UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

MOTOR MONOFÁSICO DE INDUÇÃO A CAPACITOR, SOB FREQÜÊNCIA VARIÁVEL

TESE SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

ANTONIO DE PADUA FINAZZI

FLORIANÓPOLIS, NOVEMBRO 1983

MOTOR MONOFÁSICO DE INDUÇÃO A CAPACITOR,

SOB FREQÜÊNCIA VARIÁVEL

ANTONIO DE PADUA FINAZZI

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA, ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO

Prof. Ivo Barbi, Dr.Ing.
Orientador

Prof. Augusto Humberto Bruciapaglia, Dr.Ing.
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

BANCA EXAMINADORA

Prof. Ivo Barbi, Dr.Ing.

Prof. Simon Tov Bahbouth, Dr.Ing.

Prof. Renato Carlson, Dr.Ing.

À minha esposa,
meus parentes e
meus amigos.

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Professor Ivo Barbi, pela dedicação, competência e espírito de trabalho, virtudes de um orientador exemplar.

Aos professores Simon Tov Bahbouth e Renato Carlson, pelos valiosos conhecimentos transmitidos.

Aos meus colegas, amigos e professores que contribuiram para a realização deste trabalho, em especial aos colegas José Renes Pinheiro e José Antonio Lambert.

Aos colegas da Universidade Federal de Mato Grosso, pelo apoio prestado.

À Universidade Federal de Santa Catarina e ao programa CAPES - PICD, pelo apoio financeiro.

À minha esposa Angela, pela agradável companhia e dedicação.

R E S U M O

Este trabalho trata do estudo da partida do motor monofásico de indução com capacitor, alimentado com tensão e freqüência variável.

São estabelecidos modelos para situações transitória e de regime permanente.

É analisada a influência do capacitor durante a partida, estabelecendo-se critérios de dimensionamento do mesmo.

São estabelecidas relações entre a tensão e a freqüência rotórica, que mantêm o fluxo constante.

Os resultados teóricos são comparados experimentalmente, com o emprego de um protótipo de laboratório de 1/2 H.P.

A B S T R A C T

This work is concerned with the starting of a single phase induction motor with capacitor, fed with variable voltage and frequency.

Models are established for transient and steady state behavior.

The influence of the capacitor during the motor start is analyzed, and criteria are established to compute its value.

Relations between voltage and rotor frequency are stablished to maintain constant flux.

The theoretical results are compared experimentally with a laboratory prototype of 1/2 H.P..

S I M B O L O G I A

a - relação de espiras entre os enrolamentos auxiliar e principal (N_a/N_p).

C - capacitor auxiliar de partida.

d - eixo direto (índice).

E - tensão contínua.

f_a - freqüência de alimentação.

f_r - freqüência do rotor.

i_a, I_a - correntes instantânea e fasorial (valor eficaz) do enrolamento auxiliar.

I_{acc}, I'_{acc} - correntes do enrolamento auxiliar para o ensaio "a curto-circuito", na energização do enrolamento principal e na energização do enrolamento auxiliar, respectivamente (valor eficaz).

I_{ao}, I'_{ao} - correntes do enrolamento auxiliar para o ensaio "a vazio", na energização do enrolamento principal e na energização do enrolamento auxiliar, respectivamente (valor eficaz).

i_d, I_d - correntes instantânea e fasorial (valor eficaz) do rotor, em eixo direto.

I_d^* - conjugado do fasor I_d.

I_{dcc}, I'_{dcc} - correntes do rotor em eixo direto para o ensaio "a curto-circuito", na energização do enrolamento principal e na energização do enrolamento auxiliar, respectivamente (valor eficaz).

I_{do}, I'_{do} - correntes do rotor em eixo direto para o ensaio "a vazio", na energização do enrolamento principal e na energização do enrolamento auxiliar, respectivamente (valor eficaz).

i_p, I_p - correntes instantânea e fasorial (valor eficaz) do enrolamento principal.

I_{pcc}, I'_{pcc} - correntes do enrolamento principal para o ensaio "a curto-circuito", na energização do enrolamento principal e na energização do enrolamento auxiliar, respectivamente (valor eficaz).

I_{po}, I'_{po} - correntes do enrolamento principal para o ensaio "a vazio", na energização do enrolamento principal e na energização do enrolamento auxiliar, respectivamente (valor eficaz).

i_q, I_q - correntes instantânea e fasorial (valor eficaz) do rotor, em quadratura.

I_q^* - conjugado do fasor I_q.

I_{qcc}, I'_{qcc} - correntes do rotor em quadratura para o ensaio "a curto-circuito", na energização do enrolamento principal e na energização do enrolamento auxiliar, respectivamente (valor eficaz).

I_{qo}, I'_{qo} - correntes do rotor em quadratura para o ensaio "a vazio", na energização do enrolamento principal e na energização do enrolamento auxiliar, respectivamente (valor eficaz).

i_r^d, I_{rd} - correntes instantâneas e fasorial (valor eficaz) do rotor, em eixo direto.

I_{rd}^* - conjugado do fasor I_{rd}.

i_r^q, I_{rq} - correntes instantânea e fasorial (valor eficaz) do rotor, em quadratura.

I_{rq}^* - conjugado do fasor I_{rq}.

i_{r1}, i_{r2} - correntes instantâneas dos enrolamentos 1 e 2 do rotor.

i_s, I_s - correntes instantânea e fasorial (valor eficaz) total do estator ($i_s = i_a + i_p$).

i_{s1}, I_{s1} - correntes instantânea e fasorial (valor eficaz) do enrolamento número 1 do estator.

i_{s2}, I_{s2} - correntes instantânea e fasorial (valor eficaz) do enrolamento número 2 do estator.

i_s^d, i_s^q - correntes instantâneas dos enrolamentos do estator, em eixo direto e em quadratura, respectivamente.

L_a - indutância cíclica do enrolamento auxiliar.

L_p - indutância cíclica do enrolamento principal.

L_r - indutância cíclica do rotor.

L_{s1}, L_{s2} - indutâncias cíclicas dos enrolamentos 1 e 2 do estator.

M_1 - indutância mútua máxima entre o enrolamento número 1 do estator e o rotor.

M_2 - indutância mútua máxima entre o enrolamento número 2 do estator e o rotor.

M_a - indutância mútua máxima entre o enrolamento auxiliar e o rotor.

M_p - indutância mútua máxima entre o enrolamento principal e o rotor.

n ou N_{pp} - número de par de polos.

N_a, N_p - número de espiras dos enrolamentos auxiliar e principal, respectivamente.

p - símbolo de derivada.

p^{-1} - símbolo de integral.

P_{cc}, P'_{cc} - potência ativa para o ensaio "a curto-circuito", na energização do enrolamento principal e na energização do enrolamento auxiliar, respectivamente.

q - eixo em quadratura (índice).

Q_r - relação entre a reatância cíclica e a resistência do rotor (X_r/R_r).

r - rotor (índice).

R_a - resistência do enrolamento auxiliar.

R_{cc}, R'_{cc} - resistências equivalentes para o ensaio "a curto-circuito", na energização do enrolamento principal e na energização do enrolamento auxiliar, respectivamente.

R_o, R'_o - resistências equivalentes para o ensaio "a vazio", na energização do enrolamento principal e na energização do enrolamento auxiliar, respectivamente.

R_p - resistência do enrolamento principal.

R_r - resistência do rotor.

R_{s1}, R_{s2} - resistência dos enrolamentos 1 e 2 do estator.

r_α, r_β - eixos girantes do rotor.

s - escorregamento. Como "índice", indica estator.

t - tempo.

T_{ins} - torque instantâneo do motor.

T_m - torque médio do motor.

T_{nom} - torque médio nominal.

v, V - tensões instantânea e fasorial (valor eficaz) da fonte monofásica de alimentação.

V_a, V_p - tensões fasoriais dos enrolamentos auxiliar e principal, respectivamente (valor eficaz).

V_{acc}, V'_{acc} - tensões do enrolamento auxiliar para o ensaio "a curto-circuito", na energização do enrolamento principal e na energização do enrolamento auxiliar, respectivamente (valor eficaz).

V_{ao}, V'_{ao} - tensões do enrolamento auxiliar para o ensaio "a vazio", na energização do enrolamento principal e na energização do enrolamento auxiliar, respectivamente (valor eficaz).

V_{pcc}, V'_{pcc} - tensões do enrolamento principal para o ensaio "a curto-circuito", na energização do enrolamento principal e na energização do enrolamento auxiliar, respectivamente (valor eficaz).

V_{po}, V'_{po} - tensões do enrolamento principal para o ensaio "a vazio", na energização do enrolamento principal e na energização do enrolamento auxiliar, respectivamente (valor eficaz).

v_c, V_c - tensões instantânea e fasorial (valor eficaz) do capacitor).

V/f - relação tensão-freqüência da alimentação.

v_r^d, v_{rd} - tensões instantânea e fasorial (valor eficaz) do rotor, em eixo direto.

v_r^q, v_{rq} - tensões instantânea e fasorial (valor eficaz) do rotor, em quadratura.

v_{r1}, v_{r2} - tensões instantâneas dos enrolamentos 1 e 2 do rotor.

v_{s1}, V_{s1} - tensões instantânea e fasorial (valor eficaz) do enrolamento número 1 do estator.

v_{s2}, V_{s2} - tensões instantânea e fasorial (valor eficaz) do enrolamento número 2 do estator.

v_s^d, v_s^q - tensões instantâneas dos enrolamentos do estator, em eixo direto e em quadratura, respectivamente.

X_a - reatância cíclica do enrolamento auxiliar.

X_c - reatância correspondente ao capacitor.

X_{cc}, X'_{cc} - reatâncias equivalentes para o ensaio "a curto-circuito", na energização do enrolamento principal e na energização do enrolamento auxiliar, respectivamente.

X_{ma} - reatância mútua entre o enrolamento auxiliar e o rotor.

X_{mp} - reatância mútua entre o enrolamento principal e o rotor.

X_{m1} - reatância mútua entre o enrolamento número 1 do estator e o rotor.

X_{m2} - reatância mútua entre o enrolamento número 2 do estator e o rotor.

X_o, X_o' - reatâncias equivalentes para o ensaio "a vazio", na energização do enrolamento principal e na energização do enrolamento auxiliar, respectivamente.

X_p - reatância cíclica do enrolamento principal.

X_r - reatância cíclica do rotor.

X_{s1}, X_{s2} - reatâncias cíclicas dos enrolamentos 1 e 2 do estator.

θ - ângulo entre rotor e estator.

ϕ_a - fluxo concatenado do enrolamento auxiliar (valor máximo).

ϕ_p, ϕ_{pmax} - fluxo concatenado do enrolamento principal (valor máximo).

$\psi_{s1}, \psi_{s2}, \psi_{r1}, \psi_{r2}$ - fluxos instantâneos concatenados dos enrolamentos 1 e 2 do estator e 1 e 2 do rotor.

$\psi_s^d, \psi_s^q, \psi_r^d, \psi_r^q$ - fluxos instantâneos concatenados dos enrolamentos em eixo direto e em quadratura do estator e do rotor.

ω_m - velocidade mecânica.

S U M Á R I O

I N T R O D U Ç Ã O

Na referência |2| foi estudado o emprego do motor de indução monofásico alimentado por um inversor, com objetivo de controlar a sua velocidade.

No entanto, o motor de indução monofásico, por si próprio, não apresenta torque de partida. A maneira mais convencional de suprir este incoveniente é o emprego de um enrolamento auxiliar no estator e um capacitor externo.

Assim, torna-se necessário estudar o comportamento do motor de indução a capacitor na partida, quando alimentado pelo mesmo inversor monofásico.

Em se tratando de partida, tem-se baixas freqüências de alimentação. Isto eleva o valor do capacitor adequado para proporcionar o torque de partida. Assim, é importante estabelecer critérios de dimensionamento do capacitor que considerem o custo e volume do capacitor, torque de partida, correntes alcançadas, freqüência mínima de partida e nível de saturação da máquina.

Além disso, deve-se verificar o comportamento do motor a capacitor na medida que se varia a velocidade do rotor, com objetivo de definir o melhor ponto de atuação da chave centrífuga, em que se abre o circuito do enrolamento auxiliar.

Deve-se verificar também a influência do capacitor na lei tensão-freqüência que mantém o fluxo constante, evitando-se uma indesejável saturação da máquina.

O enrolamento auxiliar e o enrolamento principal não são idênticos quanto aos seus parâmetros elétricos. Desta maneira, o motor de indução a capacitor é uma máquina bifásica não-simétrica. Para realizar o seu estudo é necessário, inicialmente, estabelecer o modelo adequado para esta situação. Em seguida, o capacitor deve ser incluído no circuito e integrado juntamente com os demais parâmetros da máquina.

Todas estas considerações são estudadas neste trabalho, proporcionando uma análise global da partida do motor a capacitor.

C A P Í T U L O 1

MODELOS DE PARK DA MÁQUINA DE INDUÇÃO BIFÁSICA, NÃO SIMÉTRICA

1.1 - Introdução

Neste capítulo são estabelecidos os modelos de Park para a máquina de indução bifásica não-simétrica.

É considerada uma máquina com rotor em gaiola e com dois enrolamentos estatóricos, defasados de noventa graus no espaço.

Os dois enrolamentos estatóricos têm parâmetros elétricos diferentes, sendo esta a causa da não-simetria.

Como exemplo de máquina bifásica não-simétrica pode-se citar o motor monofásico com enrolamento auxiliar de partida.

1.2 - Apresentação e parâmetros da máquina de indução bifásica não-simétrica.

A máquina modelada está representada na figura 1.1.

O rotor em gaiola é representado por dois enrolamentos equivalentes, r_α e r_β, iguais entre si. É portanto simétrico.

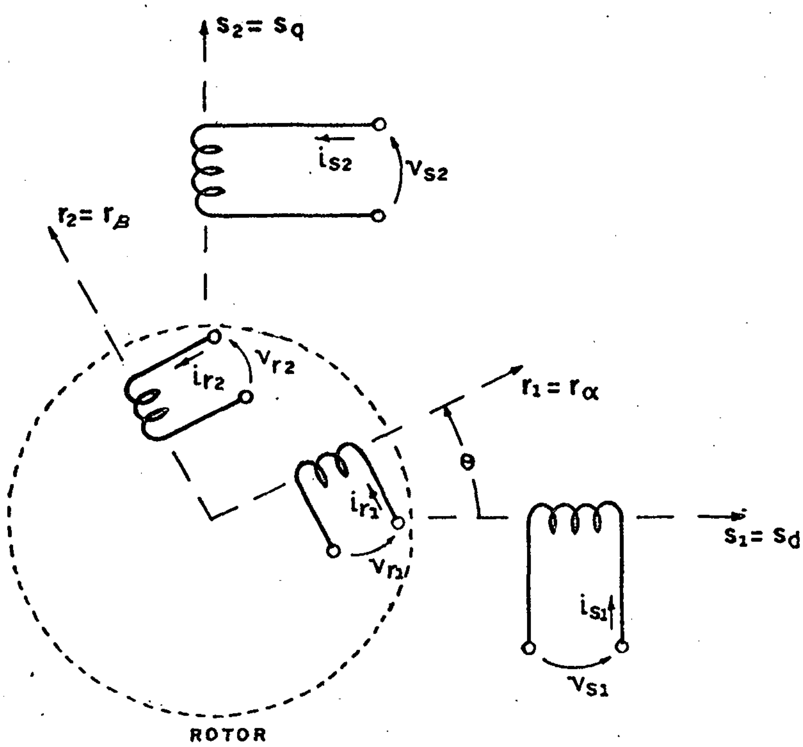


Figura 1.1 - Representação da máquina bifásica.

É adotada a seguinte simbologia:

ψ	fluxo instantâneo do enrolamento
v	tensão instantânea do enrolamento
i	corrente instantânea do enrolamento
s	estator
r	rotor
1,2	número do enrolamento
Θ	ângulo entre s_1 e r_1
d	eixo direto
q	eixo em quadratura
R	resistência do enrolamento

L indutância cíclica do enrolamento

M indutância mútua entre enrolamentos

Assim, tem-se como exemplo:

R_{s1} e R_{s2} - resistência dos enrolamentos 1 e 2 do estator

L_{s1} e L_{s2} - indutâncias cíclicas dos enrolamentos 1 e 2 do estator

R_r e L_r - resistência e indutância cíclica do rotor

M_{sr12} - indutância mútua entre enrolamentos: 1 do estator e 2 do rotor.

A seguir, são obtidas as expressões das indutâncias mútuas entre os enrolamentos do motor. A distribuição espacial do fluxo para cada bobina é considerada senoidal, assim tem-se:

$$M_{ij} = M_{máx} \cos\alpha \qquad (1.1)$$

sendo:

M_{ij} - indutância mútua entre as bobinas "i" e "j"

α - ângulo entre os eixos das bobinas "i" e "j"

$M_{máx}$ - indutância mútua máxima (α = 0).

Através da expressão (1.1) e da figura 1.1, obtem-se:

$$M_{s12} = M_{s21} = 0 \quad (1.2.a)$$

$$M_{r12} = M_{r21} = 0 \quad (1.2.b)$$

$$M_{sr11} = M_{rs11} = M_1 \cos\Theta \quad (1.2.c)$$

$$M_{sr12} = M_{rs21} = M_1 \cos(90° + \Theta) = -M_1 \operatorname{sen}\Theta \quad (1.2.d)$$

$$M_{sr21} = M_{rs12} = M_2 \cos(90° - \Theta) = M_2 \operatorname{sen}\Theta \quad (1.2.e)$$

$$M_{sr22} = M_{rs22} = M_2 \cos\Theta \quad (1.2.f)$$

sendo:

M_1 - indutância mútua máxima entre enrolamento 1 do estator e rotor

M_2 - indutância mútua máxima entre enrolamento 2 do estator e rotor.

1.3 - Expressões dos fluxos

O fluxo em um determinado enrolamento é dado por:

$$\psi_i = L_i i_i + \Sigma M_{ij} i_j \quad (1.3)$$

Assim, substituindo as expressões das indutâncias mútuas (1.2.a até 1.2.f) na expressão (1.3), tem-se:

$$\psi_{s1} = L_{s1} i_{s1} + M_1 \cos\Theta\ i_{r1} - M_1 \operatorname{sen}\Theta\ i_{r2} \quad (1.4.a)$$

$$\psi_{s2} = L_{s2} i_{s2} + M_2 \operatorname{sen}\Theta\ i_{r1} + M_2 \cos\Theta\ i_{r2} \quad (1.4.b)$$

$$\psi_{r1} = L_r i_{r1} + M_1 \cos\Theta\ i_{s1} + M_2 \operatorname{sen}\Theta\ i_{s2} \quad (1.4.c)$$

$$\psi_{r2} = L_r i_{r2} - M_1 \operatorname{sen}\Theta\ i_{s1} + M_2 \cos\Theta\ i_{s2} \quad (1.4.d)$$

Matricialmente o modelo é representado pela equação (1.5)

$$\begin{bmatrix} \psi_{s1} \\ \psi_{s2} \\ \psi_{r1} \\ \psi_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{s1} & 0 & M_1 \cos\Theta & -M_1 \operatorname{sen}\Theta \\ 0 & L_{s2} & M_2 \operatorname{sen}\Theta & M_2 \cos\Theta \\ M_1 \cos\Theta & M_2 \operatorname{sen}\Theta & L_r & 0 \\ -M_1 \operatorname{sen}\Theta & M_2 \cos\Theta & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{r1} \\ i_{r2} \end{bmatrix} \qquad (1.5)$$

1.4 - Expressões das tensões

Partindo-se do princípio de que a tensão, em um determinado enrolamento, é dada por:

$$v_i = R_i i_i + p(L_i i_i) + \sum_{j=1}^{n-1} p(M_{ij} i_j) \qquad (1.6)$$

sendo:

n - número de enrolamentos que interagem entre si

p - d/dt (símbolo de derivada)

tem-se:

$$v_{s1} = R_{s1} i_{s1} + p(L_{s1} i_{s1}) + p(M_{sr11} i_{r1}) + p(M_{sr12} i_{r2}) \qquad (1.7.a)$$

$$v_{s2} = R_{s2} i_{s2} + p(L_{s2} i_{s2}) + p(M_{sr21} i_{r1}) + p(M_{sr22} i_{r2}) \qquad (1.7.b)$$

$$v_{r1} = R_r i_{r1} + p(L_r i_{r1}) + p(M_{rs11} i_{s1}) + p(M_{rs12} i_{s2}) \qquad (1.7.c)$$

$$v_{r2} = R_r i_{r2} + p(L_r i_{r2}) + p(M_{rs21} i_{s1}) + p(M_{rs22} i_{s2}) \qquad (1.7.d)$$

Substituindo as expressões das indutâncias mútuas (1.2.a até 1.2.f), tem-se:

$$v_{s1} = (R_{s1} + pL_{s1})i_{s1} + p\left[(M_1 \cos\Theta)\, i_{r1}\right] - p\left[(M_1 \operatorname{sen}\Theta)\, i_{r2}\right] \tag{1.8.a}$$

$$v_{s2} = (R_{s2} + pL_{s2})i_{s2} + p\left[(M_2 \operatorname{sen}\Theta)\, i_{r1}\right] - p\left[(M_2 \cos\Theta)\, i_{r2}\right] \tag{1.8.b}$$

$$v_{r1} = p\left[(M_1 \cos\Theta)\, i_{s1}\right] + p\left[(M_2 \operatorname{sen}\Theta)\, i_{s2}\right] + (R_r + pL_r)i_{r1} \tag{1.8.c}$$

$$v_{r2} = -p\left[(M_1 \operatorname{sen}\Theta)\, i_{s1}\right] + p\left[(M_2 \cos\Theta)\, i_{s2}\right] + (R_r + pL_r)\, i_{r2} \tag{1.8.d}$$

Representando-se matricialmente, obtem-se a equação (1.9):

$$\begin{bmatrix} v_{s1} \\ v_{s2} \\ v_{r1} \\ v_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{s1} + pL_{s1} & 0 & pM_1\cos\theta & -pM_1\operatorname{sen}\Theta \\ 0 & R_{s2} + pL_{s2} & pM_2\operatorname{sen}\theta & pM_2\cos\Theta \\ pM_1\cos\Theta & pM_2\operatorname{sen}\Theta & R_r + pL_r & 0 \\ -pM_1\operatorname{sen}\Theta & pM_2\cos\Theta & 0 & R_r + pL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{r1} \\ i_{r2} \end{bmatrix} \tag{1.9}$$

A equação (1.9) é do tipo V = Z.I. A matriz impedância "Z" possui termos que são função do ângulo do rotor (Θ). Desta maneira, a equação (1.9) apresenta inconvenientes para o emprego prático. Isto justifica a transformação de Park, aplicada a partir do item (1.6).

1.5 - Expressão do torque instantâneo

O torque total produzido por uma máquina é a soma dos torques de relutância e excitação. Visto que se trata de um rotor tipo "gaiola de esquilo", não se tem torques de relutância consideráveis ($dL_i/d\Theta = 0$). Assim tem-se:

$$T_{ins} = \Sigma\, i_i i_j \frac{d}{d\Theta}(M_{ij}(\Theta)) \tag{1.10}$$

Somando-se os torques dos quatro enrolamentos, tem-se:

$$T_{ins} = i_{s1} i_{r1} \frac{d}{d\Theta}(M_1 \cos\Theta) + i_{s1} i_{r2} \frac{d}{d\Theta}(-M_1 \operatorname{sen}\Theta) +$$

$$+ i_{s2} i_{r1} \frac{d}{d\Theta}(M_2 \operatorname{sen}\Theta) + i_{s2} i_{r2} \frac{d}{d\Theta}(M_2 \cos\Theta) \tag{1.11}$$

Derivando-se os senos e co-senos, tem-se:

$$T_{ins} = -M_1 i_{s1}(i_{r1} \operatorname{sen}\Theta + i_{r2} \cos\Theta) + M_2 i_{s2}(i_{r1} \cos\Theta - i_{r2} \operatorname{sen}\Theta) \tag{1.12}$$

1.6 - Transformação de Park

A transformação de Park tem a finalidade de reformular as expressões anteriores, apresentando-as de uma maneira mais adequada ao emprego do modelo. As grandezas elétricas do rotor são projetadas sobre dois eixos (enrolamentos) fixos e coincidentes com os eixos dos enrolamentos 1 e 2 do estator (referência).

A figura 1.2 ilustra as considerações anteriores.

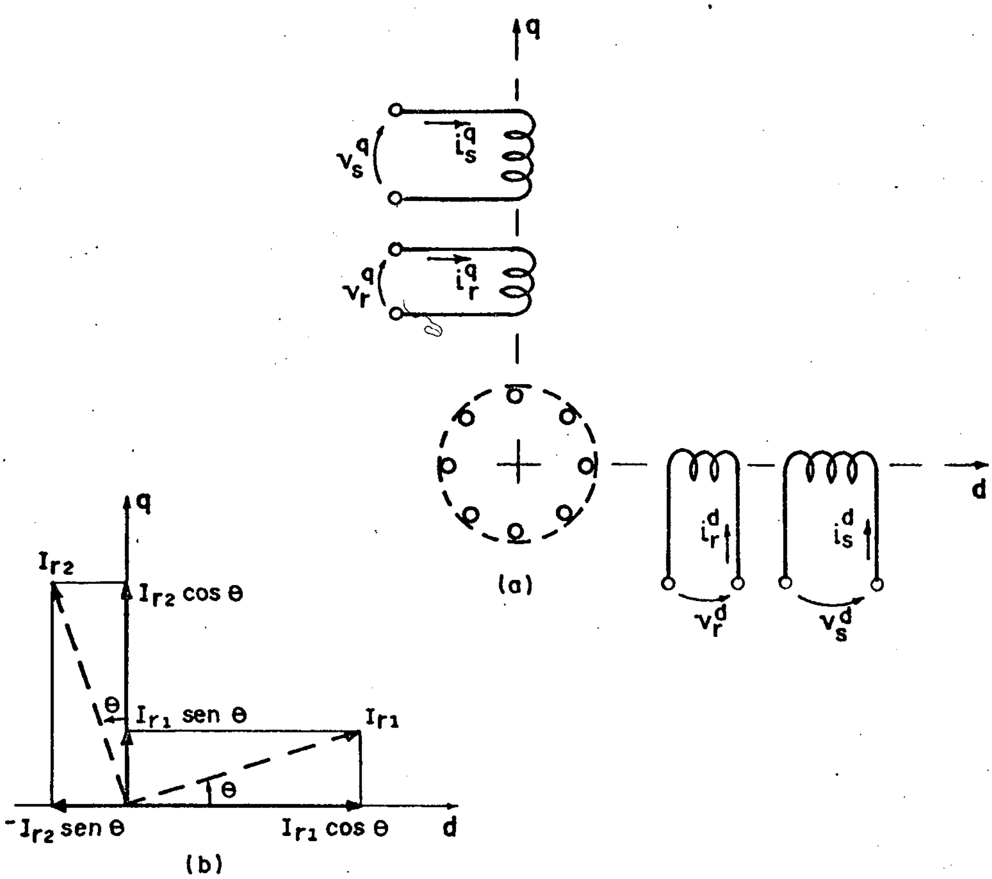


Figura 1.2 - Modelo de Park da máquina de indução bifásica.

(a) representação esquemática e (b) diagrama de projeção.

São definidas as novas correntes:

$$i_r^d = i_{r1} \cos \Theta - i_{r2} \operatorname{sen} \Theta \tag{1.13.a}$$

$$i_r^q = i_{r1} \operatorname{sen} \Theta + i_{r2} \cos \Theta \tag{1.13.b}$$

$$i_s^d = i_{s1} \tag{1.13.c}$$

$$i_s^q = i_{s2} \tag{1.13.d}$$

sendo:

i_r^d e i_r^q - correntes do rotor nos eixos direto e e em quadratura

i_s^d e i_s^q - correntes do estator nos eixos direto e em quadratura.

As expressões das correntes (1.13.a até 1.13.d) são representadas matricialmente pelas expressões (1.14.a) e (1.14.b)

$$\begin{bmatrix} i_s^d \\ i_s^q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \end{bmatrix} \qquad (1.14.a)$$

$$\begin{bmatrix} i_r^d \\ i_r^q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Theta & -\operatorname{sen}\Theta \\ \operatorname{sen}\Theta & \cos\Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r1} \\ i_{r2} \end{bmatrix} \qquad (1.14.b)$$

ou, de uma maneira mais compacta:

$$\left[I_{sdq} \right] = \left[I_{s12} \right] \qquad (1.15.a)$$

$$\left[I_{rdq} \right] \quad \left[B^{-1} \right] \left[I_{r12} \right] \qquad (1.15.b)$$

onde:

$$\left[B^{-1} \right] = \begin{bmatrix} \cos\Theta & -\operatorname{sen}\Theta \\ \operatorname{sen}\Theta & \cos\Theta \end{bmatrix} \qquad (1.16.a)$$

$$\begin{bmatrix} B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & \operatorname{sen} \Theta \\ -\operatorname{sen} \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix} \qquad (1.16.b)$$

Analogamente, são definidas as tensões e fluxos dos eixos direto e em quadratura, para o rotor e estator. Assim, tem-se:

$$\begin{bmatrix} V_{sdq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{s12} \end{bmatrix} \qquad (1.17.a)$$

$$\begin{bmatrix} V_{rdq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{r12} \end{bmatrix} \qquad (1.17.b)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{sdq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{s12} \end{bmatrix} \qquad (1.18.a)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{rdq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{r12} \end{bmatrix} \qquad (1.18.b)$$

Define-se também as matrizes:

$$\begin{bmatrix} R_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{s1} & 0 \\ 0 & R_{s2} \end{bmatrix} \qquad (1.19.a)$$

$$\begin{bmatrix} R_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \qquad (1.19.b)$$

$$\begin{bmatrix} L_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{s1} & 0 \\ 0 & L_{s2} \end{bmatrix} \qquad (1.19.c)$$

$$\left[L_r \right] = \begin{bmatrix} L_r & 0 \\ 0 & L_r \end{bmatrix} \tag{1.19.d}$$

$$\left[M \right] = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \tag{1.19.e}$$

$$\left[\Pi \right] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.19.f}$$

Estas matrizes auxiliam no desenvolvimento para obtenção das expressões das tensões, fluxos e demais grandezas elétricas, quando se aplica a transformada de Park.

1.7 - Fluxos transformados (Park)

A seguir, é aplicada a transformada de Park nos resultados obtidos no item (1.3). Assim, a equação (1.5) é substituída pelas equações (1.20.a) e (1.20.b)

$$\left[\phi_{s12} \right] = \left[L_s \right] \left[I_{s12} \right] + \left[M \right] \left[B^{-1} \right] \left[I_{r12} \right] \tag{1.20.a}$$

$$\left[\phi_{r12} \right] = \left[B \right] \left[M \right] \left[I_{s12} \right] + \left[L_r \right] \left[I_{r12} \right] \tag{1.20.b}$$

Multiplicando-se a equação (1.20.b) por $\left[B^{-1} \right]$, tem-se:

$$\left[B^{-1}\right]\left[\phi_{r12}\right] = \left[M\right]\left[I_{s12}\right] + \left[B^{-1}\right]\left[L_r\right]\left[I_{r12}\right] \quad (1.21)$$

$$\left[B^{-1}\right]\left[\phi_{r12}\right] = \left[M\right]\left[I_{s12}\right] + \left[L_r\right]\left[B^{-1}\right]\left[I_{r12}\right] \quad (1.22)$$

Aplicando-se a transformação de Park, tem-se:

$$\left[\phi_{sdq}\right] = \left[L_s\right]\left[I_{sdq}\right] + \left[M\right]\left[I_{rdq}\right] \quad (1.23.a)$$

$$\left[\phi_{rdq}\right] = \left[M\right]\left[I_{sdq}\right] + \left[L_r\right]\left[I_{rdq}\right] \quad (1.23.b)$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} \psi_s^d \\ \psi_s^q \\ \psi_r^d \\ \psi_r^q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{s1} & 0 & M_1 & 0 \\ 0 & L_{s2} & 0 & M_2 \\ M_1 & 0 & L_r & 0 \\ 0 & M_2 & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s^d \\ i_s^q \\ i_r^d \\ i_r^q \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

1.8 - Tensões transformadas (Park)

A seguir, é aplicada a transformação de Park nos resultados obtidos no item (1.4). Assim, a equação (1.9) é substituida pelas equações (1.25.a) e (1.25.b).

$$\left[V_{s12}\right] = \left[R_s\right]\left[I_{s12}\right] + p\left(\left[L_s\right]\left[I_{s12}\right]\right) + p\left(\left[M\right]\left[B^{-1}\right]\left[I_{r12}\right]\right) \quad (1.25.a)$$

$$\left[V_{r12}\right] = \left[R_r\right]\left[I_{r12}\right] + p(\left[L_r\right]\left[I_{r12}\right]) + p(\left[B\right]\left[M\right]\left[I_{s12}\right]) \tag{1.25.b}$$

Multiplicando-se a equação (1.25.b) por $\left[B^{-1}\right]$ e aplicando-se a transformação de Park, tem-se:

$$\left[V_{sdq}\right] = \left[R_s\right]\left[I_{sdq}\right] + p(\left[L_s\right]\left[I_{sdq}\right]) + p(\left[M\right]\left[I_{rdq}\right]) \tag{1.26.a}$$

$$\left[V_{srq}\right] = \left[R_r\right]\left[I_{rdq}\right] + \left[B^{-1}\right]\left[L_r\right] p(\left[B\right]\left[I_{rdq}\right] + $$
$$+ \left[B^{-1}\right] p(\left[B\right]\left[M\right]\left[I_{sdq}\right]) \tag{1.26.b}$$

Sabe-se que:

$$p\left[B\right] = \begin{bmatrix} -\text{sen}\,\Theta & \cos\Theta \\ -\cos\Theta & -\text{sen}\,\Theta \end{bmatrix} n\,\omega_m \tag{1.27}$$

$$\left[B^{-1}\right] p\left[B\right] = n\,\omega_m \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.28}$$

onde:

ω_m - velocidade mecânica do rotor

n - número de par de polos.

Desenvolvendo-se as equações (1.26.a) e (1.26.b), com auxílio das equações (1.27) e (1.28), encontra-se o modelo final, apresentado pela equação (1.29).

$$\begin{bmatrix} v_s^d \\ v_s^q \\ v_r^d \\ v_r^q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{s1} + pL_{s1} & 0 & pM_1 & 0 \\ 0 & R_{s2} + pL_{s2} & 0 & pM_2 \\ pM_1 & n\,\omega_m M_2 & R_r + pL_r & n\,\omega_m L_r \\ -n\,\omega_m M_1 & pM_2 & -n\,\omega_m L_r & R_r + pL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s^d \\ i_s^q \\ i_r^d \\ i_r^q \end{bmatrix} \qquad (1.29)$$

Para o rotor em gaiola, tem-se que:

$$v_r^d = v_r^q = 0$$

Os parâmetros do rotor, R_r e L_r, podem ser referidos a um dos enrolamentos estatóricos. Neste caso, o mesmo tem de acontecer com suas tensões e correntes.

As indutâncias mútuas M_1 e M_2 são referidas ao respectivo enrolamento estatórico.

O modelo dado pela expressão (1.29) abrange todas as condições de funcionamento, desde o regime permanente senoidal até o regime transitório, sob qualquer tipo de alimentação.

Os eixos de projeção (d e q), da transformação de Park, estão referenciados ao estator (s_1 e s_2).

1.9 - Torque instantâneo (Park)

Aplicando-se a transformação de Park nos resultados obtidos no item (1.5), expressão (1.12), tem-se:

$$T_{ins} = -M_1 i_s^d i_r^q + M_2 i_s^q i_r^d \qquad (1.30)$$

Considerando-se "n" par de polos, obtem-se:

$$T_{ins} = n(M_2 i_s^q i_r^d - M_1 i_s^d i_r^q) \qquad (1.31)$$

1.10 - Modelo de Park para regime permanente senoidal

O modelo de Park para regime permanente senoidal é uma particularidade do modelo geral (transitório sob qualquer tipo de alimentação) dado pela equação (1.31). Neste caso, são feitas as seguintes considerações:

- as grandezas elétricas são tratadas fasorialmente e têm, por isto, suas simbologias modificadas (letras maiúsculas).

- a derivada "p" é substituída pelo produto "J ω", onde "ω" é a frequência de alimentação em radianos/segundo e "J" é o operador que defasa (adianta) o fasor de noventa graus elétricos.

- as indutâncias são substituídas pelas respectivas reatâncias ($x = \omega L$).

- o produto "$n\omega_m$" é substituído por "$\omega(1-s)$, onde "s" é o escorregamento do rotor em relação ao campo do estator.

Assim, a equação (1.31) é substituída pela equação (1.32)

$$\begin{bmatrix} V_{s1} \\ V_{s2} \\ V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{s1} + jX_{s1} & 0 & jX_{m1} & 0 \\ 0 & R_{s2} + jX_{s2} & 0 & jX_{m2} \\ jX_{m1} & (1-s)X_{m2} & R_r + jX_r & (1-s)X_r \\ -(1-s)X_{m1} & jX_{m2} & -(s-1)X_r & R_r + jX_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s1} \\ I_{s2} \\ I_{rd} \\ I_{rq} \end{bmatrix} \qquad (1.32)$$

onde:

X_{s1} e X_{s2} - reatâncias cíclicas do estator

X_r - reatância cíclica do rotor

X_{m1} e X_{m2} - reatâncias mútuas entre enrolamentos do estator e rotor

1.11 - Expressão do torque médio

A seguir, é obtida a expressão do torque médio. Para isto, são desenvolvidas as expressões das potências nos vários setores da máquina e então, o torque médio é obtido da parcela correspondente à potência mecânica.

Através da equação (1.32), tem-se:

$$\begin{bmatrix} V_{s1} \\ V_{s2} \\ V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{s1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{s2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s1} \\ I_{s2} \\ I_{rd} \\ I_{rq} \end{bmatrix} + J\omega \begin{bmatrix} L_{s1} & 0 & M_1 & 0 \\ 0 & L_{s2} & 0 & M_2 \\ M_1 & 0 & L_r & 0 \\ 0 & M_2 & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s1} \\ I_{s2} \\ I_{rd} \\ I_{rq} \end{bmatrix} +$$

$$+ n\,\omega_m \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 & L_r \\ -M_1 & 0 & -L_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s1} \\ I_{s2} \\ I_{rd} \\ I_{rq} \end{bmatrix} \qquad (1.33.a)$$

ou, de uma maneira mais compacta:

$$\left[V\right] = \left[R\right]\left[I\right] + j\omega\left[L\right]\left[I\right] + n\,\omega_m\left[G\right]\left[I\right] \qquad (1.33.b)$$

Multiplicando-se a equação (1.33.b) por $\left[I_t^*\right]$ (transposta-conjugada), obtem-se as parcelas reais, dadas pela expressão (1.34).

$$R_e\{\left[I_t^*\right]\left[V\right]\} = R_e\{\left[I_t^*\right]\left[R\right]\left[I\right]\} + R_e\{J\omega\left[I_t^*\right]\left[L\right]\left[I\right]\} +$$
$$+ R_e\{n\,\omega_m\left[I_t^*\right]\left[G\right]\left[I\right]\} \qquad (1.34)$$

onde:

$R_e\{\left[I_t^*\right]\left[V\right]\}$ - potência total entregue a máquina (1.35.a)

$R_e\{\left[I_t^*\right]\left[R\right]\left[I\right]\}$ - perdas joule nas resistências (1.35.b)

$R_e\{j\omega\left[I_t^*\right]\left[L\right]\left[I\right]\}$ - potência reativa (1.35.c)

$R_e\{n\,\omega_m\left[I_t^*\right]\left[G\right]\left[I\right]\}$ - potência mecânica do rotor (1.35.d)

Da expressão da potência mecânica (1.35.d), obtem-se a expressão do torque médio, dada por:

$$T_m = n\,R_e \left\{ \begin{bmatrix} I_{s1}^*, I_{s2}^*, I_{rd}^*, I_{rq}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 & L_r \\ -M_1 & 0 & -L_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s1} \\ I_{s2} \\ I_{rd} \\ I_{rq} \end{bmatrix} \right\} \quad (1.36)$$

Através da expressão (1.36) tem-se:

$$T_m = n\,R_e\{M_2\, I_{rd}^*\, I_{s2} - M_1\, I_{s1}\, I_{rq}^* + L_r(I_{rd}^*\, I_{rq} - I_{rq}^*\, I_{rd})\} \quad (1.37)$$

mas, a parcela "$L_r(I_{rd}^*\, I_{rq} - I_{rq}^*\, I_{rd})$" da expressão (1.37) é um número imaginário puro. Assim, tem-se:

$$T_m = n\,R_e\{M_2 I_{s2} I_{rd}^* - M_1 I_{s1} I_{rq}^*\} \quad (1.38)$$

As correntes fasoriais devem ter como módulo valores eficazes.

1.12 - Conclusões

Observa-se na equação (1.31), do tipo V = Z I, que a matriz impedância é não-simétrica. Esta não-simetria é consequência da própria máquina, cujos enrolamentos estatóricos não são idênticos.

Os modelos apresentados neste capítulo podem ser particularizados para a máquina bifásica de indução simétrica, como também para o motor monofásico de indução sem capacitor. Em qualquer destes procedimentos, verifica-se que as expressões anteriores resultam nas mesmas expressões estabelecidas pelos demais trabalhos, que fundamentam estas máquinas em particular.

C A P Í T U L O 2

MODELO DO MOTOR DE INDUÇÃO MONOFÁSICO A CAPACITOR

2.1 - Introdução

Neste capítulo, são estabelecidos os modelos do motor de indução monofásico a capacitor para regime transitório e, em particular, para regime permanente com alimentação senoidal.

A partir destes modelos, seguem-se os procedimentos matemáticos para cálculo das correntes, torques, fluxos e demais grandezas elétricas do motor.

2.2 - Apresentação do motor de indução monofásico a capacitor

O motor a capacitor está representado na figura 2.1.

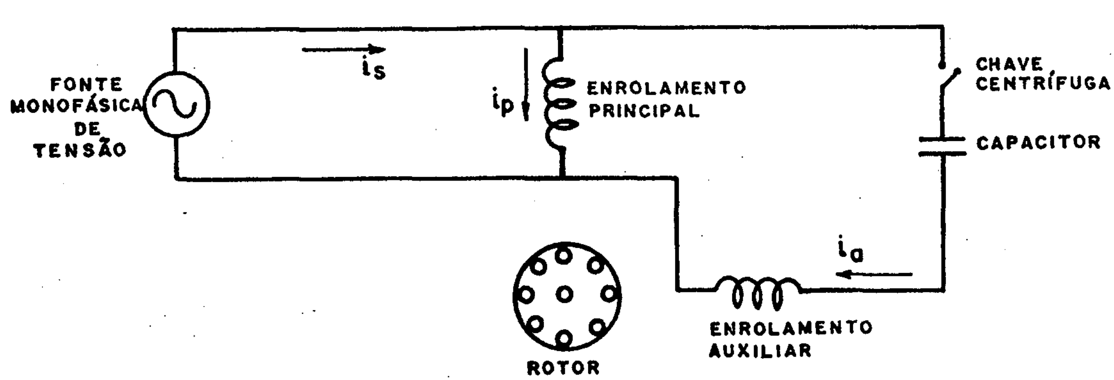


Figura 2.1 - Diagrama esquemático do motor de indução a capacitor.

O estator possui, além do enrolamento principal, um enrolamento auxiliar, ambos defasados de noventa graus espaciais.

O rotor é do tipo gaiola.

Na maioria das vezes, o enrolamento auxiliar possui cerca de cincoenta por cento de espiras a mais do que o enrolamento principal.

Estas considerações, anteriormente apresentadas, definem o motor a capacitor como uma máquina de indução bifásica não-simétrica.

Um capacitor é colocado em série com o enrolamento auxiliar. Assim, com apenas uma tensão monofásica, o estator possui duas correntes em quadratura no tempo e no espaço, criando um campo girante.

2.3 - Modelo de Park aplicado ao motor a capacitor

Verificou-se no item anterior que o motor de indução monofásico a capacitor é uma máquina de indução bifásica não-simétrica, dada no item (1.2). Assim, considera-se que:

- o enrolamento auxiliar substitui o enrolamento número 1 do estator. Isto, porque o capacitor adianta a corrente do enrolamento auxiliar (i_a) e então, a sequência é do auxiliar para o principal.

- o enrolamento principal substitui o enrolamento número 2 do estator.

- o rotor não se altera.

- o capacitor é inicialmente considerado externo à máquina e, posteriormente, passa a se integrar como parâmetro desta.

Assim, tem-se:

$$i_s^d = i_a \tag{2.1}$$

$$i_s^q = i_p \tag{2.2}$$

$$i_r^d = i_d \tag{2.3}$$

$$i_r^q = i_q \tag{2.4}$$

$$v_s^d = v - \frac{1}{c} \int i_a dt \tag{2.5}$$

$$v_s^q = v \tag{2.6}$$

$$v_r^d = v_r^q = 0 \tag{2.7}$$

sendo,

i_d e i_q - correntes rotóricas dos eixos, direto e em quadratura, respectivamente.

Na figura 2.2 é apresentado o diagrama esquemático para o modelo de Park, aplicado ao motor de indução a capacitor.

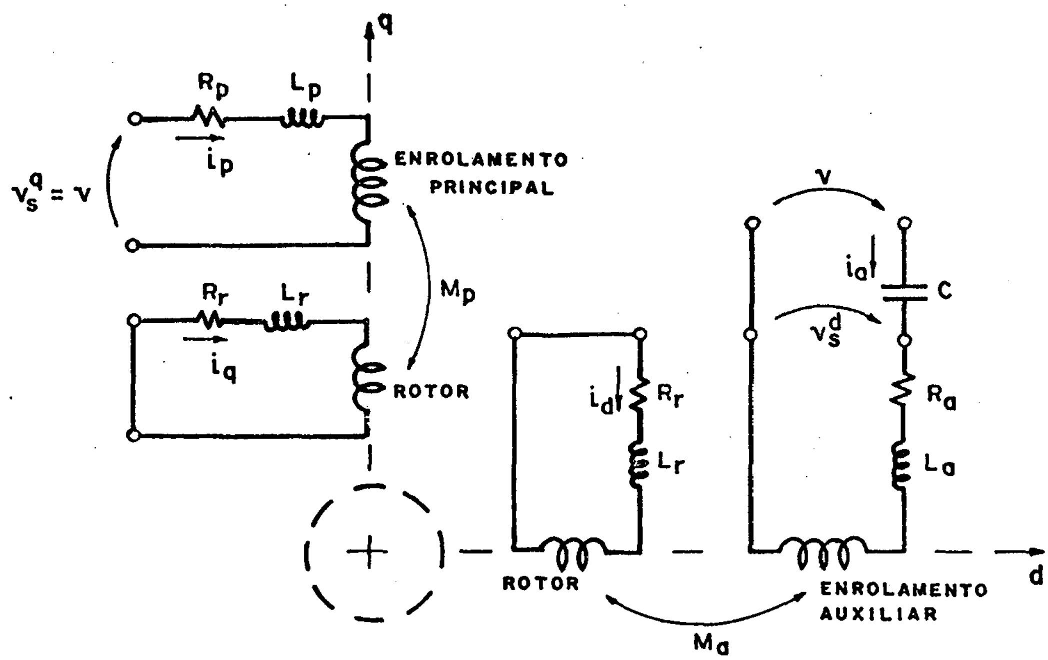


Figura 2.2 - Representação esquemática do modelo de Park, aplicado ao motor a capacitor.

O diagrama da figura 2.2 apresenta os seguintes parâmetros:

R_a e R_p - resistência dos enrolamentos auxiliar e principal

L_a e L_p - indutâncias cíclicas dos enrolamentos auxiliar e principal

M_p - indutância mútua máxima entre enrolamento principal e enrolamento rotóricos.

M_a - indutância mútua máxima entre enrolamento auxiliar e enrolamentos rotóricos

R_r e L_r - resistência e reatância cíclica do rotor.

Substituindo as variáveis e parâmetros do motor a capacitor no modelo de Park, equação (1.31), tem-se:

$$v - (1/C)\int i_a dt = (R_a + pL_a)i_a + p\,M_a i_d \qquad (2.8.a)$$

$$v = (R_p + pL_p)i_p + p\,M_p i_q \qquad (2.8.b)$$

$$0 = p\,M_a i_a + n\,\omega_m M_p i_p + (R_r + pL_r)\,i_d + n\,\omega_m L_r i_q \qquad (2.8.c)$$

$$0 = -n\,\omega_m M_a i_a + pM_p\, i_p - n\,\omega_m L_r i_d + (R_r + pL_r)i_q \qquad (2.8.d)$$

Definindo-se "p^{-1}" como "$\int dt$" (símbolo de integral), a equação (2.8.a) é reescrita por:

$$v = (R_p + pL_a + p^{-1}/C)\,i_a + p\,M_a i_d \qquad (2.9)$$

Desta maneira, o capacitor é integrado como parâmetro da máquina. As equações (2.8.a) até (2.8.d) são representadas matricialmente pela equação (2.10).

$$\begin{bmatrix} v \\ v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + pL_a + p^{-1}/C & 0 & p\,M_a & 0 \\ 0 & R_p + pL_p & 0 & p\,M_p \\ p\,M_a & n\,\omega_m M_p & R_r + pL_r & n\,\omega_m L_r \\ -n\,\omega_m M_a & pM_p & -n\,\omega_m L_r & R_r + pL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_p \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} \qquad (2.10)$$

Estas relações estabelecem um modelo para o motor monofásico de indução a capacitor, o qual abrange todas as condições de funcionamento, desde o regime permanente com alimentação senoidal, até o regime transitório sob qualquer tipo de alimentação.

2.4 - Modelo para regime permanente com alimentação senoidal

O modelo para regime permanente senoidal é obtido através da particularização do modelo transitório, dado pela equação (2.10). Neste caso, são válidas as mesmas considerações do item (1.11), onde:

$$p = j\omega \tag{2.11}$$

$$p^{-1} = -j/\omega \tag{2.12}$$

$$n\,\omega_m = \omega(1-s) \tag{2.13}$$

$X_a, X_p, X_r, X_{ma}, X_{mp}$ e X_c são as reatâncias correspondentes às indutâncias L_a, L_p, L_r, M_a, M_p e à capacitância C.

Assim, a equação (2.10) é substituida pela equação (2.14), onde V, I_a, I_p, I_d e I_q são os fasores correspondentes às variáveis instantâneas senoidais v, i_a, i_p, i_d e i_q, respectivamente.

$$\begin{bmatrix} V \\ V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + j(X_a - X_c) & 0 & jX_{ma} & 0 \\ 0 & R_p + jX_p & 0 & jX_{mp} \\ jX_{ma} & (1-s)X_{mp} & R_r + jX_r & (1-s)X_r \\ -(1-s)X_{ma} & jX_{mp} & -(1-s)X_r & R_r + jX_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_p \\ I_d \\ I_q \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

A equação (2.14) é do tipo V = Z I, onde, a matriz impedância "Z", depende: dos parâmetros da máquina, capacitor, velocidade do eixo e freqüência de alimentação. Estes fatores e a tensão aplicada definem as correntes, fluxos e torques desenvolvidos no motor.

Para se encontrar as expressões das correntes é necessário inverter a matriz impedância "Z". Este processo é dispendioso em tempo e espaço para representação das expressões finais. No item seguinte (2.5), esta inversão é realizada por etapas, permitindo apresentar um processo de cálculo das correntes através de expressões fasoriais.

2.5 - Expressões fasoriais das correntes

Através da equação (2.14), tem-se:

$$V = (R_a + jX_{ac})I_a + jX_{ma}I_d \tag{2.15}$$

$$V = (R_p + jX_p)I_p + jX_{mp}I_q \tag{2.16}$$

$$0 = jX_{ma}I_a + (1-s)X_{mp}I_p + (R_r + jX_r)I_d + (1-s)X_rI_q \tag{2.17}$$

$$0 = -(1-s)X_{ma}I_a + jX_{mp}I_p - (1-s)X_rI_d + (R_r + jX_r)I_q \tag{2.18}$$

onde:

$$X_{ac} = X_a - X_c \tag{2.19}$$

Isolando-se I_d na equação (2.15), tem-se:

$$I_d = -\frac{j}{X_{ma}} V - \frac{(X_{ac} - jR_a)}{X_{ma}} I_a \tag{2.20}$$

Isolando-se I_q na equação (2.16), tem-se:

$$I_q = -\frac{j}{X_{mp}} V - \frac{(X_p - jR_p)}{X_{mp}} I_p \tag{2.21}$$

Substituindo-se I_d e I_q, equações (2.15) e (2.16), nas equações (2.17) e (2.18), obtem-se um sistema de duas equações e duas incógnitas, I_a e I_p, dado pelas equações (2.22.a) e (2.22.b).

$$V\left[\frac{Z_a}{X_{ma}} + \frac{(1-s)X_r}{X_{mp}}\right] = \left[X_{ma} + \frac{Z_r Z_a}{X_{ma}}\right] I_a + \left[(1-s)\left(-jX_{mp} + \frac{X_r Z_p}{X_{mp}}\right)\right] I_p \tag{2.22.a}$$

$$V\left[\frac{Z_r}{X_{mp}} - \frac{(1-s)X_r}{X_{ma}}\right] = \left[-(1-s)\left(-jX_{ma} + \frac{X_r Z_a}{X_{ma}}\right)\right] I_a + \left[X_{mp} + \frac{Z_r Z_p}{X_{mp}}\right] I_p \tag{2.22.b}$$

onde:

$$Z_a = R_a + j(X_a - X_c) \tag{2.23}$$

$$Z_p = R_p + jX_p \tag{2.24}$$

$$Z_r = R_r + jX_r \tag{2.25}$$

Verifica-se que as equações (2.22.a) e (2.22.b) são do tipo:

$$VA = BI_a + CI_p \tag{2.26.a}$$

$$VD = EI_a + FI_p \tag{2.26.b}$$

Assim,

$$I_a = \frac{FA - CD}{BF - CE} V \tag{2.27}$$

$$I_p = \frac{BD - AE}{BF - CE} V \tag{2.28}$$

Através das equações (2.22.a) e (2.22.b), obtem-se:

$$I_a = \frac{X_{ma}X_{mp}Z_1 + X_{mp}^2 Z_2 + Z_p Z_3}{X_{ma}^2 X_{mp}^2 + (X_{ma}^2 Z_p + X_{mp}^2 Z_a)Z_2 + Z_a Z_p Z_3} V \tag{2.29}$$

$$I_p = \frac{-X_{ma}X_{mp}Z_1 + X_{ma}Z_2 + Z_a Z_3}{X_{ma}^2 X_{mp}^2 + (X_{ma}^2 Z_p + X_{mp}^2 Z_a)Z_2 + Z_a Z_p Z_3} V \tag{2.30}$$

onde:

$$Z_1 = j\left[(1-s)\ \frac{R_s}{s(2-s)}\right] \tag{2.31}$$

$$Z_2 = \left[\frac{R_r}{s(2-s)}\right] + J\,X_r \tag{2.32}$$

$$Z_3 = \left[R_r\ \frac{R_r}{s(2-s)} - X_r^2\right] + j\left[2\ \frac{R_r}{s(2-s)} X_r\right] \tag{2.33}$$

A corrente total (I_s) é a soma das correntes I_a e I_p, assim, somando-se as expressões (2.29) e (2.30), tem-se:

$$I_s = \frac{(X_{ma}^2 + X_{mp}^2)Z_2 + (Z_a + Z_p)Z_3}{X_{ma}^2 X_{mp}^2 + (X_{ma}^2 Z_p + X_{mp}^2 Z_a)Z_2 + Z_a Z_p Z_3}\ V \tag{2.34}$$

Após os cálculos de I_a e I_p, pode-se calcular as correntes I_d e I_q, através das expressões (2.35) e (2.36), obtidas a partir das expressões (2.20) e (2.21). Assim, tem-se:

$$I_d = \frac{V - Z_a I_a}{jX_{ma}} \tag{2.35}$$

$$I_q = \frac{V - Z_p I_p}{jX_{mp}} \tag{2.36}$$

Nas expressões das correntes I_a e I_p, (2.29) e (2.30), nota-se que:

- são análogas, trocando apenas os índices "a" e "p". A única exceção é para o sinal de Z_1, o qual é negativo na expressão de I_p.

- apenas os parâmetros fasoriais Z_1, Z_2 e Z_3 são funções do rotor e da velocidade do eixo.

- o termo Z_1 não aparece na expressão de I_s (2.34). Isto indica que Z representa a impedância de uma malha fechada, formada pelos enrolamentos auxiliar e principal.

- o termo "$R_r/s(2-s)$" é comum aos três parâmetros fasoriais Z_1, Z_2 e Z_3.

Após a obtenção das correntes fasoriais, calcula-se os fluxos e torques através das expressões apresentadas nos próximos itens, (2.6) e (2.7).

2.6 - Expressões dos fluxos (máximos)

As expressões dos fluxos são obtidas diretamente da expressão (1.24) do item (1.8) do capítulo 1. Assim, tem-se:

$$\phi_a = (L_a I_a + M_a I_d)\sqrt{2} \tag{2.37}$$

$$\phi_p = (L_p I_p + M_p I_q)\sqrt{2} \tag{2.38}$$

2.7 - Expressões dos torques

As expressões do torque instantâneo (T_{ins}) e do torque médio (T_m) são obtidas diretamente das expressões (1.26) e (1.38), relacionadas no capítulo 1.

Assim, tem-se:

$$T_{ins} = n(M_p i_p i_d - M_a i_a i_q) \tag{2.39}$$

$$T_m = nR_e\{M_p I_p I_d^* - M_a I_a I_q^*\} \tag{2.40}$$

2.8 - Conclusões

As expressões das correntes, fluxos e torques, apresentadas neste capítulo, são extensas e de difícil emprego analítico. Com auxílio de programas computacionais, pode-se analisar o comportamento destas grandezas nas diversas situações impostas ao motor. Isto é realizado nos capítulos a seguir.

As correntes são diretamente proporcionais à tensão quando se mantem a freqüência de alimentação, velocidade do eixo e capacitor. Observando então, as expressões de fluxo, item (2.6), e torques, item (2.7), verifica-se que:

$$\phi = K_\phi V \tag{2.41}$$

$$T = K_t V^2 \tag{2.42}$$

onde, para a mesma máquina, K_ϕ e K_t dependem da freqüência de alimentação, velocidade do eixo, capacitor e nível de saturação (valor do fluxo).

C A P Í T U L O 3

ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO CAPACITOR EM REGIME PERMANENTE, ALIMENTAÇÃO SENOIDAL E FREQÜÊNCIA CONSTANTE

3.1 - Introdução

O objetivo deste capítulo é apresentar uma análise do comportamento do motor a capacitor em regime permanente senoidal, quando se varia a velocidade do eixo. Isto é realizado para diversos valores de capacitores, mantendo-se a tensão e freqüência nominais.

Os cálculos são realizados através das expressões do capítulo 2 e emprego do programa computacional do apêndice C-1.

O motor simulado é descrito no item (3.2).

Para esta análise são apresentadas as características de torque e correntes, item (3.3).

3.2 - Parâmetros do motor

Para as simulações dos capítulos 3,4,5,6,7 e 8 são utilizados os parâmetros do motor simulado na referência | 2 |, apresentado a seguir:

Dados de placa

Potência = 0,5 c.v

Tensão de Alimentação = 220/110 volts

Corrente Nominal = 4,5/9 ampéres

Freqüência de Alimentação = 60Hz

Classe de Isolação = A

Velocidade Nominal = 1725 RPM

Fator de Serviço = 1,25

Categoria = N

Quando interligado para 220V e alimentado em 60Hz, são obtidos os seguintes parâmetros:

$R_p = 3,448\ \Omega$
$R_r = 3,564\ \Omega$
$X_p = X_r = 123,77\ \Omega$
$X_{mp} = 117,56\ \Omega$

Para o enrolamento auxiliar são consideradas as relações abaixo:

$R_a = a^2 R_p$
$X_a = a^2 X_p$
$X_{ma} = a\, X_{mp}$

onde, "a" é a relação de espiras entre o enrolamento auxiliar e enrolamento principal. Assim, obtem-se:

$a = 1,5$ (consideração do item 2.2)
$R_a = 7,750\ \Omega$
$X_a = 278,48\ \Omega$
$X_{ma} = 176,34\ \Omega$

Ainda são calculados:

Torque Nominal = 2,03 N.m

Freqüência Rotórica Nominal = 2,5 Hz

3.3 - Apresentação das características de torque e correntes

As curvas apresentadas nas figuras 3.1,3.2,3.3 e 3.4 são obtidas através das expressões estabelecidas no capítulo 2 e com o emprego do programa computacional apresentado no apêndice C-1.

Na análise, a tensão de alimentação é mantida constante no valor de 220 v e freqüência de 60 Hz.

São adotados valores de capacitância variando de zero a infinito.

São estabelecidas as correntes principal, auxiliar e total e o torque médio em função da velocidade.

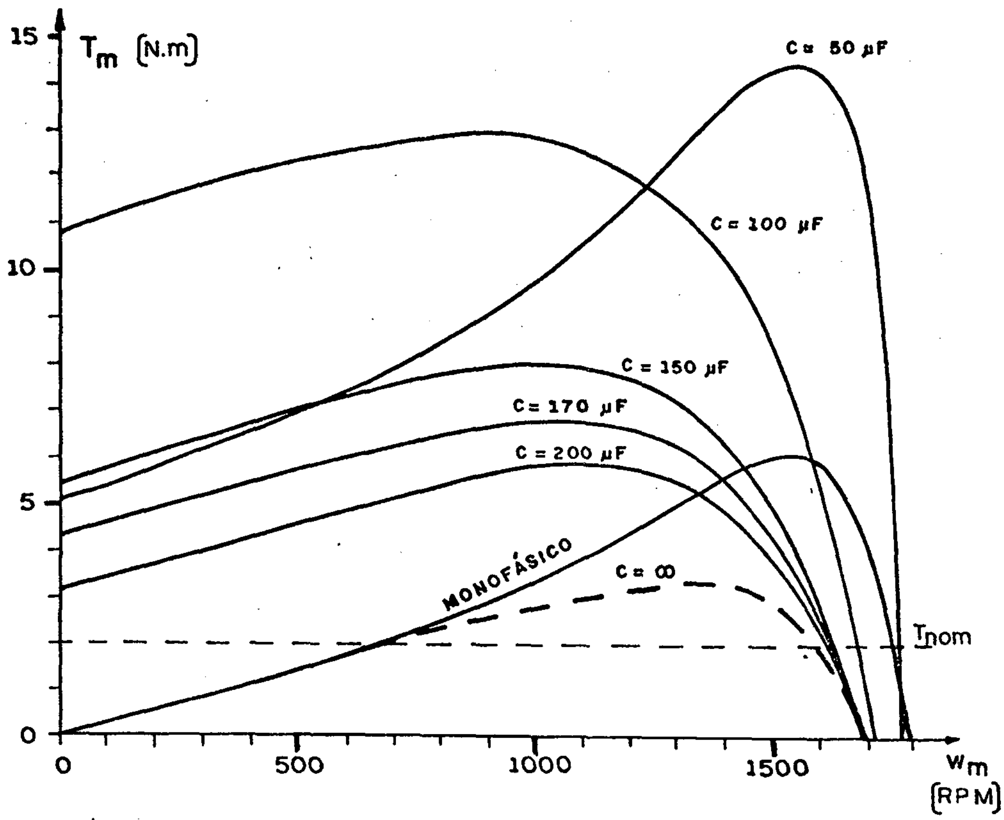


Figura 3.1 - Características torque-velocidade, para vários capacitores, tensão 220 V e freqüência 60 Hz.

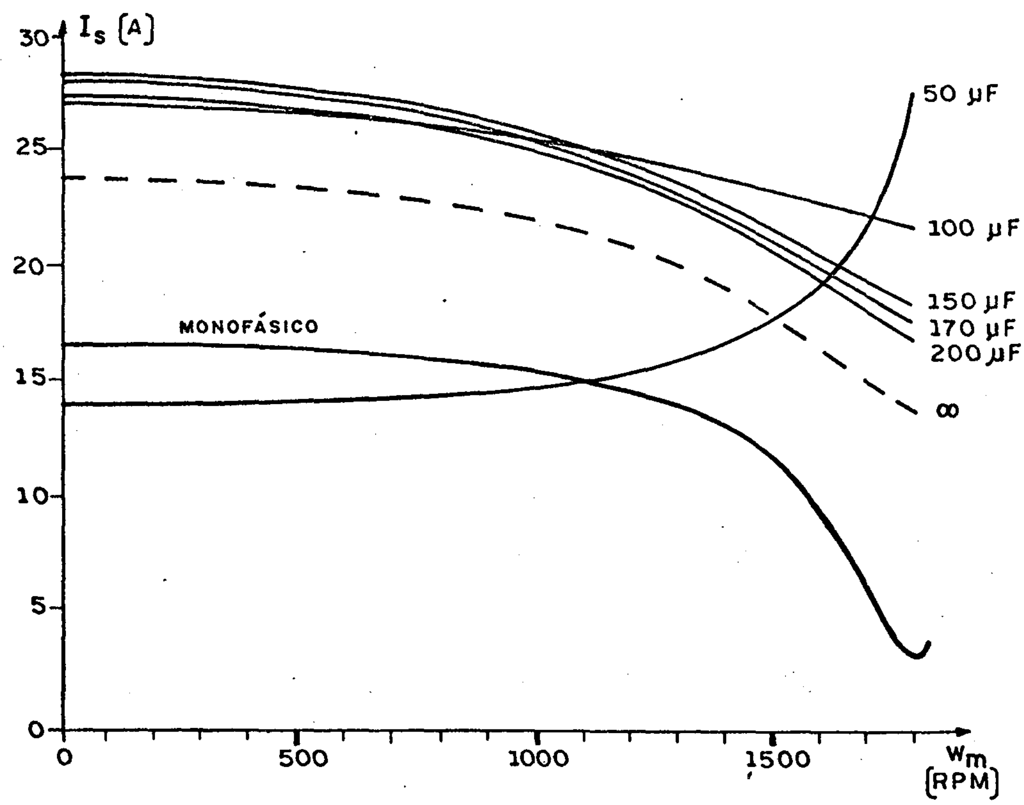


Figura 3.2 - Características corrente total-velocidade para vários capacitores, tensão 220 V e freqüência 60 Hz.

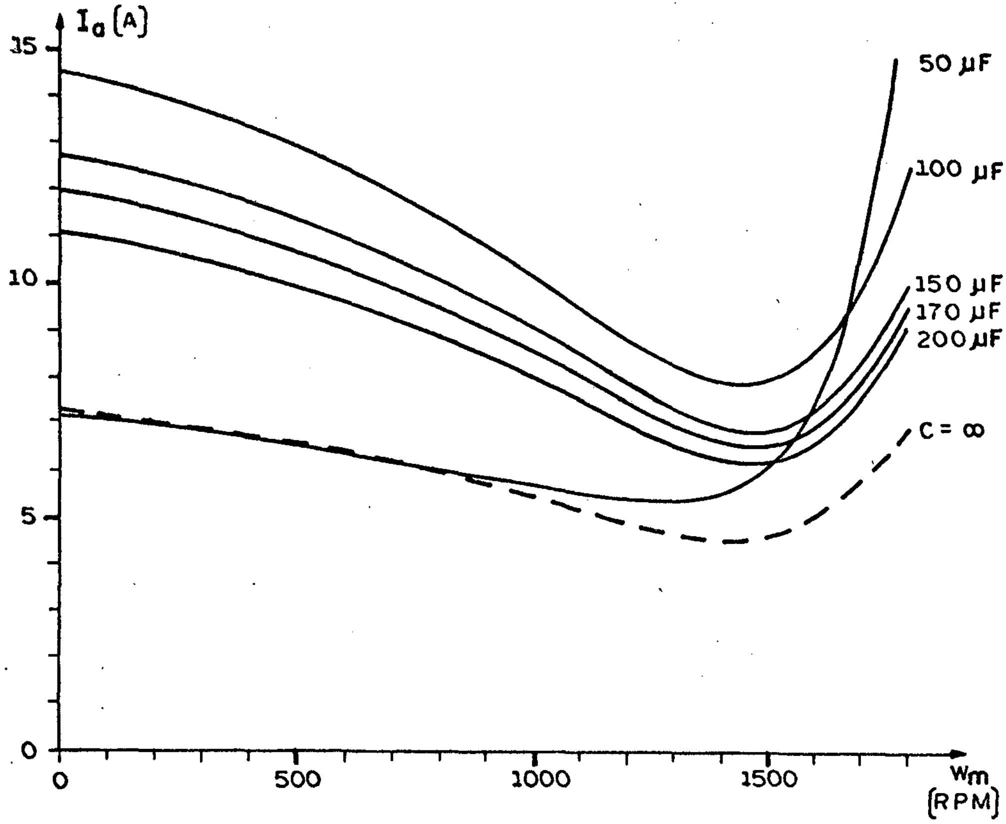


Figura 3.3 - Características corrente auxiliar-velocidade, para vários capacitores, tensão 220 V e freqüência 60 Hz.

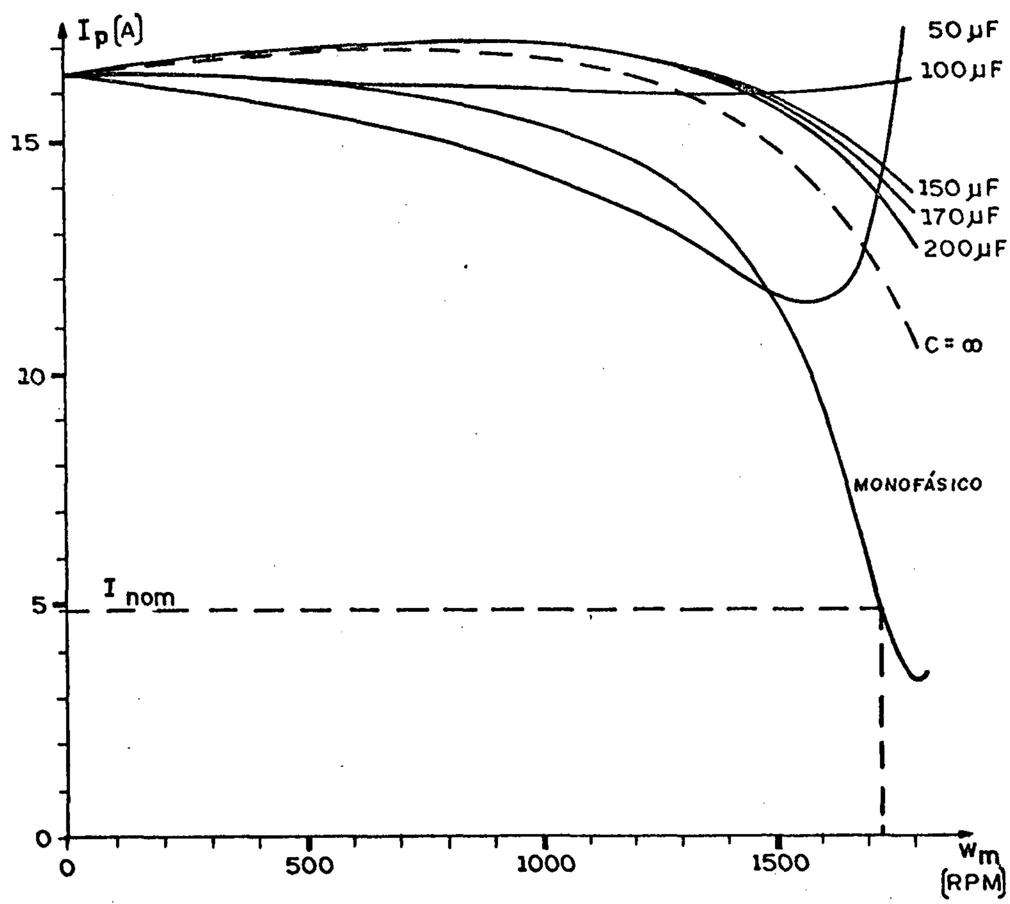


Figura 3.4 - Características corrente principal-velocidade, para vários capacitores, tensão 220 V e freqüência 60 Hz.

3.4 - Conclusões

A presença do capacitor no enrolamento auxiliar proporciona um torque de partida não nulo, o que não acontece quando $C = 0$, isto é, ligação monofásica.

O valor do torque de partida varia com o capacitor e possui um máximo quando C está entre 50 e 150 μF.

Para o capacitor de 100 μF, o qual está na faixa da conclusão anterior, a corrente I_p quase não varia com a velocidade. Para os demais capacitores, as correntes não diminuem tanto quanto para o monofásico, quando a velocidade aumenta.

Para freqüência rotórica nula, existe um valor de capacitor, menor do que 100 μF, em que as correntes I_s, I_a e I_p são máximas.

O capacitor não influencia na corrente de partida do enrolamento principal.

C A P Í T U L O 4

ESTUDO DA INFLUÊNCIA DO CAPACITOR EM REGIME PERMANENTE, ALIMENTAÇÃO SENOIDAL, FREQÜÊNCIA VARIÁVEL DE 10 Hz a 60 Hz, RELAÇÃO TENSÃO-FREQÜÊNCIA CONSTANTE

4.1 - Introdução

O objetivo deste capítulo é apresentar uma análise do comportamento do motor a capacitor em regime permanente senoidal, quando se varia a velocidade do rotor. Isto é realizado para diversos valores de capacitores e freqüência de alimentação.

A cada freqüência, a tensão é recalculada de maneira que a relação tensão-freqüência seja mantida constante.

Os cálculos são realizados através das expressões do capítulo 2 e emprego do programa computacional do apêndice C-1.

O motor simulado é descrito no item (3.2) sendo suas reatâncias recalculadas a cada freqüência.

Para esta análise são apresentadas as características de torque do motor.

4.2 - Apresentação das características de torque

As curvas apresentadas nas figuras 4.1, 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5 são obtidas através das expressões estabelecidas no capítulo 2 e com o emprego do programa computacional apresentado no apên dice C-1.

Em cada gráfico são superpostas curvas para diversas freqüências de alimentação. A relação tensão-freqüência é mantida constante e nominal. Assim, a tensão de alimentação para cada curva é dada por:

$$V = \frac{220}{60} f_a$$

onde:

f_a - freqüência de alimentação

V - tensão eficaz de alimentação.

São adotados valores de capacitância variando de zero a duzentos micro-Farad.

São estabelecidos os torques em função da velocidade do rotor.

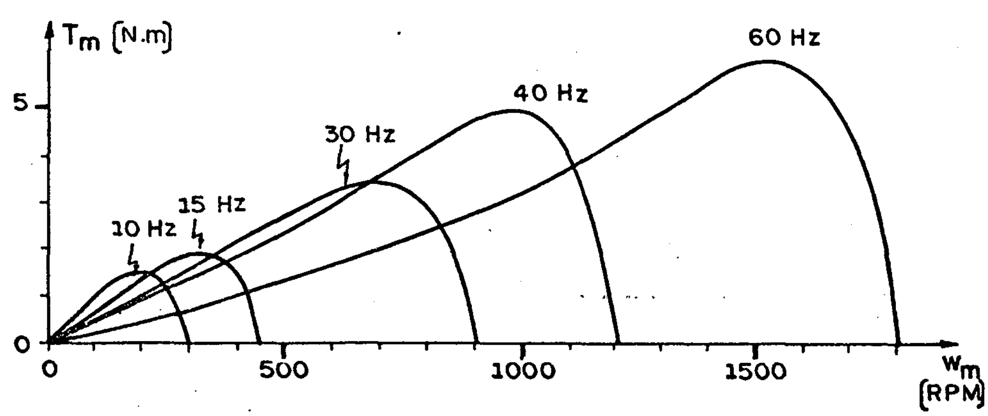


Figura 4.1 - Característica torque-velocidade para várias freqüências de alimentação. V/f nominal, capacitor nulo (monofásico).

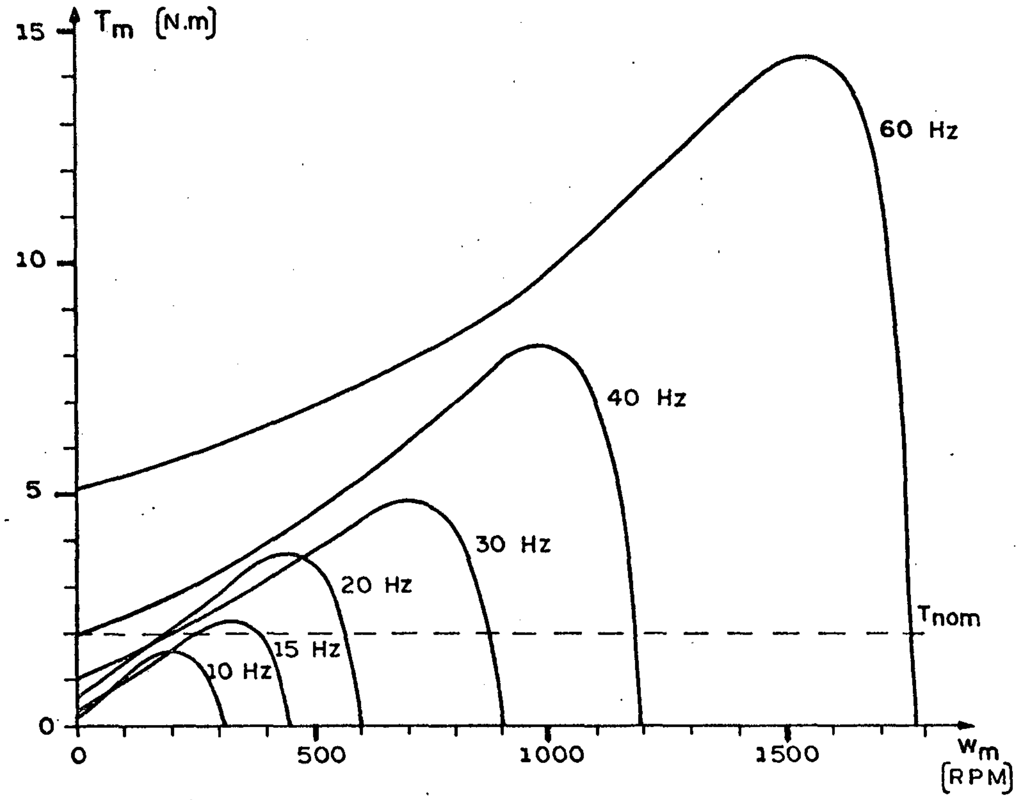


Figura 4.2 - Características torque-velocidade, para várias freqüências de alimentação. V/f nominal, capacitor de 50 μF.

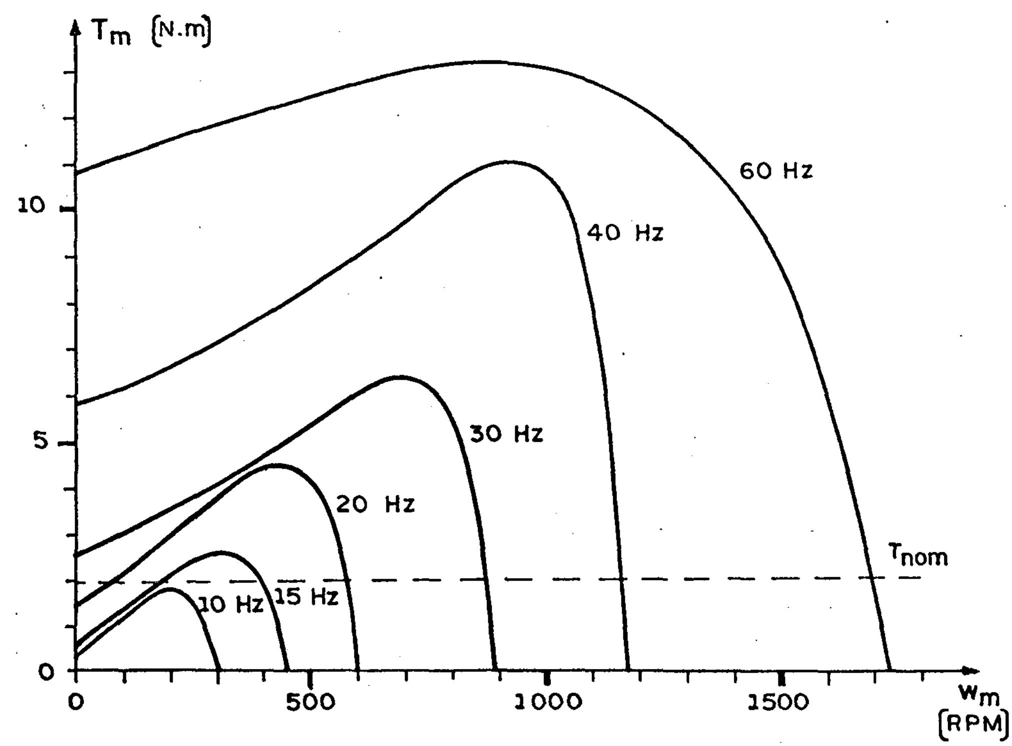


Figura 4.3 - Características torque-velocidade, para várias freqüências de alimentação. V/f nominal, capacitor de 100 μF.

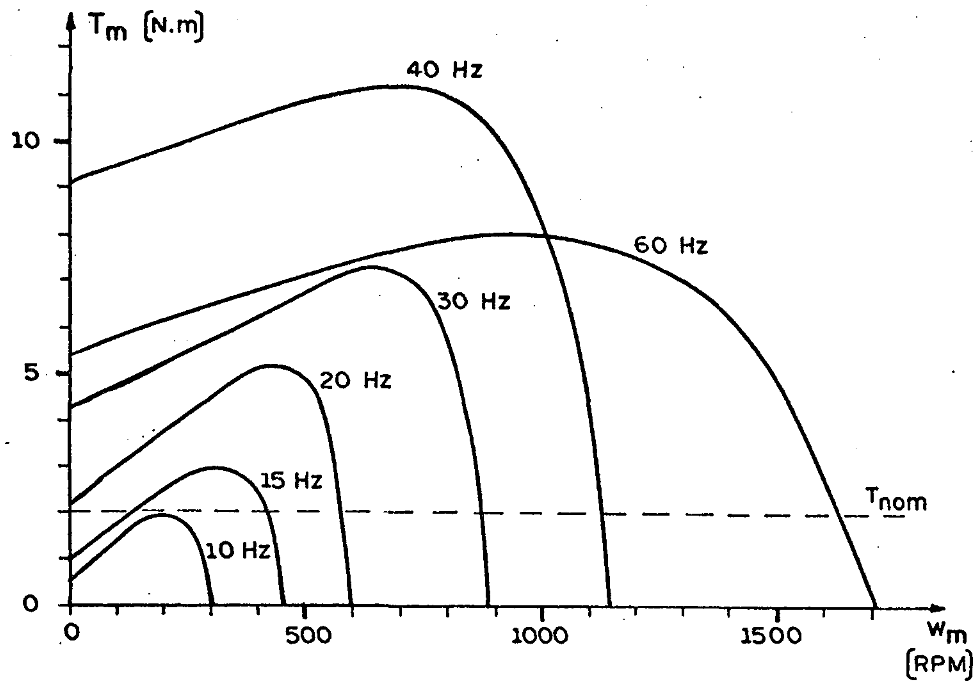


Figura 4.4 - Características torque-velocidade, para várias freqüências de alimentação. V/f nominal, capacitor de 150 μF.

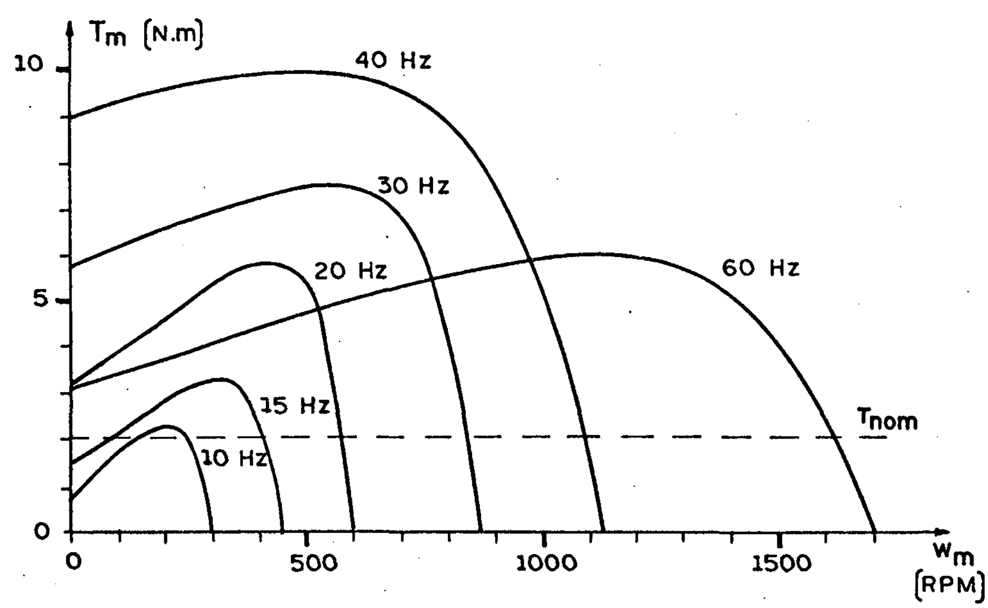


Figura 4.5 - Características torque-velocidade, para várias freqüências de alimentação. V/f nominal, capacitor de 200 μF.

4.3 - Conclusões

a) Para cada freqüência de alimentação, há um valor de capacitor em que o torque com o rotor travado é máximo. Este valor de capacitor é referenciado como "capacitor ótimo".

b) A medida que se varia o valor do capacitor, o torque máximo da característica ocorre em freqüências rotóricas diferentes.

c) Para cada valor do capacitor, existe uma freqüência de alimentação que maximiza o torque máximo da característica.

C A P Í T U L O 5

ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO CAPACITOR EM REGIME PERMANENTE, ALIMENTAÇÃO SENOIDAL, FREQÜÊNCIA VARIÁVEL DE 1 Hz a 10Hz, RELAÇÃO TENSÃO-FREQÜÊNCIA CONSTANTE

5.1 - Introdução

O objetivo deste capítulo é apresentar uma análise do comportamento do motor nas mesmas condições impostas no capítulo 4, item (4.1), porém com freqüências menores, compreendidas entre 1 Hz e 10 Hz.

Para esta análise, são apresentadas as características de torque, correntes e fluxo.

5.2 - Apresentação das características de torque, correntes e fluxo

As curvas apresentadas nas figuras 5.1 a 5.9 são obtidas através das expressões estabelecidas no capítulo 2 e com o emprego do programa computacional apresentado no apêndice C-1.

Em cada gráfico, são superpostas curvas para diversas freqüências de alimentação. A relação tensão-freqüência é mantida constante e nominal.

São adotados valores de capacitâncias variando de zero a quinhentos micro-Farad.

São estabelecidos o torque, a corrente total e o fluxo principal em função da velocidade.

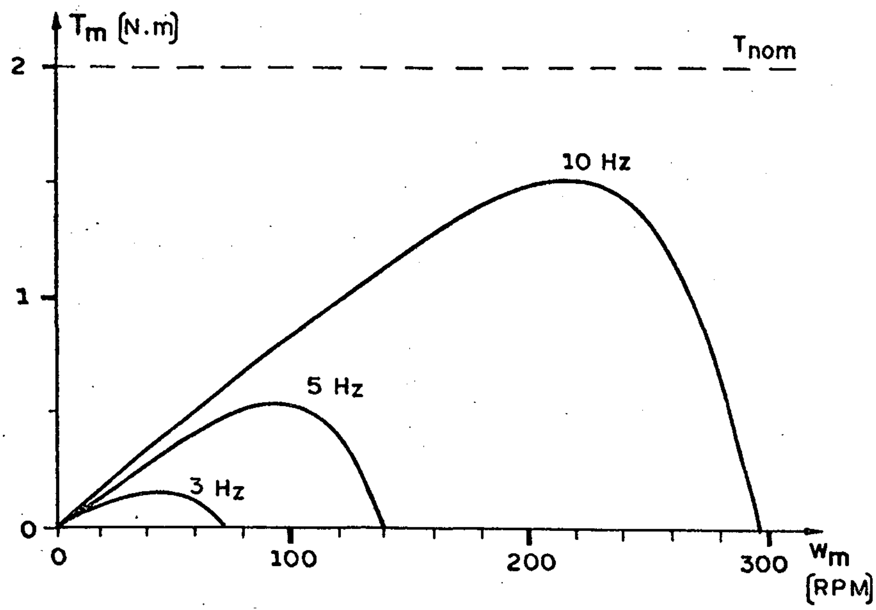


Figura 5.1 - Características torque-velocidade, para várias freqüências de alimentação. V/f nominal, capacitor nulo.

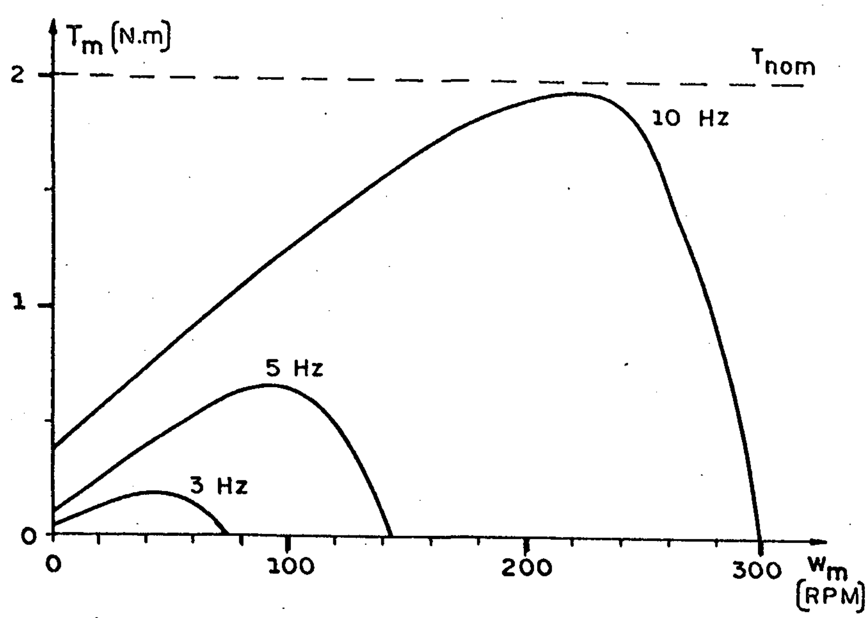


Figura 5.2 - Características torque-velocidade, para várias freqüências de alimentação. V/f nominal, capacitor de 100 µF.

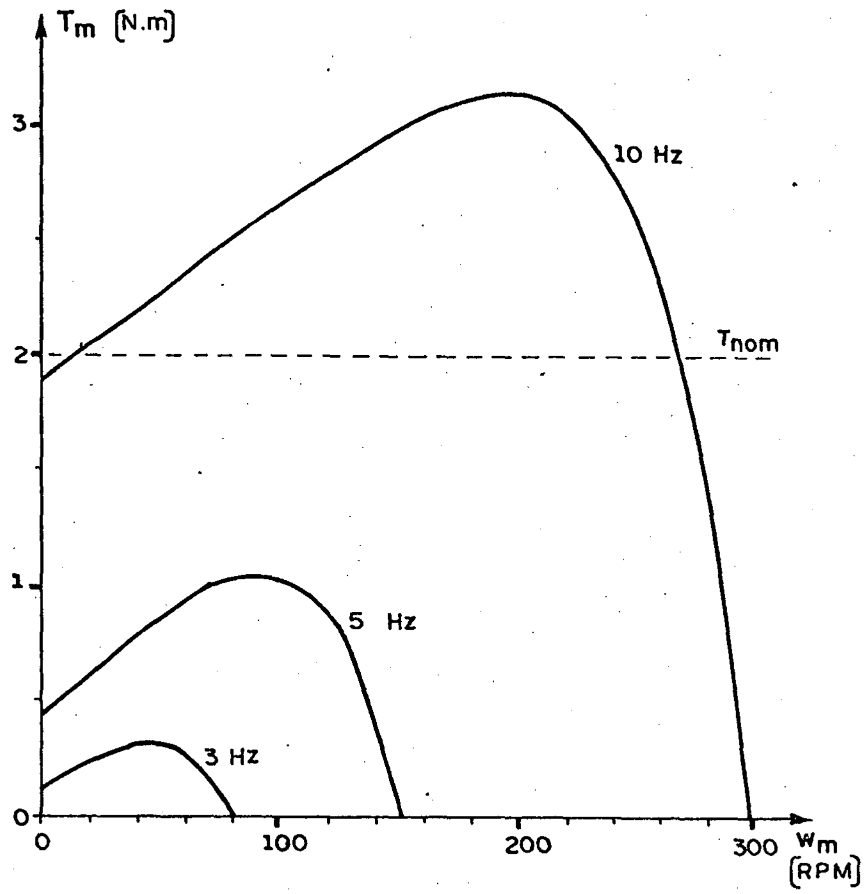


Figura 5.3 - Caracterīsticas torque-velocidade, para vārias freqüências de ali mentação. V/f nominal, capacitor de 500 μF.

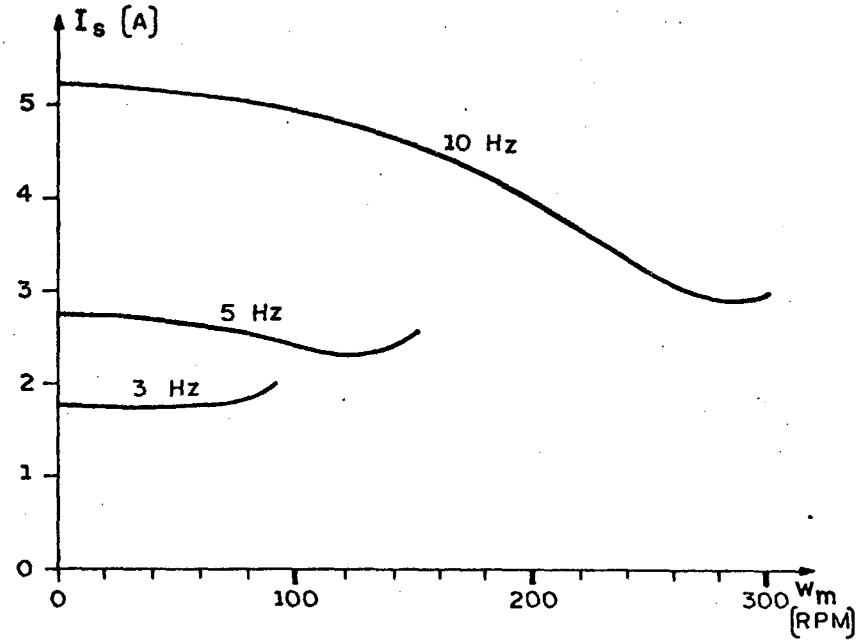


Figura 5.4 - Características corrente total-velocidade para várias freqüências de alimentação. V/f nominal, capacitor nulo.

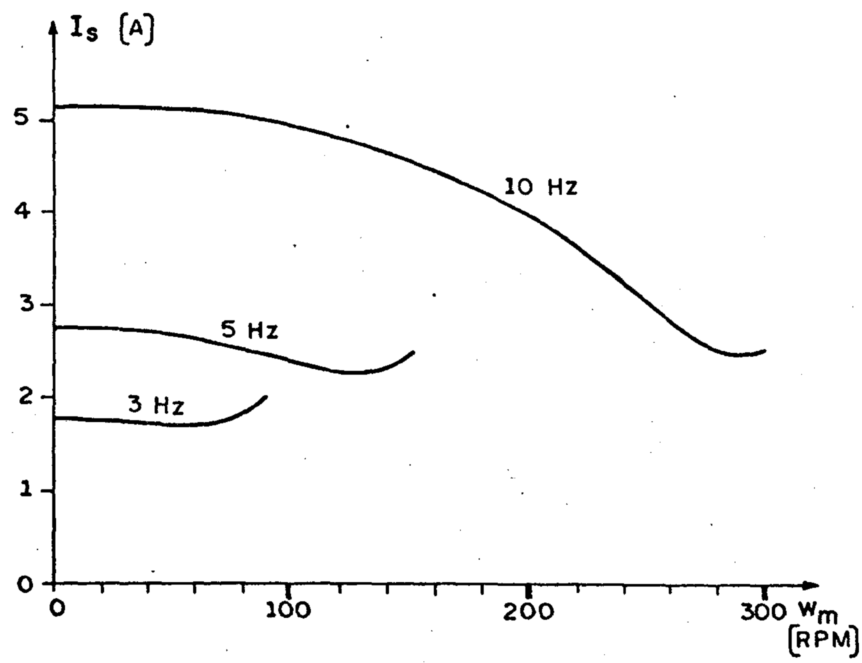


Figura 5.5 - Características corrente total-velocidade para várias freqüências de alimentação. V/f nominal, capacitor de 100 μF.

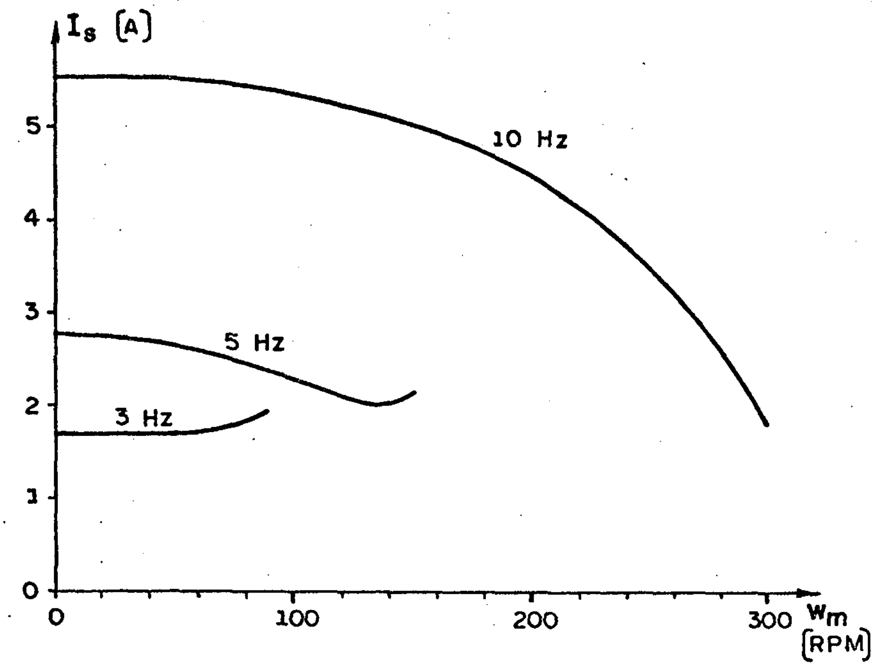


Figura 5.6 - Características corrente total-velocidade, para várias freqüên cias de alimentação. V/f nominal, capacitor de 500 μF.

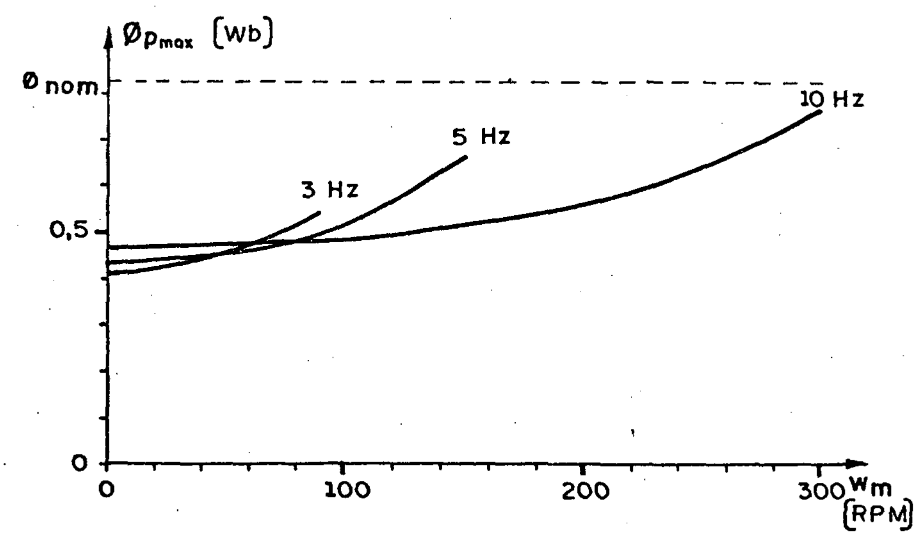


Figura 5.7 - Características fluxo principal-velocidade, para várias freqüên cias de alimentação. V/f nominal, capacitor nulo.

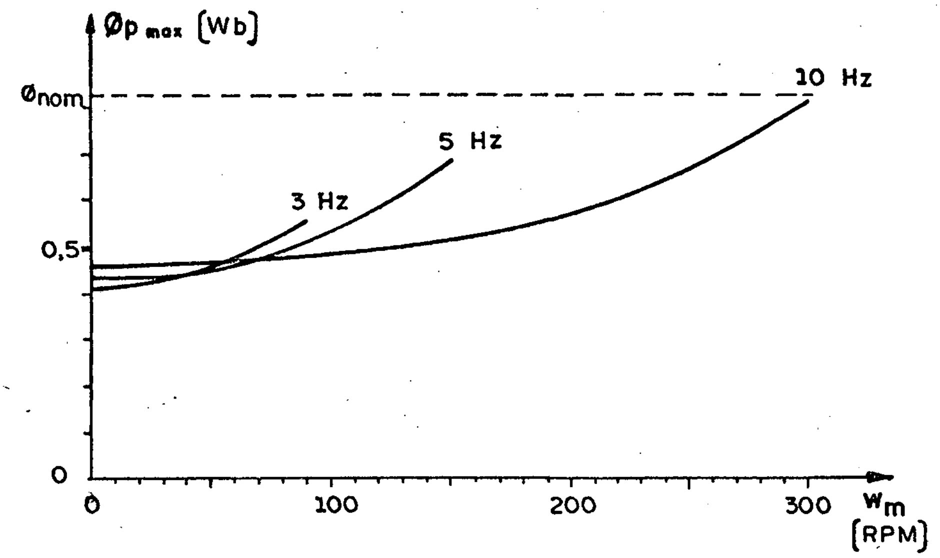


Figura 5.8 - Características fluxo principal-velocidade, para várias freqüências de alimentação. V/f nominal, capacitor de 100 μF.

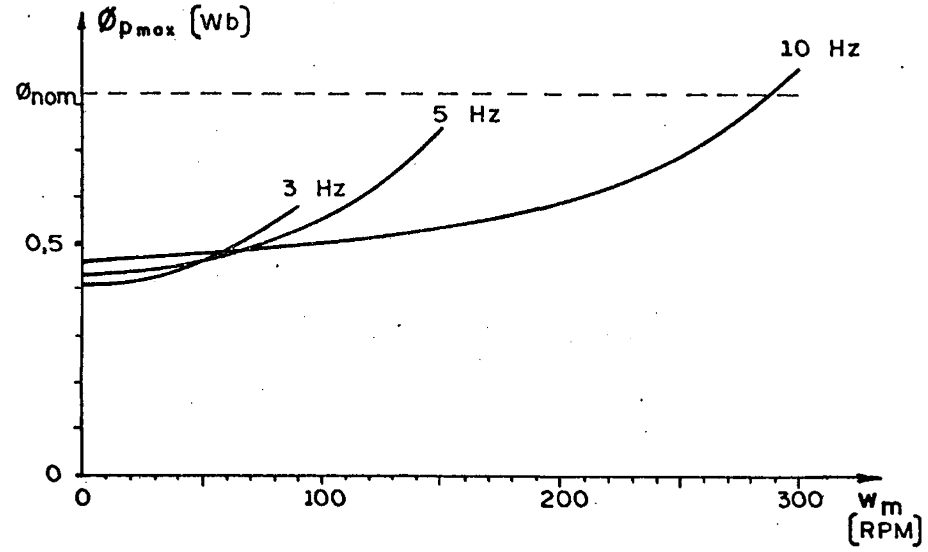


Figura 5.9 - Características fluxo principal-velocidade, para várias freqüências de alimentação. V/f nominal, capacitor 500 μF.

5.3 - Conclusões

Para freqüências abaixo de 10 Hz e capacitores normais, menores do que 500 μF, verifica-se que:

a) o torque máximo da característica, para um dado capacitor, é extremamente sensível à freqüência de alimentação. Quando a freqüência aumenta o torque máximo aumenta.

b) o torque máximo e o torque de partida, aumentam tanto com o aumento do capacitor como com o aumento da freqüência de alimentação.

c) a corrente total do estator, para uma dada freqüência de alimentação, quase não varia com o capacitor, principalmente para maiores freqüências rotóricas e menores freqüências de alimentação.

d) para uma dada freqüência de alimentação, o fluxo é bastante sensível à velocidade, sobretudo em baixas freqüências estatóricas. O fluxo aumenta com a diminuição da carga.

O comportamento do torque para velocidade nula será estudado em maiores detalhes no capítulo 6.

C A P Í T U L O 6

ESTUDO E ANÁLISE DO MOTOR MONOFÁSICO DE INDUÇÃO A CAPACITOR COM VELOCIDADE NULA, ALIMENTAÇÃO SENOIDAL E REGIME PERMANENTE

6.1 - Introdução

O objetivo deste capítulo é obter as expressões que determinam o capacitor ótimo para a partida, como também, as demais grandezas elétricas para esta situação particular.

6.2 - Considerações

Visto que o transitório elétrico é bem mais rápido que o transitório mecânico, o dimensionamento do capacitor de partida é feito, considerando-se o regime permanente.

Os parâmetros do enrolamento principal e do enrolamento auxiliar, na maioria dos motores monofásicos a capacitor, apresentam as seguintes relações:

$$R_a = a^2 R_p \tag{6.1.a}$$

$$X_a = a^2 X_p \tag{6.1.b}$$

$$X_{ma} = a\, X_{mp} \tag{6.1.c}$$

onde, "a" é a relação entre os números de espiras dos enrolamentos auxiliar e principal.

6.3 - Relações para velocidade nula

Para a velocidade mecânica nula, o escorregamento é unitário e portanto, da equação (2.14), tem-se:

$$\vec{V} = \left[R_a + j(X_a - X_c)\right]\vec{I}_a + jX_{ma}\vec{I}_d \qquad (6.2)$$

$$\vec{V} = \left(R_p + jX_p\right)\vec{I}_p + jX_{mp}\vec{I}_q \qquad (6.3)$$

$$0 = jX_{ma}\vec{I}_a + \left(R_r + jX_r\right)\vec{I}_d \qquad (6.4)$$

$$0 = jX_{mp}\vec{I}_p + \left(R_r + jX_r\right)\vec{I}_q \qquad (6.5)$$

Isolando-se $\vec{I}_d$ na equação (6.4) e substituindo na equação (6.1), tem-se:

$$\vec{V} = \left\{\left[R_a + j(X_a - X_c)\right] + \frac{X_{ma}^2}{\left[R_r + JX_r\right]}\right\}\vec{I}_a \qquad (6.6)$$

Isolando-se $\vec{I}_a$ na equação (6.4) e substituindo na equação (6.2), tem-se:

$$\vec{V} = \left\{-\frac{\left[R_a + j(X_a - X_c)\right]\left(R_r + jX_r\right)}{jX_{ma}} + jX_{ma}\right\}\vec{I}_d \qquad (6.7)$$

Analogamente, combinando-se as equações (6.3)e(6.5), tem-se:

$$\vec{V} = \left\{ \left(R_r + jX_p\right) + \frac{X_{mp}^2}{\left(R_r + jX_r\right)} \right\} \vec{I}_p \tag{6.8}$$

$$\vec{V} = \left\{ - \frac{\left(R_p + jX_p\right)\left(R_r + jX_r\right)}{jX_{mp}} + jX_{mp} \right\} \vec{I}_q \tag{6.9}$$

Isolando-se $\vec{I}_a$ na equação (6.6), tem-se:

$$\vec{I}_a = \mathbb{R}_e\{\vec{I}_a\} + j\mathscr{I}_m\{\vec{I}_a\} \tag{6.10}$$

onde:

$$\mathbb{R}_e\{\vec{I}_a\} = \left\{ \frac{R_a\left(R_r^2 + X_r^2\right) + R_r X_{ma}^2}{\left[R_a R_r - \left(X_a - X_c\right) X_r + X_{ma}^2\right]^2 + \left[R_a X_r + R_r\left(X_a - X_c\right)\right]^2} \right\} V$$

$$\mathscr{I}_m\{\vec{I}_a\} = \left\{ \frac{-\left(X_a - X_c\right)\left(R_r^2 + X_r^2\right) + X_r X_{ma}^2}{\left[R_a R_r - \left(X_a - X_c\right) X_r + X_{ma}^2\right]^2 + \left[R_a X_r + R_r\left(X_a - X_c\right)\right]^2} \right\} V$$

Analogamente, isolando-se $\vec{I}_p$ na equação (6.8), $\vec{I}_d$ na equação (6.7) e $\vec{I}_q$ na equação (6.9), tem-se:

$$\vec{I}_p = \mathbb{R}_e\{\vec{I}_p\} + j\mathscr{I}_m\{\vec{I}_p\} \tag{6.11}$$

Onde:

$$\mathbb{R}_e\{\vec{I}_p\} = \left\{ \frac{R_p(R_r^2 + X_r^2) + R_r X_{mp}^2}{(R_pR_r - X_pX_r + X_{mp}^2)^2 + (R_pX_r + R_rX_p)^2} \right\} V$$

$$\mathbb{I}_m\{\vec{I}_p\} = \left\{ \frac{-X_p(R_r^2 + X_r^2) + X_r X_{mp}^2}{(R_pR_r - X_pX_r + X_{mp}^2)^2 + (R_pX_r + R_rX_p)^2} \right\} V$$

$$\vec{I}_d = \mathbb{R}_e\{\vec{I}_d\} + j\mathbb{I}_m\{\vec{I}_d\} \tag{6.12}$$

onde:

$$\mathbb{R}_e\{\vec{I}_d\} = \left\{ \frac{-X_{ma}\left(R_aX_r + R_r(X_a - X_c)\right)}{\left(R_aR_r - (X_a - X_c)X_r + X_{ma}^2\right)^2 + \left(R_aX_r + R_r(X_a - X_c)\right)^2} \right\} V$$

$$\mathbb{I}_m\{\vec{I}_d\} = \left\{ \frac{-X_{ma}\left(X_a - R_r - (X_aX_c)X_r + X_{ma}^2\right)}{\left(R_aR_r - (X_aX_c)X_r + X_{ma}^2\right)^2 + \left(R_aX_r + R_r(X_a - X_c)\right)^2} \right\} V$$

$$\vec{I}_q = \mathbb{R}_e\{\vec{I}_q\} + j\mathbb{I}_m\{\vec{I}_q\} \tag{6.13}$$

onde:

$$\mathbb{R}_e\{\vec{I}_q\} = \left\{ \frac{-X_{mp}(R_pX_r + R_rX_p)}{(R_pR_r - X_pX_r + X_{mp}^2)^2 - (R_pX_r + R_rX_p)^2} \right\} V$$

$$\mathbb{I}_m\{\vec{I}_q\} = \left\{ \frac{-X_{mp}(R_pR_r - X_pX_r + X_{mp}^2)}{(R_pR_r - X_pX_r + X_{mp}^2)^2 - (R_pX_r + R_rX_p)^2} \right\} V$$

A expressão do torque médio (6.14) é obtida substituindo-se as expressões das correntes na expressão (2.40), onde:

$$T_m = n\,\mathbb{R}_e\{M_p I_p I_d^* - M_a I_a I_q^*\} \tag{6.14}$$

mas:

$$\vec{I}_p = \mathbb{R}_e\{\vec{I}_p\} + j\,\mathbb{I}_m\{\vec{I}_p\} \tag{6.15.a}$$

$$\vec{I}_a = \mathbb{R}_e\{\vec{I}_a\} + j\,\mathbb{I}_m\{\vec{I}_a\} \tag{6.15.b}$$

$$\vec{I}_d^* = \mathbb{R}_e\{\vec{I}_d\} - j\,\mathbb{I}_m\{\vec{I}_d\} \tag{6.15.c}$$

$$\vec{I}_q^* = \mathbb{R}_e\{\vec{I}_q\} - j\,\mathbb{I}_m\{\vec{I}_q\} \tag{6.15.d}$$

então:

$$T_m = n\,\mathbb{R}_e\{M_p(\mathbb{R}_e\vec{I}_p\,\mathbb{R}_e\vec{I}_d + \mathbb{I}_m\vec{I}_p\,\mathbb{I}_m\vec{I}_d) + jM_p(\mathbb{R}_e\vec{I}_d\,\mathbb{I}_m\vec{I}_p - \mathbb{R}_e\vec{I}_p\,\mathbb{I}_m\vec{I}_d) - $$
$$-M_a(\mathbb{R}_e\vec{I}_a\,\mathbb{R}_e\vec{I}_q + \mathbb{I}_m\vec{I}_a\,\mathbb{I}_m\vec{I}_q) - jM_a(\mathbb{R}_e\vec{I}_q\,\mathbb{I}_m\vec{I}_a - \mathbb{R}_e\vec{I}\,\mathbb{I}_m\vec{I}_q)\} \tag{6.16.a}$$

$$T_m = n\left[M_p(\mathbb{R}_e\vec{I}_p\,\mathbb{R}_e\vec{I}_d + \mathbb{I}_m\vec{I}_p\,\mathbb{I}_m\vec{I}_d) - M_a(\mathbb{R}_e\vec{I}_a\,\mathbb{R}_e\vec{I}_q + \mathbb{I}_m\vec{I}_a\,\mathbb{I}_m\vec{I}_q)\right] \tag{6.16.b}$$

Substituindo-se as expressões reais e imaginárias das correntes, encontra-se a expressão do torque (6.17), dada por

$$T_m = \frac{-2nM_a R_r X_{mp} V^2}{(R_p R_r - X_p X_r + X_{mp}^2) + (R_p X_r + R_r X_p)^2} \cdot \frac{NT}{DT} \tag{6.17}$$

onde:

$$NT = (R_r^2 + X_r^2)\left(R_p(X_a - X_c) - R_a X_p\right) - R_r\left[X_p X_{ma}^2 - (X_a - X_c) X_{mp}^2\right] +$$

$$+ X_r (X_{mp}^2 R_a - X_{ma}^2 R_p) \tag{6.18}$$

$$DT = \left(R_a R_r - (X_a - X_c) X_r + X_{ma}^2\right)^2 + \left(R_a X_r + R_r (X_a - X_c)\right)^2 \tag{6.19}$$

Considerando-se as relações (6.1.a),(6.1.b) e (6.1.c), a expressão de NT(6.18) é simplificada para (6.21):

$$NT = -\left(R_p (R_r^2 + X_r^2) + R_r X_{mp}^2\right) X_c \tag{6.21}$$

assim, tem-se:

$$T_m = \frac{2n \cdot X_{mp} M_a R_r \left[R_p (R_r^2 + X_r^2) + R_r X_{mp}^2\right] V^2}{(R_p R_r - X_p X_r + X_{mp}^2)^2 + (R_p X_r + R_r X_p)^2} \; \frac{XC}{DT} \tag{6.22}$$

6.4 - Otimização do capacitor de partida

Na equação (6.22), o torque de partida é dado por:

$$T_m = \left\{\frac{2n\, X_{mp} M_a R_r \left[R_p (R_r^2 + X_r^2) + R_r X_{mp}^2\right] V^2}{(R_p R_r - X_p X_r + X_{mp}^2)^2 + (R_p X_r + R_r X_p)^2}\right\} \cdot F(X_c) \tag{6.23}$$

onde:

$$F(X_c) = \frac{X_c}{\left[R_a R_r - (X_a - X_c) X_r + X_{ma}^2\right]^2 + \left[R_a X_r + R_r (X_a - X_c)\right]^2} \qquad (6.24)$$

Para se encontrar o valor de X_c que proporciona o máximo torque de partida, basta derivar a expressão do torque em relação a X_c e igualar este resultado à zero, isto é:

$$\frac{d(T_m)}{dX_c} = 0 \qquad (6.25)$$

Mas, na expressão do torque (6.23), apenas o fator $F(X_c)$ é função de X_c. Assim, a equação (6.25) é substituida pela equação (6.26), dada por:

$$\frac{d\left[F(X_c)\right]}{dX_c} = 0 \qquad (6.26)$$

A expressão (6.26)permite encontrar a reatância que produz o máximo torque (X_{cTmax}).

Para facilitar o desenvolvimento proposto, reescreve-se $F(X_c)$, sendo:

$$F(X_c) = \frac{X_c}{T_1 X_c^2 + T_2 X_c + T_3} \qquad (6.27)$$

onde:

$$T_1 = (R_r^2 + X_r^2)/X_{ma}^2 \qquad (6.28.a)$$

$$T_2 = 2(X_r - X_a T_1) \tag{6.28.b}$$

$$T_3 = (R_a^2 + X_a^2) T_1 + X_{ma}^2 + 2R_a R_r - X_a X_r \tag{6.28.c}$$

Assim, tem-se:

$$\frac{d(FX_c)}{dX_c} = \frac{T_1 X_c + T_2 X_c + T_3 - X_c (2T_1 X_c + T_2 X_c)}{(T_1 X_c^2 + T_2 X_c + T_3)^2} \tag{6.29}$$

Igualando-se $dF(X_c)/dX_c$ a zero, tem-se:

$$X_c = \sqrt{T_3/T_1} \tag{6.30}$$

isto é,

$$X_{c(Tm\acute{a}x)} = \sqrt{R_a^2 + X_a^2 + \frac{X_{ma}^4}{R_r^2 + X_r^2} - 2X_{ma}^2 \left(\frac{X_a X_r - R_a R_r}{R_r^2 + X_r^2} \right)} \tag{6.31}$$

o capacitor é dado por:

$$C_{\acute{o}timo} = \frac{1}{\omega_a X_{cTm\acute{a}x}} \tag{6.32}$$

6.5 - Apresentação das características de partida

As curvas a seguir são obtidas através das expressões definidas neste capítulo e auxílio do programa computacional do apêndice C-1. O motor simulado é apresentado no item (3.2).

Nas abscissas estão cotadas as freqüências de alimentação (f_a) em Hz. No mesmo gráfico são superpostas as seguintes curvas:

- capacitor ótimo
- torque para capacitor ótimo com a relação tensão-freqüência constante.

Com o objetivo de se obter melhor escalonamento, são apresentados gráficos independente para as freqüências de:

2,5 a 10 Hz (Figura 6.1)
10 a 60 Hz (Figura 6.2)

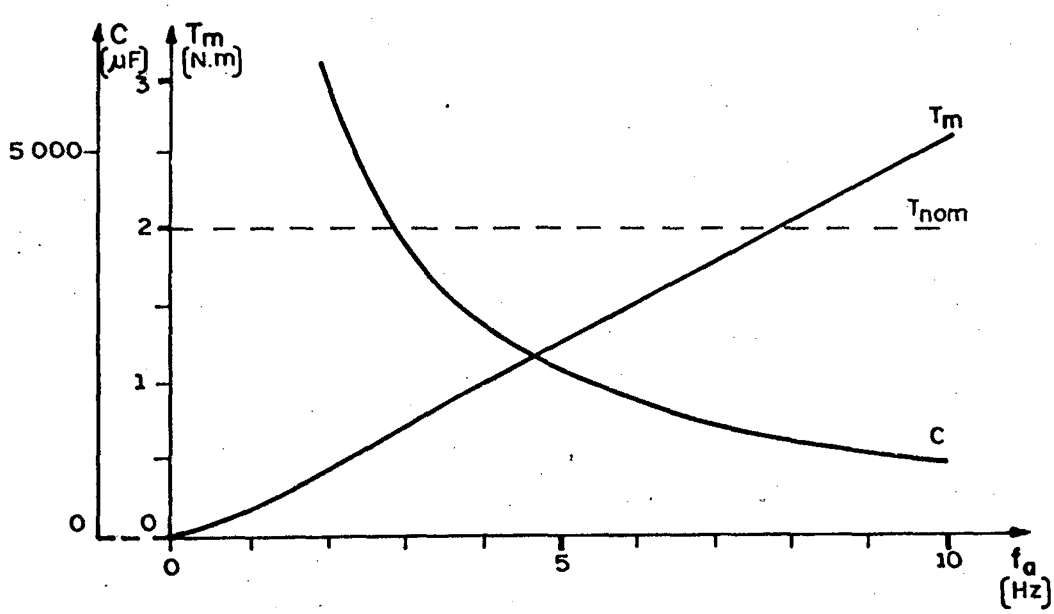


Figura 6.1 - Características de capacitor ótimo e torque em função da freqüência de alimentação. Relação V/f nominal.

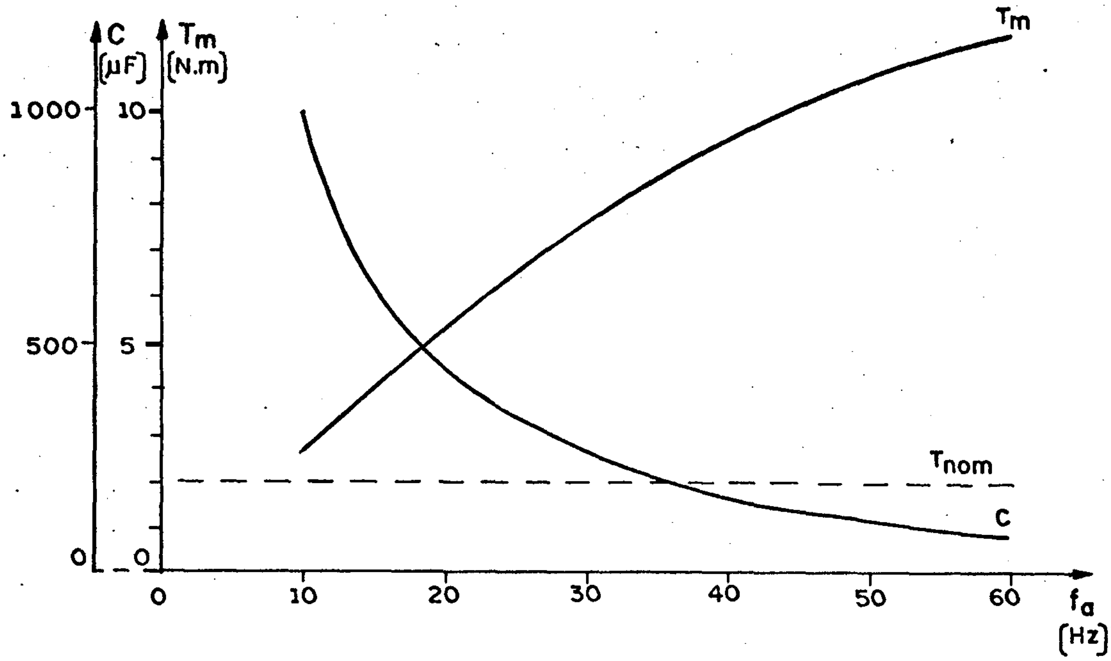


Figura 6.2 - Caracteristicas de capacitor ótimo e torque em função da freqüência de alimentação. Relação V/f nominal.

6.6 - Conclusões

O capacitor ótimo diminue, quase que inversamente proporcional, com o aumento da freqüência de alimentação.

O torque para capacitor ótimo aumenta com a freqüência de alimentação.

Para baixas freqüências, o capacitor ótimo é muito elevado.

CAPÍTULO 7

ESTUDO DA LEI TENSÃO-FREQÜÊNCIA DE ALIMENTAÇÃO

7.1 - Introdução

Este capítulo estuda a lei tensão-freqüência de alimentação que mantem o fluxo do enrolamento principal constante. É considerado o regime permanente senoidal.

Mantendo-se o fluxo constante há um melhor aproveitamento da máquina. Assim, evita-se a saturação e obtem-se maiores torques do motor.

7.2 - Considerações sobre fluxo e freqüência do rotor

Na região linear da curva de saturação, a tensão necessária para manter o fluxo constante depende da freqüência de alimentação, velocidade do eixo e do capacitor. Esta conclusão é vista no item (2.8) do capítulo 2, expressão (2.41).

No estabelecimento das curvas tensão-freqüência que mantêm o fluxo constante é interessante, para melhor interpretação, substituir o parâmetro "velocidade do eixo (ω_m)" pela "freqüência do rotor (f_r)". A relação entre estas grandezas é dada pela equação (7.1), onde:

$$f_r = f_a - \omega_m \frac{N_{pp}}{60} \qquad (7.1)$$

sendo:

f_r e f_a - freqüências do rotor e da alimentação do estator em Hz

ω_m e N_{pp} - velocidade do eixo em RPM e número de par de polos do motor.

7.3 - Processo de comparação do fluxo

O programa apresentado no apêndice C-1 inicia o cálculo do fluxo através da relação tensão-freqüência nominal. Primeiramente, o valor do fluxo calculado é comparado com um valor pré-estabelecido (0,82 Wb) e se não for igual, a tensão é corrigida e o cálculo se faz novamente. O processo é repetido até que, na comparação, o valor do fluxo calculado seja igual ao valor pré-determinado.

7.4 - Apresentação das curvas: lei tensão-freqüência e torque para fluxo constante e fluxo para relação tensão-freqüência constante.

As curvas apresentadas nas figuras 7.1,7.2,7.3,7.4 e 7.5 são obtidas através das expressões estabelecidas no capítulo 2 e emprego do programa computacional apresentado no apêndice C-1.

Em cada gráfico, são superpostas curvas para diver sas freqüências rotóricas, variando-se a freqüência de alimentação.

O fluxo máximo do enrolamento principal é mantido constante (0,82 Wb), exceto para as curvas de fluxo, apresentadas nas figuras 7.4 e 7.5. Para estas curvas de fluxo, a relação tensão-freqüência é mantida constante e nominal.

São adotados valores de capacitor variando de zero a quinhentos micro-Farad.

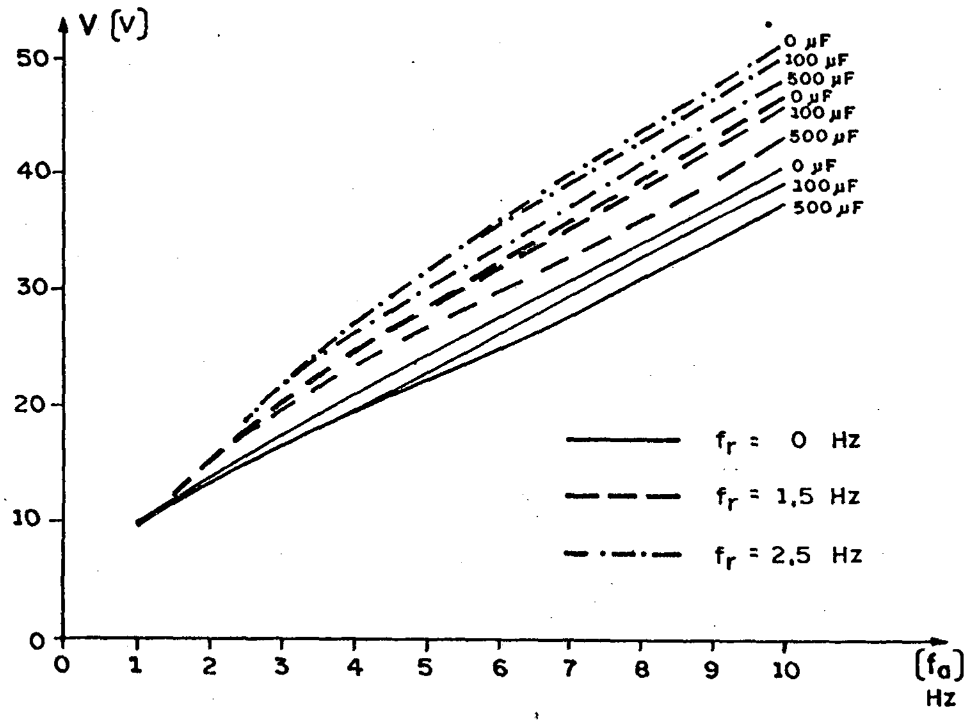


Figura 7.1 - Lei Tensão-Freqüência, para vários capacitores e freqüências rotóricas. Fluxo constante (0,82 Wb).

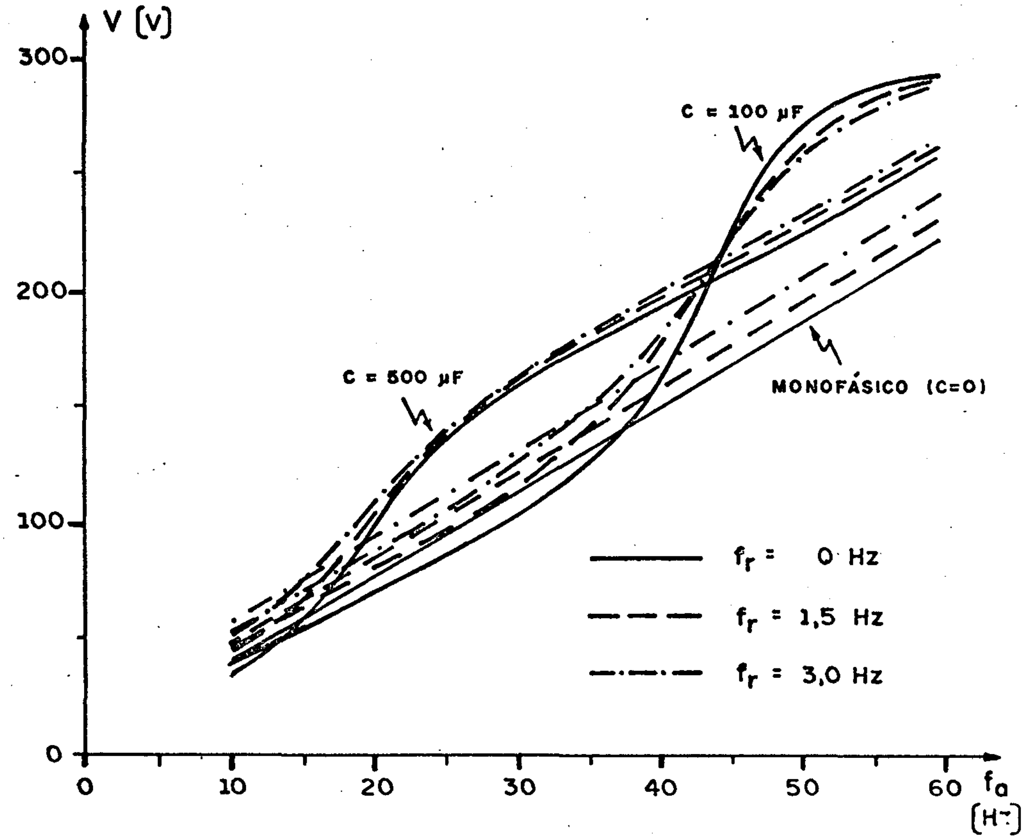


Figura 7.2 - Lei Tensão-Freqüência, para vários capacitores e freqüências rotóricas. Fluxo constante (0,82 Wb).

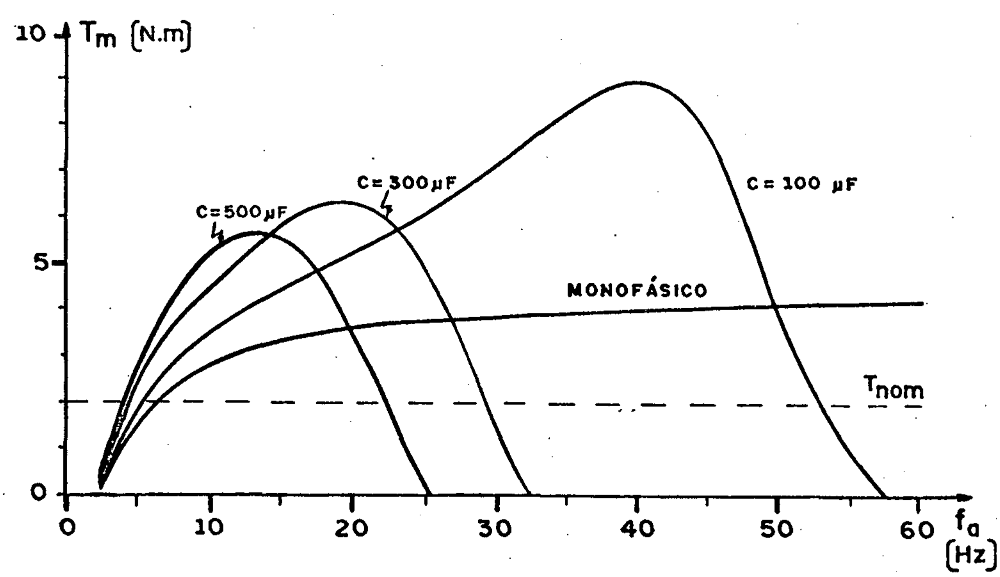


Figura 7.3 - Características torque-freqüência para vários capacitores. Freqüência rotórica (2,5 Hz) e fluxo (0,82 Wb) constantes.

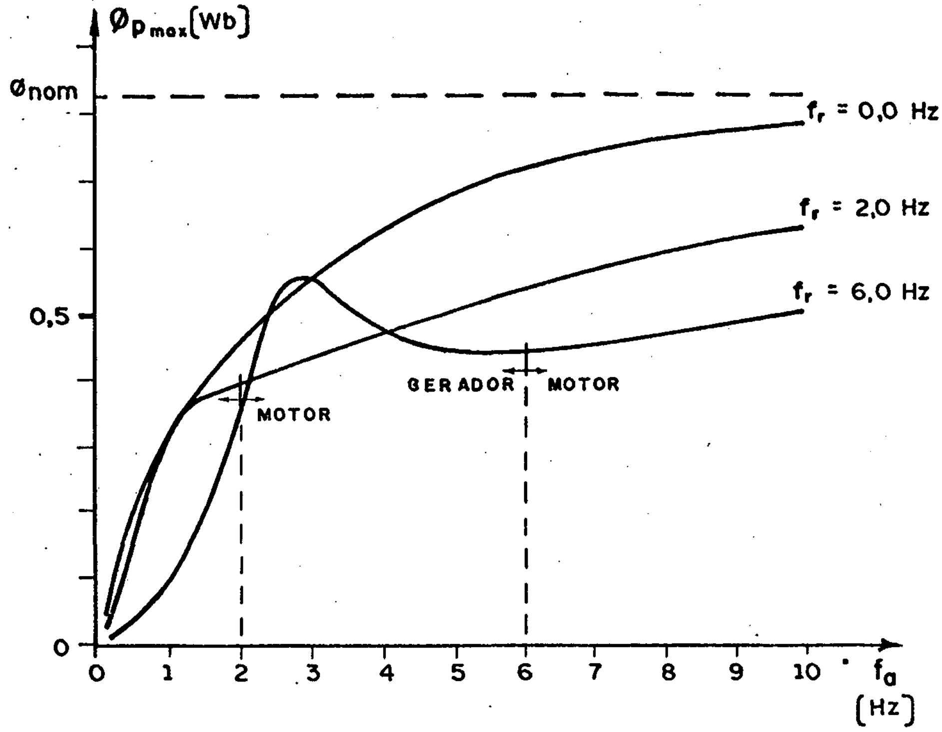


Figura 7.4 - Característica fluxo principal - freqüência, para várias freqüências rotóricas. Relação V/f nominal, capacitor nulo.

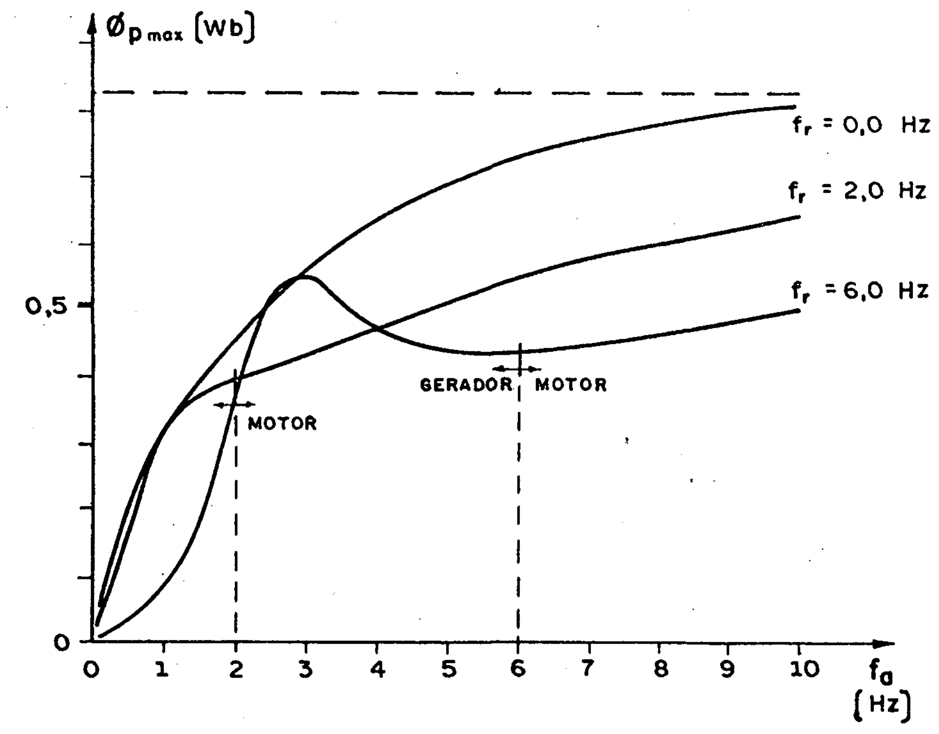


Figura 7.5 - Característica fluxo principal - freqüência, para várias freqüências rotóricas. Relação V/f nominal, capacitor de 100μF.

7.5 - Conclusões

Na partida, isto é $f_r = f_a$, o capacitor não influencia na lei tensão-freqüência. Neste caso, é válida a lei estabelecida pelo motor monofásico.

Mantendo-se a freqüência rotórica e o fluxo constantes e variando-se a freqüência de alimentação, conclui-se que:

a) para pequenas freqüências de alimentação, a relação tensão-freqüência do motor monofásico não é totalmente linear, sendo que, para freqüências de alimentação bem maiores que a freqüência rotórica, a linearidade se verifica.

b) para a freqüência de alimentação pouco maior do que a freqüência rotórica, o efeito do capacitor é de diminuir a tensão que mantem o fluxo constante.

c) a partir de uma determinada freqüência de alimentação, cujo valor dependerá do capacitor, o efeito do capacitor é de aumentar a tensão que mantem o fluxo constante.

d) o torque para o motor monofásico permanece quase constante, quando a freqüência de alimentação é pouco superior à freqüência rotórica. O efeito do capacitor é aumentar o torque para freqüências de alimentação menores e diminuí-lo, para freqüências de alimentação maiores.

Mantendo-se a freqüência rotórica e a relação tensão-freqüência constantes e variando-se a freqüência de alimentação, conclui-se que:

a) sem carga, o fluxo aumenta com a freqüência de alimentação, tendendo ao valor nominal para freqüências maiores.

b) o fluxo diminui com o aumento da carga, ou seja, com o aumento da freqüência rotórica.

CAPÍTULO 8

COMPORTAMENTO DO MOTOR A CAPACITOR EM REGIME PERMANENTE, ALIMENTAÇÃO RETANGULAR, FREQÜÊNCIA VARIÁVEL

8.1 - Introdução

Neste capítulo são estabelecidas as equações de estado para o motor de indução monofásico a capacitor.

A partir destas equações de estado, o programa computacional apresentado no apêndice C-2 permite simular o motor a capacitor em regime permanente, alimentado com tensão retangular ou senoidal.

São apresentados alguns resultados da simulação retangular do motor descrito no item (3.2), proporcionando uma avaliação do comportamento do motor para esta situação.

8.2 - Obtenção do modelo de estado do motor de indução monofásico a capacitor.

O modelo de estado é obtido estabelecendo-se as equações das correntes em forma de variáveis de estado. Partindo-se da equação (2.10), tem-se:

$$v = R_a i_a + L_a p i_a + (1/C) p\, i_a + M_a\, p I_a \qquad (8.1.a)$$

$$v = R_p i_p + L_p p i_p + M_p p i_q \qquad (8.1.b)$$

$$0 = M_a p i_a + n\omega_m M_p i_p + R_r i_d + L_r p I_d + n\,\omega_m L_r I_q \tag{8.1.c}$$

$$0 = -n\omega_m M_a i_a + M_p p i_p - n\,\omega_m L_r i_d + R_r i_q + L_r p I_q \tag{8.1.d}$$

mas:

$$(1/C)p^{-1} i_a = (1/C)\int i_a dt = v_c \tag{8.2}$$

onde:

v_c - tensão no capacitor.

Isolando-se $p I_d$ na equação (8.1.a), obtem-se a expressão (8.3)

$$p I_d = \frac{v}{M_a} - \frac{R_a}{M_a} i_a - \frac{L_a}{M_a} p i_a - \frac{v_c}{M_a} \tag{8.3}$$

Substituindo-se a expressão (8.3) na expressão (8.1.c) e isolando-se pI_a, tem-se a expressão (8.4)

$$p i_a = -\frac{R_a L_r}{\sigma_a} i_a + \frac{n\,\omega_m M_p M_a}{\sigma_a} i_p + \frac{M_a R_r}{\sigma_a} i_d + \frac{n\,\omega_m M_a L_r}{\sigma_a} i_q - \frac{L_r}{\sigma_a} v \tag{8.4}$$

onde:

$$\sigma_a = L_r L_a - M_a^2 \tag{8.5}$$

Isolando-se $p i_q$ na equação (8.1.b), obtem-se a ex pressão (8.6)

$$p\,i_q = \frac{v}{M_p} - \frac{R_p}{M_p}\, i_p - \frac{L_p}{M_p}\, p i_p \tag{8.6}$$

Substituindo-se a expressão (8.6) na equação (8.1.d) e isolando-se pI_d, tem-se a expressão (8.7)

$$p\,i_p = -\frac{n\,\omega_m M_a M_p}{\sigma_p}\, i_a - \frac{R_p L_r}{\sigma_p}\, i_p - \frac{n\,\omega_m M_p L_r}{\sigma_p}\, i_d + \frac{M_p R_r}{\sigma_p}\, i_q + \frac{L_r}{\sigma_p}\, v \tag{8.7}$$

onde:

$$\sigma_p = L_r L_p - M_p^2$$

Substituindo-se a expressão (8.4) na expressão (8.3), obtem-se a expressão (8.8)

$$p\,i_d = \frac{M_a R_a}{\sigma_a}\, i_a - \frac{n\,\omega_m M_p L_a}{\sigma_a}\, i_p - \frac{L_a R_r}{\sigma_a}\, i_d - \frac{n\,\omega_m L_a L_r}{\sigma_a}\, i_q + \frac{M_a}{\sigma_a}\, v_c - \frac{M_a}{\sigma_a}\, v \tag{8.8}$$

Substituindo-se a expressão (8.7) na expressão (8.6), obtem-se a expressão (8.9)

$$p\,i_q = \frac{n\,\omega_m M_a L_p}{\sigma_p}\, i_a + \frac{R_p M_p}{\sigma_p}\, i_p + \frac{n\,\omega_m L_p L_r}{\sigma_p}\, i_d - \frac{L_p R_r}{\sigma_p}\, i_q - \frac{M_p}{\sigma_p}\, v \tag{8.9}$$

As expressões (8.4), (8.7), (8.8) e (8.9) formam o modelo de estado do motor, representado matricialmente pela expressão (8.10)

$$p\left[X\right] = \left[A\right]\left[X\right] + \left[B\right]\left[U\right] \tag{8.10}$$

onde,

$$\left[X\right] = \left[\, i_a \quad i_p \quad i_d \quad i_q \quad i_c \,\right]^t \tag{8.11}$$

$$\left[U\right] = v \tag{8.12}$$

$$\left[A\right] = \begin{bmatrix} \dfrac{R_a L_r}{\sigma_a} & \dfrac{n\omega_m M_p M_a}{\sigma_a} & \dfrac{M_a R_r}{\sigma_a} & \dfrac{n\,\omega_m L_r M_a}{\sigma_a} & \dfrac{-L_r}{\sigma_a} \\[2ex] \dfrac{-n\omega_m M_a M_p}{\sigma_p} & \dfrac{-R_p L_r}{\sigma_p} & \dfrac{-n\,\omega_m M_p L_r}{\sigma_p} & \dfrac{M_p R_r}{\sigma_p} & 0 \\[2ex] \dfrac{M_a R_a}{\sigma_a} & \dfrac{-n\omega_m M_p L_a}{\sigma_a} & \dfrac{-L_a R_r}{\sigma_a} & \dfrac{-n\omega_m L_a L_r}{\sigma_a} & \dfrac{M_a}{\sigma_a} \\[2ex] \dfrac{n\omega_m M_a L_p}{\sigma_p} & \dfrac{R_p M_p}{\sigma_p} & \dfrac{n\,\omega_m L_r L_p}{\sigma_p} & \dfrac{-L_r R_r}{\sigma_p} & 0 \\[2ex] \dfrac{1}{C} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{8.13}$$

$$\left[B\right] = \left[\, \frac{L_r}{\sigma_a} \quad \frac{L_r}{\sigma_p} \quad \frac{-M_a}{\sigma_a} \quad \frac{-M_p}{\sigma_p} \quad 0 \,\right]^t \tag{8.14}$$

A equação (8.10) estabelece o modelo de estado para o motor de indução a capacitor.

Este modelo abrange todas as condições de funcionamento, desde o regime permanente com alimentação senoidal até o regime transitório, sob qualquer tipo de alimentação.

8.3 - Apresentação dos resultados obtidos na simulação com alimentação retangular.

Para as curvas apresentadas nas figuras 8.1 até 8.6 verificam-se as seguintes considerações:

a) a freqüência do rotor é mantida constante e igual a 2,5 Hz

b) a amplitude da onda retangular é tal que a sua fundamental da série de Fourier coincida com a senoidal dada pela lei tensão-freqüência, estabelecida no capítulo 4 (figura 4.). Isto é:

$$V_{máx} = (4/\pi)E \tag{8.15}$$

assim,

$$E = \frac{\pi\sqrt{2}}{4} V_{ef} \tag{8.16}$$

onde,

$V_{máx}$, V'_{ef} - tensões máxima e eficaz das senoidais equivalentes

E - amplitude da onda retangular

c) são adotadas as freqüências de alimentação de 2,5Hz, 5Hz e 10 Hz.

d) no mesmo gráfico são superpostas curvas para os capacitores de 100 μF e 500 μF.

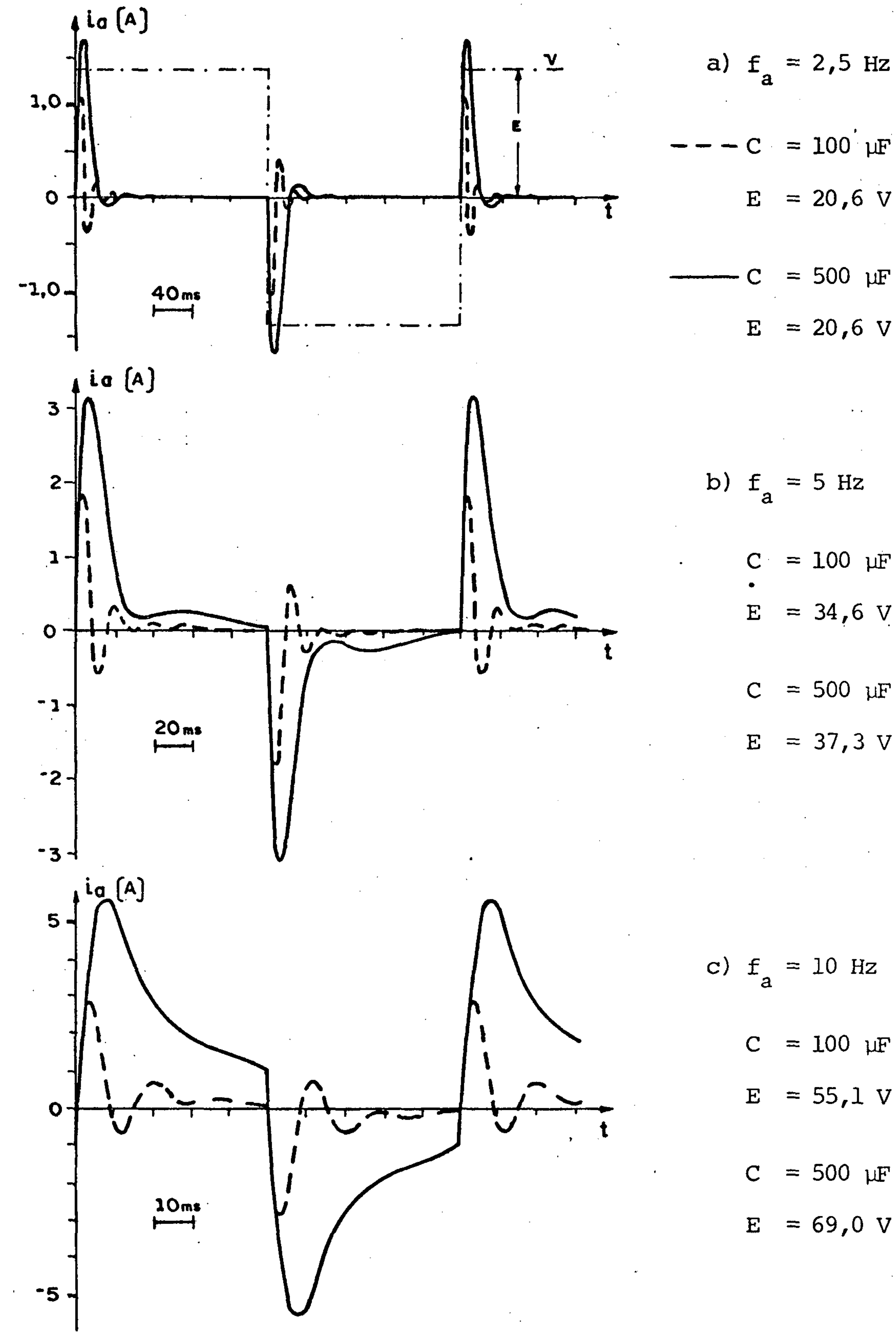
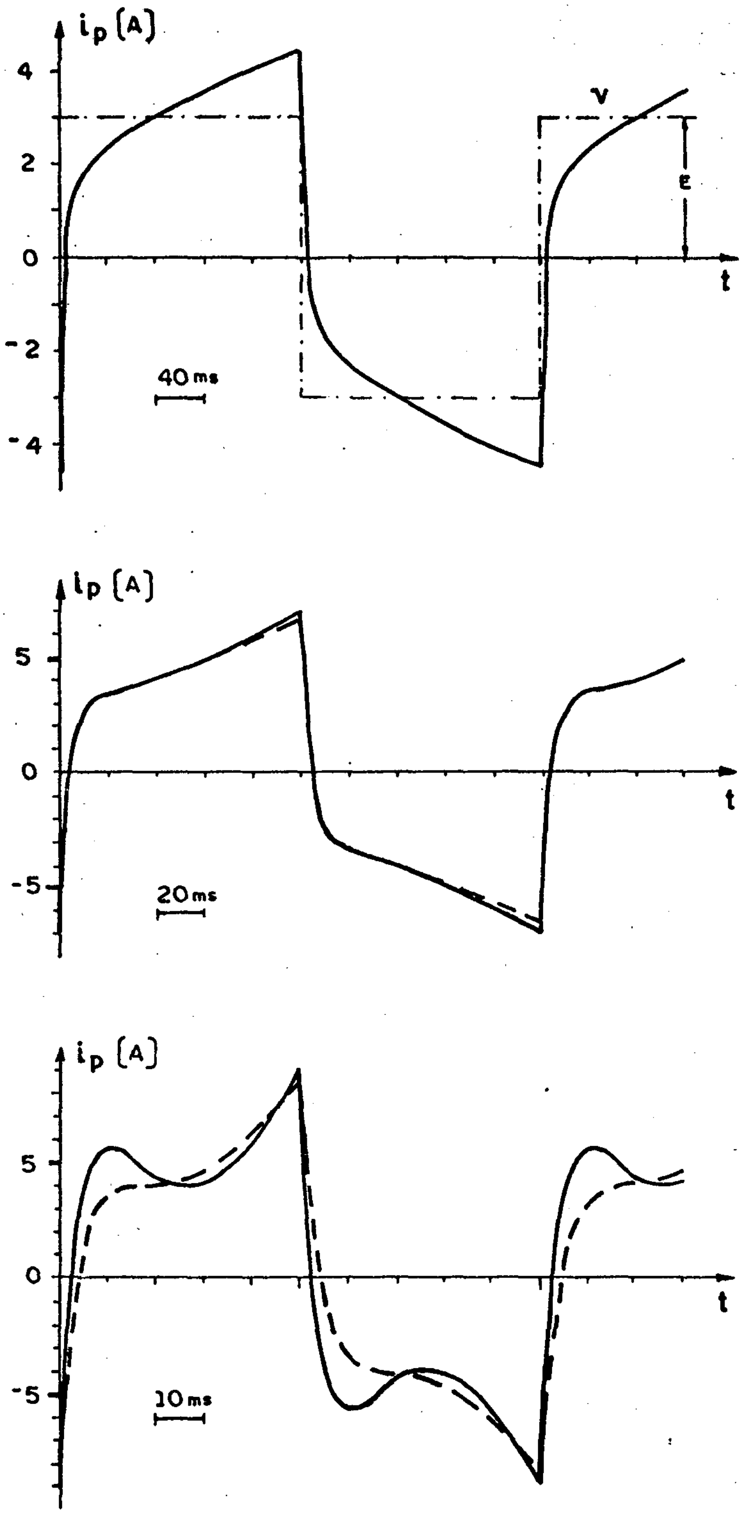


Figura 8.1 - Corrente auxiliar para várias freqüências de alimentação (retangular). Freqüência rotórica de 2,5 Hz.



a) f_a = 2,5 Hz

– – – C = 100 μF

E = 20,6 V

——— C = 500 μF

E = 20,6 V

b) f_a = 5 Hz

C = 100 μF

E = 34,6 V

C = 500 μF

E = 37,3 V

c) f_a = 10 Hz

C = 100 μF

E = 55,1 V

C = 500 μF

E = 69,0 V

Figura 8.2 - Corrente principal para várias freqüências de alimentação (retangular). Freqüência rotórica de 2,5 Hz.

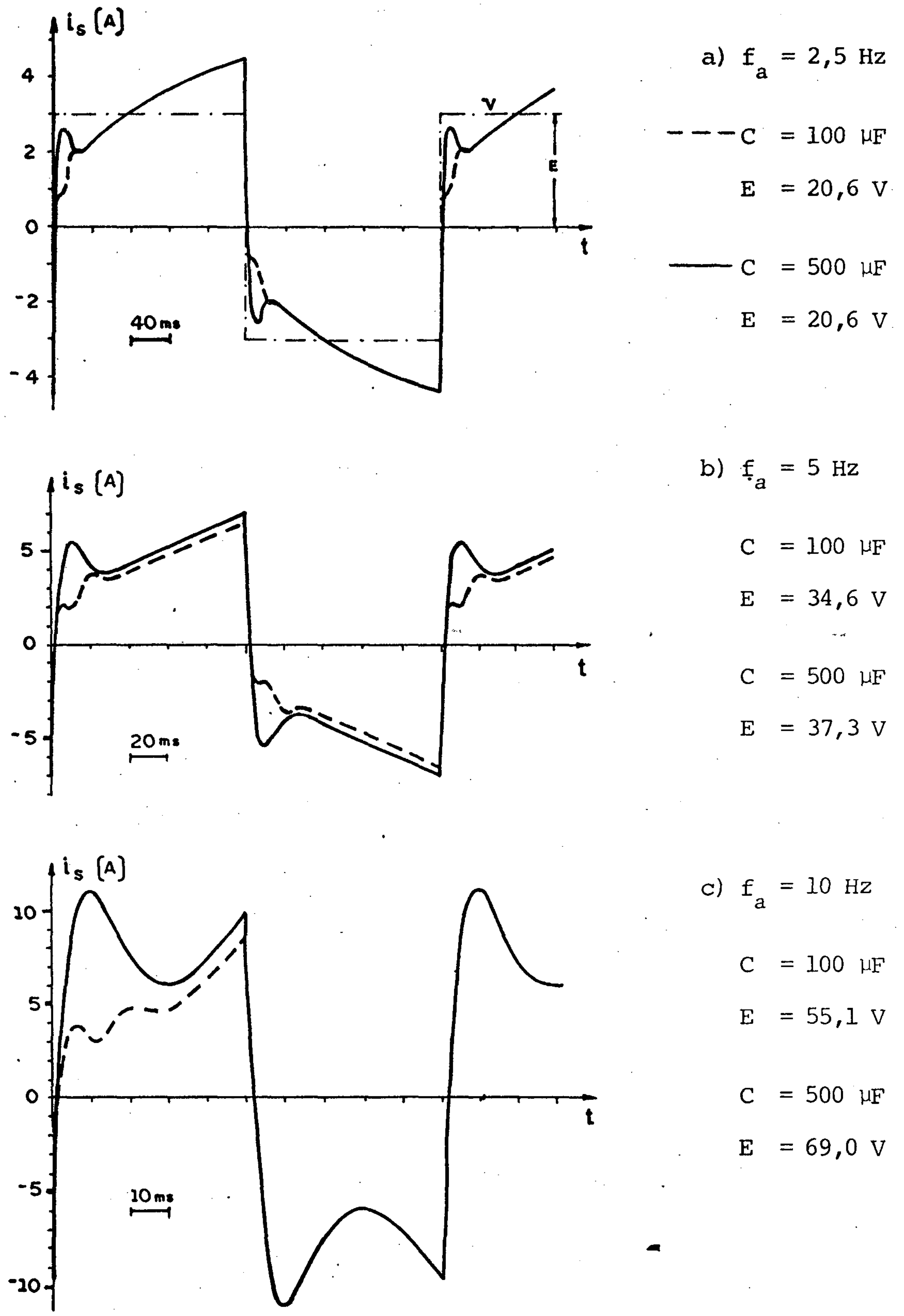


Figura 8.3 - Corrente total para várias freqüências de alimentação (retangular). Freqüência rotórica de 2,5 Hz.

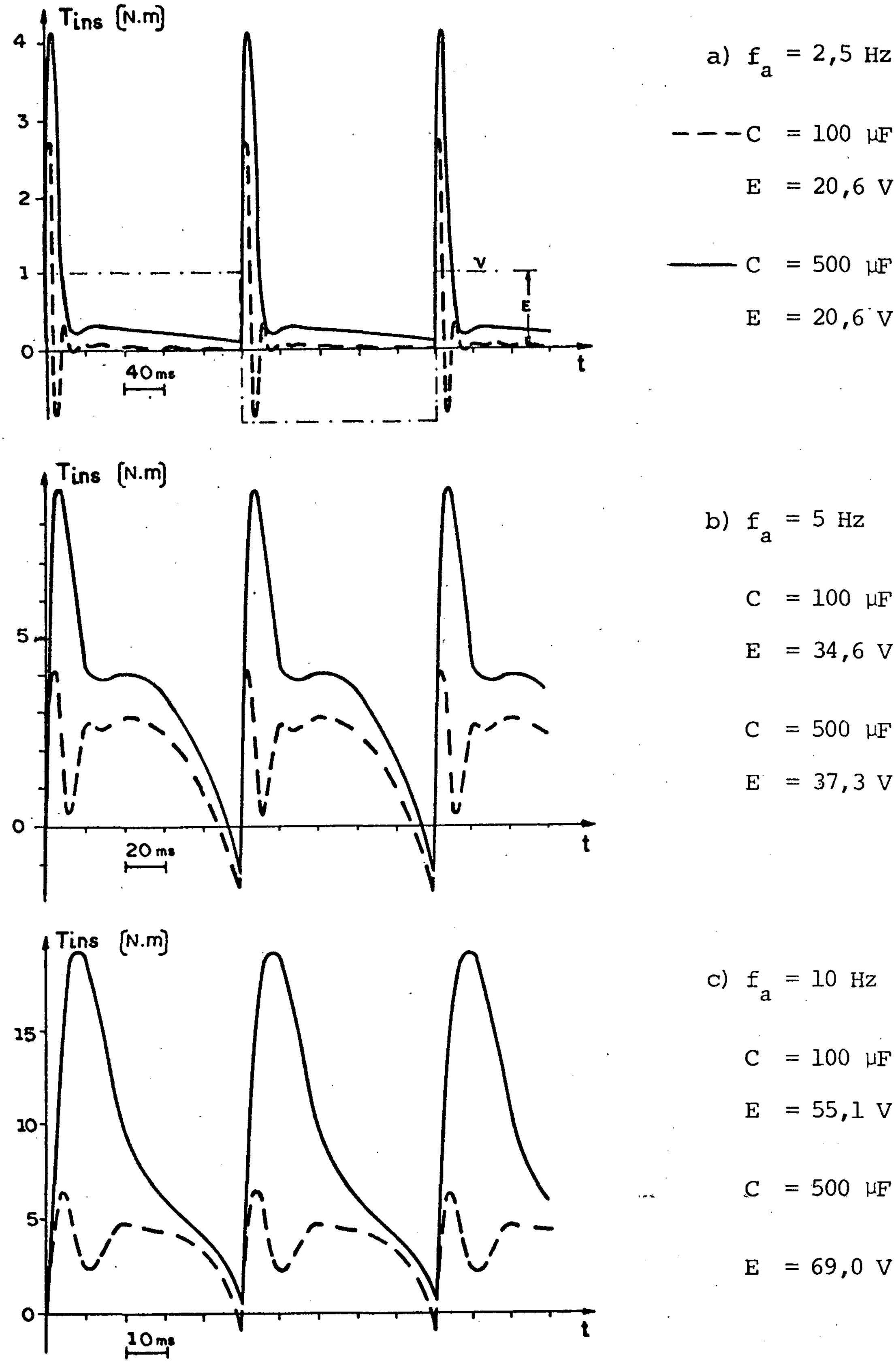
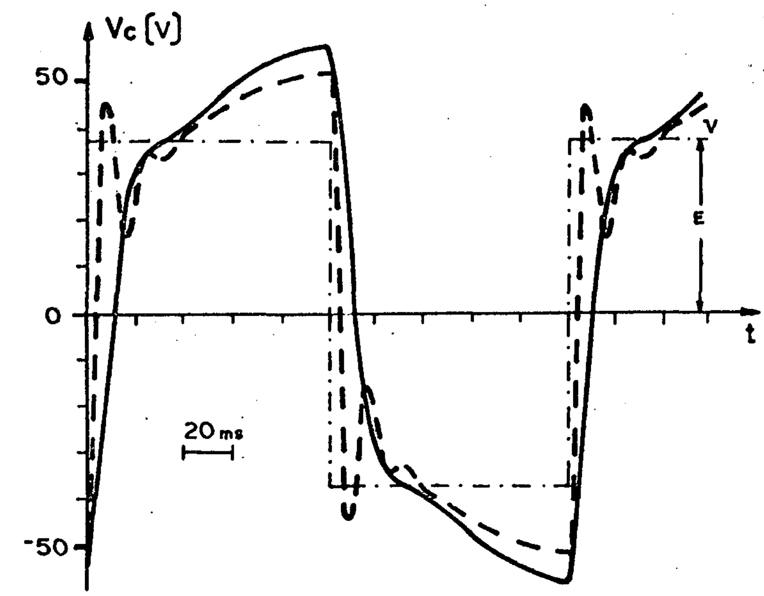


Figura 8.4 - Torque do motor para várias freqüências de alimentação (retangular). Freqüência rotórica de 2,5 Hz.



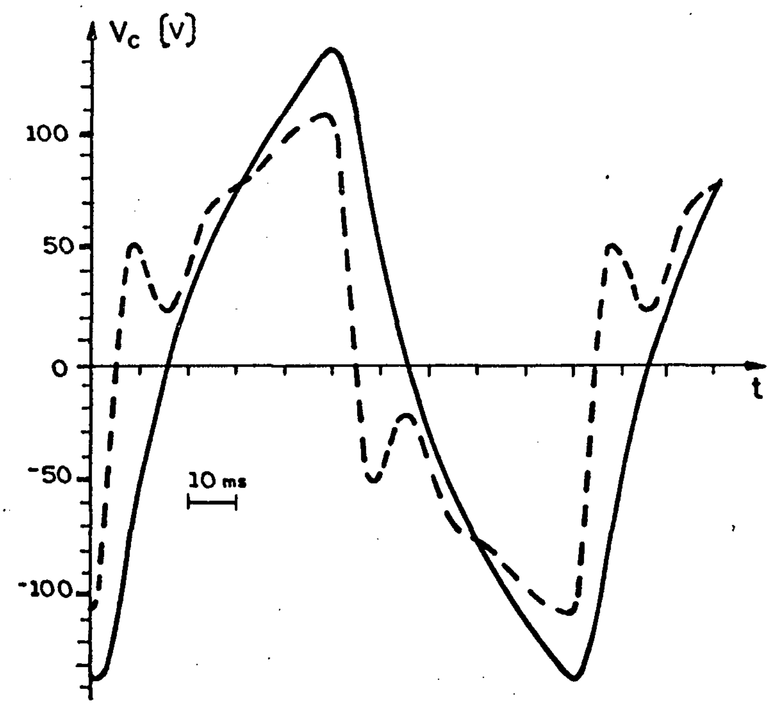
a) f_a = 5 Hz

- - - C = 100 μF

E = 34,6 V

——— C = 500 μF

E = 37,3 V



b) f_a = 10 Hz

C = 100 μF

E = 55,1 V

C = 500 μF

E = 69,0 V

Figura 8.5 - Tensão do capacitor para várias freqüências de alimentação (retangular). Freqüência rotórica de 2,5 Hz.

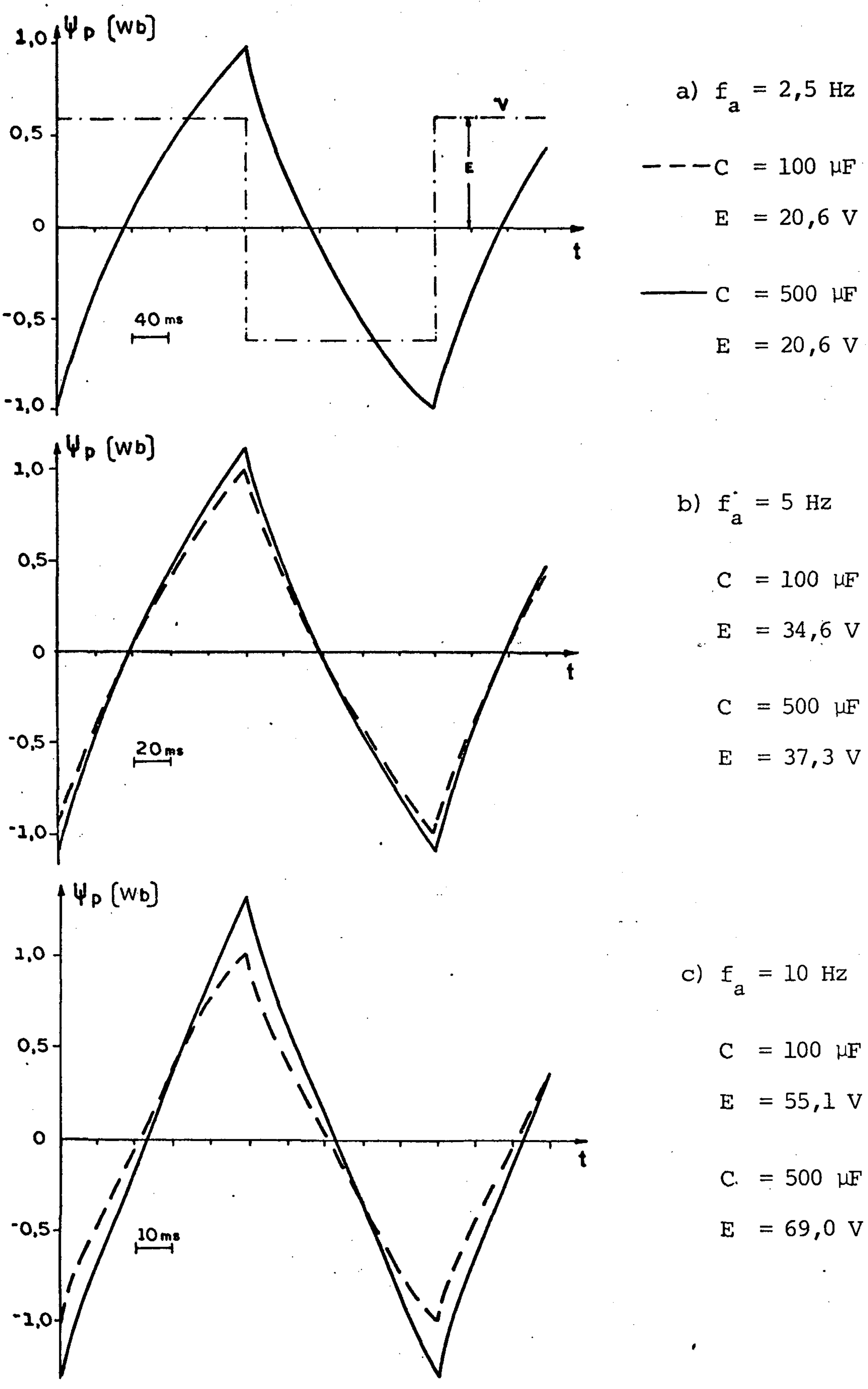


Figura 8.6 - Fluxo principal para várias freqüências de alimentação (retangular). Freqüência rotórica de 2,5 Hz.

8.4 - Conclusões

Para freqüências abaixo de 10Hz, capacitores menores do que 500 μF e alimentação retangular, verifica-se que:

a) o aumento da capacitância proporciona um aumento das correntes, fluxos e torques. Também se verifica uma "filtragem" destas grandezas, como efeito do capacitor.

b) estes efeitos do capacitor aumentam com a freqüência de alimentação.

c) o torque do motor é relativamente baixo, o que poderá estabelecer freqüências mínimas para a partida.

d) os valores de pico das ondas de fluxo atingiram níveis maiores que o nominal (0,82 Wb). Assim, para se evitar uma possível saturação, deve-se reavaliar as considerações do item 8.3.b, aplicadas à alimentação retangular.

Os problemas, tais como: compromisso entre o valor do capacitor e o torque de partida, relação tensão-freqüência adequada, níveis de correntes atingidos e outros, poderão ser resolvidos com a utilização do modelo e programa propostos neste trabalho.

CAPÍTULO 9

ESTUDO EXPERIMENTAL, COMPROVAÇÃO DA VALIDADE DO MODELO, ANÁLISE QUANTITATIVA DA PARTIDA

9.1 - Introdução

O objetivo deste capítulo é comprovar a validade dos modelos e programas propostos.

São feitas várias comparações entre: medidas experimentais realizadas em laboratório e resultados obtidos na simulação computacional.

Também é apresentada uma análise quantitativa da partida, como exemplo de aplicação deste estudo.

9.2 - Motor estudado

O motor utilizado nas experiências em laboratório apresenta os seguintes dados de placa:

Potência = 0,5 c.v

Tensão de Alimentação = 110 volts

Corrente Nominal = 9 ampéres

Freqüência de Alimentação = 60 Hz

Classe de Isolação = A

Velocidade Nominal = 1725 RPM

Fator de Serviço = 1,25

Categoria = N

Foram calculados:

Torque Nominal de Placa = 2,03 Nm

Freqüência rotórica Nominal = 2,5 Hz

O procedimento para obtenção dos parâmetros deste motor é descrito no Apêndice A, como exemplo de aplicação do método. Assim, transporta-se apenas os valores finais dos parâmetros cíclicos, que são:

$R_a = 0,8$

$R_p = 3,2$

$R_r = 1,22$

$L_a = 147,1$ mH

$L_p = 78,4$ mH

$M_r = 103,2$ mH

$M_p = 75,3$ mH

$a = 1,37$ (relação de espiras NA/NP)

9.3 - Resultados experimentais

Os resultados a seguir foram obtidos a partir do diagrama de ligação representado na figura 9.1.

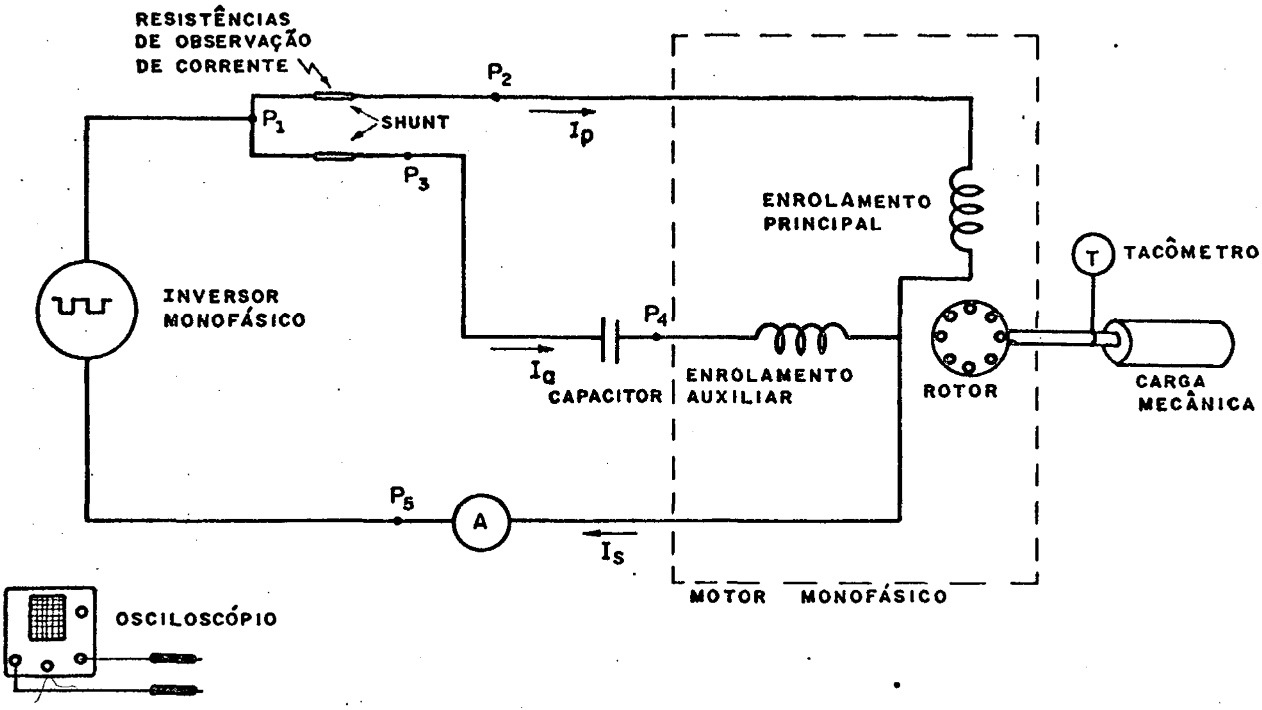


Figura 9.1 - Esquema de ligação para ensaios experimentais.

Permutando-se as ponteiras do osciloscópio, nos diversos pontos assinalados na figura 9.1, observou-se as curvas de:

tensão de alimentação	$(P_1 - P_5)$
tensão do capacitor	$(P_3 - P_4)$
corrente do enrolamento auxiliar	$(P_1 - P_3)$
corrente do enrolamento principal	$(P_1 - P_2)$

Foram fotografadas tres situações distintas de operação do motor a capacitor, alimentado com tensão retangular. Estes resultados estão apresentados nas figuras 9.2, 9.3, 9.4 e 9.5.

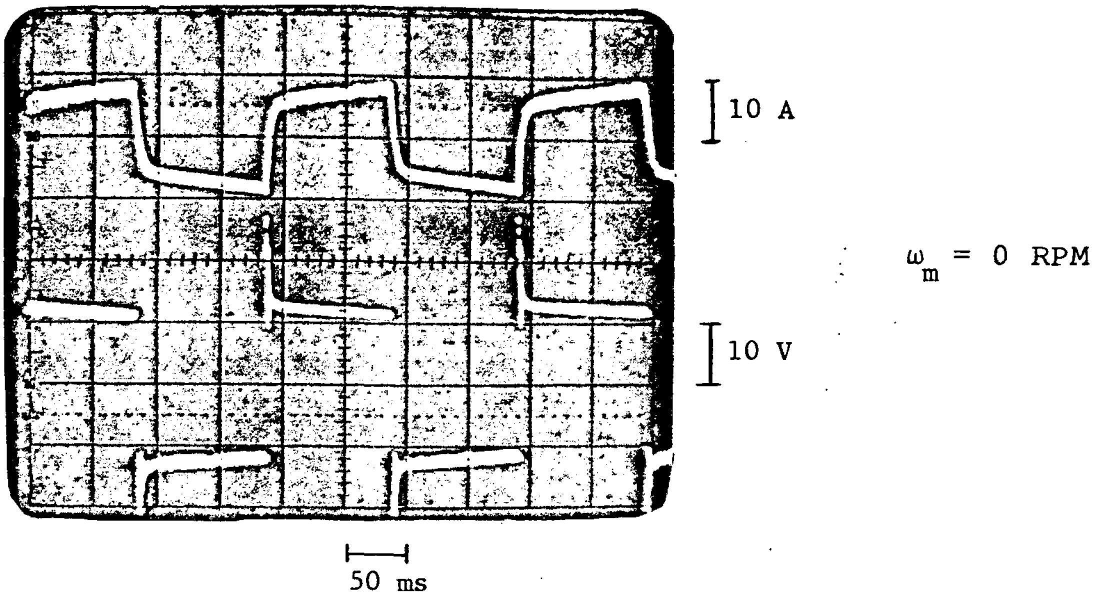


Figura 9.2 - Fotografia da corrente principal e tensão de alimentação.

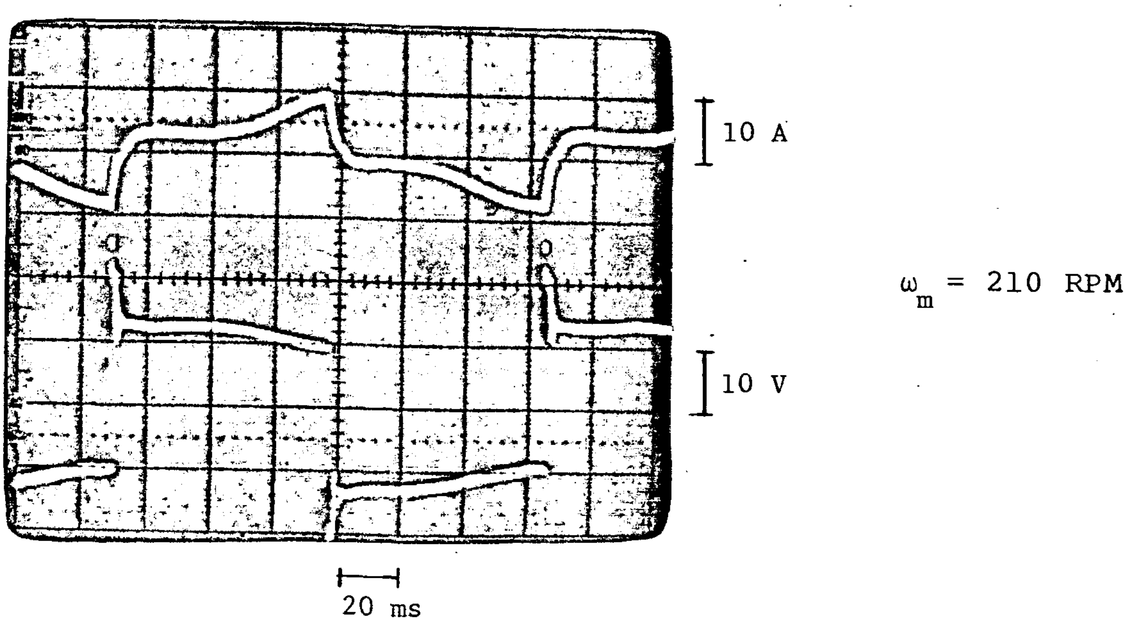


Figura 9.3 - Fotografia da corrente principal e tensão de alimentação.

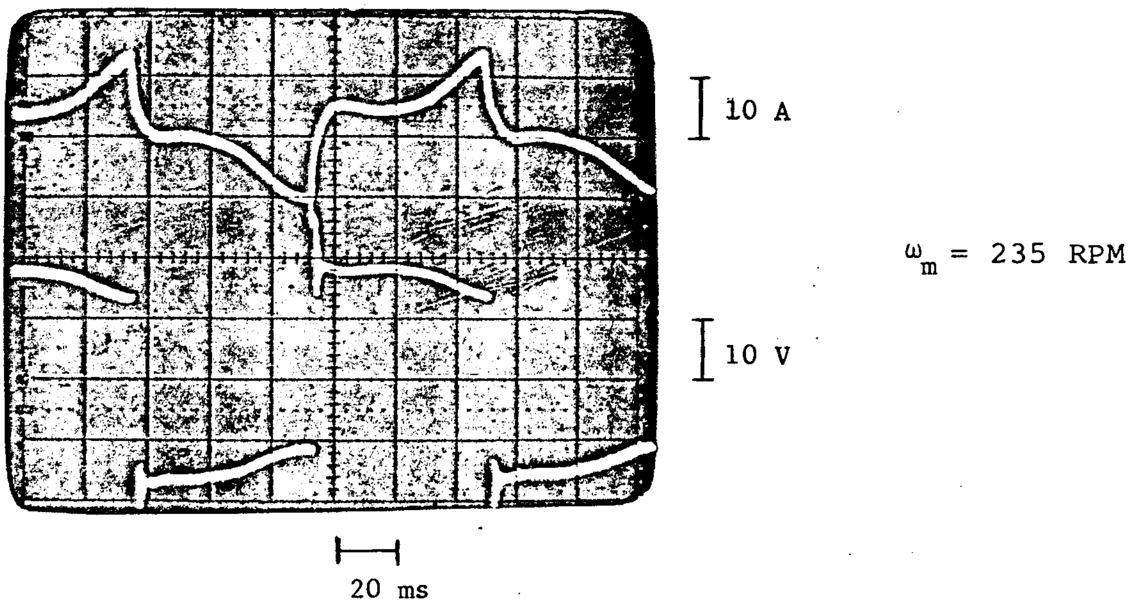
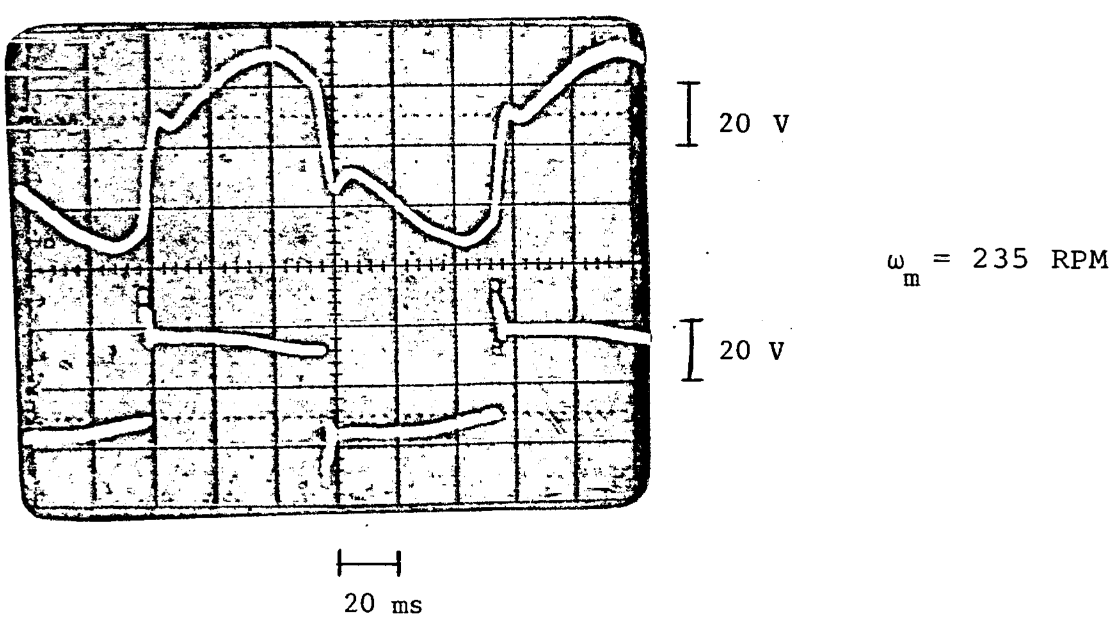


Figura 9.4 - Fotografia da corrente principal e tensão de alimentação.



Fotografia 9.5 - Fotografia da tensão do capacitor e tensão de alimentação.

O valor eficaz da corrente total do estator (I_s) foi medido para cada situação, e assumiu os seguintes valores:

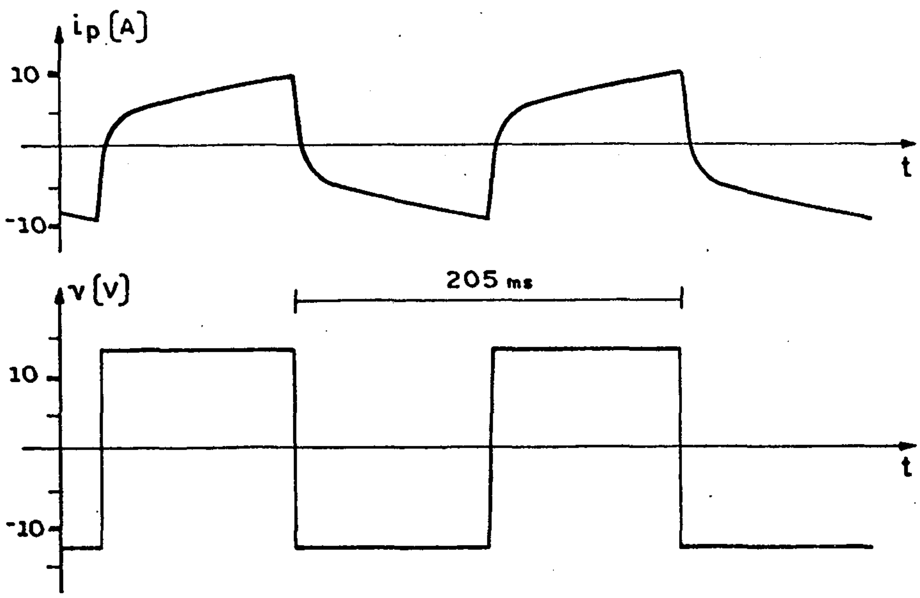
I_s = 7,0 A, para a situação da figura 9.2

I_s = 5,5 A, para a situação da figura 9.3

I_s = 6,0 A, para a situação da figura 9.4

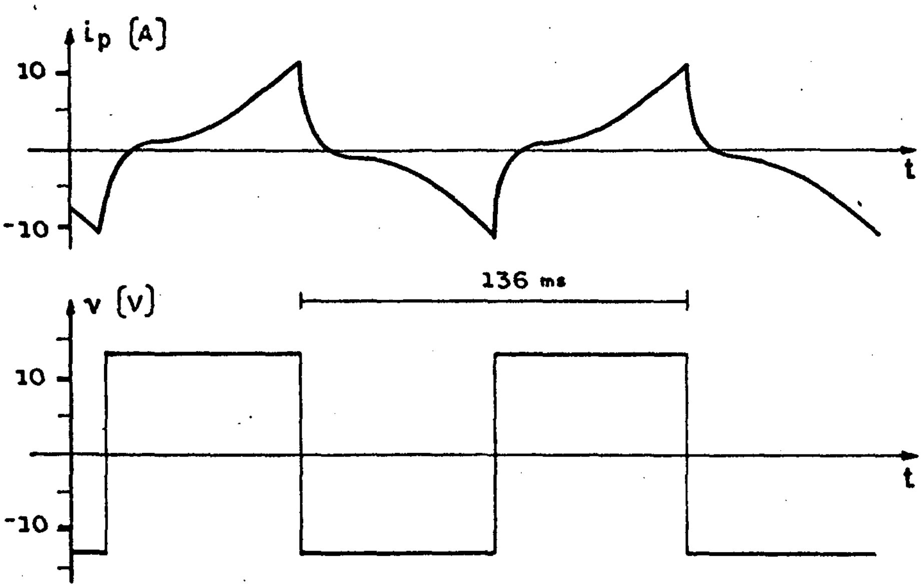
9.4 - Resultados da simulação computacional, comparações.

As tres situações, realizadas em laboratório e apresentadas no item 9.3, foram simuladas através do programa computacional apresentado no apêndice C-2. Estes resultados estão apresentados nas figuras 9.6, 9,7, 9,8 e 9.9.



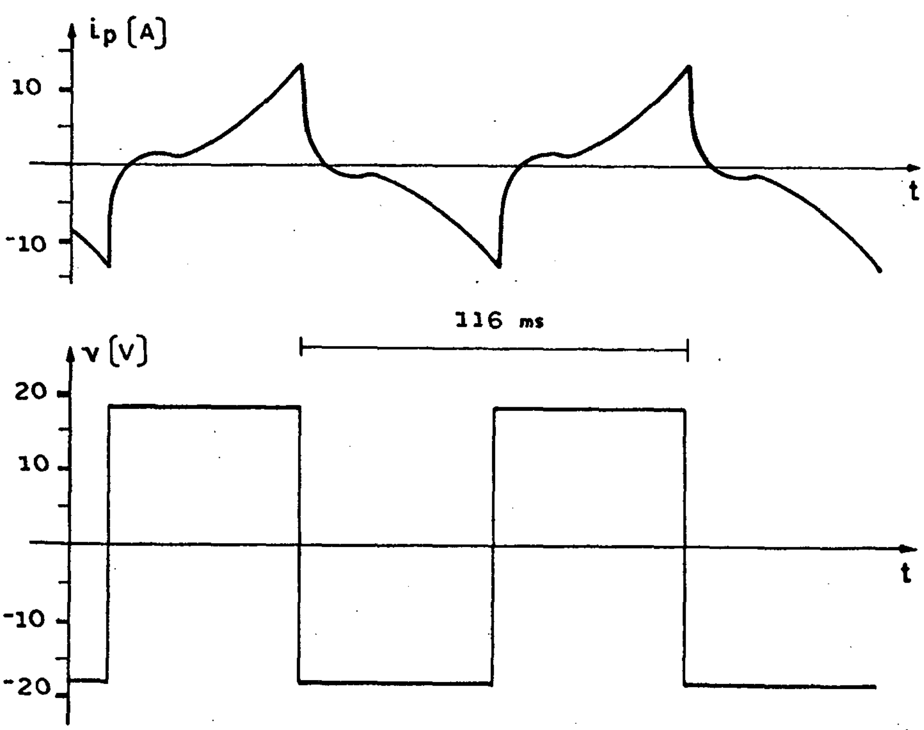
ω_m = 0 RPM

Figura 9.6 - Simulação da corrente principal e tensão de alimentação.



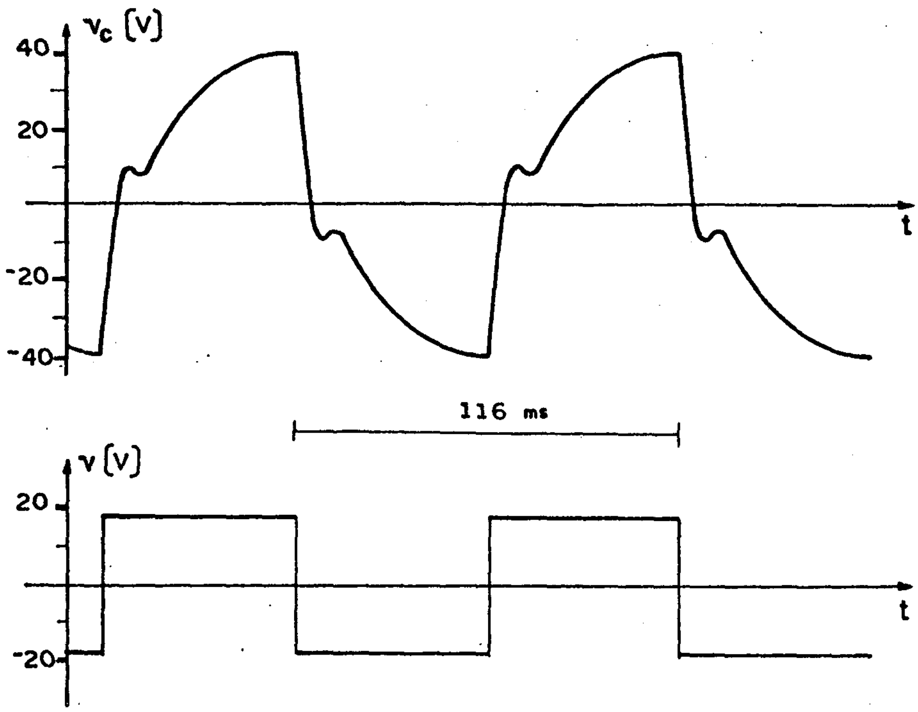
ω_m = 210 RPM

Figura 9.7 - Simulação da corrente principal e tensão de alimentação.



ω_m = 235 RPM

Figura 9.8 - Simulação da corrente principal e tensão de alimentação.



ω_m = 235 RPM

Figura 9.9 - Simulação da tensão do capacitor e tensão de alimentação.

O valor eficaz da corrente total do estator (I_s) foi calculado para cada situação simulada e assumiu os seguintes valores:

I_s = 6,8 A, para a situação da figura 9.6

I_s = 5,2 A, para a situação da figura 9.7

I_s = 6,3 A, para a situação da figura 9.8

Comparando os resultados correspondentes entre ensaio de laboratório, item 9.3, e simulação computacional, item 9.4, verifica-se que, tanto para uma análise qualitativa, como para uma análise quantitativa, a simulação computacional reflete o real comportamento do motor.

9.5 - Análise quantitativa da partida

A seguir, é apresentada uma análise quantitativa da partida do motor descrito no item 9.2. Esta análise é fundamentada nos resultados da simulação computacional para regime permanente senoidal e velocidade do rotor nula. Consiste em verificar quais os valores adequados de tensão, freqüência e capacitor, que conseguem partir o motor, com um determinado torque mecânico.

Inicialmente, são feitas as seguintes considerações:

a) o fluxo máximo nominal (ϕ_p) é 0,42 Wb.

b) o torque nominal é de aproximadamente 2 N.m.

c) o capacitor proveniente de fábrica é de aproximadamente 175 μF.

d) a freqüência mínima de partida estabelecida é de 5 Hz.

O gráfico da figura 9.10 relaciona os capacitores ótimos, isto é, os capacitores que proporcionam o maior torque de partida para uma determinada freqüência. São superpostas as curvas de torque e tensão de alimentação, para as condições de capacitor ótimo e fluxo máximo mantido constante (0,42 Wb).

No gráfico da figura 9.11, são estabelecidas as correntes estatóricas para as condições de capacitor ótimo e fluxo máximo constante (0,42 Wb).

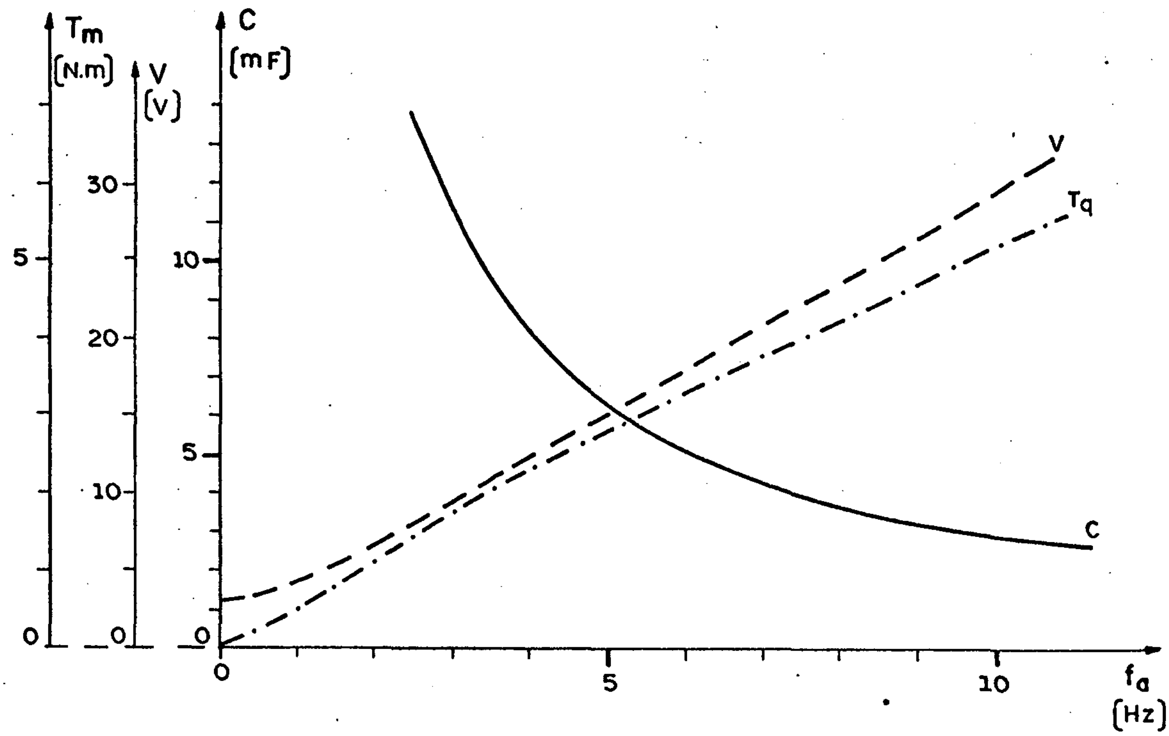


Figura 9.10 - Características de capacitor ótimo, torque ótimo e tensão em função da freqüência de alimentação (senoidal). Fluxo constante (0,42 Wb) e velocidade nula.

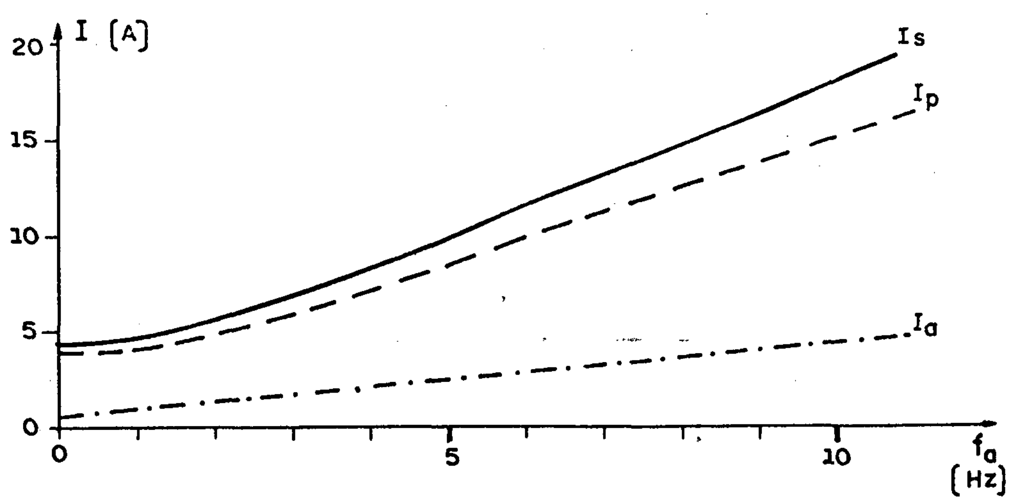


Figura 9.11 - Características das correntes estatóricas em função da freqüência de alimentação (senoidal). Fluxo constante (0,42 Wb) e velocidade nula.

Verifica-se no gráfico da figura 9.10 que, para a freqüência de 5 Hz, o capacitor ótimo é de aproximadamente 6.000μF. Este valor é muito elevado, comparado com o capacitor proveniente de fábrica (175 μF).

A 5 Hz, o torque proporcionado pelo capacitor ótimo, aproximadamente 3 Nm, é bem maior do que o torque nominal (2 Nm). Assim, pode-se pensar em diminuir o valor do capacitor, caso se deseje partir a 5 Hz. Isto poderá ser feito com emprego dos gráficos apresentados nas figuras 9.12 e 9.13.

As curvas das figuras 9.12 e 9.13 estabelecem os valores de torque e corrente total do motor, para vários capacitores, em função da freqüência de alimentação, quando o rotor está bloqueado e o fluxo máximo é mantido constante (0,42 Wb).

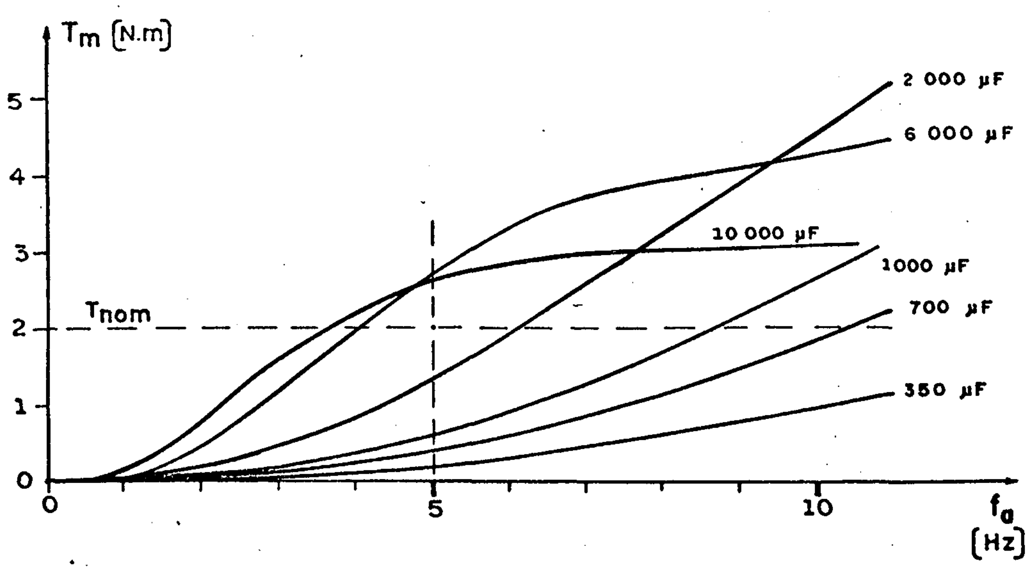


Figura 9.12 - Características torque de partida-freqüência de alimentação, para vários capacitores. Fluxo constante (0,42 Wb).

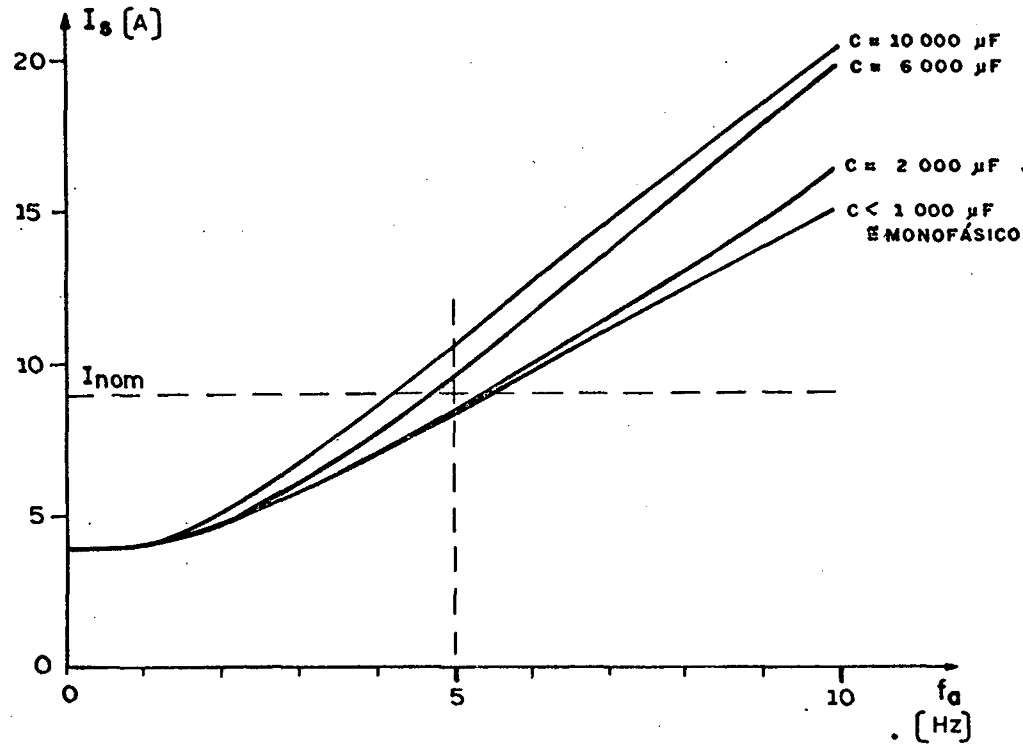


Figura 9.13 - Características corrente total-freqüência de alimentação, para vários capacitores. Fluxo constante (0,42 Wb). Velocidade nula.

Analisando o gráfico da figura 9.12, verifica-se que, para partir o motor a 5Hz:

a) com um torque de partida em torno de um quarto do torque nominal (0,5 Nm), necessita-se de um capacitor de aproximadamente 900μF.

b) com um torque de partida igual ao torque nominal, o capacitor deverá ser maior do que 2000 μF.

c) com dois capacitores de 175 μF em paralelo (350μF), o torque de partida proporcionado pelo motor é de aproximadamente 0,2 Nm.

Assim, para baixas freqüências, fica concluído que:

a) o capacitor adequado para a partida com carga é bem maior que o proveniente de fábrica.

b) utilizando-se capacitores provenientes de fábrica, apenas um ou dois em paralelo, o motor apresenta baixo torque de partida e portanto, deverá partir sem carga.

Analisando as correntes, estabelecidas na figura 9.13, nota-se que, para baixas freqüências e capacitores menores que 1000μF, a corrente total do motor (I_s) é bem próxima da corrente do enrolamento principal (I_p). Isto indica que, para estas condições, a corrente do enrolamento auxiliar (I_a) é mínima.

Os gráficos anteriores podem ter seus valores estendidos para outros valores de tensão. Para isto, basta lembrar-se das relações do item 2.8 onde foi concluido que, para o mesmo valor de freqüência, capacitor e velocidade do rotor, são válidas as expressões (9.1), (9.2) e (9.3).

$$T_m = K_t V^2 \tag{9.1}$$

$$\phi = K_\phi V \tag{9.2}$$

$$I = K_I V \tag{9.3}$$

sendo K_t, K_ϕ e K_I constantes que dependem da freqüência, capacitor, velocidade do eixo e nível de saturação.

Na prática, o aumento demasiado da relação tensão-freqüência provoca uma saturação da máquina e o torque nem sempre aumenta com a tensão.

Em se tratando de partida, a relação tensão-freqüência que mantem o fluxo constante independe do capacitor. Esta conclusão foi vista no item 7.5 do capítulo 7. Assim, a lei tensão-freqüência dada na figura 9.10 é válida para qualquer valor de capacitor.

Apesar da relação tensão-freqüência se apresentar quase linear para o rotor travado, isto se modifica quando o rotor começa a girar. Foi concluído no capítulo 5, item 5.3.d, que o fluxo aumenta quando a freqüência do rotor diminui, assim, é conveniente que a relação tensão-freqüência na partida, seja pouco menor do que a dada pela figura (9.10). O ideal seria que a relação tensão-freqüência se modificasse quando o rotor começa a girar. Esta opção não é muito prática, pois nem sempre o motor encontra-se perto do circuito de comando, e também, o valor adequado da relação tensão-freqüência, quando o motor está girando, depende da carga no eixo.

C O N C L U S Õ E S

A partir dos estudos realizados no desenvolvimento do trabalho apresentado, pode-se concluir que, na partida com variação da freqüência:

1 - O capacitor adequado para a partida é bem maior do que os convencionais.

2 - Utilizando-se capacitores provenientes de fábrica, apenas um ou dois em paralelo, o motor apresenta baixo torque de partida e, portanto, deverá partir sem carga.

3 - Tendo em vista a diminuição do torque do motor com a freqüência de alimentação, deve-se partir o motor com uma freqüência mínima aceitável. Neste caso são consideradas as correntes, o custo do capacitor e o torque de partida.

4 - A lei tensão-freqüência, que mantém o fluxo constante, é aproximadamente linear enquanto o rotor estiver parado. Quando o rotor começa a girar a relação V/f tem que ser menor, para se evitar uma saturação da máquina.

A P Ê N D I C E   A

MÉTODO DE OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS DO MOTOR DE INDUÇÃO, COM DOIS ENROLAMENTOS NO ESTATOR

A.1 - Generalidades

A seguir é apresentado um método para obtenção dos parâmetros do motor de indução bifásico ou monofásico.

O presente método se baseia na aplicação do modelo de Park, capítulo 1, quando o motor é energizado nas condições "a vazio" e "a curto-circuito". No motor bifásico ou no monofásico a capacitor, cada enrolamento é energizado unicamente, estando o outro em aberto.

A.2 - Vantagens do método

Os parâmetros obtidos não precisam sofrer qualquer conversão para serem aplicados ao modelo de Park, ou seja, são cíclicos e referidos aos enrolamentos estatóricos.

São considerados os efeitos magnetizantes (reatâncias mútuas entre estator e rotor) nos ensaios a "curto-circuito" e também, as resistências estatóricas e rotóricas nos ensaios "a vazio". Isto aumenta a confiabilidade dos resultados obtidos.

A.3 - Modelo de Park para regime permanente senoidal

O modelo de Park para o motor bifásico de indução é dado no capítulo 1, item (1.12) e aplicado neste apêndice, sendo:

$$\begin{bmatrix} \vec{V}_a \\ \vec{V}_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a+jX_a & 0 & jX_{ma} & 0 \\ 0 & R_p+jX_p & 0 & jX_{mp} \\ jX_{ma} & (1-s)X_{mp} & R_r+jX_r & (1-s)X_r \\ -(1-s)X_{ma} & jX_{mp} & -(1-s)X_r & R_r+jX_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{I}_a \\ \vec{I}_p \\ \vec{I}_d \\ \vec{I}_q \end{bmatrix} \quad \text{(A.2)}$$

As variáveis e parâmetros são redefinidos:

$\vec{V}_a$ = tensão fasorial aplicada ao enrolamento auxiliar.
$\vec{V}_p$ = tensão fasorial aplicada ao enrolamento principal.
$\vec{I}_a$ = corrente fasorial do enrolamento auxiliar.
$\vec{I}_p$ = corrente fasorial do enrolamento principal.
$\vec{I}_d$ = corrente fasorial do enrolamento em eixo direto do rotor.
$\vec{I}_q$ = corrente fasorial do enrolamento em eixo quadratura do rotor.
R_a = resistência do enrolamento auxiliar.
R_p = resistência do enrolamento principal.
R_r = resistência do rotor.
X_a = reatância de dispersão do enrolamento auxiliar.
X_p = reatância de dispersão do enrolamento principal.
X_r = reatância de dispersão do rotor.

X_{ma} = reatância mútua cíclica entre enrolamento auxiliar e rotor.

X_{mp} = reatância mútua cíclica entre enrolamento principal e rotor.

s = escorregamento.

A.4 - Procedimentos e esquemas de ligação

São descritos os procedimentos e esquemas de ligação para a energização do enrolamento principal. Para a energização do enrolamento auxiliar, tudo se repete de maneira análoga.

A.4.1 - Ensaio a curto-circuito

O enrolamento principal é energizado de acordo com a figura A.1.

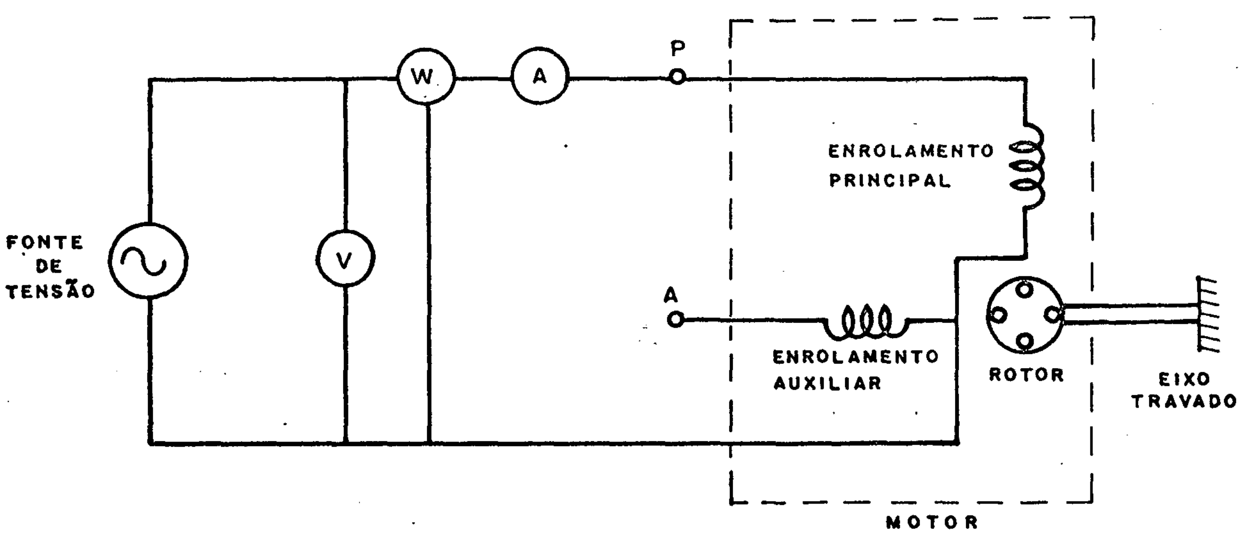


Figura A.1 - Esquema de ligação para o ensaio a curto-circuito do enrolamento principal.

A tensão e a freqüência aplicadas devem ser tais que a corrente e a freqüência do ensaio sejam as mais próximas possíveis do ponto de simulação.

O rotor é bloqueado.

As leituras dos aparelhos de medidas preenchem a tabela apresentada na figura A.2.

V_{pcc}	I_{pcc}	P_{cc}	F_a

Figura A.2 - Tabela para leituras do ensaio a curto-circuito.

São definidos:

V_{pcc} = tensão do enrolamento principal, no ensaio a curto-circuito do enrolamento principal.

I_{pcc} = corrente do enrolamento principal, no ensaio a curto-circuito do enrolamento principal.

P_{cc} = potência ativa do motor, no ensaio a curto-circuito do enrolamento principal.

V_{acc} = tensão do enrolamento auxiliar, no ensaio a curto-circuito do enrolamento principal.

I_{dcc} = corrente do eixo direto do rotor, no ensaio a curto-circuito do enrolamento principal.

I_{qcc} = corrente do eixo em quadratura do rotor, no ensaio a curto-circuito do enrolamento principal.

F_a = freqüência de alimentação.

Para a energização do enrolamento auxiliar, o ponto "P", da figura A.1 fica em aberto e a energização se dá no ponto "A". Neste caso, as variáveis são redefinidas, recebendo as mesmas simbologias, porém acrescidas do símbolo "'". Exemplo:

V'_{pcc} = tensão do enrolamento principal, no ensaio a curto-circuito do enrolamento auxiliar.

A.4.2 - Ensaio a vazio

O enrolamento principal é energizado de acordo com a figura A.3.

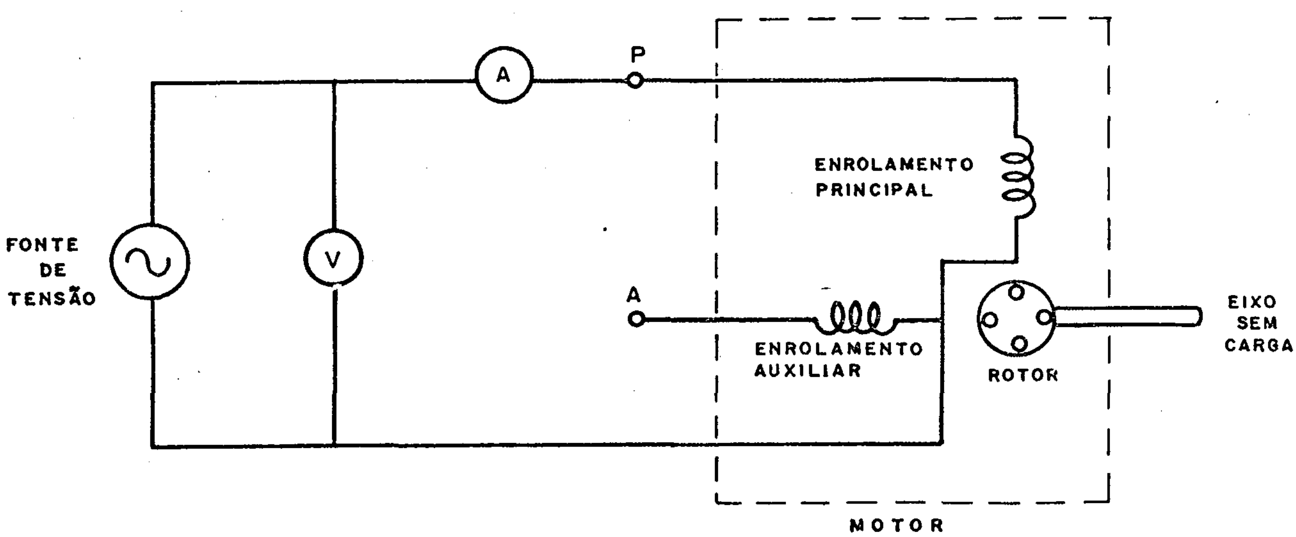


Figura A.3 - Esquema de ligação para o ensaio a vazio do enrolamento principal.

A tensão e freqüência aplicadas devem ser as mais próximas possíveis do ponto de simulação.

O rotor é colocado em movimento, sem carga.

As leituras dos aparelhos de medidas preenchem a tabela apresentada na Figura A.4.

V_{p0}	I_{p0}	F_a

Figura A.4 - Tabela para leituras do ensaio a vazio.

São definidos:

V_{p0} = tensão do enrolamento principal, no ensaio a vazio do enrolamento principal.

I_{p0} = corrente do enrolamento principal, no ensaio a vazio do enrolamento principal.

V_{a0} = tensão do enrolamento auxiliar, no ensaio a vazio do enrolamento principal.

I_{a0} = corrente do enrolamento auxiliar, no ensaio a vazio do enrolamento principal.

I_{d0} = corrente do eixo direto do rotor, no ensaio a vazio do enrolamento principal.

I_{q0} = corrente do eixo em quadratura do rotor, no ensaio a vazio do enrolamento principal.

A.4.3 - Medida das resistências estatóricas (R_a e R_p)

As resistências dos enrolamentos principal e auxiliar são medidas antecipadamente, através de um ohmímetro ou através de um ensaio com tensão contínua.

A.4.4 - Procedimento de cálculo

Nos itens anteriores foram mostrados os procedimentos para se obter as medidas de: R_p, V_{pcc}, I_{pcc}, P_{cc}, V_{p0} e I_{p0}.

Inicialmente, são calculados as resistências e reatâncias equivalentes dos ensaios a vazio e a curto-circuito.

$$R_{cc} = \frac{P_{cc}}{I_{pcc}^2}$$

$$X_{cc} = \sqrt{\left(\frac{V_{pcc}}{I_{pcc}}\right)^2 - R_{cc}^2}$$

$$R_0 = \frac{R_{cc}}{4} + \frac{3}{4} R_p$$

$$X_0 = \sqrt{\left(\frac{V_{p0}}{I_{p0}}\right)^2 - R_0^2}.$$

Em seguida, são calculados os parâmetros auxiliares

$$K_1 = R_{cc} - R_0$$

$$K_2 = X_0 - X_{cc}$$

$$Q_r = \frac{3K_2/K_1 + \sqrt{9(K_2/K_1)^2 + 8}}{4}$$

Finalmente, são calculados:

$$X_p = Q_r(R_{cc} - R_p) + X_{cc}$$

$$X_r = X_p$$

$$R_r = X_r/Q_r$$

$$X_{mp} = \sqrt{R_r(Q_r^2+1)(R_{cc} - R_p)}$$

Para se obter os parâmetros do enrolamento auxiliar, procede-se como descrito abaixo:

a) São medidos os valores de R_a, V'_{acc}, I'_{acc}, P'_{cc}, V'_{a0} e I_{a0}.

b) São conservados os valores de X_r, R_r e Q_r, calculados através da energização do enrolamento principal.

c) Inicialmente, são calculadas as resistências e reatância equivalentes do ensaio a curto-circuito.

$$R'_{cc} = \frac{P'_{cc}}{I'^{\,2}_{acc}}$$

$$X'_{cc} = \sqrt{\left(\frac{V'_{acc}}{I'_{acc}}\right)^2 - R'^{\,2}_{cc}}$$

d) Finalmente, são calculados:

$$X_a = Q_r(R'_{cc} - R_a) + X'_{cc}$$

$$X_{ma} = \sqrt{R_r(R'_{cc} - R_a)(Q_r^2+1)}$$

São importantes as seguintes observações:

a) Este processo de cálculo não necessita das leituras do ensaio a vazio do enrolamento auxiliar. Estas leituras são úteis para recalcular o valor de Q_r (Q'_r) na energização do enrolamento auxiliar e comparar com o valor de Q_r calculado, anteriormente, na energização do enrolamento principal. Para isto, procedem-se os cálculos:

$$R_{0'} = \frac{R_{cc}}{4} + \frac{3}{4} R_a$$

$$X_{0'} = \sqrt{\left(\frac{V'_{a0}}{I'_{a0}}\right)^2 - R_0^2}$$

$$K_{1'} = R'_{cc} - R_{0'}$$

$$K_{2'} = X_{0'} - X_{cc'}$$

$$Q_{r'} = \frac{3(K_{2'}/K_{1'}) + \sqrt{9(K_{2'}/K_{1'}) + 8}}{4}$$

b) Os valores de $Q'_{r'}$ e Q_r devem ser próximos, indicando a confiabilidade dos resultados.

c) Como foi visto no item (A.2), também deve se verificar uma aproximidade entre:

$$\frac{X_a}{X_p} \text{ e } \left(\frac{X_{ma}}{X_{mp}}\right)^2$$

A.5 - Desenvolvimento teórico

A.5.1 - Energização do enrolamento principal

a) Relações para o ensaio a curto-circuito

No ensaio a curto-circuito a velocidade é nula e o enrolamento auxiliar está em aberto, assim tem-se:

$$s = 1$$

$$\vec{I}_{acc} = 0$$

Aplicando-se o modelo de Park, equação (A.2), para esta situação, tem-se:

$$\vec{V}_{acc} = jX_{ma}\vec{I}_{dcc} \tag{A.3}$$

$$\vec{V}_{pcc} = (R_p + jX_p)\vec{I}_{pcc} + jX_{mp}\vec{I}_{qcc} \tag{A.4}$$

$$0 = (R_r + jX_r)\vec{I}_{dcc} \tag{A.5}$$

$$0 = jX_{mp}\vec{I}_{pcc} + (R_r + jX_r)\vec{I}_{qcc} \tag{A.6}$$

Das equações (A.5) e (A.3), tem-se:

$$\vec{I}_{dcc} = 0$$

$$\vec{V}_{acc} = 0$$

Isolando-se $\vec{I}_{qcc}$ na equação (A.6) e substituindo na equação (A.4), tem-se:

$$\vec{V}_{pcc} = \left[(R_p + jX_p) + jX_{mp} \frac{-jX_{mp}}{R_r + jX_r} \right] \vec{I}_{pcc} \tag{A.7}$$

Isolando-se $(R_r + jX_p)$ na expressão (A.7), tem-se:

$$R_p + jX_p = \frac{\vec{V}_{pcc}}{\vec{I}_{pcc}} - \frac{X_{mp}^2}{R_r + jX_r}$$

Definindo-se R_{cc}, X_{cc} e Q_r, tal que:

$$R_{cc} + jX_{cc} = \frac{\vec{V}_{pcc}}{\vec{I}_{pcc}} \tag{A.8}$$

$$Q_r = X_r / R_r \tag{A.9}$$

tem-se:

$$R_p + jX_p = R_{cc} + jX_{cc} - \frac{X_{mp}^2}{R_r + jX_r} \tag{A.10}$$

assim:

$$\frac{X_{mp}^2}{R_r} = (R_{cc} - R_p)(1 + Q_r^2) \tag{A.11}$$

$$X_p = (R_{cc} - R_p) Q_r + X_{cc} \tag{A.12}$$

Q_r será calculado com auxílio das relações do ensaio a vazio.

R_{cc} e X_{cc} podem ser calculados através das leituras do ensaio a curto-circuito, como é mostrado no item (A.4.4).

b) Relações para o ensaio a vazio

No ensaio a vazio, pode-se considerar que a velocidade do rotor é igual a velocidade síncrona. O enrolamento auxiliar continua em aberto, assim:

$$s = 0$$

$$\vec{I}_{a0} = 0$$

Aplicando-se o modelo de Park, equação (A.2), para esta situação, tem-se:

$$\vec{V}_{a0} = jX_{ma}\vec{I}_{d0} \qquad (A.13)$$

$$\vec{V}_{p0} = (R_p + jX_p)\vec{I}_{p0} + jX_{mp}\vec{I}_{q0} \qquad (A.14)$$

$$0 = X_{mp}\vec{I}_{p0} + (R_r + jX_r)\vec{I}_{d0} + X_r\vec{I}_{q0} \qquad (A.15)$$

$$0 = jX_{mp}\vec{I}_{p0} - X_r\vec{I}_{d0} + (R_r + jX_r)\vec{I}_{q0} \qquad (A.16)$$

Isolando-se $\vec{I}_{q0}$ na equação (A.13), tem-se:

$$\vec{I}_{d0} = -\frac{j}{X_{ma}}\vec{V}_{a0} \qquad (A.17)$$

Substituindo-se $\vec{I}_{d0}$, expressão (A.17), e isolando-se $\vec{I}_{q0}$ na equação (A.15), tem-se:

$$\vec{I}_{q0} = -\frac{X_{mp}}{X_r}\vec{I}_{p0} + \frac{-X_r}{X_r X_{ma}} + j\frac{R_r}{X_r X_{ma}}\vec{V}_{a0} \qquad (A.18)$$

Substituindo-se $\vec{I}_{d0}$, expressão (A.17), e $\vec{I}_{q0}$, expressão (A.18), na equação (A.16) e isolando-se $(\vec{V}_{a0}/\vec{I}_{p0})$, tem-se:

$$\frac{\vec{V}_{a0}}{\vec{I}_{p0}} = \frac{X_{mp}X_{ma}}{-2X_r + jR_r} \qquad (A.19)$$

Substituindo-se $\vec{I}_{q0}$, expressão (A.18), na equação (A.14) e isolando-se $(\vec{V}_{p0}/\vec{I}_{p0})$, tem-se:

$$\frac{\vec{V}_{p0}}{\vec{I}_{p0}} = R_p + jX_p - j\frac{X_{mp}^2}{X_p} - \frac{(R_r + jX_r)X_{mp}}{X_r X_{ma}}\frac{\vec{V}_{a0}}{\vec{I}_{p0}} \qquad (A.20)$$

Substituindo-se $(R_p + jX_p)$, expressão (A.10), e a relação $(\vec{V}_{a0}/\vec{I}_{p0})$, expressão (A.19), na expressão (A.20), tem-se:

$$\frac{\vec{V}_{q0}}{\vec{I}_{p0}} = R_{cc} + jX_{cc} - \frac{3R_r X_r^2 X_{mp}^2}{R_r^4 + 4X_r^4 + 5R_r^2X_r^2} + j\frac{(2X_r^3 - R_r^2 X_r)X_{mp}^2}{R_r^4 + 4X_r^4 + 5R_r^2X_r^2} \qquad (A.21)$$

Definindo-se R_0, X_0, K_1 e K_2, tal que

$$R_0 + jX_0 = \frac{\vec{V}_{p0}}{\vec{I}_{p0}} \qquad (A.22)$$

$$K_1 = R_{cc} - R_0 \qquad (A.23)$$

$$K_2 = X_0 - X_{cc} \qquad (A.24)$$

e substituindo-os na expressão (A.21) tem-se:

$$K_1 + jK_2 = \frac{3R_r X_r^2 X_{mp}^2}{R_r^4 + 4X_r^4 + 5R_r^2 X_r^2} + j\,\frac{(2X_r^3 - R_r^2 X_r) X_{mp}^2}{R_r^4 + 4X_r^4 + 5R_r^2 X_r^2}$$

assim:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{2(X_r/R_r)^2 - 1}{3(X_r/R_r)}$$

Substituindo-se X_r/R_r por Q_r, expressão (A.9), na expressão anterior, tem-se:

$$2Q_r^2 - 3(K_2/K_1)Q_r - 1 = 0$$

então:

$$Q_r = \frac{3(K_2/K_1) + \sqrt{9(K_2/K_1)^2 + 8}}{4} \qquad (A.25)$$

Devido a grande percentagem de perdas no ferro para o ensaio a vazio, o cálculo de R_0, através de P_0 e I_{p0}, não é confiável. O modelo em estudo não considera as perdas no ferro, no entanto, as relações anteriores permitem demonstrar outro processo para o cálculo de R_0. Este processo é apresentado a seguir.

Substituindo $(\vec{V}_{a0}/\vec{I}_{p0})$, expressão (A.19) e $(\vec{V}_{p0}/\vec{I}_{p0})$, expressão (A.22) na expressão (A.20), tem-se:

$$R_0 - R_p + j(X_0 - X_p) = \frac{jR_r}{-2X_r+jR_r}\,\frac{X_{mp}^2}{R_r} \qquad (A.26)$$

assim:

$$R_0 - R_p = \frac{1}{4(X_r/R_r)+1}\,\frac{X_{mp}^2}{R_r} \qquad (A.27)$$

Substituindo-se (X_{mp}^2/R_r), expressão (A.11) (X_r/R_r), expressão (A.9), na expressão (A.28.a), tem-se:

$$R_0 = \frac{Q_r^2+1}{4Q_r^2+1}\,R_{cc} + \frac{3Q_r^2+1}{4Q_r^2+4}\,R_p \qquad (A.28.a)$$

Na maioria dos motores de indução com rotor em gaiola, Q_r^2 é bem maior do que 1, assim R_0 pode ser calculado, inicialmente, pela expressão (A.28.b)

$$R_0 = \frac{R_{cc}}{4} + \frac{3}{4}\,R_p \qquad (A.28.b)$$

Se necessário, R_0 pode ser recalculado através da expressão (A.28.a), e assim, sucessivamente, até que se verifique uma convergência dos resultados. Na prática, esta interação converge rapidamente, sendo até desnecessária.

X_0 é calculado através dos valores de R_0, V_{p0} e I_{p0}, sendo:

$$X_0 = \sqrt{\left(\frac{V_{p0}}{I_{p0}}\right)^2 - R_0^2} \qquad (A.29)$$

A.5.2 - <u>Energização do enrolamento auxiliar</u>

a) Relações para o ensaio a curto-circuito

No ensaio a curto-circuito, a velocidade é nula e o enrolamento principal está em aberto, assim tem-se:

$$s = 1$$

$$\vec{I}'_{pcc} = 0$$

Aplicando-se o modelo de Park, equação (A.2), para esta situação, tem-se:

$$\vec{V}'_{acc} = (R_a + jX_a)\vec{I}'_{acc} + jX_{ma}\vec{I}'_{dcc} \qquad (A.30)$$

$$\vec{V}'_{pcc} = jX_{mp}\vec{I}'_{qcc} \qquad (A.31)$$

$$0 = jX_{ma}\vec{I}'_{acc} + (R_r + jX_r)\vec{I}'_{dcc} \qquad (A.32)$$

$$0 = (R_r + jX_r)\vec{I}'_{qcc} \qquad (A.33)$$

Das equações (A.33) e (A.31), tem-se:

$$\vec{I}'_{qcc} = 0$$

$$\vec{V}'_{pcc} = 0$$

Isolando-se $\vec{I}'_{dcc}$ na equação (A.32) e substituindo na equação (A.30), tem-se:

$$\vec{V}'_{acc} = \left[(R_a + jX_a) + jX_{ma} \frac{-jX_{ma}}{R_r + jX_r} \right] . \vec{I}'_{acc} \qquad (A.34)$$

Isolando-se $(R_a + jX_a)$ na expressão (A.34)

$$R_a + jX_a = \frac{\vec{V}'_{acc}}{\vec{I}'_{acc}} - \frac{X^2_{ma}}{R_r + jX_r}$$

Definindo-se R'_{cc} e X'_{cc}, tal que:

$$R'_{cc} + jX'_{cc} = \frac{\vec{V}'_{acc}}{\vec{I}'_{acc}} \qquad (A.35)$$

tem-se:

$$R_a + jX_a = R'_{cc} + jX'_{cc} - \frac{X^2_{ma}}{R_r + jX_r} \qquad (A.36)$$

assim,

$$\frac{X^2_{ma}}{R_r} = (R'_{cc} - R_r)(1 + Q^2_r) \qquad (A.37)$$

$$X_a = (R'_{cc} - R_a)\, Q_r + X'_{cc} \tag{A.38}$$

b) Relações para o ensaio a vazio

No ensaio a vazio a velocidade do eixo pode ser considerada igual a velocidade síncrona. O enrolamento principal contínua em aberto, assim:

$$s = 0$$

$$\vec{I}'_{p0} = 0$$

Aplicando-se o modelo de Park, equação (A.2), para esta situação, tem-se:

$$\vec{V}'_{a0} = (R_a + jX_a)\vec{I}'_{a0} + jX_{ma}\vec{I}'_{d0} \tag{A.39}$$

$$\vec{V}'_{p0} = jX_{mp}\vec{I}'_{q0} \tag{A.40}$$

$$0 = jX_{ma}\vec{I}'_{a0} + (R_r + jX_r)\vec{I}'_{d0} + X_r\vec{I}'_{q0} \tag{A.41}$$

$$0 = -X_{ma}\vec{I}'_{a0} - X_r\vec{I}'_{d0} + (R_r + jX_r)\vec{I}'_{q0} \tag{A.42}$$

Isolando-se $\vec{I}'_{q0}$ na equação (A.40), tem-se:

$$\vec{I}'_{q0} = -\frac{j}{X_{mp}}\vec{V}'_{p0} \tag{A.43}$$

Substituindo-se $\vec{I}'_{q0}$, expressão (A.43), e isolando-se $\vec{I}'_{d0}$, na equação (A.42), tem-se:

$$\vec{I}'_{d0} = -\frac{X_{ma}}{X_r}\vec{I}'_{a0} + \left(\frac{X_r}{X_r X_{mp}} + j\frac{R_r}{X_r X_{mp}}\right)\vec{V}'_{p0} \qquad (A.44)$$

Substituindo-se $\vec{I}'_{q0}$, expressão (A.43), e $\vec{I}_{d0}$, expressão (A.44), na equação (A.41) e isolando-se $(\vec{V}'_{p0}/\vec{I}'_{a0})$, tem-se:

$$\frac{\vec{V}'_{q0}}{\vec{I}'_{a0}} = -\frac{X_{ma}X_{mp}}{-2X_r+jR_r} \qquad (A.45)$$

Substituindo-se $\vec{I}'_d$ expressão (A.44), na equação (A.39) e isolando-se $(\vec{V}'_{a0}/\vec{I}'_{a0})$, tem-se:

$$\frac{\vec{V}'_{a0}}{\vec{I}'_{a0}} = R_a + jX_a - j\frac{X_{ma}}{X_r} + \frac{(R_r+jX_r)X_{ma}}{X_r X_{mp}}\frac{\vec{V}'_{p0}}{\vec{I}'_{a0}} \qquad (A.46)$$

Substituindo-se $(R_a + jX_a)$, expressão (A.36), e a relação $(\vec{V}'_{p0}/\vec{I}'_{a0})$, expressão (A.45), na expressão (A.46), tem-se:

$$\frac{\vec{V}'_a}{\vec{I}'_a} = R'_{cc} + jX'_{cc} - \frac{3R_r X_r^2 X_{ma}^2}{R_r^4 + 4X_r^4 + 5R_r^2X_r^2} + j\frac{(2X_r^3 - R_r^2X_r)X_{ma}^2}{R_r^4 + 4X_r^4 + 5R_rX_r} \qquad (A.47)$$

Define-se R'_0 , X'_0 , K'_1 e K'_2 como:

$$R'_0 + jX'_0 = \frac{\vec{V}'_{a0}}{\vec{I}_{a0}} \tag{A.48}$$

$$K'_1 = R'_{cc} - R'_0 \tag{A.49}$$

$$K'_2 = X'_0 - X'_{cc} \tag{A.50}$$

Verificando-se a analogia apresentada entre as relações da energização do enrolamento auxiliar e as relações da energização do enrolamento principal, pode-se concluir que:

$$Q'_r = \frac{3(K'_2/K'_1) + \sqrt{9(K'_2/K'_1)^2 + 8}}{4} \tag{A.51}$$

$$R'_0 = \frac{R'_{cc}}{4} + \frac{3}{4} R_a \tag{A.52}$$

$$X'_0 = \sqrt{\left(\frac{V'_{a0}}{I'_{a0}}\right)^2 - R'^2_0} \tag{A.53}$$

Assim, o desenvolvimento teórico, apresentado, demonstra todas as relações propostas no procedimento de cálculo para a obtenção dos parâmetros, item A.4.4.

A.6 - Exemplo de cálculo

Os resultados obtidos nos ensaios a vazio e a curto-circuito, do motor descrito no item 9.2, estão apresentados nas tabelas da figura A.5.

As resistências estatóricas foram medidas antecipadamente, apresentando os valores:

$R_p = 0,8\ \Omega$

$R_a = 3,2\ \Omega$

V_{pcc}	I_{pcc}	P_{cc}	F_a
15,3 V	5,0 A	48 ω	60 Hz

V_{p0}	I_{p0}	F_a
80,0 V	5,0 A	60 Hz

V'_{acc}	I'_{acc}	P'_{cc}	F_a
26,2 V	4,0 A	85 ω	60 Hz

V'_{a0}	I'_{a0}	F_a
80 V	2,6 A	60 Hz

Figura A.5 - Tabelas das medidas dos ensaios.

De acordo com o item (A.4.4) calcula-se:

$$R_{cc} = \frac{48}{5{,}0^2}$$

$$R_{cc} = 1{,}92\ \Omega$$

$$X_{cc} = \sqrt{\left(\frac{15{,}3}{5{,}0}\right)^2 - 1{,}92^2}$$

$$X_{cc} = 2{,}38$$

$$R_0 = \frac{1{,}92}{4} + \frac{3}{4}\ 0{,}8$$

$$R_0 = 1{,}08\ \Omega$$

$$X_0 = \sqrt{\left(\frac{80{,}0}{5{,}0}\right)^2 - 1{,}08^2}$$

$$X_0 = 15{,}96\ \Omega$$

$$K_1 = 1{,}92 - 1{,}08$$

$$K_1 = 0{,}84\ \Omega$$

$$K_2 = 15{,}96 - 2{,}38$$

$$K_2 = 13{,}58\ \Omega$$

$$Q_r = \frac{3(13{,}58/0{,}84) + \sqrt{9\,(13{,}58/0{,}84)^2 + 8}}{4}$$

$Q_r = 24,27$

$X_p = 24,27(1,92 - 0,8) + 2,38$

$X_p = 29,56\ \Omega$

$R_r = 29,56/24,27$

$R_r = 1,22\ \Omega$

$X_{mp} = \sqrt{1,22(24,27 + 1)(1,92 - 0,8)}$

$X_{mp} = 28,39\ \Omega$

Calculando-se as indutâncias correspondentes, tem-se:

$L_p = L_r = 78,4\ mH$

$M_p = 75,3\ mH$

Para o enrolamento auxiliar:

$R'_{cc} = \dfrac{85}{4,0^2}$

$R'_{cc} = 5,31$

$X'_{cc} = \sqrt{\left(\dfrac{26,2}{4}\right)^2 - 5,31^2}$

$X'_{cc} = 3,83$

$$X_a = 24{,}27(5{,}31 - 3{,}2) + 3{,}83$$

$$X_a = 55{,}04\ \Omega$$

$$X_{ma} = \sqrt{1{,}22(24{,}27 + 1)(5{,}31 - 3{,}2)}$$

$$X_{ma} = 38{,}97$$

Calculando-se as indutâncias correspondentes, tem-se:

$$L_a = 146{,}0\ \text{mH}$$

$$M_a = 103{,}4\ \text{mH}$$

Conferindo-se a confiabilidade dos resultados obtidos, calcula-se:

$$R'_0 = \frac{5{,}31}{4} + \frac{3}{4}\ 3{,}2$$

$$R'_0 = 3{,}73\ \Omega$$

$$X'_0 = \sqrt{\left(\frac{80}{2{,}6}\right)^2 - 3{,}73^2}$$

$$X'_0 = 30{,}54\ \Omega$$

$$K'_1 = 5{,}31 - 3{,}73$$

$$K'_1 = 1{,}58\ \Omega$$

$$K'_2 = 30,54 - 3,83$$

$$K'_2 = 26,71\ \Omega$$

$$Q'_r = \frac{3(26,71/1,58) + \sqrt{9(26,71/1,58)^2 + 8}}{4}$$

$$Q'_r = 25,38$$

$$\left(\frac{X_{ma}}{X_{ma}}\right)^2 = \left(\frac{38,97}{28,39}\right)^2$$

$$\left(\frac{X_{ma}}{X_{mp}}\right)^2 = 1,88$$

$$\frac{X_a}{X_p} = \frac{55,04}{29,56}$$

$$\frac{X_a}{X_p} = 1,86$$

Através destes valores, verifica-se que os resultados obtidos são confiáveis, pois:

$$Q'_r \cong Q_r$$

$$\left(\frac{X_{ma}}{X_{mp}}\right)^2 \cong \frac{X_a}{X_p}$$

Adotando-se uma relação de espiras, entre os enrolamentos auxiliar e principal (N_a/N_p), igual a 1,37, L_a e M_a são recalculados:

$$\frac{L_a}{L_p} = 1{,}37^2$$

$$\frac{M_a}{M_p} = 1{,}37^2$$

assim,

$$L_a = 78{,}4 . 1{,}37$$

$$L_a = 147{,}1 \text{ mH}$$

$$M_a = 75{,}3 . 1{,}37$$

$$M_a = 103{,}2 \text{ mH}$$

Finalmente, são apresentados os parâmetros:

$$R_p = 0{,}8 \ \Omega$$

$$R_a = 3{,}2 \ \Omega$$

$$R_r = 1{,}22 \ \Omega$$

$$L_p = 78{,}4 \text{ mH}$$

$$L_a = 147{,}1 \text{ mH}$$

$$L_r = 78{,}4 \text{ mH}$$

$$M_p = 75{,}3 \text{ mH}$$

$$M_a = 103{,}2 \text{ mH}$$

A P Ê N D I C E   B

INVERSOR TRIFÁSICO/MONOFÁSICO

B.1 - Introdução

Neste apêndice é apresentado o princípio de funcionamento e construção do inversor monofásico.

Com o objetivo de descrever toda a construção da montagem utilizada, é apresentado também o inversor trifásico, o qual, através de uma simples mudança no circuito de comando, é transformado no inversor monofásico.

B.2 - Estrutura básica do inversor trifásico

A seguir é apresentada a estrutura básica do inversor trifásico, dada pela figura B.1

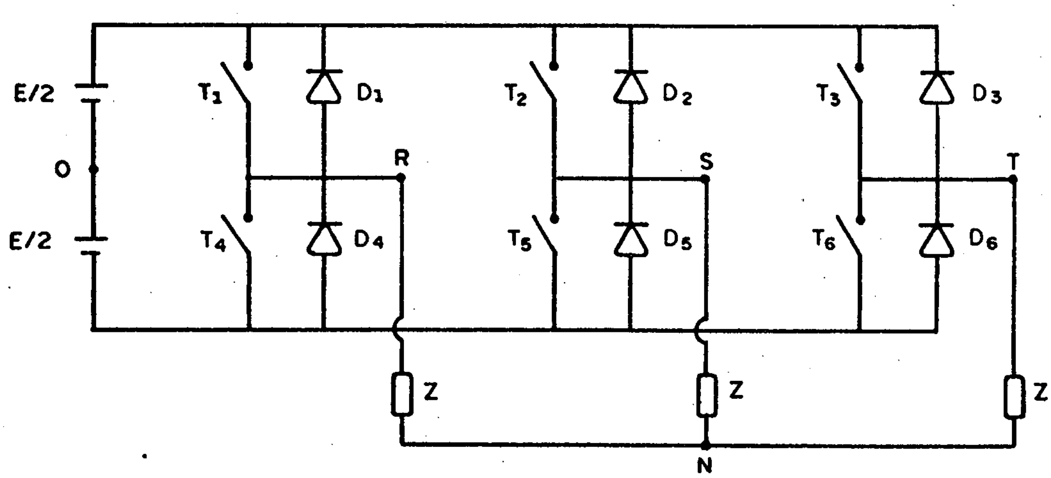


Figura B.1 - Estrutura básica do inversor trifásico tipo 180°.

T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 e T_6 são tiristores.

D_1, D_2, D_3, D_4, D_5 e D_6 são diodos de roda-livre, necessários para permitir o emprego de carga reativa.

"Z" representa a carga.

"E" representa a fonte de alimentação.

B.3 - Estrutura básica do inversor monofásico

Com apenas uma modificação nos comandos dos tiristores figura B.4, pode-se obter o monofásico, através da mesma estrutura básica do trifásico.

A estrutura básica do inversor monofásico é apresentada na figura B.2

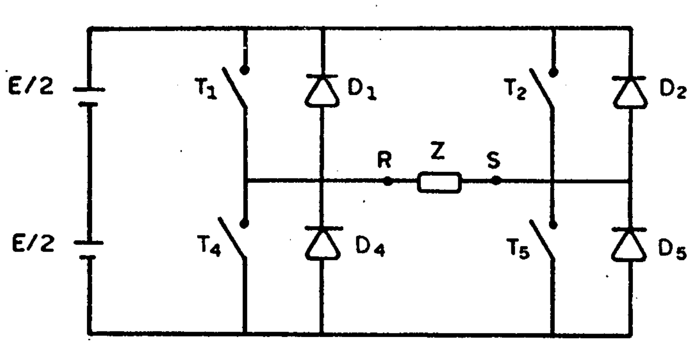


Figura B.2 - Estrutura básica do inversor monofásico em ponte.

B.4 - Seqüência de acionamento e formas de onda do inversor trifásico

A seqüência de acionamento dos tiristores é apresentada na tabela da figura B.3.

SEQÜÊNCIA	TIRISTORES FECHADOS
I	T_1, T_5, T_3
II	T_1, T_5, T_6
III	T_1, T_2, T_6
IV	T_4, T_2, T_6
V	T_4, T_2, T_3
VI	T_4, T_5, T_3

Figura B.3 - Seqüência de acionamento do inversor trifásico.

Cada seqüência corresponde a 60º. Assim, nota-se que o comando de T_1 está defasado 120º de T_2 e 240º de T_3. T_4 é o complementar de T_1, T_5 o complementar de T_2 e T_6 o complementar de de T_3.

As formas de ondas de tensão resultantes nos diversos pontos do circuito são apresentadas na figura B.4.

Com relação a figura B.4, pode-se demonstrar que:

$$V_{RN3} = \frac{\sqrt{2}}{3} E$$

sendo:

V_{RN3} - valor eficaz da fundamental da série de Fourier equivalente a tensão fase-neutro.

E - tensão da fonte CC.

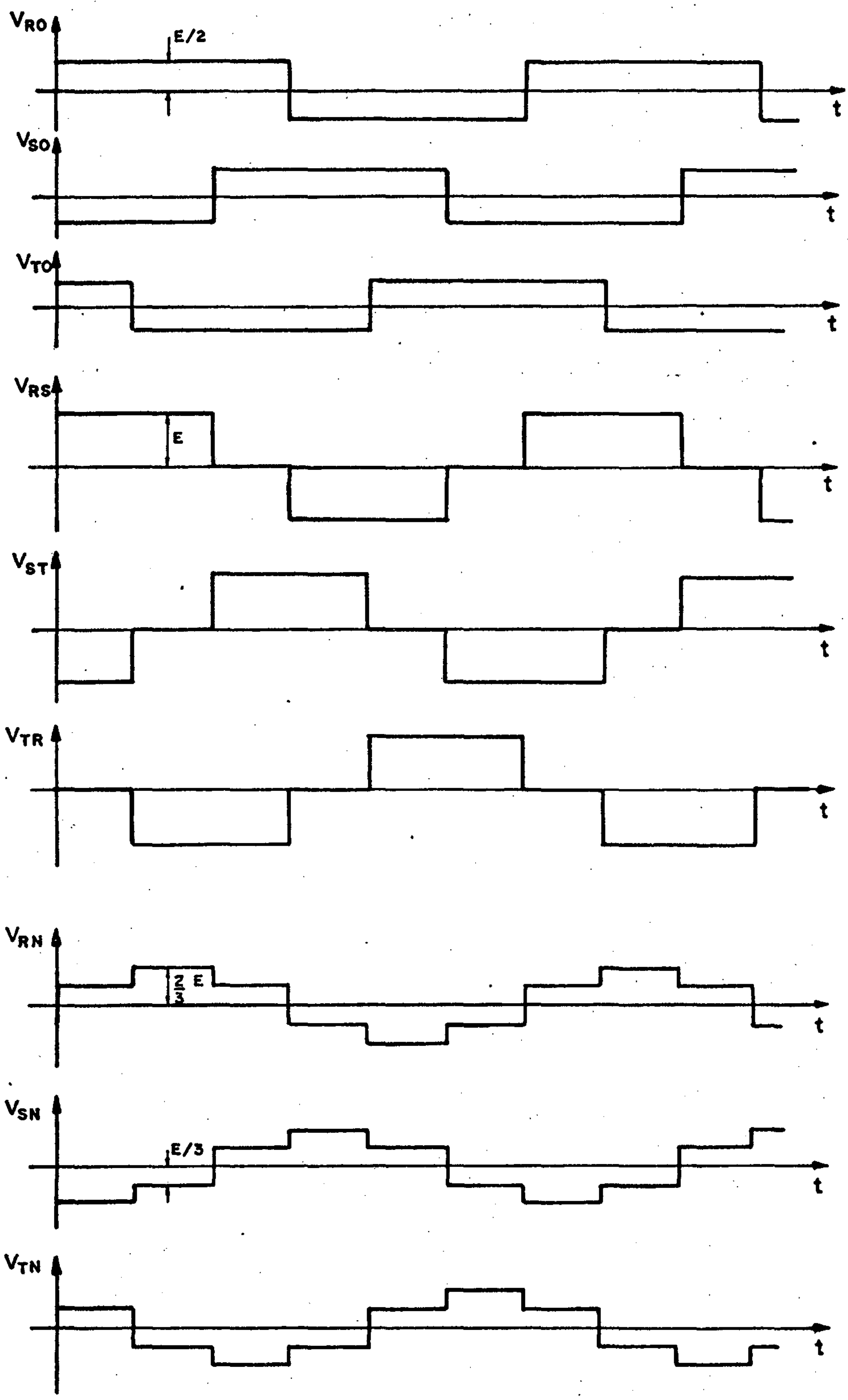


Figura B.4 - Formas de onda do inversor trifásico.

B.5 - Seqüência de acionamento e formas de onda do inversor monofásico em ponte

A seqüência de acionamento dos tiristores é apresentada pela figura B.5.

SEQÜÊNCIA	TIRISTORES FECHADOS
I	T_1, T_5
II	T_2, T_4

Figura B.5 - Seqüência de acionamento do inversor monofásico.

Os tiristores T_1 e T_4, assim como T_2 e T_5 são complementares.

A transformação trifásico monofásico, se faz com o simples chaveamento do circuito de comando, apresentado na figura B.6.

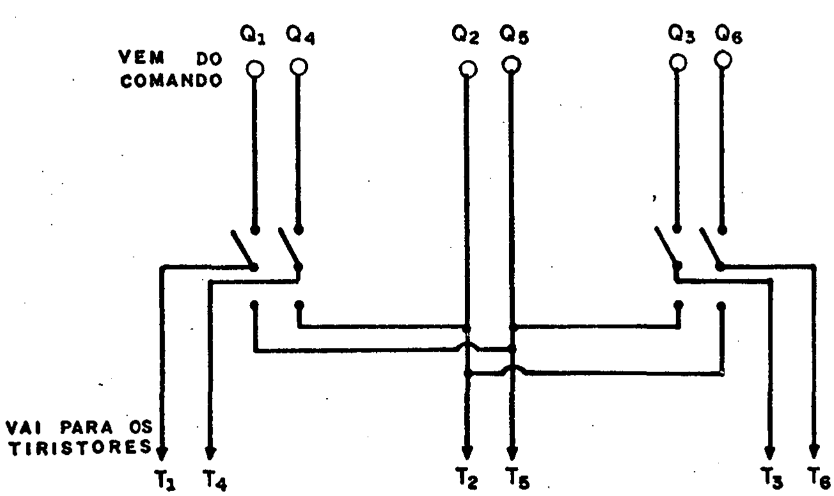


Figura B.6 - Chaveamento trifásico-monofásico.

A forma de onda da tensão resultante nos terminais "R" e "S" é apresentada na figura B.7.

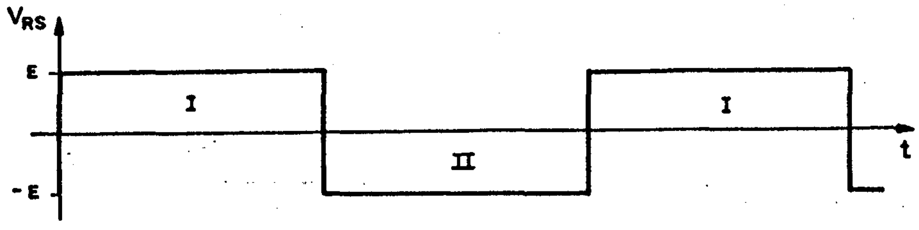


Figura B.7 - Forma de onda do inversor monofásico.

Pode-se demonstrar que:

$$V_{RS1} = \frac{4}{\pi} \sqrt{2}\ E$$

sendo:

V_{RS1} - valor eficaz da fundamental da série de Fourier equivalente a tensão retangular monofásica.

B.6 - Comutação dos tiristores

Para que se realize uma "comutação forçada", a estrutura básica é complementada, de acordo com o esquema dado pela figura B.8.

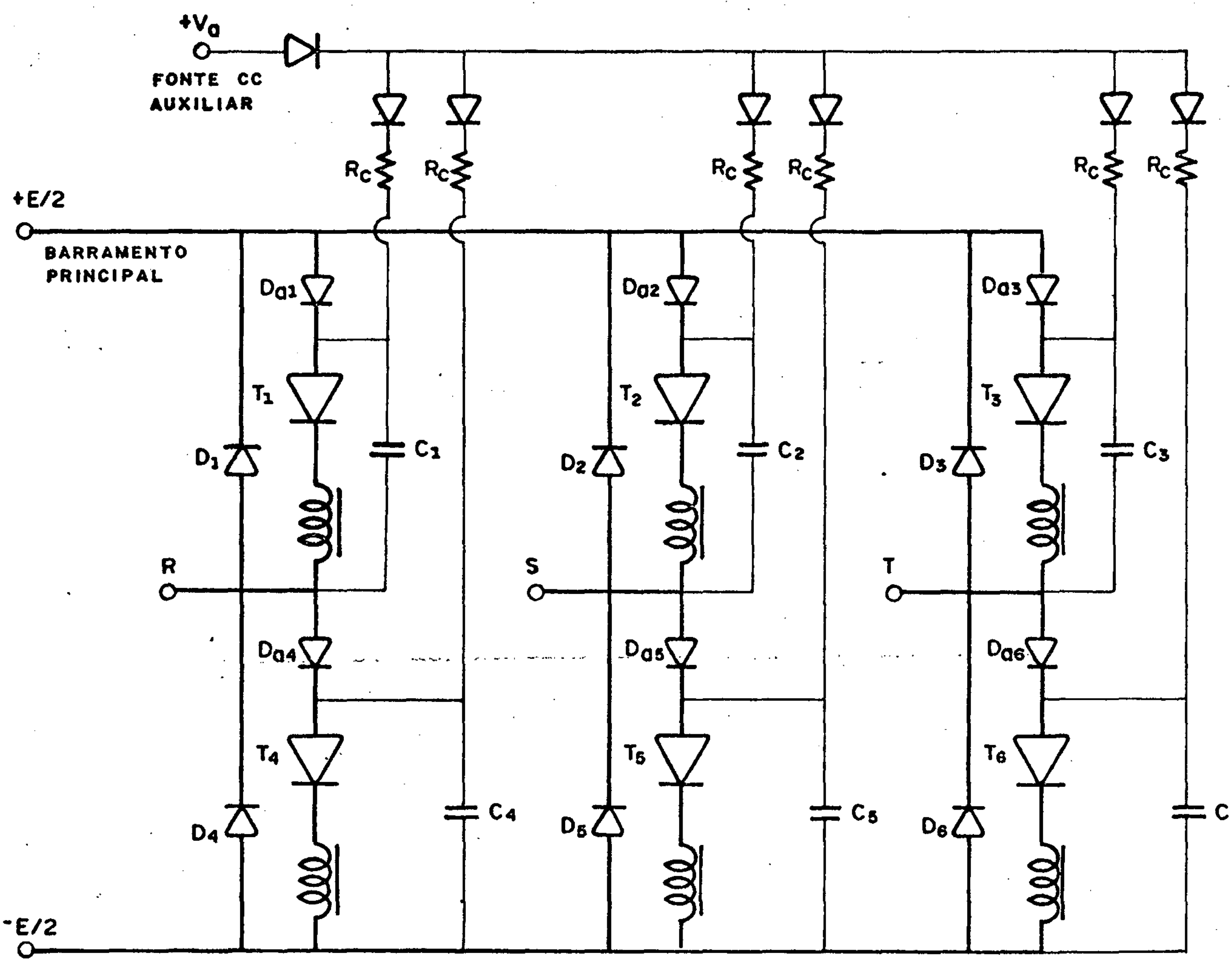


Figura B.8 - Circuito de Potência e Comutação do Inversor

C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 e C_6 são capacitores auxiliares para a comutação. Desviam as correntes de carga para si, quando o respectivo tiristor deixa de conduzir.

L_1, L_2, L_3, L_4, L_5 e L_6 são indutâncias acopladas magneticamente duas a duas (L_1 e L_4, L_2 e L_5, L_3 e L_6). Transferem simultaneamente a corrente (energia) armazenada de um tiristor para o seu complementar, quando o primeiro é bloqueado e o segundo é disparado. Assim, o capacitor complementar é descarregado rapidamente, através de uma corrente inicial. Estes indutores proporcionam a tensão inversa para o bloqueio dos tiristores.

V_a representa a fonte de tensão contínua auxiliar que carrega os capacitores auxiliares de comutação. A tensão V_a é maior do que a tensão da fonte (CC) principal ($V_a > E$).

D_{a1}, D_{a2}, D_{a3}, D_{a4}, D_{a5} e D_{a6} são diodos auxiliares que permitem os capacitores se carregarem com uma tensão maior (V_a) do que a tensão do barramento principal (E).

As resistências R_c são de valor elevado (da ordem de 1K), pois limitam a potência do circuito auxiliar.

D_1, D_2, D_3, D_4, D_5 e D_6 são diodos de roda-livre. Permitem o emprego de cargas indutivas.

B.7 - Comando dos tiristores

No acionamento a freqüência variável, o circuito de comando deve apresentar uma relação, tensão do barramento principal-freqüência de disparo dos tiristores, adequada.

Na maioria dos motores de indução, o fluxo magnético pode ser mantido aproximadamente constante, se a relação V/f for mantida constante. Assim, tem-se um bom aproveitamento do material ferro magnético sem, no entanto, saturar a máquina.

As considerações anteriores são obtidas através da combinação dos circuitos de comando, apresentados a seguir.

Na figura B.9 é apresentado um diagrama geral do comando dos tiristores.

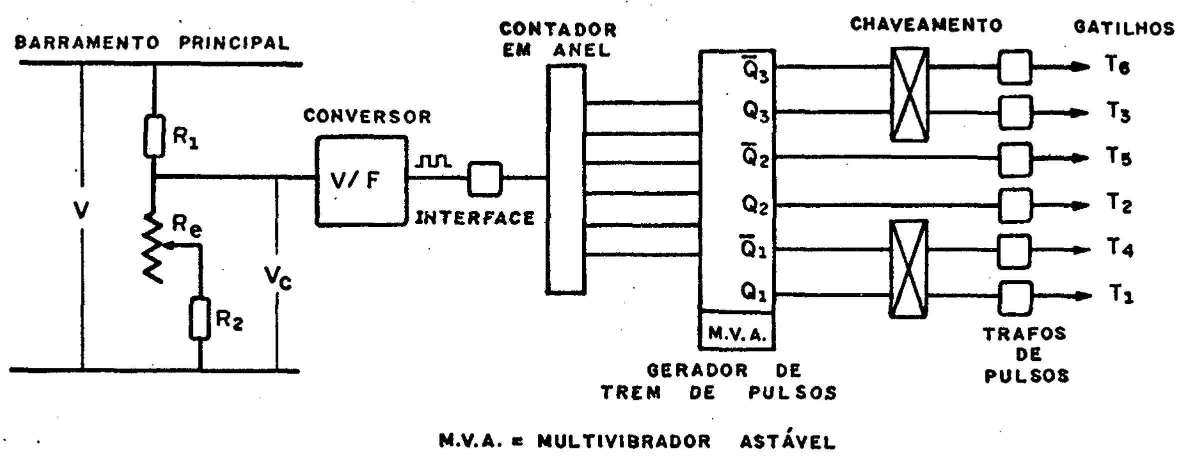


Figura B.9 - Diagrama geral do comando dos tiristores.

B.7.1 - Conversor tensão/freqüência

A partir de uma tensão contínua na entrada, de 0 a 15 volts, o conversor gera uma onda retangular de amplitude $+V_{SAT}$ e $-V_{SAT}$, com freqüência proporcional à tensão de entrada.

A relação tensão-freqüência do conversor é estabelecida no dimensionamento de seus componentes. No computo geral, a relação entre a tensão do barramento principal e a freqüência de saída do conversor pode ser modificada através do divisor de tensão (reostato) que alimenta o conversor. Analisando a figura B.9 nota-se que:

$$V_C = \frac{R_2}{R_1+R_e} E$$

Assim, variando-se o reostato, pode-se obter diferentes tensões na entrada (freqüências na saída) do inversor para a mesma tensão do barramento.

Na figura B.10 são apresentadas as formas de onda da entrada e saída do conversor.

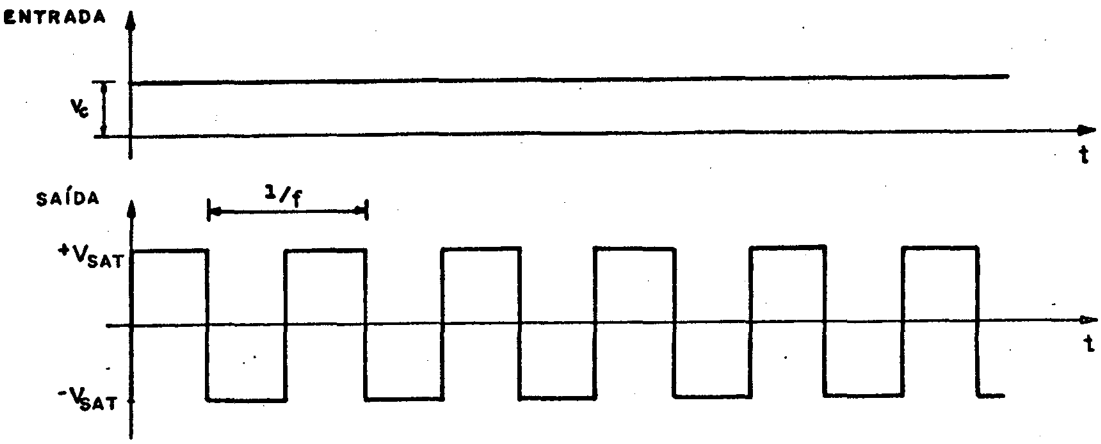


Figura B.10 - Formas de onda da entrada e saída do conversor V/F.

B.7.2 - Interface de ligação conversor-anel

Tem a função de eliminar os níveis negativos da saída do conversor, transformando-a num perfeito "sinal relógio".

Na figura B.11 são apresentadas as formas de onda da entrada e saída da interface.

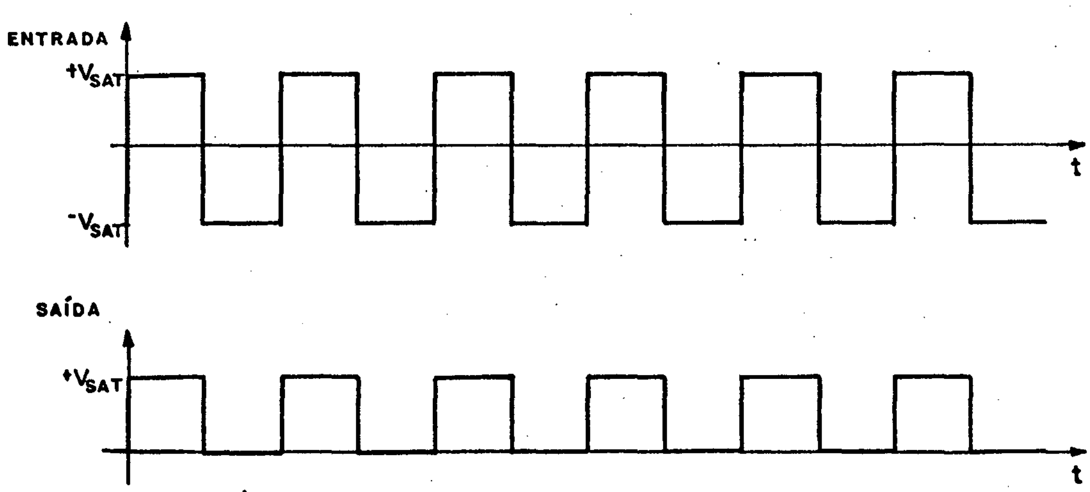


Figura B.11 - Formas de ondas da entrada e saída da interface conversor-anel.

B.7.3 - Contador em anel

Três "flip-flops", interligados por portas "NAND", proporcionam seis sinais com onda retangulares, defasadas de 60º entre si. A freqüência das saídas está diretamente ligada a freqüência do sinal de entrada.

Na figura B.12 são apresentadas as formas de onda de entrada e saída do contador em anel.

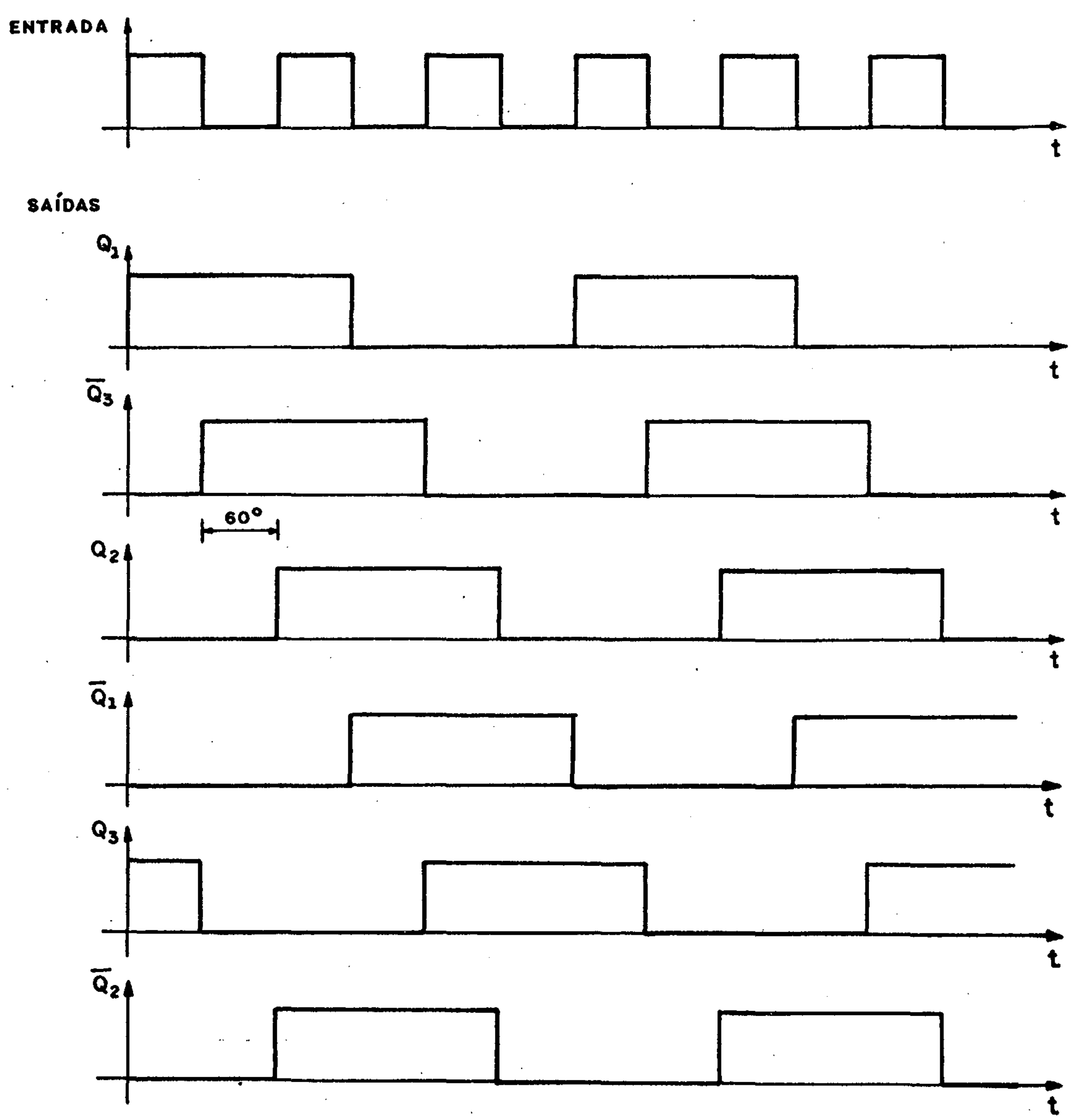


Figura B.12 - Formas de ondas da entrada e saídas do contador em anel.

B.7.4 - Gerador de "trem de pulsos"

Neste circuito, três etapas ocorrem sequencialmente. Os sinais de entrada têm seus estados "zero" transformados em $-V_{SAT}$, através de um comparador. Em seguida, estes sinais são comparados com a saída de um "multivibrador astável" e então, os estados positivos das ondas de entrada são transformados em um "trem de pulsos". Finalmente, estes "trem de pulsos" são amplificados.

Na figura B.13 são apresentadas as formas de onda da entrada e saída de um dos seis sinais. O mesmo ocorre com os demais, sendo diferentes apenas no defasamento.

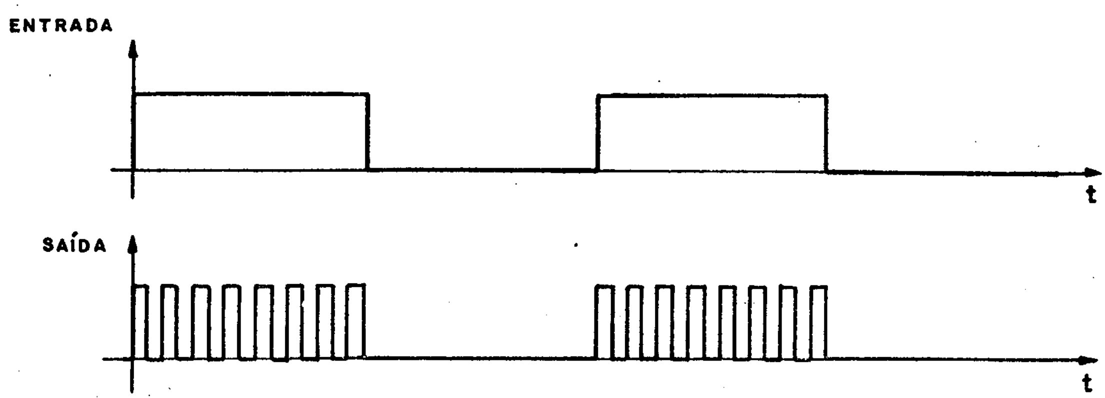


Figura B.13 - Formas de onda da entrada e saída do gerador de trem de pulsos.

B.7.5 - Transformadores de pulsos

Têm a finalidade de isolar os circuitos de comando ligados diretamente aos gatilhos e cátodos dos tiristores, evitando a propagação de falhas na parte de potência da montagem.

B.7.6 - Apresentação dos circuitos de comando (diagramas)

A seguir, são apresentados os diagramas completos dos circuitos de comando.

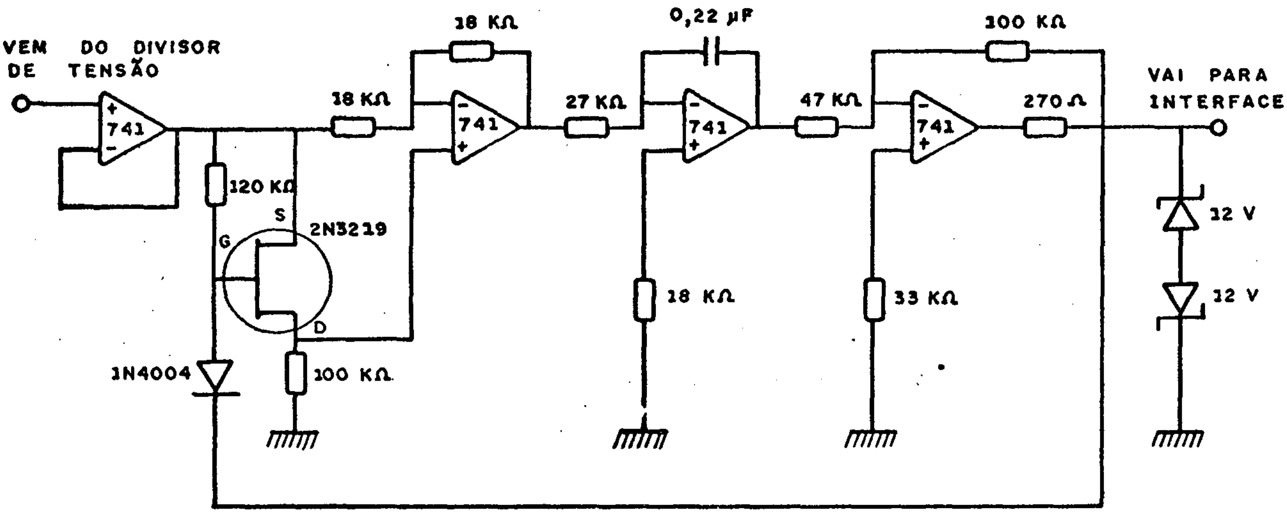


Figura B.14 - Conversor Tensão-Freqüência.

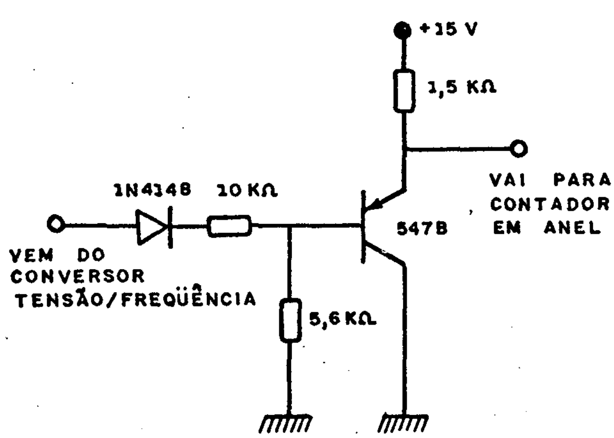


Figura B.15 - Interface.

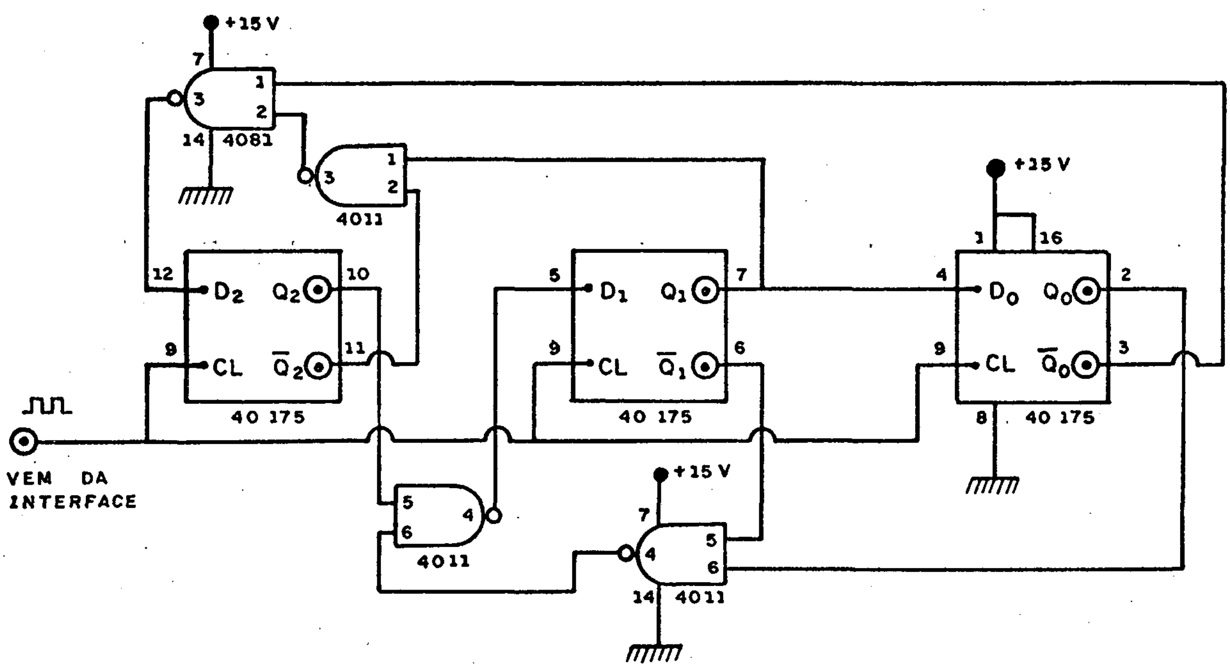


Figura B.16 - Contador em Anel.

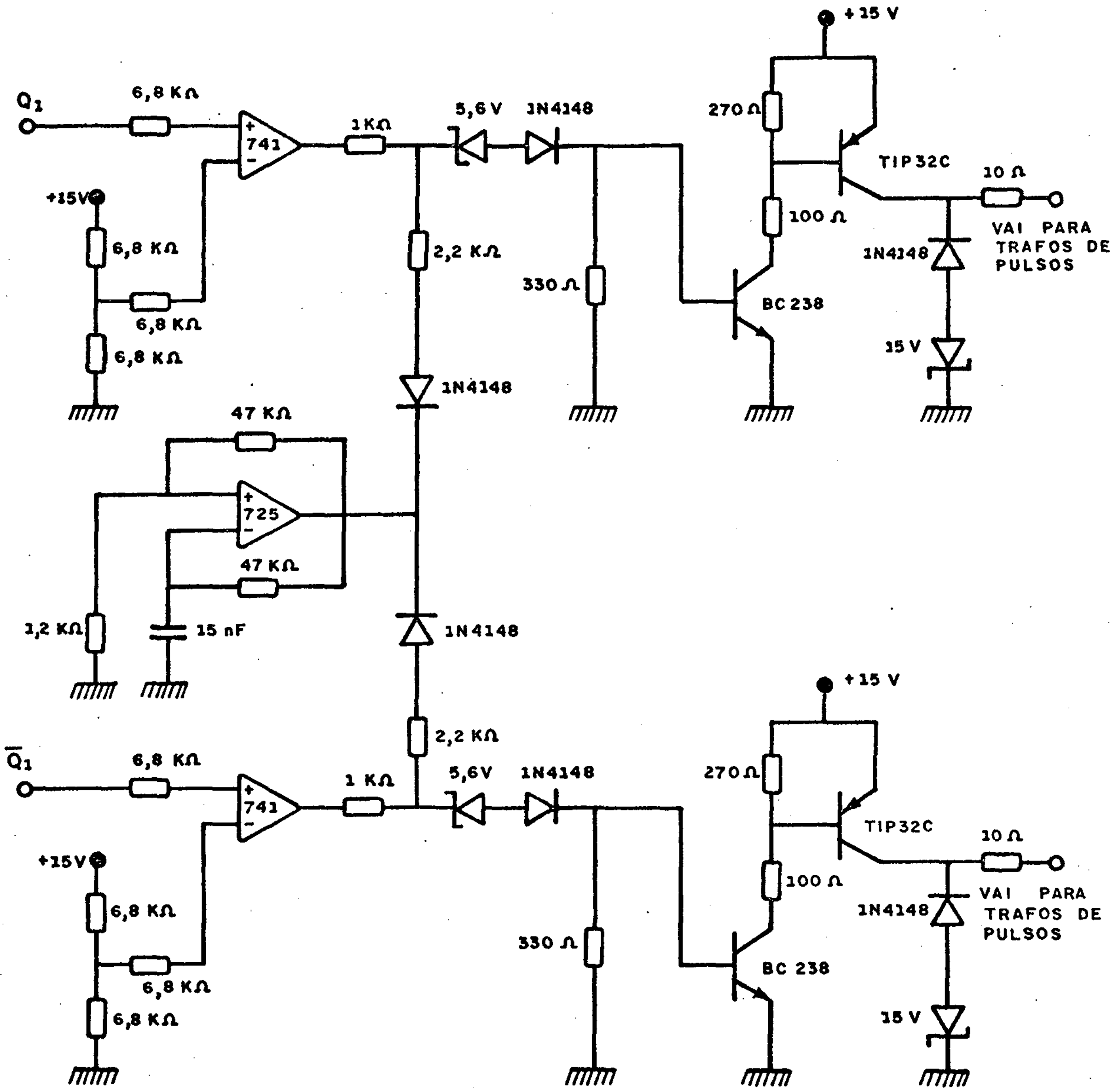


Figura B.17 - Gerador de "Trem de Pulsos".

A P Ê N D I C E C

PROGRAMAS UTILIZADOS

1 - MICSENO FORTRAN (motor de indução a capacitor, variáveis senoidais).

Este programa calcula o torque médio, as correntes e os fluxos concatenados dos enrolamentos auxiliar e principal. Também calcula o valor do capacitor ótimo e o capacitor que proporciona um determinado torque na partida.

É válido para o regime permanente senoidal.

Apresenta as seguintes modalidades:

a) relação V/f nominal (DFLM $\cong$ 0).

b) fluxo principal (ϕ_p) constante (DFLM >>> 1).

MODE = 1 - São dados o incremento e a faixa de variação da freqüência de alimentação (f_a). São calculados o capacitor ótimo e as demais grandezas para a partida (ω_m = 0). Se DTCM $\cong$ 0, o capacitor é corrigido até que o torque do motor seja igual a um valor pré-estabelecido (torque de partida).

MODE = 2 - São dados o incremento e a faixa de variação da frequencia de alimentação (f_a) e o valor do capacitor (C). São calculadas as demais grandezas para a partida ($\omega_m = 0$).

MODE = 3 - São dados o incremento e a faixa de variação da freqüência de alimentação (f_a), o valor do capacitor e uma lei (polinômio) de variação do torque de carga (T_c) em função da velocidade (ω_m). A freqüência de alimentação (f_a) é incrementada até que o torque do motor seja igual ao torque de partida ($\omega_m = 0$). A partir daí, a cada freqüência (f_a), a velocidade (ω_m) é ajustada até que o torque do motor (T_m) seja igual ao torque de carga (T_c). São calculadas as demais grandezas para cada freqüência (f_a).

MODE = 4 - São dados o incremento e a faixa de variação da freqüência de alimentação (f_a), o valor do capacitor e a freqüência do rotor (f_r). São calculadas as demais grandezas para cada freqüência (f_a).

MODE = 5 - São dados o incremento e a faixa de variação da velocidade do rotor (ω_m), o valor do capacitor e a freqüência de alimentação (f_a). São calculadas as demais grandezas para cada velocidade (ω_m).

2 - MICINST OSVS1 (motor de indução a capacitor, variáveis instantâneas).

Este programa calcula os valores instantâneos, médios e eficazes do torque, das correntes, da tensão do capacitor e dos fluxos concatenados.

São dados o valor do capacitor (C), a velocidade do rotor (ω_m), a amplitude (AMP) e a freqüência de alimentação (f_a).

Apresenta as seguintes modalidades.

IAL = 0 - tensão retangular.

IAL = 1 - tensão senoidal.

Pode ser utilizado para qualquer outra forma de onda de tensão, desde que a mesma seja implementada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

|1| - BARBI, I. - Conversão Eletromecânica de Energia. Publicações internas, UFSC, 1981.

|2| - RODRIGUES, Kleiber D. - Controle de Velocidade do Motor Monofásico de Indução Alimentado sob Freqüência Variável, UFSC, 1982.

|3| - JONES, Charles V. - The Unified Theory of Electrical Machines, London Butterworths, 1967.