

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

CONTROLE DE TORQUE E VELOCIDADE DO MOTOR MONOFÁSICO DE  
INDUÇÃO ALIMENTADO EM CORRENTE, SOB FREQUÊNCIA VARIÁVEL

TESE SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

JOÃO BATISTA VIEIRA JÚNIOR

FLORIANÓPOLIS, SETEMBRO 1984

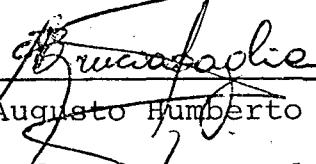
CONTROLE DE TORQUE E VELOCIDADE DO MOTOR MONOFÁSICO DE  
INDUÇÃO ALIMENTADO EM CORRENTE, SOB FREQUÊNCIA VARIÁVEL

JOÃO BATISTA VIEIRA JÚNIOR

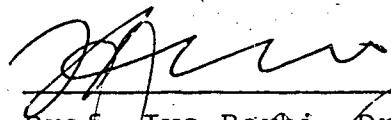
ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO  
DE MESTRE EM ENGENHARIA, ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉ-  
TRICA E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-  
GRADUAÇÃO

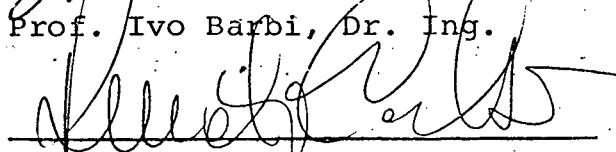
  
Prof. Ivo Barbi, Dr. Ing.

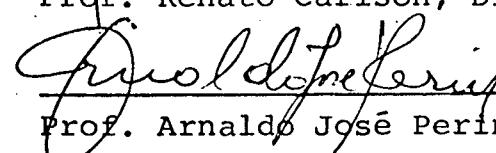
ORIENTADOR

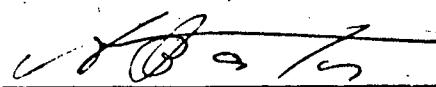
  
Prof. Augusto Humberto Bruciapaglia, Dr. Ing.  
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em En-  
genharia Elétrica

BANCA EXAMINADORA:

  
Prof. Ivo Barbi, Dr. Ing.

  
Prof. Renato Carlson, Dr. Ing.

  
Prof. Arnaldo José Perin, Dr. Ing.

  
Prof. João Pedro Assumpção Bastos, Dr. de Estado

À minha esposa Lilian  
Aos meus filhos Flávio,  
Ticiane e Guilherme

## A G R A D E C I M E N T O S

Ao Prof. Ivo Barbi pela orientação, e principalmente pela dedicação e amizade que muito contribuiu no desenvolvimento deste trabalho.

Aos Professores, funcionários e colegas do Programa de Pós-Graduação e do Departamento de Engenharia Elétrica da UFSC que, de uma forma ou de outra, auxiliaram para a realização deste trabalho.

À Fundação Universidade Federal de Uberlândia, Universidade Federal de Santa Catarina e ao Programa CAPES pelo apoio financeiro.

À minha esposa Lilian, meus filhos Flávio, Ticiane e Guilherme e a meus pais João e Luiza pelo incentivo e contribuição.

Aos componentes da banca examinadora, Professores Renato Carlson, Arnaldo José Perin e João Pedro Assumpção Bastos, pela boa vontade, sugestões e incentivo.

## R E S U M O

Este trabalho trata do estudo do comportamento do motor monofásico de indução alimentado por fonte de corrente e freqüência variáveis, com o objetivo de eliminar os problemas de estabilidade através do controle do torque médio.

Trata também do estudo do controle de velocidade através da variação da freqüência da corrente rotórica.

São apresentados modelos para o estudo do comportamento do motor em regimes permanente e transitório e programas para análise do seu comportamento, à partir dos modelos.

São mostrados os circuitos desenvolvidos para controle de torque médio e velocidade.

Todos os resultados teóricos são comparados experimentalmente, com o emprego de um protótipo de laboratório.

## A B S T R A C T

This work studies the behavior of the single-phase induction motor fed by a current source and variable frequencies with the objective of eliminating the problems stability through the control of the mean torque.

It is also concerned with the study the speed control through frequency changes of the rotor current.

Models for the study of the steady state and transient behavior of the motor are presented, as well as computer programs to analyze the behavior with the models.

The circuits developed for the control of the mean torque and speed are shown.

All the theoretical results are experimentally verified by means of a laboratory prototype.

## S I M B O L O G I A

D - constante de atrito

F - freqüência da corrente de alimentação do motor

Fr - freqüência da corrente do rotor

Fs - freqüência síncrona

Ic - corrente na carga do gerador cc

Is - corrente do estator (valor eficaz)

J - momento de inércia

K - constante do sistema que mede a velocidade no eixo

$K', K''$  - constantes do circuito de controle do torque médio

$K_1$  - constante do torque de carga em relação à velocidade do motor

$K_2$  - constante do torque de carga em relação à corrente da armadura do gerador cc

$K_3$  - constante da tensão da armadura, do gerador cc, em relaçao

ção à sua corrente

- $K_4$  - constante do torque médio em relação à freqüência da corrente do rotor
- $K_t$  - constante do torque médio em relação à pulsação da corrente do rotor
- $L_r$  - indutância cíclica do rotor
- $L_s$  - indutância cíclica do estator
- $m$  - constante relativa de amortecimento
- $m_{sr}$  - indutância mútua cíclica estator-rotor
- $n$  - número de pares de polos
- $n_1$  - relação entre velocidade mecânica e velocidade síncrona
- $R_a$  - resistência da armadura da máquina de corrente contínua
- $R_r$  - resistência do rotor
- $R_s$  - resistência do estator
- $T_a$  - torque de atrito
- $T_e$  - torque no eixo

$T_j$  - torque de inércia

$T_l$  - torque de carga

$T_m$  - torque do motor

$|V_s|$  - módulo da tensão do estator

$X_{msr}$  - reatância de magnetização

$X_r$  - reatância cíclica do rotor

$X_s$  - reatância cíclica do estator

$\alpha$  - inclinação das curvas  $|V_s| \times F$

$\beta$  - inclinação das curvas  $F_x |V_s|$

$\omega$  - pulsação da corrente de alimentação do motor

$\omega_0$  - pulsação natural

$\omega_m$  - velocidade mecânica

$\omega_r$  - pulsação da corrente no rotor

$\omega_s$  - velocidade síncrona

## S U M A R I O

SIMBOLOGIA .....	VII
INTRODUÇÃO .....	01
CAPÍTULO 1 - APRESENTAÇÃO	
1.1 - Introdução .....	03
1.2 - Problemas .....	03
1.3 - Soluções .....	05
CAPÍTULO 2 - ESTUDO DO CONTROLE DO TORQUE MÉDIO DO MOTOR	
ATRAVÉS DO CONTROLE DA FREQÜÊNCIA DA CORREN-	
TE DO ROTOR	
2.1 - Introdução .....	08
2.2 - Equação do Torque Médio em Função da Freqüência da Corrente Rotórica (Fr) .....	08
2.3 - Obtenção Teórica das Características do Motor Utilizado .....	22
2.4 - Obtenção Experimental das Características TxFr do Motor Utilizado .....	26
2.5 - Controle do Torque através do Controle da Freqüência da Corrente do Rotor (Fr) .....	32
2.6 - Comportamento Dinâmico na Região de Baixo Escorregamento com Fr Imposta .....	37

2.7 - Conclusões .....	54
 CAPÍTULO 3 - ESTUDO DO CONTROLE DO TORQUE MÉDIO DO MOTOR ATRAVÉS DO CONTROLE DO MÓDULO DA TENSÃO DO ESTATOR	
3.1 - Introdução .....	56
3.2 - Estudo do Torque Médio em Função do Módulo da Tensão do Estator .....	57
3.3 - Obtenção Teórica das Características do Motor Utili- zado .....	67
3.4 - Estudo Experimental de $ Vs  \times Fr$ , para Torque Variável.	78
3.5 - Modelo Simplificado para Controle do Torque Médio a través do Módulo da Tensão do Estator .....	80
3.6 - Implementação do Circuito de Controle do Torque Médio através do Módulo da Tensão do Estator .....	85
3.7 - Estudo Experimental do Comportamento Dinâmico do Mo- tor, com Controle do Torque Médio através do Módulo da Tensão do Estator .....	88
3.8 - Conclusões .....	93
 CAPÍTULO 4 - ESTUDO DO CONTROLE DE VELOCIDADE	
4.1 - Introdução .....	95
4.2 - Diagrama de Blocos .....	95
4.3 - Modelagem .....	99
4.4 - Circuito de Controle de Velocidade .....	103

4.5 - Estudo Experimental .....	108
4.6 - Resultados .....	112
4.7 - Conclusões .....	114
CONCLUSÕES .....	115
APÊNDICE A .....	117
APÊNDICE B .....	122
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	126

## I N T R O D U Ç Ã O

Geralmente quando se deseja trabalhar com motor com velocidade variável utiliza-se o motor de corrente contínua, devendo a sua facilidade de controle.

Entretanto, alguns inconvenientes tais como, manutenção freqüente, vida útil curta, incapacidade de operar com velocidades, correntes e potências elevadas, inadequação a atmosferas empoeiradas e explosivas fazem com que o emprego do motor de corrente contínua seja limitado.

Nestes casos em que o motor de corrente contínua não é viável, tem-se empregado o motor trifásico de indução alimentado com freqüência variável. É um motor mais robusto que apresenta comportamento análogo ao do motor de corrente contínua, sem os inconvenientes acima citados, principalmente operação sem fiação. Porém, exige comandos muito mais complexos a nível de estrutura de conversor estático de potência e circuitos auxiliares.

Quando se trata de pequenas potências o custo dos conversores estáticos torna-se muito mais elevado do que o custo do motor.

Assim, para pequenas potências surge o motor monofásico de indução como outra opção para controle de velocidade, pois este apresenta menor complexidade de comando e menor custo da montagem.

No estudo "Motor Monofásico de Indução Alimentado em Corrente sob Freqüência Variável", desenvolvido no LAMEP (Laboratório de Máquinas Elétricas e Eletrônica de Potência) da UFSC, ve-

rificou-se que o comportamento da estrutura associada ao motor teve um ótimo resultado comparando-se os valores experimentais com os obtidos analiticamente.

Porém, no estudo do motor monofásico de indução alimentado em corrente, sob freqüência variável nota-se que o sistema apresenta problemas de estabilidade, ocasionando a parada do motor.

Com o intuito de solucionar estes problemas de estabilidade, presentes no estudo citado anteriormente, foi proposto pelo LAMEP da UFSC o estudo do controle do torque médio e da velocidade do motor de indução.

Partindo deste princípio, neste trabalho são apresentados inicialmente os problemas que deverão ser solucionados.

Depois é feito, teórica e experimentalmente, o estudo do controle do torque médio através do controle da freqüência da corrente do rotor, que é o método clássico para este tipo de controle em motor trifásico de indução.

Posteriormente é feito, teórica e experimentalmente, o estudo do controle do torque médio através do módulo da tensão do estator.

E, finalmente é feito, também teórica e experimentalmente, o estudo do controle de velocidade através da variação da freqüência da corrente do rotor.

## C A P I T U L O   I

### APRESENTAÇÃO

#### 1.1 - INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é apresentar os problemas de estabilidade existentes na montagem atual [ 2 ], sobre os quais está centrado este trabalho.

#### 1.2 - PROBLEMAS

Os problemas existentes, como já foi citado, são relacionados à estabilidade do conjunto motor-inversor. Eles acontecem tanto durante a aceleração do motor, quanto durante um transitorio de carga.

Para maior facilidade de entendimento e visualização destes problemas as explicações serão particularizadas.

Os problemas de estabilidade que acontecem no presente caso, podem ser visualizados através das Figuras ( 1.1 ).

Primeiramente, será apresentado o que ocorre durante a aceleração, após este será feita a apresentação do que ocorre no transitorio de carga.

##### 1.2.1 - ACELERAÇÃO

Quando o aumento de velocidade é efetuado de maneira lenta não acontece nenhum distúrbio, o conjunto funciona nor-

malmente, mas quando se deseja aumentar rapidamente a velocidade, aparecem alguns inconvenientes graves que são os seguintes:

- a) Quando se muda bruscamente a freqüência de alimentação do motor ( $F$ ) de, por exemplo, 10 Hz para 60 Hz, o funcionamento do motor tende à passar de curva 1 para a 6 (Figura 1.1);
- b) Como, no presente caso, o transitório elétrico é muito mais rápido que o mecânico, podendo no limite ser considerado instantâneo, o motor passa de uma curva de operação para a outra instantaneamente, enquanto que, a carga leva um determinado intervalo de tempo para variar sua curva;
- c) Então, o sistema não consegue se ajustar à nova condição imposta, porque, no presente exemplo, enquanto o motor já se encontra operando na curva 6 a carga ainda se encontra no mesmo ponto da curva de carga, o que conduz o ponto de operação do sistema motor carga para a região de instabilidade de curva de funcionamento do motor, o que ocasiona a sua parada.

#### 1.2.1 - TRANSITÓRIO DE CARGA

Quando o transitório de carga é de pequenas dimensões, por exemplo, o conjunto motor-carga se encontra operando nas curvas 6 e TC6 e a carga tem um transitório que a leve para a curva TC5, o conjunto não apresenta distúrbios no funcionamento, mas se o que acontece é um transitório de carga de dimensões consideráveis estarão presentes alguns inconvenientes graves, que são descritos na exposição à seguir.

Se o sistema se encontra operando, como citado no exemplo acima, nas curvas 6 e TC6, e acontece um transitório de

carga que faz, por exemplo, a carga passar a operar na curva de carga TC3, como a freqüência de alimentação do motor é imposta manualmente o motor continua operando na curva 6, portanto, o conjunto motor-carga, passa a operar na região de instabilidade da curva de funcionamento do motor, o que ocasiona a sua parada.

### 1.3 - SOLUÇÕES

O estudo e a apresentação das soluções para estes problemas serão apresentados nos capítulos seguintes.

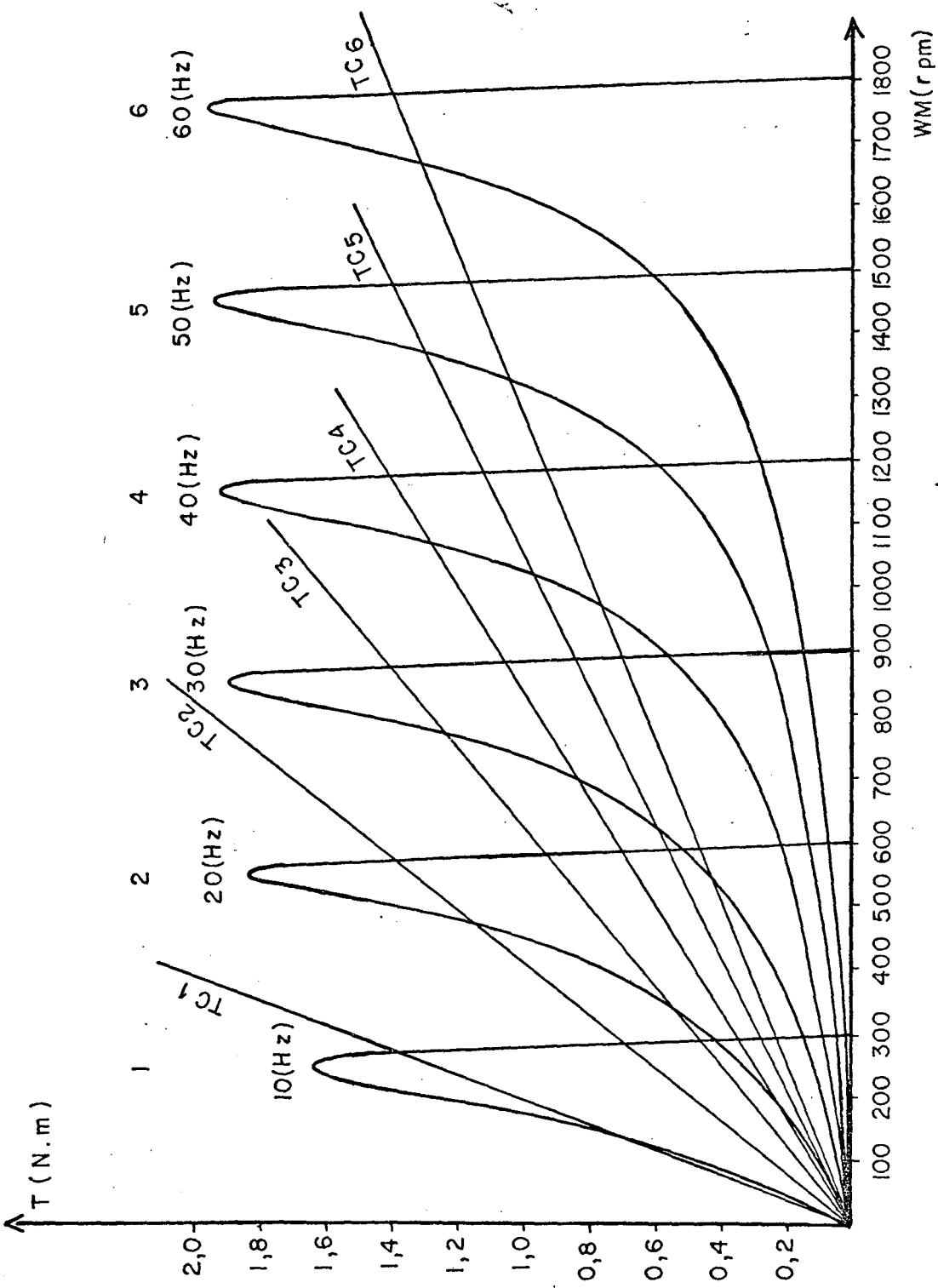


Figura 1.1-a - Curvas  $T_{xum}$ , para Frequência de Alimentação ( $F$ ) variável, para  $I_S = 4,5$  A.

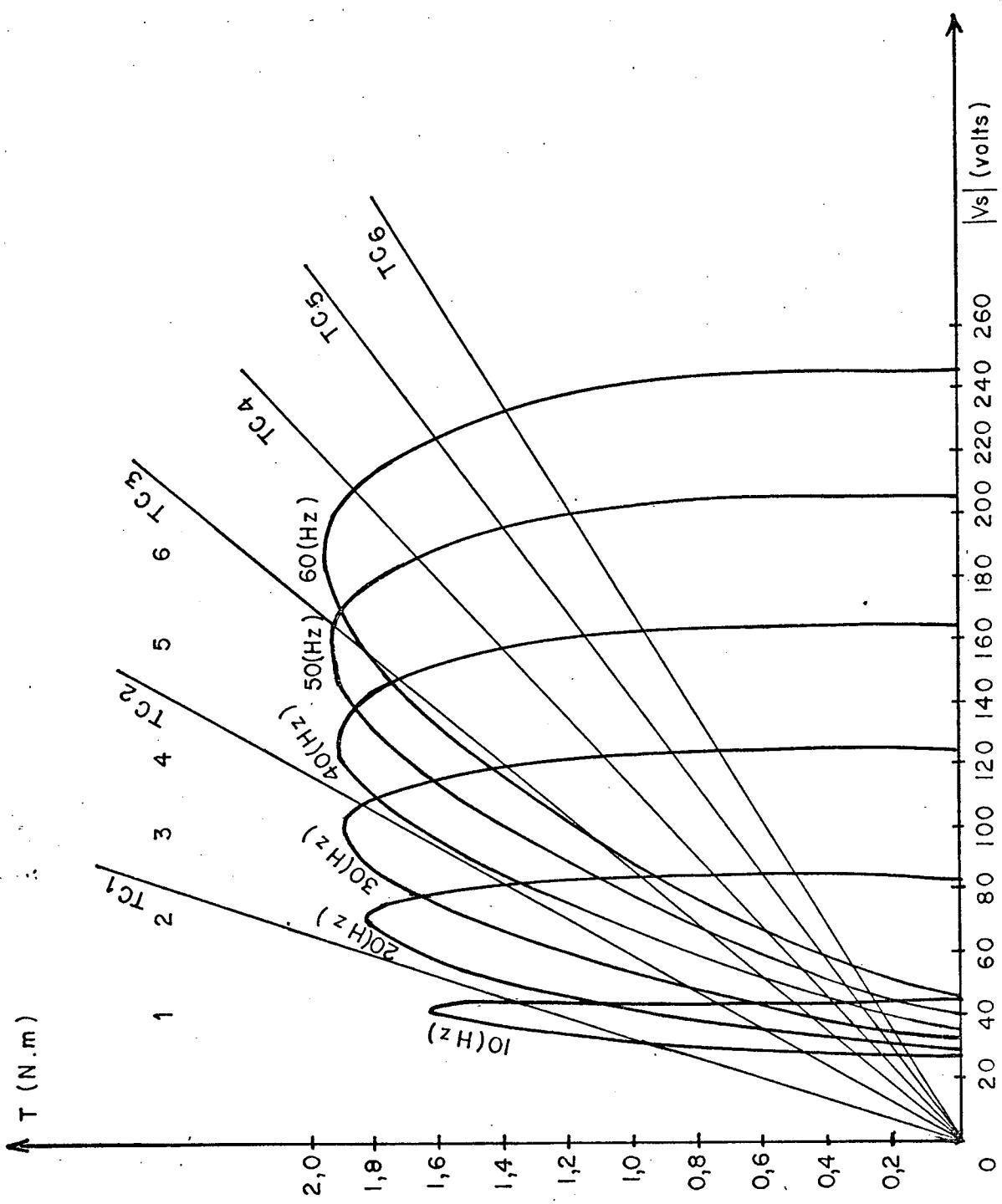


Figura 1.1-b - Curvas  $T_x |vs|$ , para Freqüência de Alimentação (F) variável, para  $I_S = 4,5 \text{ A}$ .

## C A P I T U L O    II

### ESTUDO DO CONTROLE DO TORQUE MÉDIO DO MOTOR ATRAVÉS DO CONTROLE DA FREQÜÊNCIA DA CORRENTE DO ROTOR

#### 2.1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo tem como objetivo obter à partir da equação do torque médio em função da velocidade [ 2 ], a equação do torque médio em função da freqüência da corrente do rotor.

Obter as características TxFr, do motor utilizado, através desta equação.

Obter a equação do torque médio, em função da freqüência da corrente do rotor, de maneira mais simples possível, para que possa ser implementada.

Obter as características TxFr, do motor utilizado, experimentalmente.

Fazer o controle do torque médio, através do controle da freqüência da corrente do rotor.

Fazer um estudo teórico e prático do comportamento dinâmico do motor com controle do torque médio através de Fr.

#### 2.2 - EQUAÇÃO DO TORQUE MÉDIO EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA CORRENTE ROTÓRICA (Fr)

De [ 2 ] obtem-se a seguinte equação do torque médio:

$$T = - \frac{2 n X_{msr}^2 I_s^2}{3\omega} \left\{ \begin{array}{l} Rr Xr^2 (Rr^2 + Xr^2) n_1^3 + Rr (Rr^4 - Xr^4) n_1 \\ Xr^4 (Rr^2 + Xr^2) n_1^4 + 2 Xr^2 (Rr^4 - Xr^4) n_1^2 + Rr^4 (Rr^2 + 3Xr^2) + Xr^4 (3Rr^2 + Xr^2) \end{array} \right\} \quad (2.1)$$

Onde:

$n$  = número de pares de polos

$n_1 = \frac{\omega_m}{\omega_s}$

$\omega_s$

$\omega_s = \frac{120}{n} \times F$

número de polos

$\omega_m$  = velocidade mecânica

$\omega_s$  = velocidade de sincronismo

$\omega$  = pulsação da corrente de alimentação

$I_s$  = corrente de alimentação do estator, eixo direto, para regime permanente, alimentação senoidal (valor eficaz)

$R_r$  = resistência do rotor

$X_r$  = reatância cíclica do rotor

$X_{msr}$  = reatância de magnetização

$T$  = torque médio.

Mas, por definição, sabe-se que:

$$X_{msr} = \omega \times msr \quad (2.2)$$

$$X_r = \omega \times L_r \quad (2.3)$$

Susbstituindo as equações (2.2) e (2.3) na equação (2.1) obtem-se a equação (2.4).

$$T = - \frac{2 n \omega^2 m s r^2 I s^2}{3 \omega} \left[ \frac{R r \omega^2 L r^2 (R r^2 + \omega^2 L r^2) n_1^3 + R r (R r^4 - \omega^4 L r^4) n_1}{\omega^4 L r^4 (R r^2 + \omega^2 L r^2) n_1^4 + 2 \omega^2 L r^2 (R r^4 - \omega^4 L r^4) n_1^2 + R r^4 (R r^2 + 3 \omega^2 L r^2) + \omega^4 L r^4 (3 R r^2 + \omega^2 L r^2)} \right]^{(2.4)}$$

Efetuando as devidas simplificações na equação (2.4)  
obtem-se a equação (2.5):

$$\Omega = - \frac{2}{\omega} \frac{n_m s r^2 I s^2}{3} \left[ \frac{Rr Lr^2 (Rr^2 + \omega^2 Lr^2) n_1^3 + \frac{Rr}{\omega^2} (Rr^4 - \omega^4 Lr^4) n_1}{Lr^4 (Rr^2 + \omega^2 Lr^2) n_1^4 + \frac{2Lr^2}{\omega^2} (Rr^4 - \omega^4 Lr^4) n_1^2 + \left( \frac{Rr}{\omega} \right)^4 (Rr^2 + 3\omega^2 Lr^2) + Lr^4 (3Rr^2 + \omega^2 Lr^2)} \right]$$

(2.5)

Mas, por definição, tem-se que:

$$n_1 = \frac{\omega_m}{\omega_s}$$

$$\text{e } n\omega_m = n\omega_s - \omega_r$$

$$\omega_m = \omega_s - \frac{\omega_r}{n}$$

Onde:

$\omega_r$  = pulsação da corrente no rotor

$$\text{portanto, } n_1 = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s}$$

$$n_1 = 1 - \frac{\omega_r}{n\omega_s} \quad (2.6)$$

Substituindo a equação (2.6) na equação (2.5) obtém-se a equação (2.7), que é a primeira equação procurada.

$$T = -\frac{2}{3} \frac{n}{\omega} msr^2 Is^2 \left[ \frac{Rr Lr^2 (Rr^2 + \omega^2 Lr^2)}{Lr^4 (Rr^2 + \omega^2 Lr^2)} \left( 1 - \frac{\omega r}{n \omega s} \right)^3 + \frac{Rr}{\omega^2} \frac{(Rr^4 - \omega^4 Lr^4) \left( 1 - \frac{\omega r}{n \omega s} \right)}{n \omega s} \right]$$

$$+ \frac{2Lr^2 (Rr^4 - \omega^4 Lr^4)}{\omega^2 n \omega s} \left( 1 - \frac{\omega r}{n \omega s} \right)^2 + \left( \frac{Rr}{\omega} \right)^4 \frac{(Rr^2 + 3 \omega^2 Lr^2) + Lr^4 (3Rr^2 + \omega^2 Lr^2)}{\omega}$$

(2.7)

A equação (2.7) possui alguns termos que são muito pequenos, devido à grandeza dos parâmetros do motor, portanto, pode-se simplificá-los do seguinte modo:

$$\frac{Rr}{\omega} < 1 \quad \left( \frac{Rr}{\omega} \right)^4 \ll 1, \text{ portanto,}$$

$$\left( \frac{Rr}{\omega} \right)^4 (Rr^2 + 3\omega^2 Lr^2) \approx 0$$

$$Rr < \omega Lr \quad Rr^4 \ll \omega^4 Lr^4$$

Portanto, a equação (2.7) é transformada na (2.8).

$$T = -\frac{2nmsr^2 Is^2}{3\omega} \left\{ \frac{RrLr^2(Rr^2+\omega^2Lr^2)\left(1-\frac{\omega r}{nws}\right)^3 - \frac{Rr}{\omega^2} \omega^4 Lr^4 \left(1-\frac{\omega r}{nws}\right)}{Lr^4(Rr^2+\omega^2Lr^2)\left(1-\frac{\omega r}{nws}\right)^4 - \frac{2Lr^2}{\omega^2} \omega^4 Lr^4 \left(1-\frac{\omega r}{nws}\right) + Lr^4(3Rr^2+\omega^2Lr^2)}$$
(2.8)

$$\text{Mas} \quad \omega = nws$$

$$T = -\frac{2}{3} \frac{n \text{msr}^2 I_s^2}{\omega S} \left\{ \frac{Rr Lr^2 (Rr + n^2 \omega S^2 Lr^2) \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega S}\right)^3 - Rr n^2 \omega S^2 Lr^4 \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega S}\right)}{Lr^4 (Rr^2 + n^2 \omega S^2 Lr^2) \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega S}\right)^4 - 2n^2 \omega S^2 Lr^6 \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega S}\right)^2} + \frac{Lr^4 (3Rr^2 + n^2 \omega S^2 Lr^2)}{n \omega S} \right\} \quad (2.9)$$

$$T = -\frac{2}{3} \frac{\text{msr}^2 I_s^2}{\omega S} \left\{ \frac{\frac{Rr}{Lr^2} \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega S}\right) \left[ \frac{(Rr^2 + n^2 \omega S^2 Lr^2) \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega S}\right)^2 - n^2 \omega S^2 Lr^2}{(Rr^2 + n^2 \omega S^2 Lr^2) \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega S}\right)^4 - 2n^2 \omega S^2 Lr^2 \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega S}\right)^2} + \frac{3Rr^2 + n^2 \omega S^2 Lr^2}{n \omega S} \right]}{n \omega S} \right\} \quad (2.10)$$

Fazendo

$$A = (Rr^2 + n^2 \omega s^2 Lr^2) \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega s}\right)^2 - n^2 \omega s^2 Lr^2 \quad (2.11)$$

$$B = (Rr^2 + n^2 \omega s^2 Lr^2) \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega s}\right)^4 - 2n^2 \omega s^2 Lr^2 \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega s}\right)^2 \quad (2.12)$$

$$C = B + 3Rr^2 + n^2 \omega s^2 Lr^2 \quad (2.13)$$

Na equação (2.10), ela se transforma na equação (2.14).

$$T = - \frac{2}{3} \frac{m_s r^2 I_s^2}{\omega s} \frac{Rr}{Lr^2} \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega s}\right) \frac{A}{C} \quad (2.14)$$

Desenvolvendo a equação (2.11) obtem-se as seguintes equações:

$$A = (Rr^2 + n^2 \omega s^2 Lr^2) \left(1 - \frac{2\omega r}{n \omega s} + \frac{\omega r^2}{n^2 \omega s^2}\right) - n^2 \omega s^2 Lr^2 \quad (2.15)$$

$$A = Rr^2 \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega s}\right)^2 + \omega r Lr^2 (\omega r - 2n \omega s) \quad (2.16)$$

Desenvolvendo a equação (2.12) obtem-se as seguintes equações:

$$B = \left( 1 - \frac{\omega r}{n \omega s} \right)^2 \left\{ (Rr^2 + n^2 \omega s^2 Lr^2) \left( 1 - \frac{\omega r}{n \omega s} \right)^2 - 2n^2 \omega s^2 Lr^2 \right\} \quad (2.17)$$

$$B = \left( 1 - \frac{2\omega r}{n \omega s} + \frac{\omega r^2}{n^2 \omega s^2} \right) \left\{ (Rr^2 + n^2 \omega s^2 Lr^2) \left( 1 - \frac{2\omega r}{n \omega s} + \frac{\omega r^2}{n^2 \omega s^2} \right) - 2n^2 \omega s^2 Lr^2 \right\} \quad (2.18)$$

$$B = Rr^2 \left( 1 - \frac{4\omega r}{n \omega s} + \frac{6\omega r^2}{n^2 \omega s^2} \right) + 4\omega r^2 Lr^2 - \frac{4\omega r^3}{n \omega s} Lr^2 + \frac{\omega r^4}{n^2 \omega s^2} Lr^2 - n^2 \omega s^2 Lr^2 \quad (2.19)$$

Desenvolvendo a equação (2.13) obtem-se as seguintes equações:

$$C = Rr^2 \left( 1 - \frac{4\omega r}{n \omega s} + \frac{6\omega r^2}{n^2 \omega s^2} \right) + 4\omega r^2 Lr^2 - \frac{4\omega r^3}{n \omega s} Lr^2 + \frac{\omega r^4}{n^2 \omega s^2} Lr^2 - n^2 \omega s^2 Lr^2 + 3Rr^2 + n^2 \omega s^2 Lr^2 \quad (2.20)$$

$$C = Rr^2 \left( 2 - \frac{\omega r}{\omega s} \right)^2 + \frac{\omega r^2}{n^2 \omega s^2} \left( 5Rr^2 + (2n \omega s - \omega r)^2 Lr^2 \right) \quad (2.21)$$

Substituindo as equações (2.21) e (2.16) na equação (2.14) obtem-se a equação (2.22).

$$T = -\frac{2 \frac{m_s r^2}{I} s^2}{3 \omega s} \frac{\frac{Rr}{Lr^2} \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega s}\right)^2 + \omega r Lr^2 (\omega r - 2n \omega s)}{\omega s \left[ \frac{Rr^2}{n \omega s} \left(2 - \frac{\omega r}{n \omega s}\right)^2 + \frac{\omega r^2}{n^2 \omega s^2} \left(5Rr^2 + (2n \omega s - \omega r)^2 Lr^2\right) \right]} \quad (2.22)$$

A equação (2.22) é válida para toda a curva de funcionamento do motor, no entanto, na região de funcionamento estável (baixo escorregamento), pode-se considerar  $\omega_r \approx 0$ , e isto conduz às seguintes simplificações:

$$\frac{1 - \frac{\omega_r}{n_{ws}}}{1} \approx 1 \quad (2.23)$$

$$\frac{2 - \frac{\omega_r}{n_{ws}}}{1} \approx 2 \quad (2.24)$$

Substituindo as equações (2.23) e (2.24) na equação (2.22) tem-se a equação (2.25).

$$T = -\frac{2}{3} \frac{msr^2 I_s^2}{\omega_s} \frac{R_r}{Lr^2} \left[ \frac{R_r^2 + \omega_r Lr^2 (\omega_r - 2n_{ws})}{4Rr^2} \right] \quad (2.25)$$

Pelo mesmo motivo anterior pode-se simplificar também o seguinte:

$$-2n_{ws} + \omega_r \approx -2n_{ws} \quad (2.26)$$

Substituindo a equação (2.26) na equação (2.25) tem-se a equação (2.27).

$$T = -\frac{2}{3} \frac{msr^2 I_s^2}{4Rr^2} \frac{R_r}{Lr^2} \left[ \frac{R_r^2}{\omega_s} - \frac{2n_{ws}\omega_r Lr^2}{\omega_s} \right] \quad (2.27)$$

Portanto,

$$T = \frac{1}{6} \frac{msr^2 Is^2}{Rr Lr^2} \left\{ (2nLr^2) \omega_r - \frac{Rr^2}{\omega_s} \right\} \quad (2.28)$$

A equação (2.28) relaciona o torque médio com a freqüência da corrente do rotor de maneira bastante simples, porém, ainda existe a presença da freqüência de alimentação. Mas, como foi dito anteriormente, devido à grandeza dos parâmetros do motor:

$$Rr^2 \ll \omega_s$$

$$\frac{Rr^2}{\omega_s} \approx 0 \quad (2.29)$$

Portanto, substituindo a equação (2.29) na equação (2.28) tem-se a equação (2.30):

$$T = \frac{1}{3} \frac{n msr^2 Is^2}{Rr} \omega_r \quad (2.30)$$

A equação (2.30) é a equação do torque médio em função de freqüência da corrente no rotor ( $\omega_r$ ), a que se desejava chegar, devido à sua simplicidade para implementação.

### 2.3 - OBTENÇÃO TEÓRICA DAS CARACTERÍSTICAS DO MOTOR UTILIZADO

As curvas das figuras (2.1), (2.2) e (2.3), foram traçadas utilizando-se as equações (2.7), (2.28) e (2.30), respectivamente; para um motor monofásico de indução com os seguintes dados de placa:

Potência = 0,5 CV

Tensão de Alimentação = 220/110V

Corrente Nominal = 4,5/9A

Freqüência de Alimentação = 60Hz

Isolação Classe = A

Velocidade Nominal = 1.725 rpm

Fator de Serviço = 1,25

Categoría = N

Através dos dados de placa o motor apresenta:

$T_{nom} = 2,03 \text{ N.m}$

$\emptyset_{snom} = 0,5835 \text{ wb}$

Os parâmetros desse motor, já determinados [ 3 ], são:

$R_s = 3,448 \Omega$

$R_r = 3,564 \Omega$

$L_s = L_r = 0,3267 \text{ Henry}$

$M_{sr} = 0,3118 \text{ Henry}$

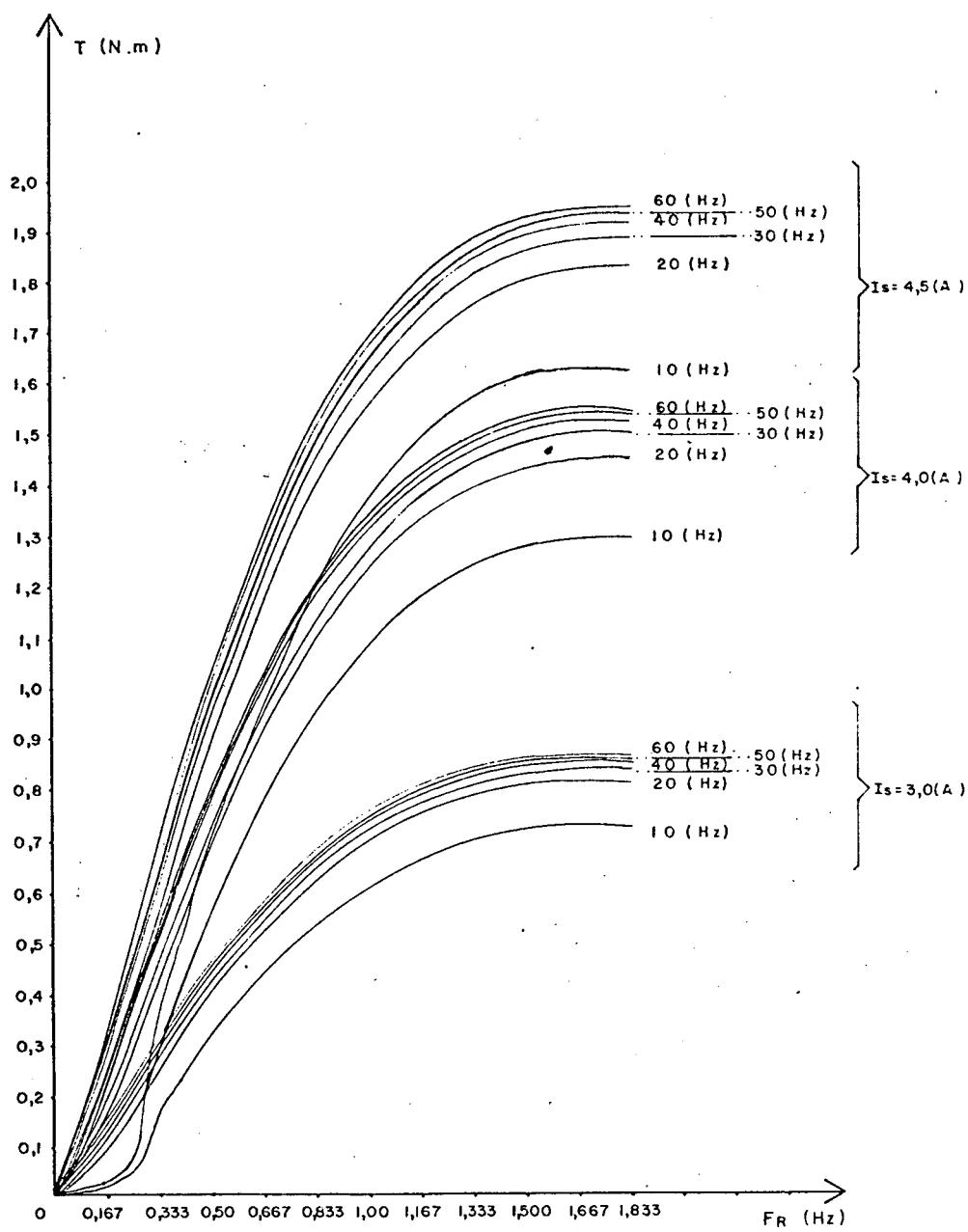


Figura 2.1 - Curvas  $T_x F_R$  para Freqüência de Alimentação  
(F) Variável, para  $I_s = 3,0 \text{ A}$ ,  $I_s = 4,0 \text{ A}$  e  
 $I_s = 4,5 \text{ A}$ . Equação (2.7).

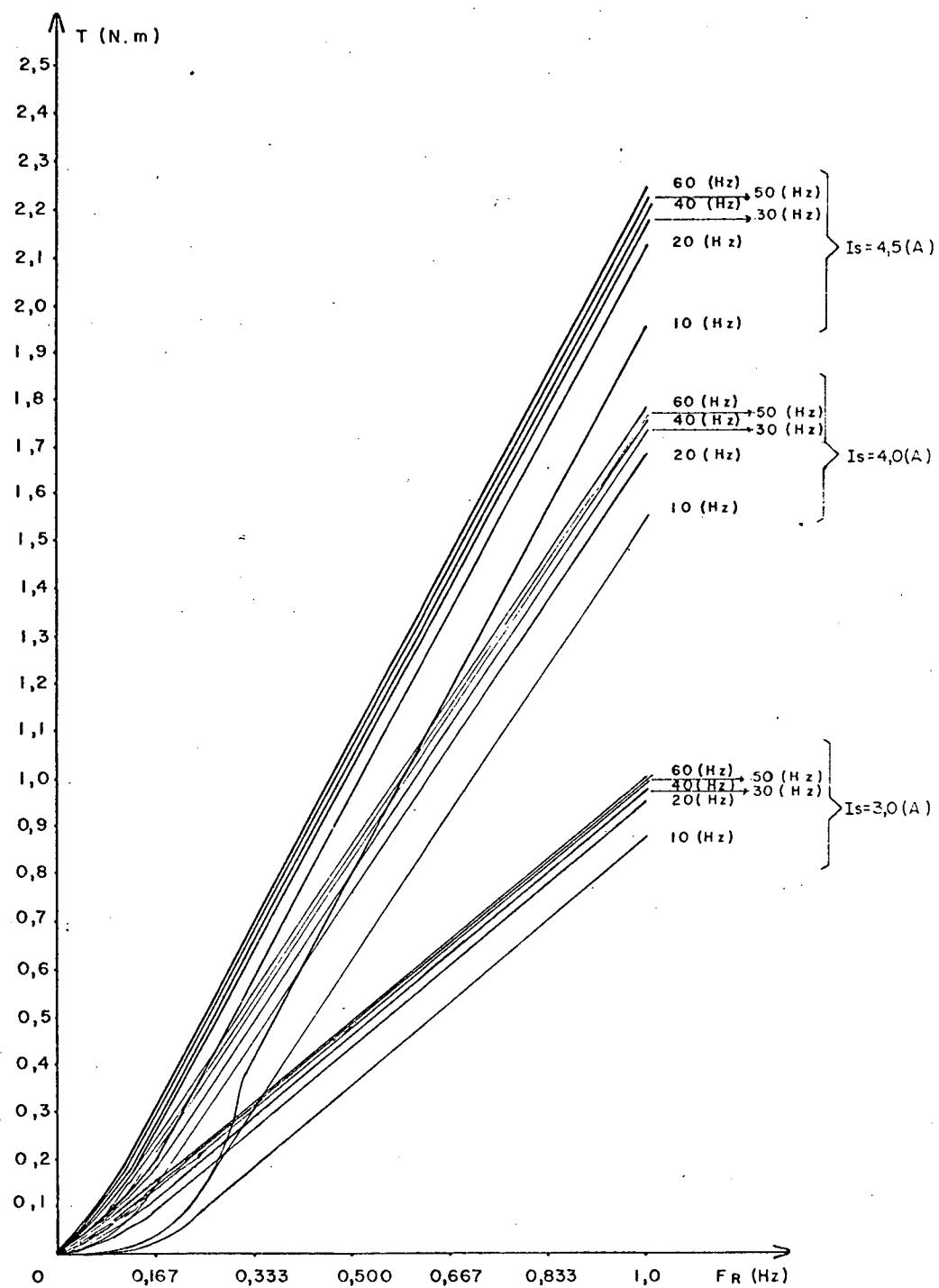


Figura 2.2 - Curvas  $T_x F_R$  para Freqüência de Alimentação ( $F$ ) Variável, para  $I_s = 3,0\text{ A}$ ,  $I_s = 4,0\text{ A}$  e  $I_s = 4,5\text{ A}$ . Equação (2.28)

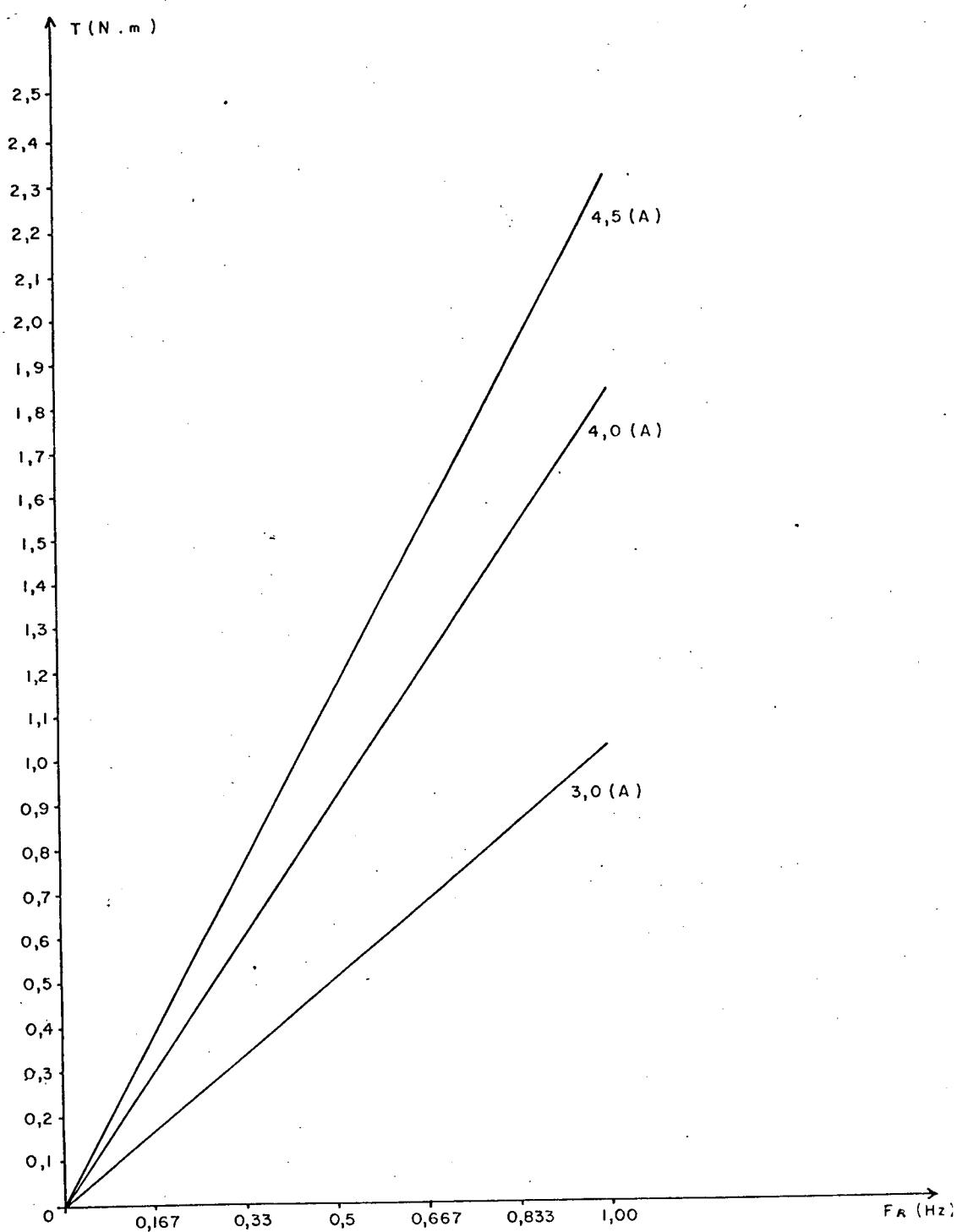


Figura 2.3 - Curvas TxFr para  $I_s = 3,0 \text{ A}$ ,  $I_s = 4,0 \text{ A}$  e  
 $I_s = 4,5 \text{ A}$ . Equação (2.30).

Para traçar as figuras (2.1), (2.2) e (2.3) foi utilizado o programa BASTISTA FORTRAN Apêndice (B.1).

### 2.3.1 - ANÁLISE DAS CARACTERÍSTICAS OBTIDAS

Figura 2.1 - O controle do torque médio através do controle de freqüência de corrente do rotor ( $F_r$ ) é possível porque o torque médio tem uma variação muito pequena com a variação da freqüência de alimentação. A curva que mais varia é a de 10 Hz, porque nesta freqüência os parâmetros do motor já sofrem modificações devido a freqüência.

Figuras 2.2 e 2.3 - As características das primeiras, são bem mais próximas da Figura (3.1) que as das últimas. Entretanto, devido a sua simplicidade, a implementação será de curvas semelhantes as da Figura 2.3. Nesta Figura a inclinação da curva de  $I_s = 4,5 \text{ A}$  é a seguinte:

$$K_t = 0,368$$

Após os ajustes efetuados na implementação, esta inclinação adquiriu o seguinte:

$$K_t = 1,46$$

### 2.4 - OBTENÇÃO EXPERIMENTAL DAS CARACTERÍSTICAS $T_x F_r$ DO MOTOR UTILIZADO

É sabido que:

$$T_{tot} = T_a + T_e$$

Onde:

$T_a$  = Torque de atrito;

$T_e$  = Torque no eixo;

$T_{tot}$  = Torque total do motor.

Em [ 2 ], encontra-se todo o método para medição do torque de atrito empregado neste caso. O torque de atrito é obtido pela equação (2.32).

$$\frac{T_a}{\omega_s} = \frac{V_a I_a}{\omega_s} - \frac{R_a I_a^2}{\omega_s} \quad (2.32)$$

Onde:

$V_a$  = Tensão da armadura;

$I_a$  = Corrente de armadura;

$R_a$  = Resistência da armadura.

Também de [ 2 ] tem-se que, o torque no eixo do motor é obtido pela equação (2.33).

$$\frac{T_e}{\omega_m} = \frac{V_c I_c}{\omega_m} \quad (2.33)$$

Onde:

$V_c$  = Tensão na carga do gerador cc;

$I_c$  = Corrente na carga do gerador cc.

Para obtenção das variáveis da equação (2.33) é utilizada a montagem da Figura (2.4).

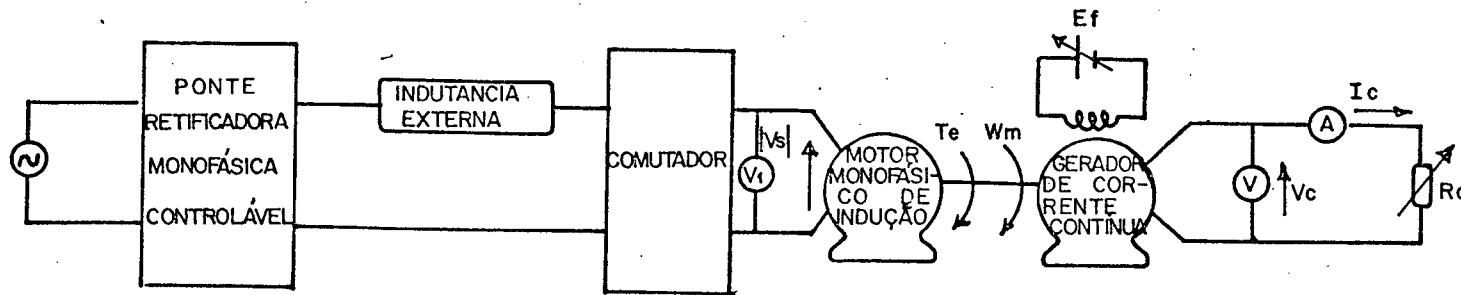


Figura 2.4 - Esquema para obtenção de  $T_e$ .

O valor da resistência da armadura medida é dada pela expressão (2.34) -

$$R_a = 5,6 \quad (2.34)$$

#### 2.4.1 - DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS REALIZADOS

a) Primeiramente mede-se o torque de atrito para, as velocidades síncronas desejadas (600, 900, 1200 e 1500 [rpm]);

b) Depois, usando a montagem com freqüência de alimentação ( $F$ ) imposta, a freqüência é fixada em cada um dos valores correspondentes às velocidades do ítem "a" (20, 30, 40 e 50 [Hz]), e a resistência  $R_c$  é variada de tal maneira a se obter os valores de  $V_c$ ,  $I_c$  e  $\omega_m$  que satisfaçam o valor de torque procurado, quando isto ocorre, obtém-se o módulo da tensão do estator do motor monofásico ( $|V_s|$ ) no voltímetro  $V_1$ , desta maneira encontra-se as curvas  $T_x F_r$ , para freqüência de alimentação variável, apresentadas à seguir, e as curvas  $|V_s| x F$  para torque variável, apresentadas no ca-

## pítulo 3.

### 2.4.2 - CURVAS OBTIDAS E INTERPRETAÇÃO

Utilizando o procedimento descrito no ítem anterior obtem-se as curvas das Figuras (2.5), para  $I_s = 4,0 \text{ A}$  e  $I_s = 4,5 \text{ A}$ .

Estas curvas, obtidas experimentalmente, confirmam que o torque médio sofre uma variação muito pequena com a variação da freqüência de alimentação, confirmando assim a possibilidade de um controle de torque médio através do controle da freqüência da corrente do rotor bastante simples.

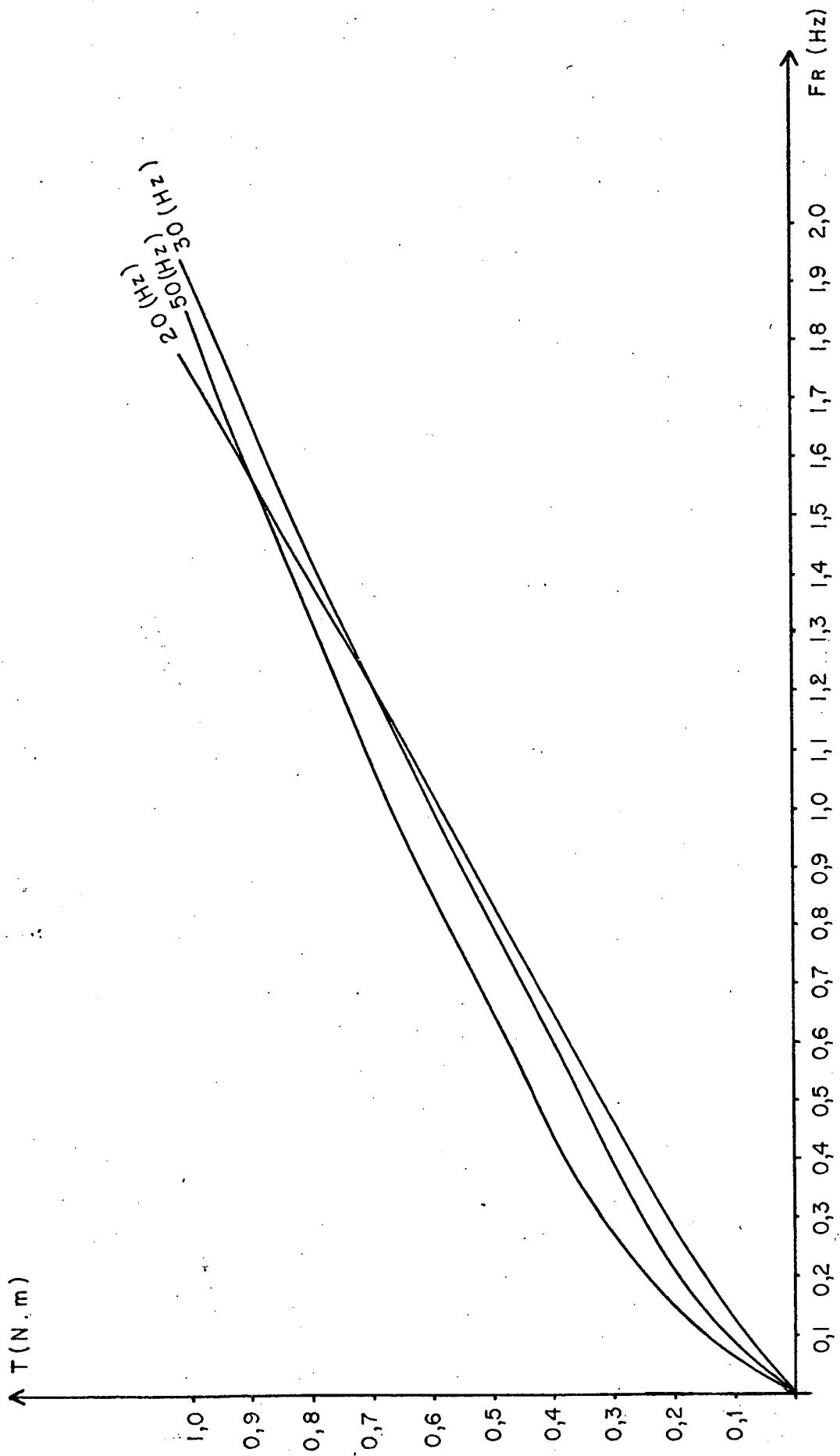


Figura 2.5-a - Curvas  $T_{xfr}$  para Frequência de Alimentação ( $F$ ) variável, obtidas experimentalmente, para  $I_S = 4,0$  A.

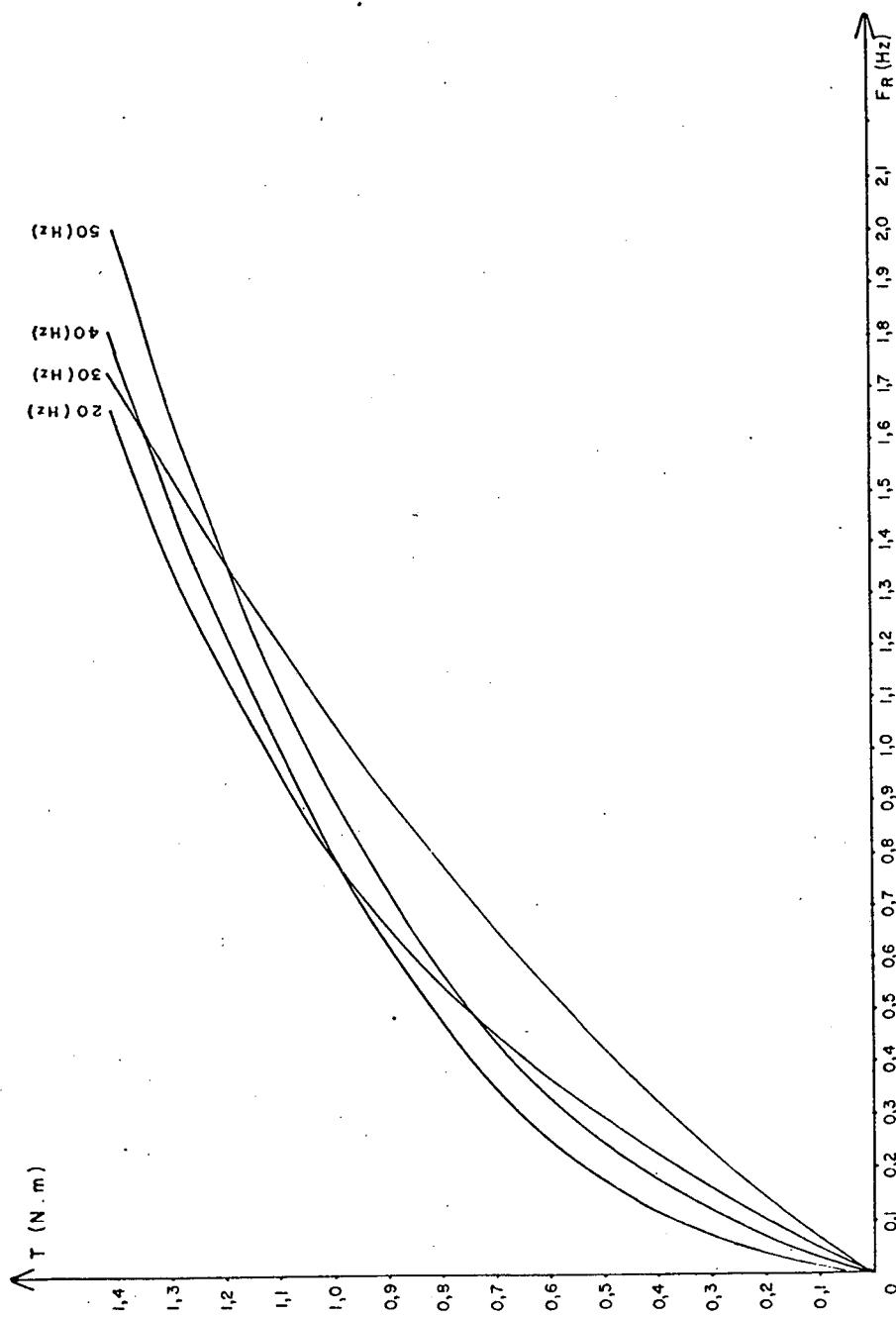


Figura 2.5-b - Curvas  $T_x F_R$  para freqüência de Alimentação ( $F$ ) Variável, obtidas experimentalmente, para  $I_S = 4,5$  A.

**2.5 - CONTROLE DO TORQUE ATRAVÉS DO CONTROLE DA FREQUÊNCIA DA CORRENTE DO ROTOR ( $f_r$ )**

Para este tipo de controle, o diagrama de blocos da Figura (2.6) deve ser transformado no que está apresentado na Figura (2.7).

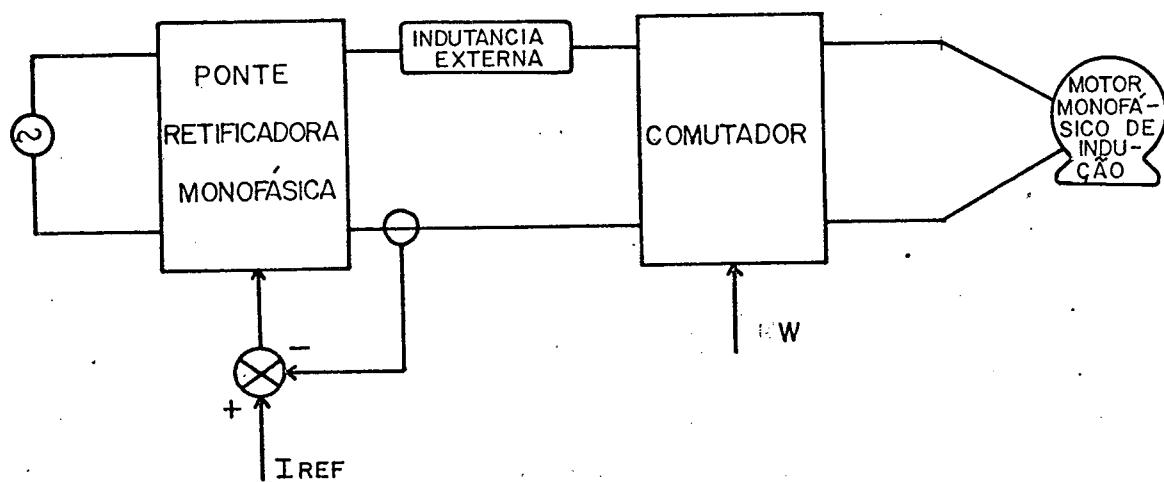


Figura 2.6 - Esquema para Freqüência imposta.

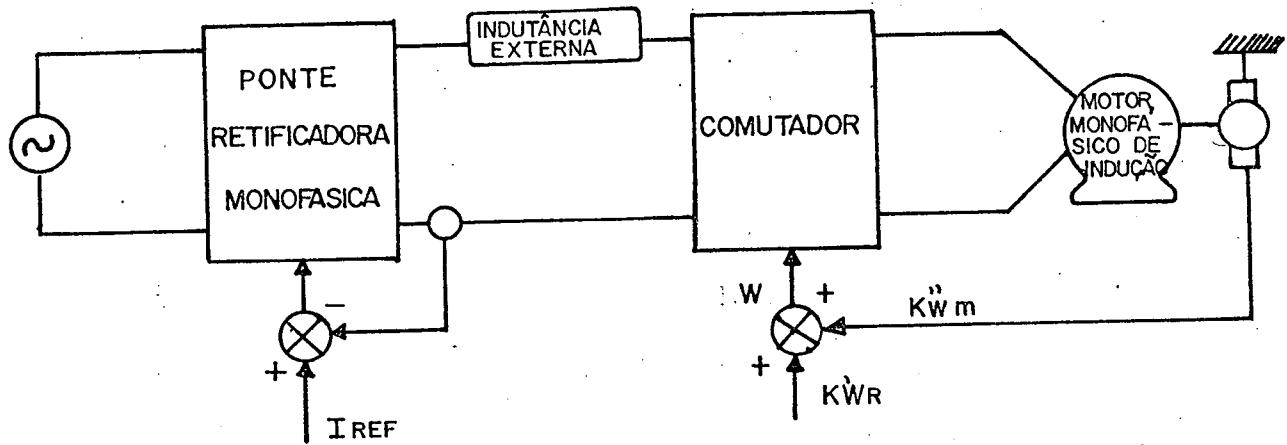


Figura 2.7 - Esquema para controle do torque através de Fr.

Como foi citado anteriormente, para que este controle fosse mais preciso a equação (2.28) deveria ser implementada, porém esta implementação é muito complexa e cara devido a inclusão da freqüência de alimentação no controle.

Por isto, é preferível fazer a implementação da equação (2.30), porém fazendo ajustes no laboratório de maneira que o controle se aproxime mais da realidade que as curvas da Figura (2.3), e este procedimento é o usado no presente trabalho.

Para realizar esta implementação, alguns passos básicos devem ser seguidos, os quais são os seguintes:

- 1 - Medir a velocidade do eixo do motor;
- 2 - Converter este valor em um valor de tensão contínua;
- 3 - Somar esta tensão proporcional à velocidade do eixo do motor, à uma outra tensão contínua, proporcional à freqüência da corrente do rotor (Fr) desejada;

4 - Entregar esta soma ( $\omega$ ) ao conversor tensão-frequência, para que ele possa transformá-la na frequência de alimentação ( $F$ ) desejada.

Estes passos estão apresentados no diagrama de blocos da Figura (2.8).

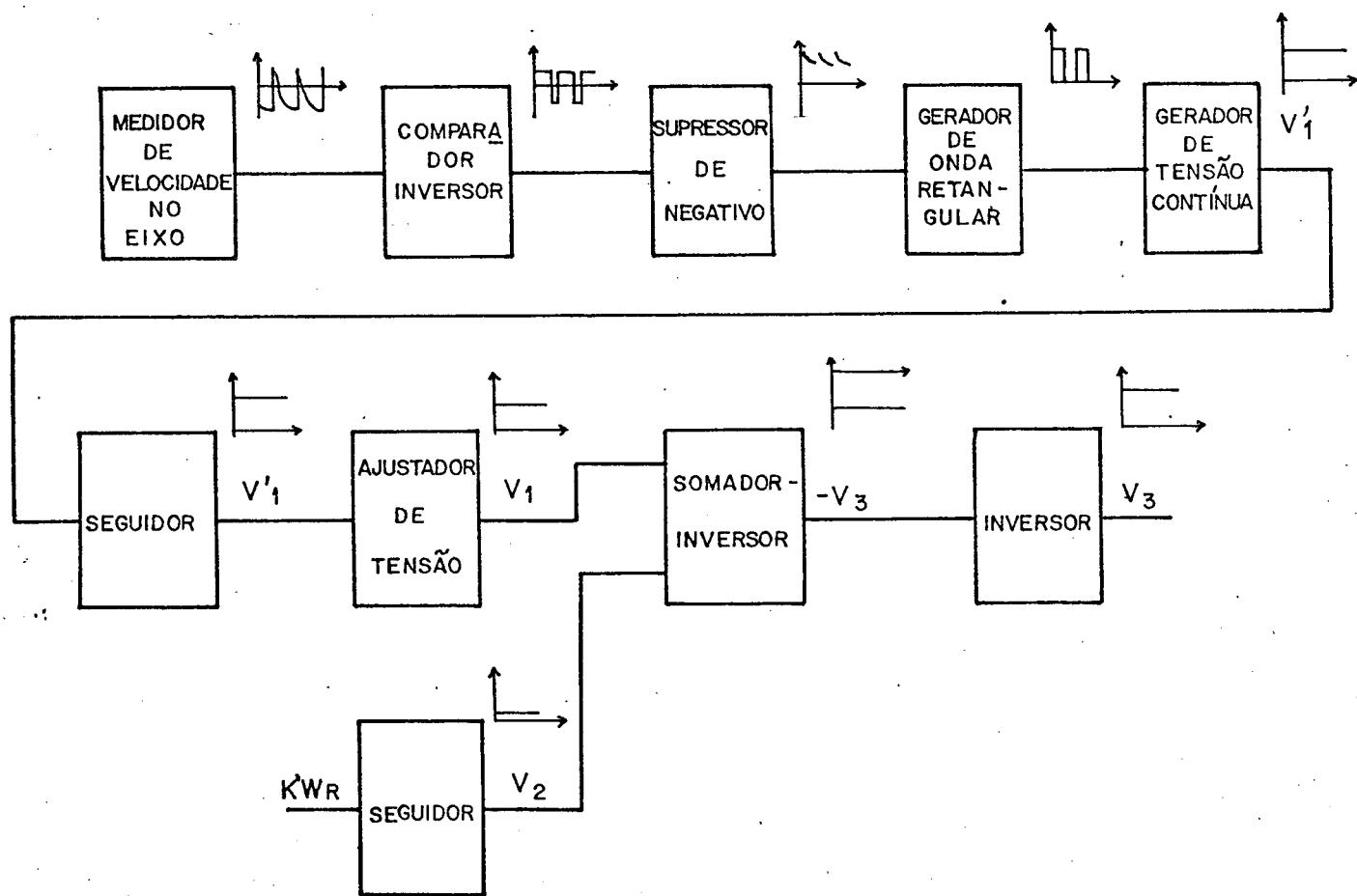


Figura 2.8 - Diagrama de blocos do controle do torque médio através de  $F_r$ .

O diagrama de blocos é implementado pelo circuito da Figura (2.9).

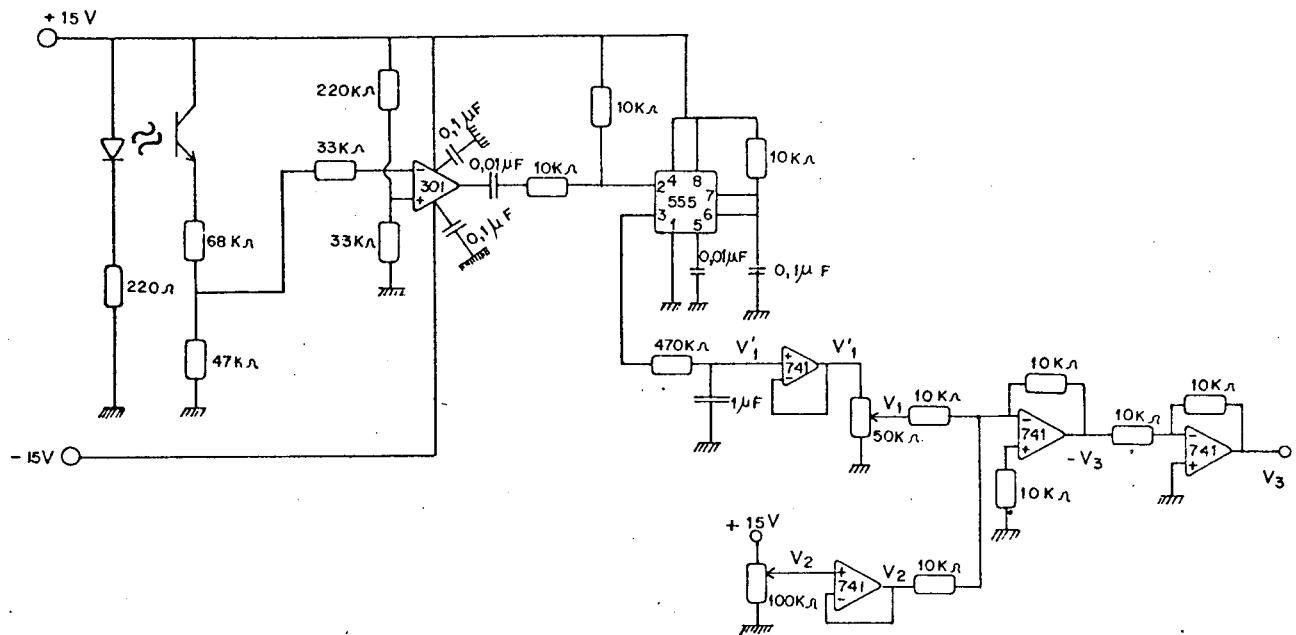


Figura 2.9 - Circuito implementado para o controle do torque através de  $F_r$ .

Cada bloco do diagrama da Figura (2.8) tem a seguinte função:

- a) Medidor de Velocidade no Eixo - retratar a velocidade do eixo do motor através de pulsos;
- b) Comparador-inversor - transformar os pulsos que saem do medidor de velocidade em uma onda retangular, de freqüência variável, porém, de valor médio constante;
- c) Supressor de Negativo - deixar passar apenas a parte positiva da onda retangular, transformando-a em pulsos;
- d) Gerador de Onda Retangular - transformar os pulsos em uma onda retangular onde o sémi-período de valor de tensão V é constante, porém o período é variável, variando portanto, o valor médio da onda;
- e) Gerador de Tensão Contínua - transformar a onda retangular em um valor contínuo;
- f) Seguidor - criar um caminho de alta impedância para circulação de corrente no restante do circuito;
- g) Ajustador de Tensão - levar o valor da tensão para um valor adequado ao bom funcionamento do circuito;

- h) Somador-Inversor - adicionar e inverter os dois valores de tensão;
- i) Inversor - Tornar o sinal positivo, para que possa entrar no conversor tensão-freqüência.

2.6 - COMPORTAMENTO DINÂMICO NA REGIÃO DE BAIXO ESCORREGAMENTO COM Fr IMPOSTA

2.6.1 - ESTUDO ANALÍTICO

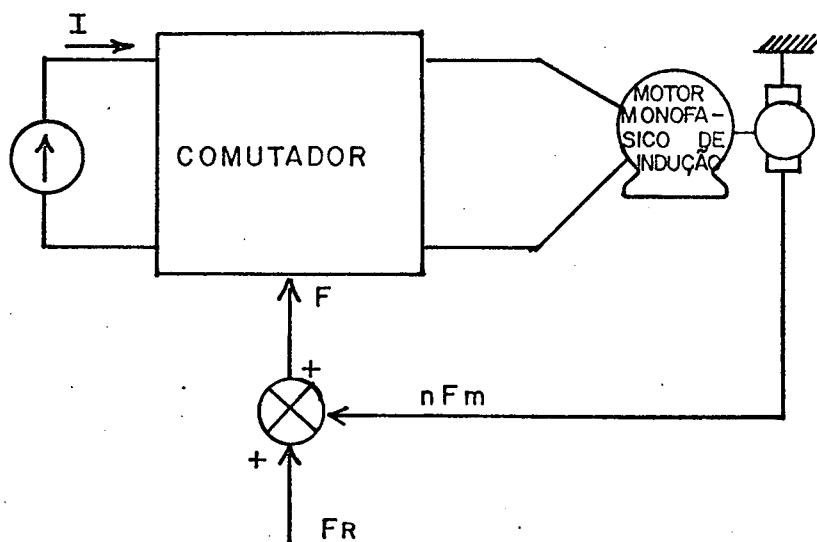


Figura 2.10 - Circuito Analisado.

Da equação (2.30) tem-se o valor do torque médio em função de  $\omega_r$ :

$$T_m = \frac{1}{3} \frac{n \text{ msr}^2 I_s^2}{R_r} \omega_r \quad (2.30)$$

Para um dado  $I_s$ .

$$T_m = K_t \omega_r \quad (2.35)$$

De [ 1 ] tem-se a equação do transitório mecânico.

$$T_m = T_L + T_a + T_j \quad (2.36)$$

Onde:

$T_m$  = Torque do motor;

$T_j$  = Torque inercial;

$T_L$  = Torque de carga.

$$T_a = D \omega_m \quad (2.37)$$

$$T_j = J \frac{d\omega_m}{dt} \quad (2.38)$$

Onde:

$J$  = Momento de inércia;

$D$  = Constante de atrito.

Substituindo as esquações (2.35), (2.37) e (2.28), na equação (2.36) obtem-se a equação (2.39).

$$K_t \omega_r = T_l + D\omega_m + J \frac{d\omega_m}{dt} \quad (2.39)$$

Quando o motor está à vazio e em regime permanente tem-se  $T_l = 0$  e  $\omega_m = \text{cte}$ , isto acarreta que:

$$K_t \omega_r = D\omega_m \quad (2.40)$$

$$\omega_m = \frac{K_t \omega_r}{D} \quad (2.41)$$

Que é a velocidade inicial, então a equação (2.41) toma a forma da equação (2.42).

$$\omega_{m0} = \frac{K_t \omega_r}{D} \quad (2.42)$$

A carga é um gerador de corrente contínua com excitação constante, onde a armadura é carregada bruscamente através da colocação de uma resistência em seu circuito, pelo fechamento de uma chave.

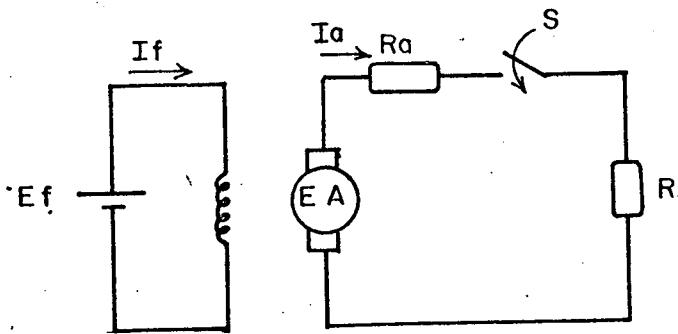


Figura 2.11 - Gerador CC com excitação constante.

No instante  $t_0$  a chave S é fechada e o torque de carga passa a ter a forma da equação (2.43).

$$T_L = K_2 I_a \quad (2.43)$$

Onde:

$K_2$  = Constante do torque de carga com relação à corrente da armadura.

Do gerador de corrente contínua, tem-se:

$$E_a = (R_a + R_l) I_a + L \frac{dI_a}{dt} \quad (2.44)$$

Onde:

$R_l$  = resistência de carga;

$L$  = indutância da máquina cc.

Fazendo

$$Rt = Ra + Rl \quad (2.45)$$

Susbstituindo a equação (2.45) na equação (2.44) obtem-se a equação (2.46).

$$Ea = Rt Ia + L \frac{dIa}{dt} \quad (2.46)$$

Aplicando transformada de Laplace nas equações (2.46) e (2.43).

$$Ea(s) = (Rt + sL) Ia(s) \quad (2.47)$$

$$Ia(s) = \frac{Ea(s)}{Rt + sL} \quad (2.48)$$

$$Tl(s) = K_2 Ia(s) \quad (2.49)$$

Substituindo a equação (2.48) na equação (2.49) tem-se a equação (2.50).

$$Tl(s) = \frac{K_2 Ea(s)}{Rt + sL} \quad (2.50)$$

Mas, do gerador de corrente contínua tem-se que:

$$Ea = K_3 \omega m \quad (2.51)$$

Onde:

$K_3$  = constante da tensão da armadura em relação a velocidade do motor.

Aplicando transformada de Laplace na equação (2.51).

$$E_a(s) = K_3 \omega_m(s) \quad (2.52)$$

Substituindo a equação (2.52) na equação (2.50) tem-se a equação (2.53)

$$T_L(s) = \frac{K_2 K_3 \omega_m(s)}{Rt + sL} \quad (2.53)$$

Como a constante de tempo mecânica é muito maior que a constante de tempo elétrica, a influência de L pode ser desprezada, portanto, a equação (2.53) toma a forma da equação (2.54).

$$T_L(s) = \frac{K_2 K_3 \omega_m(s)}{Rt} \quad (2.54)$$

Fazendo, na equação (2.54).

$$K_1 = K_2 K_3 \quad (2.55)$$

Encontra-se a equação (2.56)

$$T_L(s) = \frac{K_1 \omega_m(s)}{Rt} \quad (2.56)$$

Aplicando a transformada inversa na equação (2.56).

$$\boxed{\frac{K_1}{Rt} \omega_m(t) = \omega_m(t)} \quad (2.57)$$

Substituindo a equação (2.57) na equação (2.39) tem-se a equação (2.58).

$$\frac{K_t \omega_r}{Rt} = \frac{K_1}{Rt} \omega_m + D \omega_m + J \frac{d\omega_m}{dt} \quad (2.58)$$

Aplicando a transformada de Laplace na equação (2.58).

$$\frac{K_t \omega_r}{s} = \frac{K_1}{Rt} \omega_m(s) + D \omega_m(s) + SJ \omega_m(s) - J\omega_m(0) \quad (2.59)$$

Substituindo a equação (2.42) na equação (2.59) tem-se a equação (2.60).

$$\frac{K_t \omega_r}{s} = \left( \frac{K_1}{Rt} + D + SJ \right) \omega_m(s) - \frac{JK_t}{D} \omega_r \quad (2.60)$$

$$\left( \frac{K_1 + DRt + SJRt}{Rt} \right) \omega_m(s) = \left( \frac{K_t}{s} + \frac{JK_t}{D} \right) \omega_r \quad (2.61)$$

$$\omega_m(s) = \frac{K_t D R_t + S J K_t R_t}{s D (K_1 + D R_t + S J R_t)} \omega_r \quad (2.62)$$

$$\omega_m(s) = \frac{K_t D/J + s}{D s((K_1 + D R_t)/J R_t + s)} \omega_r \quad (2.63)$$

Separando o segundo membro da equação (2.63) em frações parciais:

$$\omega_m(s) = \frac{K_t D/J + s}{D s ((K_1 + D R_t)/J R_t + s)} \omega_r = \frac{A}{s} + \frac{B}{J R_t} \quad (2.64)$$

$$A = \frac{K_t R_t \omega_r}{K_1 + D R_t} \quad (2.65)$$

$$B = \frac{K_t K_1 \omega_r}{D (K_1 + D R_t)} \quad (2.66)$$

Substituindo as equações (2.65) e (2.66) na equação (2.64) tem-se a equação (2.67).

$$\omega_m(s) = \frac{\frac{K_t R_t \omega_r}{K_1 + D R_t}}{s} + \frac{\frac{K_t K_1 \omega_r}{D (K_1 + D R_t)}}{\frac{K_1 + D R_t + s}{J R_t}} \quad (2.67)$$

Aplicando a transformada Inversa na equação (2.67).

$$\omega_m(t) = \frac{K_t R t \omega_r}{K_1 + D R t} \left( 1 + \frac{K_1}{D R t} e^{-(K_1 + D R t) t / J R t} \right) \quad (2.68)$$

Como

$$\omega(t) = n \omega_m(t) + \omega_r \quad (2.69)$$

$$\omega_m(t) = \frac{\omega(t) - \omega_r}{n} \quad (2.70)$$

Substituindo a equação (2.70) na equação (2.68) tem-se a equação (2.71).

$$\omega(t) = \omega_r + \frac{n K_t R t \omega_r}{K_1 + D R t} \left( 1 + \frac{K_1}{D R t} e^{-(K_1 + D R t) t / J R t} \right) \quad (2.71)$$

Com as equações (2.57), (2.68) e (2.71) foram traçadas as curvas das Figuras 2.12. (Casos 1 e 2 vide página 49).

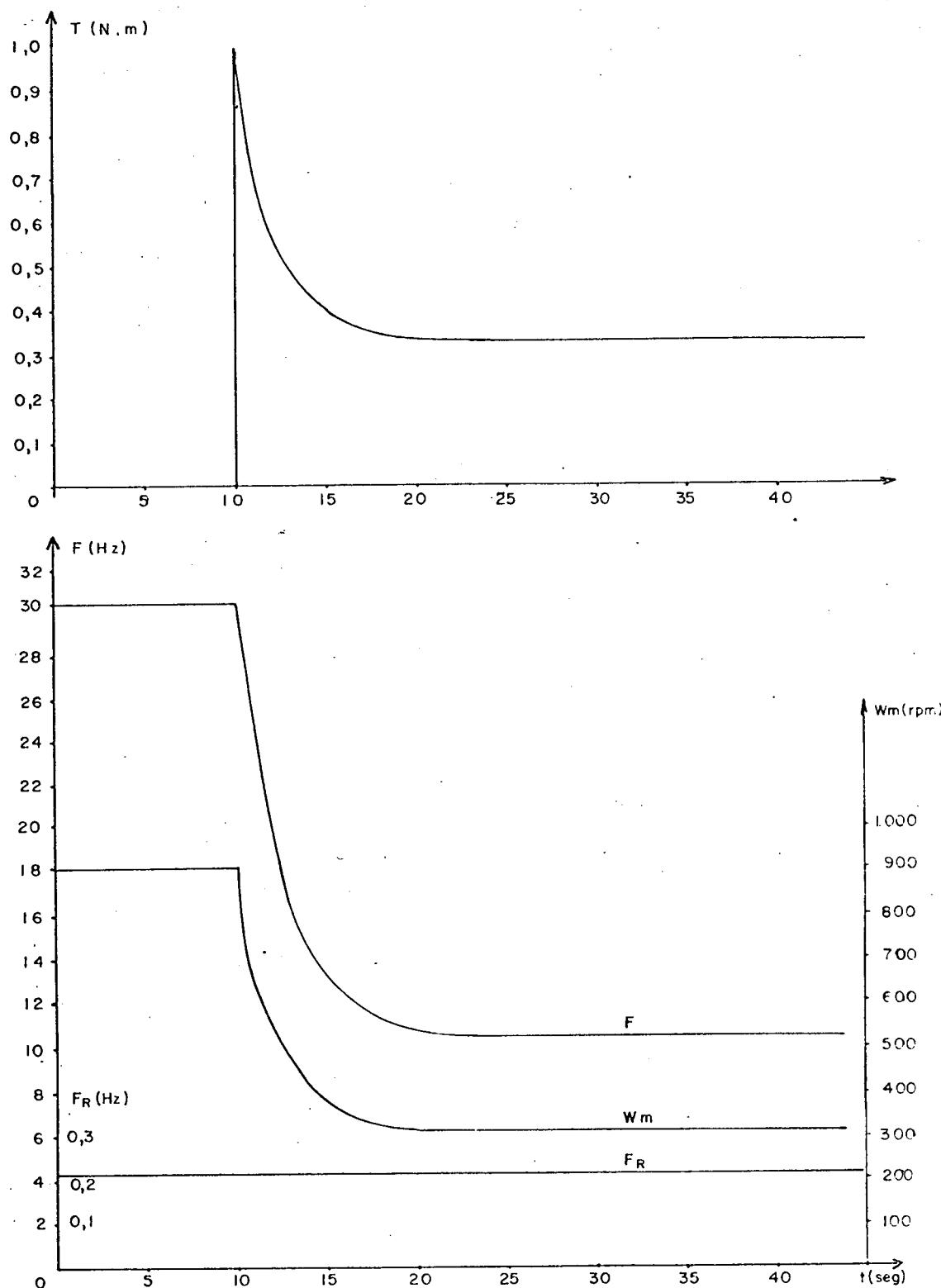


Figura 2.12-a - Comportamento do motor com controle do torque através de  $F_R$ , 1º Caso.

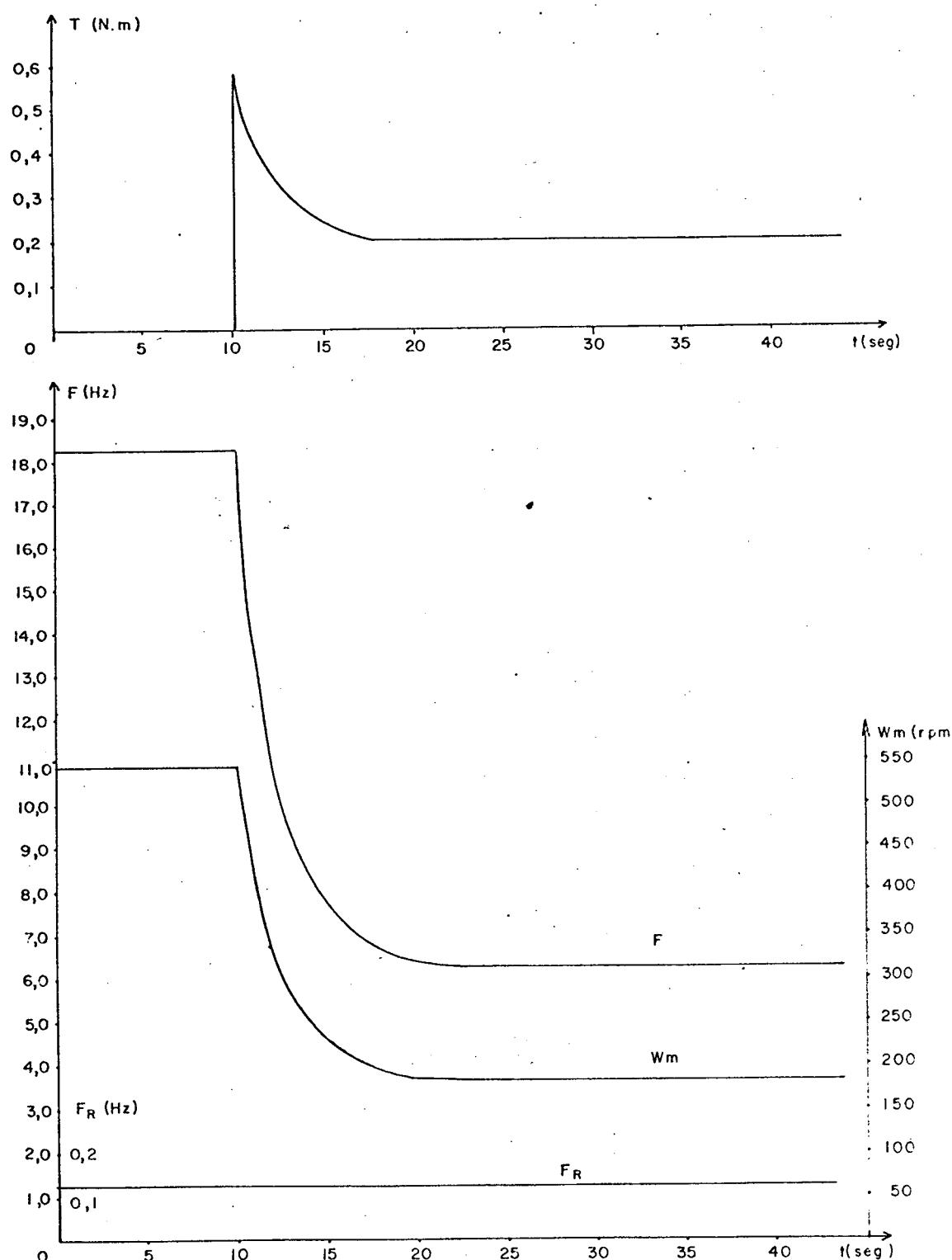


Figura 2.12-b - Comportamento do motor com controle do torque através de  $I_r$ , 2º Caso.

Para traçar as Figuras (2.12-a) e (2.12-b) foi utilizado o programa VIEIRA FORTRAN Apêndice (B-2).

### 2.6.2 - ESTUDO EXPERIMENTAL

O material utilizado para a realização deste estudo foi o seguinte:

Um Shunt 0,5 Ω

Uma máquina de corrente contínua

CV 1,5 V 240 A 5,6

RPM 1,150/2.000 Tipo de Enr. Independente

Campo:

Cor. 0,37/0,17 A Res. 25°C 465,4Ω

Um motor monofásico de Indução, já descrito no item 2.3.

Uma carga resistiva.

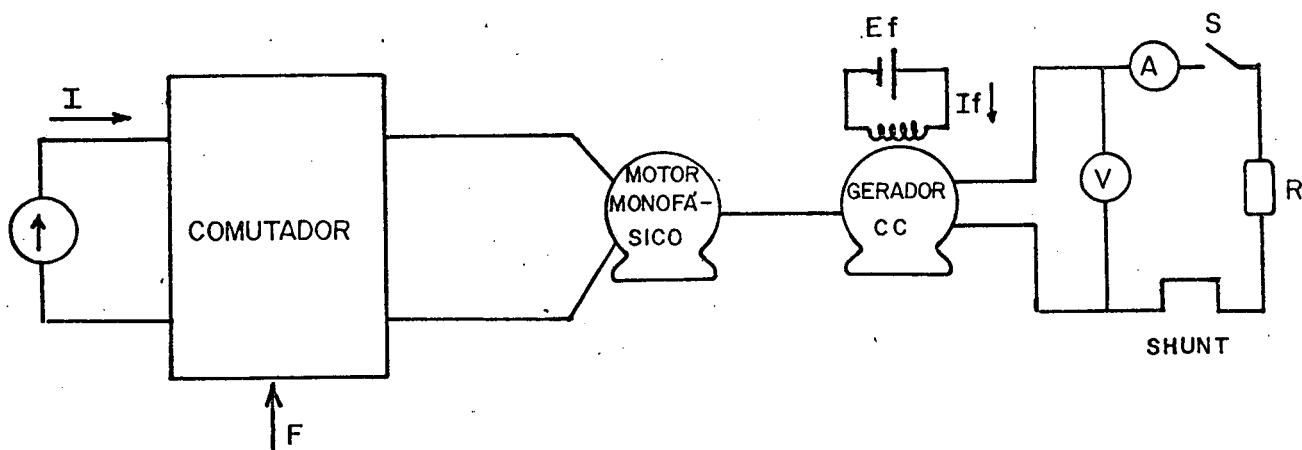


Figura 2.13 - Montagem para frequência da rede imposta.

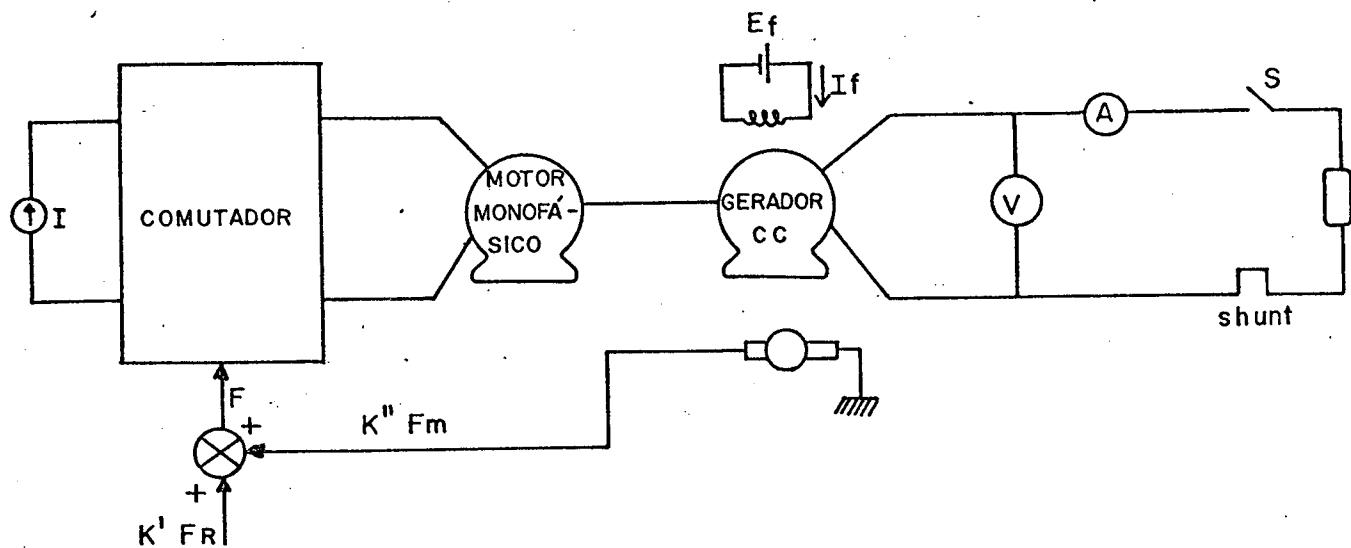


Figura 2.14 - Montagem com controle de torque através de freqüência da corrente do rotor ( $F_r$ ).

Foram realizados dois ensaios para cada montagem:

1º CASO - Usando a freqüência de alimentação do motor ( $F$ ) em um valor próximo de 50 Hz à vazia, e em seguida aplicando o torque de carga através da ligação da chave  $s$ , registrando o comportamento das variáveis de maior interesse.

2º CASO - Procedimento semelhante ao anterior, somente que, para um valor de freqüência de alimentação ( $F$ ) em torno de 30 Hz.

A montagem da Figura (2.13) foi utilizada na obtenção das curvas das Figuras (2.15). E a montagem da Figura (2.14) para obtenção das curvas das Figuras (2.16).

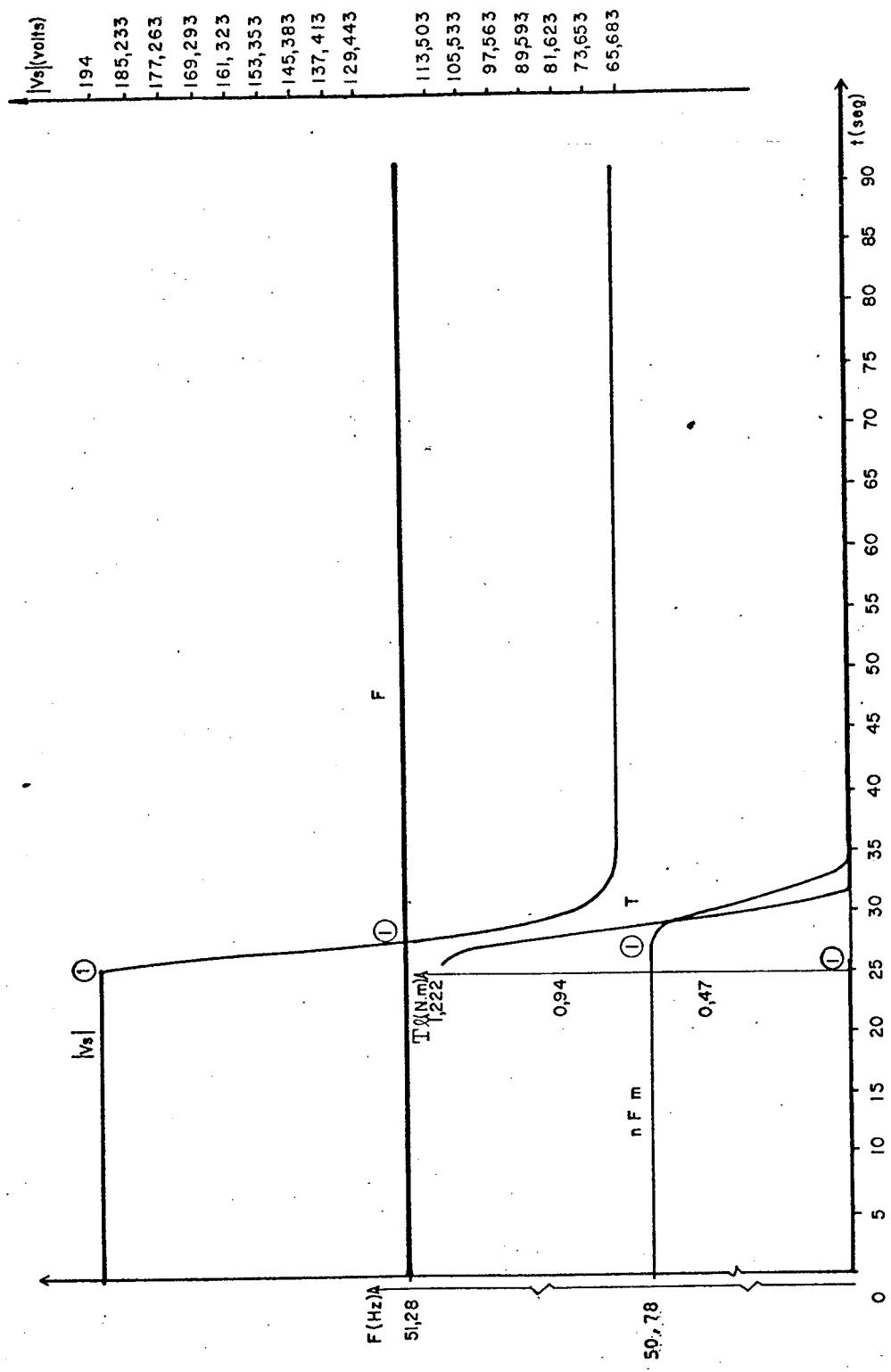


Figura 2.15-a - Impondo a Freqüência, Malha Aberta, 1º Caso

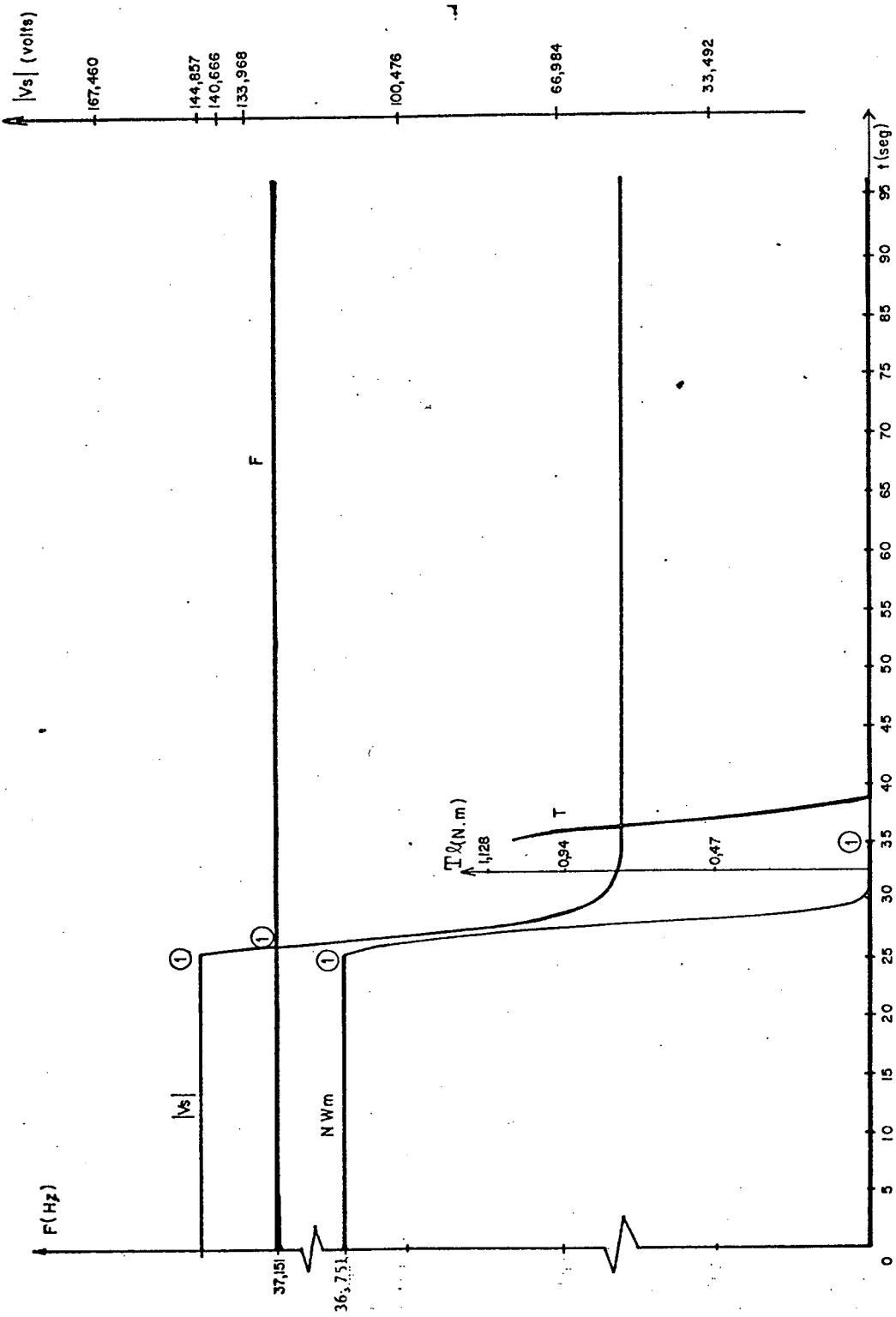


Figura 2.15-b - Impondo a Freqüência, Malha Aberta, 2º Caso

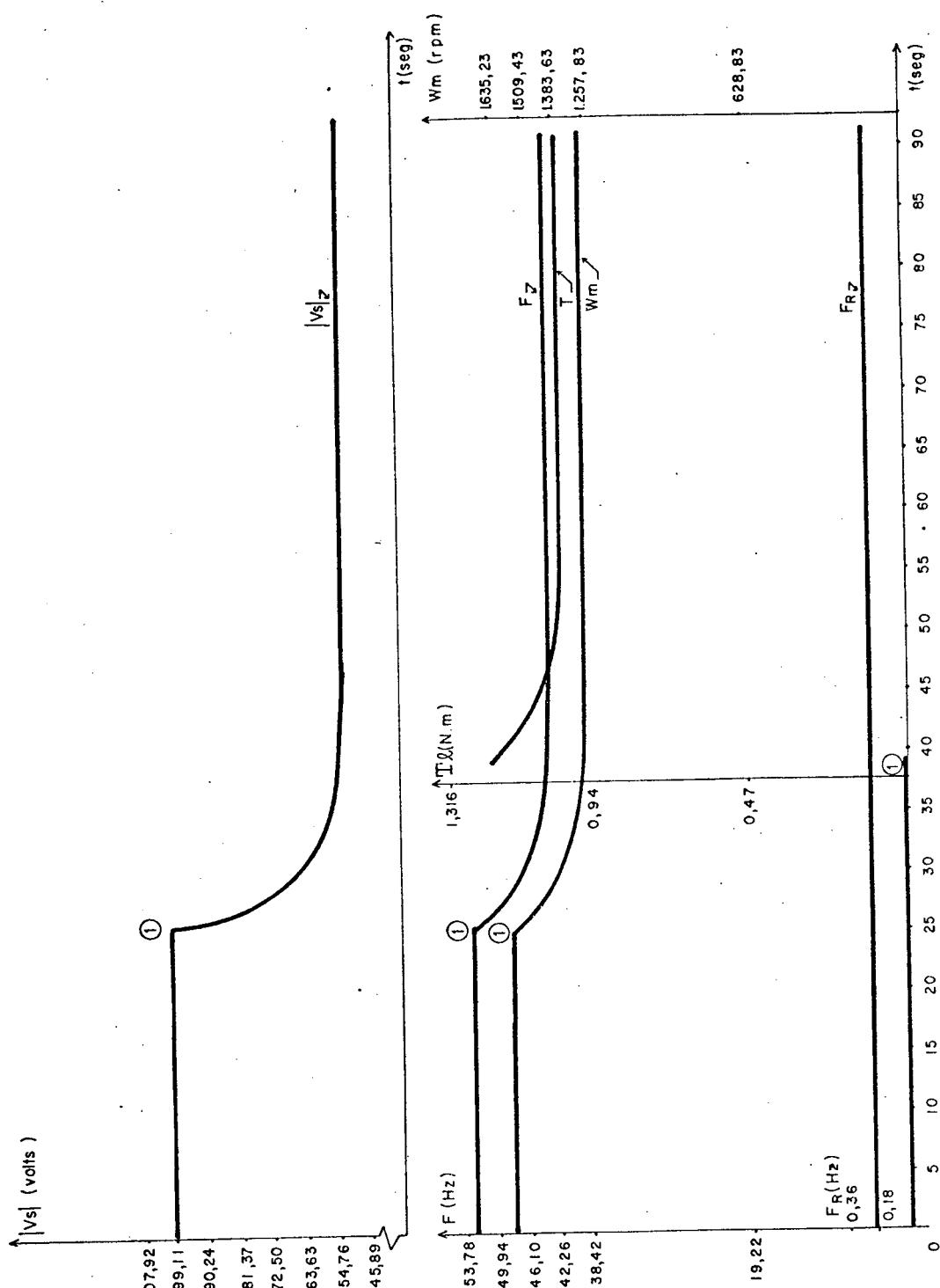


Figura 2.16-a - Controle do torque através de  $F_z$ , 1º Caso.

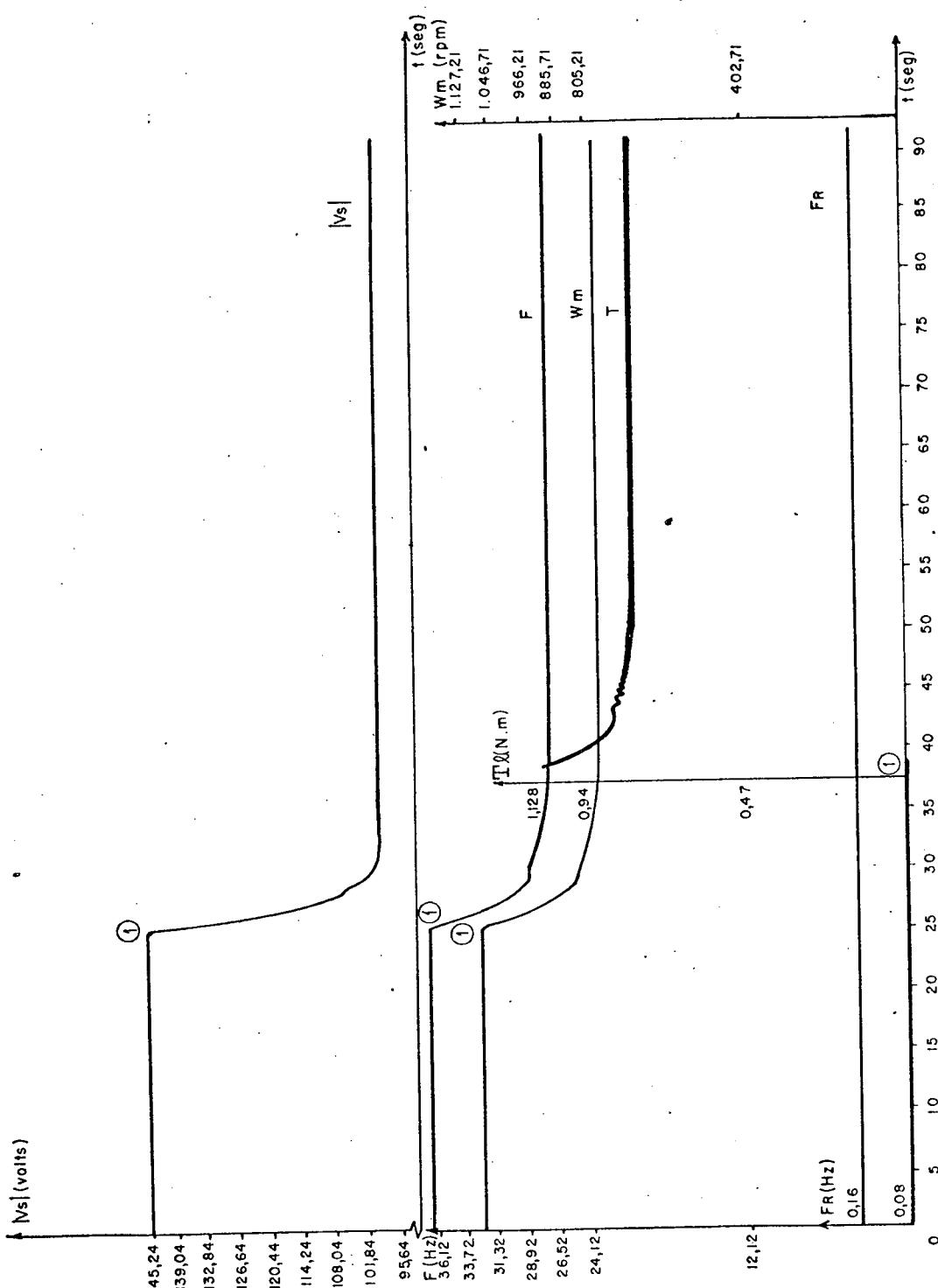


Figura 2.16-b – Controle do torque através de  $F_R$ , 2º Caso.

OBSERVAÇÃO: Nas Figuras (2.15) e (2.16), os pontos assinalados, são os pontos onde o torque de carga é aplicado.

### 2.6.3 - ANÁLISE DAS CURVAS OBTIDAS

Figuras 2.15 - Nestas Figuras fica patente o problema de estabilidade existente na montagem, quando a freqüência de alimentação é imposta com malha aberta. O comportamento do motor neste caso, é insatisfatório.

Figuras 2.16 - Nestas Figuras pode ser observado como o controle do torque médio através de  $F_r$  (freqüência da corrente do rotor) é efetivo. Ele soluciona o problema de estabilidade da montagem, apenas adequando o ponto de funcionamento do conjunto motor-carga à nova solicitação. O comportamento do motor neste caso é totalmente satisfatório.

### 2.7 - CONCLUSÕES

À partir dos estudos teóricos e experimentais realizados, que foram descritos neste capítulo, podemos estabelecer as seguintes conclusões:

- a) O controle do torque médio do motor, através do controle da freqüência da corrente do rotor assegura o funcionamento estável.
- b) A representação linear, expressa pela equação (2.30) é de fácil implementação, tanto que, serviu de base

se para o circuito implementado.

- c). Na região de baixos valores de  $F_r$ , o torque mé dio praticamente não depende da freqüência de a limentação do motor.
- d) A abordagem feita, do ponto de vista analítico é simples e fornece bons resultados qualitativos , como ficou evidenciado pelos estudos experi\_ tais.
- e) O circuito implementado para controlar o torque é simples e robusto, sendo adequdo para emprego industrial.
- f) O método estudo, pelo seu desempenho e simplici dade, pode ser empregado para a alimentação e o controle do motor monofásico de indução, na ati vidade industrial.

## C A P Í T U L O    III

### ESTUDO DO CONTROLE DO TORQUE MÉDIO DO MOTOR ATRAVÉS DO CONTROLE DO MÓDULO DA TENSÃO DO ESTATOR

#### 3.1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo tem como objetivo, à partir da equação do torque médio em função da freqüência da corrente do rotor (2.7), e da equação da tensão do estator em função da velocidade [ 2 ], obter as características do torque médio e da freqüência da corrente do rotor em função da tensão do estator:

Estabelecer a variação da tensão do estator com a freqüência de alimentação.

Obter uma equação que represente estas características e possa ser implementada.

Obter experimentalmente, as características tensão do estator em função da freqüência de alimentação do motor para torque fixado.

Fazer o controle do torque médio, através do controle da tensão do estator.

Fazer o estudo do comportamento dinâmico do motor, com controle do torque médio através do controle da tensão de estator.

3.2 - ESTUDO DO TORQUE MÉDIO EM FUNÇÃO DO MÓDULO DA TENSÃO DO ESTATOR

De [ 2 ] é obtida a seguinte equação da tensão do estator.

$$|v_s| = \sqrt{\frac{R_s [Rr^2 + (n_1^2 - 1)xr^2] - 2Rrxr^2x_s + Rrxmsr^2}{[Rr^2 + (n_1^2 - 1)xr^2]^2 + (2Rrxr)^2}} + \frac{[x_s [Rr^2 + (n_1^2 - 1)xr^2] + 2RrRs x_r + (1 - n_1^2)xr^2msr^2]}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

(3.1)

Onde:

$|Vs|$  = módulo da tensão do estator.

$$X_r = n\omega s L_r \quad (3.2)$$

$$X_s = n\omega s L_s \quad (3.3)$$

$$X_{msr} = n\omega s M_{sr} \quad (3.4)$$

Substituindo as equações (3.2), (3.3) e (3.4) na equação (3.1) é obtida a equação (3.5).

$$|Vs| = \left\{ \frac{\left[ Rs[Rr^2 + (n_1^2 - 1)n^2 ws^2 Lx^2] - 2Rcn^2 ws^2 Lx^2 + Rcn^2 Ls^2 ws^2 Ms^2 \right]^2 + [nwsLs[Rr^2 + (n_1^2 - 1)n^2 ws^2 Lx^2] + 2RrRs nws Lr + (1 - n_1)n^3 ws^3 Ls Ms^2]^2}{[Rr^2 + (n_1^2 - 1)n^2 ws^2 Lx^2]^2 + (2Rr nws Lx)^2} \right\}^{1/2} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

(3.5)

Mas, por definição

$$n_1 = \frac{\omega_m}{\omega_s} \quad \text{e} \quad \omega_m = \omega_s - \frac{\omega_r}{n}$$

Então

$$n = 1 - \frac{\omega_r}{n\omega_s} \quad (3.6)$$

Substituindo a equação (3.6) na equação (3.5) é obtida a equação (3.7).

$$|Vs| = \sqrt{\frac{Rs[Rr^2 + \left(1 - \frac{\omega r}{n\omega s}\right)^2 - 1]r^2\omega s^2Lr^2 - 2Rrm^2\omega s^2Lrls + Rcm^2\omega s^2Ms^2r^2}{[Rr^2 + \left(\left(1 - \frac{\omega r}{n\omega s}\right)^2 - 1\right)n^2\omega s^2Lr^2]^2 + [2Rcm\omega sLr]^2}} + \frac{n\omega ls[Rr^2 + \left(1 - \frac{\omega r}{n\omega s}\right)^2 - 1]n^2\omega s^2Lr^2]{[Rr^2 + \left(\left(1 - \frac{\omega r}{n\omega s}\right)^2 - 1\right)n^2\omega s^2Lr^2]^2 + [2Rcm\omega sLr]^2}}$$

$$2RrRs\omega sLr + \left[1 - \left(1 - \frac{\omega r}{n\omega s}\right)^2\right] n^3\omega s^3LrMs^2r^2 \left[1 - \left(1 - \frac{\omega r}{n\omega s}\right)^2\right]^2 n^3\omega s^3LrMs^2r^2 \left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right]^{1/2}$$

(3.7)

A equação (3.7) é a primeira equação procurada.

Do capítulo 2 é obtida a equação (2.5), que fornece o torque médio em função da freqüência da corrente do rotor.

$$T = -\frac{2}{3} \frac{n}{\omega} \frac{M s r^2 I S^2}{R c L r^2} \left[ \frac{\frac{R c L r^2 (R c^2 + \omega^2 L r^2)}{n \omega S} \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega S}\right)^3 + \frac{R c}{\omega^2} \frac{(R c^4 - \omega^4 L r^4)}{n \omega S} \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega S}\right)}{\frac{L r^4 (R c^2 + \omega^2 L r^2)}{n \omega S} \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega S}\right)^4 + \frac{2 L r^2}{\omega^2} \frac{(R c^4 - \omega^4 L r^4)}{n \omega S} \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega S}\right)^2 + \left(\frac{R c}{n \omega S}\right)^4 \frac{(R c^2 + 3 \omega^2 L r^2) + L r^4 (3 R c^2 + \omega^2 L r^2)}{\omega}} \right]^{(3.8)}$$

Mas, por definição

$$\omega = n\omega_s$$

(3.9)

Substituindo a equação (3.9) na equação (3.8) é obtida a equação (3.10), que é a segunda equação procurada.

$$T = \frac{-2}{\omega s} \frac{M_s r^2 I_s^2}{Rr Lr^2 (Rr^2 + n^2 \omega s^2 Lr^2)} \left[ \frac{\left(1 - \frac{\omega r}{n \omega s}\right)^3 + \frac{Rr}{n^2 \omega s^2} (Rr^4 - n^4 \omega s^4 Lr^4) \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega s}\right)}{Lr^4 (Rr^2 + n^2 \omega s^2 Lr^2) \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega s}\right)^4} + \frac{2Lr^2}{n^2 \omega s^2} \frac{(Rr^4 - n^4 \omega s^4 Lr^4) \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega s}\right)^2 + \left(\frac{Rr}{n \omega s}\right)^4 (Rr^2 + 3n^2 \omega s^2 Lr^2) + Lr^4 (3Rr^2 + n^2 \omega s^2 Lr^2)}{Lr^4 (Rr^2 + n^2 \omega s^2 Lr^2) \left(1 - \frac{\omega r}{n \omega s}\right)^4} \right]$$

(3.10)

Resolvendo as equações (3.7) e (3.10) para os mesmos valores de  $\omega_r$  obtém-se para cada ponto um valor do torque médio e um do módulo da tensão do estator, sendo possível assim obter a variação do torque médio em função do módulo de tensão do estator para freqüência de alimentação estabelecida.

### 3.3 - OBTENÇÃO TEÓRICA DAS CARACTERÍSTICAS DO MOTOR UTILIZADO

Estas características foram obtidas utilizando os parâmetros do motor monofásico de indução, que foram apresentadas no capítulo 2, ítem 2.3.

#### 3.3.1 - VARIAÇÃO DO TORQUE MÉDIO EM FUNÇÃO DO MÓDULO DA TENSÃO DO ESTATOR

As curvas das Figuras (3.1) são obtidas utilizando-se as equações (3.7) e (3.10) da maneira explicada no ítem 3.2.

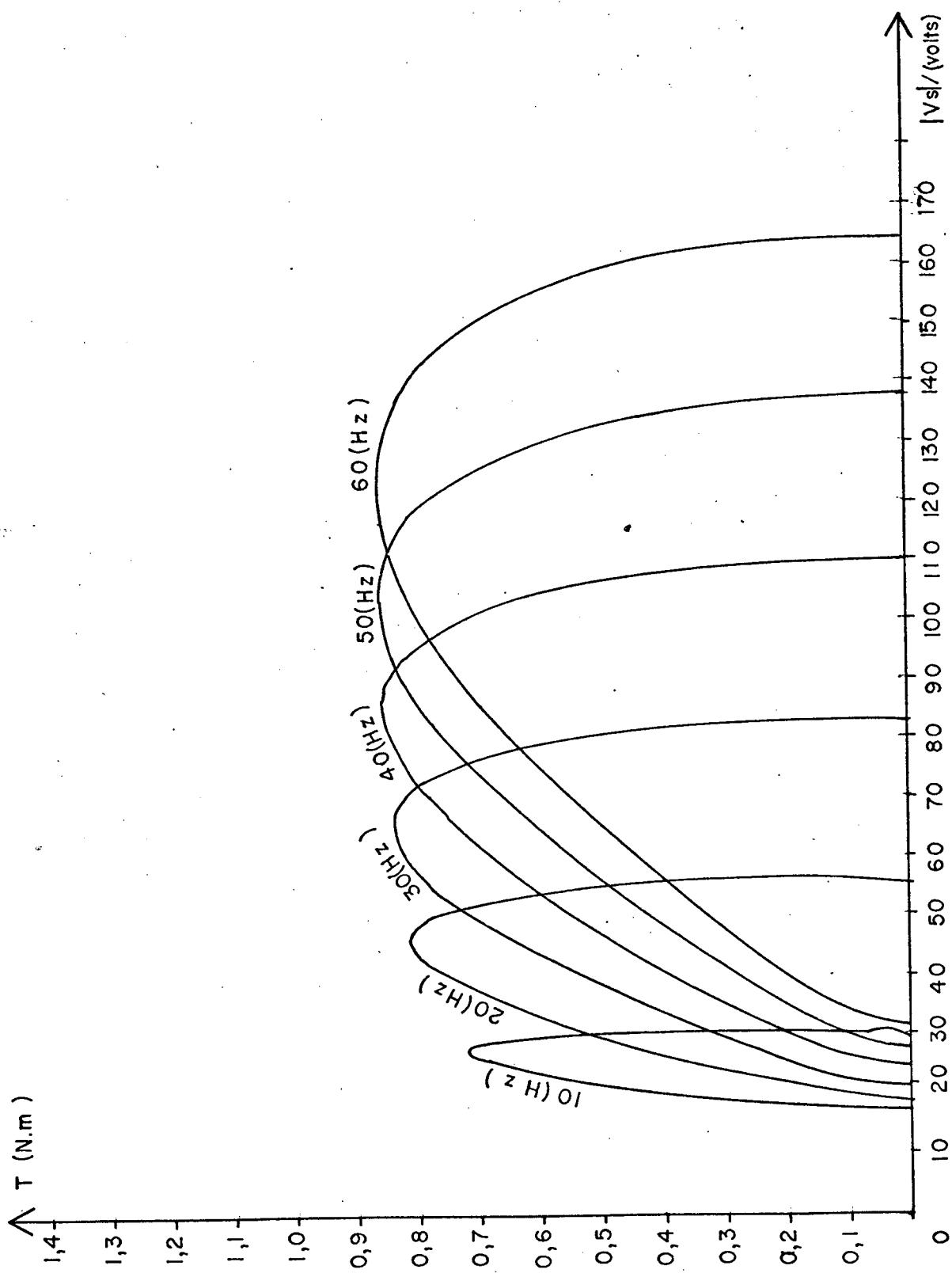


Figura 3.1-a - Curvas  $T_x$   $|Vs|$  para Freqüência de Alimentação (F) Variável, para  $I_S = 3,0$  A.

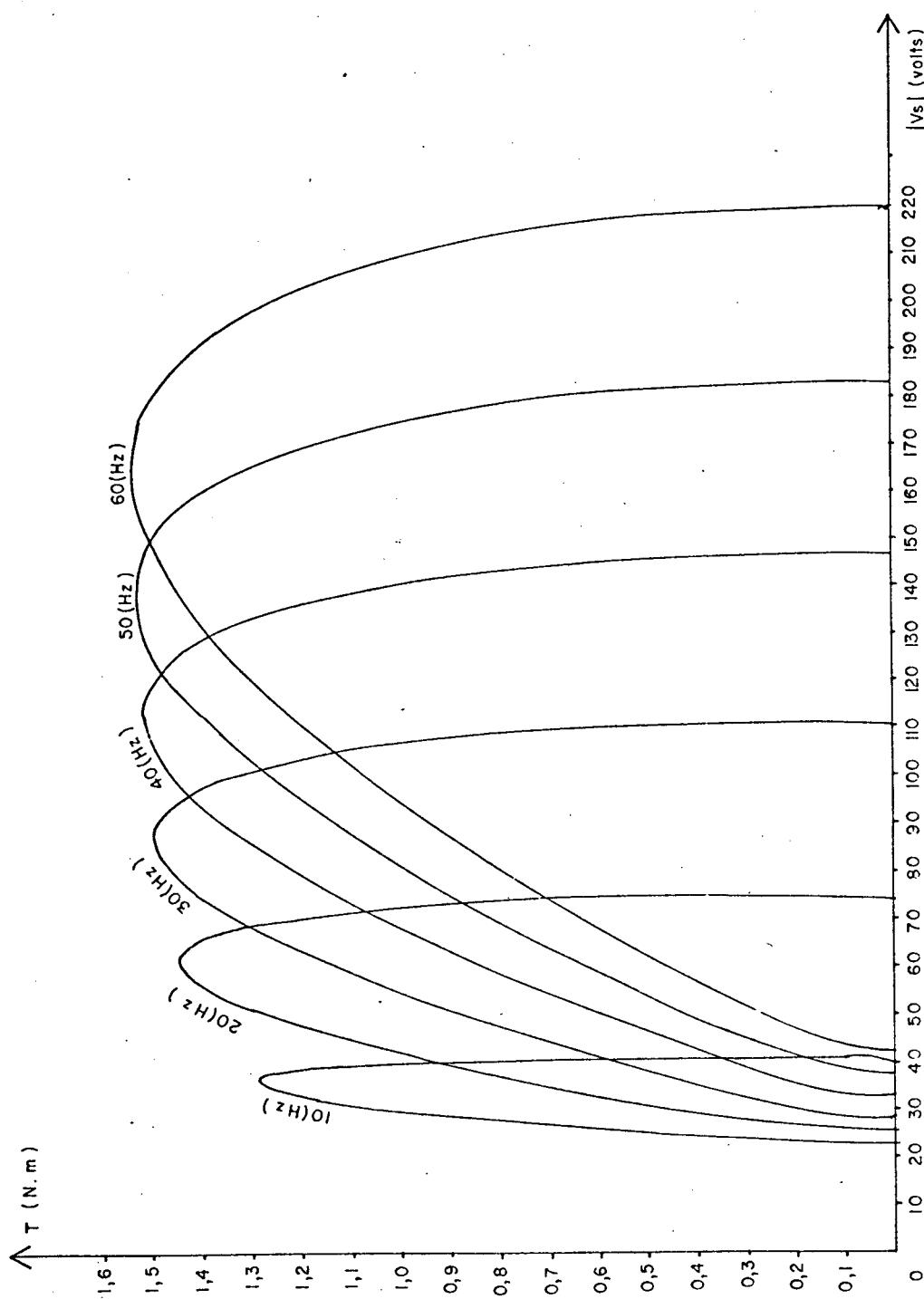


Figura 3.1-b - Curvas  $T_x |Vs|$  para Freqüência de Alimentação (F) Variável, para  $I_S = 4,0 \text{ A}$ .

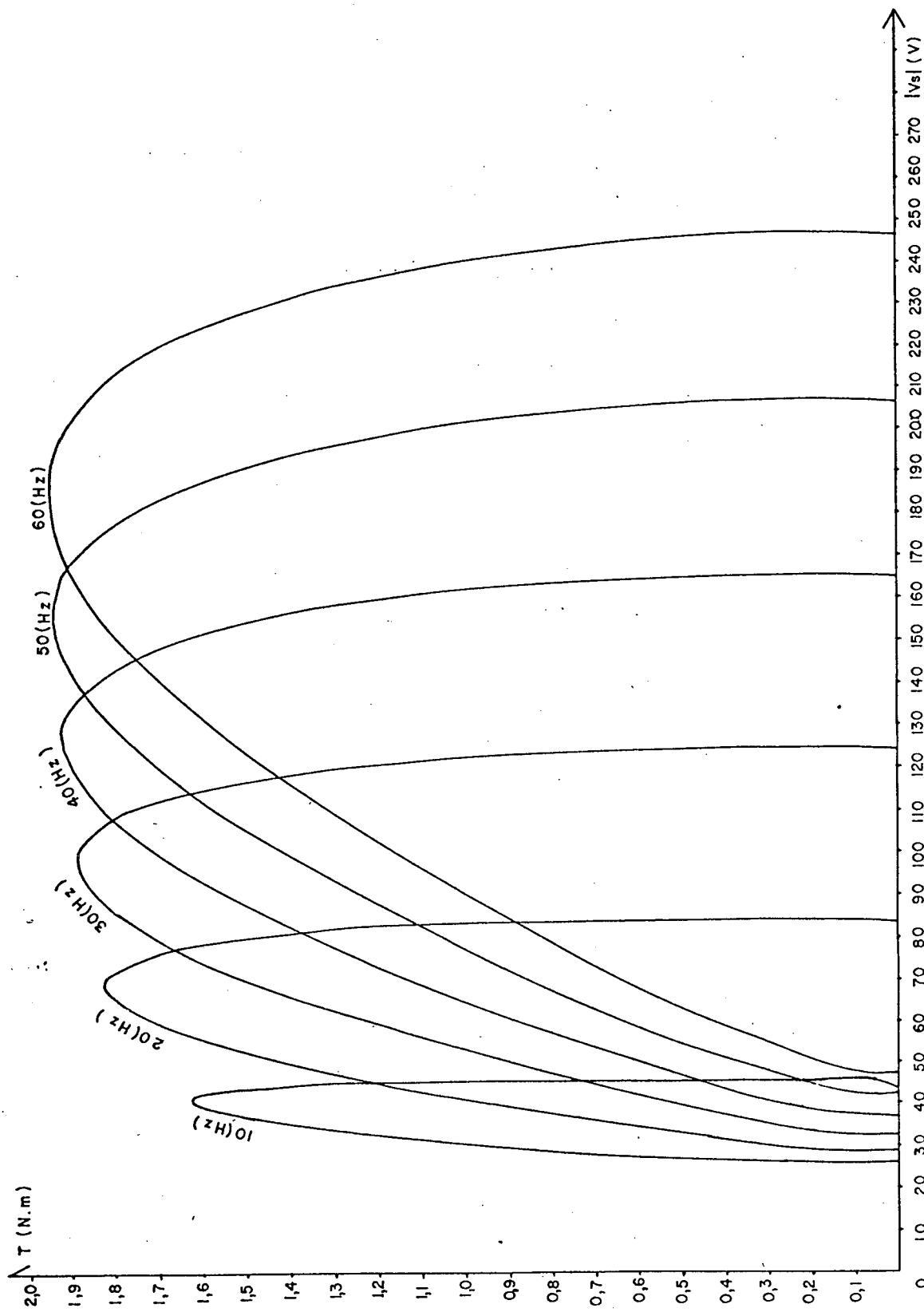


Figura 3.1-C – Curvas  $\tau_x |V_S|$  para Frequência de Alimentação (F) Variável, para  $I_S = 4,5$  A.

3.3.2 - CURVAS  $|V_s| \times F$  E  $|V_s| / F \times F$ , PARA FREQUÊNCIA NO ROTOR (Fr) VARIÁVEL

As curvas da figura (3.2) são obtidas utilizando a equação (3.7). Esta equação é resolvida para valores de corrente e de freqüência da corrente no rotor (Fr) pré-fixados e variando-se o valor da freqüência de alimentação (F) do motor monofásico de indução.

As curvas das Figuras (3.3) são obtidas tomando-se os valores encontrados no procedimento acima descrito, e dividindo-se cada valor do módulo da tensão do estator pelo valor de freqüência de alimentação correspondente.

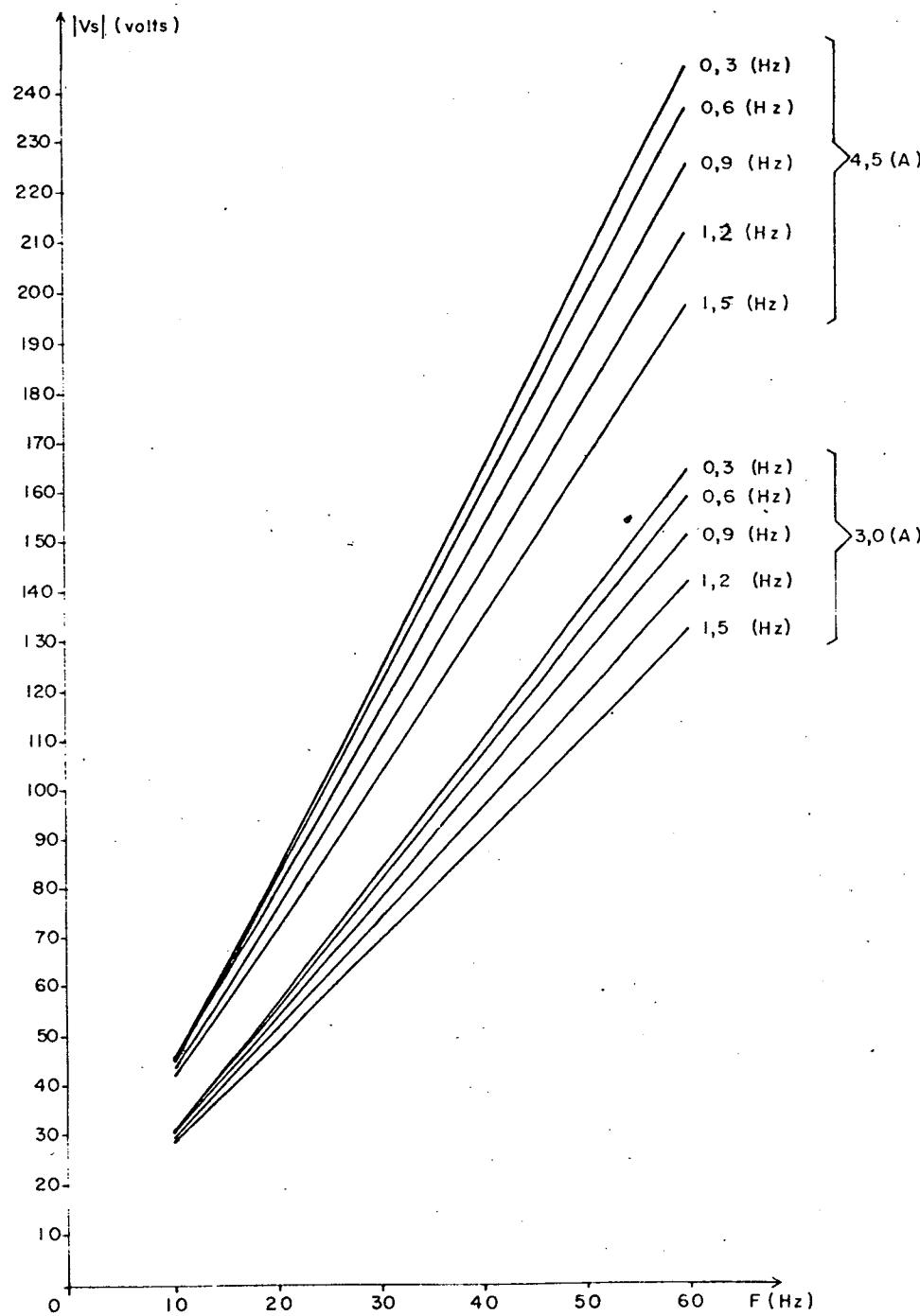


Figura 3.2 - Curvas  $|V_s| \times F$  para Freqüência do Rotor (Fr) Variável,  
para  $I_s = 3,0 \text{ A}$  e  $I_s = 4,5 \text{ A}$ .

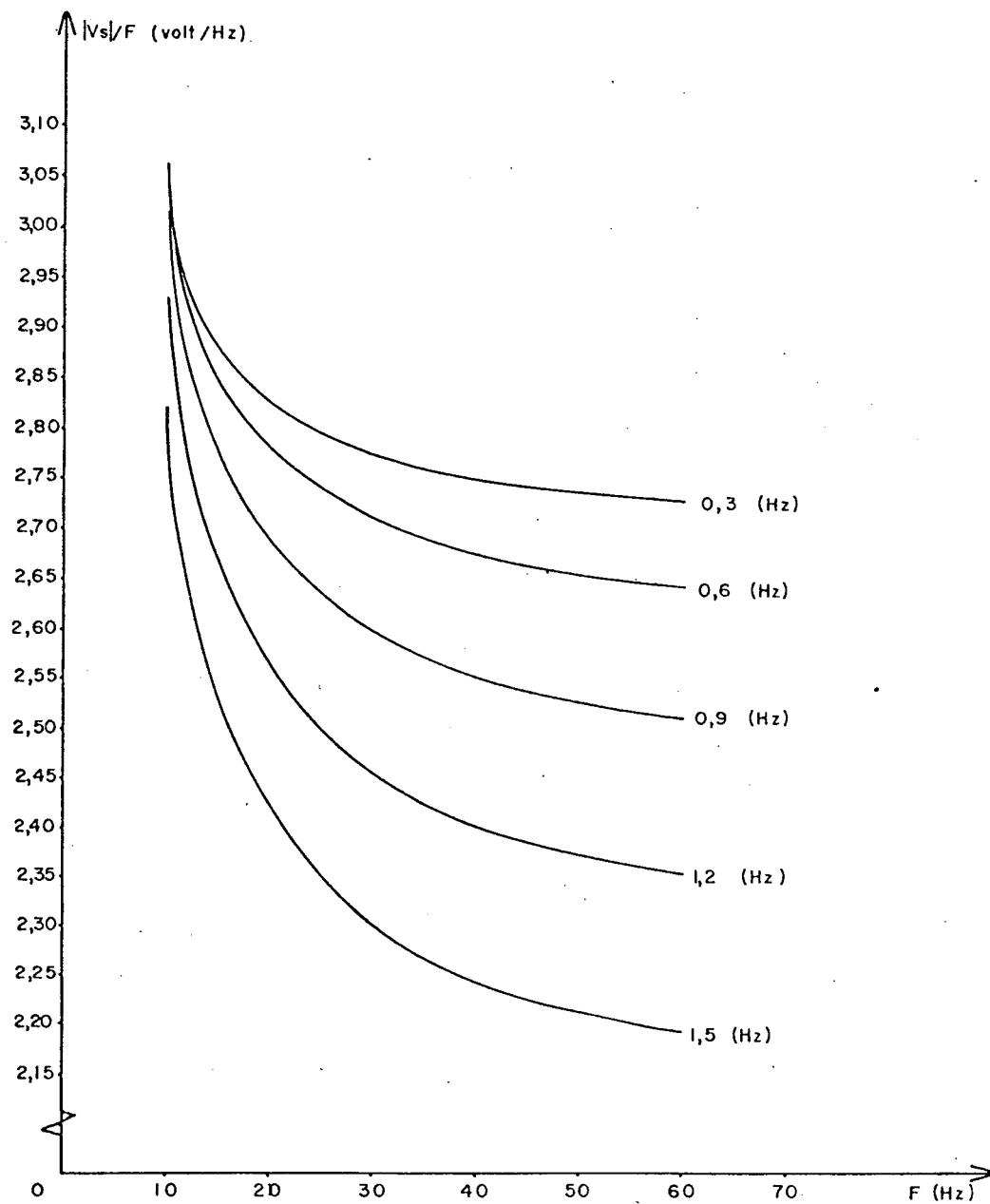


Figura 3.3-a - Curvas  $|V_s|/F \times F$  para Frequência do Rotor (Fr)  
Variável, para  $I_s = 3,0 \text{ A}$ .

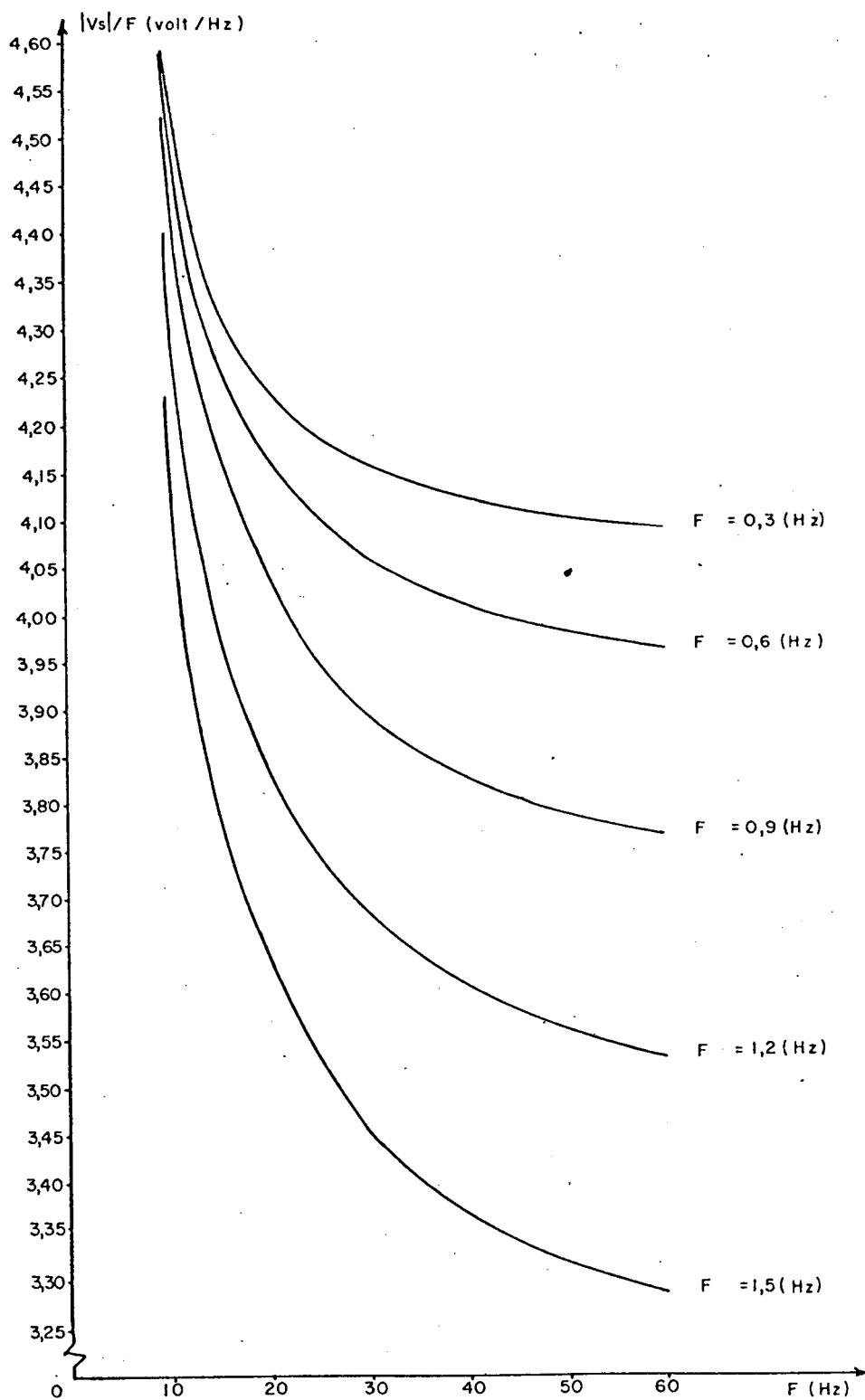


Figura 3.3-b - Curvas  $|V_s|/F \times F$  para Freqüência do Rotor ( $F_r$ ) Variável, para  $I_s = 4,5 \text{ A.}$

Para traçar as Figuras (3.1) e (3.2) foi utilizado o programa BATISTA FORTRAN Apêndice B.1.

### 3.3.3 - CURVAS |Vs|xF, PARA TORQUE MÉDIO VARIÁVEL

Através das Figuras (3.1) é obtida a variação do módulo da tensão do estator em função da freqüência de alimentação do motor, para cada valor de torque médio desejado. Desta maneira são obtidas as curvas da Figura (3.4).

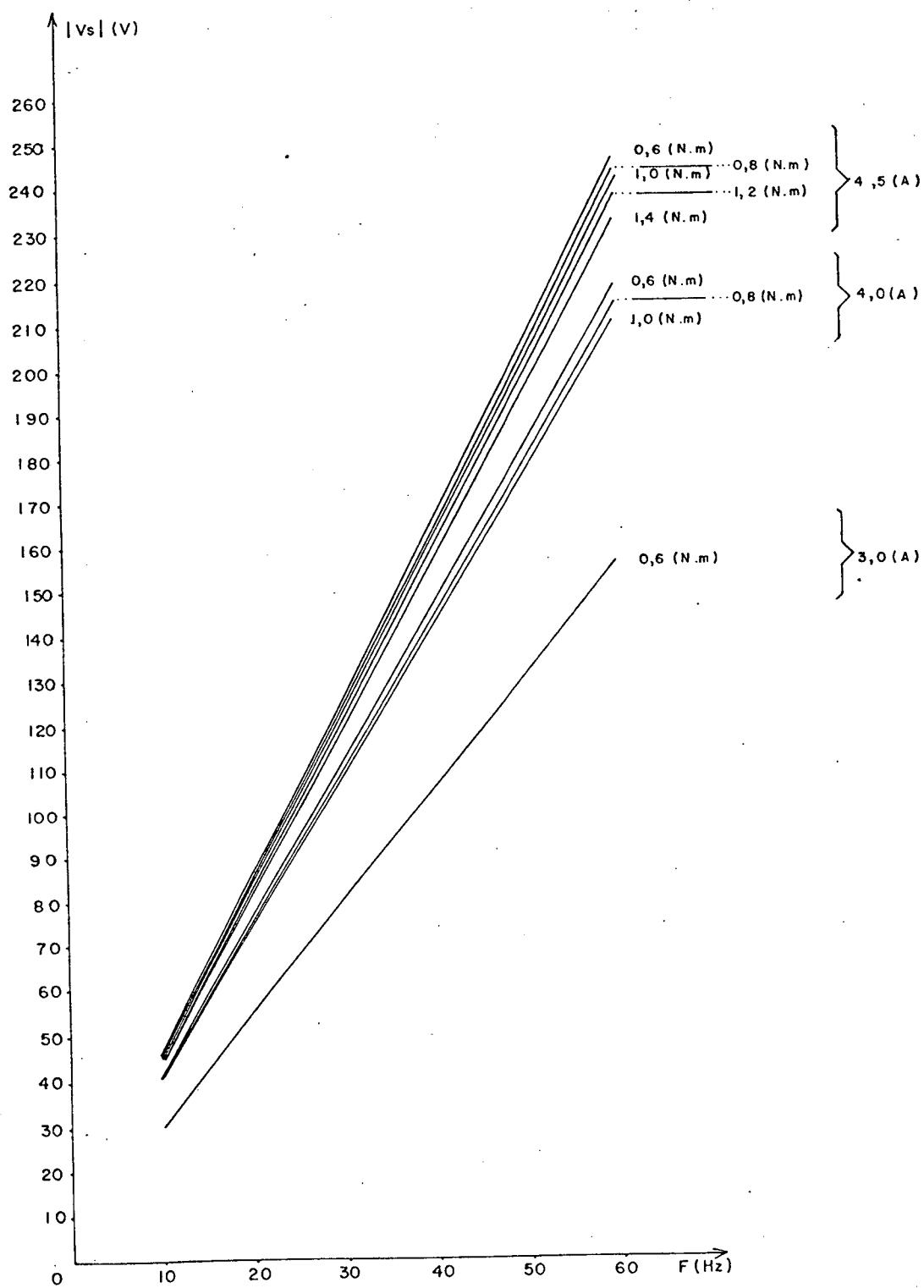


Figura 3.4 - Curvas  $|Vs| \times F$  para torque variável, para  $I_s = 3,0 \text{ A}$ ,  
 $I_s = 4,0 \text{ A}$  e  $I_s = 4,5 \text{ A}$ .

### 3.3.4 - ANÁLISE DAS CARACTERÍSTICAS OBTIDAS

Figuras 3.1 - Estas curvas são semelhantes às curvas do torque médio em função da velocidade do motor [ 2 ], e mostram que o torque médio na região de funcionamento do motor possui uma variação, aproximadamente linear, com o módulo da tensão do estator.

Figura 3.2 - Nesta Figura fica claro que, o módulo da tensão do estator é ligado à freqüência de alimentação do motor, por uma lei aproximadamente linear e que, para cada freqüência da corrente no rotor ( $F_r$ ) existe uma inclinação distinta.

Figuras 3.3 - Nestas Figuras fica claro que a linearidade observada na Figura 3.2 é mais efetiva para valores da freqüência de alimentação do motor ( $F$ ) acima de 30 Hz, para valores inferiores há uma não linearidade sensível.

Figura 3.4 - Esta Figura é apenas a confirmação da Figura 3.2, tendo em conta que o torque médio é diretamente proporcional ao valor da freqüência da corrente do rotor, como visto no capítulo 2.

### 3.4 - ESTUDO EXPERIMENTAL DE $|Vs|xF$ , PARA TORQUE VARIÁVEL

O ensaio realizado é o mesmo descrito no ítem 2.4 do capítulo 2.

As curvas obtidas neste ensaio estão apresentadas na Figura (3.5).

#### 3.4.1 - ANÁLISE

As curvas da Figura (3.5) confirmam as observações feitas na análise das Figuras obtidas teoricamente, confirmado assim, que o módulo da tensão do estator e a freqüência de alimentação do motor são ligadas por uma lei, que é aproximadamente linear. O que torna possível a implementação de um circuito de controle do torque médio, através do módulo de tensão do estator, muito simples.

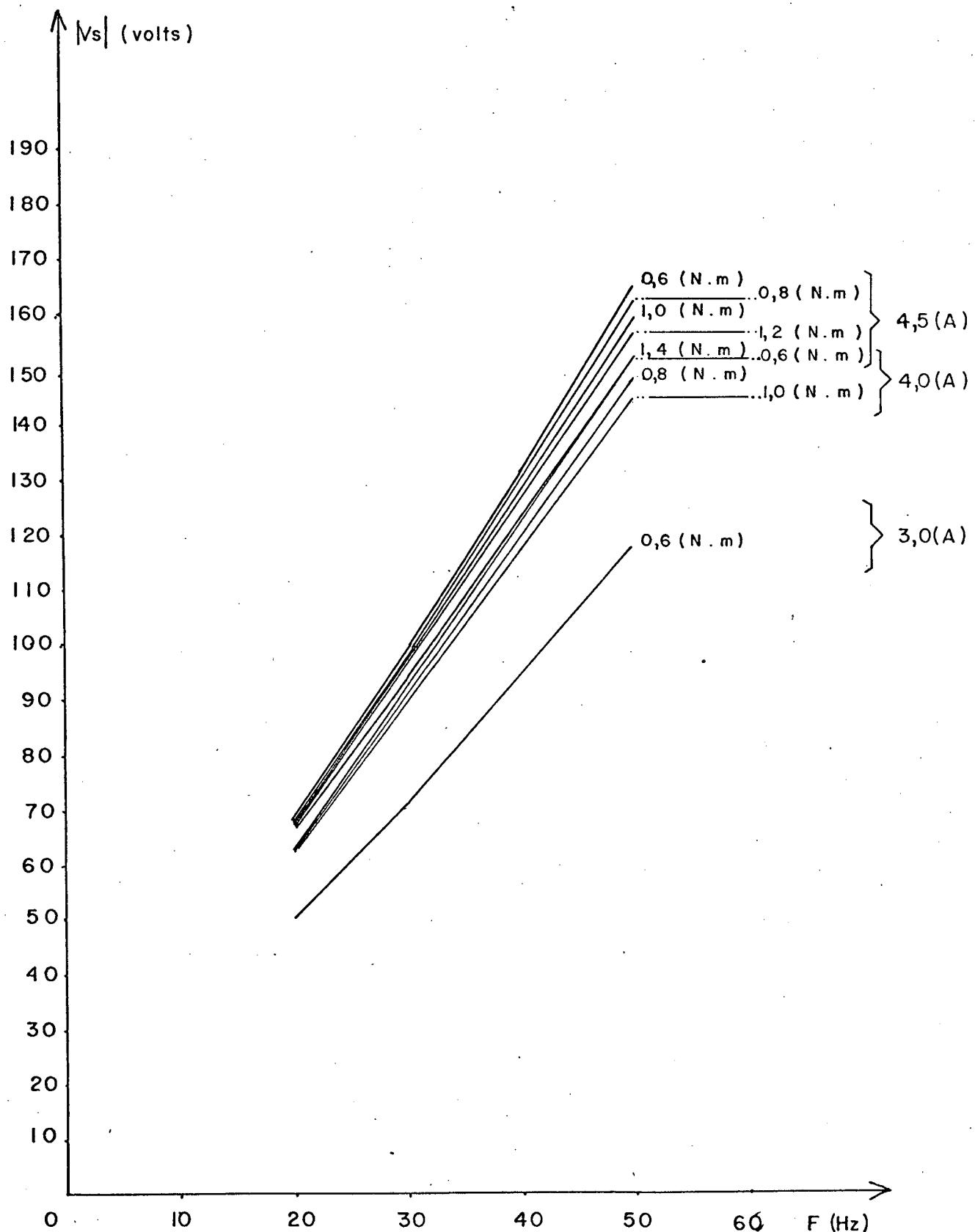


Figura 3.5 - Curvas  $|V_s| \times F$  para torque variável, obtidas experimentalmente, para  $I_s = 3,0$  A,  $I_s = 4,0$  A e  $I_s = 4,5$  A.

**3.5 - MODELO SIMPLIFICADO PARA CONTROLE DO TORQUE MÉDIO ATRAVÉS DO MÓDULO DA TENSÃO DO ESTATOR**

Da Figura (3.3) é obtida a equação que representa as suas curvas, esta equação é a (3.11).

$$|Vs| = \alpha (F - 7) + 30 \quad (3.11)$$

Onde:

$F$  = Freqüência de alimentação

$\alpha$  = Inclinação das curvas  $|Vs| \times F$

Para

$$7 \text{ Hz} \leq F \leq 67 \text{ Hz}$$

$$F = |Vs| - 30 + 7 \quad (3.12)$$

$\alpha$

$$\text{Fazendo } \beta = \frac{1}{\alpha}$$

$$F = \beta (|Vs| - 30) + 7 \quad (3.13)$$

O modelo do laboratório após a implementação da equação (3.13), está apresentado na Figura 3.7.

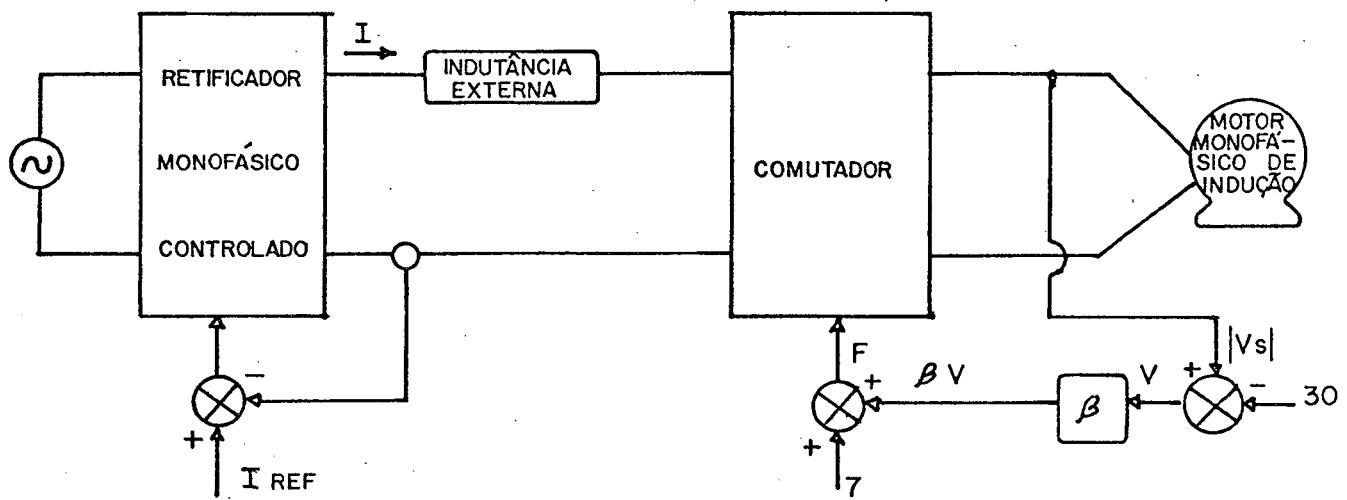


Figura 3.6 - Esquema para controle do torque através de  $|Vs|$

Os valores de  $\alpha$  e  $\beta$  são encontradas através de regressão linear e estão representados nas Figuras (3.7).

Nestas Figuras fica claro que, para cada valor de  $\alpha$  existe apenas um valor de torque médio correspondente, confirmado assim, mais uma vez a viabilidade do controle proposto.

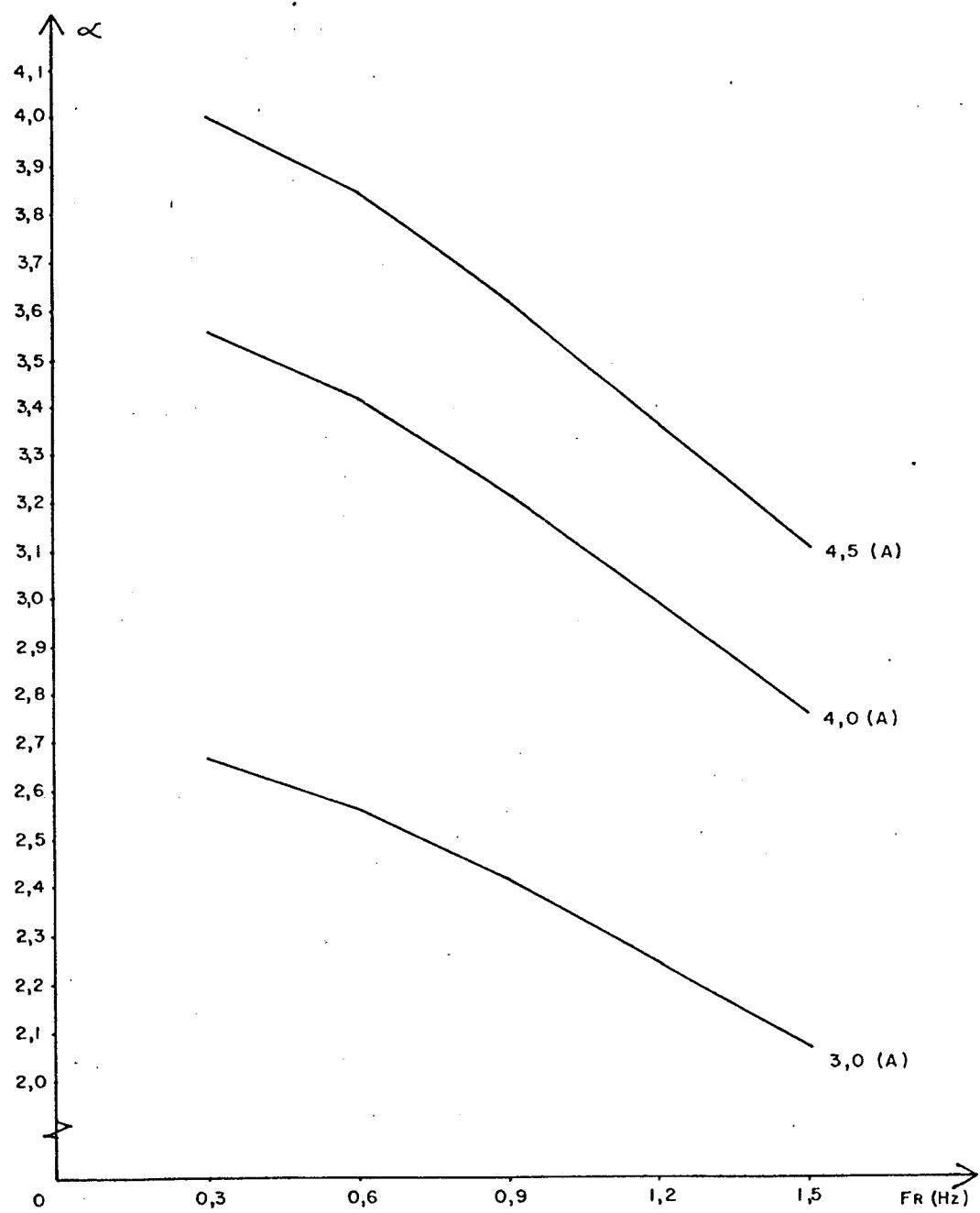


Figura 3.7-a - Curvas  $\alpha x Fr$  para  $I_s$  Variável.

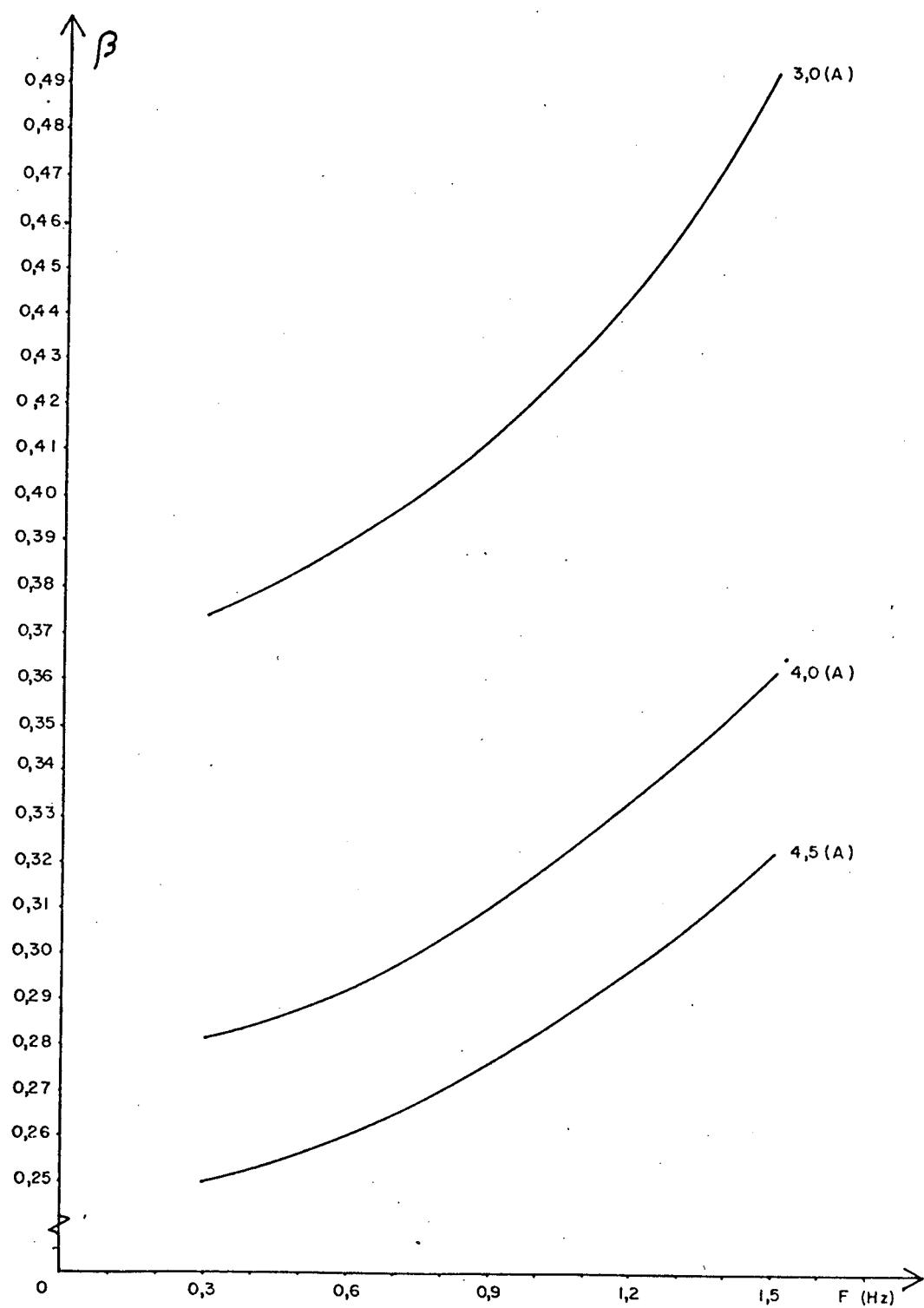


Figura 3.7-b - Curvas  $\beta \times F_r$  para  $I_s$  Variável.

O comportamento do circuito com a equação (3.13) implementada não foi plenamente satisfatório, porque, apesar de satisfazer sob o aspecto de estabilidade ele varia muito o valor do torque médio quando é aplicada a carga. Isto ocorreu pelo que havia sido dito durante a análise das Figuras (3.4). Então, para que o controle se tornasse plenamente satisfatório foram feitos alguns ajustes em laboratório, observando o comportamento do conjunto, quando este comportamento foi considerado bom, a equação implementada ficou representada pela equação (3.14)

$$F = \beta |V_s| + 10$$

(3.14)

O modelo, após a implementação estar devidamente ajustada, está apresentado na Figura (3.8)

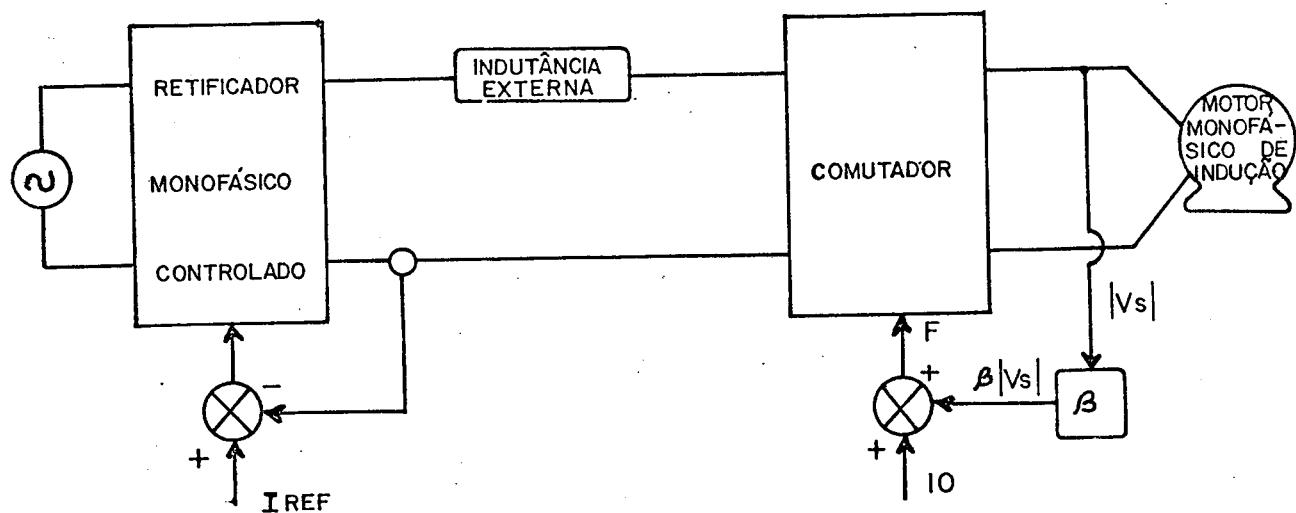


Figura 3.8 - Esquema para controle do torque através de  $|V_s|$ .

**3.6 - IMPLEMENTAÇÃO DO CIRCUITO DE CONTROLE DO TORQUE MÉDIO ATRAVÉS DO MÓDULO DA TENSÃO DO ESTATOR**

Esta implementação está apresentada em diagrama de blocos na Figura (3.9)

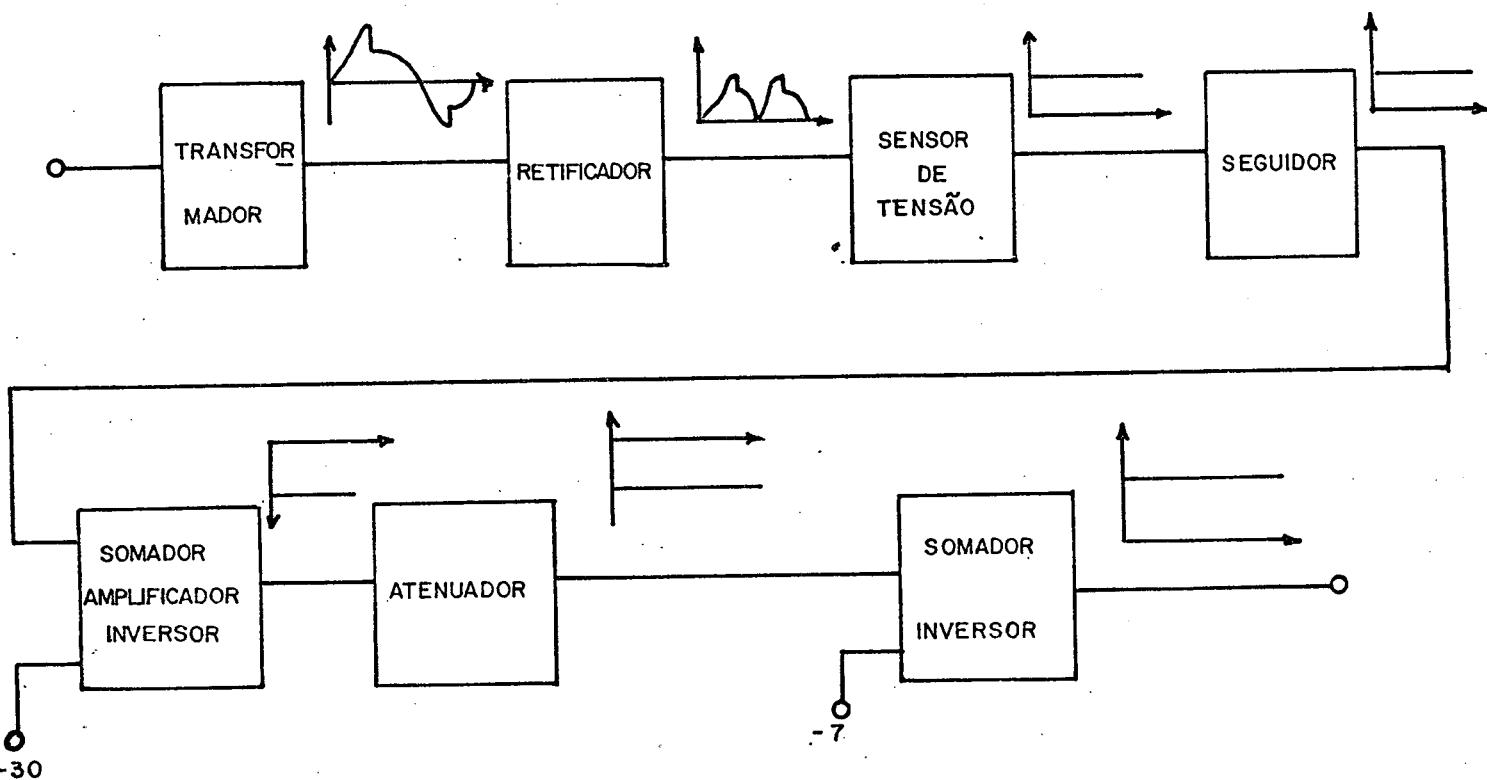


Figura 3.9 - Diagrama de blocos do regulador de torque através de  $|Vs|$ .

O diagrama de blocos é implementado pelo circuito apresentado na Figura (3.10).

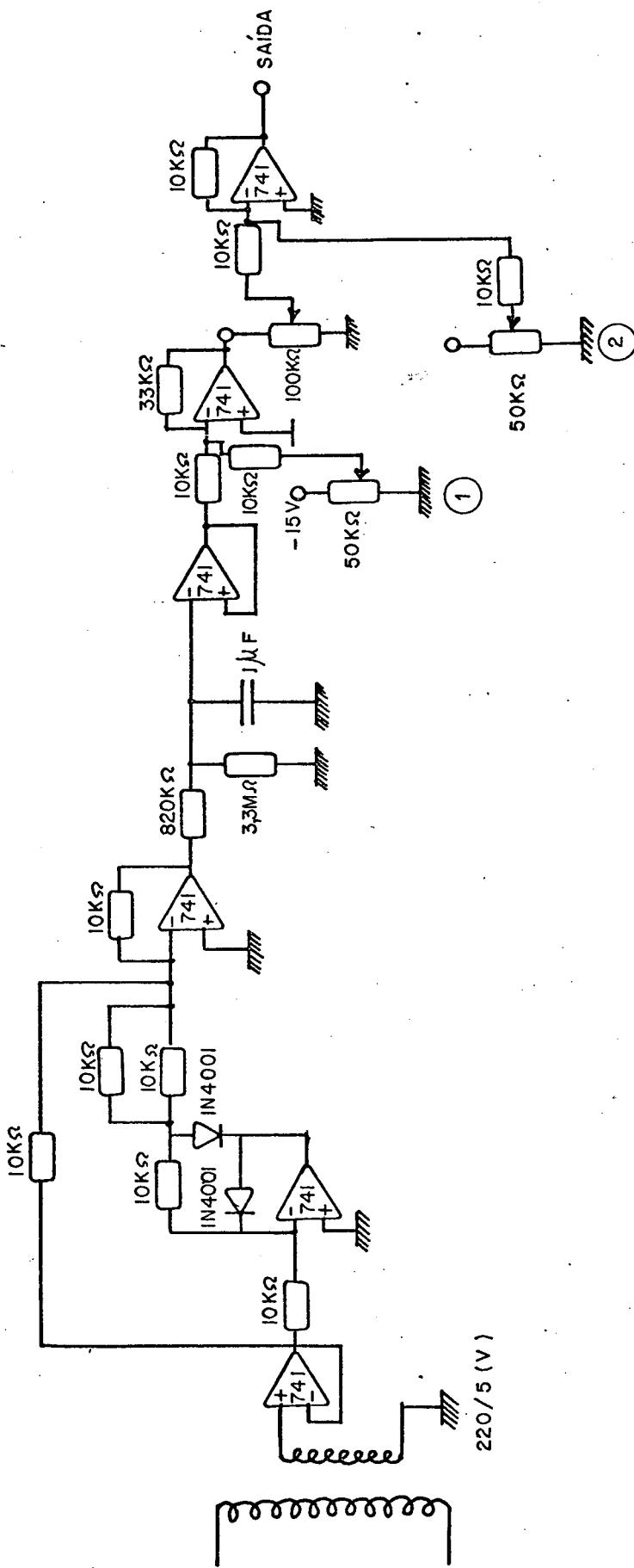


Figura 3.10 - Circuito implementado para controle de torque através de  $|Vs|$ .

Cada bloco do diagrama da Figura (3.9) tem a seguinte função:

1 - Transformador - Retratar a imagem da tensão que está sobre o estator do motor.

2 - Retificador - transformar a tensão alternada em uma tensão unidirecional.

3 - Sensor de Tensão - transformar esta tensão unidirecional em uma tensão contínua, imagem da tensão no circuito de potência.

4 - Seguidor - criar um caminho de alta impedância para circulação de corrente no restante do circuito.

5 - Somador-Amplificador-Inversor - adicionar a tensão que vem do seguidor, com uma tensão constante de sinal oposto, e tornar o valor desta soma compatível com o restante do circuito.

6 - Atenuador - compatibilizar o valor da tensão com o ponto de funcionamento desejado.

7 - Somador-Inversor - adicionar a tensão variável com uma tensão fixa e tornar o sinal da tensão resultante desta soma, adequado à entrada do conversor tensão-freqüência.

**3.7 - ESTUDO EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DO MOTOR, COM CONTROLE DO TORQUE MÉDIO ATRAVÉS DO MÓDULO DA TENSÃO DO ESTATOR**

O material utilizado para a realização deste estudo é o mesmo que se encontra descrito no ítem 2.6.2, capítulo 2. Os ensaios realizados, também se encontram descritos no ítem já citado.

A montagem utilizada para obtenção das curvas das Figuras (3.12) e (3.13), é apresentada na Figura (3.11)

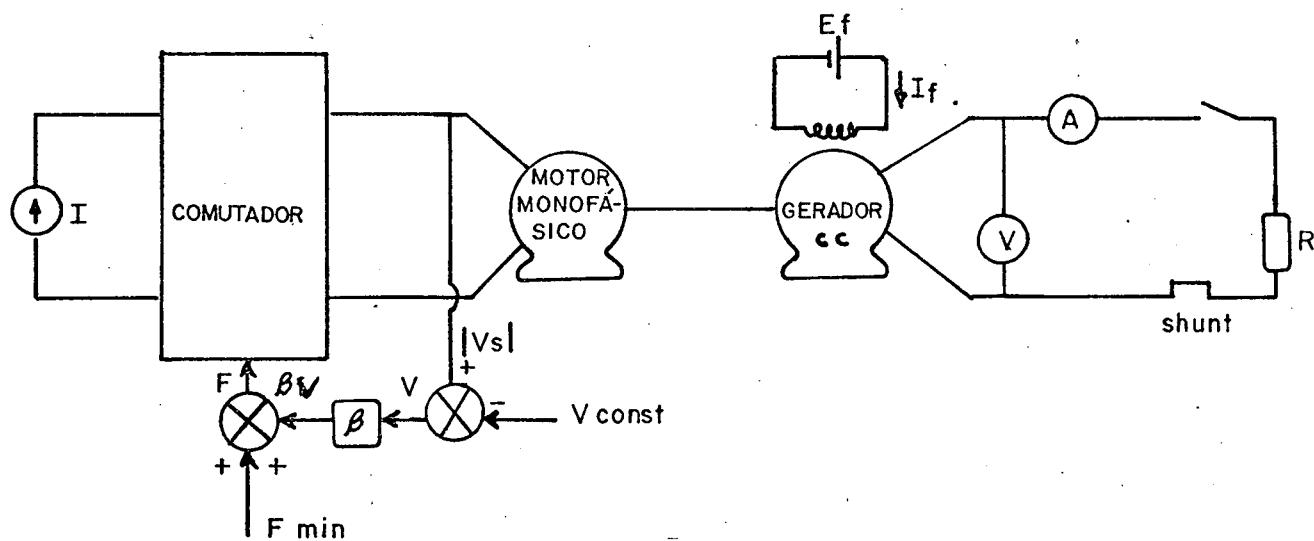


Figura 3.11 - Montagem com controle de torque através do módulo da tensão do estator.

**OBSERVAÇÃO:** Nas Figuras (3.12) e (3.13) os pontos assinalados, são os pontos onde o torque de carga ( $T_L$ ) é aplicado.

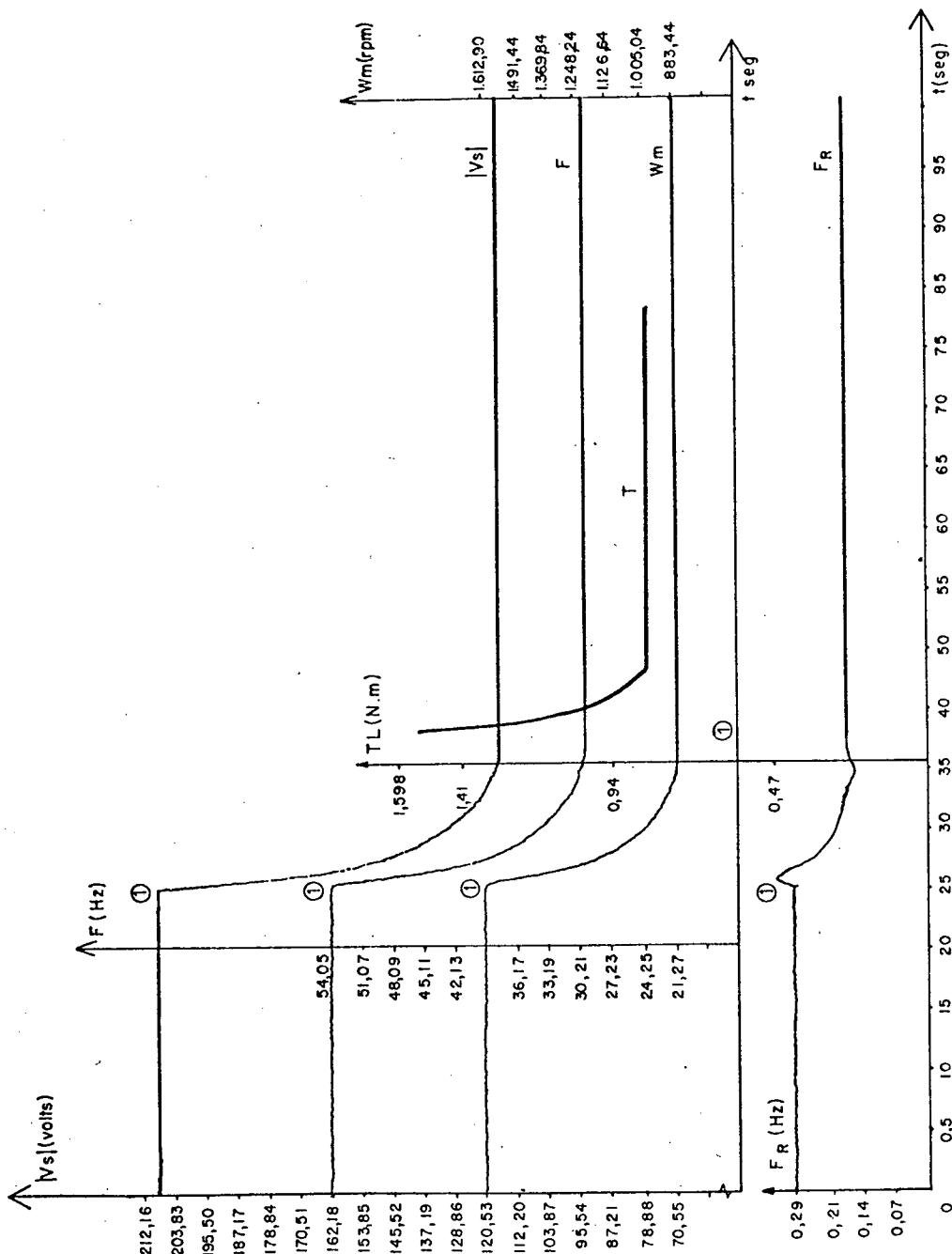


Figura 3.12-a - Controle através do Módulo da Tensão do Estator, 1º Caso.

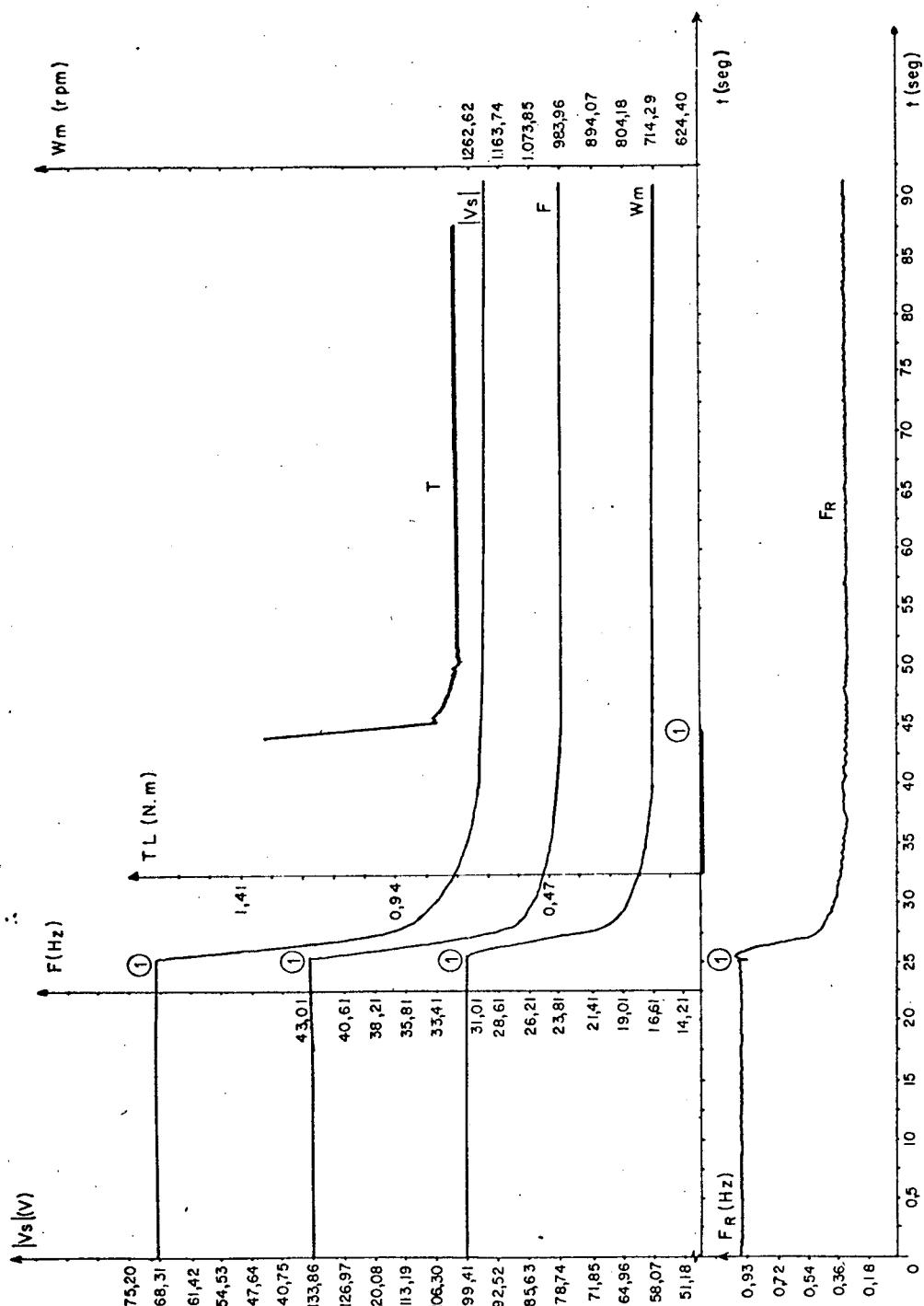


Figura 3.12-b – Controle através do Módulo da Tensão do Estator, 2º Caso.

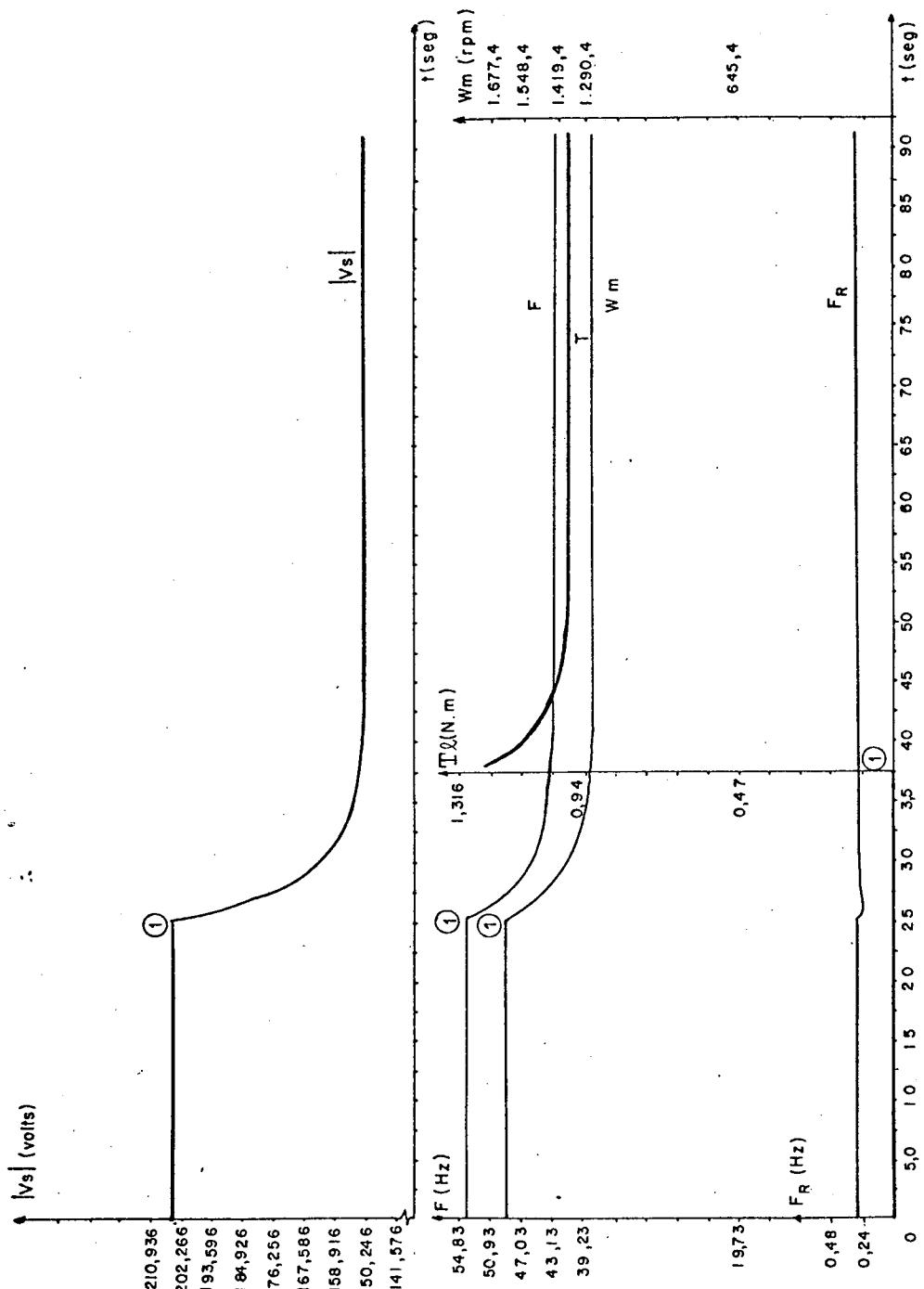


Figura 3.13-a - Controle através de  $|V_s|$ , 1º Caso.

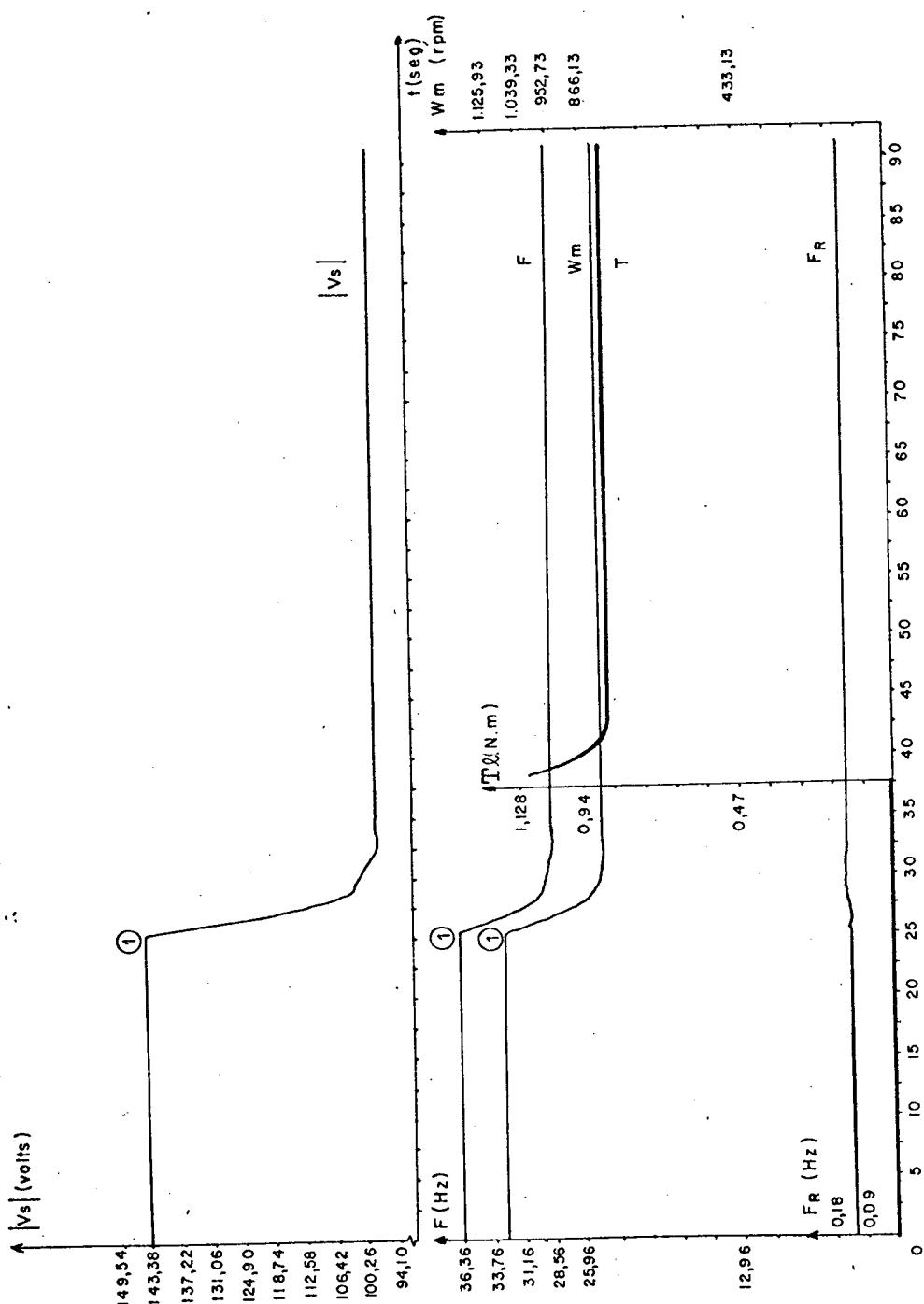


Figura 3.13-b - Controle através de  $|V_s|$ , 29 Caso.

### 3.7.1 - ANÁLISE DAS CURVAS OBTIDAS

Figuras 3.12 - Nestas Figuras fica claro que o comportamento do motor, quando da implementação da equação (3.13), não é plenamente satisfatório, embora os resultados sejam coerentes com o esperado. O torque não é mantido constante quando há uma variação da carga.

Figuras 3.13 - Estas Figuras representam a implementação da equação (3.14), e nelas fica claro que as modificações introduzidas no comando tornam o comportamento do motor plenamente satisfatório, isto é, esta implementação resolve os problemas de estabilidade existentes. Neste caso há uma variação muito pequena do torque que o motor produz, quando a carga é aplicada.

### 3.8 - CONCLUSÕES

A partir dos estudos teóricos e experimentais realizados, que foram descritos neste capítulo, podemos estabelecer as seguintes conclusões:

- a) O controle do torque médio do motor, através do controle do módulo da tensão do estator do motor assegura o funcionamento estável.
- b) A representação das curvas da Figura (3.2), pela equação (3.14), apesar de fugir um pouco à realidade na região de baixas freqüências, é plenamente

satisfatória para a faixa total de funcionamento do motor.

c) O circuito implementado para controlar o torque é simples e robusto, sendo adequado para emprego industrial.

d) O método estudado, pelo seu desempenho e simplicidade, pode ser empregado para a alimentação e o controle do motor monofásico de indução, na atividade industrial.

## C A P Í T U L O    IV

### ESTUDO DO CONTROLE DE VELOCIDADE

#### 4.1 - INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é encontrar um modelo simplificado para o conjunto comutador-motor, para controle de velocidade.

De posse deste modelo fazer a implementação do controle.

Obter experimentalmente as características do conjunto e comparar com os valores teóricos.

#### 4.2 - DIAGRAMA DE BLOCOS

O diagrama de blocos para o controle de velocidade esta apresentado na Figura (4.1).

A parte de controle apresentada no diagrama de blocos da Figura (4.1) é dividida em duas partes distintas, que estão apresentadas nas figuras (4.2) e (4.3).

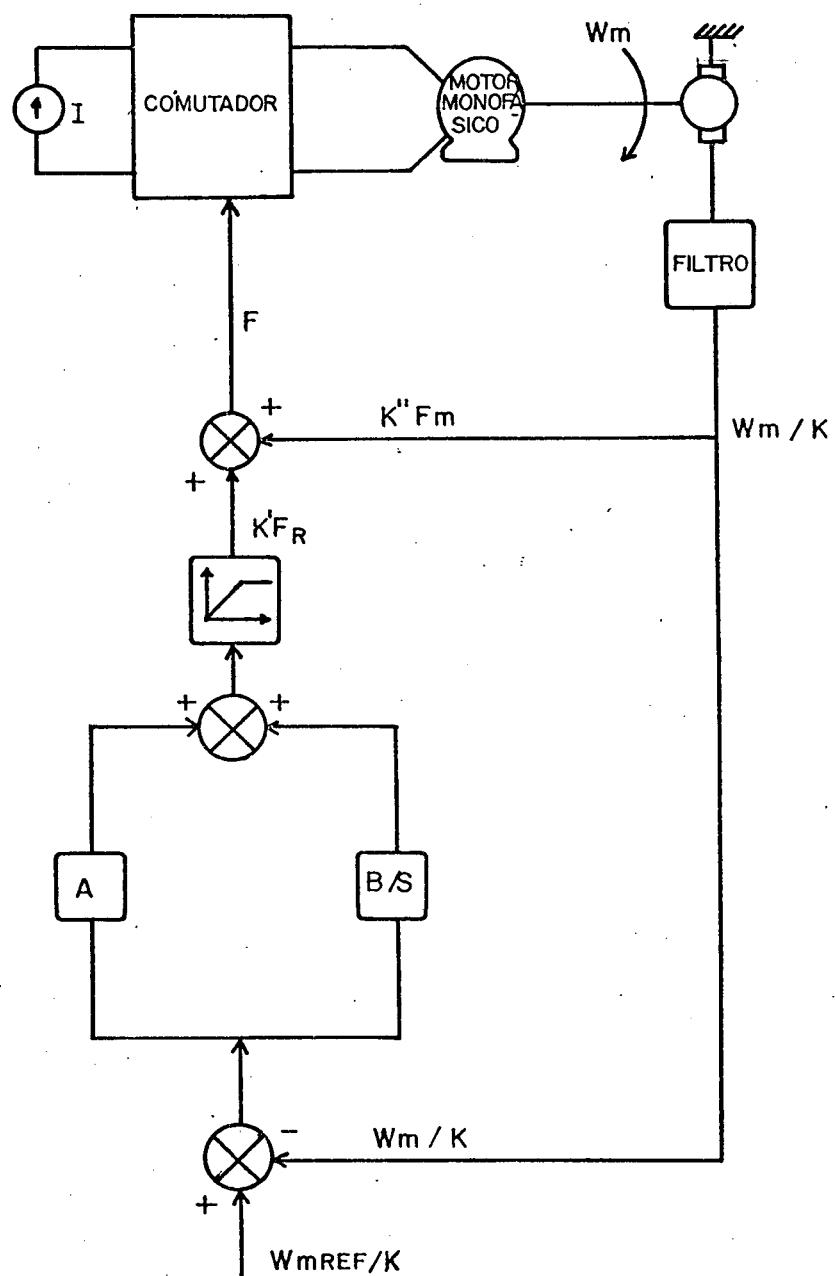
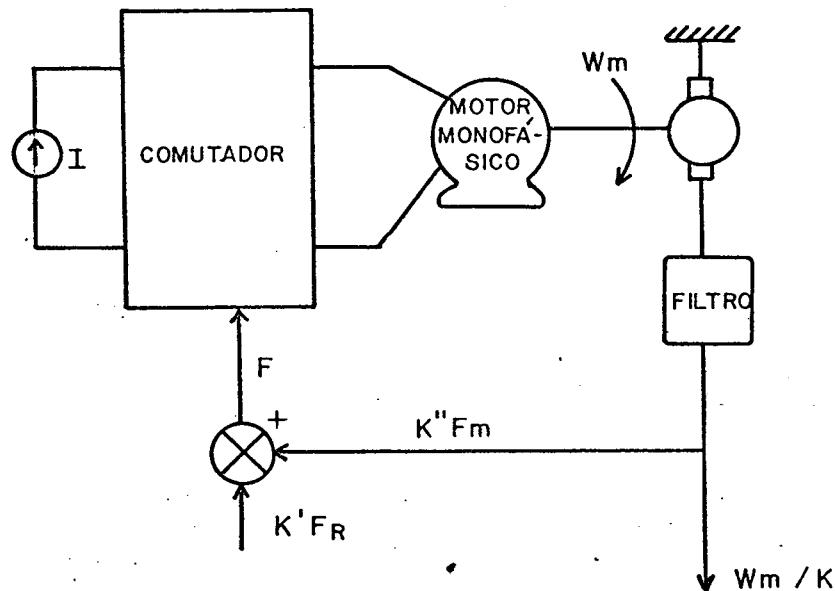


Figura 4.1 - Motor Monofásico de Indução com controle de velocidade.



**Figura 4.2 - Diagrama de blocos da parte do circuito de controle de velocidade que faz o controle do torque médio, através do controle da freqüência da corrente rotórica.**

A primeira parte do circuito, de controle de velocidade, apresentada na Figura (4.2), é destinada ao controle do torque médio através do controle da freqüência da corrente rotórica. Esta parte foi desenvolvida e explicada no capítulo 2.

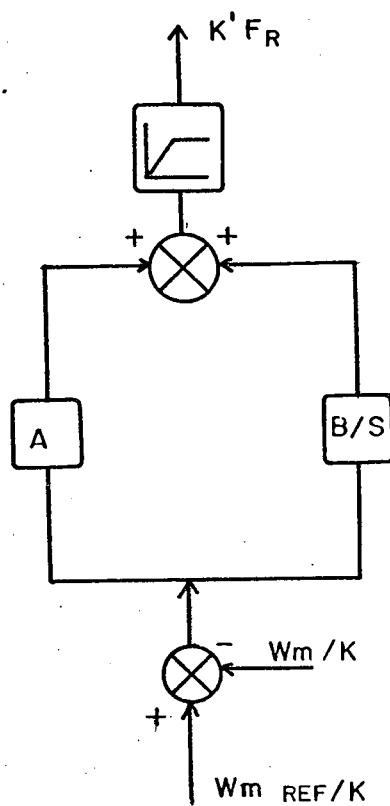


Figura 4.3 - Diagrama de blocos da parte do circuito de controle de velocidade, destinada à comparar a velocidade medida com a desejada.

A segunda parte do circuito de controle de velocidade, apresentada na Figura 4.3, é destinada à comparar a velocidade no eixo do motor com a velocidade de referência, fazendo com esta diferença o controle da velocidade do motor. Esta comparação é feita do seguinte modo:

- A tensão proporcional à velocidade no eixo
- do

motor é subtraida da tensão proporcional à velocidade de referência, determinando o erro existente.

- b) Este erro é introduzido no proporcional-integral, que é representado por dois ganhos ( $A =$  ganho do proporcional e  $B =$  ganho do integral) e um somador, que procura reduzi-lo a zero.
- c) Depois do proporcional-integral existe um limitador de saturação, o qual limita o valor da saída deste conjunto, de maneira que se o erro é muito grande, este valor não assume valores acima do máximo permitido para que não ocorra problemas de estabilidade.
- d) O valor do erro é que determinará o valor do torque médio necessário para manter o motor na velocidade desejada.

#### 4.3 - MODELAGEM

Da Figura (4.1) é tirada a equação (4.1).

$$K'F_r(s) = (A + B/s) \epsilon(s) \quad (4.1)$$

Passando para o domínio do tempo:

$$K'F_r = A\epsilon + B\int \epsilon dt \quad (4.1-a)$$

Novamente da Figura (4.1) é tirada a equação (4.2).

$$\frac{\epsilon}{K} = \frac{\omega_{mref}}{K} - \frac{\omega_m}{K} \quad (4.2)$$

Em [ 1 ] é encontrada a equação (4.3)

$$J \frac{d\omega_m}{dt} + D \omega_m + T_l = T_m \quad (4.3)$$

No capítulo 2 a equação (2.30) fornece o valor do torque médio do motor, que é a equação (4.4).

$$T_m = K_4 F_r \quad (4.4)$$

Onde:

$$K_4 = \frac{1}{3} \frac{n \text{ msr}^2 I_s^2}{R_r} 2\pi$$

No capítulo 2 a equação (2.57) fornece o valor do torque de carga, que é a equação (4.5)

$$T_l = K_l \omega_m \quad (4.5)$$

Substituindo as equações (4.4) e (4.5) na equação (4.3) é encontrada a equação (4.6).

$$J \frac{d\omega_m}{dt} + (D + K_l) \omega_m = K_4 F_r \quad (4.6)$$

Derivando a equação (4.6) em relação ao tempo é en  
contrada a equação (4.7).

$$J \frac{d^2 \omega_m}{dt^2} + (D + K\ell) \frac{d\omega_m}{dt} = K_4 \frac{dF_r}{dt} \quad (4.7)$$

Substituindo a equação (4.1-a) na equação (4.7) é en  
contrada a equação (4.8).

$$J \frac{d^2 \omega_m}{dt^2} + (D + K\ell) \frac{d\omega_m}{dt} = \frac{K_4 A}{K'} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{K_4 B}{K'} \varepsilon \quad (4.8)$$

Substituindo a equação (4.2) na equação (4.8) é en  
contrada a equação (4.9).

$$J \frac{d^2 \omega_m}{dt^2} + (D + K\ell) \frac{d\omega_m}{dt} = \frac{K_4 A}{KK'} \frac{d\omega_{mref}}{dt} - \frac{K_4 A}{KK'} \frac{d\omega_m}{dt} + K_4 B \frac{\omega_{mref}}{dt} - \frac{K_4 B}{KK'} \omega_m \quad (4.9)$$

$$\boxed{\frac{d^2 \omega_m}{dt^2} + \left( \frac{D+K\ell}{J} + \frac{K_4 A}{JKK'} \right) \frac{d\omega_m}{dt} + \frac{K_4 B}{JKK'} \omega_m = \frac{K_4 A}{JKK'} \frac{d\omega_{mref}}{dt} + \frac{K_4 B}{JKK'} \omega_{mref}} \quad (4.10)$$

A equação (4.10) é a equação diferencial que represen  
ta o sistema que deve ser implementado. Trata-se de uma equação di  
ferencial de 2ª ordem. Para o projeto é normalizada na forma da e  
quação (4.11).

$$\frac{d^2 \omega_m}{dt^2} + 2m\omega_0 \frac{d\omega_m}{dt} + \omega_0^2 \omega_m = 0 \quad (4.11)$$

Colocando a equação (4.10) na forma da (4.11) é obtida a equação (4.12).

$$\frac{d^2 \omega_m}{dt^2} + \left( \frac{D+K\ell}{J} + \frac{K_4 A}{JKK'} \right) \frac{d\omega_m}{dt} + \frac{K_4 B}{JKK'} \omega_m = 0 \quad (4.12)$$

Comparando a equação (4.12) com a (4.11) são encontradas as equações (4.13) e (4.14).

$$2 m \omega_0 = \frac{D + K\ell}{J} + \frac{K_4 A}{JKK'} \quad (4.13)$$

$$\omega_0^2 = \frac{K_4 B}{JKK'} \quad (4.14)$$

Onde:

$\omega_0$  = pulsação natural;

$m$  = constante relativa de amortecimento;

$A = \frac{R_2}{R_1}$  = ganho do proporcional;

$R_1$

$B = \frac{1}{R_1 C}$  = ganho do integral.

$R_1 C$

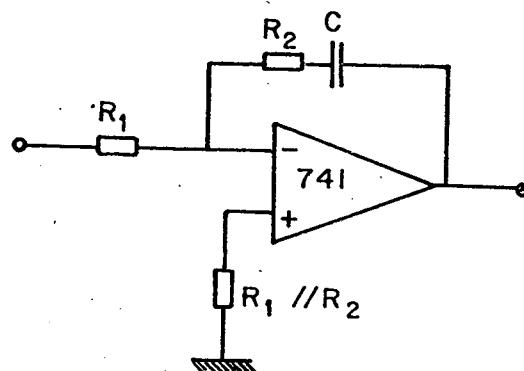


Figura 4.4 - Regulador Proporcional-Integral.

Mas, a implementação do controle foi feita experimentalmente, observando o melhor compromisso tempo de estabilização/oscilação.

#### 4.4 - CIRCUITO DE CONTROLE DE VELOCIDADE

O circuito de controle de velocidade do motor monofásico de indução é o da Figura (4.5).

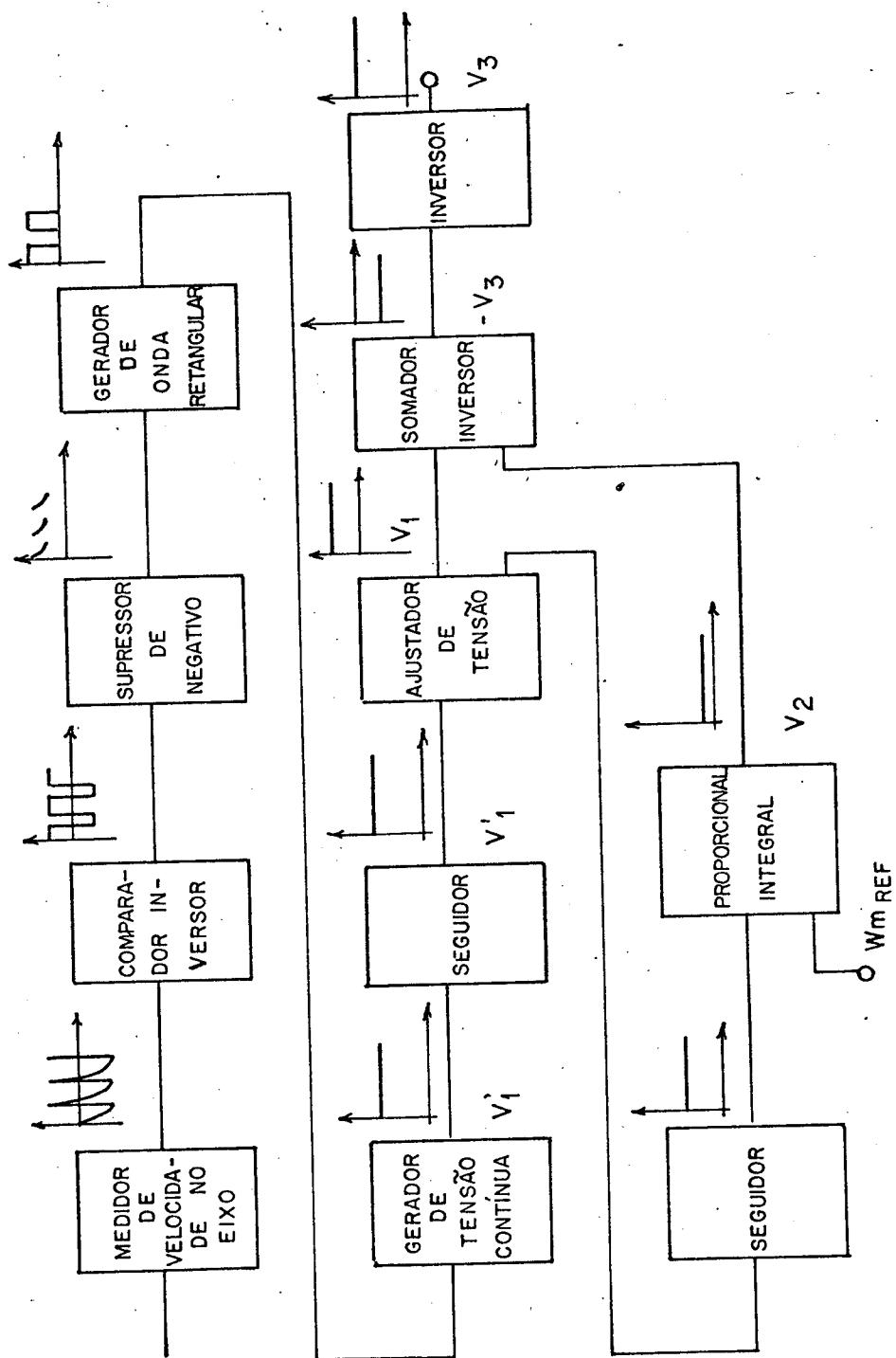
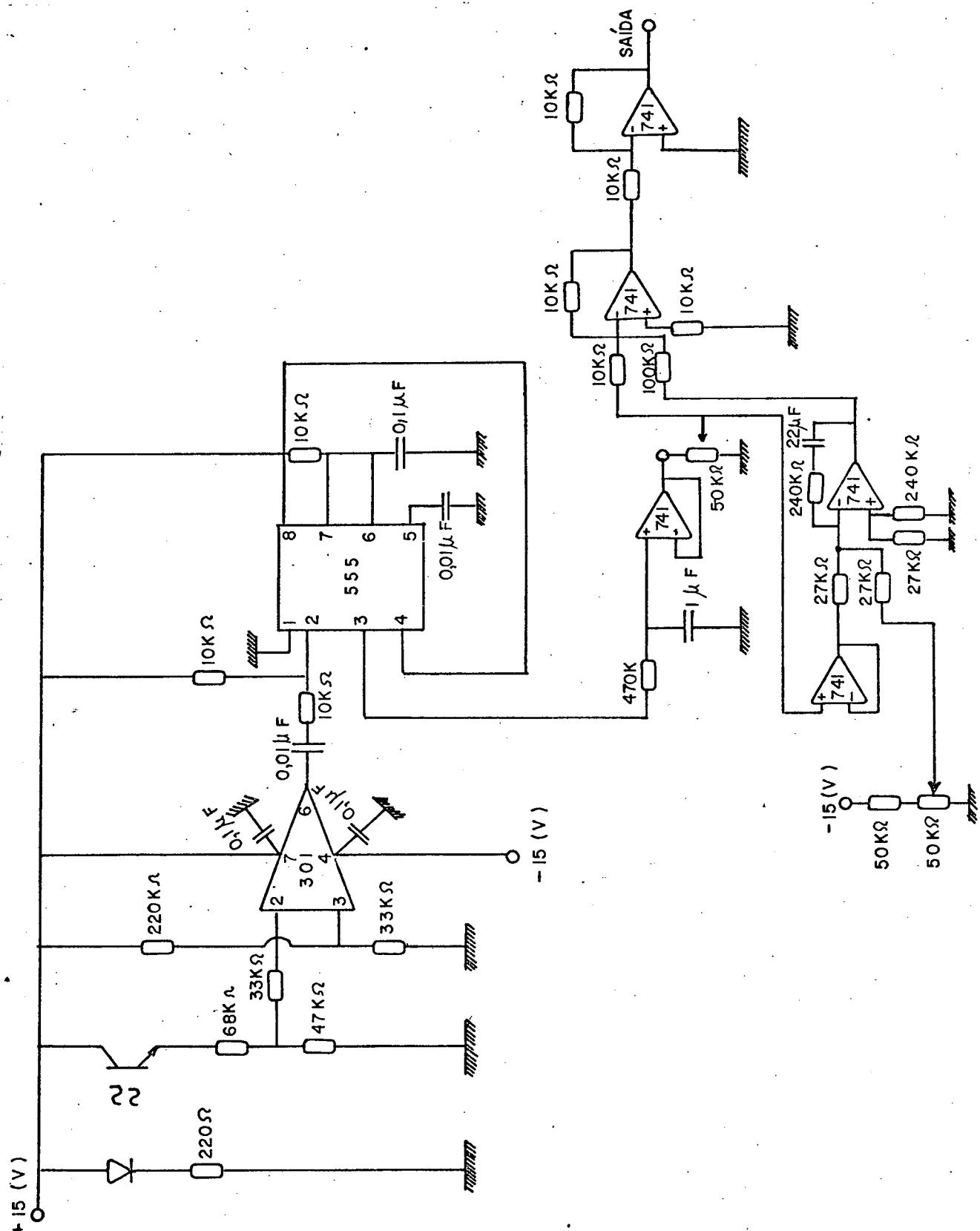


Figura 4.5 – Diagrama de blocos do controle de velocidade através da freqüência no rotor (Fr).

O diagrama de blocos é implementado pelo circuito da Figura (4.6).

Figura 4.6 - Circuito implementado para o controle de velocidade através de Fr.



Cada bloco do diagrama de blocos da Figura (4.5), tem o seguinte significado:

- a) Medidor de Velocidade no Eixo - retratar a ve locidade do eixo do motor através de pulsos.
- b) Comparador-inversor - transformar os pulsos, que saem do medidor de velocidade, em uma onda retangular de freqüência variável porém de va lor médio constante.
- c) Supressor de Negativo - deixar passar apenas a parte positiva da onda retangular, transforman do-a em pulsos.
- d) Gerador de Onda Retangular - transformar os pul sos em uma onda retangular onde o semi-período de valor de tensão V é constante, porém o perí do é variável, variando portanto o valor mé dio da onda.
- e) Gerador de Tensão Contínua - transformar a onda retangular em um valor contínuo.
- f) Seguidor - criar um caminho de alta impedância para circulação de corrente no restante do cir cuito.

- g) Ajustador de Tensão - levar o valor da tensão para um valor adequado ao bom funcionamento do circuito.
- h) Proporcional-integral - fazer com que a diferença entre a imagem da velocidade no eixo e a velocidade desejada, tenda à zero, ou seja, o motor trabalhar à uma velocidade igual a velocidade de referência.
- i) Somador-inversor - adicionar e inverter os dois valores de tensão.
- j) Inversor - tornar o sinal positivo, para que possa entrar no conversor tensão-freqüência.

#### 4.5 - ESTUDO EXPERIMENTAL

O material utilizado para a realização desta experiência está descrito no capítulo 2, ítem 2.6.

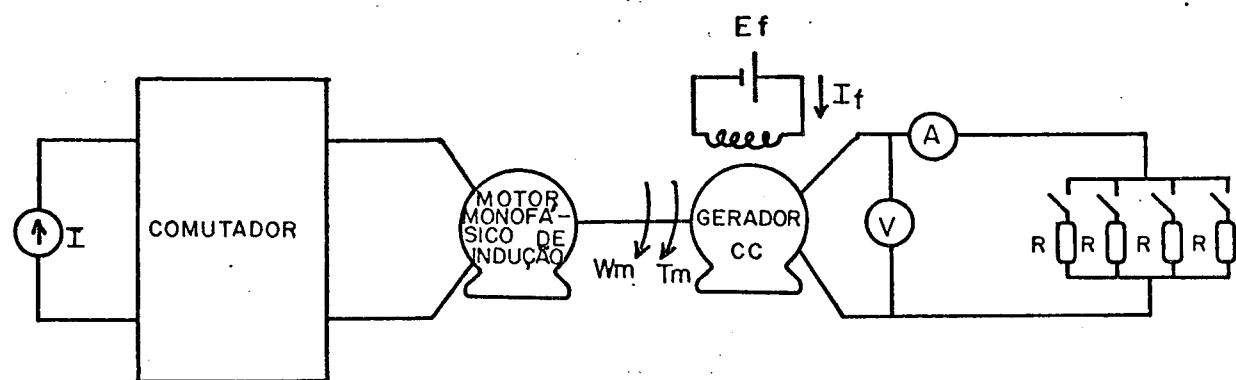


Figura 4.7 - Esquema para o estudo experimental com controle de velocidade.

O estudo experimental foi realizado mantendo a excitação do gerador cc constante e aumentando a carga através da colocação dos resistores  $R$  em paralelo, consequentemente aumentando a carga do motor monofásico de indução.

Através deste estudo foram obtidas as curvas da Figura (4.8).

Estas curvas foram obtidas com o motor utilizando a sua corrente nominal ( $I_s = 4,5 \text{ A}$ ).

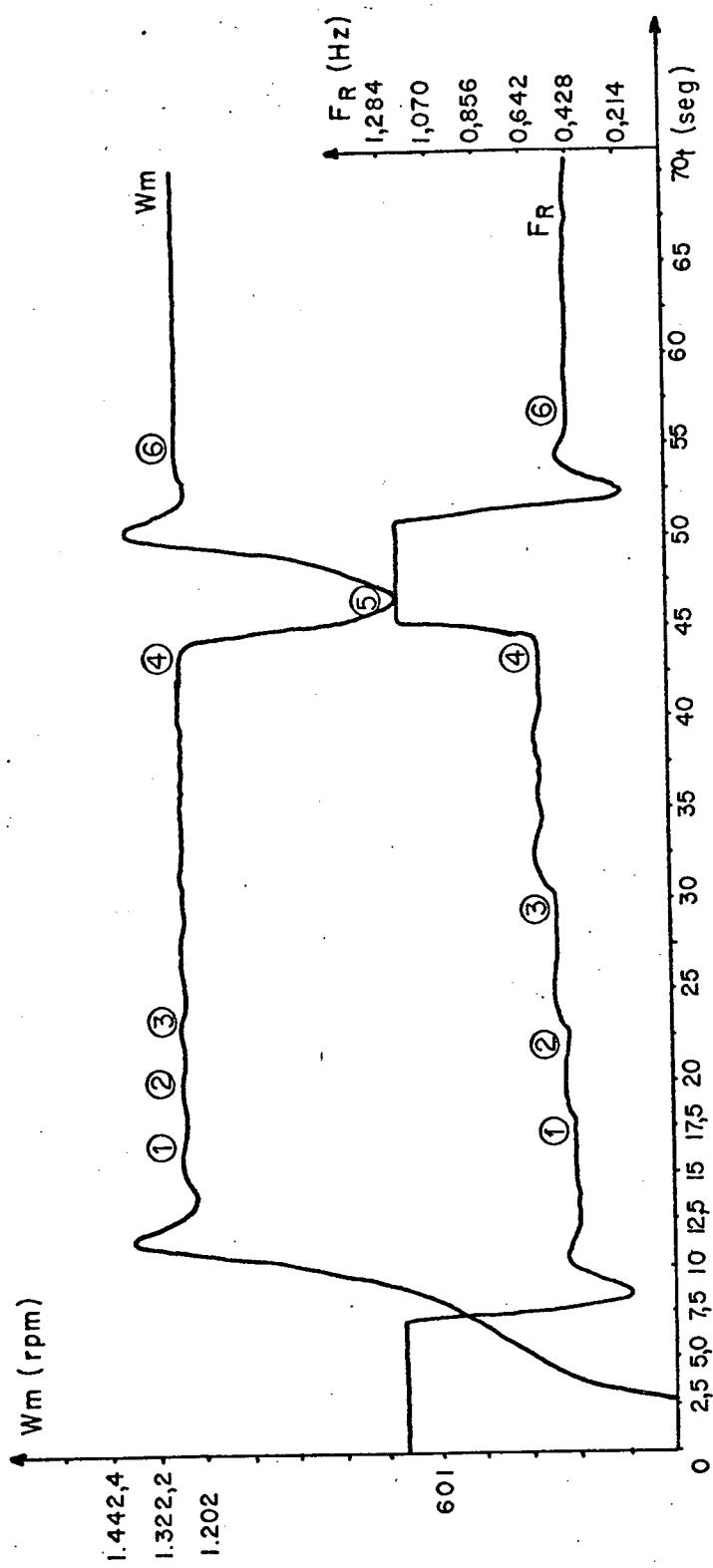


Figura 4.8 - Curvas características para funcionamento com controle de velocidade.

Os pontos que estão assinalados na Figura (4.8) representam o seguinte:

PONTO 1 - É aplicada uma carga, isto é, é ligada uma resistência  $R$  (Figura 4.7) como carga do gerador cc, e o motor passa por um transitório e mantém a velocidade  $\omega_m$ , aumentando  $\omega_r$ .

PONTO 2 - É aplicada mais uma carga, isto é, é colocada uma resistência  $R$  em paralelo com a que já está ligada como carga do gerador cc e novamente o motor passa por um transitório porém consegue manter a velocidade  $\omega_m$ , aumentando  $\omega_r$ .

PONTO 3 - É aplicada mais uma carga, o motor passa por outro transitório e ainda mantém  $\omega_m$ , aumentando  $\omega_r$ .

PONTO 4 - É aplicada mais uma carga, porém esta carga é excessiva para o motor. Começa à decrescer a velocidade à procura de outro ponto de operação.

PONTO 5 - A carga é retirada totalmente, antes que o motor pare, e ele, começa a voltar à velocidade desejada.

PONTO 6 - O motor se encontra novamente, em regime permanente, na velocidade desejada.

#### 4.6 - RESULTADOS

Resultados teóricos.

Tomando as equações (4.13) e (4.14).

$$2 \frac{m}{J} \omega_0 = \frac{D+K\ell}{JKK'} + \frac{K_4 A}{JKK'} \quad (4.13)$$

$$\omega_0^2 = \frac{K_4 B}{JKK'} \quad (4.14)$$

Todos os parâmetros que estão nestas equações são conhecidos, menos  $m$  e  $\omega_0$ , que serão calculados.

Do capítulo 2.

$$D = 0,0052$$

$$J = 0,026$$

$$K\ell = 0,0102$$

$$K_4 = 2,31$$

Do circuito de controle de velocidade implementado:

$$A = 8,89$$

$$B = 16,84$$

$$K' = 7,99$$

$$K = 25,46$$

Portanto, resolvendo a equação (4.14), o valor de  $\omega_0$  é encontrado.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2,31 \times 16,84}{0,026 \times 7,99 \times 25,46}}$$

$$\boxed{\omega_0 = 2,71 \text{ rad/seg}}$$

(4.15)

De posse deste valor, resolvendo a equação (4.13) o valor de  $m$  é encontrado.

$$2 \times 2,71 \times m = \left( \frac{0,0052 + 0,0102}{0,026} + \frac{2,31 \times 8,89}{0,026 \times 7,99 \times 25,46} \right)$$

$$\boxed{m = 0,82}$$

(4.16)

Da Figura (4.8) é obtido o valor de  $\omega_0$  experimental.

$$\boxed{\omega_0 = 1,7 \text{ rad/seg}}$$

(4.17)

$$\epsilon \% = \frac{2,71 - 1,7}{2,71} \times 100 = 37\%$$

Comparando-se os valores de  $\omega_0$  encontrados o erro percentual é de 37%. O que pode ser considerado um bom resultado.

#### 4.7 - CONCLUSÕES

À partir dos estudos teóricos e experimentais realizados, podemos estabelecer as seguintes conclusões:

- a) O controle de velocidade do motor monofásico de indução através da variação de Fr é satisfatório, não apresentando problemas de estabilidade.
- b) Os resultados encontrados, teórica e experimentalmente, confirmam que a modelagem do sistema como uma equação diferencial de segunda ordem é satisfatória.
- c) Devido à simplicidade e eficiência do modelo empregado, ele é facilmente empregável na área industrial.

## C O N C L U S Õ E S

À partir dos estudos teóricos e experimentais, realizados no decorrer do trabalho apresentado, pode-se concluir que:

- 1 - O problema de estabilidade do motor monofásico de indução alimentado em corrente, sob freqüência variável é resolvido pelo controle do torque médio, seja pelo controle da freqüência da corrente do rotor, seja pelo controle do módulo da tensão do estator.
- 2 - O controle do torque médio através do módulo da tensão do estator em eficácia se equivale ao primeiro, porém em simplicidade ele é superior, porque não precisa de medições externas ao comutador sendo, portanto, muito mais simples e compacto.
- 3 - O controle de velocidade é simples e preciso, quando é realizado pela variação do torque médio, através da variação da freqüência da corrente rotórica.
- 4 - Os modelos encontrados para todos os casos são simples e de fácil emprego, sendo, portanto, de fácil utilização na área industrial.

Convém ressaltar que no presente trabalho foi efetuado o estudo apenas para freqüências de alimentação acima de 10 Hz. Para que o sistema encontre emprego industrial, deve ser estudado porém, um método de partida com o motor sendo alimentado com baixas freqüências.

## A P É N D I C E A

### MEDIDA DO MOMENTO DE INÉRCIA (J)

O momento de inércia ( $J$ ) que foi medido, é o momento de inércia do conjunto motor monofásico de indução-máquina de corrente contínua.

Foram utilizados nesta experiência os seguintes materiais:

Um Registrador Gráfico;

Um Amperímetro Analógico;

Um Motor Monofásico de indução, descrito no capítulo 2, item 2.3;

Uma Máquina de corrente contínua, descrita no capítulo 2, item 2.6.2;

Uma Fonte estabilizadora modelo TCA 300 - 5.

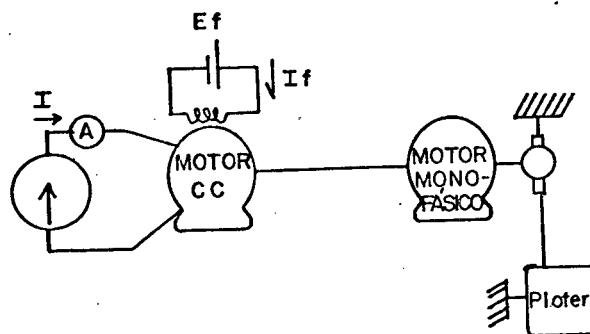


Figura 1 - Montagem utilizada na medição do momento de inércia ( $J$ ).

Para a realização da medição, a fonte foi utilizada de maneira a fornecer uma corrente constante e igual à 0,5 A. A corrente de campo do motor de corrente continua foi mantida constante e igual à 0,37 A.

Através do registrador gráfico a curva da Figura 2 foi obtida.

O torque no motor de corrente contínua com campo constante é dado pela equação 1.

$$T = Kt I_a \quad (1)$$

Dos dados de placa do motor de corrente contínua é possível obter os seguintes valores:

$$T_{nom} = 9,17 \text{ [Nxm]} \quad (2)$$

$$I_{nom} = 5,6 \text{ [A]} \quad (3)$$

Substituindo (2) e (3) em (1).

$$Kt = \frac{9,17}{5,6}$$

$$Kt = 1,638 \text{ [Nxm/A]} \quad (4)$$

O torque de aceleração é dado pela equação (5).

$$T = J \frac{d\omega_m}{dt} \text{ (s)}$$

Como a curva da Figura 2 é aproximadamente linear, pode ser, portanto, aproximada por uma reta.

$$\frac{T}{\Delta t} = \frac{J}{\Delta \omega_m} \quad (6)$$

$$\frac{J}{\Delta \omega_m} = \frac{T \times \Delta t}{\Delta t} \quad (7)$$

Mas,  $T$  é o torque aplicado ao eixo, então é a diferença entre o torque total e o torque de atrito.

$$\begin{aligned} T_1 &= Kt \cdot I \\ I &= 0,5 [A] \end{aligned} \quad (8)$$

$$T_1 = 1,638 \times 0,5$$

$$T_1 = 0,819 \text{ [Nxm]} \quad (9)$$

$$T = T_1 - T_a \quad (10)$$

$$T_a = 0,5 \text{ [Nxm]}$$

$$T = 0,819 - 0,5$$

$$T = 0,319 \text{ [Nxm]} \quad (11)$$

Da Figura 2

$$\Delta t = 8,1 \text{ [seg]} \quad (12)$$

$$\Delta \omega = 98,175 \text{ [rad/seg]} \quad (13)$$

Substituindo as equações (11), (12) e (13) na equação (7) obtém-se o momento de inércia.

$$J = \frac{0,319 \times 8,1}{98,175}$$

$$J = 0,026 \text{ [Kgxm}^2\text{]}$$

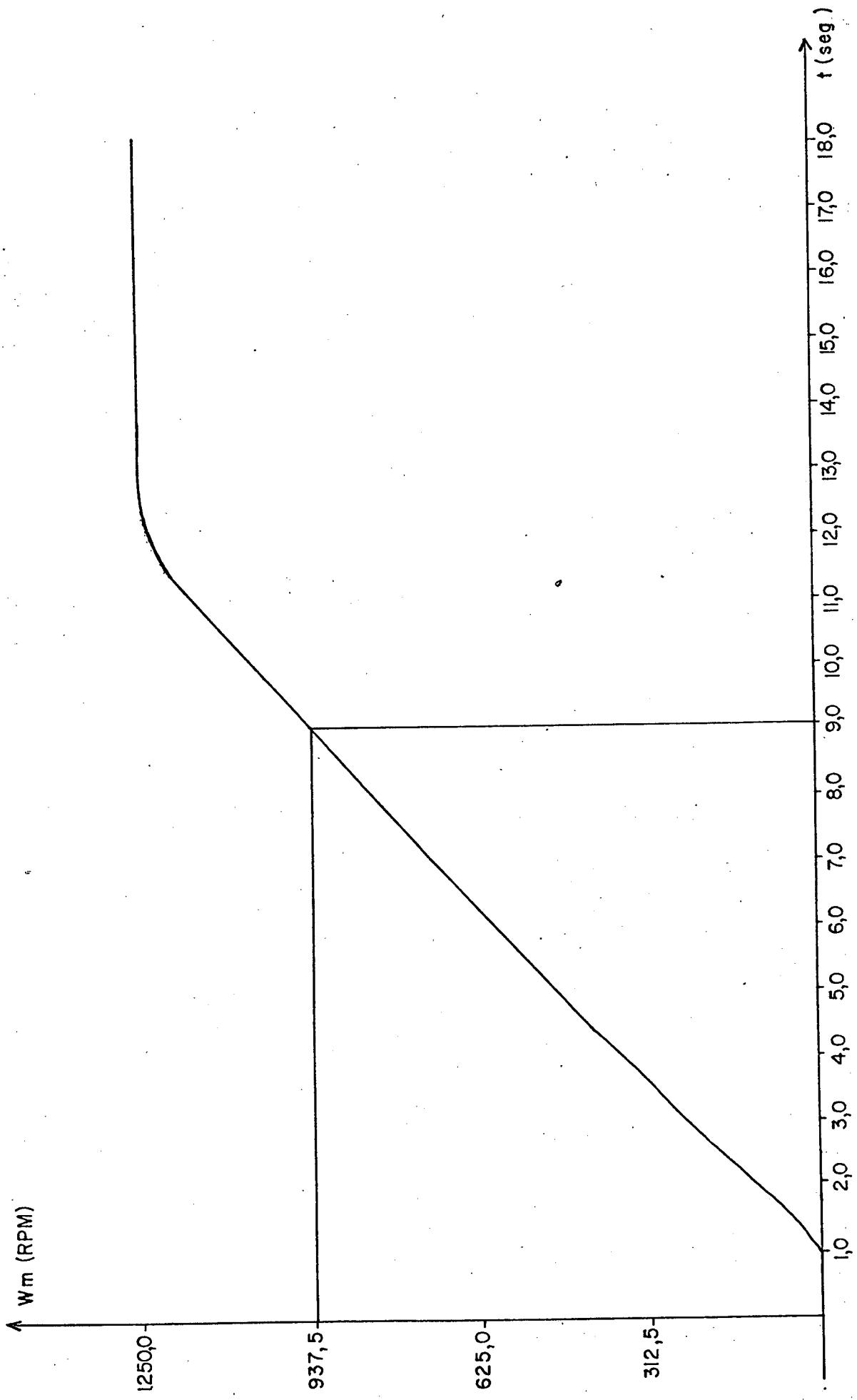


Figura 2 - Curva  $w_{mxt}$ , para  $T$  constante.

A P E N D I C E    BPROGRAMAS UTILIZADOS

- 1 - BATISTA FORTRAN - este programa calcular o torque médio do motor monofásico de indução, em função da freqüência da corrente do rotor, através das três equações encontradas no capítulo 2. Calcula também o módulo da tensão do estator em função da freqüência da corrente do rotor.
- 2 - VIEIRA FORTRAN - este programa calcula os valores da velocidade e da freqüência de alimentação do motor monofásico de indução, em função do tempo, durante o transitório de aplicação de uma carga no motor, calcula também o torque de carga em função do tempo.



2E<sup>1</sup>, 16, \* HERTZ, \* \* E CORRENTE DO ESTATOR, \* FS, 2, \* AMPERES, \* //, \* BATON 50  
 3 PULSOS AUTOMATICO) TORQUE FREIO, NO RETORNO  
 4, \* 400, DA TENSÃO DO ESTATOR(VOLTS), /,  
 E) 40 I=1, M  
 KIT, (0, 20) W, DUTY(1), T111, FF(1), W(1), VS(1)  
 30 FIRAT(5FL, 5)  
 40 CONTINUE

C CALCULO DO TORQUE Necessario FUNCAO DE ASAL : TS = EQUALAG SIMPLIFICADA  
 C -----  
 C

D) 50 I=1, M  
 C=(1, 0) I\*(AMPS\*\*2)\*(C15(J)\*\*2)/ARR\*ALK\*\*2)  
 P=2\*PI\*(LRS\*#2)\*MFL1  
 G=4\*PI\*(P+Q)

TLLI=J\*(P+Q)

SD CONTINUE

AS17(I, 0, 50) JF C DC  
 6) PML2 T111, /,  
 1. T111, /,  
 2E 4, V5, \* H=72, \* /,  
 3.0, \* 30, L111, P111  
 4.6/5, \* 5, \* /,  
 E) 50 I=1, M  
 AS17(I, 0, 50) T111, /, PML2, /, /,  
 7) PML2 T111, /,  
 9) CONTINUE

JF13=JFL1, \* 10  
 SF(JFL1, 0, 7516) TO 40  
 G1 TE 2

C CALCULO DO TORQUE Necessario FUNCAO DE ASAL : TS = EQUALAG SIMPLIFICADA  
 C -----  
 C

9) E) 152 I=1, E  
 1200=41, 0/3, 0)\*MFL1\*(AMPS\*\*2)\*(C15(J)\*\*2)\*V(11)/RIS  
 109 C15(J)\*\*2  
 W 111(I, 0, 111)  
 112 PML1 T111, /,  
 1. T111, /,  
 2, //, PULS, MFL1, S111(FPFL)  
 3CTCF(GRAD/S111, /)

E) 130 I=1, 2,  
 AS17(I, 120) JFL1(1), T2(1), PML2, /,  
 120 PML2 T111, /,  
 130 C15(J)\*\*2  
 JE J+1,  
 IF(J>w, 0, 30) T 140

G1 TE 2

1. 100, STC(1)  
 C 100, INIF  
 C 47, STC(1)  
 C 10, INIF

THE GENEALOGY OF THE HARRIS FAMILY

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [ 1 ] - BARBI, I. - Conversão Eletromecânica de Energia. Publicações internas, UFSC, 1983.
- [ 2 ] - LAMBERT, J.A.- Motor Monofásico de Indução Alimentado em Corrente, sob Freqüência Variável. Dissertação de Mestrado, UFSC, 1983.
- [ 3 ] - RODRIGUES, K.D. - Controle de Velocidade do Motor Monofásico de Indução Alimentado sob Frequência Variável. Dissertação de Mestrado, UFSC, 1982.
- [ 4 ] - BARBI, I. - RODRIGUES, K.D. - MARTINS, D.C. - Estudo do Motor Monofásico de Indução, Alimentado em Tensão sob Freqüência Variável. Revista Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico nº 9, Escola Federal de Engenharia Itajubá, 1983.
- [ 5 ] - FINAZZI, A.P. - Motor Monofásico de Indução a Capacitor, sob Freqüência Variável. Dissertação de Mestrado UFSC, 1983.
- [ 6 ] - RODRIGUES, K.D. - OLIVEIRA, J.C. - BARBI, I. - Acionamento do Motor Monofásico de Indução Alimentado sob Freqüência Variável. I Congresso Latino-Americano de Automática, Campina Grande - PB, 1984.