

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

**Generalização no cálculo da
probabilidade de interferência,
entre a solicitação e a
resistência, em sistemas.**

TESE SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS

EDISON DA ROSA

DEZEMBRO - 1976

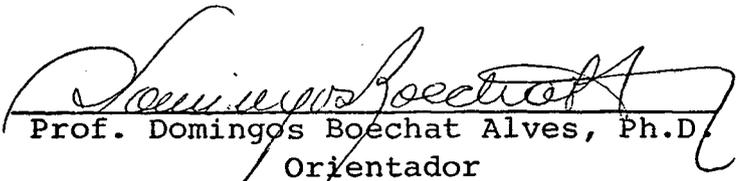
GENERALIZAÇÃO NO CÁLCULO DA PROBABILIDADE DE INTERFERÊNCIA
ENTRE A SOLICITAÇÃO E A RESISTÊNCIA, EM SISTEMAS

EDISON DA ROSA

ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO
TÍTULO DE

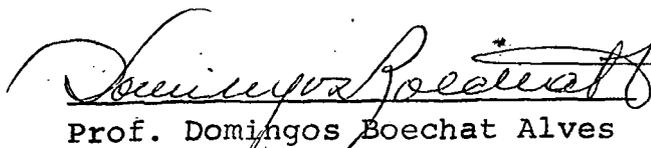
"MESTRE EM CIÊNCIAS"

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA E APROVADA EM
SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO.


Prof. Domingos Boechat Alves, Ph.D.
Orientador


Prof. Arno Blass, Ph.D.
Integrador do Curso

APRESENTADA PERANTE A BANCA COMPOSTA DOS PROFESSORES:


Prof. Domingos Boechat Alves


Prof. Leonardo Ensslin


Prof. José Carlos Zanini


Prof. Nelson Back

À Cássia e Olga.

Agradecimentos

O autor, ao término do trabalho, deseja agradecer:

- Ao professor Domingos Boechat Alves, pela orientação, bem como pelo apoio e incentivo dado em todos os momentos da execução deste trabalho.

- Ao prof. Leonardo Ensslin, pelo diálogo e troca de idéias, que ocorreram ao longo do estudo.

- À CAPES e ao BNDE pelo apoio financeiro prestado.

- Aos colegas e acadêmicos que de alguma forma contribuíram neste trabalho, em particular ao acadêmico Nestor Back pelo serviço de datilografia.

Sumário

Lista de Figuras	i
Notação	ii
Resumo	iv
Abstract	v
Capítulo 1 - INTRODUÇÃO	1
Capítulo 2 - TEORIA BÁSICA DA CONFIABILIDADE	3
2.1 - Caso fundamental	3
2.2 - Aplicações do caso fundamental	7
2.3 - Generalização no cálculo de P_I	10
Capítulo 3 - PROCESSO PROPOSTO	15
3.1 - Desenvolvimento do método	15
3.2 - Tipos de FDPs passíveis de uso	20
Capítulo 4 - APLICAÇÕES	24
4.1 - Modo de obter o fator de projeto	24
4.2 - Definição dos fatores assintóticos	29
4.3 - Combinações das FDPs	33
4.3.1 - Combinação SRRW	36
4.3.2 - Combinação SERW	39
4.3.3 - Combinação SNRW	41
4.3.4 - Combinação SRRN	43
4.3.5 - Combinação SERN	45
4.4 - Exemplos	47
4.4.1 - Exemplo 1	47
4.4.2 - Exemplo 2	49
4.4.3 - Exemplo 3	50
Capítulo 5 - CONCLUSÕES	55
BIBLIOGRAFIA	58

APÊNDICE	64
A1 - Expressões para as distribuições usadas	65
A2 - Parâmetros das FDPs	67
A3 - Fatores assintóticos	69
A4 - Translação do sistema de coordenadas	71
A5 - Gráficos da probabilidade de interferência	75
A6 - Influência de β em P_I , para o caso SNRW	85
A7 - Programa usado no cálculo de P_I	87
A8 - Verificação da invariância de P_I	96

Lista de figuras

Fig. 2.1 - Situação da Integral de P_I	5
Fig. 2.2 - Probabilidade de interferência SNRN	11
Fig. 2.3 - Possibilidades de cálculo para a função	11
Fig. 2.4 - Representação do processo proposto	14
Fig. 3.1 - Curvas de f_R e f_S , com $n = 1,6$	17
Fig. 3.2 - Curvas de f_R e f_S , com $n = 2,0$	18
Fig. 3.3 - Curvas de f_R e f_S , com $n = 2,5$	18
Fig. 3.4 - Variação de V_R e V_S com n	20
Fig. 4.1 - Curvas de P_I constante, SNRN	26
Fig. 4.2 - Curva de compatibilidade, SNRN	28
Fig. 4.3 - Solicitação normal, obtenção de K_I	30
Fig. 4.4 - Resistência normal, obtenção de K_O	32
Fig. 4.5 - Distribuição de Weibull	33
Fig. 4.6 - Função integranda em (2.5)	35
Fig. 4.7 - Função integranda em (2.6)	35
Fig. 4.8 - Curva de compatibilidade, SERN	48
Fig. 4.9 - Carregamento excêntrico	50
Fig. 4.10- Curva de compatibilidade, SRRN	53
Fig. A5.1 - Combinação SRRW, $\beta = 1$	76
Fig. A5.2 - Combinação SRRW, $\beta = 2$	77
Fig. A5.3 - Combinação SRRW, $\beta = 3$	77
Fig. A5.4 - Combinação SERW, $\beta = 1$	78
Fig. A5.5 - Combinação SERW, $\beta = 2$	79
Fig. A5.6 - Combinação SERW, $\beta = 3$	79
Fig. A5.7 - Combinação SNRW, $\beta = 1$	80
Fig. A5.8 - Combinação SNRW, $\beta = 2$	81
Fig. A5.9 - Combinação SNRW, $\beta = 3$	81
Fig. A5.10- Combinação SRRN	82
Fig. A5.11- Combinação SERN	83
Fig. A5.12- Combinação SNRN	84

Notação

a	limite inferior de integração
b	limite superior de integração
C	confiabilidade
D	dano
exp	função exponencial
f_X	função densidade de probabilidade da variável aleatória X.
F_X	função de probabilidade acumulada da variável aleatória X
FDP	função densidade de probabilidade
FPA	função de probabilidade acumulada
$h(N)$	taxa de falhas
h	função para cálculo da probabilidade de interferência
h_0	função que define o fator K_0
h_1	função que define o fator K_1
h_2	função dada pelos gráficos $K_0 \times K_1$
i	índice de uma variável genérica
K_0	fator assintótico relacionado à FDP resistente
K_1	fator assintótico relacionado à FDP solicitante
n	fator de projeto, μ_R/μ_S
N	número de aplicações da solicitação
P	probabilidade
P_f	probabilidade de falha
P_I	probabilidade de interferência
r	valor específico para R
R	variável aleatória resistente
s	valor específico para S
S	variável aleatória solicitante
S_{01}	conjunto em R^n , dado por pontos que reproduzem um certo $(K_0; K_1)$
t	tempo
V_X	coeficiente de dispersão, σ_X/μ_X
x	valor específico para X
x_0	valor mínimo que X pode assumir
X	variável aleatória genérica

X	vetor dos parâmetros de f_R e f_S
Y_0	vetor dos parâmetros que definem K_0
Y_1	vetor dos parâmetros que definem K_1
z	abscissa padrão para a FPA normal; excentricidade
β	expoente característico da FDP de Weibull
γ_1	coeficiente de assimetria
Γ	função gama
η	valor característico da FDP de Weibull
μ_X	média da variável aleatória X
ξ	$(\mu_X - x_0)/(\eta - x_0)$, na FDP de Weibull
ξ'	$(\mu_X - x_0)/(\alpha - x_0)$, na FDP de Rayleigh.
ϕ	$\sigma_X/(\eta - x_0)$, na FDP de Weibull
ϕ'	$\sigma_X/(\alpha - x_0)$, na FDP de Rayleigh
Φ	função de probabilidade acumulada normal
σ_X	desvio padrão
Ω	fator de deslocamento

ÍNDICES

e	relacionado à distribuição exponencial
r	relacionado à FDP de Rayleigh
R	relacionado à resistência
S	relacionado à solicitação
w	relacionado à distribuição de Weibull

OUTROS

R^n	espaço dos parâmetros das FDPs
R^2	espaço de K_0 e K_1
R^1	espaço de P_I
C	contido
\cap	intersecção
e	pertence

Resumo

Neste estudo, o principal aspecto investigado é a probabilidade de interferência entre as populações, da solicitação que age no sistema, e da resistência deste. Através de um enfoque formal, é proposta uma representação bidimensional para a probabilidade de interferência. Esta representação é feita por dois fatores, K_0 e K_1 , respectivamente o fator assintótico da distribuição da resistência e da solicitação. A probabilidade de interferência é mostrada em um sistema de coordenadas $K_0 \times K_1$, assumida a invariância de P_I para um ponto $(K_0; K_1)$. Esta invariância é verificada para várias distribuições, exceto a distribuição de Weibull. Nesta, o fator de forma β deve ser fixado para que se verifique a invariância. Várias possibilidades para justificar este comportamento são apresentadas nas conclusões. Como encerramento, o processo de cálculo é aplicado para seis combinações de funções densidade de probabilidade, para a determinação das curvas de P_I constante, no gráfico $K_0 \times K_1$, isto para P_I desde 10^{-1} até 10^{-6} .

Abstract

In this study, the fundamental aspect investigated is the interference probability, between the populations of the stress acting on a system, and the strength of the system. A two dimensional representation of the probability of interference is proposed. This representation is based on two factors, named K_0 and K_1 , respectively the asymptotic factor of the strength and of the stress distributions. The interference probability, P_I , is plotted as a parameter in a $K_0 \times K_1$ plane, under an assumed invariance of P_I . This invariance are verified for various distributions, except for the Weibull distribution, where the shape parameter β must be fixed for the invariance of P_I . An explanation of possible causes of this comportment are delineated in the conclusion of this work. Finally, the method was applied for six combinations of probability density functions, and the curves of P_I constant was plotted in terms of K_0 , K_1 for P_I ranging from 10^{-1} to 10^{-6} .

1. Introdução

Os conceitos estatísticos estão sendo explorados mais profundamente a cada dia que passa, para a solução de problemas práticos, em todos os campos do conhecimento humano. Quanto à Engenharia, as últimas décadas tem assinalado um desenvolvimento vertiginoso, onde é necessário muitas vezes trabalhar com fatos pouco conhecidos. Assim, o desempenho de um sistema quando em operação deve ser estimado de um conjunto de dados bastante restrito. Nestas condições, logicamente, não é possível fornecer uma segurança de operação absoluta para o sistema, devendo-se recorrer a estimativas estatísticas do comportamento deste. Esta estimativa pode ser posta na forma da probabilidade de falha, do sistema, quando em operação, indicando esta falha que foi atingido um estado limite para o sistema.

O sistema, não interessando especificamente o seu tipo, deve ser projetado com uma certa capacidade própria, capacidade esta que o tornará apto a atender uma demanda exigida pelo seu uso em serviço. Assim, a demanda irá solicitar o sistema, cuja amplitude depende em geral apenas do modo de usar, ou da aplicação do sistema. A solicitação exige uma contrapartida, que é dada pela capacidade do sistema de suportar a demanda, ou seja, pela sua resistência. Esta resistência é algo que está ligado estritamente ao projeto do sistema, bem como à qualidade de sua construção, sendo portanto inerente ao próprio.

No projeto, o sistema físico deve ser sintetizado de modo que desempenhe a sua função adequadamente. Esta síntese irá se basear no uso esperado que venha a ser feito do sistema, ou seja, da demanda exigida, devendo portanto fornecer ao sistema uma capacidade para suportar a solicitação imposta. Para o projeto ser eficiente, deve se basear em dados, referentes à solicitação e à resistência, perfeitamente definidos. Tal no entanto é difícil de ocorrer na prática, uma vez que sempre existem imprecisões e tolerâncias, que levam a uma dispersão nos resultados. Assim, em sistemas caracterizados por grandes dispersões, como por exemplo os relacionados à engenharia e física, ou em sistemas que exigem grande segurança com alto rendimento, como em ca-

sof aeronáuticos ou espaciais, o melhor modo de tratar o problema é sob um enfoque probabilístico. É necessário pois raciocinar em termos de probabilidades, seja de falha como de desempenho satisfatório do sistema. Os critérios de projeto devem desenvolver-se portanto a partir de uma formulação probabilística.

Neste ponto entra então o conceito de confiabilidade, que pode ser posto na forma de que a confiabilidade de um sistema é a probabilidade de que este não venha a falhar em operação. A confiabilidade é portanto a probabilidade de sucesso do projeto. Este sucesso é obtido através de uma certa margem de resistência suplementar, para compensar as dispersões que ocorrem.

No caso particular de sistemas estruturais por exemplo, esta margem de resistência é obtida pelo uso de um coeficiente de segurança, de escolha um tanto arbitrária e muitas vezes não perfeitamente definido. Assim, uma análise do sistema, feita com todo rigor e cuidado pode ficar desprovida de valor, se a precisão de seus resultados for diluída pelo uso de fatores empíricos. O objetivo deste trabalho é justamente determinar a probabilidade de falha, segundo várias distribuições estatísticas, para a solicitação e para a resistência. O enfoque é tal que seja possível obter a partir de uma probabilidade de falha pré-determinada, qual a margem de resistência adequada. Esta margem de resistência é obtida pelo uso de um fator de projeto, definido como a relação entre o valor médio da resistência e o valor médio da solicitação. Deste modo, selecionada uma combinação de distribuições que represente adequadamente a resistência do sistema e a solicitação que lhe é imposta, conhecendo-se os coeficientes de dispersão, é possível determinar o fator de projeto que fornece a confiabilidade desejada.

Embora inicialmente este trabalho tenha sido concebido para uso no estudo da confiabilidade em sistemas estruturais, nada impede que possa ser aplicado em outros sistemas. Este sistema pode ser o mais diverso possível, desde que as suas características se enquadrem nas aqui usadas, isto em termos das funções densidade de probabilidade para a sua capacidade e para a demanda que lhe é exigida, bem como da condição de partição de R^n , comentado na secção 2.3.

2. Teoria básica da confiabilidade

A confiabilidade, de um modo bem geral, pode ser definida como sendo a probabilidade de que um sistema, ou elemento deste sistema, não falhe nas condições previstas de utilização.

No presente trabalho, é considerado um sistema genérico, caracterizado pela capacidade de atender uma exigência, ou seja, pela sua resistência. Esta capacidade do sistema está estritamente ligada ao seu projeto bem como a sua construção. Como muitas variáveis que influem na capacidade do sistema podem ser tratadas como aleatórias, é lógico que a resistência também o será. Assim, a resistência do sistema fica definida pela sua função densidade de probabilidade (FDP), $f_R(r)$.

Por outro lado, a demanda exigida vai solicitar o sistema com maior ou menor intensidade. Como na maioria das aplicações, a demanda é irregular e imprevisível, dentro de certos limites, a solicitação é tratada também como uma variável aleatória, sendo perfeitamente definida pela FDP correspondente, $f_S(s)$.

2.1 - CASO FUNDAMENTAL

O estudo de confiabilidade normalmente trata apenas da aleatoriedade da solicitação que atua, como em sistemas eletrônicos (pg. 1 [48]), pois a dispersão da resistência é bastante pequena quando comparada com a dispersão da solicitação. No caso particular de sistemas estruturais, a grandeza das dispersões é comparável e assim é necessário considerar ambas.

A análise da confiabilidade usualmente inicia com o que é algumas vezes referido como caso fundamental, [47]; [48], que consiste de uma população de sistemas, cuja resistência R é caracterizada pela correspondente FDP, $f_R(r)$, submetido a uma solicitação S , também aleatória. Esta solicitação é considerada estática, sendo constante com o tempo, porém aleatória no sentido de que cada vez que o sistema é ativado, a solicitação possui um valor diverso do anterior, sendo $f_S(s)$ a sua FDP. Para este caso, a confiabilidade é constante no tempo e pode ser obtida co

mo

$$C = P(R > S) \quad (2.1)$$

ou seja, é a probabilidade de que a resistência seja maior do que a solicitação. Analogamente, a probabilidade de falha é fornecida como

$$P_f = P(R \leq S) \quad (2.2)$$

Este problema algumas vezes é referido como teoria de interferência entre as populações da solicitação e da resistência, [26]; [28]. Assim, neste caso particular, dito fundamental, para evitar possíveis confusões com outros modos de falha, a probabilidade de falha será denominada de probabilidade de interferência, P_I .

Supondo que $f_{R,S}(r; s)$ seja a função densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias R e S , então a probabilidade de interferência será obtida como

$$P_I = \int_A f_{R,S}(r; s) dr ds \quad (2.3)$$

sendo A a área definida pelos pontos do conjunto $\{(r; s): r \leq s\}$ e supondo que tanto r como s assumam qualquer valor real, a situação é ilustrada na figura 2.1.

A probabilidade de interferência é dada por

$$P_I = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_r^{\infty} f_{R,S}(r; s) ds \right\} dr$$

Como a resistência e a solicitação podem ser consideradas estatisticamente independentes, então:

$$f_{R,S}(r; s) = f_R(r) \cdot f_S(s) \quad (2.4)$$

e portanto,

$$P_I = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_r^{\infty} f_R(r) f_S(s) ds \right\} dr$$

e integrando em s ,

$$P_I = \int_{-\infty}^{\infty} [1 - F_S(r)] f_R(r) dr \quad (2.5)$$

De modo semelhante, pode-se obter

$$P_I = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^s f_R(r) f_S(s) dr \right\} ds$$

e integrando em r ,

$$P_I = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds \quad (2.6)$$

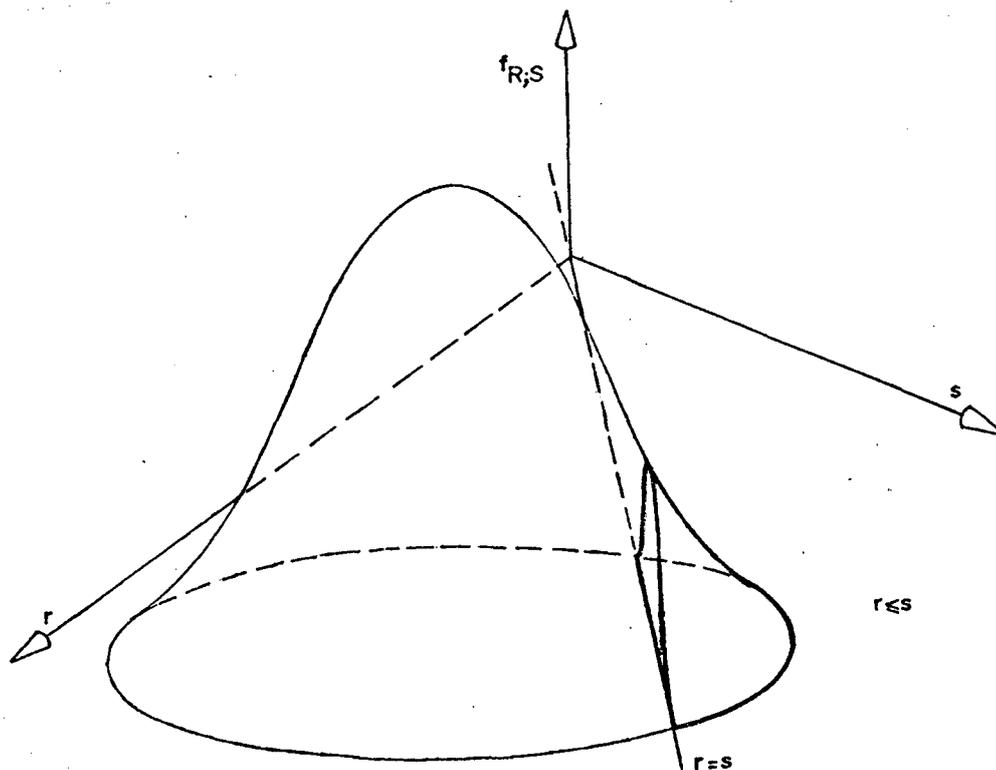


Fig. 2.1 - Situação representada por (2.3)

A equação (2.5) representa o fato de que a probabilidade de interferência P_I é a probabilidade da resistência estar no intervalo $(r, r+dr)$ e que S seja maior do que a resistência, isto para todos os possíveis valores desta. A expressão (2.6) é interpretada de modo análogo, apenas que raciocinando quanto à solicitação, ou seja, que S esteja no intervalo $(s, s+ds)$ e que R seja inferior à solicitação, para todos os valores da solicitação.

A probabilidade de interferência fica portanto determinada pelos parâmetros das distribuições da resistência e da solicitação, de acordo com (2.5) e (2.6). Como o sistema ou falha, ou não falha, sendo as duas únicas possibilidades, dada a probabilidade de interferência, a confiabilidade fica automaticamente determinada, pois sempre ocorre

$$C + P_I = 1 \quad (2.7)$$

Dependendo das expressões da FDP e da FPA, consideradas, a probabilidade de interferência pode ser obtida por uma expressão analítica fechada, sendo que de uma forma geral, para uso em computadores, é mais conveniente resolver a integral por um método aproximado. Soluções exatas foram obtidas para diversas combinações de distribuições. Assim, para o caso em que ambas sejam normais, Freudenthal [15] obteve em 1956 a solução analítica. Para o caso de serem lognormal f_R e f_S , existe a solução, [3]; [12]; [46], bem como quando as distribuições são exponenciais, [16].

Para o caso em que ambas as FDP sejam normais, a probabilidade de interferência pode ser dada por

$$P_I = 1 - \Phi(z) \quad (2.8)$$

onde

$$z = \frac{\mu_R - \mu_S}{[\sigma_R^2 + \sigma_S^2]^{1/2}} \quad (2.9)$$

e

$$\begin{aligned} \mu_R &= \text{média da resistência} \\ \mu_S &= \text{média da solicitação} \\ \sigma_R &= \text{desvio padrão da resistência} \end{aligned}$$

σ_S = desvio padrão da solicitação

sendo Φ a função de probabilidade acumulada para a FDP normal padronizada.

2.2 - APLICAÇÕES DO CASO FUNDAMENTAL

O caso fundamental representa conforme visto, uma situação independente do tempo, sendo um caso estático. No entanto, é possível usar este conceito para obter a confiabilidade para vários processos de falha do sistema, mesmo que a solicitação real não seja estática. Nestes outros modos de falha, em alguns casos é possível usar a probabilidade de interferência calculada por (2.5) ou (2.6), como uma ferramenta no cálculo da confiabilidade. Eventualmente a probabilidade de falha obtida com o auxílio de P_I é o limite superior para o problema, representando assim uma solução aproximada. Quando este limite superior de P_f for suficiente, para o estudo da confiabilidade em execução, então a solução aproximada é de grande valia.

Quando a solicitação é aplicada sucessivas vezes, desde que a função densidade de probabilidade se mantenha, ou seja, considerando a solicitação como um processo estocástico, este é estacionário, Freudenthal [17] expressa a probabilidade de falha em função do tempo, tomando por base P_I calculada por (2.5) ou (2.6). Mittenbergs [30] usa o conceito de interferência entre a solicitação e a resistência, para obter a variação da confiabilidade com o tempo, tratando a resistência do sistema como uma função decrescente no tempo, devido à possibilidade de deterioração.

Em situações onde a confiabilidade é variável com o tempo, é usual trabalhar com uma taxa de falhas, que para o caso em que as sucessivas aplicações da solicitação forem discretas, ou seja, o sistema é desativado e ativado várias vezes, pode ser definida como [1]; [4]; [32] segue. A taxa de falhas $h(N)$ é a probabilidade condicional de que o sistema falhe na N -ésima aplicação de S , desde que tenha sobrevivido a todas as $N-1$ solicitações impostas anteriormente. Para este caso, Freudenthal [16] fornece

$$h(N) = -\ln(1 - P_I) \quad (2.10)$$

ou para P_I pequeno, como normalmente é desejado,

$$h(N) \approx P_I \quad (2.11)$$

desde que P_I seja independente de N . No entanto, Ang e Amin [1], demonstraram em 1968 uma propriedade da taxa de falhas, de que esta é uma função monotonicamente decrescente de N , ou seja,

$$h(N) > h(N + 1)$$

para todo $N > 1$. Com $N = 1$, então (2.10) se verifica incondicionalmente.

Para aplicações discretas da solicitação, conforme está sendo tratado, a confiabilidade é dada, em função da taxa de falhas, por, [16]

$$C(N) = \exp \left[- \int_0^N h(\xi) d\xi \right] \quad (2.12)$$

e é possível tomar um limite inferior para a confiabilidade, levando em conta a propriedade de $h(N)$ ser uma função decrescente, usando (2.11),

$$C(N) > \exp [-N P_I] \quad (2.13)$$

Embora este processo esteja sendo aplicado para uma solicitação que se poderia dizer discreta em relação ao tempo, é possível, de um modo aproximado, usar-se para uma solicitação dinâmica também, apenas que considerando não a distribuição de S , mas sim a distribuição dos máximos de S . Assim, estes máximos ocorrem esporadicamente, sendo portanto possível o uso de (2.5) ou (2.6) e (2.12) por exemplo, apenas que tratando com a distribuição dos picos da solicitação e não com f_S diretamente.

Outro caso em que o conceito de falha por interferên -
cia da solicitação e da resistência se aplica é quando o sistema falha, não por um valor específico da solicitação, mas sim através de um acúmulo de dano, dano este provocado pelo valor instan

tâneo da solicitação. Pela aleatoriedade da solicitação, o próprio acúmulo de dano, após um certo período de uso do sistema, será também aleatório. Por outro lado, é possível a partir de ensaios, obter o valor limite de dano, no qual o sistema falha. Como em todo dado experimental, este valor limite será disperso, quer pela imprecisão de medida, quer pela dispersão inerente ao sistema. Deste modo, para um período definido de tempo, é possível obter a confiabilidade em termos de dano. Chamando de D_S o dano que solicita o sistema, devido ao seu uso, e D_R o dano resistente, ou seja, o dano que o sistema pode suportar sem falhar, a confiabilidade será

$$C(t) = P(D_S(t) < D_R(t)) \quad (2.14)$$

O dano solicitante é usualmente uma função crescente do tempo, e por outro lado, o dano resistente pode eventualmente ser afetado pela idade do sistema, ou seja, seu tempo de uso. Assim, (2.5) ou (2.6) pode ser usada no cálculo da probabilidade de falha, para um valor pré-determinado do tempo, desde que seja possível definir as distribuições de $D_S(t)$ e $D_R(t)$, para o instante considerado, pois as FDPs são variáveis com o tempo, no caso geral.

Este tipo de problema de falha com acúmulo de dano é típico em confiabilidade estrutural, quando um elemento é submetido a uma solicitação aleatória, de forma que o modo de falha característico, seja a falha por fadiga, do material que constitui a estrutura. O valor esperado do dano solicitante, $E[D_S]$, foi obtido para o caso em que a solicitação é um processo aleatório, gaussiano e satisfazendo certas condições, [8]; [25].

Quanto à variância, alguns resultados aproximados foram obtidos por Crandall, Mark e Khabbaz, [7]. O dano que o material pode suportar é obtido a partir de testes, apresentando uma dispersão bastante grande estes resultados. Alguns dados que podem servir de referência se encontram na literatura, [39]; [45] [52] e [54], embora relativamente incompletos.

Assim, é possível selecionar uma distribuição estatística, que forneça aproximadamente o comportamento do dano resistente, bem como para o dano solicitante, obtendo-se uma estimati

va da probabilidade de falha, para o tempo de uso considerado , [37].

2.3 - GENERALIZAÇÃO NO CÁLCULO DE P_I

Para a obtenção da probabilidade de interferência por meio da resolução de (2.5), através de computadores, é necessário partir para uma solução aproximada e o caminho habitual é o uso de um processo numérico de integração. Para que esta integração seja possível, os parâmetros de $f_R(r)$ e de $f_S(s)$ devem ser especificados, pois em caso contrário o valor da função integrada não poderá ser calculado nos vários pontos resultantes da divisão do intervalo de integração.

Para as funções densidade de probabilidade selecionadas neste estudo, com exceção da FDP de Weibull, que possui três parâmetros, as restantes necessitam de dois parâmetros para que fiquem perfeitamente definidas. Deste modo, P_I será uma função de ao menos quatro parâmetros, com o que torna-se difícil fazer uma representação adequada dos resultados. Outro problema é que como a integração exige valores numéricos, o resultado obtido fica válido apenas para este conjunto de valores que foi usado no cálculo.

Uma pesquisa bibliográfica sobre o assunto revela que os estudos efetuados [13]; [48]; [46] entre outros, apresentam os resultados na forma de gráficos semelhantes ao mostrado na figura 2.2, onde cada curva é válida para uma combinação particular dos coeficientes de dispersão, ficando P_I em função da relação entre as médias μ_R e μ_S , ou algo semelhante. A representação por meio de gráficos é o ideal para apresentar resultados numéricos, porém a forma como habitualmente é feito, torna-se de pouco valor para a determinação de P_I , ou μ_R/μ_S , quando os valores reais de V_R e V_S não coincidem com os representados, pois há necessidade de interpolar entre as curvas.

Para contornar este problema, foi idealizada uma representação de P_I em função de duas variáveis, K_0 e K_1 , definidas como funções adequadas dos parâmetros de $f_R(r)$ e $f_S(s)$, envolvidos, de tal modo que para valores fixos destas variáveis, P_I seja invariante, ou seja, a probabilidade de interferência não depende dos valores particulares de cada um dos parâmetros, desde

que K_0 e K_1 permaneçam constantes.

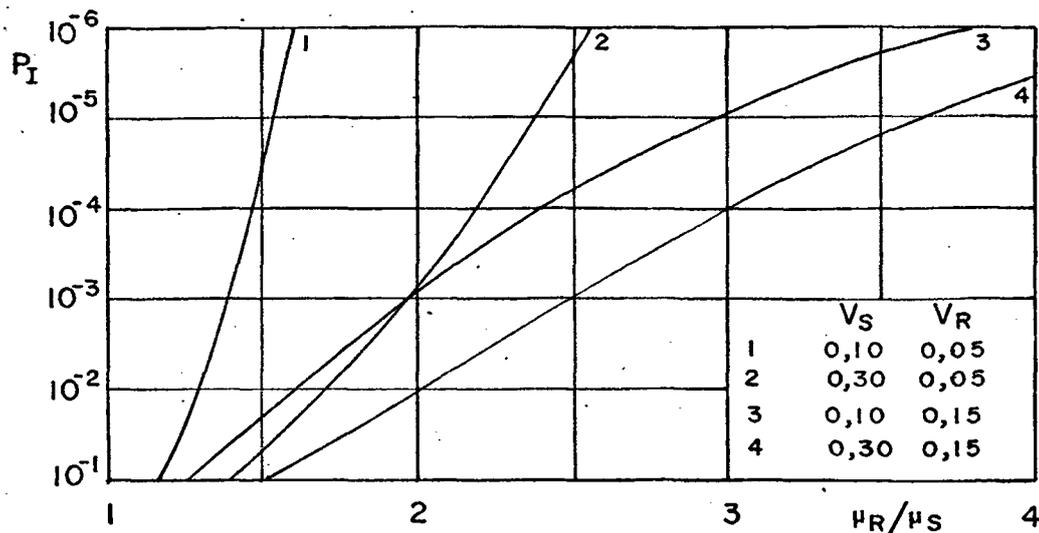


Fig. 2.2 - Probabilidade de interferência entre solicitação normal e resistência normal, conforme V_R e V_S , [13].

A idéia é de partindo de um espaço R^n , de dimensão igual ao número total de parâmetros envolvidos no cálculo de P_I , através das variáveis K_0 e K_1 , denominadas a partir deste ponto de fatores assintóticos, o que será justificado mais adiante, de definir um espaço R^2 . Este espaço bidimensional de componentes $(K_0; K_1)$ deve ser tal que cada ponto corresponda a um único valor de P_I . A figura 2.3 ilustra a correspondência pretendida.

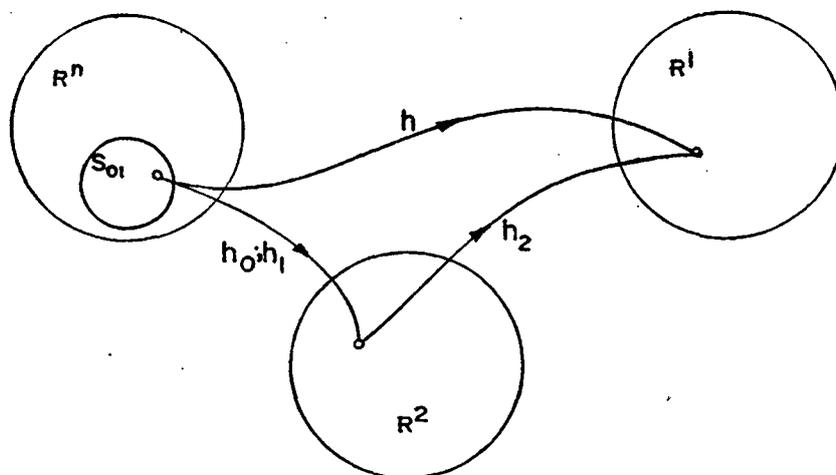


Fig. 2.3 - Possibilidades para o cálculo de uma função a n variáveis.

O percurso direto $R^n \rightarrow R^1$ é o modo de calcular P_I , ou

seja, é obtido o valor da função

$$P_I = h(X) \quad (2.15)$$

onde

$$X = (x_1; x_2; x_3; \dots; x_n)$$

e $X \in S \subset R^n$

através da integração direta, com o uso de (2.5) ou (2.6), o que representa a função h , para valores específicos de cada x_i . O enfoque buscado neste estudo é o de definir um espaço R^2 de tal forma, que a representação

$$P_I = h_2(K_0; K_1) \quad (2.16)$$

seja unívoca e também que tenhamos

$$h_2(K_0; K_1) = h(X) \quad (2.17)$$

O espaço R^2 é obtido de R^n , fazendo

$$K_0 = h_0(Y_0) \quad (2.18)$$

e $K_1 = h_1(Y_1) \quad (2.19)$

com a condição

$$\{y_i^0\} \cap \{x_i\} \neq \phi, \quad \{y_i^0\} \subset \{x_i\}$$

e $\{y_i^1\} \cap \{x_i\} \neq \phi, \quad \{y_i^1\} \subset \{x_i\}$

e $\{y_i^1\} \neq \{y_i^0\}$

As equações (2.18) e (2.19) devem ser tais que (2.17) se verifique incondicionalmente. Uma vez obtido o espaço R^2 , a probabilidade de interferência P_I é calculada para pontos $(K_0; K_1)$ pré-determinados, com o uso de (2.5) ou (2.6), sendo os resultados apresentados então em gráficos P_I contra K_0 e K_1 , que é

a representação gráfica da relação (2.16).

Como exemplo de aplicação, é interessante considerar o caso em que tanto a resistência como a sollicitação possuem para FDP a distribuição normal, ou seja,

$$f_R(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_R} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r - \mu_R}{\sigma_R} \right)^2 \right]$$

$$f_S(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_S} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{s - \mu_S}{\sigma_S} \right)^2 \right]$$

Usando o fato de que uma combinação linear de variáveis normais também é normal, é fácil obter-se (2.8) e (2.9).

Definindo os fatores assintóticos K_0 e K_1 , como,

$$K_0 = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R} \quad (2.20)$$

$$K_1 = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_S} \quad (2.21)$$

é possível isolar σ_R e σ_S e substituindo em (2.9), vem

$$z = \frac{\mu_R - \mu_S}{\left[\frac{(\mu_R - \mu_S)^2}{K_1^2} + \frac{(\mu_R - \mu_S)^2}{K_0^2} \right]^{1/2}}$$

e simplificando,

$$z = \frac{1}{[K_1^{-2} + K_0^{-2}]^{1/2}} \quad (2.22)$$

Definindo então K_0 por (2.20) e K_1 por (2.21), a probabilidade de interferência passa a ser função exclusiva dos fatores assintóticos, não importando os valores particulares de μ_R , μ_S , σ_R e σ_S , desde que quando substituídos em (2.20) e (2.21),

K_0 e K_1 permaneçam constantes. Assim as definições usadas para os fatores assintóticos são convenientes. Ilustrando esta representação, temos a figura 2.4.

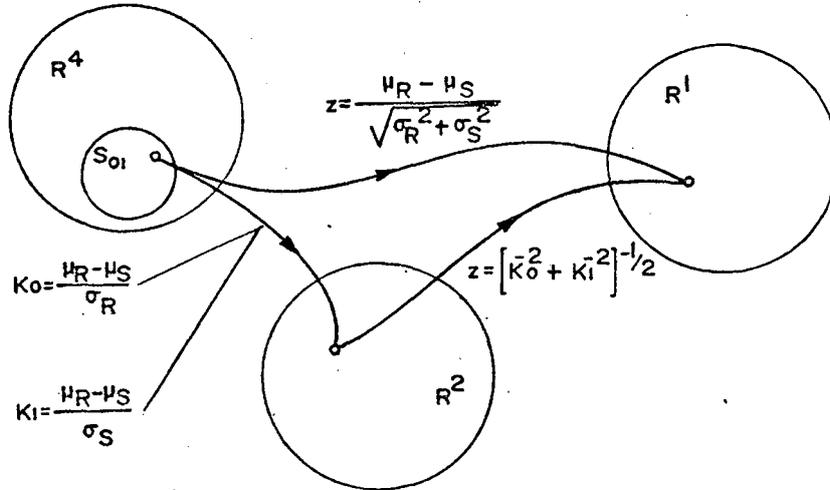


Fig. 2.4 - Representação do processo proposto, no caso solicitação normal e resistência normal.

O uso deste processo aqui é apenas ilustrativo, já que não chega a apresentar grandes vantagens, uma vez que existe uma solução analítica exata que permite chegar à probabilidade de interferência. Quando no entanto ocorre um caso geral onde (2.5) ou (2.6) não podem ser expressa em termos de funções elementares, onde é necessário usar um método aproximado, então este processo desenvolvido é de grande valia.

Deve ser ressaltado que o processo é válido apenas quando é possível dividir o espaço R^n , à exaustão, em conjuntos S , mutuamente exclusivos, tais que cada conjunto leve a um único ponto em R^2 , conforme (2.18) e (2.19).

3. Processo proposto

O processo proposto para a representação da probabilidade de interferência possibilita um uso mais completo dos resultados obtidos pela integração (2.5) ou (2.6), já que a curva obtida não vai ficar restrita a valores específicos dos parâmetros, por exemplo σ_R e σ_S , que foram usados na integração. Com o uso dos fatores assintóticos, um único ponto do gráfico da função (2.16) pode representar inúmeras possibilidades para os parâmetros que caracterizam $f_R(r)$ e $f_S(s)$. A seguir o processo de cálculo é detalhado.

3.1 - DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO

Conforme já visto, o processo consiste em definir dois fatores assintóticos K_0 e K_1 , de tal forma que a igualdade (2.17) se verifique. A priori é conhecida apenas a função $P_I = h(\mathbf{X})$, definida por (2.5) ou (2.6), conforme o caso. Tanto as funções que definem K_0 e K_1 como a função $h_2(K_0, K_1)$ não são conhecidas, tornando o problema um tanto abstrato. O único modo de resolver o problema de definição do espaço R^2 , é por tentativas, ou seja, as funções $h_0(\mathbf{Y}_0)$ e $h_1(\mathbf{Y}_1)$ são arbitradas e após é verificado se (2.17) ocorre incondicionalmente.

Uma vez definidas as funções $h_0(\mathbf{Y}_0)$ e $h_1(\mathbf{Y}_1)$, é possível explicitar um ou outro parâmetro que ocorre em \mathbf{Y}_0 e de igual modo para \mathbf{Y}_1 . É exatamente o que foi feito no exemplo em que as FDPs eram normais, quando σ_R e σ_S foram postos em termos de K_0 e K_1 , respectivamente. Assim, fixado um ponto (K_0, K_1) em R^2 , os dois parâmetros explicitados ficam apenas parcialmente definidos, pois são ainda funções das componentes restantes dos vetores \mathbf{Y}_0 e \mathbf{Y}_1 . No exemplo solicitação normal e resistência normal, σ_R e σ_S eram ainda funções de μ_R e μ_S . Para ser possível a integração numérica, cada componente de \mathbf{X} deve estar com seu valor conhecido, de modo a computar o valor da função integrada nos pontos de interesse. No entanto, apenas dois valores estão estipulados, os que fixam o ponto em R^2 , ficando no caso do exemplo, os valores de μ_R e μ_S em aberto.

Por outro lado, P_I deve ser função apenas do ponto (K_0, K_1) , quaisquer que sejam os valores das componentes de X , segundo (2.16). As componentes de X devem ser apenas tais que reprod_uzam o ponto (K_0, K_1) escolhido, através de (2.18) e (2.19). Logo, para efetuar a integração usando (2.5) ou (2.6), o vetor X escolhido é de importância secundária, apenas condicionado ao fato de que o ponto em R^2 seja respeitado. Assim, as componentes explicitadas de X podem ser calculadas, usando K_0 e K_1 desejados, para qualquer valor das componentes restantes de Y_0 e Y_1 . Tal ocorre pelo fato de que os valores calculados estão condicionados aos arbitrados, de modo que o ponto (K_0, K_1) seja mantido. Ou seja, P_I é invariante em relação a todo X tal que

$$X \in S_{01} \subset R^n$$

sendo S_{01} o conjunto dos pontos de R^n , em que (2.18) e (2.19) ficam satisfeitos, para os valores de K_0 e K_1 , em consideração.

No caso do exemplo apresentado, tal se traduz no fato de que é possível arbitrar μ_R e μ_S e calcular σ_R e σ_S correspondentes, que substituídos em (2.5), por exemplo, fornecem o valor de P_I . O importante é que este valor da integral é invariante de μ_R e μ_S . Este fato parece bastante lógico se for lembrado que P_I depende apenas de z , e que para K_0 e K_1 , dados por (2.20) e (2.21), resulta,

$$z = [K_0^{-2} + K_1^{-2}]^{-1/2}$$

e logo invariante em μ_R e μ_S . Como na realidade P_I é função apenas de K_0 e K_1 , os valores de μ_R , μ_S , σ_R e σ_S considerados foram apenas um passo intermediário para se chegar a P_I .

Quando for usada a integração numérica, de modo semelhante ao que ocorreu no exemplo, é possível arbitrar um valor qualquer para uma ou outra variável, que não esteja conhecida. Desde que as funções de definição dos fatores assintóticos estejam corretas, estes valores arbitrados não irão comprometer o resultado da integração. Esta invariância de P_I , é utilizada justamente para verificar se as funções h_0 e h_1 que definem os fatores assintóticos estão corretas.

À primeira vista estes conceitos podem parecer um tanto estranhos, ou mesmo incoerentes, mas detalhando mais o exemplo considerado, o processo fica melhor esclarecido. Assumindo valores numéricos para os fatores assintóticos,

$$K_0 = 5$$

$$K_1 = 3$$

foram obtidas as curvas de f_R e f_S , para três situações, onde cada uma representa as FDPs para diferentes valores da relação μ_R/μ_S . Para facilitar a representação, a média da solicitação foi considerada unitária. Em qualquer uma das situações temos $z = 2,572$ e logo $P_I = 5,06 \cdot 10^{-3}$, segundo (2.8) e (2.9). As curvas de f_R e f_S estão nas figuras 3.1, 3.2 e 3.3, para μ_R/μ_S respectivamente iguais a 1,6; 2 e 2,5.

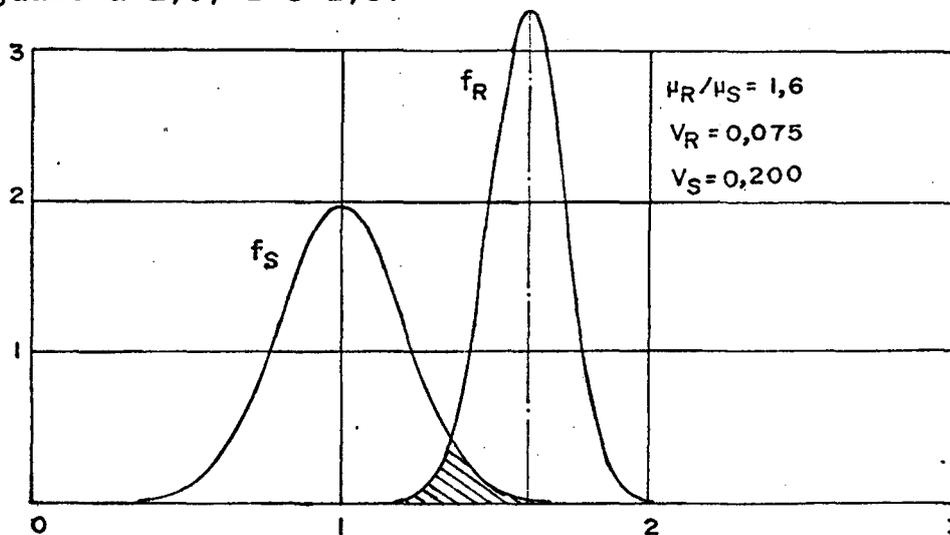


Fig. 3.1 - Distribuições para a resistência e solicitação, com $\mu_R/\mu_S = 1,6$.

As figuras acima citadas representam a situação que ocorre no caso da distribuição resistente ser normal e a solicitante também. Cada figura ilustra, para K_0 e K_1 fixos, o comportamento das FDPs, conforme o valor de μ_R e μ_S , onde esta última foi mantida constante e igual a um. Assim, na realidade a única influência é quanto à média da resistência, mas isto não é relevante. O fato importante, que pela comparação das figuras torna-se flagrante, é de que aumentando o afastamento relativo entre as médias, as distribuições passam a ser mais achatadas, aumen -

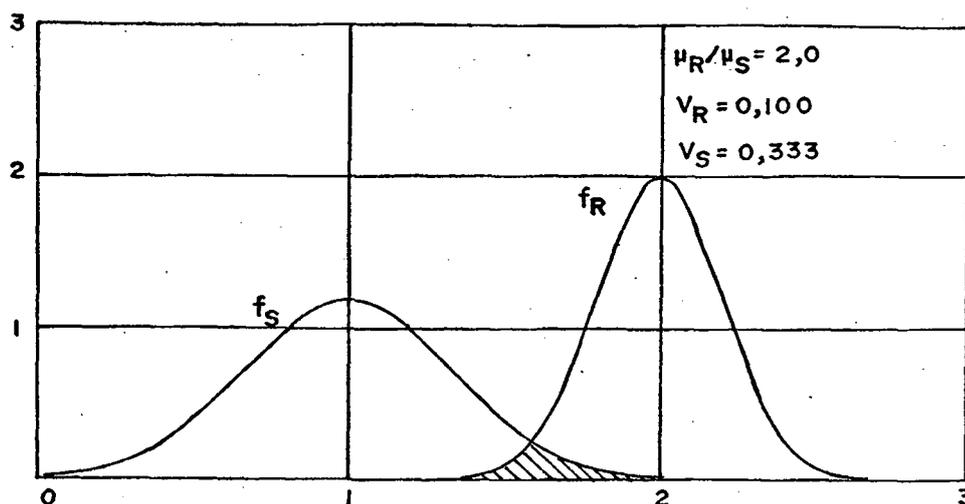


Fig. 3.2 - Distribuições para a resistência e sollicitação, com $\mu_R/\mu_S = 2$.

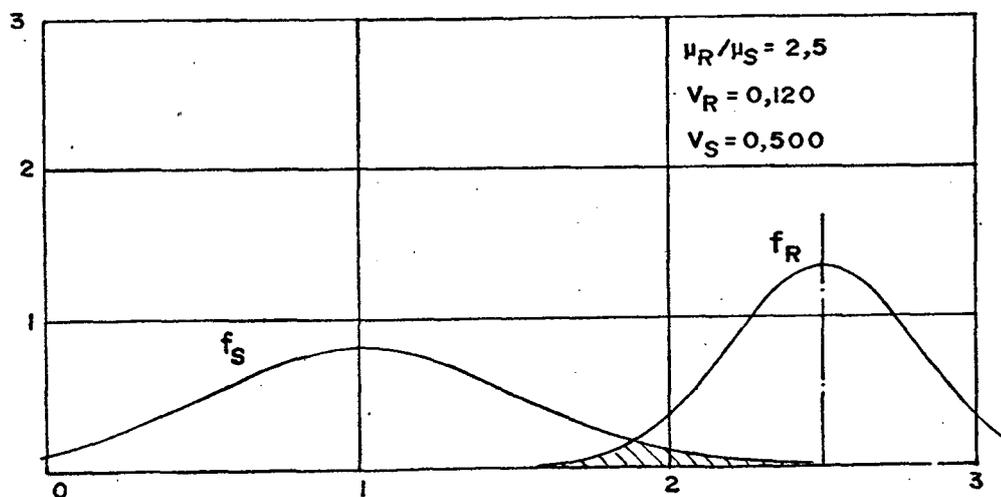


Fig. 3.3 - Distribuições da resistência e da sollicitação, com $\mu_R/\mu_S = 2,5$.

tando a dispersão de valores em torno da média. Isto fica bem caracterizado pelos valores do coeficiente de dispersão, que para uma variável aleatória X , é definido como

$$V_X = \sigma_X/\mu_X \quad (3.1)$$

Para a relação entre as médias de 1,6, o coeficiente de dispersão (COD) da sollicitação é de 0,20, aumentando para 0,333 e após

para 0,500, quando μ_R/μ_S passa a 2,0 e 2,5 respectivamente. O que ocorre é que aumentando a distância entre as médias, as dispersões, tanto da resistência como da solicitação aumentam, de tal modo que a probabilidade de interferência permaneça constante. A área assinalada nas figuras 3.1 a 3.3, pode ser considerada como indicativa da probabilidade de interferência, embora não seja esta exatamente, mas serve para facilitar a visualização do problema em questão [6]; [22]; [28]; [30]. Embora haja uma grande variação na forma das distribuições, a área assinalada em si ficou praticamente constante, reforçando a idéia de que P_I é idêntica para os três casos ilustrados.

A relação que governa a dependência entre o afastamento das médias e o desvio padrão, quer da resistência, quer da solicitação, pode ser obtida a partir da equação que define o fator assintótico correspondente. Escrevendo novamente (2.20) e (2.21),

$$K_0 = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R}$$

$$K_1 = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_S}$$

e isolando os desvios padrão,

$$\sigma_R = \frac{\mu_R - \mu_S}{K_0} \quad (3.2)$$

$$\sigma_S = \frac{\mu_R - \mu_S}{K_1} \quad (3.3)$$

ou então usando o conceito do coeficiente de dispersão, obtêm-se

$$V_R = \frac{1 - \mu_S/\mu_R}{K_0} \quad (3.4)$$

$$V_S = \frac{\mu_R/\mu_S - 1}{K_1} \quad (3.5)$$

As equações (3.4) e (3.5) governam o comportamento de V_R e V_S em função da relação μ_R/μ_S , para valores fixos do ponto (K_0, K_1) . A figura 3.4 ilustra esta dependência, para os valores já adotados de K_0 e K_1 .

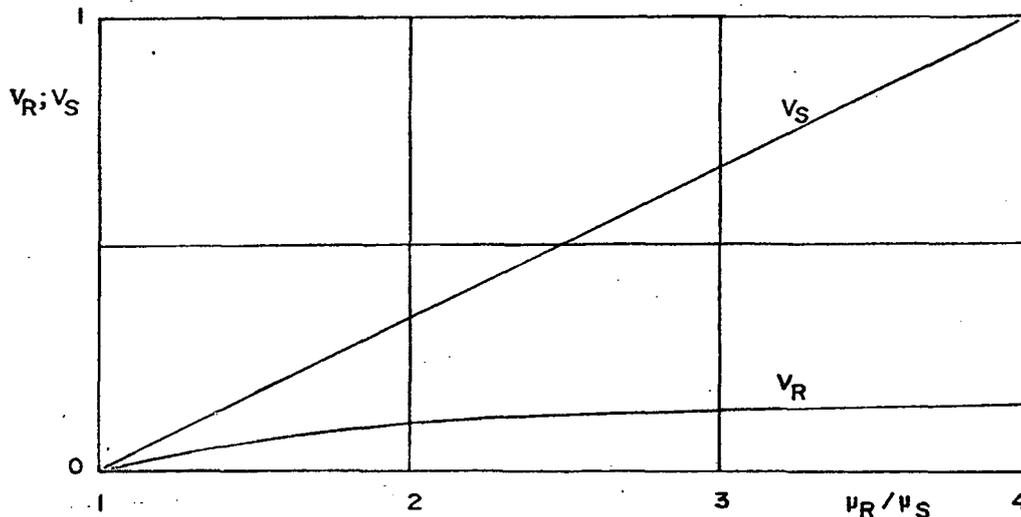


Fig. 3.4 - Variação dos coeficientes da dispersão com μ_R/μ_S , para $K_0 = 5$ e $K_1 = 3$, (normal-normal).

A figura 3.4 indica que com μ_R/μ_S tendendo a um, os coeficientes de dispersão tendem a zero e logo os desvios padrão também, ou seja, as populações R e S tendem a ser determinísticas, aumentando rapidamente a concentração em torno da média. Isto ocorre justamente para que, embora bastante próximas as distribuições, a probabilidade de interferência não se altera.

Com este exemplo fica bem caracterizado o fato de que P_I é uma constante em relação a X , apenas que X deve pertencer a S_{01} , ou seja, os componentes x_i devem ser tais que seja mantido o ponto (K_0, K_1) . Assim, o próximo passo é selecionar algumas funções densidade de probabilidade para uso como f_R e f_S .

3.2 - TIPOS DE FDPs PASSÍVEIS DE USO

No exemplo em que ambas as distribuições envolvidas no

problema de interferência, entre a solicitação e a resistência, eram normais, foi visto que a constância de P_I com os parâmetros das FDPs, e portanto o sucesso do processo, é devida a um ajuste da dispersão de cada FDP, conforme a posição relativa destas. Assim, ocorre uma observação importante, de que as funções densidade de probabilidade usadas no estudo, devem permitir alterar o seu coeficiente de dispersão, ou talvez, possibilitar que V_X tenda a zero, se necessário for. Tal é uma exigência para que a probabilidade de interferência seja invariante quanto a $X \in S_{01}$. Este aspecto vai exigir que algumas distribuições sejam ligeiramente modificadas, para que esta variação do coeficiente de dispersão seja possível.

Quanto às distribuições estatísticas a serem empregadas, a de uso mais lógico é justamente a distribuição normal, tanto no caso da solicitação como no caso da resistência. Isto ocorre porque na maioria das aplicações é possível recorrer ao teorema do limite central, [4]; [10]; [32], para justificar o uso da FDP normal.

Para a solicitação propriamente dita, além da distribuição normal, outras distribuições serão empregadas. Podem ocorrer situações, em que a falha do sistema ocorre não pelo valor instantâneo da solicitação, mas sim pelos máximos que esta solicitação pode atingir. Para estes casos, então a distribuição que será significativa é a distribuição dos picos da solicitação. Se é válido supor uma distribuição gaussiana para S , então os máximos de S irão se distribuir segundo a função densidade de probabilidade de Rayleigh. Assim, baseando-se no uso da FDP normal para a solicitação, os picos seguem uma distribuição de Rayleigh. Por outro lado, existem situações em que não é possível dizer que a distribuição seja normal, provavelmente por não satisfazer as condições do teorema do limite central. Uma distribuição que nestes casos pode ocorrer é a FDP exponencial, conforme mencionado nas referências [11]; [16]; [18]; [23]. Resulta deste modo para a solicitação, três distribuições a serem usadas, quais sejam então:

Normal
Rayleigh
Exponencial

No que se refere à resistência, a distribuição de Weibull [50], vem sendo empregada cada vez mais extensamente. A FDP de Weibull pode representar, no caso de confiabilidade em sistemas estruturais, tanto a resistência estática [49]; [50], como a resistência dinâmica (resistência à fadiga) [6]; [28]; [49]; [50]; [54], dos materiais usados na elaboração do sistema. Para o caso de outros sistemas, nada impede que a distribuição de Weibull seja usada para representar a resistência também, [49]; [50]. A distribuição normal, por si mesma já se justifica ficar incluída no estudo, resultando então para representar a resistência do sistema, as FDPs:

Weibull

Normal

Resta ainda um problema, no que se refere à propriedade de que diz respeito à possibilidade das distribuições terem seu coeficiente de dispersão variável. Isto é necessário para que o processo idealizado seja eficaz. Para a distribuição normal e a de Weibull, como ambas permitem a variação de V_X , este aspecto não apresenta problema.

Para a distribuição de Rayleigh, bem como no caso da exponencial, a variação de V_X não é possível, pois são caracterizadas por um coeficiente de dispersão constante, igual a 0,522723 e 1,0 respectivamente. Tornou-se assim necessário generalizar um pouco as distribuições exponencial e de Rayleigh, de modo que o coeficiente de dispersão possa ser variado conforme a exigência do processo de cálculo de P_I .

De modo a possibilitar a variação de V_X , foi usado um deslocamento do sistema de coordenadas, ficando a FDP definida para $x \geq x_0$, sendo x_0 o deslocamento da origem, ao invés de ser definida para $x \geq 0$, como é habitual, [4]; [10]; [32]. Com isto, foi possível aumentar ou diminuir a média, de acordo com a necessidade, sem que o desvio padrão seja alterado, uma vez que todos os momentos centrais, como a variância, não se alteram, [4]. Sendo o coeficiente de dispersão a relação entre o desvio padrão e a média, equação (3.1), para o primeiro fixo, alterando a média, altera-se V_X como desejado. No Apêndice A4 está detalhado o método usado para obter as expressões generaliza

das, tanto para a distribuição exponencial como para a de Rayleigh.

Sendo x_0 o ponto a partir do qual a função densidade de probabilidade está definida, e Ω uma medida adimensional deste deslocamento da origem, então na distribuição exponencial, o coeficiente de dispersão passa a ser

$$V_X = 1 - \Omega_e$$

com

$$\Omega_e = x_0 \lambda$$

onde λ é o parâmetro que identifica a FDP exponencial.

Para a distribuição de Rayleigh,

$$V_X = \frac{(1 - \Omega_r) \sqrt{2 - \pi/2}}{(1 - \Omega_r) \sqrt{\pi/2} + \Omega_r}$$

com

$$\Omega_r = x_0 / \alpha$$

sendo α um parâmetro da distribuição de Rayleigh.

Com $x_0 = 0$, ocorre $\Omega = 0$, que é o caso usual, resultando assim $V_X = 1$ e $V_X = 0,522723$, que são os valores habituais, normalmente encontrados na literatura, respectivamente para a FDP exponencial e a de Rayleigh.

4. Aplicações

Uma vez já exposto o processo de cálculo idealizado para contornar o problema da representação de P_I , e escolhidas as distribuições que serão utilizadas, resta apenas aplicar o método, definindo K_0 e K_1 , correspondentes, e calcular P_I . Antes disto, no entanto, é interessante detalhar mais um pouco o processo, na sua parte final, ou seja, no que se refere à maneira de obter o critério para projeto do sistema, a partir da probabilidade de falha admitida. Dependendo do modo de falha, é possível então definir a probabilidade de interferência entre as populações relevantes no caso, conforme mencionado na secção 2.2.

4.1 - MODO DE OBTER O FATOR DE PROJETO

É desejado, a partir de P_I e dos dados referentes às distribuições que representam a solicitação e a resistência do sistema, obter uma maneira simples para sintetizar este, de forma a manter a probabilidade de interferência desejada. Neste estágio de projeto, em que é procurado sintetizar o sistema, a maneira mais racional para atingir um critério de projeto, é usar um fator de projeto, definido como

$$n = \frac{\mu_R}{\mu_S} \quad (4.1)$$

$$n = \frac{\text{valor esperado da resistência}}{\text{valor esperado da solicitação}}$$

Este fator fornece uma medida do afastamento relativo entre as médias das duas populações, da solicitação e da resistência. Um fator de projeto superior à unidade, representa uma certa margem de resistência suplementar, isto raciocinando em termos das médias. Esta margem de resistência é que vai compensar, em maior ou menor grau, as dispersões que ocorrem, fornecendo assim uma chance de falha adequada, representada pelo valor de P_I .

Em sistemas estruturais, este fator de projeto é seme-

lhante ao coeficiente de segurança comumente empregado, apenas que aqui o fator de projeto é definido em termos precisos. O coeficiente de segurança é poucas vezes definido com exatidão, ficando um conceito vago e impreciso, [39]. Eventualmente, é definido como a relação entre a resistência mínima e a solicitação máxima [39], mas estes máximos e mínimos em si ficam subjetivamente especificados. Por outro lado, o valor do coeficiente de segurança é normalmente estipulado com base mais no bom senso e experiência anterior, do que em um estudo quantificado do problema, [1]; [13]; [14]; [15]; [16]; [22]; [29]. Com o uso do critério da interferência de populações, é possível definir um valor criterioso para o fator de projeto a empregar, tomando por base um valor de P_I que seja economicamente adequado, conforme comentado em, [12]; [15]; [17]; [47]; [46]; [47]; [48].

Retornando ao exemplo solicitação normal e resistência normal, ou de uma forma abreviada, SNRN, os fatores assintóticos podem ser escritos, usando os conceitos de fator de projeto e de coeficiente de dispersão, como

$$K_0 = \frac{n - 1}{n V_R} \quad (4.2)$$

$$K_1 = \frac{n - 1}{V_S} \quad (4.3)$$

Por outro lado, o valor de z é obtido a partir de K_0 e K_1 , por

$$z = [K_0^{-2} + K_1^{-2}]^{-1/2} \quad (4.4)$$

e assim, foi possível neste caso, obter a expressão analítica que a partir de $(K_0; K_1)$ fornece P_I , ou seja,

$$P_I = h_2(K_0; K_1)$$

$$h_2(K_0; K_1) = 1 - \Phi([K_0^{-2} + K_1^{-2}]^{-1/2})$$

A representação gráfica desta função, tomando P_I como um parâmetro, está na figura 4.1, para $P_I = 10^{-i}$, $i = 1$ a 6. Pe-

la análise do gráfico, nota-se que as curvas são hipérbolas, cujas assíntotas não são os eixos coordenados, mas sim os valores de $K_0 = z$ e $K_1 = z$, conforme pode ser observado também em (4.4). Este z corresponde ao valor de P_I da curva considerada, segundo (2.8). O significado disto, é que com $K_0 \rightarrow \infty$, por exemplo, então $K_1 \rightarrow z$ e vice-versa, ou seja, para $V_R \rightarrow 0$, então a probabilidade de interferência passa a depender essencialmente do valor de K_1 . Em termos físicos, isto se traduz no fato de que a resistência está passando a ser determinística (com $V_R \rightarrow 0$, ou o que é equivalente, $\sigma_R \rightarrow 0$), e assim apenas o desvio padrão da solicitação passa a ser representativo, que é o fato fornecido por K_1 .

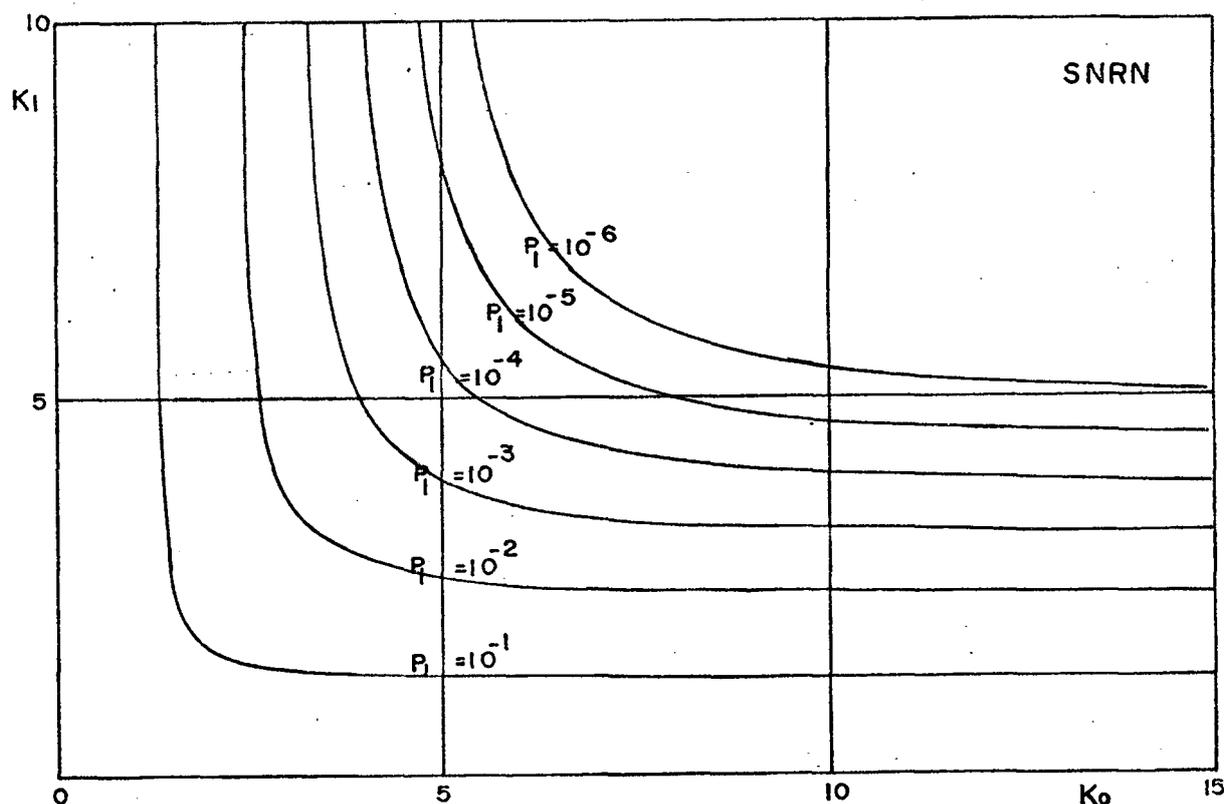


Fig. 4.1 - Curvas de P_I constante, função de K_0 e K_1 , para o caso normal-normal.

A denominação de K_0 e K_1 de fatores assintóticos surgiu então justamente do fato de que para V_R (ou V_S), tendendo a zero, a probabilidade de interferência passa a ser assintoticamente dada por K_1 (ou K_0). De modo semelhante, para K_0 fixo, a probabilidade de interferência tende assintoticamente a um valor, dado por $1 - \Phi(z)$, com $K_1 \rightarrow \infty$. Para as outras distribuições, a definição

usada de K_i , $i = 0; 1$, é tal que esta propriedade se aplica.

Das equações (4.2) e (4.3), é possível explicitar o fator de projeto e representando por n_0 o obtido em função de K_0 e n_1 o obtido em função de K_1 ,

$$n_0 = \frac{1}{1 - K_0 V_R} \quad (4.6)$$

$$n_1 = 1 + K_1 V_S \quad (4.7)$$

Na resolução de um problema prático, é especificado um valor para P_I e são conhecidos os coeficientes de dispersão V_R e V_S , usualmente estimados a partir de amostras. O objetivo final é chegar ao fator de projeto que forneça P_I , para V_R e V_S do problema.

No gráfico $K_0 \times K_1$, a solução estará em um ponto particular sobre a curva de P_I igual ao especificado, porém ainda limitada ao fato de que as coordenadas deste ponto, quando substituído em (4.6) e (4.7), com V_R e V_S , correspondentes, devem fornecer o mesmo fator de projeto. Isto significa que para V_R e V_S do problema, o ponto deve situar-se sobre uma curva em que sempre ocorra

$$n_0 = n_1 \quad (4.8)$$

ou seja, que o ponto $(K_0; K_1)$ esteja compatível com o problema físico. Assim, igualando (4.6) a (4.7), conforme exige (4.8), resulta

$$K_1 = \frac{K_0 V_R}{V_S (1 - K_0 V_R)} \quad (4.9)$$

ou

$$K_0 = \frac{K_1 V_S}{V_R (1 + K_1 V_S)} \quad (4.10)$$

As equações (4.9) e (4.10) serão chamadas de equações de compatibilidade para o problema da interferência, no caso SNRN, pois conforme dito, asseguram que seja respeitado o aspecto físico do problema.

A figura 4.2, que reproduz as curvas da figura 4.1, apresenta também a curva de compatibilidade para o caso em que $V_R = 0,1$ e $V_S = 0,2$. O ponto de intersecção da curva de compatibilidade com a de P_I que é desejado, fornece assim as coordenadas do ponto (K_0, K_1) que satisfaz ao problema.

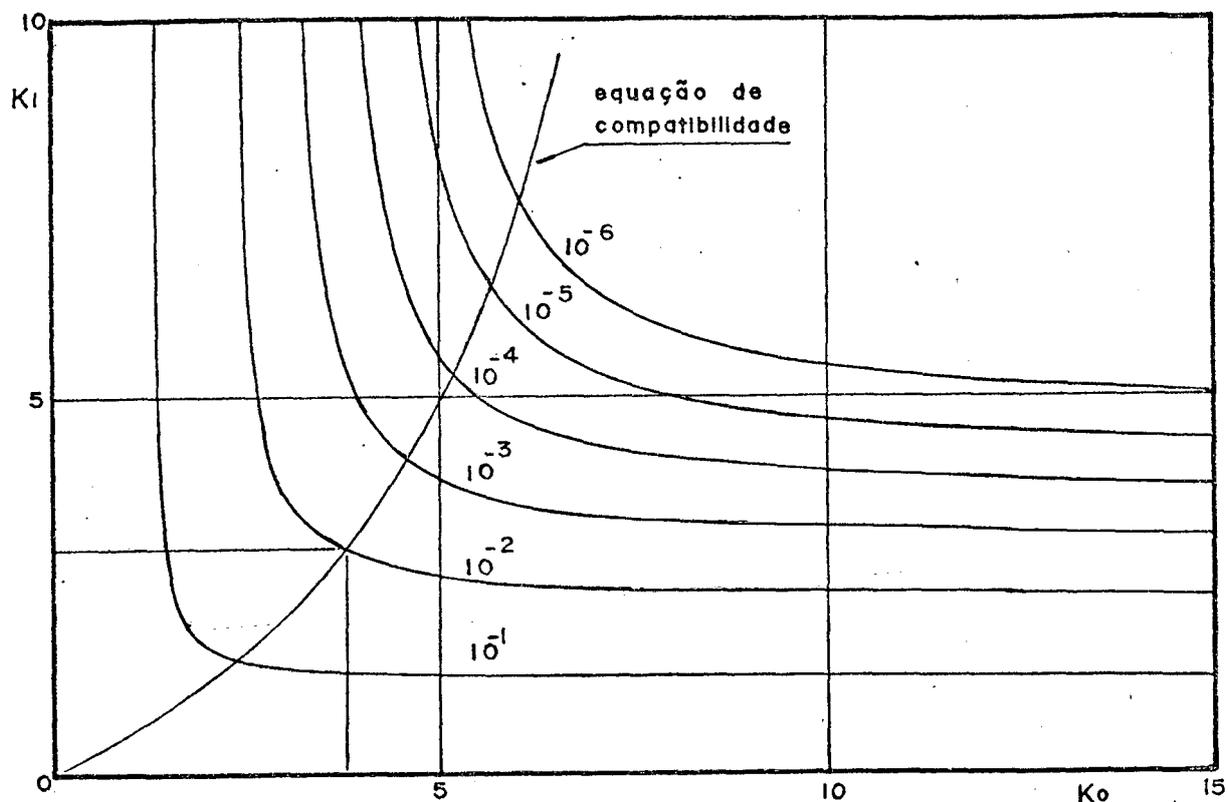


Fig. 4.2 - Obtenção do fator de projeto através da curva de compatibilidade.

Supondo então um exemplo onde ocorram os valores de V_R e V_S antes citados, bem como uma probabilidade de falha do sistema tal que exija para a probabilidade de interferência, um valor de 10^{-2} , dependendo esta do modo de falha, será resolvido como segue. A partir da figura 4.2, o ponto de intersecção entre a curva de $P_I = 10^{-2}$ e a curva de compatibilidade para este caso é aproximadamente $(3,80; 2,95)$ e substituindo em (4.6) e (4.7) resulta

$$n_0 = 1,613$$

$$n_1 = 1,590$$

logo valores bastante bons, considerando que este é um processo parcialmente gráfico, na determinação do fator de projeto. Tomando as médias entre n_0 e n_1 , vem $n = 1,601$ e comparando com a solução que existe, [1]; [3]; [15]; [21]; [29]; [34]; [35]; [37]; [45]; [47]; [48], dada por

$$n = \frac{1}{\delta_R} \left[1 + \sqrt{1 - \delta_R \delta_S} \right] \quad (4.11)$$

onde

$$\delta_R = 1 - (z V_R)^2 \quad (4.12)$$

$$\delta_S = 1 - (z V_S)^2 \quad (4.13)$$

substituindo os valores, com $z = 2,326$, vem

$$n = 1,595$$

ou seja, uma diferença inferior a 0,5% entre a solução segundo o processo gráfico e a solução exata. Conforme já mencionado, para o caso SNRN, este processo não apresenta vantagem alguma, pela existência de (4.11), porém quando é usada a integração numérica, então o seu uso facilita enormemente o trabalho de obter n , que de outro modo deveria ser por iterações, ou então por interpolação, [13]; [16]; [28]; [45]; [48].

4.2 - DEFINIÇÃO DOS FATORES ASSINTÓTICOS.

Para ser possível o cálculo da probabilidade de interferência, usando (2.5) ou (2.6), através do processo aqui exposto, o primeiro passo é obter o espaço R^2 . Este fica determinado através das equações de definição de K_0 e K_1 , (2.18) e (2.19). As equações de definição foram obtidas tomando por base a propriedade de assintoticidade das curvas de P_I . Este método foi estendido de uma forma intuitiva às várias distribuições consideradas.

O processo de definição de K_1 baseia-se no aspecto de considerar uma das populações como determinística, verificando então qual a expressão para a probabilidade de interferência. Nesta, o conjunto de variáveis que então define de forma unívoca P_I

é tomado como a equação de definição do fator assintótico correspondente. Desta forma, a probabilidade de interferência, quando a dispersão de uma população tende a zero, passa a depender quase que exclusivamente do fator assintótico da outra população. O processo de definição de K_i foi aplicado a todas as distribuições, a menos do sinal em alguns casos, para evitar que K_i seja negativo.

Assim, para a distribuição normal, na solicitação e assumindo que a resistência seja determinística, a situação é representada na figura 4.3.

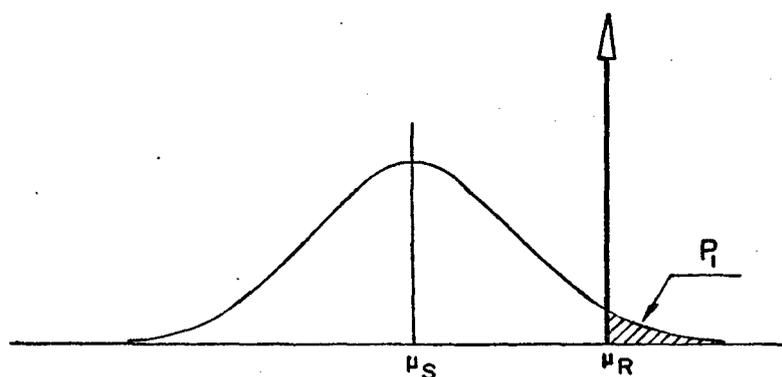


Fig. 4.3 - Solicitação normal, resistência determinística

A probabilidade de interferência é dada por

$$P_I = 1 - F_S(\mu_R) \quad (4.14)$$

ou no caso, como é normal,

$$P_I = 1 - \Phi(z)$$

onde z vale

$$z = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_S} \quad (4.15)$$

sendo esta função de μ_R , μ_S e σ_S que define univocamente a probabilidade de interferência, na situação dada pela figura 4.3. Desta forma, (4.15) é conveniente para definir o fator K_1 , relacionado a solicitação, quando f_S for normal. Assim resulta portanto

$$K_1 = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_S} \quad (4.16)$$

e como não depende de qual FDP a resistência vai seguir na realidade, (4.16) pode ser aplicada sempre que a solicitação for normal.

Para o caso em que a solicitação é dada pela FDP de Rayleigh generalizada, a FPA correspondente é

$$F_S(s) = 1 - \exp \left[- \frac{1}{2} \left(\frac{s - s_0}{\alpha - s_0} \right)^2 \right]$$

e com $s = \mu_R$, resulta deste modo para o fator K_1 ,

$$K_1 = \frac{\mu_R - s_0}{\alpha - s_0} \quad (4.17)$$

De modo semelhante é obtido o fator K_1 , quando a solicitação é dada pela FDP exponencial generalizada, como

$$K_1 = \frac{\mu_R - s_0}{1/\lambda - s_0} \quad (4.18)$$

Quanto às distribuições estatísticas que representam a resistência, o processo é análogo, apenas agora a solicitação é tratada como determinística, ficando a probabilidade de interferência dada por

$$P_I = F_R(\mu_S) \quad (4.19)$$

Para a resistência normal, a situação é a da figura 4.4, e P_I será então dada por

$$P_I = \Phi(z)$$

onde

$$z = \frac{\mu_S - \mu_R}{\sigma_R}$$

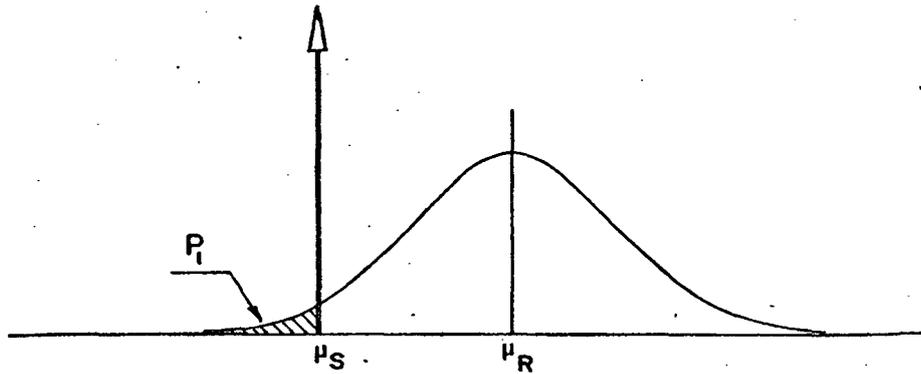


Fig. 4.4 - Resistência normal, solicitação determinística

O fator assintótico relacionado à resistência, K_0 , foi adotado como

$$K_0 = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R} \quad (4.20)$$

para ficar com o sinal positivo, pois em geral $\mu_R > \mu_S$.

Quando a distribuição $f_R(r)$ é a de Weibull, (4.19) se aplica na obtenção do fator assintótico. A FPA correspondente à $f_R(r)$ de Weibull é

$$F_R(r) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{r - r_0}{\eta - r_0} \right)^\beta \right]$$

e assim resulta para o fator assintótico,

$$K_0 = \left(\frac{\mu_S - r_0}{\eta - r_0} \right)^\beta \quad (4.21)$$

Esta definição de K_0 é a ideal, porém quando da verificação da invariância de P_I quanto à β , foi verificado que tal não ocorria, sendo necessário assim excluir β da função h_0 , ficando,

$$K_0 = \frac{\mu_S - r_0}{\eta - r_0} \quad (4.22)$$

Este fato, de que P_I não é invariante quanto a β , na FDP de Weibull, vai provocar que o cálculo da relação $h_2(K_0; K_1)$ é válido apenas para um valor pré-determinado de β , o que foi u-

sado na integração. Logo, na realidade deve ser usado um espaço a três dimensões, quando a FDP da Weibull é usada na resistência, ficando então um ponto neste novo espaço, com componentes (K_0 ; K_1 ; β). Uma característica da distribuição de Weibull, que pode ser a justificativa deste comportamento, é a variação de forma de FDP com β , conforme mostrado na figura 4.5.

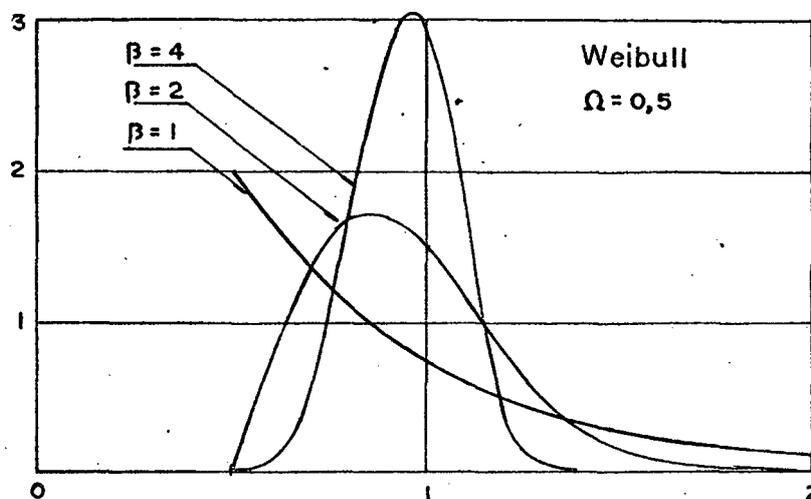


Fig. 4.5 - Distribuição de Weibull. Variação da forma com o expoente β .

Assim, variando β as curvas deixam de ser similares, alterando sobremaneira o valor de P_I , quando calculado por (2.5) ou então (2.6). No Apêndice A6, foi introduzido um exemplo, para o caso SNRW. Desta forma a representação $P_I = h_2(K_0; K_1)$ é na realidade um corte em $P_I = h_3(K_0; K_1; \beta)$, por um plano $\beta = \text{cte}$ igual ao valor usado no cálculo.

No Apêndice A3 está um resumo das expressões de K_1 , onde constam as de definição, bem como as expressões em função do fator de projeto, dos coeficientes de dispersão e dos fatores de deslocamento relevantes.

4.3 - COMBINAÇÕES DAS FDPs.

A partir das distribuições que foram escolhidas para a aplicação do método, é possível formar seis combinações, dentre as quais a combinação solicitação normal e resistência normal, SNRN, não apresenta novidade, embora as curvas correspondentes estejam no Apêndice A5, juntamente com as outras. As combina -

ções restantes são portanto

SRRW

SERW

SNRW

SRRN

SERN

A escolha entre a expressão (2.5) e (2.6) para efetuar a integração, nas combinações em que a distribuição normal não aparece, é irrelevante. Quando no entanto a distribuição normal está presente, é aconselhável empregar a expressão em que se use a função densidade de probabilidade normal e a função de probabilidade acumulada para a outra população. Isto é devido ao fato de que a normal não possui expressão analítica para a sua FPA. Com este procedimento evita-se que seja necessário resolver uma integral dupla numericamente, economizando bastante tempo de máquina.

Já definidas as combinações de FDP e obtidos os fatores assintóticos correspondentes, não fica restando nenhum outro aspecto para que seja feita a integração. Para obter a função integranda, foram seguidos os seguintes passos:

- Escolha da expressão (2.5) ou (2.6)
- Colocar as funções em termos dos fatores assintóticos
- Definir os limites de integração

O uso de (2.5) ou (2.6) já foi justificado, quando é usada a distribuição normal. O segundo passo, é feito com a substituição no integrando, de duas variáveis, uma obtida das expressões de K_0 e outra da expressão de K_1 , de modo semelhante ao que foi feito no exemplo SNRN, na secção 2.3, para chegar à equação (2.22). As variáveis restantes podem então ser arbitradas, para o cálculo de P_I , apenas que no caso da distribuição de Weibull, o valor de β deverá ser constante para uma série de resultados.

Sendo uma integração numérica, o intervalo de integração deve ser logicamente finito e o mais restrito possível, desde que compatível com a acuidade numérica desejada. Assim, o li-

mite superior de integração sempre foi calculado de forma que a área desprezada, à direita, da FPA da resistência, fosse inferior a 10^{-8} . Eventualmente a FPA da solicitação pode ser usada também. As figuras 4.6 e 4.7 ilustram a situação descrita acima.

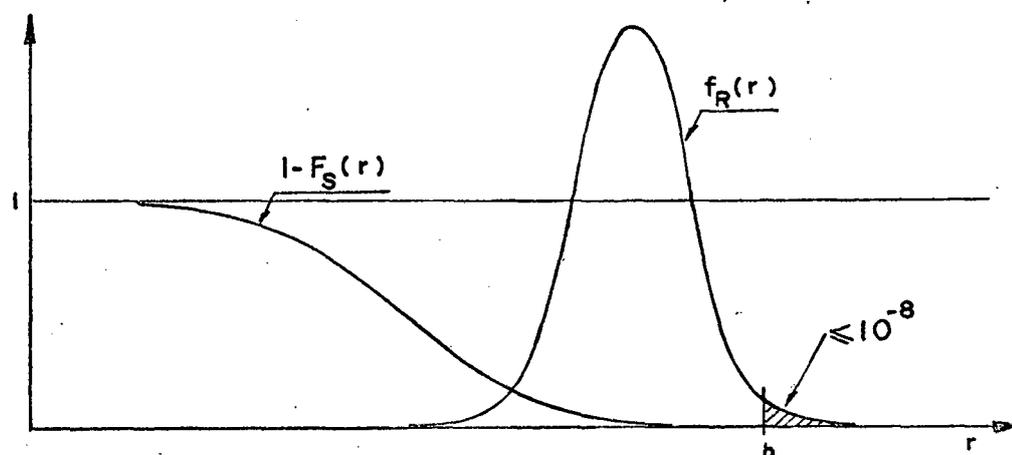


Fig. 4.6 - Situação das funções $f_R(r)$ e $1 - F_S(r)$ quando é usada a expressão (2.5).

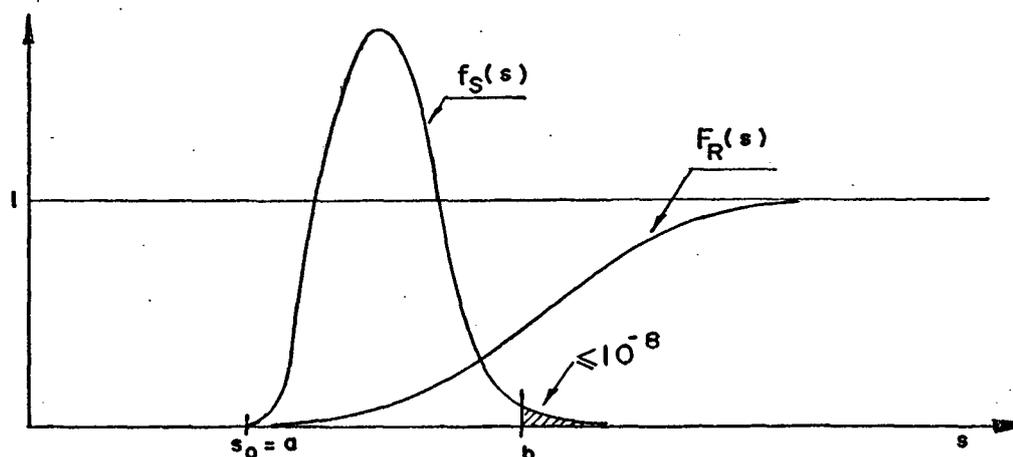


Fig. 4.7 - Situação das funções $f_S(s)$ e $F_R(s)$, quando é usada a expressão (2.6).

Como na realidade sempre ocorre o produto de duas funções, $f_S(s) \cdot F_R(s)$ ou $f_R(r) [1 - F_S(r)]$, onde $F_R(s)$ ou $1 - F_S(r)$ é menor ou igual a um, a área desprezada é inferior a 10^{-8} . Como P_I está computado até valores da ordem de 10^{-6} , este limite superior é perfeitamente adequado.

Para o limite inferior, como em todas as combinações

sempre ocorre uma distribuição com deslocamento da origem, esta irá fornecer o limite. Isto é devido ao fato de que estas distribuições não são definidas para $x < x_0$, sendo o ponto x_0 o limite inferior na integração.

4.3.1 - COMBINAÇÃO SRRW

A primeira combinação estudada é a interferência entre uma população que segue a FDP de Rayleigh e a resistência, que segue a FDP de Weibull. Para esta combinação, P_I foi calculada usando (2.5), ou seja,

$$P_I = \int_a^b [1 - F_S(r)] f_R(r) dr$$

onde então a e b são os limites de integração e

$$[1 - F_S(r)] = \exp \left[- \frac{1}{2} \left(\frac{r - s_0}{\alpha - s_0} \right)^2 \right]$$

$$f_R(r) = \frac{\beta}{\eta - r_0} \left(\frac{r - r_0}{\eta - r_0} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{r - r_0}{\eta - r_0} \right)^\beta \right]$$

Neste caso, como nos outros em que a FDP de Weibull se faz presente, a integração foi feita para três valores de β , a saber $\beta = 1$, $\beta = 2$ e $\beta = 3$, que representa assim três situações para a função $P_I = h_3(K_0; K_1; \beta)$. Estes valores foram escolhidos por representarem aproximadamente a faixa usual em que se encontram os valores de β , [6]; [20]; [28]; [37]; [49]; [50]. Assim, na realidade resultam três gráficos, um para cada β , em que estão dadas as curvas de P_I , constante, em função de K_0 e K_1 . Estes gráficos são segmentos da representação espacial dada por h_3 ou seja, cortes por planos de β constante.

Os fatores assintóticos correspondentes são,

$$K_0 = \frac{\mu_S - r_0}{\eta - r_0}$$

$$K_0 = \frac{\xi(1 - \Omega_w) - \Omega_w(n - 1)}{n(1 - \Omega_w)}$$

onde

$$\xi = \Gamma(1 + 1/\beta)$$

$$\Omega_w = r_0/n$$

e

$$K_1 = \frac{\mu_R - s_0}{\alpha - s_0}$$

$$K_1 = \frac{1}{1 - \Omega_r} [n((1 - \Omega_r)\xi' + \Omega_r) - \Omega_r]$$

com

$$\xi' = \sqrt{\pi/2}$$

$$\Omega_r = s_0/\alpha$$

Colocando a função integranda em termos dos fatores asintóticos, e mudando a variável de integração para

$$x = r/n$$

vem

$$[1 - F_S(r)] f_R(r) dr = \exp[-\frac{1}{2} e_1^2 - e_2^\beta] C dx \quad (4.23)$$

onde

$$e_1 = \frac{x[n(1 - K_0) + \xi - 1][K_1 - \xi'] / [\xi - K_0] - [K_1 - n \xi']}{[n(1 - \xi') + K_1 - 1] - [K_1 - n \xi']} \quad \dots (4.24)$$

$$e_2 = \frac{x[n(1 - K_0) + \xi - 1] - [\xi - n K_0]}{n - 1} \quad (4.25)$$

$$C = \frac{\beta[n(1 - K_0) + \xi - 1]}{n - 1} [e_2]^{\beta-1} \quad (4.26)$$

Quanto ao limite inferior de integração, deve ser toma

do como s_o/n ou r_o/n , dependendo de qual for o maior, ou seja, já colocando em função de K_o e K_1 ,

$$a = \max(\psi_1; \psi_2) \quad (4.27)$$

sendo

$$\psi_1 = \frac{\xi - n K_o}{n(1 - K_o) + \xi - 1} \quad (4.28)$$

$$\psi_2 = \frac{K_1 - n \xi'}{K_1 - \xi'} \frac{(\xi - K_o)}{n(1 - K_o) + \xi - 1} \quad (4.29)$$

Para o limite superior, dado então por $1 - F_R(b) = 10^{-8}$ ou seja, já considerando em termos da variável de integração,

$$\left(\frac{b - \Omega_w}{1 - \Omega_w}\right)^\beta = 18,42 \quad (4.30)$$

e isolando b e colocando em função dos fatores assintóticos,

$$b = \frac{\xi - n K_o + (n - 1) 18,42^{1/\beta}}{n(1 - K_o) + \xi - 1} \quad (4.31)$$

Fixando um certo valor para β , dentre os utilizados, a probabilidade de interferência passa a depender exclusivamente dos fatores assintóticos e do fator de projeto, já que ξ é função apenas de β , e ξ' é constante. Assim, para um ponto ($K_o; K_1$) fixo, resta apenas o fator de projeto como variável propriamente dita, sendo necessário dar um valor a n , de modo a ser possível a integração. Deste modo, para cada ponto pertencente a R^2 , apenas n deixa de ser definido numericamente, sendo portanto a variável que deve ter o seu valor arbitrado, para tornar possível a integração. Quanto à invariância da probabilidade de interferência, é verificada através dos valores de P_I , calculados para diferentes n . No caso, foi usado $n = 1,6$, $n = 3,0$ e $n = 10$, que fornecem uma faixa onde situam-se os habitualmente usados.

Como a equação $h_2(K_o; K_1)$ não é conhecida a priori, a igualdade (2.17) não pode ser verificada analiticamente, sendo o

modo descrito, de calcular P_I para um ponto $(K_0; K_1)$, para diversos n , a maneira usada para testar a invariância. No Apêndice A3 estão as tabelas usadas para verificar se esta constância de P_I se mantém, para $n = 1,6$ e $n = 10$.

4.3.2 - COMBINAÇÃO SERW

Para o caso em que a solicitação é dada pela distribuição exponencial generalizada e a solicitação pela FDP de Weibull, a probabilidade da interferência foi obtida de

$$P_I = \int_a^b F_R(s) f_S(s) ds$$

onde então

$$F_R(s) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{s - r_0}{\eta - r_0} \right)^\beta \right]$$

$$f_S(s) = \frac{1}{\mu_S - s_0} \exp \left[- \frac{s - s_0}{\mu_S - s_0} \right]$$

Aqui também foram fixados três valores para β , sendo obtida a relação $P_I = h_2(K_0; K_1)$ para cada um destes valores. Os fatores assintóticos correspondentes são

$$K_0 = \frac{\mu_S - r_0}{\eta - r_0}$$

e

$$K_1 = \frac{\mu_R - s_0}{1/\lambda - s_0}$$

$$K_1 = \frac{n - \Omega_e}{1 - \Omega_e}$$

com

$$\Omega_e = s_0 \lambda$$

Colocando o integrando em função dos fatores assintóti

cos, K_0 e K_1 , passando ainda a variável de integração para

$$x = s \lambda$$

resulta

$$F_R(s) f_S(s) ds = \{1 - \exp[-e_1^\beta]\} \exp[-e_2] C dx \quad (4.32)$$

onde

$$e_1 = \frac{x(\xi - K_0) - \xi + n K_0}{n - 1} \quad (4.33)$$

$$e_2 = \frac{x(K_1 - 1) - K_1 + n}{n - 1} \quad (4.34)$$

$$C = \frac{1 - K_1}{1 - n} \quad (4.35)$$

Para o limite inferior de integração, como ambas as funções densidade de probabilidade envolvidas possuem um deslocamento na origem, então,

$$a = \max(\Psi_1; \Psi_2) \quad (4.36)$$

sendo

$$\Psi_1 = s_0 \lambda$$

$$\Psi_2 = r_0 \lambda$$

e colocando em função dos fatores assintóticos,

$$\Psi_1 = \frac{n - K_1}{1 - K_1} \quad (4.37)$$

$$\Psi_2 = \frac{n K_0 - \xi}{K_0 - \xi} \quad (4.38)$$

O limite superior, limitado pela FDP da solicitação, segundo a figura 4.7, é então

$$\frac{b - \Omega_e}{1 - \Omega_e} = 18,42 \quad (4.39)$$

e isolando b , bem como colocando em função de n e K_1 ,

$$b = \frac{n - K_1 - (n - 1) 18,42}{1 - K_1} \quad (4.40)$$

Como no outro caso, P_I passa a depender apenas de K_0 , K_1 e n , para β fixo, sendo também verificada a invariância de P_I , pelo seu computo, para diversos valores do fator de projeto. No apêndice A8 constam as tabelas geradas para esta verificação.

4.3.3 - COMBINAÇÃO SNRW

Para a última combinação que usa para a resistência a distribuição de Weibull, foi escolhida uma solicitação cuja FDP seja normal.

A probabilidade de interferência foi computada por

$$P_I = \int_a^b F_R(s) f_S(s) ds$$

onde

$$F_R(s) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{s - r_0}{\eta - r_0} \right)^\beta \right]$$

$$f_S(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_S} \exp \left[- \frac{1}{2} \left(\frac{s - \mu_S}{\sigma_S} \right)^2 \right]$$

Como a FDP de Weibull é usada, foi feito o mesmo processo que é descrito em 4.3.1 e 4.3.2. Os fatores assintóticos são

$$K_0 = \frac{\mu_S - r_0}{\eta - r_0}$$

e

$$K_1 = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_S} \quad ; \quad K_1 = \frac{n - 1}{V_S}$$

com $V_S = \sigma_S / \mu_S$

A função integranda, já em termos dos fatores assintóticos e com a variável de integração dada por

$$x = s / \sigma_S$$

é fornecida por

$$F_R(s) f_S(s) ds = \{1 - \exp[-e_1^\beta]\} \exp\left[-\frac{1}{2} e_2^2\right] C dx \quad (4.41)$$

sendo

$$e_1 = \frac{x(\xi - K_0)}{K_1} + \frac{n K_0 - \xi}{n - 1} \quad (4.42)$$

$$e_2 = x - \frac{K_1}{n - 1} \quad (4.43)$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \quad (4.44)$$

Para o limite inferior de integração, é usado

$$a = r_0 / \sigma_S$$

e em função do fator de projeto,

$$a = \frac{K_1 (\xi - n K_0)}{(n - 1) (\xi - K_0)} \quad (4.45)$$

O limite superior é dado pela FDP normal, para o valor de 10^{-8} da área à direita. Isto representa 5,61 desvios padrão a além da média, ou seja, já em termos da variável de integração usada, estendendo para 6 desvios padrão,

$$b = \frac{\mu_S + 6 \sigma_S}{\sigma_S}$$

e em função dos fatores assintóticos,

$$b = \frac{K_1}{n - 1} + 6 \quad (4.46)$$

Aqui também a invariância de P_I foi verificada através de diferentes valores arbitrados para o fator de projeto conforme está no Apêndice A8.

4.3.4 - COMBINAÇÃO SRRN

Com a solicitação dada por Rayleigh e a resistência caracterizada pela FDP normal, P_I foi calculada por

$$P_I = \int_a^b [1 - F_S(r)] f_R(r) dr$$

onde

$$[1 - F_S(r)] = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r - s_0}{\alpha - s_0} \right)^2 \right]$$

$$f_R(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_R} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r - \mu_R}{\sigma_R} \right)^2 \right]$$

Neste caso, não há qualquer problema, de maneira que um único gráfico representa todas as possibilidades para a combinação. Os fatores assintóticos correspondentes são

$$K_0 = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R}$$

$$K_0 = \frac{n - 1}{n V_R}$$

e

$$K_1 = \frac{\mu_R - s_0}{\alpha - s_0}$$

A função integranda, posta em termos dos fatores assintóticos e usando para variável de integração

$$x = r/\sigma_R$$

é dada como

$$[1 - F_S(r)] f_R(r) dr = \exp \left[-\frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2) \right] C dx \quad (4.47)$$

onde então

$$e_1 = x \frac{K_1 - \xi'}{K_0} + \frac{n \xi' - K_1}{n - 1} \quad (4.48)$$

$$e_2 = x - \frac{n K_0}{n - 1} \quad (4.49)$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$$

O limite inferior de integração é dado por

$$a = s_0/\sigma_R$$

e em função dos fatores assintóticos,

$$a = \frac{K_0(K_1 - n \xi')}{(n-1)(K_1 - \xi')} \quad (4.50)$$

e usando para o limite superior, seis desvios padrão além da média da resistência

$$b = \frac{\mu_R + 6 \sigma_R}{\sigma_R}$$

ou então

$$b = \frac{n K_0}{n-1} + 6 \quad (4.51)$$

Como nos outros casos, a expressão final de P_I fica de finida a menos do fator de projeto, para um dado ponto $(K_0; K_1)$. Assim a invariância de P_I é verificada também assumindo diversos valores para n e comparando os resultados, como consta no Apêndice A8 para $n = 1,6$ e 10 .

4.3.5 - COMBINAÇÃO SERN

A última combinação estudada é o caso de uma solicitação exponencial e uma resistência com FDP normal. A probabilidade de interferência foi computada por

$$P_I = \int_a^b [1 - F_S(r)] f_R(r) dr$$

com

$$[1 - F_S(r)] = \exp \left[- \frac{x - x_0}{1/\lambda - x_0} \right]$$

$$f_R(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_R} \exp \left[- \frac{1}{2} \left(\frac{r - \mu_R}{\sigma_R} \right)^2 \right]$$

Como no caso anterior, um gráfico K_0 e K_1 apenas pode representar todas as possibilidades para a combinação. Os fatores assintóticos são

$$K_0 = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R}$$

$$K_1 = \frac{\mu_R - s_0}{1/\lambda - s_0}$$

O integrando, posto em função de K_0 e K_1 , passando a variável de integração para

$$x = r/\sigma_R$$

é dado por

$$[1 - F_S(r)] f_R(r) dr = \exp \left[- e_1 - \frac{1}{2} e_2^2 \right] C dx \quad (4.52)$$

onde

$$e_1 = x \frac{K_1 - 1}{K_0} + \frac{n - K_1}{n - 1} \quad (4.53)$$

$$e_2 = x - \frac{n K_0}{n - 1} \quad (4.54)$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$$

O limite inferior de integração é dado por

$$a = s_0 / \sigma_R$$

e em função dos fatores assintóticos,

$$a = K_0 \frac{n - K_1}{(1 - K_1)(n - 1)} \quad (4.55)$$

Usando a mesma definição do limite superior, do caso anterior,

$$b = \frac{n K_0}{n-1} + 6$$

Neste ponto, foram esgotadas as combinações entre f_R e f_S , usadas para ilustrar o processo, já que a combinação SNRN não necessita um método aproximado para obter P_I , conforme visto em 4.1. Com o processamento de cada combinação, para uma série de pontos $(K_0; K_1)$, escolhidos a partir da propriedade de assintoticidade comentada, para os valores de P_I até $\approx 10^{-6}$, foram obtidas várias tabelas. Algumas destas, usadas para verificar a invariância de P_I com n , estão no Apêndice A8. A partir das tabelas, foram então obtidos os gráficos de curvas de P_I constante, em um sistema $K_0 \times K_1$, que estão no Apêndice A 5. Estas curvas é que realmente irão ser usadas na obtenção do fator de projeto em um problema de aplicação, de modo semelhante ao que foi feito na secção 4.1.

A obtenção de n se baseia na intersecção da curva de P_I com a curva de compatibilidade do problema. Esta curva de compatibilidade é a que satisfaz a equação (4.8), sendo diferente a sua forma para cada combinação. Estas equações de compatibilidade de estão junto ao gráfico correspondente, no Apêndice A 5. Estas

foram obtidos das expressões de K_0 e K_1 , em função do fator de projeto, como (A3.2) e (A3.15), no caso SNRW, de forma análoga ao feito em 4.1, para SNRN.

4.4 - EXEMPLOS

Além do exemplo usado para ilustrar todo o processo de obtenção do fator de projeto, quando ambas as distribuições foram tomadas como normais, os exemplos que seguem mostram que o processo é exatamente o mesmo, nos outros casos, apenas que são usados os gráficos correspondentes à combinação.

4.4.1 - Sendo a solicitação exponencial, sem deslocamento da origem, ou seja, $\Omega_e = 0$, para uma resistência normal com coeficiente de dispersão $V_R = 0,10$, o fator de projeto é então obtido como segue.

Do Apêndice A5.5, as equações de compatibilidade são

$$K_0 = \frac{\Omega_e + K_1(1 - \Omega_e) - 1}{(\Omega_e + K_1(1 - \Omega_e))V_R}$$

$$K_1 = \frac{1 - \Omega_e(1 - K_0 V_R)}{(1 - K_0 V_R)(1 - \Omega_e)}$$

Para $\Omega_e = 0$, as equações de compatibilidade simplificam-se para:

$$K_0 = \frac{K_1 - 1}{K_1 V_R}$$

$$K_1 = \frac{1}{1 - K_0 V_R}$$

Na figura 4.8, está a curva de compatibilidade para este caso, com $\Omega_e = 0$ e $V_R = 0,10$.

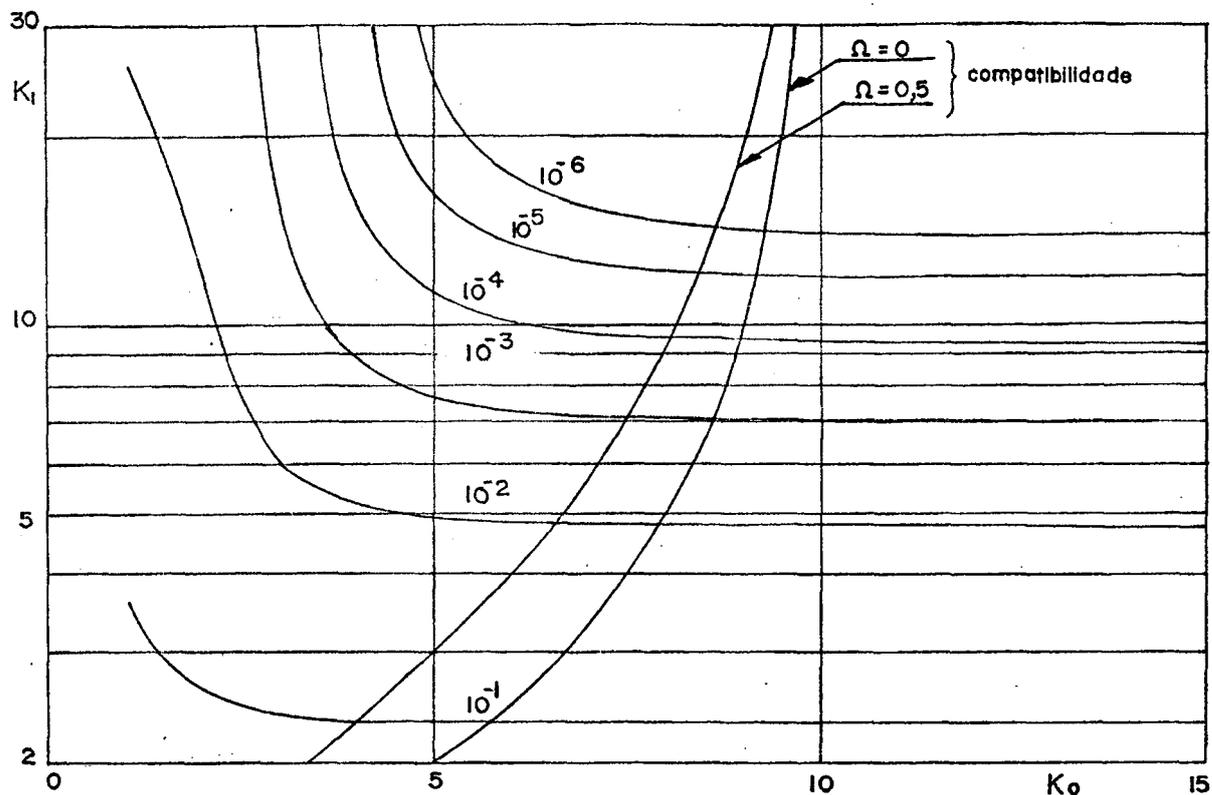


Fig. 4.8 - Curvas de P_I constante para o caso SERN, com a curva de compatibilidade.

Os pontos de intersecção da curva de compatibilidade, conforme a curva de P_I considerada, foram obtidos como,

P_I	$(K_0; K_1)$	n_0	n_1	n
10^{-1}	(5,72; 2,32)	2,34	2,32	2,33
10^{-2}	(7,95; 4,72)	4,88	4,72	4,80
10^{-3}	(8,60; 7,10)	7,14	7,10	7,12
10^{-4}	(8,95; 9,55)	9,52	9,55	9,54
10^{-5}	(9,20; 12,10)	12,50	12,10	12,30
10^{-6}	(9,30; 14,20)	14,29	14,20	14,25

Como no caso $\Omega_e = 0$, então $n_1 = K_1$ e n_0 foi calculado por

$$n_0 = \frac{1}{1 - 0,1 K_0} \quad (4.56)$$

A última coluna representa a média entre n_0 e n_1 , que por efeito da leitura gráfica dos pontos, não são exatamente iguais.

Um fato interessante é de que a curva de compatibilidade tende assintoticamente para $K_0 = 10$. Este efeito se torna óbvio ao analisar a equação (4.56), pois para $K_0 \rightarrow 10$, $n_0 \rightarrow \infty$, ou seja, seria necessário um afastamento infinito entre as médias.

4.4.2 - Um caso mais prático, pode ser ilustrado por uma estrutura, cuja solicitação seja devido à ação do vento que incide. A solicitação depende da velocidade do vento e esta pode ser considerada como aleatória. Uma distribuição exponencial ajusta-se razoavelmente neste caso, [4], onde então

$$f_S(v) = \lambda \exp [-\lambda v]$$

onde v no caso representa a velocidade do vento, em m/s e quanto a λ , [4],

$$\lambda = 0,074 \text{ s/m}$$

A estrutura deve ser projetada para resistir ventos até uma certa velocidade, ou seja, a resistência é também referida a uma velocidade. Esta resistência é suposta normal, com coeficiente de dispersão $V_R = 0,10$. A dispersão ocorre pelo efeito cumulativo das tolerâncias dimensionais, da dispersão na resistência do material, bem como da qualidade da mão de obra, [2]; [5]; [22]; [28]; [43]. O efeito mais pronunciado no aspecto dimensional, é da espessura do material usado, [22].

Como $\Omega_e = 0$ e $V_R = 0,10$, a curva de compatibilidade de aqui é a mesma já tratada no exemplo anterior. Deste modo, os fatores de projeto calculados se aplicam. Da definição deste, a média da resistência é,

$$\mu_R = n \cdot \mu_S$$

e usando a equação (A2.4),

$$\mu_S = 13,53 \text{ m/s}$$

logo, a velocidade para que a estrutura deve ser projetada, com $P_I = 10^{-2}$, é

$$\mu_R = 64,93 \text{ m/s}$$

4.4.3 - Seja um elemento estrutural carregado axialmente, como i lustrado na figura 4.9. Por uma série de efeitos, a carga dificilmente irá situar-se exatamente sobre o centro de gravidade da secção, sobrepondo à tensão nominal uma tensão de flexão. A carga é considerada determinística.

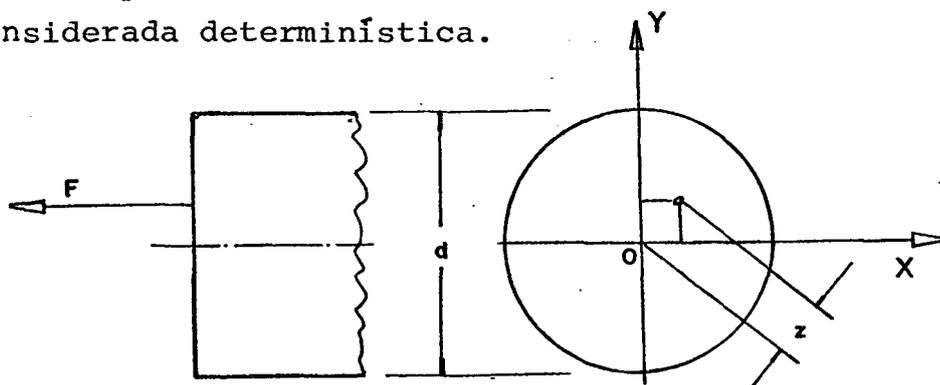


Fig. 4.9 - Carregamento excêntrico em um elemento sob tração.

Supondo que a excentricidade, segundo o eixo Ox seja normal, de desvio padrão σ_x e a média nula, bem como para o eixo Oy , sendo então estatisticamente independentes, a excentricidade total é dada por:

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Assim, com X e Y sendo normal com média nula e idêntico desvio padrão, Z possui então uma distribuição de Rayleigh [4]; [10]; [32]:

$$f_Z(z) = \frac{z}{\sigma_X^2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z}{\sigma_X} \right)^2 \right]$$

Por outro lado, para uma secção circular, a relação entre a tensão máxima que atua e a tensão nominal, é, [37],

$$k = \left[1 + 8 \frac{z}{d} \right]$$

e supondo que o diâmetro seja determinístico, então, [4]; [32],

$$f_K(k) = \frac{d}{8} f_Z \left(\frac{k-1}{8/d} \right)$$

$$f_K(k) = \frac{k-1}{(8 \sigma_X/d)^2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{k-1}{8 \sigma_X/d} \right)^2 \right]$$

ou seja, a relação entre a tensão máxima e a nominal se distribui segundo a FDP de Rayleigh generalizada, onde

$$x_0 = 1$$

$$\alpha = 1 + \frac{8 \sigma_X}{d}$$

segundo (A1.5).

Tratando a solicitação como a relação entre a tensão máxima e a nominal, então f_S se distribui segundo Rayleigh, com

$$\Omega_r = \frac{1}{1 + 8 \sigma_X/d}$$

e a resistência deve ser tomada, portanto, como a relação entre a

tensão de falha, do material usado no componente, e a tensão nominal. Se a tensão de falha é normal, então a relação entre esta e a tensão nominal também o é, ficando fixo o coeficiente de dispersão, já que tanto o desvio como a média são afetadas pelo mesmo fator. Desta forma, a interferência SRRN se aplicada e com $P_I = 10^{-2}$ e $V_R = 0,05$, para obter a curva de compatibilidade, apêndice A5.4, falta o valor de Ω_r . Para este é necessário a relação σ_X/d , ou seja, o desvio padrão da excentricidade e o diâmetro da secção. Estimando como 0,01 esta relação, então

$$\Omega_r = 0,926$$

ou seja, um deslocamento da origem bastante grande.

Na figura 4.10, está a curva de compatibilidade para

$$V_R = 0,05$$

$$\Omega_r = 0,926$$

e o ponto de cruzamento com a curva de $P_I = 10^{-2}$ é

$$(3,20; 3,82)$$

e assim vem

$$n_0 = 1,190$$

$$n_1 = 1,186$$

com média 1,188.

Usando a notação de σ_0 para a tensão nominal, σ_F a tensão de falha do material e σ_M a tensão máxima que atua, devido ao efeito sobreposto de flexão, então,

$$n = \frac{\mu \sigma_F / \sigma_0}{\mu \sigma_M / \sigma_0}$$

onde $\sigma_M / \sigma_0 = k$, se distribui segundo Rayleigh, logo a média é

dada por (A2.8),

$$\mu_{\sigma_M/\sigma_O} = x_0 + (\alpha - x_0) \sqrt{\pi/2}$$

e substituindo os valores,

$$\mu_{\sigma_M/\sigma_O} = 1,100$$

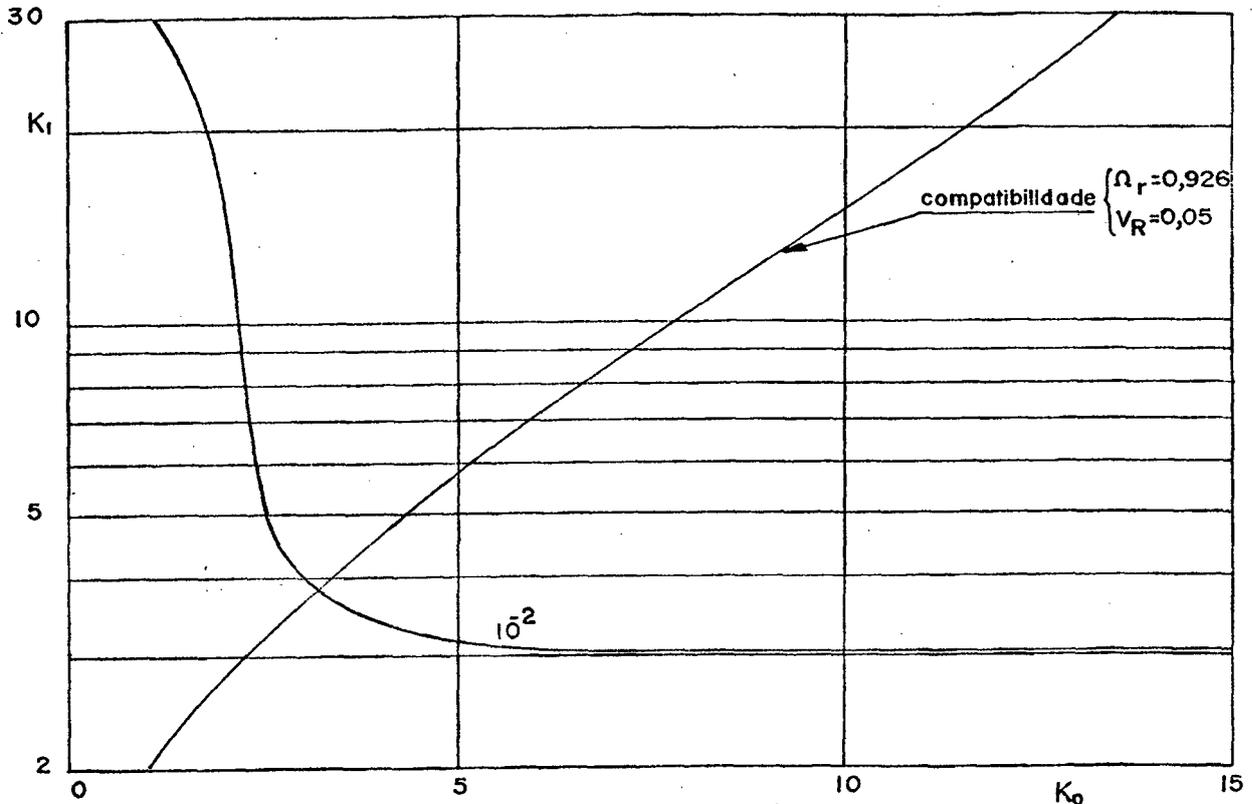


Fig. 4.10 - Curva de compatibilidade para SRRN.

Desta forma, então,

$$\mu_{\sigma_F/\sigma_O} = 1,307$$

Como a tensão nominal é tratada aqui como determinística, é válido então dizer que,

$$\sigma_O = \frac{\mu_{\sigma_F}}{1,307}$$

Apenas para obter valores numéricos, sendo $\mu_{\sigma_F} = 300 \text{ N/mm}^2$ e a força de $1,8 \cdot 10^6 \text{ N}$, a tensão nominal que deve ser usada é,

$$\sigma_0 = 229,5 \text{ N/mm}^2$$

e assim resulta um diâmetro

$$d = 99,3 \text{ mm}$$

sendo especificado portanto 100 mm . Isto implica que o desvio padrão da excentricidade, σ_x , deve ser de 1 mm, para que o cálculo se aplique. Este valor de σ_x , embora bastante pequeno, exigiu uma redução de $\approx 30\%$ na tensão resistente, para $P_I=10^{-2}$.

Com estes exemplos, embora em pequeno número, ilustram bem as possibilidades de uso dos gráficos $K_0 \times K_1$, bem como um caso em que a FDP de Rayleigh generalizada ocorre.

5. Conclusões

O processo proposto, para o cálculo e representação da probabilidade de interferência, entre a solicitação e a resistência de um sistema, mostrou-se bastante eficaz, conseguindo, na maioria das distribuições estudadas, resumir bastante o volume de dados, para obter uma informação. Desta forma, nos gráficos das combinações SERN e SRRN, bem como no caso SNRN, representam cada um deles todos os possíveis valores dos parâmetros de cada uma das distribuições, que levam a P_I desde 10^{-1} até 10^{-6} , conforme mostrado. O uso dos fatores assintóticos é que tornou possível esta concentração de informações tornando mais geral e completa a representação da probabilidade de interferência.

Uma limitação do processo foi detectada durante o estudo, no caso em que a distribuição de Weibull é usada. Para esta FDP, que fica determinada por três parâmetros, η , x_0 e β , este último teve que ser excluído do fator assintótico correspondente à distribuição, pelo fato de que a relação (2.17) não se verificou. Várias razões para este comportamento foram sugeridas, que para serem confirmadas, ou não, é necessário um estudo particular neste aspecto.

Como primeira possibilidade, a influência de β sobre a forma da FDP foi assinalada. Deste modo, embora a distribuição venha a se ajustar ao afastamento entre as médias, uma mudança em β faz com que a curva deixe de se manter similar, perturbando desta forma a constância de P_I . As figuras 3.1 e 3.2 e a figura 4.5 ilustram bem este aspecto. Outra possível causa é que a definição de K_0 com o expoente β incluído, passa a apresentar uma não linearidade, tanto mais acentuada quanto maior β . Esta não linearidade pode então eventualmente levar a problemas. Como última possibilidade imaginada para a influência de β , que pode ser tratada como outro modo de apresentar a primeira, é de que as distribuições usadas devem possuir o coeficiente de assimetria constante. Este é uma medida adimensional da tendência dos ramos da distribuição, ou seja, da simetria da FDP, definido como, [4]; [13],

$$\gamma_1 = m_3 / \sigma_X^3 \quad (5.1)$$

onde m_3 é o terceiro momento em relação à média e σ_X o desvio padrão, [4]; [19]. Para a distribuição normal, $\gamma_1 = 0$. Na FDP exponencial, assim como na de Rayleigh, γ_1 é constante, qualquer que seja o coeficiente de dispersão. No entanto, para a distribuição de Weibull, o coeficiente de assimetria é uma função de β , [4]; [13]; [20]. Desta forma, γ_1 deve ser mantido constante para que o processo se aplique, nos casos em que a FDP de Weibull é usada. Esta constância de γ_1 é obtida então fazendo o cálculo de P_I , para um valor de β pré-fixado. A variação do coeficiente de assimetria destrói a similaridade entre as curvas da FDP, alterando a área sob a curva, em pontos homólogos. Um modo de verificar, se esta mudança do coeficiente de assimetria é a causa do problema, seria usar uma distribuição em que γ_1 não seja constante, como por exemplo a distribuição gama ou a lognormal [4]. Se tal for verificado, qualquer distribuição a três parâmetros irá comportar-se de modo semelhante à FDP de Weibull. Isto se baseia no fato de que com três parâmetros, além da média e do desvio padrão, o terceiro momento passa a ser representativo na definição dos parâmetros.

Conforme já mencionado, o processo lógico de verificar a invariância de P_I com $X \in S_{01}$, é segundo a equação (2.17). No entanto a função $h_2(K_0; K_1)$ é normalmente conhecida apenas pelo seu gráfico, como os apresentados no apêndice A5, pois apenas no caso SNRN, a expressão analítica de h_2 foi obtida. O modo usado para a verificação foi então comparar os valores calculados de P_I , para diversos fatores de projeto, como citado na seção 4.3, pois é o único valor não conhecido, se o ponto $(K_0; K_1)$ é dado. Assim, através da comparação entre as tabelas obtidas, foi possível comprovar a invariância de P_I , demonstrando o acerto do processo para expressar a probabilidade de interferência.

Nos gráficos para os casos SRRN e SERN, nota-se, principalmente na curva de $P_I = 10^{-2}$, uma mudança na curvatura do ramo vertical, sendo interessante investigar o comportamento destas combinações, em maior detalhe. As tabelas foram obtidas

para $K_0 > 1$, e assim, é aconselhável obter outros pontos, com $K_0 \leq 1$, de forma a representar melhor o comportamento das curvas.

Um aspecto que pode comprometer o sucesso, ou mesmo o uso do processo, é a falta de um maior número de dados de grande parte das variáveis que influem em um projeto, no que se refere aos parâmetros e mesmo ao tipo de distribuição a usar. Assim, para sistemas em que este processo de projeto deve ser usado, é essencial uma pesquisa cuidadosa para levantar todos os dados necessários, a um nível de confiança adequado.

Conforme já foi dito, mas convém ressaltar, o processo é válido quando for possível dividir o espaço R^n até a exaustão, em conjuntos S , que sejam mutuamente exclusivos de tal modo que um dado conjunto leve sempre ao mesmo ponto em R^2 .

Finalmente pode-se incluir aqui algumas sugestões para uma pesquisa futura neste campo, em decorrência do que foi verificado neste estudo.

- Em primeiro lugar é altamente vantajoso um estudo detalhado nos aspectos que levaram à exclusão de β na definição de K_0 na FDP de Weibull.

- Uma pesquisa bibliográfica cuidadosa para levantamento de todos os dados disponíveis para qualquer variável que venha a inferir em um projeto, é também desejado, pois irá facilitar a expansão no uso do processo.

- Outras variáveis podem ser estudadas através de ensaios em amostras, sendo este trabalho indicado tanto para a solicitação que age, como para a resistência.

- Uma extensão do método a outras combinações de distribuições também é digna de estudo, podendo ser um trabalho suplementar, bem como no caso de ser usada a FDP de Weibull, obter os gráficos $K_0 \times K_1$ para outros valores de β .

Bibliografia

- (1) - ANG, A., AMIN, M. Reliability of Structures and Structural Systems. Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings ASCE, Vol. No 94 EM2, April 1968, pp 559 - 583.
- (2) - ANG, A.H.S., Structural Risk Analysis and Reliability Based Design. Journal of the Structural Division, Proceedings ASCE, Vol. 99, No ST9, September 1973, pp 1891 - 1910.
- (3) - ANG, A.H.S., CORNELL, C.A., Reliability Bases of Structural Safety and Design. Journal of the Structural Division, Proceedings ASCE, Vol. 100, No ST9, September 1974, pp 1755 - 1769.
- (4) - BENJAMIN, J.R., CORNELL, C.A., Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers. McGraw Hill, New York, 1970.
- (5) - BOLOTIN, V.V., Statistical Methods in Structural Mechanics. Holden Day, New York, 1969.
- (6) - CARTER, A.D.S., Mechanical Reliability, McMillan, London 1972.
- (7) - CRANDALL, S.H., MARK, W.D., KHABBAZ, G.R., The Variance in the Palmgren-Miner Damage due to Random Vibration. Proceedings, U.S. National Congress of Applied Mechanics, Berkeley, June 1962, pp 119 - 126.
- (8) - CRANDALL, S.H., MARK, W.D., Random Vibration in Mechanical Systems. Academic Press, New York, 1963.
- (9) - CRANDALL, S.H., CHANDIRAMANI, K.L., COOK, R.G., Some First-Passage Problems in Random Vibration. Transactions of the ASME, paper No 66-APM-y. Applied Mechanics, September 1966, pp 532 - 538.

- (10) - DAVENPORT, W.B.Jr., Probability and Random Processes. McGraw Hill - Kogakusha, Tóquio, 1970.
- (11) - DIMITRICHENKO, S.S., Distribution of Full Cycle Random Load Amplitudes in Machinery Structures. Russian Engineering Journal, Vol. LV, N^o 2, pp 6 - 9.
- (12) - ELLINGWOOD, B.R., ANG, A.H.S., Risk-Based Evaluation on Design Criteria. Journal of the Structural Division Proceedings ASCE, Vol 100, N^o ST9, September 1974, pp 1771 - 1778.
- (13) - FERRY BORGES, J., CASTANHETA, S., Structural Safety, National Laboratory of Civil Engineering, Lisboa, 1971.
- (14) - FREUDENTHAL, A.M., The Safety of Structures. Transactions ASCE, Vol. 112, 1947, pp 125 - 180.
- (15) - FREUDENTHAL, A.M., Safety and the Probability of Structural Failure, Transactions ASCE, Vol. 121, 1956, pp 1337 - 1375.
- (16) - FREUDENTHAL, A.M., Critical Appraisal of Safety Criteria and their Basic Concepts. 8th Congress, International Association for Bridge and Structural Engineers New York, 1968.
- (17) - FREUDENTHAL, A.M., Safety and Reliability of Large Engineering Structures. Public Safety. National Academy of Engineering, Washington, DC, 1970, pp 82 - 87.
- (18) - GERTSBAKH, I.B., Models of Failure, Springer Verlag, Berlin, 1969.
- (19) - GNEDENKO, B.V., The Theory of Probability, Mir Publishers Moscow, 1969.
- (20) - GUMBEL, E.J., Statistics of Extremes, Columbia University Press, New York, 1958.
- (21) - HASOFER, A.M., LIND, N.C., Exact and Invariant Second-Moment Code Format. Journal of the Engineering Mecha -

- tics Division, Proceedings ASCE, Vol. 100, No EMI, February 1974, pp 111 - 121.
- (22) - HAUGEN, E.B., Probabilistic Approaches to Design, John Wiley, New York, 1968.
- (23) - KORESHKOV, V.I., Statistical Loading Data and Fatigue Calculation Procedures for Load carrying Structures. Russian Engineering Journal, Vol. LV, No 1, pp 33 - 37.
- (24) - KSENEVICH, I.P., Application of Simulation for Assessment of Load Intensity of Transmission Elements, Russian Engineering Journal, Vol. LV, No 2, pp 59 - 62.
- (25) - LIN, Y.K., Probabilistic Theory of Structural Dynamics, McGraw Hill, New York, 1967.
- (26) - LIN, Y.K., First-Excursion Failure of Randomly Excited Structures. AIAA Journal, Vol. 8, No 4, April 1970, pp. 720 - 725.
- (27) - LIND, N.C., Consistent Partial Safety Factors, Journal of the Structural Division, Proceedings ASCE, Vol. 97, No ST6, June 1971, pp 1651 - 1669.
- (28) - LIPSON, C., SHETH, N., Statistical Design and Analysis of Engineering Experiments, McGraw Hill, New York, 1973.
- (29) - MISCHKE, C., A Method of Relating Factor of Safety and Reliability, Journal of Engineering for Industry, August 1970, pp 537 - 542.
- (30) - MITTENBERGS, A.A., The Materials Problem in Structural Reliability. Annals of Reliability and Maintainability, 1966, pp 148 - 158
- (31) - MOSES, F., Reliability of Structural Systems, Journal of the Structural Division, Proceedings ASCE, Vol. 100

Nº ST9, September 1974, pp 1813 - 1820.

- (32) - PAPOULIS, A., Probability, Random Variables and Stochastic Processes, McGraw Hill, New York, 1965.
- (33) - PIERUSCHKA, Erich, Principles of Reliability, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1963.
- (34) - RAO, S.S., A Probabilistic Approach to the Design of Gear Trains. Journal of the Machine Tool Design and Research, Vol. 14, 1974, pp 267.
- (35) - RAVINDRA, M.K., LIND, N.C., Illustration of Reliability-Based Design. Journal of the Structural Division, Proceedings ASCE, Vol. 100, Nº ST9, September 1974, pp 1789 - 1811.
- (36) - RABINOVICH, A. Sh., Predicting Reliability Parameters of Mechanical Assembly Units. Russian Engineering Journal, Vol. LV, Nº 1, pp 38 - 41.
- (37) - ROSA, E. da, Confiabilidade em Sistemas Mecânicos, FEESC Universidade Federal de Santa Catarina, 1976.
- (38) - SERENSEN, S.V., Fatigue Damage Accumulation and Safety Factors under Random Variable Loading. Em Fatigue Resistance of Materials and Metal Structural Parts, Ed. A. Buch, Pergamon Press, Oxford, 1964.
- (39) - SHIGLEY, J.E., Mechanical Engineering Design, McGraw Hill, Kogakusha, Tóquio, 1972.
- (40) - SHINOZUKA, M., Safety Against Dynamic Forces, Journal of the Structural Division, Proceedings ASCE, Vol. 100 Nº ST9, September 1974, pp 1821 - 1826.
- (41) - SHUKLA, D.K., STARK, R.M., Statics of Random Beams, Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings ASCE, Vol. 98, Nº EM6, December 1972, pp 1487 - 1497.
- (42) - SIMON, R., Dimensionless Parameter Reliability Analysis

and Application to Mechanical Creep. Transaction of the ASME, Series D, Journal of Basic Engineering, Vol. 88, No 1, March 1966, pp 87 - 92.

- (43) - SMITH, F., The True Design Strength of Materials and Joints. Machine Design, December 8, 1966.
- (44) - STARK, R.M., SHUKLA, D.K., Element of Random Vector Analysis. Journal of Engineering Mechanics Division, Proceedings of the ASCE, Vol. 99, No EM2, April 1973, pp 434 - 439.
- (45) - SWANSON, S.R., Random Load Fatigue Testing: A state of the Art Survey. Materials, Research and Standards, ASTM, April 1968, pp 10 - 44.
- (46) - TURKSTRA, C.T., Theory of Structural Design Decisions, Solid Mechanics Study No 2, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Waterloo, Canada, 1970.
- (47) - University of Waterloo, An Introduction to Structural Optimization, Solid Mechanics Study No 1, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Waterloo, Canada, 1968.
- (48) - University of Waterloo, Structural Reliability and Codified Design. Solid Mechanics Study No 3, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Waterloo Canada, 1970.
- (49) - WEIBULL, W., A Statistical Theory of the Strength of Materials. Proceedings, Royal Swedish Institute for Engineering Research, Stockholm, Sweden, 1939.
- (50) - WEIBULL, W., A Statistical Distribution Function of Wide Applicability. Journal of Applied Mechanics, September 1951, pp 293.
- (51) - WILLIAMS, J.K., Safety Factors, Journal of the Royal Aeronautics Society, Vol. 60, May 1956, pp 306 - 312.

- (52) - WIRSHING, P.H., HAUGEN, E.B., Probabilistic Design for Random Fatigue Load. Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings ASCE, Vol. 99, N^o EM6, December 1973, pp 1165 - 1179.
- (53) - YANG, J.-N., Statistics of Random Loading Relevant to Fatigue. Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceeding ASCE, Vol. 100, N^o EM3, June 1974 pp 469 - 475.
- (54) - YAO, J.T.P., Fatigue Reliability and Design. Journal of the Structural Division, Proceedings ASCE, Vol 100 N^o ST9, September 1974, pp 1827 - 1836.

Apêndices

APÊNDICE A1

EXPRESSÕES PARA AS DISTRIBUIÇÕES USADAS

Este apêndice funciona apenas como referência, onde estão as expressões da FDP e FPA correspondente, para cada uma das distribuições usadas. A variável aleatória é X , sendo x um valor particular. Para as distribuições com deslocamento da origem do sistema de coordenadas, tanto f_X como F_X são definidas para $x \geq x_0$, sendo nulas para $x < x_0$.

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_X} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X} \right)^2 \right] \quad (\text{A1.1})$$

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(\xi) d\xi \quad (\text{A1.2})$$

DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL GENERALIZADA

$$f_X(x) = \frac{1}{1/\lambda - x_0} \exp \left[-\frac{x - x_0}{1/\lambda - x_0} \right] \quad (\text{A1.3})$$

$$F_X(x) = 1 - \exp \left[-\frac{x - x_0}{1/\lambda - x_0} \right] \quad (\text{A1.4})$$

DISTRIBUIÇÃO DE RAYLEIGH GENERALIZADA

$$f_X(x) = \frac{x - x_0}{(\alpha - x_0)^2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - x_0}{\alpha - x_0} \right)^2 \right] \quad (\text{A1.5})$$

$$F_X(x) = 1 - \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - x_0}{\alpha - x_0} \right)^2 \right] \quad (\text{A1.6})$$

DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL

$$f_X(x) = \frac{\beta}{\eta - x_0} \left(\frac{x - x_0}{\eta - x_0} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{x - x_0}{\eta - x_0} \right)^\beta \right] \quad (\text{A1.7})$$

$$F_X(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x - x_0}{\eta - x_0} \right)^\beta \right] \quad (\text{A1.8})$$

APÊNDICE A2

PARÂMETROS DAS DISTRIBUIÇÕES

Neste Apêndice é fornecida a relação existente entre a média μ_X e o desvio padrão σ_X , com os parâmetros que caracterizam cada uma das distribuições. A expressão para o coeficiente de dispersão V_X é também fornecido, sendo função do fator de deslocamento para a distribuição de Weibull, bem como para a exponencial generalizada e para a FDP de Rayleigh generalizada.

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

$$E[X] = \mu_X \quad (A2.1)$$

$$E[(X - \mu_X)^2] = \sigma_X^2 \quad (A2.2)$$

$$V_X = \sigma_X / \mu_X \quad (A2.3)$$

DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL GENERALIZADA

$$\mu_X = 1/\lambda \quad (A2.4)$$

$$\sigma_X = \frac{1}{\lambda} - x_0 \quad (A2.5)$$

$$V_X = 1 - \Omega_e \quad (A2.6)$$

$$\Omega_e = x_0 \lambda \quad (A2.7)$$

DISTRIBUIÇÃO DE RAYLEIGH GENERALIZADA

$$\frac{\mu_X - x_0}{\alpha - x_0} = \sqrt{\pi/2} = \xi' \quad (A2.8)$$

$$\frac{\sigma_X}{\alpha - x_0} = \sqrt{2 - \pi/2} = \phi' \quad (A2.9)$$

$$V_X = \frac{(1 - \Omega_r)\phi'}{(1 - \Omega_r)\xi' + \Omega_r} \quad (\text{A2.10})$$

$$\Omega_r = x_0/\alpha \quad (\text{A2.11})$$

DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL

$$\frac{\mu_X - x_0}{\eta - x_0} = \Gamma(1 + 1/\beta) = \xi \quad (\text{A2.12})$$

$$\frac{\sigma_X^2}{(\eta - x_0)^2} = \Gamma(1 + 2/\beta) - \Gamma^2(1 + 1/\beta) = \phi^2 \quad (\text{A2.13})$$

$$V_X = \frac{(1 - \Omega_w)\phi}{(1 - \Omega_w)\xi + \Omega_w} \quad (\text{A2.14})$$

$$\Omega_w = x_0/\eta \quad (\text{A2.15})$$

APÊNDICE A3

FATORES ASSINTÓTICOS E FATOR DE PROJETO

Na secção 4.2, os fatores assintóticos K_0 e K_1 foram definidos para cada distribuição. Aqui estão reunidas as diversas expressões de definição, bem como as expressões em função do fator de projeto. Para cada expressão de K_i , é possível explicitar o fator de projeto correspondente, n_i , que irá fornecer depois as equações de compatibilidade, conforme (4.8). Estas expressões de n_i foram incluídas neste apêndice.

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

- Solicitação -

$$K_1 = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_S} \quad (\text{A3.1})$$

$$K_1 = \frac{n - 1}{V_S} \quad (\text{A3.2})$$

$$n_1 = 1 + K_1 V_S \quad (\text{A3.3})$$

- Resistência -

$$K_0 = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_R} \quad (\text{A3.4})$$

$$K_0 = \frac{n - 1}{n V_R} \quad (\text{A3.5})$$

$$n_0 = \frac{1}{1 - K_0 V_R} \quad (\text{A3.6})$$

DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL GENERALIZADA

$$K_1 = \frac{\mu_R - s_0}{1/\lambda - s_0} \quad (\text{A3.7})$$

$$K_1 = \frac{n - \Omega_e}{1 - \Omega_e} \quad (\text{A3.8})$$

$$n_1 = \Omega_e + K_1(1 - \Omega_e) \quad (\text{A3.9})$$

DISTRIBUIÇÃO DE RAYLEIGH GENERALIZADA

$$K_1 = \frac{\mu_R - s_o}{\alpha - s_o} \quad (\text{A3.10})$$

$$K_1 = \frac{n \xi' + \Omega_r(n(1 - \xi') - 1)}{1 - \Omega_r} \quad (\text{A3.11})$$

$$n_1 = \frac{\Omega_r + K_1(1 - \Omega_r)}{\Omega_r + \xi'(1 - \Omega_r)} \quad (\text{A3.12})$$

DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL

$$K_o = \frac{\mu_S - r_o}{n - r_o} \quad (\text{A3.13})$$

$$K_o = \frac{(1 - \Omega_w)\xi - \Omega_w(n - 1)}{n(1 - \Omega_w)} \quad (\text{A3.14})$$

$$n_o = \frac{\Omega_w + \xi(1 - \Omega_w)}{\Omega_w + K_o(1 - \Omega_w)} \quad (\text{A3.15})$$

APÊNDICE A4

TRANSLAÇÃO DO SISTEMA DE COORDENADAS

Conforme visto na seção 3.2, uma propriedade que as distribuições, usadas neste estudo, devem possuir, é permitir variar o seu coeficiente de dispersão, conforme a exigência. A distribuição exponencial, bem como a de Rayleigh, na forma usual, não permitem esta variação, sendo constante a relação entre o desvio padrão e a média. Para contornar este problema, foi usada uma mudança na origem da distribuição, com o que a média é alterada, ficando fixo o desvio padrão.

Uma maneira relativamente simples e imediata para obter as expressões de f_X e F_X , bem como a média e desvio padrão, para a distribuição exponencial generalizada, ou seja, com mudança na origem, como da distribuição de Rayleigh generalizada, é usando a FDP de Weibull.

A distribuição de Weibull, na sua forma mais geral, possui para FDP e FPA respectivamente,

$$f_X(x) = \frac{\beta}{\eta - x_0} \left(\frac{x - x_0}{\eta - x_0} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{x - x_0}{\eta - x_0} \right)^\beta \right]$$

$$F_X(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x - x_0}{\eta - x_0} \right)^\beta \right]$$

sendo definidas para $x \geq x_0$.

O parâmetro x_0 é um deslocamento da origem do sistema de coordenadas, que em um caso particular pode ser feito igual a zero, resultando para $f_X(x)$ assim,

$$f_X(x) = \frac{\beta}{\eta} (x/\eta)^{\beta-1} \exp \left[- (x/\eta)^\beta \right]$$

Por outro lado, a FDP de Rayleigh é

$$f_X(x) = (x/a^2) \exp \left[-1/2 (x/a)^2 \right]$$

para $x \geq 0$. É fácil de comprovar, que fazendo na distribuição de Weibull $\beta = 2$ e $\eta^2 = 2 \alpha^2$, resulta a própria distribuição de Rayleigh, podendo assim ser pensada como um caso particular de Weibull, onde então

$$\begin{aligned}\beta &= 2 \\ \eta &= \alpha \sqrt{2}\end{aligned}$$

Para obter a expressão da distribuição de Rayleigh com uma translação da origem, ou seja, a FDP de Rayleigh generalizada, é válido então usar a expressão geral para a FDP de Weibull, com $\beta = 2$, apenas que agora deve ser usada a relação, [4]

$$\frac{\eta - x_0}{\alpha - x_0} = \sqrt{2}$$

A distribuição de Rayleigh generalizada é portanto

$$f_X(x) = \frac{x - x_0}{(\alpha - x_0)^2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - x_0}{\alpha - x_0} \right)^2 \right]; \quad x > x_0 \quad (\text{A4.2})$$

A média e o desvio padrão de Weibull são relacionados com os parâmetros característicos, por, [4]; [13]; [20].

$$\frac{\mu_X - x_0}{\eta - x_0} = \Gamma(1 + 1/\beta) = \xi$$

$$\frac{\sigma_X^2}{(\eta - x_0)^2} = \Gamma(1 + 2/\beta) - \Gamma^2(1 + 1/\beta) = \phi^2$$

e o coeficiente de dispersão,

$$V_X = \sigma_X / \mu_X$$

é dado por

$$V_X = \frac{\phi(1 - \Omega_w)}{\Omega_w(1 - \xi) + \xi}$$

onde Ω_w é o fator de deslocamento da FDP de Weibull, dado por

$$\Omega_w = x_0/\eta$$

Quanto à Rayleigh, usando (A4.1), resulta

$$\frac{\mu_x - x_0}{\alpha - x_0} = \xi \sqrt{2} = \xi' \quad (\text{A4.3})$$

$$\frac{\sigma_x}{\alpha - x_0} = \phi \sqrt{2} = \phi' \quad (\text{A4.4})$$

e isolando μ_x e σ_x , o coeficiente de dispersão é

$$V_x = \frac{(\alpha - x_0)\phi'}{(\alpha - x_0)\xi' + x_0} \quad (\text{A4.5})$$

Definindo o fator de deslocamento da FDP de Rayleigh como sendo

$$\Omega_r = x_0/\alpha \quad (\text{A4.6})$$

resulta para (A4.5),

$$V_x = \frac{(1 - \Omega_r)\phi'}{\Omega_r(1 - \xi') + \xi'} \quad (\text{A4.7})$$

No caso de $x_0 = 0$, então $\Omega_r = \Omega_w$, igualdade esta que normalmente não ocorre, pela definição diversa. A relação entre Ω_r e Ω_w pode ser posta na forma

$$\Omega_r = \frac{\Omega_w \sqrt{2}}{1 + \Omega_w(\sqrt{2} - 1)} \quad (\text{A4.8})$$

sendo válida logicamente apenas para o caso de $\beta = 2$.

Quanto à distribuição exponencial, possui por FDP,

$$f_X(x) = \lambda \exp[-\lambda x] \quad x \geq 0$$

e pode ser tratada também como uma particularização de Weibull, com $\beta = 1$ e $\eta = 1/\lambda = \mu_x$.

Para obter a expressão da FDP exponencial generaliza-

da, ou seja, com um deslocamento da origem, é válido também usar a distribuição de Weibull, para as condições prescritas. A distribuição exponencial generalizada é assim,

$$f_X(x) = \frac{1}{1/\lambda - x_0} \exp\left[-\frac{x - x_0}{1/\lambda - x_0}\right] \quad x \geq x_0 \quad (\text{A4.9})$$

A média e desvio padrão, com $\beta = 1$, são respectivamente,

$$\mu_X = 1/\lambda$$

$$\sigma_X = 1/\lambda - x_0$$

e portanto o coeficiente de dispersão vale

$$V_X = 1 - \Omega_e \quad (\text{A4.10})$$

onde Ω_e é o fator de deslocamento da distribuição exponencial, dado por

$$\Omega_e = x_0 \lambda \quad (\text{A4.11})$$

Como $\lambda = 1/\eta$, então as definições para os fatores de deslocamento das distribuições de Weibull e exponencial, são equivalentes. Com o uso das expressões obtidas, em que V_X depende de Ω_r , ou Ω_e , fica contornado o problema de alterar a dispersão.

APÊNDICE A5

GRÁFICOS DA PROBABILIDADE DE INTERFERÊNCIA

Neste apêndice são reunidas todas as expressões necessárias para a resolução de um problema prático, na obtenção do fator de projeto. Desta forma, os gráficos $K_0 \times K_1$ correspondentes a cada combinação estão apresentados junto com as equações de compatibilidade. Além destas, as equações para o cálculo do fator de projeto em função dos fatores assintóticos, estão repetidas.

Assim, uma vez obtidos os valores de Ω e V pertinentes ao problema, a curva de compatibilidade pode ser obtida e o ponto de cruzamento com a curva de P_I igual ao valor desejado, é o ponto de interesse. Este ponto satisfaz ao aspecto físico do problema, pois é um ponto da curva de compatibilidade, bem como fornece a probabilidade de interferência que é desejada. O fator de projeto é calculado a partir das coordenadas do ponto em questão, seja através de K_0 como de K_1 .

As curvas de P_I constante foram obtidas indiretamente através das tabelas geradas pelo computador, sendo usado no caso, um IBM modelo 370/145. Inicialmente foi feito um gráfico com curvas de K_0 constante (ou K_1), a partir das tabelas e nos pontos em que $P_I = 10^{-i}$, os valores correspondentes de K_1 (ou K_0) foram obtidos. Assim, cada ponto da curva de P_I constante foi determinado.

A seguir estão os gráficos para cada combinação de distribuições, precedidos pelas expressões correspondentes, do fator de projeto e das equações de compatibilidade.

A5.1 - COMBINAÇÃO SRRW

FATOR DE PROJETO

$$n_0 = \frac{\Omega_w + \xi(1 - \Omega_w)}{\Omega_w + K_0(1 - \Omega_w)}$$

EQUAÇÕES DE COMPATIBILIDADE

$$K_0 = \frac{\xi(1 - \Omega_w)(\Omega_r + \xi'(1 - \Omega_r)) - \Omega_w(1 - \Omega_r)(K_1 - \xi')}{(\Omega_r + K_1(1 - \Omega_r))(1 - \Omega_w)}$$

$$n_1 = \frac{\Omega_r + K_1(1 - \Omega_r)}{\Omega_r + \xi'(1 - \Omega_r)}$$

$$K_1 = \frac{1}{1 - \Omega_r} \left[\frac{\Omega_w + \xi(1 - \Omega_w)}{\Omega_w + K_0(1 - \Omega_w)} (\Omega_r + \xi'(1 - \Omega_r)) - \Omega_r \right]$$

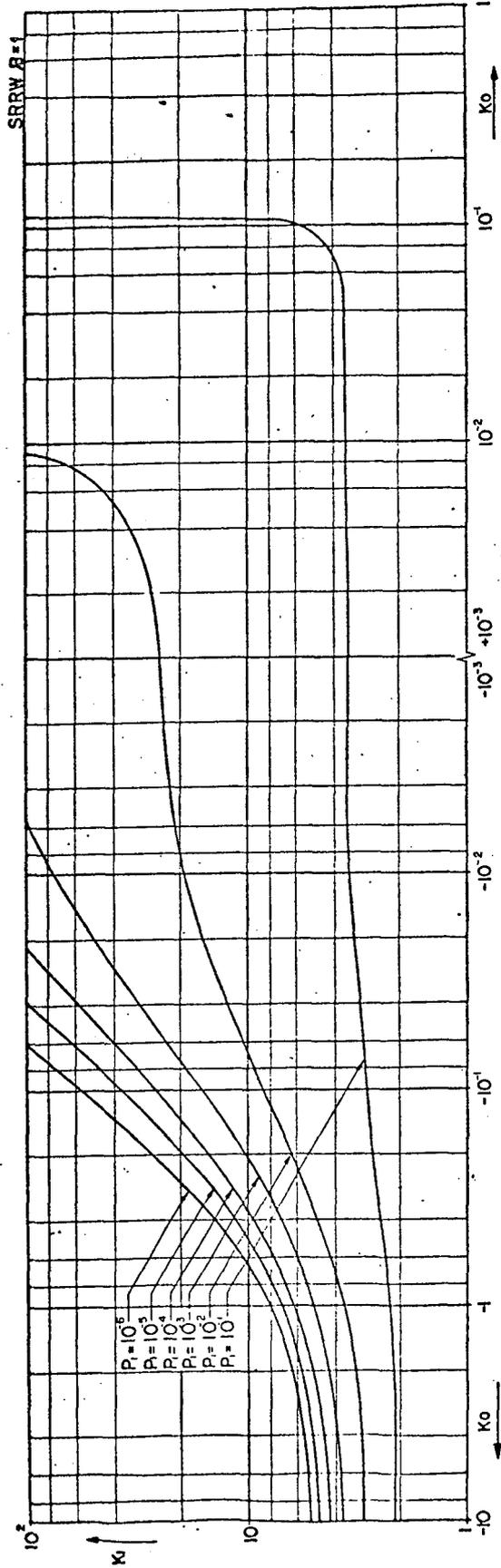


Fig. A5.1 - Combinação SRRW, $\beta = 1$.

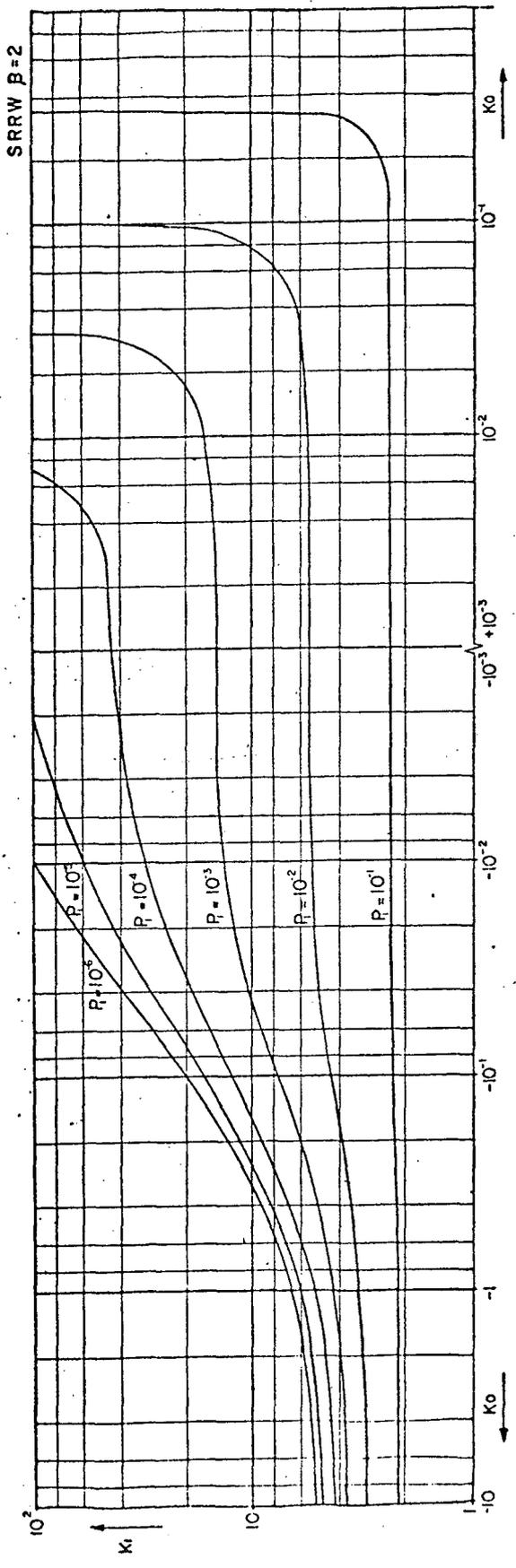


Fig. A5.2 - Combinação SRRW, $\beta = 2$

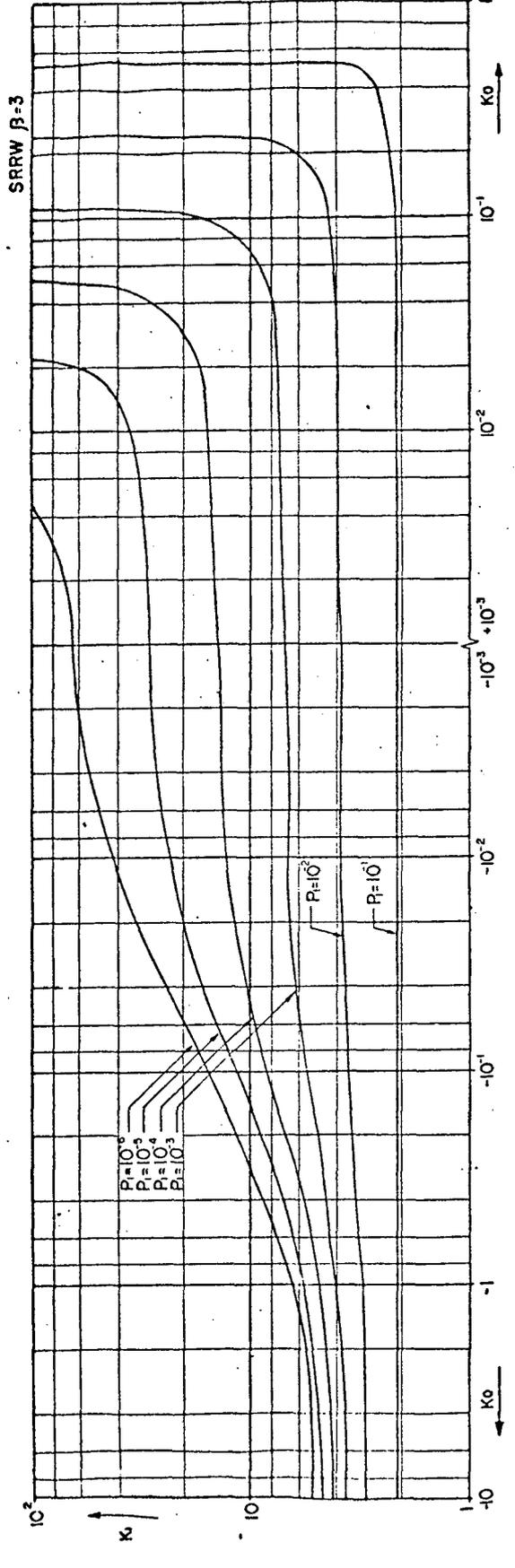


Fig. A5.3 - Combinação SRRW, $\beta = 3$

A5.2 - COMBINAÇÃO SERW.

FATOR DE PROJETO

$$n_0 = \frac{\Omega_w + \xi(1 - \Omega_w)}{\Omega_w + K_0(1 - \Omega_w)}$$

$$n_1 = \Omega_e + K_1(1 - \Omega_e)$$

EQUAÇÕES DE COMPATIBILIDADE

$$K_0 = \frac{\xi(1 - \Omega_w) - \Omega_w(\Omega_e + K_1(1 - \Omega_e) - 1)}{(\Omega_e + K_1(1 - \Omega_e))(1 - \Omega_w)}$$

$$K_1 = \frac{\Omega_w + \xi(1 - \Omega_w) - \Omega_e(\Omega_w + K_0(1 - \Omega_e))}{(\Omega_w + K_0(1 - \Omega_e))(1 - \Omega_e)}$$

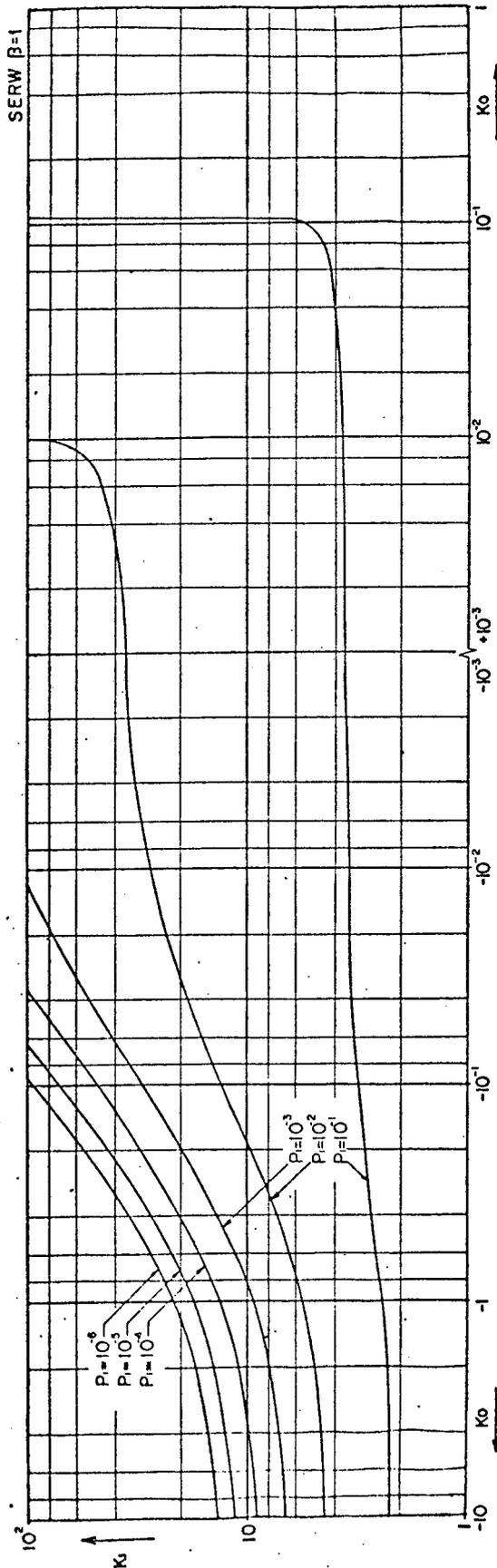


Fig. A5.4 - Combinação SERW, β = 1

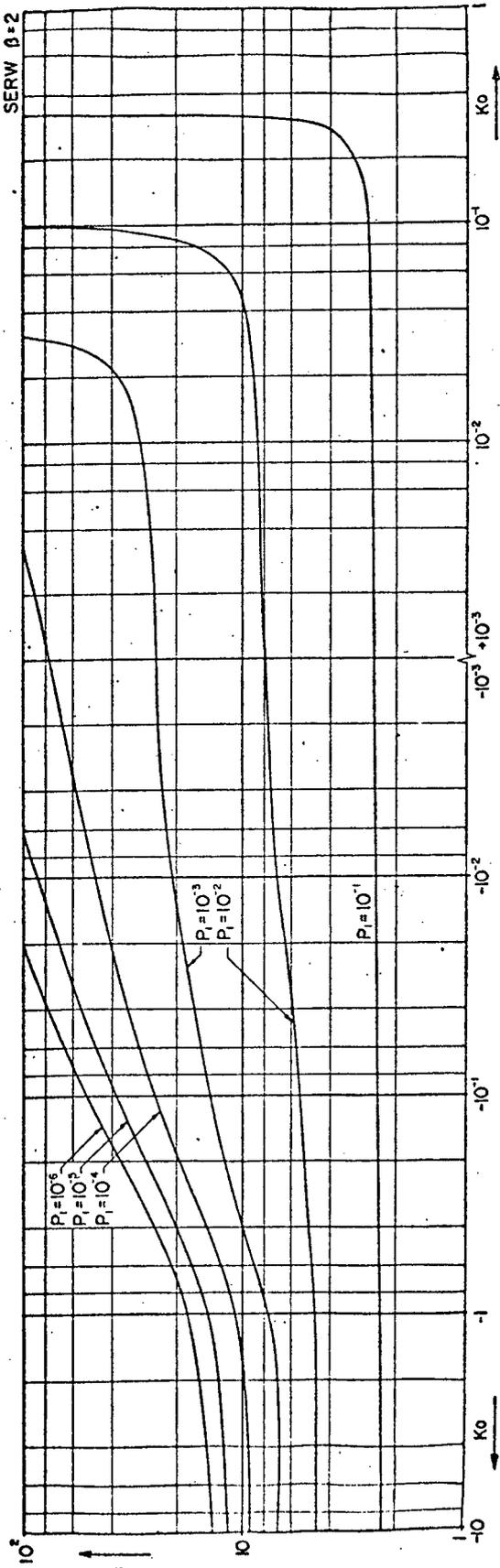


Fig. A5.5 - Combinação SERW, $\beta = 2$

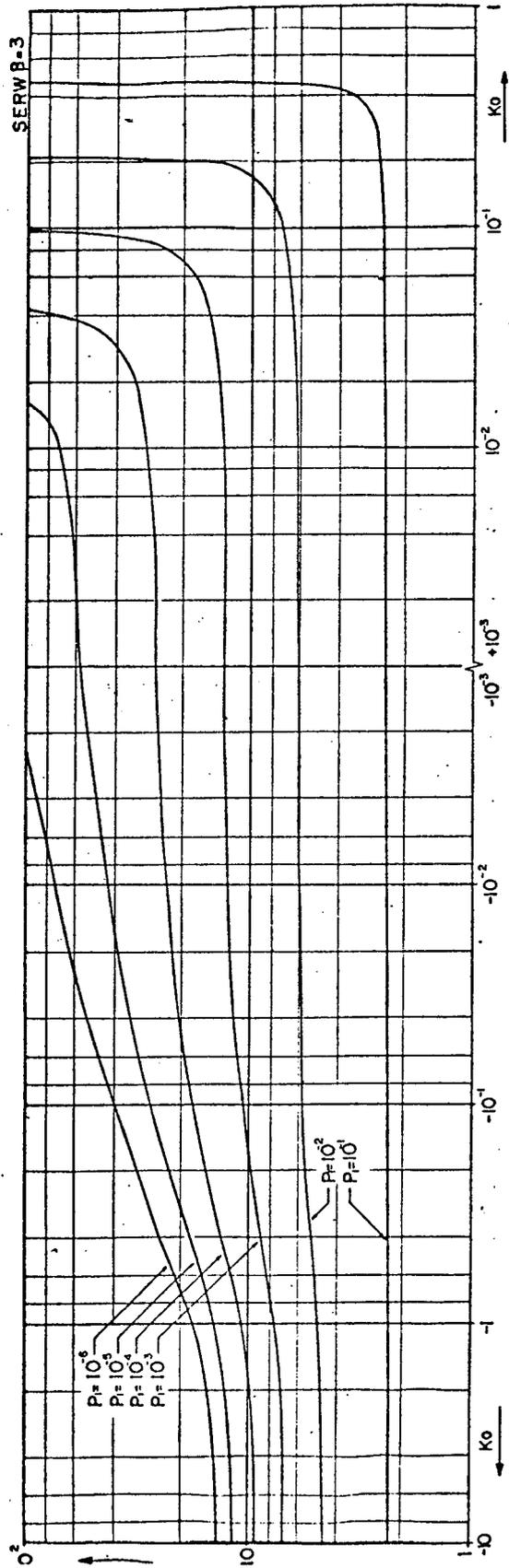


Fig. A5.6 - Combinação SERW, $\beta = 3$

A5.3 - COMBINAÇÃO SNRW

FATOR DE PROJETO

$$n_o = \frac{\Omega_w + \xi(1 - \Omega_w)}{\Omega_w + K_o(1 - \Omega_w)}$$

$$n_1 = 1 + K_1 V_S$$

EQUAÇÕES DE COMPATIBILIDADE

$$K_o = \frac{(1 - \Omega_w)(\xi - \Omega_w K_1 V_S)}{(1 + K_1 V_S)(1 - \Omega_w)}$$

$$K_1 = \frac{(1 - \Omega_w)(\xi - K_o)}{V_S(\Omega_w + K_o(1 - \Omega_w))}$$

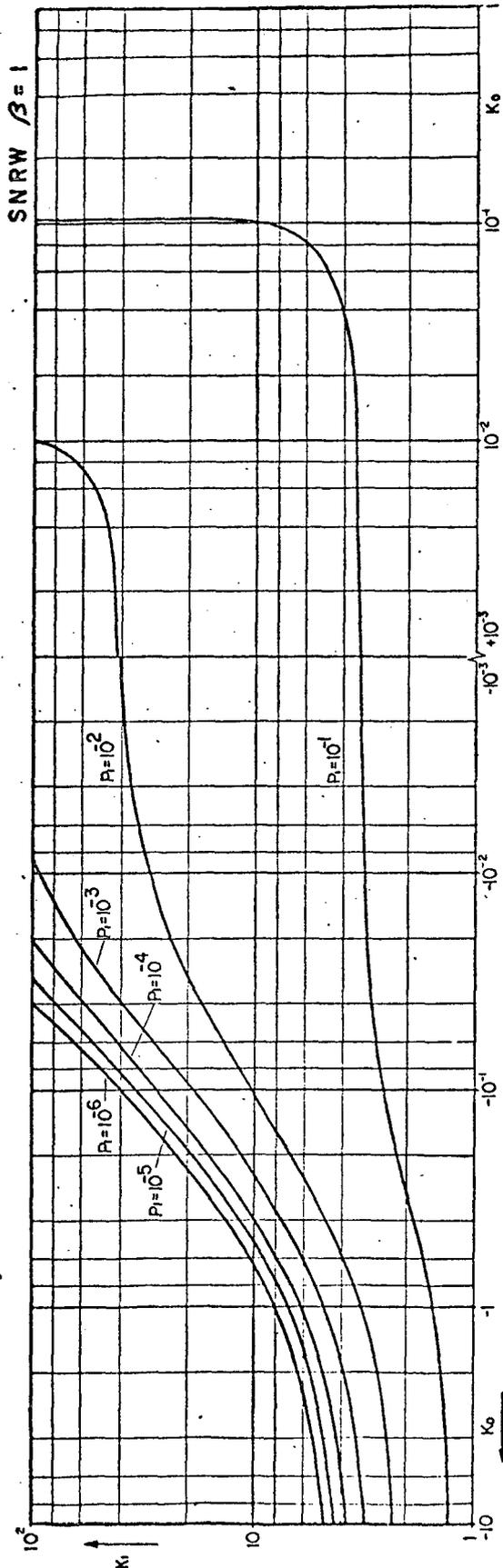


Fig. A5.7 - Combinação SNRW, $\beta = 1$

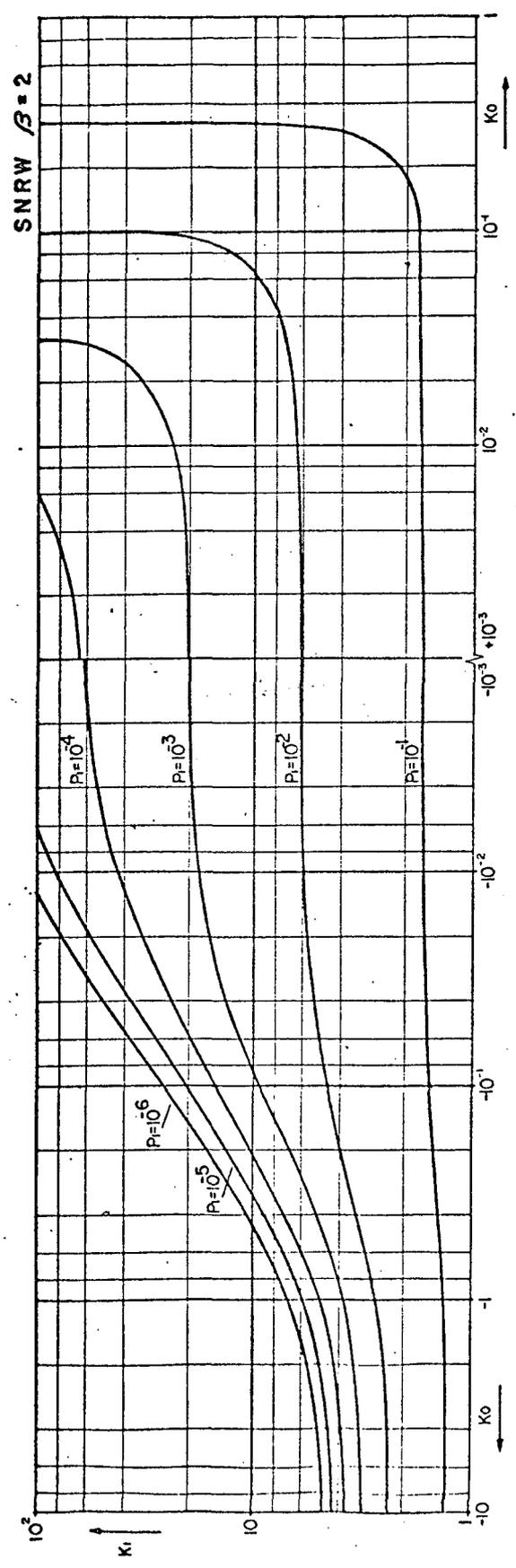


Fig. A5.8 - Combinação SNRW, $\beta = 2$

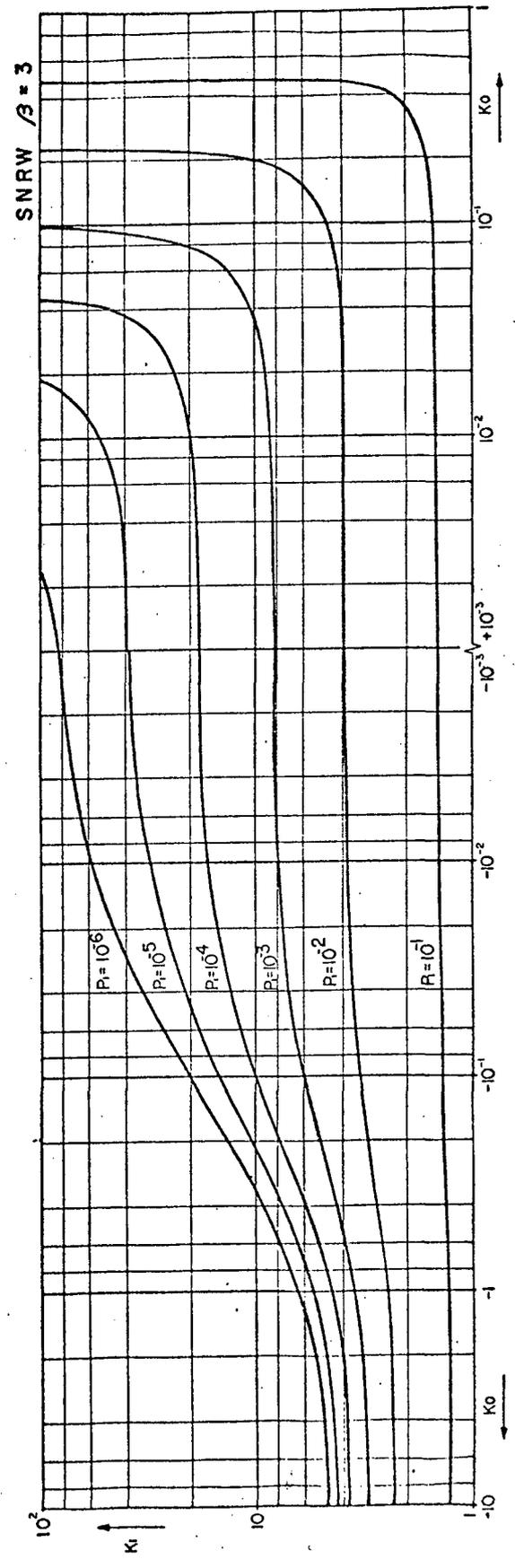


Fig. A5.9 - Combinação SNRW, $\beta = 3$

A5.4 - COMBINAÇÃO SRRN

FATOR DE PROJETO

$$n_0 = \frac{1}{1 - K_0 V_R}$$

$$n_1 = \frac{\Omega_r + K_1(1 - \Omega_r)}{\Omega_r + \xi'(1 - \Omega_r)}$$

EQUAÇÕES DE COMPATIBILIDADE

$$K_0 = \frac{(1 - \Omega_r)(K_1 - \xi')}{V_R(\Omega_r + K_1(1 - \Omega_r))}$$

$$K_1 = \frac{\xi' + \Omega_r(K_0 V_R - \xi')}{(1 - \Omega_r)(1 - K_0 V_R)}$$

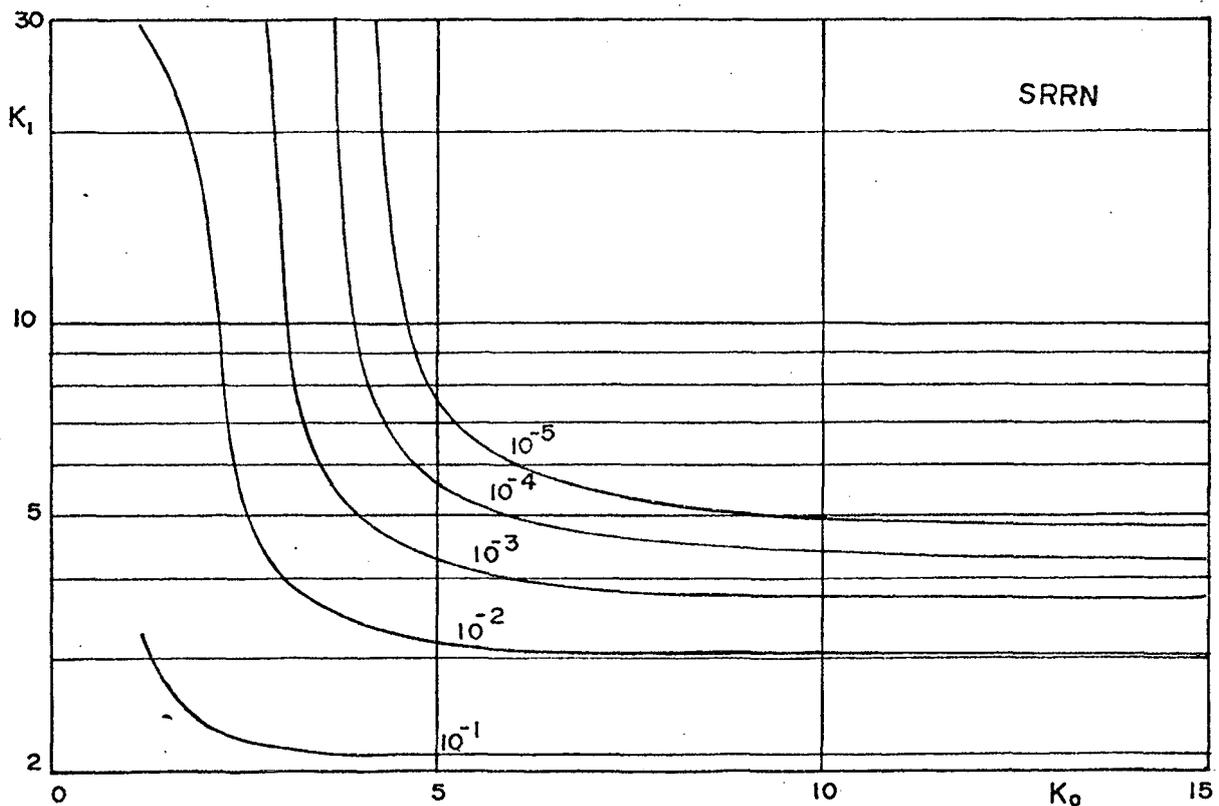


Fig. A5.10 - Combinação SRRN.

A5.5 - COMBINAÇÃO SERN

FATOR DE PROJETO

$$n_o = \frac{1}{1 - K_o V_R}$$

$$n_1 = \Omega_e + K_1 (1 - \Omega_e)$$

EQUAÇÕES DE COMPATIBILIDADE

$$K_o = \frac{\Omega_e + K_1 (1 - \Omega_e) - 1}{(\Omega_e + K_1 (1 - \Omega_e)) V_R}$$

$$K_1 = \frac{1 - \Omega_e (1 - K_o V_R)}{(1 - K_o V_R) (1 - \Omega_e)}$$

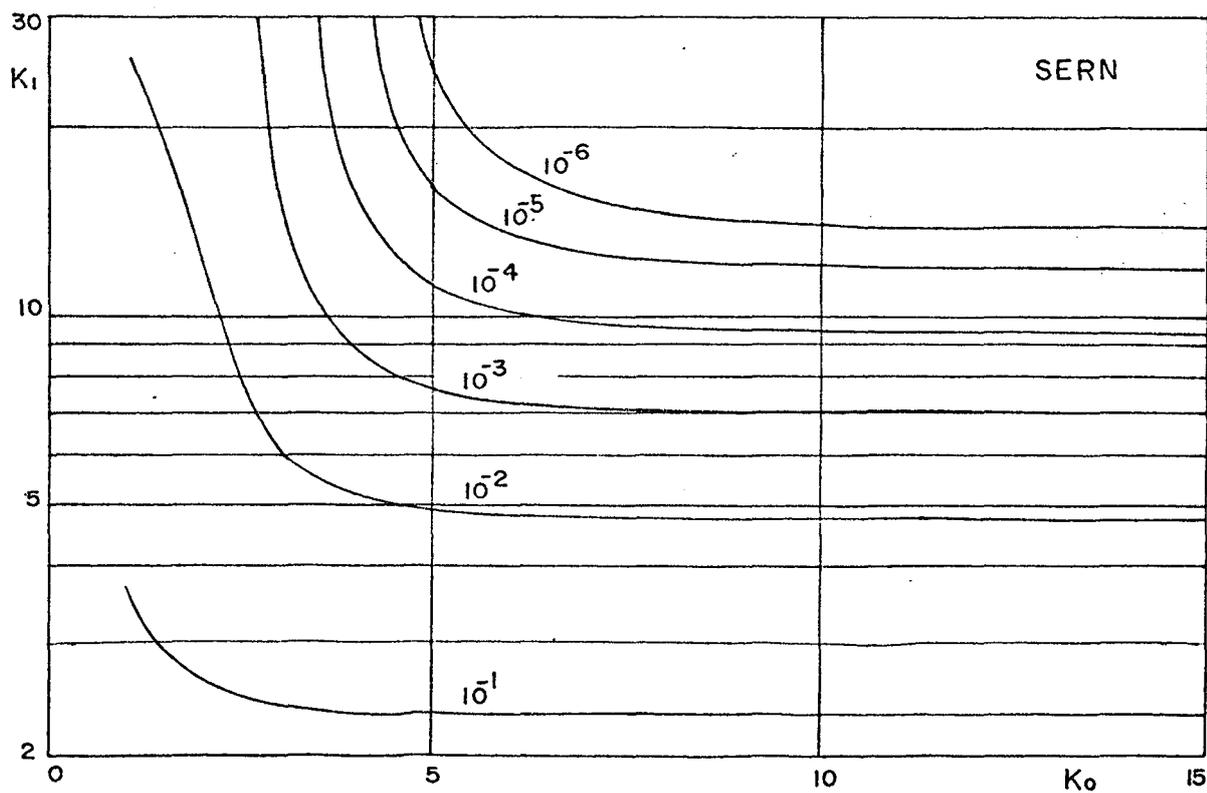


Fig. A5.11 - Combinação SERN.

A5.6 - COMBINAÇÃO SNRN

FATOR DE PROJETO

$$n_0 = \frac{1}{1 - K_0 V_R}$$

$$n_1 = 1 + K_1 V_S$$

EQUAÇÕES DE COMPATIBILIDADE

$$K_0 = \frac{K_1 V_S}{(1 + K_1 V_S) V_R}$$

$$K_1 = \frac{K_0 V_R}{(1 - K_0 V_R) V_S}$$

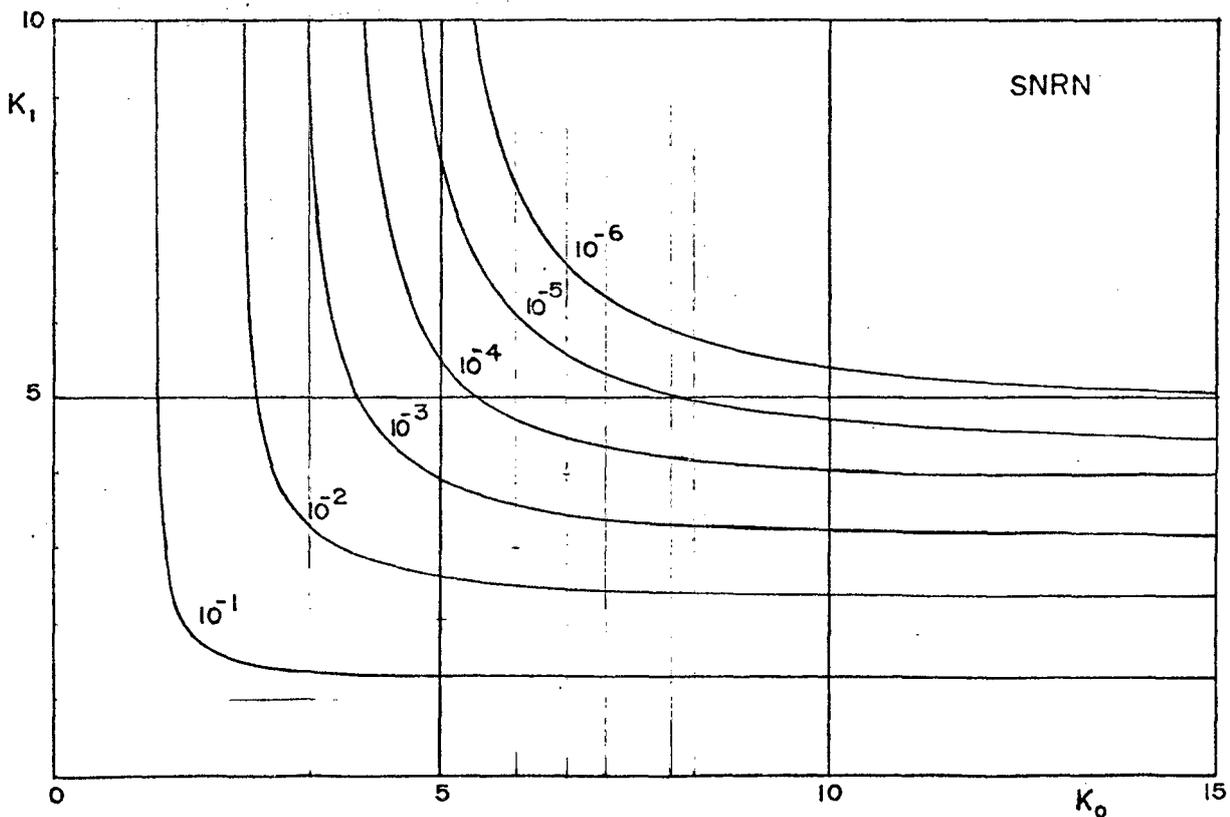


Fig. A5.12 - Combinação SNRN.

APÊNDICE A6

INFLUÊNCIA DE β EM P_I , PARA O CASO SNRW.

Conforme comentado, ao usar o fator K_0 da distribuição de Weibull segundo (4.21), a probabilidade de interferência não é constante para um ponto $(K_0; K_1)$, variando β . A melhor maneira de mostrar esta variação é ilustrar por um exemplo. As tabelas dadas no apêndice A8, podem ser usadas com este fim. Para evitar possíveis confusões, o fator K_0 segundo (4.21) será notado como K'_0 , ou seja,

$$K'_0 = \left(\frac{\mu_S - r_0}{\eta - r_0} \right)^\beta \quad (\text{A6.1})$$

e usando a definição usual de K_0 , segundo (4.22), vem então,

$$K'_0 = K_0^\beta \quad (\text{A6.2})$$

ou o que é equivalente,

$$K_0 = K'_0{}^{1/\beta} \quad (\text{A6.3})$$

Desta forma, se P_I fosse invariante quanto a β , seria de se esperar então que P_I fosse constante para K_0 dado por (A6.3), para um ponto $(K'_0; K_1)$ fixo.

Considerando então $K_1 = 10$ e $K'_0 = 0,0056$, o fator assintótico K_0 será,

$$\beta = 1, \quad K_0 = 0,0056$$

$$\beta = 3, \quad K_0 = 0,1778$$

sendo que o valor de P_I está calculado para estes valores de K_0 . Das tabelas do apêndice A8, P_I é obtido como

$$K'_0 = 0,0056 \quad K_1 = 10$$

$$\beta = 1, \quad K_0 = 0,0056, \quad P_I = 4,00 \cdot 10^{-2}$$

$$\beta = 3, \quad K_0 = 0,1778, \quad P_I = 8,28 \cdot 10^{-3}$$

Assim, o valor de P_I é relativamente sensível quanto a β , não sendo portanto possível aplicar a equação (4.21) para definir K_O , obrigando a usar uma representação de P_I a três dimensões, K_O ; K_1 e β .

A tabela dá uma visão mais geral, para diversos K_1 .

K_1	1,58	2,51	3,98	6,31	10
$P_I, \beta = 1$	0,179	0,128	$8,83 \cdot 10^{-2}$	$5,97 \cdot 10^{-2}$	$4,00 \cdot 10^{-2}$
$P_I, \beta = 3$	$9,89 \cdot 10^{-2}$	$4,66 \cdot 10^{-2}$	$2,22 \cdot 10^{-2}$	$1,23 \cdot 10^{-2}$	$8,28 \cdot 10^{-3}$

```
INTEGER W,R
REAL KI,KO,KKI,KII
EXTERNAL DEFI01,DEFI02,DEFI03,DEFI04,DEFI05
COMMON /INT/A,B,TOL,NMAX,AO,AI,IP,IER
COMMON /FUNC/BETA,GAMA,FP,KO,KI,AA
DIMENSION PF(10),FPR(10),KKI(10),IR(10),KII(10)
TOL=0.005
W =6
R =5
BETA=0.
GAMA=0.
GR =1.253314137
READ(R,1000)MND,NND,NI,NK,NJ,NMAX
```

```
C
C MND PRIMEIRO VALOR DO INDICE ND A SER PROCESSADO
C NND ULTIMO VALOR DE ND A SER PROCESSADO
C NI NUMERO DE VALORES A ASSUMIR PARA O EXPOENTE BETA
C NK NUMERO DE VALORES A GERAR PARA KO
C NJ NUMERO DE VALORES A GERAR PARA KI
C NMAX NUMERO MAXIMO DE ITERACOES PERMITIDO NA INTEGRACAO
C
```

```
CTI=0.2
CTII=0.2
XKI=1.
```

```
C
C PARAMETROS PARA GERAR KI
C
```

```
DO 20 J=1,NJ
KII(J)=XKI*10.**(J*CTII)
20 KKI(J)=XKI*10.**(J*CTI)
M=0
30 M =M+1
READ(R,1001)FPR(M)
IF(FPR(M))40,40,30
40 NM=M-1
DO 900 ND=MND,NND
```

```
C
C SE ND MENOR OU IGUAL A TRES, ENTAO A FDP USADA PARA A RESISTENCIA
C E A FDP DE WEIBULL E LOGO E NECESSARIO VARIAR O EXPOENTE BETA
C
```

```
MM =1
IF(ND-3)50,50,60
50 MM =NI
60 CONTINUE
DO 900 I=1,MM
WRITE(W,2050)
IF(ND-3)62,62,64
62 CONTINUE
BETA=I
GAMA=GAMMA(1.+1./BETA)
64 CONTINUE
WRITE(W,2000)
GOTO(70,80,90,100,110),ND
```

```
C
C
C DEPENDENDO DO VALOR DE ND, SERA UMA OU OUTRA COMBINACAO DE FDP
C
C ND = 1 COMBINACAO SRRW
```

```

LEVEL 21                MAIN                DATE = 77026                22/11/05
C      ND = 2    COMBINACAO  SERW
C      ND = 3    COMBINACAO  SNRW
C      ND = 4    COMBINACAO  SRRN
C      ND = 5    COMBINACAO  SERN
C
C
70  WRITE(W,2001)
    GOTO 200
80  WRITE(W,2002)
    GOTO 200
90  WRITE(W,2003)
    GOTO 200
100 WRITE(W,2004)
    GOTO 200
110 WRITE(W,2005)
200 IF(ND-3)210,210,220
C
C      ESCREVE O VALOR DE BETA, SE NECESSARIO
C
210 WRITE(W,2020)BETA
220 CONTINUE
    DO 900 M =1,NM
    FP=FPR(M)
    WRITE(W,2030)FP
    IF(ND-1)222,222,224
222 WRITE(W,2040)(KII(L),L=1,NJ)
    GOTC 226
224 WRITE(W,2040)(KKI(L),L=1,NJ)
226 CONTINUE
    DO 900 K=1,NK
    IF(ND-3)230,230,240
C
C      PARAMETROS PARA GERAR KO, SE A FDP RESISTENTE FOR WEIBULL
C
230 CTO=-0.25
    XKO=1.
    GOTO 250
C
C      PARAMETROS PARA GERAR KO SE A FDP FOR NORMAL
C
240 CTO=0.1
    XKO=1.
250 KO =XKO*10.**(K*CTO)
    DO 800 J=1,NJ
    IF(ND-1)260,260,270
260 KI =KII(J)
    GOTC 280
270 KI =KKI(J)
280 GOTC(300,310,320,330,340),ND
C
C      SELECAO DA FUNCAD QUE DEFINE O INTEGRANDO, PARA CALCULO DE PI
C
300 AI=FP*(1-KO)+GAMA-1.
    A =(GAMA-FP*KO)/AI
    A2=(KI-FP*GR)*(GAMA-KO)/(KI-GR)/AI
    IF(A-A2)302,302,304
302 A =A2
304 CONTINUE

```

```
B = (GAMA-FP*KO+(FP-1.)*18.42** (1./BETA))/AI
AA = A
CALL SNIRRS(DEFI01)
GOTO 700
310 A = (FP-KI)/(1.-KI)
A2 = (FP*KO-GAMA)/(KO-GAMA)
IF (A-A2) 312, 312, 314
312 A = A2
314 CONTINUE
B = (FP-KI-(FP-1.)*18.42)/(1.-KI)
AA = A
CALL SNIRRS(DEFI02)
GOTO 700
320 A = KI*(GAMA-FP*KO)/(FP-1.)/(GAMA-KO)
B = KI/(FP-1.)+6.
AA = A
CALL SNIRRS(DEFI03)
GOTO 700
330 A = KO*(KI-FP*GR)/(FP-1.)/(KI-GR)
B = FP*KO/(FP-1.)+6.
AA = A
CALL SNIRRS(DEFI04)
GOTO 700
340 CONTINUE
A = KO*(FP-KI)/(1.-KI)/(FP-1.)
B = FP*KO/(FP-1.)+6.
AA = A
CALL SNIRRS(DEFI05)
700 PF(J)=AI
IR(J)=IER
800 CONTINUE
WRITE(W,2100) KO, (PF(L),IR(L),L=1,NJ)
900 CONTINUE
STOP
1000 FORMAT(I3)
1001 FORMAT(F6.2)
2000 FORMAT(1H ,//,20X,'VALORES DA PROBABILIDADE DE INTERFERENCIA
1ENTRE')
2001 FORMAT(/,22X'SOLICITACAO RAYLEIGH E RESISTENCIA WEIBULL ')
2002 FORMAT(/,22X'SOLICITACAO EXPONENCIAL E RESISTENCIA WEIBULL ')
2003 FORMAT(/,22X'SOLICITACAO NORMAL E RESISTENCIA WEIBULL ')
2004 FORMAT(/,22X'SOLICITACAO RAYLEIGH E RESISTENCIA NORMAL ')
2005 FORMAT(/,22X'SOLICITACAO EXPONENCIAL E RESISTENCIA NORMAL ')
2020 FORMAT(/,35X,'EXPOENTE BETA',4X,F6.2)
2030 FORMAT(/,35X,'FATOR DE PROJETO',F6.2)
2040 FORMAT(/,3X' KO/KI',F8.2,9F11.2)
2050 FORMAT(1H1)
2100 FORMAT(/3XF7.3,1X,10(E9.3,I2))
END
```

LEVEL 21

SNIRRS

DATE = 77026

22/11/05

SUBROUTINE SNIRRS(FUN)

EXTERNAL FUN

COMMON /INT/A,B,TOL,N,AO,AI,I,IER

C
C
C
C

SUBROTINA PARA INTEGRACAO NUMERICA

METODO DE SIMPSON, INICIA COM INTERVALO DE 1/16

```
I =0
IER=0
H =(B-A)/8.
AI =0.
5 AX =A
H =H/2.
AO =AI
AREA=FUN(AX)
10 AREA=AREA+4.*FUN(AX+H)+2.*FUN(AX+2.*H)
AX=AX+2.*H
IF(AX+2.001*H-B)10,20,20
20 AI=(AREA+4.*FUN(AX+H)+FUN(B))*H/3.
I=I+1
IF(I-1)5,5,30
30 IF(AI)34,32,34
32 E=0.0
GOTO 60
34 E=ABS((AI-AO)/AI)
IF(E-TOL)60,60,40
40 IF(I-N)5,50,50
50 IER=1
60 RETURN
END
```

```
FUNCTION DEFI01(X)
```

```
REAL KI,KO
```

```
COMMON /FUNC/BETA,GAMA,FP,KO,KI,A
```

```
C
```

```
COMBINACAO SRRW
```

```
C
```

```
DEFI01=EXP(-EI**2/2.-EII**BETA)*CTE
```

```
C
```

```
GR=1.253314137
```

```
IF(BETA-1.)20,20,5
```

```
5 IF(X-A)10,10,20
```

```
10 DEFI01=0.0
```

```
RETURN
```

```
20 CONTINUE
```

```
D1=FP*(1.-KO)+GAMA-1.
```

```
D2=FP*(1.-GR)+KI-1.
```

```
D3=KI-FP*GR
```

```
D4=GAMA-FP*KO
```

```
CTI=BETA/(1.-D4/D1)
```

```
EI=(X*D1*(KI-GR)/(GAMA-KO)-D3)/(D2-D3)
```

```
EII=(X*D1-D4)/(FP-1.)
```

```
IF(EI)10,10,22
```

```
22 EXI =EI**2/2.
```

```
IF(EII)10,24,24
```

```
24 EXII=EII**BETA
```

```
EX =EXI+EXII
```

```
IF(EX-100.)30,10,10
```

```
30 IF(BETA-1.)40,40,50
```

```
40 CTE =CTI
```

```
GOTO 60
```

```
50 CTE=CTI*EII**BETA
```

```
60 DEFI01=EXP(-EX)*CTE
```

```
RETURN
```

```
END
```

```
FUNCTION DEFI02(X)
```

```
REAL KI,KO
```

```
COMMON /FUNC/BETA,GAMA,FP,KO,KI,A
```

```
C
C   COMBINACAO   SERW
C   DEFI02=(1.-EXP(-EI**BETA))*EXP(-EII)*CTE
C
   IF(BETA-1.)20,20,5
5  IF(X-A)10,10,20
10 DEFI02=0.0
   RETURN
20 CONTINUE
   EI =(X*(GAMA-KO)-GAMA+FP*KO)/(FP-1.)
   EII=(X*(KI-1.)-KI+FP)/(FP-1.)
   CTE=(1.-KI)/(1.-FP)
   IF(EI)10,24,24
24 EXI=EI**BETA
   IF(EII-45.)30,10,10
30 IF(EXI-45.)50,40,40
40 DEFI02=EXP(-EII)*CTE
   RETURN
50 DEFI02=(1.-EXP(-EXI))*EXP(-EII)*CTE
   RETURN
END
```

LEVEL 21

DEFI03

DATE = 77026

22/11/05

FUNCTION DEFI03(X)

REAL KI,KO

COMMON /FUNC/BETA,GAMA,FP,KO,KI,A

C

C COMBINACAO SNRW

C DEFI03=(1.-EXP(-EXI**BETA))*EXP(-EXII**2/2.)*CTE

C

CTE =0.39894228

IF(BETA-1.)20,20,5

5 IF(X-A)10,10,20

10 DEFI03=0.0

RETURN

20 CONTINUE

EXI =X*(GAMA-KO)/ KI+{(FP*KO-GAMA)/(FP-1.)

EXII=X-KI/(FP-1.)

IF(EXI)10,22,22

22 EI =EXI**BETA

EII =EXII**2/2.

IF(EII-45)30,10,10

30 IF(EI-45)50,40,40

40 DEFI03=EXP(-EII)*CTE

RETURN

50 DEFI03=(1-EXP(-EI))*EXP(-EII)*CTE

RETURN

END

LEVEL 21

DEFI04

DATE = 77026

22/11/05

FUNCTION DEFI04(X)

REAL KI,KO

COMMON /FUNC/BETA,GAMA,FP,KO,KI,A

C
C COMBINACAO SRRN
C DEFI04=EXP(-EXI**2/2.)*EXP(-EXII**2/2.)*CTE
C

GR =1.253314137

CTE =0.39894228

IF(X-A)10,10,20

10 DEFI04=0.0

RETURN

20 CONTINUE

EXI =X*(KI-GR)/KO+(FP*GR-KI)/(FP-1.)

EXII=X-FP*KO/(FP-1.)

EI =EXI**2/2.

EII =EXII**2/2.

IF(EI-45)30,10,10

30 IF(EII-45)40,10,10

40 DEFI04=EXP(-EI-EII)*CTE

RETURN

END

LEVEL 21

DEFI05

DATE = 77026

22/11/05

FUNCTION DEFI05(X)

REAL KI,KO

COMMON /FUNC/BETA,GAMA,FP,KO,KI,A

C
C
C
C

COMBINACAO SERN

DEFI05=EXP(-EXI)*EXP(-EXII**2/2.)*CTE

CTE =0.39894228

EXI =X*(KI-1.)/ KO+(FP-KI)/(FP-1.)

EXII=X-FP*KO/(FP-1.)

EII =EXII**2/2.

IF(EXI-45)30,10,10

30 IF(EII-45)40,10,10

40 DEFI05=EXP(-EXI-EII)*CTE

RETURN

10 DEFI05=0.0

RETURN

END

VALORES DA PROBABILIDADE DE INTERFERENCIA ENTRE
SOLICITACAO RAYLEIGH E RESISTENCIA WEIBULL

EXPOENTE BETA 1.00

FATOR DE PROJETO 1.60

K0/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85		
0.562	0.373E 00	00.296E 00	00.123E 00	00.639E-01	10.361E-01	10.0	0	
0.316	0.327E 00	00.254E 00	00.259E 00	00.131E 00	00.735E-01	10.432E-01	1	
0.178	0.315E 00	00.196E 00	00.161E 00	00.158E 00	00.102E 00	10.600E-01	1	
0.100	0.310E 00	00.172E 00	00.119E 00	00.980E-01	10.928E-01	10.712E-01	1	
0.056	0.308E 00	00.161E 00	00.101E 00	00.720E-01	10.584E-01	10.537E-01	1	
0.032	0.307E 00	00.156E 00	00.918E-01	00.600E-01	10.432E-01	10.345E-01	1	
0.018	0.306E 00	00.153E 00	00.871E-01	00.541E-01	10.360E-01	10.258E-01	1	
0.010	0.306E 00	00.151E 00	00.846E-01	00.509E-01	10.324E-01	10.217E-01	1	
0.006	0.306E 00	00.150E 00	00.833E-01	00.493E-01	10.305E-01	10.196E-01	1	
0.003	0.305E 00	00.150E 00	00.825E-01	00.483E-01	10.295E-01	10.185E-01	1	

FATOR DE PROJETO 10.00

K0/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85		
0.562	0.374E 00	00.297E 00	00.124E 00	00.644E-01	00.366E-01	00.0	0	
0.316	0.328E 00	00.255E 00	00.259E 00	00.132E 00	00.741E-01	00.432E-01	1	
0.178	0.316E 00	00.197E 00	00.162E 00	00.158E 00	00.103E 00	00.600E-01	1	
0.100	0.311E 00	00.173E 00	00.120E 00	00.986E-01	00.935E-01	00.712E-01	1	
0.056	0.308E 00	00.161E 00	00.101E 00	00.720E-01	10.584E-01	10.537E-01	1	
0.032	0.307E 00	00.156E 00	00.918E-01	00.600E-01	10.432E-01	10.345E-01	1	
0.018	0.306E 00	00.153E 00	00.872E-01	00.541E-01	10.360E-01	10.258E-01	1	
0.010	0.306E 00	00.151E 00	00.846E-01	00.509E-01	10.324E-01	10.217E-01	1	
0.006	0.306E 00	00.150E 00	00.833E-01	00.493E-01	10.305E-01	10.196E-01	1	
0.003	0.305E 00	00.150E 00	00.825E-01	00.483E-01	10.295E-01	10.185E-01	1	

VALORES DA PROBABILIDADE DE INTERFERENCIA ENTRE
SOLICITACAO RAYLEIGH E RESISTENCIA WEIBULL

EXPOENTE BETA 2.00

FATOR DE PROJETO 1.60

K0/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
0.562	0.327E 00	00.221E 00	00.115E 00	00.640E-01	00.374E-01	00.225E-01 1
0.316	0.300E 00	00.145E 00	00.104E 00	00.686E-01	00.428E-01	00.266E-01 0
0.178	0.295E 00	00.111E 00	00.548E-01	00.385E-01	00.277E-01	00.184E-01 0
0.100	0.293E 00	00.982E-01	00.378E-01	00.195E-01	00.133E-01	00.101E-01 0
0.056	0.292E 00	00.927E-01	00.309E-01	00.129E-01	00.681E-02	00.452E-02 0
0.032	0.292E 00	00.899E-01	00.277E-01	00.102E-01	00.450E-02	00.239E-02 0
0.018	0.291E 00	00.884E-01	00.261E-01	00.892E-02	00.353E-02	00.161E-02 0
0.010	0.291E 00	00.876E-01	00.252E-01	00.828E-02	00.307E-02	00.127E-02 0
0.006	0.291E 00	00.872E-01	00.248E-01	00.794E-02	00.284E-02	00.111E-02 0
0.003	0.291E 00	00.870E-01	00.245E-01	00.775E-02	00.271E-02	00.102E-02 0

FATOR DE PROJETO 10.00

K0/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
0.562	0.327E 00	00.221E 00	00.115E 00	00.640E-01	00.374E-01	00.225E-01 1
0.316	0.300E 00	00.145E 00	00.104E 00	00.686E-01	00.428E-01	00.266E-01 0
0.178	0.295E 00	00.111E 00	00.548E-01	00.385E-01	00.277E-01	00.184E-01 0
0.100	0.293E 00	00.982E-01	00.378E-01	00.195E-01	00.133E-01	00.101E-01 0
0.056	0.292E 00	00.927E-01	00.309E-01	00.129E-01	00.681E-02	00.452E-02 0
0.032	0.292E 00	00.899E-01	00.277E-01	00.102E-01	00.450E-02	00.239E-02 0
0.018	0.291E 00	00.884E-01	00.261E-01	00.892E-02	00.353E-02	00.161E-02 0
0.010	0.291E 00	00.876E-01	00.252E-01	00.828E-02	00.307E-02	00.127E-02 0
0.006	0.291E 00	00.872E-01	00.248E-01	00.794E-02	00.284E-02	00.111E-02 0
0.003	0.291E 00	00.870E-01	00.245E-01	00.775E-02	00.271E-02	00.102E-02 0

VALORES DA PROBABILIDADE DE INTERFERENCIA ENTRE
SOLICITACAO RAYLEIGH E RESISTENCIA WEIBULL

EXPOENTE BETA 3.00

FATOR DE PROJETO 1.60

K0/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
0.562	0.306E 00	00.176E 00	00.102E 00	00.596E-01	00.358E-01	00.219E-01 0
0.316	0.292E 00	00.989E-01	00.477E-01	00.308E-01	00.201E-01	00.129E-01 0
0.178	0.290E 00	00.795E-01	00.229E-01	00.105E-01	00.674E-02	00.458E-02 0
0.100	0.289E 00	00.726E-01	00.157E-01	00.480E-02	00.218E-02	00.137E-02 0
0.056	0.288E 00	00.695E-01	00.129E-01	00.306E-02	00.998E-03	00.449E-03 0
0.032	0.288E 00	00.680E-01	00.116E-01	00.237E-02	00.626E-03	00.212E-03 0
0.018	0.288E 00	00.672E-01	00.110E-01	00.206E-02	00.478E-03	00.134E-03 0
0.010	0.288E 00	00.668E-01	00.106E-01	00.190E-02	00.410E-03	00.103E-03 0
0.006	0.288E 00	00.666E-01	00.105E-01	00.182E-02	00.376E-03	00.884E-04 0
0.003	0.288E 00	00.664E-01	00.104E-01	00.178E-02	00.358E-03	00.810E-04 0

FATOR DE PROJETO 10.00

K0/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
0.562	0.306E 00	00.176E 00	00.102E 00	00.596E-01	00.358E-01	00.219E-01 0
0.316	0.292E 00	00.989E-01	00.477E-01	00.308E-01	00.201E-01	00.129E-01 0
0.178	0.290E 00	00.795E-01	00.229E-01	00.105E-01	00.674E-02	00.458E-02 0
0.100	0.289E 00	00.726E-01	00.157E-01	00.480E-02	00.218E-02	00.137E-02 0
0.056	0.288E 00	00.695E-01	00.129E-01	00.306E-02	00.998E-03	00.449E-03 0
0.032	0.288E 00	00.680E-01	00.116E-01	00.237E-02	00.626E-03	00.212E-03 0
0.018	0.288E 00	00.672E-01	00.110E-01	00.206E-02	00.478E-03	00.134E-03 0
0.010	0.288E 00	00.668E-01	00.106E-01	00.190E-02	00.410E-03	00.103E-03 0
0.006	0.288E 00	00.666E-01	00.105E-01	00.182E-02	00.376E-03	00.884E-04 0
0.003	0.288E 00	00.664E-01	00.104E-01	00.178E-02	00.358E-03	00.810E-04 0

VALORES DA PROBABILIDADE DE INTERFERENCIA ENTRE
SOLICITACAO EXPONENCIAL E RESISTENCIA WEIBULL

EXPOENTE BETA 1.00

FATOR DE PROJETO 1.60

KQ/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
0.562	0.334E 00	00.410E 00	00.425E 00	00.428E 00	00.429E 00	00.430E 00 0
0.316	0.260E 00	00.230E 00	00.254E 00	00.265E 00	00.269E 00	00.270E 00 0
0.178	0.244E 00	00.180E 00	00.152E 00	00.154E 00	00.160E 00	00.162E 00 0
0.100	0.238E 00	00.162E 00	00.119E 00	00.962E-01	00.909E-01	00.936E-01 0
0.056	0.235E 00	00.155E 00	00.106E 00	00.762E-01	00.597E-01	00.532E-01 0
0.032	0.234E 00	00.151E 00	00.994E-01	00.675E-01	00.479E-01	00.366E-01 0
0.018	0.233E 00	00.149E 00	00.962E-01	00.632E-01	00.426E-01	00.299E-01 0
0.010	0.233E 00	00.148E 00	00.945E-01	00.610E-01	00.399E-01	00.267E-01 0
0.006	0.232E 00	00.147E 00	00.936E-01	00.598E-01	00.385E-01	00.251E-01 0
0.003	0.232E 00	00.147E 00	00.930E-01	00.591E-01	00.377E-01	00.243E-01 0

FATOR DE PROJETO 10.00

KQ/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
0.562	0.334E 00	00.410E 00	00.425E 00	00.428E 00	00.429E 00	00.430E 00 0
0.316	0.260E 00	00.230E 00	00.254E 00	00.265E 00	00.269E 00	00.270E 00 0
0.178	0.244E 00	00.180E 00	00.152E 00	00.154E 00	00.160E 00	00.162E 00 0
0.100	0.238E 00	00.162E 00	00.119E 00	00.962E-01	00.909E-01	00.936E-01 0
0.056	0.235E 00	00.155E 00	00.106E 00	00.762E-01	00.597E-01	00.532E-01 0
0.032	0.234E 00	00.151E 00	00.994E-01	00.675E-01	00.479E-01	00.366E-01 0
0.018	0.233E 00	00.149E 00	00.962E-01	00.632E-01	00.426E-01	00.299E-01 0
0.010	0.233E 00	00.148E 00	00.945E-01	00.610E-01	00.399E-01	00.267E-01 0
0.006	0.232E 00	00.147E 00	00.936E-01	00.598E-01	00.385E-01	00.251E-01 0
0.003	0.232E 00	00.147E 00	00.930E-01	00.591E-01	00.377E-01	00.243E-01 0

VALORES DA PROBABILIDADE DE INTERFERENCIA ENTRE
SOLICITACAO EXPONENCIAL E RESISTENCIA WEIBULL

EXPOENTE BETA 2.00

FATOR DE PROJETO 1.60

K0/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
0.562	0.275E 00	00.274E 00	00.272E 00	00.270E 00	00.271E 00	00.270E 00
0.316	0.227E 00	00.146E 00	00.113E 00	00.102E 00	00.974E-01	00.957E-01
0.178	0.219E 00	00.121E 00	00.679E-01	00.445E-01	00.362E-01	00.330E-01
0.100	0.217E 00	00.113E 00	00.553E-01	00.282E-01	00.169E-01	00.125E-01
0.056	0.215E 00	00.109E 00	00.503E-01	00.227E-01	00.110E-01	00.617E-02
0.032	0.215E 00	00.108E 00	00.479E-01	00.203E-01	00.880E-02	00.414E-02
0.018	0.215E 00	00.107E 00	00.467E-01	00.191E-01	00.782E-02	00.334E-02
0.010	0.214E 00	00.106E 00	00.461E-01	00.185E-01	00.733E-02	00.297E-02
0.006	0.214E 00	00.106E 00	00.457E-01	00.182E-01	00.707E-02	00.279E-02
0.003	0.214E 00	00.106E 00	00.455E-01	00.180E-01	00.693E-02	00.269E-02

FATOR DE PROJETO 10.00

K0/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
0.562	0.275E 00	00.274E 00	00.272E 00	00.270E 00	00.271E 00	00.270E 00
0.316	0.227E 00	00.146E 00	00.113E 00	00.102E 00	00.974E-01	00.957E-01
0.178	0.219E 00	00.121E 00	00.679E-01	00.445E-01	00.362E-01	00.330E-01
0.100	0.217E 00	00.113E 00	00.553E-01	00.282E-01	00.169E-01	00.125E-01
0.056	0.215E 00	00.109E 00	00.503E-01	00.227E-01	00.110E-01	00.617E-02
0.032	0.215E 00	00.108E 00	00.479E-01	00.203E-01	00.880E-02	00.414E-02
0.018	0.215E 00	00.107E 00	00.467E-01	00.191E-01	00.782E-02	00.334E-02
0.010	0.214E 00	00.106E 00	00.461E-01	00.185E-01	00.733E-02	00.297E-02
0.006	0.214E 00	00.106E 00	00.457E-01	00.182E-01	00.707E-02	00.279E-02
0.003	0.214E 00	00.106E 00	00.455E-01	00.180E-01	00.693E-02	00.269E-02

VALORES DA PROBABILIDADE DE INTERFERENCIA ENTRE
SOLICITACAO EXPONENCIAL E RESISTENCIA WEIBULL

EXPOENTE BETA 3.00

FATOR DE PROJETO 1.60

K0/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
0.562	0.240E 00	00.190E 00	00.173E 00	00.166E 00	00.163E 00	00.163E 00 0
0.316	0.216E 00	00.114E 00	00.619E-01	00.419E-01	00.349E-01	00.324E-01 0
0.178	0.212E 00	00.101E 00	00.422E-01	00.180E-01	00.966E-02	00.700E-02 0
0.100	0.211E 00	00.974E-01	00.366E-01	00.124E-01	00.452E-02	00.213E-02 0
0.056	0.210E 00	00.957E-01	00.343E-01	00.104E-01	00.311E-02	00.106E-02 0
0.032	0.210E 00	00.948E-01	00.332E-01	00.954E-02	00.257E-02	00.734E-03 0
0.018	0.210E 00	00.943E-01	00.326E-01	00.911E-02	00.232E-02	00.604E-03 0
0.010	0.210E 00	00.941E-01	00.323E-01	00.889E-02	00.219E-02	00.542E-03 0
0.006	0.210E 00	00.940E-01	00.322E-01	00.876E-02	00.213E-02	00.511E-03 0
0.003	0.210E 00	00.939E-01	00.321E-01	00.870E-02	00.209E-02	00.494E-03 0

FATOR DE PROJETO 10.00

K0/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
0.562	0.240E 00	00.190E 00	00.173E 00	00.166E 00	00.163E 00	00.163E 00 0
0.316	0.216E 00	00.114E 00	00.619E-01	00.419E-01	00.349E-01	00.324E-01 0
0.178	0.212E 00	00.101E 00	00.422E-01	00.180E-01	00.966E-02	00.699E-02 0
0.100	0.211E 00	00.974E-01	00.366E-01	00.124E-01	00.452E-02	00.213E-02 0
0.056	0.210E 00	00.957E-01	00.343E-01	00.104E-01	00.311E-02	00.106E-02 0
0.032	0.210E 00	00.948E-01	00.332E-01	00.954E-02	00.257E-02	00.734E-03 0
0.018	0.210E 00	00.943E-01	00.326E-01	00.911E-02	00.232E-02	00.604E-03 0
0.010	0.210E 00	00.941E-01	00.323E-01	00.889E-02	00.219E-02	00.542E-03 0
0.006	0.210E 00	00.940E-01	00.322E-01	00.876E-02	00.213E-02	00.511E-03 0
0.003	0.210E 00	00.939E-01	00.321E-01	00.870E-02	00.209E-02	00.494E-03 0

VALORES DA PROBABILIDADE DE INTERFERENCIA ENTRE
SOLICITACAO NORMAL E RESISTENCIA WEIBULL

EXPOENTE BETA 1.00

FATOR DE PROJETO 1.60

KO/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
0.562	0.410E 00	00.421E 00	00.427E 00	00.429E 00	00.430E 00	00.430E 00 0
0.316	0.273E 00	00.262E 00	00.263E 00	00.267E 00	00.269E 00	00.270E 00 0
0.178	0.222E 00	00.189E 00	00.170E 00	00.161E 00	00.161E 00	00.162E 00 0
0.100	0.200E 00	00.158E 00	00.127E 00	00.108E 00	00.978E-01	00.946E-01 0
0.056	0.190E 00	00.143E 00	00.108E 00	00.829E-01	00.673E-01	00.587E-01 0
0.032	0.184E 00	00.135E 00	00.977E-01	00.709E-01	00.529E-01	00.415E-01 0
0.018	0.181E 00	00.131E 00	00.926E-01	00.647E-01	00.457E-01	00.332E-01 0
0.010	0.180E 00	00.129E 00	00.898E-01	00.615E-01	00.420E-01	00.290E-01 0
0.006	0.179E 00	00.128E 00	00.883E-01	00.597E-01	00.400E-01	00.268E-01 0
0.003	0.178E 00	00.127E 00	00.874E-01	00.587E-01	00.389E-01	00.257E-01 0

FATOR DE PROJETO 10.00

KO/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
0.562	0.410E 00	00.421E 00	00.427E 00	00.429E 00	00.430E 00	00.430E 00 0
0.316	0.273E 00	00.262E 00	00.263E 00	00.267E 00	00.269E 00	00.270E 00 0
0.178	0.222E 00	00.189E 00	00.170E 00	00.161E 00	00.161E 00	00.162E 00 0
0.100	0.200E 00	00.158E 00	00.127E 00	00.108E 00	00.978E-01	00.946E-01 0
0.056	0.190E 00	00.143E 00	00.108E 00	00.829E-01	00.673E-01	00.587E-01 0
0.032	0.184E 00	00.135E 00	00.977E-01	00.709E-01	00.529E-01	00.415E-01 0
0.018	0.181E 00	00.131E 00	00.926E-01	00.647E-01	00.457E-01	00.332E-01 0
0.010	0.180E 00	00.129E 00	00.898E-01	00.615E-01	00.420E-01	00.290E-01 0
0.006	0.179E 00	00.128E 00	00.883E-01	00.597E-01	00.400E-01	00.268E-01 0
0.003	0.178E 00	00.127E 00	00.874E-01	00.587E-01	00.389E-01	00.257E-01 0

VALORES DA PROBABILIDADE DE INTERFERENCIA ENTRE
SOLICITACAO NORMAL E RESISTENCIA WEIBULL

EXPOENTE BETA 2.00

FATOR DE PROJETO 1.60

K0/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
0.562	0.282E 00	00.276E 00	00.273E 00	00.272E 00	00.271E 00	00.271E 00 0
0.316	0.165E 00	00.129E 00	00.110E 00	00.101E 00	00.975E-01	00.961E-01 0
0.178	0.133E 00	00.842E-01	00.563E-01	00.421E-01	00.356E-01	00.329E-01 0
0.100	0.120E 00	00.677E-01	00.380E-01	00.229E-01	00.156E-01	00.123E-01 0
0.056	0.114E 00	00.604E-01	00.305E-01	00.158E-01	00.890E-02	00.569E-02 0
0.032	0.111E 00	00.568E-01	00.270E-01	00.127E-01	00.627E-02	00.337E-02 0
0.018	0.110E 00	00.549E-01	00.252E-01	00.112E-01	00.511E-02	00.244E-02 0
0.010	0.109E 00	00.539E-01	00.242E-01	00.105E-01	00.453E-02	00.201E-02 0
0.006	0.108E 00	00.533E-01	00.237E-01	00.101E-01	00.424E-02	00.180E-02 0
0.003	0.108E 00	00.530E-01	00.234E-01	00.986E-02	00.408E-02	00.169E-02 0

FATOR DE PROJETO 10.00

K0/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
0.562	0.282E 00	00.276E 00	00.273E 00	00.272E 00	00.271E 00	00.271E 00 0
0.316	0.165E 00	00.129E 00	00.110E 00	00.101E 00	00.975E-01	00.961E-01 0
0.178	0.133E 00	00.842E-01	00.563E-01	00.421E-01	00.356E-01	00.329E-01 0
0.100	0.120E 00	00.677E-01	00.380E-01	00.229E-01	00.156E-01	00.123E-01 0
0.056	0.114E 00	00.604E-01	00.305E-01	00.158E-01	00.890E-02	00.569E-02 0
0.032	0.111E 00	00.568E-01	00.270E-01	00.127E-01	00.627E-02	00.337E-02 0
0.018	0.110E 00	00.549E-01	00.252E-01	00.112E-01	00.511E-02	00.244E-02 0
0.010	0.109E 00	00.539E-01	00.242E-01	00.105E-01	00.453E-02	00.201E-02 0
0.006	0.108E 00	00.533E-01	00.237E-01	00.101E-01	00.424E-02	00.180E-02 0
0.003	0.108E 00	00.530E-01	00.234E-01	00.986E-02	00.408E-02	00.169E-02 0

VALORES DA PROBABILIDADE DE INTERFERENCIA ENTRE
SOLICITACAO NORMAL E RESISTENCIA WEIBULL

EXPOENTE BETA 3.00

FATOR DE PROJETO 1.60

K0/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
0.562	0.201E 00	00.180E 00	00.170E 00	00.166E 00	00.164E 00	00.163E 00 0
0.316	0.119E 00	00.720E-01	00.486E-01	00.383E-01	00.340E-01	00.323E-01 0
0.178	0.989E-01	00.466E-01	00.222E-01	00.123E-01	00.828E-02	00.668E-02 0
0.100	0.915E-01	00.378E-01	00.144E-01	00.594E-02	00.289E-02	00.175E-02 0
0.056	0.881E-01	00.340E-01	00.114E-01	00.389E-02	00.147E-02	00.659E-03 0
0.032	0.865E-01	00.321E-01	00.101E-01	00.305E-02	00.978E-03	00.350E-03 0
0.018	0.856E-01	00.312E-01	00.937E-02	00.266E-02	00.772E-03	00.239E-03 0
0.010	0.851E-01	00.306E-01	00.900E-02	00.246E-02	00.675E-03	00.192E-03 0
0.006	0.848E-01	00.303E-01	00.881E-02	00.236E-02	00.625E-03	00.169E-03 0
0.003	0.847E-01	00.302E-01	00.870E-02	00.230E-02	00.599E-03	00.157E-03 0

FATOR DE PROJETO 10.00

KC/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
0.562	0.201E 00	00.180E 00	00.170E 00	00.166E 00	00.164E 00	00.163E 00 0
0.316	0.119E 00	00.720E-01	00.486E-01	00.383E-01	00.340E-01	00.323E-01 0
0.178	0.989E-01	00.466E-01	00.222E-01	00.123E-01	00.828E-02	00.668E-02 0
0.100	0.915E-01	00.378E-01	00.144E-01	00.594E-02	00.289E-02	00.175E-02 0
0.056	0.881E-01	00.340E-01	00.114E-01	00.389E-02	00.147E-02	00.659E-03 0
0.032	0.865E-01	00.321E-01	00.101E-01	00.305E-02	00.978E-03	00.350E-03 0
0.018	0.856E-01	00.312E-01	00.937E-02	00.266E-02	00.772E-03	00.239E-03 0
0.010	0.851E-01	00.306E-01	00.900E-02	00.246E-02	00.675E-03	00.192E-03 0
0.006	0.848E-01	00.303E-01	00.881E-02	00.236E-02	00.625E-03	00.169E-03 0
0.003	0.847E-01	00.302E-01	00.870E-02	00.230E-02	00.599E-03	00.157E-03 0

VALORES DA PROBABILIDADE DE INTERFERENCIA ENTRE
SOLICITACAO RAYLEIGH E RESISTENCIA NORMAL

FATOR DE PROJETO 1.60

K0/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
1.259	0.299E 00	00.140E 00	00.808E-01	00.488E-01	00.299E-01	00.185E-01 0
1.585	0.294E 00	00.112E 00	00.595E-01	00.363E-01	00.227E-01	00.143E-01 0
1.995	0.291E 00	00.885E-01	00.356E-01	00.205E-01	00.130E-01	00.830E-02 0
2.512	0.288E 00	00.718E-01	00.177E-01	00.767E-02	00.479E-02	00.309E-02 0
3.162	0.287E 00	00.610E-01	00.805E-02	00.192E-02	00.932E-03	00.580E-03 0
3.981	0.286E 00	00.542E-01	00.375E-02	00.304E-03	00.751E-04	00.382E-04 0
5.012	0.286E 00	00.499E-01	00.194E-02	00.366E-04	00.213E-05	00.549E-06 0
6.310	0.285E 00	00.472E-01	00.116E-02	00.425E-05	00.216E-07	00.102E-08 0
7.943	0.285E 00	00.455E-01	00.789E-03	00.594E-06	00.103E-09	00.164E-12 0
10.000	0.285E 00	00.444E-01	00.604E-03	00.116E-06	00.375E-12	00.213E-17 0

FATOR DE PROJETO 10.00

K0/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
1.259	0.299E 00	00.140E 00	00.808E-01	00.488E-01	00.299E-01	00.185E-01 0
1.585	0.294E 00	00.112E 00	00.595E-01	00.363E-01	00.227E-01	00.143E-01 0
1.995	0.291E 00	00.885E-01	00.356E-01	00.205E-01	00.130E-01	00.830E-02 0
2.512	0.288E 00	00.718E-01	00.177E-01	00.767E-02	00.479E-02	00.309E-02 0
3.162	0.287E 00	00.610E-01	00.805E-02	00.192E-02	00.932E-03	00.580E-03 0
3.981	0.286E 00	00.542E-01	00.375E-02	00.304E-03	00.751E-04	00.382E-04 0
5.012	0.286E 00	00.499E-01	00.194E-02	00.366E-04	00.213E-05	00.549E-06 0
6.310	0.285E 00	00.472E-01	00.116E-02	00.425E-05	00.216E-07	00.102E-08 0
7.943	0.285E 00	00.455E-01	00.789E-03	00.594E-06	00.103E-09	00.164E-12 0
10.000	0.285E 00	00.444E-01	00.604E-03	00.116E-06	00.375E-12	00.213E-17 0

VALORES DA PROBABILIDADE DE INTERFERENCIA ENTRE
 .SOLICITACAO EXPONENCIAL E RESISTENCIA NORMAL

FATOR DE PROJETO 1.60

KO/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
1.259	0.228E 00	00.136E 00	00.758E-01	00.431E-01	00.254E-01	00.153E-01 0
1.585	0.219E 00	00.122E 00	00.649E-01	00.354E-01	00.204E-01	00.122E-01 0
1.995	0.214E 00	00.108E 00	00.501E-01	00.242E-01	00.130E-01	00.753E-02 0
2.512	0.211E 00	00.972E-01	00.372E-01	00.137E-01	00.596E-02	00.314E-02 0
3.162	0.209E 00	00.909E-01	00.291E-01	00.731E-02	00.195E-02	00.750E-03 0
3.981	0.207E 00	00.872E-01	00.247E-01	00.442E-02	00.576E-03	00.959E-04 0
5.012	0.206E 00	00.849E-01	00.223E-01	00.319E-02	00.228E-03	00.105E-04 0
6.310	0.206E 00	00.835E-01	00.209E-01	00.259E-02	00.126E-03	00.209E-05 0
7.943	0.206E 00	00.826E-01	00.200E-01	00.227E-02	00.863E-04	00.751E-06 0
10.000	0.205E 00	00.820E-01	00.195E-01	00.209E-02	00.681E-04	00.394E-06 0

FATOR DE PROJETO 10.00

KO/KI	1.58	2.51	3.98	6.31	10.00	15.85
1.259	0.228E 00	00.136E 00	00.758E-01	00.431E-01	00.254E-01	00.153E-01 0
1.585	0.219E 00	00.122E 00	00.649E-01	00.354E-01	00.204E-01	00.122E-01 0
1.995	0.214E 00	00.108E 00	00.501E-01	00.242E-01	00.130E-01	00.753E-02 0
2.512	0.211E 00	00.972E-01	00.372E-01	00.137E-01	00.596E-02	00.314E-02 0
3.162	0.209E 00	00.909E-01	00.291E-01	00.731E-02	00.195E-02	00.750E-03 0
3.981	0.207E 00	00.872E-01	00.247E-01	00.442E-02	00.576E-03	00.959E-04 0
5.012	0.206E 00	00.849E-01	00.223E-01	00.319E-02	00.228E-03	00.105E-04 0
6.310	0.206E 00	00.835E-01	00.209E-01	00.259E-02	00.126E-03	00.209E-05 0
7.943	0.206E 00	00.826E-01	00.200E-01	00.227E-02	00.863E-04	00.751E-06 0
10.000	0.205E 00	00.820E-01	00.195E-01	00.209E-02	00.681E-04	00.394E-06 0