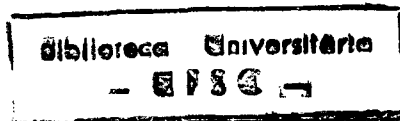


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E SISTEMAS



ANÁLISE DE INVESTIMENTOS
SOB CONDIÇÕES DE RISCO E INFLAÇÃO

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
MESTRE EM ENGENHARIA

NORBERTO HOCHHEIM

FLORIANÓPOLIS
SANTA CATARINA - BRASIL
AGOSTO 1986

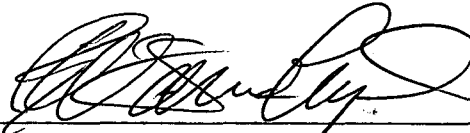
ANÁLISE DE INVESTIMENTOS
SOB CONDIÇÕES DE RISCO E INFLAÇÃO

NORBERTO HOCHHEIM

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de

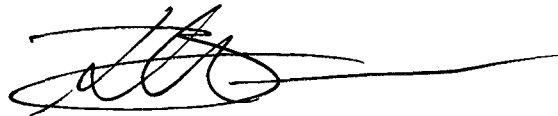
"MESTRE EM ENGENHARIA"

Especialidade ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, e aprovada em sua forma final pelo programa de Pós-Graduação.

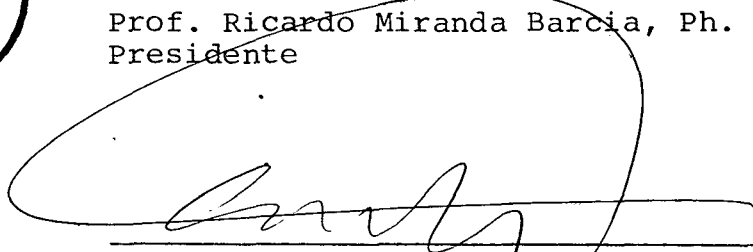


Prof. Robert Wayne Samohyl, Ph. D.
Coordenador do Programa

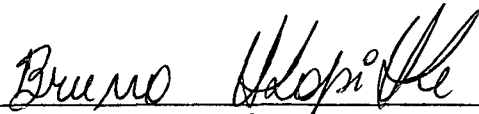
Banca Examinadora:

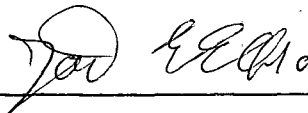
Prof. Ricardo Miranda Barcia, Ph. D.
Presidente



Prof. Nelson Casarotto Filho, M.SC.



Prof. Bruno Hartmut Kopittke, Dr.



Prof. João Ernesto Escosteguy Castro, M.SC.



0.255.950-2

UFSC-BU

À meus pais

Arthur e Irmgard

À minha mulher

Meyke Roseane

AGRADECIMENTOS

Manifesto meus sinceros agradecimentos às seguintes pessoas e instituições:

Aos professores Nelson Casarotto Filho e Ricardo Miranda Barcia, pela orientação durante a realização desta dissertação.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

Ao Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina, pelo apoio material.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas, aos colegas do programa de Pós-Graduação, e a todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho têm como objetivos descrever as principais metodologias existentes para análise de projetos de investimento sob condições de risco, e desenvolver uma que considere explicitamente a aleatoriedade dos fluxos de caixa e o efeito da inflação sobre estes fluxos.

Inicialmente, são apresentadas diversas metodologias determinísticas e probabilísticas para análise de projetos de investimento sob condições de futuro não perfeitamente conhecido. Em seguida, são feitas algumas considerações sobre o efeito da inflação sobre fluxos de caixa. Algumas técnicas para definição da variabilidade e relações de dependência entre as variáveis também são apresentadas. Posteriormente, é proposta uma metodologia para análise de projetos de investimento sob condições de risco que, além de considerar as variáveis intervenientes na análise como aleatórias, reconhece e leva em consideração que o investimento ocorrerá em um contexto inflacionário. Na seqüência, é feita uma aplicação do modelo proposto a um projeto de investimento real, com a finalidade de verificar sua aplicabilidade e identificar suas principais limitações operacionais. Finalmente, com base nos resultados obtidos, são elaboradas algumas conclusões e são feitas recomendações para estudos posteriores nesta área.

ABSTRACT

The purpose of this work is to describe the most important methodologies to analyse risk in capital investment projects and to develop one which considers cash flows randomness and inflation effects.

Several deterministic and probabilistic approaches for investment decisions under unknown future conditions are presented. Inflation effects over cash flows are discussed. Technics to define the variability and dependency relations among variables are also presented.

A methodology for capital investment projects analysis under risk conditions is proposed. Besides considering the intervenient variables in the analysis as random ones, the methodology recognizes and takes into account, that investment will occur in an inflationary context. An application is made to a real investment project. Indication for further research in this topic is given.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	x
LISTA DE QUADROS	xi

CAPÍTULO I

1. INTRODUÇÃO

1.1. Origem do Trabalho	1
1.2. Objetivos do Trabalho	2
1.3. Importância do Trabalho	2
1.4. Estrutura do Trabalho	3
1.5. Limitações do Trabalho	4

CAPÍTULO II

2. MÉTODOS PARA ANÁLISE DE PROJETOS DE INVESTIMENTO SOB RISCO

2.1. Introdução	5
2.2. Considerações Iniciais	5
2.3. Métodos Determinísticos	6
2.3.1. Método do Tempo de Recuperação do Capital (Payback Period Method)	6
2.3.2. Método do Horizonte de Tempo Finito	8
2.3.3. Método da Taxa de Desconto Ajustada ao Risco	9
2.3.4. Método dos Equivalentes de Certeza	10
2.3.5. Método do Valor Presente Anualizado	11
2.3.6. Análise de Sensibilidade	12
2.4. Métodos Probabilísticos	15
2.4.1. Considerações Preliminares	15
2.4.2. Análise Probabilística do Risco em Projetos de Investimento de Capital	25

2.4.3. Metodologia da Transformação de Laplace....	32
2.4.4. Metodologia da Árvore de Decisão	36
2.4.5. Uso da Simulação na Análise de Investimentos sob Risco	45
2.4.6. Avaliação da Informação Probabilística	48
2.5. Conclusão	51

CAPÍTULO III

3. EFEITO DA INFLAÇÃO NA ANÁLISE DE INVESTIMENTOS

3.1. Introdução	52
3.2. Fluxos de Caixa Inflacionados à Mesma Taxa que a Inflação Geral	52
3.3. Fluxos de Caixa Não Inflacionados à Mesma Taxa que a Inflação Geral	55
3.4. Conclusão	57

CAPÍTULO IV

4. TÉCNICAS AUXILIARES

4.1. Introdução	58
4.2. Técnicas para Definição das Distribuições de Pro- babilidade	58
4.2.1. Definição da Distribuição de Probabilidade a partir de Dados Históricos	60
4.2.2. Definição da Distribuição de Probabilidade a partir de Estimativas Subjetivas	63
4.2.2.1. Método do Histograma	64
4.2.2.2. Método do Fractis	66
4.2.2.3. Outros Métodos	67
4.2.3. Probabilidade Objetiva X Probabilidade Sub- jetiva	71

4.2.4. Aproximação da Distribuição de Probabilidade por uma Distribuição Conhecida	72
4.2.5. Obtenção de um Consenso nas Estimativas ...	77
4.3. Determinação do Coeficiente de Correlação Linear..	79
4.4. Conclusão	81
CAPÍTULO V	
5. MODELO PROBABILÍSTICO PARA ANÁLISE DE PROJETOS DE INVESTIMENTO SOB CONDIÇÕES DE RISCO E INFLAÇÃO	
5.1. Introdução	82
5.2. Fundamentação Teórica	82
5.3. Implantação Computacional da Metodologia Proposta.	89
5.4. Conclusão	93
CAPÍTULO VI	
6. APLICAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA	
6.1. Introdução	94
6.2. Generalidades	94
6.3. Investimentos, Receitas e Custos	95
6.4. Avaliação da Viabilidade Econômica pela Metodologia Tradicional	97
6.5. Avaliação pela Metodologia Proposta	99
6.6. Conclusão	114
CAPÍTULO VII	
7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	
7.1. Conclusões	115
7.2. Recomendações para Futuros Trabalhos	116
BIBLIOGRAFIA	118
APÊNDICE	
Descrição do Programa Aplicativo da Metodologia Proposta	127

LISTA DE FIGURAS

Fig. 1	- Fluxo de Caixa Genérico	14
Fig. 2	- Ponto de Equilíbrio	15
Fig. 3	- Distribuições de Probabilidade Genéricas	16
Fig. 4	- Distribuições de Probabilidade de Mesma Média	18
Fig. 5	- Coeficientes de Correlação Linear	21
Fig. 6	- Árvore de Decisão	37
Fig. 7	- Árvore de Decisão Estocástica, com Vida Econômica Aleatória	40
Fig. 8	- Distribuições de Probabilidade em Um Nó de Evento Aleatório	42
Fig. 9	- Árvore de Decisão Estocástica	43
Fig. 10	- Processo de Simulação para Árvore de Decisão	44
Fig. 11	- Simulação para Análise de Investimentos	47
Fig. 12	- Distribuição Normal de Parâmetros $E(X)$ e $DP(X)$...	49
Fig. 13	- Demanda de Um Produto A	61
Fig. 14	- Demanda de Um Produto B	63
Fig. 15	- Método do Histograma	65
Fig. 16	- Distribuição de Probabilidade Acumulada de uma Va- riável Aleatória X	67
Fig. 17	- Distribuições de Probabilidade	75
Fig. 18	- Distribuição de Probabilidade Acumulada da TIR....	88
Fig. 19	- Implantação da Metodologia Proposta em Uma Plani- lha de Cálculo Eletrônica	90
Fig. 20	- Distribuição de Probabilidade Acumulada da TIR do Empreendimento, Análise sem Inflação	104
Fig. 21	- Distribuição de Probabilidade Acumulada da TIR do Acionista, Análise sem Inflação	105

Fig. 22 - Distribuição de Probabilidade Acumulada da TIR do Empreendimento, Análise com Inflação	111
Fig. 23 - Distribuição de Probabilidade Acumulada da TIR do Acionista, Análise com Inflação	112
Fig. 24 - Distribuição de Probabilidade Acumulada da TIR do Empreendimento, com e sem Inflação	113
Fig. 25 - Distribuição de Probabilidade Acumulada da TIR do Acionista, com e sem Inflação	113

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Dados Históricos da Demanda de um Produto A ...	60
Quadro 2 - Dados Históricos da Demanda de um Produto B ...	62
Quadro 3 - Demanda para o Produto B	62
Quadro 4 - Componentes do Fluxo de Caixa Determinísticos .	83
Quadro 5 - Componentes do Fluxo de Caixa Estocásticos	84
Quadro 6 - Cronograma de Aplicação de Investimentos	95
Quadro 7 - Amortização e Juros do Financiamento	96
Quadro 8 - Receitas Anuais em Função da Utilização da Capacidade Instalada	96
Quadro 9 - Depreciações	96
Quadro 10 - Resumo dos Custos e Despesas	97
Quadro 11 - Análise Determinística	98
Quadro 12 - Variações nos Fluxos de Caixa	100
Quadro 13 - Coeficientes de Correlação Linear	101
Quadro 14 - Análise Estocástica, sem Inflação	102
Quadro 15 - VPL, sem Inflação	103
Quadro 16 - Distribuição de Probabilidade Acumulada da TIR do Empreendimento, Análise sem Inflação	104

Quadro 17 - Distribuição de Probabilidade Acumulada da TIR do Acionista, Análise sem Inflação	105
Quadro 18 - Variação das Taxas Específicas de Inflação para uma Inflação Geral de 100% a.a.	106
Quadro 19 - Análise Estocástica, com Inflação	108
Quadro 20 - VPL, com Inflação	109
Quadro 21 - Distribuição de Probabilidade Acumulada da TIR do Empreendimento, Análise com Inflação	111
Quadro 22 - Distribuição de Probabilidade Acumulada da TIR do Acionista, Análise com Inflação	112

CAPÍTULO I

1 - INTRODUÇÃO

1.1. Origem do Trabalho

A análise tradicional de investimento de capital considera todos os fatores intervenientes no processo como perfeitamente conhecidos. Para realizar um estudo deste tipo são necessárias diversas estimativas de fatos e conseqüências que ocorrerão em um futuro que na prática é quase sempre desconhecido no momento em que são feitas estas estimativas. O reconhecimento desta realidade torna desejável, senão necessário, que a incerteza associada a estas estimativas seja levada em conta no estudo da opção de investimento.

Muitas metodologias para análise de investimento sob condição de futuro não perfeitamente conhecido foram desenvolvidas, e as suas descrições encontram-se esparsas em muitas publicações. Como será mostrado neste trabalho, a maioria destas metodologias não considera o efeito da inflação sobre as variáveis em análise. As poucas exceções encontradas na literatura especializada, não proporcionam uma avaliação do risco gerado pelo conhecimento incerto das taxas de inflação futuras.

Estas constatações motivaram a realização deste trabalho.

1.2. Objetivos do Trabalho

Os objetivos do presente trabalho são:

a) reunir em um único texto as principais metodologias existentes para análise de projetos de investimento sob condições de futuro incerto e,

b) apresentar uma metodologia para análise de projetos de investimento sob risco que considere também a inflação como uma variável cujo valor não é conhecido com certeza.

1.3. Importância do Trabalho

Em um ambiente altamente competitivo e de recursos limitados, a aplicação adequada dos recursos de uma empresa proporciona não apenas o aumento de seu valor, mas também é fator decisivo na sua sobrevivência.

A análise do risco em projetos de investimento, além de medir a rentabilidade deste projeto, reconhece e leva em consideração que os fluxos de caixa ocorrerão em um ambiente cujo comportamento não pode ser avaliado com certeza. Por isso, é uma poderosa ferramenta a ser utilizada para uma gestão mais eficaz dos recursos financeiros de uma empresa.

O presente trabalho reúne, de uma forma concisa, diversas metodologias para avaliação do risco em projetos de investimento, mostrando sua sistemática de aplicação e suas principais limitações.

A aplicação prática de uma metodologia que leva em consideração que o projeto será realizado sob circunstâncias de futuro incerto, mostrará a importância desta abordagem. Este fato advém da quantidade maior de informações relevantes fornecidas ao tomador de decisão, como resultado da aplicação da metodologia proposta. Além disso, o método apresentado no final do trabalho proporciona uma avaliação do efeito da inflação sobre as variáveis em análise; efeito este desconsiderado na maioria das metodologias apresentadas em outros textos, ou apenas considerado parcialmente. Este método propõe-se a apresentar relatórios que sejam de fácil compreensão e assimilação mesmo por parte de alguém que não esteja familiarizado com a Teoria de Probabilidade.

1.4. Estrutura do Trabalho

Além deste capítulo, este trabalho contém outros seis.

No segundo capítulo são apresentados os mais conhecidos métodos determinísticos e probabilísticos para análise de risco em projetos de investimento de capital e tecidas considerações quanto às suas limitações.

No capítulo seguinte são feitas algumas considerações acerca da inflação e da sua influência sobre as variáveis componentes de um estudo de investimento.

O quarto capítulo mostra algumas técnicas que podem ser utilizadas para a obtenção das estimativas das variáveis intervenientes na análise de um projeto de investimento.

O quinto capítulo propõe uma metodologia para análise de risco e efeito da inflação em projetos de investimento.

No capítulo seguinte é feita uma aplicação prática da técnica proposta e os resultados obtidos são comparados com aqueles obtidos numa avaliação usando técnicas tradicionais.

O sétimo e último capítulo apresenta algumas considerações finais e recomendações para futuros trabalhos.

1.5. Limitações do Trabalho

Entre as limitações deste trabalho, destacamos as seguintes:

a) Na apresentação das metodologias buscou-se uma forma concisa. A busca desta concisão fez com que maiores digressões não fossem efetuadas. Pelo mesmo motivo, as demonstrações de fórmulas não foram efetuadas. Contudo, referências bibliográficas para estudos posteriores são feitas.

b) O trabalho apresenta apenas as principais metodologias que consideram o risco envolvido nos projetos de investimento; não pretendendo esgotar o assunto.

c) O modelo desenvolvido para avaliação do risco e do efeito da inflação apresenta resultados que dependem das estimativas feitas para as distribuições de probabilidade das variáveis intervenientes na análise, bem como das relações de dependência estabelecidas para estas variáveis. Desta forma, a confiabilidade dos resultados dependerá da correspondência entre as distribuições de probabilidade e relações de dependência estimadas e reais.

CAPÍTULO II

2 - MÉTODOS PARA ANÁLISE DE PROJETOS DE INVESTIMENTO SOB RISCO

2.1. Introdução

Neste capítulo serão estudados os mais conhecidos métodos determinísticos e probabilísticos para análise de projetos de investimento sob risco. Será apresentada a fundamentação teórica de cada método estudado e também serão feitas algumas críticas a estas metodologias.

2.2. Considerações Iniciais

A análise de projetos de investimento pressupõe estimativas de eventos futuros. A previsão destes eventos poderá ocorrer sob 3 condições:

a) Condição de certeza: quando a realização do evento é conhecida com exatidão.

b) Condição de risco: quando é conhecida uma distribuição de probabilidade associada à ocorrência do evento.

c) Condição de incerteza: quando o evento não é conhecido

com exatidão e nenhuma distribuição de probabilidade é associada à ocorrência do evento.

Em muitas situações práticas, o analista transforma a incerteza em risco para possibilitar um tratamento matemático da análise de investimento. Neste texto, os termos risco e incerteza são utilizados com o mesmo significado, ambos designando situações nas quais o evento não é conhecido com certeza.

A seguir, serão apresentados os métodos mais conhecidos para avaliação de projetos de investimento sob risco. Inicialmente mostrar-se-ã como alguns autores adaptaram certos métodos determinísticos para a análise de risco.

2.3. Métodos Determinísticos

Os métodos determinísticos adaptados à análise de risco em projetos de investimento tem uma fundamentação teórica relativamente simples. Eles não proporcionam uma análise da variabilidade* a que está sujeita a opção de investimento, pois mostram ao analista apenas o que sucederá ao valor que o critério de avaliação fornece quando se realizam as suposições implícitas no modelo assumido. Nenhuma medida da possibilidade de ocorrência deste valor é fornecido.

2.3.1. Método do Tempo de Recuperação do Capital (Payback Period Method)

O tempo de recuperação do capital é definido como sendo o

*Com exceção da Análise de Sensibilidade.

número de períodos que o investidor levará para recuperar o capital investido, com as receitas geradas por este investimento, considerando uma taxa de desconto igual a zero^(39, 45, 49). Desta forma, a equação.

$$\sum_{t=1}^s X_t = I \quad [1]$$

onde X_t é o componente líquido do fluxo de caixa no período t , I é o investimento inicial e s é o tempo de recuperação do capital, pode ser utilizada para determinar o tempo de recuperação do capital.

Uma das críticas feitas a este método é que ele não considera o valor do dinheiro no tempo, e por isso falha na avaliação do valor do projeto. Para contornar esta deficiência, alguns autores^(26, 39) sugerem que o fluxo de caixa a ser computado na determinação do período de recuperação do capital seja descontado, isto é, que seja considerado o valor presente do fluxo gerado pelo investimento. Assim,

$$\sum_{t=1}^s \frac{X_t}{(1+i)^t} = I \quad [2]$$

onde i é a taxa de desconto, demais elementos como em [1], permite incorporar ao método a consideração do valor do dinheiro no tempo.

Outra crítica feita a este método é que ele ignora o fluxo de caixa além do período de recuperação do capital, o que pode induzir à tomada de decisões que não levam à maximização do valor da firma.

Uma explicação dada para o fato de ser este método muito u-

utilizado ainda hoje, é que ele é apontado como um método simples e barato para medir o risco e a liquidez de um projeto: quanto menor o tempo de recuperação do capital tanto maior a liquidez e por isso menor o risco de um projeto (e vice-versa). Desde que períodos menores de recuperação de capital são preferidos, este método estabelece um critério intuitivamente aceitável. Por ignorar a parte do fluxo de caixa que ocorre após o tempo de recuperação do capital, este método pode levar à escolha de projetos mais "seguros" (com recuperação mais rápida do capital investido), mas "economicamente pobres" (cujo retorno não é máximo) (9, 26, 45, 63).

2.3.2. Método do Horizonte de Tempo Finito

No método do horizonte de tempo finito para ajuste ao risco, é predeterminado um período de tempo para análise. A parte do fluxo de caixa que ocorre além deste período de tempo é ignorada, sob o argumento de que estas estimativas são muito incertas. A prática mais adotada neste método ignora o valor do dinheiro no tempo, mas o fluxo de caixa futuro pode ser descontado, para uma análise mais acurada.

Este método tem sido criticado porque seu horizonte de planejamento é arbitrário. Além do mais, pode-se observar que incertezas nas estimativas dos componentes do fluxo de caixa não são apenas relacionadas aos períodos mais distantes. Outra crítica que pode ser tecida à este método é o fato de que se forem eliminados da análise componentes do fluxo de caixa (situados após o horizonte de tempo considerado) de valor elevado, o ajustamento ao risco poderá ser muito grande; o oposto ocorrerá se estes componentes forem de valor muito pequeno (9, 69).

2.3.3. Método da Taxa de Desconto Ajustada ao Risco

Neste método é feito um ajustamento no denominador da expressão para o valor presente. Se designarmos por i a taxa de desconto sem risco (o valor do dinheiro no tempo), d um coeficiente de ajuste para o risco (ou prêmio para o risco), e z a taxa de desconto ajustada ao risco, então, para uma vida econômica de n períodos, podemos escrever:

$$VP = \sum_{t=0}^n \frac{X_t}{(1+z)^t} \quad [3]$$

onde

$$z = i + d \quad [4]$$

O tamanho do prêmio para o risco (d) depende do grau de incerteza que permeia o fluxo de caixa do projeto de investimento.*

A expressão [3] assume que a mesma taxa ajustada ao risco é aplicada para cada componente do fluxo. Esta suposição implica em assumir que o risco cresce a uma taxa constante ao longo do tempo**, o que pode não ser apropriado para todos os projetos de investimento. Em particular, a aplicação de altos prêmios para o risco penaliza investimentos que tenham vida útil longa***.

A taxa incremental d descreve a percepção de risco que o analista tem acerca das estimativas de um projeto em particular. Além disso, a determinação desse fator simples deve refletir todo o risco do projeto. Algumas empresas tentam reduzir estas difi-

*Poder-se-ia visualizar "d" como o "Spread" nos contratos de empréstimos internacionais para os países em desenvolvimento.

**Para demonstração desta afirmação, vide referências (45, 58).

***Conforme demonstrado em (45).

culdades criando classes de risco para os projetos. Três classes são comumente identificadas:

- a) investimentos de baixo risco;
- b) investimentos de risco típico;
- c) investimentos de alto risco.

Prêmios de risco são então associados a cada classe de investimentos, baseados em intuição, experiência e outras informações. Determina-se em que classe está situado o projeto de investimento em análise e a correspondente taxa é então aplicada. Embora esta prática reduza a variabilidade de analistas, ela ainda envolve uma certa quantidade de julgamentos arbitrários.

Neste método, o valor do dinheiro no tempo, incertezas nos componentes do fluxo de caixa e na ocorrência destes, não são tratadas adequadamente (9, 45).

2.3.4. Método dos Equivalentes de Certeza

O equivalente de certeza de um investimento sob risco é definido como a quantia de dinheiro que tornará o investidor indiferente entre escolher a alternativa sob risco ou receber esta quantia de dinheiro com certeza. Inicialmente, faz-se

$$Fec_t = \frac{X^+_t}{X_t} \quad [5]$$

onde Fec_t é o fator de equivalente de certeza para o período t , X^+_t é o componente do fluxo de caixa sob certeza, e X_t é o componente do fluxo de caixa sob risco. A seguir, calcula-se

$$VPL = \sum_{i=0}^n \frac{Fec_t \cdot X_t}{(1+i)^t} \quad [6]$$

onde VPL é o valor presente líquido e i é a taxa de desconto isenta de risco* (45, 58, 67).

Determinando-se valores do Fec_t para diferentes níveis de risco, pode ser obtida uma curva que mostra a atitude do analista frente ao risco. A curva é obtida plotando-se os valores dos fatores de equivalente de certeza contra o correspondente nível de risco (por exemplo, a variância do fluxo). Para um analista que tenha aversão ao risco, o valor de Fec_t decresce quando o risco cresce, tendendo a zero para valores muito altos de risco.

Enquanto que na abordagem da taxa de desconto ajustada ao risco temos o risco especificado para o projeto como um todo, na abordagem do equivalente de certeza, ele é especificado período por período. Esta característica torna este último método teoricamente melhor que o primeiro, mas também a abordagem dos equivalentes de certeza tem problemas práticos de implementação. Em ambas as abordagens, o problema consiste em especificar o grau de risco apropriado para um projeto de investimento sendo-se consistente nestas especificações de projeto para projeto e ao longo do tempo. A enorme subjetividade que há na abordagem do equivalente de certeza torna-se evidente ao lembrar-se que diferentes analistas provavelmente terão diferentes equivalentes de certeza para um mesmo nível de risco (45, 46, 67).

2.3.5. Método do Valor Presente Anualizado

O valor presente anualizado de um projeto de investimento é determinado calculando-se o respectivo valor presente e em segui-

*Deve ser usada uma taxa isenta de risco para evitar duplicidade na consideração da incerteza.

da anualizando-se este valor para a vida útil do projeto. Desta forma,

$$VPA = \left[\sum_{t=0}^n \frac{X_t}{(1+i)^t} \right] \cdot \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \quad [7]$$

onde *VPA* é o valor presente anualizado para a taxa *i* e uma vida econômica de *n* períodos.

Este método mede o quanto cada valor anual pode ser reduzido para que um projeto aceitável permaneça como tal (isto é, o valor presente permaneça maior ou igual a zero). Assim, o valor presente anualizado age como um indicativo da exposição do investimento ao risco, indicando o grau de variabilidade que pode ser tolerado nos fluxos anuais. Quanto maior o *VPA*, menor a exposição ao risco do projeto de investimento considerado⁽²⁶⁾.

2.3.6. Análise de Sensibilidade

A análise de sensibilidade avalia o efeito que a mudança na estimativa de algum elemento componente do estudo de investimento ocasiona na medida da atratividade desta alternativa. Se um elemento particular pode ser variado sobre um grande intervalo de valores sem afetar muito a atratividade da alternativa de investimento, a alternativa em questão é dita insensível às incertezas sobre este elemento. De outro modo, se uma pequena mudança de algum elemento alterar de maneira significativa a atratividade do investimento, a alternativa é dita ser sensível à este elemento^(13, 23, 28).

Para a realização de uma análise de sensibilidade deve ser identificada inicialmente uma situação de referência para o pro-

jeto de investimento em questão. Usualmente, o caso mais provável é selecionado com esta finalidade. Em seguida, são feitas variações nas estimativas das variáveis (uma por vez e naquelas que efetivamente estão sujeitas a variações no transcorrer do projeto de investimento) do fluxo de caixa com a finalidade de determinar a modificação no critério de avaliação correspondente a esta variação. As mudanças nos resultados indicam os efeitos relativos de cada variável, assumindo que todas as demais permaneçam constantes.

A análise de sensibilidade pode tornar-se mais completa se a mudança de mais do que uma variável for realizada em cada análise. Teoricamente, o estudo de todas as combinações possíveis pode ser realizado, mas o número destas combinações pode ser de uma grandeza tal que a tarefa de investigar todas elas pode consumir muito tempo e recursos financeiros.* Normalmente, são eliminadas de considerações posteriores aqueles elementos para os quais a análise é insensível. Além disso, é possível reduzir-se o intervalo de variação para as variáveis a serem estudadas, de acordo com o grau de sensibilidade da opção de investimento em relação a estas variáveis (9, 17).

Um caso particular de análise de sensibilidade, cujo procedimento é simples e bastante útil para compreensão dos fatores de risco em certos casos, é a determinação do ponto de equilíbrio ou de nivelamento.

Seja, por exemplo, o fluxo de caixa da figura 1.

*Além disso, perde-se a "sensibilidade" dos resultados, o que dificulta a sua interpretação.

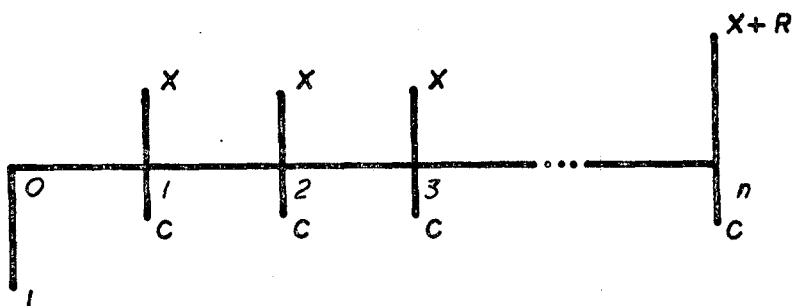


Figura 1 - Fluxo de Caixa Genérico

onde I é o investimento inicial com valor residual R após a vida econômica de n períodos, X a receita anual e C os custos anuais. Se X é a receita obtida pela venda de m unidades de um único produto ao preço unitário de P unidades monetárias, então

$$X = P \cdot m \quad [8]$$

Suponha também que os custos C tenham uma parte fixa CF e uma parte variável referente a utilização de duas matérias primas M_1 e M_2 , cujos valores sejam P_1 e P_2 , respectivamente, para cada unidade produzida. O valor presente do fluxo de caixa será então:

$$VP = -I + [(P - P_1 - P_2) \cdot m - CF] \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] + \frac{R}{(1+i)^n} \quad [9]$$

Se, por exemplo, na equação [9], variar-se a quantidade vendida m , o valor presente sofrerá alterações. Na Figura 2, o ponto m' , abaixo do qual o projeto de investimento é considerado inviável, é chamado de ponto de equilíbrio ("break-even point"). Este ponto pode ser calculado para qualquer variável do fluxo de caixa, bastando igualar VP a zero na equação [9], e resolvendo-a para a variável de interesse, mantida como incôgnita. Com posse destes valores podem ser analisadas as possibilidades reais destas variáveis assumirem valores abaixo (ou acima) desse nível, tornando

do o projeto de investimento inviável.

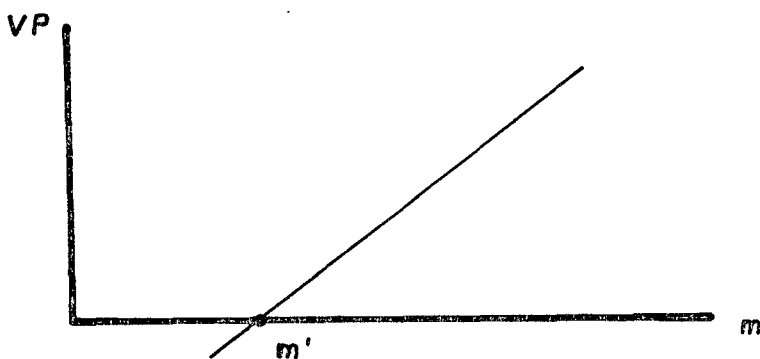


Figura 2 - Ponto de Equilíbrio

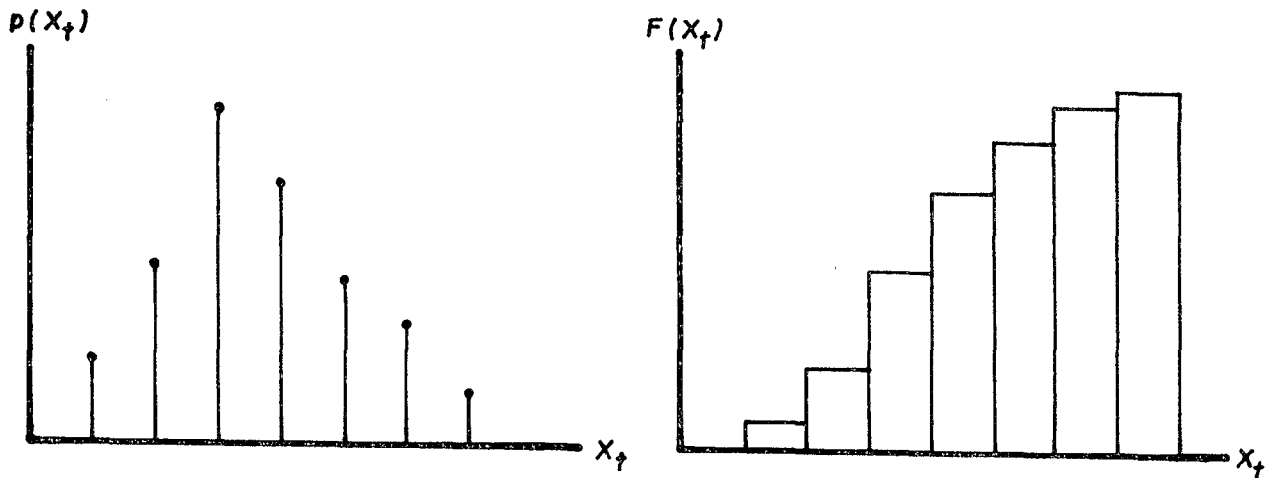
2.4. Métodos Probabilísticos

Os métodos probabilísticos para análise de investimentos sob risco proporcionam um aprofundamento maior nos problemas de avaliação de projetos do que os métodos determinísticos, pois avaliam separadamente os dois principais atributos dos componentes de um fluxo de caixa - sua expectância e a sua variância -, fornecendo informações mais detalhadas ao analista.

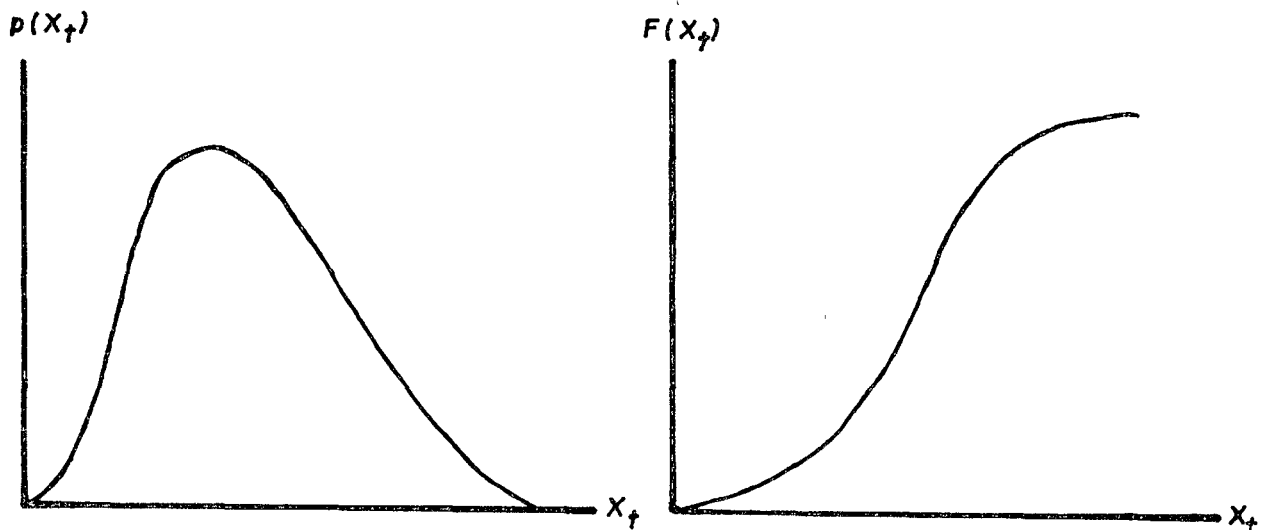
2.4.1. Considerações Preliminares

Em uma série de fluxos de caixa probabilísticos, cada componente de um fluxo de caixa em um determinado período X_t , é uma variável aleatória. Isto significa que o valor que X_t assumirá será determinado por um processo randômico. Em um processo deste tipo, pode-se esperar que alguns valores ocorrerão com mais freqüência do que outros, ou seja, alguns valores terão uma probabilidade maior de ocorrência. A probabilidade de obtenção dos valores aleatórios possíveis para o componente X_t pode ser repre-

sentada graficamente como mostra a Figura 3. A Figura 3a ilustra a probabilidade de obtenção de cada valor discreto do componente do fluxo de caixa. Esta probabilidade é descrita pela sua função de probabilidade $p(X_t)$, tal que



(a) Função de Probabilidade e Função de Distribuição Acumulada para Uma Variável Aleatória Discreta.



(b) Função Densidade de Probabilidade e Função de Distribuição Acumulada para Uma Variável Aleatória Contínua.

Figura 3 - Distribuições de Probabilidade Genéricas

$$F(X_t) = \sum_{X_t} p(X_t) = 1 \quad [10]$$

onde $p(X_t)$ toma valores no intervalo $[0,1]$, sendo $F(X_t)$ a função de distribuição acumulada de X_t . A Figura 3b mostra a probabilidade para um fluxo de caixa com distribuição de probabilidade contínua. Esta probabilidade é dada por

$$p(X_t)_{a,b} = \int_a^b f(X_t) dx_t \quad [11]$$

onde $f(X_t)$ é a função densidade de probabilidade para o componente X_t do fluxo de caixa. Neste caso, $f(X_t)$ toma valores no intervalo $[0,1]$ tal que

$$F(X_t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(X_t) dx_t = 1 \quad [12]$$

A função de probabilidade ou a função densidade de probabilidade caracterizam completamente o comportamento probabilístico de uma variável aleatória. Pode-se também caracterizar o comportamento probabilístico de uma variável aleatória pelo seu valor esperado e variância (embora muitas vezes estes parâmetros não caracterizem completamente este comportamento). Estes dois parâmetros da distribuição de probabilidade são requeridos pela maioria dos métodos probabilísticos para análise de investimentos sob risco.

O valor esperado, $E(X)$, de uma variável aleatória X , é dado pela relação

$$E(X) = \sum_i x_i \cdot p(x_i) \quad [13]$$

quando X for uma variável aleatória discreta, e

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx \quad [14]$$

quando X for uma variável aleatória contínua, sendo $p(x_i)$ a probabilidade de ocorrência de x_i e $f(x)$ a função densidade de probabilidade de X .

O valor esperado de uma variável aleatória, isoladamente, não fornece muita informação sobre o comportamento probabilístico desta variável. A Figura 4 mostra duas distribuições que têm a mesma média, mas cujos valores apresentam-se dispersos de maneira bem diferentes.

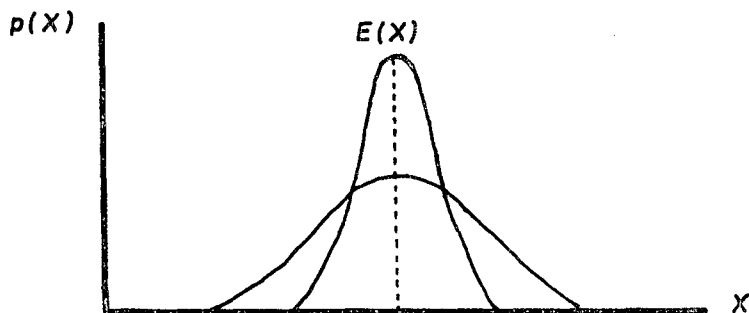


Figura 4 - Distribuições de Probabilidade de Mesma Média

O parâmetro que mede a dispersão dos valores de uma distribuição de probabilidade em torno do valor esperado é a variância. Este parâmetro é definido como

$$\text{Var}(X) = E((X - E(X))^2) \quad [15]$$

ou

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 \quad [16]$$

Se a variável aleatória for discreta, então

$$\text{Var}(X) = \sum_1 (x_i - E(X))^2 \cdot p(x_i) \quad [17]$$

ou, equivalentemente*,

$$\text{Var}(X) = \sum_i x_i^2 \cdot p(x_i) - (E(X))^2 \quad [18]$$

Se a variável aleatória for contínua, então

$$\text{Var}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E(X))^2 \cdot f(x) dx \quad [19]$$

A variância será sempre um número positivo, expresso em unidades ao quadrado. A raiz quadrada positiva da variância é definida como desvio padrão, e será designada por $DP(X)$ neste texto.

A expectância $E(X^k)$ da variável aleatória é chamada de o k -ésimo momento de X em relação à origem. Chama-se $E((X - E(X))^k)$ de k -ésimo momento central. Usando-se esta notação, define-se a variância como o segundo momento central da distribuição de probabilidade ⁽⁴⁾.

Uma outra característica que precisa ser levada em consideração quando tem-se um fluxo de caixa é a relação de dependência entre os componentes deste fluxo. Três tipos de situações podem ocorrer:

- a) independência completa;
- b) dependência completa;
- c) dependência parcial.

Os componentes do fluxo de caixa de um investimento são ditos completamente independentes entre si quando não há relação de causa-efeito entre quaisquer dois deles. Se existir esta relação, os componentes serão dependentes, sendo que o grau desta

*A demonstração de equivalência entre as relações [15] e [16], e [17] e [18] pode ser vista, p. ex., em (4, 72).

relação determina se a dependência é completa ou parcial. Uma medida da dependência entre duas variáveis aleatórias, X_1 e X_2 , pode ser dada pela covariância entre estas variáveis, definida como

$$\text{Cov}(X_1, X_2) = E\{[X_1 - E(X_1)] [X_2 - E(X_2)]\} \quad [20]$$

Admitindo-se que a relação de dependência entre as variáveis aleatórias ocorre de forma linear, pode-se escrever

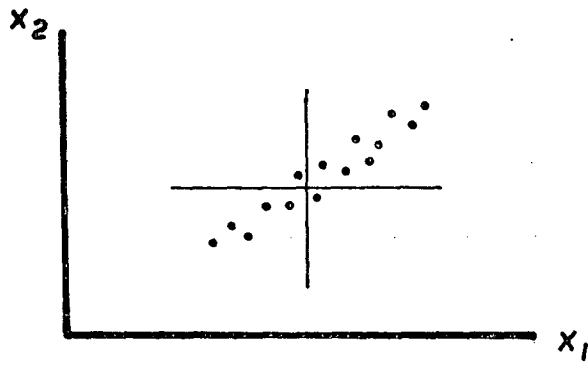
$$\text{Cov}(X_1, X_2) = \rho(X_1, X_2) \cdot DP(X_1) \cdot DP(X_2) \quad [21]$$

onde $\rho(X_1, X_2)$ é o coeficiente de correlação linear entre X_1 e X_2 , sendo que

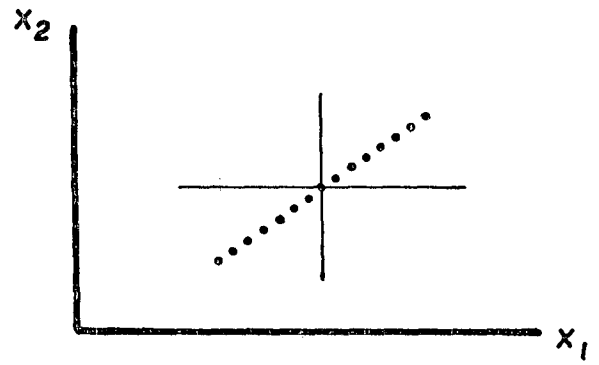
$$-1 \leq \rho(X_1, X_2) \leq 1 \quad [22]$$

A Figura 5 mostra uma interpretação gráfica do coeficiente de correlação linear.

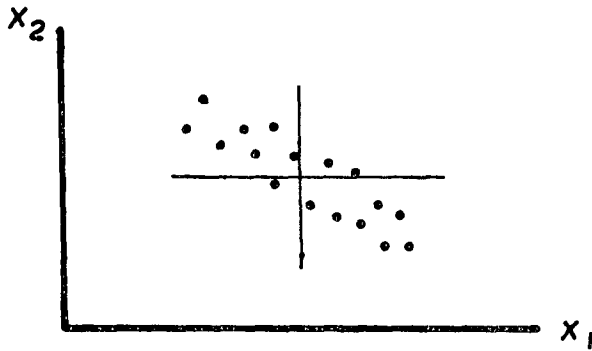
Um coeficiente de correlação linear positivo indica que as variáveis têm o mesmo sentido de crescimento, ou seja, se X_1 cresce, X_2 também aumentará de valor. Um valor negativo para o coeficiente de correlação linear indica que se uma variável aumenta de valor, a outra diminuirá. A correlação linear perfeita (completa) tem coeficiente de correlação linear unitário (Figuras 5b e 5d). Um coeficiente nulo sempre indicará ausência de correlação linear (Figuras 5e e 5f), enquanto que valores nos intervalos $(-1,0)$ e $(0,+1)$ representam correlação linear parcial. É importante observar que duas variáveis aleatórias independentes sempre terão coeficiente de correlação linear nulo (Figura 5e), mas o oposto não é verdadeiro, ou seja, o coeficiente de correlação linear entre duas variáveis aleatórias pode ser nulo sem que estas variáveis sejam independentes (a Figura 5f mostra duas variáveis aleatórias



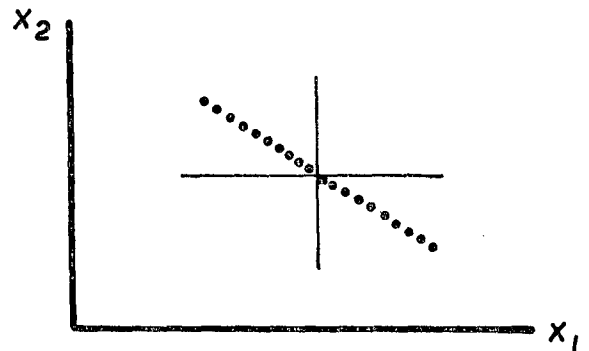
(a) $\rho(X_1, X_2) = 0.80$



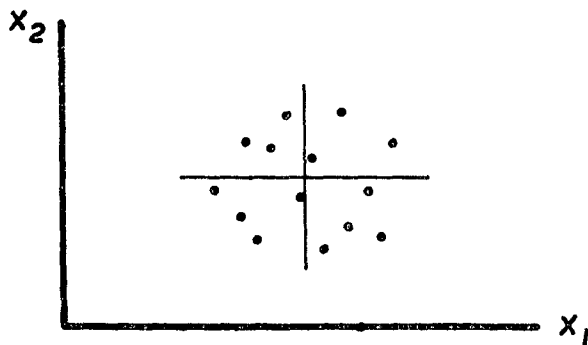
(b) $\rho(X_1, X_2) = 1$



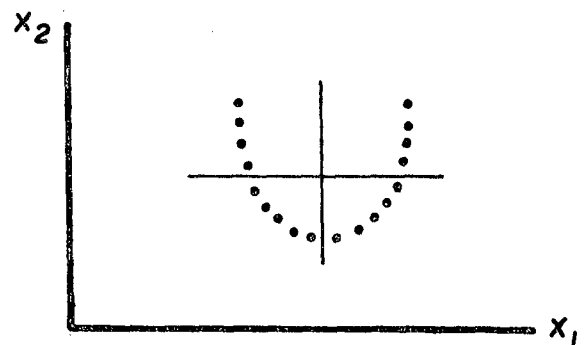
(c) $\rho(X_1, X_2) = -0.60$



(d) $\rho(X_1, X_2) = -1$



(e) $\rho(X_1, X_2) = 0$



(f) $\rho(X_1, X_2) = 0$

Figura 5 - Coeficientes de Correlação Linear (Adaptado de (72)).

com coeficiente de correlação linear nulo, embora exista entre elas uma clara relação de dependência*) (4, 25, 72).

Neste texto, sempre que a relação de dependência ocorrer entre componentes do mesmo tipo de um fluxo de caixa, período a período ela será denominada autocorrelação; quando ocorrer entre componentes de diferentes tipos de um fluxo de caixa, será designada por correlação cruzada, ou simplesmente correlação.

A determinação de correlações entre os componentes do fluxo de caixa, bem como as suas distribuições de probabilidade, são questões da maior importância, já que estas informações são requeridas pelos métodos probabilísticos para avaliação de projetos de investimento sob risco. Por este motivo, algumas técnicas para sua determinação serão abordadas no Capítulo IV.

Relações de soma ou produto envolvendo variáveis aleatórias e constantes, são freqüentemente utilizadas em abordagens probabilísticas para análise de risco em projetos de investimento. A seguir, com o objetivo de tornar este texto autocontido, serão relacionadas algumas delas:

a) Soma de uma variável aleatória com uma constante:

$$E(a + X) = a + E(X) \quad [23]$$

$$\text{Var}(a + X) = \text{Var}(X) \quad [24]$$

onde a é uma constante qualquer.

b) Produto de uma variável aleatória por uma constante:

$$E(aX) = a.E(X) \quad [25]$$

*Um tratamento mais completo desta questão pode ser visto na ref. (44).

$$\text{Var}(aX) = a^2 \cdot \text{Var}(X) \quad [26]$$

c) Soma e diferença de duas variáveis aleatórias:

$$E(X_1 \pm X_2) = E(X_1) \pm E(X_2) \quad [27]$$

$$\text{Var}(X_1 \pm X_2) = \text{Var}(X_1) + \text{Var}(X_2) \pm 2\text{Cov}(X_1, X_2) \quad [28]$$

Para n variáveis aleatórias temos que

$$E(a_1 \cdot X_1 + \dots + a_n \cdot X_n) = a_1 \cdot E(X_1) + \dots + a_n \cdot E(X_n) \quad [29]$$

$$\text{Var}(a_1 \cdot X_1 + \dots + a_n \cdot X_n) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i \cdot a_j \cdot \text{Cov}(X_i, X_j) \quad [30]$$

sendo que

$$\text{Cov}(X_i, X_i) = \text{Var}(X_i) \quad [31]$$

d) Produto de duas variáveis aleatórias independentes:

$$E(X_1 \cdot X_2) = E(X_1) \cdot E(X_2) \quad [32]$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(X_1 \cdot X_2) &= \{E(X_1)\}^2 \cdot \text{Var}(X_2) + \{E(X_2)\}^2 \cdot \text{Var}(X_1) + \\ &+ \text{Var}(X_1) \cdot \text{Var}(X_2) \end{aligned} \quad [33]$$

e) Produto de duas variáveis aleatórias dependentes:

O valor esperado é obtido pela expressão

$$E(X_1 \cdot X_2) = E(X_1) \cdot E(X_2) + \text{Cov}(X_1, X_2) \quad [34]$$

e a variância é obtida fazendo-se

$$\begin{aligned} \text{Var}(X_1 \cdot X_2) &= \{E(X_1)\}^2 \cdot \text{Var}(X_2) + \{E(X_2)\}^2 \cdot \text{Var}(X_1) + \\ &+ 2 \cdot E(X_1) \cdot E(X_2) \cdot E_{11} + 2 \cdot E(X_1) \cdot E_{12} + \\ &+ 2 \cdot E(X_2) \cdot E_{21} + E_{22} - E_{11} \end{aligned} \quad [35]^*$$

onde

$$E_{ij} = E\{(X_1 - E(X_1))^i (X_2 - E(X_2))^j\} \quad [36]$$

de forma que

$$E_{11} = \text{Cov}(X_1, X_2)$$

f) Produto de duas variáveis aleatórias dependentes que têm distribuição normal conjunta bivariada:

$$E(X_1 \cdot X_2) = E(X_1) \cdot E(X_2) + \rho(X_1, X_2) \cdot \text{DP}(X_1) \cdot \text{DP}(X_2) \quad [37]$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(X_1 \cdot X_2) &= \{E(X_1)\}^2 \cdot \text{Var}(X_2) + \{E(X_2)\}^2 \cdot \text{Var}(X_1) + \\ &+ 2 \cdot \rho(X_1, X_2) \cdot E(X_1) \cdot E(X_2) \cdot \text{DP}(X_1) \cdot \text{DP}(X_2) + \\ &+ \{E(X_1)\}^2 \cdot \{E(X_2)\}^2 \cdot \{1 + \rho(X_1, X_2)\} \end{aligned} \quad [38]$$

*Para demonstração deste resultado vide ref. (27).

2.4.2. Análise Probabilística de Risco em Projetos de Investimento de Capital

Seja um investimento que resultará num conjunto de componentes do fluxo de caixa durante os próximos n períodos. Seja X_t um componente do fluxo de caixa líquido, correspondente ao t -ésimo período, onde $t = 0, 1, \dots, n$. Sendo X_t uma variável aleatória, teremos associada a ela uma expectância e uma variância. O valor presente líquido (VPL) do fluxo de caixa é definido como

$$\text{VPL}(X) = \sum_{t=0}^n \frac{X_t}{(1+i)^t} \quad [39]$$

onde i é a taxa de desconto que reflete o valor do dinheiro no tempo para o investidor. Se os componentes do fluxo de caixa X_t são variáveis aleatórias, o valor presente líquido também o será, já que é o resultado de uma soma de variáveis aleatórias.

Fazendo-se

$$a_t = \frac{1}{(1+i)^t} \quad [40]$$

a equação [39] pode ser reescrita como

$$\text{VPL}(X) = \sum_{t=0}^n a_t \cdot X_t \quad [41]$$

Das equações [25] e [27] tem-se que

$$E[\text{VPL}(X)] = E\left[\sum_{t=0}^n a_t \cdot X_t\right] \quad [42]$$

$$E[\text{VPL}(X)] = a_1 \cdot E(X_1) + a_2 \cdot E(X_2) + \dots + a_n \cdot E(X_n) \quad [43]$$

dado que a_t é uma constante. Então,

$$E[VPL(X)] = \sum_{t=0}^n \frac{E(X_t)}{(1+i)^t} \quad [44]$$

A variância do valor presente líquido pode ser obtida das relações [30] e [31], fazendo-se

$$\text{Var}[VPL(X)] = \text{Var}\left[\sum_{t=0}^n a_t \cdot X_t\right] \quad [45]$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[a_1 \cdot X_1 + \dots + a_n \cdot X_n] &= \sum_{t=0}^n a_t^2 \cdot \text{Var}(X_t) + \\ &+ \sum_t \sum_{t', t \neq t'} a_t \cdot a_{t'} \cdot \text{Cov}(X_t, X_{t'}) \end{aligned} \quad [46]$$

com t e t' variando de 0 a n .

Se os componentes X_t foram independentes, então

$$\text{Cov}(X_t, X_{t'})_{t \neq t'} = 0 \quad [47]$$

e tem-se que

$$\text{Var}[VPL(X)] = \sum_{t=0}^n a_t^2 \cdot \text{Var}(X_t) \quad [48]$$

ou seja,

$$\text{Var}[VPL(X)] = \sum_{t=0}^n \left[\frac{\text{Var}(X_t)}{(1+i)^{2t}} \right] \quad [49]$$

Para o caso de componentes de fluxo de caixa perfeitamente autocorrelacionados, desenvolvendo [46], tem-se:

$$\text{Var}[VPL(X)] = \left[\sum_{t=0}^n \frac{\text{Var}(X_t)}{(1+i)^{2t}} \right]^2 \quad [50]$$

Admitindo-se componentes do fluxo de caixa parcialmente au-

tocorrelacionados, então

$$\text{Var}[\text{VPL}(X)] = \sum_{t=0}^n \frac{\text{Var}(X_t)}{(1+i)^{2t}} + \sum_t \sum_{t', t \neq t'} \frac{\text{Cov}(X_t, X_{t'})}{(1+i)^{t+t'}} \quad [51]$$

como

$$\text{Cov}(X_t, X_{t'}) = \text{Cov}(X_{t'}, X_t) \quad [52]$$

$$\text{Var}[\text{VPL}(X)] = \sum_{t=0}^n \frac{\text{Var}(X_t)}{(1+i)^{2t}} + 2 \sum_{t < t'} \frac{\text{Cov}(X_t, X_{t'})}{(1+i)^{t+t'}} \quad [53]$$

Para resolver a equação [51] tem-se que determinar antes todos os valores de $\text{Cov}(X_t, X_{t'})_{t \neq t'}$, o que nem sempre é tarefa fácil.

Uma aproximação de [51] pode ser obtida decompondo-se o componente X_t em l componentes independentes entre si e em m componentes perfeitamente autocorrelacionados, de forma que

$$X_t = \sum_{j=0}^l X_{jt} + \sum_{k=0}^m X_{kt} \quad [54]$$

Então, segue que

$$E[\text{VPL}(X)] = \sum_{t=0}^n \frac{\sum_{j=0}^l X_{jt} + \sum_{k=0}^m X_{kt}}{(1+i)^t} \quad [55]$$

e

$$\begin{aligned} \text{Var}[\text{VPL}(X)] = & \sum_{t=0}^n \left[\frac{\sum_{j=0}^l \text{Var}(X_{jt})}{(1+i)^{2t}} \right] + \\ & + \sum_{k=0}^m \left[\sum_{t=0}^n \left(\frac{\sqrt{\text{Var}(X_{kt})}}{(1+i)^t} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad [56]$$

Pode-se verificar facilmente que as relações [49] e [50] são casos particulares da equação [56]. Para valores iguais de $Var(X_t)$, a $Var[VPL(X)]$ é menor para os casos de completa independência e maior para os casos de autocorrelação completa.

Admitindo-se que um componente do fluxo de caixa X_t é gerado de s distintas fontes, pode-se escrever

$$X_t = X_{t1} + X_{t2} + \dots + X_{ts} \quad [57]$$

Um modelo mais realista para derivar a expectância e a variância do valor presente líquido deveria considerar relações de dependência parcial entre os componentes do fluxo de caixa período a período, e entre si num mesmo período. Para aplicação deste modelo, são necessárias estimativas de todas as covariâncias entre os vários componentes do fluxo de caixa. Este procedimento de estimação pode ser uma tarefa proibitiva devido ao seu tamanho.

Os seguintes padrões de correlação, simples mas bastante realistas, são considerados por Hillier⁽³⁶⁾ e endossados por Wagle⁽⁷¹⁾:

a) Componentes do fluxo de caixa de mesmo tipo seguem um processo de Markov, isto é, um fluxo de caixa no período t influenciará um fluxo deste tipo no período t' , onde $t' > t$, somente tanto quanto esta influência é levada adiante do período t . A relação de dependência entre componentes de mesmo tipo é assumida constante ao longo do tempo. Sob estas suposições, pode ser mostrado que

$$\rho(X_{t\alpha}, X_{t'\alpha}) = \rho\alpha^{t'-t} \quad [58]$$

onde $\rho\alpha$ é o coeficiente de autocorrelação entre períodos suces-

sivos emanados da α -ésima fonte*.

b) Quanto aos coeficientes de correlação cruzada, admite-se que os componentes de diferentes tipos somente têm relações, de dependência entre si em um mesmo período. Esta hipótese pode ser justificada observando-se que circunstâncias que tendem a empurrar alguns tipos de componentes para cima ou para baixo, tendem a afetá-los simultaneamente, ao invés de fazê-lo em diferentes períodos de tempo. Também é considerado um coeficiente de correlação cruzada constante sobre todos períodos. Sob estas condições, pode ser mostrado** que o coeficiente de correlação cruzada entre $X_{t\alpha}$ e $X_{t'\beta}$ ($t' > t$) é dado por

$$\rho(X_{t\alpha}, X_{t'\beta}) = \rho_{\alpha\beta} \cdot \rho_{\alpha}^{t'-t} \quad [59]$$

Para usar as relações [58] e [59] são necessários os coeficientes de autocorrelação entre os componentes do fluxo de caixa em períodos de tempo sucessivos, de cada fonte (ρ_{α} 's); e os coeficientes de correlação cruzada entre os componentes do fluxo de caixa no mesmo período ($\rho_{\alpha\beta}$'s). Procedimentos para a estimação destes coeficientes serão abordados no Capítulo IV.

Com as suposições feitas acima, a matriz de covariâncias entre os componentes do fluxo de caixa no t -ésimo e t' -ésimo períodos ($M_{tt'}$) será dada por

$$M_{tt'} = D_t \cdot T^{t'-t} \cdot R \cdot D_t \quad [60]$$

onde t e t' variam de 0 até n , T é a matriz diagonal ($m \times m$) com

*A derivação da expressão [58] pode ser vista na ref. (71).

**Vide ref. (71).

os coeficientes de autocorrelação ($\rho\alpha$'s) dos m tipos de componentes; R é a matriz ($m \times m$) dos coeficientes de correlação cruzada ($\rho\alpha\beta$'s); D_t e $D_{t'}$ são matrizes diagonais dos desvios padrões dos componentes no t -ésimo e t' -ésimo períodos respectivamente. Neste caso,

$$\text{Var}[\text{VPL}(X)] = \sum_{t=0}^n \frac{S_{tt}}{(1+i)^{2t}} + 2 \sum_{t < t'} \frac{S_{tt'}}{(1+i)^{t+t'}} \quad [61]$$

sendo S_{tt} a soma de todos os elementos de M_{tt} e $S_{tt'}$ a soma de todos os elementos de $M_{tt'}$, para todo t e t' . Se o investimento tiver valor residual, o respectivo termo deverá ser adicionado, levando-se em conta a covariância no caso de haver dependência entre este componente e os demais.

Se n , a vida útil do projeto, for uma variável aleatória, então as estimativas para o valor esperado e para a variância do valor presente líquido devem ser combinadas com a distribuição de probabilidade de n . Neste caso, faz-se

$$E[\text{VPL}(X)] = \int E[\text{VPL}_n(X)] \cdot f(n) dn \quad [62]$$

$$E[\text{VPL}^2(X)] = \int E[\text{VPL}_n^2(X)] \cdot f(n) dn \quad [63]$$

$$\text{Var}[\text{VPL}(X)] = E[\text{VPL}^2(X)] - \{E[\text{VPL}(X)]\}^2 \quad [64]$$

onde $E[\text{VPL}_n(X)]$ e $E[\text{VPL}_n^2(X)]$ são, respectivamente, o primeiro e segundo momento do valor presente líquido em relação a origem para a vida realizada n ; $f(n)$ é a função densidade de probabilidade (fdp) da vida útil. Nas situações em que n tiver distribuição de probabilidade discreta, sendo p_n a probabilidade de realização da vida n , tem-se que:

$$E[VPL(X)] = \sum_{n=N_1}^{N_2} p_n \cdot E[VPL_n(X)] \quad [65]$$

e

$$E[VPL^2(X)] = \sum_{n=N_1}^{N_2} p_n \cdot E[VPL_n^2(X)] \quad [66]$$

onde N_1 , N_2 são, respectivamente, os limites inferior e superior da vida útil n . Combinando as equações [65] e [66] com [64], tem-se que

$$\begin{aligned} \text{Var}[VPL(X)] &= \sum_{n=N_1}^{N_2} p_n \cdot E[VPL_n^2(X)] - \\ &- \left\{ \sum_{n=N_1}^{N_2} p_n \cdot E[VPL_n(X)] \right\}^2 \end{aligned} \quad [67]$$

A expressão [67] pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \text{Var}[VPL(X)] &= \sum_{n=N_1}^{N_2} p_n \cdot \{ \text{Var}[VPL_n(X)] + \{E[VPL_n(X)]\}^2 \} - \\ &- \left\{ \sum_{n=N_1}^{N_2} p_n \cdot E[VPL_n(X)] \right\}^2 \end{aligned} \quad [68]$$

Existem outros modelos* para descrever as relações de dependência entre componentes do fluxo de caixa. O modelo descrito acima é ao mesmo tempo simples e realista para representar grande parte dos projetos de investimento^(36, 71).

*Vide, por exemplo, Giacotto (24).

2.4.3. Metodologia da Transformação de Laplace

Dentro do espírito do trabalho, que procura mapear métodos disponíveis na literatura, não pode ser esquecida a convenção de capitalização contínua para juros compostos.

Se um fluxo de caixa é tratado como contínuo e for empregado método de desconto contínuo, o valor presente líquido será

$$VPL(X) = \int_0^n X(t) \cdot e^{-jt} dt \quad [69]$$

onde $X(t)$ é a função fluxo de caixa, n a vida econômica de projeto e j a taxa de desconto contínuo, sendo que

$$j = \ln(1 + i) \quad [70]$$

A equação [69] é análoga à definição da Transformação de Laplace

$$L[F(t)] = \int_0^{\infty} F(t) \cdot e^{-st} dt \quad [71]$$

com uma diferença somente nos limites de integração. Grubbstrom (30), Buck e Hill (8), Buck e Tanchoco (9), Zin e Lesso (73), entre outros, estudaram a possibilidade de resolver problemas na área de investimentos de capital com a utilização do método da transformação de Laplace.

Quando $X(t)$ tem uma expressão matemática simples, a integral da equação [69] pode ser facilmente avaliada. Para formas mais complexas, pode ser usada uma tabela de transformações de Laplace.

Para um projeto que tenha investimento inicial, retornos lí-

quidos, vida econômica e valor residual probabilísticos, tem-se que (73):

$$\begin{aligned}
 E[VPL(X)] = & - \int_0^1 \int_{I_1}^{I_2} [I(t) \cdot f(I)dI] \cdot e^{-jt} dt + \\
 & + \int_{N_1}^{N_2} \left[\int_1^n \left[\int_{X_1}^{X_2} X(t) \cdot g(X)dX \right] \cdot e^{-jt} dt \right] \cdot f(n) dn + \\
 & + \int_{N_1}^{N_2} \left[\int_{VR_1}^{VR_2} VR(n) \cdot h(VR)dVR \right] \cdot e^{-jn} \cdot f(n) dn \quad [72]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E[VPL(X)] = & - \int_0^1 E[I(t)] \cdot e^{-jt} dt + \\
 & + \int_{N_1}^{N_2} \int_1^n E[X(t)] \cdot e^{-jt} dt \cdot f(n) dn + \\
 & + \int_{N_1}^{N_2} E[VR(n)] \cdot e^{-jn} \cdot f(n) dn \quad [73]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E[VPL(X)] = & - \int_0^1 E[I(t)] \cdot e^{-jt} dt + \\
 & + \int_{N_1}^{N_2} \left[\int_1^n E[X(t)] \cdot e^{-jt} dt + E[VR(n)] \cdot e^{-jn} \right] \cdot f(n) dn \quad [74]
 \end{aligned}$$

onde:

$I(t)$ - Variável aleatória investimento inicial em função do tempo,

com *fdp* $f(I)$ para $I_1 \leq I \leq I_2$.

$X(t)$ - Variável aleatória fluxo de cada líquido em função do tempo,
com *fdp* $g(x)$ para $X_1 \leq X \leq X_2$.

$VR(n)$ - Variável aleatória valor residual no tempo $t = n$, com *fdp*
 $h(VR)$ para $VR_1 \leq VR \leq VR_2$.

n - Variável aleatória vida econômica do projeto, com *fdp* $f(n)$ para
 $N_1 \leq N \leq N_2$.

l - Tempo requerido para o investimento inicial.

j - Taxa de desconto contínua.

A variância do valor presente líquido para o caso de componentes do fluxo de caixa independentes é

$$\begin{aligned} \text{Var}[VPL(X)] = & \int_0^l \text{Var}[I(t)] \cdot e^{-2jt} dt + \\ & + \int_{N_1}^{N_2} \left[\int_1^n \text{Var}[X(t)] \cdot e^{-2jt} dt + \text{Var}[VR(n)] \cdot e^{-2jn} \right] \cdot \\ & \cdot f(n) dn \end{aligned} \quad [75]$$

Quando os componentes são perfeitamente correlacionados, a variância é

$$\begin{aligned} \text{Var}[VPL(X)] = & \int_0^l \text{Var}[I(t)] \cdot e^{-2jt} dt + \\ & + \int_{N_1}^{N_2} \left[\left[\int_1^n \text{DP}[X(t)] \cdot e^{-jt} dt \right]^2 + \text{Var}[VR(n)] \cdot e^{-2jn} \right] \cdot \\ & \cdot f(n) dn \end{aligned} \quad [76]$$

Quando o fluxo pode ser decomposto em uma parte independente e em m partes perfeitamente correlacionadas, a variância será

$$\begin{aligned} \text{Var}[VPL(X)] = & \int_0^1 \text{Var}[I(t)] \cdot e^{-2jt} dt + \\ & + \int_{N_1}^{N_2} \left[\int_1^n \text{Var}[X(t)] \cdot e^{-2jt} dt + \sum_{k=0}^m \left[\int_1^n \text{DP}[X(t)] \cdot e^{-jt} dt \right]^2 + \right. \\ & \left. + \text{Var}[VR(n)] \cdot e^{-2jn} \right] \cdot f(n) dn \end{aligned} \quad [77]$$

Para o caso de dependência parcial, os correspondentes termos de covariância devem ser considerados. Assim, por exemplo, a variância do valor presente de componentes $X(t)$ com $t = 0, 1, \dots, n$, parcialmente correlacionados, será:

$$\begin{aligned} \text{Var}[VP(X)] = & \int_0^n \text{Var}[X(t)] \cdot e^{-2jt} dt + \\ & + 2 \sum_{t < t'} \text{Cov}[X(t), X(t')] \cdot e^{-2j(t+t')} \end{aligned} \quad [78]$$

e admitindo-se correlação linear

$$\begin{aligned} \text{Var}[VP(X)] = & \int_0^n \text{Var}[X(t)] \cdot e^{-2jt} dt + \\ & + 2 \sum_{t < t'} \rho[X(t), X(t')] \cdot \text{DP}[X(t)] \cdot \text{DP}[X(t')] \cdot e^{-2j(t+t')} \end{aligned} \quad [79]^*$$

A determinação do valor esperado e da variância do valor presente líquido com a utilização das expressões acima, pode tor-

*A derivação das expressões [72] a [79] é detalhada na ref. (73).

nar-se uma tarefa complexa e demorada em algumas situações. Zin e Lesso⁽⁷³⁾ apresentam resultados para integrais de algumas funções representativas dos fluxos de caixa. A suposição de que o analista tenha conhecimento das funções do valor esperado e da variância, implícita neste método, pode não ser realista para alguns casos de projetos de investimento sob risco. Além disso, a estimativa dos parâmetros destas funções também pode tornar-se complexa (soluções para alguns casos são apresentados por Buck e Hill⁽⁸⁾).

Conforme Van Horne⁽⁶⁷⁾, semi-variância (SV) é a variância à esquerda do valor esperado da distribuição de probabilidade. A avaliação da relação

$$\text{Var}[VPL(X)]/2.SV[VPL(X)] \quad [80]$$

que tem a finalidade de determinar a magnitude e a direção da assimetria da distribuição do valor presente líquido é sugerida por Zinn e Lesso⁽⁷³⁾, que derivam $SV[VPL(X)]$ baseados na afirmação de que a semi-variância da distribuição de uma soma de variáveis aleatórias é igual à soma da semi-variância das variáveis aleatórias individualmente, se estas forem independentes. Eldred e Wesley⁽¹⁹⁾ mostram que esta afirmação não é verdadeira, o que invalida a derivação da semi-variância do valor presente líquido da forma como ela é proposta por Zinn e Lesso⁽⁷³⁾ e, conseqüentemente, ela não servirá para avaliar a relação⁽⁸⁰⁾.

2.4.4. Metodologia da Árvore de Decisão

Quando o projeto de investimento em análise, além de depen-

der de eventos aleatórios, é de uma natureza tal que pode ser decomposto em uma série de decisões seqüenciais, ele pode ser representado através de uma estrutura gráfica com pontos de decisão e seus possíveis resultados aleatórios. Usualmente, esta estrutura gráfica é apresentada sob a forma de árvore, daí a denominação de árvore de decisão.

Cada ramo da Figura 6 representa uma alternativa de decisão ou ação (a_i). No final de cada ramo há um outro nó representando um evento aleatório (e_j). A cada única combinação de ação e evento existe uma probabilidade associada (p_{ij}) de que o evento e_j irá ocorrer quando a ação a_i é selecionada. Para cada combinação única de eventos e ação também é especificado um resultado (r_{ij}), que ocorrerá se aquela decisão for tomada e aquele evento ocorrer.

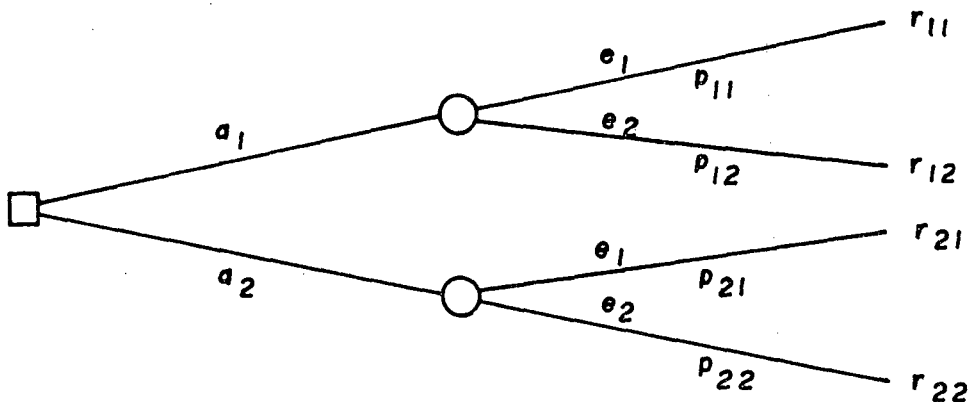


Figura 6 - Árvore de Decisão (Extraído de (7)).

Usualmente, no desenho da árvore de decisão, os instantes de tomada de decisão são representados por um quadrado e os instantes de resultados aleatórios por um círculo (7, 9, 28, 50, 54).

A técnica da árvore de decisão, minuciosamente descrita por Magee (50, 51), foi desenvolvida para possibilitar ao analista tomar decisões que maximizem o valor presente esperado do projeto de investimento em estudo. As decisões a serem tomadas são esco-

lhidas após análise de cada ramo da árvore. Esta metodologia não proporciona uma medida global do risco que envolve o projeto*. Contudo, com uma pequena alteração no enfoque da resolução do problema, a determinação do valor esperado total da árvore de decisão pode ser determinado, bem como a sua variabilidade. O método descrito a seguir também leva em consideração a interdependência entre os componentes do fluxo de caixa e a variabilidade da vida econômica do projeto, tendo sido apresentado por Van Horne⁽⁶⁸⁾.

Assumindo-se que os componentes do fluxo de caixa gerados por um projeto de investimento são expressos como uma seqüência de distribuições de probabilidade condicionais (representada por um ramo da árvore), o valor esperado da distribuição de probabilidade dos possíveis valores presentes líquidos para um projeto de vida incerta é:

$$E[VPL(X)] = \sum_{g=1}^s \left[\sum_{t=0}^n \frac{X_{gt}}{(1+i)^t} \right] \cdot \left\{ \prod_{t=0}^n [p(T_{gt} | X_{gt}) \cdot p(X_{gt} | X_{g(t-1)})] \right\}$$

[81]

onde:

g - Seqüência nº g .

s - Número total de seqüências.

t - Final do período no qual ocorre o componente do fluxo de caixa.

n - Último período no qual um componente do fluxo de caixa é possível.

i - Taxa de desconto.

*A técnica para determinar o valor presente da alternativa que maximiza o valor esperado, dentre as muitas que a árvore oferece, é detalhadamente descrita por Magee (50, 51).

X_{gt} - Componente do fluxo de caixa no final do período t para a sequência nº g .

$p(T_{gt}/X_{gt})$ - Probabilidade condicional de término ou de continuação do projeto no final do período t , dado que ocorreu o componente do fluxo de caixa X_{gt} naquele período.

$p(X_{gt}/X_{g(t-1)})$ - Probabilidade condicional de ocorrer X_{gt} , dado que ocorreu $X_{g(t-1)}$ no período anterior.

O termo entre chaves na equação [81] representa a probabilidade conjunta de ocorrência da sequência de componentes do fluxo de caixa nº g .

A variância da distribuição de probabilidade do valor presente é

$$\text{Var}[VPL(X)] = \sum_{g=1}^k VPL(X)_g^2 \cdot \left\{ \prod_{t=0}^n [p(T_{gt}/X_{gt}) \cdot p(X_{gt}/X_{g(t-1)})] \right\} - \{E[VPL(X)]\}^2 \quad [82]$$

Uma árvore de decisão deste tipo, sem nós de decisão, tem o aspecto da Figura 7.

O método acima descrito, leva em conta a aleatoriedade da vida econômica do projeto. As relações de dependência entre os componentes do fluxo são expressos pelo próprio arranjo físico da árvore de decisão.

Um dos inconvenientes do método da árvore de decisão é que quando há muitos estados futuros e/ou quando há muitos estágios no processo de decisão, o tamanho físico da árvore pode tornar-se muito grande. Assim sendo, para tornar este método prático, em algumas situações, é necessário limitar a quantidade de ramos que partem de um evento aleatório a um número pequeno, o que signifi-

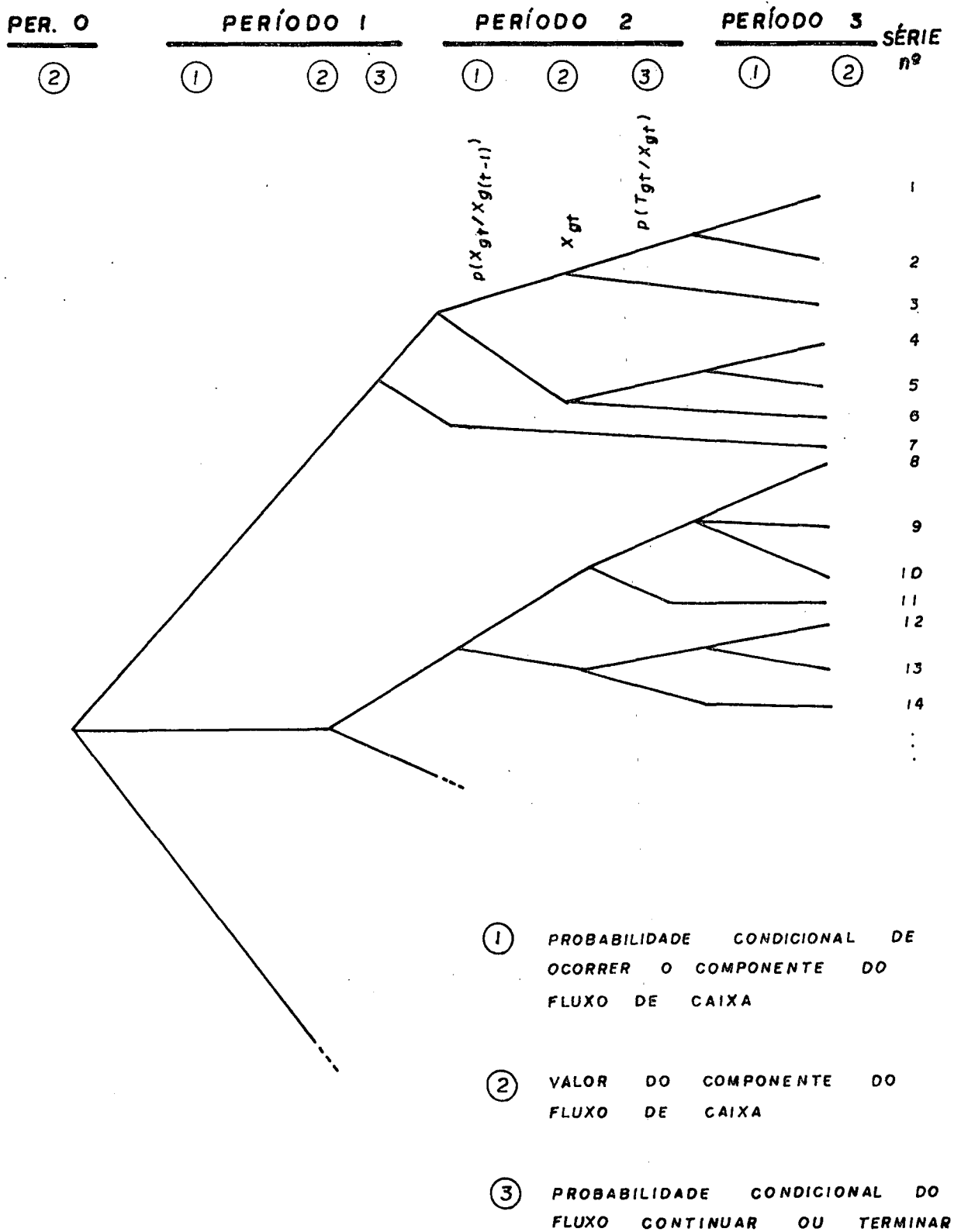


Figura 7 - Árvore de Decisão Estocástica, com Vida Econômica Aleatória (adaptado de (68)).

ca que a distribuição de probabilidade de um nó de evento aleatório deve ser representada por um número pequeno de estimativas. Nestas situações, as respostas obtidas de uma análise da árvore de decisão são apenas aproximadas. O mesmo ocorre quando esta técnica é utilizada para modelar processos contínuos aproximando-os por meio de uma série de eventos discretos (33, 48).

Para superar esta deficiência, Hespos e Strassmann⁽³³⁾ sugerem a abordagem da "Árvore de Decisão Estocástica". Nesta abordagem utiliza-se da simulação para o tratamento de variáveis aleatórias que podem ser representadas por distribuições de probabilidade. A Figura 8 mostra a aproximação de uma distribuição contínua por meio de séries de valores discretos. A comparação entre as situações (a) e (b) mostra que, aumentando-se o número de ramos consegue-se uma aproximação melhor da distribuição desejada, mas esta solução torna a árvore muito complexa e os cálculos crescem rapidamente, tornando-se demorados e, às vezes, impraticáveis. Por este motivo, aproximações grosseiras de 2 ou 3 ramos são usualmente utilizados para representar distribuições de probabilidade, o que resulta nas imprecisões já comentadas acima.

Quando a simulação é utilizada na resolução da árvore de decisão, o número de ramos pode ser reduzido a um (Figura 8c), de modo que o nó aleatório pode ser eliminado. No ponto onde ocorria o nó aleatório é realizada uma seleção aleatória em cada iteração da simulação, e o valor selecionado é usado para calcular o valor presente líquido para esta situação particular. O ramo que emana deste nó simplificado então se estende para o próximo ponto de decisão, ou para o final da árvore. A árvore de decisão estocástica assume então o aspecto da Figura 9, onde temos representados 2 nós de decisão (nºs 1 e 2), 4 eventos aleatórios

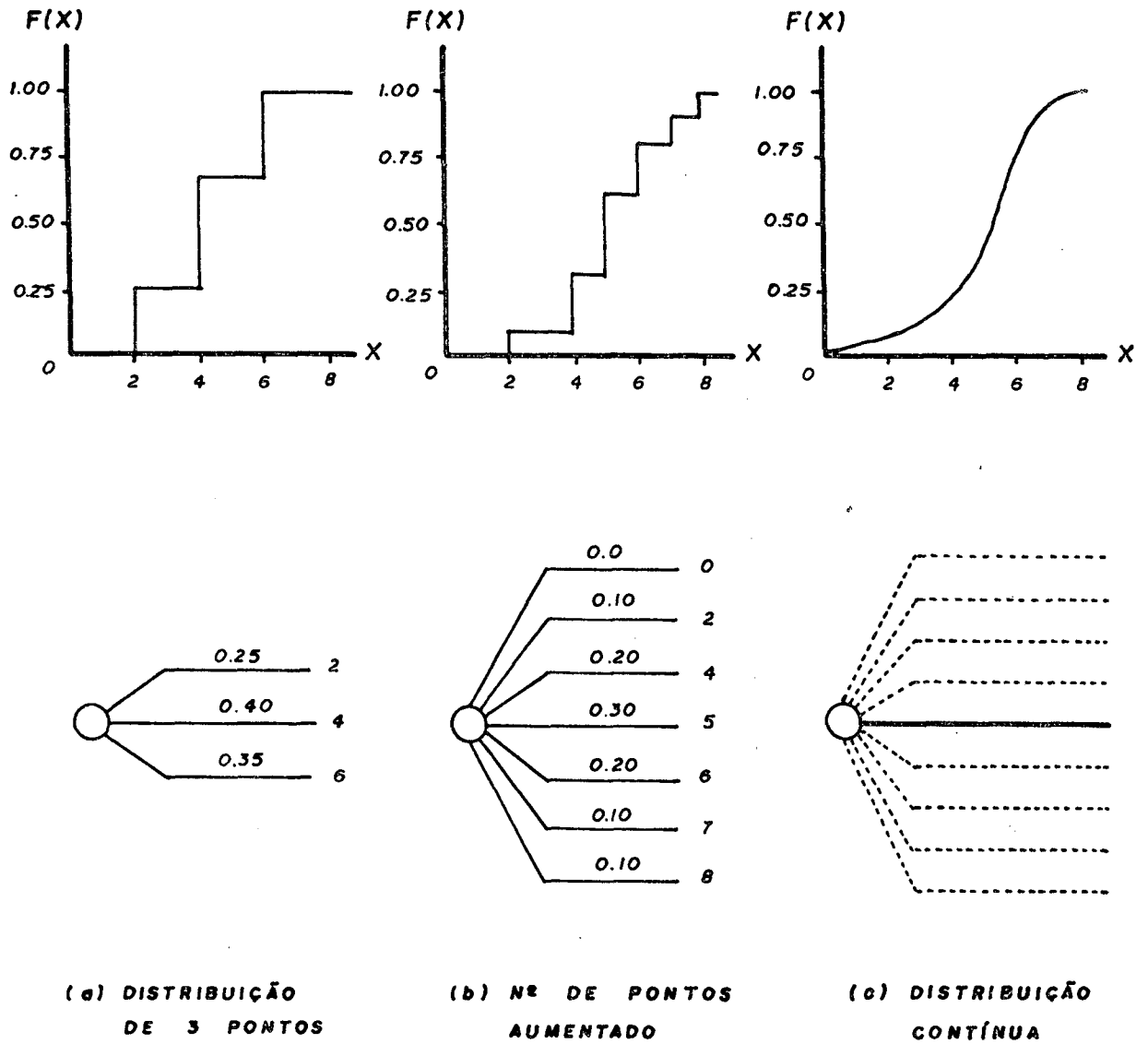


Figura 8 - Distribuições de Probabilidade em um nó de Evento Aleatório (Adaptado de (33)).

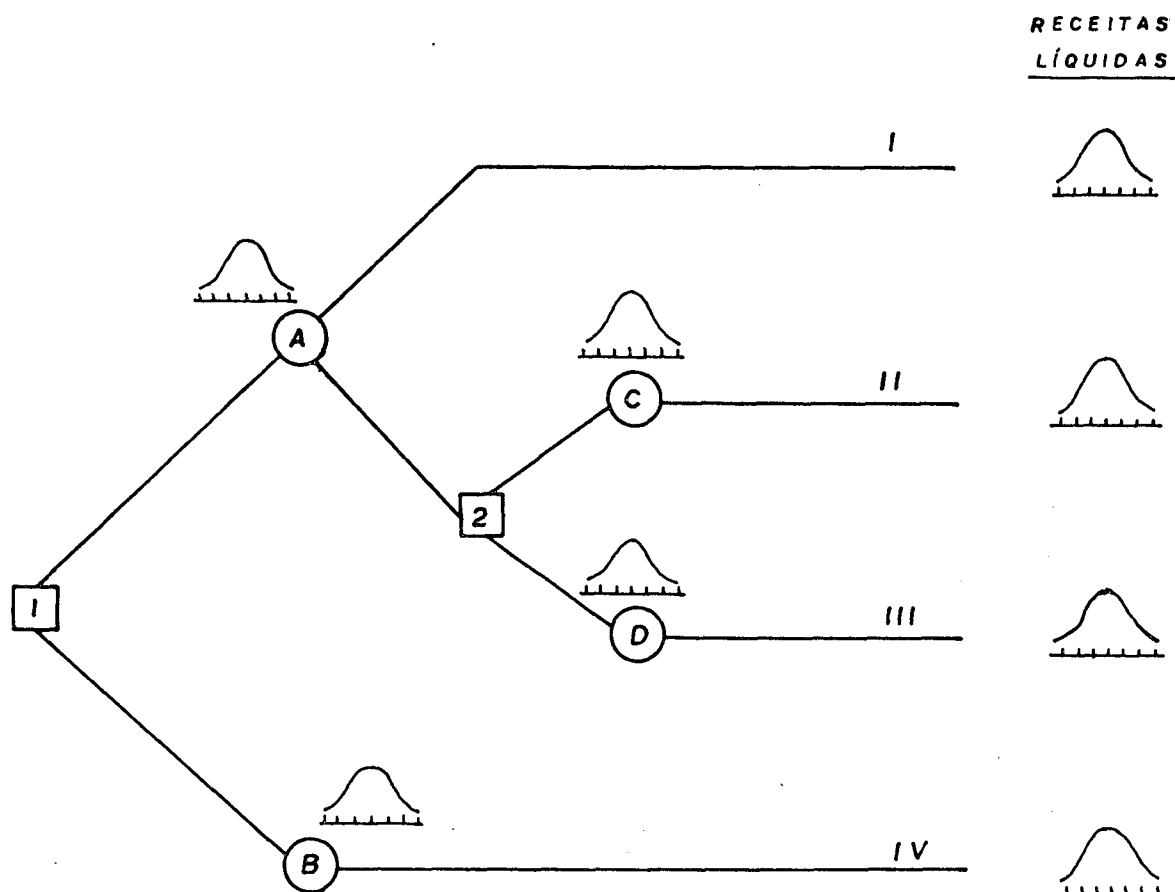


Figura 9 - Árvore de Decisão Estocástica (Extraído de (33)).

(A, B, C e D) e 4 possíveis resultados de receitas líquidas (I, II, III e IV). Como os cálculos são numerosos, a simulação deve ser feita por computador.

A técnica da simulação é exemplificada na Figura 10. Em cada iteração, quando o computador encontra um nó de decisão, ele é instruído para efetuar os cálculos apropriados ao longo de todos os ramos da árvore que emanam deste ponto de decisão. Assim, para cada iteração completada, o computador terá calculado vários valores presentes para várias alternativas. Estes valores presentes são então organizados para constituírem uma distribuição de valor

presente para aquela ramificação (33).

A abordagem da árvore de decisão estocástica torna possível o tratamento simultâneo de diversas variáveis aleatórias (investimentos, receitas, custos, vida econômica, etc.), o que na abordagem da árvore de decisão convencional é impraticável. Mas mesmo com as simplificações possibilitadas pela árvore de decisão estocástica, em um problema onde a árvore apresenta muitas ramificações, a enumeração completa de todos os caminhos possíveis, bem como sua caracterização, poderá ser tarefa laboriosa e custosa, tornando-se às vezes impraticável.

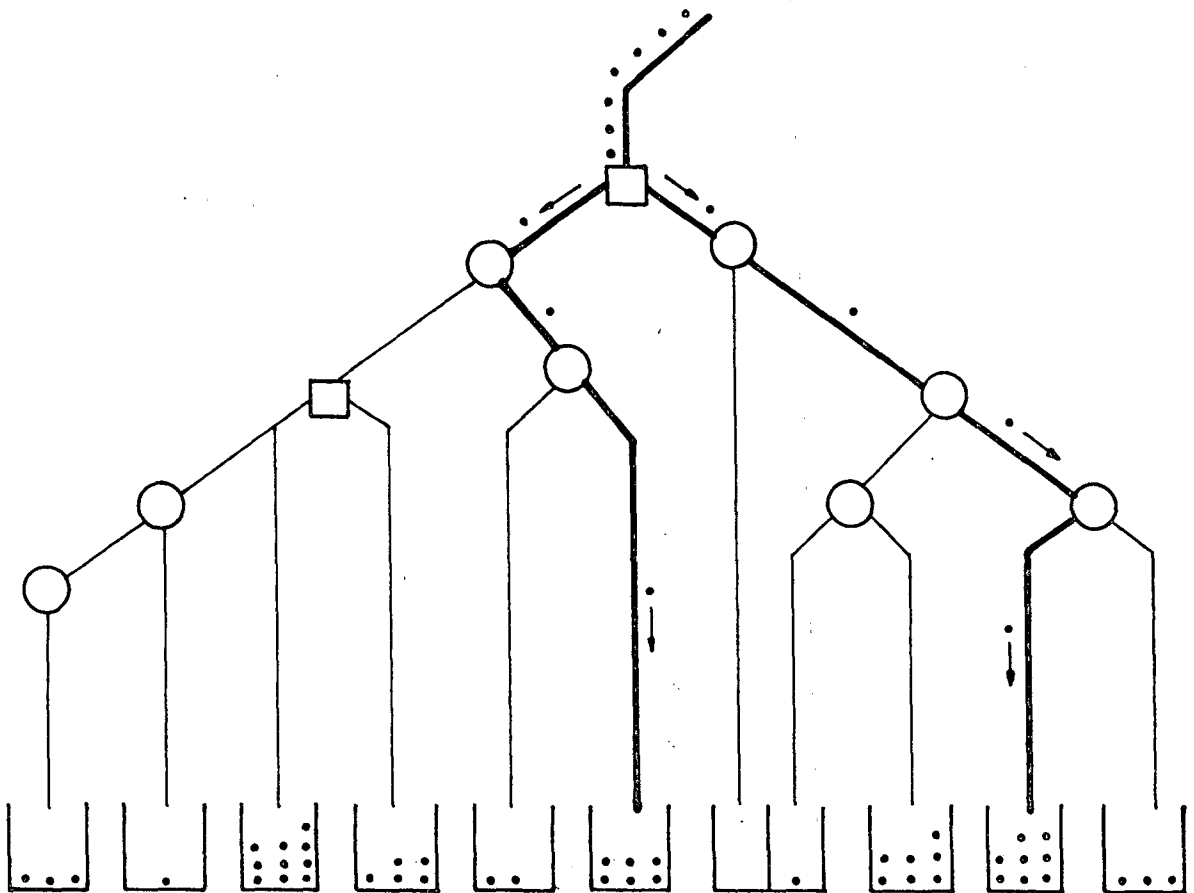


Figura 10 - Processo de Simulação para Árvore de Decisão
(extraído de (33)).

Apesar de todas as limitações inerentes ao método, a abordagem da árvore de decisão é uma ferramenta útil na análise de investimento, por mostrar com clareza as decisões a serem tomadas, os riscos, os objetivos, os ganhos monetários e outras informações necessárias envolvidas em um problema de investimento de capital.

2.4.5. Uso da Simulação na Análise de Investimentos sob Risco

A utilização da técnica da simulação é sugerida por diversos autores (20, 32, 47, 57 dentre outros) para as situações em que o investimento em análise tem um modelo matemático que envolve muitas variáveis e relações complexas de dependência, de forma que sua resolução por meios analíticos é demasiado complexa ou trabalhosa, bem como para as situações em que não se dispõe de representações analíticas satisfatórias da situação real.

Para estudos de investimentos sob risco é utilizada a análise de Monte Carlo. Sua idéia básica é a simulação de experimentos estatísticos através de técnicas de cálculo e de escolha dos dados numéricos destes experimentos, sendo por isso também conhecida como "Método dos Experimentos Estatísticos". É uma técnica relativamente simples, porém muito trabalhosa, razão pela qual deve-se realizá-la com o uso de computador.

Basicamente, a utilização desta técnica obedece a seguinte seqüência de procedimentos:

a) Estimação das distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias componentes do modelo matemático que define o investimento em análise, e caracterização das relações de depen-

dência entre estas variáveis.

b) Seleção aleatória de um valor para cada variável. Deve ser assegurado neste processo que a probabilidade de seleção de qualquer valor seja proporcional à probabilidade de ocorrência deste valor na situação real.

c) Cálculo do valor presente líquido com os valores selecionados, e armazenagem do resultado.

d) Repetição das etapas b) e c) até que a probabilidade de ocorrência dos valores presentes líquidos possíveis seja definida.

A Figura 11 mostra esquematicamente o processo de simulação em uma análise de investimento.

Quando o modelo envolver muitas variáveis as etapas b) e c) devem ser repetidas muitas centenas, ou mesmo milhares, de vezes. Analisar apenas as variáveis para as quais o modelo é mais sensível, pode diminuir sensivelmente o número de iterações necessárias ao processo de simulação⁽⁴⁷⁾.

Um modelo de simulação para análise de investimento, aplicável em situações nas quais pode ser assumida independência entre as variáveis, foi apresentado por Venzon⁽⁷⁰⁾. Algumas possíveis relações de dependência entre as variáveis aleatórias de um modelo de simulação são abordadas por Eilon e Fowkes⁽¹⁸⁾ e Hull⁽⁴⁰⁾.

Os valores gerados na simulação proporcionam uma caracterização completa da distribuição de probabilidade dos resultados possíveis para o valor presente líquido, pois a geração gráfica da função densidade de probabilidade e/ou função de distribuição acumulada pode ser obtida facilmente; enquanto que a abordagem a-

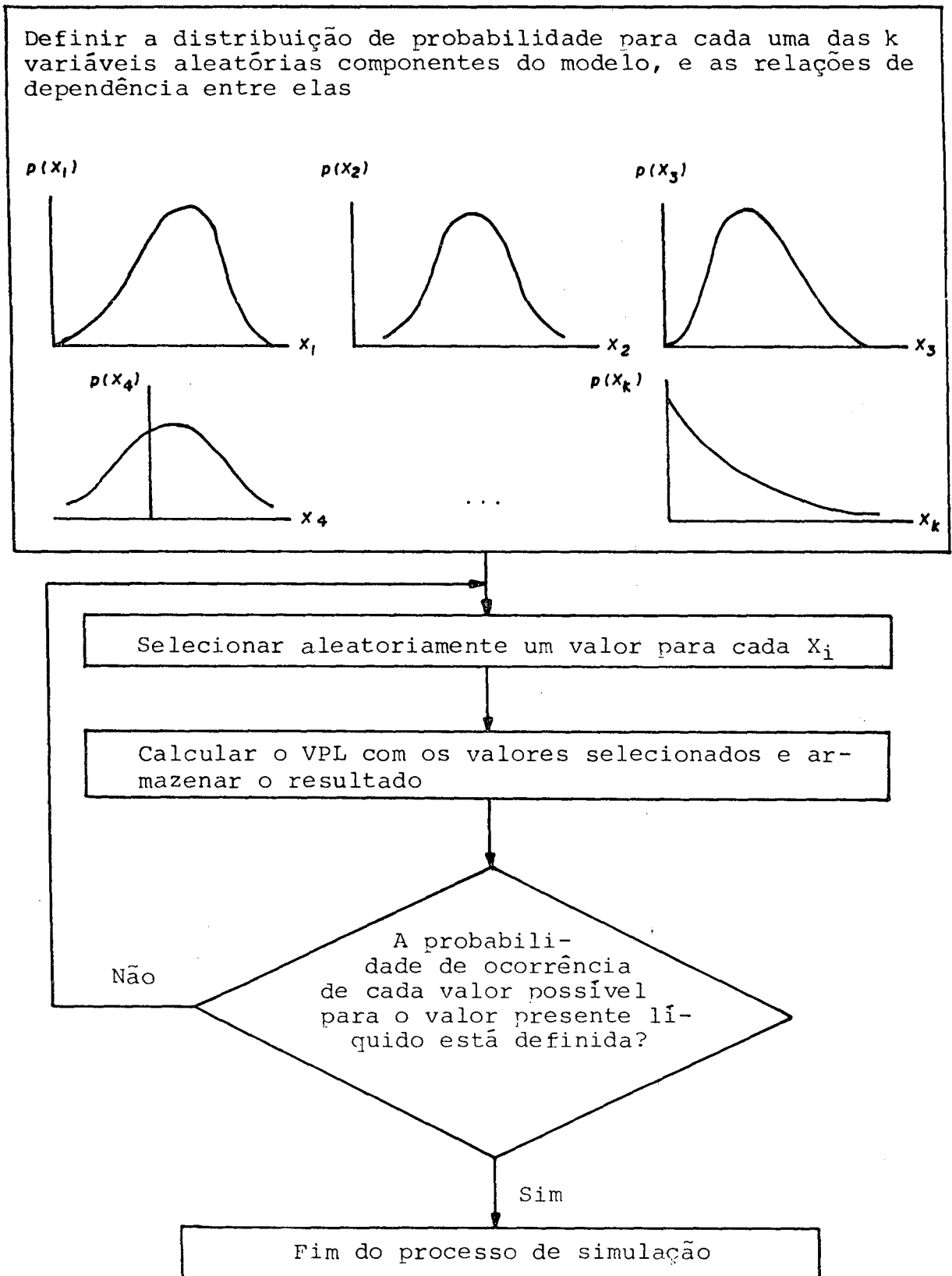


Figura 11 - Simulação para Análise de Investimentos.

nalítica deriva apenas a sua expectância e a sua variância.

De um modo geral, a técnica da simulação é mais trabalhosa do que a resolução analítica quando tem-se modelos simples. Assim sendo, sua utilização é recomendada nos casos em que estes modelos são demasiadamente trabalhosos ou complexos para possibilitar uma solução analítica.

2.4.6. Avaliação da Informação Probabilística

O valor esperado e o desvio padrão da distribuição de probabilidade do valor presente líquido fornecem uma quantidade considerável de informações para avaliar o risco de um projeto de investimento. Para qualquer distribuição de probabilidade, a desigualdade de Tchebycheff estabelece a probabilidade $(1 - 1/k^2)$ de que os valores da variável aleatória X estarão entre k desvios de $E(X)$, isto é

$$p\{|X - E(X)| \geq k \cdot DP(X)\} \leq 1/k^2 \quad [83]$$

Quando a distribuição de probabilidade é unimodal, com a moda ocorrendo em $E(X)$, então a desigualdade de Camp-Meidell assegura que

$$p\{|X - E(X)| \geq k \cdot DP(X)\} \leq 4/(9k^2) \quad [84]$$

o que estabelece a probabilidade $[1 - 4/(9k^2)]$ de que os valores da variável aleatória X estarão entre k desvios padrões da média.

Informações ainda mais precisa poderão ser obtidas ao assumir-se que a distribuição de probabilidade do valor presente lí-

quido seja normal. Se a hipótese da normalidade for válida, podemos determinar facilmente a probabilidade de ocorrer um valor menor ou igual a qualquer valor da distribuição. Esta probabilidade é tabelada para a distribuição normal padronizada*, em função de uma troca de variável, z . Para uma distribuição normal que tenha média $E(X)$ e desvio padrão $DP(X)$, o valor de z é dado por

$$z = [X - E(X)]/DP(X) \quad [85]$$

O valor tabelado para z corresponde à área hachurada da Figura 12, ou seja, é a probabilidade de ocorrer um valor menor ou igual a X , que está distante z desvios padrões de $E(X)$.

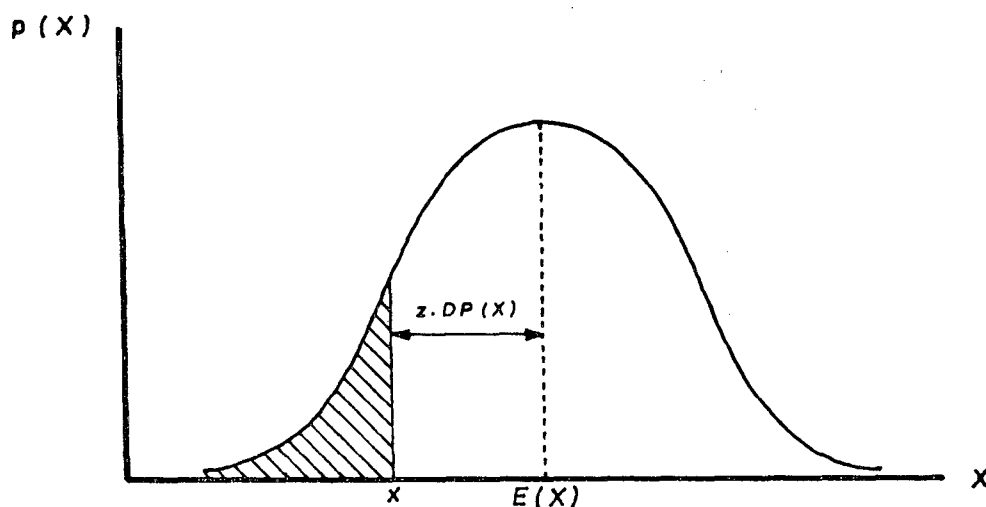


Figura 12 - Distribuição Normal de Parâmetros $E(X)$ e $DP(X)$.

Algumas condições sob as quais pode ser considerado que o valor presente líquido tem distribuição normal são apresentadas a seguir.

a) Uma variável aleatória que seja soma de variáveis aleató-

*A distribuição normal padronizada tem média zero e desvio padrão unitário, sendo representada por $N(0,1)$.

rias normais terá distribuição normal. Na realidade, mesmo que os fluxos de caixa X tenham todos distribuição normal, $VPL(X)$ não é uma soma direta dos X , mas sim, uma soma ponderada, onde os pesos são os fatores de desconto. Quanto maior a taxa de desconto, mais pronunciado será o efeito da ponderação. Quando a taxa de desconto tende a zero, este efeito tende a desaparecer.

b) O teorema do limite central estabelece que a soma de um número grande de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, com média e variância finitas, tende a uma distribuição normal. Sob algumas condições, as hipóteses de independência e de distribuições idênticas podem ser relaxadas. O estudo destas condições foge ao escopo desta dissertação; o leitor encontrará referências detalhadas a elas em Hillier⁽³⁸⁾, Mantell⁽⁵²⁾, e em textos avançados de Teoria de Probabilidade.

Se fizermos $X = 0$ na equação [85], podemos obter a probabilidade de que o investimento seja inviável, ou seja, que o valor presente líquido seja menor ou igual a zero (sob a hipótese de que $VPL(X) \sim N(E(X), DP(X))$). A taxa interna de retorno (TIR) de um investimento é definida como sendo a taxa r para a qual o valor presente líquido é igual a zero, de forma que

$$\sum_{t=0}^n \frac{X_t}{(1+r)^t} = 0 \quad [86]$$

Então,

$$p\{r \leq i\} = p\{VPL(X) \leq 0 \mid i\} \quad [87]$$

ou seja, a probabilidade de que a taxa interna de retorno seja menor do que a taxa de desconto i é igual à probabilidade de que o valor presente seja negativo para aquela taxa de desconto. Re-

petindo-se o cálculo de $p\{VPL(X) < 0 \mid i\}$ para tantos valores de i quanto se deseja, pode-se determinar uma representação gráfica da distribuição acumulada e/ou da função densidade de probabilidade da taxa interna de retorno.

Em algumas situações práticas, a equação [86] pode apresentar raízes não reais, ou raízes múltiplas*, e a sua resolução pode conduzir a valores incorretos da taxa interna de retorno (vide, por exemplo (13, 23)). Nas situações em que a equação [86] não é aplicável, a relação [87] também não o será. Hillier⁽³⁷⁾ relaciona algumas destas situações. Foge ao escopo deste trabalho discutir o mérito da aplicabilidade da abordagem da taxa interna de retorno para análise de investimentos de capital. Supostamente, alguém só estará interessado em determinar r quando a TIR for um critério válido, e nestes casos a relação [87] é aplicável⁽³⁷⁾.

2.5. Conclusão

Os mais conhecidos métodos determinísticos e probabilísticos para análise de projetos de investimento sob risco foram descritos acima de uma maneira concisa. Foram apresentadas a sua fundamentação teórica e principais críticas.

Os métodos estudados não consideraram explicitamente o impacto inflacionário sobre as variáveis dos modelos. O capítulo seguinte mostrará o efeito da inflação sobre o fluxo de caixa numa análise de investimento.

*A Regra de Sinais de Descartes afirma que pode haver tantas raízes positivas quantas forem as mudanças na direção do sinal dos valores de X_t na equação [86].

CAPÍTULO III

3 - EFEITO DA INFLAÇÃO NA ANÁLISE DE INVESTIMENTOS

3.1. Introdução

Neste capítulo será estudado o efeito que a inflação tem sobre as variáveis consideradas numa análise de investimento.

3.2. Fluxos de Caixa Inflacionados à Mesma Taxa que a Inflação Geral

A inflação é uma medida da queda do poder aquisitivo do dinheiro, e o seu efeito é um crescimento do nível geral de preços*.

Sob condições inflacionárias, um componente do fluxo de caixa X_t valerá no período seguinte

$$X_{(t+1)}' = X_t (1 + \theta) \quad [88]$$

sendo θ a taxa de inflação entre os dois períodos sucessivos. A

*Neste trabalho, por inflação geral entende-se um aumento do nível geral de preços.

expressão [88] considera apenas o reajuste que o componente do fluxo de caixa deve receber para manter o seu poder de compra. Levando em conta que o dinheiro valoriza no tempo a uma taxa i e sob a suposição de que o componente do fluxo de caixa é corrigido pelo valor da inflação, tem-se

$$X_{(t+1)}'' = X_{(t+1)}' \cdot (1 + i) \quad [89]$$

Então,

$$X_{(t+1)}'' = X_t (1 + \theta) (1 + i) \quad [90]$$

$$X_{(t+1)}'' = X_t (1 + i + \theta + i\theta) \quad [91]$$

Fazendo

$$i_n = i + \theta + i\theta \quad [92]$$

podemos escrever

$$X_{(t+1)}'' = X_t (1 + i_n) \quad [93]$$

A taxa i_n é denominada taxa nominal de desconto e é usada para deslocar quantias em valor corrente no tempo. Uma quantia em valor corrente se refere ao ponto no tempo em que ela efetivamente ocorre, refletindo portanto o poder aquisitivo do período de ocorrência. Quando uma quantia é referida a um período base (usualmente, é utilizado o período de investimento inicial) é dito que ela está expressa em valor constante, e reflete o poder aquisitivo do período base. Para deslocar valores constantes no tempo

é utilizada a taxa i , que às vezes é designada de taxa real de desconto⁽¹⁾.

Um componente do fluxo de caixa na data base, X_t , terá valor corrente no período t igual a

$$X'_t = X_t (1 + \theta)^t \quad [94]$$

A soma de uma série de componentes líquidos do fluxo de caixa em valores correntes, considerando uma taxa de inflação θ , é obtida fazendo-se

$$X_0 + X_1 (1 + \theta) + X_2 (1 + \theta)^2 + \dots + X_n (1 + \theta)^n \quad [95]$$

Para obter-se o valor presente líquido destas quantias, os componentes do fluxo devem ser descontados à taxa nominal, pois os valores constantes foram corrigidos pela inflação. Então, o valor presente da expressão [95] é obtido por

$$\text{VPL}(X) = X_0 + \frac{X_1 (1+\theta)}{(1+i_n)} + \frac{X_2 (1+\theta)^2}{(1+i_n)^2} + \dots + \frac{X_n (1+\theta)^n}{(1+i_n)^n} \quad [96]$$

Lembrando-se que

$$i_n = i + \theta + i\theta \quad [92]$$

tem-se que

$$(1 + i_n) = (1 + i + \theta + i\theta) = (1 + i) \cdot (1 + \theta) \quad [97]$$

Substituindo [97] em [96], obtém-se

$$\begin{aligned} \text{VPL}(X) = X_0 + \frac{X_1(1+\theta)}{(1+i) \cdot (1+\theta)} + \frac{X_2(1+\theta)^2}{(1+i)^2 \cdot (1+\theta)^2} + \dots + \frac{X_n(1-\theta)^n}{(1+i)^n \cdot (1+\theta)^n} \end{aligned} \quad [98]$$

$$\text{VPL}(X) = X_0 + \frac{X_1}{(1+i)} + \frac{X_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{X_n}{(1+i)^n} \quad [99]$$

o que nos mostra que se os componentes do fluxo de caixa forem inflacionados à uma mesma taxa que a inflação geral, a inflação pode ser desconsiderada na análise.

3.3. Fluxos de Caixa Não Inflacionados à Mesma Taxa que a Inflação Geral

No caso mais geral da equação [57], onde é admitido que um componente do fluxo de caixa líquido X_t é gerado por s distintas fontes,

$$X_t = X_{t1} + X_{t2} + \dots + X_{ts} \quad [57]$$

normalmente as parcelas X_{tk} do componente do fluxo de caixa X_t sofrem efeitos de taxas inflacionárias diferentes da taxa geral de inflação. Quando ocorrer esta situação o valor corrente X'_{tk} da parcela X_{tk} será

$$X'_{tk} = X_{tk} (1 + \theta_k)^t \quad [100]$$

onde θ_k é a taxa de inflação específica para a k -ésima fonte do componente do fluxo de caixa X_t . O valor constante desta parcela será

$$X_{tk}^* = \frac{X_{tk} (1 + \theta_k)^t}{(1 + \theta)^t} \quad [101]$$

onde X_{tk}^* representa o valor constante da parcela X_{tk} , admitindo-se uma taxa de inflação específica θ_k e uma taxa de inflação geral θ . O valor presente desta quantia é obtido descontando-se X_{tk}^* à taxa i .

Observa-se da relação [101] que sempre que um componente do fluxo de caixa tem uma taxa de inflação específica diferente da taxa de inflação geral, o efeito inflacionário não poderá ser desconsiderado na análise. Quanto maior for a diferença entre θ e θ_k e quanto maior for o número de períodos considerados, tanto maior será o efeito inflacionário sobre a análise de investimento.

Um estudo mais aprofundado sobre a influência da inflação em projetos de investimento, numa base determinística e considerando taxas de inflação discretas, pode ser encontrado em Pamplona⁽⁶⁸⁾ e Allen⁽¹⁾. Venzon⁽⁷⁰⁾ e Reisman e Rao⁽⁵⁶⁾ também fazem algumas considerações para o caso de taxas de inflação contínuas.

Uma análise sobre taxas de inflação e de desconto aleatórias foi feita também por Reisman e Rao⁽⁵⁶⁾, que consideraram em seus estudos os fluxos de caixa como sendo determinísticos. Para estes autores, as taxas de inflação e de desconto são consideradas variáveis aleatórias discretas, independentemente distribuídas, e são desenvolvidas fórmulas para o cálculo do valor esperado para o valor presente líquido, valor futuro e valor anual, para diversos tipos de fluxos de caixa determinísticos. Contudo, nenhuma referência quanto à variância destes critérios de avaliação de projetos de investimento é feita.

3.4. Conclusão

Mostrou-se neste capítulo que o impacto inflacionário sobre um fluxo de caixa não poderá ser desconsiderado numa análise de investimento, a não ser nas situações em que os componentes do fluxo são inflacionados à mesma taxa que a inflação geral.

Os métodos probabilísticos necessitam, para sua aplicação, de estimativas do comportamento aleatório e da dependência entre as variáveis componentes de uma análise de investimento. Algumas técnicas para a obtenção destas estimativas serão apresentadas no capítulo seguinte.

CAPÍTULO IV

4 - TÉCNICAS AUXILIARES

4.1. Introdução

Os métodos probabilísticos para determinação do risco em projetos de investimento requerem estimativas das distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias componentes do fluxo de caixa. Relações de dependência entre estas variáveis também devem ser definidas para a aplicação de um critério de avaliação do projeto de investimento.

Algumas técnicas para a definição das distribuições de probabilidade e das relações de dependência entre as variáveis analisadas num estudo de investimento serão apresentadas a seguir.

4.2. Técnicas para Definição das Distribuições de Probabilidade

O conceito de probabilidade pode ser entendido como uma frequência relativa para um grande número de realizações de um experimento. Se um experimento for repetido sob as mesmas condições, a relação entre o número de vezes que um evento ocorreu e

o número total de experimentos tenderá a um limite quando o número total de experimentos tende ao infinito. Este limite é a probabilidade de que este evento ocorrerá sob estas condições, e será sempre uma fração no intervalo $[0,1]$. A probabilidade zero corresponde a um evento que nunca ocorrerá sob as condições descritas; a probabilidade 1 corresponde a um evento que sempre ocorrerá.

A definição clássica de probabilidade permite o cálculo da frequência relativa sem a necessidade da repetição do experimento um número grande de vezes. Nesta definição, a probabilidade de um evento ocorrer é a relação entre o número de maneiras favoráveis ao evento e o número total de maneiras ⁽²⁸⁾.

O conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento é chamado de espaço amostral. Um evento pode ser definido como um subconjunto do espaço amostral. Probabilidade é um número associado a um evento, destinado a medir sua factibilidade de ocorrência. Variável aleatória é uma função que associa números reais aos eventos de um espaço amostral. Uma variável aleatória é caracterizada por sua distribuição de probabilidade. No caso de variáveis aleatórias discretas, a distribuição de probabilidade é caracterizada pela função de probabilidade, que indica as probabilidades associadas a cada valor; e no caso de variáveis aleatórias contínuas, pela função densidade de probabilidade.

A seguir serão vistos alguns métodos para a determinação da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória. Estes métodos podem ser baseados em dados históricos ou em estimativas subjetivas.

4.2.1. Definição da Distribuição de Probabilidade a Partir de Dados Históricos

Quando dispõe-se de uma grande quantidade de dados históricos, a frequência relativa fornece uma boa estimativa da função de probabilidade da variável aleatória. Quando as observações disponíveis são em pequeno número, deve-se proceder a um alisamento dos dados históricos⁽⁶⁰⁾.

Para exemplificar este procedimento, estabelecer-se-á uma curva de probabilidades para a demanda diária de um produto, para o qual tem-se disponíveis dados relativos à venda diária dos 16 dias anteriores (quadro 1)*. Nesta situação, não pode-se igualar as frequências relativas às probabilidades para cada nível de preço.

DEMANDA	FREQÜÊNCIA	FREQ. RELATIVA
< 0	0	0.000
2	1	0.063
3	3	0.187
4	2	0.125
5	4	0.250
6	3	0.187
7	2	0.125
8	0	0.000
9	1	0.063
> 10	0	0.000
	16	1.000

Quadro 1 - Dados Históricos da Demanda de Um Produto A

Observando as frequências relativas apresentadas na Tabela 1, verifica-se que o nível da demanda 8 apresenta frequência relativa nula, enquanto que os níveis 7 e 9 tem valores superiores a zero. Como procura-se uma frequência que seja resultado de um número

*Este exemplo foi extraído da ref. (60).

ro grande de observações, é razoável assumir-se que o nível 8 tenha uma probabilidade maior do que zero. Por este mesmo motivo, o nível 4 possivelmente terá uma probabilidade intermediária entre o nível 3 e 5, e não menor do que estas como apresentado acima. Estas afirmações acerca dos níveis de demanda 4 e 8 são bastante realistas, a não ser que o estimador tenha conhecimentos de fatos contrários às suposições feitas. Assim sendo, as frequências relativas, que estão representadas por pontos na Figura 13, podem ser ajustadas de maneira a refletir a opinião do estimador sobre o que aconteceria se ele dispusesse de um número grande de observações. Este ajuste está representado por uma linha contínua nesta mesma figura.

FREQ. RELATIVA

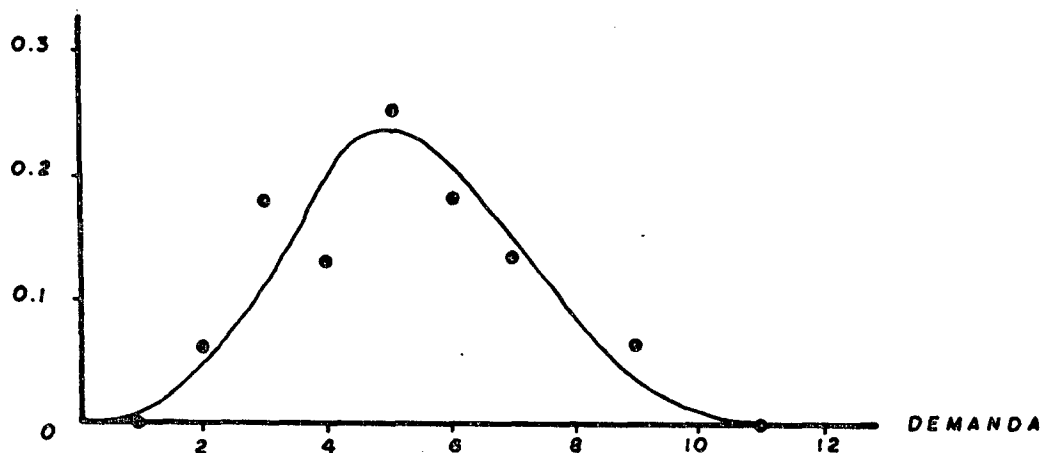


Figura 13 - Demanda de Um Produto A.

Em muitas situações práticas o número de dados é tão pequeno que o método acima não pode ser aplicado. O exemplo abaixo mostra um método aplicável à estas situações*. O quadro 2 mostra níveis de demanda para um produto com sua respectiva frequência. Os dados do quadro 2 são insuficientes para estabelecer a curva de

*Exemplos semelhantes podem ser encontrados nas refs. (61, 60).

DEMANDA	FREQÜÊNCIA	FREQ. RELATIVA
20	1	0.1
26	1	0.1
32	1	0.1
37	1	0.1
41	1	0.1
45	1	0.1
51	1	0.1
58	1	0.1
66	1	0.1
74	1	0.1
	<hr/>	<hr/>
	10	1.0

Quadro 2 - Dados Históricos da Demanda de Um Produto B

distribuição de probabilidade, mas pôde-se obter a função de distribuição cumulativa, completando-se para todos os valores possíveis da demanda, como mostra o quadro 3. O mesmo procedimen-

DEMANDA	FREQ. RELATIVA	FREQ. REL.ACUMULADA
< 20	0.00	0.00
20	0.10	0.10
21-25	0.00	0.10
26	0.10	0.20
27-31	0.00	0.20
32	0.10	0.30
33-36	0.00	0.30
37	0.10	0.40
38-40	0.00	0.40
41	0.10	0.50
42-44	0.00	0.50
45	0.10	0.60
46-50	0.00	0.60
51	0.10	0.70
52-57	0.00	0.70
58	0.10	0.80
59-65	0.00	0.80
66	0.10	0.90
67-73	0.00	0.90
74	0.10	1.00
> 74	0.00	1.00

Quadro 3 - Demanda para o Produto B

tudo método anterior é então aplicado aos dados obtidos, ou seja, as freqüências relativas acumuladas obtidas são ajustadas de a-

cordo com a opinião do estimador de como deve ser a curva. Este procedimento é ilustrado na Figura 14, onde os pontos representam valores históricos e a linha contínua representa o ajuste feito pelo estimador.

Os métodos acima descritos combinam estimativas feitas com base em dados históricos com estimativas subjetivas, e são aplicáveis em inúmeras situações práticas.

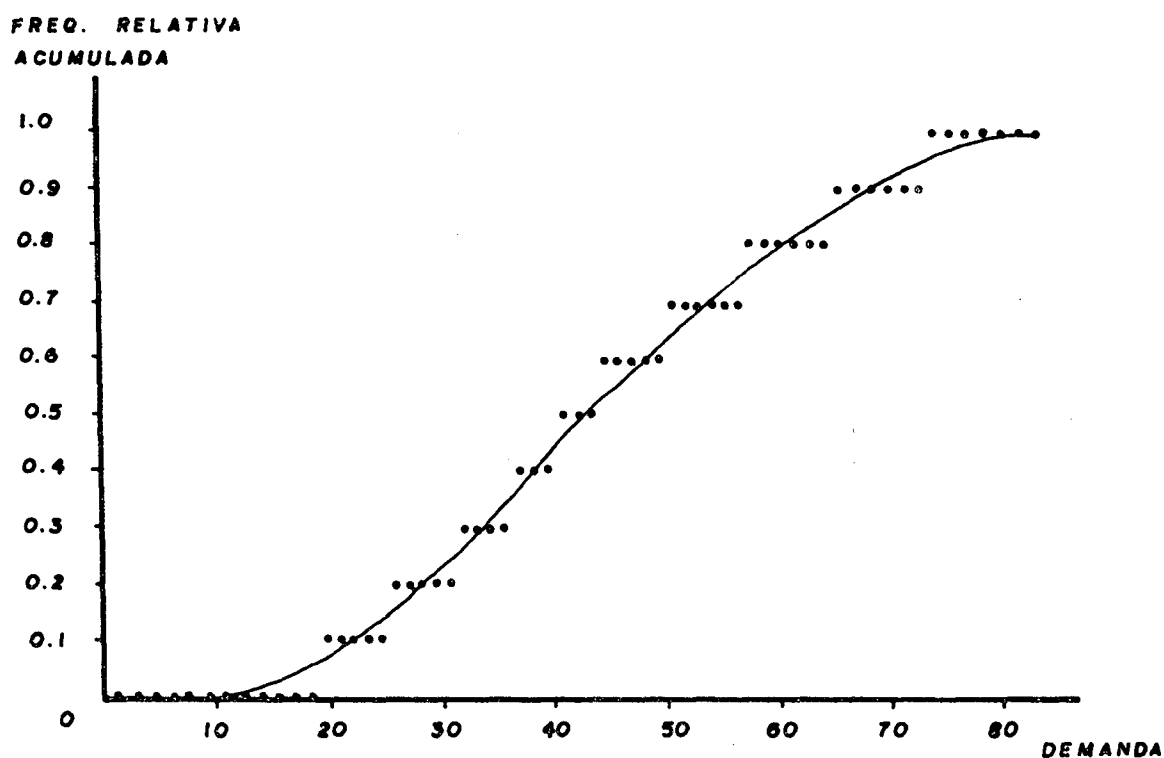


Figura 14 - Demanda de Um Produto B.

4.2.2. Definição da Distribuição de Probabilidade a Partir de Estimativas Subjetivas

Existem situações em que não se dispõe de dados históricos para fazer-se uma estimativa, ou em que não é possível repetir um experimento aleatório para gerar dados históricos, de modo que

a frequência relativa de todos os valores possíveis para uma avaliação objetiva da probabilidade possa ser obtida.

Estimativas subjetivas para as probabilidades associadas com os resultados possíveis são então feitas, baseadas em julgamentos individuais, que refletem a percepção do estimador acerca da situação global.

Alguns métodos para a obtenção da distribuição de probabilidade subjetiva de uma variável aleatória são abordados a seguir.

4.2.2.1. Método do Histograma

Esta técnica descreve o grau de certeza (ou incerteza) das estimativas de um indivíduo sobre a ocorrência de um evento futuro. O histograma é produzido listando-se os possíveis valores da variável em análise que o estimador prevê que possam ocorrer, juntamente com suas probabilidades de ocorrência.

O histograma pode ser obtido do seguinte modo:

a) estimar o menor e o maior valor possível da variável aleatória em análise (Figura 15a);

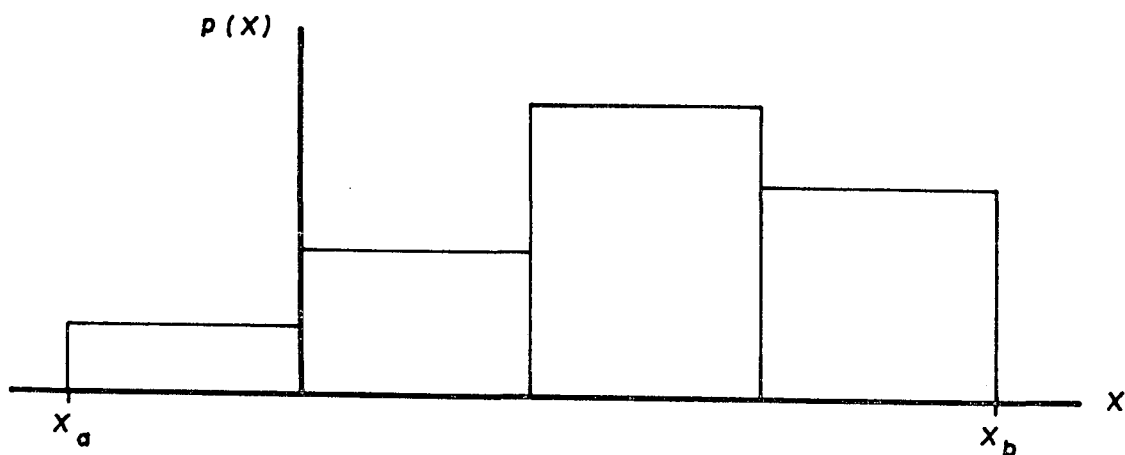
b) dividir este intervalo em tantas partes iguais quanto o estimador julgue razoável para uma primeira aproximação da distribuição de probabilidade, e atribuir uma probabilidade de ocorrência para cada intervalo (Figura 15b);

c) dividir novamente o intervalo e estimar probabilidades de ocorrência para os novos intervalos (Figura 15c). Este procedimento será repetido até que o estimador julgue que a distribuição de probabilidade real não possa ser melhor aproximada com o julgamento de que ele dispõe ⁽²³⁾.

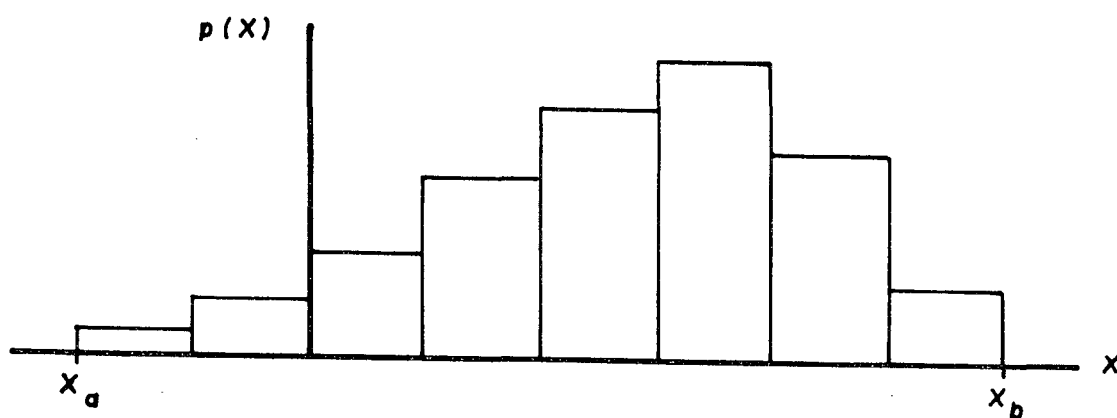
Um exemplo de aplicação deste método pode ser encontrado em Kabus⁽⁴¹⁾.



a) Determinação dos Limites Inferior e Superior.



b) Estimativa Preliminar da Distribuição de Probabilidade.



c) Estimativa Final da Distribuição de Probabilidade.

Figura 15 - Método do Histograma.

4.2.2.2. Método dos Fractis

O método dos fractis ou das probabilidades cumulativas consiste na estimação subjetiva dos fractis característicos de uma distribuição de probabilidade para obter sua distribuição de probabilidade acumulada. O procedimento para sua aplicação é o seguinte⁽⁶¹⁾:

a) estimar valores para os quais o valor da variável aleatória tenha 0% e 100% de chance de ser inferior (X_0 e X_{100} , respectivamente)*. Estes valores serão os limites inferior e superior da distribuição de probabilidade;

b) estimar um valor que tenha igual probabilidade de ser excedido ou de não ser atingido (X_{50}). Este valor divide a distribuição em dois intervalos que tem igual probabilidade de ocorrência e é a mediana;

c) estimar as modas (X_m 's), que são valores da distribuição de probabilidade que tem maior probabilidade de ocorrência do que os valores em sua vizinhança. Nestes pontos a função de distribuição acumulada terá maior inclinação do que nos valores em sua vizinhança, e haverá uma reversão da curvatura em cada moda;

d) estimar o quartil inferior (X_{25}), valor para o qual há igual probabilidade de o valor da variável aleatória ficar entre o X_0 e X_{50} estimado;

e) estimar o quartil superior (X_{75}), valor entre X_{50} e X_{100} que tem igual probabilidade de ser superado ou não ser atingido.

Com pontos obtidos desta maneira, pode-se traçar uma curva

*Para evitar intervalos de variação muito grandes, pode-se ignorar eventos extremamente improváveis na prática. Neste caso, estima-se, por exemplo, X_1 e X_{99} em substituição a X_0 e X_{100} , respectivamente.

de distribuição acumulada de probabilidade, conforme mostrado na Figura 16. Para um número maior de pontos consegue-se uma aproximação melhor⁽³⁾. Existem programas de amortecimento que ajustam curvas deste tipo a partir de alguns pontos*.

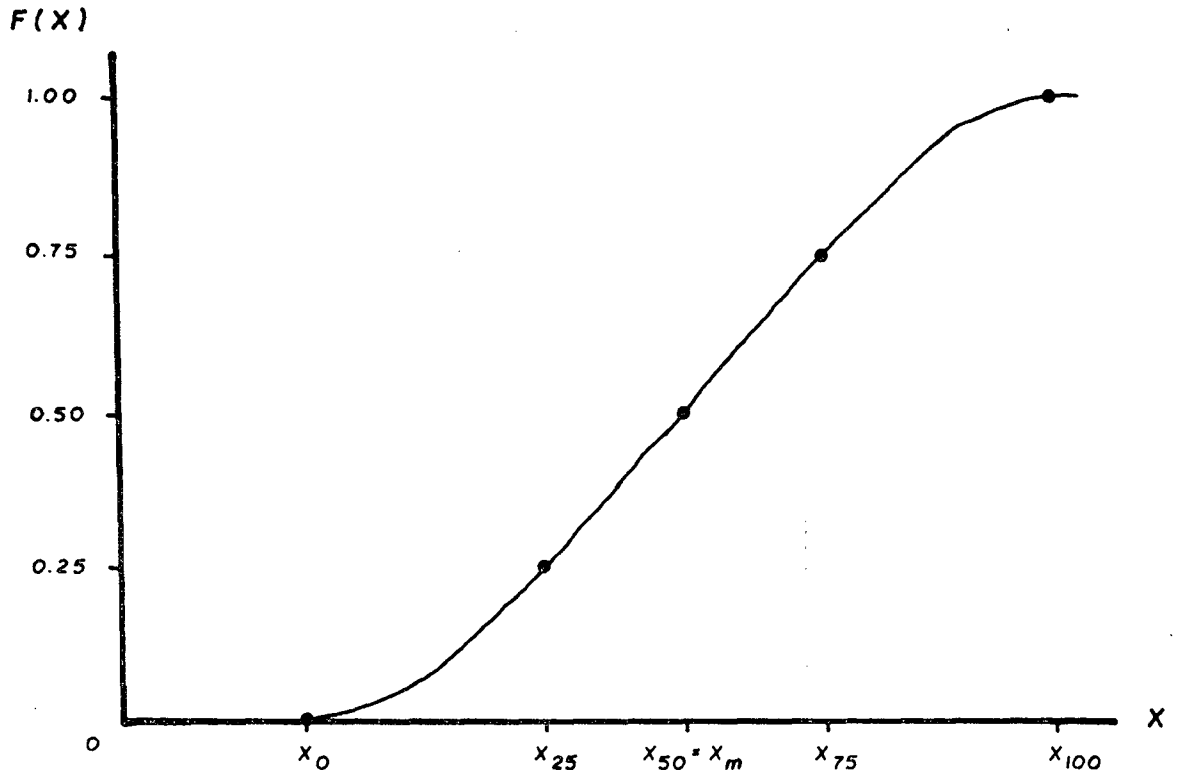


Figura 16 - Distribuição de Probabilidade Acumulada de uma Variável Aleatória X .

4.2.2.3. Outros Métodos

Saxena⁽⁵⁹⁾ apresenta um algoritmo para obter a distribuição da probabilidade das variáveis aleatórias discretas em situações nas quais pode ser atribuído um intervalo de probabilidade para a ocorrência de um valor da variável aleatória, ao invés de ser

*Por exemplo, o pacote Smooth, desenvolvido pela Harvard Business School. Para uma descrição detalhada deste programa, vide ref. (60).

atribuído um valor único de probabilidade a cada valor que a variável em análise pode assumir, como foi considerado nos métodos acima descritos.

Neste método, a distribuição de probabilidade é obtida pela maximização da entropia da variável aleatória, sujeita às restrições que refletem o conhecimento sobre os valores que a variável pode assumir.

Este método baseia-se no fato de que a entropia fornece uma medida da incerteza associada à variável aleatória: quanto maior a entropia, maior a incerteza⁽⁴⁾. Além disso, de acordo com a Mecânica Estatística, o estado mais provável de um sistema é aquele que apresenta entropia máxima.

Para variáveis aleatórias discretas, a entropia, E , é definida como

$$E = - \sum_{i=1}^n p(x_i) \cdot \ln[p(x_i)] \quad [102]$$

onde $p(x_i)$ é a probabilidade de ocorrência do i -ésimo valor. Este problema pode ser formulado como

$$\text{Max } E = - \sum_{i=1}^n p(x_i) \cdot \ln[p(x_i)] \quad [103]$$

sujeito à

$$\sum_{i=1}^n p(x_i) = 1 \quad [104]$$

e

$$a_i \leq p(x_i) \leq b_i \quad [105]$$

para $i = 1, 2, \dots, n$, sendo a_i e b_i os limites inferior e superior da probabilidade $p(x_i)$. A solução deste problema resulta em um algoritmo finito simples, dado abaixo*.

a) Ordene em ordem crescente o conjunto T

$$T = \{0, a_i, b_i, 1\} \quad \text{para todo } i \quad [106]$$

b) Seja $V(x)$ a função linear

$$V(x) = \sum_{i=1}^n V_i(x) \quad \text{para } x \in [0,1] \quad [107]$$

com

$$a_i, \quad \text{se } 0 \leq x \leq a_i \quad [108a]$$

$$V(x) = x, \quad \text{se } a_i \leq x \leq b_i \quad \text{para todo } i \quad [108b]$$

$$b_i, \quad \text{se } b_i \leq x \leq 1 \quad [108c]$$

Avalie $V(x)$ seqüencialmente sobre T até obter o único par de elementos consecutivos entre os quais $V(x)$ assume o valor 1.

c) Assuma que o resultado do item b) é tal que $V(x) = 1$ em algum ponto do intervalo $[t_1, t_2]$ onde t_1 e t_2 são dois elementos consecutivos de T . Determine o valor de B , dado pela expressão:

$$B = t_1 + [1 - V(t_1)] \cdot (t_2 - t_1) / [V(t_2) - V(t_1)] \quad [109]$$

d) A distribuição de probabilidade é obtida fazendo-se

$$p(x_i) = V_i(B) \quad [110]$$

*Para descrição do procedimento de solução, vide ref. (59).

Em situações nas quais o estimador tem dificuldades para fazer estimativas simples das probabilidades associadas aos possíveis valores das variáveis aleatórias, preferindo associar intervalos de probabilidade para estes valores, a distribuição de probabilidade pode ser obtida com o algoritmo apresentado acima.

Smith⁽⁶²⁾ investigou a situação na qual o estimador fraciona o intervalo de variação da variável aleatória em diversos segmentos, mas não consegue atribuir uma probabilidade de ocorrência a estes segmentos ou intervalos. O procedimento é basicamente o seguinte:

a) classificar os intervalos em ordem crescente de acordo com as probabilidades de ocorrência esperadas associadas com os vários intervalos;

b) classificar as diferenças relativas das probabilidades entre os intervalos classificados;

c) quantificar a classificação através do uso das informações obtidas em a) e b);

d) converter a classificação quantificada em uma distribuição de probabilidade através de relações algébricas.

Neste método são necessárias apenas estimativas das probabilidades associadas com os intervalos classificados em primeiro e último lugar, ou seja, o intervalo menos provável e o intervalo mais provável, respectivamente.

Este procedimento recebeu críticas de Green⁽²⁹⁾, Morrison⁽⁵³⁾, e Hampton, Moore e Thomas⁽²²⁾, que argumentam que a sofisticação deste método não garante melhores resultados, nem o torna melhor do que outros métodos mais simples, como o método do histograma ou o método dos fractis; métodos estes que requerem menos

trabalho e são de mais fácil assimilação por parte de quem deverá fazer as estimativas.

4.2.3. Probabilidade Objetiva x Probabilidade Subjetiva

Para avaliação de probabilidades objetivas para as variáveis de um projeto de investimento, é utilizada a "abordagem freqüencista", que, como vimos no item 4.2.1, é baseada na freqüência com que um determinado resultado ocorre quando um evento é repetido um número grande de vezes.

As principais características e limitações das probabilidades objetivas são resumidas abaixo⁽⁴⁵⁾:

a) Probabilidades objetivas requerem observações (informações) sobre o número de vezes que um intervalo (entre outros possíveis) de um evento ocorreu no passado. Quanto maior o número de observações, mais acurada será a estimativa da probabilidade. Ocorre que muitas das decisões a serem tomadas na empresa, o são feitas pela primeira vez, e eventos similares podem não dar uma boa estimativa das probabilidades objetivas que são buscadas.

b) Probabilidades objetivas são determinadas baseadas em observações passadas. Caso mudem as condições sob as quais um evento ocorre, estas probabilidades serão estimativas inadequadas das probabilidades de eventos futuros. Em muitas situações as condições econômicas mudam continuamente.

As probabilidades subjetivas são atribuídas por um indivíduo, e mostram seu grau de certeza sobre a probabilidade de ocorrência de um determinado resultado. Tais atribuições são baseadas em características pessoais do estimador, como, por exemplo,

experiência e conhecimento de situações passadas, atitudes, preferências, intuição, etc. A principal crítica ao uso de probabilidades subjetivas é o fato de que um indivíduo pode atribuir diferentes probabilidades de ocorrência para os mesmos resultados, dependendo de sua posição na empresa e do seu conhecimento sobre quem usará suas estimativas. Assim, um estimador poderia atribuir probabilidades diferentes para um evento se o seu superior imediato vai usá-las, do que atribuiria se um superior de nível mais elevado iria utilizá-las (22, 45).

Possivelmente, uma estimativa mais acurada da probabilidade de ocorrência de um evento futuro, seria obtida com a utilização tanto de probabilidades objetivas como de probabilidades subjetivas. Desta forma, o julgamento pessoal do estimador seria baseado não apenas na sua experiência, preferência, intuição, etc., mas também em dados históricos.

4.2.4. Aproximação da Distribuição de Probabilidade por uma Distribuição Conhecida

Muitos autores tem sugerido que a distribuição de probabilidade desconhecida de uma variável aleatória pode ser razoavelmente aproximada por uma distribuição de probabilidade conhecida. Quando esta aproximação é feita, a tarefa de determinar o valor esperado e a variância da variável aleatória, torna-se bastante simples.

Hillier⁽³⁵⁾, Tersine⁽⁶⁴⁾, Fairley e Jacoby⁽²¹⁾, Kottas e Lau⁽⁴³⁾, entre outros, admitem que em alguns casos de análise de risco em investimentos, é bastante razoável supor que as variáveis aleatórias têm distribuição normal, ou aproximadamente nor-

mal. Quando esta hipótese puder ser assumida, os seus parâmetros de posição e de dispersão podem ser estimados lembrando que

$$p\{E(X) - DP(X) \leq X \leq E(X) + DP(X)\} = 0,6827 \quad [111a]$$

$$p\{E(X) - 2.DP(X) \leq X \leq E(X) + 2.DP(X)\} = 0,9545 \quad [111b]$$

$$p\{E(X) - 3.DP(X) \leq X \leq E(X) + 3.DP(X)\} = 0,9973 \quad [111c]$$

A distribuição normal é simétrica, e a moda é igual ao valor esperado (Figura 17a).

A utilização da distribuição beta também é sugerida por diversos autores (vide, por exemplo, Hillier⁽³⁸⁾, Wagle⁽⁷¹⁾, Tersine⁽⁶⁴⁾, Casarotto e Kopittke⁽¹³⁾) para a caracterização de uma variável aleatória. A distribuição beta lembra um pouco a distribuição normal, mas há duas diferenças que devem ser observadas. A distribuição beta é limitada em um intervalo $[a,b]$, a distribuição normal tem intervalo de variação de $-\infty$ a $+\infty$. Além disso, a distribuição beta não precisa ser necessariamente simétrica, sendo assimétrica sempre que a moda não estiver no ponto médio do intervalo. A assimetria, que tanto pode ser à direita como à esquerda, depende da posição que o analista estima para a moda de distribuição. Se a moda estiver no ponto médio dos dois valores extremos, a distribuição resultante é aproximadamente normal, com as estimativas extremas estando distantes três desvios padrões da média⁽³⁸⁾. A distribuição beta está representada na Figura 17b, e a sua média e variância são obtidas através das relações

$$E(X) = \frac{(a + 4.m + b)}{6} \quad [112]$$

$$\text{Var}(X) = \left(\frac{b - a}{6}\right)^2 \quad [113]$$

onde

a - estimativa do limite inferior da distribuição;

m - estimativa do valor mais provável da variável aleatória;

b - estimativa do limite superior da distribuição.

A distribuição real da variável aleatória pode ser não limitada, ou ter limites extremamente improváveis de ocorrerem na prática. Neste caso, a estimativa inferior (superior) poderia representar um valor para o qual exista apenas uma probabilidade muito pequena de ser excedido na direção negativa (positiva), o que permite ao analista ignorar eventos extremos, de ocorrência muito pouco prováveis.

De, Acharya e Sahu^(15, 16) utilizaram a distribuição triangular (Figura 17c) em estudos de análise de risco. A média e a variância de uma distribuição triangular são obtidas com as relações

$$E(X) = \frac{a + m + b}{3} \quad [114]$$

$$\text{Var}(X) = \frac{(b - a)^2 + [(m - a) \cdot (m - b)]}{18} \quad [115]$$

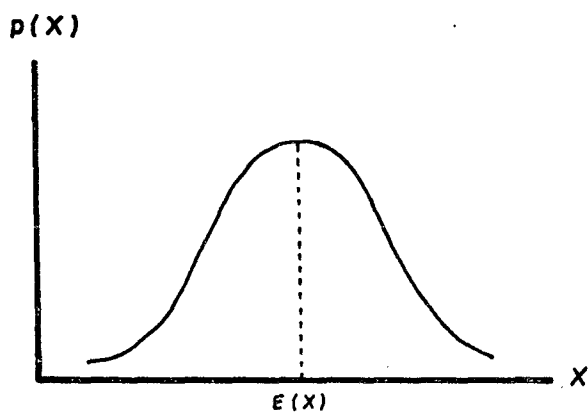
onde a , m e b são as estimativas inferior, mais provável e superior para a variável aleatória, respectivamente. A probabilidade acumulada no ponto x é dada por

$$F(X) = \frac{(x - a)^2}{(m - a) \cdot (b - a)} \quad [116a]$$

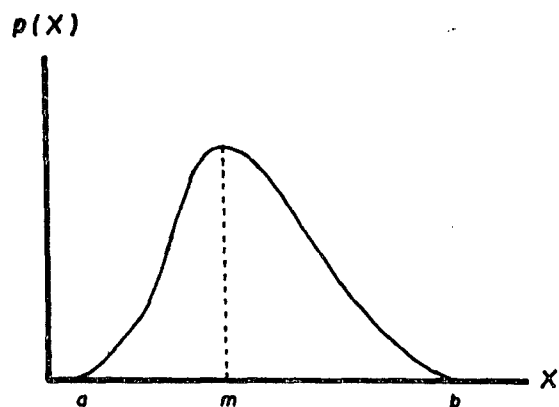
para $a \leq x \leq m$

e

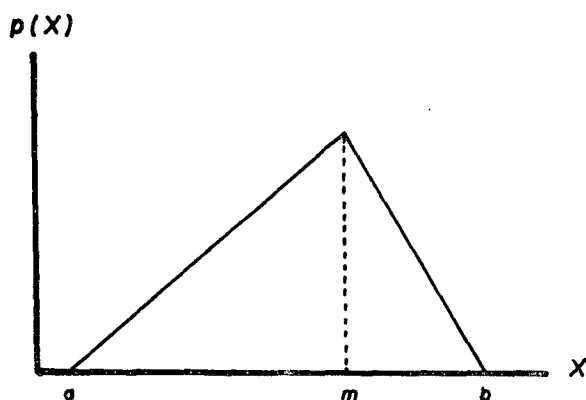
$$F(X) = 1 - \frac{(b - x)^2}{(b - m) \cdot (b - a)} \quad [116b]$$



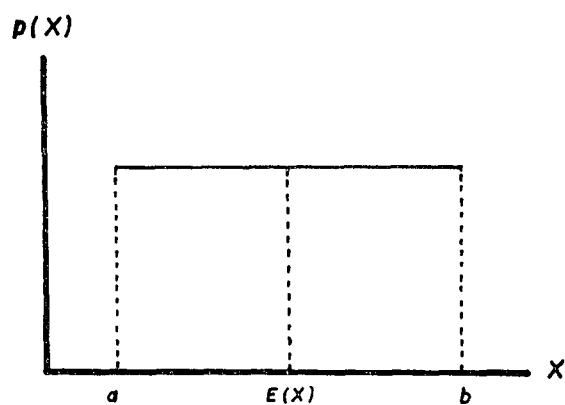
(e) DISTRIBUIÇÃO NORMAL



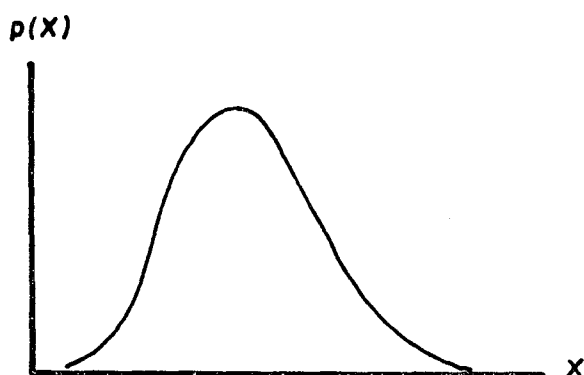
(b) DISTRIBUIÇÃO BETA



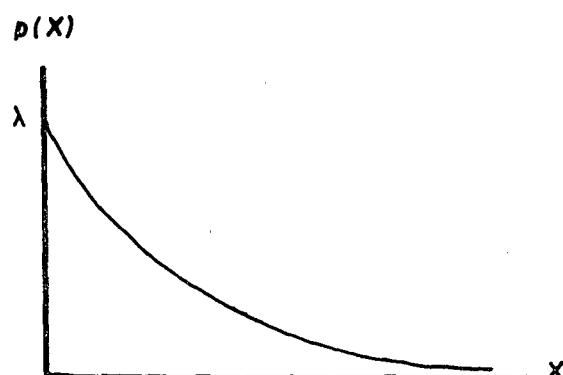
(c) DISTRIBUIÇÃO TRIANGULAR



(d) DISTRIBUIÇÃO UNIFORME



(e) DISTRIBUIÇÃO LOGNORMAL



(f) DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

Figura 17 - Distribuições de Probabilidade.

para $m \leq x \leq b$

Kaplan e Barish⁽³⁴⁾ fizeram estudos de análise de risco em investimentos com a distribuição uniforme (Figura 17d).

A média e a variância da distribuição uniforme são dadas pelas relações

$$E(X) = \frac{a + b}{2} \quad [117]$$

$$\text{Var}(X) = \frac{(b - a)^2}{12} \quad [118]$$

sendo a e b os limites inferior e superior da distribuição.

A utilização da distribuição lognormal (Figura 17e) é sugerida por Hilliard e Leitch⁽⁶⁵⁾ e Hull⁽⁴⁰⁾. Uma variável aleatória X tem distribuição lognormal se o seu logaritmo ($x' = \ln x$) é normalmente distribuído com parâmetros $E(X)'$ e $\text{Var}(X)'$. A média e a variância da distribuição lognormal são:

$$E(X) = \exp\{E(X)' + [\text{Var}(X)'/2]\} \quad [119]$$

$$\text{Var}(X) = \exp[2.E(X)' + \text{Var}(X)'] \cdot \{\exp[\text{Var}(X)'] - 1\} \quad [120]$$

Zin e Lesso⁽⁷³⁾, entre outras distribuições, admitem a distribuição exponencial (Figura 17f) para caracterizar uma variável aleatória. Esta distribuição tem média e variância dadas pelas relações

$$E(X) = 1/\lambda \quad [121]$$

$$\text{Var}(X) = 1/\lambda^2 \quad [122]$$

sendo λ um parâmetro da distribuição.

A distribuição de probabilidade real da variável aleatória pode ser aproximada ainda por outras distribuições, não caracterizadas aqui, de acordo com o "sentimento" do analista.

Em uma análise de investimento sob risco, tanto pode ocorrer que todas as variáveis aleatórias intervenientes possam ser aproximadas por um mesmo tipo de distribuição de probabilidade, como também pode ocorrer que diferentes variáveis exijam aproximações por diferentes tipos de distribuições.

4.2.5. Obtenção de um Consenso nas Estimativas

Em muitos casos, a estimativa de uma variável é feita por um grupo de pessoas que trabalham em equipe. Torna-se necessário, então, a obtenção de uma estimativa média da distribuição de probabilidade, cuja configuração seja uma combinação das avaliações individuais das pessoas envolvidas no processo de estimação.

Kabus⁽⁴¹⁾ sugere que as estimativas individuais sejam combinadas em uma estimativa que seja uma média ponderada daquelas, com os pesos sendo atribuídos pelo indivíduo responsável pela elaboração da estimativa final. Este indivíduo pode ou não fazer parte da equipe incumbida de fazer as estimativas iniciais. Nos casos em que são atribuídos pesos iguais a todos os indivíduos, a estimativa ponderada será uma média aritmética simplês das estimativas individuais. Nos casos em que as estimativas individuais são ponderadas de modo desigual, os pesos atribuídos a cada estimador são geralmente baseados nas suas qualificações, experiência, performances passadas, etc.

Um outro método para produzir uma estimativa que seja uma

combinação das estimativas individuais é o Método Delphi. Nesta técnica, a equipe encarregada de realizar as estimativas, não o faz em um encontro conjunto. Os indivíduos que compõem a equipe são separados uns dos outros, com a finalidade de que seus julgamentos não sejam influenciados por conflitos de personalidades, hierarquia da empresa, agressividade dos participantes, pelo desejo de conformação, etc., que poderiam influenciar na honestidade das opiniões em um encontro do grupo. Algumas rodadas de questionários são administradas aos participantes, sempre protegendo a identidade dos respondentes. Estes questionários são um meio de comunicação entre a equipe. Um coordenador compila os resultados de cada rodada e os comunica à equipe com a rodada seguinte de questionários. Cada membro é estimulado a rever suas posições, informações e estimativas, caso ele sinta que isto é necessário - como sua identidade é mantida em segredo, poderá fazê-lo sem problemas de embaraço ou necessidade de sustentar uma posição anteriormente assumida. O processo continua até que um consenso seja obtido, ou até que haja um melhoramento marginal mínimo (2, 55).

De Groot sugere um método no qual cada indivíduo atribui um peso à sua estimativa e às estimativas dos demais componentes da equipe*. Este método é semelhante ao método Delphi, diferindo basicamente deste, pelo fato de que a identidade dos participantes é associada à sua estimativa e comunicada aos demais membros do grupo; e pelo fato de serem atribuídos pesos às estimativas pelos próprios participantes. Pretende-se com isto contornar o fato de que o método Delphi não estabelece condições sob as quais um consenso é atingido. Apesar deste método apresentar uma formulação

*DeGROOT, Morris H., Reaching a Consensus, Journal of the American Statistical Association, 69(345):118-121, March 1974.

matemática, sua sofisticação não é garantia de obtenção de melhores resultados do que aqueles obtidos pelos métodos mais simples acima descritos (22).

4.3. Determinação do Coeficiente de Correlação Linear

Quando dispõe-se de dados históricos de projetos de investimento antigos da empresa, ou quando for possível a utilização de dados de projetos semelhantes de outras empresas, a obtenção do coeficiente de correlação linear pode ser feita através da abordagem clássica da Estatística. No caso de não existirem dados históricos, ou estes, por um motivo qualquer, não merecerem confiança, deve-se estimar o coeficiente de correlação linear numa base subjetiva.

Um método bastante simples é sugerido por Hillier⁽³⁸⁾ e Wagle⁽⁷¹⁾: para um dado valor de variável aleatória X_i , o estimador é solicitado a fazer uma estimativa que ocorrerá para X_j se aquele valor de X_i ocorrer; e em seguida $\rho(X_i, X_j)$ pode ser obtido pela relação

$$E(X_j | X_i = x_i) = E(X_j) + \rho[X_i, X_j] \cdot \frac{DP(X_j)}{DP(X_i)} \cdot \{x_i - E(X_i)\} \quad [123]$$

Dois ou três valores de X_i com as correspondentes estimativas dos valores de X_j podem ser usados para avaliar $\rho(X_i, X_j)$, e as estimativas resultantes podem ser combinadas para darem a estimativa final do coeficiente de correlação linear.

A equação [123] foi desenvolvida para avaliar a correlação linear entre duas variáveis aleatórias com distribuição normal. Em muitas situações práticas, as variáveis não seguem a distri-

buição normal, mas mesmo assim, a expressão [123] ainda dará a melhor estimativa linear de $E(X_j | X_i = x_i)$ de acordo com o princípio dos mínimos quadrados (38, 71).

Hull⁽⁴⁰⁾ sugere "transformar" as distribuições em distribuições normais e então avaliar o coeficiente de correlação linear. Qualquer distribuição de probabilidade pode ser transformada em uma distribuição normal, numa base "fractil a fractil", usando a transformação

$$t(p) = q \quad [124]$$

onde p é o k -ésimo fractil da distribuição e q é o k ésimo fractil da distribuição normal $N(0,1)$ ⁽⁴⁰⁾. Assim, se x_i é o k_1 -ésimo fractil da distribuição de X_i e x_j é o k_2 -ésimo fractil da distribuição de X_j , segue que

$$\rho(X_i, X_j) = r_2/r_1 \quad [125]$$

onde r_2 é o k_2 -ésimo fractil da distribuição normal $N(0,1)$ e r_1 é o k_1 -ésimo fractil da distribuição normal $N(0,1)$.

Bussey e Stevens⁽¹⁰⁾ desenvolveram um modelo no qual utilizam as estimativas do limite inferior, valor mais provável e limite superior das distribuições de probabilidade (com a suposição de que elas assumem uma distribuição beta) das variáveis aleatórias nos n períodos para obter os coeficientes de autocorrelação linear entre os componentes do fluxo de caixa. Desta forma, não haveria necessidade de estimativas subjetivas adicionais para a obtenção de $\rho(X_i, X_i)$. Contudo, inconsistências matemáticas neste modelo foram apontadas por Bonini⁽⁵⁾, que sugere para o cálculo do coeficiente de autocorrelação linear a relação

$$\rho(X_t, X_{t-1}) = \frac{\Sigma [x_t - E(X_t)] \cdot [x_{(t-1)} - E(X_{(t-1)})]}{\Sigma [X_t - E(X_t)]^2} \quad [126]$$

Os valores de x_t da relação acima são valores aleatórios que a variável X_t pode assumir. Para sua estimação, Bonini⁽⁵⁾ sugere a utilização de uma árvore de decisão, considerando-se para x_t os valores assumidos pela variável aleatória em uma das possíveis alternativas retratadas pela árvore. A determinação de $\rho[X_i, X_i]$ para 3 a 5 alternativas da árvore de decisão é efetuada, combinando-se a seguir os resultados. Esta abordagem exige uma grande quantidade de informações subjetivas para a montagem dos ramos da árvore utilizados no processo. Bussey e Stevens⁽¹¹⁾ sugerem uma simulação para obter diversos valores para as variáveis aleatórias. Esta simulação pode ser conduzida com base nas estimativas do limite inferior, valor mais provável e limite superior da distribuição, sendo desnecessária qualquer estimativa adicional. Contudo, este método é trabalhoso.

4.4. Conclusão

Este capítulo apresentou diversas técnicas para a estimação do comportamento aleatório dos componentes do fluxo de caixa e algumas técnicas para a derivação dos coeficientes de correlação linear entre as variáveis em questão, para modelar as suas relações de dependência.

Com a fundamentação teórica deste capítulo e dos dois anteriores, será apresentado no capítulo seguinte um modelo probabilístico para análise de projetos de investimento sob condições de risco e inflação.

CAPÍTULO V

5 - MODELO PROBABILÍSTICO PARA ANÁLISE DE PROJETOS DE INVESTIMENTO SOB CONDIÇÕES DE RISCO E INFLAÇÃO

5.1. Introdução

Este capítulo objetiva apresentar um modelo para análise de projetos de investimento que considere a incerteza que permeia as estimativas dos valores dos componentes do fluxo de caixa e proporcione uma avaliação da viabilidade econômica deste projeto, com a consideração explícita da influência da inflação sobre o comportamento futuro das variáveis em estudo.

Também será mostrado de que forma esta metodologia foi implantada em um microcomputador.

5.2. Fundamentação Teórica

O modelo probabilístico para análise de projetos de investimento sob condições de risco e inflação descrito a seguir é baseado em expressões matemáticas relativamente simples.

Suponha que os componentes do fluxo de caixa apresentados no quadro 4 vão ocorrer durante n períodos.

	PERÍODO t
1. Receitas	X_{t1}
2. (-) Custo A	X_{t2}
3. (-) Custo B	X_{t3}
4. (=) Lucro Antes do I.R.	X_{t4}
5. (-) I.R.	X_{t5}
6. (=) Fluxo do Empreendimento	X_{t6}
7. (-) Investimento	X_{t7}
8. (=) Fluxo Líquido	X_{t8}

Quadro 4 - Componentes do Fluxo de Caixa Determinísticos

Os componentes do fluxo de caixa estão apresentados de forma semelhante a uma demonstração de lucros e perdas, o que facilita o acompanhamento de cada componente, período a período, bem como mostra claramente a sua contribuição no fluxo em análise.

Em uma análise determinística tradicional, os componentes do fluxo de caixa, X_{tk} , são representados pelo seu valor mais provável, e a análise de viabilidade econômica do projeto de investimento é feita com estes valores. Porém, admitindo-se que os componentes do fluxo de caixa são variáveis aleatórias, há necessidade de estimar suas respectivas distribuições de probabilidade para determinar seus parâmetros de posição e de dispersão. O quadro 5 representa esta situação.

A média e a variância dos fluxos de caixa componentes podem ser estimadas com o uso de uma das técnicas descritas no Capítulo IV.

A análise do efeito da inflação é feita do seguinte modo:

a) A média e a variância das taxas de inflação específicas

	PERÍODO t	
	$E(X_{ti})$	$Var(X_{ti})$
1. Receitas	$E(X_{t1})$	$Var(X_{t1})$
2. (-) Custo A	$E(X_{t2})$	$Var(X_{t2})$
3. (-) Custo B	$E(X_{t3})$	$Var(X_{t3})$
4. (=) Lucro Antes do I.R.	$E(X_{t4})$	$Var(X_{t4})$
5. (-) I.R.	$E(X_{t5})$	$Var(X_{t5})$
6. (=) Fluxo do Empreendimento	$E(X_{t6})$	$Var(X_{t6})$
7. (-) Investimento	$E(X_{t7})$	$Var(X_{t7})$
8. (=) Fluxo Líquido	$E(X_{t8})$	$Var(X_{t8})$

Quadro 5 - Componentes do Fluxo de Caixa Estocásticos

são estimadas.

b) É feita uma estimativa da taxa global de inflação. Esta taxa será considerada como determinística na análise.

c) É assumido independência entre as taxas de inflação.

d) Admitindo-se independência entre taxas de inflação e as variáveis que compõe o fluxo de caixa, o valor esperado e a variância do componente do fluxo de caixa serão:

$$E(X_{tk})^* = \frac{E(X_{tk}) \cdot E(I_{tk})}{(1 + \theta)^t} \quad [127]$$

$$\begin{aligned} Var(X_{tk})^* = & \{ [E(X_{tk})]^2 \cdot Var(I_{tk}) + [E(I_{tk})]^2 \cdot Var(X_{tk}) + \\ & + Var(I_{tk}) \cdot Var(X_{tk}) \} / (1 + \theta)^{2t} \quad [128] \end{aligned}$$

onde $E(X_{tk})$ e $Var(X_{tk})$ são a média e a variância do valor constante na data base; $E(X_{tk})^\#$ e $Var(X_{tk})^\#$ designam estes mesmos valo-

res, ajustados pela consideração do efeito da inflação; e $E(I_{tk})$ e $Var(I_{tk})$ são a média e a variância dos índices inflatores/deflatores para o t -ésimo período e k -ésimo tipo de componente do fluxo de caixa. Estes valores são determinados por

$$E(I_{tk}) = E(I_{(t-1)k}) \cdot (1 + \theta_k) \quad [129]$$

e

$$\begin{aligned} Var(I_{tk}) &= [E(I_{(t-1)k})]^2 \cdot Var(\theta_k) + \\ &+ [(1 + \theta_k)]^2 \cdot Var(I_{(t-1)k}) + \\ &+ Var(\theta_k) \cdot Var(I_{(t-1)k}) \end{aligned} \quad [130]$$

As expressões acima podem ser desenvolvidas recursivamente, iniciando com $t = 2$, pois

$$E(I_{1k}) = (1 + \theta_k) \quad [131]$$

e

$$Var(I_{1k}) = Var(\theta_k) \quad [132]$$

O componente do fluxo de caixa "lucro antes do imposto de renda" é resultado de uma soma de variáveis aleatórias que podem estar correlacionadas. Então,

$$E(X_{t4})^* = E(X_{t1})^* - E(X_{t2})^* - E(X_{t3})^* \quad [133]$$

e

$$\begin{aligned}
\text{Var}(X_{t4})^* &= \text{Var}(X_{t1})^* + \text{Var}(X_{t2})^* + \text{Var}(X_{t3})^* - \\
&- 2 \cdot \rho[X_{t1}, X_{t2}] \cdot \text{DP}(X_{t1})^* \cdot \text{DP}(X_{t2})^* - \\
&- 2 \cdot \rho[X_{t1}, X_{t3}] \cdot \text{DP}(X_{t1})^* \cdot \text{DP}(X_{t3})^* + \\
&+ 2 \cdot \rho[X_{t2}, X_{t3}] \cdot \text{DP}(X_{t2})^* \cdot \text{DP}(X_{t3})^* \quad [134]
\end{aligned}$$

Os coeficientes de correlação linear podem ser estimados usando-se uma das técnicas apresentadas no Capítulo IV.

O componente do fluxo de caixa "provisão para o imposto de renda" pode ser caracterizado por

$$E(X_{t5})^* = TC \cdot E(X_{t4})^* \quad [135]$$

$$\text{Var}(X_{t5})^* = (TC)^2 \cdot \text{Var}(X_{t4})^* \quad [136]$$

onde TC é a taxa de contribuição da empresa para o imposto de renda.

A variável aleatória "fluxo do empreendimento" tem média

$$E(X_{t6})^* = E(X_{t4})^* - E(X_{t5})^* \quad [137]$$

e variância

$$\text{Var}(X_{t6})^* = \text{Var}(X_{t4})^* + \text{Var}(X_{t5})^* \quad [138],$$

considerando-se independência entre os componentes do fluxo de caixa dos tipos 4 e 5. Sob esta mesma suposição, a média do componente "fluxo líquido do empreendimento" será

$$E(X_{t8})^* = E(X_{t6})^* - E(X_{t7})^* \quad [139]$$

e a variância é obtida por

$$\text{Var}(X_{t8})^* = \text{Var}(X_{t6})^* + \text{Var}(X_{t7})^* \quad [140]$$

O valor esperado e a variância do valor presente líquido para os casos de autocorrelação nula são obtidos por

$$E[\text{VPL}(X)] = \sum_{t=0}^n \frac{E(X_{t8})^*}{(1+i)^t} \quad [141]$$

e

$$\text{Var}[\text{VPL}(X)] = \sum_{t=0}^n \frac{\text{Var}(X_{t8})^*}{(1+i)^{2t}} \quad [142]$$

No caso de autocorrelação total, o valor esperado do valor presente líquido também será dado pela expressão [141], mas a variância tem que ser modificada para

$$\text{Var}[\text{VPL}(X)] = \text{Var}(X_{08}) + \left[\sum_{t=0}^n \frac{\sqrt{\text{Var}(X_{t8})^*}}{(1+i)^t} \right]^2 \quad [143]$$

admitindo-se nesta expressão que o componente do fluxo de caixa líquido no período inicial (Investimento) seja independente dos demais componentes. Quando o investimento se estende por mais de um período, os correspondentes componentes devem ser considerados adequadamente, bem como os termos correspondentes às relações de dependência devem ser acrescentados aos cálculos quando estas existirem. A mesma consideração deve ser feita no que se refere ao valor residual do projeto de investimento.

A autocorrelação parcial não foi considerada neste modelo. Sua determinação, na maior parte dos casos, demanda uma quantidade razoável de estimativas subjetivas adicionais, bem como um significativo aumento nos cálculos para determinação do valor presente líquido do investimento. A avaliação dos casos extremos - autocorrelação nula e total - proporciona limites entre os quais o analista pode situar subjetivamente o projeto de investimento em análise, sem necessidade de cálculos adicionais.

Se puder ser feita a hipótese de que o valor presente líquido tem distribuição normal, a probabilidade do projeto ser inviável pode ser facilmente determinada com o uso de uma tabela da distribuição normal padrão. Se o método da taxa interna de retorno for um critério de avaliação aplicável ao projeto de investimento, a distribuição de probabilidade acumulada da TIR pode ser obtida do modo descrito no Capítulo II, e um gráfico semelhante ao da Figura 18 pode ser montado.

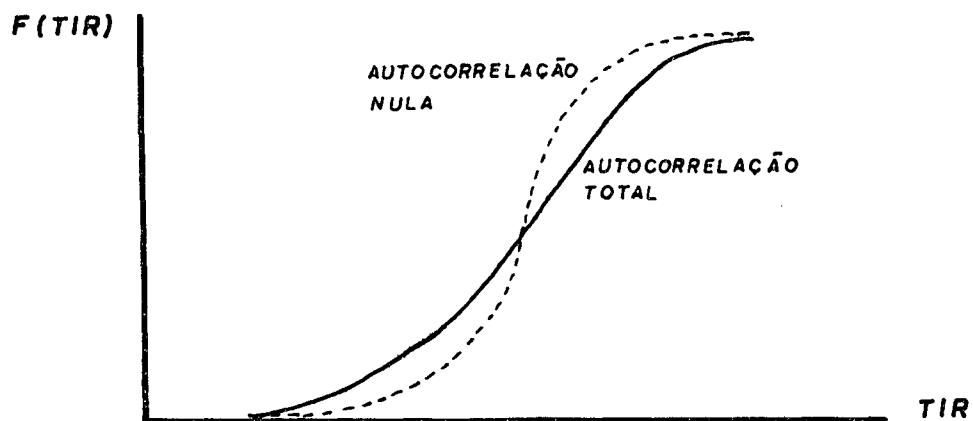


Figura 18 - Distribuição de Probabilidade Acumulada da TIR.

Nos casos em que a hipótese de normalidade não for válida, outras avaliações probabilísticas podem ser obtidas da desigualdade de Camp-Meidell ou da desigualdade de Tchebycheff.

5.3. Implantação Computacional da Metodologia Proposta

A Figura 19 mostra esquematicamente como a metodologia foi implantada em uma planilha eletrônica Visicalc. Esta planilha dispõe de 64 colunas e de 256 linhas. Foi utilizado um microcomputador de 8 bits com 128 kbytes de memória. Devido à estas limitações de espaço, houve necessidade de aplicar a metodologia em 4 etapas.

O programa exige como dados de entrada o valor mais provável dos fluxos de caixa e estimativas das variações extremas em torno deste valor. Também deve ser fornecido o valor estimado para a taxa de inflação geral, e o valor mais provável das taxas de inflação específicas, junto com as estimativas dos limites inferior e superior das distribuições destas taxas. Os coeficientes de correlação entre os 3 principais custos diretos de produção e entre receitas, custos de produção e despesas gerais também devem ser estimados. Os demais coeficientes de correlação são considerados nulos.

Como dados de saída, o programa fornece uma análise de viabilidade econômica do projeto de investimento, determinística e estocástica; os respectivos resultados para o valor presente líquido para 15 taxas de desconto diferentes, e a derivação da distribuição de probabilidade acumulada da TIR, quando puder ser assumida a hipótese de normalidade para a distribuição do VPL.

Para o cálculo do valor presente líquido, é admitida autocorrelação nula e total para os fluxos de caixa do empreendimento e do acionista. Os investimentos e valores residuais respectivos são admitidos como sendo independentes entre si e dos demais fluxos de caixa.

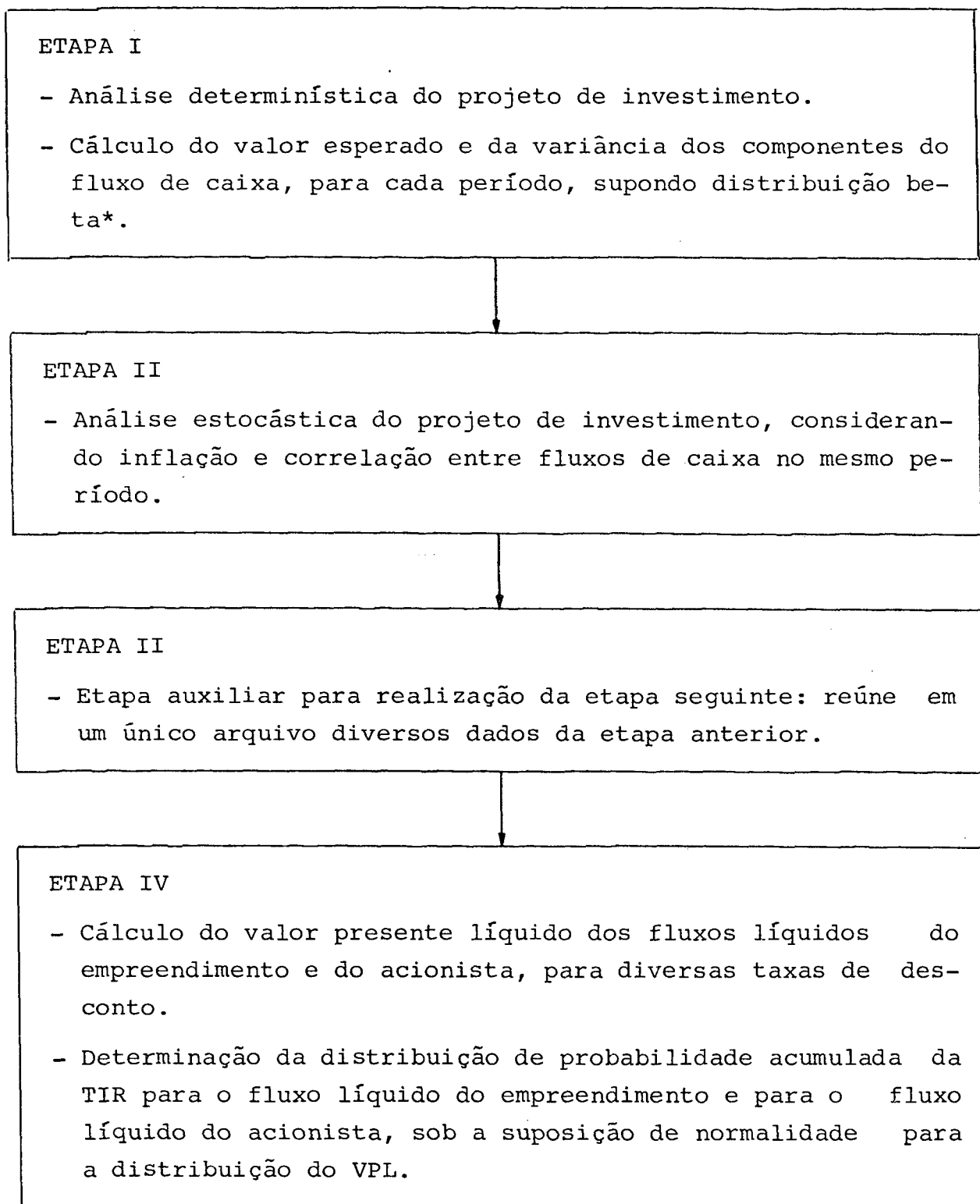


Figura 19 - Implantação da Metodologia Proposta em Uma Planilha de Cálculo Eletrônica.

*Se a distribuição for de outro tipo, deve-se entrar com a média e a variância dos componentes diretamente na etapa II.

A seguir, será feita uma descrição sucinta de cada etapa do programa.

Etapa I - Entradas:

- Estimativas da variação dos componentes do fluxo de caixa em relação ao seu valor mais provável, na forma
 - (limite inferior)/(valor mais provável) [144]
 - (limite superior)/(valor mais provável) [145]
- Estimativa do valor mais provável de cada fluxo de caixa.
- Taxas de desconto para a análise determinística.
- Saídas:
 - Análise determinística do projeto de investimento, sem consideração da inflação e da interdependência entre os fluxos de caixa.
 - Valor esperado e variância de cada fluxo de caixa, para cada período, supondo distribuição beta para as variáveis*.

Etapa II - Entradas:

- Valor esperado e variância dos fluxos de caixa.
- Taxa de inflação geral estimada.
- Valor mais provável e limites inferior/superior das estimativas para as taxas de inflação específicas para os fluxos de caixa**.

*Se a hipótese da distribuição beta não for válida, deve-se entrar com o valor esperado e a variância das variáveis diretamente na etapa II.

**Se as distribuições de probabilidade das taxas de inflação não forem betas, o analista deverá fornecer os valores da média e variância de cada taxa de inflação específica.

- Coeficientes de correlação entre os fluxos de caixa no mesmo período.

- Saída:

- Análise estocástica, considerando inflação e correlação entre fluxos de caixa no mesmo período.

Etapa III - Esta etapa tem apenas a finalidade de poupar tempo de processamento da etapa seguinte*.

- Entradas:

- Fluxo bruto, investimento, valor residual e fluxo líquido, para o empreendimento e para o acionista.

- Saída:

- Mesmos dados da entrada, agrupados em um único arquivo.

Etapa IV - Entradas:

- Arquivo criado na etapa anterior.

- Taxas de desconto para o cálculo do valor presente líquido.

- Saídas:

- Valor presente líquido dos fluxos líquidos do empreendimento e do acionista, para diversas taxas de desconto.

- Distribuição de probabilidade acumulada da TIR para o empreendimento e para o acionista, sob a hipótese

*Esta etapa poderia ser omitida, porém o tempo de processamento seria aumentado em cerca de 2 horas.

de distribuição normal para o VPL.

Uma descrição mais detalhada do programa é apresentada no Apêndice.

Como já foi dito anteriormente, o modelo implantado não está limitado à suposição da distribuição beta para as variáveis componentes fluxo de caixa e taxas de inflação. Quando as variáveis tiverem outros tipos de distribuição, determina-se a média e a variância destas distribuições e entra-se com estes valores diretamente nos respectivos campos das respectivas etapas (este procedimento é melhor detalhado no Apêndice).

O programa desenvolvido admite até 15 tipos de variáveis aleatórias diferentes, e até quinze períodos. São consideradas correlações cruzadas, entre os principais custos diretos de produção e entre receitas, custos de produção e despesas gerais. Um número maior de variáveis aleatórias, de períodos, ou de correlação podem ser analisados, bastando fazer algumas modificações no programa.

5.4. Conclusão

Neste capítulo fez-se a descrição do modelo proposto para análise de projetos de investimento sob condições de risco e inflação. Este modelo é baseado em expressões matemáticas relativamente simples.

Também foi mostrado de que forma foi efetuada a implantação desta metodologia em um microcomputador.

No capítulo seguinte será feita uma aplicação prática da metodologia proposta.

CAPÍTULO VI

6 - APLICAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA

6.1. Introdução

Neste capítulo será feita uma aplicação prática da metodologia proposta no capítulo anterior, em um projeto de viabilidade econômica de uma unidade industrial de fertilizantes.

6.2. Generalidades

Os dados apresentados no item seguinte foram extraídos do relatório final do estudo de viabilidade técnica-econômica para esta unidade industrial⁽³¹⁾, elaborado pela Engevix S.A. Estudos e Projetos de Engenharia; e cedido pela Gerência de Planejamento do Banco Regional de Desenvolvimento do Extremo Sul (BRDE). Este estudo considera que a localização da unidade industrial será junto ao Complexo Carboquímico de Imbituba (SC), e seu mercado consumidor será basicamente a região sul do país.

A empresa produzirá adubos compostos de alta concentração, com uma formulação NPK média provável de 8-36-16. Devido ao fato de

que a produção da empresa estaria atrelada à disponibilidade de ácido fosfórico fornecido pelo Complexo Carboquímico de Imituba, considerou-se que a empresa operaria a 60% da capacidade instalada no primeiro ano de operação, passando a 90% no segundo e atingindo a plena capacidade a partir do terceiro ano. Está previsto que a unidade industrial entre em operação no quarto ano após o início dos investimentos.

6.3. Investimentos, Receitas e Custos

Todos os valores apresentados a seguir estão expressos em Cr\$ mil de setembro de 1974 (valores da época em que o projeto foi elaborado), e foram obtidos do estudo acima citado.

Considera-se que 60% dos recursos necessários para os investimentos (investimento fixo mais capital de giro), inclusive juros durante a carência, serão financiados pelo Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico (BNDE)*, com prazo de carência até 1 ano após o início de operação da unidade industrial, e prazo de resgate de 11 anos (inclusive carência). A amortização do financiamento será feita em 17 parcelas semestrais, pelo sistema SAC. O quadro 6 mostra os recursos necessários para os investimentos.

	<u>ANO 0</u>	<u>ANO 1</u>	<u>ANO 2</u>	<u>ANO 3</u>	<u>ANO 4</u>	<u>ANO 5</u>
INVEST. TOTAL	2688	45847	108088	58323	12829	2770
INVEST. ACIONISTA	2688	16727	43235	23329	3470	2770
	<u>ANO 8</u>	<u>ANO 10</u>	<u>ANO 13</u>			
INVEST. TOTAL	2349	73893	23663			
INVEST. ACIONISTA	2349	73893	23662			

Quadro 6 - Cronograma de Aplicação de Investimentos.

*Denominação, em 1974, do atual Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (BNDES).

O investimento relativo ao ano 5 refere-se a um acréscimo ao capital de giro necessário naquele período, e os investimentos dos anos 8, 10 e 13 são de reposição de equipamentos. O quadro 7 mostra a amortização e os juros do financiamento.

	<u>ANO 4</u>	<u>ANO 5</u>	<u>ANO 6</u>	<u>ANO 7</u>	<u>ANO 8</u>	<u>ANO 9</u>
AMORTIZAÇÃO	0	16274	16274	16274	16274	16274
JUROS DO FINANCIAMENTO	9356	8257	7689	6550	5411	4272

	<u>ANO 10</u>	<u>ANO 11</u>	<u>ANO 12</u>	<u>ANO 13</u>
AMORTIZAÇÃO	16274	16274	16274	8137
JUROS DO FINANCIAMENTO	3133	1993	855	0

Quadro 7 - Amortização e Juros do Financiamento.

As receitas geradas pela venda do produto, de acordo com o plano de produção, são apresentadas no quadro 8.

	<u>UTILIZAÇÃO DA CAPACIDADE INSTALADA</u>		
	<u>60%</u>	<u>90%</u>	<u>100%</u>
RECEITAS ANUAIS	525480	788200	875800

Quadro 8 - Receitas Anuais em Função da Utilização da Capacidade Instalada.

O quadro 9 mostra como foram consideradas as depreciações.

	<u>ANO 4 A ANO 8</u>	<u>ANO 9 A ANO 15</u>
DEPRECIAÇÕES	525480	146696

Quadro 9 - Depreciações.

Os custos e despesas consideradas neste estudo são resumidos no quadro 10.

	UTILIZAÇÃO DA CAPACIDADE INSTALADA		
	<u>60%</u>	<u>90%</u>	<u>100%</u>
CUSTOS PRODUÇÃO DIRETOS:			
Ácido Fosfórico	270423	405634	450705
Amônia	50610	75914	84349
Cloreto de Potássio	39284	58926	65474
Mão de Obra	2427	2427	2427
Outros	13867	20498	22735
CUSTOS PRODUÇÃO INDIRETOS:			
Manutenção	3770	3770	3770
Mão de Obra	533	533	533
Outros	518	518	518
DESPESAS GERAIS VARIÁVEIS:			
Financeiras Operacionais	4094	6142	6824
Outras	2314	3474	3858
DESPESAS GERAIS FIXAS:			
Vendas	1432	1432	1432
Administrativas	4204	4204	4204
Outras	1582	1582	1582

Quadro 10 - Resumo dos Custos e Despesas.

6.4. Avaliação da Viabilidade Econômica pela Metodologia Tradicional

Com os dados apresentados no item anterior fez-se a avaliação econômica do projeto de investimento em questão. Foi determinado o valor presente líquido para diversas taxas, para o empreendimento e para o acionista. Também foram consideradas uma taxa de imposto de renda de 30% e um valor residual de Cr\$ 139.421 mil, obtido pela soma algébrica dos investimentos, depreciações e dispêndios com a reposição de equipamentos depreciados. O capital

ANALISE DETERMINISTICA

	ANO 0	ANO 1	ANO 2	ANO 3	ANO 4	ANO 5	ANO 6	ANO 7	ANO 8	ANO 9	ANO 10	ANO 11	ANO 12	ANO 13	ANO 14	ANO 15
RECEITAS	0	0	0	0	525480	788220	875800	875800	875800	875800	875800	875800	875800	875800	875800	875800
(-) CUSTOS DE PRODUCAO	0	0	0	0	381432	568220	630511	630511	630511	630511	630511	630511	630511	630511	630511	630511
DIRETOS:	0	0	0	0	376611	563399	625690	625690	625690	625690	625690	625690	625690	625690	625690	625690
ACIDO FOSFORICO	0	0	0	0	270423	405634	450705	450705	450705	450705	450705	450705	450705	450705	450705	450705
AMONIA	0	0	0	0	50610	75914	84349	84349	84349	84349	84349	84349	84349	84349	84349	84349
CLORETO DE POTASSIO	0	0	0	0	39284	58926	65474	65474	65474	65474	65474	65474	65474	65474	65474	65474
MAD DE OBRA	0	0	0	0	2427	2427	2427	2427	2427	2427	2427	2427	2427	2427	2427	2427
OUTROS	0	0	0	0	13867	20498	22735	22735	22735	22735	22735	22735	22735	22735	22735	22735
INDIRETOS:	0	0	0	0	4821	4821	4821	4821	4821	4821	4821	4821	4821	4821	4821	4821
MANUTENCAO	0	0	0	0	3770	3770	3770	3770	3770	3770	3770	3770	3770	3770	3770	3770
MAD DE OBRA	0	0	0	0	533	533	533	533	533	533	533	533	533	533	533	533
OUTROS	0	0	0	0	518	518	518	518	518	518	518	518	518	518	518	518
(-) DESPESAS GERAIS	0	0	0	0	13626	16834	17900	17900	17900	17900	17900	17900	17900	17900	17900	17900
VARIÁVEIS:	0	0	0	0	6408	9616	10682	10682	10682	10682	10682	10682	10682	10682	10682	10682
FINANCEIRAS OPERACIONAIS	0	0	0	0	4094	6142	6824	6824	6824	6824	6824	6824	6824	6824	6824	6824
OUTRAS	0	0	0	0	2314	3474	3858	3858	3858	3858	3858	3858	3858	3858	3858	3858
FIXAS:	0	0	0	0	7218	7218	7218	7218	7218	7218	7218	7218	7218	7218	7218	7218
VENDAS	0	0	0	0	1432	1432	1432	1432	1432	1432	1432	1432	1432	1432	1432	1432
ADMINISTRATIVAS	0	0	0	0	4204	4204	4204	4204	4204	4204	4204	4204	4204	4204	4204	4204
OUTRAS	0	0	0	0	1582	1582	1582	1582	1582	1582	1582	1582	1582	1582	1582	1582
(-) JUROS DE FINANCIAMENTOS	0	0	0	0	9356	8257	7689	6550	5411	4272	3133	1993	855	0	0	0
(-) DEPRECIACOES	0	0	0	0	17632	17632	17632	17632	17632	17632	17632	17632	17632	17632	17632	17632
(=) LUCRO ANTES DO IMPOSTO DE RENDA	0	0	0	0	103434	177277	202068	203207	204346	208421	209560	210700	211838	212693	212693	212693
(-) PROVISAO PARA IMPOSTO DE RENDA	0	0	0	0	31030	53183	60620	60962	61304	62526	62868	63210	63551	63808	63808	63808
(=) FLUXO DO EMPREENDIMENTO	0	0	0	0	99392	149983	166769	166427	166085	164863	164521	164179	163838	163581	163581	163581
(-) AMORTIZACAO DO EMPREENDIMENTO	0	0	0	0	0	16274	16274	16274	16274	16274	16274	16274	16274	16274	16274	16274
(-) JUROS DE FINANCIAMENTOS	0	0	0	0	9356	8257	7689	6550	5411	4272	3133	1993	855	0	0	0
(=) FLUXO DO ACIONISTA	0	0	0	0	90036	125452	142806	143603	144400	144317	145114	145912	146709	155444	163581	163581
INVESTIMENTO TOTAL	2688	45847	108088	58323	12829	2770	0	0	2349	0	73893	0	0	23663	0	0
INVESTIMENTO DO ACIONISTA	2688	16727	43335	23329	3470	2770	0	0	2349	0	73893	0	0	23663	0	0
VALOR RESIDUAL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	139421
FLUXO LIQUIDO DO EMPREENDIMENTO	-2688	-45847	-108088	-58323	86563	147213	166769	166427	163736	164863	164863	164179	163838	139918	163581	303002
VPL DO EMPREENDIMENTO	1703770	543171.0593	186768.3344	58193.06415	7384.388426	1603.444348	-927.115631	310.3180464	-191.203329	58.45323377	-41.6733629	8.345851234	8373522363	3368562408	6866115144	-0.013485394
TAXA PARA CALCULO DO VPL	0	.1	.2	.3	.4	.42	.43	.425	.427	.426	.426	.426	.42623	.426232	.426233	.4262334
FLUXO LIQUIDO DO ACIONISTA	-2688	-16727	-43335	-23329	86566	122682	142806	143603	142051	144317	145112	145912	146709	131781	163581	303002
VPL DO ACIONISTA	1650251	568229.1659	226770.8369	99332.38456	45057.67569	19672.32922	7019.961745	473.5888350	-796.977008	-192.397619	-64.3009776	-21.0405305	6824659866	-623369897	6295164322	-9.53093E-4
TAXA PARA CALCULO DO VPL	0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.73	.715	.712	.711	.7105	.71053	.710515	.7105197

de giro líquido no último ano não foi considerado, no estudo referido acima, como componente do valor residual. Apesar deste procedimento, a rigor, não ser correto, optou-se por fazer a análise com o valor encontrado no projeto original.

O quadro 11 mostra o resultado da avaliação, considerando os primeiros 12 anos de operação da unidade industrial de fertilizantes. O período considerado é suficiente para estabilização dos valores considerados e é superior ao prazo concedido para o pagamento do financiamento assumido.

O resultado obtido aponta uma alta rentabilidade para o projeto de investimento, tanto para o empreendimento como um todo como para o acionista, apresentando taxas internas de retorno de 42,62% e 71,05%, respectivamente. Neste texto, doravante serão utilizadas sempre taxas arredondadas, mais coerentes com o processo de estimação.

6.5. Avaliação pela Metodologia Proposta

Todos os dados apresentados no item 6.3. foram considerados estocásticos para a aplicação da metodologia proposta no capítulo anterior. Apenas com a finalidade de simplificação, foi atribuída distribuição de probabilidade beta para todas as variáveis envolvidas neste projeto de investimento. Foi considerado que os valores apresentados representam o valor mais provável destas distribuições, e os limites inferior e superior foram estimados. Estas estimativas são apresentadas no quadro 12.

As estimativas dos coeficientes de correlação linear entre os fluxos de caixa componentes são apresentadas no quadro 13. Os demais coeficientes são considerados nulos.

```

=====
--RECEITAS--
LI      MP      LS      LI      MP      LS      LI      MP      LS      LI      MP      LS
-----
VARIACAO DO FLUXO DE CAIXA      .7      1      1.2      .7      1      1.2      .75      1      1.35
=====

```

```

=====
--ACIDO FOSFORICO--
LI      MP      LS      LI      MP      LS      LI      MP      LS      LI      MP      LS
-----
.85     1      1.2     .8      1      1.25    .8      1      1.3     .85     1      1.15
=====

```

```

=====
--CLORETO DE POTASSIO--
LI      MP      LS      LI      MP      LS      LI      MP      LS      LI      MP      LS
-----
.8      1      1.3     .8      1      1.25    .85     1      1.15    .85     1      1.15
=====

```

```

=====
--OUTROS--
LI      MP      LS      LI      MP      LS      LI      MP      LS      LI      MP      LS
-----
.75     1      1.25    .75     1      1.3     .85     1      1.15    .85     1      1.15
=====

```

Quadro 12 - Variações nos Fluxos de Caixa.

=====

COEF. DE CORRELAÇÃO ENTRE FLUXOS NO
MESMO PERIODO:

	AMONIA	CL POTAS
AC FOSFORICO	.7	.6
AMONIA	/////	.8

	C PROD	D GERAIS
RECEITAS	-.7	-.5
C PROD	/////	0
=====		

Quadro 13 - Coeficientes de Correlação Linear.

Uma avaliação da viabilidade econômica da unidade industrial de fertilizantes, desconsiderado o efeito da inflação, é apresentada nos quadros 14* e 15. Os quadros 16 e 17 e as Figuras 20 e 21 apresentam a distribuição de probabilidade acumulada da TIR para o empreendimento e para o acionista, respectivamente.

Com o propósito de avaliar o impacto da inflação sobre os componentes aleatórios do fluxo de caixa e sobre a rentabilidade do projeto de investimento, foi efetuada nova análise. Foi considerada uma taxa de inflação geral de 100% a.a., e as taxas de inflação estimadas para os diversos fluxos de caixa componentes são mostradas, junto com o seu valor esperado e variância, no quadro 18.

Observa-se neste quadro, que os componentes do fluxo de caixa, em sua maioria, evoluem de maneira diferente entre si, abaixo ou acima da taxa de inflação geral estimada. Os componentes do flu-

*O quadro 14 é o resumo de uma análise semelhante àquela apresentada no quadro 19, e representa a submatriz III-1 = submatriz IV-1, apresentadas no Apêndice (Figuras A-3 e A-4, respectivamente).

OBS.: VALORES DE E(X) EM CR\$ MIL

OBS.: VALORES DE E(X) EM CR\$ MIL

	FLUXO DO EMPREEND.	INVEST.	VALOR RESIDUAL	FLUXO LÍQ. EMPREEND.	AND	E(X) =	VAR(X) =	FLUXO DO ACIONISTA	INVEST. ACIONISTA	VALOR RESIDUAL ACIONISTA	FLUXO LÍQ. ACIONISTA
AND 0	0	2688	0	-2688	AND 0	E(X) =	VAR(X) =	0	2688	0	-2688
	0	18063359992	0	18063359992		VAR(X) =	0	18063359992	0	18063359992	0
AND 1	0	45847	0	-45847	AND 1	E(X) =	VAR(X) =	0	16727	0	-16727
	0	5.254869E12	0	5.254869E12		VAR(X) =	0	6.994813E11	0	6.994813E11	0
AND 2	0	108088	0	-108088	AND 2	E(X) =	VAR(X) =	0	43235	0	-43235
	0	2.920754E13	0	2.920754E13		VAR(X) =	0	4.673163E12	0	4.673163E12	0
AND 3	0	58323	0	-58323	AND 3	E(X) =	VAR(X) =	0	23329	0	-23329
	0	8.503931E12	0	8.503931E12		VAR(X) =	0	1.360606E12	0	1.360606E12	0
AND 4	90873	12829	0	78044	AND 4	E(X) =	VAR(X) =	81517	3470	0	78047
	4.001677E15	4.114581E11	0	4.002089E15		VAR(X) =	4.001896E15	30102249982	0	4.001926E15	0
AND 5	137257	2770	0	134487	AND 5	E(X) =	VAR(X) =	112726	2770	0	109956
	8.993449E15	19182249996	0	8.993438E15		VAR(X) =	8.994252E15	19182249996	0	8.994271E15	0
AND 6	152641	0	0	152641	AND 6	E(X) =	VAR(X) =	128678	0	0	128678
	1.110087E16	0	0	1.110087E16		VAR(X) =	1.110168E16	0	0	0	1.110168E16
AND 7	152299	0	0	152299	AND 7	E(X) =	VAR(X) =	129475	0	0	129475
	1.110087E16	0	0	1.110087E16		VAR(X) =	1.110164E16	0	0	0	1.110164E16
AND 8	151957	2349	0	149608	AND 8	E(X) =	VAR(X) =	130272	2349	0	127923
	1.110087E16	13794502495	0	1.110088E16		VAR(X) =	1.110160E16	13794502495	0	1.110162E16	0
AND 9	150735	0	0	150735	AND 9	E(X) =	VAR(X) =	130189	0	0	130189
	1.110084E16	0	0	1.110084E16		VAR(X) =	1.110155E16	0	0	0	1.110155E16
AND 10	150393	73893	0	76500	AND 10	E(X) =	VAR(X) =	130986	73893	0	57093
	1.152031E16	1.365044E13	0	1.153396E16		VAR(X) =	1.152099E16	1.365044E13	0	1.153465E16	0
AND 11	150051	0	0	150051	AND 11	E(X) =	VAR(X) =	131784	0	0	131784
	1.110084E16	0	0	1.110084E16		VAR(X) =	1.110151E16	0	0	0	1.110151E16
AND 12	149710	0	0	149710	AND 12	E(X) =	VAR(X) =	132581	0	0	132581
	1.110084E16	0	0	1.110084E16		VAR(X) =	1.110150E16	0	0	0	1.110150E16
AND 13	149453	23663	0	125790	AND 13	E(X) =	VAR(X) =	141316	23663	0	117653
	1.110084E16	1.399844E12	0	1.110224E16		VAR(X) =	1.110100E16	1.399844E12	0	1.110240E16	0
AND 14	149453	0	0	149453	AND 14	E(X) =	VAR(X) =	149453	0	0	149453
	1.110084E16	0	0	1.110084E16		VAR(X) =	1.110084E16	0	0	0	1.110084E16
AND 15	149453	0	0	139421	AND 15	E(X) =	VAR(X) =	149453	0	139421	288874
	1.110084E16	0	0	1.110084E16		VAR(X) =	1.110084E16	0	0	0	1.110084E16
	1.110084E16	0	0	4.859554E13		VAR(X) =	1.110084E16	0	4.859554E13	1.114943E16	0

Quadro 14 - Análise Estocástica, sem Inflação.

=====

CALCULO DO VPL DO EMPREENDIMENTO:

		AUTOCORRELACAO:-----	NULLA:-----	TOTAL:
OBS.: VALORES DE E(X) EM CR\$ MIL		E(X)	VAR(X)	VAR(X)
TAXA DE DESCONTO	= 0	1543245	1.245301E17	1.473103E18
	= .05	894579	4.986901E16	5.852912E17
	= .1	532065	2.278165E16	2.548903E17
	= .15	320064	1.157148E16	1.202236E17
	= .2	191096	6.383742E15	6.076119E16
	= .25	109960	3.754319E15	3.258646E16
	= .3	57477	2.321265E15	1.839199E16
	= .35	22764	1.493812E15	1.084737E16
	= .4	-586	9.933398E14	6.645592E15
	= .45	-16472	6.789325E14	4.208134E15
	= .5	-27340	4.750739E14	2.742741E15
	= .55	-34770	3.393017E14	1.833633E15
	= .6	-39803	2.467597E14	1.253758E15
	= .65	-43142	1.823928E14	8.746499E14
	= .7	-45271	1.368119E14	6.212791E14

=====

CALCULO DO VPL DO ACIONISTA:

		AUTOCORRELACAO:-----	NULLA:-----	TOTAL:
OBS.: VALORES DE E(X) EM CR\$ MIL		E(X)	VAR(X)	VAR(X)
TAXA DE DESCONTO	= 0	1495726	1.244998E17	1.473141E18
	= .1	557429	2.275835E16	2.548803E17
	= .2	239099	6.366708E15	6.074753E16
	= .3	110945	2.308618E15	1.838039E16
	= .4	52157	9.837259E14	6.636359E15
	= .5	22493	4.675947E14	2.735418E15
	= .55	13322	3.326524E14	1.827087E15
	= .6	6493	2.408192E14	1.247888E15
	= .65	1360	1.770611E14	8.693667E14
	= .7	-2526	1.320060E14	6.165073E14
	= .75	-5482	9.966136E13	4.442360E14
	= .8	-7737	7.610922E13	3.247683E14
	= .9	-10768	4.577163E13	1.803717E14
	= 1	-12501	2.853649E13	1.047264E14
	= 1.1	-13443	1.835780E13	6.315971E13

=====

Quadro 15 - VPL, sem Inflação.

```

=====
DISTR. PROB. ACUM. TIR EMPREEND.
TAXA AUTOC NULA AUTOC TOTAL
      PROB<OU= .PROB<OU=
-----
      0          0.00      0.10
     .05         0.00      0.12
     .1          0.00      0.14
     .15         0.00      0.18
     .2          0.01      0.22
     .25         0.02      0.27
     .3          0.11      0.34
     .35         0.28      0.41
     .4          0.51      0.50
     .45         0.74      0.60
     .5          0.90      0.70
     .55         0.97      0.79
     .6          0.99      0.87
     .65         1.00      0.93
     .7          1.00      0.97
=====

```

Quadro 16 - Distr. de Prob. Acum. da TIR do Empreendimento, Análise sem Inflação.

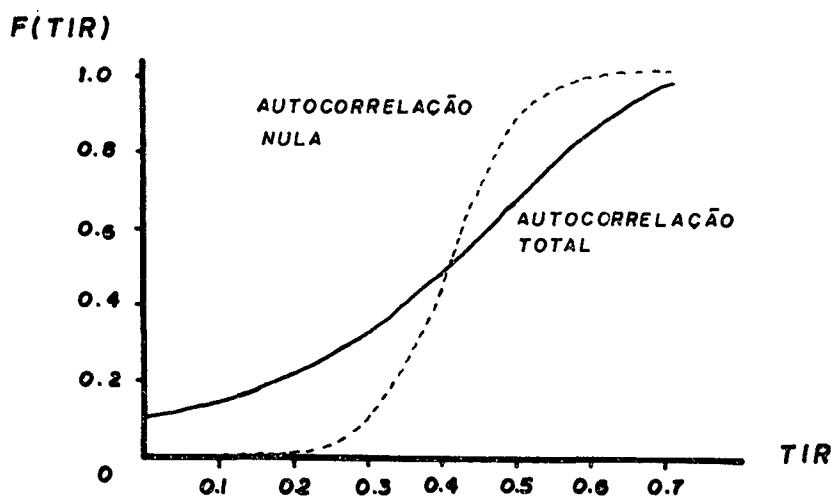


Figura 20 - Distr. de Prob. Acum. da TIR do Empreendimento, Análise sem Inflação.

DISTR. PROB. ACUM. TIR ACIONISTA		
TAXA	AUTOC NULA	AUTOC TOTAL
	PROB<OU=	PROB<OU=
0	0.00	0.11
.1	0.00	0.13
.2	0.00	0.17
.3	0.01	0.21
.4	0.04	0.26
.5	0.15	0.33
.55	0.23	0.38
.6	0.34	0.43
.65	0.46	0.48
.7	0.59	0.54
.75	0.71	0.60
.8	0.81	0.67
.9	0.94	0.79
1	0.99	0.89
1.1	1.00	0.95

Quadro 17 - Distr. de Prob. Acum. da TIR do Acionista, Análise sem Inflação.

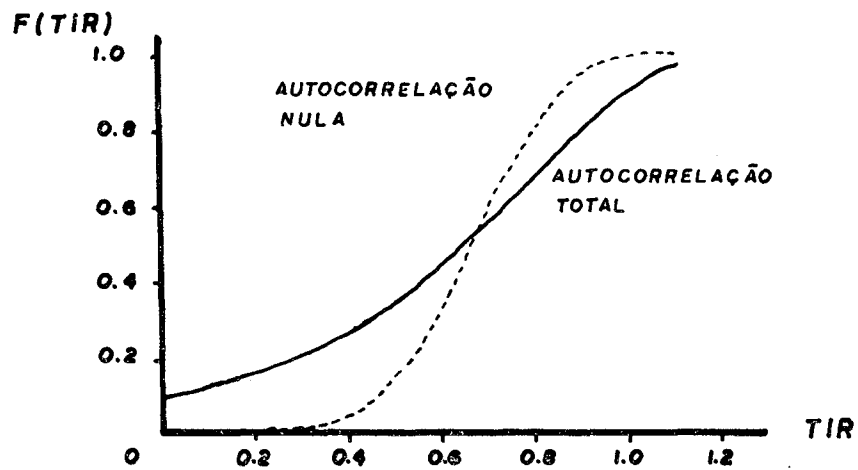


Figura 21 - Distr. de Prob. Acum. da TIR do Acionista, Análise sem Inflação.

TAXA DE INFLACAO GERAL (%)

100

	RECEITAS			FINANCEIRAS OPERACIONAIS			VENDAS		
	LI	MP	LS	LI	MP	LS	LI	MP	LS
ESTIMATIVAS TAXAS ESPECIFICAS FLUXO	80	93	120	80	93	120	100	100	100
VALOR ESPERADO - E (TAXA FLUXO)	96.6666667			96.6666667			100		
VARIANCIA - VAR (TAXA FLUXO)	44.4444443			44.4444443			0		

	ACIDO FOSFORICO			AMONIA			ADMINISTRATIVAS			JURGS DE FINANCIAMENTOS		
	LI	MP	LS	LI	MP	LS	LI	MP	LS	LI	MP	LS
	75	95	123	85	100	110	100	100	100	90	98	102
	96.6666667			99.1666667			100			97.3333333		
	69.4444433			17.3611111			0					4

CLORETO DE POTASSIO			MAO DE OBRA			DEPRECIACOES			INVESTIMENTOS		
LI	MP	LS	LI	MP	LS	LI	MP	LS	LI	MP	LS
90	105	115	100	110	120	90	98	102	100	100	100
	104.1666667			110		97.33333333			100		100
	17.3611111		11.1111110			4					0

OUTROS			MANUTENCAO			AMORTIZACOES			VALOR RESIDUAL		
LI	MP	LS	LI	MP	LS	LI	MP	LS	LI	MP	LS
100	100	100	100	100	100	90	98	102	100	100	100
	100			100		97.33333333			100		100
	0			0		4					0

Quadro 18 - Variação das Taxas Específicas de Inflação para uma Inflação Geral de 100% .a.a.

xo de caixa "receitas" e "ácido fosfórico", apesar de terem o mesmo valor esperado para suas taxas de inflação específicas, apresentam variâncias diferentes, o que é consequência dos diferentes níveis de incerteza que são atribuídos à eles. Considera-se, também, que alguns fluxos de caixa acompanham a taxa de inflação geral, com variância nula, o que equivale a afirmar que o efeito da inflação e incerteza é desconsiderado para estas variáveis.

Conforme mostrado no Capítulo III, a análise do efeito da inflação só tem significado quando as taxas específicas evoluem de forma distinta da taxa de inflação geral. Este efeito é função do quanto estas taxas evoluem acima ou abaixo da taxa de inflação geral. Assim, não importa o valor nominal desta taxa tomado para análise, pois desde que seja assegurado que as variações reais das taxas específicas permaneça constante com a variação da inflação geral, chegar-se-á sempre ao mesmo resultado.

As relações entre taxas nominais (i_n), reais (i) e de inflação geral (θ) são apresentadas na relação [97]:

$$(1 + i_n) = (1 + i) \cdot (1 + \theta) \quad [97]$$

Desta forma, por exemplo, as taxas de 80%, 95% e 120%, estimadas como variações nominais do fluxo de caixa componente "receitas", representam variações reais de -10%, -2,5% e +10%, respectivamente, em torno da taxa de inflação geral estimada (100%).

O resultado da análise que considera os efeitos inflacionários sobre os fluxos de caixa é mostrado no quadro 19.

O quadro 20 apresenta resultados de alguns cálculos do valor presente líquido, para diversas taxas.

ANALISE ESTADÍSTICA CON INFLACION, CORRELACION ENTRE FLUJOS DE UN MESMO PERIODO.

	ANO 0	ANO 1	ANO 2	ANO 3	ANO 4	ANO 5	ANO 6	ANO 7	ANO 8	ANO 9	ANO 10	ANO 11	ANO 12	ANO 13	ANO 14	ANO 15
	EX(X)	VAR(X)	EX(X)	VAR(X)	EX(X)	VAR(X)	EX(X)	VAR(X)	EX(X)	VAR(X)	EX(X)	VAR(X)	EX(X)	VAR(X)	EX(X)	VAR(X)
RECEITAS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CUSTOS DE PRODUCCION	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DIRETOS:	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ACIDO FOSFORICO	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
AMONIA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CLORETO DE POTASSIO	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MAD DE OBRA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
OUTROS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
INDIRETOS:	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MANUTENCAO	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MAD DE OBRA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
OUTROS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DESPESAS GERAIS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
VARIÁVEIS:	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
FINANCEIRAS OPERACIONAIS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
OUTRAS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
FIXAS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
VENAS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ADMINISTRATIVAS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
OUTRAS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
JURIS DE FINANCIAMENTOS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DEFERCIACIÖES	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LUCRO ANTES DO IMPOSTO DE RENDA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PROVISAO PARA IMPOSTO DE RENDA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
FLUXO DO EMPREENDIMENTO	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
AMORTIZACAO DO FINANCIAMENTO	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
JURIS DE FINANCIAMENTOS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
FLUXO DO AÇIONISTA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
INVESTIMENTO TOTAL	2688	1806,3359992	45847	5,2540676E12	108088	2,920754E13	58333	8,503931E12	12829	4,114581E11	2770	19182249969	0	0	0	0
INVESTIMENTO DO AÇIONISTA	2688	1806,3359992	16727	6,994813E11	43235	4,673163E12	23339	1,366060E12	3490	30102349974	2770	19182249969	0	0	0	0
VALOR RESIDUAL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
FLUXO LIQUIDO DO EMPREENDIMENTO	-2688	1806,3359992	-45847	5,2540676E12	-108088	2,920754E13	-58333	8,503931E12	64433	6,743226E15	109645	1,641471E16	119818	2,169454E16	114197	2,302314E16
FLUXO LIQUIDO DO AÇIONISTA	-2688	1806,3359992	-16727	6,994813E11	-43235	4,673163E12	-23339	1,366060E12	64927	6,743226E15	86707	1,641559E16	97709	2,169454E16	93430	2,302314E16

=====

CALCULO DO VPL DO EMPREENDIMENTO:

		AUTOCORRELACAO:-----NULA: -----TOTAL:		
OBS.: VALORES DE E(X) EM CR\$ MIL		E(X)	VAR(X)	VAR(X)
TAXA DE DESCONTO	= 0	945125	2.890018E17	3.378529E18
	= .05	537667	1.109510E17	1.312088E18
	= .1	308877	4.872908E16	5.590397E17
	= .15	174493	2.392385E16	2.593417E17
	= .2	92510	1.283291E16	1.281215E17
	= .25	40933	7.376748E15	6.754528E16
	= .3	7705	4.476696E15	3.753955E16
	= .35	-14063	2.836627E15	2.183639E16
	= .4	-28457	1.861631E15	1.321338E16
	= .45	-37989	1.257927E15	8.274603E15
	= .5	-44244	8.712914E14	5.339478E15
	= .55	-48255	6.165243E14	3.537453E15
	= .6	-50707	4.445008E14	2.398831E15
	= .65	-52066	3.258536E14	1.660776E15
	= .7	-52654	2.424743E14	1.171346E15

=====

CALCULO DO VPL DO ACIONISTA:

		AUTOCORRELACAO:-----NULA: -----TOTAL:		
OBS.: VALORES DE E(X) EM CR\$ MIL		E(X)	VAR(X)	VAR(X)
TAXA DE DESCONTO	= 0	916931	2.889719E17	3.378575E18
	= .1	342691	4.870588E16	5.590311E17
	= .2	144687	1.281590E16	1.281082E17
	= .3	63444	4.464059E15	3.752805E16
	= .4	25619	1.852021E15	1.320418E16
	= .5	6423	8.638141E14	5.332167E15
	= .55	509	6.098763E14	3.530918E15
	= .6	-3864	4.385613E14	2.392966E15
	= .65	-7114	3.205226E14	1.655497E15
	= .7	-9535	2.376689E14	1.166577E15
	= .75	-11336	1.785448E14	8.357640E14
	= .8	-12669	1.357248E14	6.077836E14
	= .9	-14350	8.094294E13	3.344029E14
	= 1	-15172	5.007967E13	1.925812E14
	= 1.1	-15478	3.198361E13	1.153009E14

=====

Quadro 20 - VPL, com Inflação.

As distribuições de probabilidade acumuladas da TIR para o empreendimento e para o acionista são mostradas pelos quadros 21 e 22, e pelas figuras 22 e 23, respectivamente. Destes resultados pode-se avaliar facilmente a probabilidade do projeto de investimento atingir, ou não, a taxa de mínima atratividade (TMA) da empresa e do acionista.

Assim, por exemplo, se a empresa tiver uma TMA de 20%, observa-se no quadro 21, que a probabilidade da rentabilidade do investimento ser menor ou igual a esta taxa é de 21% para o caso de autocorrelação nula e de 40% para o caso de autocorrelação total. Para o acionista, para esta mesma TMA, estas probabilidades são de 10% e 34%, respectivamente, conforme pode ser visto no quadro 22. Evidentemente, estas taxas só terão significado se as hipóteses de normalidade para o valor presente líquido e de aplicabilidade do método da taxa interna de retorno, forem válidas.

Analisando-se as figuras 22 e 23, verifica-se que há uma probabilidade de cerca de 81% de não ser atingida a TIR prevista para o empreendimento pela metodologia tradicional, quando a autocorrelação é nula; e de 63% quando a autocorrelação é total. Para a TIR do fluxo líquido do acionista, estas probabilidades são, aproximadamente, 75% e 62%, respectivamente. Estas informações adicionais fornecem ao tomador de decisão uma medida do risco envolvido no projeto.

Nas Figuras 24 e 25 são superpostos os resultados das análises com e sem inflação, para as TIR do empreendimento e do acionista, respectivamente. Estes resultados mostram que o efeito inflacionário não pode ser desconsiderado num estudo de viabilidade econômica de um projeto de investimento, quando os fluxos de caixa componentes não evoluem da mesma forma que a taxa geral de inflação.

DISTR. PROB. ACUM. TIR EMPREEND.		
TAXA	AUTOC NULA	AUTOC TOTAL
	PROB<OU=	PROB<OU=
0	0.02	0.30
.05	0.04	0.32
.1	0.08	0.34
.15	0.13	0.37
.2	0.21	0.40
.25	0.32	0.44
.3	0.45	0.48
.35	0.60	0.54
.4	0.75	0.60
.45	0.86	0.66
.5	0.93	0.73
.55	0.97	0.79
.6	0.99	0.85
.65	1.00	0.90
.7	1.00	0.94

Quadro 21 - Distr. de Prob. Acum. da TIR do Empreendimento, Análise com Inflação.

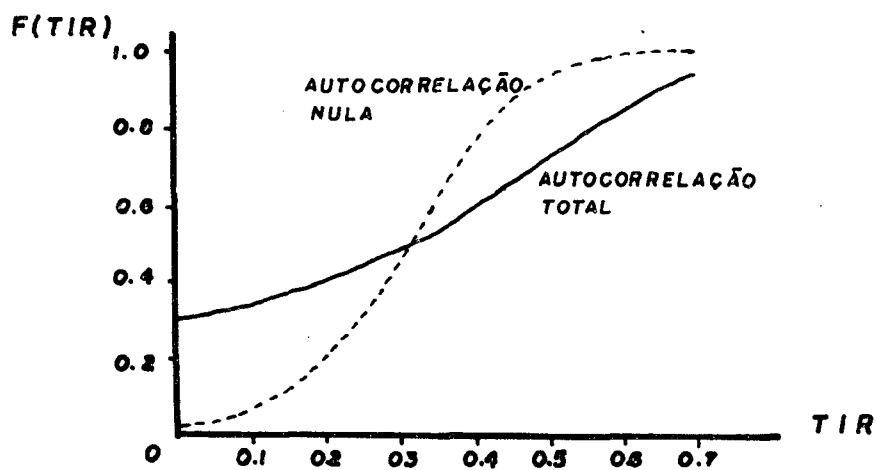


Figura 22 - Distr. de Prob. Acum. da TIR do Empreendimento, Análise com Inflação.

DISTR. PROB. ACUM. TIR ACIONISTA		
TAXA	AUTOC NULA	AUTOC TOTAL
	PROB<OU=	PROB<OU=
0	0.03	0.31
.1	0.05	0.32
.2	0.10	0.34
.3	0.17	0.37
.4	0.28	0.41
.5	0.41	0.46
.55	0.49	0.50
.6	0.57	0.53
.65	0.65	0.57
.7	0.73	0.61
.75	0.80	0.65
.8	0.86	0.70
.9	0.94	0.78
1	0.98	0.86
1.1	1.00	0.93

Quadro 22 - Distr. de Prob. Acum. da TIR do Acionista, Análise com Inflação.

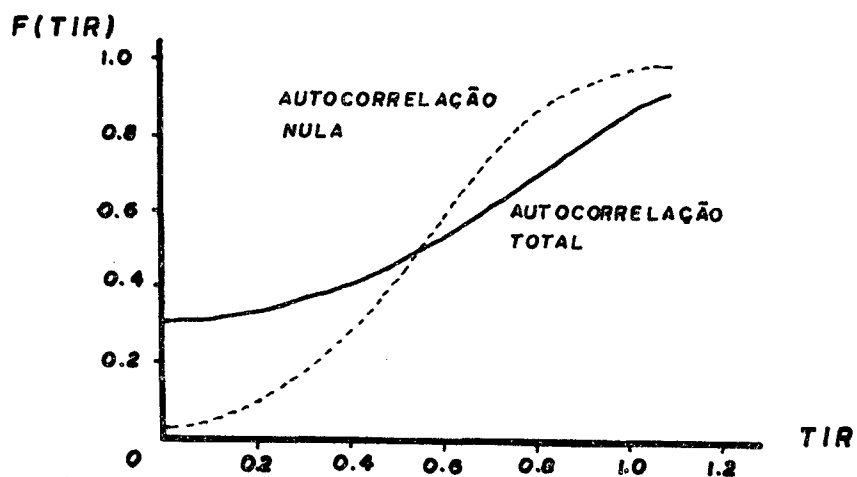


Figura 23 - Distr. de Prob. Acum. da TIR do Acionista, Análise com Inflação.

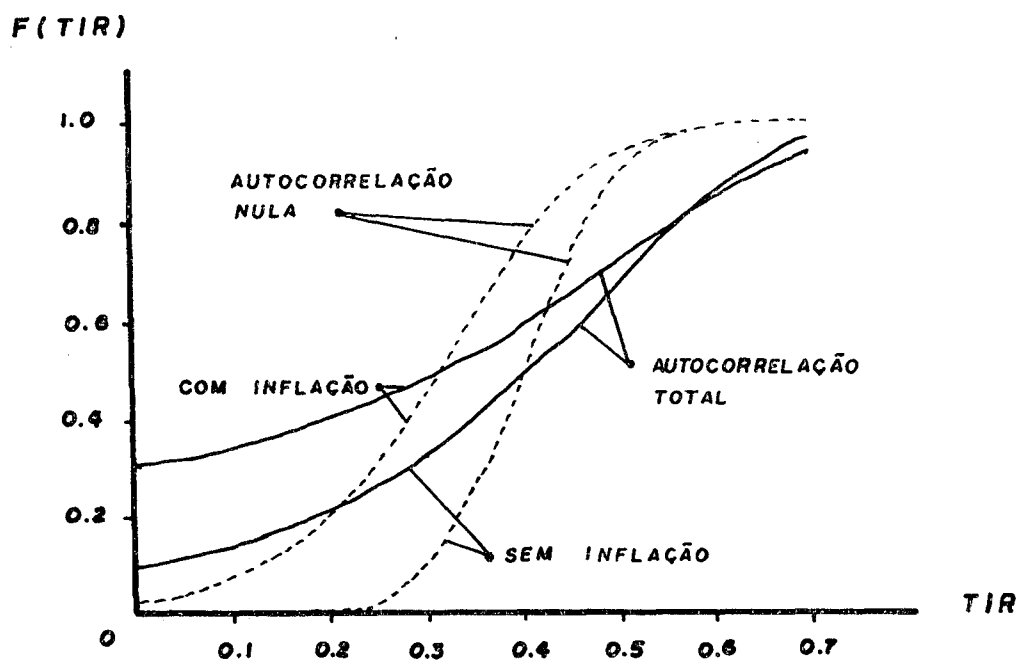


Figura 24 - Distr. de Prob. Acum. da TIR do Empreendimento, com e sem Inflação.

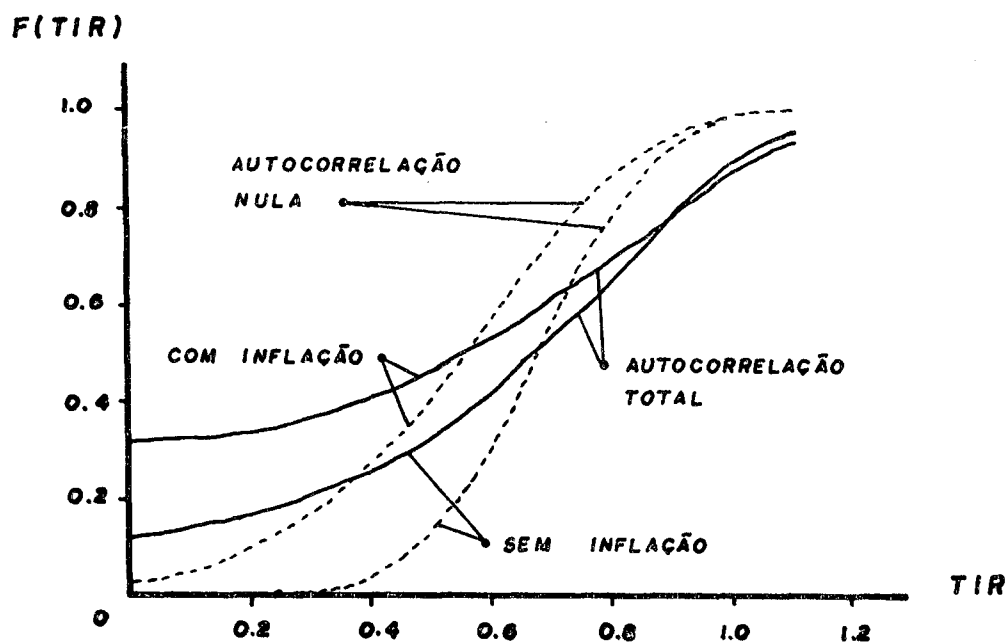


Figura 25 - Distr. de Prob. Acum. da TIR do Acionista, com e sem Inflação.

6.6. Conclusão

Este capítulo apresentou os resultados da aplicação da metodologia proposta no capítulo anterior num exemplo prático de análise de projeto de investimento.

O modelo proposto possibilita uma medida do risco associado ao projeto de investimento, e, ao mesmo tempo, mostra claramente ao decisor a influência que cada componente do fluxo de caixa tem sobre o fluxo global. Também fica evidente, dos resultados da aplicação da metodologia aqui desenvolvida, o impacto inflacionário sobre as variáveis em análise.

CAPÍTULO VII

7 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

7.1. Conclusões

A análise de viabilidade econômica de um projeto de investimento pode tornar-se tarefa relativamente complexa, com o aumento do número de variáveis em estudo e o reconhecimento de que as condições futuras, sob as quais o projeto se desenvolverá, não são perfeitamente conhecidas.

Como foi mostrado no Capítulo II, embora os métodos determinísticos para análise de investimentos sob risco tenham uma fundamentação teórica relativamente simples, a sua aplicabilidade, muitas vezes, encontra sérias restrições de ordem prática. Além disso, os resultados destas análises não possibilitam a avaliação da probabilidade de ocorrência dos valores encontrados, informação esta de grande valor para o decisor. Por isso, de um modo geral, estes métodos proporcionam apenas uma avaliação grosseira do risco envolvido no investimento.

Os métodos probabilísticos, além de considerarem a aleatoriedade das variáveis em estudo, apresentam os parâmetros de po-

sição e de dispersão do resultado da análise, sendo, por isso, superiores aos métodos determinísticos no que se refere à qualidade das informações fornecidas ao tomador de decisão. Contudo, em algumas situações, podem tornar-se complexos e/ou trabalhosos.

A metodologia proposta neste trabalho possibilita uma análise probabilística do risco em projetos de investimento sob um contexto inflacionário, apresentando resultados que são de fácil interpretação para o decisor, mesmo que este não possua muitos conhecimentos de Teoria de Probabilidade. Ela proporciona, também, uma análise da influência que cada componente tem sobre o fluxo de caixa. Desta forma, uma grande quantidade de informações importantes são fornecidas ao tomador de decisões, permitindo-lhe uma ação mais segura na escolha das opções de investimento.

Comparando-se os resultados obtidos pela metodologia tradicional na análise do projeto de investimento usado como exemplo neste trabalho com aqueles obtidos pela metodologia proposta, fica claro que a variabilidade dos componentes do fluxo de caixa e o efeito da inflação sobre estes, não pode ser desconsiderado.

A influência da inflação é tanto maior quanto maior for a diferença entre as taxas específicas e a taxa global da inflação. Esta influência cresce também com o aumento no número de períodos considerados.

7.2. Recomendações para Futuros Trabalhos

Nesta dissertação não foram revisados trabalhos provenientes das áreas de Pesquisa Operacional e Teoria de Decisão aplicados à análise de risco em projetos de investimento. Uma comparação da aplicação destas técnicas e da metodologia estudada possibi-

litaria ao tomador de decisão um conhecimento valioso no que se refere à aplicabilidade e limitações dos métodos oriundos destes três campos de conhecimento.

Estudos para os casos de taxas de inflação geral e de desconto aleatórias enriqueceriam os resultados provenientes da aplicação desta metodologia.

As hipóteses de autocorrelação parcial entre as variáveis componentes do fluxo de caixa e de taxas de inflação dependentes também poderão ser admitidas em trabalhos futuros, com a finalidade de proporcionar uma análise mais completa para projetos de investimento sob condições de risco e inflação.

BIBLIOGRAFIA

01. ALLEN, Brandt., Evaluating Capital Expenditures under Inflation: A Primer, Business Horizons, 19(6):30-9, Dec.1976.
02. ANG, James C.; CHUA, Jess H. and SELLERS, Ronald., Generating Cash Flow Estimates: an Actual Study Using the Delphi Technique, Financial Management, 8(1):64-7, Spring 1979.
03. BALL Jr., Ben C., Managing Risk in the Real World, European Journal of Operational Research, 14(3):248-61, Nov. 1983.
04. BLAKE, Ian F., An Introduction to Applied Probability, John Wiley & Sons, New York, 1979.
05. BONINI, Charles P., Comment on "Formulating Correlated Cash Flow Streams", The Engineering Economist, 20(3):209-14, Spring 1975.
06. BROWN, Gerald G. and RUTEMILLER, Ferbert C., Means and Variances of Stochastic Vector Products with Applications to Random Linear Models, Management Science, 24(2):210-16, Oct. 1977.

07. BUCK, James R., Decision Principles and Analysis, Handbook of Industrial Engineering, John Wiley & Sons, New York, 1982.
08. BUCK, James R. and HILL Jr., Thomas R., Additions to the Laplace Transform Methodology for Economic Analysis, The Engineering Economist, 20(3):197-208, Spring 1975.
09. BUCK, James R. and TANCHOCO, Jose M. A., Economic Risk Analysis, Handbook of Industrial Engineering, John Wiley & Sons, New York, 1982.
10. BUSSEY, Lyun E. and STEVENS Jr., G. T., Formulating Correlated Cash Flow Streams, The Engineering Economist, 18(1):01-30, Fall 1972.
11. BUSSEY, Lyun E. and STEVENS, G.T., Reply to "Comment on Formulating Correlated Cash Flow Streams", The Engineering Economist, 20(3):215-21, Spring 1975.
12. CANALI, Ronaldo V., Análise de risco em projetos de investimentos, Dissertação de Mestrado, UFSC, Florianópolis, 1975.
13. CASAROTTO Fº, Nelson & KOPITTIKE, Bruno H., Análise de investimentos, Editora da UFSC, Florianópolis, 1985.
14. COSTA NETO, Pedro L.O., Estatística, Edgard Blucher, São Paulo, 1977.
15. DE, P.K.; ACHARYA, D. and SAHU, K.C., Estimation of Mean and Variance of Net Present Value with Certain and Uncertain Project Life: a Multiperiod CAPM Approach, European Journal of Operational Research, 28(4):363-68, Dec. 1981.
16. DE, P.K.; ACHARYA, D. and SAHU, K.G., Capital Investment with Abandonment Options and Uncertainty in Project Life Using Multiperiod CAPM, European Journal of Operational Research, 13(4):361-68, Aug. 1983.

17. DeGARMO, E. Paul, Engineering Economy, Collier-MacMillan International Editions, New York, Fourth Printing, 1969.
18. EILON, Samuel and FOWKES, Terence R. Sampling Procedures for Risk Simulation, Operational Research Quarterly, 24(2):241-52, 1973.
19. ELDRED, Barry S. and WESLEY, Barney J., Technical Note on "The Semi-Variance of a Sum of Independent Random Variables", Engineering Economist, 24(2):129-31, Winter 1979.
20. ENSSLIN, Leonardo, Análise de investimentos, UFSC, Florianópolis, 1977.
21. FAIRLEY, William and JACOBY, Henry D., Investment Analysis Using the Probability Distribution of the Internal Rate of Return, Management Science, 21(12):1428-37, Aug. 1975.
22. FELLNER, William, Distortion of Subjective Probabilities as a Reaction to Uncertainty, Quarterly Journal of Economics, 75:671-89, 1961.
23. FLEISCHER, Gerald A., Teoria de aplicação do capital: um estudo das decisões de investimento, EdgardBlucher, São Paulo, 1977.
24. GIACOTTO, Carmelo, A Simplified Approach to Risk Analysis in Capital Budgeting with Serially Correlated Cash Flows, The Engineering Economist, 29(4):273-86, Summer 1984.
25. GIBRA, Isaac N., Probability and Statistical Inference for Scientists and Engineers, Prentice-Hall, New Jersey, 1973.
26. GITMAN, Lawrence J., Capturing Risk Exposure in the Evaluation of Capital Budgeting Projects, The Engineering Economist, 22(4):261-76, Summer 1977.

27. GOODMAN, Leo A., On the Exact Variance of Products, American Statistical Journal, (55):708-13, Dec. 1960.
28. GRANT, Eugene L.; IRESON, W. and LEAVENWORTH, Richard S., Principles of Engineering Economy, John Wiley & Sons, Seventh Edition, New York, 1982.
29. GREEN, Paul E., Critique of: "Ranking Procedures and Subjective Probability Distributions", Management Science, 14 (4):250-52, Dec. 1967.
30. GRUBBSTROM, Robert W., On the Application of the Laplace Transform to Certain Economic Problems, Management Science, 13(7):558-67, Mar. 1967.
31. HAMPTON, J.M.; MOORE, P.G. and THOMAS, H., Subjective Probability and its Measurement, J. R. Statist. Soc. A., (136): 21-42, 1973.
32. HERTZ, David B., Risk Analysis in Capital Investment, Harvard Business Review, 57(5):169-81, Sep./Oct. 1979.
33. HESPOS, Richard F. and STRASSMANN, Paul A., Stochastic Decision Trees for the Analysis of Investment Decisions, Management Science, 11(10):244-59, Aug. 1965.
34. HILLIARD, Jimmy E. and LEITCH, Robert A., Cost - Volume - Profit Analysis Under Uncertainty: A LogNormal Approach, The Accounting Review, 51:69-80, Jan. 1975.
35. HILLIER, Frederick S., The Derivation of Probabilistic Information for the Evaluation of Risky Investments, Management Science, 9(3):443-57, Apr. 1963.
36. HILLIER, F.S., The Evaluation of Risky Interrelated Investments, Technical Report n° 73, contract nonr 225(53) (NR -

- 642 - 002) with the Office Naval Research, 1964.
37. HILLIER, Frederick S., Supplement to "The Derivation of Probabilistic Information for the Evaluation of Risky Investments", Management Science, 11(3):485-7, Jan. 1965.
 38. HILLIER, Frederick S., The Evaluation of Risky Interrelated Investments, North-Holland, Amsterdam, 1971.
 39. HOSKING, Colin G. and NUMEY, Glen A., Payback: A Maligned Method of Asset Ranking?, The Engineering Economist, 25(1):53-65, Fall 1979.
 40. HULL, J.C., Dealing with Dependence in Risk Simulations, Operational Research Quarterly, 28(lii):201-13, 1977.
 41. KABUS, Irwin, You Can Bank on Uncertainty, Harvard Business Review, 54(3):95-105, May/June 1976.
 42. KAPLAN, Seymour and BARISH, Norman N., Decision-Making Allowing for Uncertainty of Future Investment Opportunities, Management Science, 13(10):569-77, June 1967.
 43. KOTTAS, John F. and LAU, Hon-Shiang, Stochastic Break-even Analysis, Journal of the Operational Research Society, 29(3):251-7, 1978.
 44. KOTTAS, John F. and LAU, Hon-Shiang, On Handling Dependent Random Variables in Risk Analysis, Journal of the Operational Research Society, 29(12):1209-17, Dec. 1978.
 45. KOUTSOYIANNIS, A., Non-Price Decisions (The Firm in a Modern Context), The Macmillan Press Ltd, Hong Kong, 1982.
 46. LERNER, Eugene M., Managerial Finance, a Systems Approach, Harcourt Brace Jovanovich, New York, 1971.

47. LEWIS, Low, Range Estimating for Reduced Risk, S.A.M. Advanced Management Journal, 46(3):37-41, Summer 1981.
48. LUCKEN, Jack A. and STUHR, David P., Decision Trees and Risky Projects, The Engineering Economist, 24(2):75-86, Winter 1979.
49. LUTZ, Raymond P., Discounted Cash Flow Techniques, Handbook of Industrial Engineering, John Wiley & Sons, New York, 1982.
50. MAGEE, John F., Decision Trees for Decision Making, Harvard Business Review, 42(4):126-38, July/Aug. 1964.
51. MAGEE, John F., How to Use Decision Trees in Capital Investments, Harvard Business Review, 42(5):79-96, Sept./Oct. 1964.
52. MANTELL, Edmund H., A Central Limit Theorem for Present Values of Discounted Cash Flows, Management Science, 19(3):314-8, Nov. 1972.
53. MORRISON, Donald C., Critique of: "Ranking Procedures and Subjective Probability Distributions", Management Science, 14(4):253-4, Dec. 1967.
54. NEVES, Cesar das, Análise de investimentos (projetos industriais e engenharia econômica), Zahar Editores, Rio de Janeiro, 1982.
55. PAMPLONA, Edson O., Abordagem da inflação na análise econômica - financeira de investimentos, Dissertação de Mestrado, UFSC, Florianópolis, 1984.
56. REISMAN, Arnold and RAO, A.K., Stochastic Cash Flow Formulae Under Conditions of Inflation, The Engineering Economist, 18(1):49-69, Fall 1972.
57. RICHMAN, Eugene and COLEMAN, Denis, Monte Carlo Simulation

- for Management., California Management Review, 23(3):82-91, Spring 1981.
58. ROBICHEK, Alexander A. and MYERS, Stewart C., Otimização das decisões financeiras, Editora Atlas S.A., São Paulo, 1971.
59. SAXENA, Uwesh, Investment Analysis Under Uncertainty, The Engineering Economist, 29(1):33-40, Fall 1983.
60. SCHLAIFER, Robert, Analysis of Decisions Under Uncertainty, McGraw Hill, New York, 1969.
61. SIMAS, Paulo F. & STEPHAN, Christian, Análise de investimentos, Editora Campos, Rio de Janeiro, 1982.
62. SMITH, Lee H., Ranking Procedures and Subjective Probability Distributions, Management Science, 14(4):236-49, Dec. 1967.
63. STATMAN, Meir, The Persistence of the Payback Method: A Principal-Agent Perspective, The Engineering Economist, 27(2):95-100, Winter 1982.
64. TERSINE, Richard J., A Bivariate Stochastic Approach to Capital Investment Decisions, The Engineering Economist, 17(3):157-76, Spring 1972.
65. TERSINE, Richard J. and RIGGS, Walter E., The Delphi Technique: A Long-Range Planning Tool, Business Horizons, 19(2): 51-6, Apr. 1976.
66. Unidade industrial de fertilizantes. Estudo de viabilidade técnica-econômica, Secretaria Executiva do Acordo 03/74 entre Engevix S.A. e BRDE, Abril de 1974.
67. Van HORNE, James C., Financial Management and Policy, Prentice-Hall, Second Edition, New Jersey, 1971.

68. Van HORNE, James C., Capital Budgeting under Conditions of Uncertainty as to Project Life, The Engineering Economist, 17(3):189-99, Spring 1972.
69. Van HORNE, James C., Variation of Project Life as a Means for Adjusting for Risk, The Engineering Economist, 21(3):151-8, Spring 1976.
70. VENZON, Gerson M., Um modelo estocástico para análise de investimentos, Dissertação de Mestrado, UFSC, Florianópolis, 1980.
71. WAGLE, S., A Statistical Analysis of Risk in Capital Investment Projects, Operational Research Quarterly, 18(1):13-33, Mar. 1967.
72. WONNACOTT, Thomas H. and WONNACOTT, Ronald J., Introductory Statistics, John Wiley & Sons, New York, Second Edition, 1972.
73. ZINN, C.D. and LESSO, W.G., A Probabilistic Approach to Risk Analysis in Capital Investment Projects, The Engineering Economist, 22(4):239-60, Summer 1977.

A P Ê N D I C E

Descrição do Programa Aplicativo da Metodologia Proposta

A metodologia proposta foi implantada numa planilha eletrônica Visicalc. Esta planilha dispõe de 64 colunas, identificadas pelas letras de A até BK, e de 256 linhas, numeradas de 1 até 256. Foi utilizado um microcomputador de 8 bits, com 128 kbytes de memória.

A seguir, daremos algumas características gerais do Visicalc.

a) Os dados sempre são inseridos na posição que o cursor ocupa, após a ativação do comando Return (designado por R daqui por diante) ou pelo movimento do cursor para a posição seguinte.

b) Quando um dado é inserido, o dado que ocupava esta posição (valor numérico, carácter, fórmula) é apagado.

c) A mudança de direção no movimento do cursor direita/esquerda ou cima/baixo (e vice-versa) - é obtida pressionando-se a barra de espaço.

d) Seqüência de comandos para arquivar uma planilha:

/ss Nome do Arquivo R

e) Seqüência de comandos para recuperar uma planilha:

/sl Nome do Arquivo R

f) Para arquivar uma parte da planilha, deve-se posicionar o cursor no início do bloco a ser arquivado e teclar a seqüência de comandos:

/s # s Nome do Arquivo R Coordenada final do bloco R c ou r para arquivar por coluna ou linha, respectivamente.

g) Para recuperar parte de uma planilha, deve-se posicionar o cursor no início do local de destino do bloco, e dar a seqüên-

cia de comandos:

/s #1 Nome do Arquivo R c ou r

para recuperar por coluna ou linha, respectivamente.

h) Os cálculos podem ser feitos por ordem de coluna ou de linha. Nesta aplicação, utilizou-se a ordem por coluna.

i) O recálculo manual da planilha é efetuado após a ativação do comando "!".

j) Para impressão de relatórios, o cursor deve ser colocado na posição inicial do bloco desejado, e a seguinte seqüência de comandos deve ser executado:

/pp Coordenada do fim do bloco R

Nessa aplicação, cada campo tem espaço para 12 dígitos. Por este motivo, devem ser impressos apenas 6 campos de cada vez, para relatórios de 80 colunas.

Devido às limitações de espaço da planilha e de memória do microcomputador utilizado, houve necessidade de aplicar a metodologia proposta em 4 etapas. Cada etapa corresponde à uma planilha. As Figuras A-1, A-2, A-3 e A-4 mostram estas 4 etapas e as respectivas submatrizes componentes. Cada submatriz está representada por um bloco que mostra a sua função, sendo identificado pelas suas coordenadas inicial e final.

A etapa I (Figura A-1) faz uma análise estocástica considerando todos os fluxos de caixa componentes independentes entre si e não considera a inflação. A parte da submatriz resultante desta análise situada entre as coordenadas D-106 e AI-142 deverá ser arquivada para uso na etapa seguinte. Os valores da planilha estocástica são obtidos sob a suposição de que as distribuições reais das variáveis aleatórias podem ser convenientemente aproxima-

das por uma distribuição beta. O valor mais provável da distribuição e os limites inferior e superior para cada variável são introduzidos na submatriz I-1 sob a forma

$$\frac{\text{(estimativa)}}{\text{(valor mais provável)}} \quad [144]$$

e a média e a variância da distribuição são calculadas pelo programa.

A25

SUBMATRIZ I-1

Varição extremas dos fluxos de caixa em relação ao valor mais provável.

AV30

A40

SUBMATRIZ I-2

Análise determinística.

S92

A100

SUBMATRIZ I-3

Cálculo do valor esperado e da variância de cada fluxo de caixa componente, supondo distribuição beta para as variáveis aleatórias.

AI119

Figura A-1 - Etapa I

A análise determinística é feita com os valores mais prováveis da distribuição de probabilidade, que deverão ser introduzi-

dos como dados na submatriz I-2. Com os dados das submatrizes I-1 e I-2, o programa gera os valores da submatriz I-3.

Arquivo a ser criado na Etapa I:

Assunto: Fluxo estocástico, sem inflação

Nome: Parte 1

Posição do cursor: D106

Comandos: /s # s Parte 1 R A1142 R c

Relatórios da Etapa I:

Assunto: Variações dos fluxos de caixa

Início: A23 | G23 | M23 | S23 | Y23 | AE23 | AK23 | AQ23

Final: F31 | L31 | R31 | X31 | AD31 | AJ31 | AP31 | AV31

Assunto: Análise determinística

Início: A39 | G39 | M39 | S39

Final: F94 | L94 | R94 | T94

A etapa II (Figura A-2) exige como dados de entrada as estimativas para as taxas de inflação geral e específicas, os coeficientes de correlação cruzada entre os fluxos de caixa componentes e a recuperação dos valores arquivados da etapa I.

Para a inflação, são feitas estimativas para as taxas específicas e global.

Novamente, supondo distribuição beta para as taxas de inflação específicas, o programa calcula sua média e variância. Os valores mais provável e limites superior e inferior destas taxas, deverão ser introduzidos diretamente na submatriz II-1.

Nesta mesma submatriz, também deverá ser introduzido o valor estimado para a taxa de inflação global.

Os coeficientes de correlação cruzada são introduzidos na

submatriz II-3.

O programa gera os valores da submatriz II-2, que são índices necessários para o cálculo dos fluxos de caixa inflacionados. Estes índices, aplicados aos valores da submatriz II-4, que são os dados recuperados da etapa I, geram os fluxos inflacionados pela respectiva taxa específica.

A submatriz II-5, ao mesmo tempo que apresenta os fluxos de caixa componentes em valores constantes (portanto, já considerado o efeito da inflação), calcula os fluxos líquidos para o empreendimento e para o acionista, levando em conta as relações de dependência admitidas na submatriz II-3. Nesta etapa devem ser arquivados os fluxos do empreendimento e do acionista, o investimento total e do acionista, o valor residual e os fluxos líquidos do empreendimento e do acionista; cada fluxo de caixa separadamente.

Arquivo a ser recuperado na Etapa II:

Nome: Parte 1

Posição do cursor: D106

Comandos: /s # 1 Parte 1 R c

Arquivos a serem criados na Etapa II:

Assunto: Fluxo do empreendimento

Nome: Parte 20

Posição do cursor: D183

Comandos: /s # s Parte 20 R AI183 R c

Assunto: Investimento total

Nome: Parte 21

Posição do cursor: D190

Comandos: /s # s Parte 21 R AI190 R c

A21

SUBMATRIZ II-1

Taxas de inflação.

AV30

E36

SUBMATRIZ II-2

Índices para cálculo dos fluxos inflacionados.

S75

A81

SUBMATRIZ II-3

Coeficientes de correlação.

C92

A100

SUBMATRIZ II-4

Fluxo sem inflação, sem correção (Arquivo recuperação da etapa anterior)

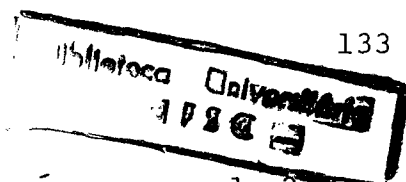
AI142

A149

SUBMATRIZ II-5

Análise Estocástica: consideração do efeito da inflação e das correlações cruzadas.

AI197



Assunto: Valor residual (este arquivo será recuperado 2 vezes na etapa seguinte)

Nome: Parte 22

Posição do cursor: D192

Comandos: /s # s Parte 22 R AI192 R c

Assunto: Fluxo líquido do empreendimento

Nome: Parte 23

Posição do cursor: D194

Comandos: /s # s Parte 23 R AI194 R c

Assunto: Fluxo do acionista

Nome: Parte 30

Posição do cursor: D188

Comandos: /s # s Parte 30 R AI188 R c

Assunto: Investimento do acionista

Nome: Parte 31

Posição do cursor: D191

Comandos: /s # s Parte 31 R AI191 R c

Assunto: Fluxo líquido do acionista

Nome: Parte 32

Posição do cursor: D196

Comandos: /s # s Parte 32 R AI196 R c

Relatórios da Etapa II:

Assunto: Variação da inflação

Início: A20 | G20 | M20 | S20 | Y20 | AE20 | AK20 | AQ20

Final: F31 | L31 | R31 | X31 | AD31 | AJ31 | AP31 | AV31

Assunto: Coeficientes de correlação

Início: A80

Final: C93

Assunto: Análise estocástica (com inflação e correlação)

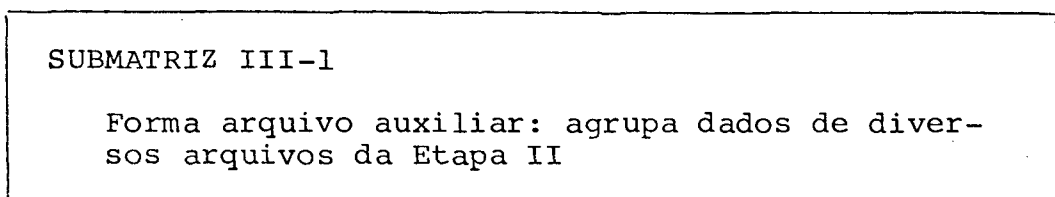
Início: A147 | G147 | M147 | S147 | Y147 | AE147

Final: F199 | L199 | R199 | X199 | AD199 | AJ199

O Visicalc sempre processa os dados após um arquivo ser carregado. Quando os cálculos são numerosos (como no caso desta aplicação), este processamento demanda uma quantidade razoável de tempo. Como têm-se 8 arquivos a recuperar da Etapa II, foi criada a Etapa III (Figura A-3) com a finalidade de agrupar estes dados em apenas um arquivo. Assim, é poupado tempo de processamento na etapa seguinte, que recuperará apenas um arquivo.

Para a formação da submatriz III-1, os arquivos que foram criados na etapa II por ordem de coluna, devem ser recuperados por ordem de linha. Os dados desta submatriz formarão um novo arquivo. Esta etapa não executa nenhum cálculo.

A20



M56

Figura A-3 - Etapa III

Arquivos a serem recuperados na Etapa III:

Nome: Parte 20

Posição do cursor: C24

Comandos: /s # 1 Parte 20 R 1

Nome: Parte 21

Posição do cursor: D24

Comandos: /s# 1 Parte 21 R 1

Nome: Parte 22

Posição do cursor: E24

Comandos: /s # 1 Parte 22 R 1

Nome: Parte 23

Posição do cursor: F24

Comandos: /s # 1 Parte 23 R 1

Nome: Parte 30

Posição do cursor: J24

Comandos: /s # 1 Parte 30 R 1

Nome: Parte 31

Posição do cursor: K24

Comandos: /s # 1 Parte 31 R 1

Nome: Parte 22

Posição do cursor: L24

Comandos: /s # 1 Parte 22 R 1

Nome: Parte 32

Posição do cursor: M24

Comandos: /s# 1 Parte 32 R 1

Arquivo a ser criado na Etapa III:

Assunto: Fluxos de caixa da análise estocástica

Nome: Parte 40

Posição do cursor: C24

Comandos: /s# s Parte 40 R M55 R c

A etapa IV (Figura A-4) tem a finalidade de proporcionar uma medida da viabilidade econômica do projeto. Utiliza como dados de entrada os dados arquivados da etapa anterior, que são introduzidos na submatriz IV-1.

A submatriz IV-2 apresenta o cálculo da média e da variância do valor presente líquido do fluxo líquido do empreendimento para diversas taxas de desconto. Estas taxas são dados de entrada, inseridos nesta mesma submatriz, e os índices para o desconto são calculados na submatriz IV-4. A variância é calculada para situações de autocorrelação nula e autocorrelação total (a autocorrelação total é considerada no fluxo do empreendimento/acionista; o investimento total/acionista é considerado independente). A submatriz IV-3 proporciona esta mesma análise, com os índices da submatriz IV-5, para o fluxo líquido do acionista.

A submatriz IV-6 utiliza os valores da submatriz IV-2 para determinar a distribuição acumulada da taxa interna de retorno para o fluxo líquido do empreendimento, apresentado na submatriz IV-8. A submatriz IV-9 apresenta a distribuição acumulada da taxa interna de retorno para o fluxo líquido do acionista, gerada com os dados da submatriz IV-3 e com os valores da submatriz IV-7. Os valores das submatrizes IV-6 e IV-7 são calculados com base no procedimento explicado abaixo.

A área sob a curva de uma distribuição normal, situada à esquerda de uma abscissa da distribuição, é a probabilidade de ocorrer um valor menor ou igual a esta abscissa (vide Capítulo II, Figura 12). Esta área pode ser calculada por métodos numéricos, através da relação*

*ABRAMOWITZ and STEGUN. Handbook of Mathematical Functions, National Bureau of Standards, 1964.

A20

SUBMATRIZ IV-1

Fluxos do empreendimento e do acionista.

M56

A56

SUBMATRIZ IV-2

Cálculo do VPL
empreendimento.

F76

H56

SUBMATRIZ IV-6

Distribuição nor-
mal padrão em-
preendimento.

P76

R56

SUBMATRIZ IV-8

Distribuição da Pro-
babilidade acumula-
da TIR empreendimen-
to.

T76

A76

SUBMATRIZ IV-3

Cálculo do VPL
acionista.

F96

H76

SUBMATRIZ IV-7

Distribuição nor-
mal padrão acio-
nista.

P96

R76

SUBMATRIZ IV-9

Distribuição de Pro-
babilidade acumula-
da TIR acionista.

T96

D103

SUBMATRIZ IV-4

Cálculo índices de desconto para determina-
ção VPL empreendimento.

R140

D143

SUBMATRIZ IV-5

Cálculo índices de desconto para determina-
ção VPL acionista.

R180

Figura A-4 - Etapa IV

$$F(X) = 1 - Q(X) \quad [146]$$

onde $Q(X)$ é calculado usando-se a expansão binomial

$$Q(X) = Z(X) \cdot (b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 + b_3 \cdot t^3 + b_4 \cdot t^4 + b_5 \cdot t^5) + e(x) \quad [147]$$

onde

$$t = 1 / (1 + p \cdot z) \quad [148]$$

$$|e(x)| < 7.5 \text{ E} - 8$$

$$p = 0.2316419$$

$$b_1 = .319381530$$

$$b_2 = -0.356563782$$

$$b_3 = 1.781477937$$

$$b_4 = -1.821255978$$

$$b_5 = 1.330274429$$

z = distância da abcissa à média, em desvios padrões, e

$Z(X)$ = ordenada da distribuição.

A distância z é obtida da relação

$$z = [X - E(X)] / DP(X) \quad [85]$$

e $Z(X)$ é obtido da equação para a curva padrão de distribuição normal:

$$Z(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-x^2/2} \quad [149]$$

Evidentemente, os valores das submatrizes IV-8 e IV-9 só terão significado quando a hipótese da normalidade for válida para o valor presente líquido e a taxa interna de retorno for um critério válido para avaliação do projeto.

Arquivo a ser recuperado na Etapa IV:

Nome: Parte 40

Posição do cursor: C24

Comandos: /s# 1 Parte 40 R c

Relatórios da Etapa IV:

Assunto: VPL dos fluxos do empreendimento e acionista

Início: A56

Final: F96

Assunto: Distribuição de probabilidade acumulada da TIR do
empreendimento

Início: R56

Final: T76

Assunto: Distribuição de probabilidade acumulada da TIR do
acionista

Início: R76

Final: T96

Deve ser observado que a atribuição da distribuição beta para as variáveis em análise não constitui uma limitação do modelo. Para os casos em que esta hipótese não for realista, determina-se a média e a variância para as variáveis que tem outra distribuição de probabilidade e entra-se com estes valores diretamente na submatriz I-3 (ou II-4) e/ou II-1, nos respectivos campos. Com pequenas alterações no programa, os parâmetros destas distribuições também poderão ser calculados pela planilha.

A "transparência" da planilha eletrônica torna fácil a sua utilização e compreensão, já que a estruturação do programa é

visível ao operador. Esta característica torna a planilha auto-explicativa em muitos pontos, cujas descrições, foram propositamente aqui omitidas, por este motivo. Assim, por exemplo, para saber-se uma fórmula, basta colocar o cursor sobre o campo no qual a fórmula se encontra: ela aparecerá no alto da tela.