

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

UM TRANSDUTOR DE FLUXO DE CALOR:
APLICAÇÃO ÀS EDIFICAÇÕES

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA
CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

GILMAR GUIMARÃES

Florianópolis, junho de 1986.

TRANSDUTOR DE FLUXO DE CALOR:
APLICAÇÃO ÀS EDIFICAÇÕES

GILMAR GUIMARÃES

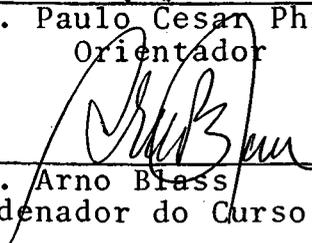
ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO
TÍTULO DE

MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO
CIÊNCIAS TÉRMICAS, APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PRO
GRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. Paulo Cesar Philippi
Orientador

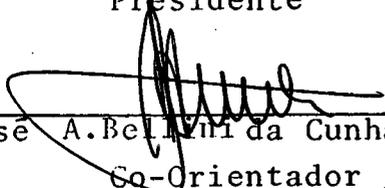


Prof. Arno Blass
Coordenador do Curso

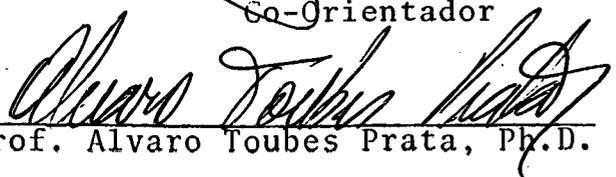
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Paulo Cesar Philippi, Dr. Ing
Presidente



Prof. Jose A. Bellini da Cunha Neto, M.Sc
Co-Orientador



Prof. Alvaro Toubes Prata, Ph.D.

Aos meus pais

Moisés Garibaldino Guimarães e

Geralda de Oliveira.

Ao meu irmão
Moisés Guimarães.

AGRADECIMENTOS

Aos Professores Paulo Cesar Philippi e José Antônio Bellini da Cunha Neto pela orientação, apoio e incentivo no decorrer de todo o trabalho.

A Dedê (Denise de Souza) pela presença, carinho e estímulo, tornando-se pessoa imprescindível.

Ao Professor Paul James Otterson, Milton Miguel Pedroso Seifert e João Flávio Vieira de Vasconcelos (Jaburu) pela participação efetiva nesse trabalho.

A Vera Lúcia Sodrê Teixeira (Verinha) e Elias Bitencourt Teodoro, amigos inestimáveis.

Ao André Luiz Seixlack, Sebastião Carlos da Costa, Hermes Bento Jr. e Prof. Vicente de Paulo Nicolau que contribuíram nesse trabalho, das mais diversas formas.

ÍNDICE

Pág.

LISTA DE FIGURAS	
RESUMO	
ABSTRACT	
CAPÍTULOS	
I - INTRODUÇÃO	1
II - TRANSDUTORES DE FLUXO DE CALOR EXISTENTES, REVISÃO DA BIBLIOGRAFIA	5
2-1 - INTRODUÇÃO	5
2-2 - TRANSDUTORES DE FLUXO DE CALOR	7
III - CONSTRUÇÃO E CALIBRAÇÃO DO TRANSDUTOR	29
3-1 - INTRODUÇÃO	29
3-2 - FUNDAMENTOS DE MEDIÇÃO DE FLUXO DE CALOR	30
3-3 - CONSTRUÇÃO	31
3-3.1 - DETALHES DE CONSTRUÇÃO	34
3-4 - CALIBRAÇÃO	41
3-4.1 - DESCRIÇÃO DO DISPOSITIVO DE PLACA QUENTE COMPEN- SADA (GUARDED HOT PLATE)	42
3-4.1 - PROCESSO DE CALIBRAÇÃO	47
3-4.3 - OBTENÇÃO DAS CONSTANTES DE CALIBRAÇÃO DOS TRANS- DUTORES	49
3-4.3.1 - Avaliação dos grupos de constantes κ_2/κ_1 e $(\kappa_2^0 - \kappa_1^0)/\kappa_1$	50
3-4.3.2 - Avaliação de $\kappa_1, \left \kappa_1^0 + \kappa_2^0 \right $	53
3-4.3.3 - Verificação da hipótese de distribuição de flu- xos iguais	55

	Pág.
3-5 - CONCLUSÕES	59
IV - ANÁLISE DOS ERROS OPERACIONAIS	60
4-1 - INTRODUÇÃO	60
4-2 - REVISÃO DA TEORIA DOS TRANSDUTORES DE FLUXO DE CALOR	61
4-2.1 - TRANSDUTORES LOCALIZADOS ABAIXO DA SUPERFÍCIE ...	61
4-2.2 - TRANSDUTORES LOCALIZADOS EM SUPERFÍCIES EXTERIORES	65
4-3 - UM MODELO PARA ANÁLISE DOS ERROS OPERACIONAIS ACARRETADOS PELO PROCESSO DE MEDIÇÃO DO FLUXO DE CALOR COM TRANSDUTORES PLANOS, LOCALIZADOS NA SUPERFÍCIE.	69
4-3.1 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR CRIADO POR UM TRANSDUTOR DE FLUXO DE CALOR RETANGULAR	72
4-3.1.2 - Obtenção das condições de contorno	74
4-3.2 - SOLUÇÃO DO PROBLEMA TÉRMICO ASSOCIADO À INSTALAÇÃO DO TRANSDUTOR NUMA SUPERFÍCIE DE UM SÓLIDO ..	75
4-3.2.1 - Determinação do parâmetro N	78
4-4 - CONCLUSÃO.....	82
V - CONCLUSÃO	85
5-1 - SUMÁRIO E CONCLUSÕES	85
5-2 - PROPOSTAS PARA TRABALHOS POSTERIORES	88
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	90

APÊNDICES

I - OBTENÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA θ EM TERMOS DA FUNÇÃO DE GREEN ASSOCIADA AO PROBLEMA TÉRMICO ...	96
II - OBTENÇÃO DA FUNÇÃO DE GREEN	99
III- INFLUÊNCIA DAS PROPRIEDADES DO TRANSDUTOR SOBRE O ERRO OPERACIONAL	103

LISTA DE FIGURAS

Pág.

CAPÍTULO II

Figura 1-a	- Meio sólido submetido a um fluxo de calor..	6
Figura 1-b	- Esquema de um transdutor de fluxo de calor	6
Figura 2	- Termopilha clássica	8
Figura 3-a	- Montagem de fitas termopares sobre o acetato de celulose	9
Figura 3-b	- Seção transversal do transdutor de fluxo de calor de Huebscher et al 8 	9
Figura 4	- Cobreamento da espira de Constantan 9 ...	11
Figura 5	- Espira de cobre-Constantan em processo de enrolamento para preenchimento posterior do PVC	11
Figura 6-a	- Filme de P.V.A. coberto pela tira cobre-Constantan	13
Figura 6-b	- Detalhes de corte do transdutor de Hager 10 	13
Figura 7-a	- Distribuição de temperatura na folha de Constantan	14
Figura 7-b	- Transdutor de folha circular de Gardon 11 , inserido num corpo de prova	14
Figura 7-c	- Âbaco para o projeto do transdutor de folha circular cobre/Constantan	14
Figura 8	- Transdutor de fluxo de calor convectivo 15	17
Figura 9-a	- Célula elementar do transdutor	19
Figura 9-b	- Células do transdutor de Therry & Marechal 19 conectadas em série	19
Figura 10	- Transdutor de Deacon 24 	21

	Pág.
Figura 11 - Corte de um transdutor de Godefroy [26], quando montado	24
Figura 12 - Configuração dos termopares formados por deposição	24
Figura 13 - Transdutor de fluxo de calor de Gerashenko [27], baseado em AATEM	25
Figura 14 - Sensor de fluxo de calor de Heiningem et al [28]	27

CAPÍTULO III

Figura 1 - Superfície submetida por um fluxo de calor	30
Figura 2 - Representação de uma ponte de Wheatstone ..	32
Figura 3 - Mecanismo auxiliar para obtenção de espiras planas	34
Figura 4 - Espira de cobre em confecção	35
Figura 5 - Espira de cobre pronta para colagem	36
Figura 6 - Espira de cobre	37
Figura 7 - Fixação das espiras no corpo de acrílico ..	38
Figura 8 - Conjunto espira/acrílico/espira	38
Figura 9 - Conexões soldadas aos fios terminais das espiras	39
Figura 10 - Espessura do corpo do transdutor em detalhe	39
Figura 11 - 2 pontes de Wheatstone com uma mesma fonte de referência	40
Figura 12 - Montagem experimental - aplicação dos transdutores a uma amostra de concreto	41
Figura 13 - Bancada experimental - medição de condutividade térmica do acrílico	43

	Pág.
Figura 14 - Montagem de um dispositivo de placa quente compensado	45
Figura 15 - Dispositivo de placa quente compensada 31	46
Figura 16 - Montagem de um dispositivo de placa quente compensada em camadas e 2 amostras de acrílico	46
Figura 17 - Montagem não convencional de 2 transdutores e uma amostra de acrílico - processo de calibração	51
Figura 18 - Montagem simétrica de 2 transdutores num dispositivo de placa quente compensada - processo de calibração	54
Figura 19 - Curva de calibração - transdutor 1	57
Figura 20 - Curva de calibração - transdutor 2	58

CAPÍTULO IV

Figura 1 - Isotérmicas simuladas e linhas de densidade de fluxo de calor	62
Figura 2 - Descontinuidade de temperatura numa placa causada por um transdutor para $K/K_0 = \infty$ (a) e $K/K_0 = 0$ (b)	67
Figura 3 - Representação de um transdutor retangular localizado numa superfície de um sólido semi-infinito	73

APÊNDICE II

Figura A-II-1- Representação de γ e w	100
Figura A-III-1 - Representação do erro operacional em função de K/K_0	105

RESUMO

A medição direta do fluxo de calor nos elementos do envoltório de uma edificação possibilita a descrição dos processos transientes de transferência de calor através desses elementos e, conseqüentemente, a avaliação de suas condições de desempenho térmico. Descreve-se, nesse trabalho, o desenvolvimento de um transdutor de fluxo de calor para a análise térmica de edificações. O transdutor foi construído a partir de uma placa plana de acrílico de $30 \times 30 \text{ cm}^2$ e 2,5 mm de espessura com duas espiras de fio 38 AWG de cobre coladas e prensadas sobre cada face do transdutor. A diferença de potencial, criada pela passagem de um fluxo de calor através do transdutor, é medida conectando-se os terminais de ambas as espiras de cobre a uma ponte de Wheatstone. O processo de calibração dos transdutores é igualmente descrito. Utilizou-se um dispositivo de placa quente protegida para a calibração. Dadas as características de não uniformidade na confecção dos transdutores, optou-se por um processo especial de calibração, envolvendo dois transdutores simultaneamente. Um espalhamento de apenas $2,5 \text{ W/m}^2$ atesta uma precisão bastante boa nos transdutores, possibilitando o seu uso para a medição dos fluxos de calor característicos em edificações.

Apresenta-se também, uma análise de erros operacionais, surgidos na aplicação desses transdutores.

ABSTRACT

The direct measurement of heat flux through the elements of the building envelope is important for describing the transient processes of heat transfer through those elements, and, consequently, to evaluate the thermal behaviour of the building as a whole. This paper describes the development of a simple heat flux transducer for the thermal analysis of buildings. The transducer has been constructed using a thin 2.5 mm thick acrylic plate, with two coils of 38 AWG copper wire fixed on each face of the transducer. The E.M.F. generated by heat transfer through the transducer is measured using a Wheatstone bridge. The calibration procedure is also described. A guarded hot plate apparatus has been used for the calibration. A scattering lower than $2,5 \text{ W/m}^2$ ensures a good precision to the transducer making its use possible for measuring heat flux in buildings. Finally, a theoretical analysis is performed for the operational errors involved in measuring heat fluxes.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Desde o início dos tempos que o homem tenta, através de sua inteligência, vencer os obstáculos oferecidos pelas condições climáticas a que está sujeito. Para isso, constrói edificações, que além do abrigo, fornecem as condições adequadas para o desenvolvimento de seu trabalho.

Sabe-se que sob condições de desconforto, tanto o bem estar, quanto a produtividade do homem, são bastante prejudicados. É fundamental, pois, o controle dessas condições, que incluem, como exemplos, ruído, vibrações, luminosidade, ventilação, umidade e temperatura ambiente.

Nesse contexto, as edificações devem ser construídas de modo a propiciar as condições necessárias ao bem estar do homem. O conforto térmico é, inegavelmente, um fator importante a essas condições.

O controle da temperatura interior (ambiental) é um dos objetivos principais, quando se trata do conforto térmico do indivíduo. É necessário, então, que se conheça a performance térmica da edificação. A análise do comportamento de uma edificação, envolve suas trocas de calor com o ambiente. Os diversos modos de transferência de calor, estão presentes num balanço térmico em uma parede de uma edificação. O calor trocado por radiação e convecção entre a superfície e o ambiente externo, entra (ou sai) em forma de calor trocado por condução, através dos elementos da edificação [1]. No interior dessa, exis-

te troca de calor sob forma de radiação térmica em ondas longas pelas superfícies existentes e, sob forma de convecção com o ambiente |2|.

A condução de calor representa parcela importante nas trocas térmicas realizadas numa edificação |3|. Algumas propriedades físicas como condutividade térmica, ou coeficiente global de transferência de calor, importantes na análise do desempenho térmico de uma edificação, só têm significado considerando-se condições de regime permanente. Porém, essa consideração envolve sempre uma aproximação, já que toda troca de calor se dá sob condições transientes |4|.

Sob condições reais, seria de extremo interesse, uma análise que considerasse os aspectos transitórios das trocas de calor. Assim, um aparato de medição deve ser capaz de controlar e/ou medir o fluxo de calor instantâneo e a temperatura de ambos os lados de uma parede. Um procedimento de cálculo, por seu lado, deve ser capaz de interpretar os fluxos de calor e temperaturas superficiais em termos dos parâmetros físicos da parede e.g., a difusibilidade térmica. Uma vez completo, esse sistema deve ser capaz de determinar o comportamento térmico de uma grande variedade de paredes construídas em laboratório ou existentes em campo.

Evidencia-se, que qualquer estudo detalhado dos fenômenos que envolvam a transferência de calor em edificações, começa pela determinação de suas propriedades físicas e/ou da identificação instantânea dos fluxos térmicos envolvidos. Para isso, torna-se necessário o desenvolvimento de instrumentos que sejam capazes da obtenção dos fluxos de calor impostos nessas edificações, i.e., a construção de transdutores de fluxo de ca-

lor.

Esse trabalho é motivado pela necessidade do desenvolvimento de transdutores de fluxo de calor, que sejam simples e de baixo custo. Todavia esses instrumentos devem possuir boa confiabilidade, permitindo a análise transiente de materiais de construção, em laboratórios ou no campo.

Os diversos princípios utilizados para o desenvolvimento e confecção de transdutores de fluxo de calor, são mostrados numa revisão bibliográfica. No presente trabalho, utiliza-se a variação da resistência elétrica dos metais com a temperatura, para a confecção dos sensores que medem a diferença de temperatura. O fluxo de calor, diretamente proporcional a essa diferença de temperatura, é obtido através de um fator de conversão (constante de calibração). Fatores como sensibilidade, rapidez de resposta, baixo custo, simplicidade de construção e confiabilidade auxiliaram no princípio físico escolhido.

Mostra-se em detalhes a confecção das espiras planas de cobre, utilizadas como sensores da diferença de temperatura além do desenvolvimento e construção do transdutor, cujo corpo é uma placa plana quadrada de acrílico.

Utiliza-se um dispositivo de placa quente compensada (guarded hot plate) para a obtenção das constantes de proporcionalidade entre o sinal de resposta do transdutor e o fluxo de calor medido.

A obtenção simultânea das constantes de calibração de 2 transdutores de fluxo de calor, foi conseguida através de uma montagem não convencional das amostras num dispositivo de placa quente compensada. Posteriormente, utilizou-se a hipótese de

distribuição de fluxos de calor iguais entre 2 amostras (2 transdutores de fluxo de calor) na placa quente compensada, verificando, a validade dessa hipótese.

Finalmente, uma das maiores dificuldades no uso de transdutores de fluxo de calor são as perturbações que tais instrumentos provocam no fluxo de calor investigado [5,6,7]. Contudo, se essas perturbações são previstas o erro obtido numa medição realizada por um transdutor pode ser minimizado considerando-se, no resultado final, os erros previstos teoricamente. Faz-se uma revisão bibliográfica do problema da medição de fluxos de calor em superfícies, sendo proposto um modelo para a avaliação desses erros e conseqüente correção no fluxo de calor medido.

CAPÍTULO II

TRANSDUTORES DE FLUXO DE CALOR EXISTENTES.

REVISÃO DA BIBLIOGRAFIA

2 - 1. INTRODUÇÃO

Quando um meio sólido é submetido a um fluxo de calor, uma diferença de temperatura se estabelece entre as superfícies limitantes deste meio. De acordo com a lei de Fourier, o fluxo de calor que atravessa o meio é, em regime permanente, diretamente proporcional à diferença das temperaturas de suas superfícies limitantes (Figura 1-a). Assim, um instrumento que consiga fornecer o sinal proporcional à diferença de temperatura determinará, de maneira direta, o fluxo de calor.

A maioria dos transdutores de fluxo de calor utiliza, basicamente, sensores que medem uma diferença de temperatura sobre uma espessura de material. O corpo do transdutor é orientado de modo que o fluxo de calor atravesse esta espessura, assegurando que a diferença de temperatura seja diretamente proporcional ao fluxo de calor (Figura 1-b).

Os transdutores de fluxo de calor são instrumentos que requerem uma calibração, de forma a se obter um fator (constante de calibração) que converta o sinal mensurável da variável original (diferença de temperatura) em fluxo de calor.

Para cada transdutor existe uma montagem de calibração que se adapta melhor a sua forma ou condições de operação. Entretanto, o princípio da calibração é único a todos os méto -

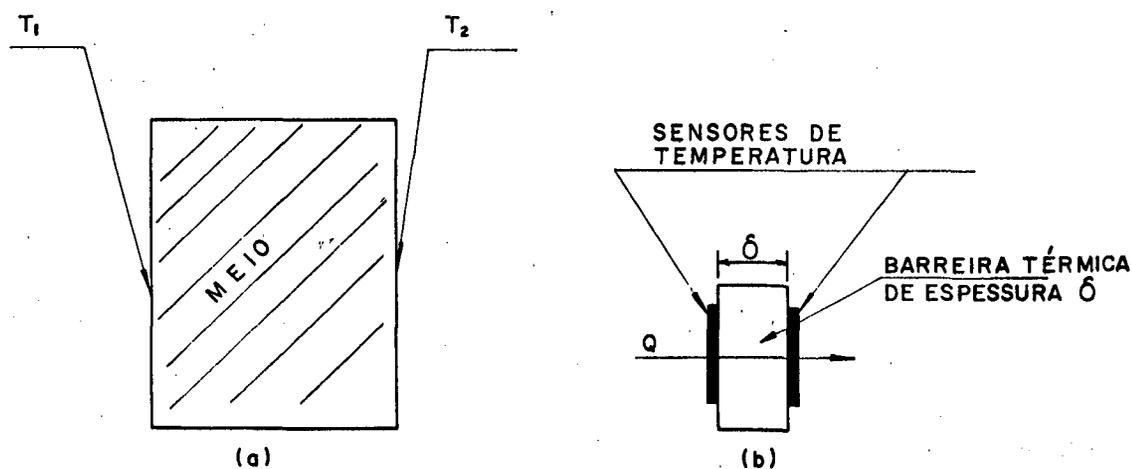


Figura 1 - a) Meio sólido submetido a um fluxo de calor.

b) Esquema de um transdutor de fluxo de calor.

dos: um fluxo de calor conhecido atravessa o transdutor de modo a se estabelecer a proporcionalidade entre o fluxo de calor e o sinal de resposta do transdutor a este fluxo. Assim, pode-se escrever (Figura 1-b)

$$Q = K \cdot U$$

onde Q é o fluxo de calor, U o sinal do transdutor e K a constante de calibração.

Um método de calibração bem conhecido é o método que utiliza uma placa quente compensada para a geração do fluxo de calor unidirecional, conhecido.

Nesta revisão, destaca-se os princípios de operação e construção de alguns transdutores de fluxo de calor existentes.

2 - 2. TRANSDUTORES DE FLUXO DE CALOR

O projeto e construção de transdutores de fluxo de calor devem ser de tal forma que o transdutor não afete o fluxo de calor a ser medido, ou seja, que o contato entre transdutor e superfície, não exerça uma influência forte no fluxo de calor investigado. Isto implica que, além de outros aspectos (ver capítulo IV), o transdutor em forma de disco ou placa deve ter a menor espessura possível. Um caminho simples para medições precisas da diferença de temperatura sobre o disco (ou placa) é utilizar como sensor de temperatura um conjunto de termopares conectados em série, i.e., uma termopilha.

A termopilha, Figura - 2, consiste essencialmente de um grupo de termopares conectados em série, sendo que as junções quentes e frias são localizadas em lados opostos de uma barreira térmica. Essa barreira térmica que corresponde ao corpo do transdutor tem a função de estabelecer uma diferença de temperatura entre as junções frias e quentes. Como o fluxo de calor atravessa o transdutor, o sinal dos termopares, gerado pela diferença de temperatura entre as junções quentes e frias é diretamente proporcional ao fluxo de calor investigado.

Transdutores de fluxo de calor que utilizam termopilhas como sensores de temperaturas foram desenvolvidos por Huebscher et al [8], Jong et al [9] e Hager [10].

Huebscher et al [8], utilizam transdutores cuja principal característica de construção, é o uso de termopilhas, feitas de folha de cobre - constantan.

Uma barra de constantan é soldada numa barra de co-

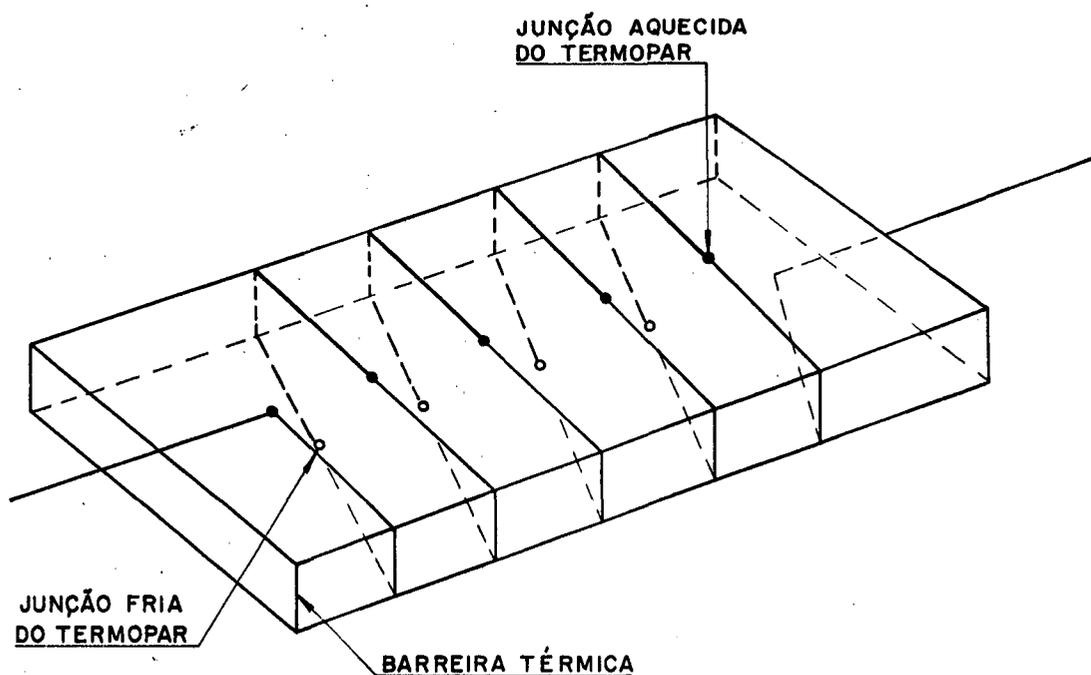


Figura 2 - Termopilha clássica.

bre sendo laminada logo após, transformando-se numa fita. Esta é então cortada em diversas fitas de tamanhos iguais de modo que em cada fita o cobre ocupa uma metade e o constantan a outra. As fitas são conectadas em série e fixadas por meio de um adesivo, alternando-se nos lados inferior e superior de uma superfície de acetato de celulose de 0,5 mm de espessura (Figura 3-b), que constituir-se-ã no corpo do transdutor e consequentemente na barreira térmica necessária para o estabelecimento da diferença de temperatura a ser lida pelos termopares (Figura 3-a).

As fitas conectadas em série constituem-se numa cadeia de junções idênticas sobre a área e espessura do corpo de acetato de celulose de modo a propiciar uniformidade da resposta.

O acetato de celulose foi escolhido para representar

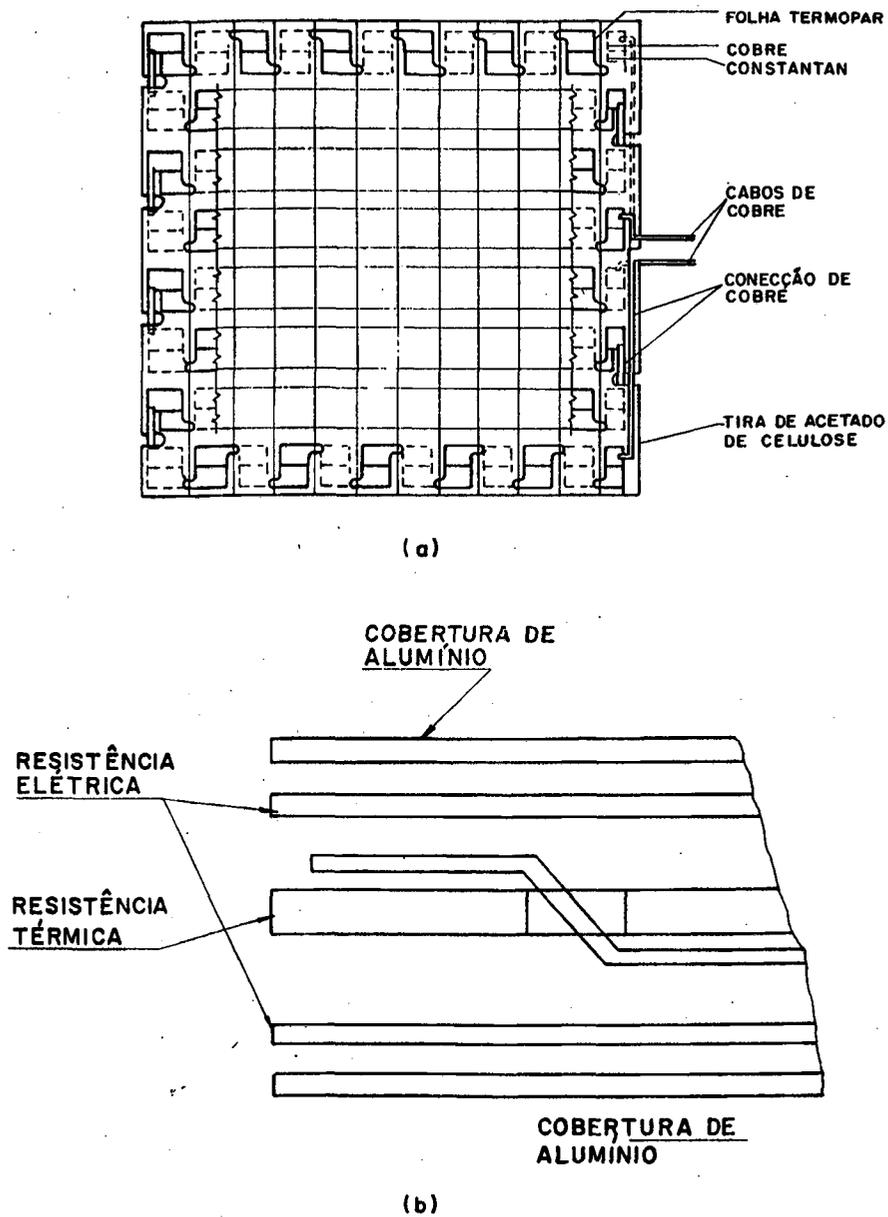


Figura 3 - a) Montagem de fitas termopares sobre o acetato de celulose

b) Seção transversal do transdutor de fluxo de calor de Huebscher et al [8].

a barreira térmica devido a atender os seguintes requisitos:

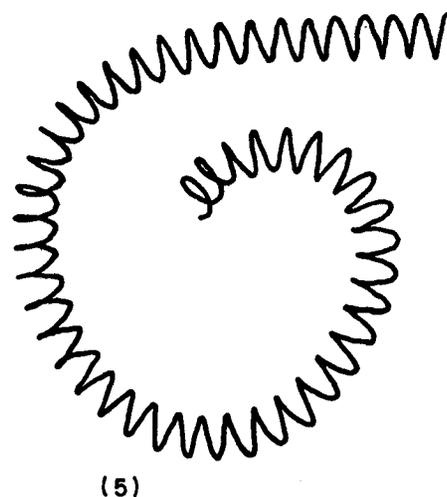
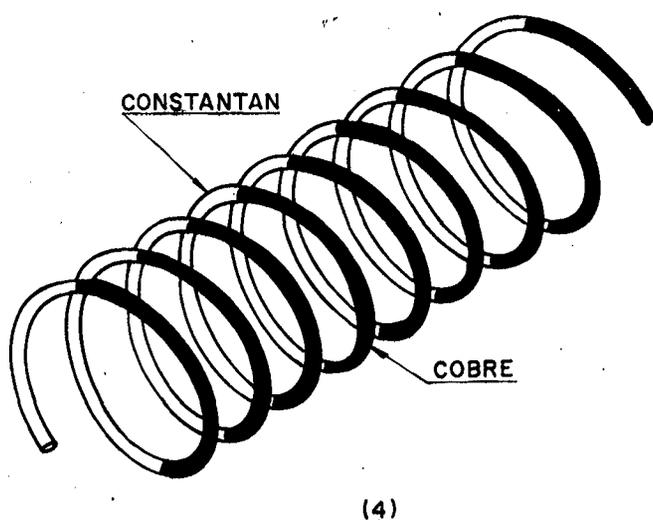
- Facilidade de obtenção de espessuras uniformes.
- Alta resistência elétrica.
- Baixa absorção de umidade.

Feita a montagem, o transdutor é recoberto por 2 camadas de acetato de celulose (0,13 mm de espessura) que produzirá o isolamento elétrico necessário às termojunções. Acrescenta-se então, uma folha de alumínio sobre cada camada de acetato de celulose (Figura 3-b) selecionada por ser impermeável à umidade, e possuir alta condutividade térmica. Dessa forma, o alumínio auxilia na produção de regiões isotérmicas na vizinhança das termojunções, e conseqüentemente integra com maior precisão a densidade de fluxo de calor (que pode ser não uniforme). Além disso, devido a sua alta difusibilidade térmica, ela reduz o tempo de resposta em medições transientes.

Jong et al [9], têm trabalhado no desenvolvimento de vários tipos de transdutores de fluxo de calor. Por exemplo, os transdutores tipo WS 31 e WS 32, feitos em forma de espiras de constantan de diâmetro 2,5 mm, a partir de fios com diâmetro de 0,15mm

Neste caso, os termopares são construídos de uma forma diferente daquela apresentada anteriormente. As espiras de constantan são submetidas a um banho galvanizado de cobre de forma que somente metade de sua superfície seja recoberta. Obtêm-se então, um grande número de termojunções cobre-constantan conectadas em série, sem a necessidade de qualquer solda (Figura 4).

Um material de enchimento (PVC em forma líquida) é vazado nos espaços vazios da espira. Assim, quando o PVC é seca



Figuras 4 - Cobreadura da espira de Constantan [9].

5 - Espira de cobre - Constantan em processo de enrolamento para preenchimento posterior com PVC.

do a espira de cada transdutor (WS 31 e WS 32) está completamente embutida nesse material. A Figura 5 mostra uma espira a ser preenchida pelo PVC após ter sido cobreada. Esse foi escolhido por possibilitar a construção de transdutores flexíveis e maleáveis.

Hager [10] descreve um sensor que utiliza uma folha termopar diferencial fina para medir a diferença de temperatura entre as duas faces de um filme de um isolante elétrico, também muito fino. Um protótipo demonstrou ter uma precisão maior que 5% e nenhum obstáculo é previsto para que uma precisão maior seja alcançada. O mecanismo é capaz de estabelecer uma leitura estável em um tempo inferior a 0,5 seg.

Uma lâmina muito fina de baixa densidade, resistente à compressão e isolante térmico é colocada entre duas folhas de

0,00064 cm, de material termopar cobre-constantan soldados na borda. As folhas são conectadas para formar um sistema termopar diferencial de baixa impedância produzindo uma força eletromotriz proporcional à diferença de temperatura entre as faces da lamina.

A presença do transdutor não perturba o campo térmico em estudo devido sua resistência térmica ser muito pequena.

A resistência elétrica dos transdutores é suficientemente baixa e os ruídos que aparecem são desprezáveis, obtendo-se leituras muito claras. Fluxos tão baixos quanto $0,05 \text{ W/m}^2$ têm sido detectado com apenas 2 segundos de tempo de resposta. Esses transdutores com microvoltímetros mais sensíveis permitem obter fluxos de calor da ordem de $0,004 \text{ W/m}^2$ com comparável velocidade. Esta característica de resposta rápida permite que esses transdutores sejam utilizados em medições diretas de fluxos de calor transientes.

Sua construção pode ser sintetizada como se segue:

O acetato de polivinila (PVA) é obtido na forma de um líquido leitoso, sendo vazado sobre um molde de papel e posteriormente secado produzindo um filme de espessura da ordem de 0,025 cm. Envolvendo este filme é dobrado uma tira de cobre-constantan de 0,005 cm de espessura, como mostra a Figura 6-a.

A amostra é então colocada numa prensa e colada sob pressão à quente. Finalmente o corpo do transdutor é cortado como na Figura 6-b. Obtêm-se espessuras finais da unidade na faixa 0,0125 e 0,025 cm dependendo do tipo de prensa utilizada.

Gardon [11] desenvolveu um transdutor para medição de

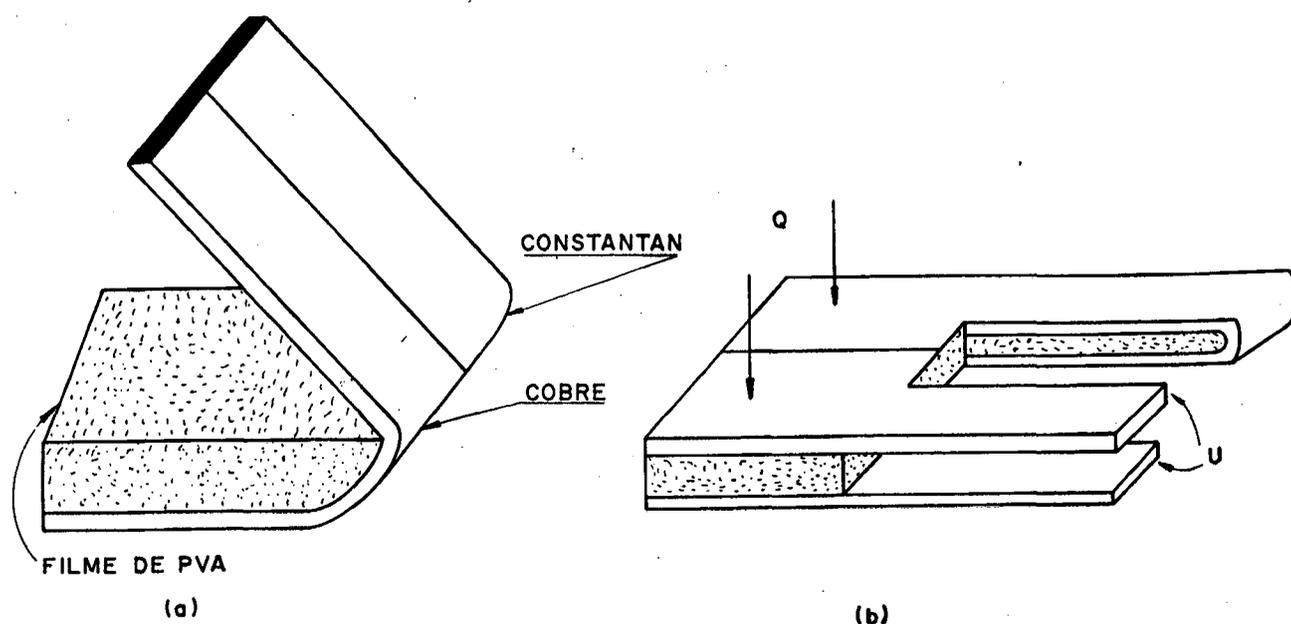


Figura 6 - a) Filme de P.V.A. coberto pela tira cobre-constantan.

b) Detalhes de corte do transdutor de Hager |10|.

fluxo de calor a partir da adaptação de um transdutor originalmente desenvolvido para medições de radiação térmica de alta intensidade |12|.

O método utilizado pode ser denominado de discos-finos, cuja pequena inércia térmica permite a investigação de processos transientes. O princípio de operação é ilustrado na Figura 7-b.

O corpo do transdutor é um pequeno cilindro (PLUG) de cobre, com um furo central fechado por uma folha circular de constantan F. O transdutor é inserido na superfície no ponto em que se deseja medir o fluxo de calor. Devido as suas dimensões (veja Figura 7-c) o transdutor está sempre em equilíbrio térmico com o corpo no qual está montado. Quando a superfície do corpo

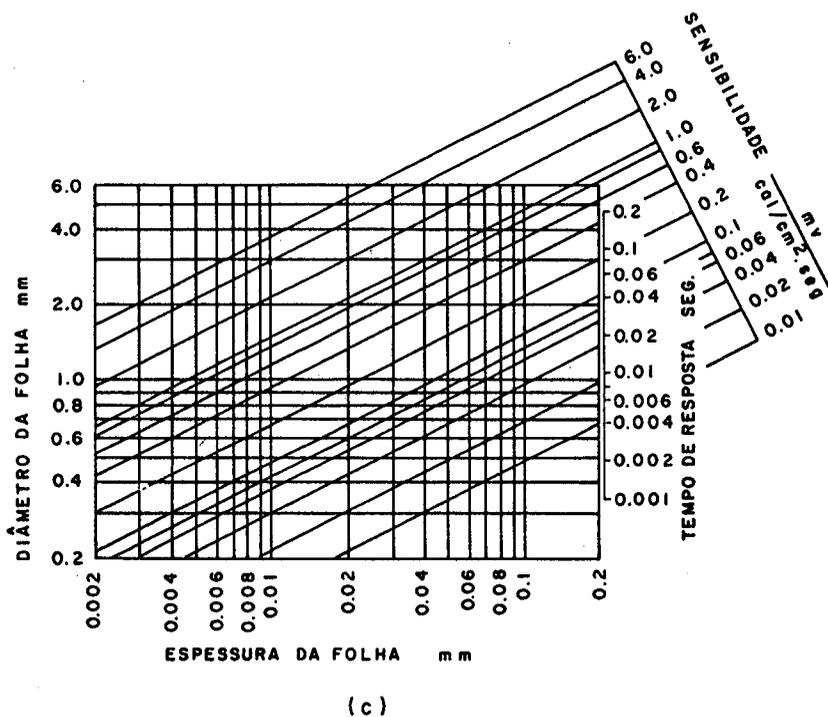
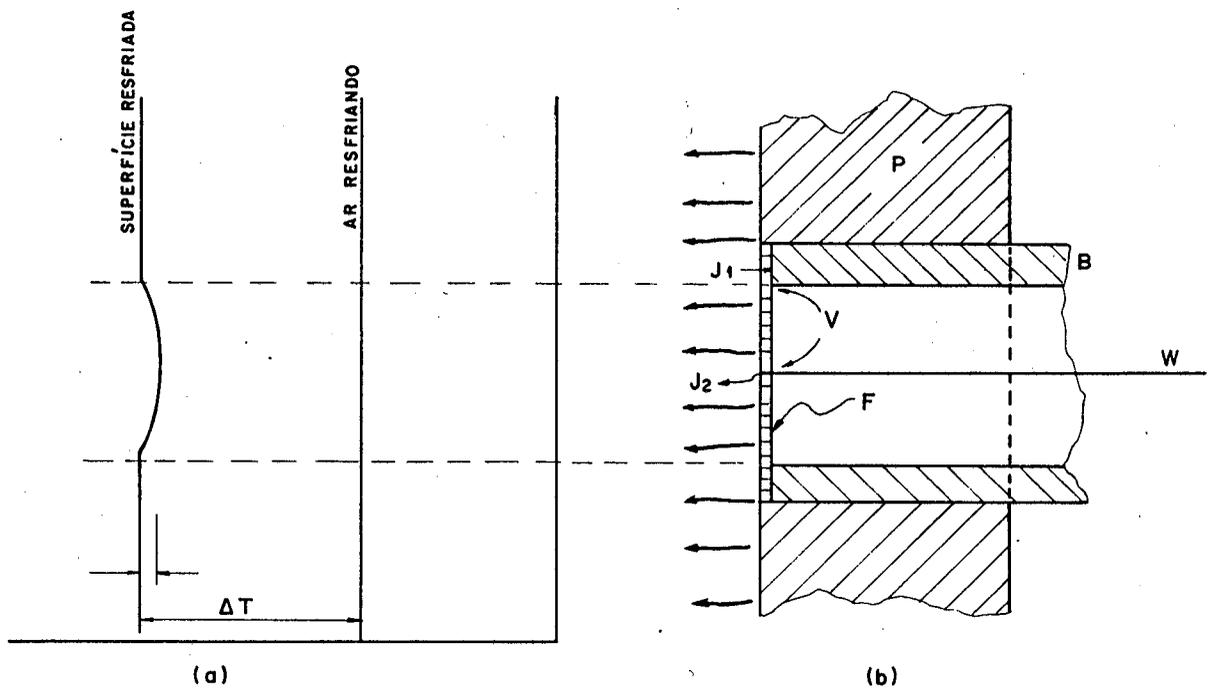


Figura 7 - a) Distribuição da temperatura na folha de constantan.
 b) Transdutor de folha circular de Gardon [11], inserido num corpo de prova.
 c) Âbaco para o projeto do transdutor de folha circular cobre/constantan.

perde o calor, o calor perdido pela superfície de constantan é compensado por um fluxo de calor radial do cilindro para a folha de constantan, sofrendo a temperatura uma redução no centro da folha em relação à periferia, (Figura 7-a). O fluxo radial de calor é proporcional ao calor perdido pela superfície do corpo, estando associado à diferença entre as temperaturas no centro e na periferia da folha de constantan. Essa diferença de temperatura pode ser medida soldando-se um fio de cobre (W) ao centro da folha. Obtêm-se, dessa forma, um termopar consistindo das junções de cobre/constantan/cilindro de cobre - que mede diretamente a diferença de temperatura de interesse (J_1, J_2). Além disso, pode-se mostrar [12], que existe uma relação aproximadamente linear entre a F.E.M. gerada (V) e o fluxo de calor a partir da superfície do corpo, para estas faixas de temperatura. A distribuição de temperatura resultante na folha e as dimensões recomendadas para projeto desses transdutores são mostrados esquematicamente nas Figuras 7-a e 7-b.

Muitas análises tem sido realizadas sobre o transdutor de disco fino de Gardon. Kirchhoff [13] apresenta uma análise teórica em seu trabalho sobre o tempo de resposta de um sensor de fluxo de calor de Gardon em que a folha de constantan é admitida possuir espessura finita. Esse trabalho foi estimulado pela necessidade do projeto de sensores mais robustos. Daí a necessidade de se conhecer o efeito da espessura da folha de constantan na resposta do transdutor.

Kirchhoff introduzindo a razão B/L em suas análises, onde B é o raio e L a espessura da folha de constantan, mostra que as respostas características dos transdutores de folha cir-

cular, quando em regime permanente, independem desse parâmetro. Conclui-se que espessuras apreciáveis podem ser utilizadas sem qualquer perda na resposta característica do transdutor. Já em regime transiente, a resposta característica é dependente do parâmetro B/L , e Kirchhoff confirma o fato que as folhas devem ser feitas tão finas quanto possível.

Prasad & Mohanty [14], fazem uma análise onde incluem uma estimativa teórica da sensibilidade e uma revisão da região onde a relação F.E.M. - fluxo de calor é linear para medições de troca de calor por convecção com transdutores do tipo Gardon. Em [14] apresentam-se ainda algumas indicações sobre as dimensões recomendadas deste transdutor e sugestões como a adição de um terceiro fio de constantan no corpo de cobre para a obtenção da temperatura local da superfície em estudo.

Wong [15], com o mesmo princípio utilizado por Gardon, desenvolveu um instrumento capaz de medir a transferência de calor convectivo de uma superfície sólida para uma corrente de ar. Porém, com a modificação que o corpo de cobre é agora uma jaqueta onde circula água a uma temperatura constante, e que atua como um reservatório térmico (Figura 8).

Para isto, foram desprezados, como hipótese:

- calor radiante perdido pelo disco
- troca de calor da superfície interna do disco
- gradiente de temperatura através da espessura do disco
- calor conduzido através dos fios termopares.

De modo a satisfazer estas hipóteses, o instrumento foi construído com as seguintes modificações:

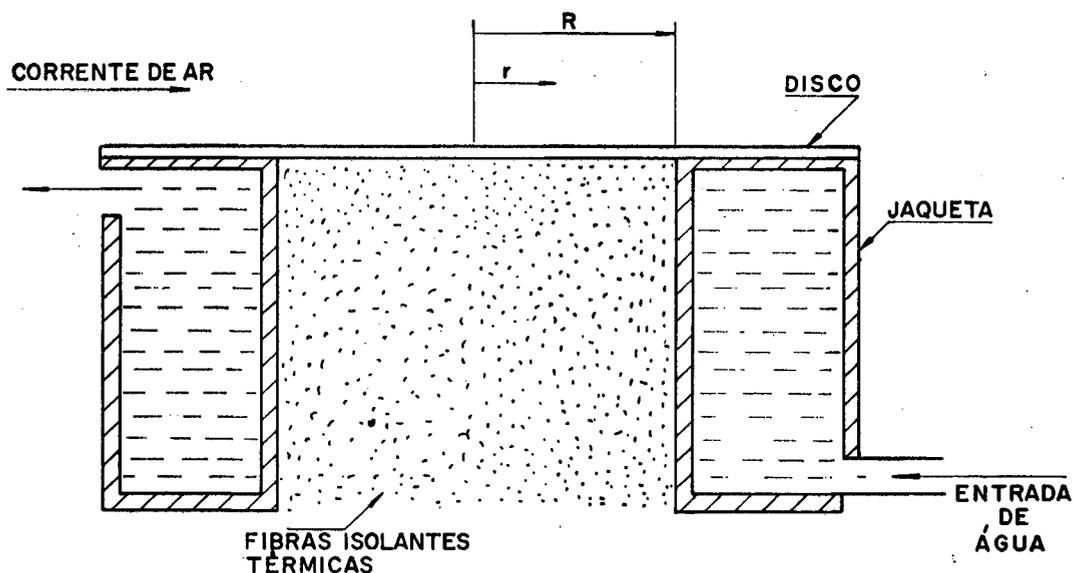


Figura 8 - Transdutor de fluxo de calor convectivo |15|.

- O disco com uma maior potência reflectiva na face externa para minimizar o calor perdido por radiação. O material escolhido para substituir o constantan foi o nicromo , (80% Ni, 20% Cr), com sua face externa polida.

- Isolamento interno da face, preenchendo a cavidade formada pela jaqueta de água e disco, com fibras isolantes, para evitar qualquer troca de calor interno.

- Menor espessura possível do disco para obtenção de uma distribuição uniforme da temperatura.

- Uso de fios com os menores diâmetros possíveis para os termopares.

Ash |16| em seu trabalho, faz uma análise teórica das respostas características de transdutores do tipo Gardon, uma vez que na literatura, poucos trabalhos teóricos a esse respeito têm sido apresentados.

Com o objetivo de comparar os resultados apresentados por Gardon [12], são analisados dois casos gerais:

- Transdutor submetido a um fluxo de calor constante.
- Transdutor exposto a um meio convectivo.

A partir de hipóteses simplificativas como propriedades térmicas e temperatura constante através da espessura da folha de constantan, Ash, utilizando separação de variáveis sobre a equação da condução, obtém a distribuição de temperatura na folha de constantan, para os 2 casos analisados.

Com a obtenção da distribuição de temperatura, a resposta da folha de constantan quando submetida a um fluxo de calor constante pode ser encontrada. Esta resposta é então comparada com a equação exponencial usada originalmente por Gardon [12]. Os resultados demonstraram boa concordância.

Analisando-se o caso em que o transdutor é exposto a um meio convectivo, conclui-se que o coeficiente de transferência de calor por convecção (h) tem influência tanto no tempo quanto na curva de resposta, destes transdutores. Este resultado pode ser usado para escolhas apropriadas de temperatura de referência em experimentos.

Foi também um transdutor modificado de fluxo de calor do tipo Gardon que Tribault & Hoffman [17] utilizaram para medições de densidade de fluxo de calor em processos de ebulição. Gortyshov et al [18], utilizando o método do disco fino de Gardon, desenvolveram um transdutor com uma sensibilidade de $200 \mu\text{V} \cdot \text{cm}^2/\text{W}$.

Recentemente Therry & Marechal [19], Leclerq & Thery

[20], Ravalietera et al [21], They et al [22], e They & Pauquet [23], realizaram um novo tipo de termopilha, integrando junções termoeleétricas múltiplas, feitas por deposição eletrolítica numa lâmina condutora. Este transdutor fornece um sinal elétrico diretamente proporcional ao fluxo de calor e pode ser produzido por um método convencional de circuito impresso, (Figura 9).

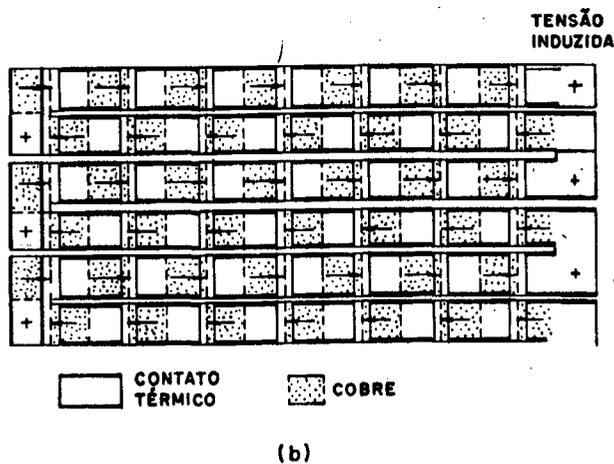
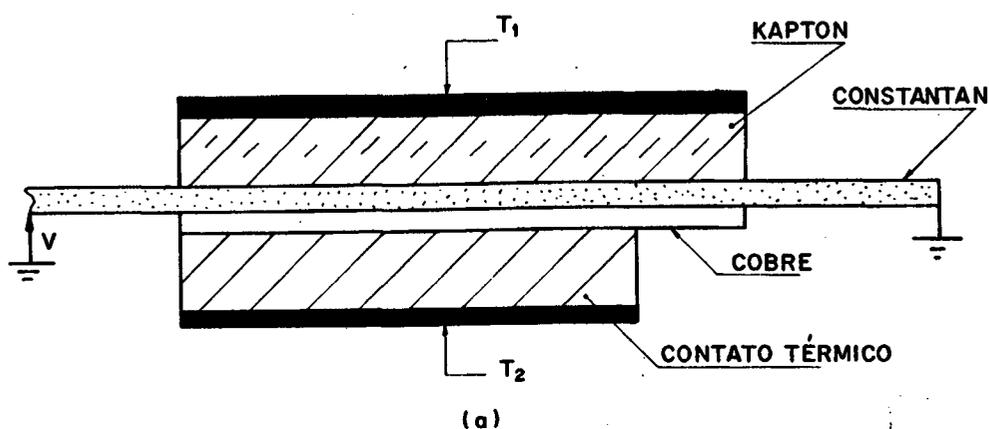


Figura 9 - a) Célula elementar do transdutor.

b) Células do transdutor de Therry & Marechal [19] conectados em série.

Transdutores de $0,01 \text{ m}^2$ integrando 1.400 termojunções foram ob-

tidos.

O contato entre os materiais não é pontual, como no caso dos termopares, mas desenvolve-se sobre uma superfície, para cada termojunção, através da aplicação de um depósito eletrolítico de cobre sobre uma folha de constantan. Sob a ação de um gradiente térmico superficial, ocorre o aparecimento de correntes elétricas induzidas circulando através da superfície de separação cobre-constantan e gerando uma F.E.M. proporcional ao gradiente térmico.

O princípio de medição consiste em induzir no plano das termojunções - perpendicular portanto ao trajeto do fluxo de calor - gradientes térmicos proporcionais ao fluxo de calor a ser medido. Essa função foi realizada utilizando contatos térmicos de alta difusibilidade térmica recobrando parcialmente cada uma das termojunções (Figura 9-a).

Desse modo, através do recobrimento parcial das termojunções, cria-se um gradiente de temperatura em cada termojunção num plano perpendicular ao fluxo de calor, possibilitando o aparecimento de uma F.E.M. na termojunção.

A termopilha é obtida através do deslocamento dos contatos térmicos, tal como mostrado na Figura 9-a, de modo a produzir o efeito série, adicionando as F.E.M. geradas em cada termojunção elementar.

Uma outra forma de se obter uma diferença de temperatura proporcional a um fluxo de calor é utilizando como barreira térmica um material termopar com alta sensibilidade a variações de temperatura.

Deacon [24] e Hatfield [25] trabalharam neste sen-

tido.

Deacon [24] desenvolveu um transdutor de fluxo de calor para ser utilizado em aplicações abaixo da superfície do solo. Seu método depende do fato da diferença de temperatura entre duas superfícies de uma placa ser proporcional ao fluxo de calor que a atravessa.

A placa é um disco de 5 cm de diâmetro consistindo de bismuto fundido entre dois discos de cobre. As placas de cobre são levemente estanhadas para que o bismuto possa ser aderido.

Um anel protetor de 9 cm de diâmetro, de construção similar, circunda o disco mas é separado dele por uma fina tira de material isolante. A combinação entre bismuto e cobre produz uma força termoelétrica proporcional a diferença de temperatura entre os discos de cobre. A figura 10 mostra esquematicamente um sensor de Deacon.

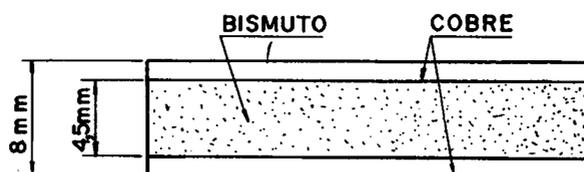


Figura 10 - Transdutor de Deacon [24].

A combinação cobre-bismuto foi escolhida por ser uma combinação que produz uma alta potência termoelétrica e pela baixa condutividade térmica do bismuto em comparação com outros metais, possibilitando assim que uma diferença de temperatura apreciável se estabeleça. As placas de cobre também atuam no sen

tido de produzir temperaturas uniformes sobre as duas faces do disco.

Hatfield descreve um transdutor em forma de um pequeno disco prata-telúrio coberto, como no caso de Deacon por uma camada de cobre nos dois lados. O corpo de prata-telúrio é o responsável pela diferença de temperatura estabelecida (barreira térmica).

O par cobre-constantan fornece uma F.E.M. da ordem de $50 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$, possuindo o constantan uma condutância térmica de $0.05 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^\circ\text{C}/\text{cal}$. Assim um fluxo de calor da ordem de $0,001 \text{ cal}/\text{cm}^2 \cdot \text{seg}$. através de 1 mm de espessura de material resultaria numa diferença de temperatura de somente $0,002^\circ\text{C}$ dando somente $0,1 \mu\text{V}$ de sinal elétrico. Um galvanômetro mede sinais superiores a $1 \mu\text{V}$. O par cobre-telúrio fornece uma F.E.M 10 vezes maior possuindo o telúrio uma condutância térmica 5 vezes menor do que o constantan. Dessa forma, consegue-se transdutores de temperatura com uma sensibilidade de $700 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$.

Como a força eletromotriz e a condutância térmica do disco dependem do contato entre as camadas de cobre e o disco de telúrio, as dimensões das superfícies em contato devem ser precisamente iguais.

Mudanças nas constantes elétricas do telúrio ao longo de aquecimentos continuados acima de 200°C foram observados. Estas variações com a temperatura podem ocasionar grandes inconvenientes.

A combinação de duas partes de telúrio e uma parte de prata torna o transdutor livre deste efeito com a vantagem de aumentar a sua sensibilidade. O autor chama a atenção ainda quan

to ao efeito que pequenas porcentagens de impurezas, inerentes ao telúrio, possam causar.

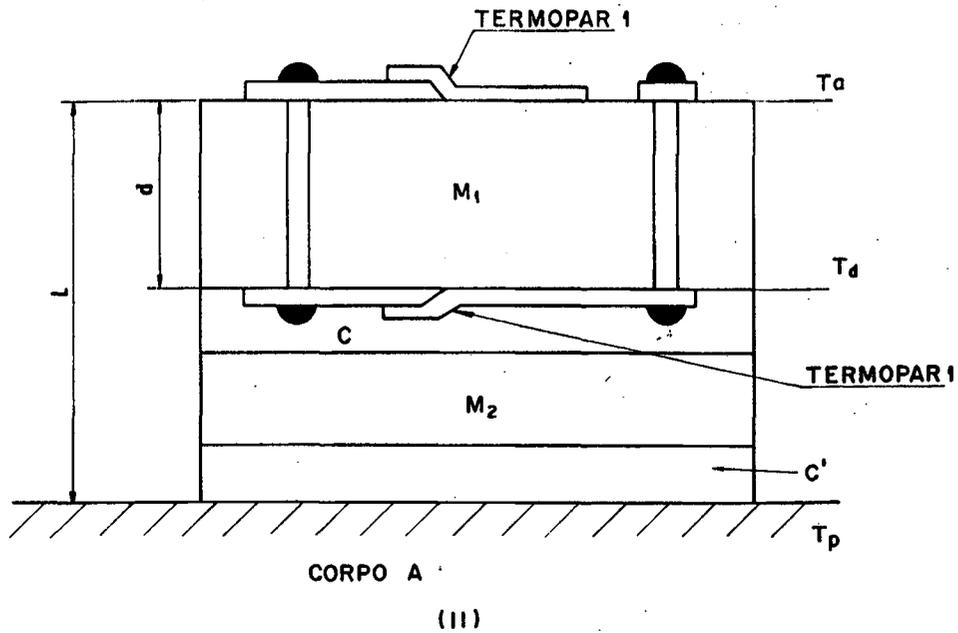
Um disco telúrio-prata com diâmetro e espessura 13 e 1,3 mm, respectivamente, é fundido entre as 2 camadas de cobre, que são fixadas por pressão à quente. O acabamento se faz através de uma camada fina de celulose, transparente e esmaltada, que produz o isolamento elétrico necessário ao transdutor.

A combinação cobre-bismuto dá uma F.E.M. aproximada de 60 μV para cada 1 $\text{cal}/(\text{cm}^2)$. min de fluxo de calor, já a combinação de Hatfield produz uma F.E.M. excepcional de 440 μV para este mesmo fluxo de calor, com um disco de apenas 1,3 mm de espessura.

Godefroy [26] desenvolveu transdutores peliculares de fluxo de calor, utilizando termopares em lâminas finas, obtidas através da metalização, em ambas as superfícies, de uma folha de Kapton. Figura 11. A metalização é feita por vaporização à vácuo de películas de 0,2 μm de cobre e níquel, parcialmente superpostas de modo a fornecer uma bateria de termojunções em cada lado da folha de kapton. Protege-se a folha com máscaras de modo a produzir a geometria desejada (Figura 11).

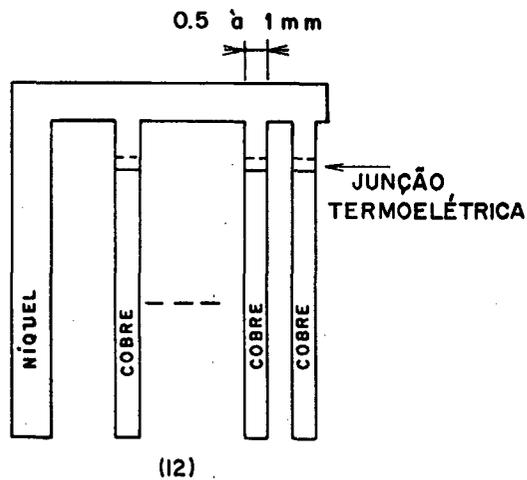
Obtêm-se transdutores muito finos (Figuras 11), cujo elemento base m_1 possui uma espessura entre 13 e 50 μm . O elemento m_2 é uma folha também de Kapton de 13 μm de espessura, colocada por pressão à quente sobre o transdutor, com a finalidade de constituir uma proteção contra abrasão e choques. Na Figura 11, C e C' simbolizam as juntas de cola epoxi entre a segunda folha de Kapton e o transdutor e entre o transdutor e a superfície do corpo de prova, respectivamente, com espessuras que variam entre 4 e 5 μm .

A Figura 12 representa uma bateria de termopares, ob



CORPO A

(11)



(12)

Figuras 11 - Corte de um transdutor de Godefroy [26], quando montado.

12 - Configuração dos termopares formados por deposição.

tida por metalização de níquel e cobre sobre uma das superfícies da folha de kapton.

Gerashenko et al [27] desenvolveu transdutores baseados em materiais termoelétricos anisotrópicos. A operação desses transdutores, baseia-se na indução de um componente de um campo elétrico, num material com coeficiente termoelétrico anisotrópico, quando um fluxo de calor os atravessa numa direção

que não coincide com os eixos principais (Figura 13).

A força termoeletromotriz gerada pelo termoelemento anisotrópico é dado por

$$E = q \frac{\alpha_{xy}}{\lambda_{yy}} \cdot L$$

onde E é a força termoeletromotriz, q a densidade de fluxo de calor, L o comprimento do termoelemento, α_{xy} as componentes não diagonais da matriz dos coeficientes termoelétricos e λ_{yy} a condutividade térmica.

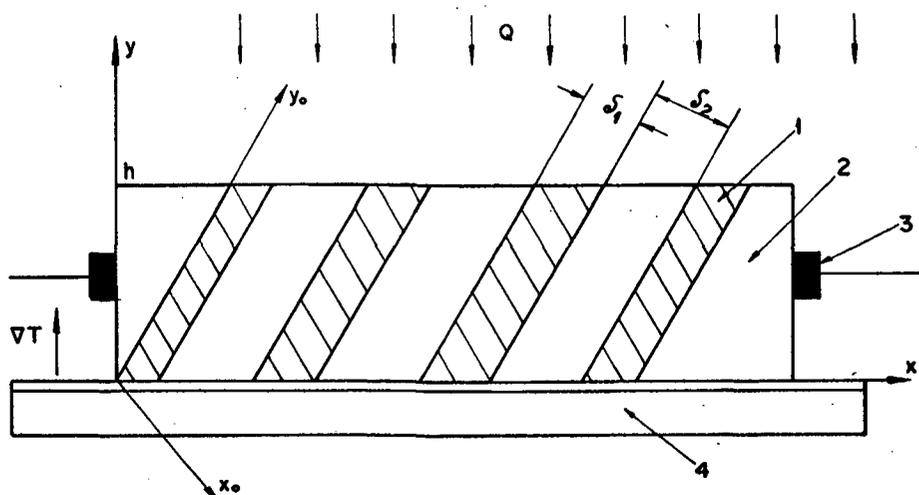


Figura 13 - Transdutor de fluxo de calor de Gerashenko [27], baseado em AATEM.

A causa física da força termoeletromotriz transversal é a diferença nos coeficientes termoelétricos do sistema ao longo e através das camadas dos materiais.

Uma escolha adequada de materiais para as camadas e o uso de geometrias apropriadas, tornam possível a construção de transdutores termoelétricos transversais eficientes baseados em materiais termoelétricos artificialmente anisotrópicos (AATEM).

Heiningem et al [28] desenvolveu um transdutor com alta sensibilidade e rápida resposta para medições de fluxo de

calor em superfícies móveis, sujeitas a rápidas flutuações na temperatura. O sensor é um fino filme de ouro montado num substrato não condutor.

O sensor é fixado ao nível de uma superfície móvel, a qual se deseja investigar o fluxo de calor local, e mede a temperatura instantânea da superfície com uma resolução de aproximadamente 0,002 °C. O fluxo de calor local é obtido através da solução de equação da condução de calor transiente.

Um sensor de filme fino é essencialmente uma lâmina, que está a temperatura da superfície que será medida. A espessura da lâmina é tal que pode ser considerada termicamente semi infinita sobre o período de interesse.

Devido ao ciclo de variação na temperatura da superfície, no caso em estudo ser pequena, escolhe-se um termómetro de resistência ao invés de uma termopilha.

Selecionou-se o ouro por ser um material estável em presença de ar úmido, acetona e benzeno, aderir razoavelmente bem ao substrato e ser resistente ao mais leve atrito.

A seleção do substrato não condutor é determinada por requerer-se uma resposta transiente de temperatura do substrato igual àquela da superfície na qual o fluxo de calor é investigado. Neste caso a superfície em estudo é o aço inoxidável (316 PSS). Selecionou-se, pyroceram 1906 como substrato do sensor devido a resposta transiente da superfície determinada por $\sqrt{\lambda \rho C_p}$, ser 2,89 KJ/m² s^{1/2} K cujo valor é próximo ao do 316 PSS (2,68 KJ/m² s^{1/2} K).

Outra razão para a seleção do pyroceram 9606 é que suas propriedades térmicas são conhecidas com bastante precisão. Este transdutor é mostrado na Figura 14.

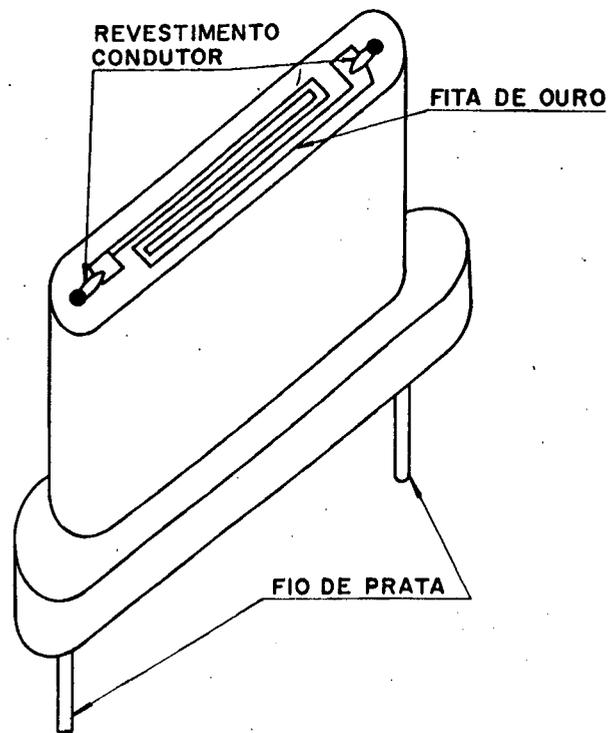


Figura 14 - Sensor de fluxo de calor de Heiningem et al |28|.

A sensibilidade do sensor é dada por

$$S_s = \alpha_s L(\rho q_{sm}/d)^{1/2}$$

onde L é o comprimento efetivo do filme de ouro (m), d a espessura do filme de ouro (m), α_s o coeficiente de resistência térmica do filme (k), ρ a resistividade do filme (Ω m) e q_{sm} o máximo auto aquecimento do sensor. A equação acima indica que o sensor tem sua sensibilidade aumentada com o comprimento.

Finalmente Klems & Bartolomeo |29| e Andretta |30| desenvolveram transdutores de fluxo de calor na forma de discos finos, utilizando como sensores da diferença de temperatura, espiras de cobre e níquel, respectivamente, colocados sobre os

dois lados de um material isolante. Aqui as respostas dos transdutores são baseadas no princípio da variação da resistência elétrica desses metais com a temperatura.

O projeto e construção do transdutor descrito no presente trabalho é baseado nesse princípio. O corpo do transdutor é uma placa plana quadrada de acrílico. Sobre cada uma de suas faces são colocadas uma espira plana de cobre. Este transdutor, de construção simples, fornece um sinal com um tempo de resposta muito pequeno e é sensível a fluxos de calor, de grandeza usualmente encontradas em energia solar e em edificações. Devido a sua grande sensibilidade ($30\mu\text{V}/(\text{w}/\text{m}^2)$), não necessita de instrumentos de alta sensibilidade para a leitura da F.E.M. (sinal de resposta). Assim, a utilização de instrumentos comuns de medição, como multímetros, permite um relativo baixo custo e comodidade em aplicações em campo.

CAPÍTULO III

CONSTRUÇÃO E CALIBRAÇÃO DO TRANSDUTOR

3 - 1. INTRODUÇÃO

A investigação de propriedades termofísicas em estruturas é um fator importante para projetos e dimensionamentos em engenharia térmica. Seja qual for o objetivo, o conforto térmico ou projetos industriais, existe sempre a necessidade da obtenção de parâmetros na transferência de calor, como difusibilidade e a condutividade térmica, capacidade de armazenamento ou resposta a fluxos térmicos. O conhecimento dos fluxos térmicos existentes em tais estruturas é fundamental para a avaliação dessas constantes. Uma forma conveniente para a obtenção de fluxos de calor é a utilização de instrumentos que possam medir diretamente as taxas de energia trocadas pelas superfícies em estudo.

Neste capítulo são mostrados os fundamentos utilizados para a construção de um transdutor de fluxo de calor, além de se apresentar uma descrição completa do desenvolvimento e confecção deste. Descreve-se igualmente toda a montagem utilizada para o processo de calibração do transdutor. Obtém-se o fluxo de calor conhecido (padrão) para a obtenção das constantes de calibração dos transdutores, adaptando-se uma placa quente compensada (guarded hot plate). Essa placa é de construção padronizada e tem como função principal obter a condutividade térmica de materiais em laboratórios. Apresenta-se a descrição de uma placa quente compensada, bem como as características e prin

cípios de calibração.

3 - 2. FUNDAMENTOS DE MEDIÇÃO DE FLUXO DE CALOR

Uma maneira de se medir o valor do fluxo de calor consiste em se interpor uma resistência r , de superfície S e espessura L , sobre o trajeto do fluxo de calor e medir em condições estacionárias, a diferença de temperatura induzida entre as faces externas da superfície (Figura 1).

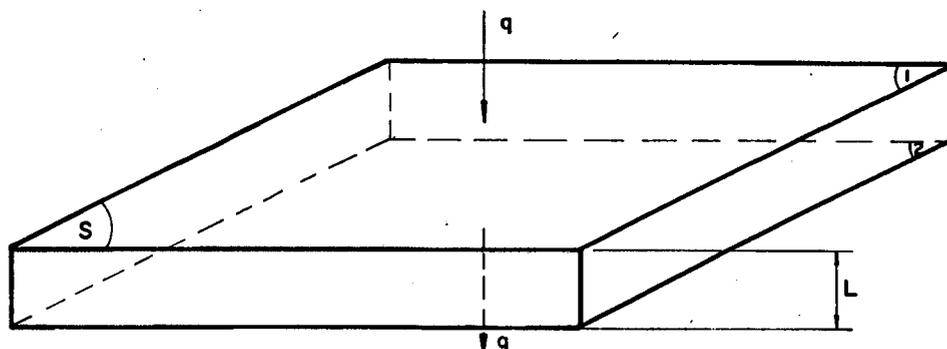


Figura 1 - Superfície submetida por um fluxo de calor.

Assim pela Lei de Fourier, podemos escrever

$$q = \frac{K}{L} \Delta T \quad (1)$$

onde q é o fluxo de calor por unidade de área, K a condutividade térmica do material da superfície S , L a espessura do material e ΔT diferença de temperatura no material de superfície S .

Da expressão (1) nota-se que a diferença de temperatura induzida entre as superfícies é diretamente proporcional ao fluxo de calor que a atravessa. Logo, o sinal fornecido pe-

los sensores que medem esta diferença pode ser convertido em fluxo térmico através de um fator de conversão. Este fator é bem estabelecido teoricamente e pode ser encontrado através de um processo de calibração.

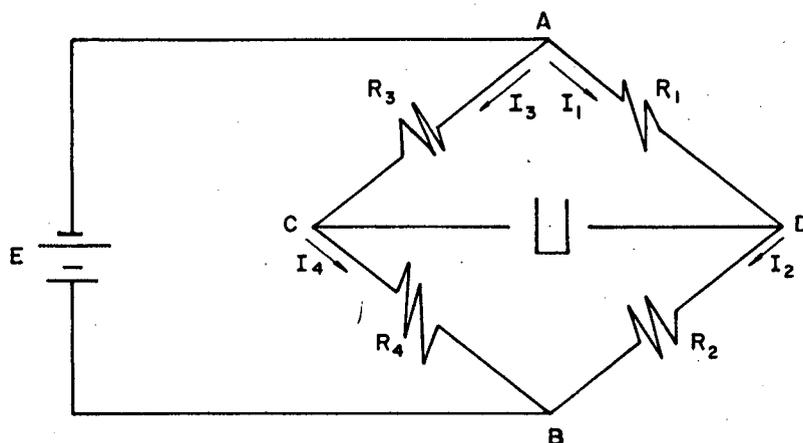
3 - 3. CONSTRUÇÃO

Grande parte dos transdutores existentes utiliza uma termopilha para a medição da diferença de temperatura. O transdutor aqui descrito no entanto, utiliza duas espiras planas de cobre, fixadas uma sobre cada lado do corpo do transdutor (placa plana de acrílico), para medir a diferença de temperatura. As espiras são feitas com fio de cobre de diâmetro de 0,1 mm, cobrindo uma área aproximada de $25 \times 25 \text{ cm}^2$. As espiras são coladas sobre uma placa plana de acrílico de $30 \times 30 \text{ cm}^2$ e de 2,5 mm de espessura, e então conectadas a outras duas resistências conhecidas (resistores de precisão) e uma fonte de aproximadamente 3 volts, de modo a formar uma ponte de Wheatstone.

A resistência das duas espiras, aproximadamente 500 OHMS, varia com a temperatura. Se as duas espiras são conectadas numa ponte de Wheatstone e a ponte é ajustada (balanceada) quando não há fluxo, a diferença de potencial de saída será diretamente proporcional ao fluxo de calor através do transdutor.

$$\text{Têm-se que (Figura 2) } I_3 = I_4 = \frac{E}{R_3 + R_4} \quad (2)$$

$$I_1 = I_2 = \frac{E}{R_1 + R_2} \quad (3)$$



I - CORRENTE ELÉTRICA QUE CÍRCULA NA FONTE
 E - FONTE DE TENSÃO CONSTANTE
 (FONTE DE REFERÊNCIA)

Figura 2 - Representação de uma ponte de Wheatstone.

Sabe-se que

$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$

e

$$E_{cd} = E_{ac} - E_{ad} = I_3 R_3 - I_1 R_1$$

logo

$$E_{cd} = U = E \left[\frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right] \quad (4)$$

se a variação da resistência com a temperatura das espiras é dada por [30]

$$R_1 = R(T_1) = R_1^0 [1 + \alpha(T_1 - T_0)] \quad (5)$$

$$R_2 = R(T_2) = R_2^0 [1 + \alpha(T_2 - T_0)] \quad (6)$$

onde R_1^0 e R_2^0 são as resistências do cobre à temperatura de referência T_0 e α o coeficiente de expansão do cobre ($\approx 3.9 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)

Se tomarmos as resistências dos resistores

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_1^0}{R_2^0} \quad (7)$$

e substituindo as equações (5) e (6) na equação (4) têm-se

$$U = E \left[\frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_1^0 (1 + \alpha(T_1 - T_0))}{R_2^0 (1 + \alpha(T_2 - T_0)) + R_1^0 (1 + \alpha(T_1 - T_0))} \right] \quad (8)$$

colocando R_1^0 em evidência no denominador do último termo da equação (8), têm-se

$$\frac{U}{E} \left[\frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{1 + \alpha(T_1 - T_0)}{1 + \alpha(T_1 - T_0) + \frac{R_4}{R_3} (3 + \alpha(T_2 - T_0))} \right]$$

considerando que $1 + \alpha(T_1 - T_0) \cong 1$ e $1 + \alpha(T_2 - T_0) \cong 1$

resulta

$$\frac{U}{E} = \frac{[R_3^2 + R_3^2 \alpha(T_1 - T_0) + R_4 R_3 + R_4 R_3 \alpha(T_2 - T_0) - R_3^2 - R_4 R_3 - R_3^2 \alpha(T_1 - T_0) - R_4 R_3 - R_4 R_3 \alpha(T_1 - T_0)]}{(R_3 + R_4) (R_3 + R_4)}$$

portanto

$$\frac{U}{E} = \frac{R_4 R_3 (T_2 - T_1)}{(R_3 + R_4)^2}, \quad \text{porém se } \frac{R_3}{R_4} = \frac{1000}{1000} = 1$$

pode-se escrever

$$\frac{U}{E} = \frac{\alpha}{2} (T_2 - T_1) \quad (9)$$

Substituindo a Equação (1) na Equação (9) obtêm-se a expressão

$$\frac{U}{E} = \frac{\alpha L q}{2 K}$$

onde o agrupamento $\frac{\alpha L}{2 K}$ é o fator de conversão ou a constante de calibração do transdutor, o que permite uma sensibilidade de aproximadamente $30 \mu V/(W/m^2)$ a esse instrumento.

3 - 3.1. DETALHES DE CONSTRUÇÃO

Quatro transdutores foram montados no laboratório, com construção totalmente artesanal.

Para se obter com rapidez e homogeneidade as espiras planas, construiu-se um mecanismo auxiliar, consistindo de um quadro de 25 cm de largura, que gira ao redor de um eixo (Figura 3).

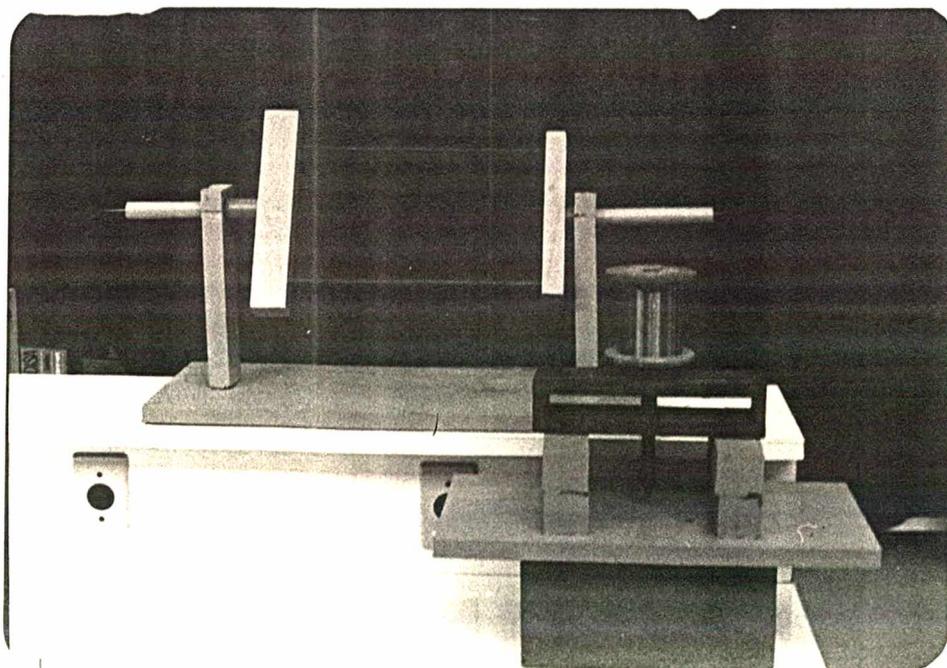


Figura 3 - Mecanismo auxiliar para obtenção de espiras planas.

A espira plana é conseguida enrolando-se o fio de cobre sobre as hastes. Até que a largura pré-determinada seja atingida. A Figura 4 mostra o processo de enrolamento do fio de cobre.

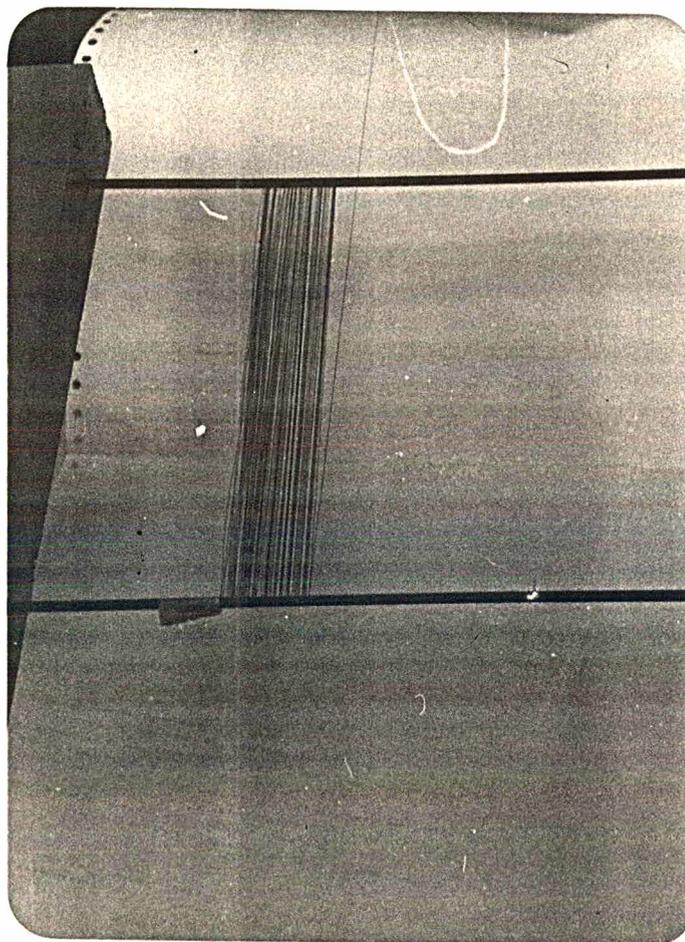


Figura 4 - Espira de cobre em confecção.

Após a espira ser completamente enrolada na armação (arranjo de sustentação) esta é retirada dos apoios e colocada entre 2 superfícies planas (madeira) previamente recobertas por um material plástico. (Figura 5). O objetivo desse procedimento é obter a espira plana com sustentação própria. Para isso, aplica-se cola na área da espira compreendida pela superfície dos

dois suportes (Figura 5). A pressão exercida na colagem dos fios da espira tem o objetivo de espalhar homogeneamente toda a cola e, ao se desprender a espira do suporte, obtê-la com a espessura aproximada do diâmetro do fio de cobre.

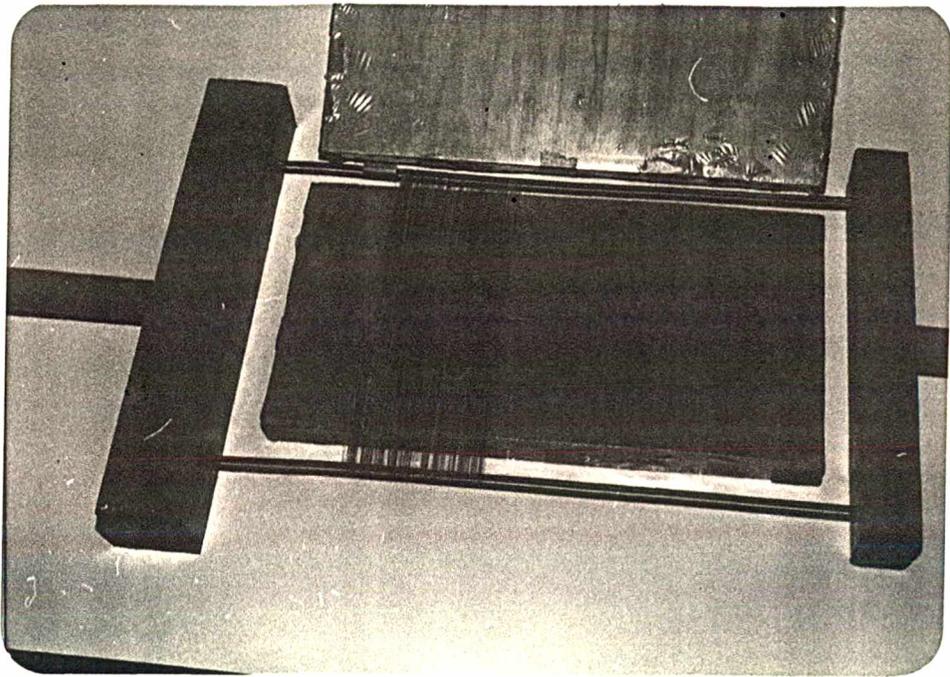


Figura 5 - Espira de cobre pronta para colagem.

A retirada posterior da espira do arranjo de sustentação, só é possível devido a região de colagem não incluir as hastes que sustentam a espira (o suporte tem dimensões menores que o arranjo de sustentação). O tipo de cola utilizado não é aderente ao plástico que recobre os suportes.

A espira mostrada na Figura 6, é então conseguida, retirando-se as barras de sustentação.

Nota-se na Figura 6 que a espira já pode ser fixada no corpo do transdutor (placa de acrílico) pois a região central (colada) fornece a sustentação da espira, podendo-se manu-

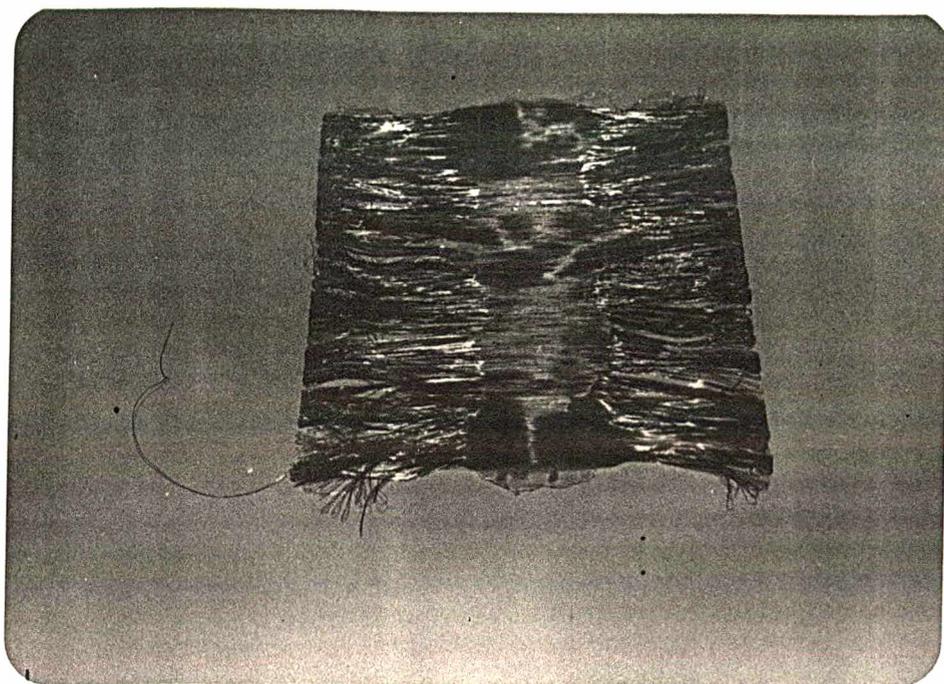


Figura 6 - Espira de cobre

seã-la para a localização correta no acrílico. Nesse processo utiliza-se cola em toda a região do corpo do transdutor, incluindo os bordos da espira, a região central e o restante da superfície do acrílico não coberto pela espira. A colagem das 2 espiras se faz simultaneamente, utilizando-se pressão no conjunto espira/acrílico/espira através de 2 suportes planos de madeira (Figura 7).

Faz-se novamente a colagem sob pressão para a obtenção de planicidade e homogeneidade nas superfícies do transdutor. Obtêm-se espessuras iguais entre o espaço ocupado somente por cola (região não coberta pelas espiras) e aquele ocupado por cola/espira. Observa-se que a cola utilizada produz o acabamento final do transdutor, fornecendo tanto proteção mecâni-

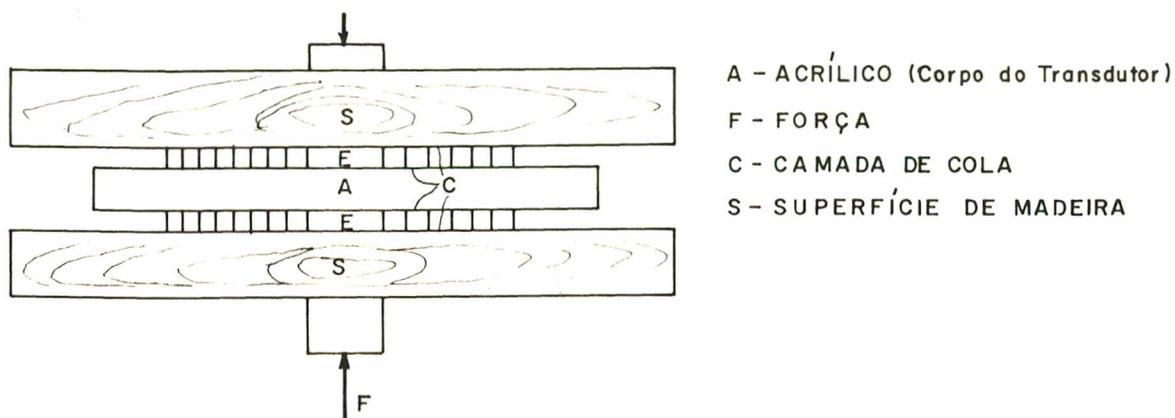


Figura 7 - Fixação das espiras no corpo de acrílico.

ca quanto isolamento elétrico às espiras de cobre (Figura 8).

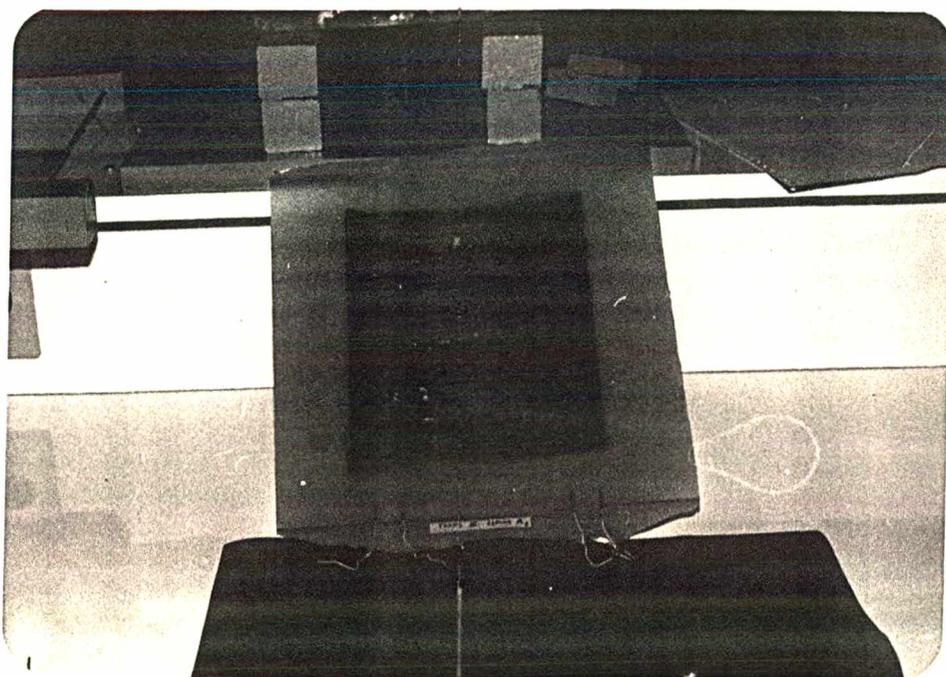


Figura 8 - Conjunto espira/acrílico/espira.

A Figura 9 apresenta os fios terminais das espiras soldados a cabos mais resistentes, permitindo que o transdutor seja manuseado sem comprometer a segurança das espiras fixadas em

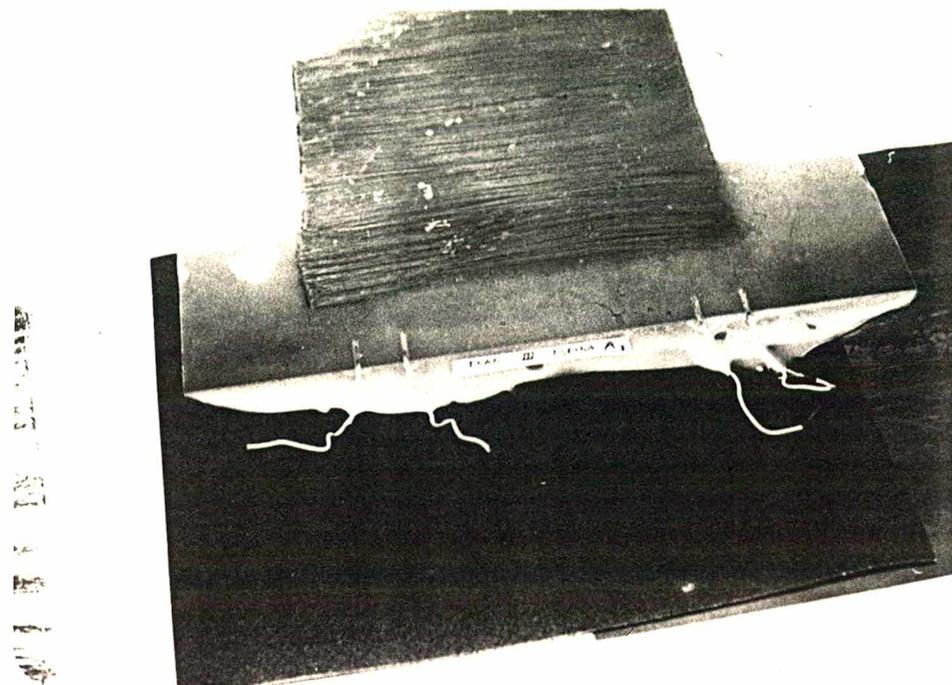


Figura 9 - Conexões soldadas aos fios terminais das espiras.

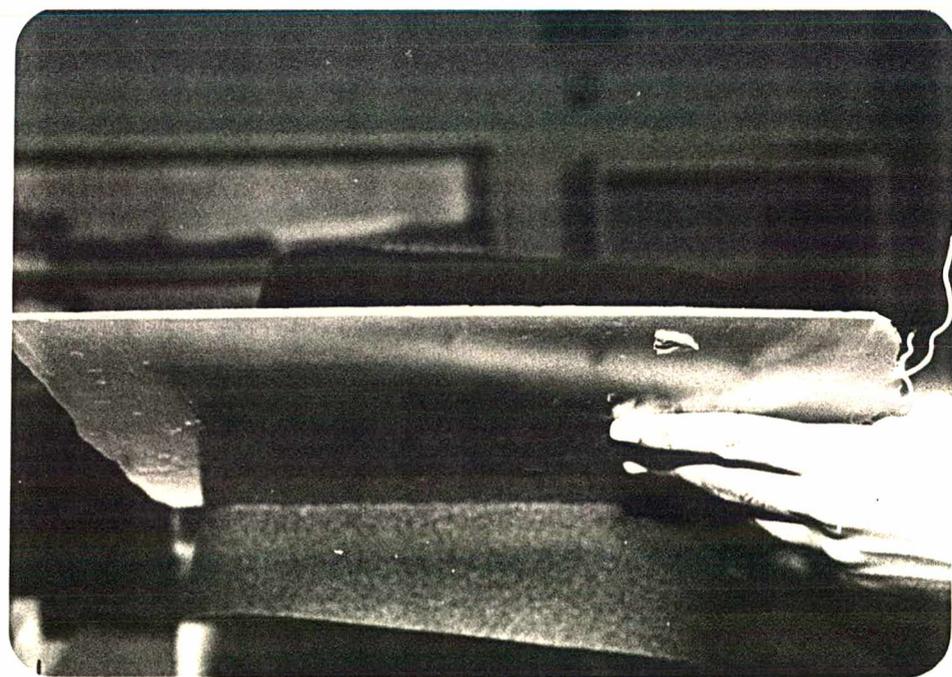


Figura 10 - Espessura do corpo do transdutor em detalhe.

seu corpo. As Figuras 8, 9 e 10 mostram em detalhes o corpo de um transdutor. Percebe-se a homogeneidade e o acabamento superficial (Figura 8,9) e a sua espessura final (Figura 10).

A etapa seguinte se constitui na obtenção do circuito elétrico (ponte de Wheatstone). A diferença de temperatura entre as espiras provoca a variação de suas resistências e o desbalanceamento da ponte.

A ponte de Wheatstone, tem o importante papel de fornecer a diferença de potencial que é diretamente proporcional ao fluxo de calor (ver parágrafo 2-3). A figura 11 mostra o circuito elétrico (2 pontes de Wheatstone) de 2 transdutores ligados a uma mesma fonte de referência.

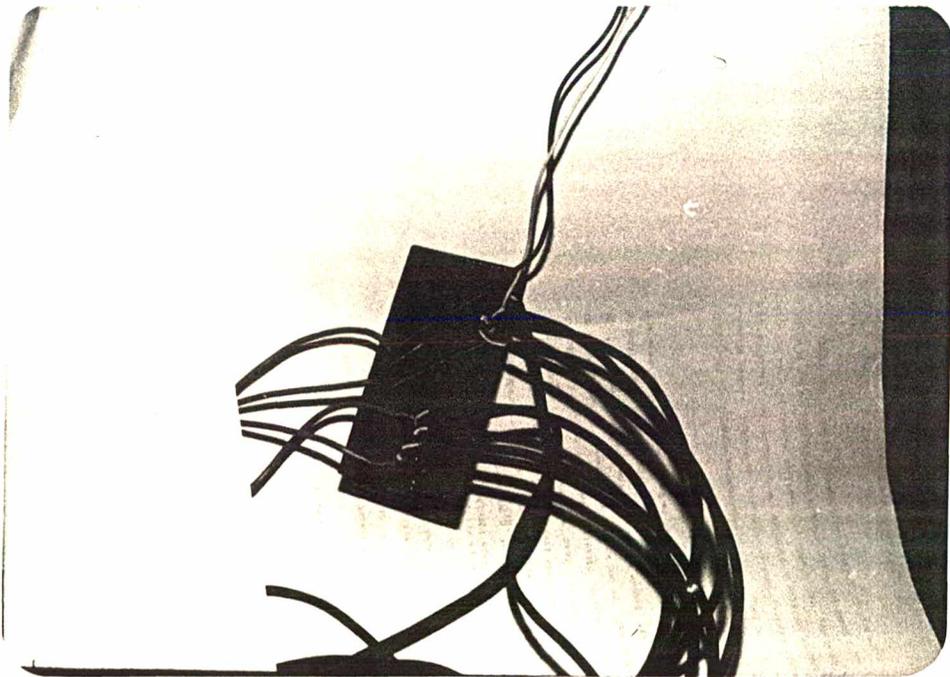


Figura 11 - 2 Pontes de Wheatstone com uma mesma fonte de referência.

Estes 2 transdutores são atualmente utilizados em

experimentos que visam a obtenção de propriedades físicas, como a difusibilidade térmica, de materiais de construção, através de análises transientes. Uma montagem desses experimentos é mostrada na Figura 12, utilizada para medir as características de transiente térmico de uma placa de concreto de 4 cm de espessura e $30 \times 30 \text{ cm}^2$ de área.

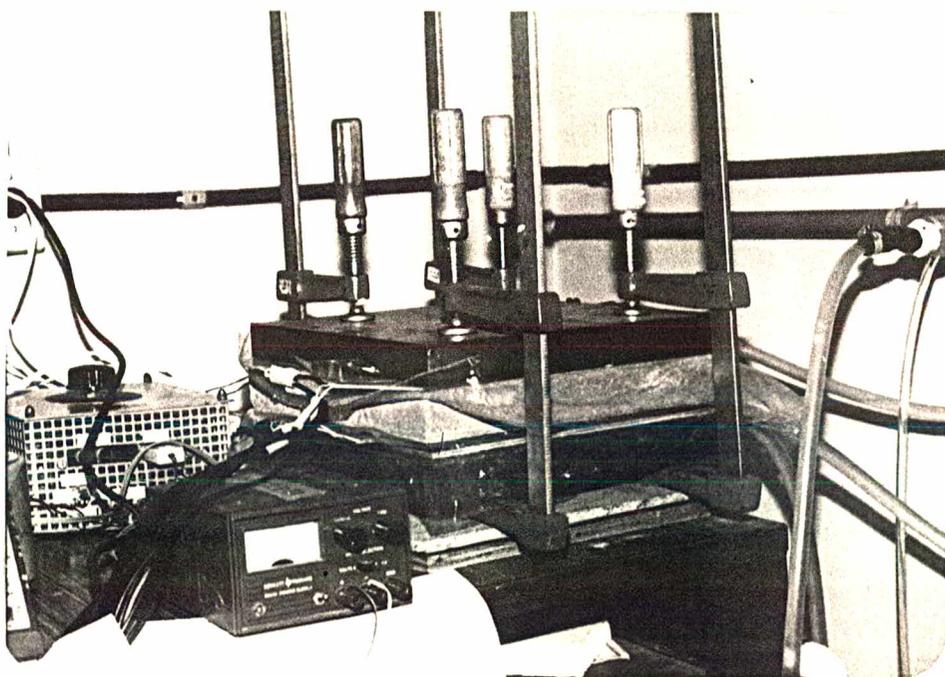


Figura 12 - Montagem experimental - aplicação dos transdutores à uma amostra de concreto.

3 - 4. CALIBRAÇÃO

A calibração dos transdutores e subsequentes correções de condições térmicas de medição é um dos aspectos mais sensíveis de todo o processo de medição. Muitos sensores, e.g., os termopares, possuem um procedimento bem definido de calibração, projetado para eliminar as possíveis fontes de erros existentes. Porém, essa não é a realidade para os transdutores

de fluxo de calor. Existe, pois, a necessidade de um verdadeiro conceito de calibração em transdutores de fluxo de calor, de forma a se obter um fator de conversão adequado às condições térmicas de uso do sensor. Fatores como características do sensor de temperatura, condutividade do meio, coeficiente de transferência de calor por convecção, absorvância e emitância do transdutor, além das condições nas quais o fluxo de calor é estabelecido, certamente influenciam no processo de calibração.

Para a obtenção de um fluxo de calor unidirecional, uniforme e perpendicular ao transdutor, utilizamos, em nossa calibração, uma placa quente compensada [31].

Uma vez que um dispositivo de placa quente compensada foi utilizado como o gerador do fluxo de calor padrão para o levantamento da curva de operação dos transdutores, torna-se necessário uma descrição, ainda que sucinta, de suas características e princípios de operação.

3 - 4.1. DESCRIÇÃO DO DISPOSITIVO DE PLACA QUENTE COMPENSADA (GUARDED HOT PLATE)

Valores de condutividade térmica são medidos com experimentos que simulam soluções da equação diferencial que define a condução de calor num material sólido, homogêneo e isotrópico. A Figura 13 ilustra um desses experimentos.

Seja a equação da condução de calor num meio sólido

$$\nabla^2 T = \frac{1}{K} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (10)$$

onde T é a temperatura local do sólido, K a condutividade térmica

ca do sólido e t o tempo.

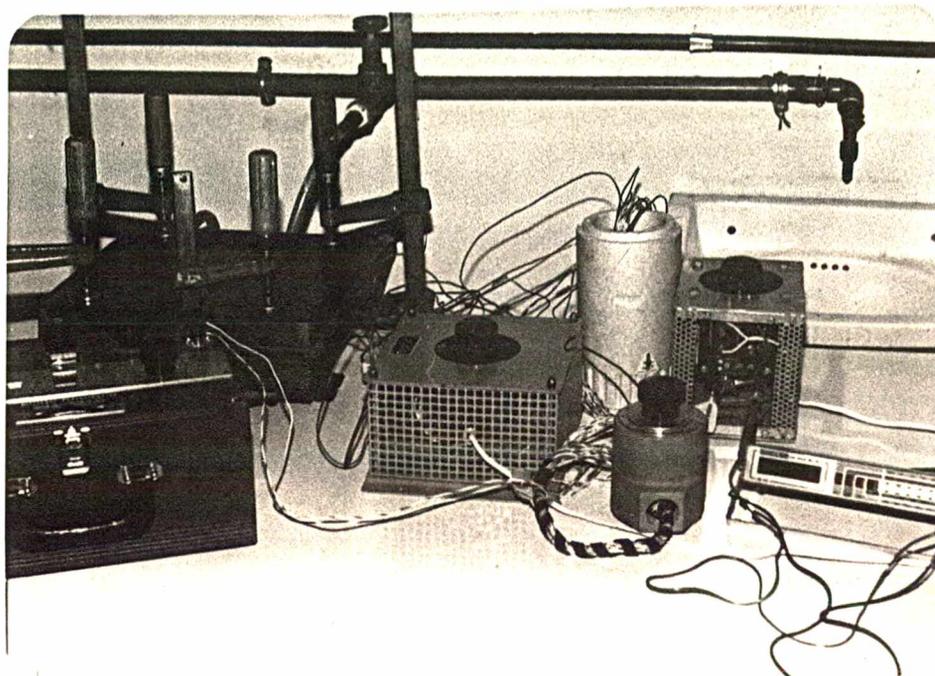


Figura 13 - Bancada experimental - medição de condutividade térmica do acrílico.

A solução geral de (10) consiste de um termo em estado permanente definindo a temperatura como uma função da posição somente, e um termo dinâmico que relaciona a temperatura com o tempo, de acordo com as condições de contorno. Para densidade de fluxo de calor unidirecional em regime permanente através de uma placa plana de espessura L , temos

$$q = \frac{K}{L}(T_1 - T_2) \quad (11)$$

O procedimento usual para medição de condutividade térmica de sólidos utilizados em edificações, é baseado na Equação (11). Essa relação pode ser simulada experimentalmente, dentro da região de temperatura, em que normalmente se encontram as edificações, e tem sido adotada em muitos países [1], embo-

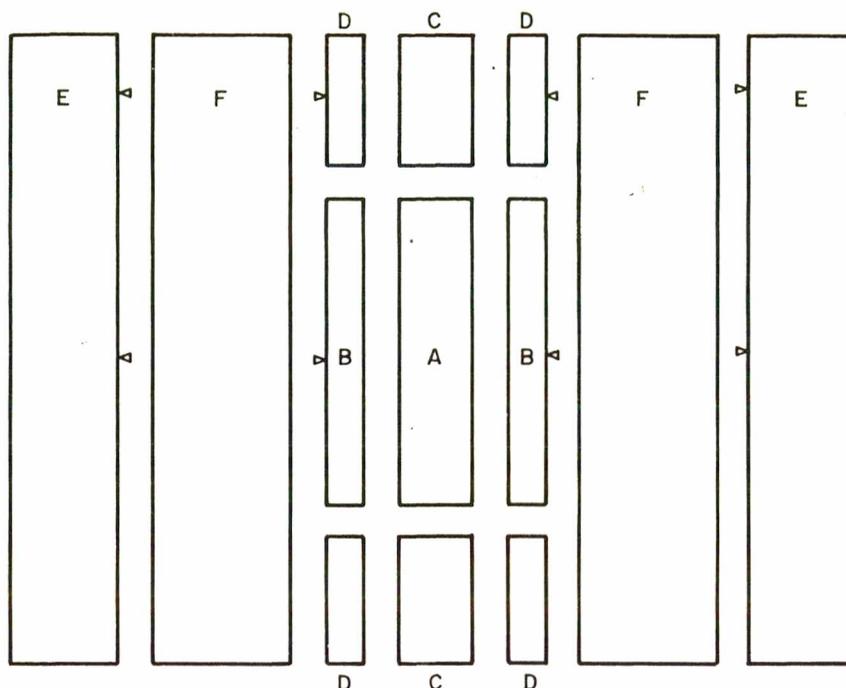
ra detalhes de arranjos experimentais possam diferir entre si.

No entanto, em todos os casos uma amostra em forma de placa plana é colocada em sanduiche entre uma placa quente e uma placa fria em condições tais que o fluxo de calor que atravessa a área central da amostra é unidirecional. Nas condições de regime permanente, a condutividade térmica é calculada pela medição do fluxo de calor e do gradiente médio de temperatura na amostra.

A amostra de material é colocada entre uma placa aquecida e uma placa fria, ficando sujeita a diferença de temperatura $T_1 - T_2$, medida através de termopares. O fluxo de calor através da amostra é obtida a partir da quantidade de energia fornecida para manter constante a temperatura da placa quente. O calor gerado provém da dissipação de energia elétrica em uma resistência embutida na placa quente.

Conforme a Figura 14, para que todo o calor gerado passe pela amostra, utiliza-se uma montagem simétrica de duas amostras e duas placas frias. O calor gerado é dividido em duas partes iguais. As placas frias possuem serpentinas internas com passagem de água para refrigeração, sendo que a distribuição simétrica da temperatura é conseguida através do controle da vazão de água em cada serpentina.

Para compensar a perda de calor lateral nas placas e amostras divide-se a placa aquecedora em um núcleo e em um anel externo. O núcleo e o anel possuem aquecedores independentes. Através do controle da voltagem de alimentação em cada resistência, controla-se o calor gerado em cada parte. As temperaturas da superfície da amostra nas regiões de contato com o



- | | |
|--|--|
| A - PLACA AQUECEDORA CENTRAL | E - PLACAS FRIAS
(Unidades de resfriamento) |
| B - PLACAS CENTRAIS DE SUSTEN-
TAÇÃO E UNIFORMIZAÇÃO DE
TEMPERATURA. | F - AMOSTRAS IDÊNTICAS |
| C - ANEL COMPENSAÇÃO | ▷ - TERMOPARES |
| D - PLACAS EXTERNAS DE SUSTEN-
TAÇÃO E UNIFORMIZAÇÃO DE
TEMPERATURA. | |

Figura 14 - Montagem de um dispositivo de placa quente compensada.

anel e com o núcleo, devem ser iguais. A igualdade de temperatura assim estabelecida, evita a perda de calor lateral pelo núcleo e garante o fluxo de calor unidimensional nessa região.

Ao todo são utilizados oito termopares, dois para cada face das amostras. O primeiro termopar disposto no centro do núcleo e o segundo no anel externo. Cada par pode ser selecionado e a diferença de potencial medida separadamente, sendo esta uma forma para verificar a uniformidade do gradiente de temperatura. As Figuras 15 e 16 mostram o dispositivo de placa compensada [31], com duas amostras de acrílico.

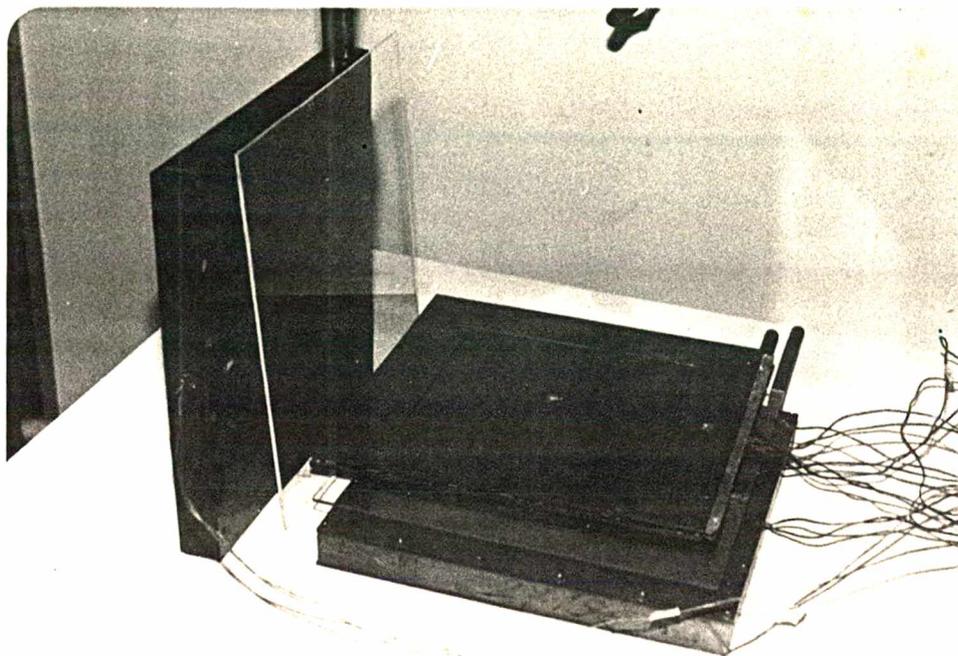


Figura 15 - Dispositivo de placa quente compensada [31].

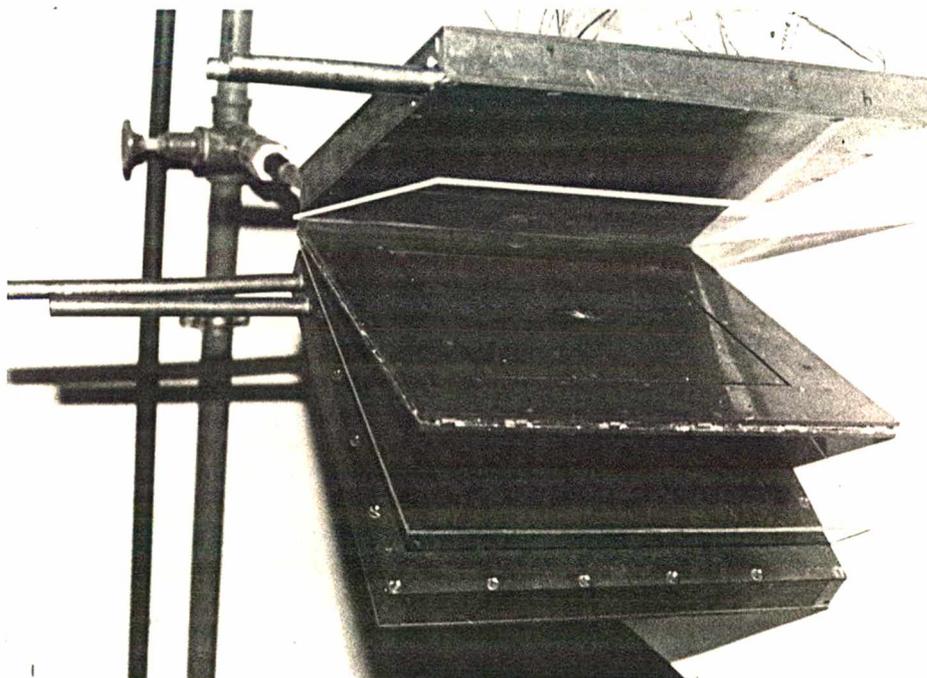


Figura 16 - Montagem de um dispositivo de placa quente compensada em camadas e 2 amostras de acrílico.

Uma das principais fontes de erro na determinação da condutividade térmica reside no processo de medição da temperatura da superfície da amostra. Para obtenção das temperaturas é necessário embutir os termopares com a junção na superfície.

Para a determinação da condutividade térmica são requeridas duas amostras idênticas medindo cada uma $30 \times 30 \text{ cm}^2$, e com espessura inferior a 50 mm.

Quando o regime permanente é alcançado, a leitura de temperatura e potência consumida no aquecedor são feitas a intervalos regulares, sobre um período de 8 horas.

3 - 4.2. PROCESSO DE CALIBRAÇÃO

A utilização de um dispositivo de placa quente compensada, exige, devido as suas características (ver parágrafo 3 - 4.1), 2 amostras semelhantes dispostas simetricamente em relação à placa quente. Tentou-se no princípio uma calibração utilizando-se um transdutor de fluxo de calor e uma placa de acrílico, com as mesmas dimensões. Dessa forma, o fluxo de calor gerado pela placa quente distribuir-se-ia entre as 2 amostras (transdutor e placa de acrílico) segundo a lei de Fourier para regime permanente. Assim o fluxo de calor padrão que atravessaria o transdutor seria a diferença entre o fluxo de calor gerado pela placa quente e o fluxo de calor através da placa de acrílico, ou seja

$$q = q_p - \frac{K \Delta T}{L} \quad (12)$$

onde q_p é o fluxo de calor gerado pela placa quente, K a con-

ductividade térmica do acrílico, ΔT a diferença de temperatura entre as superfícies do acrílico e L a espessura do acrílico.

A Equação (12), requer a obtenção anterior da condutividade térmica do acrílico. Isso acarreta um caráter semi-direto à calibração, sendo os erros encontrados na avaliação prévia da condutividade térmica do acrílico transferidos integralmente ao processo de calibração do transdutor. Uma forma de se contornar o problema, consiste na confecção de 2 transdutores de fluxo de calor e, conseqüentemente, na sua utilização como 2 amostras idênticas no dispositivo de placa quente compensada. No entanto, devido o processo de construção, os transdutores não são exatamente iguais - o número de espiras, bem como a distribuição e espessura da cola não são os mesmos para os 2 transdutores. Assim, mesmo que ambos os transdutores possuam as mesmas dimensões e sejam construídos com o mesmo material, suas resistências térmicas são diferentes. Este fato não permite, a priori, o uso da hipótese de simetria no fluxo de calor gerado, considerada na montagem com 2 amostras dispostas simetricamente em um dispositivo de placa quente compensada.

Assim, optou-se por um processo de calibração que seja realizado diretamente, evitando-se a utilização de qualquer valor de condutividade térmica obtido experimentalmente, e ainda, sem fazer uso de hipóteses que possam comprometer ou acarretar erros adicionais àqueles inerentes a esse processo.

A calibração é realizada em 2 etapas utilizando-se 2 transdutores de fluxo de calor, de forma que os fatores de conversão de ambos os transdutores são simultaneamente determinados ao término do processo.

Primeiramente, através de uma montagem não convencional, os 2 transdutores são montados em conjunto no dispositivo de placa quente compensada, como mostra a Figura 17 (parágrafo 3-4.3.1). O mesmo fluxo de calor atravessa ambos os transdutores e pode-se obter, por método estatístico, um agrupamento de constantes de calibração dos transdutores. Posteriormente em uma montagem convencional, fluxos de magnitudes diferentes atravessam cada um dos transdutores, permitindo assim, a dissociação das constantes de calibração obtidas agrupadamente (ver parágrafo 3-4.3.2).

Levantadas as constantes de calibração, pode-se então, admitir uma igualdade aproximada entre as resistências térmicas dos 2 transdutores, verificando-se a validade da hipótese de distribuição de fluxos iguais entre as amostras (transdutores).

3 - 4.3. OBTENÇÃO DAS CONSTANTES DE CALIBRAÇÃO DOS TRANSDUTORES

Devido a diferença de poucos Ohms no valor das resistências que constituem a ponte, ocorre um desbalanceamento residual na ponte de Wheatstone (bias). Isto acarreta um sinal não nulo de diferença de potencial na condição de fluxo de calor nulo no transdutor. Assim, o fluxo de calor através do transdutor é proporcional à diferença de potencial mais uma constante de resíduo. Portanto, pode-se escrever

$$q = \kappa U/E + \kappa^0 \quad (13)$$

onde q representa o fluxo de calor que atravessa o transdutor

em W/m^2 , U/E a diferença de potencial do transdutor, dividido pelo valor da tensão de referência da ponte de Wheatstone, dado em mV/V , κ é a constante de proporcionalidade (W/m^2) e κ^0 é a constante de resíduo (W/m^2).

Poder-se-ia eliminar o desbalanceamento residual utilizando-se um potenciômetro de precisão (trimpot), para ajustar as 4 resistências de forma a equilibrar a ponte. No entanto isto não foi feito, uma vez que a constante de resíduo em nada altera o procedimento de calibração e, por outro lado, não representa nenhuma dificuldade adicional ou inconveniente ao final do processo.

Como dois transdutores são calibrados simultaneamente, têm-se

$$\text{Transdutor 1} - q = \kappa_1 U/E + \kappa_1^0$$

$$\text{Transdutor 2} - q = \kappa_2 U/E + \kappa_2^0$$

Sendo necessário a obtenção das constantes

$$\kappa_1, \kappa_1^0, \kappa_2 \text{ e } \kappa_2^0$$

3 - 4.3.1. Avaliação dos Grupos de Constantes κ_2/κ_1 e $(\kappa_2^0 - \kappa_1^0)/\kappa_1$

Inicialmente são calculados os valores dos agrupamentos κ_2/κ_1 e $(\kappa_2^0 - \kappa_1^0)/\kappa_1$ para que posteriormente sejam dissociados.

Os transdutores foram colocados um sobre o outro na parte superior da placa aquecida, enquanto que na parte inferior foi colocada apenas uma amostra de acrílico, de modo a

estabelecer um caráter simétrico quanto as resistências térmicas, como indicado na Figura 17.

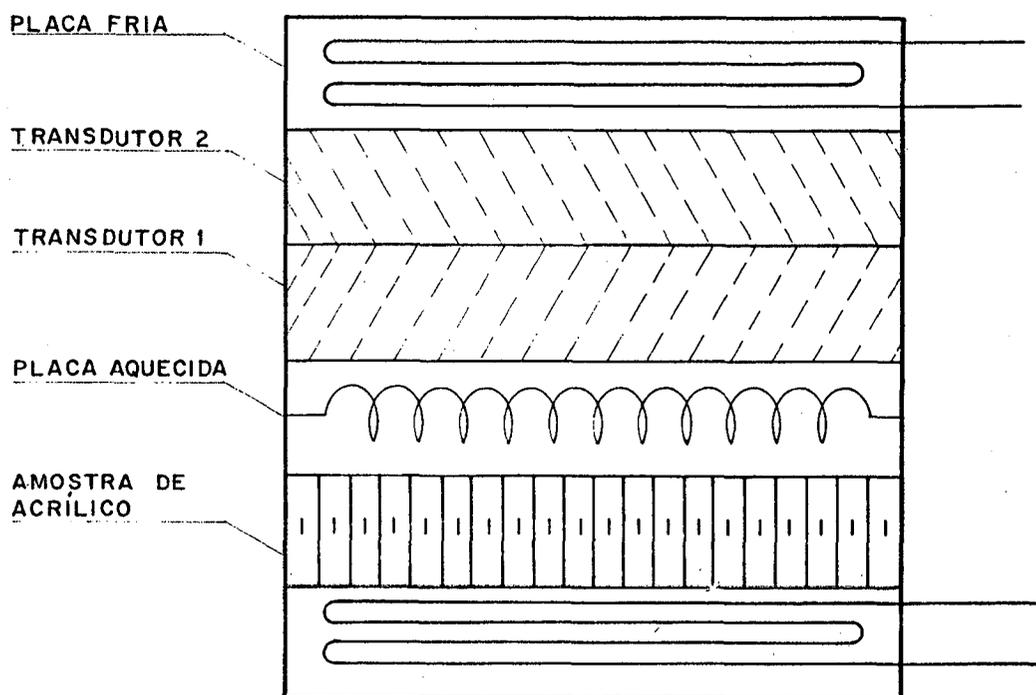


Figura 17 - Montagem não convencional de 2 transdutores e uma amostra de acrílico - processo de calibração.

Calor é gerado na placa aquecida e distribuído entre as amostras de acrílico e os transdutores dispostos em série (Figura 17). Quando o regime permanente é alcançado, um mesmo fluxo de calor atravessa os transdutores 1 e 2, embora não se conheça a sua magnitude.

Poder-se-ia avaliar a condutividade térmica do acrílico e dos transdutores utilizando a própria placa quente compensada, porém isto não foi feito por considerar-se que eventuais erros, na avaliação dessas constantes seriam transferidos ao processo

do calibração (ver parágrafo 3-4.2). Assim, pode-se escrever

$$q_1 = q_2$$

onde

$$q_1 = \kappa_1 U_1/E + \kappa_1^0 \quad \text{e} \quad q_2 = \kappa_2 U_2/E + \kappa_2^0$$

logo

$$\kappa_1 U_1/E + \kappa_1^0 = \kappa_2 U_2/E + \kappa_2^0$$

e portanto

$$U_1/E = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} U_2/E + \frac{\kappa_2^0 - \kappa_1^0}{\kappa_1} \quad (14)$$

Nota-se da Equação (14) que o sinal de saída U_1/E do transdutor 1 pode ser relacionado com o sinal U_2/E do transdutor 2 por meio das constantes $\frac{\kappa_2}{\kappa_1}$ e $\frac{\kappa_2^0 - \kappa_1^0}{\kappa_1}$ de uma forma linear. Para isso, faz-se circular uma corrente elétrica na resistência interna da placa quente, gerando o fluxo de calor por efeito Joule. Obtêm-se o regime permanente, verificando-se as igualdades das temperaturas do centro e periferia de cada placa. Essas igualdades indicam a ausência de qualquer fluxo de calor radial gerado, garantindo que todo o fluxo proveniente da placa quente atravessa as amostras unidirecionalmente. Identifica-se o regime permanente quando após várias leituras, os valores de todas as temperaturas, corrente e tensão se mantêm constantes, não havendo na vazão de água nenhuma alteração. Com isso, leem-se os sinais dos transdutores bem como a tensão, corrente e temperatura dos termopares [32].

Repete-se o procedimento anterior, fazendo circular uma nova corrente na resistência interna da placa quente, gerando-se fluxos de calor na faixa de 0 a 130 W/m^2 . De posse dos

diversos pares (U_1/E , U_2/E) obtidos em cada regime permanente alcançado, levanta-se a equação da reta, obtendo consequentemente as constantes κ_2/κ_1 e $\kappa_2^0 - \kappa_1^0/\kappa_1$. Utiliza-se para isso o método da regressão linear.

Os resultados obtidos foram

$$\kappa_2/\kappa_1 = 0,9147651043$$

e.

$$(\kappa_2^0 - \kappa_1^0)/\kappa_1 = 0,2224390328$$

É interessante lembrar que as posições dos transdutores são mudadas, quer em relação a si mesmos, quer em relação a posição inferior ou superior com a amostra de acrílico na placa aquecida. No entanto os resultados apresentados revelam que a placa quente tem alta confiabilidade no que se refere a existência de qualquer assimetria. O comportamento dos transdutores se manteve dentro dos limites de incerteza da própria calibração, qualquer que seja a ordem de montagem. Essa incerteza encontra-se aproximadamente na faixa de $2,6 \text{ W/m}^2$ (ver parágrafo 3 - 4.3.3) correspondendo à flutuação dos pontos sobre a equação da reta obtida pelo ajuste.

3 - 4.3.2. Avaliação de $\kappa_1, [\kappa_1^0 + \kappa_2^0]$

Nesta etapa os transdutores são dispostos simetricamente, como num caso convencional de medição de condutividade térmica em uma placa quente compensada, como mostra a Figura 18.

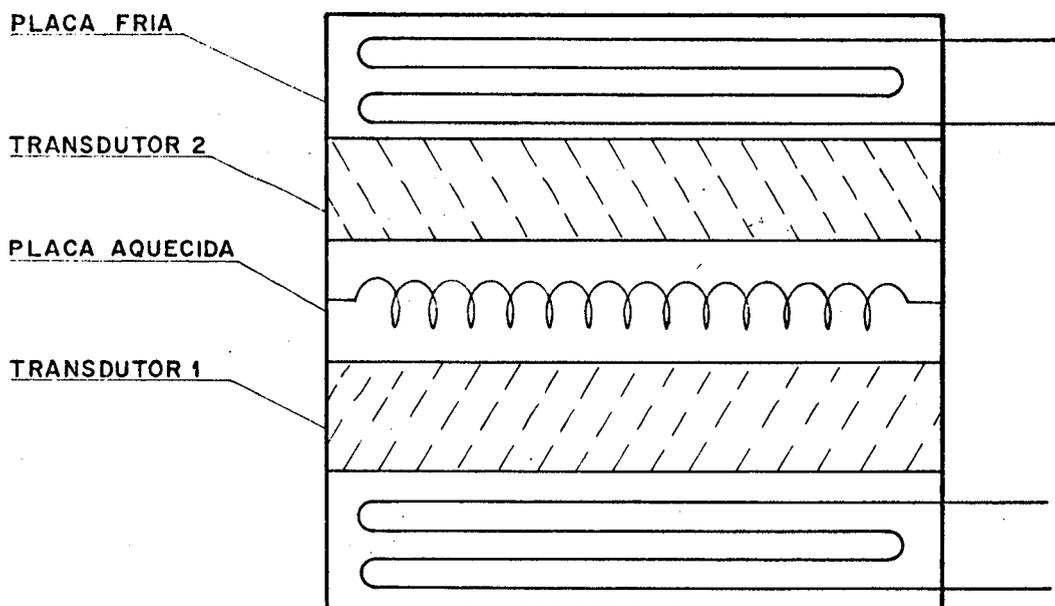


Figura 18 - Montagem simétrica de 2 transdutores num dispositivo de placa quente compensada - processo de calibração.

Assim, no caso mais geral possível têm-se que

$$Q = q_1 + q_2 \quad (15)$$

onde Q é o fluxo de calor gerado na placa quente compensada (W/m^2), q_1 o fluxo de calor que atravessa o transdutor 1 (W/m^2), e q_2 fluxo de calor que atravessa o transdutor 2 (W/m^2).

$q_1 = q_2$ somente quando os transdutores tiverem a mesma resistência térmica (ver parágrafo 3 - 4.2).

Logo, pode-se escrever, em regime permanente

$$Q = \kappa_1 \left[U_1/E + \frac{\kappa_2}{\kappa_1} U_2/E \right] + (\kappa_2^0 + \kappa_1^0) \quad (16)$$

Nessa fase a reta a ser ajustada é a equação (16). Normalmente, toma-se as leituras de todas as variáveis envolvidas,

através de um procedimento análogo ao anterior. Nota-se porém que agora o par obtido para levantar a equação da reta é $(Q, U_1/E + \frac{\kappa_1}{\kappa_2} U_2/E)$, sendo que κ_2/κ_1 é um valor conhecido, obtido do procedimento executado na primeira fase da calibração. A potência dissipada na placa quente é obtida multiplicando-se a tensão aplicada pela corrente que circula na placa quente. Ressalta-se que os transdutores de fluxo de calor são constantemente mudados de posição na placa aquecida e nenhuma alteração foi detectada, i.e., os pontos lidos se situaram dentro da faixa de $2,6 \text{ W/m}^2$ em torno da equação da reta.

As constantes de calibração, nesse caso, obtidas por ajuste num processo análogo ao anterior, são

$$\kappa_1 = 44,582245$$

$$\kappa_1^0 + \kappa_2^0 = -0,173084968$$

mas como

$$\kappa_2/\kappa_1 = 0,9147651043$$

e

$$(\kappa_2^0 - \kappa_1^0)/\kappa_1 = 0,2224390328$$

obtêm-se finalmente

$$\kappa_1 = 44,582245 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2 ; \kappa_1^0 = -5,044958212 \text{ W/m}^2$$

$$\kappa_2 = 40,782282 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2 ; \kappa_2^0 = 5,871873244 \text{ W/m}^2$$

3 - 4.3.3. Verificação da Hipótese de Distribuição de fluxos iguais

Para uma verificação simples da possibilidade de se

usar a hipótese de mesma resistência térmica para ambos os transdutores, admite-se que um mesmo fluxo de calor atravessasse cada transdutor. Para isso, dispõe-se os 2 transdutores simetricamente em relação a placa quente, de maneira idêntica a configuração da segunda etapa, ver Figura 18.

Então

$$Q/2 = \kappa_1 U_1/E + \kappa_1^0 \quad (17)$$

$$Q/2 = \kappa_2 U_2/E + \kappa_2^0 \quad (18)$$

De posse das equações (17) e (18) pode-se então, utilizando o mesmo procedimento das etapas anteriores, levantar simultaneamente ambas as equações das retas para dois transdutores sendo os pares $(Q/2, U_1/E)$ e $(Q/2, U_2/E)$ utilizados para a obtenção das equações dos transdutores 1 e 2 respectivamente.

Assim, obtêm-se

$$\kappa_1 = 44,223419 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2; \quad \kappa_1^0 = -5,0813580 \text{ W/m}^2$$

$$\kappa_2 = 40,989456 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2; \quad \kappa_2^0 = 5,5605774 \text{ W/m}^2$$

Comparando-se esse resultado com aqueles obtidos da calibração nota-se que a diferença entre os valores das constantes situam-se dentro da faixa de $2,6 \text{ W/m}^2$, ou seja, dentro dos limites de incerteza do processo de calibração. Isso assegura a validade da hipótese de simetria.

Abaixo, são mostradas as curvas de calibração dos

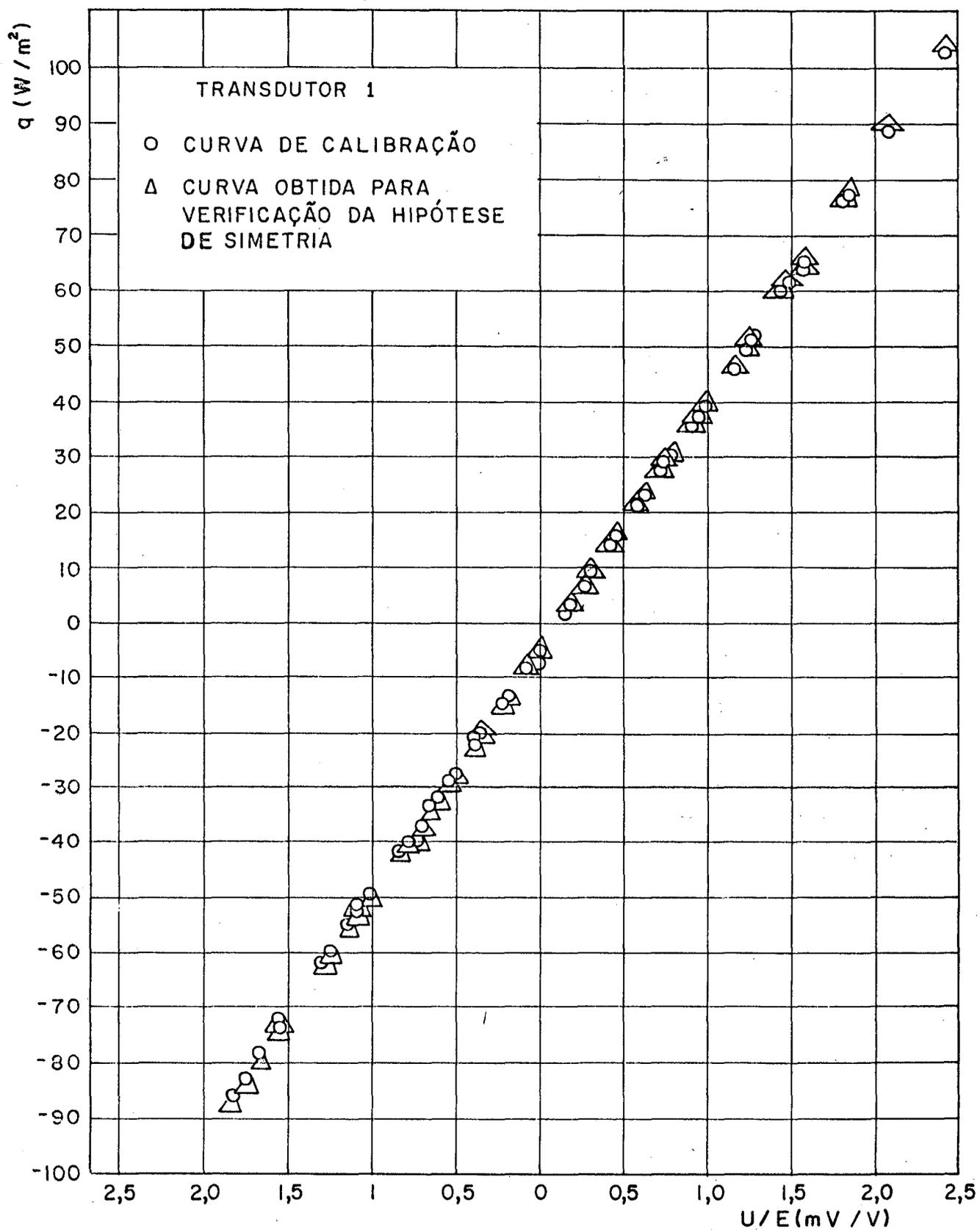


Figura 19 - Curva de calibração - transdutor 1.

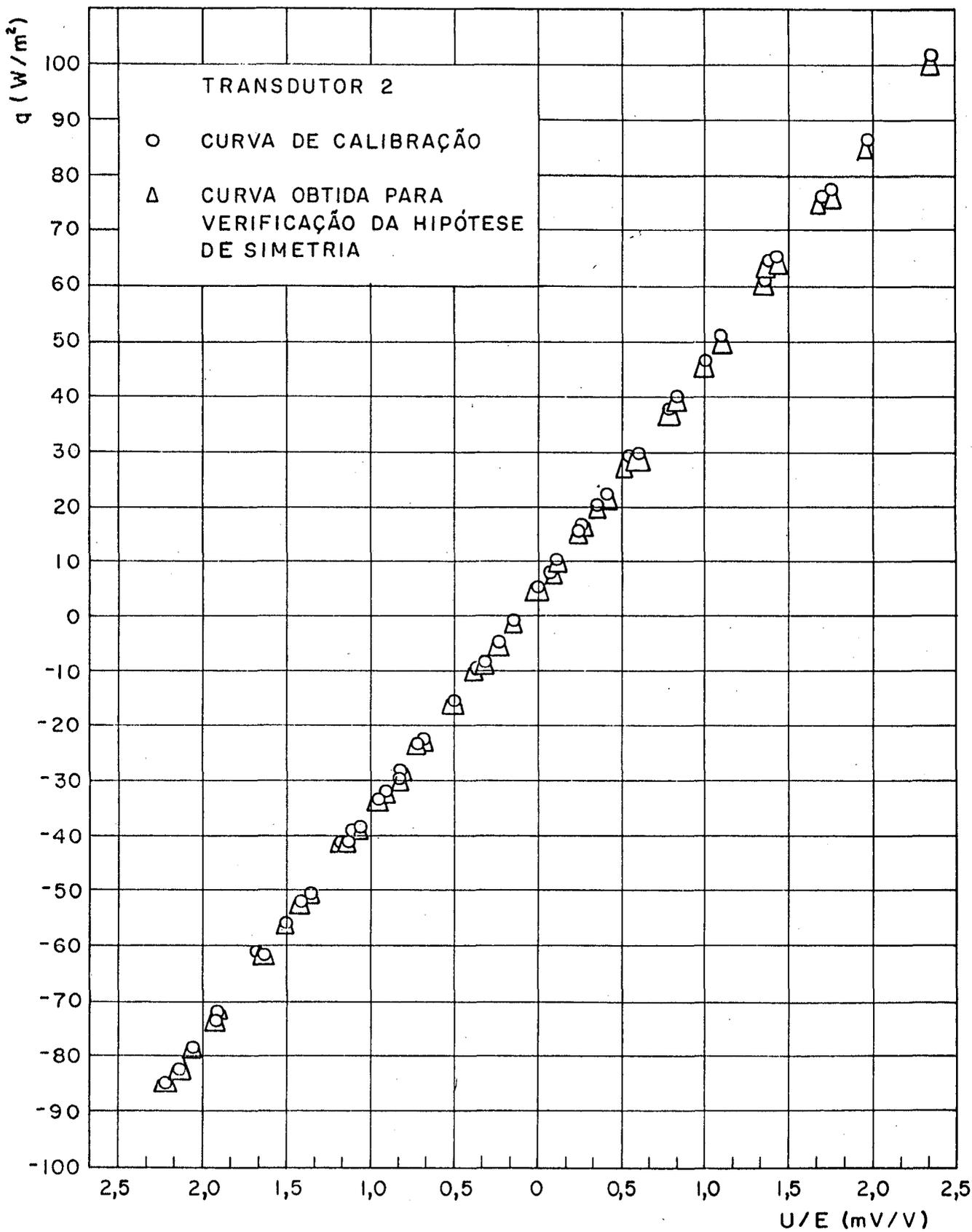


Figura 20 - Curva de calibração - transdutor 2.

dois transdutores de fluxo de calor.

3 - 5 CONCLUSÕES

As curvas de calibração dos transdutores são

$$\text{Transdutor 1 } q_1 = 44,223419 \text{ U/E} - 5,0813590 (\pm 2,60 \text{ W/m}^2)$$

$$\text{Transdutor 2 } q_2 = 40,989456 \text{ U/E} + 5,5605774 (\pm 2,60 \text{ W/m}^2)$$

onde U é dado em mV e E dado em V.

A flutuação na curva de calibração se deve em parte à flutuação da temperatura na rede de abastecimento de água (líquido refrigerante que circula nas placas frias). Isso pode ocasionar uma variação de temperatura nas placas frias dificultando a obtenção de regime permanente.

O dispositivo de placa quente compensada, utilizado como gerador de fluxo de calor padrão para a calibração dos transdutores, mostrou-se bastante confiável. O fato de obter-se as constantes de calibração, diretamente das leituras dos sinais de resposta dos transdutores e potência dissipada na placa quente, foi fundamental para a minimização dos erros. Obtêm-se uma flutuação nas curvas de operação dos transdutores de fluxo de calor dentro de limites aceitáveis e encontrados na literatura. Isto se deve à eliminação do uso direto das leituras dos termopares na calibração - utilizou-se as temperaturas apenas para a verificação da uniformidade no fluxo de calor. Dessa forma eliminou-se a maior fonte de erro encontrada no uso de dispositivo de placa quente compensada.

CAPÍTULO IV

ANÁLISE DOS ERROS OPERACIONAIS

INTRODUÇÃO

O uso de um transdutor de fluxo de calor como um instrumento de medida é um método adequado e conveniente para análise de processos de transferência de calor em diferentes situações. No entanto, não é utilizado sem dificuldade. Em problemas de agronomia os transdutores instalados abaixo da superfície do solo, agem como uma barreira ao movimento da umidade. Outra dificuldade surge, quando as propriedades dos transdutores são significativamente diferentes daquelas do meio. Se a condutividade do transdutor não é igual àquela do meio, o fluxo de calor é distorcido. A distorção também depende da largura e espessura do transdutor e da profundidade (distância) em que se encontra o transdutor da superfície do meio. Desse modo, o fluxo de calor através do transdutor, não é igual a àquele do meio não perturbado.

Para transdutores instalados na superfície, além do efeito ocasionado pelas condutividades térmicas diferentes entre o sensor e o meio, o problema é acrescido de fatores como coeficiente de transferência de calor convectivo (h), absorvância diferente entre transdutor e meio, e contato térmico imperfeito.

A primeira parte deste capítulo consta de uma revisão bibliográfica sobre a teoria dos transdutores de fluxo de ca-

lor. Faz-se uma análise das perturbações provocadas pelos mesmos, considerando-se separadamente os fatores que influenciam na distorção do fluxo de calor medido. A segunda parte consiste na apresentação de um modelo que analisa o problema em sua forma global, sendo resolvido o problema da condução de calor criado pelo transdutor.

4 - 2. REVISÃO DA TEORIA DOS TRANSDUTORES DE FLUXO DE CALOR

4 - 2.1. TRANSDUTORES LOCALIZADOS ABAIXO DA SUPERFÍCIE

Portman [33] estabeleceu uma teoria sobre os erros de medições dos transdutores de fluxo de calor. Suas discussões aplicam-se a um transdutor quadrado em condições de regime permanente. Além disso, assume que se as condutividades térmicas do meio e do transdutor são iguais, não há descontinuidade de condutividade, i.e., não há resistência de contato. Caso a condutividade do transdutor seja maior ou menor que a do meio, as linhas de fluxo convergirão ou divergirão, respectivamente na região em que se localiza o transdutor (Figura 1).

Portman sugere que a razão (X), entre o fluxo de calor que atravessa o transdutor (q) e o fluxo de calor a ser medido q_0 , possa ser determinado em função da razão entre as condutividades do meio e transdutor, κ_0 e κ , respectivamente, espessura L e comprimento W do transdutor, além de sua localização no meio D .

Assim,

$$X = q/q_0 = \phi(\kappa_0, \kappa, L, D, W)$$

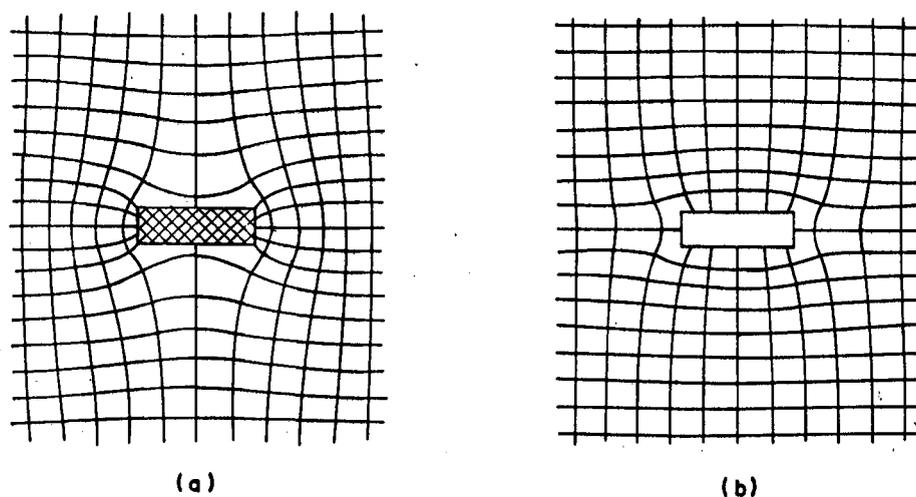


Figura 1 - Isotérmicas simuladas e linhas de densidade de fluxo de calor, para $\kappa/\kappa_0 = \infty$ (a) e $\kappa/\kappa_0 = 0$ (b).

onde ϕ é uma função não conhecida.

Portman propõe

$$X = \text{EXP} [a L/W (1 - \kappa_0/\kappa)] \quad (1)$$

onde $a = 1,2$ é uma constante empírica determinada em testes experimentais - elimina-se a dependência em D considerando-se que o transdutor é colocado num meio infinito.

Philip [34] analisa as perturbações provocadas por um transdutor elipsoidal oblíquo com eixo maior a e eixo menor b de condutividade κ . Colocou-se o transdutor em um meio infinito de condutividade térmica κ_0 . Analisando a solução em transformadas de Laplace devida a Carslaw & Jarger [35] que descreve a condução de calor permanente numa região infinita contendo um elipsóide de condutividade térmica diferente, Philip obteve

$$X = q/q_0 = \frac{\epsilon}{1 + (\epsilon-1) \left[\frac{1}{1-\eta^2} - \frac{\eta}{(1-\eta^2)} \frac{\text{tg}^{-1} (1-\eta^2)^{1/2}}{\eta} \right]} \quad (2.a)$$

onde q , é a densidade de fluxo de calor médio que atravessa o plano central do transdutor, $\epsilon = \kappa/\kappa_0$ e $\eta = b/a$.

Observa-se que a Equação (2.a) é da forma

$$X = \frac{\epsilon}{1 + (\epsilon-1)H} \quad (2.b)$$

onde H é uma função somente da geometria do transdutor. Nota-se que ϵ é independente da geometria, tornando simples a forma da Equação (2.a) e com os efeitos de condutividade térmica e geometria claramente separados.

Supondo que os efeitos de condutividade térmica e geometria implícitos na Equação (2.b) sejam também separáveis para outras formas propõe-se que

$$H = H(r) \quad \text{onde} \quad r = L/A$$

sendo L a espessura do transdutor e A a área da seção transversal ao fluxo de calor.

No limite quando $r \rightarrow 0$, ou seja, quando a espessura é desprezável em relação as dimensões laterais do transdutor, toma-se a densidade de fluxo de calor que atravessa a placa como a do meio.

Desse modo, quanto r é suficientemente pequeno, é possível repassar $H(r)$ pelos 2 primeiros termos da série de potência expandida em r . Assim, para transdutores finos usa-se a aproximação

$$H = 1 - \alpha r$$

onde α é uma constante que varia com a forma do transdutor. Philip obteve $\alpha=1,3$ para uma placa quadrada, e portanto, a expressão final para a avaliação do erro causado pelo transdutor devido a geometria e a condutividade térmica, é escrita como

$$X = \frac{1}{1 - 1,31r(1 - \epsilon^{-1})} \quad (3)$$

Tuck |36| confirma os resultados obtidos em |34| e sugere

$$X = 1 + \beta(1 - \epsilon^{-1})r$$

válida para qualquer transdutor, sendo que para transdutores retangulares $\beta = 2\pi$, resultando

$$X = 1 - 2\pi r(\epsilon^{-1} - 1) \quad (4)$$

Já Schwerdtger |37| propõe em seu trabalho

$$X = \frac{\epsilon}{1 + H'(\epsilon - 1)}, \text{ onde } H' = 0,85 \quad (5)$$

As Equações, (1), (3), (4) e (5) são exemplos de como se pode avaliar os erros causados pela influência de transdutores, imersos no meio onde se deseja medir um fluxo de calor, considerando-se apenas as suas condutividades térmica e geometrias.

4 - 2.2. TRANSDUTORES LOCALIZADOS EM SUPERFÍCIE EXTERIORES

Os fatores que causam distorções em medições de fluxo térmico por meio de transdutores, situados em superfícies exteriores são os seguintes:

- a - condutividades térmicas diferentes do transdutor e do meio
- b - coeficientes de transferência de calor convectivo diferentes para o transdutor e o meio
- c - absorvâncias diferentes do transdutor e do meio
- d - mau contato térmico entre o transdutor e o meio

Segue-se uma análise individual de cada fator.

- a - Condutividades térmicas diferentes do transdutor e do meio.

É necessário uma análise da condutividade térmica, uma vez que uma parte do transdutor está em contato com a superfície. Esse fator já foi analisado no item anterior.

- b - Coeficientes de transferência de calor convectivo diferentes para o transdutor e o meio.

A convecção é um modo de transferência de calor que contribui bastante para a formação do erro em medições com transdutores de fluxo de calor. Quando um fluido (e.g. ar) escoar ao longo de um transdutor de fluxo de calor em uma estrutura, ambas, camada limite térmica e hidrodinâmica estabelecem-se. A temperatura no interior da camada limite é uma função contínua da coordenada normal a superfície, se a variação da temperatura da superfície do transdutor não segue aquela da estrutura em que está localizado, uma descontinuidade na tem-

peratura ocorre ao nível da superfície. Quando o fluido na camada limite escoar sobre esta região de descontinuidade, o coeficiente de transferência de calor por convecção se altera, de modo a manter contínua a distribuição de temperatura.

As características de transferência de calor de um fluido turbulento, incompressível, seguindo uma placa plana são dadas por Hornbaker & Rall [38]

$$St_T Pr^{0,4} (T_p/T_g)^{0,4} = 0,0296 Re_x^{-0,2} \quad (6)$$

onde, St_T é o número de Stanton para placa isotérmica, Pr o número de Prandtl, Re_x o número de Reynolds, T_g a temperatura do fluido e T_p a temperatura da superfície.

Se a superfície em consideração é isotérmica até uma distância b de sua borda (Figura 2), ponto em que há um salto na temperatura, o número de Stanton a uma distância x da borda, pode ser computado pela seguinte correção da Equação (6), obtida empiricamente por Hornbaker e Rall [38].

$$St/St_T = \left[1 - (b/x)^{9/10} \right]^{-1/9} \quad (7)$$

A Equação (7) expressa a razão entre o fluxo de calor medido, devido a diferença de temperatura entre o transdutor e superfície no qual ele é montado, e o fluxo de calor real, caso não houvesse nenhum transdutor instalado.

Assumindo que para $x < b$ a temperatura da placa é T_p , para $x > b$ a temperatura do transdutor é T_m e que a temperatura do fluido é T_g , obtêm-se

$$S_t/St_T = 1 - \frac{T_m - T_g}{T_g - T_p} \left[1 - (b/x)^{9/10} \right]^{-1/9} \quad (8)$$

que expressa o erro operacional devido a perturbação no campo de temperatura de uma superfície.

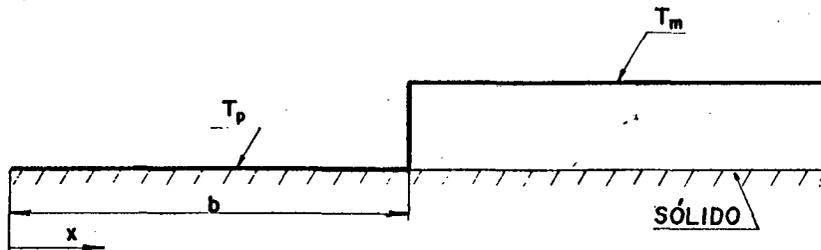


Figura 2 - Descontinuidade de temperatura numa placa, causada por um transdutor.

Flanders [39] analisando uma parede de uma sala, que perde calor para o ambiente, enfoca o problema da convecção de maneira diferente. Considerando que não existe nenhuma fonte de calor no piso de uma sala, em condições de inverno, o ar situado numa região quente de estagnação no teto, começa a descer, com baixa velocidade, sob condições de escoamento laminar. Porém, como a superfície da parede está a temperatura inferior, o ar escoar, em direção ao fundo, perdendo calor para essa superfície, tornando-se mais denso. Assim, auxiliado pela gravidade, sua velocidade aumenta. Nessas condições, qualquer obstrução pode proporcionar a transição do escoamento laminar para o turbulento. Flanders, observa que essa obstrução poderia ser um transdutor de fluxo de calor aplicado a uma superfície. Nesse caso, poderia haver escoamento turbulento à jusante do transdutor enquanto o escoamento sobre a região adjacente acima e ao lado do transdutor, ainda permaneceria sob escoamento laminar.

Flanders obtêm a expressão para o erro operacional, como sendo a razão entre o fluxo de calor total atribuído pela convecção e radiação na parede, sob condições de escoamento laminar e aquele atribuído ao transdutor sob condições de escoamento turbulento. Assim,

$$q_{\ell} = h_{xl} \Delta T_a + q_r \quad (9)$$

$$q_t = h_{xt} \Delta T_a + q_r \quad (10)$$

onde q_r é o calor devido a radiação, ΔT_a a diferença de temperatura através da camada limite, e h_{xl} , h_{xt} os coeficientes de transferência de calor convectivo sob condições laminar e turbulento, respectivamente. Os valores de h_{xl} e h_{xt} , foram calculados levando-se em consideração as condições mais críticas de escoamento na parede. Essas condições são identificadas como a região de transição entre o escoamento laminar e turbulento, sem qualquer interferência [40].

c - Absortâncias diferentes do transdutor e o meio.

Geralmente os materiais que constituem um transdutor são diferentes daqueles de uma estrutura ou meio onde se deseja investigar o fluxo de calor. Logo, espera-se que a absortância entre eles sejam diferentes, isso naturalmente acarreta distorções do fluxo a ser medido. No entanto, pode-se recobrir os transdutores que apresentam absortâncias diferentes daquelas do meio por um material adequado, o que reduz o problema sensivelmente.

Segundo Flanders [39], inspeções feitas com radiôme-

tros indicam que os erros devido a absorvância entre sensor e meio não excedem a 6%.

d - Mau contato térmico entre transdutor e meio

É considerado até este ponto que o contato térmico entre o transdutor e o meio é bom. No entanto, isso nem sempre ocorre pois a condutividade do ar (0,025 W/m°C) é sensivelmente menor do que qualquer material do transdutor. O efeito dos interstícios existentes devido ao mau contato entre as superfícies do transdutor e o meio diminuem a condutividade efetiva. Porém a maior dificuldade é que a presença ou não de ar, em geral é desconhecida pelo observador. De modo a levar esse efeito em conta, Portman [33] sugere uma equação para a condutividade, onde se estima os erros causados pelo mau contato térmico entre transdutor e meio.

$$\kappa_e = \frac{L_{ar} + L}{L_{ar}/\kappa_{ar} + L/\kappa}$$

onde, κ_e é a condutividade térmica efetiva, L_{ar} e L são as espessuras da camada do interstício e do transdutor, respectivamente, κ_{ar} e κ as condutividades térmicas do ar e transdutor, respectivamente.

4 - 3. UM MODELO PARA ANÁLISE DOS ERROS OPERACIONAIS ACARRE- TADOS PELO PROCESSO DE MEDIÇÃO DO FLUXO DE CALOR COM TRANSDUTORES PLANOS LOCALIZADOS NA SUPERFÍCIE

A transferência de calor de um elemento de uma superfície de um sólido para o ambiente, é a soma da transferência

de calor por convecção e radiação, através de mecanismos que se processam em paralelo. Assim, pode-se escrever:

$$q_0 = q_{co} + q_{ro} \quad (12)$$

onde q_0 é a densidade de fluxo de calor trocada entre a superfície e o ambiente, q_{co} a densidade de fluxo de calor por convecção e q_{ro} a densidade de fluxo de calor por radiação. A densidade de de fluxo de calor por convecção é dada por,

$$q_{co} = h_0(T_0 - T_\infty) \quad (13)$$

onde h_0 é o coeficiente de transferência de calor convectivo, T_0 a temperatura da superfície e T_∞ a temperatura do meio.

Por outro lado, quando $T_0 \sim T_\infty$, q_{ro} pode ser dado por

$$q_{ro} = k_0 \epsilon_0 (T_0 - T_\infty) \quad (14)$$

onde $k_0 = \sigma \left(\frac{T_0 + T_\infty}{2} \right)^3$, sendo ϵ a emissividade total hemisférica da superfície e σ a constante de Stefan-Boltzman.

Substituindo as Equações (13) e (14) em (12) obtêm-se

$$q_0 = K_0 (T_0 - T_\infty) \quad (15)$$

onde K_0 é o coeficiente de transferência de calor resultante entre a superfície e o meio devido aos processos de convecção e radiação, sendo dado por:

$$K_0 = h_0 + \epsilon_0 k_0$$

Devido à pequena espessura do transdutor, uma hipóte-

se razoável é desconsiderar a componente lateral do fluxo de calor que atravessa o transdutor. Baba et al [41], confirmam essa hipótese situando abaixo de 2% os erros devidos à componente lateral em transdutores finos.

Se o transdutor é colocado numa superfície, a transferência de calor entre o meio e essa superfície, na região do transdutor, se dá por convecção e radiação entre o meio e transdutor sendo o calor transferido à superfície do transdutor através de um processo de condução. Assim, o fluxo de calor trocado pelo ambiente e superfície pode ser dado, em regime permanente, por

$$q = K(x,y) (T - T_{\infty}) \quad (16)$$

onde $K(x,y)$ é o coeficiente de transferência de calor resultante entre o meio e a superfície, com um transdutor interposto.

$K(x,y)$ é dado por:

$$K^{-1}(x,y) = H^{-1} + [h(x,y) + \epsilon k(x,y)]^{-1}$$

onde H é a condutância térmica do transdutor por unidade de área, $h(x,y)$ o coeficiente de transferência de calor por convecção entre a região da superfície do transdutor e o meio, e a emissividade total hemisférica do transdutor e $k = \sigma \left(\frac{T(x,y) + T_{\infty}}{2} \right)^3$

onde $T(x,y)$ é a temperatura local da superfície do transdutor.

Se a variação da temperatura ao longo da superfície do transdutor é pequena, $h(x,y)$ e $k(x,y)$ podem ser considerados constantes. Logo,

$$K(x,y) = K = \text{cte}$$

$$h(x,y) = h = \text{cte}$$

Desse modo, a Equação (16) pode ser escrita como

$$q = K(T - T_{\infty}) \quad (17)$$

nota-se que a densidade de fluxo de calor q , atravessa o transdutor sendo, portanto, o fluxo de calor medido.

Obtém-se o erro operacional avaliando-se a diferença entre a densidade de fluxo de calor q_0 - fluxo de calor que atravessa a superfície sem a presença do transdutor, i.e., o fluxo de calor original - e a densidade de fluxo de calor q - fluxo medido pelo transdutor. É evidente, que para se evitar o erro operacional, o coeficiente de transferência de calor resultante K deve permanecer inalterado em relação às condições originais, anteriores à colocação do transdutor, ou seja, $K = K_0$. Idealmente, essa condição somente é realizada por um transdutor de fluxo de calor de espessura infinitesimal, $h \rightarrow h_0$ e emissividade igual a da parede. É, pois, importante a avaliação do erro operacional, já que em condições reais, todo transdutor provoca uma perturbação no fluxo de calor investigado.

4 - 3.1. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR CRIADO POR UM TRANSDUTOR DE FLUXO DE CALOR RETANGULAR

A perturbação no campo de temperatura de uma superfície sob investigação, causada por um transdutor, cria a necessidade de se obter a distribuição de temperatura nessa superfície.

cie.

A Figura 3 mostra um transdutor retangular localizado sobre uma superfície. Sob condições de regime permanente em meios isotrópicos, a distribuição de temperatura na superfície pode ser encontrada, solucionando-se a equação da condução de calor

$$\nabla^2 T = 0 \quad (18)$$

sujeita às condições de contorno associadas à colocação do transdutor na superfície. Na Equação (18) $T(x,y,z)$ é a temperatura local no sólido.

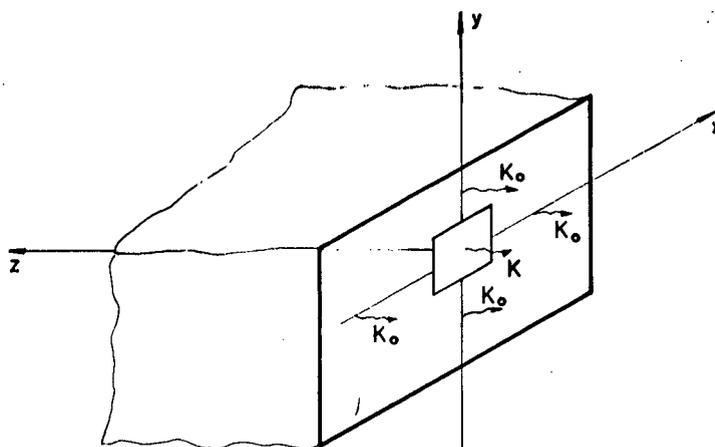


Figura 3 - Representação de um transdutor retangular localizado numa superfície de um sólido semi-infinito.

Para a solução do problema torna-se necessário considerar-se o transdutor de espessura infinitesimal. Essa hipótese transfere ao coeficiente de transferência de calor resultante K a responsabilidade da informação dos efeitos da espessura e condutividade térmica do acrílico sobre o campo de temperatura do sólido. Dessa forma, a região que compreende o transdu-

tor é modelado como sendo parte da superfície do sólido, porém com o coeficiente de transferência de calor resultante entre superfície e o ambiente K , diferente daquele da região não compreendida pelo transdutor K_0 (Figura 3)

4 - 3.1.2. Obtenção das Condições de Contorno

Para a região S , $-a < x < a$, $-b < y < b$, onde se localiza o transdutor, a troca de calor entre a superfície e o ambiente é descrito através do coeficiente K (Equação 17). Logo, pode-se escrever

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} + K(T - T_\infty) = 0 \quad (19)$$

onde λ é a condutividade térmica do sólido e T_∞ a temperatura do ambiente.

Para a região que não compreende o transdutor, a superfície do sólido, o processo de troca de calor com o ambiente é descrito através de K_0 (Equação 15, parágrafo 4 - 3), e portanto

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} + K_0(T - T_\infty) = 0 \quad (20)$$

assumindo $T_\infty = 0$, uma vez que esse valor não interfere na solução do problema, as Equações (19) e (20) tornam-se

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} + K T = 0 \quad (21)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} + K_0 T = 0 \quad (22)$$

Introduzindo a perturbação do campo de temperatura como

$$\theta(x,y,z) = T_0(z) - T(x,y,z) \quad (23)$$

onde $T_0(z)$ é a distribuição de temperatura num sólido onde não há transdutor, as Equações (21) e (22) se escrevem

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} + K_0 \theta = (K - K_0) T$$

Para a região S, e

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} + K_0 \theta = 0$$

Para a região externa à S.

Portanto, o problema resume-se em resolver a equação

$$\nabla^2 \theta = 0 \quad \text{em} \quad R \text{ (Região do sólido)}$$

sujeita às seguintes condições de fronteira

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} + K_0 \theta = (K - K_0) T, \quad (x,y) \in S$$

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} + K_0 \theta = 0, \quad (x,y) \notin S$$

Resolve-se esse problema utilizando-se a técnica da função de Green [42].

4 - 3.2. SOLUÇÃO DO PROBLEMA TÉRMICO ASSOCIADO À INSTALAÇÃO DO TRANSDUTOR NUMA SUPERFÍCIE DE UM SÓLIDO

Têm-se

$$\lambda \nabla^2 \theta = 0 \quad \text{em } R \quad (24)$$

sujeito à

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} + K_0 \theta = (K - K_0) T \quad \text{em } S \quad (25)$$

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} + K_0 \theta = 0 \quad \text{em } (x,y) \notin S \quad (26)$$

Considere-se o problema auxiliar

$$\lambda^2 \nabla G(x,y,z / x',y',z') + \delta(x-x') \delta(y-y') \delta(z-z') = 0 \quad (27)$$

onde G é a função de Green associada ao problema, dado pela Equação (24) e δ a função delta de Dirac, sujeito à uma condição de contorno, que é a versão homogênea da condição de contorno do problema original, ou seja,

$$-\lambda \frac{\partial G}{\partial z} \Big|_{z=0} + K_0 \theta = 0 \quad (x,y) \quad (28)$$

A distribuição da temperatura θ na superfície externa do sólido pode ser então avaliada como sendo (ver Apêndice II):

$$\theta(x,y) \Big|_{z=0} = \int_S G(x,y/x',y') \cdot (K - K_0) T(x',y') dS \quad (29)$$

Substituindo a Equação (23) na Equação (29), obtêm-se

$$T(x,y) \Big|_{z=0} = T_0(z) \Big|_{z=0} - (K - K_0) \int_S G(x,y, /x',y') T(x',y') dS \quad (30)$$

Se a variação da temperatura é pequena na região do

transdutor, pode-se substituir $T(x',y')$ por seu valor médio \bar{T} . Desse modo, fazendo-se a média da Equação (30), têm-se

$$\bar{T} = T_0 - (K - K_0) \frac{1}{S} \int_S \int_S G(x,y/x',y') \bar{T} dS dS$$

E portanto

$$\bar{T} = \frac{T_0}{1 + (K - K_0) \frac{1}{S} \int_S \int_S G(x,y/x',y') dS} \quad (31)$$

Introduzindo o parâmetro N definido por

$$N = \frac{K_0}{S} \int_S \int_S G(x,y/x',y') dS dS \quad (32)$$

Na Equação (31), obtêm-se

$$\bar{T} = \frac{T_0}{1 + (K/K_0 - 1)N}$$

Da Equação (15) o fluxo de calor que atravessa a superfície do sólido é dado por

$$q_0 = K_0 T_0$$

e o fluxo de calor que atravessa a região do transdutor é dado por

$$\bar{q} = K \bar{T}$$

Desse modo, o erro operacional pode ser expresso através da equação,

$$\frac{\bar{q}}{q_0} = \frac{K \bar{T}}{K_0 T_0} = \frac{K/K_0}{(1 + K/K_0 - 1)N} \quad (33)$$

onde o parâmetro N é definido pela Equação (32).

Nota-se que a Equação (33) expressa o erro operacional em função dos coeficientes de transferência de calor resultantes K, K_0 e do parâmetro N . Torna-se pois, necessário a determinação de N , um parâmetro que depende da geometria e da função de Green associada ao problema térmico criado pela instalação do transdutor e de sua geometria.

4 - 4.2.1. Determinação do Parâmetro N

Primeiramente, para a avaliação de N torna-se necessário o conhecimento da função de Green do problema auxiliar (equações 27 e 28). Para isso, utiliza-se o método de comparação, usando-se a técnica de separação de variáveis [42].

Retornando ao problema original, têm-se

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0 \quad (34)$$

em $-\infty < x < \infty, -\infty < y < \infty$ e $0 < z < \infty$

sujeito às condições de contorno

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} + K_0 \theta \Big|_{z=0} = (K - K_0) T \quad (35)$$

e

$$\theta \Big|_{z \rightarrow \infty} = 0 \quad (36)$$

Utilizando a técnica de separação de variáveis, admite-se que $\theta(x, y, z)$ possa ser colocada sob a forma de produto de funções independentes, ou seja

$$\Theta(x,y,z) = X(x) Y(y) Z(z) \quad (37)$$

Assim, substituindo a Equação (37) na Equação (34), obtêm-se

$$X'' + \gamma_1^2 X = 0, \text{ com } -\infty < x < \infty, -\infty < \gamma_1 < \infty \quad (38)$$

$$Y'' + \gamma_2^2 Y = 0, \text{ com } -\infty < y < \infty, -\infty < \gamma_2 < \infty \quad (39)$$

e

$$Z'' - (\gamma_1^2 + \gamma_2^2)Z = 0, \quad 0 < z < \infty \quad (40)$$

onde γ_1 e γ_2 são constantes de separação arbitrárias.

As soluções das Equações (38), (39) e (40) se escrevem,

$$X(\gamma_1, x) = e^{i\gamma_1 x}$$

$$Y(\gamma_2, y) = e^{i\gamma_2 y}$$

e

$$Z(\gamma_1, \gamma_2, z) = C_1 e^{-\sqrt{(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)}z} \quad \text{já que} \quad e^{\sqrt{(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)}z}$$

diverge para $z \rightarrow \infty$.

Desse modo, escreve-se a solução na forma de uma integral dupla

$$\Theta(x,y,z) = \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_2 U(\gamma_1, \gamma_2) e^{i\gamma_1 x} e^{i\gamma_2 y} e^{-\sqrt{(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)}z} \quad (41)$$

uma vez que o espectro de valores próprios é contínuo. Na Equação (41), $U(\gamma_1, \gamma_2)$ é uma função arbitrária a ser determinada de modo a satisfazer condição de contorno em $z=0$.

A condição de contorno em $z=0$ é dada pela Equação (35),

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} + \mathbf{K}_0 \theta \Big|_{z=0} = (\mathbf{K} - \mathbf{K}_0) T$$

Logo, substituindo a Equação (35) na Equação (41), obtêm-se

$$-\lambda \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_2 U(\gamma_1, \gamma_2) e^{i\gamma_1 x} e^{i\gamma_2 y} (-\sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}) + \kappa_0 \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_2 U(\gamma_1, \gamma_2) e^{i(\gamma_1 x + \gamma_2 y)} = (\mathbf{K} - \mathbf{K}_0) T(x, y)$$

ou ainda

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_2 U(\gamma_1, \gamma_2) e^{i(\gamma_1 x + \gamma_2 y)} (\mathbf{K}_0 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}) = F(x, y) \quad (42)$$

onde $F(x, y) = (\mathbf{K} - \mathbf{K}_0) T(x, y)$

Aplicando o teorema de Fourier em $F(x, y)$, obtêm-se

$$F(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_1 d\gamma_2 \hat{F}(\gamma_1, \gamma_2) e^{i(\gamma_1 x + \gamma_2 y)} \quad (43)$$

onde $\hat{F}(\gamma_1, \gamma_2)$ é a transformada de Fourier de $F(x, y)$, ou seja

$$\hat{F}(\gamma_1, \gamma_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dy' F(x', y') e^{-i(\gamma_1 x' + \gamma_2 y')} \quad (44)$$

Comparando as Equações (43) e (42) obtêm-se a função arbitrária $U(\gamma_1, \gamma_2)$, onde

$$U(\gamma_1, \gamma_2) = \frac{1}{2\pi} \frac{\hat{F}(\gamma_1, \gamma_2)}{\kappa_0 + \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}} \quad (45)$$

Logo a distribuição da temperatura $\theta(x, y)$ na superfí-

cie do sólido pode ser encontrada substituindo-se o valor de $U(\gamma_1, \gamma_2)$ dado pela Equação (45) na Equação (41). Pode-se escrever, portanto

$$\theta(x, y, z=0) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy F(x', y') \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_2 \frac{i[\gamma_1(x-x') + \gamma_2(y-y')]}{\gamma_2} \quad (46)$$

Obtendo a forma final

$$\theta(x, y, z=0) = (K - K_0) \int_S \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_2 \frac{i[\gamma_1(x-x') + \gamma_2(y-y')]}{K_0 + \lambda \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}} T(x', y') dS \quad (47)$$

Retornando à Equação (29) que expressa a distribuição da temperatura $\theta(x, y, 0)$ em termos da função de Green, pode-se compará-la com a Equação (47) e obter

$$G(x, y/x', y') = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_2 \frac{i[\gamma_1(x-x') + \gamma_2(y-y')]}{K_0 + \lambda \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}} \quad (48)$$

A função de Green explicitada pela Equação (48) pode ser simplificada (ver Apêndice II), adquirindo a forma

$$G(x, y/x', y') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\gamma J_0 \gamma \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2} d\gamma}{K_0 + \lambda \gamma} \quad (49)$$

onde J_0 é a função de Bessel do primeiro tipo de ordem zero.

A Equação (49) pode ser integrada (ver Apêndice II) obtendo-se a função de Green associada ao problema térmico

$$G(x, y/x', y') = \frac{1}{2\pi\lambda} \left[\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} - \frac{B\pi}{2} (H_0 B \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2} - Y_0 B \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}) \right]$$

onde $B = K_0/\lambda$ e H_0 é a função de Struves de ordem zero e Y_0 a função de Bessel modificada do segundo tipo de ordem zero, definidas em [43].

O valor de N pode ser então avaliado pela Equação (32).

Obtido o valor do parâmetro N , numérica ou analiticamente, pode-se determinar o erro operacional para qualquer transdutor retangular, avaliando-se a Equação (33), ou seja

$$\text{Erro Operacional} = \frac{\bar{q}}{q_0} = \frac{K/K_0}{1 + (K/K_0 - 1)N}$$

Até aqui considerou-se os coeficientes de transferência de calor K e K_0 como parâmetros conhecidos. Entretanto esses parâmetros são de difícil obtenção, para o cálculo de erros operacionais [41]. Faz parte das sugestões apresentadas nesse trabalho, o desenvolvimento de experimentos que visem a obtenção de valores reais desses parâmetros em paredes de edificações.

Salienta-se ainda que o valor do parâmetro N para os transdutores aqui apresentados foi obtido numericamente através do método de Simpson-Romberg descrito em [44]. Obteve-se

$$N = 0,4560 \pm 0,0046$$

para uma parede de condutividade térmica $0,69 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ e $K_0 = 8 \text{ W/m}^2\text{C}$.

4 - 4. CONCLUSÃO

Devido à sua própria constituição o uso de transdutores de fluxo de calor provoca distorções no fluxo de calor sob investigação.

Fatores como propriedades termofísicas diferentes pa-

ra o transdutor e meio em estudo, além do contato térmico imperfeito entre esses, são fundamentais na formação de erros em processos de medição. Desse modo, torna-se necessário, quando do projeto e construção de transdutores, uma atenção específica a esses fatores. O transdutor deve ter espessura mínima, e propriedades termofísicas como condutividade térmica, absorvância e coeficiente de transferência de calor convectivo tão próximos quando possíveis dos materiais que compõe o meio em estudo.

Por sua vez, é interessante realizar a calibração em condições semelhantes às de uso do transdutor.

Nesse capítulo, apresentou-se uma análise individual de todos os fatores que causam as perturbações no fluxo de calor medido. Propôs-se um modelo, para transdutores de fluxo de calor com forma retangular, a partir da solução do problema da condução de calor, em regime permanente e tridimensional, englobando todos os fatores envolvidos. Obteve-se a expressão para o erro operacional em função dos coeficientes de transferência de calor resultantes K , K_0 entre as superfícies do sólido e transdutor com o meio, respectivamente, e da geometria do transdutor (parâmetro N).

Os coeficientes K e K_0 representam os modos com que a transferência de calor ocorre na superfície do transdutor e do sólido. Dessa forma, respectivamente, pode-se avaliar as condições diferentes de troca de calor por convecção e radiação ocorridas nas superfícies do sólido e transdutor. Avalia-se ainda, através de K , o problema do contato entre transdutor e superfície, já que a condutância térmica do transdutor, função da espessura e condutividade térmica, se encontra computado nes

se coeficiente. Pode-se, além disso, incluir a resistência térmica devido a existência de um mau contato térmico, introduzindo o conceito de condutividade térmica equivalente, descrito no parágrafo 4 - 2.2, no coeficiente de transferência de calor resultante **K**.

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO

5 - 1. SUMÁRIO E CONCLUSÕES

Realizou-se uma revisão bibliográfica, onde foi apresentado os princípios, as análises teóricas e os detalhes de construção dos diversos tipos de transdutores de fluxo de calor existentes. Baseando-se nessa revisão, escolheu-se o princípio da variação da resistência elétrica dos metais com a temperatura, para a confecção dos sensores da diferença de temperatura.

Levantou-se simultaneamente, a curva de operação de 2 transdutores de fluxo de calor, através de uma calibração, utilizando-se um dispositivo de uma placa quente compensada como o gerador de fluxo de calor padrão.

Fêz-se uma análise de erros operacionais, causados pela aplicação dos transdutores na superfície em estudo e, com base na teoria existente, apresentou-se individualmente os fatores que causam a distorção no campo de temperatura, perturbando o fluxo de calor investigado. Um modelo que abrange todos os fatores envolvidos foi proposto.

A confecção das termopilhas, usadas para a obtenção da diferença de temperatura proporcional ao fluxo de calor, é extremamente adequada ao projeto de um transdutor de fluxo de calor. Porém, a obtenção dos termopares conectados em série, além de elevar o custo, é, não raro, trabalhosa. A conexão em

série deve-se, ao sinal isolado do termopar ser muito baixo, acarretando ao transdutor uma sensibilidade pequena, que por sua vez, requer instrumentos de leitura muito precisos. Uma alternativa é o uso de materiais, em sanduiche, que possuam um alto poder termoelétrico, mas com uma resistência térmica suficiente, que possibilite a criação da diferença de temperatura proporcional ao fluxo de calor que os atravessam. Materiais como o telúrio e bismuto, combinando com o cobre [24, 25], são usados. A dificuldade, reside na obtenção desses materiais.

Para a solução do problema, optou-se pela confecção de espiras planas de cobre, cuja variação da resistência elétrica com a temperatura, permite obter o fluxo de calor procurado. Se 2 espiras são coladas sobre as superfícies de um corpo plano, quadrado de acrílico, a diferença de temperatura dessas espiras, induzidas por um fluxo de calor, será diretamente proporcional a esse fluxo. Contudo a variação da resistência elétrica de metais, com a temperatura não é linear. Contorna-se esse problema com a conexão das espiras, juntamente com 2 resistores (resistências fixas), numa ponte de Wheatstone. Esse procedimento permite a obtenção de um sinal de diferença de potencial, causado pela variação das resistências com a temperatura, diretamente proporcional a diferença de temperatura das espiras, e conseqüentemente do fluxo de calor.

A escolha de espiras de cobre coladas num corpo de acrílico, permitiu simplicidade e baixo custo na construção do transdutor. O princípio da variação da resistência elétrica com a temperatura possibilitou ao transdutor uma sensibilidade razoável ($30\mu\text{V W/m}^2$), permitindo o uso de instrumentos simples de leitura para o sinal de saída (multímetros).

Calibrou-se, simultaneamente, 2 transdutores de fluxo de calor, usando-se um dispositivo de placa quente protegida. Eliminou-se, a maior fonte de erro inerente os experimentos com esse dispositivo, usando-se as temperaturas, obtidas pelos termopares apenas para garantir a uniformidade do fluxo de calor padrão. Para isso, dividiu-se a calibração em 2 fases. Uma montagem não convencional, de 2 transdutores e uma placa de acrílico, com o auxílio de um método numérico de ajuste de pontos, permitiu a obtenção de um agrupamento das constantes de calibração dos 2 transdutores. Posteriormente, uma nova montagem, 2 transdutores dispostos simetricamente na placa quente, auxiliou na dissociação das constantes, obtendo-se simultaneamente as constantes de calibração dos 2 transdutores. Usou-se, diretamente, apenas o sinal dos transdutores e potência gerada na placa (tensão x corrente), para a obtenção dessas constantes.

Um dos fatores mais importantes no uso de transdutores de fluxo de calor é a confiabilidade que esses transdutores fornecem quando de sua aplicação. É importante, pois, a análise criteriosa dos erros operacionais surgidos. Nesse trabalho, apresentou-se um modelo onde os fatores envolvidos - condutividade térmica, coeficiente de transferência de calor convectivo e absorvância diferente entre transdutor e meio - são considerados globalmente. Resolveu-se o problema da condução de calor, tridimensional, em regime permanente, gerado pela aplicação do transdutor à superfície.

A abrangência do modelo apresentado, permite a análise prévia dos erros obtidos.

Encontra-se em desenvolvimento, uma aplicação desses transdutores. Procura-se através de uma análise transiente do concreto, a obtenção da difusibilidade térmica.

O uso de transdutores de fluxo de calor é um método eficiente para teste de estruturas em campo. A construção de transdutores é o caminho mais indicado para a obtenção de propriedades físicas como difusibilidade térmica e os fatores de resposta de elementos de edificações.

5 - 2. PROPOSTAS PARA TRABALHOS POSTERIORES

Para o aprimoramento e aperfeiçoamento do transdutor de fluxo de calor, sugere-se a pesquisa de um revestimento adequado que permita uma maior proteção às espiras de cobre e, que possa ser pintado de acordo com os meios em estudo. Assim, em sua aplicação, evitar-se-ia os efeitos de radiação térmica em ondas longas.

Propõe-se o desenvolvimento e construção de uma câmara quente protegido para a realização de uma calibração sob condições de convecção. A comparação dos resultados obtidos dessa calibração com a anterior, permitiria o estudo da influência das condições de uso e de calibração sobre as medições realizadas. Neste contexto, propõe-se a realização de experimentos que vizem a obtenção de valores reais dos coeficientes de transferência de calor K e K_0 para a avaliação do erro operacional causado por esse transdutor.

Sugere-se o desenvolvimento de pesquisas que utilizem

a aplicação de transdutores de fluxo de calor, tanto em laboratórios como no campo, para análise transiente de edificações.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- | 1 | - PRATT, A.W., Heat Transmission in Buildings. John Wiley and Sons. Ltd, Chichester. New York. Brisbane. Toronto, 308p., 1981.
- | 2 | - PHILLIPI, P.C., NICOLAU, V.P., & RUTTKAY PEREIRA, F.O., Thermal Behaviour of Buildings Subjected to High Fenestration. Energy Developments: New Forms, Renewables Conservation, Proceedings of Energex'84, pp. 427-432, May 1984.
- | 3 | - FANG, J.B. & GROT, R.A., In Situ Measurement of the Thermal Resistance of Building Envelopes of Office Buildings. ASHRAE Transactions, v. 91, Part 18, pp. 543-557, 1985.
- | 4 | - MODERA, M.P., Technical Description: the Envelope Thermal Test Unit. ASHRAE Transactions, V. 91, Part 18, pp. 532 - 542, 1985.
- | 5 | - BARDON, J.P., La Mesure des Températures de Surface Par Contact. Erreus Liées Aux Transferts de Chaleur Parasites. Rev. Gén. Therm., n° 170, pp. 121-135, fevrier 1976.
- | 6 | - MALCORPS, H., Influence of Convection, Conduction, and Radiation on the Frequency Response of Heat Fluxmeters. Rev. Sci. Instrum., V. 53, pp. 362-365, Mar. 1982.
- | 7 | - KAGANOV, M. A., & ROSENSHTOK, YU. L., The Accuracy of Heat Flow Measurements Using Heat Flux Meters of Various Shapes. Agrophysical Research Institute, p. 870, 1961.
- | 8 | - HUEBSCHER, R.G., SCHUTRUM, L.F., & PARMELEE, G.V., A Low-Inertia Low-Resistance Heat Flow Meter. ASHVE, n° 1453, pp. 275-286, 1952.

- [9] - JONG, J. & MARQUENIE, L. Heat Flow Meters and Applications. Instrument Practice, pp. 45-4, Jan. 1962.
- [10] - HAGER, N.E. Jr., Thin Foil Heat Meter. Rev. Sci. Instrum., V. 36, pp. 1564-1570, Nov. 1965.
- [11] - GARDON, R., A Transducer for the Measurement of Heat Flow Rate. Transactions of the ASME, pp. 396-398, Nov. 1960.
- [12] - GARDON, R., An Instrument for the Direct Measurement of Intense Thermal Radiation. Rev. Sci. Instrum., V. 24, pp. 366-370, 1953.
- [13] - KIRCHHOFF, R.H., Response of Finite-Thickness Gardon Heat-Flux Sensors. Transaction of ASME, pp. 244-245, May 1972.
- [14] - PRASAD, B.V.S.S.S., & MOHANTY, A.K., Analysis and Calibration of a Foil Heat Flux Sensor for Convective Measurements. J. Phys. E: Sci. Instrum., V. 16, pp. 1095-1099, 1983.
- [15] - WONG, H.Y., The Measurement of Convective Heat Loss From a Solid Surface to an Airstream. J. Phys. E: Sci. Instrum., V. 12, pp. 270-271, 1979.
- [16] - ASH, R.L., Response Characteristics of Thin Foil Heat Flux Sensors. AIAA Journal, V. 7, n° 12, pp. 2332-2335, 1969.
- [17] - THIBAUT, J. and HOFFMAN, T.W., A Heat Flux Meter to Determine the Local Boiling Heat Flux Density During a Quenching Experiment. Int. J. Heat Mass Transfer, V. 22, pp. 177-184, 1979.
- [18] - GORTYSHOV, YU. F., VARFOLOMEEV, I.M., SHCHUKIN, V.K., & VOLKOV, L. YA., Detector for Measuring Local Heat Flux

- xes By the Thin - Disk Method. Instrum. Exp. Tech., V. 22, pp. 1651-1652, 1979.
- | 19 | - THERY, P. & MARECHAL, J. C., Etude et Caracterisation D'Un Nouveau Fluxmètre Calorifique. J. Phys. E: Sci. Instrum., V. 13, pp. 860-865, V. 13, 1980.
- | 20 | - LECLERQ, D. & THERY, P. Apparatus for Simultaneous Temperature and Heat-Flow Measurement Under Transient Conditions. Rev. Sci. Instrum., V. 54, pp. 374-380, Mar. 1983.
- | 21 | - RAVALIETERA, G., CORNET, M., DOUTHUIT, B. & THERY, P., Etude et Description D'un Nouveau Thermofluxmètre Permettant la Mesure Simultanees des Flux Thermiques et des Variations de Température. Revue Phys. Appl., V. 17, pp. 177-185, 1982.
- | 22 | - THERY, P., DOUTHUIT, B. & PAUQUET, J., Propriétés Thermoelétriques des Systèmes à Deux Couches Minces Superposées. Application à la Mesure des Flux Thermiques. Revue Phys. Appl., V. 15, pp. 741-747, 1980.
- | 23 | - THERY, P. & PAUQUET, J. Propriétés Thermoelétriques des Systèmes à Deux Couches Conductrices Superposées: Application Aux Mesures de Flux Calorifiques. J. Phys. E: Sci. Instrum., V. 13, pp. 323-327, 1980.
- | 24 | - DEACON, E. L., The Measurement and Recording of the Heat Flux Into the Soil. Q.J.R. Met. Soc., pp.479-483, June 1950.
- | 25 | - HATFIELD, H.S., & WILKINS, F.J., A New Heat Flow Meter. J. Sci. Instrum., V. 27, pp. 1-3, Jan. 1950.
- | 26 | - GODEFROY, J.C., Capteurs Pelliculaires de Température et de Flux Thermique. La Recherche Aerospaciale, pp. 73-83, Mars - Avril 1981.

- [27] - GERASCHENKO, O.A., IORDANISHVILI, E. K., GUDKIN, T. S., FISKIND, E.E., & POGURSKAYA, Zh. L., Heat Flux Transducer Based on Artificially Anisotropic Thermoelectric Materials. Institute of Technical Thermophysics, pp. 908-911, 1979.
- [28] - VAN HEININGEN, A.R.P., DOUGLAS, W.J.M. & MUJUMDAR, A. S., A High Sensitivity, Fast Response Heat Flux Sensor. Int. J. Heat Mass Transfer, V. 28, pp.1657-1667, 1985.
- [29] - KLEMS, J.H. & DIBARTOLOMEO, D., Large-Area, Highsensitivity Heat Flow Sensor. Rev. Sci. Instrum., V. 53 , pp. 1609-1612, Oct. 1982.
- [30] - ANDRETTA, A., BARTOLI, B., COLUZZI, B., CUOMO, V., & de STEFANO, S., Simple Heat Flux Meter. Rev. Sci. Instrum., V. 52, pp. 233-234, Feb. 1981.
- [31] - NICOLAU, V.P., Medição da Condutividade Térmica de Materiais Sólidos - Método da "Placa Quente Guarneçada". Relatório Interno, UFSC, 1984.
- [32] - GUIMARÃES, G., Transdutores de Fluxo de Calor. Aplicação às Edificações - Dados de Calibração. Relatório Interno. UFSC, 1986.
- [33] - PORTMAN, J.D., Conductivity and Length Relationships in Heat-Flow Transducer Performance. Transactions American Geophysical Union, V. 39, pp. 1089-1094, Dec. 1958.
- [34] - PHILIP, J.R., The Theory of Heat Flux Meters. Journal of Geophysical Research, V. 66, pp. 571-578, Feb. 1961.
- [35] - CARSLAW, H.S., & JARGER, J.C., Conduction of Heat in Solids. Clarendon, Oxford, 510 p. 1959.

- | 36| - TUCK, E.O., Thin Heat Flux Meters. J.Eng. Math., V. 6, pp. 355-368, Oct. 1972.
- | 37| - SCHWERDTEGER, P., The Measurement of Heat Flow in the Ground and the Theory of Heat Flux Meters. Technical Report 232. Usacrrel, Hanover, NH, 1970.
- | 38| - HORNBAKER, D.R. & RALL, D.L., Thermal Perturbations Caused by Heat Flux Transducer and Their Effect on the Accuracy of Heating-Rate Measurements. ISA Transactions, V. 3, pp. 123-130, April, 1964.
- | 39| - FLANDERS, S.N., Confidence in Heat Flux Transducer Measurement of Buildings, ASHRAE Transactions, V.91, Part 1B, pp. 515-531, 1985.
- | 40| - HOLMAN, J.P., Heat Transfer. McGraw-Hill, New York, 1976.
- | 41| - BABA, T., ONO, A., & HATTORI, S., Analysis of Operational Error of Heat Flux Transducer Placed on Wall Surfaces. Rev. Sci. Instrum., V. 56, pp. 1399-1401, July 1985.
- | 42| - OZISIK, M.N., Heat Conduction. John Wiley & Sons, Inc. 687 p, 1980.
- | 43| - WATSON, G.N., A Treatise on the Theory of Bessel Functions. Cambridge at Univ. Press, 804 p. 1944.
- | 44| - CARNAHAN, B., LUTHER, H. A., & WILKES, J. O., Applied Numerical Methods. John Wiley & Sons. Inc., New York. London. Sydney. Toronto, 604 p. 1969.
- | 45| - JACKSON, J.D., Classical Electrodynamics. J. Wiley & Sons, New York, 410p. 1962.

- [46] - ABROMOWITZ, M. & STEGUN, I.A., Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. Dover Publications, Inc., New York, 1046 p. 1972.

APÊNDICE I

OBTENÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA θ EM TERMOS DA FUNÇÃO DE GREEN ASSOCIADA AO PROBLEMA TÉRMICO

Para a solução do problema térmico criado pela instalação do transdutor numa superfície de um sólido, i.e., a obtenção da distribuição θ , regida pela Equação (24)

$$\lambda \nabla^2 \theta = 0 \quad \text{em } R \quad (\text{I-1})$$

sujeito à

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} + K_0 \theta = (K - K_0) T \quad \text{em } S \quad (\text{I-2})$$

e

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} + K_0 \theta = 0 \quad \text{em } (x, y) \notin S \quad (\text{I-3})$$

considera-se o seguinte problema auxiliar

$$\lambda \nabla^2 G(x, y, z/x', y', z') + \delta(x-x') \delta(y-y') \delta(z-z') \quad (\text{I-4})$$

onde $G(x, y, z/x', y', z')$ é a função de Green associada ao problema dado pela Equação (24) e δ a função delta de Dirac, sujeito à uma condição de contorno que é a versão homogênea da condição de contorno do problema original, ou seja

$$-\lambda \frac{\partial G}{\partial z} \Big|_{z=0} + K_0 \theta = 0 \quad (x, y) \quad (\text{I-5})$$

A função de Green $G(x, y, z/x', y', z')$ que satisfaz o problema auxiliar obedece a seguinte relação de reciprocidade [52],

$$G(x,y,z/x',y',z') = G(x',y',z/x,y,z) \quad (I-6)$$

trocando (x,y,z) por (x',y',z') nas Equações (I-1) e (I-4), obtêm-se

$$\nabla_0^2 \theta = 0 \quad \text{em } R \quad (I-7)$$

e

$$\nabla_0^2 G + \frac{\delta}{\lambda}(x'-x) \delta(y'-y) \delta(z'-z) = 0 \quad \text{em } R \quad (I-8)$$

onde ∇_0^2 representa o laplaciano nas variáveis x',y',z' .

Multiplicando-se a Equação (I-7) por G , e a Equação (I-8) por θ e substraindo-as, obtêm-se

$$(G\nabla_0^2 \theta - \theta\nabla_0^2 G) - \frac{1}{\lambda} \delta(x-x') \delta(y-y') \delta(z-z') = 0 \quad (I-9)$$

Integrando (I-9) com respeito às variáveis x',y',z' sobre toda a região do sólido (R) , obtêm-se

$$\int_R (G\nabla_0^2 \theta - \theta\nabla_0^2 G) dv' - \frac{\theta}{\lambda} = 0 \quad (I-10)$$

onde dv' representa um volume elementar do sólido. Nota-se que para a obtenção da Equação (I-10) utilizou-se a propriedade [42] da função delta de Dirac

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(x) \delta(x'-x) dx' = F(x)$$

onde $F(x)$ representa uma função arbitrária, sendo nesse caso a função $\theta(x,y,z)$.

Portanto, explicitando $\theta(x,y,z)$ na Equação (I-10) obtêm-se

$$\theta(x,y,z) = \lambda \int_R (G \nabla_0^2 \theta - \theta \nabla_0^2 G) dv' \quad (I-11)$$

Aplicando o teorema de Green à Equação (I-11), resulta que

$$\theta(x,y,z) = \lambda \int_S (G \frac{\partial \theta}{\partial n} - \theta \frac{\partial G}{\partial n}) dS \quad (I-12)$$

onde dS representa uma área elementar da superfície do sólido, e $\frac{\partial}{\partial n}$ denota a diferenciação normal para fora da superfície de contorno.

Para avaliar o último termo da Equação (I-12), faz-se uso das condições de contorno. Multiplica-se a Equação (I-3) por G e a Equação (I-5) por θ , para obter

$$G \lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} + G K_0 \theta - \theta \lambda \frac{\partial G}{\partial z} - \theta K_0 G = G(K - K_0) T(x', y', 0) \quad (I-13)$$

sendo para isso, trocadas reciprocamente as variáveis (x', y') por (x, y) . A Equação (I-13) reduz-se a

$$G \frac{\partial \theta}{\partial z} - \theta \frac{\partial G}{\partial z} = \frac{G(K - K_0) T(x', y')}{\lambda} \quad (I-14)$$

e portanto, substituindo a Equação (I-14) na Equação (I-13), obtêm-se a distribuição da temperatura $\theta(x, y, z=0)$ na superfície de contorno do sólido

$$\theta(x, y) = \int_S G(x, y/x', y') (K - K_0) T(x', y') dS$$

APÊNDICE II

OBTENÇÃO DA FUNÇÃO DE GREEN

Mostra-se neste Apêndice a obtenção da função de Green, a partir de sua forma inicial (Equação 48), utilizando-se a transformação de coordenadas do sistema cartesiano para o sistema polar. Obtida a função de Green, retorna-se às variáveis originais, expressando-a em função do sistema de coordenadas cartesianas.

Da Equação (48) tem-se que:

$$G(x,y/x',y') = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\gamma_1 d\gamma_2 e^{i[\gamma_1(x-x') + \gamma_2(y-y')]}}{K_0 + \lambda \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}}$$

Fazendo $u = x-x'$

$v = y-y'$

A Equação (48) adquire a forma

$$H(u,v) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_1 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\gamma_2 e^{i(\gamma_1 u + \gamma_2 v)}}{K_0 + \lambda \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}} \quad (\text{II-1})$$

onde $H(u,v) = G(x,y/x',y')$

seja $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2)$ (II-2)

$u = (u, v)$

De (II-2) escreve-se:

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2} \\ w &= \sqrt{u^2 + v^2} \end{aligned} \quad (\text{II-3})$$

tomando o produto interno entre $\underline{\gamma}$ e \underline{w} , obtêm-se

$$\underline{\gamma} \cdot \underline{w} = (\gamma_1 u + \gamma_2 v) = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2} \sqrt{u^2 + v^2} \cos \theta \quad (\text{II-4})$$

onde θ é o ângulo entre os vetores $\underline{\gamma}$ e \underline{w} .

Assim, quando $\theta=0$

$\underline{\gamma}$ é paralelo a \underline{w} (Figura A-II-1)

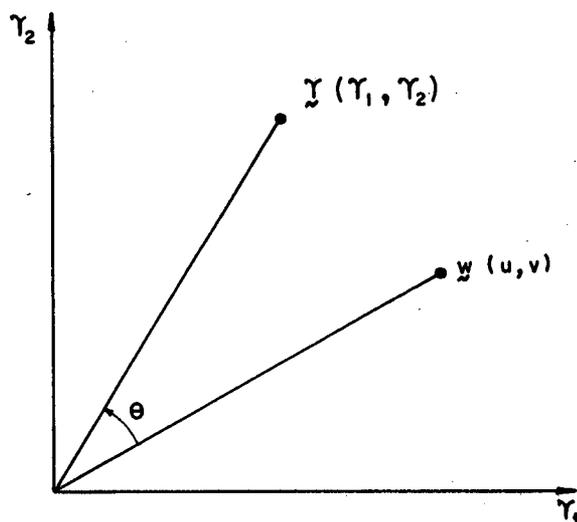


Figura A-II-1 - Representação de $\underline{\gamma}$ e \underline{w} .

Utilizando coordenadas polares

$$\gamma_1 = \gamma \cos \theta \quad d\gamma_1 d\gamma_2 = \gamma d\gamma d\theta \quad (\text{II-5})$$

$$\gamma_2 = \gamma \sin \theta$$

E portanto, (II-1) toma a forma

$$H(u, v) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_2 e^{i(\gamma_1 u + \gamma_2 v)} \quad (\text{II-6})$$

Substituindo as Equações (II-4) e (II-5) na Equação (II-6), ob-

têm-se

$$H(u, v) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\gamma d\gamma}{\kappa_0 + \lambda \gamma} \int_0^{2\pi} d\theta e^{i\gamma\sqrt{u^2 + v^2} \cos \theta} \quad (\text{II-7})$$

Observando em [45], que

$$\int_0^{2\pi} d\theta e^{i\gamma\sqrt{u^2 + v^2} \cos \theta} = 2\pi J_0(\gamma\sqrt{u^2 + v^2}) \quad (\text{II-8})$$

Então, substituindo a Equação (II-8) na Equação (II-7) obtêm-se

$$H(u, v) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\gamma J_0(\gamma\sqrt{u^2 + v^2}) d\gamma}{\kappa_0 + \lambda \gamma} \quad (\text{II-9})$$

Fazendo $B = \kappa_0/\lambda$, (II-9) adquire a forma

$$H(u, v) = \frac{1}{2\pi\lambda} \int_0^{\infty} \frac{\gamma J_0(\gamma\sqrt{u^2 + v^2}) d\gamma}{\gamma + B} \quad (\text{II-10})$$

mas $\frac{\gamma}{\gamma + B} = 1 - \frac{B}{\gamma + B}$

Então, a Equação (II-10) torna-se

$$H(u, v) = \frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{B}{\gamma + B}\right) J_0(\gamma\sqrt{u^2 + v^2}) d\gamma$$

Logo

$$H(u, v) = \frac{1}{2\pi \lambda} \left[\int_0^{\infty} J_0(\gamma\sqrt{u^2 + v^2}) d\gamma - B \int_0^{\infty} \frac{J_0(\gamma\sqrt{u^2 + v^2}) d\gamma}{\gamma + B} \right] \quad (\text{II-11})$$

De Abramowitz & Stegun [46], tem-se

$$\int_0^{\infty} J_0(\gamma\sqrt{u^2 + v^2}) d\gamma = \frac{1}{\sqrt{u^2 + v^2}} \quad \text{p/} \quad \sqrt{u^2 + v^2} > 0 \quad (\text{II-12})$$

E de Watson [43],

$$\int_0^{\infty} \frac{J_0(\gamma\sqrt{u^2+v^2}) d\gamma}{B+\gamma} = \frac{\pi}{2} \left[H_0(B\sqrt{u^2+v^2}) - Y_0 B(\sqrt{u^2+v^2}) \right] \quad (\text{II-13})$$

onde

H_0 é a função de Struves de ordem zero Y_0 é a função de Bessel modificada do segundo tipo, de ordem zero.

Substituindo as Equações (II-12) e (II-13) na Equação (II-11), obtêm-se

$$H(u,v) = \frac{1}{2\pi\lambda} \left[\frac{1}{\sqrt{u^2+v^2}} - \frac{B\pi}{2} \left[H_0(B\sqrt{u^2+v^2}) - Y_0(B\sqrt{u^2+v^2}) \right] \right] \quad (\text{II-14})$$

Retornando as variáveis originais, e considerando a Equação (II-1), obtêm-se a forma final da Equação (II-14), como

$$G(x,y/x',y') = \frac{1}{2\pi\lambda} \left[\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} - \frac{B}{2} (H_0 B\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2} - Y_0 B\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}) \right]$$

onde G é a função de Green em coordenadas cartesianas, que satisfaz o problema auxiliar associado ao problema (24), (Capítulo IV, parágrafo 4-3.2).

APÊNDICE III

INFLUÊNCIA DAS PROPRIEDADES DO TRANSDUTOR SOBRE O ERRO OPERACIONAL

O modelo proposto para a análise de erros operacionais apresentado no capítulo IV, permite uma avaliação prévia das perturbações no campo de temperatura causadas por um transdutor. Contudo, para o uso do modelo, faz-se necessário o conhecimento dos coeficientes K , K_0 e do parâmetro N .

Nesse contexto, uma vez definida a superfície a ser investigada, o erro operacional será função apenas da razão K/K_0 , já que N é um parâmetro que depende das propriedades do meio em estudo e da geometria do transdutor - que nesse caso já tem suas dimensões conhecidas.

Os fatores que causam distorções em medições de fluxo térmico (parágrafo 4-2.2), são os responsáveis diretos pelo surgimento do coeficiente de transferência de calor resultante K diferente de K_0 para a região do transdutor. Apresenta-se nesse apêndice uma avaliação individual da contribuição de cada fator sobre o erro operacional e a representação desse em função da razão entre os coeficientes K/K_0 . O parâmetro N igual 0,456 foi calculado a partir da geometria desse transdutor e de uma parede típica de uma edificação (tijolo comum) - condutividade térmica igual a 0,69 W/m°C e coeficiente de transferência de calor resultante 8 W/m²°C.

As condutividades térmica diferentes do transdutor e do meio em estudo podem ser avaliadas pelas equações (1), (3),

(4) e (5) (parágrafo 4-2.1). Uma análise entre os diversos elementos de construção existentes revelam que devido à condutividade térmica o erro máximo obtido é de 5%. Flanders |39| através de experiências em laboratório situa o efeito da diferença entre as condutividades do sensor e meio em 4%.

O coeficiente de transferência de calor convectivo devido a influência do transdutor, pode ser modificado. Em condições críticas a camada limite laminar pode ser perturbada a ponto de ser provocada a sua transição à condições de camada limite turbulenta. Flanders |39| admite um erro operacional na faixa de 0 a 33% enquanto Hornbaker & Rall |38| em seu trabalho, calculam para o seu transdutor um erro de 10,4% considerando-se as condições de diferentes coeficientes de transferência de calor convectivo entre transdutor e meio.

Para as condições de absortâncias diferentes e mau contato térmico entre transdutor e meio, Flanders |39| sugere o revestimento do transdutor de modo a minimizar os efeitos da radiação térmica, situando em 6% o seu limite superior. Já o erro devido ao contato térmico é inferior a 2%, sendo sugerido, para sua minimização, o uso de uma pasta térmica.

A Figura A-III-1 representa o erro operacional em função da razão K/K_0 .

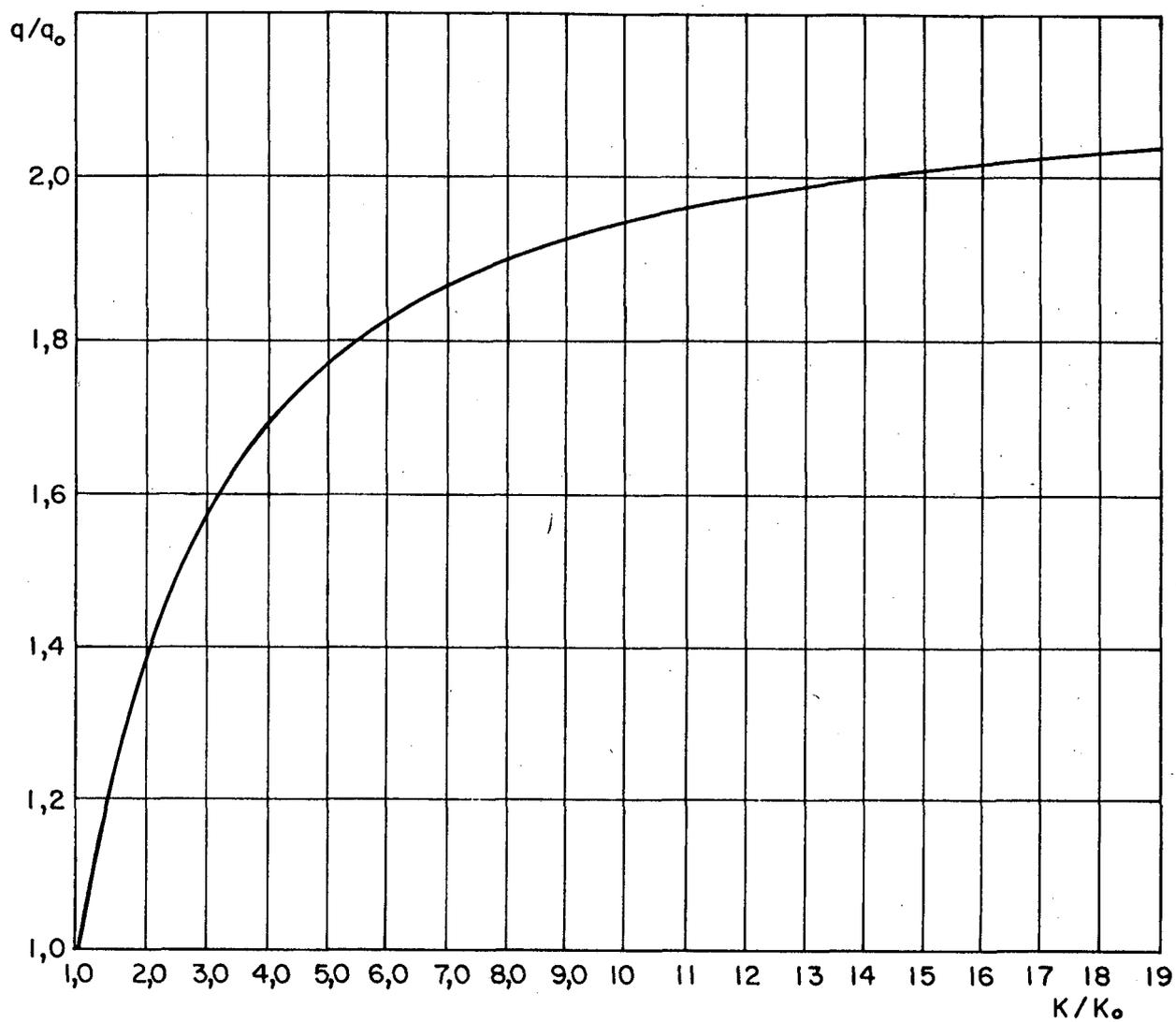


Figura A-III-1 - Representação do erro operacional em função de K/K_0 .