

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

PROGRAMAÇÃO LINEAR APLICADA
AO PLANEJAMENTO DE TRANSMISSÃO

TESE SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE
SANTA CATARINA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE
MESTRE EM CIÊNCIAS

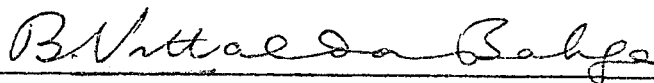
LUIZ GASTÃO CASTRO SOUZA

MAIO - 1976

A t e s e

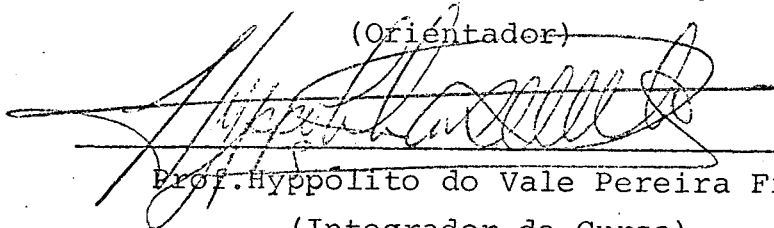
APLICAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO LINEAR
 AO PLANEJAMENTO DE TRANSMISSÃO

de autoria de Luiz Gastão Castro Souza, foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Ciências - Especialidade Engenharia Elétrica, Opção Eletrotécnica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação.



Prof. Bantval Vittaldas Baliga

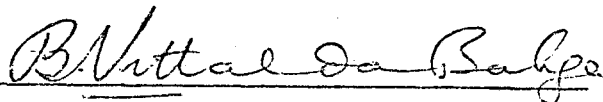
(Orientador)



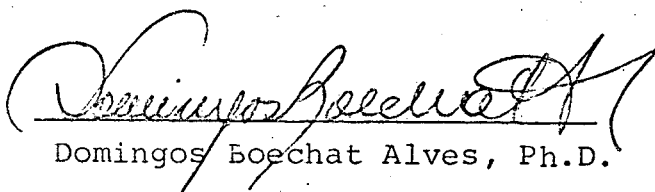
Prof. Hippólito do Vale Pereira Filho

(Integrador do Curso)

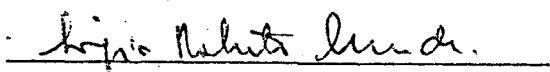
Apresentada perante a banca examinadora composta pelos
 professores



Bantval Vittaldas Baliga, Ph.D.



Domingos Boechat Alves, Ph.D.



Sérgio Roberto Arruda, M.Sc.



Polidoro Ernani São Tiago, M.Sc.

A meus pais

À minha esposa e filha

AGRADECIMENTOS

O autor expressa o seu agradecimento às seguintes pessoas e entidades:

- Prof. Bantval Vittaldas Baliga pela orientação do trabalho de tese;
- Professores componentes da banca examinadora, e prof. Leonardo Ensslin pelas sugestões apresentadas;
- Prof. Rafael Luiz Moritz pela colaboração na tradução do resumo;
- Wilmar Silveira Filho, Maria Salete da Silva e Tânia Regina Coelho, pela confecção das figuras e datilografia do trabalho;
- CAPES e CELESC pela concessão de recursos materiais;

Menção especial é dirigida ao Dr. Alvaro Alencar Almeida por sua atenção e incentivo.

R E S U M O

Este trabalho pesquisa uma técnica para planejamento ótimo de sistemas de transmissão.

Um modelo linear do sistema elétrico é apresentado e utilizada teoria dos grafos para sua caracterização. Programação linear é empregada para minimizar um índice de desempenho, identificado como o custo total de transmissão, abrangendo custo de perdas de linhas existentes e custo de construção de novas linhas.

O algoritmo desenvolvido traduz em termos matemáticos um procedimento anterior que exigia inspeção visual para solução, possibilitando dessa forma sua automatização.

Os parâmetros da função objetivo são caracterizados de forma a facilitar sua aplicação a sistemas reais, possibilitando a representação dos vários tipos de adição de linhas que podem ser considerados em trabalhos desse teor.

É assegurada flexibilidade no modelo de forma a permitir a intervenção de julgamento de engenharia no procedimento por recursos de ponderação nos parâmetros da função objetivo.

O método revela-se particularmente útil na fase preliminar de planejamento, quando se definem as diversas alternativas de expansão do sistema, fornecendo o desenho de uma rede com um mínimo de quilômetros de linha a construir.

ABSTRACT

This work deals with the research of a technique for the optimal planning of transmission systems.

A linear model of the power system is presented which is characterized by graph theory. Linear programming is employed for minimizing a performance index identified as the overall transmission cost including losses for existing lines and construction costs for new ones.

A previous approach to the problem requiring visual inspection of the graph is here replaced by an algorithm which expresses that procedure in mathematical terms thus rendering automation possible.

The performance index parameters are characterized in a suitable way for ready application to practical systems, enabling the representation of the various types of line additions that are bound to be considered in works of this kind.

Model flexibility is assured in order to allow the intervention of engineering judgement on the solution procedures by applying weighing resources to the performance index parameters.

The method seems to be very useful for the preliminary stages of planning activities when the various alternatives of system expansion are outlined, yielding the design of a network in which the kilometres of lines to be built are held to a minimum.

S U M Á R I O

1 - INTRODUÇÃO

1.1 - Objetivo do Planejamento	1
1.2 - Natureza do Problema	2
1.3 - As três fases do Planejamento	3
1.4 - Escopo do Estudo	4

2 - MÉTODOS EM PLANEJAMENTO

2.1 - Introdução	6
2.2 - Método Cut-and-Try	6
2.3 - Métodos Automáticos	7
2.4 - Métodos de Simulação	8
2.5 - Métodos de Otimização	10
2.6 - Comentários Finais	13

3 - IDENTIFICAÇÃO DO SISTEMA

3.1 - Introdução	15
3.2 - Componentes	15
3.3 - Modelo de Interconexão	15
3.4 - Conclusão	22

4 - DESENVOLVIMENTO DO ALGORITMO

4.1 - Introdução	23
4.2 - Definição de um índice de performance	24
4.3 - Restrições	29
4.4 - Formulação do Problema de Programação Linear	30
4.5 - Regra para adição de linhas	39
4.6 - Convergência	40
4.7 - Conclusão	41

5 - APLICAÇÃO DO ALGORITMO

5.1 - Introdução	43
5.2 - Descrição do Problema	43
5.3 - Conclusão	53

6 - CONCLUSÃO

6.1 - Introdução	56
6.2 - Conclusões	56
6.3 - Sugestões	57
6.4 - Considerações Finais	58

APÊNDICE 1 - Custos de Transmissão

1. Custo de uma linha existente	59
2. Custos de uma linha hipotética	59
3. Comentários Finais	60

APÊNDICE 2 - Rotina para Identificação da árvore inicial

1. Simbologia para o fluxograma	64
2. Descrição da rotina	64

Referências	67
-------------------	----

LISTA DE FIGURAS

	<u>PÁG.</u>
FIG. 1 - Componente a dois terminais	16
FIG. 2 - Exemplo de grafo	16
FIG. 3 - Árvore de um grafo	16
FIG. 4 - Circuito básico	16
FIG. 5 - Árvore e circuitos básicos	16
FIG. 6 - Variação dos custos unitários	28
FIG. 7 - Variação do índice de performance	28
FIG. 8 - Diagrama de blocos	42
FIG. 9 - Fluxograma	44
FIG.10 - Sistema existente, cargas e gerações	45
FIG.11 - Rotas de fluxo e injeções	45
FIG.12 - Parametros das linhas	45
FIG.13 - Solução básica inicial	47
FIG.14 - Mudança dos circuitos básicos	49
FIG.15 - Segunda iteração	52
FIG.16 - Resumo das adições de linha	55
FIG.17 - Custos de transmissão para 138 kV, níveis de car regamento	62

FIG.18 - Custos de transmissão para 138 kV, variação	
com distância	63
FIG.19 - Rotina para identificação da árvore	66

S I M B O L O G I A

$H(n, m)$ = Grafo de n nós e m elementos

\hat{A} = Matriz de incidência elemento-nó

A = Matriz de incidência reduzida

A_b = Matriz de incidência representativa da árvore ou base

A_c = Matriz de incidência representativa da co-árvore

A_j = Vetor coluna de \hat{A} , A , A_b , A_c .

a_{ij} = Elemento da matriz \hat{A} , A , A_b , A_c .

L = Matriz dos circuitos básicos

L_b = Matriz dos circuitos básicos relativos à árvore

L_c = Matriz dos circuitos básicos relativos à co-árvore (matriz identidade).

L_j = Vetor coluna de L , L_b , L_c .

l_{ij} = Elemento da matriz L , L_b , L_c .

$B_c = -L_b^T$

$B_b = A_b^{-1} \cdot A_b$, matriz identidade

B_j = Vetor coluna de B_c , B_b

b_{ij} = Elemento de B_c , B_b

x_j, y_j = Variáveis complementares num elemento (j)

X, Y = Vetores das variáveis complementares

F = Vetor de fluxos nas m rotas

F_b = Vetor de fluxos básicos

f_j = Fluxo na rota (j)

U = Vetor das restrições de capacidade nas m rotas

u_j = Restrição de capacidade na rota (j)

∂_j^e = Custo de transporte para uma linha existente na rota (j)

∂_j^h = Custo de transporte para uma linha hipotética na rota (j)

c_j = Custo unitário de transporte na rota (j)

c_j^e = Custo unitário de transporte para uma linha existente na rota (j)

c_j^h = Custo unitário de transporte para uma linha hipotética proposta na rota (j)

c_j^k = Custo unitário de transporte para uma linha hipotética "construída" na rota (j)

C = Vetor dos custos de transporte nas m rotas

C_b = Vetor dos custos básicos

l_j = Comprimento de uma linha na rota (j)

α_j, β_j = Constantes relativas à composição de custos

ξ = Função objetivo ou índice de performance

G = Vetor de gerações ativas nos n nós

Q = Vetor de cargas ativas nos n nós

P = Vetor de injeções ou potências ativas líquidas nos n nós

p_i = Injeção no nó (i)

ω, η, μ = Vetores de variáveis duais

ω_j, η_j, μ_j = Variáveis duais

Z_c = Vetor das diferenças de custo na co-árvore

z_j = Diferença de custo na corda (j)

Δ = Variação de fluxo no circuito básico associado à corda (k)

F_b^n = Vetor dos novos fluxos na árvore

F_c^n = Vetor dos novos fluxos na co-árvore

f_j^n = Novo fluxo na rota (j), ramo ou corda

B_c^n = Nova matriz B_c , após transformação

Γ = Matriz de transformação dos circuitos básicos

Γ_j = Vetor coluna de Γ

γ_{ij} = Elemento de Γ

A_b^n = Nova matriz A_b , após transformação

A_c^n = Nova matriz A_c , após transformação

θ_i = Variação da injeção num nó (i)

θ = Vetor de variação das injeções

C A P Í T U L O 1

INTRODUÇÃO

1.1 - Objetivo do Planejamento

Uma das grandes metas do planejamento é realizar o melhor aproveitamento possível dos recursos disponíveis, o que quase sempre significa a mínima utilização destes recursos. Nas empresas de energia elétrica o planejamento envolve ampla gama de fatores, tais como capital, tecnologia de base, custos operacionais, recursos humanos, aspectos ambientais e política global de empresa. Nem todos esses fatores são quantificáveis, e não obstante desempenham papel de suma importância na tomada de decisões.

No que concerne ao planejamento da expansão da rede de transmissão estão envolvidas componentes aleatórias ou de difícil previsão, tais como a evolução da demanda nas diversas áreas, o despacho de geração, e a política de expansão de sistemas adjacentes interligados. O porte e a localização das fontes de geração e das cargas são quase sempre supostos conhecidos. Portanto variações significativas nas previsões de carga e na disponibilidade de geração podem alterar radicalmente a distribuição de fluxos no sistema, e invalidar todo um programa de expansão. Ignorando tais dificuldades, os consumidores estão evoluindo de maneira a satisfazer suas necessidades. É função da concessionária assegurar a continuidade, segurança e qualidade no atendimento. Isto implica em dimensionar-se a rede de maneira compatível em termos de capacidade e confiabilidade.

Por outro lado é preciso ter em mente que se cumpram tais exigências dentro de programas viáveis de investimento, de maneira a não sobrecarregar o orçamento da empresa, o que em última instância, viria onerar o consumidor, através da majoração da tarifa. A missão do planejamento é, pois, a de conciliar a expansão e sofisticação do sistema elétrico necessárias ao atendi-

to dos consumidores com a disponibilidade financeira para consecução destes objetivos.

1.2 - Natureza do Problema:

O planejamento da expansão do sistema de transmissão consiste em especificar, dentro de um horizonte de estudo finito, a data aproximada de entrada em operação de novas linhas, a localização (topológica) destas linhas, e suas características (nível de tensão, capacidade), de maneira que o sistema resultante satisfaça um perfil de demandas preestabelecido no período do plano. Também os despachos de geração são supostos determinados: o planejamento de transmissão necessariamente sucede o planejamento de geração, ou seja, a definição da localização, porte, tipo, e data de entrada em operação das fontes do sistema futuro.

Outro ponto importante a ser considerado é o intervalo de tempo que o planejamento deverá abranger. Dependendo de sua duração, variam as técnicas de abordagem do problema, e o nível de detalhamento a que se deve chegar.

Quanto a esse aspecto, o planejamento poderá ser a curto, médio e longo prazo.

O planejamento a curto prazo implica na definição rigorosa da entrada em operação, perspectivas de desempenho e considerações de ordem executiva quanto à implantação do equipamento a ser instalado (de 1 a 2 anos).

O planejamento a médio prazo busca definir uma programação de obras realizável no período (3 a 6 anos) situando suas características elétricas principais e performance operacional esperada. Em geral as definições assumidas num estudo deste tipo são sujeitas a adequações periódicas à evolução do sistema.

O planejamento a longo prazo pesquisa as grandes diretrizes de evolução do sistema futuro. Consiste na formulação de um conjunto de esquemas alternativos de expansão, cuja triagem e consolidação serão realizadas efetivamente a partir do acompanhamento da evolução de mercado e outros aspectos conjunturais.

1.3 - As três fases do Planejamento

Um retrospecto histórico dos procedimentos anteriormente adotados é essencial para compreensão de métodos mais recentes. Os primeiros critérios de planejamento foram originalmente desenvolvidos por engenheiros de projeto para determinar parâmetros de equipamentos. Em tais estudos, decididas as fontes de geração a serem utilizadas, visava-se projetar o sistema de transmissão necessário para transportar a energia destas fontes até subestações terminais preestabelecidas. Sempre que surgisse um novo centro consumidor era realizada uma adição simples ao sistema com a finalidade imediata de seu atendimento.

O tempo devotado ao planejamento era geralmente proporcional ao valor do equipamento envolvido e ao tempo necessário à sua implantação. Dessa maneira, fontes de geração e subestações recebiam maior atenção, enquanto que as linhas de transmissão e rês de distribuição eram relegadas à apreciação secundária.

Com a interligação progressiva dos sistemas, começaram a surgir problemas operacionais advindos dessa abordagem simplista.

Como eram assumidas previsões de carga a curto prazo as soluções estabelecidas eram rapidamente absorvidas pelo mercado, e o engenheiro via-se muitas vezes imbuído na tentativa de meramente evitar o agravamento dos problemas operacionais originados pelas premissas errôneas previamente adotadas. Não obstante seu esforço, porém, não atingia esse objetivo, pois empregava ainda nestas correções a mesma metodologia utilizada para criar seus problemas.¹

Na prática atual o processo de planejamento envolve três fases distintas: *síntese, análise e avaliação*²:

Síntese - Os elementos físicos e econômicos que deverão influenciar a evolução do sistema no horizonte de estudo devem ser sintetizados através da formulação de certo número de alternativas de expansão que permitam atingir os objetivos de economia e confiabilidade.

Em termos do sistema de transmissão, isto consiste em, conhecidas as fontes de geração e centros de carga, em magnitude e situação geográfica, estabelecer um conjunto de configurações possíveis para o período do estudo, caracterizando as diversas etapas de expansão de cada configuração.

Análise - Estas alternativas são a seguir testadas, utilizando-se modelos apropriados e computadores de grande capacidade e velocidade, a fim de permitir uma verificação significativa de sua viabilidade. Em termos do sistema de transmissão esta fase envolve estudos de fluxo de potência, curto circuito e estabilidade. Cada etapa de cada programa deve ser avaliada, desde o sistema existente até o ano horizonte, com particular atenção para as primeiras etapas. O importante é que, embora somente as primeiras etapas sejam analisadas em detalhe, as etapas seguintes sejam examinadas até o ponto em que fique atestada sua viabilidade operacional.

A análise geralmente começa com estudos de fluxo de potência para condições normais e contingências. Quaisquer deficiências de desempenho são corrigidas por mudanças apropriadas. A seguir o sistema é testado para condições dinâmicas e transitórias. Neste ponto entram os estudos de curto-circuito, estabilidade e sobretensões. Os resultados desses definem novos reajustes na estrutura até que sua performance seja satisfatória.

Avaliação - As alternativas operacionalmente viáveis são comparadas em termos de confiabilidade e flexibilidade, além de quantificar-se sua economicidade. Obviamente entre alternativas operacionalmente competitivas, as mais econômicas são guias preferenciais para evolução do sistema.

1.4 - Escopo do Estudo

O mais criativo aspecto do planejamento é a síntese, definição das grandes diretrizes do sistema futuro. Basicamente o problema consiste na determinação dos programas de expansão de uma ou mais configurações, que atendam as exigências operacionais do sistema e se possível ao menor custo de implantação. Neste trabalho preliminar o sistema é visto em termos de parâmetros globais, tais como capacidade, distâncias e rotas preferenciais de circulação de fluxos ativos. Este procedimento assegura que nenhum aspecto básico em jogo será esquecido, evitando-se, por outro lado, perda de tempo e recursos no estudo detalhado de alternativas intrinsecamente pobres.

É justamente no estudo das técnicas de síntese do sistema de transmissão que se insere o presente trabalho. No capítulo 2 realiza-se uma breve sùmula dos vários métodos desenvolvidos na a bordagem do assunto, e define-se a preferência por um método em particular. No capítulo 3 alinham-se subsídios básicos relativos à teoria de grafos, necessários ao desenvolvimento do algoritmo do capítulo 4.

Neste, por sua vez, apresenta-se a formulação matemática de uma técnica de pesquisa do desenho do sistema de transmissão, que a par de respeitar as restrições de natureza elétrica, busca minimizar uma função objetivo definida como o custo total da transmissão. É adotado um modelo linear do sistema elétrico e o enfoque teórico dado ao problema combina programação linear e teoria de grafos.

No capítulo 5 é apresentado fluxograma detalhado do procedimento, ilustrado pela aplicação a um caso exemplo.

Finalmente no capítulo 6, seguem-se as conclusões e sugestões.

C A P Í T U L O 2

MÉTODOS EM PLANEJAMENTO

2.1 - Introdução

Nos sistemas de potência de hoje grande parte das linhas existentes tem a dupla função de transportar energia e interligar o sistema, garantindo sua confiabilidade. Dessa forma o problema de planejar a expansão da rede envolve grande número de elementos interdependentes que envolvem com o tempo.

O planejamento a longo prazo torna-se o elemento básico do processo, servindo de guia para estudos específicos e decisões a curto prazo. O processo de planejamento torna-se contínuo, de maneira a acompanhar a evolução do sistema e manter, permanentemente, a coerência entre as decisões a curto prazo e a perspectiva a longo prazo².

No tratamento do problema abrem-se duas opções básicas: pode-se usar experiência e intuição para formular um conjunto de esquemas alternativos de expansão, ou pode-se criar um modelo que gere uma, ou mais soluções sujeitas a critérios de desempenho e/ou a critérios de aproveitamento dos recursos disponíveis.

2.2 - Método CUT-AND-TRY

No primeiro caso, a síntese das configurações futuras do sistema é estabelecida a partir de considerações intuitivas, em que entra em jogo experiência e criatividade. A seguir cada configuração é testada com fluxo de potência e corrigida em fase de deficiências. Isso conduz ao cabo de um certo número de tentativas a uma configuração *aceitável* em termos das restrições operacionais impostas.

Dentro das etapas aqui propostas de síntese, análise e avaliação, verifica-se que este procedimento se identifica bem mais com a segunda fase. Realmente, a única ferramenta matemática utilizada é de natureza analítica. Para planejamento a curto prazo,

em que se exige certo rigor de análise, essa técnica é muito conveniente. No entanto, no planejamento a longo prazo apresenta certas desvantagens:

- Como são testadas poucas alterações de cada vez, a utilização do fluxo de potência é excessivamente onerosa e dispersiva.
- A precisão dos resultados está bem além do necessário para estudos a longo prazo, já que as projeções de carga apresentam um intervalo de confiança bastante restrito.
- O fluxo de potência terá sérios problemas de convergência, já que as cargas são expandidas e o sistema proposto é obtido por justaposição ao existente, com grande probabilidade de subdimensionamento.

2.3 - Métodos Automáticos

No segundo caso busca-se *automatizar* o processo de síntese, através de um modelo matemático.

Infelizmente o problema ainda não foi satisfatoriamente equacionado em termos matemáticos. É impossível abranger numa formulação deste cunho toda a elasticidade e riqueza criativa que a intuição proporciona. Não obstante o modelo pode quantificar as implicações de cada solução pela formulação exata de restrições e critérios de desempenho. Pode reduzir o risco do pensamento dirigido favoravelmente a uma solução (o que ocorre muito frequentemente com o método Cut-and-Try), revelando possibilidade combinatórias que escapariam às cogitações intuitivas.

De qualquer maneira, devido à complexidade do problema e ao número de variáveis envolvidas, a aplicabilidade desses métodos fica reduzida a um papel auxiliar, definindo as linhas gerais do processo, mas não diminuindo o papel da intuição criadora.

As ferramentas normalmente utilizadas no estabelecimento destes métodos são a heurística e a programação matemática.

Básicamente um *processo heurístico* busca simular as principais linhas do pensamento na resolução de um determinado problema. Isto significa um esforço no sentido de racionalizar o procedimento intuitivo antes referido, ou seja, codificar um processo de

pesquisa e decisão que conduza a resultados satisfatórios. Frequentemente as regras usadas incorporam as táticas consagradas e utilizadas por profissionais experimentados no campo em estudo. Um processo heurístico típico conterá uma parte lógica que determina a mudança no sistema e uma parte analítica que determina se o sistema resultante é adequado⁹.

No campo da *programação matemática* tem sido usados com frequência métodos de programação linear, programação não linear (gradiente), programação inteira e programação dinâmica.

Durante a década passada foram envidados esforços de estabelecer métodos automáticos de planejamento de transmissão. Basicamente as técnicas até aqui desenvolvidas compreendem os métodos de *simulação* e os métodos de *otimização*.

2.4 - Métodos de Simulação

Os métodos de simulação observam de forma detalhada um pequeno número de alternativas selecionadas por critérios bastante simples. O que os caracteriza é a tentativa de reproduzir o mais fielmente possível o comportamento futuro do sistema. Alguns métodos de simulação são brevemente descritos a seguir.

2.4.1 - "A model for transmission planning by logic"¹⁰, 1960

A filosofia básica deste método é de que existe paridade entre a potência líquida de uma parte do sistema e a capacidade de transmissão externa interligada à área. Traça-se uma cerca imaginária em torno do subsistema considerado. A capacidade das linhas que entram no subsistema é avaliada (definindo-se uma capacidade média por circuito) e comparada com a potência líquida (geração ou carga) do subsistema. Se há insuficiência de capacidade linhas são adicionadas. Escolhendo judiciosamente os subsistemas a considerar é possível dimensionar convenientemente todo o sistema de transmissão.

2.4.2 - "Computer program for automatic transmission planning"¹¹, 1963

Este método utiliza um subprograma de despacho econômico pa

ra definir o perfil de gerações, dadas as projeções de carga, um subprograma de fluxo de potência ativa para detectar as sobrecargas no sistema de transmissão, e um subprograma com uma lógica de adição de circuitos, que considera como candidata a linha mais sobrecarregada e, se existirem, as linhas em série com esta que apresentarem sobrecargas.

Para uma determinada linha existe uma coleção de opções de mudança do sistema, tabeladas segundo um critério de custo mínimo e eficiência máxima em aliviar o carregamento. A elaboração da lista de adições prioritárias depende de julgamento de engenharia.

2.4.3 - "Automatic transmission planning with ac load flow and incremental loss evaluation"¹², 1965

Este procedimento representa uma sofisticação do anterior; utiliza um subprograma de despacho econômico, e um subprograma de fluxo de potência a.c. para detectar as barras com tensões abaixo de limites pré-estipulados e linhas sobrecarregadas. Dois subprogramas lógicos são empregados: o primeiro detecta a barra com o pior nível de tensão e executa alterações no sistema (previamente catalogadas) de forma a corrigir este problema.

Quando todas as barras estiverem a um nível satisfatório, virá a passagem para o segundo subprograma lógico, que pesquisa a linha mais sobrecarregada e executa adições de circuitos, pré-definidas, até que não ocorram sobrecargas.

2.4.4 - "Transmission planning using a reliability criterion"¹³, 1971

Embora bem mais recente, o processo adotado é uma extensão do anterior: agrega ao descrito um subprograma para cálculo de índices de confiabilidade nas barras do sistema e um subprograma lógico cuja regra básica consiste em detectar, para contingências, a barra cujo índice de confiabilidade é inferior a um mínimo aceitável. A partir daí são executadas mudanças no sistema de transmissão de forma a elevar o índice de confiabilidade na barra selecionada. O processo é repetido até que em todas as barras do sistema os índices de confiabilidade estejam acima de limites

aceitáveis.

2.5 - Métodos de Otimização

O planejamento *ótimo* da expansão de um sistema de transmissão é um problema matemático bastante complexo. O melhor plano para expansão é o que resulta no mínimo valor atual dos custos de implantação e operação do sistema durante o intervalo de tempo do estudo considerado.

Um problema desse teor requer, em princípio, uma técnica de otimização dinâmica. No entanto como o número de configurações possíveis para um sistema real é enorme, as dimensões do problema tornam pouco praticável o uso destas técnicas.

Para contornar essa dificuldade, um procedimento bastante razoável é a utilização de um método estático de otimização que gere configurações ótimas para cada estágio do plano, mas não necessariamente ótimas para todo o período em estudo. O intervalo entre estágios pode variar. Pode ser ano a ano, ou, o que é mais adequado, pode ser a determinação da configuração no ano horizonte e a interpolação para os anos intermediários, que determine um bom escalonamento das adições de linhas.

Aqui serão relatados métodos que utilizam tanto a programação dinâmica como a otimização por estágio. Quase todas as técnicas desenvolvidas buscam atingir quatro exigências básicas, necessárias a estudos dessa natureza:

- Uso de um modelo simplificado do sistema elétrico.
- Dados de entrada que não exijam muito tempo de preparação.
- Critério simples para adição de linhas.
- Pouco tempo de computação.

As simplificações assumidas não comprometem grandemente os resultados, dada a larga margem de incerteza quanto a evolução das cargas. O que realmente se pretende é a substituição parcial do procedimento intuitivo por uma rotina otimizante que, consideradas todas as configurações possíveis, selecione a mais promissora em relação a determinado índice de performance.

Dentro dessas características se alinham os métodos descritos a seguir.

2.5.1 - "A mathematical optimization technique for the expansion of electric power transmission systems"¹⁴, 1970

Neste trabalho é empregado Load-Flow D.C. para caracterizar as sobrecargas do sistema. As sobrecargas são definidas em termos do limite térmico e de estabilidade (pela limitação da diferença angular entre barras a um valor aceitável). Um critério de confiabilidade estipula que "se houver a perda da linha de maior capacidade, nenhuma outra linha deverá ficar sobrecarregada". São simuladas contingências simples e testadas através de Load-Flow D.C., de tal forma que se a diferença angular numa rota de fluxo for maior a mínima permissível para a linha mais fraca da rota, são necessárias adições de linhas que a aliviem.

As condições devem ser tais que minimizem o valor atual dos investimentos mais o custo operacional no período de planejamento. É utilizada programação linear para obter a configuração em cada ano, e programação dinâmica para definir a evolução ótima das configurações dentro do horizonte de estudo.

2.5.2 - "Modelo de Planejamento automático da expansão de sistemas de transmissão"¹⁵, 1972

Neste método é utilizado Load-Flow D.C. para avaliar os fluxos no sistema. A segurança de uma configuração é testada por uma análise de contingências, em que basicamente se verifica:

- Em operação normal, a defasagem e a potência transmitida não devem ultrapassar valores préfixados (dados por considerações ligadas à estabilidade e ao limite térmico).
- Quando retirado um circuito a defasagem em qualquer outro ramo não deve ultrapassar certo limite e o fluxo não deve ultrapassar 50% do limite térmico.

A rotina de otimização é estabelecida a partir de um critério que leva em conta defasagem e custos.

Tenta-se sucessivamente, adicionar ao sistema as linhas que maximizarem a redução do custo de implementação do sistema no sentido de obter configurações seguras. Isto é obtido a partir da varredura de uma árvore de alternativas, orientada por

uma análise de sensibilidade. O algoritmo de busca procura caminhos promissores para expansão: isto é, expande-se sempre para a configuração operacionalmente viável que apresentar o mais baixo custo.

2.5.3 - "An automated method for long range planning of transmission networks"¹⁶, 1973

Neste caso um modelo linear do sistema elétrico é resolvido por meio de um Load-Flow D.C., combinado a uma rotina de otimização não linear (gradiente) que pesquisa o ótimo de um índice de performance representativo da confiabilidade do sistema e do custo das adições de novas linhas. Como o índice de performance utiliza fatores de ponderação, a solução pode ser "influenciada" convenientemente por considerações eletricamente não quantificáveis. Assim se verifica que neste método há interferência de julgamento de engenharia, pois a "dosagem" da ponderação é uma questão de sensibilidade do sistema em estudo e experiência em planejamento.

2.5.4 - "A method for horizon year transmission planning"¹⁷, 1972

A base deste método é uma técnica de programação linear especialmente desenvolvida para enfoque do problema. O sistema elétrico é visto como um modelo linear, mas a resolução dos fluxos de potência não é realizada por Load-Flow D.C., como nos casos precedentes. Procura-se uma distribuição ótima de fluxos, que leva à minimização de uma função objetivo que representa o produto de fluxo ativo pelo custo de transmissão, assumido como proporcional ao comprimento da linha. Se para esta alocação de fluxos se manifestarem sobrecargas, é adicionada uma linha onde ocorrer a maior.

O método apresenta, à primeira vista, certa semelhança com aquele descrito na referência (11). Como naquele caso, tem-se duas fases distintas no processo: a estimativa linear de fluxos, e uma regra para adição de linhas. No entanto ali os flu-

xos estimados se distribuem segundo as características elétricas dos circuitos, e no caso presente tem-se uma ótima alocação de fluxos. Assim a adição de linhas nas rotas mais sobrecarregadas' conduz a uma configuração ótima em termos de um índice de desempenho, enquanto em (11) visava apenas atingir uma configuração aceitável, na qual não existissem sobrecargas.

2.6 - Comentários Finais

Pelo que se observa no que foi exposto quanto aos métodos de simulação, houve a crescente sofisticação dos instrumentos auxiliares de análise, sem que houvesse progresso na técnica de síntese em si.

Por outro lado a hipertrofia da componente analítica do processo tem como consequência a necessidade de maior número de dados de entrada, o que resulta em perda da característica essencial a esta espécie de programa: a simplicidade e facilidade de preparação de dados. Como a componente lógica do processo pouco mudou, o sistema resultante continuará sendo aceitável dentro das restrições impostas, mas não será necessariamente a melhor configuração, porque simplesmente não existe uma figura de mérito para avaliação de excelência da escolha.

Já os métodos de otimização buscam sempre definir, dentro do conjunto de estratégias possíveis, aquela que otimize um determinado índice de performance. No entanto, dadas as dimensões do problema, sacrifica-se a *precisão* em prol da definição de metas gerais de ótimo desenho.

Conclue-se daí, que os métodos de otimização são adequados às definições a longo prazo, quando se busca caracterizar uma política de expansão do sistema.

Já os métodos de simulação se prestam bem às definições a médio prazo, quando se faz necessário um certo nível de detalhamento. Assim, definida por um critério otimizante a política de expansão a longo prazo, as configurações a médio prazo podem ser estabelecidas por métodos de simulação, tal que das alternativas possíveis sejam descartadas aquelas previamente eliminadas pelo critério otimizante.

Dentre todas as técnicas abordadas no capítulo 2, o interesse do autor se voltará à investigação da última apresentada, pois esta se afigura a que melhor atinge os requisitos de simplicidade de modelo e facilidade na preparação de dados, além de representar a possibilidade de pesquisa de um método de programação linear especificamente dirigido à solução do problema de planejamento.

C A P Í T U L O 3

IDENTIFICAÇÃO DO SISTEMA

3.1 - Introdução

Para melhor compreensão do desenvolvimento aqui pretendido é essencial alinharem-se certos conceitos fundamentais relativos a sistemas físicos discretos e teoria dos grafos. O material apresentado nesta parte é abordado em detalhe em livros especializados^{22, 24}.

Dentro do escopo deste estudo, entende-se como sistema "uma coleção de componentes interconectados para realização de um objetivo". A estrutura de um sistema é descrita pela identificação particularizada de seus componentes e pela interrelação destes por meio de um modelo de interconexão.

3.2 - Componentes

Cada componente tem tantos terminais quantas forem suas interfaces com os outros componentes do sistema. A representação de um componente a dois terminais é apresentada na fig. 1.

O primeiro postulado da teoria de sistema afirma que matematicamente um componente a dois terminais é descrito por um par de variáveis complementares, y_j e x_j . Num sistema hidráulico, por exemplo, x_j é a diferença de pressão e y_j é o fluxo.

3.3 - Modelo de interconexão

As interrelações entre os componentes são caracterizadas pelo grafo associado ao sistema.

Um grafo é uma coleção de pontos denominados nós, conectados uns aos outros pelas extremidades de segmentos designados elementos. Cada rota de fluxo do sistema de transmissão (que pode conter uma ou mais linhas) é representada por um elemento de seu grafo e cada barramento por um nó. Na fig.2 vê-se um grafo H (6,8) com seis nós e oito elementos.

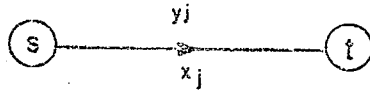


Fig. 1

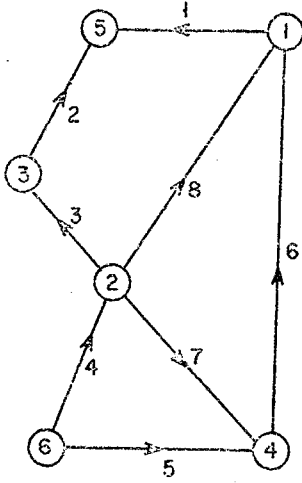


Fig. 2

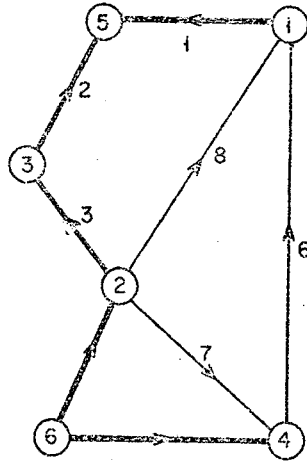


Fig. 3

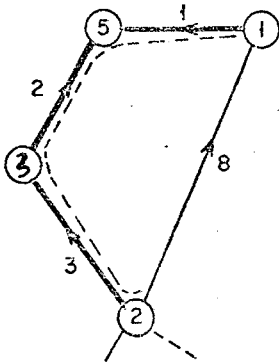


Fig. 4

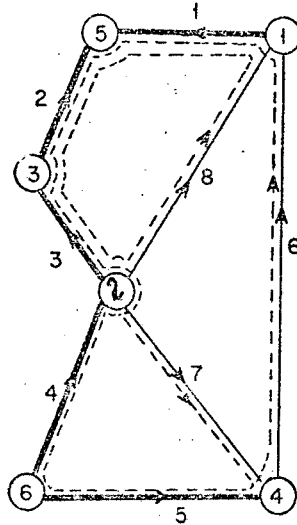


Fig. 5

3.3.1 - As matrizes \tilde{A} e A

A caracterização de um elemento envolve as noções de orientação e incidência.

Orientar um elemento consiste em definir um dos dois possíveis sentidos de fluxo no elemento como positivo, e negativo o sentido oposto. A *incidência* de um elemento (j) num nó (i) para um grafo $H(n,m)$, pode ser expressa por uma matriz de incidência $\tilde{A} = \{a_{ij}, i = 1,n, j = 1,m\}$, tal que:

$a_{ij} = 1$ se o elemento (j) está orientado para fora do nó (i).

$a_{ij} = -1$ se o elemento (j) está orientado para dentro do nó (i).

$a_{ij} = 0$ se o elemento (j) não encontra o nó (i).

Para o grafo da fig.2 a matriz de incidência elemento-nó é a seguinte:

		elementos								
			1	2	3	4	5	6	7	8
$\tilde{A} =$	nós	1	1	0	0	0	0	-1	0	-1
		2	0	0	1	-1	0	0	1	1
		3	0	1	-1	0	0	0	0	0
		4	0	0	0	0	-1	1	-1	0
		5	-1	-1	0	0	0	0	0	0
		6	0	0	0	1	1	0	0	0

Como cada vetor coluna tem duas entradas unitárias de sinal contrário a soma das linhas é nula, o que caracteriza dependência linear.

Se uma das linhas de \tilde{A} for omitida, a matriz restante A é chamada matriz de incidência reduzida.

O nó correspondente à linha omitida é chamado nó de referência. Para o grafo da fig.2 tem-se:

		elementos								
			1	2	3	4	5	6	7	8
$A =$	nós	1	1	0	0	0	0	-1	0	-1
		2	0	0	1	-1	0	0	0	1
		3	0	1	-1	0	0	0	0	0
		4	0	0	0	0	-1	1	-1	0
		5	-1	-1	0	0	0	0	0	0

3.3.2 - Árvore de grafo

Antes de situar o conceito de árvore, é necessário definir subgrafo, caminho e circuito. Um *subgrafo* é um subconjunto de elementos e nós de um grafo.

Um subgrafo conectando o nó (i) ao nó (j), $i \neq j$, tal que todos os nós intermediários sejam conectados a apenas dois elementos, é um *caminho*. Por exemplo na fig.2, o subgrafo (6,1,2,3) é um caminho entre o nó (4) e o nó (2).

Um grafo é *conexo* se existe um caminho entre todos os possíveis pares de nós do grafo. Um *circuito* é um caminho que começa e termina no mesmo nó. Por exemplo, o subgrafo (1,2,3,8) é um circuito.

Seja A a matriz de incidência reduzida. Uma base para a imagem de A é um conjunto de vetores colunas tais que:

- a) Seja possível obter todas as demais colunas por combinação linear dos vetores da base.
- b) Para tanto, os vetores da base sejam linearmente independentes; a base deve ser uma matriz não singular.

A matriz de incidência reduzida pode ser particionada em duas submatrizes A_b e A_c :

$$A = \left[A_b \mid A_c \right] \quad [1]$$

A matriz A_b , composta dos vetores coluna (1,2,3,4,5) é uma base da imagem de A. O subgrafo (1,2,3,4,5) é uma *árvore* do grafo da fig.3.

Uma *árvore* é um subgrafo conexo que contém todos os nós do grafo e não contém circuitos. Os elementos correspondentes aos diversos conjuntos máximos de colunas linearmente independentes da matriz de incidência reduzida constituem árvores do grafo. Os elementos de uma árvore são designados ramos.

A matriz A_b , é não singular. Assim, a árvore é uma base do grafo representado por \hat{A} . Qualquer elemento do grafo que não pertença à árvore pode ser obtido por combinação linear dos ramos.

Para expressar um elemento em função da árvore basta partir de um de seus nós e percorrer o caminho através dos ramos até o outro nó, em orientação oposta à do elemento (fig.4). Isto

corresponde ao processo algébrico de combinar linearmente os vetores colunas de A para obter qualquer outra coluna. Por essa razão a árvore não pode ter circuitos: significaria que um ramo poderia ser obtido por combinação linear dos demais.

O conjunto dos elementos de um grafo não pertencentes à árvore representam a *co-árvore*. Esses elementos são designados cordas. A matriz representativa da co-árvore é designada por A_c . No exemplo é a matriz composta dos vetores coluna (6,7,8).

3.3.3 - Circuitos básicos

O circuito associado a uma corda é chamado *Circuito Básico*. A orientação deste circuito é a mesma da corda. Existem dois caminhos no circuito básico entre os nós da corda. Um é a própria corda, o outro são os ramos cuja combinação linear a define.

É possível caracterizar a incidência dos elementos de um grafo nos circuitos básicos por meio de uma matriz de incidência $L = \{l_{ij}\}$ onde (i) é a ordem dos elementos da co-árvore e (j) é a ordem dos elementos do grafo tal que:

$l_{ij} = 1$ se o elemento (j) é incidente no circuito correspondente à corda (i) e orientado segundo o mesmo sentido de circulação.

$l_{ij} = -1$ se o elemento (j) é incidente no circuito correspondente à corda (i) mas orientado segundo o sentido oposto.

$l_{ij} = 0$ se não há incidência do elemento (j) no circuito (i).

Seja o grafo da fig.5. Os circuitos são identificados pelas cordas. A matriz L será:

$$L = \begin{array}{c|cccccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline 6 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 8 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Como se vê, a matriz L pode ser particionada em uma matriz L_b referentes aos ramos e uma matriz identidade L_c , referente às cordas:

$$L = \left[L_b \mid L_c \right] \quad [2]$$

3.3.4 - Relação entre árvore e circuito básico

Pela definição de circuito básico, depreende-se que existe uma correspondência biunívoca entre este e a corda associada. Sabe-se ainda que qualquer corda pode ser obtida pela combinação linear dos ramos contidos no circuito básico.

Em termos matriciais isto é traduzido pela relação:

$$A_c = -A_b L_b^T \quad [3]$$

O sinal trocado expressa a orientação da soma vetorial dos ramos, oposta ao sentido de circulação do circuito básico, que coincide com a orientação da corda. Pré-multiplicando pela matriz inversa de A_b , fica:

$$A_b^{-1} A_c = L_b^T \quad [4]$$

Para facilidade de notação no desenvolvimento do algoritmo do próximo capítulo, é conveniente adotar:

$$-L_b^t = B_c \quad [5]$$

Da mesma forma, a matriz identidade obtida pelo produto da base por sua inversa é representada:

$$A_b^{-1} A_b = B_b \quad [6]$$

3.3.5 - Equações de circuito

Para os circuitos básicos de uma árvore qualquer se verifica a seguinte relação:

$$\left[L_b \mid L_c \right] \cdot \left[X_b \mid X_c \right]^T = 0 \quad [7]$$

Que é o segundo postulado da teoria de sistemas²². X_b e X_c são os vetores das variáveis x_j nos ramos e nas cordas, respectivamente.

$$L_b X_b + L_c X_c = 0 \quad [8]$$

L_c é uma matriz identidade, e pode-se escrever:

$$L_b X_b + X_c = 0 \quad [9]$$

$$X_c = -L_b X_b \quad [10]$$

Lembrando a relação [5], conclui-se:

$$X_c = B_c^T X_b \quad [11]$$

Isto significa que as variáveis x_j nas cordas são univocamente determinadas pelas variáveis x_j nos ramos. Assim se somente estas variáveis forem especificadas determinam as primeiras.

3.3.6 - Equações de conservação de fluxo

A distribuição dos fluxos num grafo deve satisfazer à primeira lei de Kirchoff: a soma algébrica dos fluxos que incidem em qualquer nó é nula, ou seja:

$$\sum_j a_{ij} \cdot y_j = 0 \quad [12]$$

Em que y_j é o fluxo no elemento j , e o índice (j) cobre todos os elementos incidentes no nó (i) . Em termos da matriz \hat{A} , tem-se:

$$\hat{A} Y = 0 \quad [13]$$

A matriz \hat{A} é singular, o que pode ser facilmente constatado somando as linhas. Isto significa que uma das equações é redundante. Para que sejam equações linearmente independentes, basta suprimir uma das linhas na matriz \hat{A} :

$$A Y = 0 \quad [14]$$

A relação (14) representa o conjunto mínimo de equações que define a distribuição de fluxos num grafo.

3.4 - Conclusão

Os aspectos básicos aqui expostos, em particular o conceito de árvore e as relações (8) e (9) referentes aos circuitos básicos servirão como suporte ao desenvolvimento de um método de planejamento de transmissão que será estudado em detalhe no capítulo seguinte.

CAPÍTULO 4

DESENVOLVIMENTO DO ALGORITMO

4.1 - Introdução:

Programação linear já foi utilizada anteriormente na abordagem de problemas inerentes a sistemas de potência, na área de planejamento em trabalhos pioneiros¹⁷ ou aplicações recentes¹⁸, e em áreas afins^{20, 21}.

A técnica a ser abordada neste capítulo foi desenvolvida originalmente para resolução do problema de distribuição ótima de fluxos num sistema hidráulico. O cômputo dos fluxos e das variáveis duais era realizado por inspeção visual do grafo associado ao sistema. Posteriormente este procedimento foi enriquecido por uma regra de adição de linhas e aplicação ao planejamento de transmissão³. É propósito do autor desenvolver uma abordagem matemática do problema, via teoria de grafos, utilizando as transformações lineares entre as matrizes de incidência.

Ênfase especial é dada à caracterização dos parâmetros da função objetivo. Aqui, diversamente da referência citada³, procura-se tipificar tais parâmetros como custos associados à transmissão.

Como se trata de uma técnica estática de otimização, o procedimento para estabelecer as configurações sucessivas pode ser ano a ano ou dirigida para o ano horizonte do estudo. A preferência recai sobre o segundo procedimento, por razões que serão destacadas posteriormente.

É suposto conhecido, em cada estágio, o perfil de cargas e gerações. Incertezas nessa previsão e seu efeito sobre uma determinada configuração serão comentados no capítulo 6.

4.2 - Definição de um índice de performance

O objetivo é determinar um critério para adição de novas linhas ao sistema, seja pelo reforço das existentes, seja pela de finição de novos percursos, de maneira a atender ao crescimento da demanda. Este crescimento se manifesta como sobrecarga sobre o sistema existente. Assim, constatada a existência de sobrecarga, é necessário redimensionar o sistema de transmissão. Do ponto de vista econômico, deve-se optar por aquela solução que implique no menor investimento. Seja uma linha qualquer (j). A sua máxima utilização é obtida quando sua capacidade estiver plenamente ocupada, isto é, quando:

$$f_j = u_j \quad [15]$$

Em que f_j é o fluxo ativo e u_j é a capacidade da linha.

Existindo sobrecarga em determinada linha do sistema, esta deverá ser aliviada pela construção de nova(s) linha (s).

Neste sentido podem ser consideradas diversas alternativas:

- i) Duplicar a linha existente, na mesma tensão: neste caso teremos dois custos diferentes: para o caso da duplicação ser apenas o lançamento do segundo circuito em estruturas para circuito duplo, ou construção de uma nova linha, segundo o mesmo percurso (que poderá ser geograficamente diferente, mas topologicamente idêntico).
- ii) Elevar a tensão da linha existente, se esta for originalmente isolada para uma tensão mais alta.
- iii) Construir linha em tensão mais elevada no mesmo percurso.
- iv) Construir nova linha na mesma tensão segundo outro percurso.
- v) Construir nova linha noutra tensão segundo outro percurso.

Verifica-se assim que têm-se seis custos diferentes para implantação, cuja existência como opções dependerá das peculiaridades do sistema em estudo.

Para a análise que tem-se em vista é importante que se imaginem adições de linhas como novos caminhos por onde se pode

escoar a sobrecarga do sistema. É conveniente que se raciocine em termos das possíveis rotas de fluxo, que tenham maior ou menor capacidade, com diferentes custos de implantação.

Assim as seis possibilidades apresentadas reduzem-se a apenas duas:

- 1) Aumentar a capacidade de rota existente, mantendo inalterada a topologia do sistema (opções i, ii, iii).
- 2) Criar um novo caminho para aliviar a sobrecarga, noutra percurso, alterando a topologia do sistema (opções iv, v).

A adição, em qualquer hipótese, virá aliviar a sobrecarga do sistema.

As novas linhas deverão ser definidas em todas as rotas de fluxo viáveis do sistema, seja nas existentes, seja em percursos ainda não utilizados. A função do algoritmo será então a de *selecionar* as adições que drenem a sobrecarga e resultem no menor investimento de implantação.

4.2.1 - Custos de Transporte

Devem ser considerados distintamente os custos de transmissão para linhas *existentes* e para linhas *hipotéticas*.

Os custos de transporte para uma linha existente envolvem a consideração do custo das perdas elétricas e de manutenção. Como estes últimos representam uma parcela pouco significativa em relação ao custo de perdas, não serão levados em conta.

As perdas em potência e energia dependem da forma da curva de carga anual. Esta não é perfeitamente caracterizada pelo fator de carga e a demanda máxima. Não obstante, pode-se estabelecer, em função do fator de carga, uma relação entre as perdas resistivas e a ponta do ano⁷. As perdas variam segundo o quadrado da potência transmitida, e seu custo toma a forma:

$$d_j = \beta_j \cdot l_j \cdot f_j^2 \quad [16]$$

Em que ∂_j é o custo de transporte para uma linha de comprimento l_j , e β_j é uma constante que abrange resistência da linha, fator de perdas, fator de potência e conversão monetária. Como está em questão o custo por MW transportado, que traduz uma relação custo/benefício, tem-se:

$$c_j = \frac{\partial_j}{f_j} = \beta_j l_j f_j \quad [17]$$

Pode-se daí concluir que o custo unitário de transporte para uma linha existente varia linearmente com a distância e a potência transmitida.

Na determinação do custo de transporte de uma linha hipotética consideram-se os encargos referentes à construção da linha:

$$\partial_j^h = \alpha_j I_j l_j \quad [18]$$

Em que I_j é o investimento por Km, abrangendo os encargos de remuneração já mencionados, e α_j é uma constante, por Km, cuja significação será esclarecida a seguir.

A relação custo/benefício será:

$$c_j^h = \frac{\alpha_j I_j l_j}{f_j} \quad [19]$$

Na figura 6 é representada a variação dos custos em relação ao fluxo, com distância constante.

Observe-se que para certo nível de carregamento, caracterizado pelo ponto (1), o custo de perdas na linha existente iguala o custo de construção da nova linha.

Noutro nível qualquer a duplicação implicaria em baixa utilização da nova linha, com custo de construção elevado (ponto 2) ou, em excessivo custo de perdas (ponto 3). Assim, o primeiro nível considerado representa o carregamento ótimo da linha existente com vistas à duplicação. Na prática, como indicado no apêndice 1, verifica-se que este nível transgride as restrições elétricas.

4.2.2 - Função Objetivo

O custo de transporte global para as rotas de fluxo do sistema é dado por:

$$\xi = C^T F \quad [20]$$

Em que $C = \{c_j, j = 1, m\}$ é o vetor de custos unitários nas m rotas do sistema, e $F = \{f_j, j = 1, m\}$ é o vetor de fluxos nas m rotas do sistema.

Considerando a função objetivo, outra observação faz-se cabível em relação às linhas hipotéticas: os custos de transporte associados a estas linhas representam uma penalidade pela sua utilização.

Tudo se passa como se a partir do ponto em que a linha existente atinge sua capacidade, seja cobrada uma multa à transmissão. Isto fica evidente examinando-se a figura 7.

Verifica-se que a partir de u_j a variação do índice de performance sofre uma descontinuidade, e o fluxo passa pela rota a um custo de transporte elevado.

Neste ponto cabe esclarecer o significado da constante α_j .

Pela manipulação de seu valor pode-se influenciar preferencialmente a adição de uma linha, ou dificultar sua inclusão.

Este recurso possibilita a intervenção de julgamento de engenharia na obtenção dos resultados, dando maior flexibilidade ao modelo.

A introdução de mais de um nível de tensão é realizada pela manipulação dos custos de construção, da constante β_j , que inclui grandezas elétricas, e da capacidade.

Uma vez que seja definida a inclusão de uma linha hipotética, esta é suposta "existente", isto é, seu custo de transporte passa a ser apenas o custo de perdas e sua capacidade é limitada. No caso de inclusão de novas linhas em rotas com linhas existentes o novo custo de perdas da rota, com mais uma linha "construída", será diferente do anterior, por efeito de alteração da constante β_j , que engloba a resistência resultante das linhas da rota.

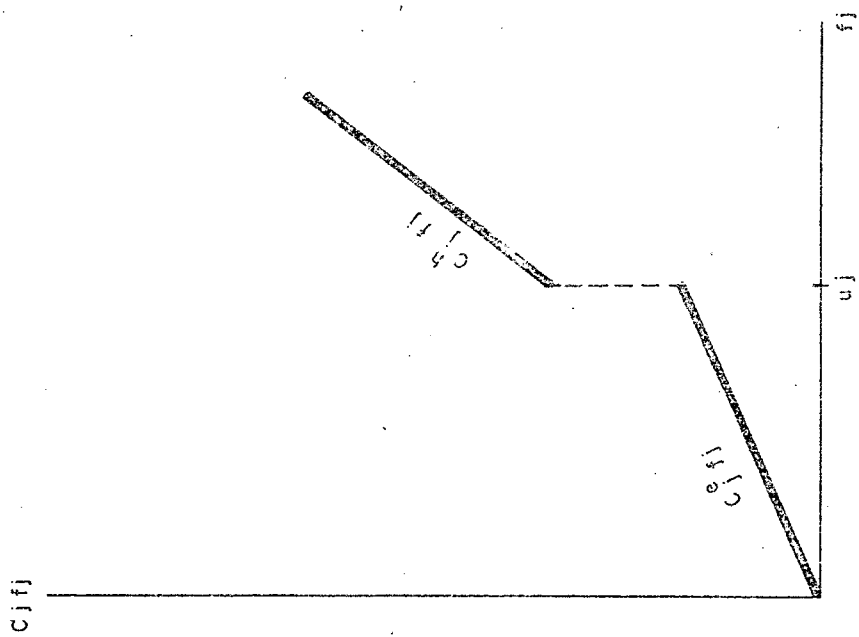


FIG. 7 VARIACÃO DO ÍNDICE DE PERFORMANCE

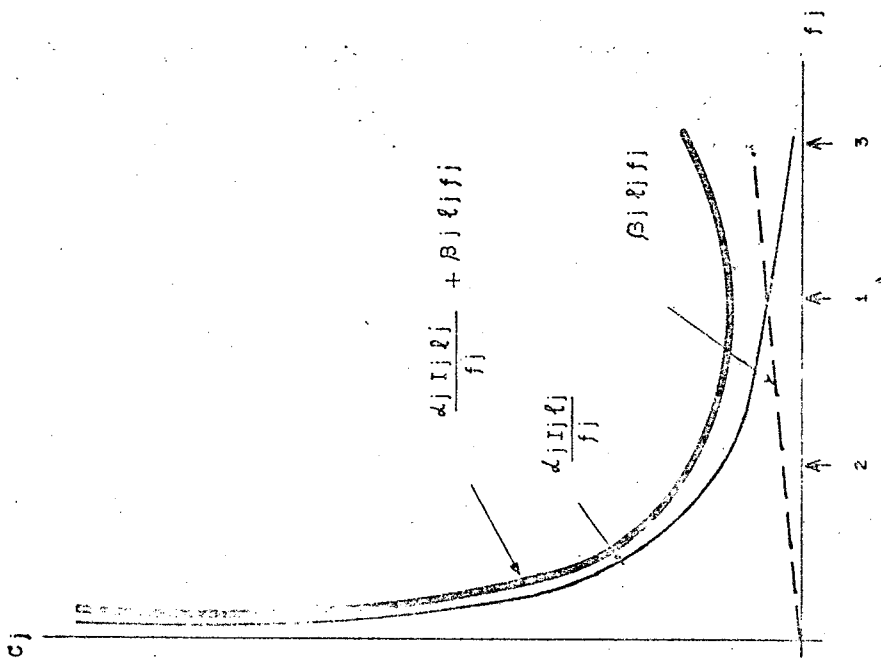


FIG. 6 - VARIACÃO DOS CUSTOS UNITARIOS

Por exemplo, no caso de duplicação, o custo de perdas se reduz à metade, em razão da paralelização das resistências de linha.

4.3 - Restrições

As restrições do problema são de duas espécies: restrições referentes ao desempenho particular de cada componente do sistema, ou seja, limitações quanto à capacidade de transporte e limite de estabilidade para as linhas contidas nas rotas de fluxo do sistema, e restrições para o modelo de interconexão, isto é, para o grafo associado ao sistema.

4.3.1 - Restrições para os Componentes

Sob o aspecto estritamente elétrico o máximo carregamento de uma linha é determinado pelos seguintes parâmetros:

Limite Térmico: Máxima corrente que pode fluir numa linha sem violar as condições de projeto .

Limite de Estabilidade: A defasagem angular entre barras adjacentes, em operação normal ou contingências, não deve exceder limites pré-estabelecidos .

Queda de Tensão: Principalmente em sistemas radiais a queda de tensão numa linha deve estar acima de um certo valor mínimo, cuja definição depende da área de operação de cada companhia.

Em sistemas de alta tensão, no entanto, a rede apresenta configuração malhada, de forma que a queda de tensão se torna um parâmetro de importância menor na definição da capacidade de transporte.

Nêste estudo preconiza-se a adoção de valores conservativos para capacidade, já que o modelo é linear, ignorando perdas e circulação de reativos. Tem-se assim uma garantia adicional de suficiência da configuração quando testada com Load Flow A.C.

Num estágio qualquer de cálculo serão consideradas *ativas* as restrições das linhas existentes e daquelas linhas hipotéticas cuja inclusão já foi definida. Numa mesma rota a capacidade total

é a resultante da capacidade das diversas linhas paralelas.

Seja $U = \{u_j, j = 1, m\}$ o vetor de capacidade das m rotas do sistema. Então:

$$0 \leq F \leq U \quad [21]$$

4.3.2 - Restrições para o modelo de Interconexão

Seja o grafo $H (n, m)$ associado ao sistema, e um nó de referência; seja $G = \{g_i, i = 1, n\}$ o vetor das gerações ativas para n nós, e $Q = \{q_i, i = 1, n\}$ o vetor das cargas ativas para n nós; então $P = G - Q = \{p_i, i = 1, n\}$ é o vetor das potências ativas líquidas para n nós. A primeira lei de Kirchoff estabelece que:

$$AF = P \quad [22]$$

Isto significa que para cada nó i teremos:

$$\sum_j a_{ij} f_j = p_i \quad [23]$$

Em que o índice (j) cobre todos os elementos incidentes no nó (i) . Da mesma forma o fluxo total que entra no grafo deve ser igual ao fluxo total que sai, isto é:

$$\sum_i p_i = 0 \quad [24]$$

Em que o índice (i) cobre os $(n+1)$ nós do grafo associado ao sistema.

4.4 - Formulação do problema de Programação Linear

Na formulação do problema considera-se o índice de performance apresentado em [20] e as restrições [21] e [22]. A restrição [24], embora não seja considerada explicitamente no problema, deve ser respeitada, quando da preparação dos dados de entrada.

Assim o problema pode ser apresentado:

$$\text{Min } C^T F \quad [25]$$

$$AF = P \quad [26]$$

$$0 \leq F \leq U \quad [27]$$

Que é um problema de programação linear com variáveis restritas. Disposto na forma canônica fica:

$$\text{Min } C^T F \quad [28]$$

$$AF = P \quad [29]$$

$$-F \geq -U \quad [30]$$

$$F \geq 0 \quad [31]$$

O problema dual correspondente⁴ será:

$$\text{Max } \omega^T P - \mu^T U \quad [32]$$

$$\omega^T A - \mu + \eta = C \quad [33]$$

$$\mu \geq 0 \quad [34]$$

$$\eta \geq 0 \quad [35]$$

$$\omega \text{ irrestrito em sinal} \quad [36]$$

Para cada linha de A tem-se uma variável dual ω_i associada. Para cada restrição de capacidade teremos uma variável dual μ_j ou η_j associada.

Já que cada restrição primal de limite tem apenas uma variável dual correspondente, seu valor é univocamente determinado quando a respectiva variável dual é positiva, isto é, a restrição é ativa. Seja qualquer j:

$$\omega^T A_j - \mu_j + \eta_j = c_j \quad [37]$$

a) Se $\mu_j > 0$ e $\eta_j = 0$ verifica-se que $\omega^T A_j > c_j$. Como $\mu_j > 0$ a restrição correspondente está ativa, isto é, $f_j = u_j$.

b) Se $\mu_j = 0$ e $\eta_j > 0$ verifica-se que $\omega^T A_j < c_j$. Como $\eta_j > 0$ a restrição correspondente é ativa, isto é $f_j = 0$.

c) Se $\mu_j = 0$ e $\eta_j = 0$ verifica-se que $\omega^T A_j = c_j$. Não há nenhuma restrição ativa, o que significa que $0 < f_j < u_j$.

Resumindo:

$$\omega^T A_j > c_j \rightarrow f_j = u_j \quad [38]$$

$$\omega^T A_j < c_j \rightarrow f_j = 0 \quad [39]$$

$$\omega^T A_j = c_j \rightarrow 0 < f_j < u_j \quad [40]$$

Assim pode-se generalizar o método de obtenção de um ótimo:

Se é possível estabelecer uma solução básica inicial, tal que na base cumpra-se o disposto em [40] tem-se uma solução básica compatível. Resta pesquisar os vetores não básicos de maneira a que se preservem os itens [38] e [39]. Caso algum vetor viole estas condições é necessário procurar-se outra solução básica pois ainda não se tem um ótimo. Em qualquer estágio do cálculo deve-se preservar a compatibilidade da base.

No desenvolvimento a seguir procura-se traduzir um procedimento essencialmente visual para linguagem matemática utilizando os conceitos e relações apresentados no capítulo 3, combinados com as regras gerais de tratamento de um problema de programação linear com variáveis restritas.

4.4.1 - Solução Básica Inicial

Selecionando arbitrariamente uma árvore do grafo associado ao sistema particiona-se a [22] na seguinte forma:

$$\left[A_b \mid A_c \right] \left[F_b \mid F_c \right]^T = P \quad [41]$$

Em que A_b é uma matriz $(n \times n)$, não singular, correspondente à árvore; A_c é uma matriz $(n \times (m - 1))$, correspondente à co-árvore; F_b é um vetor $(n \times 1)$ correspondente aos fluxos nos ramos; e F_c é um vetor $((m - n) \times 1)$ correspondentes aos fluxos

nas cordas.

Então:

$$A_b F_b + A_c F_c = P \quad [42]$$

$$F_b = A_b^{-1} P - A_b^{-1} A_c F_c \quad [43]$$

De acôrdo com a relação estabelecida em [8] pode-se escrever, em termos da matriz B_c :

$$F_b = A_b^{-1} P - B_c F_c \quad [44]$$

Com isso tem-se determinada uma solução básica, que deve ser compatível com as restrições de capacidade impostas em [40]. Seja J_b o conjunto de índices de todos os vetores que pertencem à árvore; seja J_c o conjunto de índices de todos os vetores que pertencem à co-árvore.

Então:

$$0 < f_j < u_j \quad j \in J_b \quad [45]$$

$$f_j = 0 \quad j \in J_c \quad [46]$$

$$\text{ou } f_j = u_j \quad j \in J_c \quad [47]$$

Assim, para a determinação de F_b , deve-se arbitrar fluxos na co-árvore que respeitem as imposições expostas [38] e [39]:

$$\text{Se } (j) \text{ for uma linha hipotética: } f_j = 0 \quad [48]$$

$$\text{Se } (j) \text{ for uma corda capacitada: } f_j = 0 \quad [49]$$

$$f_j = u_j \quad [50]$$

Qualquer erro cometido nesta estimativa será corrigido posteriormente.

Obtidos os fluxos na árvore, se qualquer $f_j > u_j$, deve-se considerar a inclusão da linha hipotética paralela, para drenar a

sobrecarga. Não é possível ter-se dois ramos incidentes nos mesmos nós, pois isso caracterizaria um circuito, ou seja, os ramos seriam linearmente dependentes.

Neste caso o custo de transporte a ser considerado é o da linha hipotética, cuja restrição foi respeitada, já que o excesso de fluxo que drenará será maior que zero. O ramo capacitado, então, sai da base. Dessa maneira assegura-se uma solução básica *compatível*.

4.4.2 - Teste de Otimização

A cada nó (i) tem-se associada uma variável dual ω_i .

Pela [40], para a base, pode-se escrever:

$$A_b^T \omega = C_b \quad [51]$$

Em que $\omega = \{\omega_i \mid i = 1, n\}$ é um vetor ($n \times 1$) das variáveis duais. Multiplicando ambos os lados da equação por A_b^{-1} , tem-se:

$$\omega = \left[A_b^{-1} \right]^T \cdot C_b \quad [52]$$

Pode-se agora determinar as diferenças de custo na co-árvore:

$$z_c = A_c^T \omega \quad [53]$$

Substituindo a expressão de ω obtida em [52]:

$$z_c = A_c^T \left[A_b^{-1} \right]^T \cdot C_b \quad [54]$$

ou

$$z_c = \left[A_b^{-1} \quad A_c \right]^T \cdot C_b \quad [55]$$

Conforme a expressão [8]:

$$z_c = B_c^T C_b \quad [56]$$

Equação que estabelece a relação entre as diferenças de custos nas cordas e os custos de transporte nos ramos. Isto significa uma avaliação dos custos de transmissão não básicos com respeito aos custos da base. Por outro lado verifica-se a afirmação de que as variáveis complementares x_j nas cordas são univocamente determinadas pelas variáveis complementares x_j nos ramos.

Agora é necessário estabelecer a comparação entre as diferenças de custo avaliadas e os custos de transporte inicialmente atribuídos às cordas. De acordo com [38] e seguintes, num estágio ótimo para uma corda qualquer (k) deve-se obter uma das condições:

$$z_k > c_k \rightarrow f_k = u_k \quad [57]$$

$$z_k < c_k \rightarrow f_k = 0 \quad [58]$$

Como os fluxos podem ser em ambos os sentidos, é possível que algum $Z_k < 0$, o que significa que o sentido de circulação avaliado discorda do anteriormente atribuído. Para realizar a comparação é preciso assumir o valor absoluto de Z_k . Se qualquer dos fluxos estimados anteriormente for discrepante da avaliação, a solução obtida não é ótima e deve ser melhorada. Isto é realizado em duas fases. Inicialmente são alterados os fluxos nos ramos contidos no circuito básico associado à corda. A seguir procede-se à obtenção da matriz dos circuitos básicos representativos da nova árvore.

4.4.3 - Alteração dos fluxos no circuito básico

Seja uma corda (k) com fluxo discordante do avaliado.

Esse fluxo deve ser corrigido. Obviamente se f_k for conduzido a um ótimo, seja $0 < f_k < u_k$, isto significa que a corda (k) deverá entrar na base. Necessariamente um dos ramos deverá sair, para que na árvore existam unicamente vetores linearmente independentes. De forma a preservar a conservação de fluxos, se o fluxo na corda (k) for alterado de uma grandeza Δ , em todos os ramos do circuito básico associado à corda os fluxos devem ser da mesma

grandeza, e segundo a orientação definida pelo sinal de Z_k .

A [44] pode ser escrita:

$$F_b + B_c F_c = A_b^{-1} P \quad [59]$$

Após a correção dos fluxos tem-se:

$$F_b^n + B_c F_c^n = A_b^{-1} P \quad [60]$$

Em que F_b^n e F_c^n designam os novos vetores de fluxo na árvore e co-árvore. Não houve alterações em P , e portanto pode-se escrever:

$$F_b^n + B_c F_c^n = F_b + B_c F_c \quad [61]$$

Considere-se o circuito básico associado a corda (k). Para elemento (j) deste circuito tem-se:

$$f_j^n + b_{jk} f_k^n = f_j + b_{jk} f_k \quad [62]$$

O fluxo na corda (k) foi alterado de uma grandeza Δ :

$$f_k^n = f_k + \Delta \quad [63]$$

Então, por substituição:

$$f_j^n = f_j + b_{jk} f_k - b_{jk} (f_k + \Delta) \quad [64]$$

ou

$$f_j^n = f_j - b_{jk} \Delta \quad [65]$$

Em que b_{jk} é uma entrada (± 1) na coluna (k) com a linha (j) da matriz B . Esta entrada define o sentido de variação do fluxo em cada elemento. No caso de $Z_k < 0$, a circulação do circuito deve ser reorientada, isto é, todos os b_{jk} devem ser multiplicados por (-1) , para efeito de cálculo. Para que um ramo (j) pertença à árvore, é necessário que se cumpram as restrições:

$$0 < f_j - b_{jk} \Delta < u_j \quad j \in J_b \quad [66]$$

Dois casos a considerar:

$$i) \quad 0 < f_j - b_{jk} \Delta \rightarrow \Delta < f_j / b_{jk} \quad [67]$$

$$ii) \quad f_j - b_{jk} \Delta < u_j \rightarrow \Delta < (f_j - u_j) / b_{jk} \quad [68]$$

Em ambos os casos Δ deve ser escolhido de forma a conduzir apenas um dos ramos aos limites u_j ou zero. É candidato o ramo que apresente o menor valor para Δ pois dessa maneira assegura-se que nenhum outro ramo ultrapassará os limites. Então:

$$i) \quad \Delta = \text{Min} \left| f_r \right| / b_{rk} \quad [69]$$

$$ii) \quad \Delta = \text{Min} \left| f_r - u_r \right| / b_{rk} \quad [70]$$

Em que r designa o vetor que sai. De fato, para êste tem-se:

$$i) \quad f_r^n = f_r - \frac{f_r}{b_{rk}} \cdot b_{rk} = 0 \quad [71]$$

$$ii) \quad f_r^n = f_r - \frac{f_r - u_r}{b_{rk}} \cdot b_{rk} = u_r \quad [72]$$

O objetivo é a máxima utilização dos ramos capacitados e mínima das linhas hipotéticas. A [72] se aplica aos ramos não capacitados (linhas hipotéticas), enquanto que a [71] se aplica aos ramos capacitados.

4.4.4 - Mudando a matriz de circuitos básicos

Após a determinação da troca dos vetores, é necessário obter-se a matriz B_C^n para a nova árvore; como o vetor P não se altera, não se necessita de maneira direta da inversa da base. A transformação que se deve proceder é da matriz B existente para a nova matriz B_C^n , correspondente aos novos circuitos básicos.

Essa transformação seria realizável pelo método de eliminação de Gauss. No entanto, como em cada ciclo ocorre a substituição de apenas um vetor na base, esta técnica implica em perda de tempo de computação.

Nos programas de programação linear convencionais trabalha-se com a inversa da base: Em qualquer estágio de cálculo é possível obter-se a inversa a partir da inversa anterior por meio de uma forma produto de inversa :

$$[A_b^{-1}]^n = \Gamma A_b^{-1} \quad [73]$$

Em que A_b^{-1} é a inversa no estágio considerado, A_B^{-1} é a inversa no estágio anterior, e Γ é uma matriz da mesma ordem de A , tal que:

$$\Gamma = \{\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_{r-1}, \Gamma_r, \Gamma_{r+1}, \dots, \Gamma_n\} \quad [74]$$

Γ_j tal que $j \neq r$, é o vetor coluna unitário em (j)

Γ_r é o vetor coluna cujos termos são dados por:

$$\gamma_{ir} = -\frac{b_{ik}}{b_{rk}}, \quad i \neq r \quad [75]$$

$$\gamma_{rk} = \frac{1}{b_{rk}}, \quad i = r \quad [76]$$

b_{ij} são termos da matriz B_C .

Neste problema o objetivo é a transformação direta de B_C num estágio qualquer para B_C^n no estágio seguinte. A matriz A_C^n no estágio seguinte difere da matriz A_C no estágio anterior de um vetor coluna, ou seja:

$$A_C^n = A_C \oplus A_r \ominus A_k \quad [77]$$

Em que \oplus designa inclusão de um vetor e \ominus designa exclusão.

Posmultiplicando a relação [73] por A_C^n , fica:

$$[A_b^{-1}]^n A_C^n = \Gamma A_b^{-1} A_C^n \quad [78]$$

ou ainda:

$$B_C^n = \Gamma A_b^{-1} A_C^n \quad [79]$$

Substituindo em [79] a expressão obtida em [77] :

$$B_C^n = \Gamma A_b^{-1} [A_c \oplus A_r \oplus A_k] \quad [80]$$

$$B_C^n = \Gamma [A_b^{-1} \quad A_c \oplus A_b^{-1} \cdot A_r \oplus A_b^{-1} \cdot A_k] \quad [81]$$

ou:

$$B_C^n = \Gamma [B_c \oplus B_r \oplus B_k] \quad [82]$$

Verifica-se, pois, que é possível obter B^n a partir de B pela substituição nesta matriz, do vetor b_k pelo vetor b_r , e pelo produto da matriz modificada por Γ , já definida.

Com a correção dos fluxos e a mudança da árvore será necessário reavaliar as diferenças de custo nas cordas em relação à nova base. Na presença de condições discrepantes, repete-se a correção dos fluxos e mudança da árvore, ciclicamente, até que a restrição [45] e seguintes satisfeitas. Neste caso a solução é ótima.

É necessário a cada ciclo verificar os limites de capacidade nos ramos, e em caso de ser superada a restrição, proceder a substituição dos custos de transporte, antes de calcular as novas diferenças de custo.

4.5 - Regra para Adição de Linhas

Atingida uma solução ótima, ficará definida uma distribuição de fluxo que minimiza o custo de transmissão nas m rotas de fluxo do sistema. As sobrecargas reveladas caracterizam a necessidade de alterações que superem a deficiência de capacidade.

À primeira vista pareceria conveniente adicionar linhas em todas as rotas sobrecarregadas. No entanto a adoção deste critério não conduziria necessariamente ao número mínimo de adições. Cada vez que uma sobrecarga é aliviada, há uma redistribuição dos fluxos, de forma que algumas sobrecargas detectadas anteriormente desaparecem, enquanto outras se agravam. A regra para adição de linhas será, portanto, selecionar a rota com maior sobrecarga para reforço da capacidade. Seja uma rota (j) tal que:

$$f_j > u_j$$

Seleciona-se a maior sobrecarga:

$$S = \text{Máx} \frac{f_j}{u_j}, \quad j \in J_b \quad [84]$$

A nova capacidade da rota será dada por:

$$u_j^n = u_j + u_j^h \quad [85]$$

Em que u_j^h é a capacidade da linha hipotética quando "construída" e u_j^n é a nova capacidade da rota.

Caso a nova capacidade seja inferior ao fluxo avaliado, repete-se o procedimento de inspeção de sobrecargas desde [84], até que se tenha uma rota com capacidade igual ou maior que o fluxo. Neste ponto capacita-se a linha hipotética do ramo selecionado.

Capacitar uma linha hipotética significa torná-la um ramo comum. Dessa forma o custo de transporte será apenas o custo de perdas:

$$c_j = c_j^k \quad [86]$$

Em que c_j^k é o custo de transporte para a rota com a inclusão da nova linha.

O processo é iterativo: Ao cabo de cada fluxo ótimo, repete-se a rotina de adição de linha, adicionando linhas até que não existam mais sobrecargas.

Neste ponto, tem-se definidas todas as adições de linha.

4.6 - Convergência

Para cada fluxo ótimo, será necessário, na pior hipótese, pesquisar as condições de ótimo nas cordas de todas as árvores possíveis do grafo. O número de árvores possíveis num grafo de n nós e m elementos é dado por:

$$\frac{m!}{n! (m-n)!} \quad [87]$$

O número de cordas possíveis para uma árvore qualquer é da do por:

$$m-n+1 \quad [88]$$

Portanto cada fluxo ótimo convergirá no máximo para um número de iterações finito expresso por:

$$\frac{m!}{n! (m-n)!} (m-n+1) \quad [89]$$

4.7 - Conclusão

Como a rotina de adição de linhas é utilizada até que haja superação do fluxo pela capacidade ao menos numa rota, para uma mesma distribuição ótima de fluxos pode-se ter várias adições. Assim, o tempo total de convergência dependerá de quantas vezes se alteram os custos associados às rotas. A utilização de uma forma análoga ao produto de inversa aumenta muito a eficiência do algoritmo, sendo necessária uma inversão completa apenas na determinação da solução básica inicial.

No capítulo que se segue, o algoritmo aqui desenvolvido é ilustrado pela aplicação a um sistema tomado como exemplo.

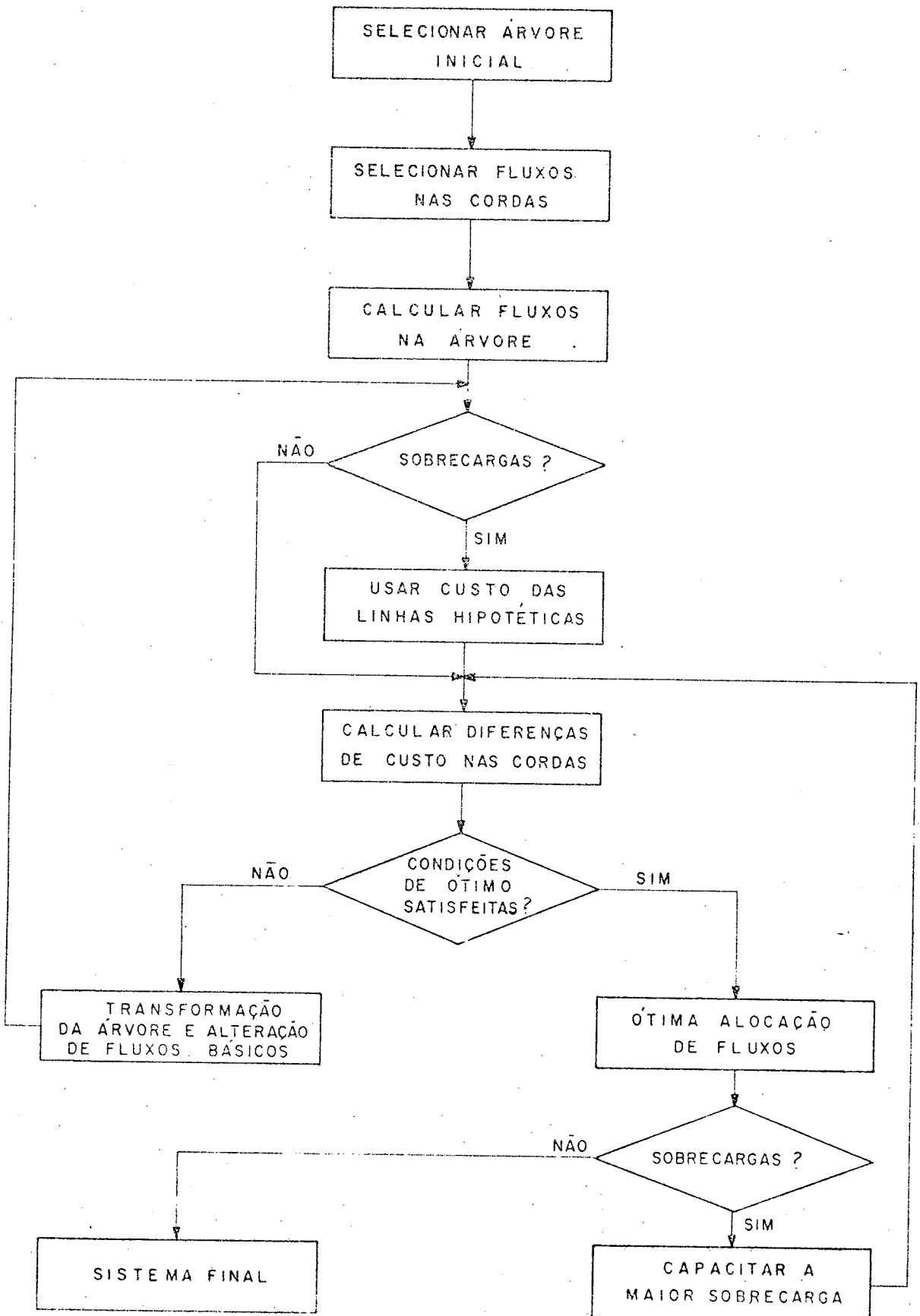


FIG. 8 DIAGRAMA DE BLOCOS

C A P Í T U L O 5

APLICAÇÃO DO ALGORITMO

5.1 - Introdução

Nêste capítulo apresenta-se a rotina de cálculo, substanciada no fluxograma da fig. 9, ilustrada pela aplicação do algoritmo a um sistema em particular.

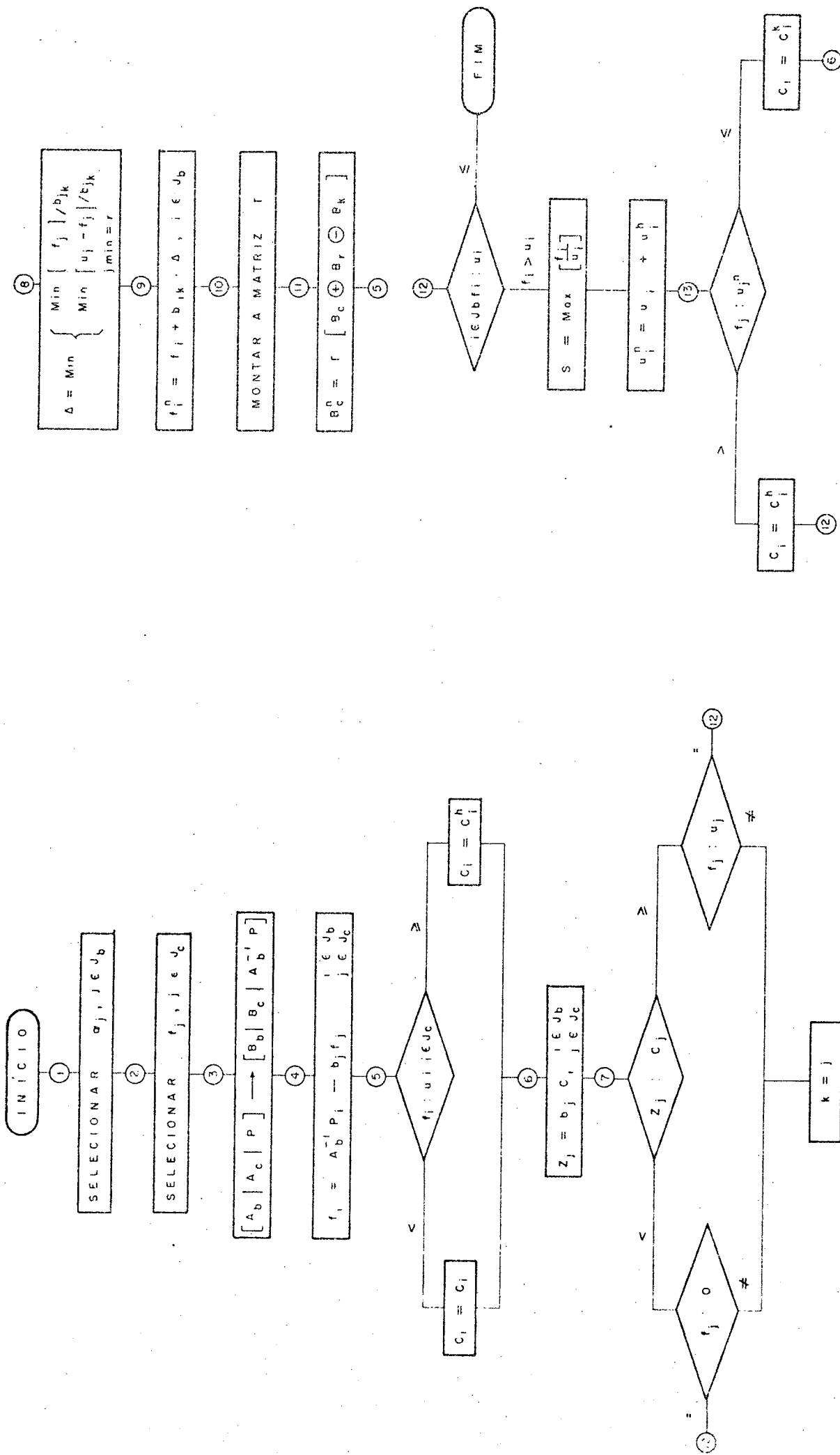
Dentro do espírito deste trabalho, assumiu-se como exemplo o sistema apresentado por Garver em seu trabalho³, e ali resolvido por inspeção visual, aqui tratado através do algoritmo desenvolvido no capítulo 4, o que permite estabelecer uma comparação entre as duas abordagens.

5.2 - Descrição do Problema

O sistema existente deve ser expandido para uma situação futura na qual as cargas foram quadruplicadas e alterou-se o despacho de geração, com o surgimento de uma nova fonte de 545 MW (barra 6), a qual não está interligada ao sistema (fig. 10). Deseja-se estabelecer a configuração ótima do sistema de transmissão para essa situação futura.

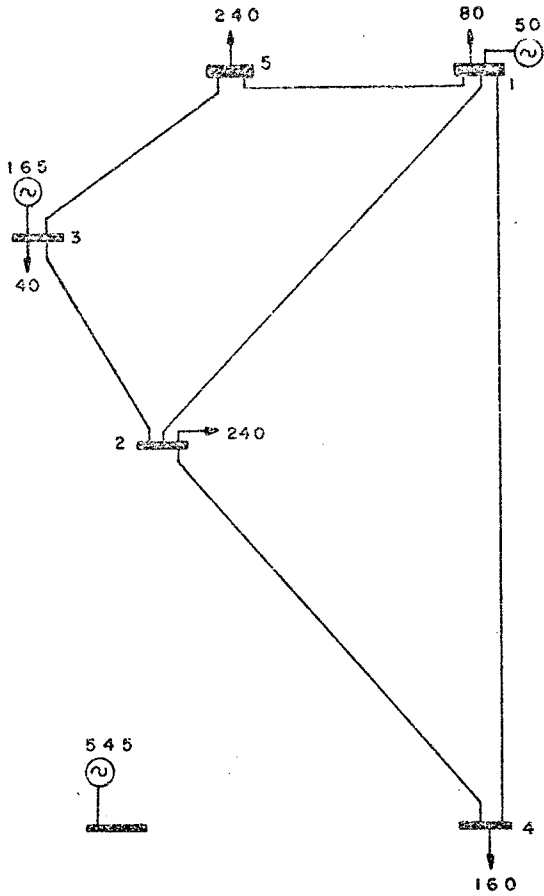
Na fig. 11 tem-se o grafo associado ao sistema, com a definição das rotas de fluxo e das injeções (potência líquida por barra). Admite-se a existência de mais duas rotas de fluxo, entre os nós (2) e (6), e entre os nós (4) e (6). As rotas de fluxo são identificados por um índice e também por seus nós terminais.

Os parâmetros das linhas, segundo o algoritmo, são aqueles apresentados na tabela da fig. 12. No tocante a linhas hipotéticas tem-se dois estados distintos: aquele da linha "proposta", na qual não há limitação de capacidade e o custo de transporte compreende o custo de construção e aquele de linha "construída", ou seja, linha cuja incorporação ao sistema foi definida pelo algoritmo, e na



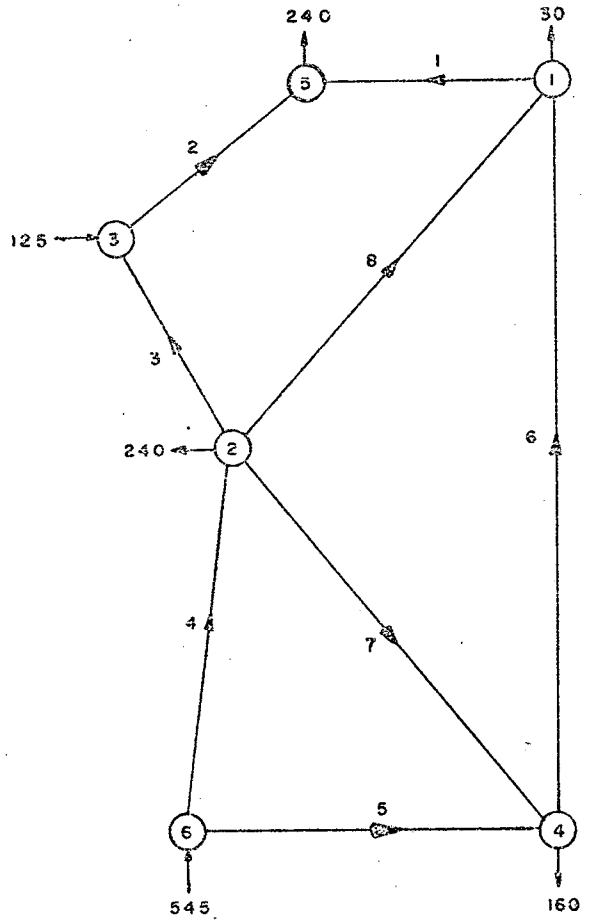
FLUXOGRAMA
FIG. 9

FIG. 10



SISTEMA EXISTENTE
CARGAS E GERAÇÃO

FIG. 11



RODAS DE FLUXO
E INJEÇÕES

PARÂMETROS DAS LINHAS

IDENTIFICAÇÃO		EXISTENTE		HIPOTÉTICA		
				PROPOSTA	CONSTRUIDA	
ROTA	TERMINAIS	CAPACIDADE	CUSTO	CUSTO	CUSTO	CAPACIDADE
1	1 — 5	100	20	100	20	100
2	3 — 5	100	20	100	20	100
3	2 — 3	100	20	100	20	100
4	6 — 2	—	—	150	30	100
5	6 — 4	—	—	150	30	100
6	4 — 1	80	60	300	60	80
7	2 — 4	100	40	200	40	100
8	2 — 1	100	40	200	40	100

FIG. 12

qual se considera o limite de capacidade e o custo de transporte é representado apenas pelo custo operacional.

A seguir procede-se a aplicação do algoritmo ao sistema descripto, com auxílio do diagrama de blocos da fig. 9.

As diversas etapas de cálculo serão identificadas conforme ali indicado.

5.2.1 - Solução Básica Inicial (1-5):

1) A árvore inicialmente selecionada, conforme ilustrado na fig. 13, corresponde aos elementos (1,2,3,4,5). Foi selecionado para referência o nó (6).

2) Os fluxos selecionados para a co-árvore foram (0,0,100), para as cordas (6,7,8), respectivamente.

3) Procede-se a seguir à obtenção da matriz de circuitos básicos, e ao produto $AB^{-1}P$ por eliminação de Gauss. Os resultados são apresentados na fig. 13.

4) Os fluxos básicos, obtidos no passo (4), também estão plotados na fig. 13.

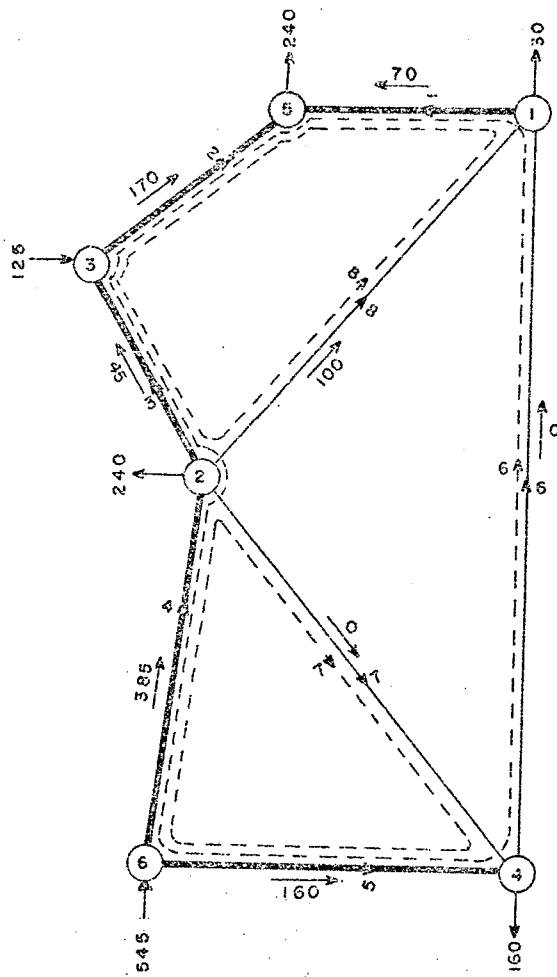
5) O teste para verificação de sobrecargas na árvore indicou a rota (2). Adota-se para custo de transmissão, nesse caso, $c_2=100$, conforme tabela da fig. 12.

5.2.2 - Teste de Otimização (6-7):

6) Neste passo são calculadas as diferenças de custo nas cordas, apontando (100, 0, 100) para as cordas (6, 7, 8), respectivamente.

7) A comparação destas diferenças com os custos originais para a co-árvore levam ao seguinte resultado:

(j)	Z_j	c_j	f_j^n	f_j
6	100	60	80	: 100
7	0	40	0	: 0
8	100	40	10	: 100



——— ARVORE
 ——— COARVORE
 - - - - - CIRCUITOS BÁSICOS

$A =$

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0	0	0	0	-1	0	-1
2	0	0	1	-1	0	0	1	1
3	0	1	-1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	-1	1	-1	0
5	-1	-1	0	0	0	0	0	0

$[A_b \mid A_c \mid P]$

	1	2	3	4	5	6	7	8	P
1	1	0	0	0	0	-1	0	-1	-30
2	0	0	1	-1	0	0	1	1	-240
3	0	1	-1	0	0	0	0	0	125
4	0	0	0	0	-1	1	-1	0	-160
5	-1	-1	0	0	0	0	0	0	-240

$[B_b \mid B_c \mid A_b^{-1} P]$

	1	2	3	4	5	6	7	8	$A_b^{-1} P$
1	1	0	0	0	0	-1	0	-1	-30
2	0	1	0	0	0	1	0	1	270
3	0	0	1	0	0	1	0	1	145
4	0	0	0	1	0	1	-1	0	385
5	0	0	0	0	1	-1	1	0	160

SOLUÇÃO BÁSICA INICIAL

FIG — 13

Pela condição de ótimo, os fluxos devem ser (80, 0, 100), havendo portanto uma discrepância em relação à corda (6). Esse é o vetor candidato à base, $k = 6$.

5.2.3 - Alteração dos fluxos e mudança dos circuitos básicos (8-9):

8) Determinado, no passo anterior, o vetor candidato à base, é necessário definir o vetor que sairá. Para tanto pesquisa-se no circuito básico associado à corda (6) o ramo cuja alteração de fluxo no sentido da máxima utilização das linhas existentes e mínima das linhas hipotéticas seja a menor possível. Verifica-se que $\Delta = 30$ para o ramo (1) representa a menor alteração. Assim, $r = 1$.

9) A alteração dos fluxos nos ramos restantes e na corda está registrada na fig. 14.

10) A matriz Γ é apresentada na fig. 14, bem como a matriz $(B_c \oplus B_r \oplus B_k)$. Observe-se que esta matriz foi obtida trocando-se o vetor coluna B_6 de B_c pelo vetor coluna B_1 de B_b . Houve também a necessária permuta do índice 1 pelo 6 nas filas correspondentes aos ramos.

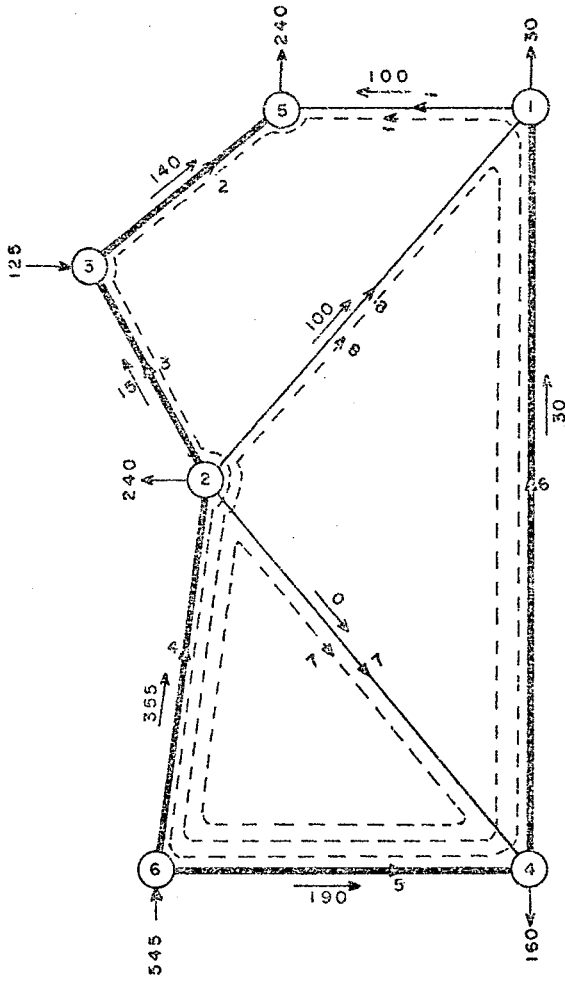
11) A nova matriz de circuitos básicos, resultante da transformação, também é apresentada na fig. 14, bem como a nova árvore. Volta-se agora ao passo (5).

5) Verificando sobrecargas nos novos fluxos básicos detecta-se 40 MW a mais na rota (2).

Adota-se para custo de transporte $c_2 = 100$

6) O cálculo das diferenças de custo nas cordas aponta (60, 0, 60) para (1, 7, 8).

7) A comparação das diferenças com os custos iniciais:



——— ARVORE
 ——— COARVORE
 - - - - CIRCUITOS BÁSICOS

$$[B_C \oplus B_r \ominus B_K]$$

	1	7	8
6	1	0	-1
2	0	0	1
3	0	0	1
4	0	-1	0
5	0	1	0

$$\Gamma =$$

	6	2	3	4	5
6	-1	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0
3	1	0	1	0	0
4	1	0	0	1	0
5	-1	0	0	0	1

$$B_C^n =$$

	1	7	8
6	-1	0	1
2	1	0	0
3	1	0	0
4	1	-1	-1
5	-1	1	1

MUDANÇA DOS CIRCUITOS BÁSICOS

FIG. 14

(j)	z_j	c_j	f_j^n	f_j
1	60	20	100	: 100
7	0	40	0	: 0
8	60	40	100	: 100

Verifica-se, assim, que as condições de ótimo foram satisfeitas. A distribuição de fluxos está otimizada.

5.2.4 - Rotina de adição de circuitos

12) Pesquisa-se a maior sobrecarga: ocorre no ramo (4) com 355 MW. Portanto a linha (2-6) é adicionada ao sistema, suposta "construída", com capacidade de 100 MW.

13) Verifica-se se a nova capacidade da rota é suficiente para comportar o fluxo. Se não for ($f_i > u_i^n$), como no caso, permanece o custo de transporte da linha hipotética. Volta-se ao passo (12) já que, como os custos básicos não se alteraram, não haverá alteração das diferenças de custo na co-árvore, permanecendo satisfeitas as condições de ótimo.

12) A seleção de sobrecargas aponta ainda a rota (4) para adição de linha, com 255 MW de sobrecarga. A adição de nova linha reforça a capacidade da rota para 200 MW.

13) Como ainda existe sobrecarga de 155 MW nesta rota, os custos básicos não se alteram. Volta-se ao passo (12).

12) A triagem dos fluxos básicos indica 190 MW de sobrecarga na rota (5). É adicionada uma linha nessa rota, com capacidade de 100 MW.

13) Permanecendo sobrecarga de 90 MW nesta rota, não há alteração do custo básico.

12) A maior sobrecarga é de 155 MW, na rota (4), é adicionada nova linha passando a 300 MW sua capacidade.

13) Permanece sobrecarga de 55 MW na rota (4). Não há alteração dos custos básicos.

12) A maior sobrecarga ocorre na rota (5), com 90 MW.

À adicionada nova linha, passando sua capacidade a 200 MW.

13) Não existe mais sobrecarga na rota (5). O custo básico dessa rota é alterado para 30, conforme tabela da fig. 3.

5.2.5 - Segunda Iteração

6) Como houve mudança nos custos básicos, devem ser calculadas novamente as diferenças de custo no complemento, para verificar se as condições de ótimo são satisfeitas. Chega-se a (180, -120, 60), para as cordas (1, 7, 8), respectivamente.

7) A comparação com os custos de transporte adotados para a co-árvore aponta a corda (7) como candidata a base. O sinal negativo na diferença de custo indica a necessidade de multiplicar por (-1) o vetor coluna correspondente, para reorientar a circulação da alteração de fluxos no circuito básico associado à corda.

8) A menor alteração de fluxo, $\Delta = 10$ MW, ocorre para o ramo (5), indicando este vetor para sair da base.

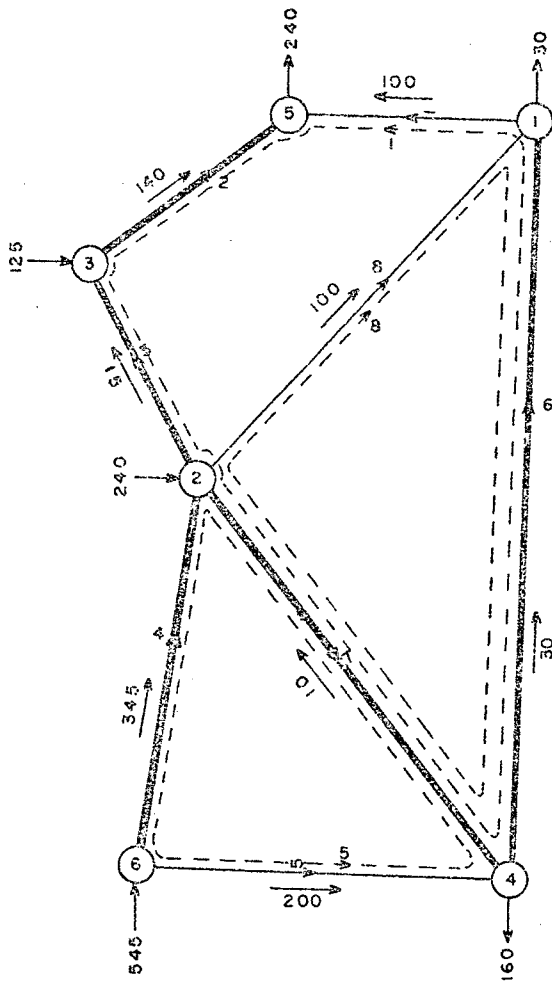
9) A alteração dos fluxos na corda e nos ramos restantes está registrada na fig. 15.

10) A matriz Γ é apresentada na fig. 15 bem como a matriz $[B_c + B_k - B_r]$.

Note-se que houve a troca dos vetores colunas B_5 B_7 , tendo o primeiro sido introduzido na base, enquanto o segundo sai. Houve também a necessária permuta de índices.

11) A nova matriz de circuitos básicos, representados na fig. 15, é dada pelo produto das duas matrizes antes mencionadas. Observe-se que a adoção de uma transformação análoga à forma produto de inversa acelera o procedimento, pela facilidade de montagem das matrizes fatores.

5) A verificação de sobrecargas nos novos circuitos básicos revela 40 MW na rota (2) e 45 MW na rota (4) sendo adotados os custos de sobrecarga 100 e 150.



——— ARVORE
 ——— COARVORE
 - - - CIRCUITOS BÁSICOS

$$[B_C \oplus B_r \ominus B_K]$$

	1	5	8
6	-1	0	1
2	1	0	0
3	1	0	0
4	1	0	-1
7	-1	1	1

$$\Gamma =$$

	6	2	3	4	7
6	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0	0	1	0	0
4	0	0	0	1	1
7	0	0	0	0	1

$$B_C^n =$$

	1	5	8
6	-1	0	1
2	1	0	0
3	1	0	0
4	0	1	0
7	-1	1	1

2ª ITERAÇÃO
MUDANÇA DOS CIRCUITOS BÁSICOS

FIG. 15

6) O cálculo das diferenças de custo nas cordas aponta (170, 40, 50) para (1, 5, 8), respectivamente.

7) A comparação com os custos de transporte indica compatibilidade entre a alocação de fluxos anterior e os fluxos avaliados.

A solução obtida é ótima e pode-se passar à rotina de adição de linhas.

12) A triagem dos fluxos básicos indica 45 MW na rota (4) como a maior sobrecarga. É adicionada mais uma linha, ficando esta rota com capacidade de 400 MW.

13) Não há mais sobrecarga na rota (4), e o custo de transporte passa de 150 para 30. Há alteração dos custos básicos.

5.2.6 - Terceira Iteração

6) O cálculo das diferenças de custo para a co-árvore revela (50, 40, 70) para as cordas (1, 5, 8).

7) A comparação das diferenças com os custos de transporte indica compatibilidade entre os fluxos avaliados e a alocação anterior. A distribuição de fluxos é ótima. Passa-se à rotina de adição de linhas.

12) É detectada sobrecarga de 40 MW na rota (2). É adicionada mais uma linha passando esta rota a ter capacidade de 200 MW.

13) Não há mais sobrecargas na rota (2), nem em outra rota.

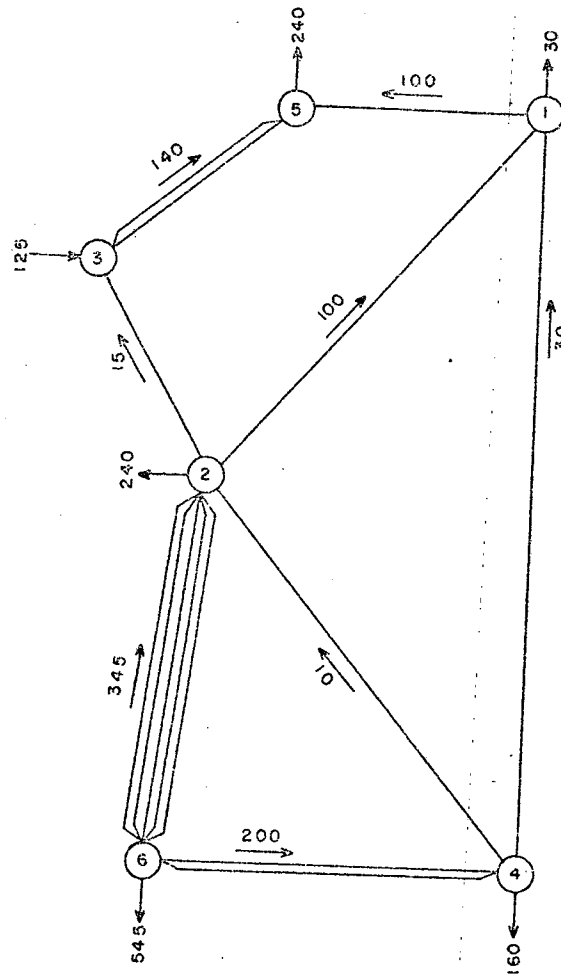
5.3 - Conclusão

Como não existem mais sobrecargas, e a alocação de fluxos é ótima, chega-se à configuração final.

Na fig. 16 apresenta-se um resumo das adições totais de linhas fim de cada iteração, bem como as capacidades totais por rota.

Note-se que a solução foi obtida para um pequeno número de iterações completas do algoritmo, o que traduz o nível de eficiência computacional do método.

A configuração obtida deve ser depurada, isto é, testada com fluxo de potência A.C. para efeito de alocação de compensação reativa e em face de contingências. O desenho obtido nesta fase, entretanto, representa a *melhor* configuração em termos de custos globais de transporte.



SISTEMA FINAL

ROTA	ITERAÇÕES			
	INÍCIO	1º	2º	3º
2-6	—	3 (300)	4 (400)	4 (400)
2-6	—	2 (200)	2 (200)	2 (200)
5-3	1 (100)	1 (100)	1 (100)	2 (200)

RESUMO DAS ADIÇÕES DE LINHA

FIG. 16

C A P Í T U L O 6

CONCLUSÃO

6.1 - Introdução

Este trabalho teve como meta a abordagem teórica do problema de planejamento da transmissão. Com este objetivo foi realizada exaustiva pesquisa bibliográfica sobre o assunto, buscando precisar seus diversos aspectos e delinear as grandes linhas de evolução do pensamento na matéria. Os resultados dessa pesquisa foram sumarizados nos dois primeiros capítulos.

Decorrente desta classificação e triagem foi a eleição de uma técnica para desenvolvimento detalhado, e o resultado foi a formulação de um método dirigido à solução do problema; sobre este são as conclusões e sugestões que se seguem.

6.2 - Conclusões

- Foi desenvolvida uma abordagem essencialmente matemática, via teoria de grafos, de uma técnica de programação linear que originalmente dependia de inspeção visual para resolução.

- Na passagem de uma solução básica para outra transformase a matriz dos circuitos básicos, diversamente das técnicas convencionais que utilizam a inversão progressiva da base. Neste sentido foi desenvolvida uma transformação análoga à forma produto de inversa, aplicada à matriz dos circuitos básicos, o que aumenta a eficiência computacional do processo.

- Foram reinterpretados os parâmetros da função objetivo, aqui considerados como custos de transmissão. No artigo que serviu de base a este estudo, esses parâmetros não apresentavam uma caracterização bem definida em termos do sistema de transmissão,

sendo este aspecto levantado nas discussões.

A interpretação em termos de custo de transmissão caracteriza um vínculo entre o modelo linear e o sistema elétrico, reforçando sua consistência.

- O recurso de ponderação, mantido no custo de construção, possibilita a intervenção de julgamento de engenharia na obtenção das configurações, o que aumenta a flexibilidade do método.

6.3 - Sugestões

- A viabilidade de uma determinada solução está associada a um determinado perfil de cargas e gerações, representado pelo vetor de injeções (ou potências líquidas) nos nós. Como existe certa margem de incerteza nas previsões de mercado este é um aspecto bastante crítico, que pode ser abordado através de uma análise de sensibilidade. Admita-se uma pequena variação no balanço energético representada pelo vetor $\theta = \{\theta_i, i = 1, n\}$, em que θ_i representa a mudança da injeção de um nó (i). Os novos fluxos básicos serão:

$$F_b^n = A_b^{-1} (P + \theta) - B_c F_c \quad [90]$$

$$F_b^n = A_b^{-1} P - B_c F_c + A_b^{-1} \theta \quad [91]$$

Os fluxos na co-árvore permanecem inalterados, já que eram compatíveis com a condição de ótimo. Então:

$$F_b^n = A_b^{-1} \theta + F_b \quad [92]$$

A viabilidade da configuração é assegurada desde que as restrições de capacidade sejam mantidas. Se algum $f_j^n > u_j$, $j \in J_b$, será necessária a substituição do custo de transporte e o seguimento da rotina de cálculo, partindo no entanto de uma situação mais próxima do ótimo, já que os fluxos na co-árvore estão bem melhor distribuídos que numa primeira avaliação.

- Considerações concernentes à análise de sensibilidade poderão ser desenvolvidas não somente para variações no balanço energético, mas também quanto a alterações na matriz $A = \{a_{ij}, i = 1, n, j = 1, m\}$, ou seja na topologia do sistema; isto sugere um procedimento para utilização do algoritmo no teste de contingências.

- Na escolha da solução básica inicial poderá ser incorporada ao algoritmo uma rotina automática de seleção da árvore²⁵. A referência citada apresenta um método extremamente simples para identificação de todas as árvores de um grafo (apêndice 2).

- O algoritmo resolve configurações por estágio. Sugere-se a sua utilização segundo o seguinte roteiro:

- No estabelecimento da configuração para o ano horizonte devem ser pesquisadas todas as rotas de fluxo viáveis do sistema.

- Para os estágios anteriores devem ser oferecidas como viáveis apenas as rotas pré-selecionadas no ano horizonte.

- A triagem pode ser ainda mais rigorosa limitando-se como viáveis num estágio apenas as rotas confirmadas no estágio seguinte.

6.4 - Considerações Finais

O procedimento é particularmente útil na definição da configuração do ano horizonte. Não é necessário considerar o sistema existente, já que não é neste que não detectadas sobrecargas. Estes são apontadas nas rotas preferenciais de fluxo, selecionadas por programação linear entre todas as rotas viáveis do sistema.

Podem ser obtidas vários esquemas alternativos para o horizonte, segundo se restrinjam as rotas viáveis, ou sejam ponderadas favoravelmente certas adições preferenciais.

O uso de ponderação possibilita a diferenciação entre tipos de construção, duplicação de circuitos na mesma tensão ou passagem a uma tensão mais elevada. Para diferentes esquemas de geração o método criará configurações alternativas para a transmissão.

A P Ê N D I C E 1

CUSTOS DE TRANSMISSÃO

Os parâmetros de função objetivo são aqui examinados com vistas à sua aplicabilidade a sistemas reais.

1. Custo de uma linha existente

Como o custo de transmissão numa linha existente é traduzido pelo valor das perdas, procede-se à discriminação das grandezas envolvidas na constante β_j da expressão (17). Tem-se:

$$\beta_j = \frac{r_j \cdot 10^3}{PF^2 \cdot E_j^2} \cdot (12 \cdot TKW + 8760 \cdot FP \cdot TKWH)$$

Em que:

r_j = Resistência em Ohms/Km

PF = Fator de Potência

E_j = Tensão nominal da linha em kV

TKW = Tarifa de demanda em Cr\$/KW/mês

TKWH = Tarifa de energia em Cr\$/KWH

FP = $0,3 FC + 0,7 FC^2$, fator de perdas

FC = Fator de carga

2. Custos de uma linha hipotética

As possíveis inclusões de linha numa rota para uma mesma tensão podem ser classificadas segundo as seguintes configurações:

- CS - linha de transmissão em circuito simples.
- CD - linha de transmissão em circuito duplo.
- CD1 - linha de transmissão em circuito duplo, inicialmente com um circuito.
- ASC - Adição do segundo circuito em estruturas para circuito duplo já existentes.

Para ilustrar o procedimento, apresentam-se curvas de custo de transmissão para a tensão de 138 kV. No exemplo foi considerado o condutor ACSR 336.4 MCM, $PF = 0.95$, $FP = 0.4$ e custos de construção e tarifas de junho de 1975. Adotou-se como capacidade de transporte um valor conservativo em relação ao limite térmico.

O gráfico da fig. 17 mostra a variação dos custos unitários de perdas (para configuração CS) e de construção (ASC e CS) com o nível de carregamento para uma linha de 100 Km. Observa-se que a intersecção do custo de perdas com o de construção ocorre além da restrição elétrica.

Na figura 18 apresenta-se, numa colocação mais generalizada, a variação dos custos unitários de construção para as diversas configurações em função da distância.

Como a capacidade de transmissão é invariante (cêrca de 70% do limite térmico) as curvas estabelecidas mantêm entre si a mesma relação para qualquer distância. Isto possibilita simplificação na preparação de dados já que, estabelecida a relação de custos em p.u., basta multiplicá-la pela distância para se obter as diversas configurações em qualquer rota. O procedimento é perfeitamente válido pois o importante para utilização do algoritmo são os custos relativos. Pela manipulação do fator de ponderação é possível influenciar ou desfavorecer a inclusão de qualquer configuração, alterando os valores relativos de custo.

3. Comentários Finais

A utilização da tarifa para efeito de cálculo do custo de perdas corresponde a considerar as perdas elétricas como uma perda de receita na venda de energia.

Outra possível abordagem seria admitir a implantação de geração adicional para compensação das perdas, e utilizar como valores unitários para o custo de perdas aqueles determinados no quantificar-se os investimentos complementares. Nesta opção exige-se previamente um planejamento energético de longo prazo, com a previsão das fontes alternativas a considerar.

A adoção de uma ou outra hipótese depende das conveniências particulares de cada empresa.

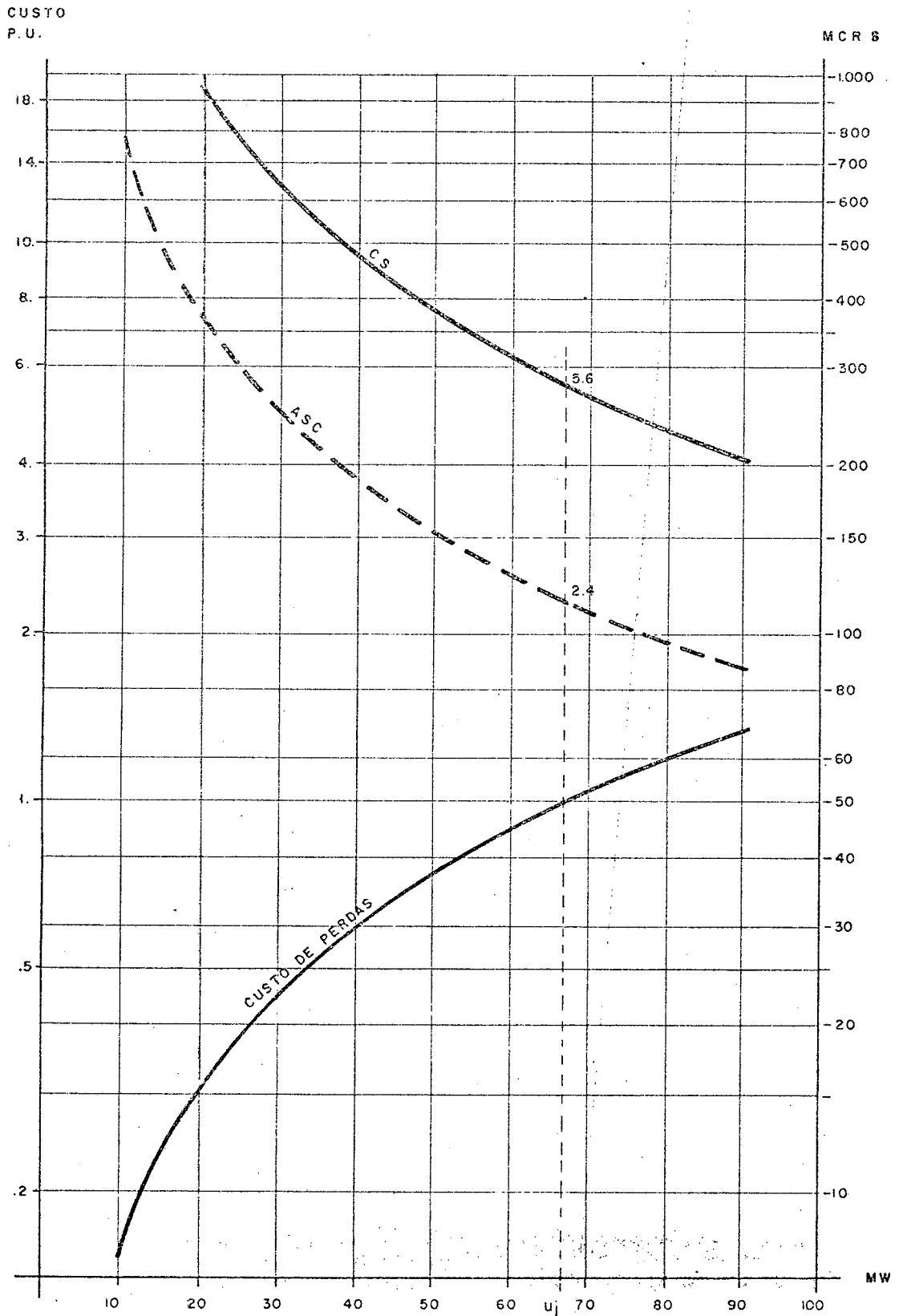


FIG. 17 - CUSTOS DE TRANSMISSÃO PARA 138 kV
NÍVEIS DE CARREGAMENTO, PARA 100 km

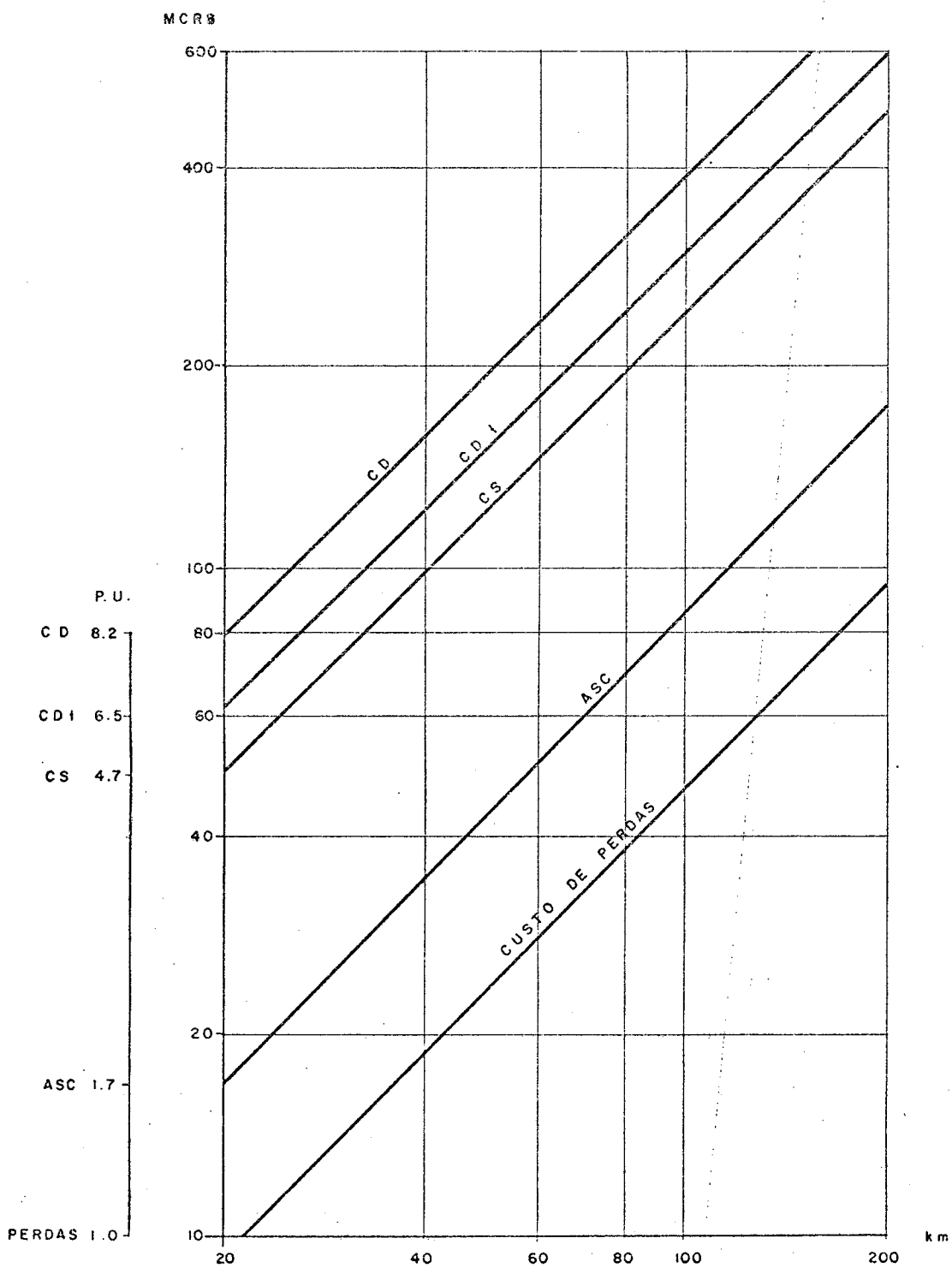


FIG. 18 - CUSTOS DE TRANSMISSÃO
PARA 138 kV
VARIACÃO COM DISTANCIA

ROTINA PARA IDENTIFICAÇÃO DA ÁRVORE INICIAL

Baseada na técnica desenvolvida por Hale²⁵ foi elaborada uma rotina para identificação automática da árvore que servirá à solução básica inicial do algoritmo. Dessa forma completa-se a tradução matemática do processo visual já mencionado, permitindo a utilização do algoritmo sem a necessidade de intervenção manual, a exceção da atuação voluntária para efeito de ponderação das condições. O fluxograma neste apêndice foi desenvolvido para a linguagem Fortran.

1. Simbologia para o Fluxograma

NB = Número de Nós

NL = Número de Rotas

A (I,J) = Matriz de incidência elemento-nó, incluindo nó de referência, dimensão (NB x NL)

TA (I,J) = Matriz temporaria para efeito de processamento interno, que assegura a preservação de A (I,J), dimensão NB x NL)

AB (I,J) = Matriz representativa da árvore, dimensão (MB x MB), excluindo nó de referência.

AC (I,KK) = Matriz representativa do complemento, dimensão (MB x (NL - MB), excluindo nó de referência.

2. Descrição da rotina

O método, que pode ser investigado em mais detalhe na referência citada, consiste basicamente no seguinte:

- Substituir um elemento do grafo por um curto circuito consiste em somar as filas de seus nós terminais.

Quando uma coleção de elementos constitui um circuito básico, a soma das filas revelará para a última coluna todos os elementos de $A(I, J)$ nulos.

- Como uma árvore necessariamente não contém circuitos deve-se testar MB colunas de $A(I, J)$ até encontrar a combinação que apresente para a coluna MB elementos não nulos.

- Partindo de MB colunas iniciais de $A(I, J)$, em formação arbitrária, somam-se sucessivamente as filas, testando a condição de circuito para cada adição (instrução (10) a (30) do fluxograma). Caso se encontre um circuito, permutam-se os elementos desta coluna, com os de outra, de fora da base, trocando-se das colunas finais às iniciais de $AC(I, JJ)$ (instrução (30) a (50)). Caso contrário prossegue-se o teste na sequência inicial (instrução (60)), até completarem-se MB colunas.

- Da instrução (60) a (80) tem-se a classificação da árvore e da co-árvore.

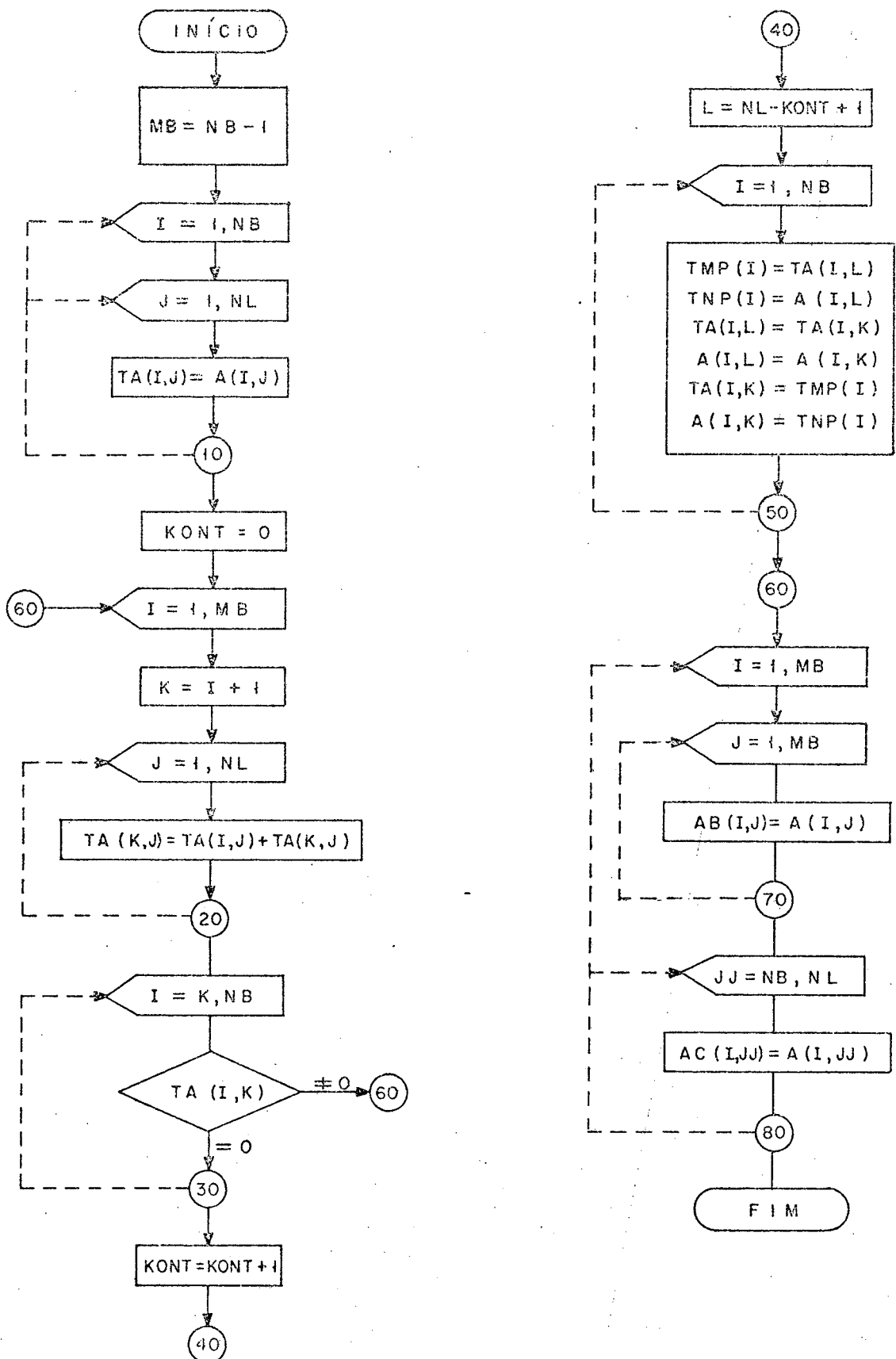


FIG. 19 - ROTINA PARA IDENTIFICAÇÃO DA ARVORE

1. Scott. "Utility System Planning for Underdeveloped Countries", Energy International, Jan 1972.
2. Federal Power Commission, "Reliability of Bulk Power supply - The Mechanics of Power System Planning", 1967.
3. Garver, "Transmission Network Estimation Using Linear Programming", IEEE, Pas-89, n^o 7, September 70.
4. Charnes, Cooper, "Management Models And Industrial Applications of Linear Programming", Wiley, New York, 1961.
5. Federal Power Commission, "Criteria for AC Transmission Performance", Advisory Committee Report n^o 6, Feb 1963.
6. ST. Clair, "Practical Concepts In Capability and Performance of Transmission Lines", AIEE Pas PP. 1152-56, Dec. 1953.
7. Uppal, "Electrical Power, Economic Principles of Transmission", Khanna Publishers, Delhi, 1973.
8. Charnes, Cooper, "Nonlinear Network Flows And Convex Programming Over Incidence Matrices", Naval Research Logistics Quarterly, Sept 1958.
9. Knight, "Power Systems Engineering And Mathematics", Pergamon Press, 1972.
10. Baldwin, De Salvo, Hoffman, Khu, "A Model for Transmission Planning By Logic", IEEE Pas, 79, PP 1638-1641, 1960.
11. Whysong, Uram, Brown, Kung, De Salvo, "Computer Program for Automatic Transmission Planning", IEEE Pas 81, PP 774-81, 1963.
12. De Salvo, Smith, "Automatic Transmission Planning With AC Load Flow And Incremental Loss Evaluation, IEEE Pas 84, PP 156-161, 1965.
13. Billinton, Bhavaraju, "Transmission Planning Using a Reliability Criterion, Part II - Transmission Planning", IEEE Pas 89. PP 70-78, 1971.
14. Kaltenbach, Peschon, Gehrig, "A Mathematical Optimization Technique for the Expansion of Electric Power Transmission Sys

- tems", IEEE Pas 89, PP 113-119, 1970.
15. Gonzaga, Brito, "Modelo de Planejamento Automático da Expansão de Sistemas de Transmissão", Seminário Nacional de Energia Elétrica, Belo Horizonte, 1973.
 16. Puntel, Reppen, Singlee, Platts, Sullivan, "An Automated Method for Long-Range Planning of Transmission Networks", PSCC Proceedings, 1973.
 17. Platts, Sigley, Garver, "A Method for Horizon year Transmission Planning", IEEE Winter Meeting, Jan 1972, New York.
 18. Knight, "The Logical Design of Electrical Networks Using Linear Programming Methods", Proc. IEE 33, A, 1960.
 19. Adams, Laughton, "Optimal Planning of Power Networks Using Mixed-Integer Programming", Proc. IEE 121, nº 2, 1974.
 20. Taylor, "A Linear Programming Model Suitable for Power - Flow Problems", PSCC, 1959, Roma.
 21. Dodu, Merlin, "Une Application de La Programmation Lineaire a L' etude de Reseaux Eletriques de Grande Taille", Electricité de France, Nota HR 10.603/3, 1973.
 22. Hoenig, Kesavan, Tokad, Hedges, "Analysis of Discrete Physical Systems, Capit. 4 - The System Graph and Associated Constraint Equations", MC Graw-Hill, New York.
 23. Takahashi, Sekine, Umezu, "Network-Flow Method Applied to Load - Flow Calculation", IEEE Pas-87. PP 1939-1949, 1968.
 24. Kesavan, "Graph-Theoretic Models in Power System Analysis", University of Waterloo, 1971.
 25. Hale, "A Logic for Identifying the Trees of a Graph", AIEE Pas June 1961, PP - 195 - 197.
 26. Lee, Hicks, Hn yiclicza, "Transmission Expansion by Branch-and-Bound Integer Programming With optimal Cost-Capacity Curves", IEEE Pas oct 74, PP 1390 - 1400.