UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DOIS ALGORITMOS DE IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA COM ELIMINAÇÃO DE PERTURBAÇÃO DETERMINÍSTICA

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

EUGÊNIO DE BONA CASTELAN NETO

FLORIANÓPOLIS, NOVEMBRO - 1985

DOIS ALGORITMOS DE IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA COM ELIMINAÇÃO DE PERTURBAÇÃO DETERMINÍSTICA

EUGÊNIO DE BONA CASTELAN NETO

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA, ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO.

Prof. Hamilton Medeitos Silveira, Dr. Et.
ORIENTADOR

Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph. D.
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Hamilton Medeiros Silveira, Dr. Et.

Prof. Augusto Humberto Bruciapaglia, Dr. Ing.

Prof. Jean Marie Farines, Dr. Ing.

Prof. Luiz Gonzaga de Souza Fonseca, D. Sc.

Aos meus pais:

João e Maria José.

Aos meus irmãos,

cunhados e sobrinhos.

À Vida.

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Professor Hamilton Medeiros Silveira pela amizade, estímulo e segura orientação prestada durante todo o tempo de execução deste trabalho.

Ao Professor Augusto Humberto Bruciapaglia pela amizade, incentivo e contribuições prestadas.

Aos Professores do Curso de Pós-Gradüação em Engenharia Elétrica da UFSC, em especial à: Jean Marie Farines e Antônio José Alves Simões Costa.

Aos Colegas do Curso de Pós-Graduação, com votos de sucesso.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica e Secretaria do Curso de Pós-Graduação.

À Marlei da Silva Costa pela Datilografia.

A José Carlos Luiz pelos Desenhos.

Aos Professores, membros da Banca Examinadora, pelos seus comentários e sugestões, enriquecendo o trabalho.

À Universidade Federal de Santa Catarina, ao CNPq e à ELETROBRÁS pelo apoio financeiro.

R E S U M O

O objetivo deste trabalho é apresentar dois algoritmos de identificação paramétrica cuja característica principal é a eliminação de perturbações determinísticas.

A prova de estabilidade dos algorítmos é baseada em conceitos de Positividade e Hiperestabilidade.

Vários resultados de simulação digital comprovaram que os algoritmos também têm um bom desempenho em ambiente estocástico.

Uma comparação com algoritmos clássicos mostrou a superioridade de desempenho dos algoritmos propostos.

ABSTRACT

The aim of this work is to present two algorithms of parametric identification whose main characteristic is the elimination of deterministic perturbations.

The stability proof of the algorithms is based on the concepts of Positivity and Hyperstability.

Several digital simulation results have also proved that the algorithms have a good behavior in a stochastic environment.

A comparasion with classical algorithms has shown a superior performance of the proposed algorithms.

S U M Á R I O

CAPITULO 1

INTRODUÇÃO

O problema da identificação paramétrica aparece, em automática, quando se deseja determinar com boa aproximação um modelo que possua as mesmas propriedades que o processo considerado, sujeitos à mesma entrada e utilizando dados mensuráveis.

Os algoritmos recursivos de identificação paramétrica são métodos apropriados para identificação ON-LINE, com aplicações industriais de controle de sistemas.

Os algoritmos adaptativos de identificação estudados neste trabalho estão alicerçados sobre a teoria de Síntese de Sistemas Adaptativos com Modelo de Referência (S.A.M.R) |1,2|.

Um Sistema Adaptativo, mede um certo Indice de Performance (IP) usando as entradas, os estados e as saídas do sistema ajustável. Da comparação do IP medido e um conjunto de dados, o mecanismo de adaptação modifica os parâmetros do sistema ajustável ou gera uma entrada auxiliar para zerar o IP medido com o IP desejado.

Dentre os vários tipos de configuração de sistemas adaptativos, S.A.M.R. são importantes pois levam à uma relativa facilidade para implementação de sistemas com alta velocidade de adaptação, devido ao IP ser medido diretamente pela diferença entre os estados (ou saídas) do Modelo de Referência e do Sistema Ajustável que podem ser usados numa variedade de situações.

O objetivo principal dentro da síntese de S.A.M.R. é fazer tender a zero o erro generalizado quando o tempo tende a infinito (o erro generalizado é uma imagem da distância paramétrica entre o Modelo de Referência e o Sistema Ajustável). Isto permite formular o problema de S.A.M.R. como um problema de Estabilidade Assintótica Global. A convergência assintótica global, destes sistemas, é estudada através de uma forma denominada padrão, e mostrada na Figura 1.1 |1|, a qual permite a utilização de um Teorema de Estabilidade proposto por H.M. SILVEIRA e I.D. LANDAU |2,3|, baseado no Teorema de Hiperestabilidade de Popov |1,9|.

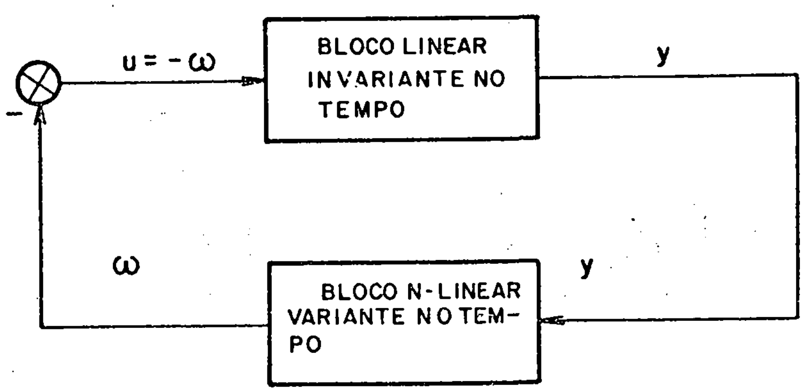


Figura 1.1 - Forma Padrão.

A partir do Teorema proposto, foi desenvolvido em |2|, um método de síntese unificado para sistemas sem acesso às variáveis de estado, que contém os seguintes passos:

1º - Formulação do problema e dos objetivos desejados;

2º - Determinação da equação do erro;

3º - Cálculo de sinais de adaptação auxiliares. For ma Padrão;

4º - Determinação das leis de adaptação paramétricas;

5º - Cálculo do erro em função dos valores conhecidos;

6º - Verificação dos objetivos.

Um S.A.M.R., de um modo geral, é esquematizado segundo o que apresenta a Figura 1.2.

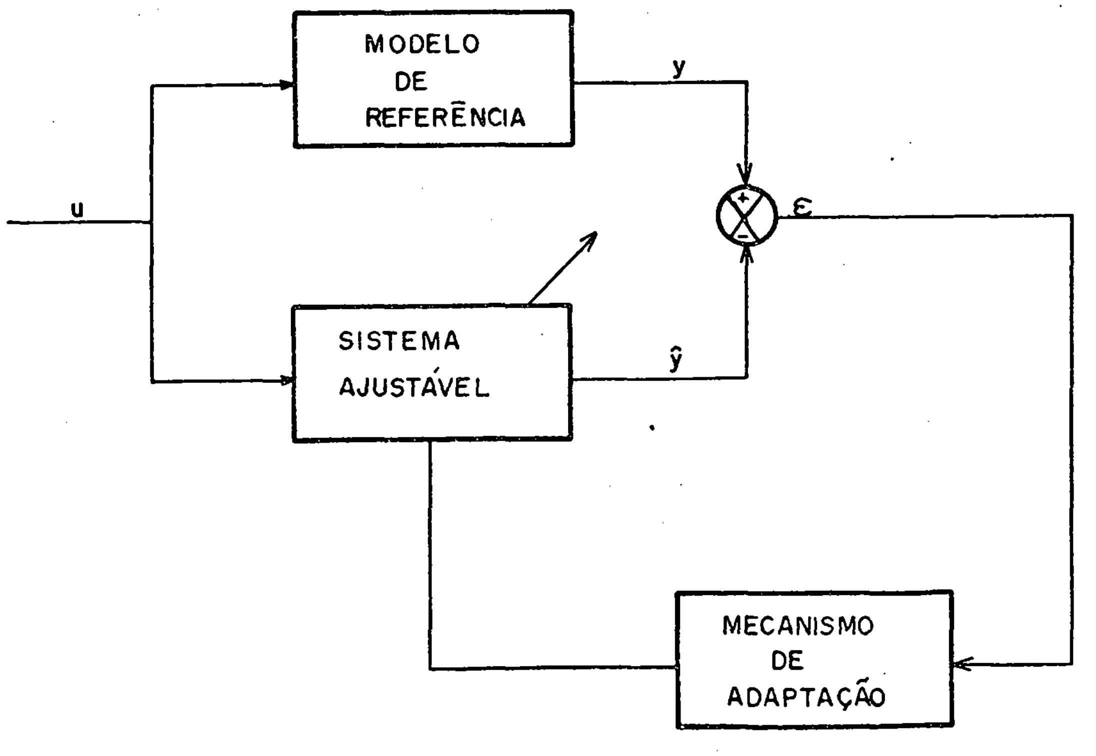


Figura 1.2 - Esquema de um S.A.M.R.

Observando-se o esquema da Figura 1.2, em se tratando de identificação, o Modelo de Referência corresponde ao processo e o Sistema Ajustável se relaciona ao identificador.

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver algoritmos de identificação adaptativos que funcionem para processos sujeitos à perturbações determinísticas e/ou estocásticas. O enfoque, neste caso, difere do método clássico de síntese de S.A.M.R. por tratar com um sistema, na forma padrão, apenas estável.

Este trabalho está ordenado em seis Capítulos e três Apêndices.

No primeiro Capítulo é apresentada uma introdução ao trabalho. Ela contém breves informações de caráter genérico, a respeito da teoria clássica de síntese de identificadores, bem como dos objetivos pretendidos.

O Capítulo dois é dedicado ao estudo de dois identificadores adaptativos clássicos, o Série-Paralelo e o Paralelo, desenvolvidos por Landau.

No Capítulo três é definida uma classe de sistemas lineares discretos e invariantes no tempo. Utilizando-se esta definição, é então, demonstrado um Teorema de Estabilidade para uma Classe de Sistemas Realimentados, a partir do Teorema de Popov. São mostradas duas aplicações deste teorema, que garantem a estabilidade dos algoritmos desenvolvidos no Capítulo 4.

No Capítulo 4 são apresentados dois novos métodos de identificação paramétrica cuja principal característica é a eliminação de perturbações, determinísticas e/ou estocásticas.

O Capítulo 5 contém os resultados, na forma de gráficos, de simulações digitais referentes a vários exemplos, que mostram, comparativamente, a eficiência dos algoritmos propostos.

Finalmente, no Capítulo seis, são apresentadas as conclusões finais e perspectivas para futuros trabalhos nesta área de estudo.

O primeiro Apêndice mostra definições de positividade de sistemas lineares discretos.

No segundo Apêndice expõe-se as definições de duas classes de sistemas e um Teorema de Estabilidade para uma Classe de Sistemas Realimentados.

O terceito Apêndice apresenta a prova de dois lemas contidos no Capítulo 4.

CAPITULO 2

OS IDENTIFICADORES PARALELO E SÉRIE-PARALELO RECURSIVOS DE LANDAU

2.1 - Introdução

Neste Capítulo são apresentados os métodos Paralelo-Extendido e Série-Paralelo, a Ganho Decrescente, de Identificação Recursiva.

O algoritmo Série-Paralelo, correspondente ao Método Recursivo de Mínimos Quadrados, derivado de considerações estatísticas, foi, sob o ponto de vista de S.A.M.R., mostrado pela primeira vez por Landau em |4|.

O algoritmo Paralelo-Extendido, também derivado de técnicas de S.A.M.R., foi apresentado em |6| e a prova deste algoritmo é mostrada em |1|.

O objetivo deste Capítulo é apresentar estes dois métodos clássicos de identificação recursiva que serão simulados e comparados com os identificadores proposto no Capítulo 4. A apresentação destes identificadores é feita satisfazendo os passos de projeto de |2|, já citados no Capítulo 1.

Este Capítulo é assim dividido: Inicialmente é apresentado o Método Paralelo-Extendido sendo, em seguida, mostrado o Método Série-Paralelo. Finalmente será construída uma tabela que apresentará comparativamente os dois métodos bem como serão apresentadas algumas conclusões.

2.2 - Identificador Paralelo-Extendido

Neste ítem é apresentado o identificador Paralelo com Modelo Ajustável Extendido.

2.2.1 - Descrição do Processo

Seja o processo descrito pela equação:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{n} a_i \, y(k - i) + \sum_{j=0}^{m} b_j \, u(k - j) \qquad (2.1)$$

onde:

a_i, b_j : parâmetros desconhecidos do processo;

$y(k)$: saída do processo no instante k;

$u(k)$: sinal de entrada do processo no instante k.

2.2.2 - Descrição do Modelo Ajustável

Seja o modelo ajustável dado pela equação:

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^{n} \hat{a}_i(k) \, \hat{y}(k-i) + \sum_{j=0}^{m} \hat{b}_j(k) \, u(k-j) + \sum_{\ell=1}^{n} \hat{c}_\ell(k) \, \varepsilon(k-\ell) \qquad (2.2)$$

onde:

$\hat{a}_i(k)$, $\hat{b}_j(k)$, $\hat{c}_\ell(k)$: parâmetros do modelo ajustável variantes no tempo;

$\hat{y}(k)$: saída do modelo ajustável no instan te k;

$\varepsilon(k)$: erro entre a saída do processo e a saída do modelo ajustável no instante k. A expressão matemática de $\varepsilon(k)$ é apresentada a seguir.

2.2.3 - Definição do Erro de Saída

O erro de saída é dado pela seguinte diferença:

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k) \tag{2.3}$$

O objetivo do identificador é encontrar uma lei de adaptação para os parâmetros ajustáveis no sentido de zerar o erro de saída. Se a entrada satisfazer certas propriedades (rica em freqüências) |1,2|, pode-se mostrar que os parâmetros $\hat{a}_i$ e $\hat{b}_j$ do modelo ajustável convergem para os respectivos parâmetros a_i e b_j do processo. Os parâmetros $\hat{c}_\ell$ aparecem no modelo ajustável unicamente com o propósito de se demonstrar a estabilidade. Se o processo sofrer perturbação estocástica estes parâmetros podem ser interpretados.

A seguir será mostrada a equação dinâmica do erro de saída bem como a prova da estabilidade assintótica de $\varepsilon(k)$, usando o teorema B.3, Algoritmo a Ganho Decrescente, contido no Apêndice B.

2.2.4 - Equação Dinâmica do Erro

Usando (2.1), (2.2) e (2.3), encontra-se:

$$\varepsilon(k) = \sum_{i=1}^{n} a_i\, y(k-i) + \sum_{j=0}^{m} b_j\, u(k-j) - \sum_{i=1}^{n} \hat{a}_i(k)\, \hat{y}(k-i) -$$

$$- \sum_{j=0}^{m} \hat{b}_j(k)\, u(k-j) - \sum_{\ell=1}^{n} \hat{c}_\ell(k)\, \varepsilon(k-\ell) \qquad (2.4)$$

Adicionando e subtraindo, no lado direito de (2.4), o seguinte somatório:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i\, \hat{y}(k-i)$$

obtém-se:

$$\begin{aligned}\varepsilon(k) = &-[\hat{a}_1(k) - a_1]\, \hat{y}(k-1) - \dots - [\hat{a}_n(k) - a_n]\, \hat{y}(k-n) - \\ &-[\hat{b}_0(k) - b_0]\, u(k) - \dots - [\hat{b}_m(k) - b_m]\, u(k-m) - \\ &-[\hat{c}_1(k) - a_1]\, \varepsilon(k-1) - \dots - [\hat{c}_n(k) - a_n]\, \varepsilon(k-n)\end{aligned}$$

$$(2.5)$$

Definindo:

$$p_e^T \triangleq [a_1 \dots a_n\; b_0 \dots b_m\; a_1 \dots a_n] \qquad (2.6.a)$$

$$\hat{p}_e^T(k) \triangleq [\hat{a}_1(k) \dots \hat{a}_n(k)\; \hat{b}_0(k) \dots \hat{b}_m(k)\; \hat{c}_1(k) \dots \hat{c}_n(k)]$$

$$(2.6.b)$$

$$V_e^T(k) \triangleq [\hat{y}(k-1)\ldots\hat{y}(k-n)\ u(k)\ldots u(k-m)\ \varepsilon(k-1)\ldots\varepsilon(k-n)] \quad (2.6.c)$$

Substituindo (2.6) em (2.5) obtém-se a equação dinâmica do erro:

$$\varepsilon(k) = -V_e^T(k)\ [\hat{p}_e(k) - p_e] \qquad (2.7)$$

A partir de (2.7) e utilizando-se o Teorema B.3, pode-se obter um sistema realimentado que se encontra na forma padrão, como mostra a figura 2.1.

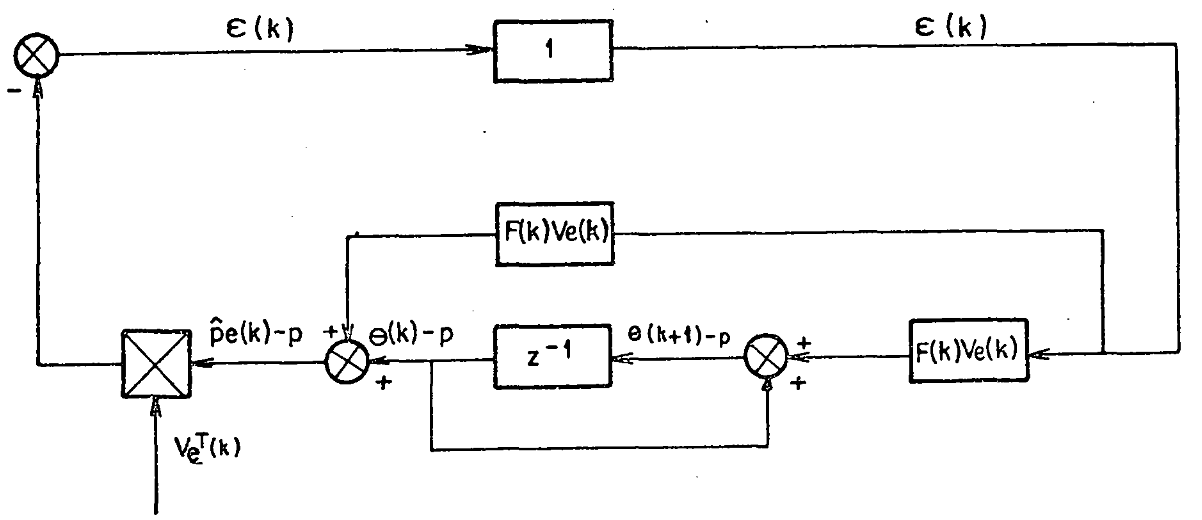


Figura 2.1 - Sistema Realimentado na forma padrão, referente à (2.7).

Como o ganho 1 pertence à Classe L(1), o sistema da Figura 2.1 é assintoticamente estável, conforme o Teorema B.3. Deste modo, $\varepsilon(k)$ tende a zero quando k tende a infinito. A estabilidade assintótica de $\varepsilon(k)$ fica assim demonstrada.

Da Figura 2.1 e do Teorema B.3, a lei de adaptação paramétrica é:

$$\hat{p}_e(k) = \hat{p}_e(k-1) + F(k)\ V_e(k)\ \varepsilon(k) \tag{2.8}$$

onde a seqüência de matrizes F(k) é dada por:

$$F(k+1) = F(k) - \frac{F(k)\ V_e(k)\ V_e^T(k)\ F(k)}{1 + V_e^T(k)\ F(k)\ V_e(k)}\ ,\ F(0) > 0 \tag{2.9}$$

2.2.5 - Explicitação de $\varepsilon(k)$

Verifica-se pela equação (2.8) que para encontrar $\hat{p}_e(k)$ é necessário o conhecimento de $\varepsilon(k)$, que é função de $\hat{p}_e(k)$, como mostra (2.7). Necessita-se, então, explicitar $\varepsilon(k)$. Para isto são definidas variáveis à priori, obtidas em função de valores já conhecidos, que permitem atender a este objetivo.

Definindo $\hat{y}_0(k)$ como "saída à priori":

$$\begin{aligned}\hat{y}_0(k) \triangleq\ & \hat{a}_1(k-1)\ \hat{y}(k-1) + \dots + \hat{a}_n(k-1)\ \hat{y}(k-n) + \\ & + \hat{b}_0(k-1)\ u(k) + \dots + \hat{b}_m(k-1)\ u(k-m) + \\ & + \hat{c}_1(k-1)\ \varepsilon(k-1) + \dots + \hat{c}_n(k-1)\ \varepsilon(k-n)\end{aligned} \tag{2.10.a}$$

ou:

$$\hat{y}_0(k) \triangleq V_e^T(k)\ \hat{p}_e(k-1) \tag{2.10.b}$$

e $\varepsilon_0(k)$ como "erro à priori":

$$\varepsilon_0(k) \triangleq y(k) - \hat{y}_0(k) \tag{2.11}$$

Agora, multiplicando os dois lados da igualdade (2.8) por $-V_e^T(k)$ e usando (2.2) e (2.10), encontra-se:

$$-V_e^T(k)\ \hat{p}_e(k) = -\ V_e^T(k)\ \hat{p}_e(k-1) - V_e^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \varepsilon(k)$$

$$-\ \hat{y}(k) = -\ \hat{y}_0(k) - V_e^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \varepsilon(k)$$

Somando y(k) nos dois lados da igualdade anterior:

$$y(k) - \hat{y}(k) = y(k) - \hat{y}_0(k) - V_e^T(k)\ F(k)\ V_e(k)\ \varepsilon(k)$$

Obtém-se, então, usando (2.3) e (2.11) que:

$$\varepsilon(k) = \frac{\varepsilon_0(k)}{1 + V_e^T(k)\ F(k)\ V_e(k)} \tag{2.12}$$

Note que em (2.12) $\varepsilon(k)$ é explicitado em função de valores conhecidos.

De maneira semelhante à mostrada neste ítem é possível mostrar que o algoritmo é válido para Ganho Constante, ou seja: $F(k) = F > 0$.

2.3 - Identificador Série-Paralelo

É apresentado, neste ítem, seguindo os passos citados no ítem 2.1, o identificador do tipo Série-Paralelo. Este identificador, ao contrário do Paralelo não tem bom comportamento em ambiente fortemente estocástico. Do mesmo modo que no caso anterior será definida uma equação de erro que colocada sob a forma padrão, aplicando o Teorema B.3, garantirá a identificação.

2.3.1 - Descrição do Processo

Seja o processo descrito pela seguinte equação:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{n} a_i \, y(k-i) + \sum_{j=0}^{m} b_j \, u(k-j) \tag{2.13}$$

onde:

a_i, b_j : parâmetros desconhecidos do processo;

$y(k)$: saída do processo no instante k;

$u(k)$: sinal de entrada do processo no instante k.

2.3.2 - Descrição do Modelo Ajustável

Seja o modelo ajustável dado por:

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^{n} \hat{a}_i(k) \, y(k-i) + \sum_{j=0}^{m} \hat{b}_j(k) \, u(k-j) \tag{2.14}$$

onde:

$\hat{a}_i(k)$, $\hat{b}_j(k)$: parâmetros do modelo ajustável variantes no tempo.

2.3.3 - Definição do Erro de Saída

Seja o erro de saída dado pela seguinte diferença:

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k) \tag{2.15}$$

Como no identificador anterior, o objetivo deste algoritmo de identificação é ajustar os parâmetros $\hat{a}_i$ e $\hat{b}_j$ no sentido de zerar o erro de saída. Prova-se, também neste caso, que se a entrada for rica em freqüências |1,2| há identificação, ou seja, $\hat{a}_i$ e $\hat{b}_j$ convergem respectivamente para a_i e b_j.

2.3.4 - Equação Dinâmica do Erro

A partir de (2.15) e pelo mesmo motivo do subitem 2.2.4, será obtida uma equação dinâmica do erro.

Assim, substituindo (2.13) e (2.14) em (2.15), encontra-se:

$$\begin{aligned}\varepsilon(k) = &- [\hat{a}_1(k) - a_1]\, y(k-1) - \dots - [\hat{a}_n(k) - a_n]\, y(k-n) - \\ &- [\hat{b}_0(k) - b_0]\, u(k) - \dots - [\hat{b}_m(k) - b_m]\, u(k-m)\end{aligned} \tag{2.16}$$

Definindo:

$$p^T \triangleq [a_1 \dots a_n\ b_0 \dots b_m] \tag{2.17.a}$$

$$\hat{p}^T(k) \triangleq [\hat{a}_1(k) \dots \hat{a}_n(k)\ \hat{b}_0(k) \dots \hat{b}_m(k)] \tag{2.17.b}$$

$$V^T(k) \triangleq [y(k-1) \ \dots \ y(k-n) \ u(k) \ \dots \ u(k-m)] \qquad (2.17.c)$$

Substituindo (2.17) em (2.16), obtém-se:

$$\varepsilon(k) = - V^T(k) \ [\hat{p}(k) - p] \qquad (2.18)$$

A partir de (2.18) e utilizando-se o Teorema B.3, semelhantemente ao caso anterior, obtém-se um sistema realimentado que se encontra na forma padrão, como mostra a Figura 2.2.

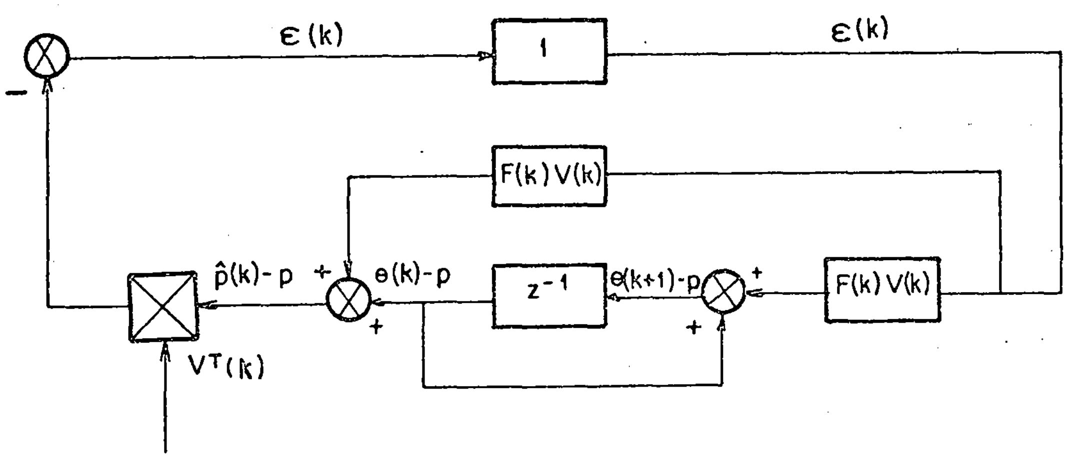


Figura 2.2 - Sistema Realimentado na Forma padrão, referente à (2.18).

Da Figura 2.2 e do Teorema B.3, obtém-se a seguinte lei de adaptação paramétrica:

$$\hat{p}(k) = \hat{p}(k-1) + F(k) \ V(k) \ \varepsilon(k) \qquad (2.19)$$

onde a seqüência de matrizes F(k) é dada por:

$$F(k+1) = F(k) - \frac{F(k)\ V(k)\ V^T(k)\ F(k)}{1 + V^T(k)\ F(k)\ V(k)} \quad , F(0) > 0 \qquad (2.20)$$

2.3.5 - Explicitação de $\varepsilon(k)$

De maneira semelhante ao caso anterior verifica-se por (2.19) que para encontrar $\hat{p}(k)$ é necessário o conhecimento de $\varepsilon(k)$, que é função de $\hat{p}(k)$ como mostra (2.18). Necessita-se, então, explicitar $\varepsilon(k)$ definindo, também neste caso, variáveis à priori.

Definindo $\hat{y}_0(k)$ como "saída à priori":

$$\hat{y}_0(k) = \hat{a}_1(k-1)\ y(k-1) + \ldots + \hat{a}_n(k-1)\ y(k-n) + $$
$$+ \hat{b}_0(k-1)\ u(k) + \ldots + \hat{b}_m(k-1)\ u(k-m) \qquad (2.21.a)$$

Ou:

$$\hat{y}_0(k) = V^T(k)\ \hat{p}(k-1) \qquad (2.21.b)$$

e $\varepsilon_0(k)$ como "erro à priori":

$$\varepsilon_0(k) = y(k) - \hat{y}_0(k) \qquad (2.22)$$

Seguindo os passos do caso anterior, multiplica-se os dois lados da igualdade (2.19) por $- V^T(k)$, e utiliza-se (2.14) e (2.21) para se obter:

$$-V^T(k)\ \hat{p}(k) = -\ V^T(k)\ \hat{p}(k-1) - V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \varepsilon(k)$$

$$-\ \hat{y}(k) = -\ \hat{y}_0(k) - V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \varepsilon(k)$$

Somando y(k) nos dois lados da igualdade anterior:

$$y(k) - \hat{y}(k) = y(k) - \hat{y}_0(k) - V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \varepsilon(k)$$

Usando (2.15) e (2.22), encontra-se:

$$\varepsilon(k) = \frac{\varepsilon_0(k)}{1 + V^T(k)\ F(k)\ V(k)} \tag{2.23}$$

Nota-se que em (2.23), $\varepsilon(k)$ é obtido em função de valores conhecidos, como se deseja.

Como no caso anterior é possível derivar um algoritmo Série-Paralelo a Ganho Constante seguindo passos semelhantes ao deste item.

2.4 - Tabela dos Algoritmos Apresentados

A Tabela 2.1 mostra, comparativamente, os dois algoritmos apresentados neste Capítulo.

	Série-Paralelo		Paralelo-Extendido	
Vetor de Parâmetros do Processo	p^T	$[a_1 \ldots a_n \; b_0 \ldots b_m]$	p_e^T	$[a_1 \ldots a_n \; b_0 \ldots b_m \; a_1 \ldots a_n]$
Vetor dos Parâmetros Ajustáveis	$\hat{p}^T(k)$	$[\hat{a}_1(k) \ldots \hat{a}_n(k) \; b_0(k) \ldots \hat{b}_m(k)]$	$\hat{p}_e^T(k)$	$[\hat{a}_1(k) \ldots \hat{a}_n(k) \; \hat{b}_0(k) \ldots b_m(k) \; \hat{c}_1(k) \ldots \hat{c}_n(k)]$
Vetor das Medidas	$V^T(k)$	$[y(k-1) \ldots y(k-n) \; u(k) \ldots u(k-m)]$	$V_e^T(k)$	$[\hat{y}(k-1) \ldots \hat{y}(k-n) \; u(k) \ldots u(k-m) \; \varepsilon(k-1) \ldots \varepsilon(k-n)]$
Saída do Processo	$y(k)$	$V^T(k) \; p$	$y(k)$	$V^T(k) \; p$
Saída à Priori	$\hat{y}_0(k)$	$V^T(k) \; \hat{p}(k-1)$	$\hat{y}_0(k)$	$V_e^T(k) \; p_e(k-1)$
Erro à Priori	$\varepsilon_0(k)$	$y(k) - \hat{y}_0(k)$	$\varepsilon_0(k)$	$y(k) - \hat{y}_0(k)$
Erro de Saída	$\varepsilon(k)$	$\dfrac{\varepsilon_0(k)}{1 + V^T(k) \; F(k) \; V(k)}$	$\varepsilon(k)$	$\dfrac{\varepsilon_0}{1 + V_e^T(k) \; F(k) \; V_e(k)}$
Lei de Adaptação	$\hat{p}(k)$	$\hat{p}(k-1)+F(k) \; V(k) \; \varepsilon(k)$	$\hat{p}_e(k)$	$\hat{p}_e(k-1) + F(k) \; V_e(k) \; \varepsilon(k)$
Matriz de Ganho	$F(k+1)$	$F(k) - \dfrac{F(k) \; V(k) \; V^T(k)}{1 + V^T(k) \; F(k) \; V(k)}$	$F(k+1)$	$F(k) - \dfrac{F(k) \; V_e(k) \; V_e^T(k) \; F(k)}{1 + V_e^T(k) \; F(k) \; V_e(k)}$

Tabela 2.1 - Tabela dos Algoritmos Paralelo-Extendido e Série-Paralelo de identificação recursiva.

2.5 - Conclusão

Seguindo os passos de projeto de |2|, mostrou-se dois algoritmos de identificação recursiva, o Paralelo- Extendido e o Série-Paralelo, usando os Teoremas B.2 e B.3. Verifica-se que ambos os métodos são de fácil implementação em computador digital e que não é necessário o pré-conhecimento dos parâmetros a serem identificados, como é o caso do método paralelo apresentado em |4|.

Estudos realizados em |1,9,13| mostraram que o algoritmo a ganho decrescente apresenta um bom desempenho quando em ambiente estocástico. Verificou-se, nestes mesmos trabalhos,que o Algoritmo Paralelo-Extendido tem uma performance bem melhor que o Algoritmo Série-Paralelo sob estas condições. Explica-se este fato porque no caso Paralelo, ao contrário do Série-Paralelo, o vetor das medidas não contém as saídas do sistema a ser identificado, mas sim elementos que estão se adaptando.

Quando o processo a ser identificado está sujeito à uma pertubação determinística, como será mostrado no Capítulo 5 os dois métodos apresentados têm uma identificação tendenciosa.

CAPITULO 3

UMA CLASSE DE SISTEMAS LINEARES

3.1 - Introdução

Neste Capítulo é definida uma classe de sistemas lineares discretos e invariantes no tempo, a Classe $\mathcal{L}$ (E). Esta classe de sistemas, de modo semelhante à Classe L(Λ) (Apêndice B), quando realimentada por sistemas N(Γ), na forma padrão, permite provar um Teorema de Estabilidade.

O objetivo deste Teorema é mostrar que os algoritmos propostos são estáveis. Serão, então, desenvolvidas duas aplicações deste Teorema que, no Capítulo 4, permitirão encontrar leis de adaptação paramétrica para os casos estudados.

O Capítulo encontra-se assim dividido: Inicialmente é definida a Classe $\mathcal{L}$(E) e mostrados os critérios da classe. A seguir é apresentado um Teorema de Estabilidade para uma Classe de Sistemas Realimentados, bem como duas aplicações sob forma de Teoremas. Finalmente são apresentadas as conclusões.

3.2 - Sistemas Discretos Pertencentes à Classe $\mathcal{L}$(E)

Seja o sistema linear discreto dado pelas seguintes equações:

$$x(k+1) = A\ x(k) + B\ u(k) \tag{3.1}$$

$$y(k) = C\ x(k) + D\ u(k) \tag{3.2}$$

Onde:

$x(k)$: vetor de Estados, de dimensão n;

$u(k)$: vetor de Entradas, de dimensão m;

$y(k)$: vetor de Saídas, de dimensão m;

A, B, C, D : matrizes constantes de dimensões apropriadas.

Assume-se que o par (A,B) é Completamente Controlável e o par (C,A) é Completamente Observável. O sistema é também caracterizado pela seguinte Matriz Quadrada de Transferência Discreta:

$$H(z) = D + C(zI - A)^{-1} B \tag{3.3}$$

Definição 3.1 - <u>Classe $\mathcal{L}(E)$</u>

Seja E uma matriz simétrica. O sistema formado pelas equações (3.1) e (3.2) pertence à Classe $\mathcal{L}(E)$ se o sistema resultante de sua combinação em paralelo com a matriz de ganho $-\frac{1}{2}E$ for caracterizado por uma matriz de tranferência "Real Positiva".

A partir da Figura 3.1, obtém-se o sistema:

$$x(k+1) = A\ x(k) + B\ u(k) \tag{3.4}$$

$$y_R(k) = C\,x(k) + \left(D - \frac{1}{2}E\right)u(k) \tag{3.5}$$

que é caracterizado pela seguinte matriz de transferência discreta:

$$H'(z) = D - \frac{1}{2}E + C(zI - A)^{-1}B \tag{3.6}$$

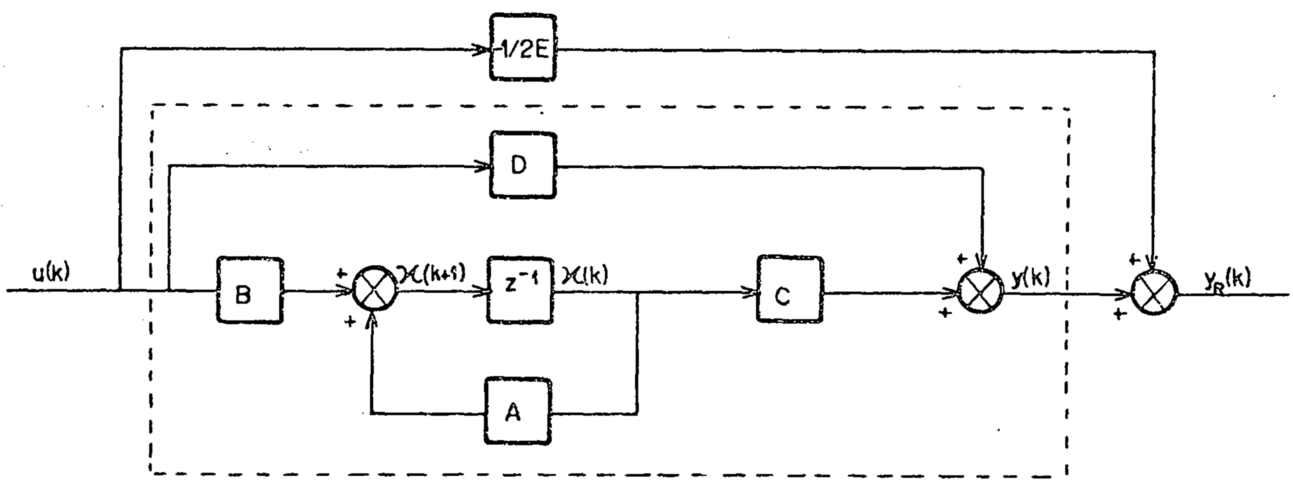


Figura 3.1 - Sistema Paralelo Equivalente.

Aplicando o Lema A.1 em (3.6) é possível verificar se o sistema formado pelas equações (3.4) e (3.5) é Real Positivo e, conseqüentemente, se o sistema descrito por (3.1) e (3.2) pertence à Classe $\mathcal{b}$ (E). Assim:

Lema 3.1 - <u>Critério da Classe $\mathcal{b}$ (E)</u>

O sistema formado pelas equações (3.1) e (3.2) pertence à Classe $\mathcal{B}(E)$ se existe uma matriz simétrica P definida positiva, uma matriz simétrica E e matrizes K e L tais que:

$$1)\quad A^T PA - P = -LL^T \tag{3.7}$$

$$2)\quad B^T PA + K^T L^T = C \tag{3.8}$$

$$3)\quad K^T K = D + D^T - \frac{1}{2}(E + E^T) - B^T PB \tag{3.9}$$

Observações:

1 - Existe uma semelhança bastante estreita entre as definições e os critérios das Classes $L(\Lambda)$ e $\mathcal{B}(E)$, como se pode verificar;

2 - Para sistemas monovariáveis a matriz E se transforma no escalar ϵ, e o sistema é dito pertencer à Classe $\mathcal{B}(\epsilon)$.

3.3 - Teorema de Estabilidade para uma Classe de Sistemas Realimentados

De modo semelhante ao Teorema B.2 |2,3|, tomando-se por base o Teorema B.1 |1|, de Popov, obtém-se:

Teorema 3.1 - Um sistema discreto pertencente à Classe $\mathcal{B}(E)$ realimentado por um sistema pertencente à Classe $N(\Gamma)$, como mostra a Figura 3.2, é estável se a matriz $E - \Gamma(k)$ é definida positiva ou semidefinida positiva.

Assim:

$$E - \Gamma(k) \geq 0 \quad , \quad \forall \; k \geq k_0 \tag{3.10}$$

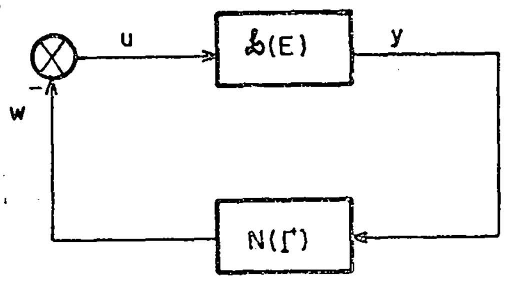


Figura 3.2 - Sistema Realimentado na Forma Padrão.

Nota-se que o Teorema 3.1 mostra apenas a estabilidade do sistema realimentado, enquanto o Teorema B.2 mostra a estabilidade assintótica. Então, no caso da Figura 3.2, o estado do sistema linear é apenas limitado.

3.3.1 - Prova do Teorema 3.1

Seguindo os mesmos passos usados em |2| para provar o Teorema B.2, tem-se:

A Figura 3.3 é equivalente à Figura 3.2.

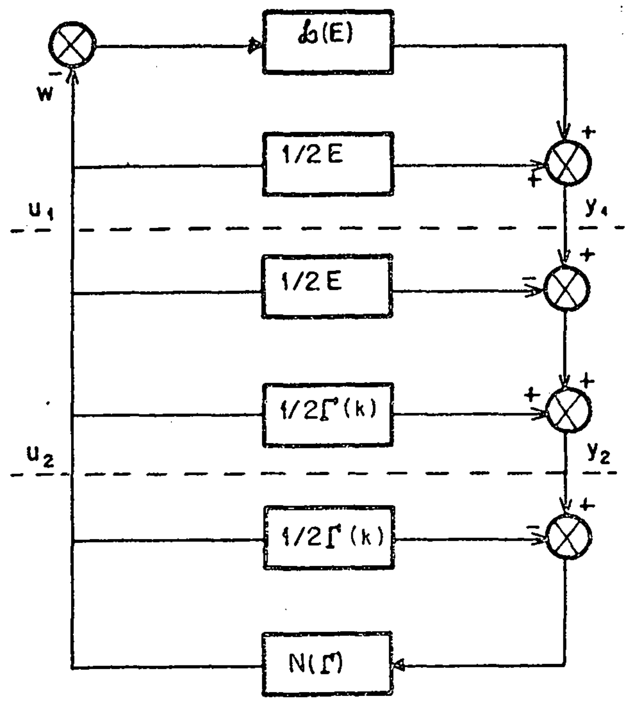


Figura 3.3 - Representação Equivalente do Sistema Realimentado da Figura 3.2.

Rearranjando a Figura 3.3, obtém-se a Figura 3.4.

O sistema S_1, por hipótese, é Real Positivo, bem como S_3 verifica a Desigualdade de Popov (B.15). Deve-se, então, provar que o sistema S_2 também satisfaz a desigualdade (B.15) para que o sistema global da Figura 3.2 seja Estável. Para isto é necessário mostrar que:

$$\sum_{k=k_0}^{k_1} [u_1(k)]^T \; y_1\,(k) \quad \geq \; -\,\gamma_1^2 \quad , \forall \; k_1 \geq k_0 \quad (3.11)$$

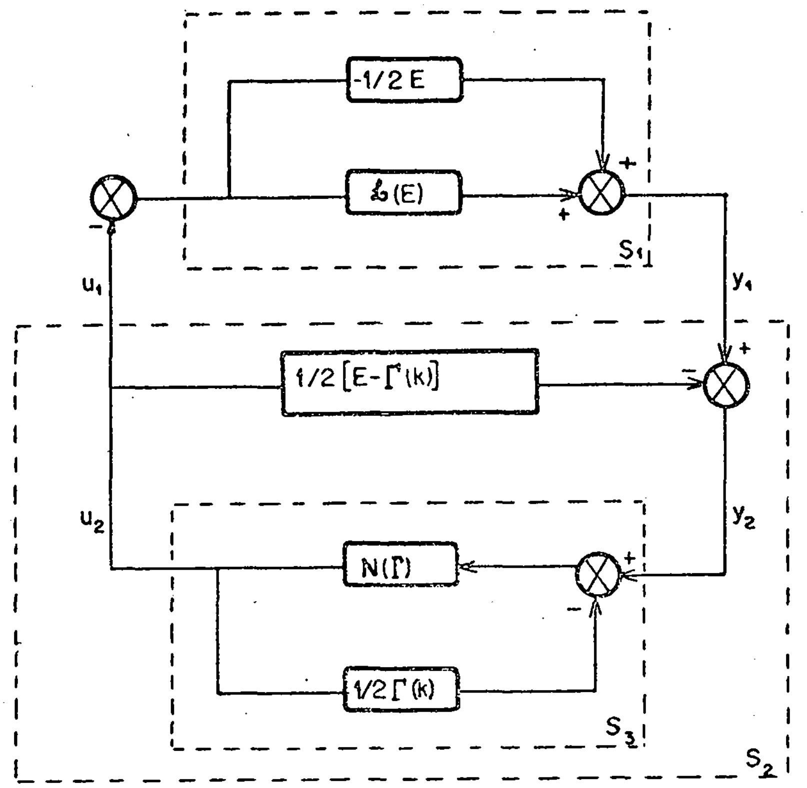


Figura 3.4 - Representação Equivalente do Sistema da Figura 3.3.

Da Figura 3.4 sabe-se que:

$$\sum_{k=k_0}^{k_1} [u_1(k)]^T y_2(k) \geq -\gamma_0^2 \quad , \forall \quad k_1 \geq k_0 \qquad (3.12)$$

e:

$$y_2(k) = y_1(k) - \frac{1}{2} [E - \Gamma(k)] \, u_1(k) \qquad (3.13)$$

Substituindo (3.13) em (3.12), encontra-se:

$$\sum_{k=k_0}^{k_1} [u_1(k)]^T \; y_1(k) \; - \frac{1}{2} \; [u_1(k)]^T \; [E - \Gamma(k)] \; u_1(k) \geq - \gamma_0^2$$

Conseqüentemente:

$$\sum_{k=k_0}^{k_1} [u_1(k)]^T \; y_1(k) \; \geq \; - \gamma_0^2 + \frac{1}{2} \; [u_1(k)]^T \; [E - \Gamma(k)] \; u_1(k) \geq - \gamma_1^2 \qquad (3.14)$$

As desigualdades (3.14) e (3.11) são equivalentes pois sempre haverá $\gamma_0 \geq 0$, de (3.12), tal que a desigualdade (3.14), e conseqüentemente (3.11), sejam verificadas, pois $E - \Gamma(k) \geq 0$, por hipótese.

Observação: Para sistemas monovariáveis, (3.10) é substituída por:

$$\epsilon - \gamma(k) \geq 0 \quad , \forall \; k \geq k_0 \qquad (3.15)$$

3.3.2 - <u>Aplicação do Teorema 3.1</u>

A partir do Teorema 3.1 obtém-se o seguinte Teorema que permitirá encontrar as leis de adaptação paramétrica para um dos identificadores que será mostrado no Capítulo 4, bem como sua estabilidade.

Teorema 3.2 - Seja o sistema monovariável pertencente à Classe $\mathcal{L}(1)$, descrito pelas seguintes equações:

$$x(k+1) = A\,x(k) + bu(k) \tag{3.16}$$

$$\nu(k) = c\,x(k) + u(k) \tag{3.17}$$

realimentado pelo seguinte sistema variante no tempo:

$$\theta(k+1) - p = \theta(k) - p + F(k)\,V(k)\,\nu(k) \tag{3.18}$$

$$\hat{p}(k) - p = \theta(k) - p + F(k)\,V(k)\,\nu(k) \tag{3.19}$$

Onde:

$$F(k+1) = F(k) - \frac{F(k)\,V(k)\,V^T(k)\,F(k)}{1 + V^T(k)\,F(k)\,V(k)}\,,\quad F(0) > 0 \tag{3.20}$$

$$u(k) = -\,V^T(k)\,[\hat{p}(k) - p] \tag{3.21}$$

O sistema à malha fechada descrito acima é um sistema Estável.

Observação: Será mostrado no Capítulo 4 que (3.18) e (3.19) podem ser usadas como leis de adaptação paramétrica. O estado $\hat{p}(k) - p$ será interpretado como erro paramétrico.

A Figura 3.5 mostra claramente , de maneira semelhante à B.4, que o sistema realimentado descrito por (3.16),(3.17) e (3.18), (3.19) juntos com (3.21), encontra-se na forma padrão da Figura 3.2.

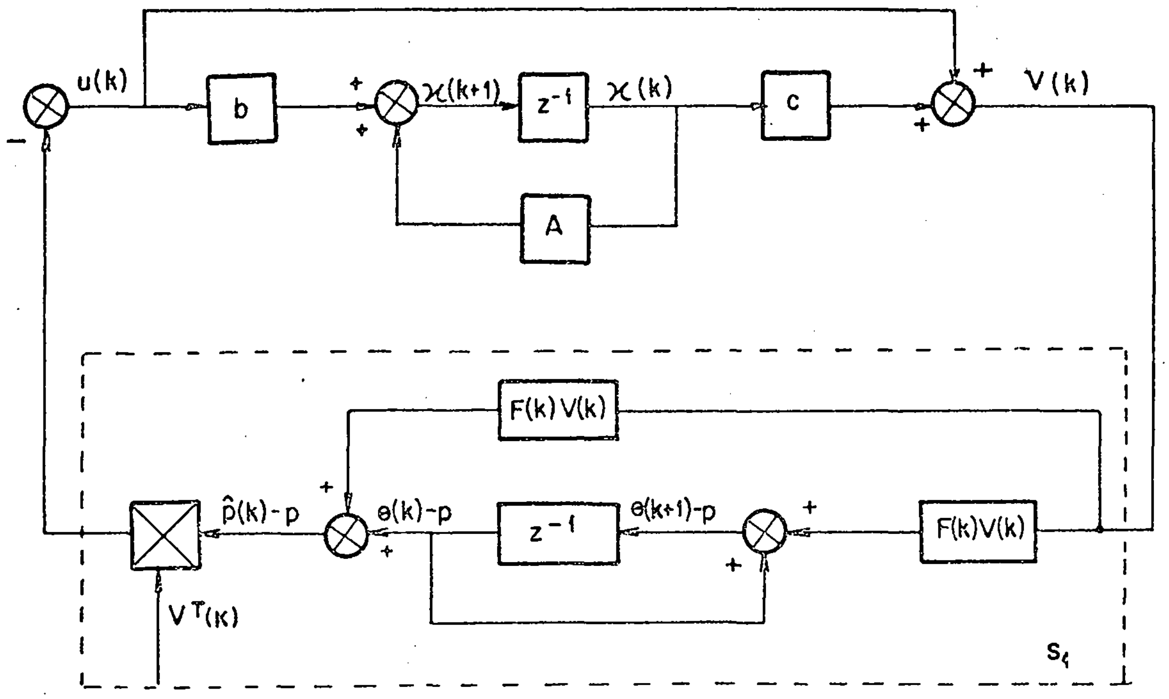


Figura 3.5 - Sistema Realimentado Equivalente.

3.3.2.1 - Prova do Teorema 3.2

Considere o sistema S_1 dado pelas seguintes equações:

$$\theta(k+1) - p = \theta(k) - p + F(k)\ V(k)\ \nu(k) \tag{3.22}$$

$$V^T(k)\ [\hat{p}(k) - p] = V^T(k)\ [\theta(k) - p] + V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu(k) \tag{3.23}$$

Para que o sistema mostrado na Figura 3.5 seja Estável ele deve satisfazer a condição (3.15). Logo, o sistema formado pelas equações (3.22) e (3.23) deve pertencer à Classe N(1), onde $\gamma(k) = 1$. Assim:

de (3.22) : $A(k) = I$ (3.24.a)

$$b(k) = F(k)\ V(k) \tag{3.24.b}$$

de (3.23) : $c(k) = V^T(k)$ (3.25.a)

$$d(k) = V^T(k)\ F(k)\ V(k) \tag{3.25.b}$$

A seguir são testadas as condições do Lema B.2, utilizando (3.24) e (3.25) e fazendo $P(k+1) = F^{-1}(k+1)$, para mostrar que S_1 pertence à Classe N(1).

Como $F(k+1)$ é uma matriz simétrica definida positiva, $F^{-1}(k+1)$ existe (Lema da Inversão |1|) e também é uma matriz simétrica definida positiva. Então:

$$F^{-1}(k+1) = F^{-1}(k) + V(k)\ V^T(k) \tag{3.26}$$

Verificações:

Utilizando-se (3.24), (3.25) e (3.26), encontra-se:

1) A partir de (B.20):

$$Q(k) = 0 \tag{3.27}$$

2) A partir de (B.21):

$$S^T(k) = 0 \tag{3.28}$$

3) A partir de (B.22):

$$R(k) = V^T(k)\ F(k)\ V(k) \tag{3.29}$$

4) Substituindo (3.27), (3.28) e (3.29) em (B.23), obtém-se:

$$M(k) = \left[\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline 0 & V^T(k)\ F(k)\ V(k) \end{array}\right] \tag{3.30}$$

Logo M(k) é semidefinida positiva. Assim, o sistema S_1 é pertencente à Classe N(1) e o Teorema 3.2 está provado.

Observações:

1 - Fazendo: $F(k) = F > 0$ pode-se demonstrar um teorema de maneira semelhante ao anterior, para o caso de ganhos constantes.

2 - Prova-se que F(k), dada por (3.20), é decrescente e tende à zero |2,14|.

3.3.3 - Outra Aplicação do Teorema 3.1

De maneira semelhante ao teorema 3.2 encontra-se o seguinte teorema, que será usado no outro identificador do Capítulo 4 para prova da estabilidade e para encontrar a lei de adaptação paramétrica.

Teorema 3.3: Seja o sistema monovariável pertencente à Classe $\mathcal{L}(1)$, descrito pelas seguintes equações:

$$x(k+1) = A\,x(k) + b\,v(k) \tag{3.31}$$

$$s(k) = c\,x(k) + v(k) \tag{3.32}$$

Onde: $$v(k) = \frac{a}{(k+a)^{\rho}}\,u(k) \quad , \quad \rho > 0,\; a > 0 \tag{3.33}$$

$$u(k) = -\,V^{T}(k)\,[\hat{p}(k) - p] \tag{3.34}$$

realimentado pelo seguinte sistema variante no tempo:

$$\theta(k+1) - p = \theta(k) - p + F(k)\,V(k)\,\nu(k) \tag{3.35}$$

$$\hat{p}(k) - p = \theta(k) - p + F(k)\,V(k)\,\nu(k) \tag{3.36}$$

Onde:

$$\nu(k) = \frac{a}{(k+a)^{\rho}}\,s(k) \tag{3.37}$$

$$F(k+1) = F(k) - \frac{a^2}{(k+a)^{2\rho}}\;\frac{F(k)\,V(k)\,V^{T}(k)\,F(k)}{1 + \dfrac{a^2}{(k+a)^{2\rho}}\,V^{T}(k)\,F(k)\,V(k)} \quad , \; F(0) > 0 \tag{3.38}$$

O sistema realimentado descrito acima, como mostra a Figura 3.6, que se encontra na forma padrão da Figura 3.2, é um sistema Estável.

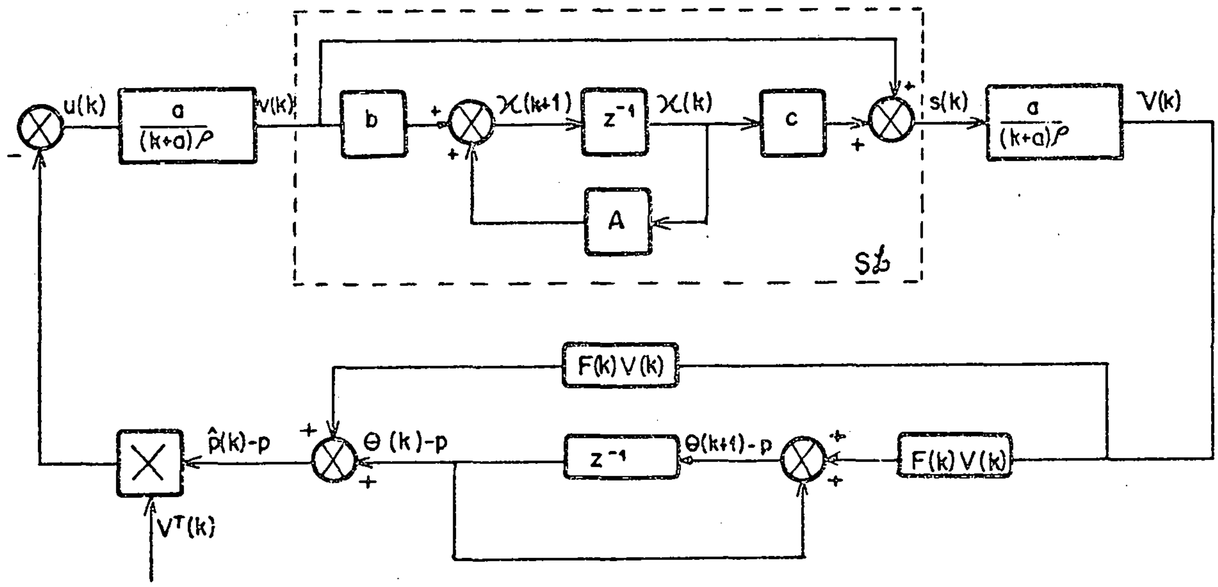


Figura 3.6 - Sistema Realimentado Equivalente.

Da Figura 3.6 obtém-se:

$$\theta(k+1) - p = \theta(k) - p + F(k)\ V(k)\ \nu(k) \tag{3.39}$$

$$V^T(k)\ [\hat{p}(k) - p] = V^T(k)[\theta(k) - p] + V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu(k) \tag{3.40}$$

3.3.3.1 - Prova do Teorema 3.3

A Figura 3.7, a seguir, é equivalente à Figura 3.6.

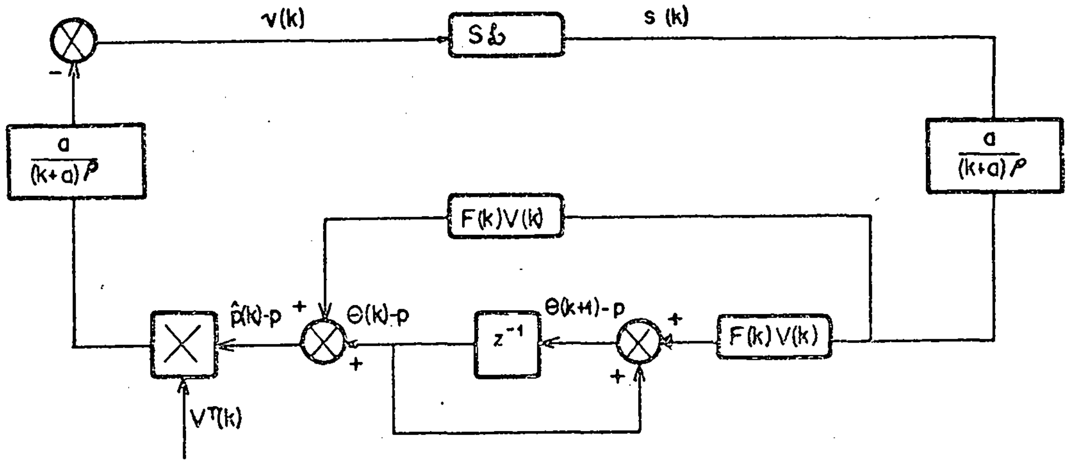


Figura 3.7 - Representação Equivalente do Sistema Realimentado da Figura 3.6.

Fazendo:

$$\tilde{V}(k) = \frac{a}{(k+a)^{\rho}} V(k) \qquad (3.41)$$

chega-se à Figura 3.8.

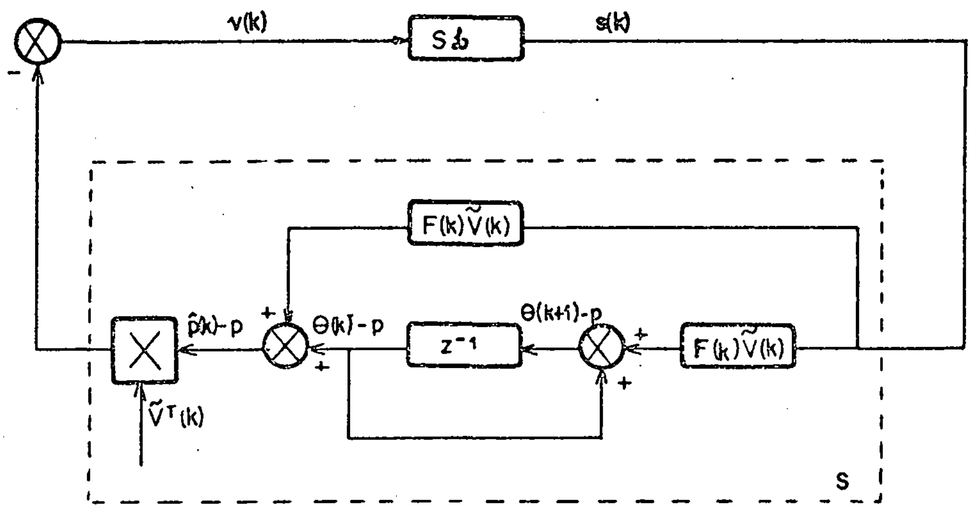


Figura 3.8 - Representação Equivalente ao Sistema da Figura 3.7.

O sistema S é dado, então, pelas seguintes equações:

$$\theta(k+1) - p = \theta(k) - p + F(k)\,\tilde{V}(k)\,s(k) \tag{3.42}$$

$$\tilde{V}^T(k)\,[\hat{p}(k) - p] = \tilde{V}^T(k)\,[\theta(k) - p] + \tilde{V}^T(k)\,F(k)\,\tilde{V}(k)\,s(k) \tag{3.43}$$

É fácil observar a semelhança entre o sistema formado pelas equações (3.42) e (3.43) e aquele formado por (3.22) e (3.23). Verifica-se, então, que o sistema S pertence à Classe N(1). Logo, o sistema da Figura 3.6 é um sistema Estável e provou-se o Teorema 3.3.

Neste caso, $F^{-1}(k+1)$ é dada por:

$$F^{-1}(k+1) = F^{-1}(k) + \tilde{V}(k)\,\tilde{V}^T(k) \tag{3.44}$$

e pode ser reescrita como:

$$F^{-1}(k+1) = F^{-1}(k) + \frac{a^2}{(k+a)^{2\rho}}\,V(k)\,V^T(k) \tag{3.45}$$

Pela teoria de convergência de Séries |16,17| pode-se observar que se $\rho < 0.5$, $F^{-1}(k)$ diverge. Para $\rho > 0.5$, $F^{-1}(k)$ converge, o que implica que $F(k)$ tende a ser constante quando o tempo tende para infinito.

3.4 - Conclusão

Neste Capítulo foi definida uma classe de sistemas lineares discretos e invariantes no tempo, a Classe $\mathcal{S}$ (E). Usando-se o Lema da Positividade (Apêndice A) foi possível encontrar os critérios da Classe $\mathcal{S}$ (E).

A partir do Teorema de Popov (Apêndice B), considerando-se um sistema $\mathcal{S}$ (E) realimentado, na forma padrão, por um sistema N(Γ) demonstrou-se um Teorema de Estabilidade para esta classe de sistemas realimentados. Para demonstrar este teorema foram usados os mesmos passos que em |2| para provar o Teorema 3.2. Este novo Teorema garante a estabilidade do sistema global, resultado este que será usado no Capítulo 4.

Como aplicações deste novo Teorema foram apresentados dois Teoremas e suas respectivas provas. Estas duas aplicações permitirão definir dois algoritmos de adaptação paramétrica, como será mostrado no Capítulo 4, apesar de não ser garantida a Estabilidade Assintótica Global.

CAPITULO 4

DOIS ALGORITMOS DE IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA COM ELIMINAÇÃO DE PERTURBAÇÃO DETERMINÍSTICA

4.1 - Introdução

Neste Capítulo são apresentados dois novos algoritmos de identificação paramétrica que têm como principal característica a propriedade de eliminar perturbações determinísticas que atuem no processo a ser identificado. Os algoritmos também são capazes de eliminar perturbações estocásticas.

Os dois algoritmos possuem estrutura do tipo Série-Paralelo e diferem do Algoritmo Série-Paralelo de Landau, dado no Capitulo 2, por possuírem um corretor na parte linear do sistema global, atuando sobre $\varepsilon(k)$, sintonizado nas freqüências do sinal de identificação.

Para mostrar a estabilidade dos algoritmos são usados os Teoremas 3.2 e 3.3, que também permitem encontrar leis de adaptação paramétrica para esses casos. Para provar a convergência dos algoritmos procede-se da seguinte maneira: Primeiramente usa-se uma função de Liapunov associada aos sistema global, que contém um termo relacionado com a parte linear e outro com a parte não-linear. Ela permite provar, em cada caso, um lema. Em seguida, utilizando-se este lema e a propriedade de sintonia do corretor prova-se, por contradição, que há identificação. Este resultado, encontrado para processos não-perturbados é usado para provar a convergência dos algoritmos quan do o processo está sujeito à perturbações, determinísticas ou estocásticas.

O Capítulo encontra-se assim dividido: No item 4.2 é apresentado um primeiro identificador com as características já citadas, e a prova de convergência. No item seguinte mostra-se um segundo identificador, bastante parecido com o primeiro, procedendo-se da mesma maneira. No item 4.4 é mostrado um resumo dos dois métodos. Finalmente são apresentadas as conclusões.

4.2 - Identificador 1 |19|

Desenvolve-se neste item o projeto de um primeiro identificador com as características citadas anteriormente.

Considere o algoritmo Série-Paralelo, dado no Capítulo 2, descrito pelas equações (2.13) à (2.18).

4.2.1 - Corretor

Atuando sobre $\varepsilon(k)$ coloca-se um corretor sintonizado nas freqüências do estímulo, descrito pelas seguintes equações:

$$x(k+1) = A\,x(k) + b\,\varepsilon(k) \tag{4.1}$$

$$\nu(k) = c\,x(k) + \varepsilon(k) \tag{4.2}$$

4.2.1.1 - Propriedades do Corretor

O corretor deve pertencer à classe $\mathcal{b}$ (1). Assim, a partir das equações (3.7), (3.8) e (3.9), obtém-se as seguintes propriedades.

1) $A^TPA - P = -LL^T = -Q$,

onde Q é semidefinida positiva. (4.3)

2) $b^TPA = c$ (4.4)

3) $b^TPb = 1$ (4.5)

4.2.1.2 - Verificação das Propriedades do Corretor:

Neste item são verificadas as propriedades (4.3), (4.4) e (4.5) referentes ao Corretor dado por (4.1) e (4.2) ou por (4.52) e (4.53). Deste modo são obtidas a matriz A e os vetores b e c, do corretor que deverão ser usados para o cálculo do algoritmo. Será também escolhida o vetor L que satisfaça (4.3) e (4.4).

4.2.1.2.1 - Geração do Sinal de Identificação

O estímulo deve conter um número mínimo de freqüências proporcional ao número de parâmetros do processo a ser identificado, para que haja uma identificação satisfatória |1| . Um sistema que gera u(k) é:

$$\begin{bmatrix} r_{11}(k+1) \\ r_{12}(k+1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ r_{n1}(k+1) \\ r_{n2}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & & & & 0 \\ & \cdot & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ 0 & & & & A_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11}(k) \\ r_{12}(k) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ r_{n1}(k) \\ r_{n2}(k) \end{bmatrix} \qquad (4.6)$$

$$u(k) = [C_1 \; C_2 \; \ldots \; C_{2n-1} C_{2n}] \; r(k) \qquad (4.7)$$

Onde: 1 - C_1, C_2 , ... , C_{2n-1}, C_{2n} são arbitrários de tal forma que o sistema acima seja observável.

2 - $$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \cos \omega_i \end{bmatrix} \qquad (4.8)$$

3 - $r(0) \neq 0$

4.2.1.2.2 - <u>Corretor</u>

O Corretor deve estar sintonizado com u(k) , então ele deve ter os mesmos autovalores da matriz A que gera o estímulo. Deste modo:

$$\begin{bmatrix} x_{11}(k+1) \\ x_{12}(k+1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{n1}(k+1) \\ x_{n2}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & A_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11}(k) \\ x_{12}(k) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{n1}(k) \\ x_{n2}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_1 \end{bmatrix} \varepsilon(k) \quad (4.9)$$

$$\nu(k) = \frac{1}{n} \left[b_1^T P_1 A_1 \dots b_1^T P_n A_n\right] x(k) + \varepsilon(k) \qquad (4.10)$$

Onde:

1 - A_i é dada por (4.8)

$$2 - P_i = \left[\begin{array}{c|c} 1 & -\cos \omega_i \\ \hline -\cos \omega_i & 1 \end{array}\right] \qquad (4.11)$$

$$3 - 1 - \cos^2 \omega_i > 0 \rightarrow |\cos \omega_i| \neq 1 \qquad (4.12)$$

$$4 - b_1^T = [0 \ 1] \qquad (4.13)$$

Observações:

1 - É fácil verificar que para os valores dados acima, o sistema dado tem uma resposta impulsiva

correspondente à um somatório de cossenos, resultado este que será usado no subitem 4.3.3.2.

2 - Nota-se que se em (4.9) e (4.10) $\varepsilon(k)$ e $\nu(k)$ forem respectivamente substituídos por $v(k)$ e $s(k)$, tem-se o Corretor que será dado por (4.52) e (4.53).

4.2.1.2.3 - Verificação das Propriedades do Corretor

1) Verificação de $A^T PA - P = -Q$

A matriz P deve ser do tipo:

$$P = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} p_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & p_n \end{bmatrix} \qquad (4.14)$$

Se a condição (4.12) é satisfeita, P é definida positiva, como se deseja. Então:

$$A^TP = \frac{1}{n}\left[\begin{array}{cccc} \begin{array}{c|c} \cos\omega_1 & -1 \\ \hline 1-2\cos^2\omega_1 & \cos\omega_1 \end{array} & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & & \begin{array}{c|c} \cos\omega_n & -1 \\ \hline 1-2\cos\omega_n & \cos\omega_n \end{array} \end{array}\right]$$

$$A^TPA = \frac{1}{n}\left[\begin{array}{cccc} \begin{array}{c|c} 1 & -\cos\omega_1 \\ \hline -\cos\omega_1 & 1 \end{array} & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & & \begin{array}{c|c} 1 & -\cos\omega_n \\ \hline -\cos\omega_n & 1 \end{array} \end{array}\right]$$

Então:

$$A^TPA - P = 0 \tag{4.15}$$

Ou seja, $Q = 0$ é semidefinida positiva e (4.3) é satisfeita.

Mas: $Q = LL^T$. Então, escolhe-se o vetor $L^T = [0\ 0\ \dots\ 0]$, pois K, que aparece em (3.8) e (3.9) assume o valor 0 para satisfazer (4.4) e (4.5).

2) Verificação de $b^T PA = c$

$$c = [b_1^T \; \dots \; b_1^T] \; \frac{1}{n} \begin{bmatrix} P_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & P_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & A_n \end{bmatrix}$$

$$c = \frac{1}{n} \; [b_1^T \; P_1 \; A_1 \; \dots \; b_1^T \; P_n \; A_n] \tag{4.16}$$

Substituindo (4.8), (4.11) e (4.12) em (4.16) encontram-se os valores que satisfazem (4.4). Assim:

$$c = \frac{1}{n} \; [-1 \quad \cos \omega_1 \; \dots \; -1 \quad \cos \omega_n] \tag{4.17}$$

3) Verificação de $b^T \, Pb = 1$

$$b^T Pb = [0 \; 1 \; \dots \; 0 \; 1] \; \frac{1}{n} \left[\begin{array}{cc|cc} \begin{array}{c|c} 1 & -\cos \omega_1 \\ \hline -\cos \omega_1 & 1 \end{array} & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & & \begin{array}{c|c} 1 & -\cos \omega_n \\ \hline -\cos \omega_n & 1 \end{array} \end{array} \right] \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$b^T \; Pb = 1 \tag{4.18}$$

De (4.18) conclui-se que a propriedade (4.5) é satisfeita para os valores escolhidos.

Comentário:

Verificou-se que com os valores escolhidos para A, b e c , bem como P, as propriedades do Corretor são satisfeitas. Chegou-se à conclusão que Q = 0 e escolheu-se $L^T = [\ 0 \ \ldots \ 0\ ]$. Deste modo o Corretor dado pertence à Classe $\mathcal{S}$ (1), e está sintonizado nas freqüências do estímulo, como se deseja.

Como o Corretor pertence à Classe $\mathcal{S}$ (1), utilizando o Teorema 3.2 para estabilizar o sistema global, encontra-se a seguinte "lei de adaptação paramétrica":

$$\hat{p}(k) = \hat{p}(k-1) + F(k)\ V(k)\ \nu(k) \qquad (4.19)$$

onde a seqüência de matrizes F(k) é dada por:

$$F(k+1) = F(k) - \frac{F(k)\,V(k)\,V^T(k)\,F(k)}{1 + V^T(k)\,F(k)\,V(k)} \quad , \; F(0) > 0 \tag{4.20}$$

O sistema realimentado, na forma padrão, encontra-se na Figura 4.1.

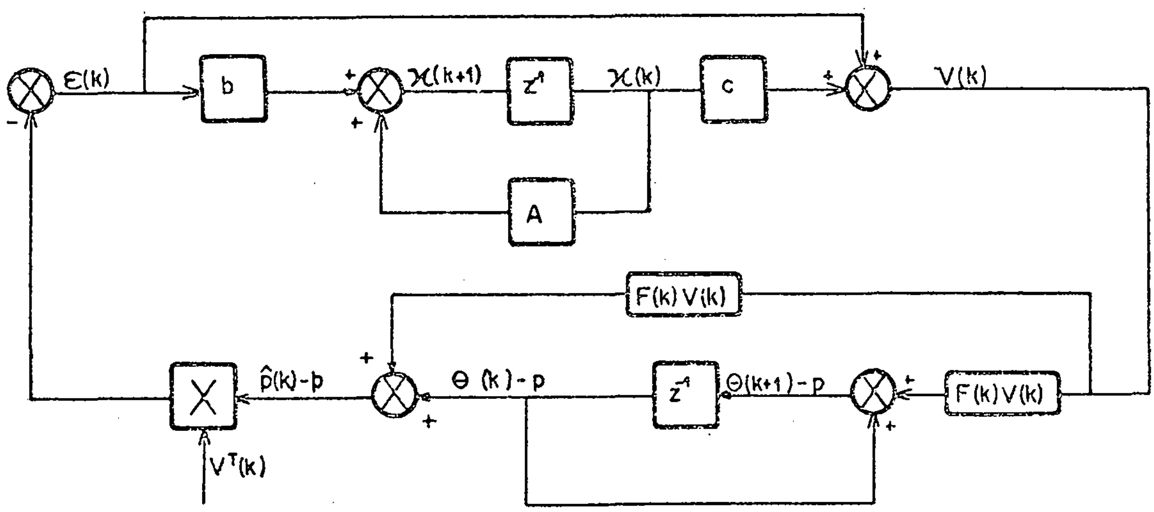


Figura 4.1 - Sistema Realimentado, na Forma Padrão.

4.2.2 - Explicitação de $\nu(k)$.

Nota-se, de (4.19) que para encontrar $\hat{p}(k)$ é necessário o conhecimento de $\nu(k)$, que é função de $\varepsilon(k)$, devido à (4.2), que por sua vez é função de $\hat{p}(k)$, como mostra (2.18). Necessita-se, então, explicitar $\nu(k)$, usando as variáveis à priori definidas no item 2.3.5 mais uma variável à priori a ser definida.

Considerando (2.22), define-se, à partir de (4.2), "Corretor à priori" como:

$$\nu_0(k) \triangleq c\ x(k) + \varepsilon_0(k) \tag{4.21}$$

Subtraindo (4.21) de (4.2), encontra-se:

$$\nu(k) - \nu_0(k) = \varepsilon(k) - \varepsilon_0(k) \tag{4.22}$$

Substituindo (2.15) e (2.22) em (4.22), tem-se:

$$\nu(k) - \nu_0(k) = y(k) - \hat{y}(k) - [y(k) - \hat{y}_0\ k]$$

$$\nu(k) - \nu_0(k) = y(k) - V^T(k)\ \hat{p}(k) - [y(k) - V^T(k)\ \hat{p}(k-1)]$$

$$\nu(k) - \nu_0(k) = - V^T(k)\ [\hat{p}(k) - \hat{p}(k-1)] \tag{4.23}$$

Mas, de (4.19):

$$\hat{p}(k) - \hat{p}(k-1) = F(k)\ V(k)\ \nu(k) \tag{4.24}$$

Substituindo (4.24) em (4.23), obtém-se:

$$\nu(k) = \frac{\nu_0(k)}{1 + V^T(k)\ F(k)\ V(k)} \tag{4.25}$$

Nota-se que em (4.25) $\nu(k)$ é explicitado em função de valores conhecidos.

4.2.3 - Prova da Convergência dos Parâmetros

Para provar que o vetor de parâmetros ajustáveis, $\hat{p}(k)$, converge para os valores desejados, ou seja, para o vetor de parâmetros a identificar, p, será utilizada uma função de Liapunov associada, contendo, como já citado anteriormente, dois termos: um relacionado à parte linear e outro à parte não-linear do sistema global da Figura 4.1.

4.2.3.1 - Lema 4.1

O desenvolvimento a seguir é necessário para a prova de um lema que será util na prova de convergência dos parâmetros. Escolhe-se, então, a seguinte Função de Liapunov:

$$L(k) = x^T(k)\ P\ x(k) + [\theta(k) - p]^T\ F^{-1}(k)\ [\theta(k) - p] \qquad (4.26)$$

onde a matriz definida positiva $F^{-1}(k)$ é dada por (3.26). A matriz P também é definida positiva.

A equação (4.26) pode ser reescrita como:

$$L(k) = L_1(k) + L_2(k) \qquad (4.27)$$

onde:

$$L_1(k) = x^T(k)\ P\ x(k) \qquad (4.28)$$

$$L_2(k) = [\theta(k) - p]^T\ F^{-1}(k)\ [\theta(k) - p] \qquad (4.29)$$

- Prova que $L(k)$ é Decrescente

Para que $L(k)$ seja decrescente, deve ser satisfeita a seguinte desigualdade:

$$L(k+1) - L(k) \leq 0 \quad , \quad \forall\, k \geq 0 \tag{4.30}$$

O lado esquerdo de (4.30) pode ser reescrito por:

$$L(k+1) - L(k) = \Delta L_1(k) + \Delta L_2(k) \tag{4.31}$$

Onde:

$$\Delta L_1(k) = L_1(k+1) - L_1(k) \tag{4.32}$$

$$\Delta L_2(k) = L_2(k+1) - L_2(k) \tag{4.33}$$

1 - Desenvolvimento de $\Delta L_1(k)$

De (4.32) e (4.28), obtém-se:

$$\Delta L_1(k) = x^T(k+1)\ P\ x(k+1) - x^T(k)\ P\ x\ (k) \tag{4.34}$$

Substituindo (4.1) em (4.34), chega-se à:

$$\Delta L_1(k) = [x^T(k)\ A^T + \varepsilon(k)\ b^T]\ P\ [A\ x(k) + b\varepsilon(k)] - x^T(k)\ \ P\ x(k)$$

$$\Delta L_1(k) = x^T(k)\ A^TPA\ x(k) + x^T(k)\ A^TPb\ \varepsilon(k) + \varepsilon(k)\ b^TPA\ x(k) + \varepsilon(k)\ b^T\ Pb\ \varepsilon(k) - $$
$$- x^T(k)\ P\ x(k)$$

$$\Delta L_1(k) = x^T(k)\ [A^TPA - P]\ x(k) + 2\ \varepsilon(k)\ b^TPA\ x(k) + \varepsilon(k)\ b^T\ Pb\ \varepsilon(k) \quad (4.35)$$

Usando (4.3), (4.4) e (4.5) em (4.35), encontra-se:

$$\Delta L_1(k) = -\ x^T(k)\ Q\ x(k) + 2\ \varepsilon(k)\ c\ x(k) + \varepsilon^2(k) \quad (4.36)$$

Somando e subtraindo $\varepsilon^2(k)$ no lado direito de (4.36):

$$\Delta L_1(k) = -\ x^T(k)\ Q\ x(k) + 2\ \varepsilon(k)\ [c\ x(k) + \varepsilon(k)] - \varepsilon^2(k) \quad (4.37)$$

Substituindo (4.2) em (4.37), obtém-se:

$$\Delta L_1(k) = -\ x^T(k)\ Q\ x(k) + 2\ \varepsilon(k)\ \nu(k) - \varepsilon^2(k) \quad (4.38)$$

2 - Desenvolvimento de $\Delta L_2(k)$

De (4.33) e (4.29), encontra-se:

$$\Delta L_2(k) = [\theta(k+1) - p]^T F^{-1}(k+1)\ [\theta(k+1) - p] - [\theta(k) - p]^T\ F^{-1}\ [\theta(k) - p] \quad (4.39)$$

Substituindo (3.26) em (4.39), chega-se à:

$$\Delta L_2(k) = [\theta(k+1) - p]^T\ [F^{-1}(k) + V(k)\ V^T(k)]\ [\theta(k+1) - p] - [\theta(k) - p]^T\ F^{-1}(k)\ [\theta(k) - p]$$

$$\Delta L_2(k) = [\theta(k+1) - p]^T F^{-1}(k)\ [\theta(k+1) - p] + [\theta(k+1) - p]^T\ V(k)\ V^T(k)$$

$$[\theta(k+1) - p] - [\theta(k) - p]^T\ F^{-1}(k)\ [\theta(k) - p] \qquad (4.40)$$

Mas:

$$\theta(k+1) - p = \hat{p}(k) - p \qquad (4.41)$$

Usando (2.18), (3.22) e (4.41) em (4.40) encontra-se:

$$\Delta L_2(k) = \{[\theta(k) - p]^T + V^T(k)\ F(k)\ \nu(k)\}\ F^{-1}(k)\ \{[\theta(k) - p] + F(k)\ V(k)\ \nu(k)\} +$$

$$+ \varepsilon^2(k) - [\theta(k) - p]^T\ F^{-1}(k)\ [\theta(k) - p]$$

$$\Delta L_2(k) = [\theta(k) - p]^T\ V(k)\ \nu(k) + \nu(k)\ V^T(k)\ [\theta(k) - p] + V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu^2(k) +$$

$$+ \varepsilon^2(k)$$

$$\Delta L_2(k) = 2\ V^T(k)\ [\theta(k) - p]\ \nu(k) + V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu^2(k) + \varepsilon^2(k) \qquad (4.42)$$

Somando e subtraindo $V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu^2(k)$ no lado direito de (4.42):

$$\Delta L_2(k) = 2\ V^T(k)\ \{[\theta(k) - p] + F(k)\ V(k)\ \nu(k)\}\ \nu(k) - V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu^2(k) +$$

$$\varepsilon^2(k) \qquad (4.43)$$

Substituindo (2.18), (3.23) e (4.41) em (4.43), obtém-se:

$$\Delta L_2(k) = -\ 2\ \varepsilon(k)\ \nu(k) - V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu^2(k) + \varepsilon^2(k) \qquad (4.44)$$

Encontrados $\Delta L_1(k)$ e $\Delta L_2(k)$, (4.38) e (4.44), respectivamente, e substituindo em (4.31), chega-se à:

$$L(k+1) + L(k) = -\ x^T(k)\ Q\ x(k) - V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu^2(k) \qquad (4.45)$$

Como Q é semidefinida positiva verifica-se (4.30), e pode-se afirmar que L(k) é "monotônica decrescente".

A partir de (4.26) pode-se afirmar que L(k) é "limitada inferiormente", pois P e $F^{-1}(k)$ são definidas positivas.

Das duas afirmações anteriores conclui-se que L(k) "converge" |16,17|.

Como o sistema global da Figura 4.1 é uma aplicação do Teorema 3.2, conclui-se que o Estado do Corretor é limitado. Então, de (4.1), $\varepsilon(k)$ também é limitado e de (4.2) a saída do corretor, $\nu(k)$, também é limitada.

Lema 4.1 : $$\lim_{k\to\infty} \|F(k)\ V(k)\ \nu(k)\| \to 0 \qquad (4.46)$$

A prova deste Lema encontra-se no Apêndice C.

Usando o Lema 4.1 em (4.24) conclui-se que a diferença $\hat{p}(k) - \hat{p}(k-1)$ tende a zero quando k tende a infinito. Então $\hat{p}(k)$ tende à $\hat{p}(k-1)$ em regime permanente.

O sinal de identificação, u(k), deve conter um número finito de frequências proporcional aos parâmetros a identificar |1,2| e pode ser escrito como:

$$u(k) = k_1 \cos(\omega_1 k + \phi_1) + \ldots + k_j \cos(\omega_j k + \phi_j) \tag{4.47}$$

Onde:

k_j - amplitudes constantes de cada cosseno;

ω_j - freqüências em |rad|;

ϕ_j - ângulos de defasagens.

Como u(k) é entrada para o processo linear descrito por (2.13) e é composto de várias freqüências, a saída y(k) contém estas mesmas freqüências. Conseqüentemente $V^T(k)$ é formado por estas mesmas frequências, como se pode verificar por (2.17.c). Suponha que $\hat{p}(k) - p$ é diferente de zero em regime permanente. Assim, o produto $V^T(k)\ [\hat{p}(k) - p]$ terá as mesmas freqüências de $V^T(k)$, e conseqüentemente, $\varepsilon(k)$ também as possuirá, como mostra (2.18).

$\varepsilon(k)$ é entrada para o Corretor, que deve estar sintonizado nas freqüências de u(k), e desta forma a saída do corretor, $\nu(k)$, será:

$$\begin{aligned} \nu(k) = {} & m_{11} \cos(\omega_1 k + \phi_{11}) + \ldots + m_{j1} \cos(\omega_j k + \phi_{j1}) + \\ & + m_{12}\, k \cos(\omega_1 k + \phi_{12}) + \ldots + m_{j2} k \cos(\omega_j k + \phi_{j2}) \end{aligned} \tag{4.48}$$

Onde:

m_{ji} - amplitudes constantes;

ϕ_{ji} - ângulos de defasagem.

A equação (4.48) afirma que a saída do Corretor não é limitada, o que contradiz a conclusão de estabilidade. A hipótese de $\hat{p}(k) - p$ diferente de zero deve ser descartada e conclui-se que $\hat{p}(k)$ deve convergir para p, ou seja, "há identificação".

4.2.4 - Convergência dos Parâmetros quando o Processo está Sujeito à Perturbações

Provou-se que os parâmetros identificados convergem para os valores desejados para um processo não perturbado. Considerando, então, o processo descrito pela seguinte equação:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{n} a_i\, y(k-i) + \sum_{j=0}^{m} b_j\, u(k-j) + \xi(k) \qquad (4.49)$$

Onde:

$\xi(k)$ = perturbação

Usando (4.36), a Equação Dinâmica do Erro dada por (2.18) pode ser reescrita como:

$$\varepsilon(k) = - V^T(k)\ [\hat{p}(k) - p] + \xi(k) \qquad (4.50)$$

Deste modo, pode-se redesenhar o sistema realimentado da Figura 4.1 como segue:

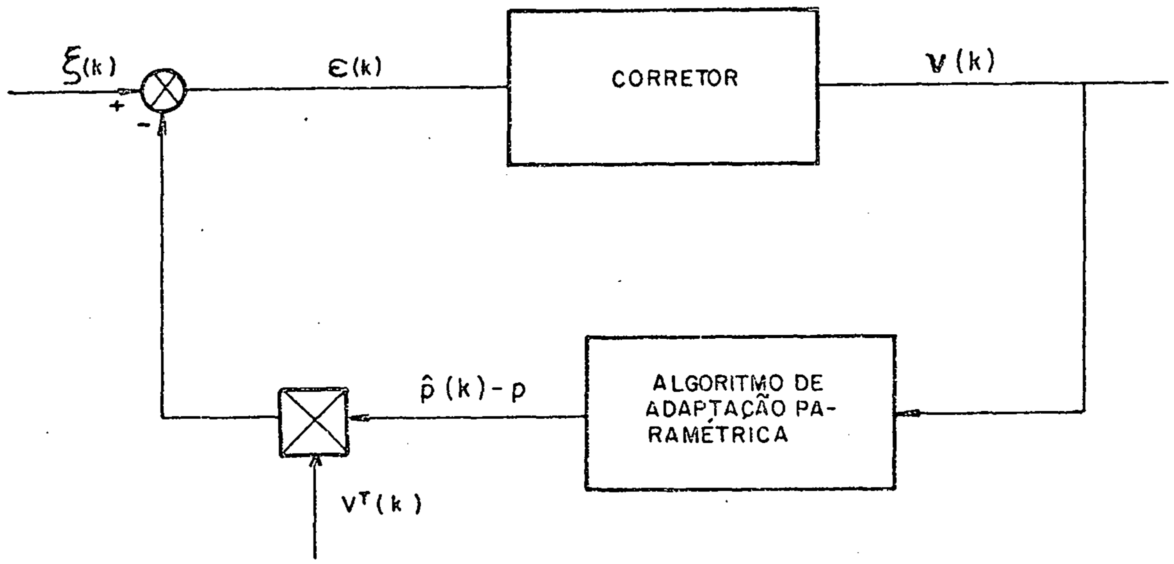


Figura 4.2 - Sistema Realimentado para um Processo Sujeito à Perturbações.

$\xi(k)$ pode ser um ruído ou uma perturbação determinística. Se esta perturbação for limitada e não instabilizar o sistema da Figura 4.2, pode-se afirmar que $x(k)$, $\varepsilon(k)$ e $\nu(k)$ continuam sendo limitados, e deverá haver identificação, pelos mesmos motivos citados no subitem anterior. Tem-se, então, um algoritmo robusto de identificação paramétrica.

Se $\xi(k) = \cos \omega_p k$, o sinal de estímulo tem que ser do tipo:

$$u(k) = \sum_{i=1}^{n} k_i \cos(\omega_i k + \phi_i) \tag{4.51}$$

Onde:

$\omega_i \neq \omega_p + n2\pi$, pois em caso contrário a perturbação estará se confundindo com o estímulo. Este fato acarretaria em uma identificação errônea dos parâmetros.

4.3 - Identificador 2 |19|

Desenvolve-se neste item o projeto de um segundo identificador com as características citadas no item 4.1.

Considere o Algoritmo Série-Paralelo, dado no Capítulo 2, descrito pelas equações (2.13) à (2.18)

4.3.1 - Corretor

Considere um Corretor sintonizado nas freqüências do estímulo, descrito pelas seguintes equações:

$$x(k+1) = A\,x(k) + bv(k) \tag{4.52}$$

$$s(k) = c\,x(k) + v(k) \tag{4.53}$$

O Corretor atua sobre $\varepsilon(k)$ através de:

$$v(k) = \frac{a}{(k+a)^{\rho}}\,\varepsilon(k) \tag{4.54}$$

E sobre a saída do Corretor tem-se:

$$\nu(k) = \frac{a}{(k + a)^{\rho}} \quad s(k) \qquad (4.55)$$

Onde:

$$a > 0$$

$$0{,}5 < \rho \leq 1 \qquad (4.56)$$

4.3.1.1 - Propriedades do Corretor e Lei de Adaptação Paramétrica

O Corretor deve pertencer à Classe $\mathcal{L}(1)$ e são válidas as propriedades dadas por (4.3), (4.4) e (4.5).

São válidos, neste caso, os valores verificados no subitem 4.2.1.2.

Como o Corretor pertence à Classe $\mathcal{L}$ (1), considerando-se as igualdades (4.54) e (4.55) e utilizando o Teorema 3.3 para estabilizar o sistema global, encontra-se a seguinte "lei de adaptação paramétrica":

$$\hat{p}(k) = \hat{p}(k-1) + F(k)\ V(k)\ \nu(k) \qquad (4.57)$$

onde a seqüência de matrizes F(k) é dada por:

$$F(k+1) = F(k) + \frac{a^2}{(k+a)^{2\rho}} \quad \frac{F(k)\ V(k)\ V^T(k)\ F(k)}{1 + \dfrac{a^2}{(k+a)^{2\rho}}\ V^T(k)\ F(k)\ V(k)}, \quad F(0) > 0$$

(4.58)

O sistema realimentado, na forma padrão, encontra-se na Figura 4.3.

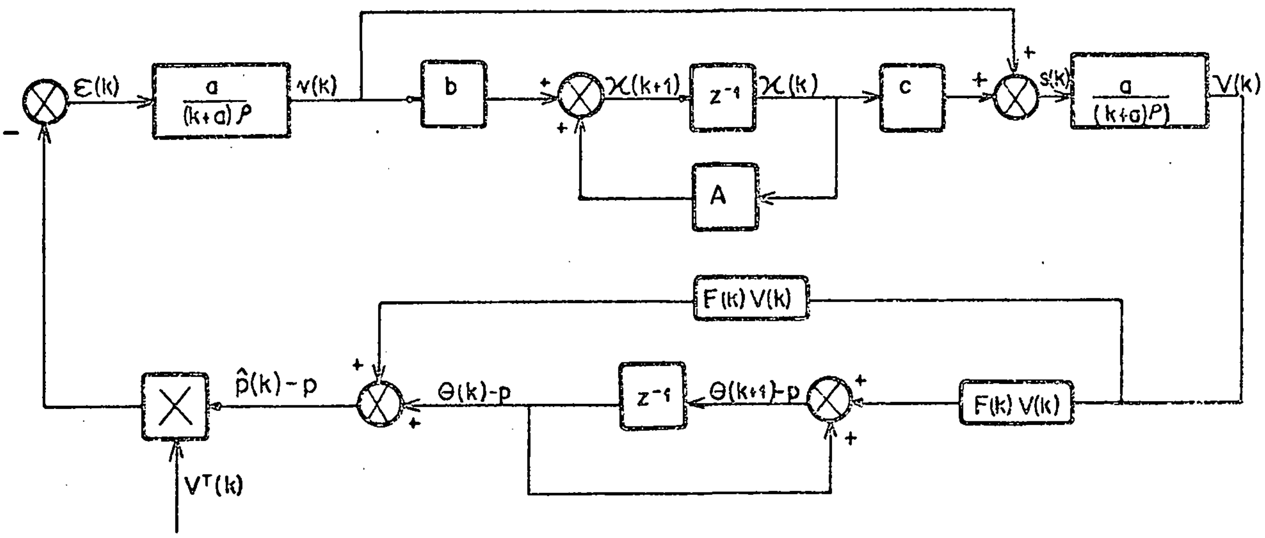


Figura 4.3 - Sistema Realimentado, na Forma Padrão.

4.3.2 - Explicitação de $\nu(k)$

Nota-se, de (4.57), e como no caso anterior, que para encontrar $\hat{p}(k)$ é necessário o conhecimento de $\nu(k)$, que é função de $\varepsilon(k)$, devido à (4.55), (4.54) e (4.53), que por sua vez é função de $\hat{p}(k)$ como mostra (2.18). Necessita-se, então, explicitar $\nu(k)$, usando as variáveis à priori definidas no subitem 2.3.5 mais uma variável à priori a ser definida.

Considerando-se (2.22), faz-se a partir de (4.54):

$$v_0(k) \triangleq \frac{a}{(k+a)^\rho} \varepsilon_0(k) \tag{4.59}$$

E, a partir de (4.53):

$$s_0(k) \triangleq c\, x(k) + v_0(k) \tag{4.60}$$

Definindo-se, a partir de (4.55), "Corretor à priori" como:

$$\nu_0(k) = \frac{a}{(k+a)^\rho} s_0(k) \tag{4.61}$$

Subtraindo (4.61) de (4.55), encontra-se:

$$\nu(k) - \nu_0(k) = \frac{a}{(k+a)^\rho} [s(k) - s_0(k)] \tag{4.62}$$

Substituindo (4.60) e (4.53) em (4.62), obtém-se:

$$\nu(k) - \nu_0(k) = \frac{a}{(k+a)^\rho} [v(k) - v_0(k)| \tag{4.63}$$

Substituindo (4.59), (4.54), (2.22) e (2.15) em (4.63) tem-se:

$$\nu(k) - \nu_0(k) = \frac{a^2}{(k+a)^{2\rho}} \{y(k) - \hat{y}(k) - [y(k) - \hat{y}_0 k]\}$$

$$\nu(k) - \nu_0(k) = \frac{a^2}{(k+a)^{2\rho}} \{y(k) - V^T(k)\,\hat{p}(k) - [y(k) - V^T(k)\,\hat{p}(k-1)]\}$$

$$\nu(k) - \nu_0(k) = -\frac{a^2}{(k+a)^{2\rho}} V^T(k)\,[\hat{p}(k) - \hat{p}(k-1)] \tag{4.64}$$

A partir de (4.57) obtém-se (4.24), que substituída em (4.64), dá:

$$\nu(k) = \frac{\nu_0(k)}{1 + \dfrac{a^2}{(k+a)^{2\rho}} V^T(k)\, F(k)\, V(k)} \tag{4.65}$$

Nota-se que em (4.65) $\nu(k)$ é explicitado em função de valores conhecidos.

4.3.3 - Prova da Convergência dos Parâmetros

Seguindo os mesmos passos do caso anterior para provar a convergência do vetor de parâmetros ajustáveis para os valores desejados, será utilizada uma função de Liapunov associada ao sistema da Figura 4.3, semelhante à função (4.26).

4.3.3.1 - Lema 4.2

O desenvolvimento a seguir, de maneira semelhante ao do subitem 4.2.3.1, é necessário para a prova de um lema que também será útil na prova da convergência dos parâmetros para es te caso. Escolhe-se, então a seguinte função de Liapunov.

$$L'(k) = x^T(k)\ P\ x(k) + [\theta(k) - p]^T F^{-1}(k)\ [\theta(k) - p] \qquad (4.66)$$

onde a matriz definida positiva $F^{-1}(k)$ é dada por (3.45). A matriz P também é definida positiva.

A equação (4.66) pode ser reescrita como:

$$L'(k) = L_1'(k) + L_2'(k) \qquad (4.67)$$

Onde:

$$L_1'(k) = x^T(k)\ P\ x(k) \qquad (4.68)$$

$$L_2'(k) = [\theta(k) - p]^T\ F^{-1}(k)\ [\theta(k) - p] \qquad (4.69)$$

- <u>Prova que $L'(k)$ é decrescente</u>

Para que $L'(k)$ seja decrescente, deve ser satisfeita a seguinte desigualdade:

$$L'(k+1) - L'(k) \leq 0 \quad , \quad \forall\ k \geq 0 \qquad (4.70)$$

O lado esquerdo de (4.70) pode ser reescrito por:

$$L'(k+1) - L'(k) = \Delta L_1'(k) + \Delta L_2'(k) \qquad (4.71)$$

Onde:

$$\Delta L_1'(k) = L_1'(k+1) - L_1'(k) \tag{4.72}$$

$$\Delta L_2'(k) = L_2'(k+1) - L_2'(k) \tag{4.73}$$

1 - <u>Desenvolvimento de</u> $\Delta L_1'(k)$

De (4.72) e (4.68) obtêm-se:

$$\Delta L_1'(k) = x^T(k+1)\ P\ x(k+1) - x^T(k)\ P\ x(k) \tag{4.74}$$

Substituindo (4.52) em (4.74) chega-se à:

$$\Delta L_1'(k) = [x^T(k)\ A^T + v^T(k)\ b^T]\ P\ [A\ x(k) + b\ v(k)] - x^T(k)\ P\ x(k)$$

$$\Delta L_1'(k) = x^T(k)\ A^T\ PA\ x(k) + v^T(k)\ b^T\ PA\ x(k) + x^T(k)\ A^T\ Pb\ v(k) + $$
$$+ v^T(k)\ b^T\ Pb\ v(k) - x^T(k)\ P\ x(k)$$

$$\Delta L_1'(k) = x^T(k)\ [A^T\ PA - P]\ x(k) + 2\ v(k)\ b^T\ PA\ x(k) + v^T(k)\ b^T\ Pb\ v(k) \tag{4.75}$$

Usando (4.3), (4.4) e (4.5) em (4.75), encontra-se:

$$\Delta L_1'(k) = -\ x^T(k)\ Q\ x(k) + 2\ v(k)\ c\ x(k) + v^2(k) \tag{4.78}$$

Somando e subtraindo $v^2(k)$ no lado direito de (4.76):

$$\Delta L_1'(k) = - x^T(k)\ Q\ x(k) + 2\ v(k)\ [\ c\ x(k) + v(k)] - v^2(k) \tag{4.77}$$

Substituindo (4.53) em (4.77), obtém-se:

$$\Delta L_1'(k) = - x^T(k)\ Q\ x(k) + 2\ v(k)\ s(k) - v^2(k) \tag{4.78}$$

Usando (4.54) e (4.55), encontra-se:

$$s(k)\ v(k) = \nu(k)\ \varepsilon(k) \tag{4.79}$$

Então:

$$\Delta L_1'(k) = - x^T(k)\ Q\ x(k) + 2\ \nu(k)\ \varepsilon(k) - \frac{a^2}{(k+a)^{2\rho}}\ \varepsilon^2(k) \tag{4.80}$$

2 - Desenvolvimento de $\Delta L_2'(k)$

De (4.73) e (4.69), encontra-se:

$$\Delta L_2'(k) = [\theta(k+1) - p]^T\ F^{-1}(k+1)\ [\theta(k+1)-p] - [\theta(k) - p]^T\ F^{-1}(k)\ [\theta(k) - p] \tag{4.81}$$

Substituindo (3.45) em (4.81), chega-se à:

$$\Delta L_2'(k) = [\theta(k+1) - p]^T \left[F^{-1}(k) + \frac{a^2}{(k+a)^{2\rho}} V(k) V^T(k) \right] [\theta(k+1) - p] -$$

$$- [\theta(k) - p] F^{-1}(k) [\theta(k) - p]$$

$$\Delta L_2'(k) = [\theta(k+1) - p]^T F^{-1}(k) [\theta(k+1) - p] + [\theta(k+1) - p]^T \frac{a^2}{(k+a)^{2\rho}} V(k) V^T(k)$$

$$[\theta(k+1) - p] - [\theta(k) - p]^T F^{-1}(k) [\theta(k) - p] \qquad (4.82)$$

$$\text{Mas:} \quad \theta(k+1) - p = \hat{p}(k) - p \qquad (4.83)$$

Usando (2.18), (3.35) e (4.83) em (4.82), encontra-se:

$$\Delta L_2'(k) = \{[\theta(k) - p]^T + V^T(k) F(k) \nu(k)\} F^{-1}(k) \{[\theta(k) - p] + F(k) V(k) \nu(k)\} -$$

$$- \frac{a^2}{(k+a)^{2\rho}} \varepsilon(k) - [\theta(k) - p]^T F^{-1}(k) [\theta(k) - p]$$

$$\Delta L_2'(k) = [\theta(k) - p]^T V(k) \nu(k) + \nu(k) V^T(k) [\theta(k) - p] + V^T(k) F(k) V(k) \nu^2(k) +$$

$$+ \frac{a^2}{(k+a)^{2\rho}} \varepsilon^2(k)$$

$$\Delta L_2'(k) = 2 V^T(k) [\theta(k) - p] \nu(k) + V^T(k) F(k) V(k) \nu^2(k) + \frac{a^2}{(k+a)^{2\rho}} \varepsilon^2(k)$$

$$(4.84)$$

Somando e subtraindo $V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu^2(k)$ no lado direito de (4.84):

$$\Delta L_2'(k) = 2\ V^T(k)\ \{[\theta(k) - p] + F(k)\ V(k)\ \nu(k)\}\ \nu(k) - V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu(k) + \frac{a^2}{(k+a)^{2\rho}}\ \varepsilon^2(k) \quad (4.85)$$

Usando (2.18), (3.36) e (4.83) em (4.85), obtém-se:

$$\Delta L_2'(k) = -\ 2\ \varepsilon(k)\ \nu(k) - V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu(k) + \frac{a^2}{(k+a)^{2\rho}}\ \varepsilon^2(k) \quad (4.86)$$

Encontrados $\Delta L_1'(k)$ e $\Delta L_2'(k)$, (4.80) e (4.86), respectivamente, e substituindo em (4.71), chega-se à:

$$L'(k+1) - L'(k) = -\ x^T(k)\ Q\ x(k) - V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu^2(k) \quad (4.87)$$

Como Q é semidefinida positiva verifica-se (4.70), e pode-se afirmar que $L'(k)$ é "monotônica decrescente".

A partir de (4.66) pode-se afirmar que $L'(k)$ é "Limitada inferiormente", pois P e $F^{-1}(k)$ são definidas positivas.

Das duas afirmações anteriores conclui-se que $L'(k)$ "converge" |16,17|.

Como o sistema global da Figura 4.3 é uma aplicação do Teorema 3.3, conclui-se que o Estado do Corretor é limitado. Então, de (4.52), v(k) que é entrada para o Corretor, tam bém é limitada e de (4.53) a saída do Corretor, s(k), também é limitada.

Lema 4.2 : $\lim_{k \to \infty} \| F(k)\ V(k)\ \nu(k) \| \to 0$ (4.88)

A prova deste Lema também encontra-se no Apêndice C.

Como (4.24) também é válida para este caso, aplicando o Lema 4.2, conclui-se que a diferença $\hat{p}(k) - \hat{p}(k-1)$ tende a zero quando k tende a infinito. Então $\hat{p}(k)$ tende a $\hat{p}(k-1)$ em regime permanente.

Como u(k), descrito por (4.47), é entrada para o processo linear descrito por (2.13) e é composto de várias freqüências, a saída y(k) contém estas mesmas freqüências. conseqüentemente $V^T(k)$ é formado por estas mesmas freqüências, como se pode verificar por (2.17.c). Suponha que $\hat{p}(k) - p$ é diferente de zero em regime permanente. Assim o produto $V^T(k)\ [\hat{p}(k) - p]$ terá as mesmas freqüências de $V^T(k)$ e, conseqüentemente, $\varepsilon(k)$ também as possuirá, como mostra (2.18). A entrada do corretor, dada por (4.54), será, então, do tipo:

$$v(k) = \left[k_1 \cos(\omega_1 k + \phi_1) + \ldots + k_j \cos(\omega_j k + \phi_j)\right] \frac{a}{(k+a)^\rho} \qquad (4.89)$$

Com a entrada do Corretor dada por (4.89) será visto que a saída do Corretor será não-limitada, ou seja, $s(k) \to \infty$.

4.3.3.2 - Prova que $s(k) \to \infty$ Quando $v(k)$ é dada por (4.89)

Considere o seguinte diagrama:

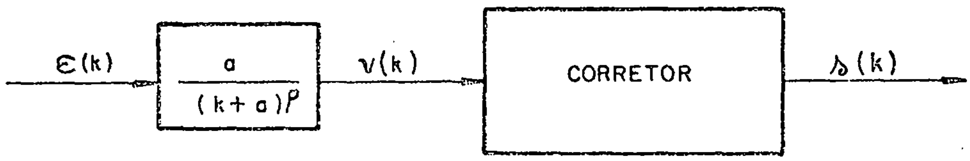


Figura 4.4 - Diagrama Correspondente à Parte Linear do Sistema da Figura 4.3.

Sabe-se que:

$$s(k) = h(k) * v(k) \tag{4.90}$$

Onde $h(k)$ é a resposta impulsiva do Corretor.

Então:

$$s(k) = \sum_{j=0}^{\infty} h(k-j)\, v(j) = \sum_{j=0}^{k} h(k-j)\, v(j) \tag{4.91}$$

Desenvolvendo (4.91), encontra-se:

$$s(k) = h(0)\, v(k) + h(1)\, v(k-1) + \ldots + h(k)\, v(0) \tag{4.92}$$

Mas $h(k)$ é do tipo:

$$h(k) = b_1 \cos \omega_1 k + b_2 \cos \omega_2 k + \ldots + b_j \cos \omega_j k \qquad (4.93)$$

Onde: b_j são valores constantes.

Pode-se decompor v(k) em:

$$v(k) = v_1(k) + v_2(k) + \ldots + v_j(k) \qquad (4.94)$$

Como o Corretor é um sistema linear, sua saída à (4.94) será:

$$s(k) = s_1(k) + s_2(k) + \ldots + s_j(k) \qquad (4.95)$$

Onde: $s_j(k)$ é a resposta do Corretor à $v_j(k)$

Considerando um sinal senoidal do tipo:

$$\hat{v}_i(k) = a_i \cos \omega_i k \qquad (4.96)$$

Onde: a_i = amplitude constante

ω_i = freqüência

A resposta do Corretor à (4.96) será, usando (4.92)

$$\hat{s}_i(k) = h(0)\ \hat{v}_i(k) + h(1)\ \hat{v}_i(k-1) + \ldots + h(k)\ \hat{v}_i(0) \qquad (4.97)$$

Considerando o período de (4.96) como um múltiplo inteiro do período de amostragem, existe um inteiro M_i tal que:

$$\cos(\omega_i + 0) = \cos(\omega_i M_i) = \cos(\omega_i 2 M_i) = \dots$$

$$\cos(\omega_i + 1) = \cos(\omega_i (M_i + 1)) = \cos(\omega_i (2M_i + 1) = \dots$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$\cos(\omega_i + k) = \cos(\omega_i (M_i + k)) = \cos(\omega_i (2 M_i + k)) = \dots \quad (4.98)$$

Também existe um inteiro M tal que:

$$h(0) = h(M) = h(2M) = \dots$$

$$h(1) = h(M + 1) = h(2M + 1) = \dots$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$h(k) = h(M + k) = h(2M + k) = \dots \quad (4.99)$$

De (4.98):

$$\hat{v}_i(0) = \hat{v}_i(M_i) = \hat{v}_i(2M_i) = \dots = \hat{v}_i(MM_i) = \dots = \hat{v}_i(2MM_i) = \dots$$

$$\dots = v_i(3MM_i) = \dots \quad (4.100)$$

De (4.99):

$$h(0) = h(M) = h(2M) = \dots = h(MM_i) = \dots h(2MM_i) = \dots = h(3MM_i) = \dots \quad (4.101)$$

A partir de (4.100) e (4.101) pode-se escrever que:

$$h(0) = h(MM_i) = h(2MM_i) = \dots = h(NMM_i) \quad (4.102)$$

$$\hat{v}(0) = \hat{v}_i(MM_i) = \hat{v}_i(2MM_i) = \dots = \hat{v}_i(NMM_i) \quad (4.103)$$

Assim, $\hat{s}_i$ no ponto NMM_i, onde N é um inteiro, é:

$$\hat{s}_i(NMM_i) = h(0)\ \hat{v}_i(NMM_i) + h(1)\ \hat{v}_i(NMM_i - 1) + \ldots + h(MM_i)\ \hat{v}_i((N-1)MM_i) + \ldots$$

$$+ h(2MM_i)\ \hat{v}_i((N-2)MM_i) + \ldots + h(NMM_i)\ \hat{v}_i(0) \qquad (4.104)$$

O sinal $\hat{s}_i(NMM_i)$ pode ser escrito como:

$$\hat{s}_i(NMM_i) = h(0)\ \hat{v}_i(NMM_i) + h(MM_i)\ \hat{v}_i((N-1)MM_i) + h(2MM_i)\ \hat{v}_i((N-2)MM_i) + \ldots$$

$$+ h(NMM_i)\ \hat{v}_i(0) + r_1\ (NMM_i) \qquad (4.105)$$

Onde: r_1 é um resto.

Considerando, agora, que:

$$v_i(k) = \frac{a}{(k+a)^{\rho}}\ \hat{v}_i(k) \qquad (4.106)$$

A resposta do Corretor à (4.106) será, considerando (4.105), (4.100) e (4.101):

$$s_i(NMM_i) = h(0)\ \hat{v}_i(0) \left[\frac{a}{(NMM_i + a)^{\rho}} + \frac{a}{((N-1)MM_i + a)^{\rho}} + \frac{a}{((N-2)MM_i + a)^{\rho}} + \right.$$

$$\left. \ldots + \frac{a}{a^{\rho}} \right] + r\ (NMM_i) \qquad (4.107)$$

Onde: r é um resto.

O termo entre colchetes em (4.107) é a série harmônica, que diverge para valores de ρ dentro do intervalo dado por (4.56). Deste modo, cada termo do estímulo gera uma resposta no Corretor que tende a um valor não limitado.

A conclusão anterior afirma que a saída do corretor é não-limitada, o que é uma contradição à conclusão de estabilidade. A hipótese de de $\hat{p}(k) - p$ diferente de zero deve ser descartada e conclui-se, como no caso anterior, que $\hat{p}(k)$ deve convergir para p, ou seja, "há identificação".

4.3.4 - Convergência dos Parâmetros quando o Processo está Sujeito à Perturbações

Provou-se, como no caso anterior, que os parâmetros identificados convergem para os valores desejados para um processo não-perturbado. Considerando o processo descrito por (4.49), pode-se redesenhar, a partir de (4.50), o sistema realimentado da Figura (4.3) como segue:

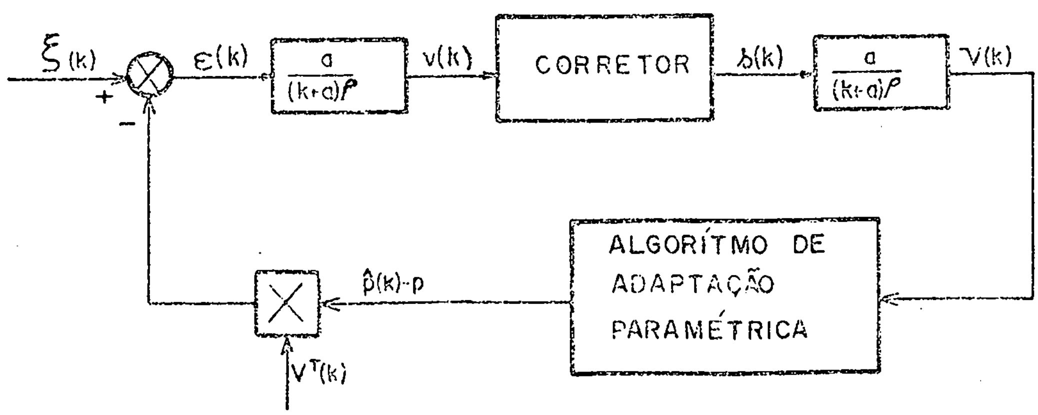


Figura 4.5 - Sistema Realimentado Sujeito à Perturbações.

$\xi(k)$, como no caso anterior, pode ser um ruído ou uma perturbação determinística. Se a perturbação foi limitada e não instabilizar o sistema da Figura 4.5, pode-se concluir que $x(k)$, $v(k)$ e $s(k)$ continuam sendo limitados e deverá haver identificação pelos mesmos motivos citados no item anterior.

A diferença básica entre o identificador 1 e 2 pode ser vista na Figura 4.5. Como o ganho $\frac{a}{(k+a)^{\rho}}$ é decrescente no tempo, a influência de $\xi(k)$ também fica decrescente no tempo. Assim, quando o tempo tende para infinito, a influência da perturbação no algoritmo tende a desaparecer.

É também válida a afirmação feita em relação à (4.51) no subitem 4.2.4.

4.4 - Resumo dos Métodos Propostos de Identificação

Neste item é apresentado o resumo dos dois métodos de identificação paramétrica desenvolvidos no Capítulo. Deste modo, como se pode verificar, é fácil implementá-los em computador digital.

4.4.1 - Método 1

1) Processo:

$$y(k) = p^T V(k)$$

Onde:

$$p^T \triangleq |a_1 \; \dots \; a_n \; b_0 \; \dots \; b_m|$$

$$V^T(k) \triangleq |y(k-1) \; \dots \; y(k-n) \; u(k) \; \dots \; u(k-m)|$$

2) Modelo Ajustável:

$$\hat{y}(k) = \hat{p}^T(k)\ V(k)$$

Onde: $$\hat{p}^T(k) = [\hat{a}_1(k)\ \ldots\ \hat{a}_n(k)\ \hat{b}_0(k)\ \ldots \hat{b}_m(k)]$$

3) Equação do Erro

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k)$$

4) Corretor

$$x(k+1) = A\ x(k) + b\ \varepsilon(k)$$

$$\nu(k) = c\ x(k) + \varepsilon(k)$$

onde a matriz A e os vetores b e c são aqueles dados no item 4.4.

5) Lei de Adaptação

$$\varepsilon_0(k) = y(k) - p^T(k-1)\ V(k)$$

$$\nu_0(k) = c\ x(k) + \varepsilon_0(k)$$

$$\nu(k) = \frac{\nu_0(k)}{1 + V^T(k)\ F(k)\ V(k)}$$

$$\hat{p}(k) = \hat{p}(k-1) + F(k)\ V(k)\ \nu(k)$$

$$F(k+1) = F(k) - \frac{F(k)\ V(k)\ V^T(k)\ F(k)}{1 + V^T(k)\ F(k)\ V(k)} \quad , \quad F(0) > 0$$

4.4.2 - Método 2

Usando-se o mesmo procedimento que se chegou à Figura 3.8, pode-se desenhar o diagrama padrão do método 2 sob a seguinte forma:

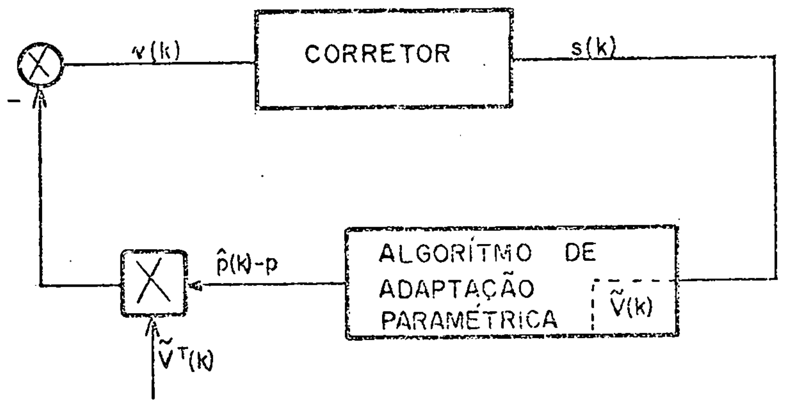


Figura 4.6 - Sistema Equivalente ao da Figura 4.3.

Onde:

$$\tilde{V}(k) = \frac{a}{(k+a)^{\rho}}\ V^T(k) \quad , \quad 0.5 < \rho < 1$$

1) Processo:

$$y(k) = p^T(k) \quad V(k)$$

2) Modelo Ajustável:

$$\hat{y}(k) = \hat{p}^T(k)\ \tilde{V}(k)$$

3) Equação do Erro:

$$v(k) = \frac{a}{(k+a)^\rho}\ y(k) - \hat{y}(k)$$

4) Corretor:

$$x(k+1) = A\ x(k) + b\ v(k)$$

$$s(k) = c\ x(k) + v(k)$$

5) Lei de Adaptação:

$$v_0(k) = \frac{a}{(k+a)^\rho}\ y(k) - p^T(k-1)\ \tilde{V}(k)$$

$$s_0(k) = c\ x(k) + v_0(k)$$

$$s(k) = \frac{s_0(k)}{1 + \tilde{V}^T(k)\ F(k)\ \tilde{V}(k)}$$

$$\hat{p}(k) = \hat{p}(k-1) + F(k)\ \tilde{V}(k)\ s(k)$$

$$F(k+1) = F(k) - \frac{F(k)\ \tilde{V}(k)\ \tilde{V}^T(k)\ F(k)}{1 + \tilde{V}^T(k)\ F(k)\ \tilde{V}(k)}$$

4.5 - Conclusão

Neste Capitulo foram apresentados dois métodos de identificação paramétrica cuja principal característica é a eliminação de perturbações, estocásticas e/ou determinísticas.

A estrutura escolhida para ambos os métodos foi a Série-Paralelo. Considerando-se, então, o Algoritmo Série Paralelo de Landau, utiliza-se um Corretor sintonizado nas freqüências do estímulo e pertencente à Classe $\mathcal{B}(1)$, definida no Capítulo 3, atuando na parte linear do sistema global sobre $\varepsilon(k)$. Desta maneira, utilizando-se as aplicações do Teorema de Estabilidade para uma Classe de Sistemas Realimentados, dados também no Capítulo 3, garante-se a estabilidade dos sistemas realimentados.

Para provar a convergência dos parâmetros identificados quando o processo não está sujeito à perturbações, foram escolhidas funções de Liapunov que permitiram provar um lema para cada caso. A partir destes lemas e da propriedade de sintonia do Corretor conclui-se que para que os sistemas das figuras 4.1 e 4.3 sejam estáveis deve haver identificação. Deste modo foi também possível derivar as leis de adaptação paramétrica, que utilizam a seqüência de matrizes a Ganho Decrescente, que possui boas propriedades de convergência |1,2,3,4,6|.

Então conclui-se que estes identificadores também funcionam quando o processo a ser identificado está sujeito à perturbações limitadas que não instabilizam os algoritmos.

Através da verificação das propriedades do Corretor foram escolhidos os valores da matriz de Transição de Estados, do vetor de acoplamento da Entrada e do vetor de saída do corretor.

Pelos resumos apresentados verifica-se que os algoritmos são de fácil implementação em computador digital e que em ambos os métodos não é necessário o pré-conhecimento dos parâmetros a serem identificados.

C A P I T U L O 5

SIMULAÇÃO DIGITAL

5.1 - Introdução

Neste Capítulo são apresentados os resultados das simulações em computador digital dos métodos de identificação apresentados neste trabalho. O objetivo é avaliar comparativamente o desempenho dos novos identificadores dados no Capítulo 4, com os identificadores dados no Capítulo 2 e em |6|. Deste modo comprova-se que os identificadores propostos apresentam um bom desempenho em ambiente determinístico e/ou estocástico.

As simulações, puramente digitais, foram realizadas num minicomputador PDP 11/40 e os resultados foram obtidos sob a forma de Tabelas e Gráficos. A avaliação do comportamento dos algoritmos é feita através de medidas de desempenho, como distâncias paramétricas e relação ruído/sinal.

O Capítulo encontra-se assim dividido: No item subsequente são tecidas considerações sobre a programação e equipamentos utilizados. No item 4.3 são definidas as medidas de desempenho; a seguir são mostrados os resultados e finalmente são apresentadas as conclusões.

5.2 - Considerações sobre a Programação e Equipamentos Utilizados

Implementou-se, no minicomputador PDP 11/40 os seguintes algoritmos de identificação paramétrica: Série-Paralelo e Paralelo-Extendido, dados no Capítulo 2; método Paralelo com Vetor de Parâmetros Ajustáveis Extendido, dado em |6|; e os dois métodos de identificação propostos no Capítulo 4.

A linguagem escolhida foi a FORTRAN, que se presta para redigir programas voltados à aplicações técnicas e científicas. Os cálculos envolvendo variáveis reais foram realizados em dupla-precisão, pensando-se numa melhor convergência dos algoritmos.

A programação dos algoritmos foi baseada na Tabela 2.1 e no item 4.4. Assim sendo, o programa de simulação é composto de uma rotina de entrada de dados, de rotinas de inicializações e atualizações, das rotinas de cálculo dos algoritmos, e uma rotina de armazenamento e saída de dados. Um programa para traçado no ploter analógico é usado como apoio e objetiva apresentar curvas de Distância Paramétrica e Distância Paramétrica dos Valores Médios.

O computador usado foi o minicomputador PDP 11/40, da Digital Corporation, locado no Laboratório de Controle e Microinformática Marcos Cardoso Filho, do Departamento de Engenharia Elétrica de UFSC. Este computador é apropriado como dispositivo de computação em tempo real e também como componente de sistemas de controle e instrumentação. Descrições mais detalhadas do minicomputador e periféricos encontram-se em |12| e |14|.

Como dispositivo de saída de dados sob a forma de curvas foi usado o ploter Analógico do mesmo Laboratório.

5.3 - Definição das Medidas de Desempenho

Para avaliar o desempenho dos identificadores, usa-se as seguintes medidas:

5.3.1 - Distâncias Paramétricas

A Distância Paramétrica, que representa a distância dos parâmetros do processo e dos parâmetros do modelo ajustável, é definida pela seguinte expressão:

$$DP(k) = \frac{1}{(n+m)} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (a_i - \hat{a}_i(k))^2 + \sum_{j=0}^{m} (b_j - \hat{b}_j(k))^2} \quad (5.1)$$

Onde:

a_i e b_j são os parâmetros do processo.

$\hat{a}_i(k)$ e $\hat{b}_j(k)$ são os parâmetros identificados.

Outra medida de desempenho usada é a Distância Paramétrica dos Valores Médios, que representa a distância dos parâmetros do processo e dos valores médios dos parâmetros do modelo ajustável, e é definida como segue:

$$DP_{med}(k) = \frac{1}{(n+m)} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (a_i - \hat{\bar{a}}_i(k))^2 + \sum_{j=0}^{m} (b_j - \hat{\bar{b}}_j(k))^2} \qquad (5.2)$$

onde:

$\hat{\bar{a}}(k)$ e $\hat{\bar{b}}_j(k)$ são os valores médios dos parâmetros identificados.

Definindo:

$$\hat{p}_{med}(k) \triangleq [\hat{\bar{a}}_1(k) \ldots \hat{\bar{a}}_n(k)\ \hat{\bar{b}}_0(k) \ldots \hat{\bar{b}}_m(k)] \qquad (5.3)$$

tem-se:

$$\hat{p}_{med}(k) = \frac{(k-1)}{k}\ \hat{p}_{med}(k-1) + \frac{1}{k}\ \hat{p}(k) \qquad (5.4)$$

onde $\hat{p}(k)$ é dado por (2.19)

5.3.2 - Relação Ruído/Sinal (RRS)

Para verificar o desempenho dos identificadores quando o processo está sujeito à perturbações, usa-se, também, a seguinte relação entre a perturbação e a saída medida do processo:

$$RRS = \frac{\text{Energia Média do Ruído}}{\text{Energia Média do Sinal}} \qquad (5.5)$$

Considerando a Figura 5.1, (5.5) pode ser rescrita como segue:

$$RRS(k) = \frac{(1/k) \sum_{\ell=1}^{k} \xi^2(\ell)}{(1/k) \sum_{\ell=1}^{k} y^2m(\ell)} \tag{5.6}$$

Ou:

$$RRS(k) = \frac{R(k)}{S(k)} \tag{5.7}$$

Onde:

$$R(k) = \frac{(k-1)}{k} R(k-1) + \frac{1}{k} \xi^2(k) \tag{5.8}$$

$$S(k) = \frac{(k-1)}{k} S(k-1) + \frac{1}{k} y^2m(k) \tag{5.9}$$

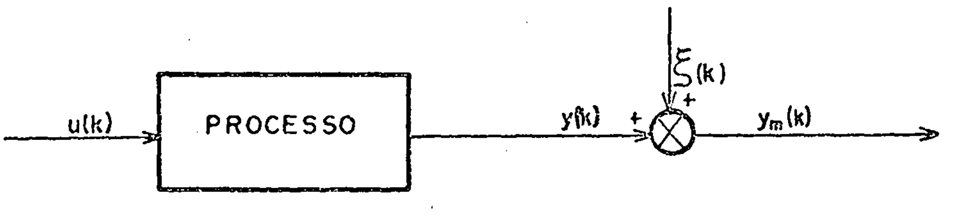


Figura 5.1 - Processo Sujeito à Perturbações.

5.4 - Resultados

Neste item são mostrados os resultados de simulação dos algoritmos citados na secção anterior para um processo não perturbado ou sujeito à perturbações determinísticas e/ou estocásticas. Dentre os vários sistemas identificados escolheu-se, para mostrar os resultados obtidos, o processo descrito pela seguinte relação entrada-saída, usado em |18| e |9|:

$$y(k) = \frac{q^{-1} + 0.5\, q^{-2}}{1 - 1.5q^{-1} + 0.7q^{-2}} \quad u(k) \tag{5.10}$$

Para efeito de identificação usou-se uma entrada da forma de (4.34), escolhendo-se 4 freqüências arbitrárias, número este suficiente para poder identificar satisfatoriamente |1,2|. Foi também verificado que não é necessário que os períodos do estímulo sejam obrigatoriamente múltiplos inteiros do período de amostragem.

Para satisfazer a condição que a seqüência de matrizes F(k), dadas por (3.20) ou por (3.38), seja definida positiva, escolheu-se:

$$F(0) = G \cdot I \tag{5.11}$$

Deste modo, como se pode observar por simulações, um ganho G alto proporciona identificação mais rápida em ambientes não perturbados ou perturbados. Escolheu-se, então, $G = 10^9$.

Como F(k) descrita por (3.38) tende a um valor constante, como mostra (3.45), escolheu-se um valor alto de "a" (10^3 para as simulações realizadas). Esta escolha possibilita que F(k), neste caso, tenda a um valor constante baixo melhorando consideravelmente os resultados de identificação quando usado o Método 2 dado no Capítulo 4.

Verificou-se que os métodos Paralelo-Extendido, dado no Capítulo 2, e Paralelo com Vetor de Parâmetros Ajustáveis Extendido, dado em |6|, apresentaram resultados iguais para as mesmas condições de simulação. Assim os resultados referentes a estes dois algoritmos serão referidos simplesmente como ao do Método ou Algoritmo Paralelo.

Os resultados das simulações serão apresentados da seguinte maneira: Inicialmente serão descritos a forma da perturbação, o instante de amostragem final e a RRS correspondente. Então, para cada método apresentado serão mostradas DP e DP_{med} na iteração final, o valor de ρ quando for usado o Método 2 apresentado neste trabalho, e os valores identificados e médios identificados sob a forma de relação entrada-saída. Sob a forma de curvas serão mostrados o desenvolvimento da Distância Paramétrica e Distância Paramétrica dos Valores Médios, sendo que os valores médios serão sempre calculados a partir da 6ª iteração.

5.4.1 - Caso 1 - Processo Não Perturbado

Neste caso foi identificado o processo não sujeito à perturbações. Os métodos de identificação utilizados foram o Série-Paralelo, o Paralelo, o Método 1 e o Método 2, este com $\rho = 1.0$ e com $\rho = 0.55$. Os resultados obtidos foram iguais para os 5 algoritmos, com convergência garantida em 5 iterações, e são assim descritos:

$$\hat{y}(k) = \frac{q^{-1} + 0.5\ q^{-2}}{1 - 1.5q^{-1} + 0.7q^{-2}}\ u(k) \qquad (5.12)$$

O comportamento da DP, para todos os casos, é mostrado na Figura 5.2.

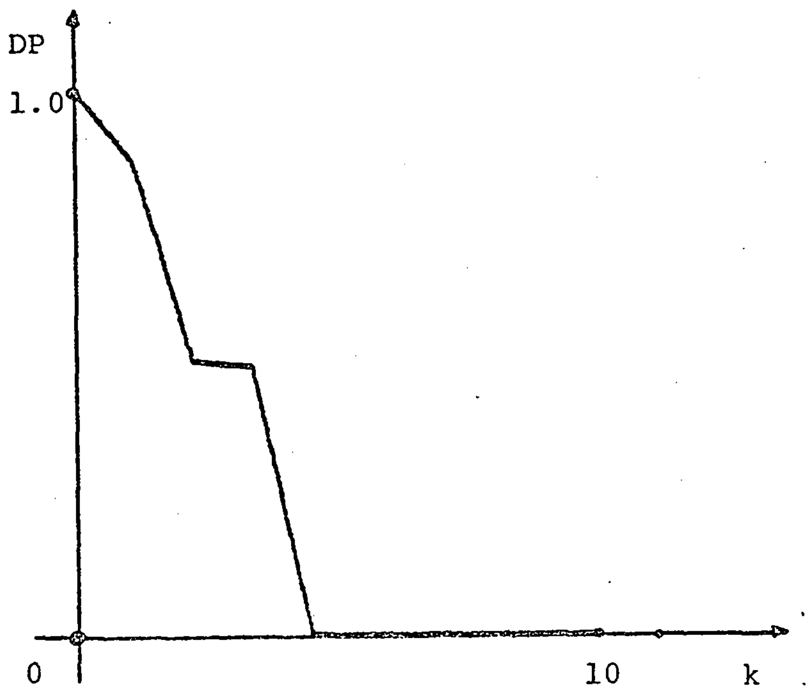


Figura 5.2 - Distância Paramétrica.

Os resultados obtidos, relação (5.12) e Figura 5.2, mostram que todos os identificadores convergem para os valo res desejados em poucas iterações, quando o processo não está su jeito à perturbações.

5.4.2 - Caso 2 - Processo Sujeito à um Ruído Estocástico

Simulou-se o processo perturbado por um ruído estocástico de distribuição gaussiana, com as seguintes média e variância:

$$E = 0.0$$

$$\sigma^2 = 1.0$$

Outros dados:

$$k = 4000$$

$$RRS(k) = 0.901649\%$$

a - Método Série-Paralelo

As distâncias paramétricas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.271934$$

$$DP_{med}(k) = 0.293123$$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{0.938779\, q^{-1} + 0.962067\, q^{-2}}{1 - 1.287817\, q^{-1} + 0.516923\, q^{-2}}\, u(k) \qquad (5.13)$$

$$\hat{y}(k) = \frac{0.901443\ q^{-1} + 0.987586\ q^{-2}}{1 - 1.261791\ q^{-1} + 0.501285\ q^{-2}}\ u(k) \qquad (5.14)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.3 e 5.4.

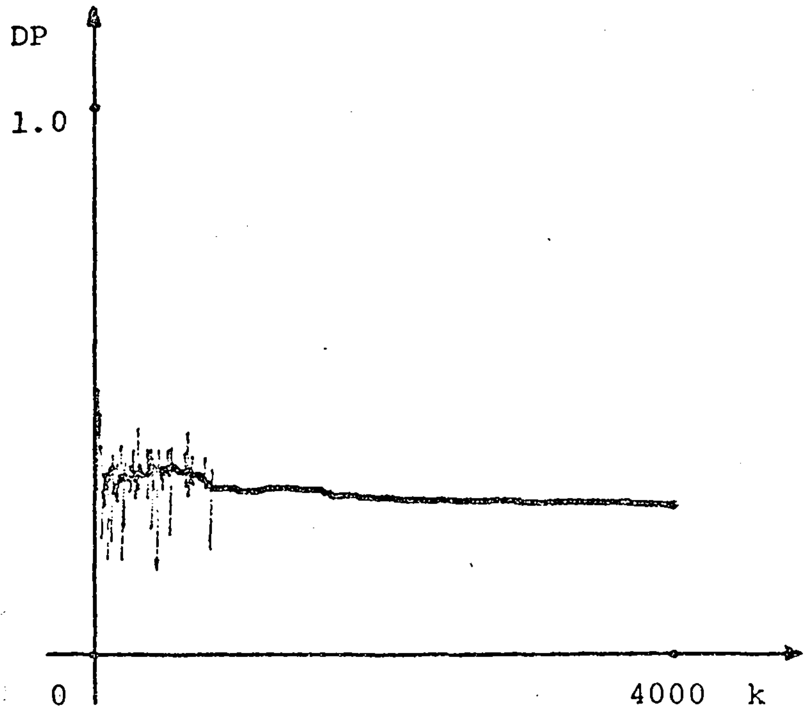


Figura 5.3 - Distância Paramétrica.

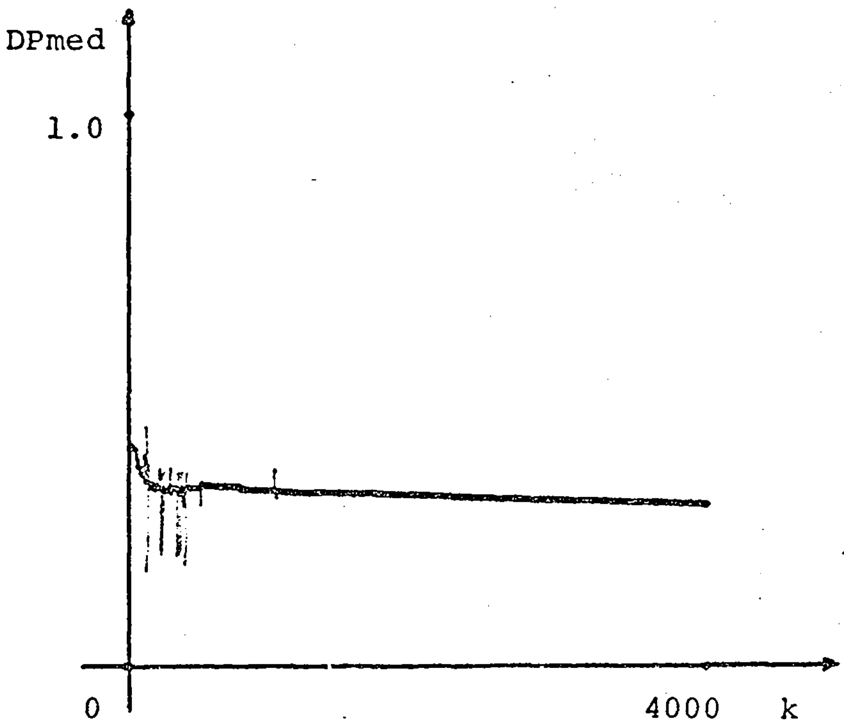


Figura 5.4 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

b - Método Paralelo

As distâncias paramétricas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.002503$$

$$DP_{med}(k) = 0.015023$$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{0.999692\ q^{-1} + 0.498456\ q^{-2}}{1 - 1.503881\ q^{-1} + 0.702741\ q^{-2}}\ u(k) \qquad (5.15)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{1.006262\ q^{-1} + 0.476961\ q^{-1}}{1 - 1.513302\ q^{-1} + 0.712481\ q^{-1}}\ u(k) \qquad (5.16)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.5 e 5.6.

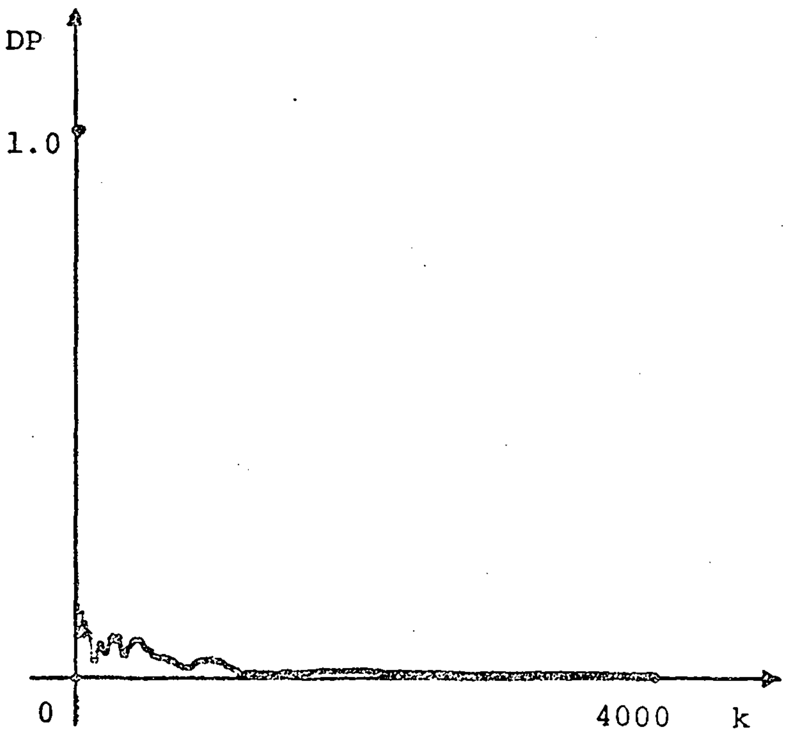


Figura 5.5 - Distância Paramétrica.

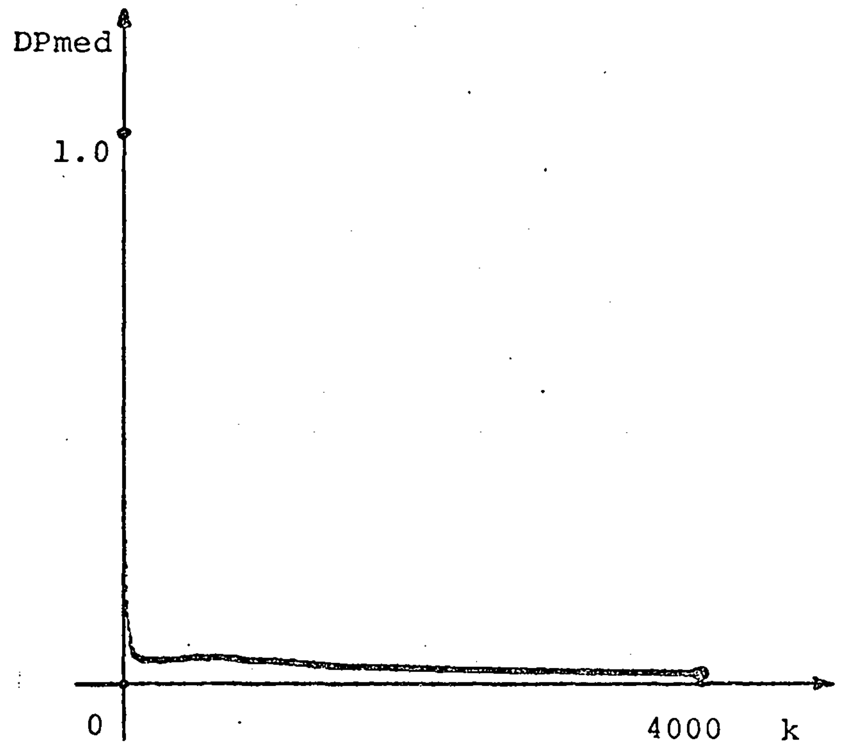


Figura 5.6 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

c - Método 1

As distâncias paramétricas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.030631$$

$$DP_{med}(k) = 0.016155$$

Os Resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{1.002333\ q^{-1} + 0.4339083\ q^{-2}}{1 - 1.505501\ q^{-1} + 0.697431\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.17)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{0.980675\ q^{-1} + 0.525851\ q^{-2}}{1 - 1.500266\ q^{-1} + 0.701467\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.18)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.7 e 5.8.

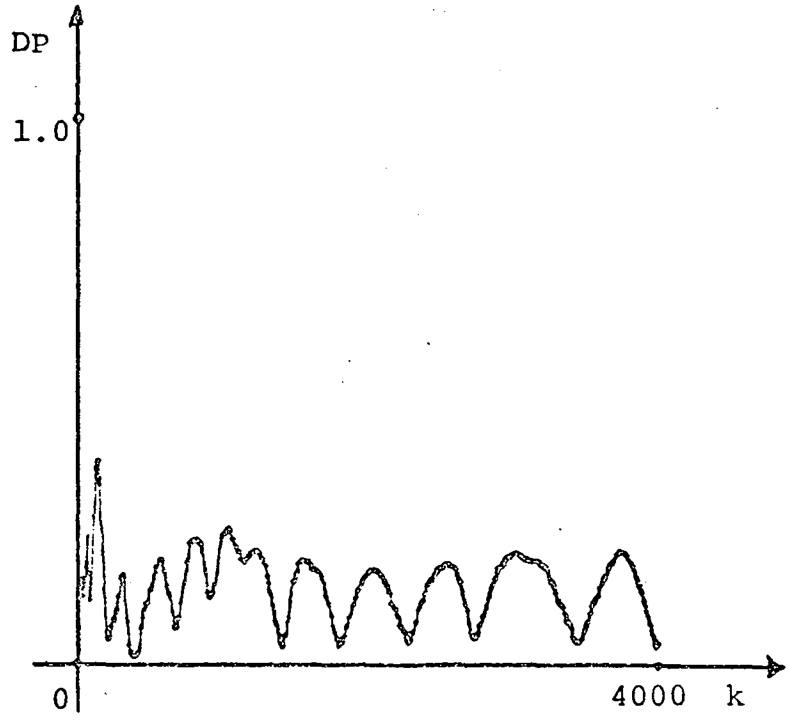


Figura 5.7 - Distância Paramétrica.

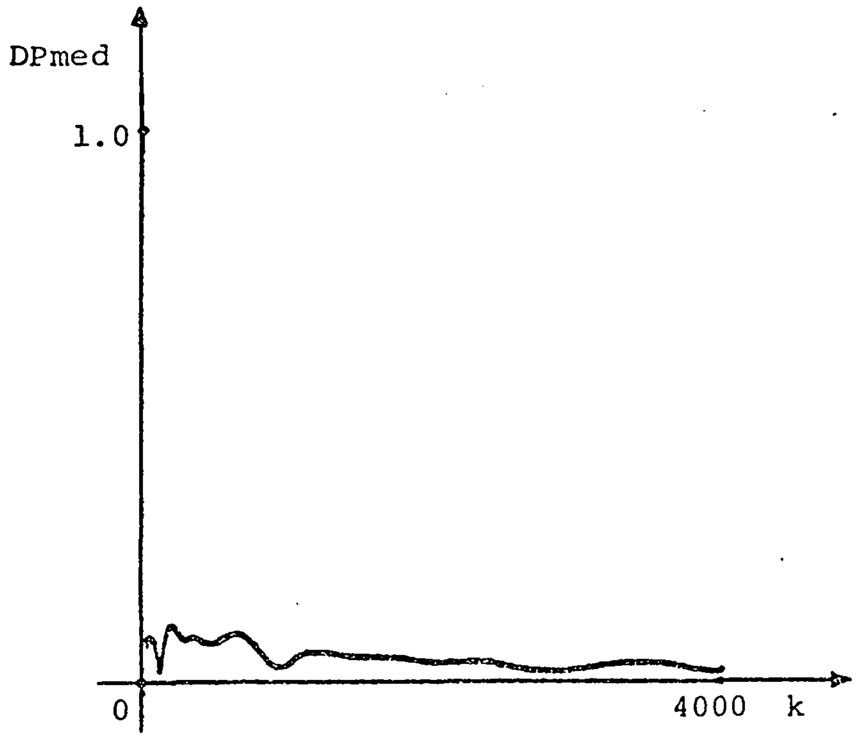


Figura 5.8 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

d - Método 2 com $\rho = 1.0$

As distâncias paramétricas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.062435$$

$$DP_{med}(k) = 0.041123$$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{0.980389\ q^{-1} + 0.382331\ q^{-2}}{1 - 1.527412\ q^{-1} + 0.724704\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.19)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{0.954652\ q^{-1} + 0.566441\ q^{-2}}{1 - 1.486902\ q^{-1} + 0.688951\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.20)$$

O comportamento de DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.9 e 5.10.

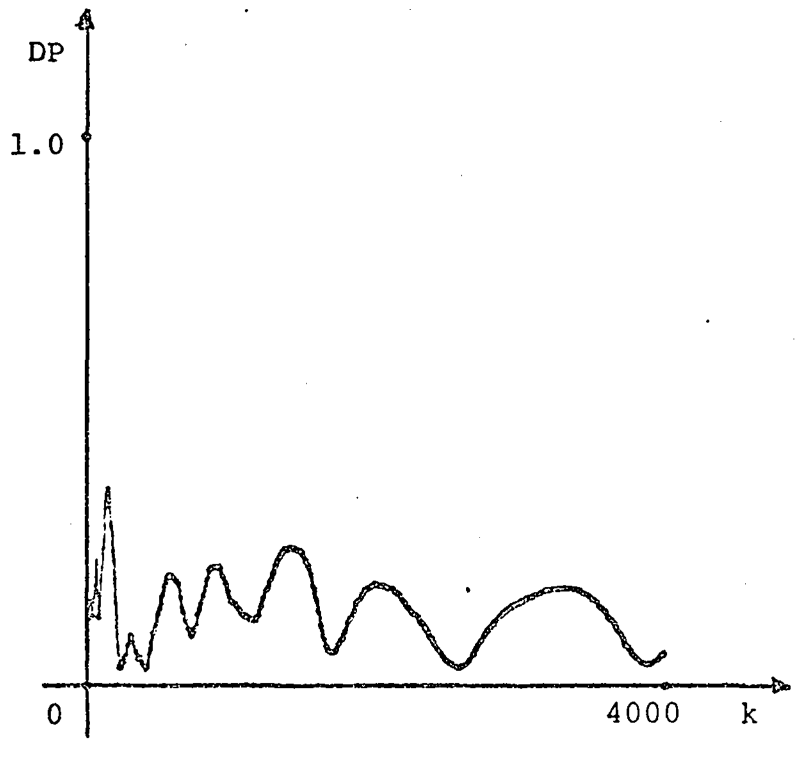


Figura 5.9 - Distância Paramétrica.

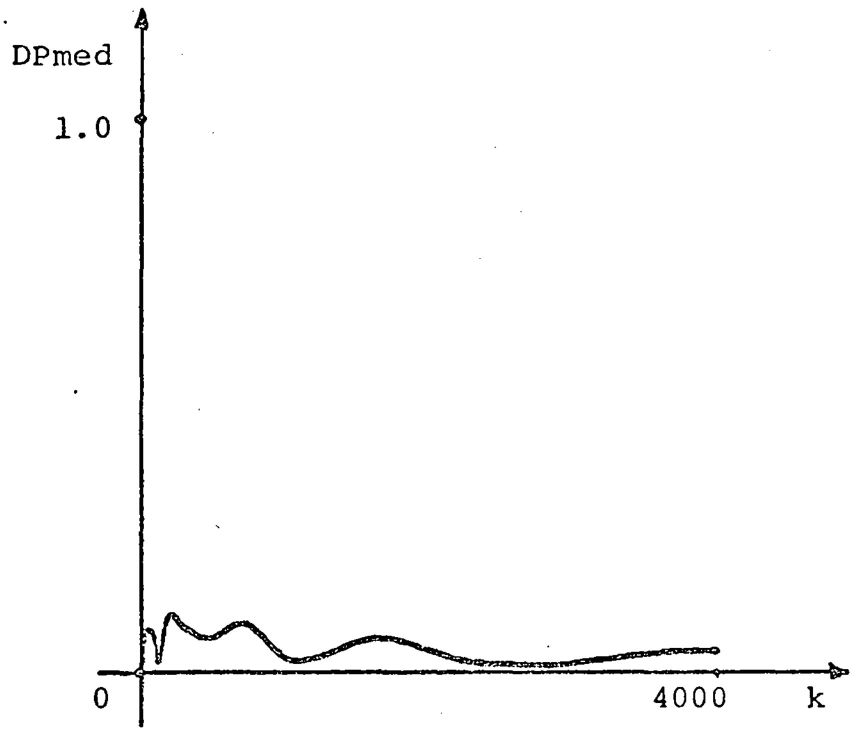


Figura 5.10 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

e - Método 2 com ρ = 0.55

As distâncias paramétricas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.203860$$

$$DP_{med}(k) = 0.024104$$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{1.300811\ q^{-1} + 0.265207\ q^{-2}}{1 - 1.404386\ q^{-1} + 0.592857\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.21)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{0.980773\ q^{-1} + 0.543777\ q^{-2}}{1 - 1.454831\ q^{-1} + 0.696650\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.22)$$

O comportamento do DP e DP_{med} é mostrada nas Figuras 5.11 e 5.12.

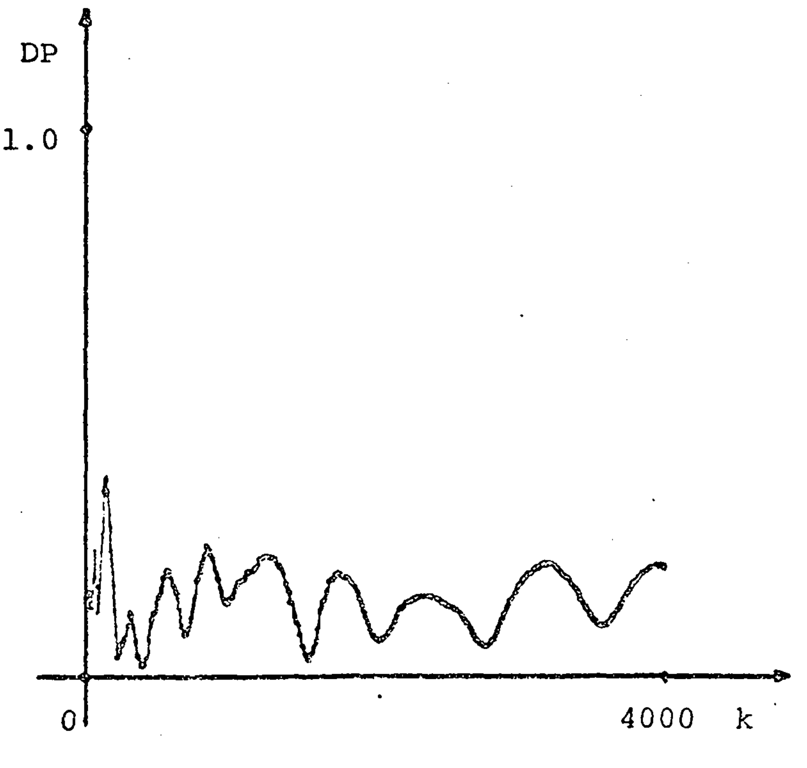


Figura 5.11 - Distância Paramétrica.

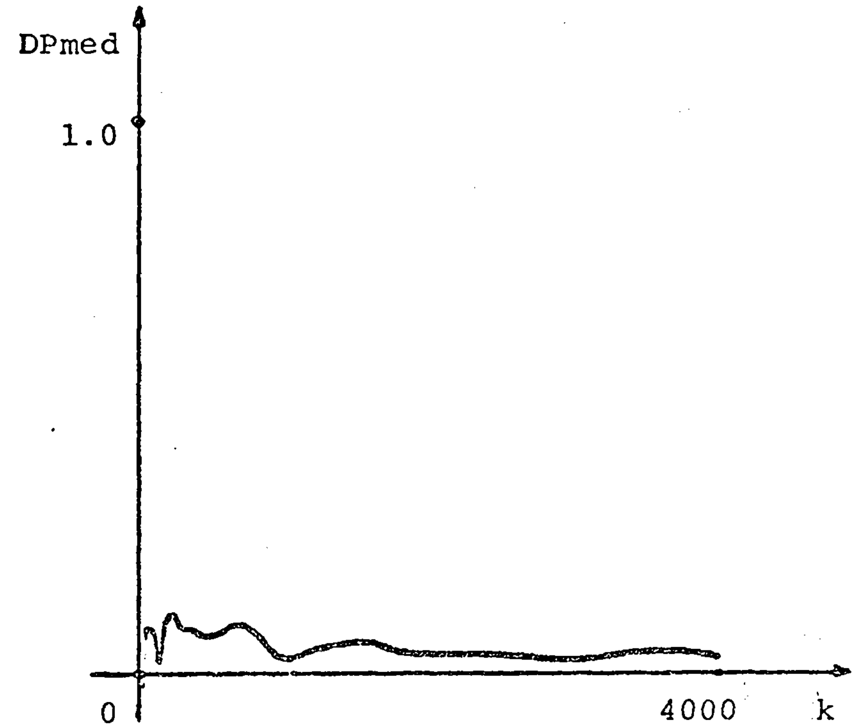


Figura 5.12 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

Os resultados obtidos para este caso foram os esperados. O método Série-Paralelo apresentou resultados bastante longe dos desejados. Já o método Paralelo teve um ótimo comportamento, para um ruído bastante grande. As curvas de DP_{med} e os valores médios obtidos comprovaram o funcionamento dos novos algoritmos em ambiente fortemente ruidoso.

Como se pode verificar pelas curvas de DP e DP_{med}, curvas 5.9 e 5.11 e curvas 5.10 e 5.12, o método 2 apresenta resultados semelhantes para $\rho = 1.0$ ou para $\rho = 0.55$. Deste modo será apresentado, nos casos subseqüentes, apenas uma das duas situações.

5.4.3 - Caso 3 - Processo Sujeito à Perturbação Determinística

Escolheu-se, para mostrar o comportamento dos identificadores em ambiente estocástico, o processo sujeito à seguinte perturbação.

$$\xi(k) = 5.0 \;.\; \cos 0.4189\; k$$

Outros dados:

$$k = 4000$$

$$RRS\ (k) = 10.380881\%$$

a - Método Série-Paralelo

As distâncias paramétricas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.082837$$

$$DP_{med}(k) = 0.075454$$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{1.008744\ q^{-1} + 0.360583\ q^{-2}}{1 - 1.567737\ q^{-1} + 0.757845\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.23)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{0.993269\ q^{-1} + 0.375736\ q^{-2}}{1 - 1.564670\ q^{-1} + 0.755715\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.24)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.13 e 5.14.

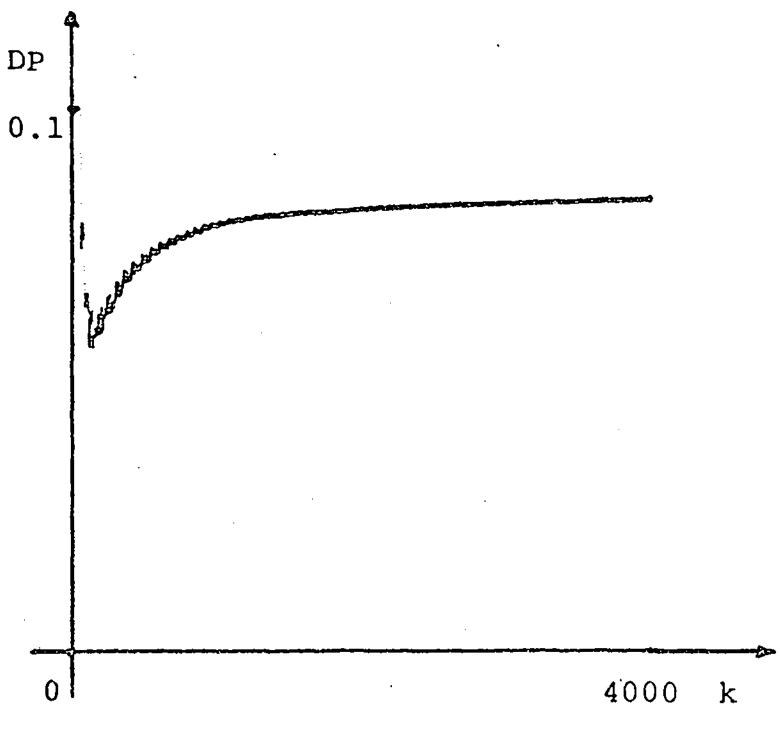


Figura 5.13 - Distância Paramétrica.

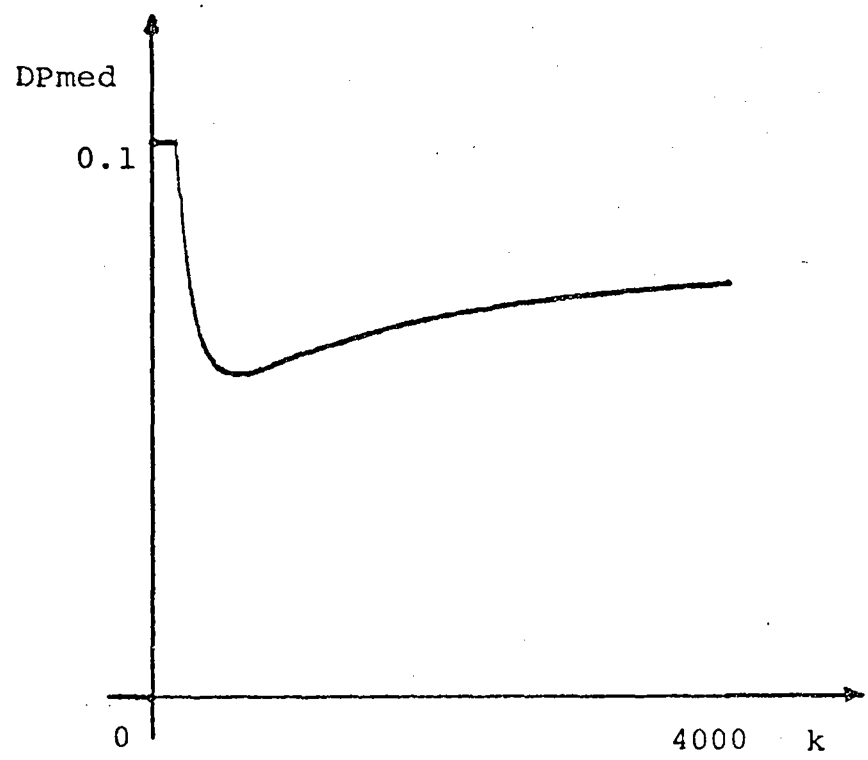


Figura 5.14 - Distância Paramétrica dos Valores Mé dios.

b - Método Paralelo

As distâncias paramétricas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.095067$$

$$DP_{med}(k) = 0.078517$$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{1.080088\ q^{-1} + 0.338956q^{-2}}{1 - 1.544937\ q^{-1} + 0.742214\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.25)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{1.043698\ q^{-1} + 0.361889\ q^{-2}}{1 - 1.543836\ q^{-1} + 0.741880\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.26)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.15 e 5.16.

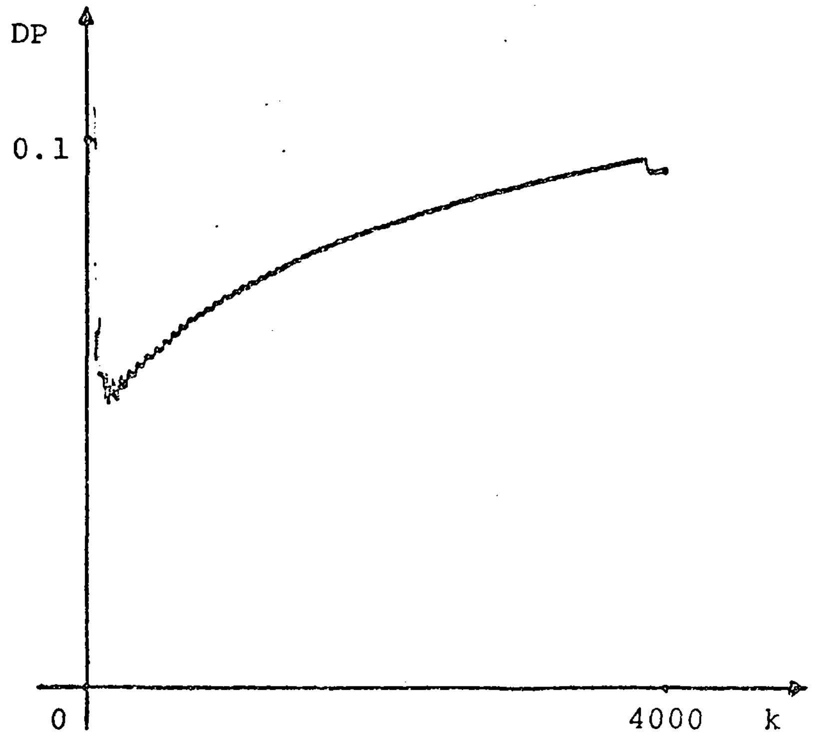


Figura 5.15 - Distância Paramétrica.

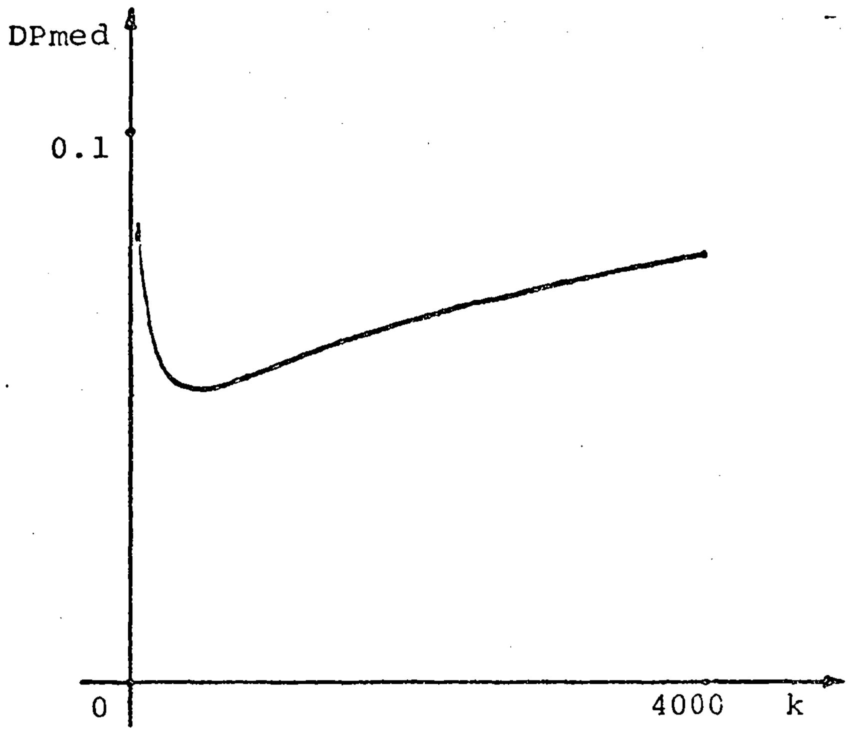


Figura 5.16 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

c - Método 1

As distâncias paramétricas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.005526$$

$$DP_{med}(k) = 0.001442$$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{1.007352\ q^{-1} + 0.502990\ q^{-2}}{1 - 1.494067\ q^{-1} + 0.695107\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.27)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{1.000908\ q^{-1} + 0.497265\ q^{-2}}{1 - 1.500096\ q^{-1} + 0.699910\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.28)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.17 e 5.18.

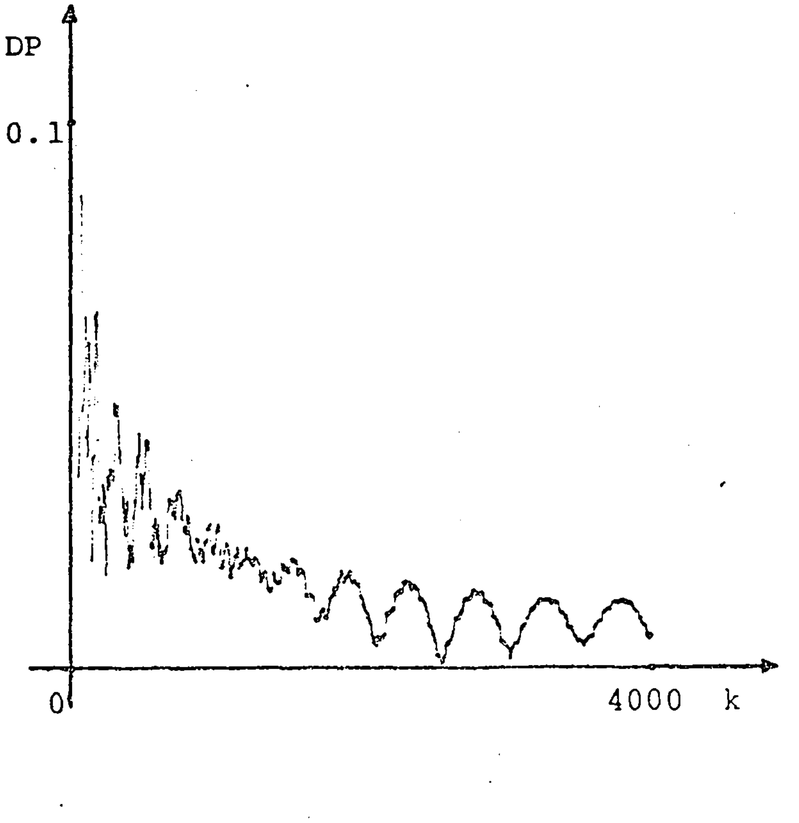


Figura 5.17 - Distância Paramétrica.

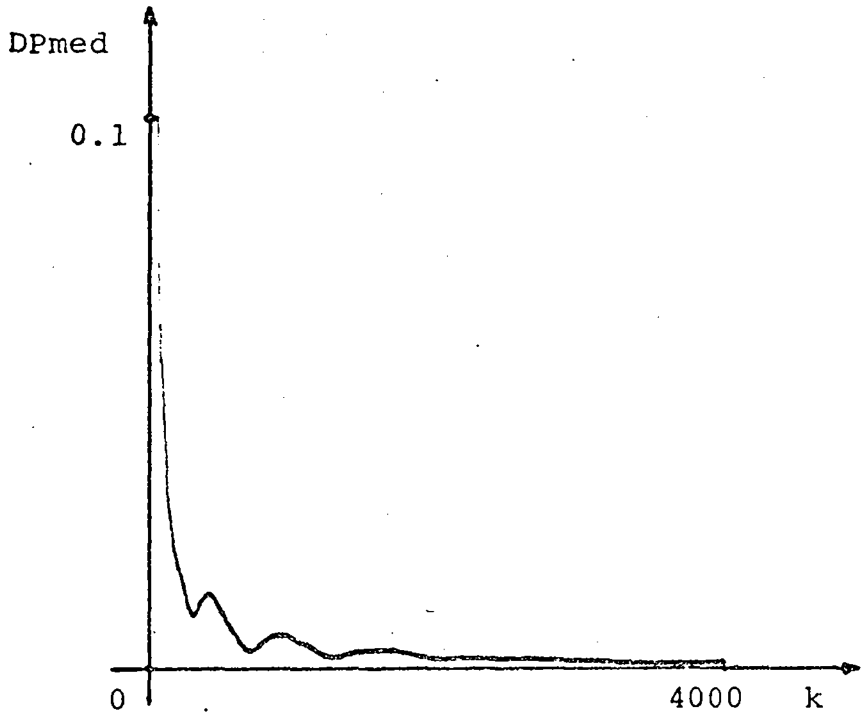


Figura 5.18 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

d - Método 2 com $\rho = 1.0$

As distâncias paramétricas na iteração final foram:

$DP(k) = 0.020070$

$DP_{med}(k) = 0.002559$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{1.019999\ q^{-1} + 0.466003\ q^{-2}}{1 - 1.505560\ q^{-1} + 0.704960\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.29)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{1.003669\ q^{-1} + 0.503111\ q^{-2}}{1 - 1.498586\ q^{-1} + 0.698968\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.30)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.19 e 5.20.

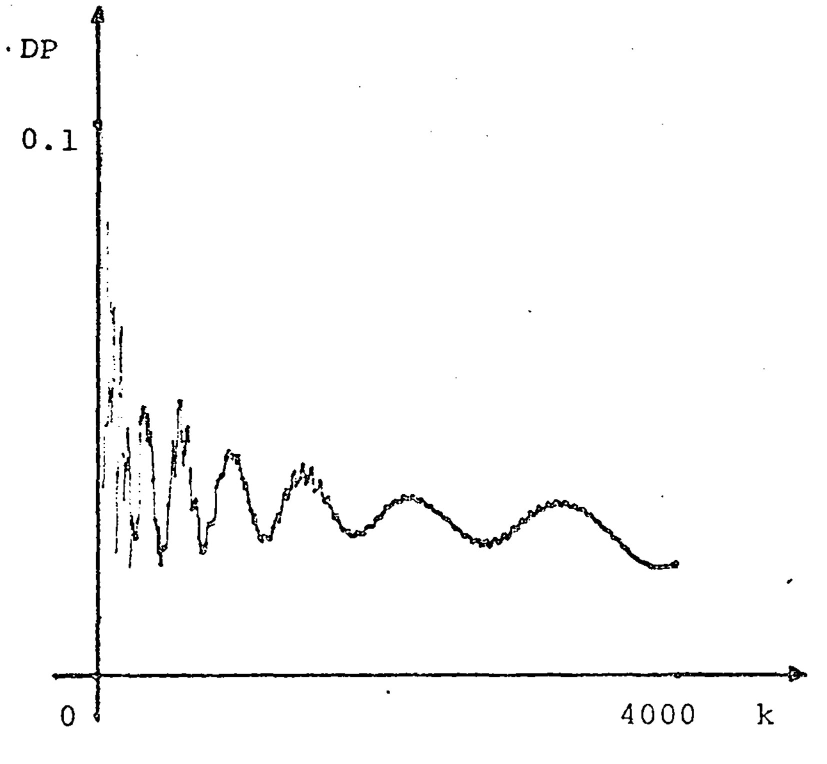


Figura 5.19 - Distância Paramétrica.

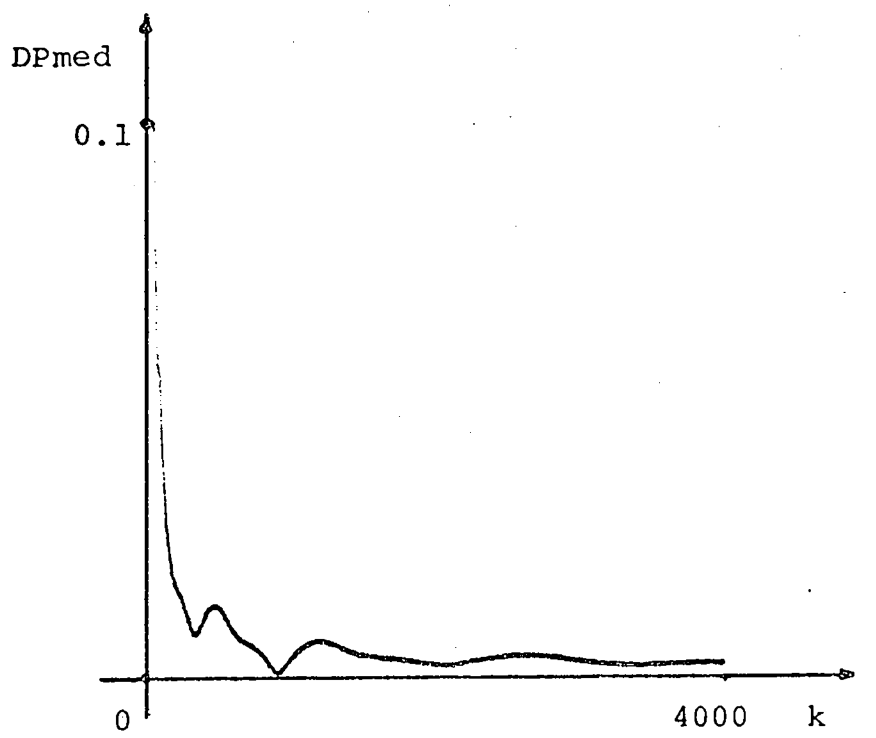


Figura 5.20 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

Observa-se que quando o processo está sujeito à uma perturbação determinística, como a deste caso, a identificação nos métodos Paralelo e Série-Paralelo são tendenciosas, apesar de ainda estarem dentro de valores aceitáveis. Explica-se este fato por a RRS ser baixa, considerando-se o ambiente determinístico. Já os novos métodos, como se pode observar pelas equações (5.28) e (5.30) e pelas curvas das Figuras 5.18 e 5.20 apresentam valores médios altamente satisfatórios.

5.4.4 - Caso 4 - Processo Sujeito à Perturbação Determinística

Escolheu-se, neste caso, o processo em ambiente determinístico assim descrito:

$$\xi(k) = 5.0 + 5.0 \cos 0.4189\ k$$

Outros dados:

$$k = 4000$$

$$RRS\ (k) = 25.761186\%$$

a - Método Série-Paralelo

As distâncias paramétricas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.186474$$

$$DP_{med}(k) = 0.166399$$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{1.036126\ q^{-1} + 0.156657\ q^{-2}}{1 - 1.622257\ q^{-1} + 0.770386\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.31)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{1.005537\ q^{-1} + 0.193689\ q^{-2}}{1 - 1.613659\ q^{-1} + 0.763083\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.32)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.21 e 5.22.

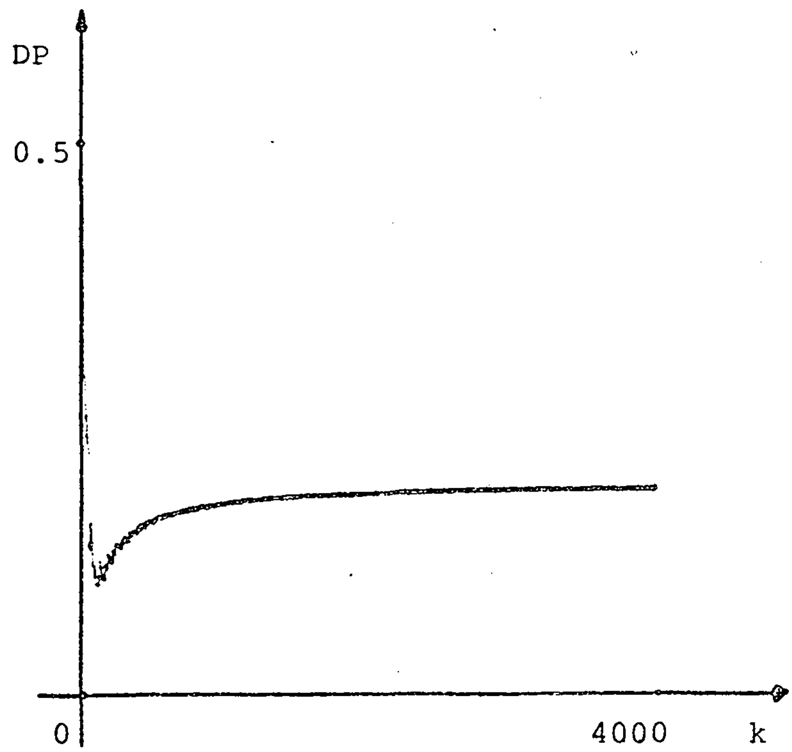


Figura 5.21 - Distância Paramétrica.

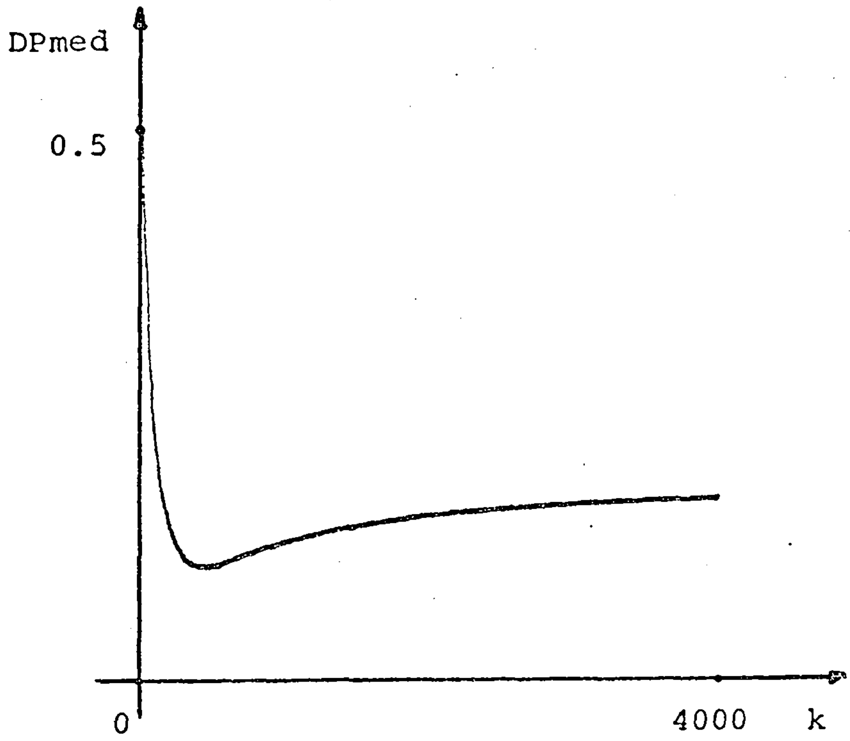


Figura 5.22 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

b - Método Paralelo

As distâncias paramétricas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.108760$$

$$DP_{med}(k) = 0.080344$$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{1.159061\ q^{-1} + 0.376358\ q^{-2}}{1 - 1.448377\ q^{-1} + 0.636267\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.33)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{1.086325\ q^{-1} + 0.386298\ q^{-2}}{1 - 1.455691\ q^{-1} + 0.641034\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.34)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.23 e 5.24.

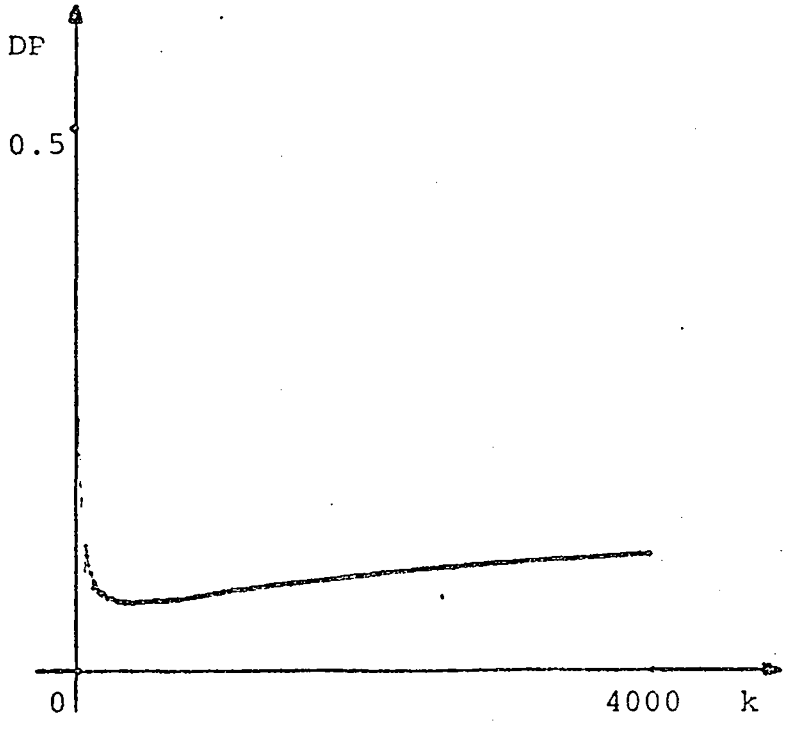


Figura 5.23 - Distância Paramétrica.

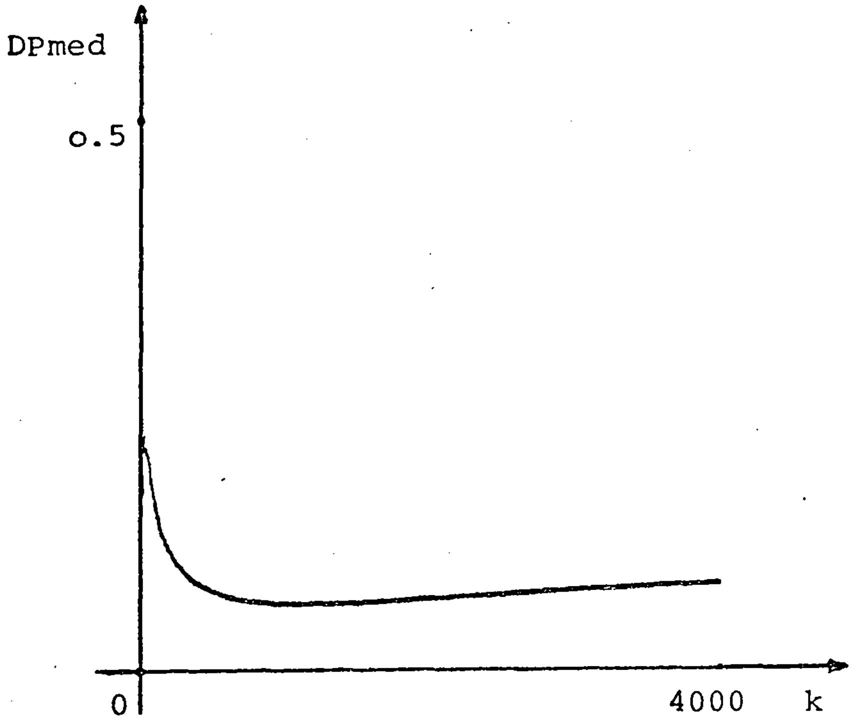


Figura 5.24 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

c - Método 1

As distâncias paramétricas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.017886$$

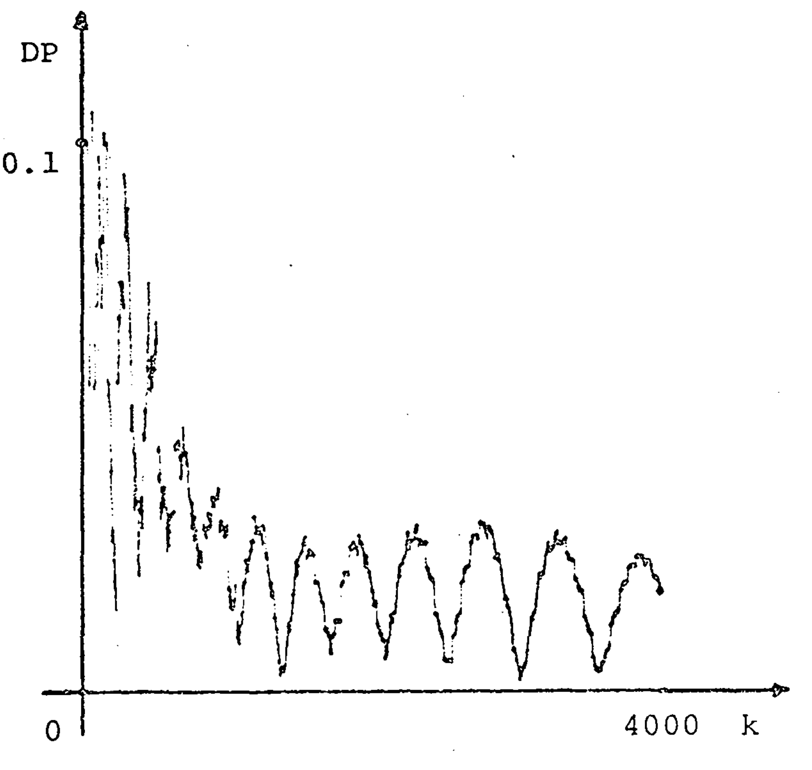
$$DP_{med}(k) = 0.002298$$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{1.016416\ q^{-1} + 0.468591\ q^{-2}}{1 - 1.504650\ q^{-1} + 0.701384\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.35)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{1.000212\ q^{-1} + 0.495431\ q^{-2}}{1 - 1.499927\ q^{-1} + 0.699542\ q^{-2}}\ u(k) \quad (3.36)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.25 e 5.26.



Figuras 5.25 - Distância Paramétrica.

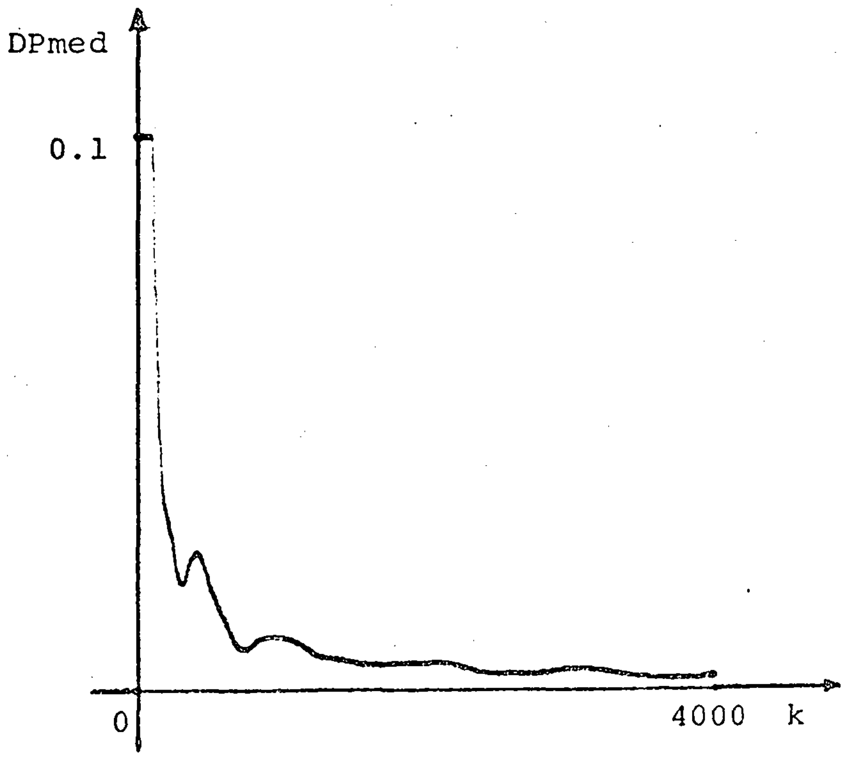


Figura 5.26 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

d - Método 2 com $\rho = 0.55$

As distâncias paramétricas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.037944$$

$$DP_{med}(k) = 0.002278$$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{1.055504\ q^{-1} + 0.448368\ q^{-2}}{1 - 1.503498\ q^{-1} + 0.699532\ q^{-2}}\ u(k) \qquad (5.37)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{0.999882\ q^{-1} + 0.495458\ q^{-2}}{1 - 1.500108\ q^{-1} + 0.699675\ q^{-2}}\ u(k) \qquad (5.38)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.27 e 5.28.

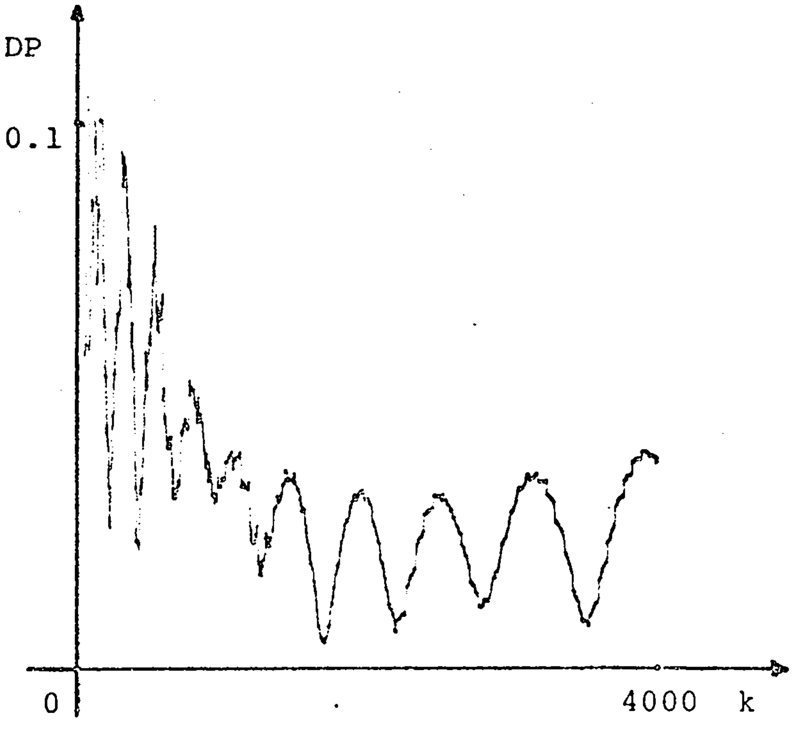


Figura 5.27 - Distância Paramétrica.

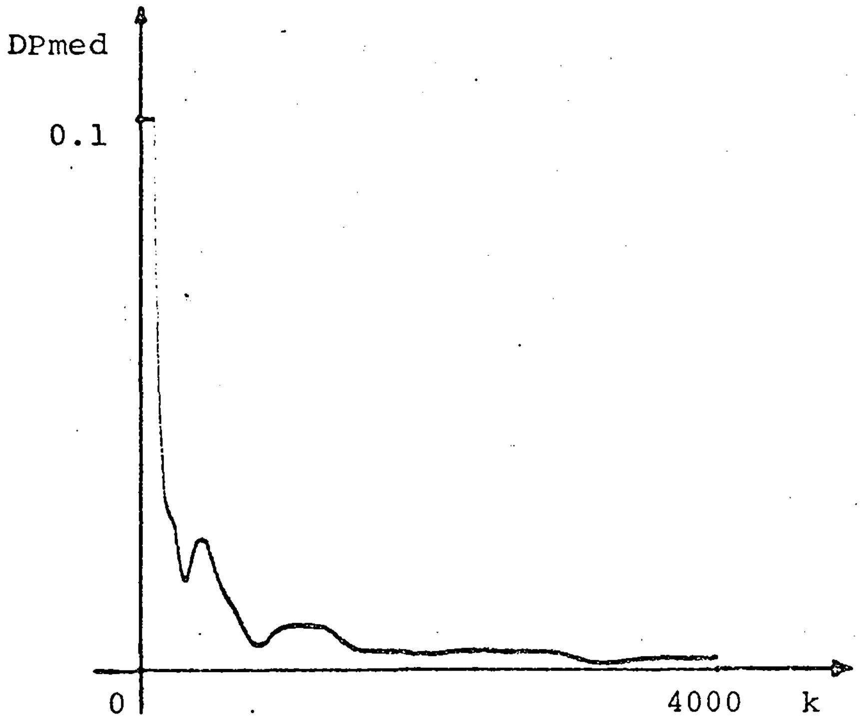


Figura 5.28 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

Observação: Para avaliar os comportamento dos identificadores propostos num maior número de iterações, escolheu-se, neste caso, o método 1, com os seguintes dados:

$k = 10000$

$RRS(k) = 25.718555\%$

As distâncias paramétricas obtidas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.005771$$

$$DP_{med}(k) = 0.001180$$

$$\hat{y}(k) = \frac{0.994444\ q^{-1} + 0.509479\ q^{-2}}{1 - 1.497249\ q^{-1} + 0.697716\ q^{-2}}\ u(k) \qquad (5.39)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{1.000072\ q^{-1} + 0.497647\ q^{-2}}{1 - 1.500056\ q^{-1} + 0.699845\ q^{-2}}\ u(k) \qquad (5.40)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.29 e 5.30.

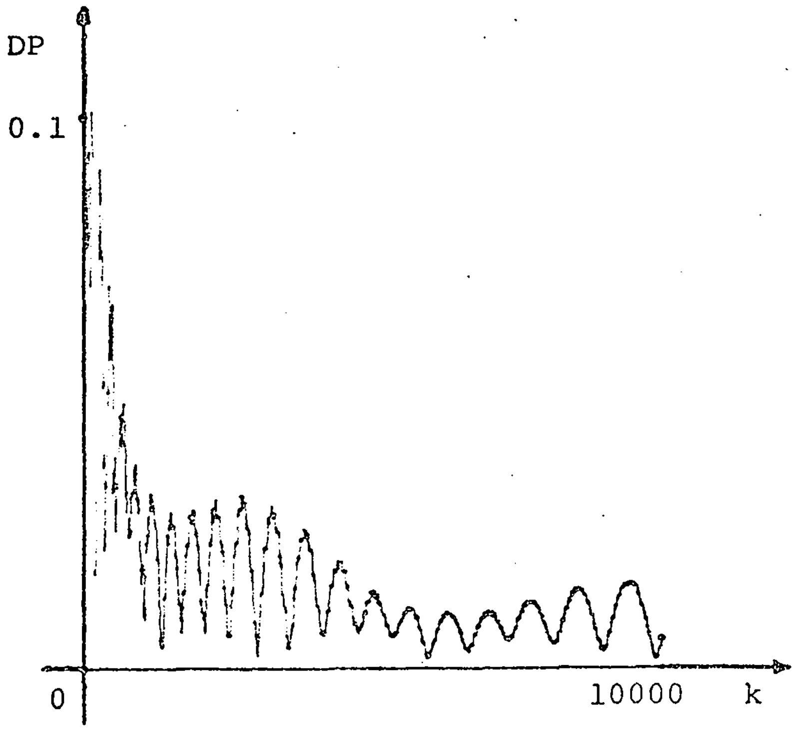


Figura 5.29 - Distância Paramétrica.

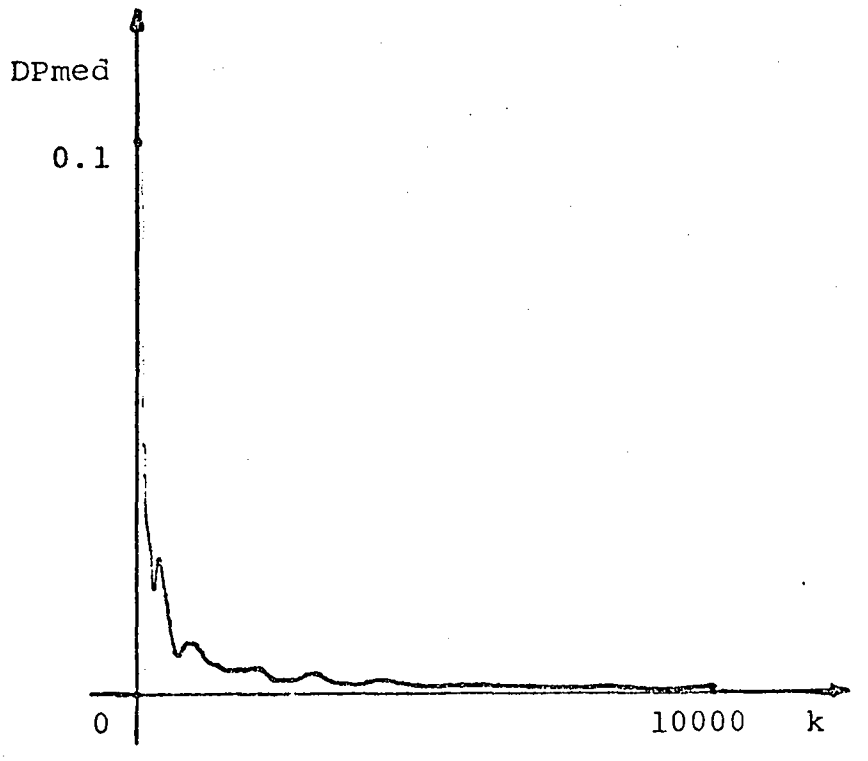


Figura 5.30 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

Os resultados obtidos, neste caso, para o Método Série-Paralelo mostram que ele não funciona em ambiente determinístico com RRS $\simeq$ 25%. Apesar dos valores médios para o Método Paralelo, como mostra a equação (5.34) e a Figura 5.24, estarem dentro de valores aceitáveis, nota-se que os resultados são tendenciosos. Deste modo, para os casos seguintes não serão mostrados os resultados obtidos para o Método Série-Paralelo. Por outro lado, os dois métodos propostos tiveram um ótimo comportamento, como se pode verificar pelas equações (5.36),(5.38) e (5.40) e pelas curvas 5.26, 5.28 e 5.30. Nota-se que neste caso, um maior número de iterações melhorou a identificação para o Método 1.

5.4.5 - Caso 5 - Processo Perturbado Determinìsticamente

Neste caso usou-se o processo sujeito à uma perturbação determinística assim descrita:

$$\xi(k) = 10.0 \cos 0.4189\, k$$

Outros dados:

$$k = 4000$$

$$RRS\ (k) = 31.71468\%$$

a - Método Paralelo

As distâncias paramétricas obtidas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.233069$$

$$DP_{med}(k) = 0.195717$$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{1.153823\ q^{-1} + 0.1001160\ q^{-2}}{1 - 1.636985\ q^{-1} + 0.822418\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.41)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{0.075531\ q^{-1} + 0.161287\ q^{-2}}{1 - 1.634262\ q^{-1} + 0.821501\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.42)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.31 e 5.32.

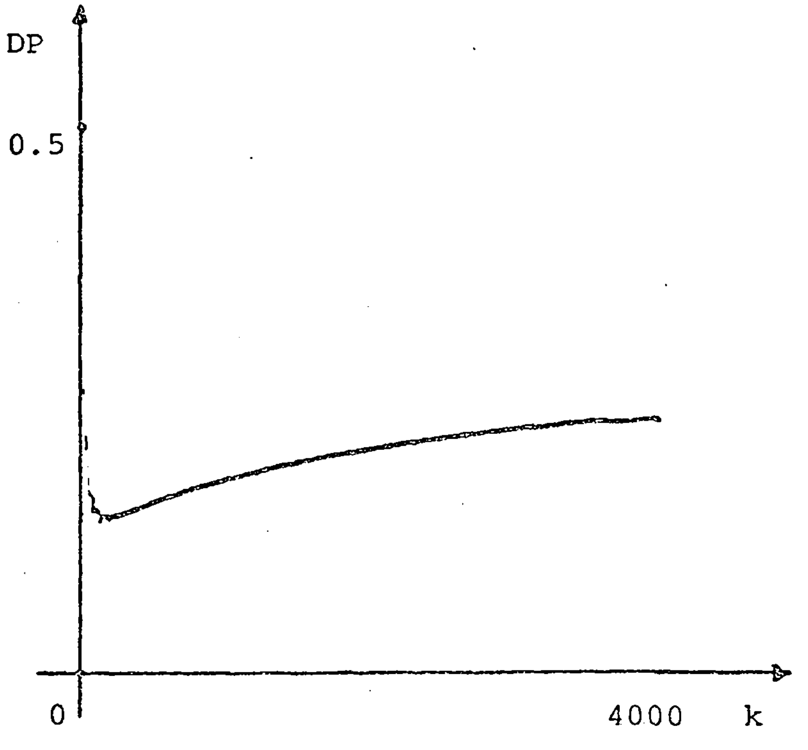


Figura 5.31 - Distância Paramétrica.

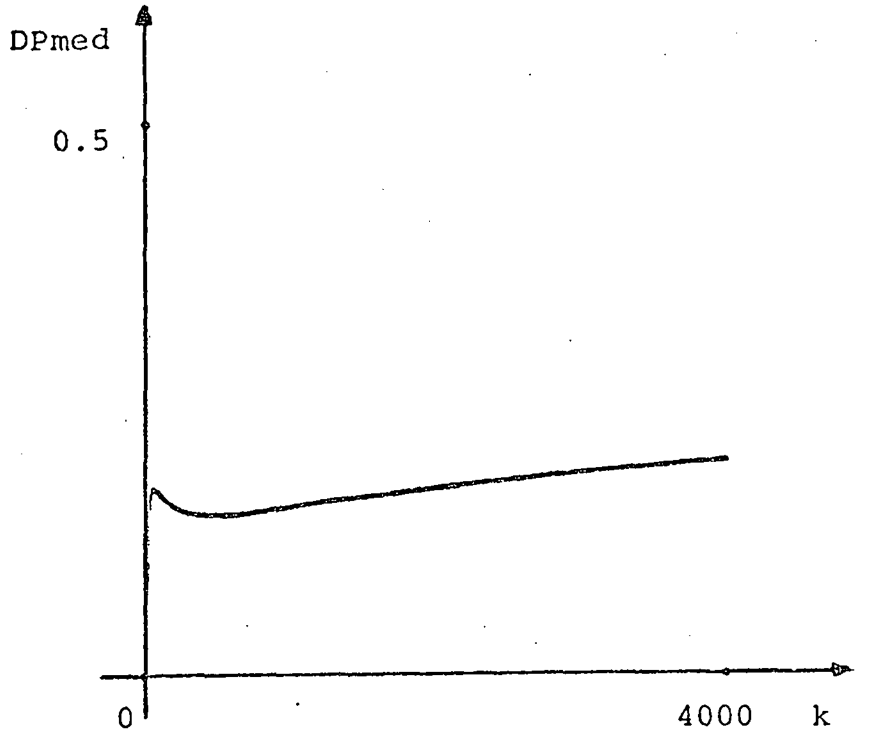


Figura 5.32 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

b - Método 1

As distâncias paramétricas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.021034$$

$$DP_{med}(k) = 0.007088$$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{1.018245\ q^{-1} + 0463743\ q^{-2}}{1 - 1.508760\ q^{-1} + 0.706749\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.43)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{1.002182\ q^{-1} + 0.486436\ q^{-2}}{1 - 1.503056\ q^{-1} + 0.701689\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.44)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.33 e 5.34.

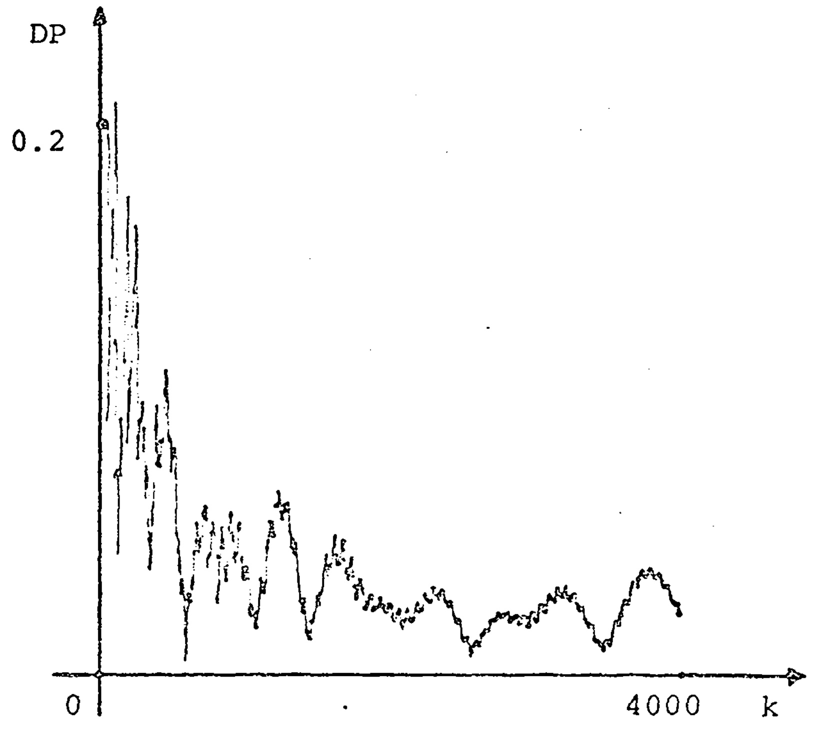


Figura 5.33 - Distância Paramétrica.

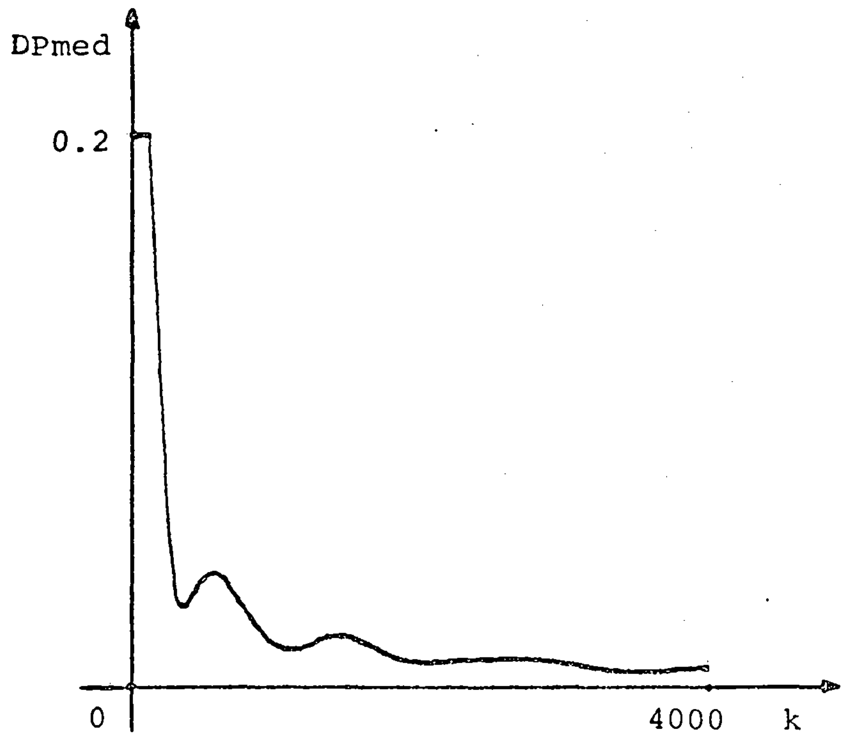


Figura 5.34 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

c - Método 2 com $\rho = 1.0$

As distâncias paramétricas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.059203$$

$$DP_{med}(k) = 0.003494$$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{1.045847\ q^{-1} + 0.397394\ q^{-2}}{1 - 1.529999\ q^{-1} + 0.722141\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.45)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{1.005848\ q^{-1} + 0.502493\ q^{-2}}{1 - 1.497714\ q^{-1} + 0.698213\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.46)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.35 e 5.36.

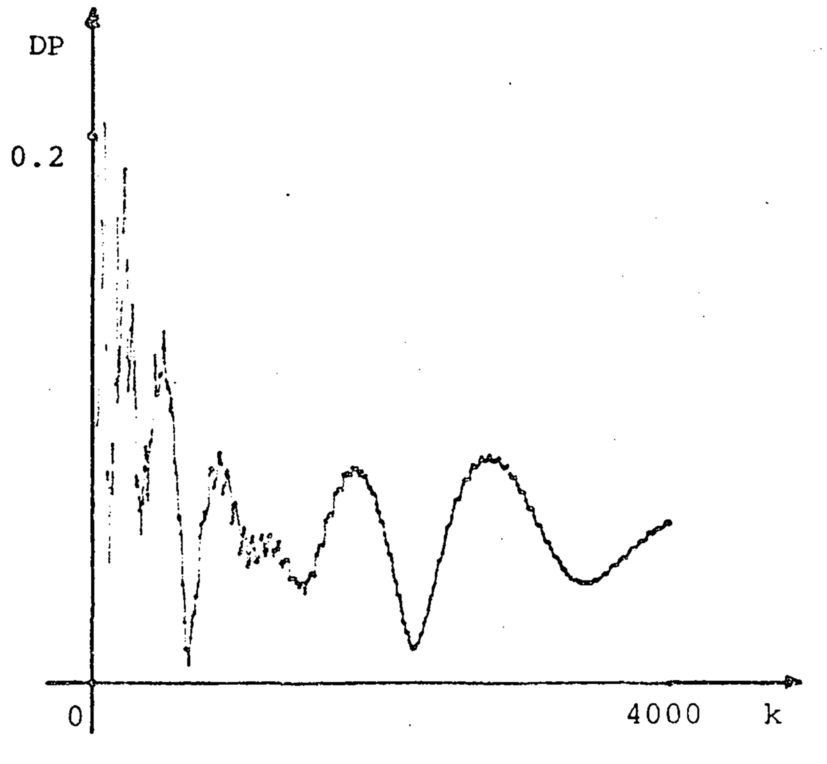


Figura 5.35 - Distância Paramétrica.

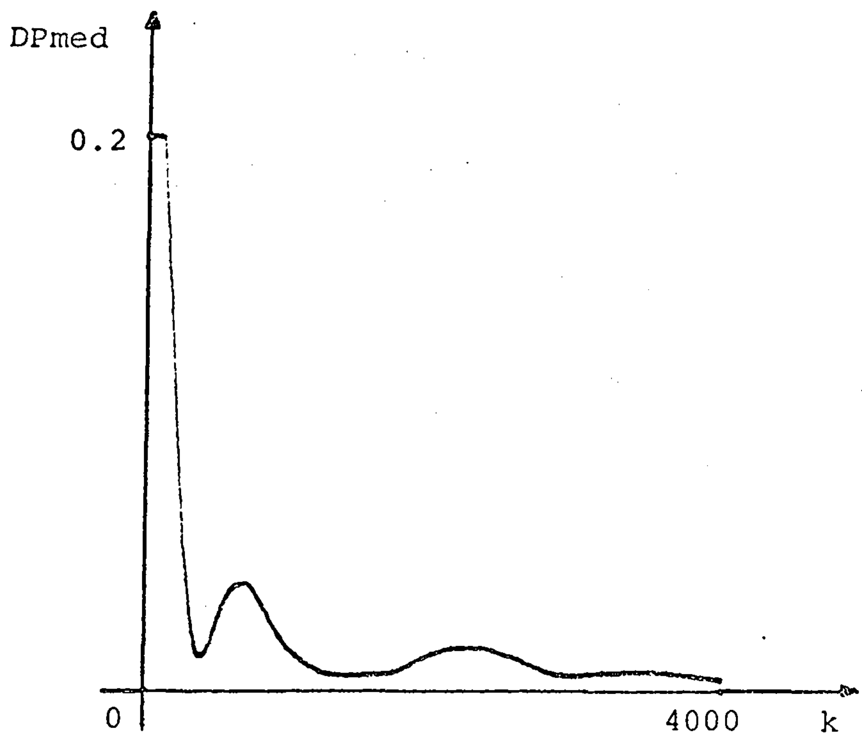


Figura 5.36 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

Observações:

1 - Para avaliar o comportamento dos identificadores propostos num maior número de iterações, escolheu-se, neste caso, o método 2 com $\rho = 1.0$, com os seguintes dados:

$k = 10000$

$RRS(k) = 31.616730\%$

As distâncias paramétricas obtidas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.035995$$

$$DP_{med}(k) = 0.004197$$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{0.976801\ q^{-1} + 0.445769\ q^{-2}}{1 - 1.533680\ q^{-1} + 0.723856\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.47)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{0.992625\ q^{-1} + 0.503236\ q^{-2}}{1 - 1.498276\ q^{-1} + 0.698382\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.48)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.37 e 5.38.

2 - Para verificar o comportamento dos algoritmos propostos à ganho constante, ou seja $F(k+1) = F(k)$, foram simulados os 2 métodos com valores de matrizes de ganho de 10^9, 10^3 e 1, e os resultados obtidos foram semelhantes. Escolheu-se, então, para mostrar esta situação, o Método 1 com $F = 10^9$.

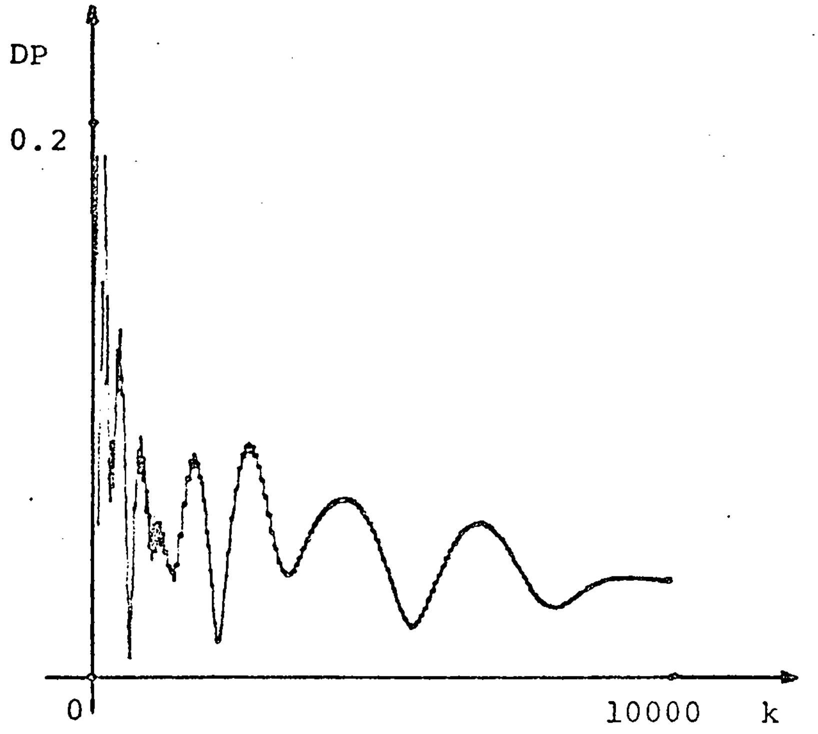


Figura 5.37 - Distância Paramétrica.

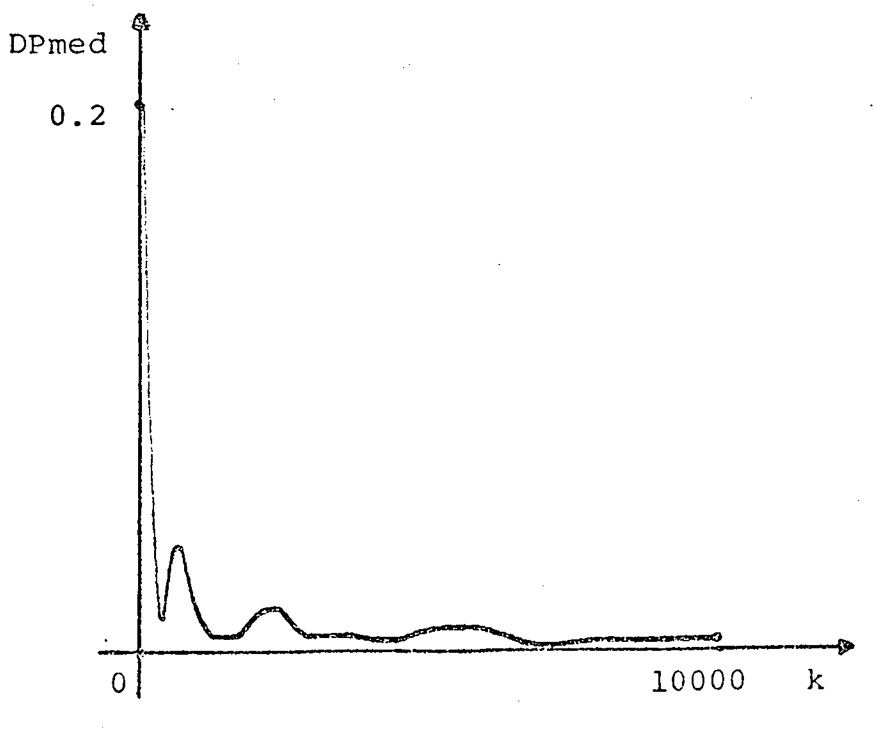


Figura 5.38 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

As distâncias paramétricas obtidas no instante 4000 foram:

$$DP(k) = 0.178850$$

$$DP_{med}(k) = 0.112441$$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{0.892929\ q^{-1} + 0.439722\ q^{-2}}{1 - 1.734017\ q^{-1} + 0.941013\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.49)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{0.908164\ q^{-1} + 0.378707\ q^{-2}}{1 - 1.624469\ q^{-1} + 0.809241\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.50)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figura 5.39 e 5.40.

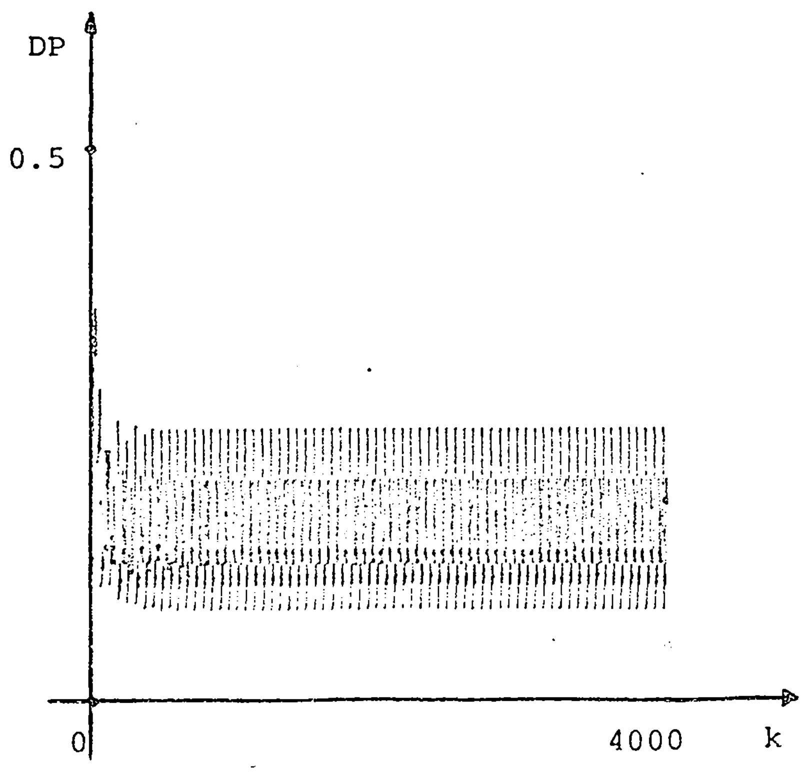


Figura 5.39 - Distância Paramétrica.

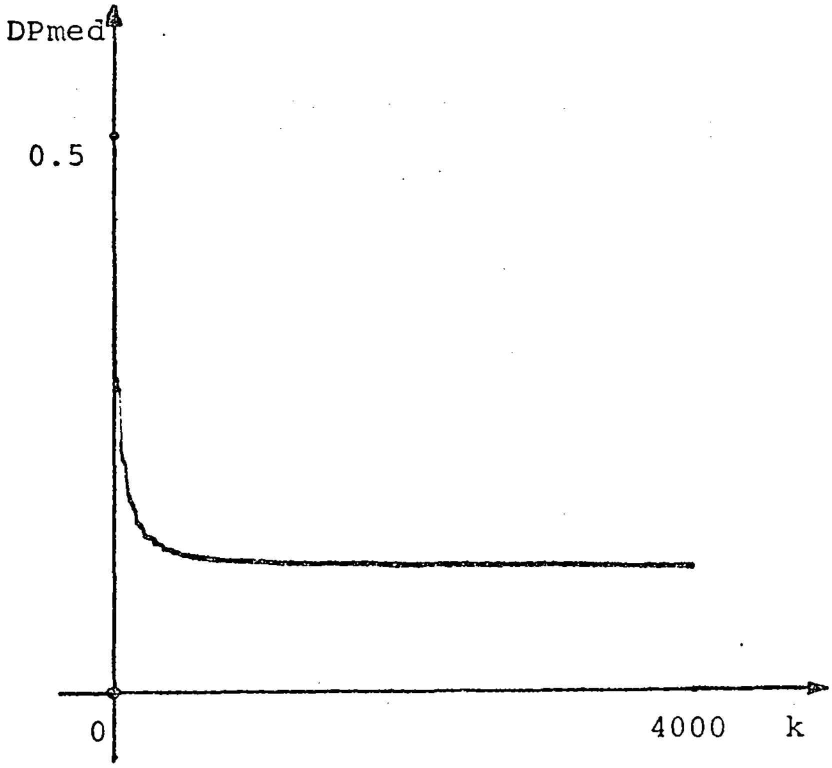


Figura 5.40 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

Verificou-se neste caso em que a RRS é mais alta, que o identificador Paralelo não funciona, como mostram as Figuras 5.31 e 5.32. Os resultados para os métodos propostos, a ganho decrescente, mostram que eles funcionam em ambientes fortemente perturbados deterministicamente. Os testes feitos, a ganho constante, mostraram que os métodos propostos não funcionam.

5.4.6 - Caso 6 - Processo Sujeito à Perturbação Determinística e Estocástica

Trata-se, neste caso, o processo sujeito à perturbação determinística mais um ruído estocástico. A perturbação determinística é assim descrita:

$$\xi(k) = 10.0 \cos 0.4189\, k$$

O ruído estocástico apresenta uma distribuição gaussiana, com:

$$E = 0.0$$

$$\sigma^2 = 1.0$$

Outros dados:

$$k = 4000$$

$$RRS\,(k) = 32.104669\%$$

a - Método Paralelo

As distâncias paramétricas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.120466$$

$$DP_{med}(k) = 0.119373$$

Os resultados obtidos foram:

$$\hat{y}(k) = \frac{0.926553\ q^{-1} + 0.340430\ q^{-2}}{1 - 1.622508\ q^{-1} + 0.810375\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.51)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{0.899034\ q^{-1} + 0.359074\ q^{-2}}{1 - 1.621405\ q^{-1} + 0.810481\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.52)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.41 e 5.42.

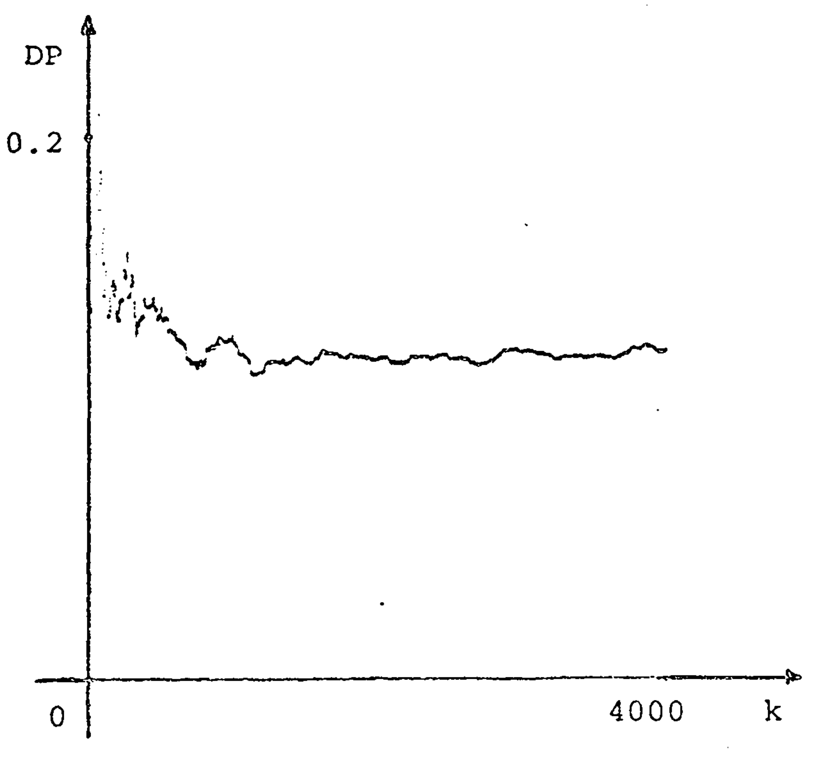


Figura 5.41 - Distância Paramétrica.

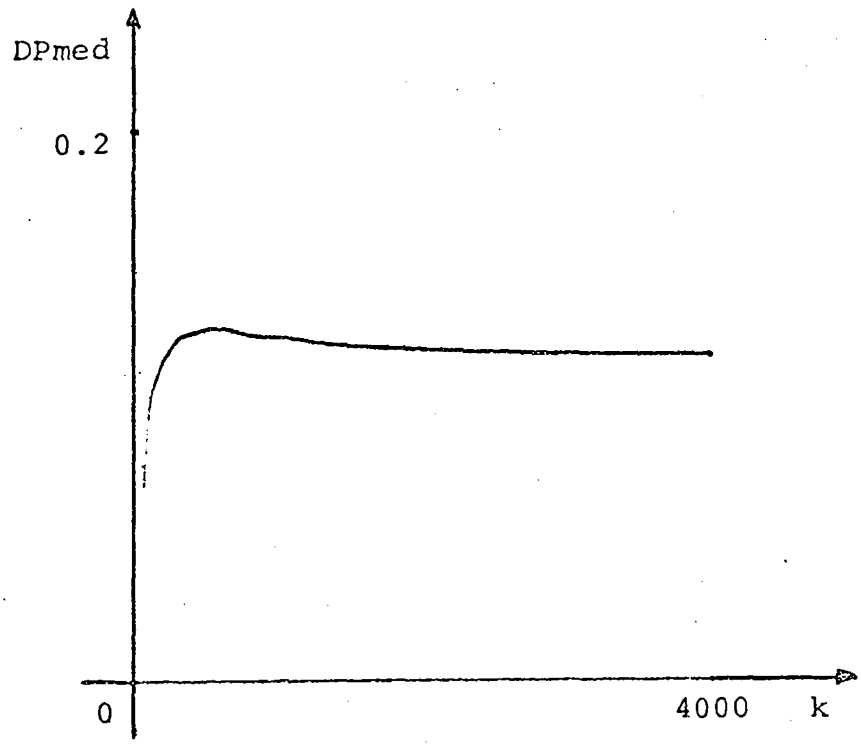


Figura 5.42 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

b - Método 1

As distâncias paramétricas obtidas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.030429$$

$$DP_{med}(k) = 0.012792$$

Os resultados obtidos foram:

$$\hat{y}(k) = \frac{1.032633\ q^{-1} + 0.448875\ q^{-2}}{1 - 1.504964\ q^{-1} + 0.699400\ q^{-2}}\ u(k) \qquad (5.53)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{0.983747\ q^{-1} + 0.519524\ q^{-2}}{1 - 1.498469\ q^{-1} + 0.697388\ q^{-2}}\ u(k) \qquad (5.54)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.43 e 5.44.

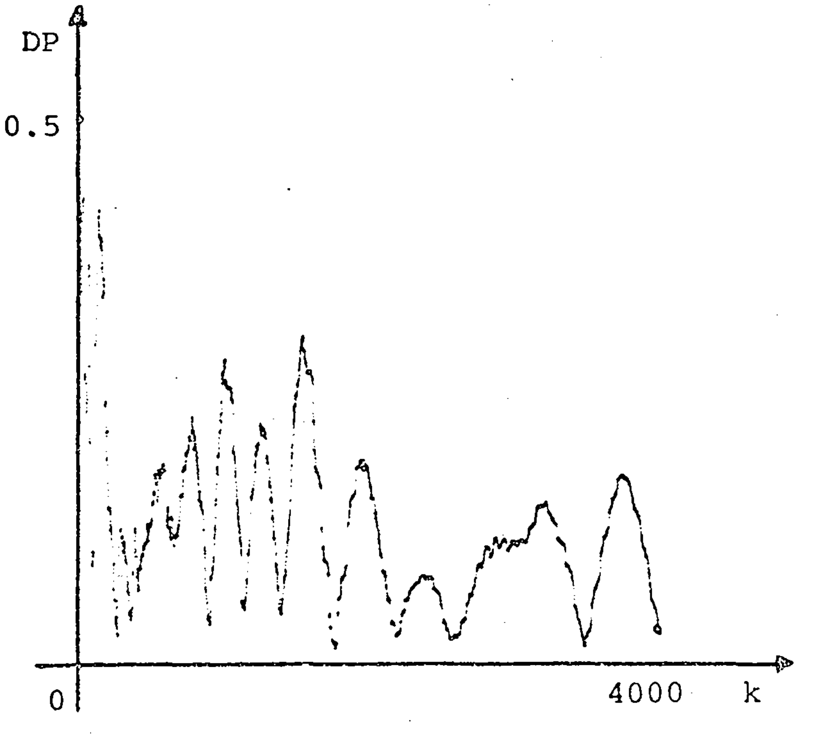


Figura 5.43 - Distância Paramétrica.

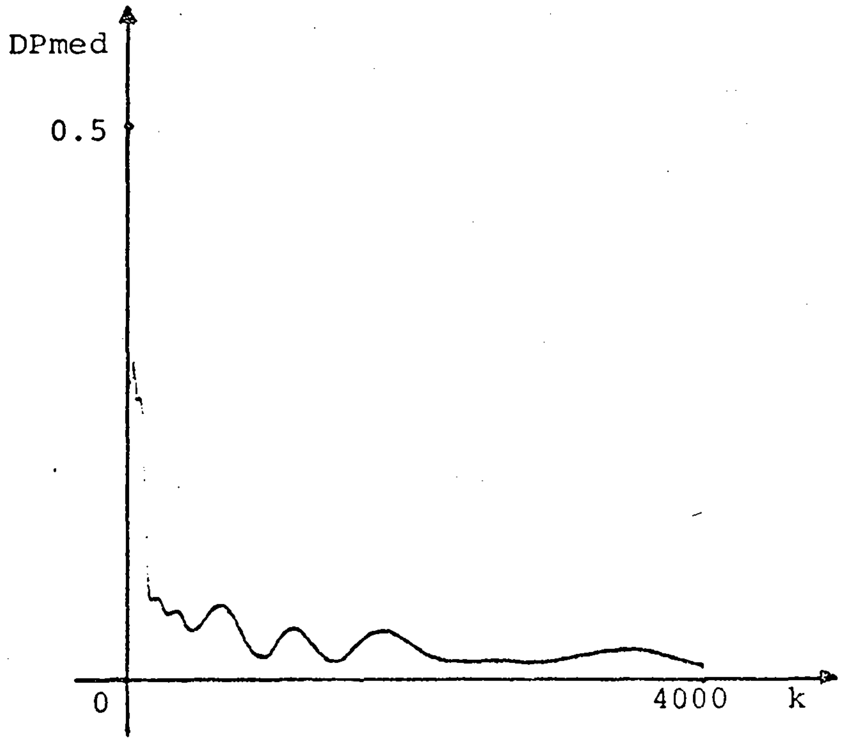


Figura 5.44 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

c - <u>Método 2</u> <u>com</u> <u>ρ = 0.55</u>

As distâncias paramétricas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.241444$$

$$DP_{med}(k) = 0.021643$$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y}(k) = \frac{1.369476\ q^{-1} + 0.190972\ q^{-2}}{1 - 1.470401\ q^{-1} + 0.682827\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.55)$$

$$\hat{\bar{y}}(k) = \frac{0.978414\ q^{-1} + 0.537203\ q^{-2}}{1 - 1.496420\ q^{-1} + 0.696698\ q^{-2}}\ u(k) \quad (5.56)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 5.45 e 5.46.

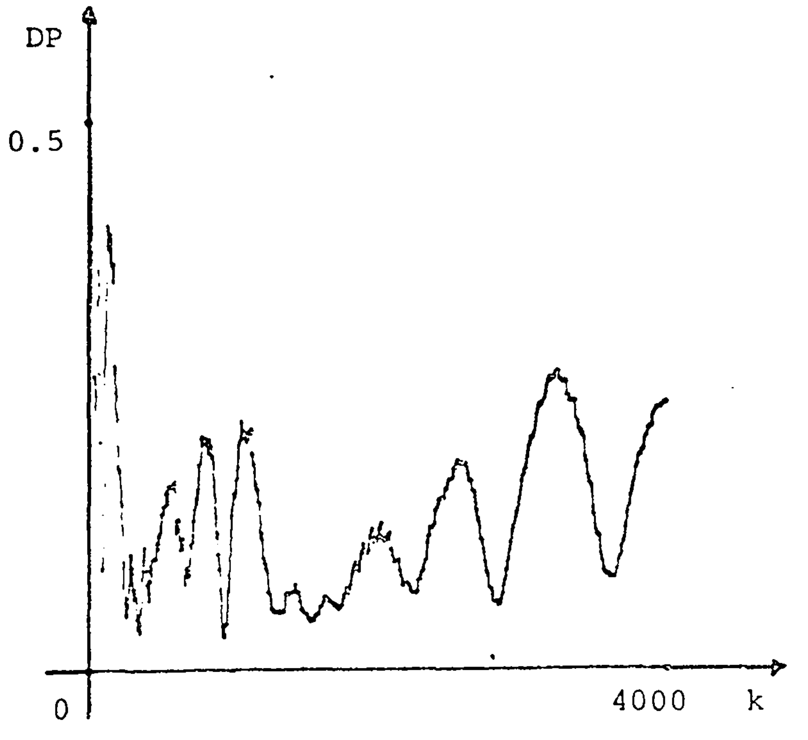


Figura 5.45 - Distância Paramétrica.

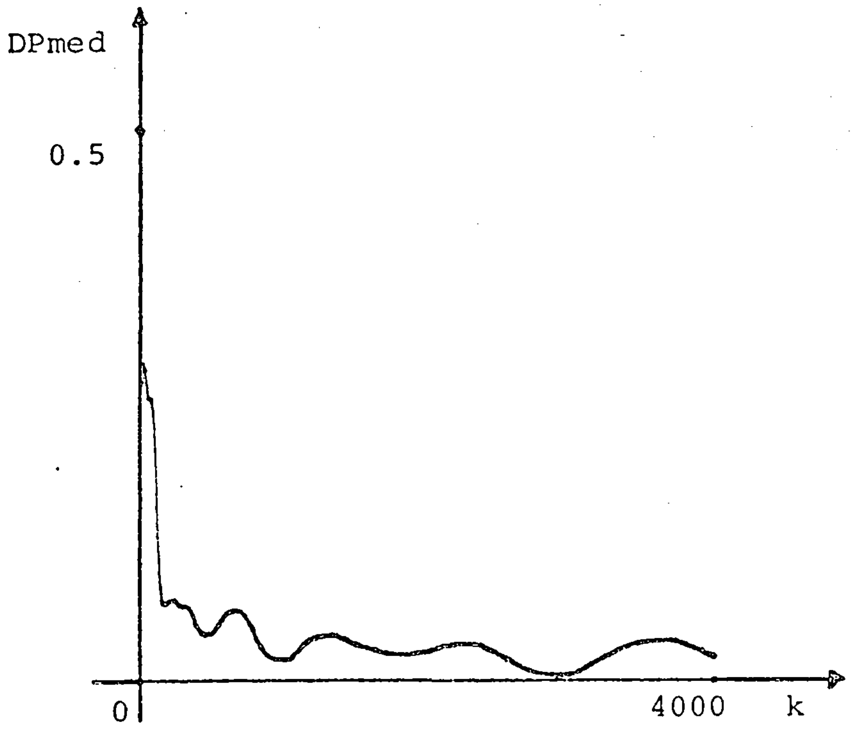


Figura 5.46 - Distância Paramétrica dos Valores Médios.

Observação: Para avaliar o comportamento dos identificadores propostos para um maior número de iterações, escolheu-se, neste caso, o método 2 com $\rho = 0.55$, com os seguintes dados:

$$k = 10000$$

$$RRS\ (k) = 32.001969\%$$

As distâncias paramétricas na iteração final foram:

$$DP(k) = 0.137609$$

$$DP_{med}(k) = 0.005601$$

Os resultados obtidos foram os seguintes:

$$\hat{y} = \frac{0.976867\ q^{-1} + 0.770010\ q^{-2}}{1 - 1.461588\ q^{-1} + 0.671195\ q^{-2}}\ u(k) \qquad (5.57)$$

$$\hat{\bar{y}} = \frac{0.991321\ q^{-1} + 0.509628\ q^{-2}}{1 - 1.501469\ q^{-1} + 0.701404\ q^{-2}}\ 8(k) \qquad (5.58)$$

O comportamento da DP e DP_{med} é mostrado nas Figuras 4.47 e 5.48.

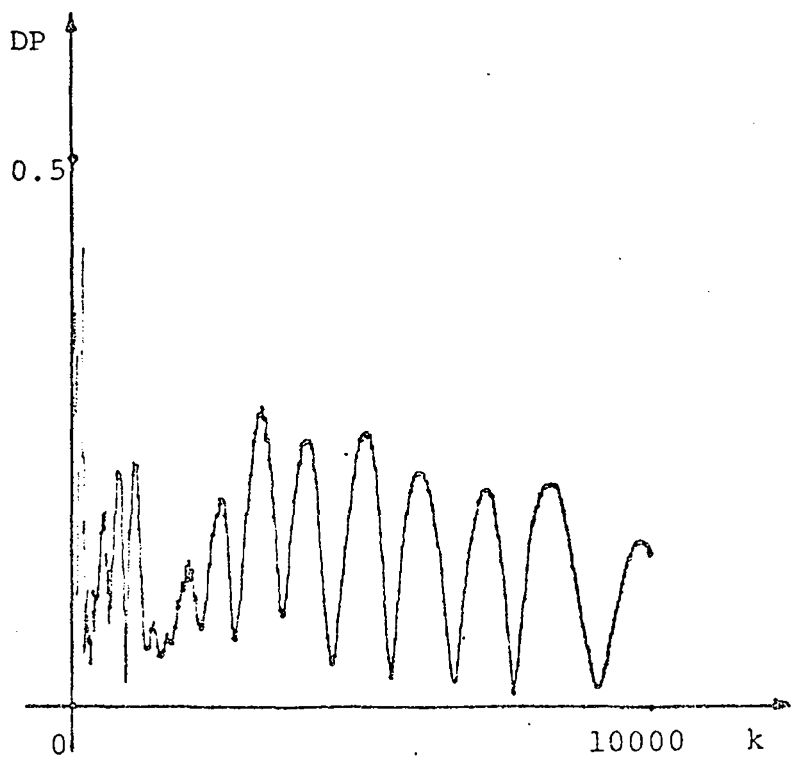


Figura 5.47 - Distância Paramétrica.

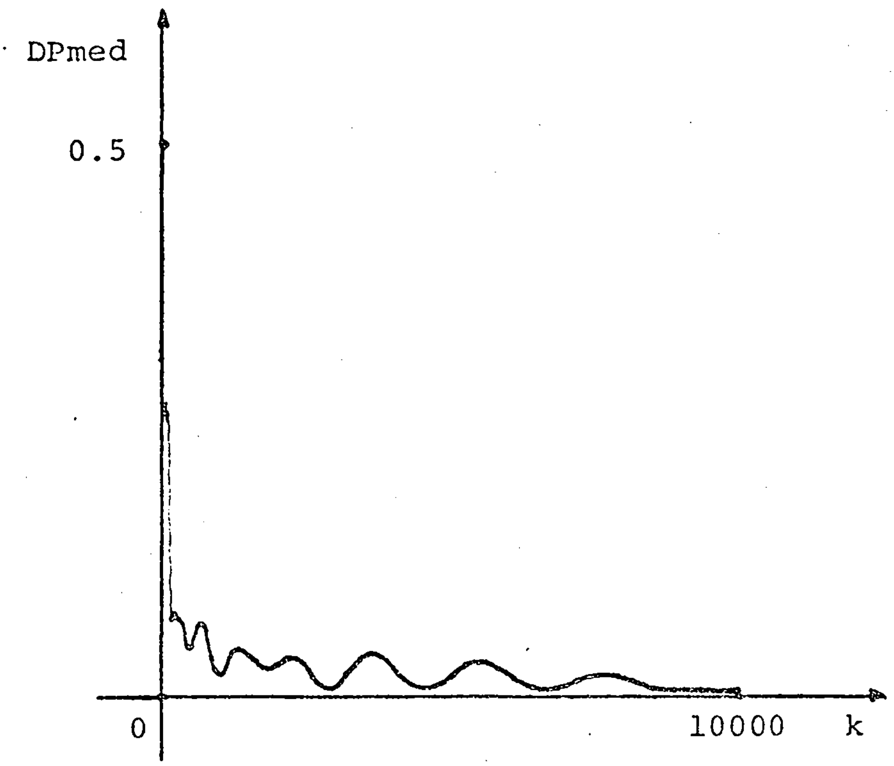


Figura 5.48 - Distância Paramétrica dos Valores Médio.

Pode-se observar neste caso, em que o processo está sujeito à uma perturbação determinística e a um ruído que o método Paralelo não funciona. Observa-se que mesmo em um ambiente fortemente ruidoso os métodos propostos eliminam as parturbações determinísticas e são obtidos bons resultados. Comparando-se as curvas 5.46 e 5.48, nota-se que a identificação melhora com o maior número de iterações.

5.5 - Conclusão

Foram mostrados neste Capítulo os resultados referentes à simulação digital dos algoritmos Série-Paralelo e Para lelo, de Landau,e dos dois novos métodos de identificação paramé trica apresentados no Capítulo 4 deste trabalho.

Após terem sido feitas algumas considerações so bre a programação e equipamento utilizados, foram definidas as me didas de desempenho necessárias para avaliar o comportamento dos identificadores em ambientes sujeitos à perturbações.

Escolheu-se como exemplo a ser identificado um processo de 2ª ordem, dado por (5.10). Verificou-se, por simula ções, que ganhos iniciais altos da seqüência de matrizes F(k) pro porcionam melhores resultados. Nota-se, também, que na maior par te dos casos mostrados são os valores médios que têm comportamen to mais desejado.

Mostrou-se, inicialmente, que os quatro métodos usados, quando o processo não está sujeito à perturbações, têm funcionamento idêntico e convergem para os valores desejados em poucas iterações.

Verificou-se que em ambiente fortemente ruidoso o método Série-Paralelo não funciona, e que o método Paralelo, co mo se esperava, apresenta um bom desempenho. Os novos métodos tiveram neste caso, um comportamento dentro de valores desejados.

Através de simulações em ambiente determinístico verificou-se que com o aumento da Relação Ruído-Sinal os métodos Série-Paralelo e Paralelo apresentam resultados tendenciosos. Ve rificou-se que para esta situação os dois novos métodos desen volvidos apresentam resultados bastante bons para valores de Rela ção Ruído-Sinal consideravelmente altos. Tem-se, então, dois bons algoritmos de identificação paramétrica com eliminação de pertur bações determinísticas. Mostrou-se também que estes novos méto dos não funcionam usando o algoritmo a Ganho Constante.

Simulou-se, então, o processo em um ambiente fortemente perturbado determinística e estocasticamente e verificou-se que os dois novos métodos apresentam bons resultados.

Conclui-se, então, que os dois novos métodos de identificação paramétrica estudados neste trabalho apresentam um bom comportamento em ambientes determinísticos e/ ou estocásticos.

C A P I T U L O 6

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Foi primeiramente estudado neste trabalho os identificadores Paralelo e Série-Paralelo adaptativos de Landau. A síntese destes identificadores foi estudada através de uma transformação destes sistemas na forma padrão, a qual permite a aplicação de critérios de Estabilidade Assintótica Global.

A partir do Lema da Positividade, contido no Apêndice A, definiu-se uma classe de sistemas lineares e discretos, a Classe $\mathcal{L}(E)$. Usando-se esta definição, foi demonstrado, a partir do Teorema de Popov, um Teorema de Estabilidade para uma Classe de Sistemas Realimentados. Foram mostradas duas aplicações deste Teorema, que permitem mostrar a estabilidade dos algoritmos propostos neste trabalho.

No Capítulo 4 foram mostrados dois algoritmos de adaptação paramétrica. O princípio de funcionamento de ambos é semelhante e consiste em usar, atuando sobre o erro generalizado na parte linear do diagrama padrão, um Corretor pertencente à Classe $\mathcal{L}(1)$, sintonizado nas freqüências do estímulo. Para provar a convergência dos parâmetros do modelo ajustável para os do processo, quando não há perturbação, utilizou-se, em ambos os casos, uma função de Liapunov associada ao sistema realimentado global, contendo um termo relacionado com a parte linear e outro com a parte não-linear, que contém o algoritmo de adaptação paramétrica. Deste modo conclui-se que a diferença entre os parâmetros do modelo ajustável e os do processo é constante, em regime permanen te. Supondo-se, então, que esta diferença é diferente de zero, prova-se que para que o sistema seja estável a única solução possível é que haja identificação.

Conclui-se, então, que os identificadores também funcionam quando o processo está sujeito à perturbações limitadas, determinísticas e/ou estocásticas.

Nota-se que ambos os métodos são robustos e de fácil implementação em computador digital. Os algoritmos propostos usam matrizes de ganho de ponderação decrescentes e verifica-se que o sinal de estímulo, na forma de um somatório de cossenos, é de fácil implementação e evita o uso de Seqüências Binárias Pseudo-Aleatórias.

Os resultados em simulação digital mostraram, comparando-se os resultados obtidos para os métodos propostos de identificação com os do Paralelo e Série-Paralelo, que eles têm boa performance em ambientes determinísticos e/ou estocásticos.

Estes identificadores podem ser usados em sistemas de grande porte, onde o problema do controle é dividido em diversos controladores locais, cada um atuando em um sistema de pequena ordem controlável e observável e perturbado deterministicamente. Esta perturbação representa a parte do sistema não representada na parte controlável e observável. Um exemplo típico desta situação é o problema de controle primário em sistemas de potência, onde o conjunto Gerador/Controlador/Turbina/Carga é um sistema controlável e observável, e a perturbação que age sobre ele, considerada constante, é todo o sistema elétrico.

Quanto às indicações para futuros trabalhos, podem ser citadas as seguintes:

1 - Utilização destes identificadores na síntese de controle adaptativo robusto;

2 - Um estudo sobre as freqüências do estímulo;

3 - Um estudo para identificação da perturbação;

4 - Implementação dos algoritmos propostos em micro-processadores, com o propósito de realizar identificação de processos reais.

A P Ê N D I C E   A

SISTEMAS DINÂMICOS POSITIVOS

A.1 - Introdução

Neste Apêndice são mostradas definições e Lemas relacionados à Positividade de Sistemas Dinâmicos Lineares Discretos e Invariantes no Tempo.

A.2 - Positividade de Sistemas Lineares Discretos Invariantes no Tempo

Seja o sistema linear discreto e invariante no tempo descrito por:

$$x(k+1) = A\,x(k) + B\,u(k) \tag{A.1}$$

$$y(k) = C\,x(k) + D\,u(k) \tag{A.2}$$

Onde:

$x(k)$ - vetor de Estados, de dimensão n.

$u(k)$ - vetor de Entradas, de dimensão m.

$y(k)$ - vetor de saídas, de dimensão m.

A,B, C e D - matrizes de dimensões apropriadas.

Assume-se que o par (A,B) é Completamente Controlável, e que o par (C,A) é Completamente Observável. O sistema dado acima pelas equações (A.1) e (A.2) é também caracterizado pela seguinte Matriz Quadrada de Transferência Discreta:

$$H(z) = D + C\,(zI - A)^{-1}\,B \tag{A.3}$$

Definição A.1 |1|

Uma matriz discreta H(z), com dimensão m x m, de funções racionais reais é "Real Positiva" se:

1 - Todos os elementos de H(z) são analíticos fora do círculo unitário.

2 - Os eventuais pólos de qualquer elemento de H(z) sobre o círculo unitário $|z| = 1$ são simples, e a Matriz Residual associada é uma matriz Hermitiana Semidefinida Positiva.

3 - A matriz:

$$H(z) + H^T(z^*) = H(e^{j\omega}) + H^T(e^{-j\omega})$$

é uma matriz Hermitiana Semidefinida Positiva para todos os valores reais de ω que não são pólos de qualquer elemento de $H(e^{j\omega})$.

Lema A.1 - Lema da Positividade |1| ,|10|

A Matriz de Transferência Discreta dada por (A.3) é

"Real Positiva" se existe uma matriz simétrica P definida positiva e matrizes K e L , tais que:

$$1)\ A^T PA - P = - LL^T \tag{A.4}$$

$$2)\ B^T PA + K^T L^T = C \tag{A.5}$$

$$3)\ K^T K = D + D^T - B^T PB \tag{A.6}$$

<u>Definição A.2 |2|</u>

Uma matriz discreta H(z), com dimensão m x m, de funções racionais reais é "Estritamente Real Positiva" se:

1 - Todos os elementos de H(z) são analíticos em $|z| \geq 1$

2 - A matriz:

$$H(z) + H^T(z^*) = H(e^{j\omega}) + H^T(e^{-j\omega})$$

é uma matriz Hermitiana Definida Positiva para todo ω (i. é., para todo z sobre o círculo unitário $|z| = 1$).

<u>Lema A.2</u> - A matriz de transferência discreta dada por (A.3) é "Estritamente Real Positiva" se existe uma matriz simétrica P definida positiva, uma matriz simétrica Q definida positiva e matrizes K e L, tais que:

$$1)\ A^T PA - P = - LL^T - Q \tag{A.7}$$

2) $B^T PA + K^T L^T = C$ (A.8)

3) $K^T K = D + D^T - B^T PB$ (A.9)

APÊNDICE B

HIPERESTABILIDADE

B.1 - Introdução

Neste Apêndice são apresentadas as principais definições e Teoremas relacionados ao problema da Hiperestabilidade . São também introduzidas as definições de sistemas pertencentes às Classes $L(\Lambda)$ e $N(\Gamma)$ e um Teorema de Estabilidade referente à uma classe de sistemas realimentados, formado por sistemas pertencentes às duas definições anteriores |2|, |3|. Este Teorema permite a obtenção dos algoritmos apresentados no Capítulo 2.

B.2 - Definições |1|

Considere o sistema linear invariante no tempo:

$$x(k+1) = A\ x(k) + B\ u(k) = A\ x(k) - B\ \omega(k) \qquad (B.1)$$

$$y(k) = C\ x(k) + D\ u(k) = C\ x(k) - D\ \omega(k) \qquad (B.2)$$

Onde:

$x(k)$ - vetor de Estados, de dimensão n.

$u(k)$ - vetor de Entradas, de dimensão m.

$y(k)$ - vetor de Saídas, de dimensão m.

A,B,C e D - matrizes constantes de dimensões apropriadas.

Os pares (A,B) e (C,A) são Completamente Controlável e Completamente Observável, respectivamente;

realimentado pelo bloco:

$$\omega(k) = f(y,k,\ell), \quad \ell \leq k \tag{B.3}$$

A Figura B.1 mostra o sistema realimentado, formado por (B.1),(B.2) e (B.3), que é chamado: "Sistema Padrão Multivariável com Realimentação Não-Linear e Variante no Tempo".

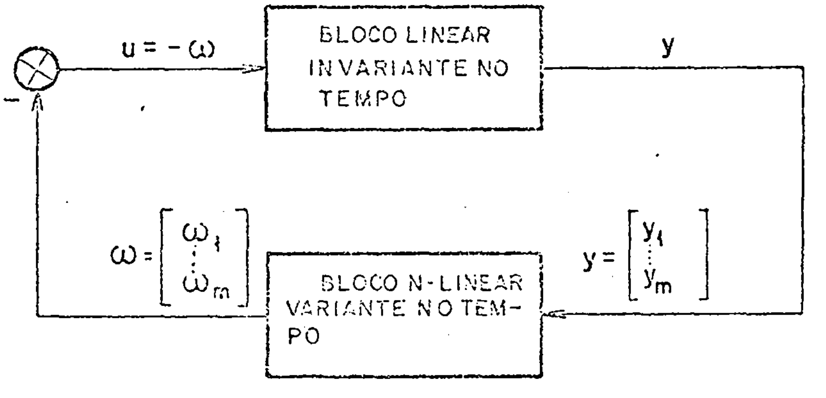


Figura B.1 - Sistema Padrão Multivariável com Realimentação Não-Linear e Variante no Tempo.

Definição B.1

O sistema à malha fechada dado pelas equações (B.1), (B.2) e (B.3) é Hiperestável (ou, o bloco de alimentação direta definido por (B.1) e (B.2) é Hiperestável) se existe uma constante $\delta > 0$ e uma constante positiva $\gamma_0 > 0$, tais que todas as soluções $x|x(0), k|$ das equações (B.1) e (B.2) verifiquem a desigualdade:

$$||x(k)|| < \delta \left[\; ||x(0)|| + \gamma_0 \right] \quad , \quad \forall \; k \geq 0 \tag{B.4}$$

para qualquer bloco de realimentação $\omega(k) = f(y,k,\ell)$ que satisfaça a seguinte desigualdade, chamada "Desigualdade de Popov":

$$\eta(k_0,k_1) = \sum_{k=k_0}^{k_1} \omega^T(k)\, y(k) \geq - \gamma_0^2 \quad , \quad \forall \quad k > k_0 \tag{B.5}$$

onde γ_0 é uma constante positiva e finita.

Definição B.2

O sistema à malha fechada dado pelas equações (B.1), (B.2) e (B.3), é "assintoticamente Hiperestável" se:

1 - Ele é Hiperestável

2 - $\lim\limits_{k\to\infty} x(k) = 0$, para todo bloco de realimentação $\omega(k) = f(y,k,\ell)$ que satisfaça (B.5).

Equivalente à definição anterior, tem-se:

Definição B.3

O sistema à malha fechada, descrito por (B.1), (B.2) e (B.3), é "assintoticamente Hiperestável" se ele é assintoticamente estável para todos os blocos de realimentação (B.3) que verifiquem a desigualdade (B.5).

B.3 - Teorema de Popov |1|

Teorema B.1

A condição necessária e suficiente para que o sistema realimentado descritos pelas equações (B.1), (B.2), (B.3) e (B.5) ser (Assintoticamente) Hiperestável (ou, o bloco definido por (B.1) e (B.2) ser (Assintoticamente) Hiperestável) é que a Matriz de Transferência discreta:

$$H(z) = D + C\,(zI - A)^{-1}\,B \qquad (B.6)$$

seja (Estritamente) Real Positiva.

B.4 - Definições de Sistemas Discretos Pertencentes às Classes $L(\Lambda)$ e $N(\Gamma)$ |2|, |3|

Definição B.4 - Classe $L(\Lambda)$

Seja Λ uma matriz simétrica. O sistema formado pelas equações (B.1) e (B.2) pertence à Classe $L(\Lambda)$ se o sistema resultante de sua combinação em paralelo com a matriz de ganho $-\frac{1}{2}\Lambda$ for caracterizado por uma Matriz de Transferência discreta Estritamente Real Positiva.

A partir da Figura B.2, obtém-se:

$$x(k+1) = A\,x(k) + B\,u(k) \tag{B.7}$$

$$y_R(k) = C\,x(k) + (D - \frac{1}{2}\Lambda)\,u(k) \tag{B.8}$$

que é caracterizado pela seguinte Matriz de Transferência:

$$H'(z) = D - \frac{1\Lambda}{2} + C\,(zI - A)^{-1}\,B \tag{B.9}$$

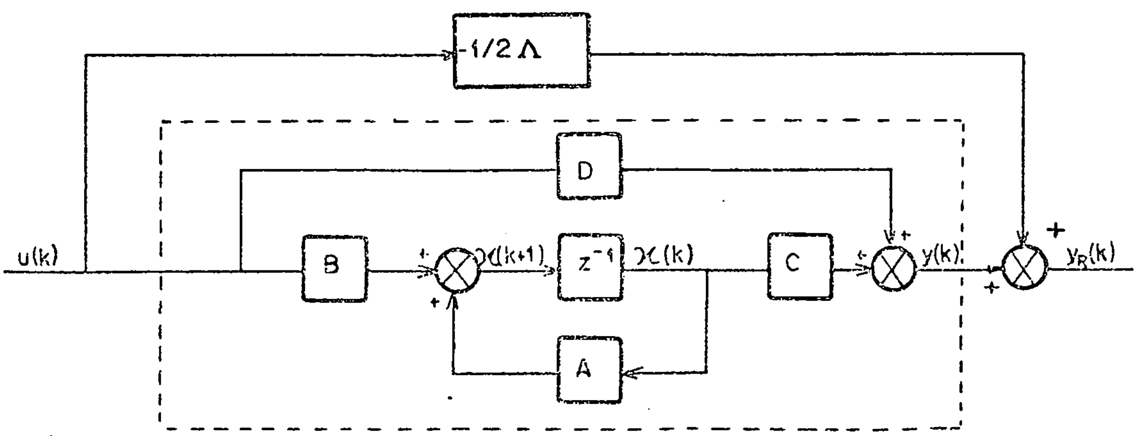


Figura B.2 - Sistema Realimentado Equivalente.

Aplicando o Lema A.2 em (B.9), verifica-se se o sistema formado pelas equações (B.7) e (B.8) é Estritamente Real

Positivo e, conseqüentemente, se o sistema (B.1), (B.2) pertence à Classe $L(\Lambda)$. Assim:

Lema B.1 - Critério da Classe $L(\Lambda)$

O sistema formado pelas equações (B.1) e (B.2), pertence à Classe $L(\Lambda)$ se existem matrizes simétricas P e Q definidas positivas, uma matriz simétrica Λ e matrizes K e L, tais que:

$$1)\ A^T PA - P = - LL^T - Q \qquad (B.10)$$

$$2)\ B^T PA + K^T L^T = C \qquad (B.11)$$

$$3)\ K^T K = D + D^T - \frac{1}{2} (\Lambda + \Lambda^T) - B^T PB \qquad (B.12)$$

B.4.2 - Sistemas Discretos Pertencentes à Classe $N(\Gamma)$:

Seja um sistema linear discreto e variante no tempo, descrito por:

$$x(k+1) = A(k)\ x(k) + B(k)\ u(k) \qquad (B.13)$$

$$y(k) = C(k)\ x(k) + D(k)\ u(k) \qquad (B.14)$$

Onde:

$x(k)$ - vetor de Estados de dimensão n.

$u(k)$ - vetor de Entradas, de dimensão m.

$y(k)$ - vetor de Saídas, de dimensão m.

$A(k)$, $B(k)$, $C(k)$ e $D(k)$ - seqüências de matrizes variantes no tempo de dimensões apropriadas.

Definição B.5 - Classe $N(\Gamma)$

Seja $\Gamma(k)$ uma matriz simétrica variante no tempo. O sistema formado pelas equações (B.13) e (B.14) pertence à Classe $N(\Gamma)$ se o sistema resultante de sua combinação em realimentação com a matriz $\frac{1}{2}\,\Gamma(k)$ satisfazer a Desigualdade de Popov.

Neste caso, a desigualdade é expressa por:

$$\sum_{k=k_0}^{k_1} [y_R(k)]^T\, u_R(k) \geq -\ \mu_0^2 \quad , \forall\ k_1 \geq k_0 \tag{B.15}$$

Onde: $\mu_0 \geq 0$

A partir da Figura B.3, obtem-se o sistema resultante, dado por:

$$x(k+1) = A(k)\ x(k) + B(k)\ u(k) \tag{B.16}$$

$$y_R(k) = y(k) = C(k)\ x(k) + D(k)\ u(k) \tag{B.17}$$

$$u(k) = u_R(k) - \frac{1}{2}\ \Gamma(k)\ y(k) \tag{B.18}$$

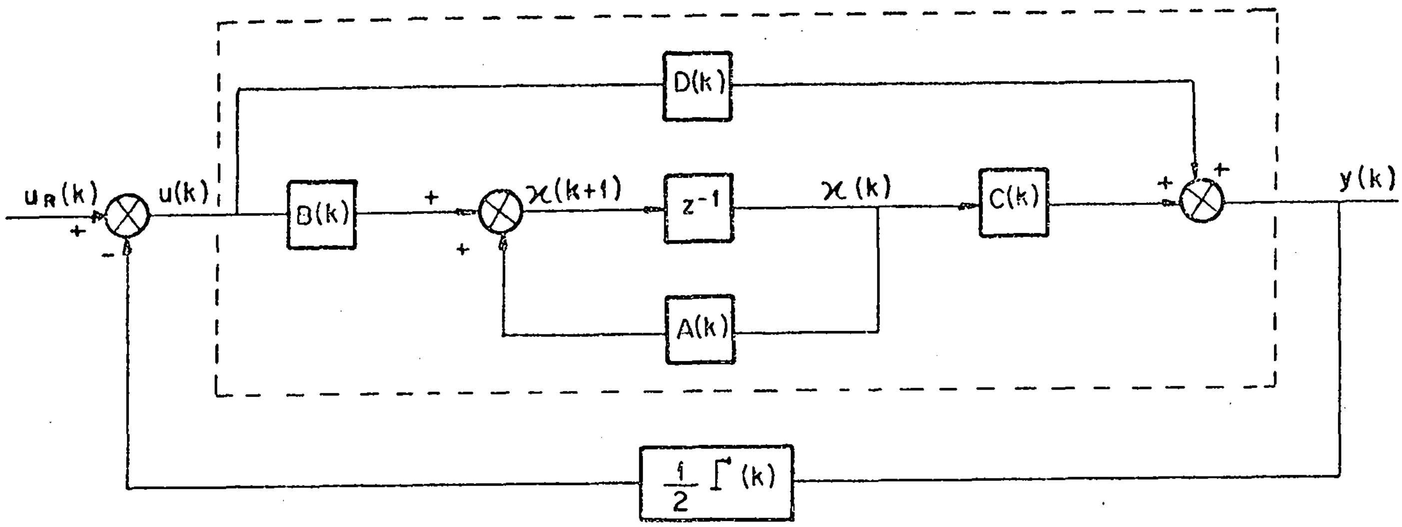


Figura B.3 - Sistema Realimentado Equivalente.

A desigualdade (B.15) pode, então, ser expressa por:

$$\sum_{k=k_0}^{k_1} [y_R(k)]^T u_R(k) = \sum_{k=k_0}^{k_1} [y(k)]^T u(k) + \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{k_1} [y(k)]^T \Gamma(k)\, y(k) \tag{B.19}$$

Utilizando (B.19) e (B.16) e o Lema contido no Apêndice 1 de |4|, conforme prova contida em |3|, obtém-se as condições que satisfazem a desigualdade (B.15). Assim:

Lema B.2 - <u>Critérios da Classe N(Γ) |2|</u>

O sistema formado por (B.13) e (B.14) pertence à Classe N(Γ) se existe uma matriz simétrica P(k) definida positiva ou semidefinida positiva, três matrizes Q(k), S(k) e R(k), e uma matriz simétrica $\Gamma(k)$, tais que:

1) $A^T(k)\ P(k+1)\ A(k) - P(k) = -\ Q(k) + C^T(k)\ \Gamma(k)\ C(k)$ (B.20)

2) $B^T(k)\ P(k+1)\ A(k) + S^T(k) = C(k) + D^T(k)\ \Gamma(k)\ C(k)$ (B.21)

3) $R(k) - D^T(k)\ \Gamma(k)\ D(k) = D(k) + D^T(k) - B^T(k)\ P(k+1)\ B(k)$ (B.22)

4) A matriz:

$$M(k) = \begin{bmatrix} Q(k) & S(k) \\ S^T(k) & R(k) \end{bmatrix} \qquad \text{(B.23)}$$

é semidefinida positiva ou definida positiva.

B.5 - Teorema de Estabilidade para uma Classe de Sistemas Realimentados |2|, |3|

Teorema B.2 -

Um sistema discreto pertencente à Classe $L(\Lambda)$ realimentado por um sistema pertencente à Classe $N(\Gamma)$, como mostra a Figura B.4, é assintoticamente estável globalmente se a matriz $\Lambda - \Gamma(k)$ é definida positiva ou semidefinida positiva. Assim:

$$\Lambda - \Gamma(k) \geq 0 \quad , \quad \forall \; k \geq k_0 \qquad \text{(B.24)}$$

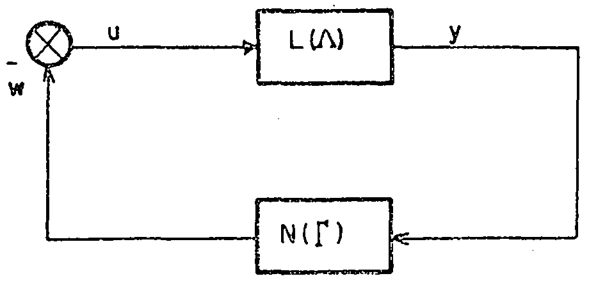


Figura B.4 - Sistema Realimentado na Forma Padrão.

A prova deste Teorema é apresentada em |2| e |3|.

Observação: Para o caso de sistemas monovariáveis, a matriz Λ converte-se em um escalar λ, e a seqüência de matrizes, Γ(k) numa seqüência de escalares dada por γ(k). Pode-se verificar estas duas afirmações a partir das relações contidas nos lemas B.1 e B.2, respectivamente.

Assim, para sistemas monovariáveis, a condição (B.24) pode ser reescrita como:

$$\Lambda - \gamma(k) \geq 0 \quad , \qquad \forall \quad k \geq k_0 \tag{B.25}$$

B.5.1 - <u>Aplicação do Teorema B.2</u>

Usando o Teorema B.2 é possível provar o seguinte Teorema, que permite a obtenção das leis de adaptação paramétrica.

Teorema B.3 - Algoritmo à Ganho Decrescente |2|

Seja o sistema monovariável pertencente à Classe L(1), descrito pelas seguintes equações:

$$x(k+1) = A\ x(k) + b\ u(k) \tag{B.26}$$

$$\nu(k) = c\ x(k) + u(k) \tag{B.27}$$

realimentado pelo sistema variante no tempo dado por:

$$\theta(k+1) = \theta(k) + F(k)\ V(k)\ \nu(k) \tag{B.28}$$

$$\hat{p}(k) = \theta(k) + F(k)\ V(k)\ \nu(k) \tag{B.29}$$

Onde:

$$F(k+1) = F(k) + \frac{F(k)\ V(k)\ V^T(k)\ F(k)}{1 + V^T(k)\ F(k)\ V(k)} \tag{B.30}$$

Sendo F(0) definida positiva

$$u(k) = -\ V^T(k)\ [\hat{p}(k) - p] \tag{B.31}$$

O sitema à malha fechada descrito acima é um sistema assintoticamente estável.

Observação

1) Se, no lugar de (B.30), utilizar-se $F(k+1) = F(k)$, obtém-se o algoritmo à ganho constante cuja prova da estabi-

lidade assintótica é dada em |1|.

2) Prova-se que F(k), dada por (B.30), é decrescente e que $F(k) \to 0$ quando $k \to \infty$ |1,2|.

O diagrama esquemático da Figura B.4 mostra claramente que o algoritmo de identificação encontra-se na forma padrão.

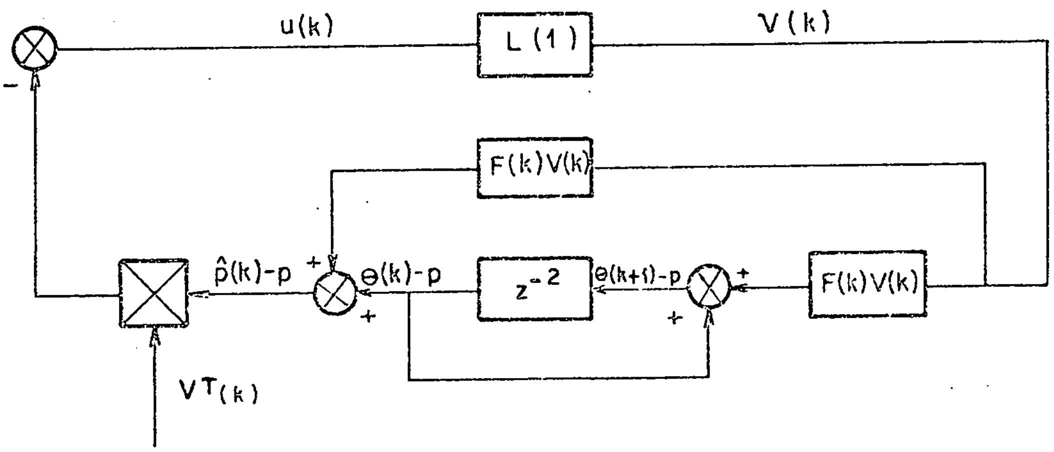


Figura B.5 - Sistema Realimentado na Forma Padrão.

A P Ê N D I C E C

PROVAS DOS LEMAS 4.1 e 4.2

C.1 - Introdução

Neste Apêndice são apresentadas as provas dos dois lemas do Capítulo 4.

C.2 - Prova do Lema 4.1

Aplicando $\lim_{k\to\infty}$ nos dois lados de (4.45):

$$\lim_{k\to\infty} [L(k+1) - L(k)] = \lim_{k\to\infty} [-x^T(k)\ Q\ x(k) - V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu^2(k)]$$

Como L(k) converge:

$$L - L = -\lim_{k\to\infty} x^T(k)\ Q\ x(k) - \lim_{k\to\infty} V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu^2(k) = 0$$

Como: $\lim_{k\to\infty} x^T(k)\ Q\ x(k) = 0$, pois $Q = 0$, como foi visto no subitem 4.4.3, então:

$$\lim_{k\to\infty} V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu^2(k) = 0 \qquad \text{(C.1)}$$

Fazendo:

$$V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu^2(k) = \nu(k)\ V^T(k)\ F(k)\ F^{-1}(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu(k) =$$

$$= m^T(k)\ F^{-1}(k)\ m(k) \tag{C.2}$$

Onde:

$$m(k) = F(k)\ V(k)\ \nu(k) \tag{C.3}$$

A partir de (3.26), (C.2) pode se reescrita como:

$$m^T(k)\ F^{-1}(k)\ m(k) = m^T(k)\ F^{-1}(0)\ m(k) + m^T(k)\ \Big[\sum_{\ell=0}^{k-1} V(\ell)\ V^T(\ell)\Big]\ m(k) \geq$$

$$\geq m^T(k)\ F^{-1}(0)\ m(k) \tag{C.4}$$

Usando o Teorema 8.17 de |15|:

$$m^T(k)\ F^{-1}(0)\ m(k) \geq \lambda m_0\ \|m(k)\|^2 \tag{C.5}$$

Onde:

λm_0 é o menor autovalor da matriz $F^{-1}(0)$ e $\lambda m_0 > 0$

Assim, a partir de (C.5) e (C.4):

$$\lim_{k\to\infty} m^T(k)\ F^{-1}(k)\ m(k) \geq \lim_{k\to\infty} \lambda m_0 \cdot \|m(k)\|^2 \tag{C.6}$$

Substituindo (C.3) e (C.1) no lado esquerdo de (C.6), encontra-se:

$$\lambda m_0 \lim_{k\to\infty} ||m(k)||^2 \leq 0$$

Então: $$\lim_{k\to\infty} ||m(k)|| \rightarrow 0 \qquad (C.7)$$

Assim, substituindo (C.3) em (C.7):

$$\lim_{k\to\infty} ||F(k)\ V(k)\ \nu(k)|| \rightarrow 0 \qquad (C.8)$$

C.3 - Prova do Lema 4.2

Aplicando $\lim_{k\to\infty}$ nos dois lados de (4.87):

$$\lim_{k\to\infty} [L'(k+1) - L'(k)] = \lim_{k\to\infty} [-x^T(k)\ Q\ x(k) - V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu^2(k)]$$

Como $L'(k)$ converge:

$$L' - L' = -\lim_{k\to\infty} x^T(k)\ Q\ x(k) - \lim_{k\to\infty} V^T(k)\ F(k)\ V(k)\ \nu^2(k) = 0$$

Como $Q = 0$, também neste caso, chega-se à (C.1). Pode-se usar, então, (C.2) e (C.3).

A partir de (3.43), (C.2) pode ser reescrita como:

$$m^T(k)\ F^{-1}(k)\ m(k) = m^T(k)\ F^{-1}(0)\ m(k) + m^T(k) \left[\sum_{\ell=0}^{k-1} \frac{a^2}{(\ell+a)^{2\rho}}\ V(\ell)\ V^T(\ell) \right]$$

$$m(k) \geq m^T(k)\ F(0)^{-1}\ m(k) \qquad (C.9)$$

Usando-se os mesmos argumentos da prova anterior sobre (C.9), chega-se à:

$$\lim_{k \to \infty} \| F(k)\ V(k)\ \nu(k) \| \to 0 \qquad (C.10)$$

BIBLIOGRAFIA

|1| - LANDAU, I.D. - "Adaptive Control: The Model Reference Approach". New York, Marcel Dekker, 1979.

|2| - SILVEIRA, H.M. - "Contributions a la Synthese de Systemes Adaptatifs Avec Modele Sans Acces Aux Variables D'Etat".These de Docteur Es-Sciences Physiques, I.N.P. de Grenoble, 1978.

|3| - LANDAU, I.D. & SILVEIRA, H.M. - "A Stability Theorem with Applications to Adaptive Control". IEEE, Trans. Automatic Control, Vol. AC-24, Nº 2, pp 305-311,Abril 1979,

|4| - LANDAU, I.D. - "Unbiased Recursive Identification Using Model Reference Adaptive Techniques". IEEE, Trans. Automatic Control, Vol. AC-21, Nº 2, pp 194-202,Abril 1976.

|5| - LANDAU, I.D. - "An Addendum to "Unbiased Recursive Identification Using Model Reference Adaptive Techniques". IEEE, Trans. Automatic Control, Vol.AC. 23, pp 97-99, Fevereiro 1978.

|6| - LANDAU, I.D. - "Elimination of the Real Positivity Condition in the Design of Parallel MRAS". IEEE, Trans. Automatic Control, Vol. AC.23, pp 1015-1020, Dezembro 1978.

|7| - LANDAU, I.D. - "A Survey of Model Reference Adaptive Techniques Theory and Applications". Automática, Vol. 10, pp. 353-379, 1974.

|8| - LJUNG, L. "On Positive Real Transfer Functions and the Convergence of some Recursive Schemes". IEEE, Trans. Automatic Control, Vol. AC.22, nº 4, pp 539-551, Agos to 1977.

|9| - DUGARD, L. & LANDAU, I.D. - "Recursive Output Error Identification Algorithms. Theory and Evaluation". Nota Interna Lag. nº 79-02, Instituto Nacional Polytechnique de Grenoble, Fevereiro 1979.

|10|- POPOV, V.M. "Hyperstability of Automatic Control Systems". Springer-Verlag, Berlim, 1973.

|11|- CARDOSO Fº, M. - "Identificação em Tempo Real de Sistemas Lineares pelo Método da Correlação". Dissertação de Mestrado, UFSC, 1979.

|12|- FERNANDES, J.M. - "Estudo de Identificadores Adaptativos para Processos com Estado Acessível". Dissertação de Mestrado, UFSC, 1980.

|13|- BEHR, A.T. - "Estudo sobre Identificadores e Seguidores de Variância Mínima". Dissertação de Mestrado, UFSC, 1982.

|14|- LUY, G.S. - "Estudo de uma Classe de Observadores Adaptativos Multivariáveis Discretos". Dissertação de Mestrado, UFSC, 1983.

|15|- CHEN, C.T. - "Introduction to Linear System Theory". Holt, Riehart and Winston, Inc., New York 1970.

|16|- KREIDER, D. & KULLER, R.C. & OSTBERG, D.R. & PERKINS, F.W. - "An Introduction to Linear Analysis". Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Massachusetts, 1966.

|17|- KREYZIG, E. - "Matemática Superior". Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, Vol.2, Rio de Janeiro 1969.

|18|- HANG, C.C. & YAP, E.L. - "A New Model Reference Identification System". Identification and System Parameter Identification, Sixth IFAC Symposium, Vol.1, pp 210-215, Virgínia, 1982.

|19|- SILVEIRA, H.M. - "Comunicação Pessoal".