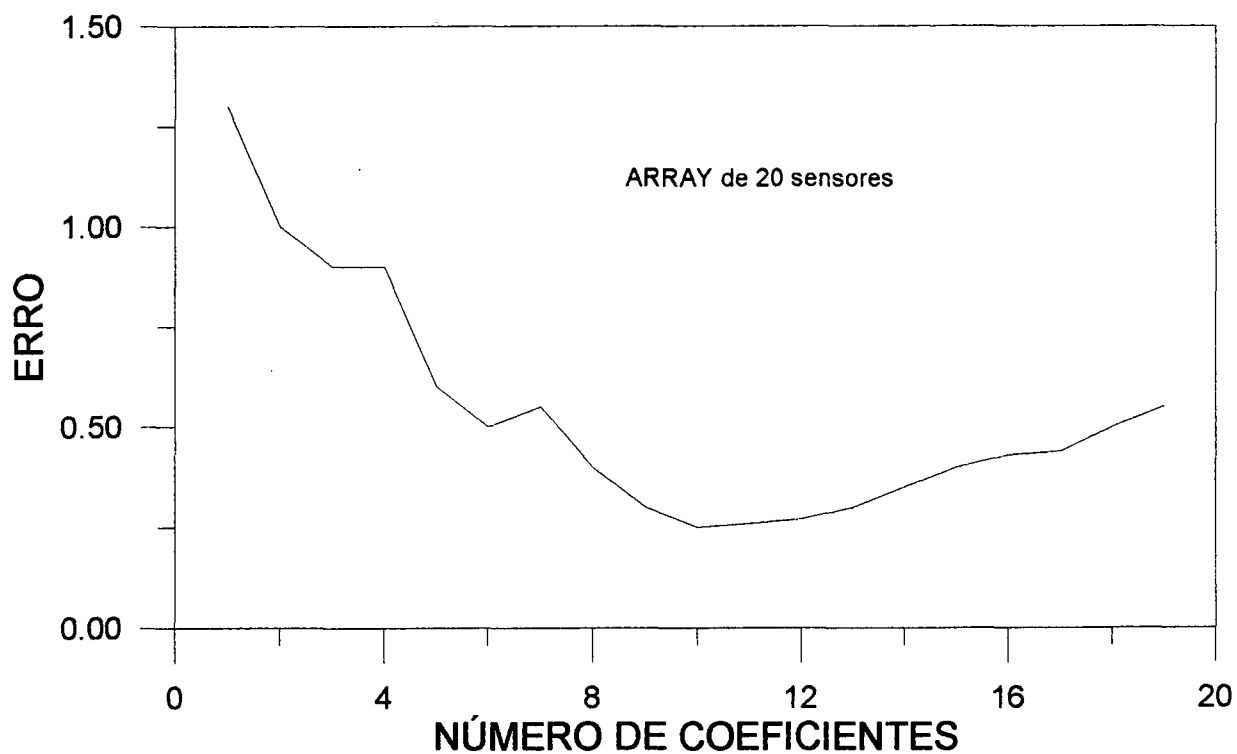


Figura 3.15 Número de coeficientes que minimizam o erro de predição

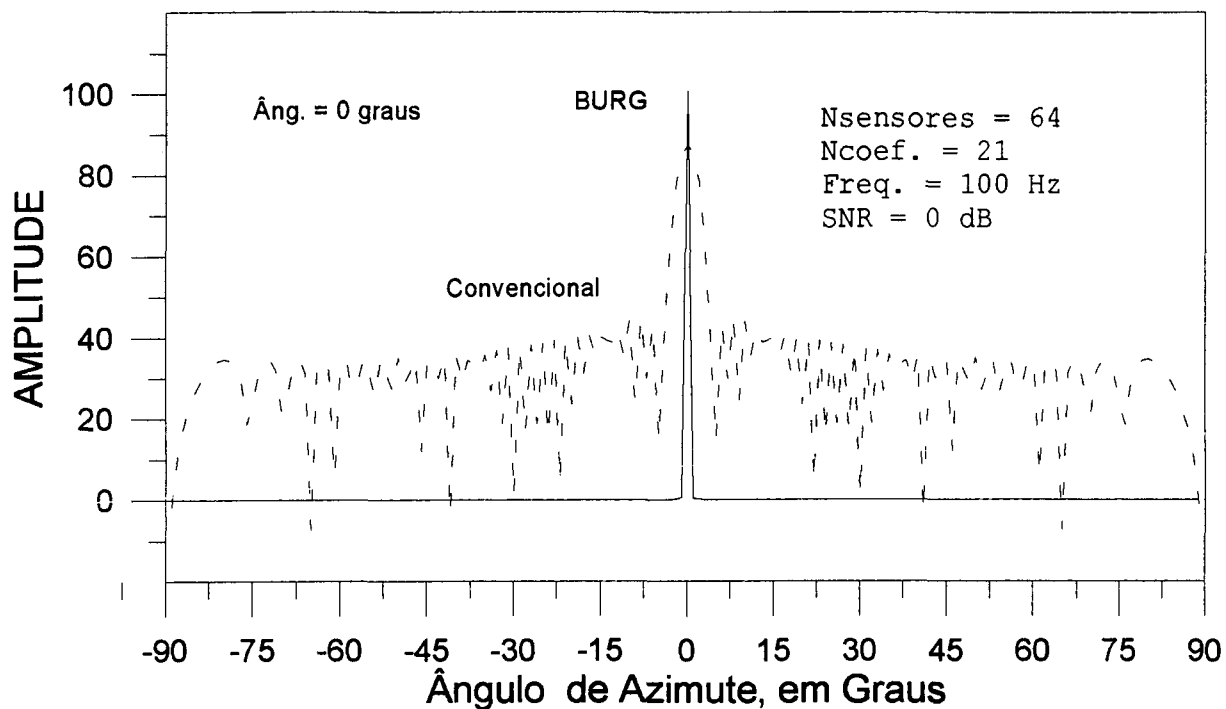


Figura 3.15 - Comparação entre método de BURG [—] e BEAMFORMING convencional [- - -]

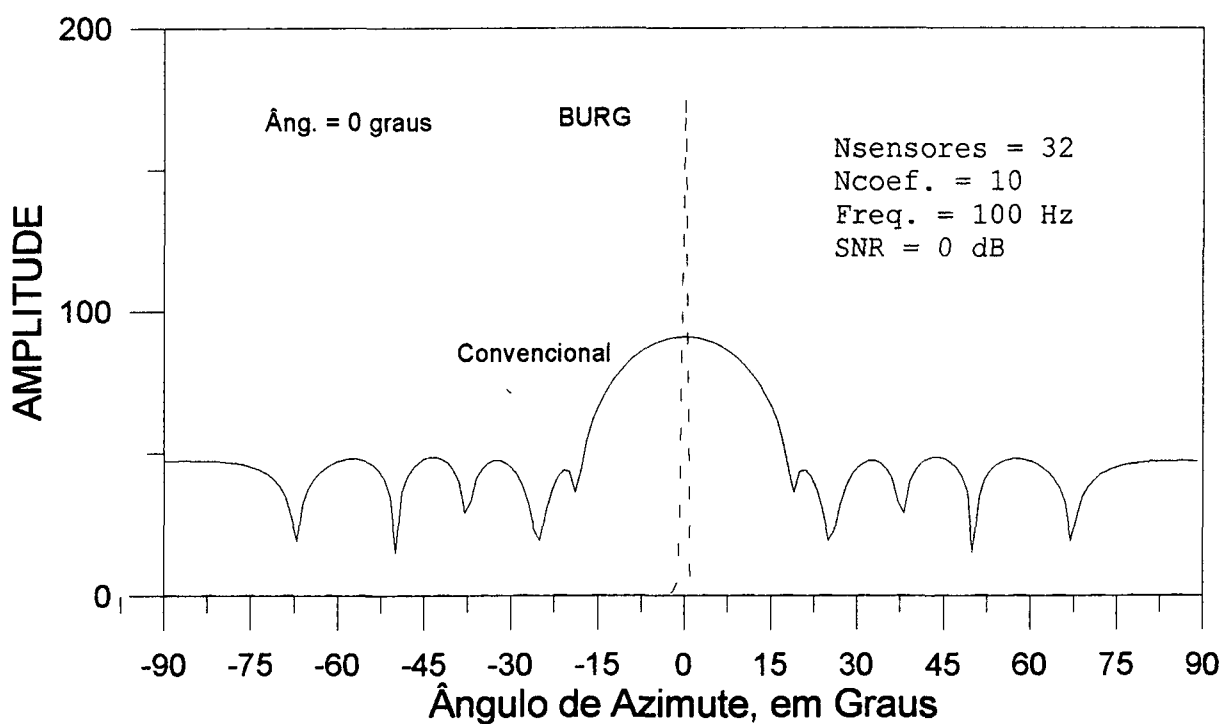


Figura 3.16 - Comparação entre o método BURG [- - -] e BEAMFORMING convencional [—]

CAPÍTULO 4

MÉTODOS DE AUTOVETORES

4.1 CONCEITOS GERAIS

A propriedade mais importante dos métodos de autovetores, caracteriza-se por produzir estimativas de frequências "sem desvios", com resolução tendendo a infinito, independente da razão sinal/ruído [30]. Esta propriedade não é observada em outros métodos. Por exemplo, a resolução pelo método convencional é limitada pela abertura do ARRAY, e a resolução dos métodos de predição linear e "maximum likelihood" perdem precisão com a diminuição da razão sinal/ruído. Devido a esta propriedade, os métodos de autovetores tem recebido considerável atenção no processamento de sinais e na aplicação de uma grande variedade de problemas.

Inicialmente considere o problema de determinar as direções de chegada de múltiplas ondas planas incidentes em um ARRAY na presença de ruído ambiental. Assume-se que L ondas planas incidem em um ARRAY, composto por $M+1$ sensores, com ângulos θ_i ; $i = 1, 2, \dots, L$. O campo incidente é amostrado nos sensores através de uma série de amostras temporais. No n -ésimo instante de tempo, o campo sonoro recebido pelo m -ésimo sensor pode ser expresso na forma

$$y_m(n) = v_m(n) + \sum_{i=1}^L A_i(n) e^{-jmk_i}, \quad m = 0, 1, \dots, M \quad (4.1)$$

na qual $A_i(n)$ é a amplitude da i -ésima onda (poderá ser uma constante independente do tempo se possuir dependência senoidal na frequência de operação), e K_i são os números de onda relacionados com os ângulos de chegada, dados por

$$k_i = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta_i; \quad i = 1, 2, \dots, L \quad (4.2)$$

e $v_m(n)$ é o ruído ambiental, o qual é espacialmente incoerente, e também não correlacionado com as amplitudes dos sinais $A_i(n)$, assim

$$E[v_m(n) * v_k(n)] = \sigma_v^2 \delta_{mk}; \quad E[v_m(n) * A_i(n)] = 0 \quad (4.3)$$

A equação (4.1) pode ser escrita na forma vetorial

$$y(n) = v(n) + \sum_{i=1}^L A_i(n) s_{k_i}^* \quad (4.4)$$

sendo

$$s_{k_i}^* = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-jk_i} \\ e^{-2jk_i} \\ \vdots \\ e^{-Mjk_i} \end{bmatrix}$$

A matriz de autocorrelação do campo do sinal captado pelo ARRAY é

$$R = E[y(n) * y(n)^T] = \sigma_v^2 I + \sum_{i,j=1}^L s_{k_i} P_{ij} s_{k_j}^* \quad (4.5)$$

na qual I é a matriz unitária de ordem $(M+1) \times (M+1)$, e P_{ij} é a matriz de correlação

$$P_{ij} = E[A_i(n) \cdot A_j(n)] \quad 1 \leq i, j \leq L \quad (4.6)$$

Se as fontes sonoras não são correlacionadas entre si, a matriz P_{ij} é diagonal. Introduzindo a matriz do sinal de ordem $(M+1) \times L$,

$$S = [s_{k_1}, s_{k_2}, \dots, s_{k_L}]$$

pode-se então escrever a equação (4.5) como

$$R = \sigma_s^2 I + S P S^+ \quad (4.7)$$

Como exemplo de um método de análise espectral pode-se citar o método de Pisarenko, que determina uma polinomial baseada na matriz de autocorrelação R . As condições desejadas na polinomial são

$$A(z_i) = A(\omega_i) = 0; \quad i = 1, 2, \dots, L \quad (4.8)$$

na qual escreve-se $A(\exp(j\omega)) = A(\omega)$. Para satisfazer estas condições, o grau M da polinomial $A(z)$ deve necessariamente ser $M \geq L$; então, os $M-L$ zeros restantes de $A(z)$ podem ser arbitrários. Representando o vetor de coeficientes de $A(z)$ por "a", tem-se

$$a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_M \end{bmatrix} \quad A(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_M z^{-M}$$

visto que

$$s_\omega^+ a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & z^{-1} & z^{-2} & \dots & z^{-M} \end{bmatrix}$$

Note que $A(\omega) = s_\omega^+ a$. A eq. (4.8) pode ser combinada em uma equação vetorial

$$S^+ a = \begin{bmatrix} A(\omega_1) \\ A(\omega_2) \\ \vdots \\ A(\omega) \end{bmatrix} = 0 \quad (4.9)$$

mas então, a equação (4.7) implica em

$$Ra = \sigma_v^2 a + SPS^+ a = \sigma_v^2 a$$

e que σ_v^2 deve ser um autovalor de R tendo "a" como autovetor correspondente,

$$Ra = \sigma_v^2 a \quad (4.10)$$

A quantidade σ_v^2 representa o menor autovalor de R. Para visualizar isto, considere qualquer outro autovetor "a" de R. Normalizando-o para a forma unitária,

$$Ra = \lambda a, \quad \text{com } a^+a = 1$$

então, a equação (4.7) implica que

$$\lambda = \lambda a^+a = a^+Ra = \sigma_v^2 a^+a + a^+SPS^+a$$

$$\lambda = \sigma_v^2 + [A(\omega_1)^*, A(\omega_2)^*, \dots, A(\omega_L)^*] P \begin{bmatrix} A(\omega_1) \\ A(\omega_2) \\ \vdots \\ A(\omega_L) \end{bmatrix}$$

$$\lambda = \sigma_v^2 + \sum_{i=1}^L P_i |A(\omega_i)|^2$$

mostrando que qualquer λ é igual a σ_v^2 acrescido de uma quantidade não negativa. Se o autovetor satisfaz as condições (4.8), então este acréscimo em λ desaparece. Assim a polinomial $A(z)$ pode ser determinada resolvendo o problema de autovalor e selecionando o autovetor pertencente ao mínimo autovalor. Este é o método de Pisarenko. Como um subproduto deste procedimento, o nível de potência do ruído σ_v^2 é também determinado, o qual permite a determinação da matriz de potência P , conforme descrito a seguir. Reescrevendo a equação (4.7) na forma

$$R - \sigma_v^2 I = SPS^+$$

e dividindo por S^+ e S , obtém-se,

$$P = U^+(R - \sigma_v^2 I)U \quad \text{onde } U = \frac{S}{S^+S} \quad (4.11)$$

Desde que seja possível selecionar os $M-L$ zeros restantes da polinomial $A(z)$, segue que existe $(M-L)+1$ autovetores todos pertencentes ao auto valor mínimo σ_v^2 . Assim, o problema de autovalor de dimensão $(M+1)$ tem: a) $M+1-L$ autovalores "degenerados" iguais a σ_v^2 ; b) L autovalores adicionais, os quais são estritamente maiores do que σ_v^2 . O subespaço de dimensão $(M+1-L)$ composto por autovetores "degenerados" pertencentes a σ_v^2 é chamado de subespaço do ruído. O subespaço de dimensão L composto pelos autovetores pertencentes aos L autovalores restantes é chamado de subespaço do sinal. Desde que o subespaço do sinal seja ortogonal ao subespaço do ruído e os vetores do sinal L linearmente independentes S_{wi} ; $i = 1, 2, \dots, L$, serem também ortogonais ao subespaço do ruído, segue que o subespaço do sinal é composto por S_{w_i} , s. No caso especial, quando $M=L$, não há degeneração no valor mínimo, neste caso, todos os zeros $M=L$ estão no círculo unitário nos ângulos desejados w_i .

Na prática, estimativas da matriz de covariância R são usadas. Por exemplo, se as saídas dos sensores são adquiridas sobre N amostras temporais, isto é, $y(n)$: $n = 0, 1, \dots, N-1$, então a matriz de covariância R pode ser estimada substituindo a média do conjunto (T tende a infinito) da equação (4.5) pela média no tempo:

$$\hat{R} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y(n) y(n)^T = R \text{ empírica}$$

Desde que R empírica não tenha a forma teórica exata da equação (4.5), a degeneração do subespaço do ruído será desconsiderada. O grau no qual isto acontece depende em quanto a matriz empírica

R difere da teórica R. Pode-se ainda usar o autovetor mínimo "a" para definir a polinomial A(z) e um aproximado estimador espectral de Pisarenko [30]

$$\hat{S}_p(k) = \frac{1}{|A(z)|^2} \quad \text{onde } z = e^{jk}$$

o qual terá picos agudos e possivelmente desviados nas frequências dos números de ondas desejadas.

Exemplo: Para o caso M=L=1, pode-se encontrar a matriz de correlação

$$R = \sigma_v^2 I + P_1 s_{k_1} s_{k_1}^+ = \begin{bmatrix} \sigma_v^2 + P_1 & P_1 e^{-jk_1} \\ P_1 e^{jk_1} & \sigma_v^2 + P_1 \end{bmatrix}$$

Seus autovetores são

$$e_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ -e^{jk_1} \end{bmatrix}, \quad e_1 = s_{k_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{jk_1} \end{bmatrix}$$

pertencentes aos autovalores $\lambda_0 = \sigma_v^2$ e $\lambda_1 = \sigma_v^2 + 2P_1$, respectivamente.

Selecionando como o vetor do ARRAY

$$a = e_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ -e^{jk_1} \end{bmatrix}$$

Obtém-se uma polinomial com um zero na posição desejada:

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} = 1 - e^{jk_1} z^{-1}$$

$$A(z) = 1 - e^{jk_1} e^{-jk_1} = 0$$

Supõe-se agora que a análise está baseada em uma matriz de autocorrelação empírica \hat{R} a qual difere da teórica por uma pequena quantidade:

$$\hat{R} = R + \Delta R$$

Usando a teoria de perturbação de primeira ordem padrão, acha-se a correção do autovalor mínimo λ e autovetor "e"

$$\hat{\lambda}_0 = \lambda_0 + \Delta\lambda_0, \quad \hat{e}_0 = e_0 + \Delta c e_1$$

sendo que os termos de correção de primeira ordem são

$$\Delta\lambda_0 = \frac{e_0^+ \Delta R e_0}{e_0^+ e_0} \quad e \quad \Delta c = \frac{e_0^+ \Delta R e_1}{(\lambda_0 - \lambda_1) e_0^+ e_1}$$

A mudança introduzida no zero de uma auto polinomial é determinada como segue

$$\hat{a} = \hat{e}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ -e^{jk_1} \end{bmatrix} + \Delta c \begin{bmatrix} 1 \\ e^{jk_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \Delta c \\ -(1 - \Delta c) e^{jk_1} \end{bmatrix}$$

tal que

$$\hat{A}(z) = (1 + \Delta c) - (1 - \Delta c) e^{jk_1} z^{-1}$$

e o zero está agora em $z_1 = e^{jk_1} \frac{1 - \Delta c}{1 + \Delta c} = e^{jk_1} (1 - 2\Delta c)$ para a primeira ordem em Δc . Desde que Δc é geralmente complexo, o fator $(1 - 2\Delta c)$

causará trocas (desvios) na fase do zero $\exp(jk)$, e moverá para fora do círculo unitário reduzindo a resolução. Pode-se visualizar esta mudança computando o valor da polinomial dirigida no alvo; que é:

$$\hat{A}(k_1) = \mathbf{s}_{k_1}^+ \hat{\mathbf{a}} = \mathbf{s}_{k_1}^+ (\mathbf{e}_0 + \Delta c \mathbf{e}_1) = \Delta c \mathbf{s}_{k_1}^+ \mathbf{e}_1 = 2\Delta c$$

o qual é pequeno mas não zero.

As propriedades de alta resolução de Pisarenko e outros métodos de autovetores dependem diretamente da suposição que o campo de ruído ambiental é espacialmente incoerente, resultando numa estrutura especial da matriz de auto correlação R . Quando o ruído é espacialmente coerente, uma auto análise precisa ser realizada separadamente. Suponha que a matriz de covariância do campo do ruído " \mathbf{v} " é

$$E[\mathbf{v} \mathbf{v}^T] = \sigma_v^2 \mathbf{Q}$$

sendo que \mathbf{Q} reflete a coerência espacial de " \mathbf{v} ". Então a matriz de covariância da equação (4.7) é substituída por

$$\mathbf{R} = \sigma_v^2 \mathbf{Q} + \mathbf{S} \mathbf{P} \mathbf{S}^+ \quad (4.12)$$

O aspecto relevante do problema de autovalor torna-se agora o problema de autovalor generalizado,

$$\mathbf{R} \mathbf{a} = \lambda \mathbf{Q} \mathbf{a} \quad (4.13)$$

Considere qualquer autovetor generalizado \mathbf{a} , normalizado, tal que

$$\mathbf{a}^+ \mathbf{Q} \mathbf{a} = 1 \quad (4.14)$$

Então, o autovalor correspondente é expresso por

$$\begin{aligned} \lambda &= \lambda \mathbf{a}^+ \mathbf{Q} \mathbf{a} = \mathbf{a}^+ \mathbf{R} \mathbf{a} = \sigma_v^2 \mathbf{a}^+ \mathbf{Q} \mathbf{a} + \mathbf{a}^+ \mathbf{S} \mathbf{P} \mathbf{S}^+ \mathbf{a} \\ &= \sigma_v^2 + \sum_{i=1}^L P_i |A(k_i)|^2 \end{aligned}$$

o que mostra que o autovalor mínimo é σ_v^2 e ele é obtido todas as vezes que $A(k) = 0$; $i = 1, 2, \dots, L$. Portanto, a auto polinomial $A(z)$ pode ser usada para determinar os números de onda K_i .

O autoespaço da matriz de Covariância R consiste de duas partes ortogonais: - o subespaço de ruído com dimensão $(M+1-L)$ composto por auto vetores pertencendo a auto valores mínimos σ_v^2 ; e o subespaço do sinal composto pelos L restantes auto vetores tendo autovalores estritamente maiores do que σ_v^2 . Fazendo \mathbf{e}_i ; $i = 0, 1, \dots, M$ denominar-se os autovetores ortogonais de R em ordem crescente de auto valores, e $K = M+1-L$ denominar a dimensão do subespaço de ruído; então, os primeiros K autovetores (\mathbf{e}_i , $i = k, k+1, \dots, M$) formam a base para o subespaço do sinal. Agrupando estes vetores básicos nas matrizes de auto vetores

$$\mathbf{E}_N = [\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_{k-1}], \quad \mathbf{E}_S = [\mathbf{e}_k, \mathbf{e}_{k+1}, \dots, \mathbf{e}_M] \quad (4.15)$$

suas dimensões são $(M+1) \times K$ e $(M+1) \times L$. A matriz de auto vetores completa de R é

$$E = [E_N E_s] = [e_0, e_1, \dots, e_{k-1}, e_k, e_{k+1}, \dots, e_M] \quad (4.16)$$

A ortonormalidade dos auto vetores é expressa por uma propriedade unitária $E^*E = I$ na qual I é a matriz unitária com dimensão $(M+1)$, que pode ser escrita em termos de submatrizes,

$$E_N^* E_N = I_k, \quad E_N^* E_s = 0, \quad E_s^* E_s = I_L \quad (4.17)$$

na qual I_k e I_L são matrizes unitárias de ordem $(K \times K)$ e $(L \times L)$. A totalidade dos autovalores é expresso também pela unitariedade de E : isto é, $EE^* = I$. Em termos das submatrizes,

$$E_N E_N^* + E_s E_s^* = I \quad (4.18)$$

Estes dois termos são as matrizes de projeção sobre os subespaços do ruído e do sinal. Visto que os vetores de direção s_{k1} do sinal L pertencem ao subespaço do sinal, e portanto são expressáveis como combinações lineares de E_s . Segue que a matriz do sinal $S = [S_{k1}, \dots, S_{k1}]$ é uma base não ortogonal do subespaço do sinal e precisa ser relacionada a E_s por $S = E_s C$, na qual C é uma matriz inversível de ordem $(L \times L)$. Usando a ortonormalidade de E_s , segue que $S^* S = C^* E_s^* E_s C = C^* C$. Assim, o projetor sobre o subespaço do sinal pode ser escrito como

$$P_s = E_s E_s^* = (S C^{-1})(C^* S^*) = S(C^* C)^{-1} S^* = S(S^* S)^{-1} S^* \quad (4.19)$$

Podemos também obter uma base não ortogonal, mas útil, para o subespaço de ruído. Visto que um vetor "e" de dimensão (M+1) permanece no subespaço ruído, equivalentemente, ele é um autovetor tendendo para um autovalor mínimo σ_e^2 , se e somente se o correspondente autofiltro $E(z)$ de ordem M tem L zeros no círculo unitário nos desejados sinais zeros, $Z_i = \exp(jk_i)$, $i = 1, 2, \dots, L$, e $M-L = k-1$ outros zeros espúrios. Tal como uma polinomial fatorada no produto.

$$E(z) = A(z)F(z) = A(z)[f_0 + f_1z^{-1} + \dots + f_{k-1}z^{-(k-1)}] \quad (4.20)$$

cujo os zeros de $F(z)$ são os zeros espúrios, e $A(z)$ é a polinomial (ordem reduzida) de ordem L cujos zeros são os zeros desejados; que é,

$$A(z) = \prod_{i=1}^L (1 - z_i z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_L z^{-L} \quad (4.21)$$

Introduzindo as K_s polinomiais atrasadas

$$B_i(z) = z^{-1}A(z), \quad i = 0, 1, \dots, k-1 \quad (4.22)$$

Pode-se escrever a equação (4.20) na forma

$$E(z) = f_0 B_0(z) + f_1 B_1(z) + \dots + f_{k-1} B_{k-1}(z) = \sum_{i=0}^{k-1} f_i B_i(z) \quad (4.23)$$

e na forma de coeficiente

$$e = \sum_{i=0}^{k-1} f_i b_i = [b_0, b_1, \dots, b_{k-1}] \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \vdots \\ f_{k-1} \end{bmatrix} = Bf \quad (4.24)$$

porque cada polinomial $B_i(z)$ tem L zeros desejados, segue que os correspondentes vetores b_i permanecerão no subespaço de ruído. Assim, a matriz B definida na equação (4.24) será uma base não ortogonal do subespaço do ruído. Ele é uma base útil porque os coeficientes de expansão f de qualquer vetor do subespaço de ruído e são os coeficientes das polinomiais espúrias $F(z)$ na fatoração de (4.20).

Os vetores bases b_i , considerados como vetores com dimensão $(M+1)$, são simplesmente as versões atrasadas do vetor de coeficientes, $a = [1, a_1, \dots, a_L]^T$, da polinomial $A(z)$: que é,

$$b_i = [0, \dots, 0, 1, a_1, \dots, a_L, 0, \dots, 0]^T \quad (4.25)$$

i zeros k-1-i zeros

Segue que a base B precisa ser linearmente relacionada com a base ortonormal E_N por $E_N C$, na qual C é uma matriz inversível de ordem $(K \times K)$. Assim $B^+ B = C^+ C$ é o projetor sobre o subespaço do ruído torna-se

$$P_N = E_N E_N^+ = (B C^{-1})(C^+ B^+) = B(C^+ C)^{-1} B^+ = B(B^+ B)^{-1} B^+ \quad (4.26)$$

combinando as equações (4.26) e (4.19) podemos escrever a relação completa (4.18) em termos das bases ortogonais B e S

$$B(B^+ B)^{-1} B^+ = S(S^+ S)^{-1} S^+ = I \quad (4.27)$$

O objetivo de todos os métodos de autovetores é estimar os zeros do sinal $z_i = \exp(jk_i)$, $i = 1, 2, \dots, L$. Todos os métodos iniciam com uma autoanálise de R , tal que E_n e E_s são avaliáveis. Na prática, a autoanálise é baseada na amostra da matriz de covariância R definida nas bases de um número finito de amostras temporais N ,

$$\hat{R} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y(n) * y(n)^T \quad (4.28)$$

Como o número de amostras temporais aumenta, a autoestrutura de \hat{R} torna-se uma melhor aproximação da auto estrutura de R

4.2 Método de MUSIC

Deixe $E_i(z)$ denominar os autofiltros do subespaço de autovetores de ruído e_i , $i = 0, 1, \dots, K-1$. De acordo com a equação (4.20), pode-se escrever $E_i(z) = A(z)F_i(z)$, o qual mostra que $E_i(z)$ tem um grupo comum de L zeros nas localizações do sinal desejado, mas pode ter um grupo diferente de $K-1$ zeros espúrios. Isto é possível porque estes picos espúrios estão muito próximos ou no círculo unitário. Portanto, se somente um autofiltro é usado, poderá ter uma ambigüidade em distinguir os zeros desejados dos espúrios. O método de "Multiple Signal Classification (MUSIC)" [28] procura escapar dos efeitos dos zeros espúrios formando a soma das resposta de magnitude dos K autofiltros, que é, com $z = \exp(jk)$,

$$\frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} |E_i(k)|^2 = |A(k)|^2 \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} |F_i(k)|^2 \quad (4.29)$$

Porque as polinomiais $F_i(z)$ são todas diferentes, a operação de média tenderá a manchar qualquer zero espúrio de qualquer termo individual na soma. Assim, a expressão acima efetivamente desaparecerá somente nos zeros do fator comum $|A(k)|^2$

$$S_{Mus}(k) = \frac{1}{\frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} |E_i(k)|^2} \quad (4.30)$$

Ele exibirá picos nos L números de onda desejados k_i , $i=1,2,\dots,L$. A soma pode também ser trocada por uma soma de ponderação. A soma pode ser escrita compactamente em termos da matriz de projeção sobre o subespaço do ruído e do sinal. Note que $|E_i(k)|^2 = |s_k^i e_i|^2 = s_k^+ (e_i e_i^+) s_k$, acha-se

$$\sum_{i=0}^{k-1} |E_i(k)|^2 = s_k^+ \left[\sum_{i=0}^{k-1} e_i e_i^+ \right] s_k = s_k^+ E_N E_N^+ s_k = s_k^+ - s \quad (4.31)$$

sendo que usou-se a equação (4.18). Note que $s_k^+ s_k = M+1$.

Os critérios teóricos de AKAIKE (AIC) e "Minimum Description Length (MDL)" tem sido sugeridos [28] para determinar o número de ondas planas que estão presentes ou equivalentemente, a dimensão do subespaço do ruído. São definidos por

$$Aik(k) = -2NL(k) + 2(M+1-k)(M+1+k) \quad (4.32)$$

$$MDL(k) = -NL(k) + \frac{1}{2}(M+1-k)(M+1+k) \text{Log}(N) \quad (4.33)$$

para $k = 1, 2, \dots, M+1$: sendo N o número de amostras temporais e $L(k)$ uma função de probabilidade definida como o Log da razão de médias aritmética e harmônicas dos primeiros k auto valores estimados $(\hat{\lambda}_0, \hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_{k-1})$ de \hat{R} .

$$K(k) = \text{Log} \left[\frac{(\hat{\lambda}_0 \hat{\lambda}_1 \dots \hat{\lambda}_{k-1})^2}{(\hat{\lambda}_0 + \hat{\lambda}_1 + \dots + \hat{\lambda}_{k-1}) / k} \right] \quad (4.34)$$

A dimensão K do subespaço do ruído é escolhido para ser aquele que minimiza as funções $AIC(k)$ ou $MDL(k)$.

Resumindo.

- Baseado em um número finito de amostras temporais, computa-se a matriz de covariância R amostrada. Resolve-se o autoproblema, e obtém-se a matriz de autovetores estimados E com autovalores arranjados em ordem crescente.
- Estima-se a dimensão K do subespaço do ruído como o número de menores autovalores (aproximadamente iguais),. Isto pode ser feito sistematicamente usando o critério de AIC ou MDL . O número estimado de onda planas será $L = M+1-K$. Divide-se E em suas partes do subespaço do sinal e ruído, E_n e E_s .
- Computa-se o espectro, extraíndo dele os números de ondas K_i desejados dos L picos obtidos.

4.3. IMPLEMENTAÇÃO

O trabalho foi desenvolvido em três partes distintas:

- Simulação do campo sonoro incidente no ARRAY e montagem da matriz de covariância estimada R

- Implementação de SOFTWARES para determinação dos autovalores e autovetores da matriz R.
- Implementação do método de autovetores para análise espacial - Multiple Signal Classification - MUSIC

Para simular o campo sonoro incidente considerou-se a possibilidade deste campo ser composto por vários sinais incidindo no ARRAY de diferentes direções θ_i . A estes sinais foi acrescentado o ruído ambiental (aleatório gaussiano) através de uma subrotina que gera números aleatórios, sendo utilizado o teorema do limite central para permitir uma distribuição gaussiana a estes valores.

O campo sonoro incidente foi considerado captado pelos sensores em vários instantes de tempo, permitindo a formação da matriz estimada R (GERA.CPP).

Nos cálculos dos autovalores e autovetores, foram implementadas rotinas em FORTRAN conhecidas e já testadas cujo método usado permite resolver um autoproblema completo, utilizando a forma de Jordan da matriz estimada R. As rotinas foram implementadas em C para utilização em PC.

O método do MUSIC foi implementado conforme equação (4.30) tendo como dados de entrada os autovetores do subespaço do ruído obtidos no programa AUTOV.CPP, computa-se o espectro e pode-se extrair os números de onda k_i dos picos do espectro. O subespaço do ruído é escolhido através de critérios para determinação do número de onda presente, no qual k minimiza as funções de AIC e MDL. No espectro do MUSIC a marcação do alvo foi feita tendo referência o número de onda (k) e através da relação da equação (4.2) pode-se obter o ângulo de incidência.

4.4 RESULTADOS TEÓRICOS

Para testar os programas implementados, foram rodados casos teóricos.

Considere um campo sonoro, composto por um sinal ($L=1$) de amplitude P_1 , incidindo num ARRAY de 3 sensores ($M=2$), para 3 ângulos diferentes;

$$k_1 = 0.17\pi = 10^\circ$$

$$k_1 = 0.77\pi = 50^\circ$$

$$k_1 = 0.94\pi = 70^\circ$$

$$- P_1 = 1.0$$

$$- \sigma_v^2 = 0.5$$

Pode-se assim estimar as três matrizes teóricas de covariância R e seus respectivos autovalores e autovetores na forma

$$- \underline{K_1} = 0.17\pi$$

$$R = \begin{bmatrix} 1.50 & 0.00 & 0.8548 & -0.5188 & 0.4615 & -0.8871 \\ 0.8548 & 0.5188 & 1.50 & 0.00 & 0.8548 & -0.5188 \\ 0.4615 & 0.8871 & 0.8548 & 0.5188 & 1.50 & 0.00 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = 0.5 \quad \lambda_2 = 0.5 \quad \lambda_3 = 3.5$$

$$e_1 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 \\ -0.8548 & -0.5188 \\ 0.0 & 0.0 \end{bmatrix} \quad e_2 = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 \\ -0.8548 & -0.5188 \end{bmatrix} \quad e_3 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 \\ 0.8548 & 0.5188 \\ 0.4615 & 0.8871 \end{bmatrix}$$

$$- \underline{K1} = 0.76\pi$$

$$R = \begin{bmatrix} 1.50 & 0.00 & -0.7418 & -0.6706 & 0.1006 & 0.9949 \\ -0.7418 & 0.6706 & 1.50 & 0.00 & -0.7418 & -0.6706 \\ 0.1006 & -0.9949 & -0.7418 & 0.6706 & 1.50 & 0.00 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = 0.5 \quad \lambda_2 = 0.5 \quad \lambda_3 = 3.5$$

$$e_1 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 \\ 0.7418 & -0.6706 \\ 0.0 & 0.0 \end{bmatrix} \quad e_2 = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 \\ 0.7418 & -0.6706 \end{bmatrix} \quad e_3 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 \\ -0.7418 & 0.6706 \\ 0.1006 & -0.9949 \end{bmatrix}$$

$$\underline{K1} = 0.94\pi$$

$$R = \begin{bmatrix} 1.50 & 0.00 & -0.9821 & -0.1883 & 0.9290 & 0.3699 \\ -0.9821 & 0.1883 & 1.50 & 0.00 & -0.9821 & -0.1883 \\ 0.9290 & -0.3699 & -0.9821 & 0.1883 & 1.50 & 0.00 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = 0.5 \quad \lambda_2 = 0.5 \quad \lambda_3 = 3.5$$

$$e_1 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 \\ 0.9821 & -0.1883 \\ 0.0 & 0.0 \end{bmatrix} \quad e_2 = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 \\ 0.9821 & -0.1883 \end{bmatrix} \quad e_3 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 \\ -0.9821 & 0.1883 \\ 0.9290 & -0.3699 \end{bmatrix}$$

executando o programa MUSIC.CPP com $k = 1$, foram obtidos os resultados conforme mostrados abaixo.

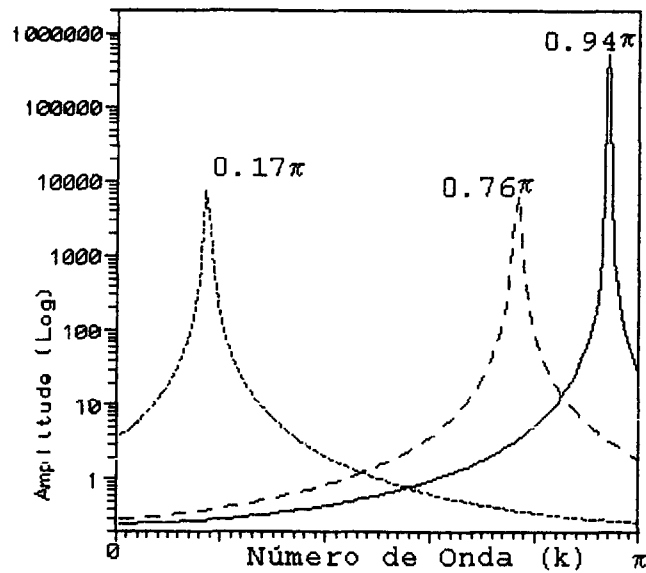


Figura 4.1 - Método de MUSIC para valores teóricos de autovetores com números de onda $k_1 = 0.17\pi$; $k_1 = 0.76\pi$;
 $k_1 = 0.94\pi$.

Para testar os programas AUTOV.CPP, escolheu-se a mesma matriz teórica R, para o caso em que $k = 0.76\pi$. Os resultados foram

$$\lambda_1 = 0.500000 \quad \lambda_2 = 0.499999 \quad \lambda_3 = 3.499999$$

$$e_1 = \begin{bmatrix} -0.99403 & 0.00000 \\ 0.22479 & 0.39424 \\ 0.53117 & -0.84726 \end{bmatrix} \quad e_2 = \begin{bmatrix} 0.61385 & 0.00000 \\ 0.99186 & -0.12733 \\ 0.58863 & -0.14885 \end{bmatrix} \quad e_3 = \begin{bmatrix} 0.99999 & 0.0 \\ -0.74183 & 0.67058 \\ 0.10064 & -0.99492 \end{bmatrix}$$

Observa-se que os programas não consideram a possibilidade de zero como resposta possível do autop problema, fornecendo valores diferentes dos teóricos. Esta diferença dos autovetores apresentará uma distorção no espectro como pode-se observar na figura (4.2).

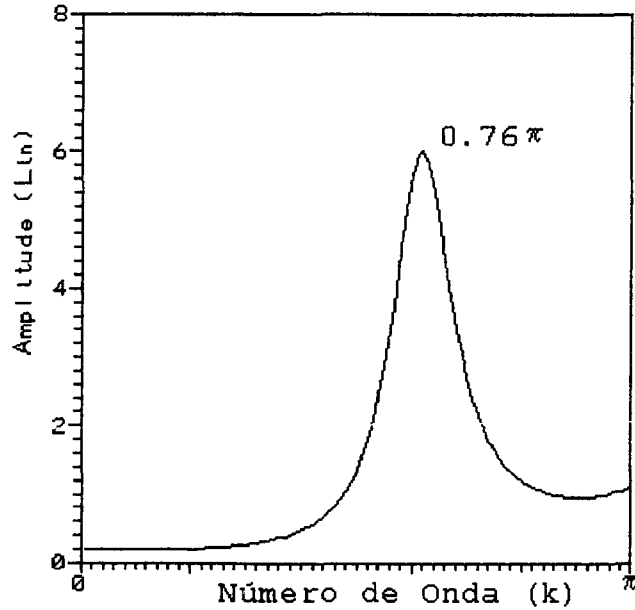


Figura 4.2 - Espectro usando MUSIC - 3 sensores
autovetores reais - $K_1 = 0.76\pi$

O aumento dos sensores tende a melhorar os resultados, considerando que a informação da posição de marcação está distribuída pelos autovetores que formam o subespaço do ruído.

Observa-se que um ARRAY formado por sete (7) sensores (linha cheia) apresenta um pico para um número de onda $k = 0.75\pi$ enquanto que o valor teórico é de 0.76π .

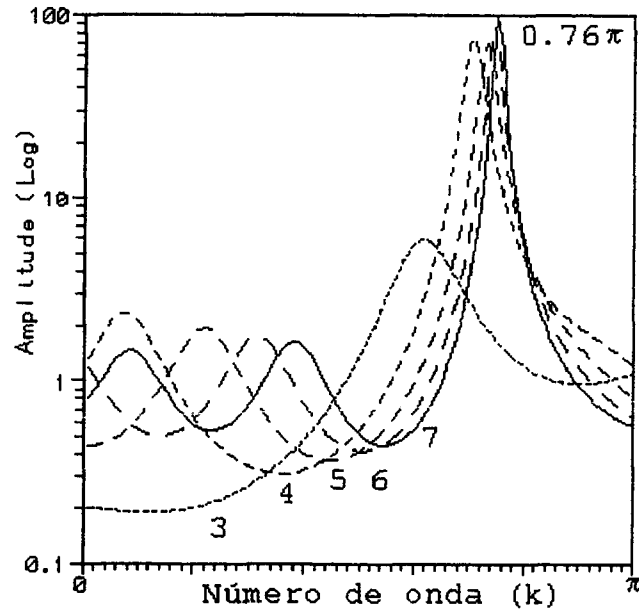


Figura 4.3 Espectro do MUSIC - $K_1 = 0.76\pi$ Autovetores reais - número de sensores 3 - 4 - 5 - 6 - 7.

Para testar o programa de simulação do campo sonoro e formação da matriz de covariância estimada R para 500 amostras temporais, razão sinal/ruído igual a 0 dB, 3 sensores e ângulo de incidência 50° número de onda $k_1 = 0.76\pi$, a matriz estimada é

$$\hat{R} = \begin{bmatrix} 1.2988 & 0.0000 & -0.53769 & -0.45805 & 0.07067 & 0.65479 \\ -0.5376 & 0.45805 & 1.28716 & 0.00000 & -0.48237 & -0.45331 \\ 0.07067 & -0.65479 & -0.48237 & 0.45331 & 1.28274 & 0.00000 \end{bmatrix}$$

o resultado gráfico para número de sensores 5 - 6 e 7 pode ser observado na figura (4.4)

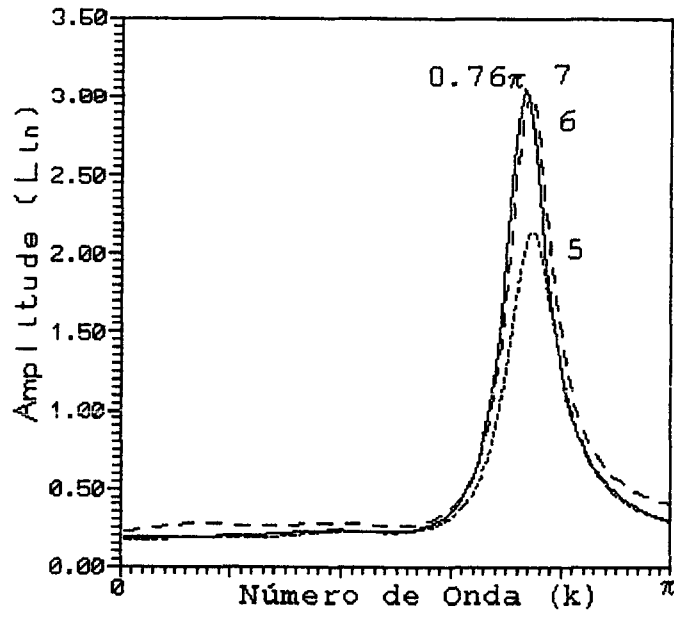


Figura 4.4 Espectro do MUSIC - $K_1 = 0,76\pi$

Numero de sensores - 5 - 6 - 7.

Razão sinal/ruído = 0 dB

4.5 RESULTADOS

Nas figuras 4.5 a 4.15 os resultados obtidos pelo método MUSIC estão apresentados com a simulação de diversas configurações para número de sensores, coeficientes, número de instantâneos e identificação de duas e três fontes.

Os gráficos foram obtidos tendo na ordenada o número de onda como variável por simplificação e redução do tempo de processamento

O número de sensores mantém sua importância também no método baseado em autovalores/vetores da matriz de correlação do sinal, com resultados estreitamente relacionados as outras variáveis. Nas figuras 4.5 e 4.6 observa-se o desvio provocado pela diferença no número de sensores para um determinado coeficiente. Verifica-se a grande aplicabilidade do método através da detecção de fontes para pequenas quantidades de sensores com boa resolução.

O número de sensores adequado para obtenção da melhor resolução Beamforming pelo método MUSIC apresenta-se entre 8 e 15 sensores. O aumento do Número de sensores aumenta o tempo de processamento e causa o surgimento de picos espúrios que podem confundir a análise.

Os resultados obtidos com a variação dos coeficientes estão mostrados nas figuras 4.7 e 4.8. Com poucos sensores e pequena média os resultados pioram sensivelmente, apresentando apenas uma "tendência" de localização da fonte. Na figura 4.7 para N sensores igual a vinte pode-se observar o surgimento de picos espúrios.

A sensibilidade do método para instantâneos está demonstrado nas figuras 4.9 e 4.10. Os desvios apresentam-se reduzidos para maior número de instantâneos, embora o tempo de processamento aumente.

Nas figuras 4.11 e 4.12 são apresentadas as qualidades do método quanto a identificação de duas fontes. Os resultados sem desvios e amplitudes adequadas não deixam dúvidas quanto à localização de fontes. O mesmo pode ser observado nas figuras 4.13 e 4.14 para três fontes.

Uma análise da possibilidade de falhas nos sensores apresenta-se na figura 4.15. O método mostra-se bastante sensível a esta anomalia, com maiores desvios e redução de resolução mesmo com poucos sensores apresentando problemas.

Na figura 4.16 é apresentada uma comparação de MUSIC com os métodos de BURG e CONVENCIONAL, cujo espectro de MUSIC apresenta maior amplitude devido ao reduzido número de sensores, fato este já observado nos resultados dos capítulos 2 e 3.

Finalmente o método recomendado é apresentado na tabela 4.1 a partir da variação do número de sensores e razão sinal ruído disponíveis. O tempo de processamento é aproximadamente igual para os três métodos implementados.

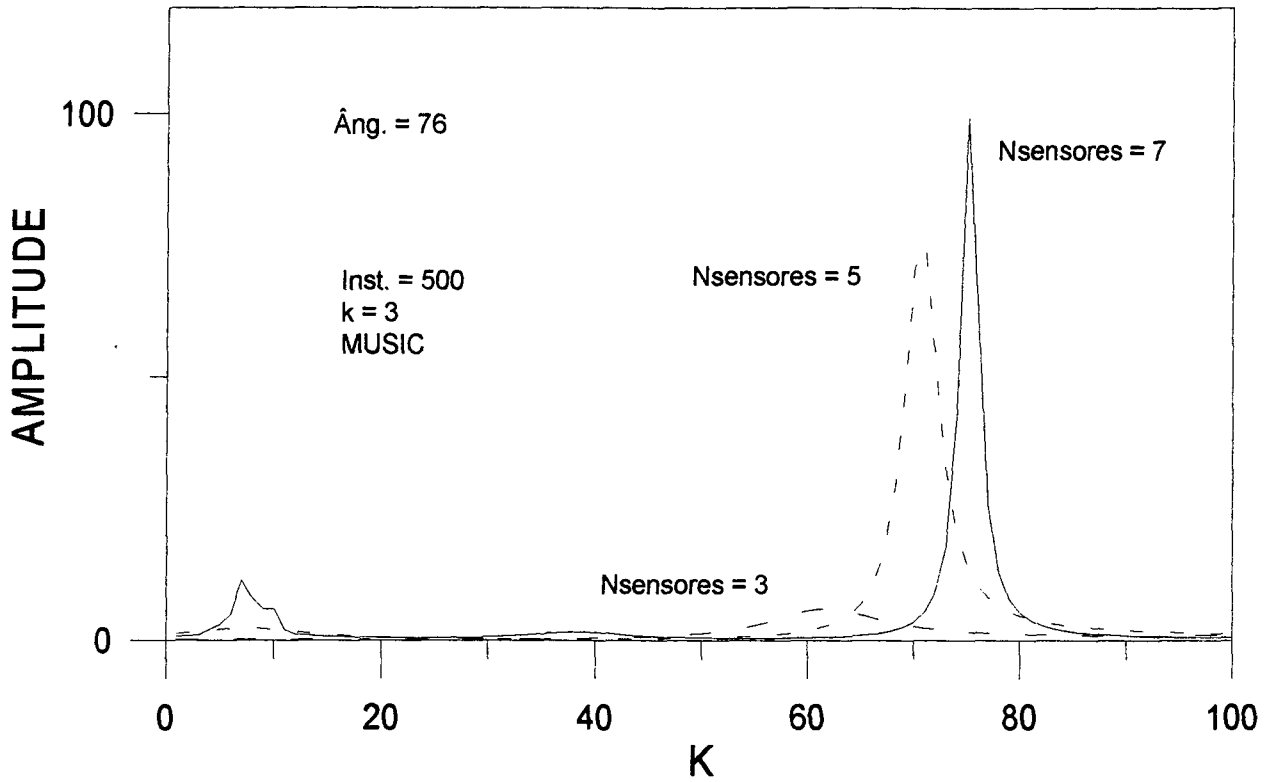


Figura 4.5 - Variação no número de sensores - 3 - 5 e 7

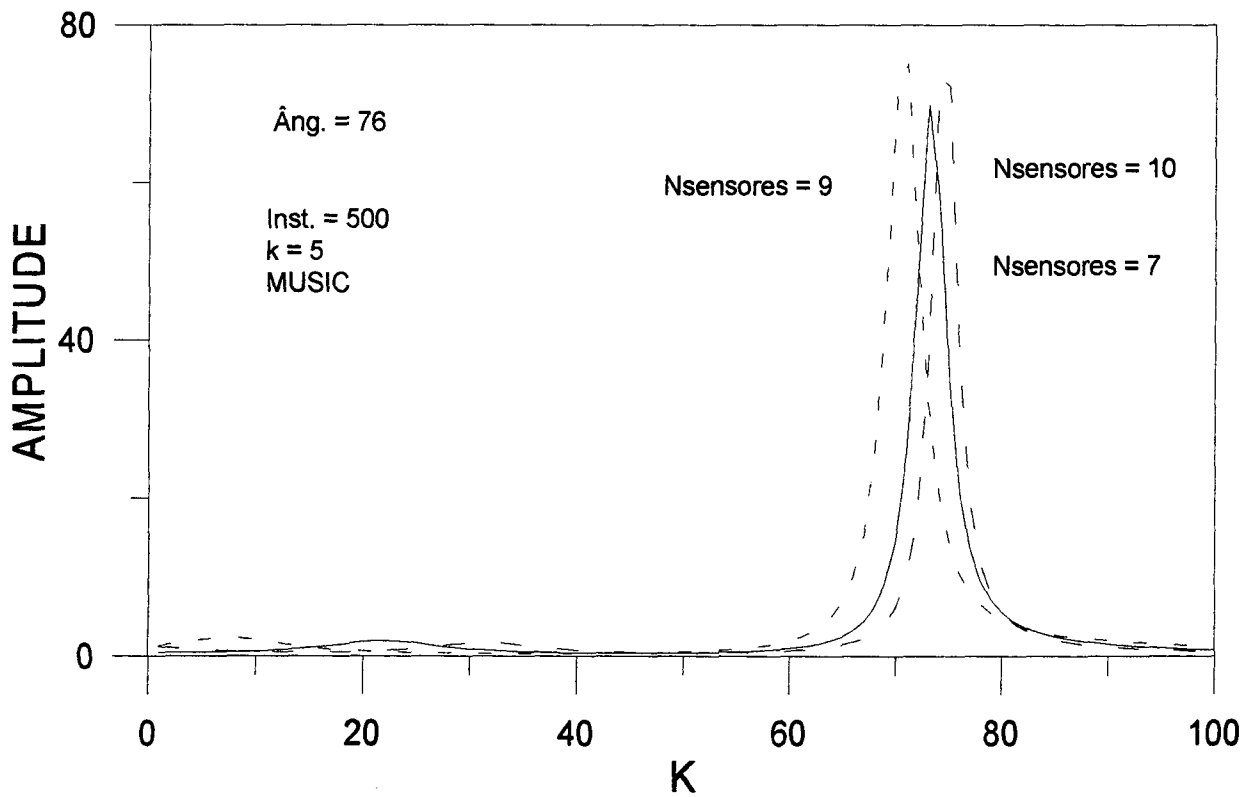


Figura 4.6 - Variação no número de sensores - 7 - 9 e 10

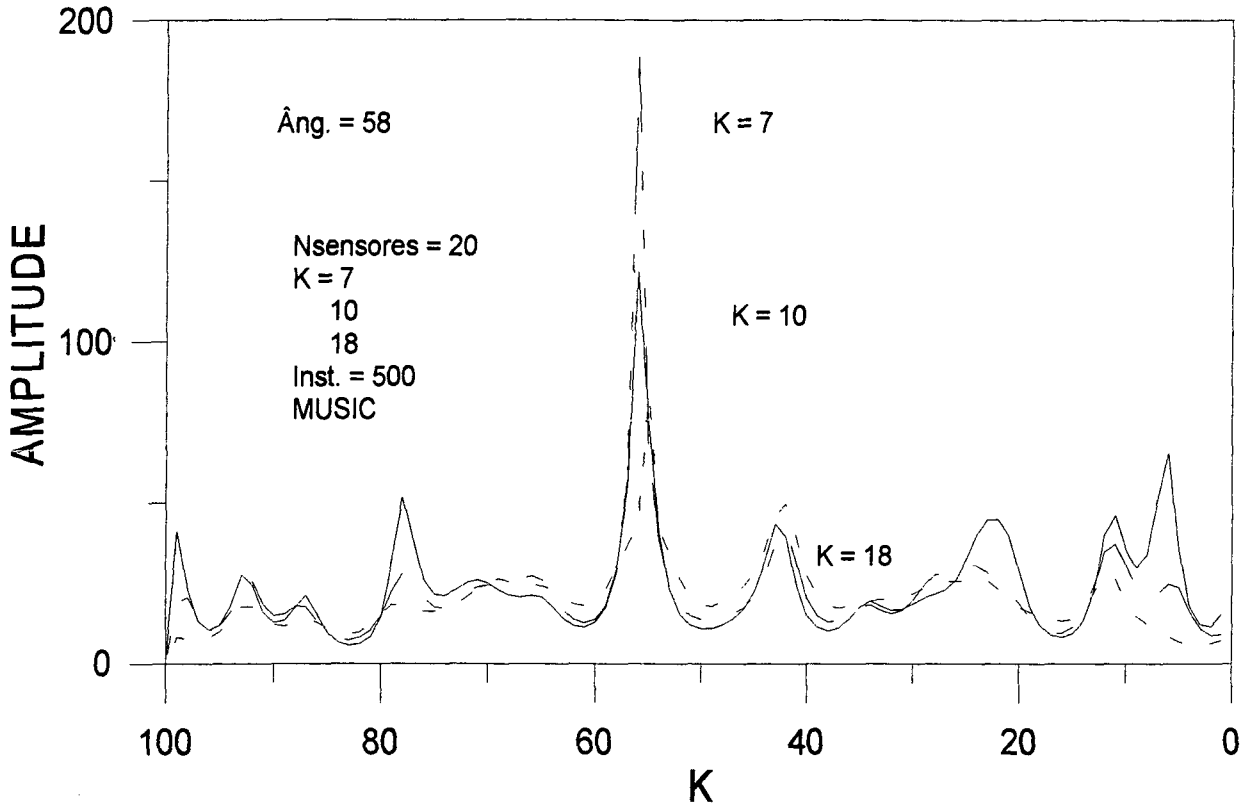


Figura 4.7 - Simulação para diversos coeficientes

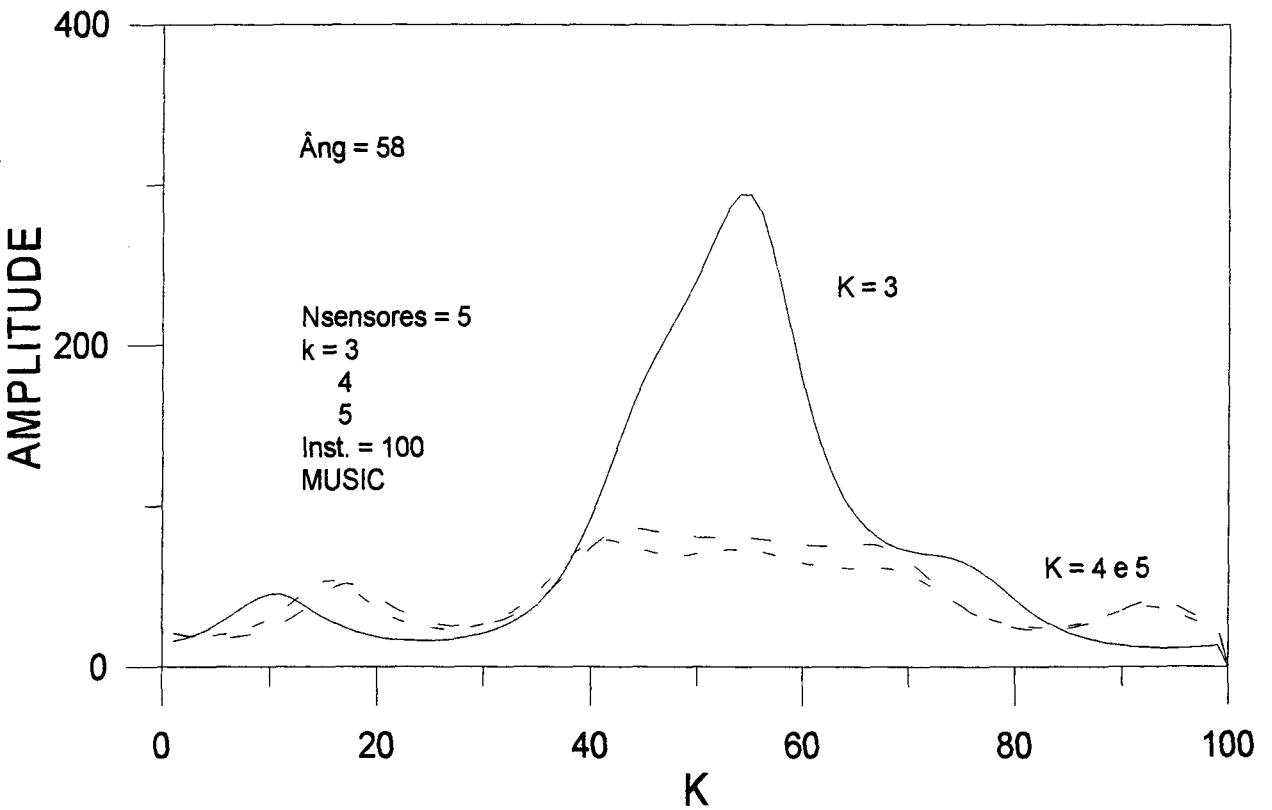


Figura 4.8 - Simulação para diversos coeficientes

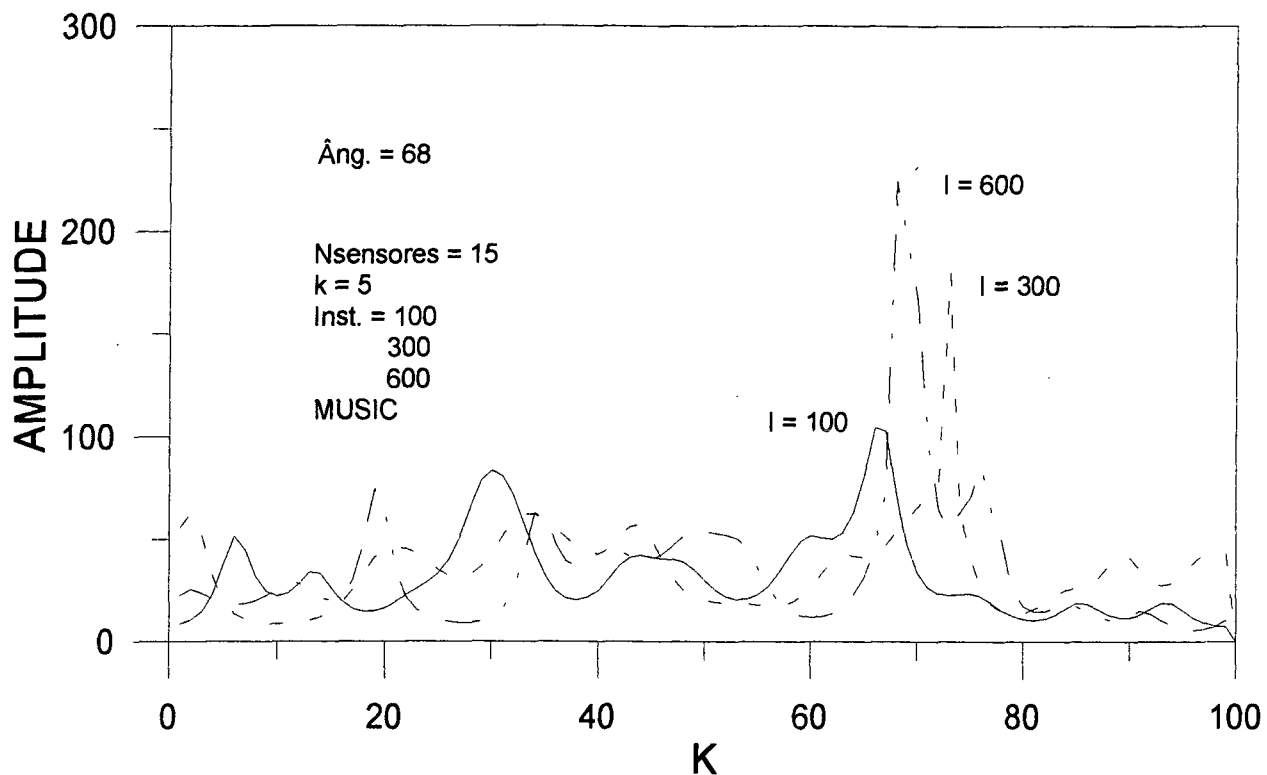


Figura 4.9 - Simulação para diferentes números de amostras temporais 100 - 300 - 600

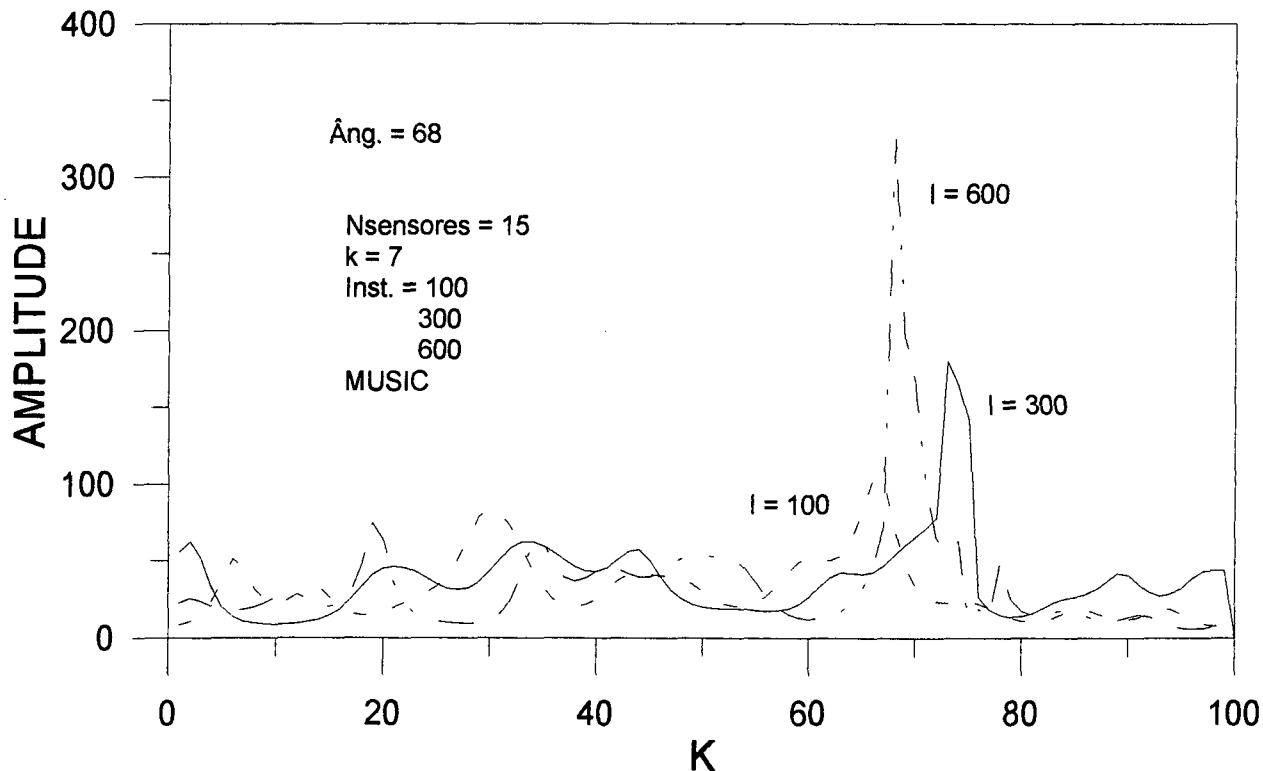


Figura 4.10 - Simulação para diferentes números de amostras temporais 100 - 300 - 600

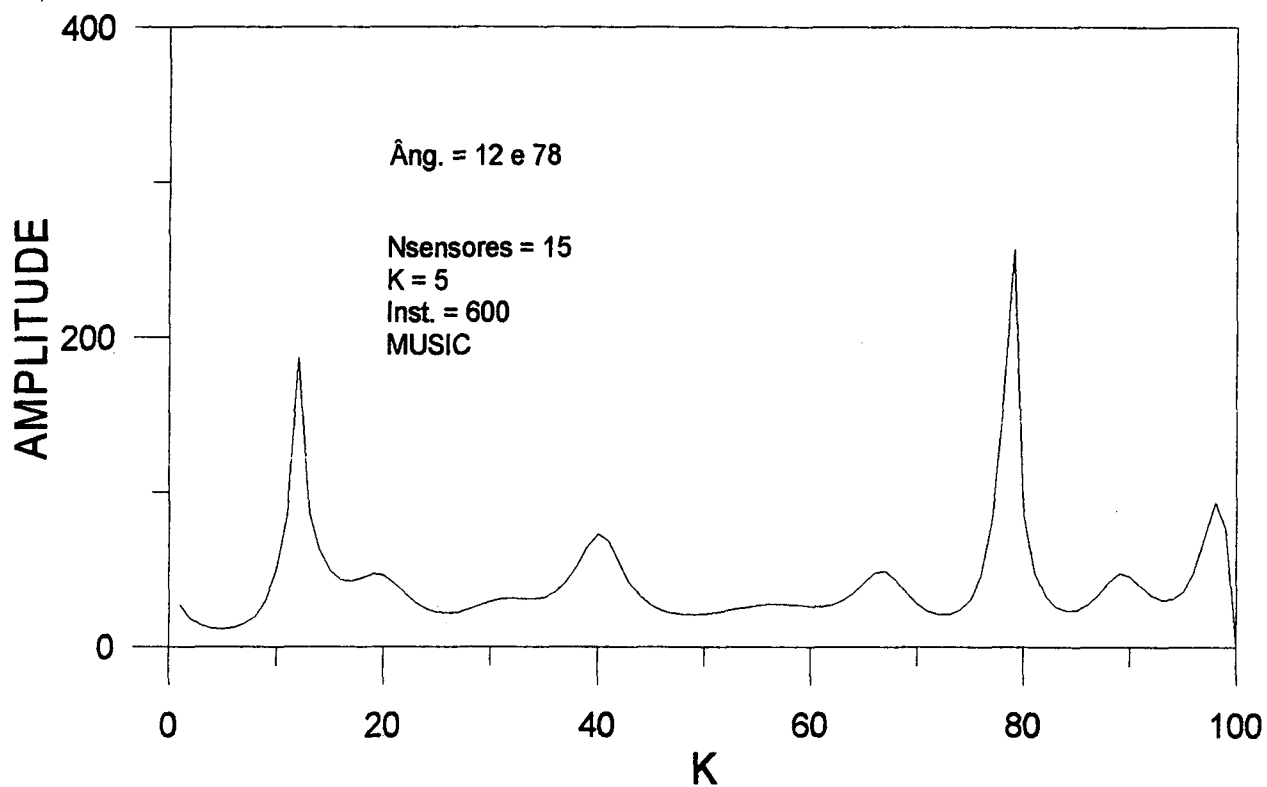


Figura 4.11 - Identificação de duas fontes

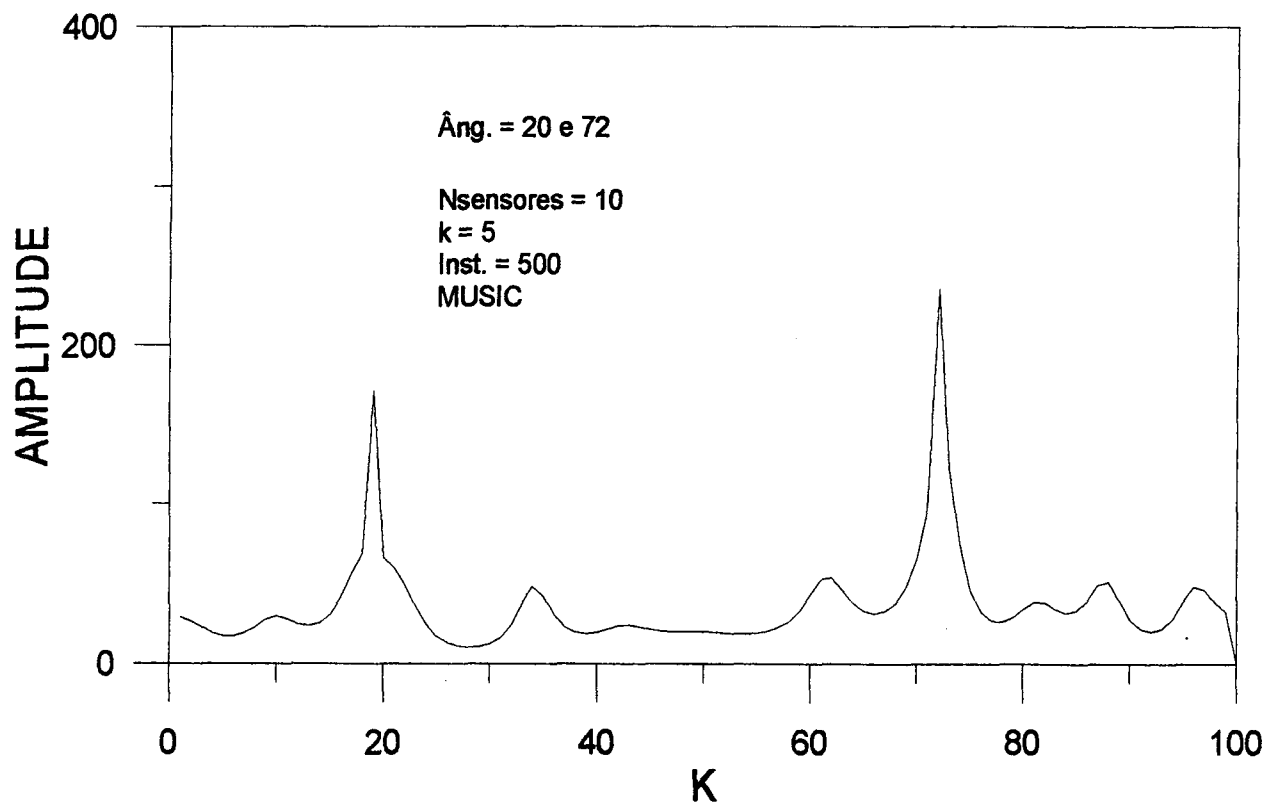


Figura 4.12 - Identificação de duas fontes

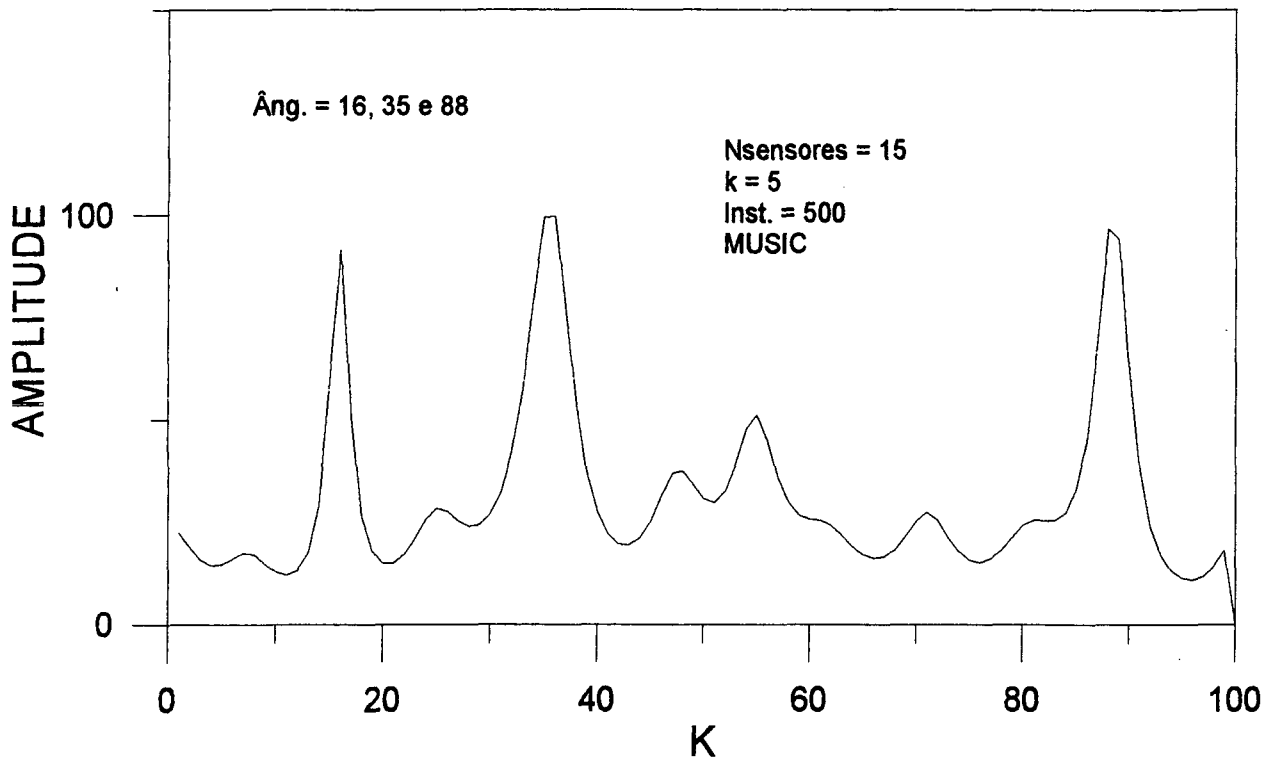


Figura 4.13 - Identificação de três fontes

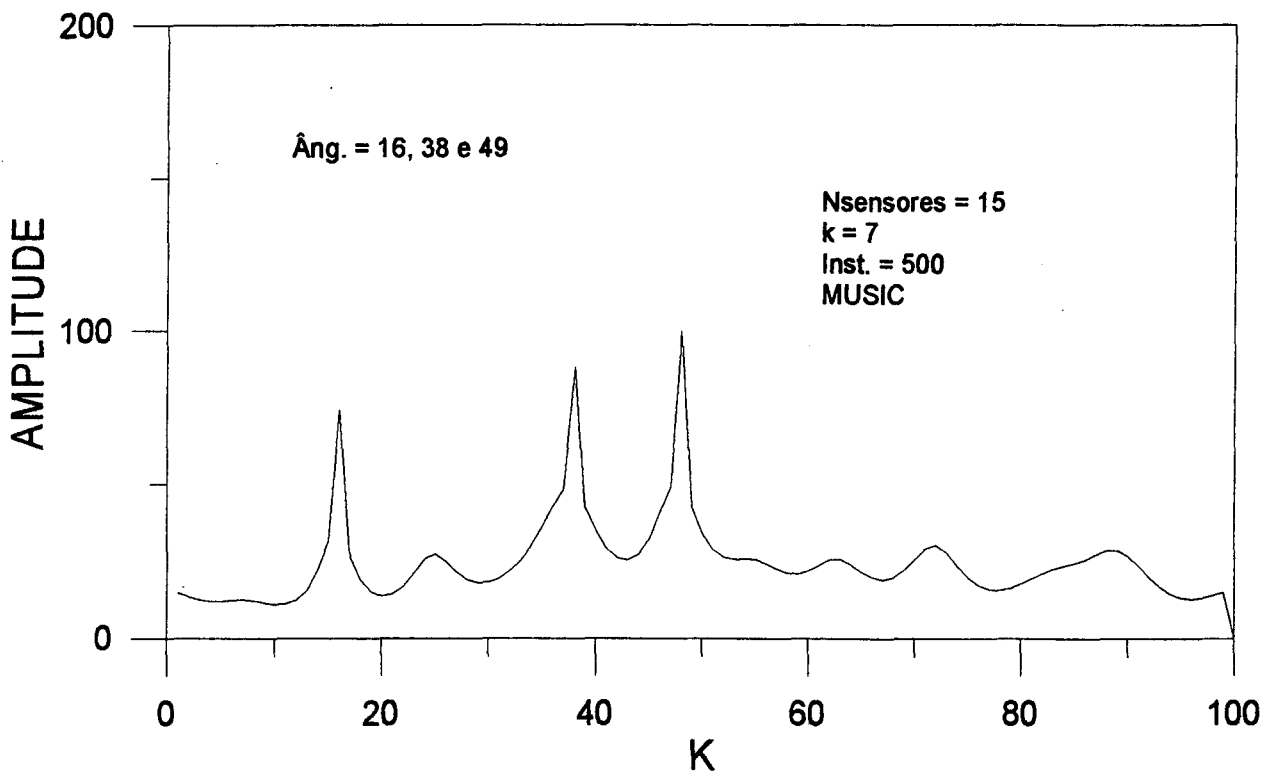


Figura 4.14 - Identificação de três fontes

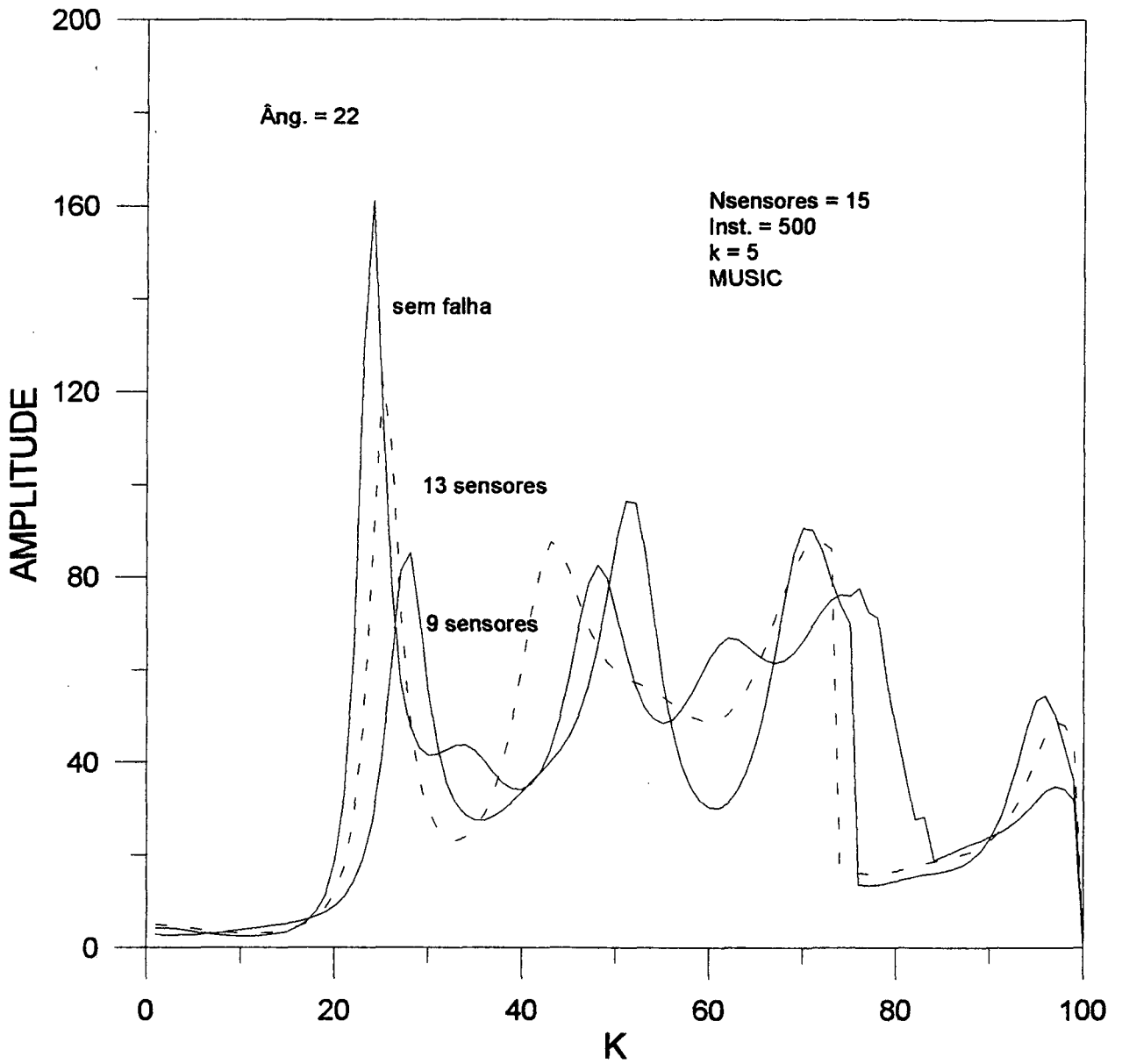


Figura 4.15 - Simulação de falha nos sensores

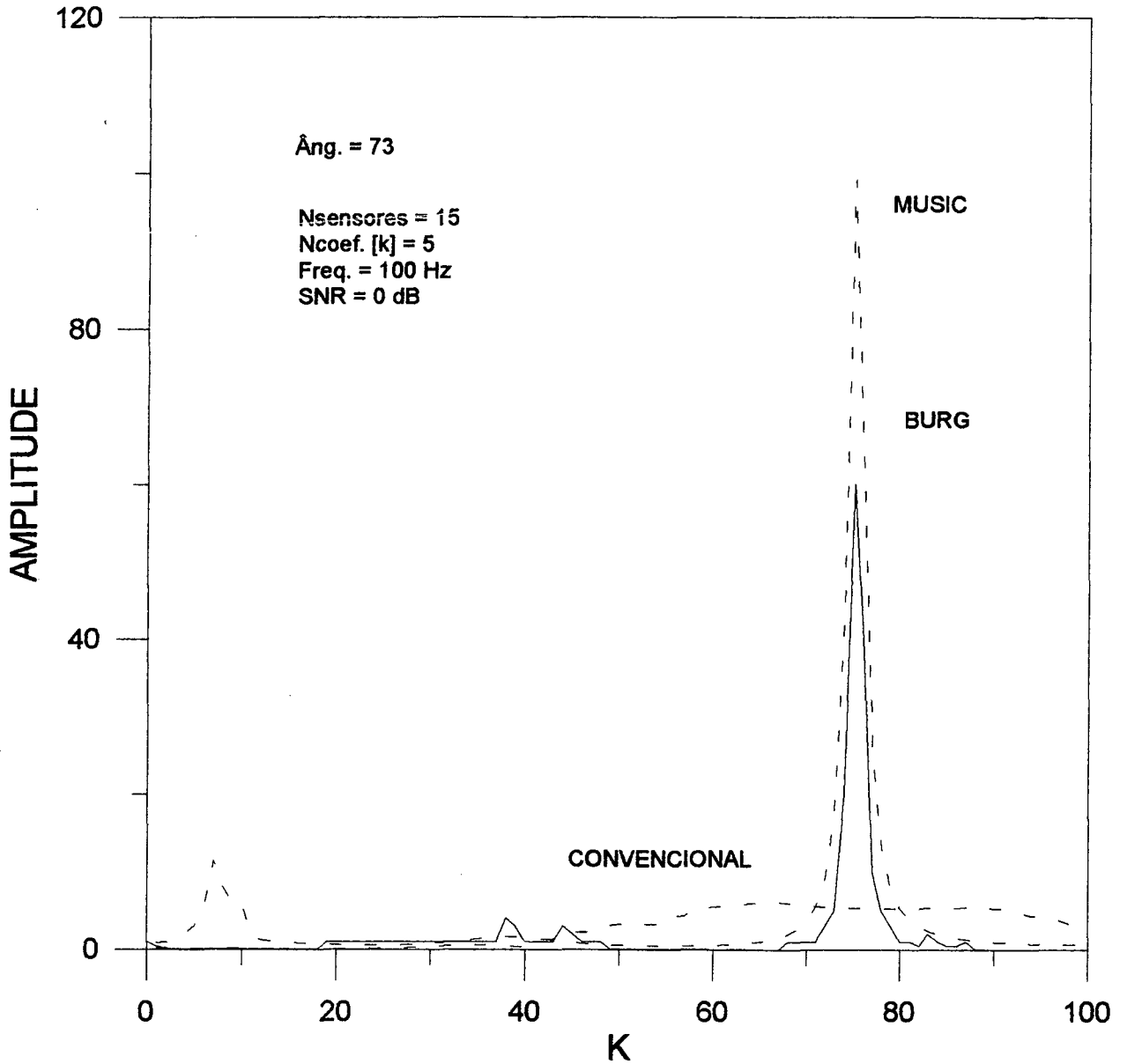


Figura 4.16 - Comparação entre MUSIC - BURG e CONVENCIONAL

NÚMERO DE SENSORES	TEMPO MÉDIO DE EXECUÇÃO [S]	SNR [dB]	MÉTODO RECOMENDADO
10	0.10	-10	MUSIC
		0	MUSIC
		10	MUSIC
20	0.22	-10	MUSIC/ BURG
		0	BURG/ MUSIC
		10	BURG/ MUSIC
40	0.48	-10	MUSIC/BURG
		0	BURG/ MUSIC/ CONVENC.
		10	BURG/ MUSIC/ CONVENC.
80	0.54	-10	MUSIC/ BURG/ CONVENC.
		0	CONVENCIONAL/ BURG
		10	CONVENCIONAL/ BURG
160	1.28	-10	CONVENCIONAL
		0	CONVENCIONAL
		10	CONVENCIONAL

Tabela 4.1 - Comparação entre os métodos testados quanto a sua melhor aplicação

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A título de conclusão, fazem-se aqui alguns comentários dos estudos desenvolvidos nos capítulos anteriores, bem como algumas sugestões para trabalhos futuros.

Do estudo da localização de uma fonte através da formação do BEAMFORMING apresentado no capítulo 2, fica evidente a facilidade de implementação das técnicas de transformada rápida, já bastante discutidas e conhecidas, assim como a alta velocidade de processamento devido à utilização dessas rotinas. Além disso, os resultados obtidos apresentam pequenos desvios de marcação caracterizando o modelo como um satisfatório estimador espectral, principalmente para fontes localizadas próximas à marcação do ângulo de azimute em zero graus. Como desvantagens tem-se a necessidade de amostrar os dados do sensor em uma razão muito maior do que a razão de NYQUIST para aproximar ao tempo de atraso e melhorar o direcionamento do BEAM, além das grandes quantidades de memória e de armazenagem requeridas para longos atrasos associados aos grandes ARRAYS e às altas taxas de amostragem.

Dos capítulos 3 e 4 conclui-se que as estimativas de marcação de fontes, com possibilidade de localização de duas ou mais fontes simultâneas, apresenta ótimos resultados de análise de alta resolução espacial com algoritmos desenvolvidos para análise espectral de alta resolução.

Na obtenção do espectro através de modelos autoregressivos pode-se observar algumas conclusões importantes. O método de BURG é bastante sensível à razão sinal ruído e à ordem do modelo, no qual os efeitos estão diretamente relacionados aos erros na estimativa de marcação, à largura da resposta do ARRAY para fontes individuais e à mínima separação requerida para resolução de fontes de igual amplitude. A estabilidade estatística do espectro estimado diminui com o aumento da ordem do modelo e o número de picos espúrios, enquanto que a variabilidade estatística do espectro aumenta rapidamente quando a ordem do modelo aproxima-se do número de sensores. Isto é particularmente importante quando a resposta (BEAMFORMING) está baseada em uma única observação nas saídas do ARRAY e não é efetuada uma média dos dados adquiridos. Estes problemas são mais pronunciados para baixas SNR.

Como sugestão para continuação deste trabalho cita-se a análise da estabilidade de frequência da fonte, fontes com diferentes amplitudes e a possibilidade de localizar fontes que apresentam movimento relativo entre elas.

Do capítulo 4 os resultados confirmam a análise do modelo de MUSIC como um eficiente estimador. No caso de uma única fonte, a eficiência do algoritmo MUSIC aumenta assintoticamente, enquanto que no caso de múltiplas fontes, ele melhora sua eficiência quando a SNR aumenta. Os resultados demonstram excelente performance do método para poucos dados armazenados e conseqüentemente a necessidade de pequena quantidade de sensores para obtenção de alta resolução espectral.

Uma vantagem dos métodos de alta resolução é a possibilidade de ocorrência de falhas nos sensores em até aproximadamente 1/3 destes e ainda apresentar bons resultados de detecção com pequenos desvios.

Como principal sugestão para trabalhos futuros cita-se a implementação de métodos de análise espectral para ARRAYS não lineares com sensores distribuídos não uniformemente e localizar fontes pulsantes, ou seja, quando o sinal gerado não é constante ao longo de um período.

Alguns itens necessitam de estudos mais aprofundados, como por exemplo a forma de diferenciar uma fonte causada por uma embarcação de uma fonte construída especialmente para confundir o sistema de SONAR ou proveniente de reflexões do fundo e da superfície. Como abordar a existência de múltiplas fontes com diferentes frequências importantes no espectro gerado. Como considerar a variação da velocidade da água, provocada por correntes marítimas, o que influencia a localização das fontes. Como considerar o ruído ambiente que não é perfeitamente difuso. Nos modelos considera-se assim para simplificar as análises. Estes itens todos são propostos como temas para trabalhos futuros.

APÊNDICE A

Modelo de Sinal e Ruído

Um sistema de SONAR capta o campo de pressão acústica $p(t, \vec{r})$, que é função de 4 variáveis: tempo, e 3 coordenadas espaciais \vec{r} , as quais definem a localização do ponto observado. Um simples, mas importante campo é a onda plana de frequência única.

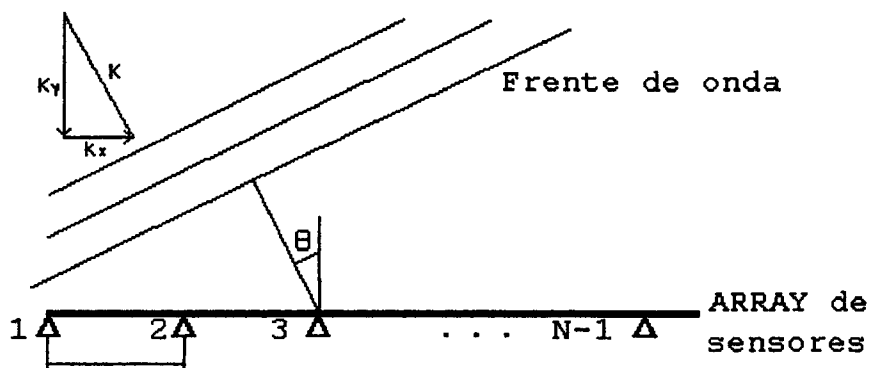
$$p(t, \vec{r}) = e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

na qual $\omega = 2\pi f$ é a frequência em radianos, f é a frequência em Hz, e \vec{k} é o vetor número de onda definido como

$$\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n}$$

na qual c é a velocidade do som e \vec{n} é o vetor que define a direção normal da frente de onda, o qual está apontando na direção de propagação. As componentes de \vec{k} são conhecidas como frequência espacial ou números de onda.

Para o sistema abaixo



Considere uma onda plana na frequência de operação ω , de amplitude A_1 , e ângulo de incidência θ_1 , com um valor no ponto espaço-tempo (t, \vec{r}) dado por

$$A_1 e^{j\omega t - jk\vec{r}}$$

desprezando a dependência senoidal "t" e avaliando esta expressão no eixo x, tem-se

$$A_1 e^{-jk_x x}$$

na qual k_x é o componente x do número de onda k

$$k_x = \frac{\omega}{c} \sin \theta_1$$

o valor deste campo no m-ésimo sensor, $x_m = md$, é então

$$A_1 e^{-jmk_1}$$

sendo que k_1 denomina o número de onda normalizado

$$k_1 = k_x d = \frac{\omega d}{c} \sin \theta_1 = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta_1$$

O campo incidente é amostrado nos sensores através de uma série de instantâneos, no n-ésimo instante de tempo, o campo recebido no m-ésimo sensor é da forma

$$y_m(n) = v_m(n) + A_1 e^{-jmk_1} \quad m = 0, 1, \dots, M$$

Um sensor capta no oceano um sinal que para longos períodos é melhor descrito como "ruído", pois sua amplitude flutua aleatoriamente, permitindo uma descrição estatística baseada em observações sobre grandes intervalos.

As fontes do ruído ambiental submarino podem ser classificadas como de natureza humana ou natural, com diferentes fontes exibindo direções e características espectrais bem diferentes. Algumas fontes naturais de ruído são os distúrbios sísmicos, agitação da superfície do mar pelo vento e atividades térmicas das moléculas de água, assim como fontes biológicas, baleias, golfinhos, etc. A principal fonte de natureza humana são os sons produzidos por navios (distantes).

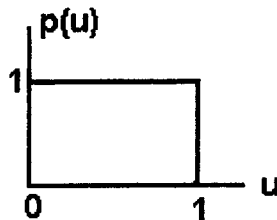
Assume-se que as fontes de ruído são originadas em uma distância tal que o ruído captado pelos sensores pode ser considerado como o somatório de um grande número de ondas planas estatisticamente independentes, com orientação aleatória no espaço. Embora o processo do ruído ambiental não é estacionário no espaço ou tempo [Burdic], alguns resultados são obtidos assumindo esta estacionariedade que permite um tratamento matemático e o uso de técnicas de transformação tempo-frequência e espaço linear-angular para o campo de ruído.

O espectro do ruído ambiental tem características de ruído branco, isto é um espectro plano [BURDIC], composto por diferentes fontes agindo independentemente umas das outras, permite a escolha de um modelo de simulação do ruído com uma distribuição gaussiana.

Considerando agora o ruído ambiental que compõe o campo incidente no ARRAY, faz-se necessário elaborar um gerador de números aleatórios uniformes.

Gerador de Número Aleatório.

Todos os computadores tem rotinas de números aleatórios (ran, rand, randu, urand), estas rotinas geram um número aleatório que é distribuído uniformemente na faixa (0,1) com densidade de probabilidade abaixo

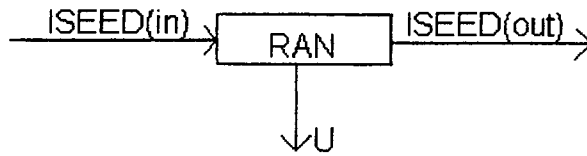


como entrada a subrotina tem uma semente inteira, ISEED e como saída um número aleatório uniforme, u na faixa $0 < u < 1$ e um valor renovado de ISEED.

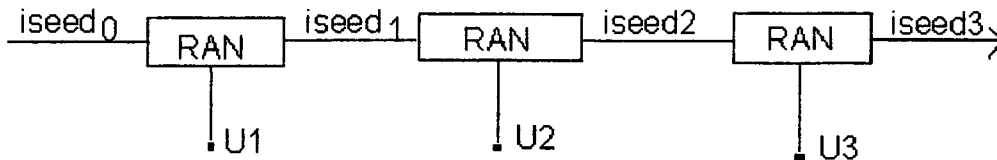
Como chamada típica, ISEED é usada como entrada e saída na forma

$$u = \text{RAN}(\text{iseed})$$

este efeito está representado abaixo



Iniciando com um valor de ISEED, subseqüentes chamadas de RAN produzirão uma seqüência de números aleatórios que são uniformemente distribuídos em $(0,1)$ e são mutuamente independentes, conforme figura



Existem alguns tipos de algoritmos para gerar números aleatórios, neste trabalho escolheu-se o "LINEAR CONGRUENTIAL GENERATORS".

Qualquer seqüência gerada por um algoritmo de computador pode não ser verdadeiramente aleatório, mas para efeitos práticos pode comportar-se como aleatório, passando por alguns testes de aleatoriedade. O algoritmo pode ser definido como:

- Dado os inteiros "a" (o multiplicador), "c" (o deslocamento), "m" (o módulo), e uma semente inteira inicial I_0 na faixa $0 \leq I_0 \leq m-1$, o algoritmo calcula a n-ésima semente I_n e distribui uniformemente, correspondentes números aleatórios U_n pela iteração

$$I_n = (aI_{n-1} + c) \bmod(m), \quad u_n = \frac{I_n}{m}$$

A operação de módulo m restringe a faixa de sementes I_n ao intervalo $0 \leq I_n \leq m-1$, e portanto, o número aleatório resultante está no intervalo $[0,1)$. O máximo comprimento possível de tais seqüências é m , Portanto, não é toda escolha de $\{a,c,m\}$ que resultará numa seqüência de comprimento máximo. Para micro computadores pode-se escolher

$$I_n = (25172I_{n-1} + 13849) \bmod(2^{16})$$

Uma implementação em C pode ser

```
/* gerador de número aleatório */

# define a 25173
# define c 13849
# define m 65536

double ran (iseed)
long *issed;
{
    *iseed = (a**iseed + c ) % m;
    return (double) *iseed / (double) m;
}
```

Gerador de número aleatório gaussiano

Existem vários métodos de gerar números aleatórios gaussianos, tais como o método do teorema do limite central,

método de Box-Muller, e outros [1,2,6]. O método aplicado neste trabalho é baseado no "teorema do limite central" o qual afirma que a soma de um grande número de números aleatórios independentes

$$u = u_1 + u_2 + u_3 + \dots$$

é essencialmente gaussiano, independente da distribuição de u_1 . Escolhendo somente 12 termos desta soma tem-se uma aproximação muito boa para uma variável aleatória gaussiana:

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_{12}$$

Se u_i é uniformemente distribuído sobre $(0,1)$, então ele tem uma média $E[u_i] = 0.5$ e variância $\text{var}(u_i) = 1/12$. A média e variância de u será

$$E[u] = E[u_1] + E[u_2] + \dots + E[u_{12}] = 0.5 + 0.5 + \dots + 0.5 = 6$$

$$\text{VAR}[u] = \text{VAR}[u_1] + \text{VAR}[u_2] + \dots + \text{VAR}[u_{12}] = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{12} = 1$$

Assim u é aproximadamente gaussiano com variância 1. A faixa de valores de u é $0 \leq u \leq 12$ com média em 6. Ele é portanto uma aproximação adequada para um gaussiano porque existe $\pm 6s$ em cada lado da média, e sabe-se que para uma variável aleatória gaussiana mais do que 99,99% dos valores caem dentro de $\pm 4s$. Assim pode-se escrever

$$x = \sigma(u - 6) + m$$

para obter um número aleatório gaussiano x de média m e variância s^2 .

Considerando múltiplas ondas planas (L) incidentes em um ARRAY na presença de ruído, o campo amostrado pode ser composto de L senóides complexas com fases aleatórias com ruído adicionado será

$$Y_m(n) = u_m(n) + \sum_{i=1}^L A_i e^{j\omega_i n + j\phi_i}$$

APÊNDICE B

Comentários sobre máxima entropia.

O espectro MME de um processo aleatório estacionário, uniformemente espaçado, é determinado como aquele espectro que resulta da maximização da entropia daquele processo.

Informação e Entropia - Iniciando com uma definição estatística de informação. Considere a situação na qual M coisas diferentes m_i podem acontecer, as probabilidades de ocorrência sendo p_i . Se existe a condição que todos os p_i a priori são iguais, então nenhuma informação especial sobre o sistema está disponível. Se por outro lado, estamos aptos a especificar o valor de uma particular p_i , ganhamos uma certa quantidade de informação sobre o sistema. É claro que a probabilidade de ocorrência de um evento está relacionado a sua informação. Além disso, se o evento para o qual nós especificamos uma probabilidade é não esperada, a especificação carrega mais informação sobre o sistema. Podemos portanto, escrever a relação entre a informação e a probabilidade como

$$I = k \ln \left(\frac{1}{p_i} \right)$$

na qual k é uma constante e é igual a 1 quando a base do logaritmo é 2. O uso do logaritmo na equação acima é justificado, desde que pensemos a informação como uma quantidade adicionada.

Supomos agora que observamos o sistema acima para um longo tempo T . Então se T é muito grande, podemos esperar $p_i T$ de m_i

coisas, $p_2 T$ de m_2 coisas, etc, terem acontecido no intervalo de tempo T . A informação total sobre o sistema será

$$I_{total} = k \left(p_1 T \ln\left(\frac{1}{p_1}\right) + p_2 T \ln\left(\frac{1}{p_2}\right) + \dots \right)$$

A informação média por intervalo de tempo é representada por H e referida pelo termo entropia. Assim

$$H = \frac{I_{total}}{T} = -k \sum_{i=1}^M p_i \ln(p_i)$$

Fica claro na discussão acima da relação entre informação e probabilidade que a entropia é uma medida da incerteza descrita por um grupo de probabilidades. A entropia é zero para um sistema no qual todos os p_i são zero exceto um, o qual é unitário. Neste caso o sistema é perfeitamente determinado, e nenhuma incerteza existe. Em todos os outros casos a entropia é positiva. Entropia é uma medida da desordem em um sistema. Alternativamente, entropia é uma medida da nossa ignorância sobre a atual estrutura de um sistema

O conceito de máxima entropia pode ser utilizado na determinação da densidade espectral de potência. Os problemas que surgem com métodos convencionais de determinação espectral de potência são devido a suposições que são feitas com relação aos dados que estão do lado exterior do parâmetro espaço. Estas suposições que restringem os dados em serem periódicos ou zero fora de intervalo conhecido são claramente incorretos e freqüentemente resultam em propriedades do estimador espectral.

O qual é requerido, então, uma aproximação que em primeiro é consistente com o conhecimento a priori, e segundo, estima a probabilidade de indicação que descreve a informação a priori sem assumir nada além disso.

O princípio de Jaynes pode ser enunciado da seguinte maneira: a indicação da probabilidade a priori que descreve a informação disponível, mas é maximamente não concomitantemente com a informação não disponível é uma com máxima entropia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] MACCURDY, E., The Notebooks of Leonardo da Vinci. Garden City, N.Y.:Garden City Publishing Co., Inc., 1942, Chap X.
- [2] KNUDSEN, V. O., R. S. ALFORD, and J. W. EMLING, "Underwater Ambient Noise," J.mar. Res., Vol. 7 (1948)
- [3] WENS, G. M., "Acoustic Ambient Noise in the Ocean: Spectra and Sources," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 34 (1962)
- [4] MARSH, H. W., "Origin of the Knudsen Spectra," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 35 (1963)
- [5] URICK, R. J., Some Directional Properties of Deep Water Ambient Noise," Naval Res. Lab. Rep. 3796, 1951.
- [6] LIEBERMAN, L. N., "Origin of Sound Absorption in Water and Sea Water," J. Acoust. Soc. Am., Vol 20 (1948)
- [7] LEONARD, R. W., "Attenuation of Sound in Synthetic Sea Water," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 35, 1963.
- [8] ANDERSON, V. C., "Digital Array Phasing," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 32, 1960,
- [9] COOLEY, J. W. and J. W. TUKEY, "An Algorithm for the Machine Computation of Complex Fourier Series," Math. Comp., Vol. 19 Apr. 1965.
- [10] URICK, R. J., "Principles of Underwater Sound", Mc Graw-Hill Book Company, 3d Edition, 1983.
- [11] BURDIC, W. S. "Underwater Acoustic System Analysis", Englewood Cliffs, N.J. Prentice-Hall, 1984
- [12] BRIGHAM, E. O., "The Fast Fourier Transform", Englewood Cliffs, N.J. Prentice-Hall, 1974

- [13] EMBREE, P. M. AND KIMBLE, B., "C Language Algorithms For Digital Signal Processing", Englewood Cliffs, N.J. Prentice-Hall, 1991
- [14] RUDNICK, P., "Digital Beamforming in the frequency Domain", J. Acoust. Soc. Am., Vol46(5), 1969.
- [15] WILLIAMS, J. R., "Fast Beamforming Algorithm", J. Acoust. Soc. Am., Vol 44(5), 1968.
- [16] HARRIS, F. J., "On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform", Proc. IEEE, Vol. 66(1), 1978.
- [17] KNIGHT, W. C. AND PRIDHAM, R. G. AND KAY, S. M., "Digital Signal Processing For Sonar", Proc. IEEE, Vol. 69(11), 1981.
- [18] MUCCI, R. A., "A Comparison of Efficient Beamforming Algorithms", IEEE Trans. Acoust. Speech, and Signal Proc., Vol ASSP-32(3), 1984.
- [19] MARANDA, B., "Efficient Digital Beamforming in the Frequency Domain", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 86(5), 1989.
- [20] ANDERSEN, N., "On the Calculation of Filter Coefficients for Maximum Entropy Spectral Analysis", Geophysics, Vol 39 (1), 1974.
- [21] McDONOUGH, R. N., "Maximum-Entropy Spatial Processing of Array Data", Geophysics, Vol. 39(6), 1974.
- [22] SKINNER, D. P. AND HEDLICKA, S. M. AND MATTHEWS, A. D., "Maximum Entropy Array Processing", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 66(2) 1979.
- [23] ULRICH, T. J. AND BISHOP, T. N., "Maximum Entropy Spectral Analysis and Autoregressive Decomposition", Reviews of Geophysics and Space Physics, Feb. 1975.
- [24] BARNARD, T. E., "Two Maximum Entropy Beamforming Algorithms For Equally Spaced Line Arrays", IEE Trans. Acoust. Speech and Signal Proc., Vol. ASSP-30(2), 1982.

- [25] JUSTICE J. P. AND OWSLEY, N. L. AND YEN, J. L., "Array Signal Processing",
Prentice-Hall Signal Proc. Serie, 1985.
- [26] PAPOULIS, A., "Maximum Entropy and Spectral Estimation: A Review", IEEE Trans.
Acoust. Speech and Signal Proc., Vol ASSP-29(6), 1981.
- [27] WINDER, A. A., "Sonar System Technology", IEEE Trans. Son. and Ultras., Vol. SU-
22(5), 1975.
- [28] SCHMIDT, R. O., "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation", IEEE
Trans. Prop. Vol. AP-34(3), 1986.
- [29] FRIDLANDER, B. "A Sensitivity Analysis of the MUSIC Algorithm", IEEE Trans.
Acoust. Speech and Signal Proc., Vol. 38(10), 1990.
- [30] ORFANIDIS, S. J. "Optimum Signal Processing: An Introduction", 2d Edition,
McGraw-Hill, 1988.
- [31] JOHNSON, D. H. AND DeGRAAF S. R. "Improving the Resolution of Bearing in
Passive Sonar Arrays by Eigenvalue Analysis", IEEE Trans. Acoust. Speech and Signal
Proc. Vol. ASSP-30(4), 1982.