

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E ELETRÔNICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Guilherme Schwambach

**Modelagem da malha de controle de um eixo da máquina de corte de tecido
multicamadas**

Florianópolis

2024

Guilherme Schvambach

**Modelagem da malha de controle de um eixo da máquina de corte de tecido
multicamadas**

Trabalho de Conclusão do Curso de Graduação em Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Mauricio V. Ferreira da Luz, Dr.

Florianópolis

2024

Ficha catalográfica gerada por meio de sistema automatizado gerenciado pela BU/UFSC.
Dados inseridos pelo próprio autor.

Schvambach, Guilherme

Modelagem da malha de controle de um eixo da máquina de corte de tecido multicamadas / Guilherme Schvambach ; orientador, Mauricio Valencia Ferreira da Luz, 2024.
89 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico,
Graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2024.

Inclui referências.

1. Engenharia Elétrica. 2. Modelagem da malha de controle de um eixo da máquina de corte de tecido multicamadas. I. Luz, Mauricio Valencia Ferreira da . II. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

Guilherme Schwambach

Modelagem da malha de controle de um eixo da máquina de corte de tecido multicamadas

Este Trabalho Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de “Bacharel em Engenharia Elétrica” e aceito, em sua forma final, pelo Curso de Graduação em Engenharia Elétrica.

Florianópolis, 18 de dezembro de 2024.



Documento assinado digitalmente

Miguel Moreto

Data: 19/12/2024 15:30:10-0300

CPF: ***,850.100-**

Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

Prof. Miguel Moreto, Dr.
Coordenador do Curso de Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:



Documento assinado digitalmente

Mauricio Valencia Ferreira da Luz

Data: 19/12/2024 12:51:39-0300

CPF: ***,926.969-**

Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina



Documento assinado digitalmente

Jean Vianei Leite

Data: 19/12/2024 16:05:28-0300

CPF: ***,474.909-**

Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

Prof. Jean Vianei Leite, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina



Documento assinado digitalmente

GEOVANE ROMEU RIBEIRO

Data: 19/12/2024 13:47:24-0300

CPF: ***,838.499-**

Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

Prof. Geovane Romeu Ribeiro, M.Sc.
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina

Este trabalho é dedicado ao meu pai, Mauro, e minha mãe, Solene, que sempre me proporcionaram ótimas condições e a minha namorada, Evelim, que é a menina dos meus olhos e me faz melhor a cada dia.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, por oferecer professores gabaritados para ministrar as disciplinas de controle e ao professor Mauricio pela orientação durante o processo de elaboração deste trabalho.

Agradeço ao meu colega de trabalho, André, por indicações de autores e por apoiar a iniciativa da elaboração de um modelo para o equipamento e ao Adriano por permitir a elaboração deste trabalho com base em um equipamento de linha.

Agradeço aos meus pais, Mauro e Solene, por me apoiarem durante todos os anos de esforço e dedicação que culminaram neste trabalho de conclusão de curso.

Por fim, agradeço à minha namorada, Evelim, que esteve ao meu lado nos altos e baixos e sempre me ajudou a superar os desafios desta jornada.

“Por mais complexo que algo pareça, sempre é possível reduzi-lo a uma função transferência”. (SCHVAMBACH, 2024)

RESUMO

Neste trabalho são apontados os principais tópicos para elaboração de um projeto para máquina de corte de tecido multicamadas, trazendo informações importantes para a modelagem da malha de controle do eixo Z, um dos eixos responsáveis pelo movimento da faca dentro do material cortado. O projeto inicia após verificar quantos eixos serão controlados simultaneamente e, com isso em mente, um controlador compatível deve ser estipulado. Este controlador é o cérebro do equipamento e, portanto, precisa ter capacidade de controle e processamento compatível com a aplicação. Após a definição do controlador, o próximo passo é estipular os inversores e servodrivens utilizados. Geralmente servodrivens são utilizados para movimentos precisos em que o encoder pode, ou não, ser incorporado ao próprio eixo do motor em construção única, já os inversores são utilizados em aplicações onde o torque ou a velocidade são as funções principais e o posicionamento possui tolerância maior se comparado com servodrivens. Em seguida, uma breve referência aos tipos de controlador de erro e às constantes de erro é fornecida, trazendo as principais características dos controladores proporcional (P), proporcional-integrativo (PI) e proporcional-integrativo-derivativo (PID) e como as constantes de erro de posição (KP), velocidade (KV) e aceleração (KA) se relacionam com a resposta. O foco então se torna em modelar o eixo Z, trazendo abordagens de autores renomados da área como Ogata e Bishop. Para elaborar o modelo, os autores propõem técnicas analíticas e práticas que, quando unidas ao experimento empírico, permitem a elaboração de um modelo viável para a aplicação. O modelo é submetido a testes no simulador Octave, que gera entradas do tipo degrau, rampa e parábola, para analisar o comportamento do PID em malha fechada com a função transferência do eixo. O fabricante do CLP fornece documentação para auxiliar na obtenção das constantes de erro, utilizadas para adequar dinamicamente os ganhos do controlador PID integrado ao controlador de eixo. Por fim, é trazida para a teoria as constantes de erro obtidas através deste método, mostrando o comportamento do modelo para os valores obtidos empiricamente com o intuito de validar a teoria proposta.

Palavras-chave: Máquina de corte de tecido multicamadas; PID; Ganho; Erro; Malha de controle.

ABSTRACT

In this work, the main topics for designing a multilayer fabric cutting machine project are outlined, providing important information for modeling the control loop of the Z-axis, one of the axes responsible for the knife's movement within the cut material. The project begins by determining how many axes will be controlled simultaneously, and, with this in mind, a compatible controller must be chosen. This controller serves as the brain of the equipment and, therefore, must have control and processing capabilities suited to the application. After defining the controller, the next step is to specify the inverters and servo drives to be used. Servo drives are generally employed for precise movements, where the encoder may or may not be integrated into the motor's shaft as a single construction. Inverters, on the other hand, are used in applications where torque or speed are the primary functions, and positioning has greater tolerance compared to servo drives. Subsequently, a brief reference is made to the types of error controllers and error constants, highlighting the main characteristics of proportional (P), proportional-integrative (PI), and proportional-integrative-derivative (PID) controllers. It also explains how position error constants (KP), speed error constants (KV), and acceleration error constants (KA) relate to the system's response. The focus then shifts to modeling the Z-axis, presenting approaches by renowned authors in the field, such as Ogata and Bishop. To develop the model, the authors propose analytical and practical techniques that, when combined with empirical experimentation, enable the creation of a viable model for the application. The model is subjected to tests in the Octave simulator, which generates step, ramp, and parabolic inputs to analyze the behavior of the PID in a closed-loop system with the axis's transfer function. The PLC manufacturer provides documentation to assist in obtaining the error constants, which are used to dynamically adjust the gains of the PID controller integrated into the axis controller. Finally, the error constants obtained through this method are incorporated into the theory, demonstrating the model's behavior based on the empirically obtained values to validate the proposed theory.

Keywords: Multilayer fabric cutting machine; PID; Gain; Error; Control loop.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Máquina de corte à laser para fibra.....	18
Figura 2 - Máquina de corte de camada única.....	19
Figura 3 - Máquina de corte multicamadas.	19
Figura 4 - Exemplo de plano de corte para máquinas camada única ou multicamadas.	20
Figura 5 - Cerda para máquina de corte multicamadas.	21
Figura 6 - Esteiras de uma máquina de corte multicamadas.	22
Figura 7 - Ponte, cabeça de corte e sistema de coordenadas.	22
Figura 8 - Cabeça de corte.....	23
Figura 9 - Movimento correto de entrada da faca em qualquer material.	24
Figura 10 - Sentido permitido para o movimento da faca.	24
Figura 11 - Sentido de movimento proibido durante a entrada e corte.	25
Figura 12 - Circuito fechado de um servo acionamento.....	26
Figura 13 - Estrutura básica de um CLP.....	30
Figura 14 - Entradas e saídas do CLP utilizado (P71 - módulo principal).....	31
Figura 15 - Entradas e saídas do CLP utilizado (P59 - módulo adicional).	32
Figura 16 - PNCTools 5 para parametrização do controlador.....	33
Figura 17 - Circuito fechado com função transferência H.	34
Figura 18 - Simplificação do sistema de controle para ramo único.	34
Figura 19 - Equação de transferência com dependência unicamente da saída.....	35
Figura 20 - Diagrama de blocos do sistema completo.....	35
Figura 21 - Amplificador operacional com realimentação negativa.	36
Figura 22 - Circuito de posicionamento de um servo acionamento.	41
Figura 23 - Diagrama de blocos de um servo acionamento.	42
Figura 24 - Representação do circuito para servo acionamento com fatores de amortecimento e frequência natural.	44
Figura 25 – Resposta ao degrau de sistemas superamortecidos, amortecidos e não amortecidos.	45
Figura 26 - Eixo Z (Motor e sistema de transmissão).	46
Figura 27 - Eixo Z (Motor e sistema de transmissão - detalhes).....	46
Figura 28 - Eixo Z (carga - detalhes 1).....	47
Figura 29 - Eixo Z (carga - detalhes 2).....	48
Figura 30 - Transferência do movimento para a carga do eixo Z.....	49

Figura 31 - Sistema do eixo Z simplificado.	50
Figura 32 - Variação da velocidade angular.	53
Figura 33 - Raízes do sistema para diferentes valores de K.	56
Figura 34 - Diagrama de bloco simplificado do servoacionamento Omron G5.	57
Figura 35 - Atraso do servoacionamento Omron durante a aceleração e desaceleração.	60
Figura 36 - Comportamento do eixo conforme a variação do ganho de posição e do ganho de velocidade.	61
Figura 37 - Curva toque e velocidade no decorrer do movimento do eixo Z.	62
Figura 38 – Tempo de parada para o servo motor Omron G5 400W a 300 rpm.	62
Figura 39 - Diagrama de blocos com PID e função transferência do sistema do servodriver com o controlador de eixo.	63
Figura 40 - Movimento oscilatório após <i>overshoot</i>	66
Figura 41 - Região desejada para posicionamentos dos polos dominantes do sistema no plano complexo.	67
Figura 42 – Resposta do sistema a uma entrada tipo degrau.	71
Figura 43 - Resposta do sistema uma entrada tipo rampa.	71
Figura 44 - Resposta do sistema a uma entrada tipo parábola.	72
Figura 45 - Sistema submetido a uma perturbação.	73
Figura 46 - Resposta modelo projetado a uma perturbação do tipo degrau unitário.	75
Figura 47 - Resposta ao degrau para T(s) corrigido.	77
Figura 48 - Resposta a perturbação degrau para TD(s) corrigido.	77
Figura 49 - Janela de configuração do eixo Z.	80
Figura 50 - Resultado prático do sistema de controle com ganhos obtidos através da metodologia sugerida pelo fabricante.	82
Figura 51 - Simulação do sistema prático em software.	83

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Relação do ganho do amplificador com o erro.....	37
Tabela 2 - Erros em relação ao degrau, rampa e aceleração.....	40
Tabela 3 - Rigidez do eixo com base no tipo de acionamento.	59
Tabela 4 - Efeito de alterações no K_P , K_I e K_D em controladores PID a partir da resposta ao degrau.	64
Tabela 5 - Ganhos de um PID utilizando Ziegler-Nichols em malha fechada através do ganho final K_U e período de oscilação P_U	64
Tabela 6 - Comparativo de resultados.	84
Tabela 7 - Comparativo de ganhos.	85
Tabela 8 - Comparativo de funções transferência.	85

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	OBJETIVOS	17
1.1.1	Objetivo Geral.....	17
1.1.2	Objetivos Específicos	17
2	DEFINIÇÃO DE MÁQUINA DE CORTE DE TECIDO MULTICAMADAS.	18
2.1	NOMENCLATURA DAS PARTES DE UMA MÁQUINA DE CORTE MULTICAMADAS	21
2.2	COMO OCORRE O CORTE EM UMA MÁQUINA MULTICAMADAS.....	23
3	DEFINIÇÃO DA QUANTIDADE DE EIXOS	26
3.1	SERVOACIONAMENTOS	26
3.1.1	Eixo V.....	27
3.1.2	Eixo Z.....	27
3.1.3	Eixo Y.....	27
3.1.4	Eixo X.....	28
3.2	INVERSORES E MOTORES POR INDUÇÃO.....	28
3.2.1	Eixo Va.....	28
3.2.2	Eixo C e A.....	29
3.2.3	Eixo T.....	29
4	DEFININDO O CONTROLADOR	29
5	PROGRAMAÇÃO DOS EIXOS VIA CNC.....	32
5.1	MALHA DE CONTROLE	33
5.1.1	Malha de controle para sistemas de servo acionamentos	35
5.1.1.1	<i>Configuração do Controlador PID $G_c(s)$ para Correção de Posicionamento</i>	<i>36</i>
5.1.1.2	<i>Controle de posicionamento K_P, K_V e K_A.....</i>	<i>40</i>
5.1.1.3	<i>Modelagem do equipamento $G(s)$.....</i>	<i>41</i>

5.1.1.4	<i>Definindo os parâmetros de $G(s)$</i>	45
5.1.2	Procedimento de autotuning	56
5.2	MÉTODOS DE OBTENÇÃO DE PARÂMETROS DE MALHA PARA O CONTROLADOR DE EIXO	62
5.2.1	Resposta do modelo à perturbação	72
5.3	CALIBRANDO OS EIXOS	78
6	APLICAÇÃO PRÁTICA	79
7	COMPARANDO RESULTADOS	84
8	CONCLUSÃO	87
	REFERÊNCIAS	88

1 INTRODUÇÃO

Historicamente, a produção de vestuário, iniciada com a produção de peças nas alfaiatarias, era um processo completamente manual repassado de gerações em gerações e tinha um grande valor, pois cada peça era feita sob medida para seu dono (Nunes; Menezes, 2015).

Com a revolução industrial, a invenção de maquinário à vapor e hidráulico trouxe mais agilidade ao processo produtivo, permitindo aos produtores a fabricação de peças de vestuário com rapidez e qualidade. Posteriormente, passaram a se consolidar fábricas destinadas unicamente à produção de vestuário, utilizando linhas de produção automatizada, aumentando ainda mais a capacidade de produção se comparado com os estágios anteriores da indústria têxtil.

No século passado, as fábricas incluíram em seu parque todo o processo produtivo de peças para o vestuário. Neste ponto, o que antes era realizado individualmente para cada cliente, passa a ser realizado em grande escala através da padronização de tamanhos com base na média da população, sendo os tamanhos mais conhecidos, utilizados até hoje, pequeno (P), médio (M) e grande (G) (Capelassi, 2013).

Este processo consistia no recebimento dos rolos de tecido de um fornecedor terceiro ou, em alguns casos especiais, o abastecimento do material era realizado pelo próprio proprietário da fábrica de roupas. O material era esticado sobre uma mesa onde eram feitas várias camadas do mesmo material, da mesma cor ou cores diferentes, para que os cortadores realizassem o corte das peças de acordo com as marcações do desenhista. A junção de todos os cortes fazia centenas de peças de vestuário e eram vendidos à população por preços mais atrativos quando comparados às roupas de alfaiataria.

No entanto, uma característica prevalecia até então, o corte de todas as peças era feito manualmente. O processo de corte manual é moroso e com grande incidência de erros, uma vez que o desempenho do cortador no início da manhã era muito diferente do final do dia.

Pensando neste aspecto, empresas de tecnologia observaram um mercado a ser explorado, o de máquinas de corte automático para tecidos. O corte automático traz a solução para os problemas encontrados na operação humana do corte, uma vez que o equipamento produz igualmente todos os dias do ano e entrega o material cortado com qualidade superior quando comparado ao corte executado pelo humano.

Tais equipamentos demandam aplicações de robótica e, portanto, sistemas de controle que atendam às necessidades de qualidade, velocidade e precisão vem sendo cada vez mais

requeridos para a entrega de um produto final exemplar e que se sobressaia aos concorrentes do mesmo ramo.

Sistemas de controle garantem ao equipamento capacidade de pensar por conta própria, por exemplo, um eixo com malha fechada possui capacidade de executar movimentos pré-programados para partir de um ponto A para um ponto B com a maior velocidade durante o movimento e a maior precisão durante a parada. Estas são características básicas de um sistema de controle bem projetado.

No decorrer deste trabalho serão apresentadas diversas abordagens para elaboração de um modelo matemático que reflita as principais características de um dos eixos de uma máquina de corte automático multicamadas. Tal modelo é peça fundamental para melhoria da malha de controle real do sistema, garantindo, além do ambiente empírico, uma ferramenta analítica para elaboração de sistemas mais robustos e confiáveis para execução do processo de corte.

Primeiro, será abordado as condições de contorno do projeto e as limitações físicas impostas pela aplicação da máquina de corte na indústria têxtil. Segundo, uma caracterização dos sistemas de controle para execução da tarefa com a qualidade e velocidade que o setor demanda, para isso, o controlador adequado é o PID uma vez que oferece características robustas de controle em malha fechada. Com o controlador definido, é possível relacionar as constantes de erro ao controlador de eixo e realizar um paralelo do desempenho do equipamento com a variação destas constantes.

Nas seções seguintes, uma abordagem prática é realizada, trazendo características reais do sistema e comparando com os valores obtidos inicialmente para o modelo através da abordagem de autores renomados da área. Por fim, os ganhos do controlador são estimados utilizando valores reais para calcular as características do modelo, utilizando o meio de aquisição empírico para maior fidelidade à realidade.

A última seção traz os resultados práticos do sistema de controle com ganhos obtidos através de método sugerido pelo fabricante do controlador de eixo, as curvas demonstradas buscam comprovar a qualidade do modelo proposto e proporcionar uma leitura acadêmica das características reais de sistemas de controle aplicados em uma máquina de corte automática multicamadas.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Estabelecer um paralelo entre a máquina de corte automático multicamada projetada e fundamentar sua parte teórica/científica a fim de possibilitar melhorias na estrutura de comando do equipamento através de conceitos de controle aplicados às estruturas de CLP.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Conceitualizar a definição de máquina de corte multicamada;
- Apresentar características de contorno do projeto mostrando a quantidade de eixos e como cada um deve responder aos comandos;
- Abordar as principais características teóricas de controle de posição angular para o eixo Z;
- Apresentar resultados teóricos através de simulação em software;
- Mostrar resultados práticos da aplicação da teoria;
- Apresentar simulação com valores práticos obtidos após a finalização do projeto;

Este trabalho é dividido em capítulos, sendo este primeiro capítulo uma introdução. O capítulo dois caracteriza a máquina de corte automática de tecido multicamadas, o capítulo três mostra as principais características dos eixos controlados. Enquanto o capítulo quatro aborda a caracterização do controlador de eixo utilizado, o capítulo cinco une os pontos tratados anteriormente com o intuito de definir uma malha de controle para a posição do eixo Z. Trazendo para a prática, o capítulo seis aponta o comportamento do eixo Z para os ganhos obtidos empiricamente através do método proposto pelo fabricante do controlador de eixo. Na sequência, o capítulo sete faz um comparativo entre os dados práticos e os analíticos. Por fim, o capítulo oito apresenta a conclusão do trabalho.

2 DEFINIÇÃO DE MÁQUINA DE CORTE DE TECIDO MULTICAMADAS

Máquinas de corte em geral são utilizadas em diversos segmentos da indústria e operam com o intuito de produzir peças de tamanhos e formas variadas. O princípio de funcionamento pode variar entre algumas formas, sendo as mais comuns: laser, jato pressurizado, disco de corte, faca circular e faca vibratória.

Os equipamentos com o princípio de funcionamento laser podem cortar diversos tipos de material, variando entre fibra, vidro, metal, entre outros. Na Figura 1 é apresentado um modelo de máquina de corte à laser para fibra.

Figura 1 - Máquina de corte à laser para fibra.



Fonte: Han'S Laser (2024).

Geralmente máquinas de corte à laser possuem limitação na quantidade de folhas do material que podem ser cortadas simultaneamente, fazendo com que estes equipamentos possuam um tempo de produção elevado por unidade. Além disso, altas temperaturas estão associadas ao processo do corte, o que limita os tipos de materiais passíveis de serem cortados nestes equipamentos.

Portanto, antes de desenvolver algum tipo de equipamento, é necessário delimitar qual tipo de material será cortado. Para tecidos à base de algodão, por exemplo, é recomendado os tipos: disco, faca circular ou faca vibratória (Audaces, 2019).

As máquinas de corte com disco ou faca circular também possuem limitação na quantidade de camadas de material, sendo o limite geralmente menor que dez folhas. Este tipo de equipamento geralmente é utilizado para cortar tecidos estampados ou de alto valor agregado, como peças para helicópteros ou aviões, desta forma o que a empresa busca não é a

produtividade, mas sim a qualidade do corte e redução do impacto de erros. Este tipo de equipamento é conhecido com Single Layer ou Camada Única e para a qual é dado um exemplo na Figura 2 (Audaces, [2018]).

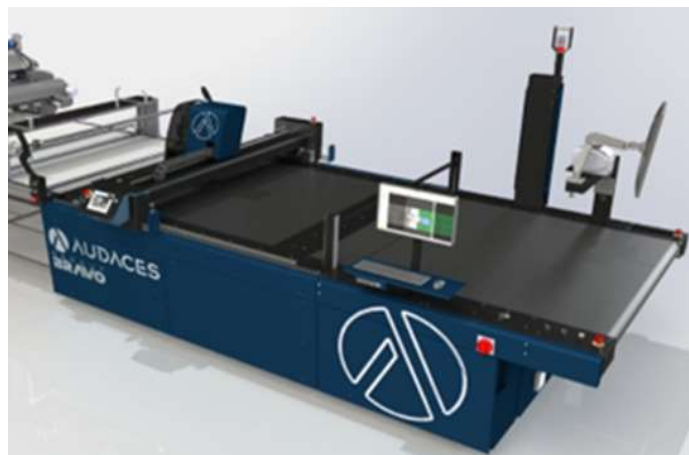
Figura 2 - Máquina de corte de camada única.



Fonte: Audaces (2024).

Quando o objetivo passa a ser a quantidade de peças produzidas em menor tempo, é possível utilizar mais máquinas de camada única ou efetuar a troca para máquinas de corte de tecido multicamadas. Estes equipamentos entregam uma produtividade muito maior que máquinas de camada única, pois permitem ao usuário empilhar várias camadas do mesmo material ou não e cortá-las ao mesmo tempo, contudo, costumam possuir maior valor agregado, sendo adequadas para fábricas que possuam demanda para tais equipamentos. Um exemplo de máquina de corte multicamadas é dado na Figura 3 (Audaces, 2019).

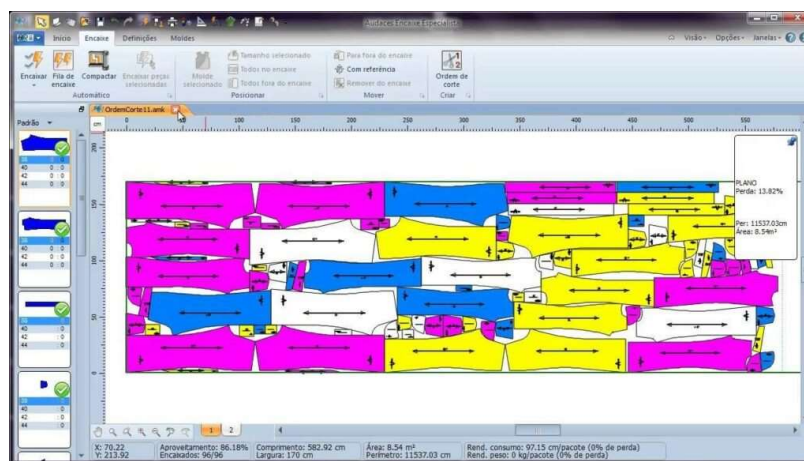
Figura 3 - Máquina de corte multicamadas.



Fonte: Audaces (2024).

Comparando todos os tipos de máquina, verifica-se que elas operam de maneira similar. Basicamente a área de corte é delimitada em coordenadas cartesianas, gerando um plano XY, conforme mostrado na Figura 4. Este plano é normalmente chamado de plano de corte, encaixe¹ ou nest². Os encaixes são enviados para as máquinas de corte e em seguida o material é cortado pelo dispositivo de corte.

Figura 4 - Exemplo de plano de corte para máquinas camada única ou multicamadas.



Fonte: Audaces (2024).

A largura do equipamento é determinada pela largura dos materiais disponíveis no mercado. Para o corte de tecidos como jeans ou moletom, por exemplo, existem rolos comerciais de até 2,20 m de largura e comprimentos variados, ou seja, enquanto a largura dos materiais determina a largura do equipamento, o comprimento do equipamento determina o comprimento de cada janela de corte. Uma janela de corte possui determinada quantidade de moldes³ em seu interior e, quando o corte é finalizado, a próxima janela avança para dentro da área de corte através de um sistema de esteiras.

Com isso em mente, é possível determinar uma estrutura mínima de acionamentos e adotar uma nomenclatura para cada parte do equipamento que será utilizada durante todo este trabalho.

¹ A palavra “encaixe” é referenciada ao processo realizado pelos softwares de plano de corte que “encaixam” os moldes de forma a garantir o melhor aproveitamento do material, por isso os arquivos gerados ficaram conhecidos como “encaixes”. Este termo é mais utilizado em indústrias que cortam tecidos.

² “Aninhamento” em português, o processo de “nesting” se refere a agrupar os moldes de maneira a garantir o melhor aproveitamento do material. Este termo é mais utilizado em indústrias que cortam MDF.

³ Moldes são itens responsáveis por completarem uma peça. Na indústria de roupas cada PEÇA de roupa é separada em diversos MOLDES. A manga é um molde, a frente da camiseta é um molde, quando ocorre a união de duas mangas, uma frente e uma costas é produzida uma camiseta básica, ou seja, uma PEÇA de roupa.

2.1 NOMENCLATURA DAS PARTES DE UMA MÁQUINA DE CORTE MULTICAMADAS

Como mencionado anteriormente, máquinas de corte multicamadas possuem a capacidade de entregar grande quantidade de peças em pouco tempo se comparadas com outros equipamentos de corte automático. Elas possuem nomenclaturas para cada acionamento conhecidas em toda a indústria têxtil e são cruciais para determinar quais acionamentos serão utilizados em cada situação específica.

Quando o material é posicionado e está pronto para o corte ele está na “esteira de corte” ou “conveyor”. Este é composto por um tapete de cerdas confeccionadas de uma liga polimérica específica que equilibra a dureza para sustentar o material e a flexibilidade para permitir que a faca passe por entre os fios da cerda. As cerdas precisam sustentar, além do peso do material, uma pressão negativa de até 150 mbar, esta pressão que é responsável por manter o material fixo firmemente sobre as cerdas enquanto a faca executa o corte do material. A cerda utilizada é a mostrada na Figura 5.

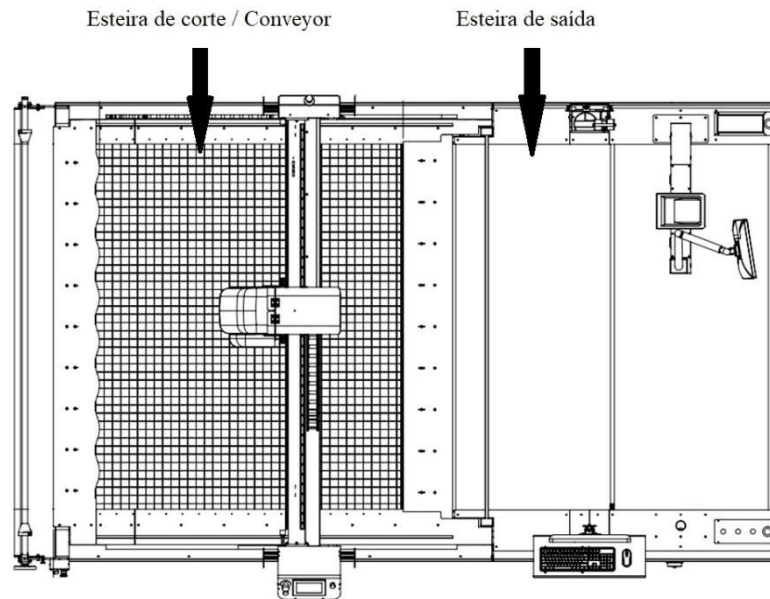
Figura 5 - Cerda para máquina de corte multicamadas.



Fonte: Audaces (2024).

Após ser cortado, o material é movido para a esteira de saída, que é composta por um tapete liso, e fica disponível para retirada e separação pelos operadores da máquina. As esteiras mencionadas estão identificadas na Figura 6.

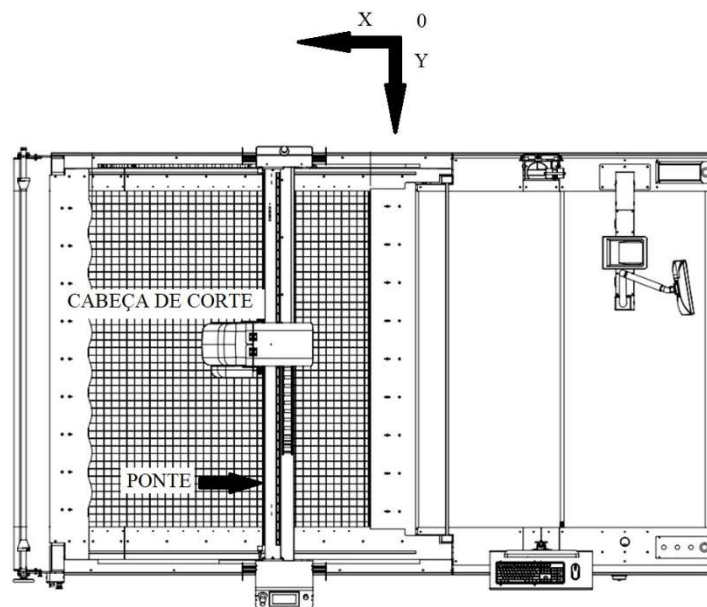
Figura 6 - Esteiras de uma máquina de corte multicamadas.



Fonte: adaptado de Audaces (2024).

Para realizar o corte, a máquina precisa movimentar a ponte e a cabeça de corte. Cada parte possui um nome específico e está associada a um eixo do plano cartesiano. A ponte está para o eixo X, assim como a cabeça de corte está para Y, como mostrado na Figura 7.

Figura 7 - Ponte, cabeça de corte e sistema de coordenadas.

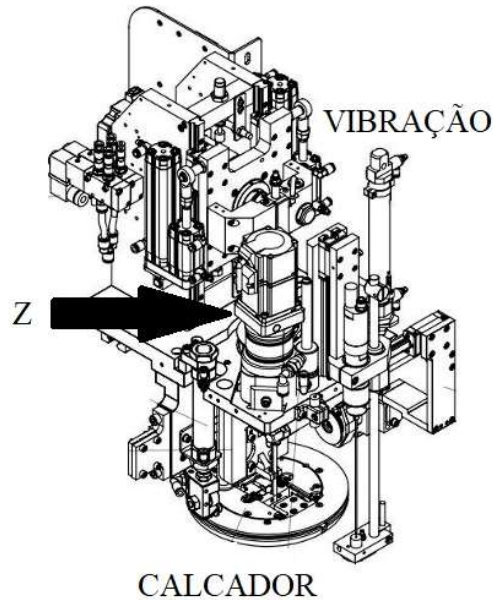


Fonte: adaptado de Audaces (2024).

Por fim, o sistema responsável por realizar o corte do material é composto por 3 principais componentes: a vibração, que mantém a faca subindo e descendo em velocidade

variável; o eixo Z, que é responsável por rotacionar a faca na direção desejada do corte; o calcador, que dá sustentação para a faca enquanto ela está dentro do material. Os três componentes são apresentados na Figura 8.

Figura 8 - Cabeça de corte.



Fonte: adaptado de Audaces (2024).

Com todos estes componentes definidos, é possível seguir para a explicação de como funciona o corte em uma máquina de corte automática multicamadas.

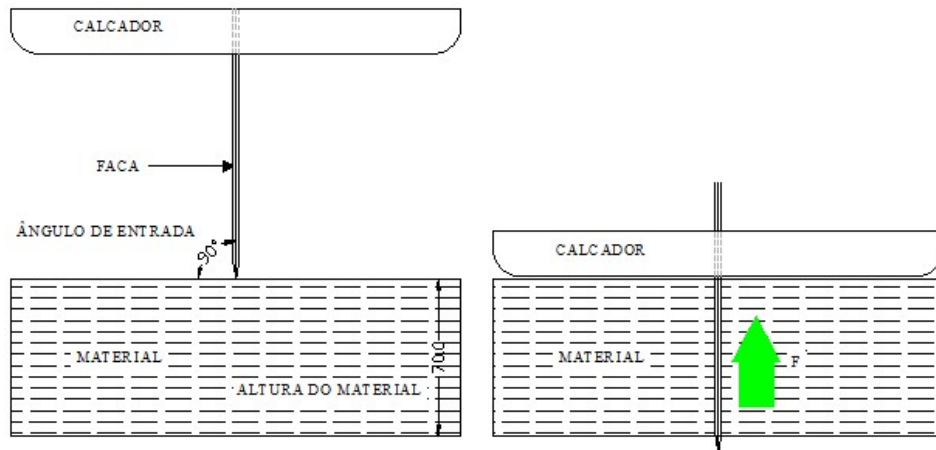
2.2 COMO OCORRE O CORTE EM UMA MÁQUINA MULTICAMADAS

O corte de mais de uma camada é possível devido a utilização de uma faca muito afiada que vibra em altas velocidades, comumente acionada através de um servo motor que varia sua velocidade até 4500 rpm. A faca deve se movimentar unicamente na vertical, para isso a transmissão do movimento giratório do motor para a faca é feita através de uma biela, algo muito semelhante ao sistema observado em motores a combustão. Todo este sistema deve ser guiado através do chamado calcador⁴ até se encontrar com o tecido para garantir que a ponta da

⁴ Peça mecânica que possui a finalidade de guiar a faca até o ponto mais próximo ao material cortado, geralmente confeccionado em material pouco aderente, como alumínio ou inox, para garantir o menor atrito entre esta peça e o material cortado. No calcador estão peças mecânicas projetadas que visam reduzir o atrito da faca com o guia.

faca esteja ortogonal ao plano do tecido. Na Figura 9 é exemplificado o movimento esperado de entrada da faca no material e a força F resultante do movimento.

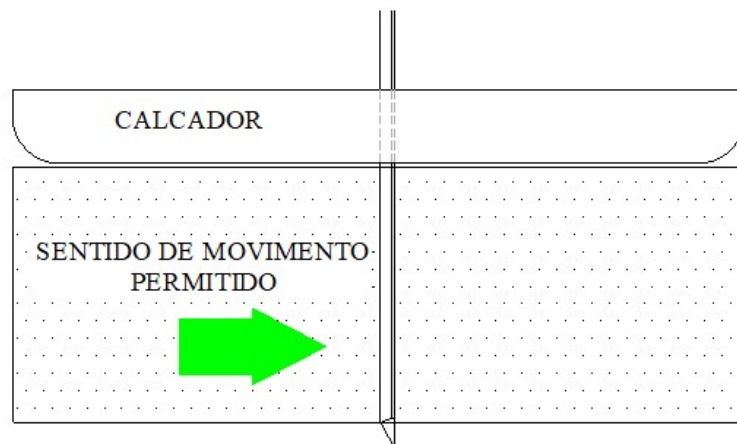
Figura 9 - Movimento correto de entrada da faca em qualquer material.



Fonte: autor.

Este mesmo padrão de entrada é esperado durante todo o corte do material, ou seja, em todo o momento a faca precisa ser posicionada de maneira vertical ao plano do material com baixa tolerância lateral e todo o movimento deve ser realizado do gume para a traseira da faca. Na Figura 10 é mostrado o sentido esperado do movimento da faca enquanto entra ou já dentro do material, sendo este do gume para a traseira, já na Figura 11 é demonstrado o sentido proibido de movimento, ou seja, não deve mover-se lateralmente. A sinalização de pontos ou traços reforça a demonstração do sentido de movimento.

Figura 10 - Sentido permitido para o movimento da faca.



Fonte: autor.

Figura 11 - Sentido de movimento proibido durante a entrada e corte.



Fonte: autor.

Caso a faca entre no material com ângulo alterado ou o ângulo sofra grave alteração durante o processo de corte, o processo de cisalhamento ou deformação do material iniciará até o ponto crítico, onde ocorre a ruptura da faca e o sistema de proteção mecânico deve entrar em ação, comumente chamado de fusível mecânico. Este item é projetado para suportar uma carga X e deve romper (não deformar) caso a força ultrapasse o ponto crítico.

Para evitar que ocorram movimentos indesejados ou em sentidos proibidos durante o corte, todos os eixos da máquina precisam operar de maneira síncrona em uma determinada direção, ou seja, precisam interpolar⁵ entre si.

É importante se atentar que, máquinas de corte multicamadas também possuem limitações para determinados tipos de materiais, kevlar ou fibra de vidro precisam de cuidado extra durante seu corte por terem elevada gramatura⁶, consequentemente, o coeficiente de atrito associado ao movimento realizado pela faca vibratória é elevado se comparado com materiais com densidades mais baixas, como o caso de alguns tipos de moletom ou malhas em geral. Desta forma, existe a necessidade de diminuir a quantidade de camadas de determinados materiais para que o corte seja executado corretamente e não ocorra a quebra de componentes mecânicos.

⁵ No sentido do texto, a interpolação representa o movimento simultâneo de todos os eixos da máquina para determinada posição pré-programada, de maneira ordenada e progressiva. Quando a máquina executa cortes retos, apenas um dos eixos interpola e os demais são mantidos fixos; para curvas ou círculos os eixos X, Y e Z interpolam simultaneamente para garantir o movimento adequado.

⁶ Densidade do material [g/m^2].

3 DEFINIÇÃO DA QUANTIDADE DE EIXOS

Uma das partes mais importantes da concepção do projeto de um equipamento consiste na definição da quantidade de eixos que serão controlados. Para a máquina de corte em questão já há um conceito bem estruturado.

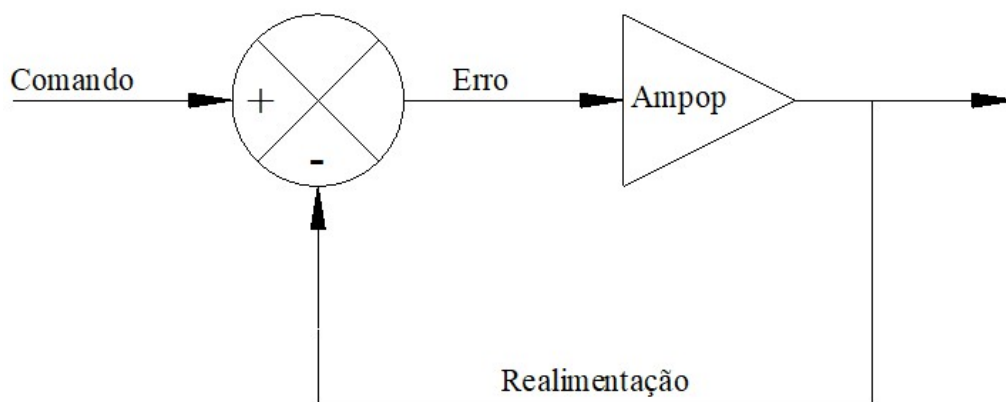
Existem modelos no mercado que utilizam usualmente entre 7 e 9 motores. No equipamento em questão serão controlados 8 motores, dos quais, 1 obrigatoriamente por indução, 4 servomotores e os 3 restantes são variáveis, pois não possuem uma função com características específicas e podem ser alterados caso a demanda surja.

Neste caso, quando há possibilidade de escolha, desde que a parte técnica seja atendida, o principal fator que é levado em consideração é o custo associado ao eixo completo.

3.1 SERVOACIONAMENTOS

Os servoacionamentos são utilizados em sistemas que demandam uma resposta rápida com baixo erro. Segundo Younkin (2003) o servo mecanismo é um sistema que funciona com base no feedback negativo que gera uma saída escrava à entrada. Basicamente, estes sistemas possuem dois elementos: um somador, que fará a soma do comando e da resposta para gerar um erro e um amplificador que multiplica o erro gerado e realimenta o sistema a fim de buscar o equilíbrio. A Figura 12 mostra o circuito básico de um sistema realimentado.

Figura 12 - Circuito fechado de um servo acionamento.



Fonte: adaptado de Younkin (2003).

Neste sentido é correto afirmar que o uso de servo motores é adequado sempre que movimentos com precisão, velocidade e rampas de aceleração curtas são necessárias, pois o sistema sempre buscará zerar o erro.

Como mencionado anteriormente, 4 acionamentos deste tipo são utilizados no equipamento e tem suas funções bem definidas, cada um controlando um tipo de carga diferente que serão chamadas de X, Y, Z e V.

3.1.1 Eixo V

O eixo V é responsável pelo movimento de vibração do equipamento. Este eixo opera no modo de velocidade e não possui controle de posição, portanto, seu controlador precisa garantir apenas que o sistema se mantenha estável em velocidades de até 4500 rpm, também há pouca carga associada ao eixo, fazendo com que o controle seja simples, bastando que haja resposta da execução do movimento e a velocidade que é executado.

3.1.2 Eixo Z

Enquanto o eixo V mantém a faca vibrando, o eixo Z a posiciona na direção que se deseja o corte, ou seja, o ângulo permitido do movimento. Este eixo opera em velocidades elevadas e precisa possuir o controle de posição, ou seja, sua resposta é dada via controle de posição através de um encoder acoplado diretamente ao eixo do motor para garantir que a transmissão do movimento seja imediata. Uma das vantagens deste eixo está relacionada a capacidade de girar infinitamente para qualquer lado, e desta forma, há menor risco associado ao movimento se comparado com os próximos. Devido a sua importância, o controle de posição do eixo Z será o foco de modelagem deste trabalho.

3.1.3 Eixo Y

O eixo Y possui carga considerável, conseqüentemente tem momento de inércia maior que os anteriores. Assim como o eixo Z, o Y trabalha com uma malha fechada de resposta para posicionamento. Por possuir carga considerável, seu movimento é mais lento e com rampas mais conservadoras, garantindo que o sistema possa operar sem excesso de esforço.

3.1.4 Eixo X

Este é o eixo com maior carga associada, pois tem a função de movimentar todas as cargas anteriores. Assim como os eixos Y e Z, o X opera com sistema de posicionamento e movimento ainda mais cadenciado se comparado com os demais.

3.2 INVERSORES E MOTORES POR INDUÇÃO

Motores por indução são escolhidos sempre que a aplicação demanda torque elevado com velocidade variável e com pouca ou nenhuma necessidade de controle de posicionamento.

Segundo Mohan, Undeland e Robbins (2003) o controle da velocidade de um motor por indução é realizado através do controle da frequência do estator mantendo características de torque até a velocidade nominal. Portanto, para o controle de motores por indução é possível utilizar inversores de frequência que, por definição, tem o objetivo de produzir uma saída sinusoidal em que a magnitude e a frequência podem ser controladas.

Como mencionado anteriormente, há um eixo que demanda o uso de um motor por indução controlado por inversor devido as aplicações práticas. Para os eixos variáveis foram utilizados motores de indução acionados por inversores e são chamados A, C, T, Va.

3.2.1 Eixo Va

O eixo Va possui necessidade de operar com grande torque, e para isso é utilizado um motor de indução de grande porte (para os padrões do equipamento) que é responsável por gerar uma área de vácuo constante em um curto período de tempo. Este eixo não possui controle de posição e opera com a utilização de controle PID⁷ interno do inversor para manter o vácuo desejado na saída. O valor de vácuo é informado através de protocolo Modbus RS485 para o inversor que por sua vez ajusta a saída de acordo com a intensidade desejada. O feedback é dado através de um sensor de vácuo que gera uma saída em tensão analógica que é interpretada pelo sistema de controle do inversor.

⁷ O controlador PID (Proporcional-Integrativo-Derivativo) é um sistema robusto que funciona com base na resposta negativa a partir da saída do sistema, esta saída gera um erro quando comparada com a entrada do sistema, este por sua vez é processado pelo controlador e enviado corrigido para a saída.

3.2.2 Eixo C e A

Os eixos C e A são responsáveis pelo movimento das esteiras do equipamento. São utilizados motores de indução de pequeno porte associados a dois inversores que recebem a resposta de posicionamento de um encoder localizado na esteira controlada pelo eixo C. O posicionamento correto das esteiras não pode ser garantido sem a incorporação de um servo, o que aumentaria o custo de cada eixo em ao menos 3x, portanto, foram adotadas medidas de controle via software para adequar os demais componentes a limitação imposta pela aplicação. O comando destes acionamentos é realizado através de uma saída analógica que gera um nível de tensão mapeado para cada velocidade desejada, e com base neste nível há uma saída em velocidade para o motor.

3.2.3 Eixo T

O eixo T é composto por um motor de pequeno porte e um inversor e possui a função de movimentar o equipamento (por inteiro) dentro da planta onde está instalado. O movimento é realizado utilizando trilhos presos ao solo, semelhante ao que é utilizado na movimentação de transformadores em subestações. Não há controle de posição nesta aplicação e o posicionamento é realizado manualmente da forma que mais agrada o operador.

4 DEFININDO O CONTROLADOR

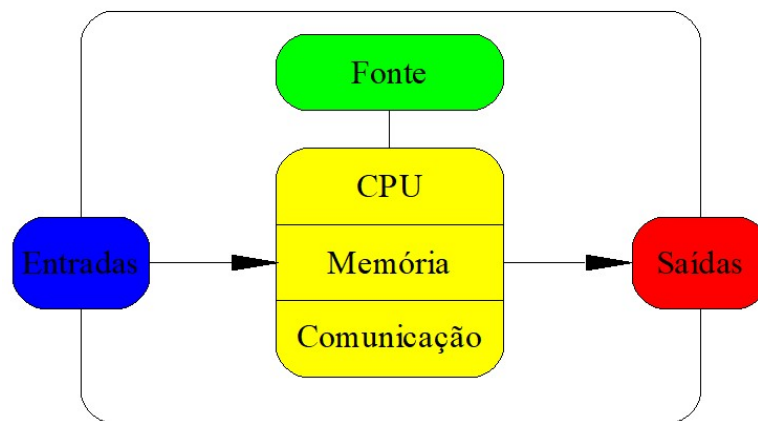
O Controlador Lógico Programável (CLP) ou, do inglês, Programmable Logic Controller (PLC) é um dispositivo projetado para operar no meio industrial, pois, diferente de controladores convencionais, possui entradas e saídas especiais e uma linguagem de programação especial (PETRUZELLA, 2005).

Com base no apontado acima, o controlador escolhido deve pelo menos possuir capacidade para controlar os cinco eixos com resposta de posicionamento e três eixos com resposta de velocidade. É importante ressaltar que cada CLP possui programação própria, desta forma, dificilmente um código escrito em um modelo será utilizado em sua totalidade no outro modelo.

Segundo Petruzella (2005), a estrutura básica de um CLP é composta por uma ou mais fontes caso o CLP tenha capacidade para saídas e entradas diversas, o CPU equipado com um

processador que por sua vez requer um módulo de memória para armazenamento dos comandos, além disso, o módulo CPU é responsável por organizar a comunicação entre os módulos, ligado ao CPU há ainda os módulos I/O para recepção de sensores, encoder, envio de comandos, entre outros, e o módulo de comunicação para tratar do envio de dados externos. Na Figura 13 está exemplificada a estrutura básica de um CLP.

Figura 13 - Estrutura básica de um CLP.



Fonte: adaptado de Petruzella (2005).

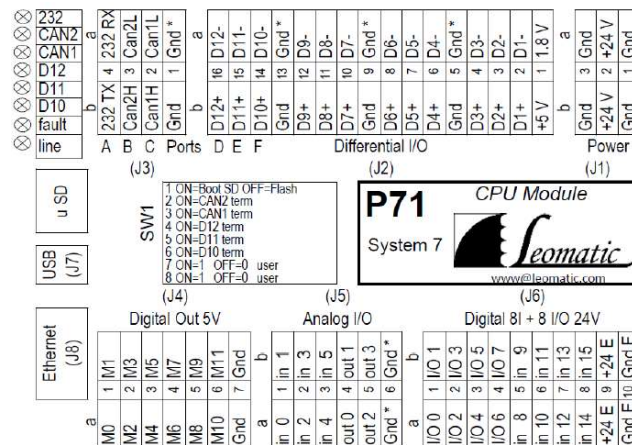
Os controladores ainda são encontrados em formato de módulo único, que possuem em seu corpo principal todos os módulos mencionados anteriormente. Comumente estes dispositivos tem capacidade para adição de módulos I/O adicionais, já outros modelos são completamente modulares, possuindo em seu corpo principal apenas o módulo de comunicação, sendo os módulos adicionais acoplados através de comunicação própria ou em protocolos conhecidos.

Para o equipamento em questão, foi escolhido um CLP que possui integrado em seu corpo principal doze entradas com polos positivos e negativos para encoder de 0V a 5V, destas, as entradas 10, 11 e 12 podem ser configuradas como comunicação modbus RS485⁸ para comunicação entre dispositivos periféricos, dez I/O analógicas de 0V a 10V para controles de velocidade e recepção de sensores analógicos, das quais seis são entradas e quatro são saídas, quinze I/O digitais 24V para receber resposta de sensores digitais e acionamento de comandos,

⁸ RS485 é um protocolo de comunicação serial multiponto mais robusto e permite a comunicação a longas distâncias.

uma RS232⁹ bem como uma entrada micro USB, além de porta de comunicação CanBus¹⁰ Serial para comunicação entre as placas. Juntamente com o módulo principal, foram utilizadas duas placas I/O digitais 24V adicionais com dezesseis entradas e dezesseis saídas. Estes módulos são acionados exclusivamente pelo módulo principal através da comunicação CanBus. A Figura 14 apresenta um esquemático de todas as ligações possíveis para a placa principal e a Figura 15 mostra as entradas adicionais controladas pelo módulo principal.

Figura 14 - Entradas e saídas do CLP utilizado (P71 - módulo principal).

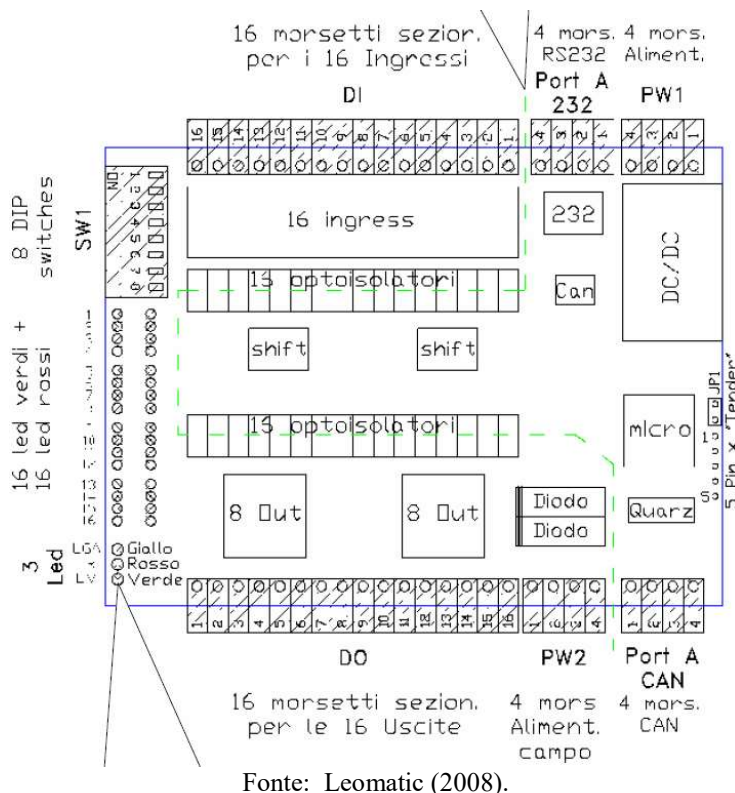


Fonte: Leomatic (2023).

⁹ RS232 é um protocolo de comunicação serial ponto-a-ponto para envio de dados.

¹⁰ CanBus é um protocolo de comunicação robusto para transmissão de dados em ambientes ruidosos, grandemente empregado no meio fabril.

Figura 15 - Entradas e saídas do CLP utilizado (P59 - módulo adicional).



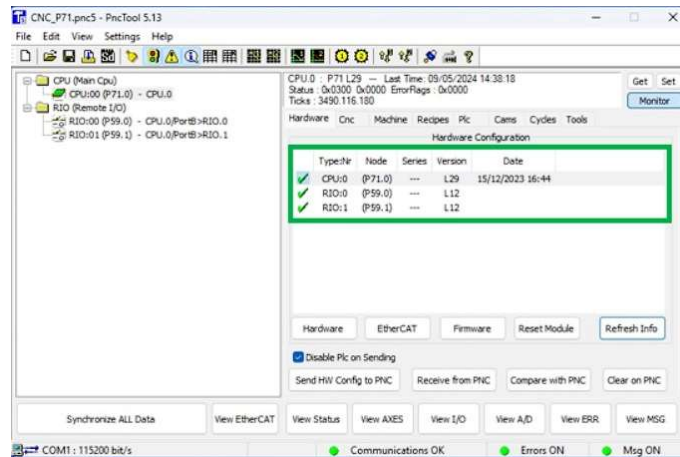
Com esta configuração é possível controlar completamente o equipamento e ainda manter portas sobressalentes para caso haja a necessidade de expansão de sensoriamento sem a necessidade de adequação do projeto principal. É de boa prática em qualquer projeto sempre manter entradas e saídas a mais, pois a inclusão de mais componentes no quadro elétrico gera retrabalho tanto para o projeto elétrico quanto para o mecânico e nem sempre é possível alocar mais componentes de forma segura no quadro ou outras áreas.

5 PROGRAMAÇÃO DOS EIXOS VIA CNC

A programação do CLP é realizada em linguagem própria em que é identificado o comportamento de cada entrada e saída através de um arquivo chamado .clp, já as instruções de distância, malha de controle e ganhos são armazenados em um arquivo .cnc.

Para garantir que o eixo opere de maneira correta e não colida com os limites físicos, é importante que o engenheiro responsável realize alguns passos diretamente no software de controle do controlador chamado PNCTools, conforme Figura 16. Para o controlador em questão a versão compatível é a 5, onde também são indicadas as placas inclusas no projeto.

Figura 16 - PNCTools 5 para parametrização do controlador.



Fonte: autor.

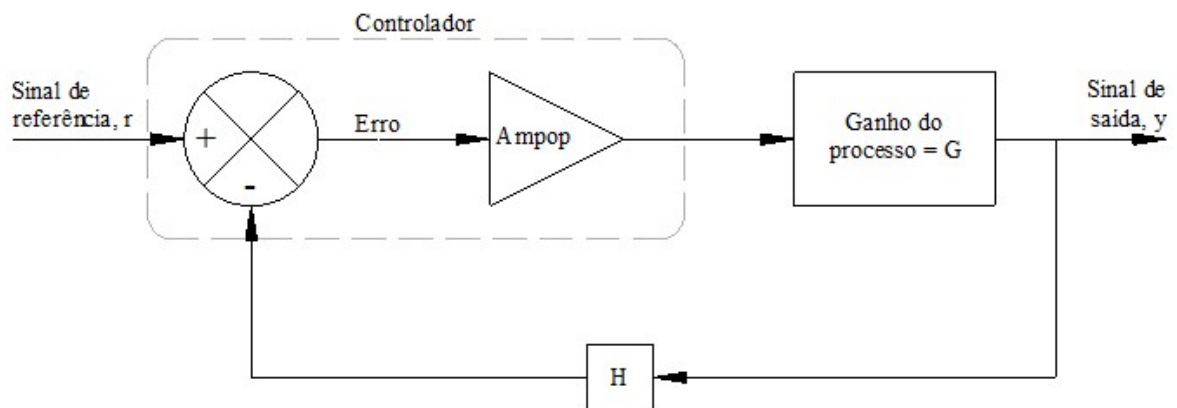
Note que no caso deste equipamento, foram necessárias duas placas de expansão de saídas e uma placa principal.

5.1 MALHA DE CONTROLE

Os primeiros passos a serem tomados quando se deseja realizar o ajuste da malha de controle de um sistema é entender como o controlador recebe a resposta, como a malha é fechada e qual arquitetura é utilizada: proporcional (P), proporcional derivativo (PD), proporcional integrativo (PI) ou proporcional integrativo derivativo (PID). Cada arquitetura possui parâmetros específicos e controlam partes específicas do funcionamento do movimento do eixo.

O diagrama de blocos típico do sistema foi apresentado na Figura 12. Adicionando uma função transferência ainda desconhecida para a resposta, tem-se o circuito mostrado na Figura 17.

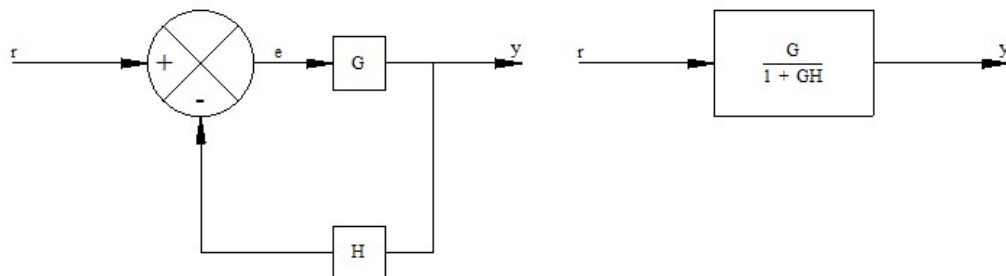
Figura 17 - Circuito fechado com função transferência H.



Fonte: adaptado de Hughes e Drury (2013).

A função H é responsável por transformar a grandeza que se deseja controlar em uma resposta em tensão para que seja comparada com a entrada de referência (HUGHES; DRURY, 2013). A partir deste circuito é possível simplificar o sistema para que se tenha um ramo único conforme apontado na Figura 18.

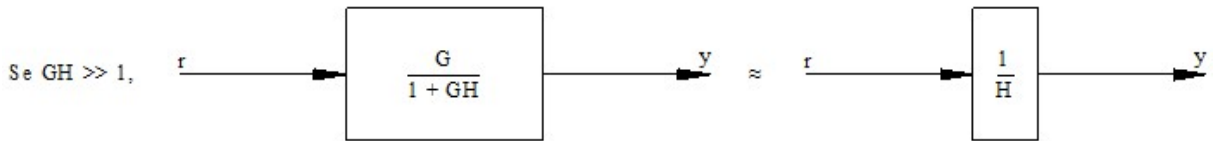
Figura 18 - Simplificação do sistema de controle para ramo único.



Fonte: adaptado de Hughes e Drury (2013).

Assumindo que o produto GH é muito maior que 1, é possível simplificar ainda mais o sistema de controle, fazendo com que ele dependa unicamente da resposta recebida a partir da saída do sistema, assim como mostrado na Figura 19.

Figura 19 - Equação de transferência com dependência unicamente da saída.



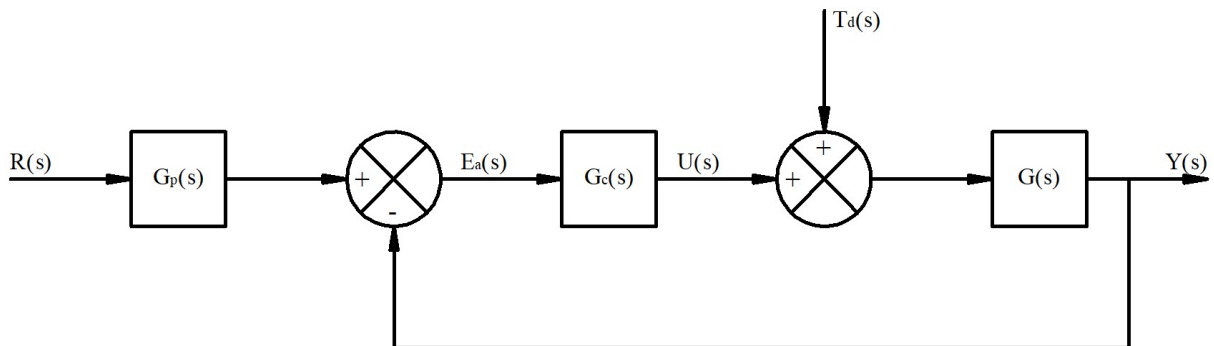
Fonte: adaptado de Hughes e Drury (2013).

5.1.1 Malha de controle para sistemas de servo acionamentos

A malha de controle em servo acionamentos precisa garantir a estabilidade e a resposta rápida em todas as situações. Neste sentido a união do controle PID e do controle de erro de acordo com a entrada ao degrau, rampa e parábola é a melhor maneira de conseguir estes aspectos.

Um controlador robusto garante a mitigação de ruídos eventualmente incluídos no sistema. Segundo Dorf e Bishop (2016), a inclusão de um sinal indesejado pode ser realizada através da soma de um sinal $T_D(s)$ à saída do PID, conforme a Figura 20.

Figura 20 - Diagrama de blocos do sistema completo.



Fonte: adaptado de Dorf e Bishop (2016).

Sendo:

$G_P(s)$ – A função transferência do processo realizado pelo equipamento

$G_C(s)$ – A função transferência do controlador

$G(s)$ – A função de transferência do sistema

Para definir $G_P(s)$ é necessário elaborar uma função transferência que traduza o movimento sob um guia linear. Esta característica se aplica aos eixos X e Y, enquanto para o eixo Z o movimento é simplesmente giratório.

Em seguida, é necessário definir a função do controlador $G_C(s)$. Neste caso será utilizado o controlador PID, uma vez que é o controlador incorporado ao CLP escolhido e é através dele que ocorrerá a mitigação do erro do sistema e , conseqüentemente, a correção de posicionamento.

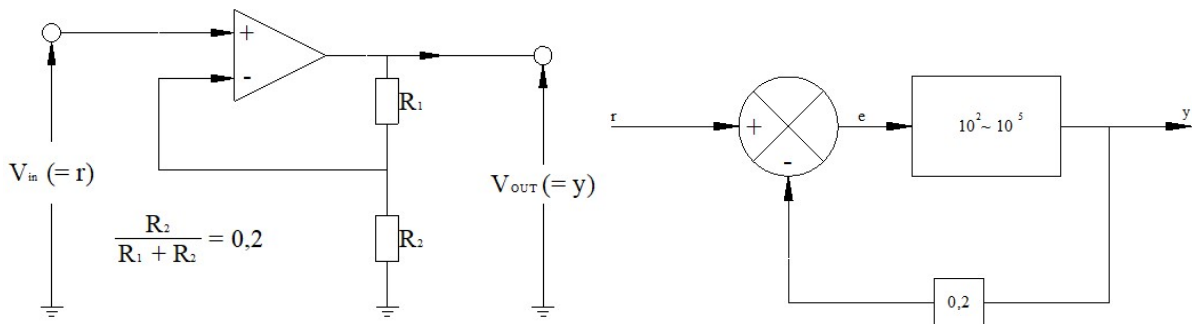
Na sequência, estipula-se uma função que traduza o equipamento visando garantir que características inerentes da aplicação sejam abordadas, trazendo o tempo de resposta do conjunto CLP e servo driver como principais características.

Por fim, a inclusão do ruído $T_D(s)$ garantirá que o controlador consegue contornar variações no sinal de entrada e entregar uma saída consistente e, principalmente, estável.

5.1.1.1 Configuração do Controlador PID $G_C(s)$ para Correção de Posicionamento

Uma das maneiras de tratar o erro de um sistema fechado é utilizando um amplificador operacional com realimentação negativa, como o mostrado na Figura 21.

Figura 21 - Amplificador operacional com realimentação negativa.



Fonte: Hughes e Drury (2013).

Tabela 1 ilustra um comparativo da redução do erro com o aumento do ganho do amplificador operacional.

Tabela 1 - Relação do ganho do amplificador com o erro.

Ganho direto	Fator de feedback, H	Ganho da malha, GH	1 + GH	Ganho de malha fechada, G/(1+ GH)
100	0,2	20	21	4,7619
1000	0,2	200	201	4,9751
10,000	0,2	2000	2001	4,9975

Fonte: traduzido de Hughes e Drury (2013).

Com este circuito, chamado controlador proporcional, é possível ter resultados consistentes que fazem o erro cair para amplitudes pequenas, neste caso, a magnitude do erro depende unicamente do ganho do amplificador operacional, quanto maior o ganho, menor o erro. Assim, é natural buscar uma solução com ganho infinito ou o maior possível, e seu comportamento é dado pela equação 1.

$$y(t) = K_p \cdot e(t) \quad (1)$$

Sendo:

K_p Ganho proporcional

$e(t)$ Erro do sinal

Aplicações de precisão, como o caso da máquina de corte automática para tecidos, toleram erros muito pequenos, tendendo à zero na maioria dos movimentos realizados. Neste caso, segundo Hughes e Drury (2013), o controlador integral pode ser uma solução já que tem o objetivo de zerar o erro de repouso, ou seja, ele visa melhorar a resposta do sistema quando ele finaliza o comando. Neste caso, se há uma entrada contínua o erro tende à zero já que o ganho aumenta sempre que uma entrada diferente de zero é detectada. A equação 2 apresenta este conceito.

$$y(t) = K_I \cdot \int e(t) dt \quad (2)$$

Sendo:

K_I Variação da rampa integrativa (ganho do integrador)

$e(t)$ Erro do sinal

Caso o ganho fique muito alto, o sistema pode adquirir um comportamento oscilatório e se tornar instável. A instabilidade é sempre indesejada em sistemas de controle, pois seu comportamento se torna imprevisível e tende a gerar problemas graves caso partes mecânicas com grande massa estejam envolvidas (HUGHES; DRURY, 2013).

Observando o tipo de resposta do controlador proporcional, verifica-se que a resposta é obtida imediatamente após quaisquer alterações na entrada, em contrapartida, tem-se um ganho limitado pela capacidade do amplificador operacional. A saída para este problema é utilizar um controlador integral. No entanto, apesar deste sistema possuir ganhos elevados, seu tempo de resposta tende a ser lento por depender de saídas passadas do circuito. Por este motivo é muito comum encontrar controladores do tipo Proporcional-Integral (PI), que possuem o melhor de cada controlador (HUGHES; DRURY, 2013). Para este controlador tem-se a equação 3.

$$y(t) = K_p \cdot e(t) + K_I \cdot \int e(t)dt \quad (3)$$

Sendo:

K_p Ganho proporcional

K_I Variação da rampa integrativa (ganho do integrador)

$e(t)$ Erro do sinal

Com esta equação é simples avaliar que a variação do ganho proporcional gerará uma saída mais rápida para determinado erro e que a parte integrativa terá um pequeno *overshoot* devido ao atraso de sua resposta.

Para contornar as variações que o integrador possa gerar, alguns controladores incluem também um diferenciador, que tem a principal função de reduzir as oscilações causadas pelo integrador (HUGHES; DRURY, 2013), motivo pelo qual se tem a sigla PID.

Este controlador garante características muito importantes para o controle de servo acionamentos, pois demonstra resposta rápida para o início do movimento através do ganho proporcional, erro zerado ou muito baixo durante o movimento e a garantia que o *overshoot* será normalizado em poucos ciclos. É importante se atentar que o *overshoot* ocorrerá, independente da inclusão da parte derivativa ou não.

Para Petruzella (2005), o controlador PID é amplamente utilizado na indústria se comparado com os demais tipos de controle devido à sua capacidade de zerar o erro com

velocidade e precisão e produz saídas que dependem da magnitude, duração e variação do erro do sinal de entrada. Quaisquer variações são tratadas rapidamente. O comportamento do controlador PID é determinado pela equação 4.

$$g_c(t) = K_P \cdot e(t) + K_I \cdot \int e(t)dt + K_D \cdot \frac{de(t)}{dt} \quad (4)$$

Sendo:

K_P Ganho proporcional

K_I Variação da rampa integrativa (ganho do integrador)

K_D Ganho derivativo

$e(t)$ Erro do sinal

Conhecendo a equação que rege o controlador PID, e trazendo a equação para o domínio da frequência para facilitar sua interpretação e modulação, tem-se as equações 5 e 6.

$$G_c(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (5)$$

$$G_c(s) = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} \quad (6)$$

Aplicando ganho zero na equação 6 para a parte derivativa, tem-se um controlador PI convencional com um polo na origem e um zero em $-\frac{K_I}{K_P}$.

Agora, isolando K_D , tem-se a equação 7 (DORF; BISHOP, 2016):

$$G_c(s) = \frac{K_D \cdot (s^2 + As + B)}{s} = \frac{K_D \cdot (s + z_1) \cdot (s + z_2)}{s} \quad (7)$$

Sendo:

$$A = \frac{K_P}{K_D}$$

$$B = \frac{K_I}{K_D}$$

O controlador PID garante o controle da resposta do sistema e quando combinado com o erro de posicionamento (K_P), velocidade (K_V) e aceleração (K_A) fornece todas as ferramentas necessárias para garantir a operação correta de servo acionamentos.

5.1.1.2 Controle de posicionamento K_P , K_V e K_A

O controle de posicionamento (K_P), velocidade (K_V) e aceleração (K_A) se referem ao erro de posicionamento do sistema quando diferentes entradas são enviadas. K_P para o degrau, K_V para a rampa e K_A para a parábola, ou seja, a partir do momento que o transiente finaliza, a entrada e a saída do sistema estarão na mesma velocidade, porém, com um erro na posição (OGATA, 1996). As equações 8, 9 e 10 mostram a proporção do erro em relação ao ganho do sistema e servirão para elaborar um diagrama de controle para o sistema.

$$Kp = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = G(0) \quad (8)$$

$$Kv = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) \quad (9)$$

$$Ka = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) \quad (10)$$

Cada constante possui função específica para calcular o erro de acordo com as entradas que recebem dependendo do tipo de sistema. A Tabela 2 traz o resumo do comportamento do erro para cada tipo de sistema mais comum.

Tabela 2 - Erros em relação ao degrau, rampa e aceleração.

	Entrada degrau $r(t) = 1$	Entrada rampa $r(t) = t$	Entrada de aceleração $r(t) = 1/2t^2$
Sistema tipo 0	$\frac{1}{1 + K_P}$	∞	∞
Sistema tipo 1	0	$\frac{1}{K_V}$	∞
Sistema tipo 2	0	0	$\frac{1}{K_A}$

Fonte: traduzido de Ogata (1996).

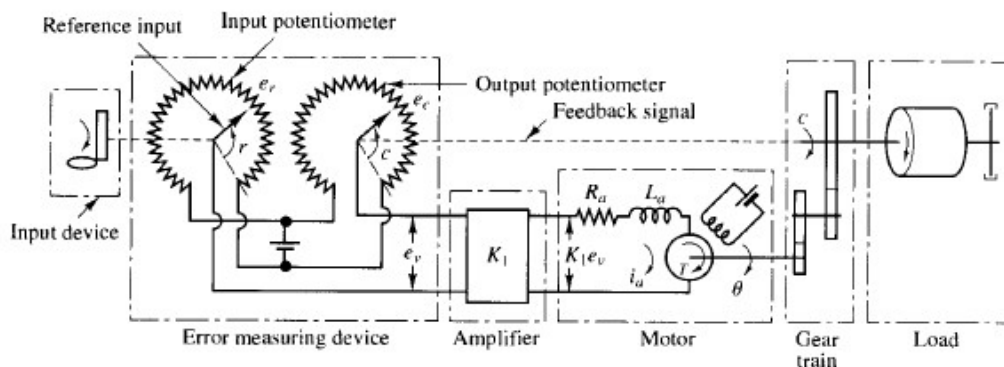
As constantes de erro traduzem a habilidade do sistema de resposta unitária de eliminar os erros de regime permanente (Ogata, 1996). Tais erros não são aceitáveis em sistemas de controle robusto de precisão e, portanto, sua mitigação é necessária durante a implementação de controladores de eixo. No entanto, é necessário tomar cuidado em seu uso, pois à medida que a precisão aumenta, a possibilidade de instabilidade cresce, e tal situação é mencionada por Ogata (1996) e garantida por Dorf e Bishop (2016).

5.1.1.3 Modelagem do equipamento $G(s)$

A modelagem do equipamento garante a robustez da resposta e é crucial para determinar seu comportamento para cada entrada. Contudo, os parâmetros do controlador não traduzem diretamente o comportamento esperado pelo projetista. Desta forma, é importante adotar uma metodologia para estimar os parâmetros mais adequados para a operação (DORF; BISHOP, 2016).

Contudo, Ogata (1996), oferece uma leitura sobre o comportamento de um servo acionamento levando em consideração as principais características físicas atreladas ao seu movimento giratório. Segundo o autor, o sistema pode ser resumido a uma leitura de erro partindo da diferença entre dois potenciômetros, os quais convertem as posições de entrada e saída em sinais elétricos legíveis pelo sistema. Tal circuito é mostrado na Figura 22.

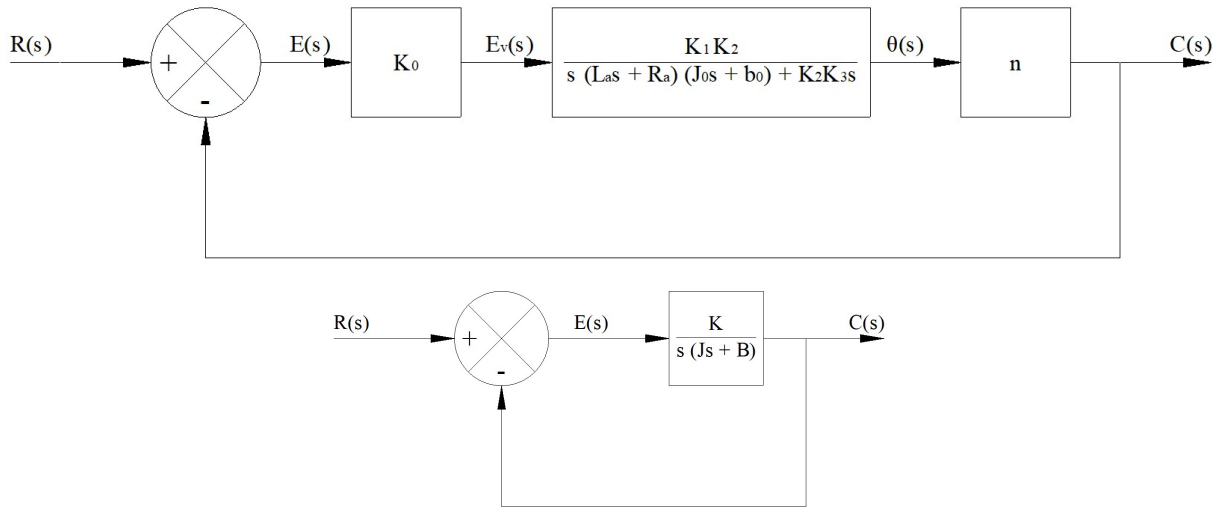
Figura 22 - Circuito de posicionamento de um servo acionamento.



Fonte: adaptado de Ogata (1996).

Para o qual é gerado o diagrama de blocos visto na Figura 23.

Figura 23 - Diagrama de blocos de um servo acionamento.



Fonte: adaptado de Ogata (1996).

Observando o diagrama de blocos simplificado, tem-se a equação 11, para a qual os coeficientes do diagrama original são multiplicados pelo inverso do quadrado da relação de transmissão n , ou seja, $\frac{1}{n^2}$, para que então estejam associados ao eixo do motor.

$$G(s) = \frac{K}{s \cdot (J s + B)} \quad (11)$$

Sendo:

$$J = \frac{J_0}{n^2} \quad \text{Momento de inércia associado ao eixo de saída}$$

$$B = \frac{b_0 + \frac{K_2 \cdot K_3}{R_a}}{n^2} \quad \text{Coeficiente de atrito viscoso associado ao eixo de saída}$$

$$K = \frac{K_0 \cdot K_1 \cdot K_2}{n \cdot R_a} \quad \text{Ganho do sistema}$$

Que conduz às equações 12, 13 e 14.

$$G(s) = \frac{K_m}{s \cdot (T_m s + 1)} \quad (12)$$

$$K_m = \frac{K}{B} \quad (13)$$

$$T_m = \frac{J}{B} = \frac{R_a \cdot J_0}{R_a \cdot b_0 + K_2 \cdot K_3} \quad (14)$$

Sendo:

$$\begin{aligned}
 J_0 & \quad \text{Coeficiente de inercia} \\
 R_a & \quad \text{Resistencia de armadura} \\
 b_0 + \frac{K_2 \cdot K_3}{R_a} & \quad \text{Coeficiente de atrito viscoso}
 \end{aligned}$$

Para o sistema da Figura 23, a função transferência do circuito fechado é dada pelas equações 15 e 16.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{J \cdot s^2 + B \cdot s + K} \quad (15)$$

Ou ainda:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K}{J}}{\left[s + \frac{B}{2 \cdot J} + \sqrt{\left(\frac{B}{2 \cdot J}\right)^2 - \frac{K}{J}} \right] \left[s + \frac{B}{2 \cdot J} - \sqrt{\left(\frac{B}{2 \cdot J}\right)^2 - \frac{K}{J}} \right]} \quad (16)$$

Neste caso os polos ficam evidentes, sendo complexos caso $B^2 - 4 \cdot J \cdot K < 0$, e reais caso $B^2 - 4 \cdot J \cdot K \geq 0$.

Segundo Ogata (1996), neste caso é muito conveniente analisar a resposta transiente escrevendo conforme equações 17 e 18.

$$\frac{K}{J} = \omega_n^2 \rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{K}{J}} \quad (17)$$

$$\frac{B}{J} = 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n = 2 \sigma \quad (18)$$

Sendo:

$$\begin{aligned}
 \sigma & \quad \text{Atenuação} \\
 \omega_n & \quad \text{Frequência natural não amortecida} \\
 \zeta & \quad \text{Fator de amortecimento}
 \end{aligned}$$

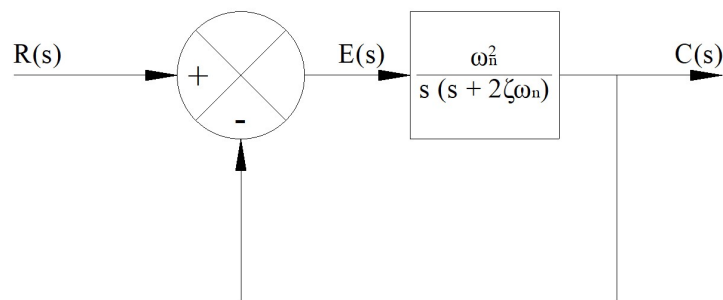
O fator de amortecimento pode ser escrito como a relação do amortecimento real B , com o amortecimento crítico B_c .

$$\zeta = \frac{B}{B_c} = \frac{B}{2\sqrt{JK}} \quad (19)$$

Com estas alterações a função transferência do circuito fechado pode ser escrita conforme a equação 20, chamada de função de transferência de segunda ordem geral (Onwubolu, 2005) e passa a ser representada conforme a Figura 24.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (20)$$

Figura 24 - Representação do circuito para servo acionamento com fatores de amortecimento e frequência natural.



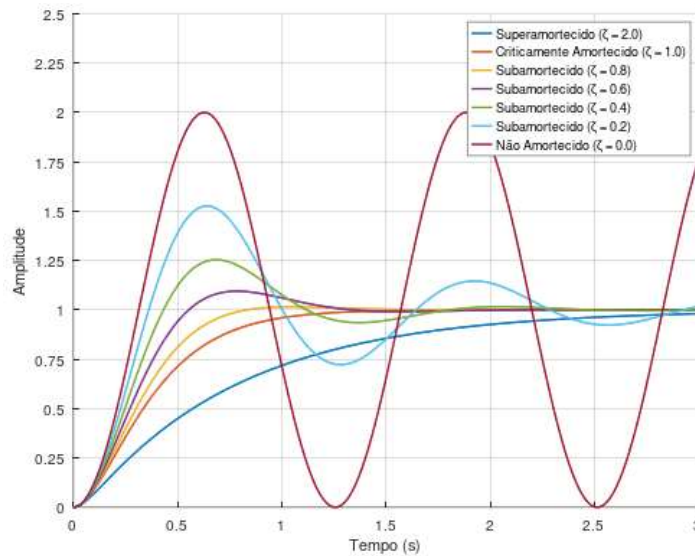
Fonte: adaptado de Ogata (1996).

Desta forma, a equação de malha fechada para o sistema de servo controlador será obtida a partir da equação 11, resultando na equação 21.

$$G(s) = \frac{K}{s \cdot (Js + B) + K} \rightarrow Y(s) = \frac{K}{Js^2 + Bs + K} \quad (21)$$

Ainda segundo Ogata (1996), o sistema tem característica oscilatória e está à esquerda do plano s caso $0 < \zeta < 1$. Se $\zeta = 1$ o sistema está criticamente amortecido. Se $\zeta > 1$ o sistema está superamortecido. Agora, se $\zeta = 0$ a resposta transitória não cessa. Isso é demonstrado na Figura 25.

Figura 25 – Resposta ao degrau de sistemas superamortecidos, amortecidos e não amortecidos.



Fonte: adaptado de Ogata (1996).

A partir desta dedução já é possível determinar o fator de amortecimento desejado, restando apenas determinar o valor adequado para a frequência natural ω_n .

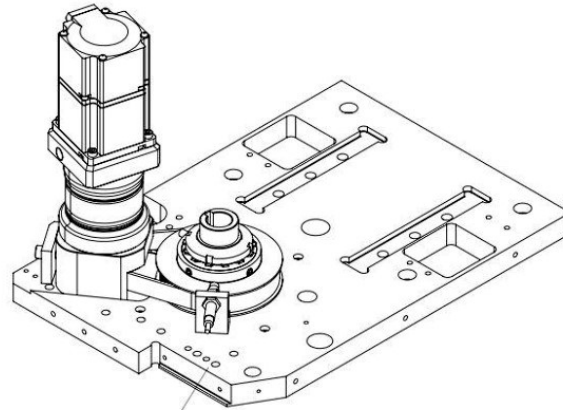
5.1.1.4 Definindo os parâmetros de $G(s)$

Conforme visto anteriormente, a modelagem do equipamento depende de características físicas de cada eixo controlado, as quais estão associadas principalmente ao movimento giratório realizado pelo servo motor.

Para validação do modelo será utilizado o eixo de menor carga associada, o eixo Z. Este eixo é constituído, além do servo motor e servo driver, por um redutor planetário 4:1 firmemente preso ao eixo do motor. No eixo do redutor há uma polia de 5 cm de diâmetro, a qual transmite o movimento para outra polia de 10 cm de diâmetro através de uma correia, que, por fim, possui uma carga de 7 kg em seu centro. Todo o sistema é guiado por rolamentos cônicos que possuem a função de reduzir o atrito viscoso, permitindo movimento consideravelmente mais livre se comparado com o sistema sem o rolamento.

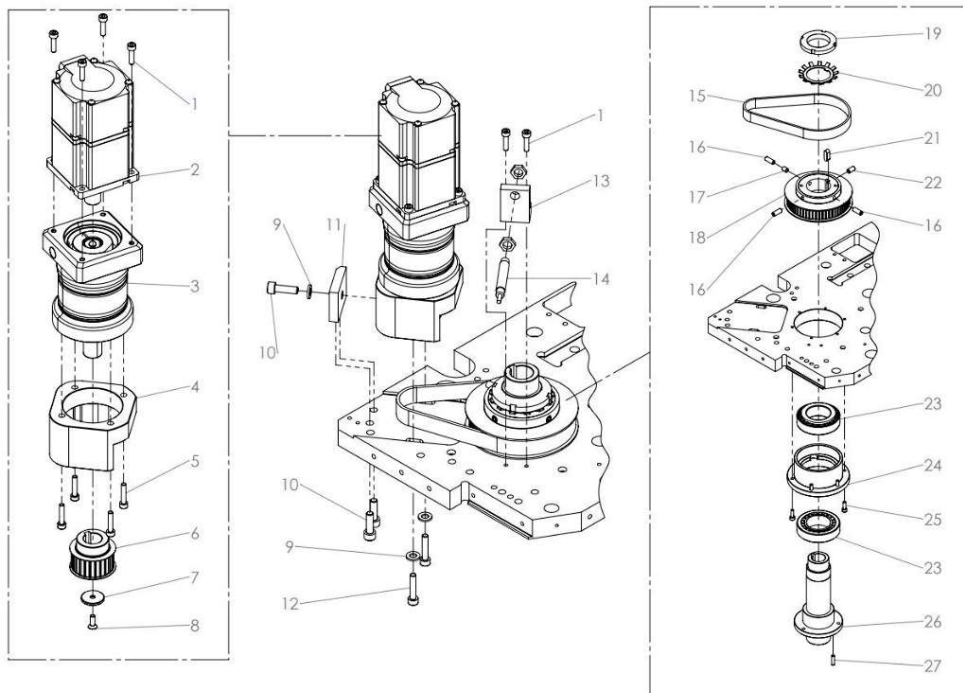
O sistema de transmissão eixo Z é visto na Figura 26 e demonstrado em detalhes na Figura 27.

Figura 26 - Eixo Z (Motor e sistema de transmissão).



Fonte: Audaces (2024).

Figura 27 - Eixo Z (Motor e sistema de transmissão - detalhes).



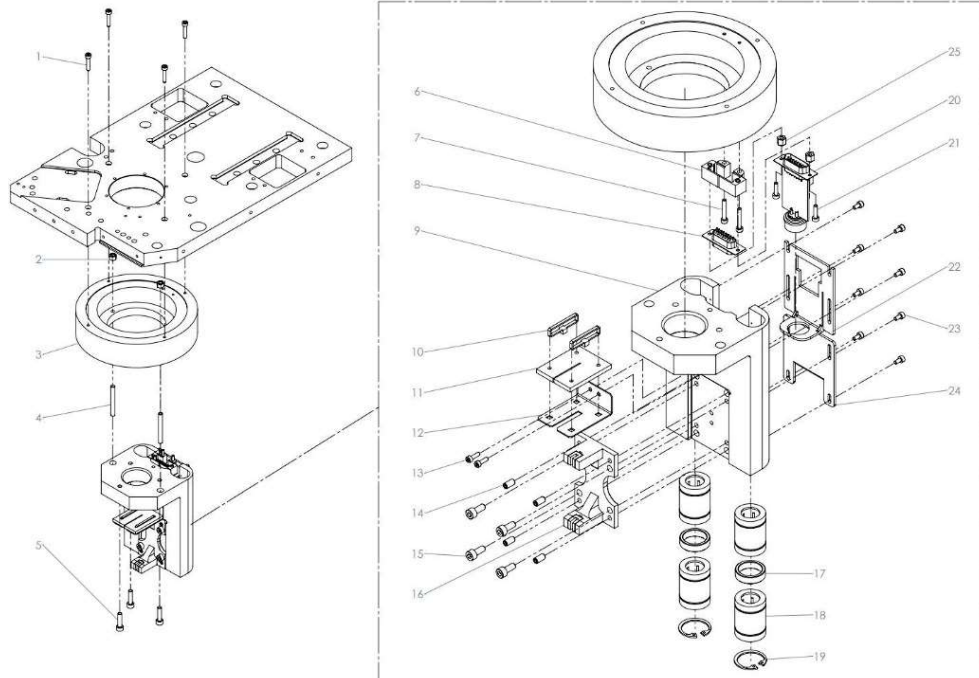
Fonte: Audaces (2024).

Sendo:

- 2 Servomotor
- 3 Redutor epicicloidal
- 6 Polia 1
- 15 Correia sincronizadora
- 18 Polia 2
- 26 Eixo principal

A carga, iniciada no eixo principal, possui componentes de maior massa e que são indicados nas legendas. A carga é demonstrada em detalhes na Figura 28 e Figura 29.

Figura 28 - Eixo Z (carga - detalhes 1)



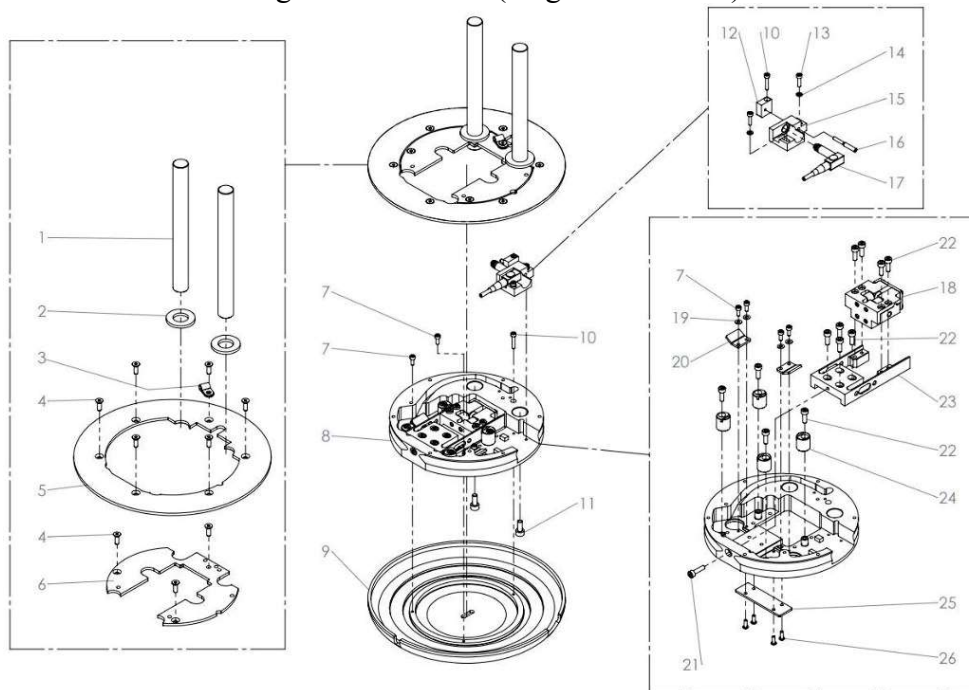
Fonte: Audaces (2024).

Sendo:

9 Suporte calcador

16 Guia da faca

Figura 29 - Eixo Z (carga - detalhes 2)



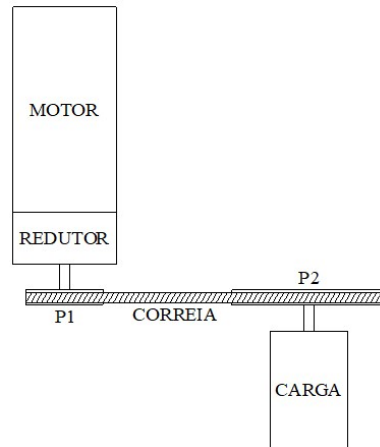
Fonte: Audaces (2024).

Sendo:

- 5 Chapa de fechamento externa
- 6 Chapa de fechamento interna
- 8 Bloco base
- 9 Prato calcador

Um esquemático simplificado do eixo Z pode ser visto na Figura 30.

Figura 30 - Transferência do movimento para a carga do eixo Z.



Fonte: autor.

Retomando a equação 11, verifica-se que todos os parâmetros estão associados à relação de transmissão do eixo do motor n . Desta forma, o primeiro passo é calcular a relação de transmissão total do sistema.

Utilizar um redutor 4:1 significa que para cada giro do eixo de saída o eixo de entrada precisa dar 4 voltas completas, desta forma, a relação de transmissão entre o motor e a primeira polia é dada pela equação 22.

$$n_1 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \quad (22)$$

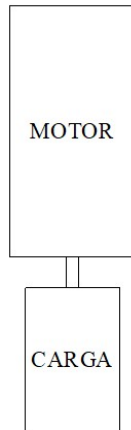
Agora, associando as polias P1 e P2, tem-se também uma relação de transmissão dada pela equação 23.

$$n_2 = \left(\frac{1}{\frac{10}{5}}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad (23)$$

Como a carga está diretamente ligada ao centro da polia P2, pode-se calcular a relação de transmissão total do sistema, dada pela equação 24. Esta equação traduz a simplificação realizada no sistema conforme a Figura 31.

$$n_{TOT} = n_1 \cdot n_2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{8}\right)^2 \quad (24)$$

Figura 31 - Sistema do eixo Z simplificado.



Fonte: autor.

Veja que agora a carga está associada diretamente ao eixo do motor e, portanto, a equação 11 é válida. Para calcular o momento de inércia de um corpo, utiliza-se a equação 25.

$$J_0 = m \cdot r^2 \quad (25)$$

Sendo:

m Massa do objeto

r Raio do movimento

Para este trabalho, a carga está centralizada à segunda polia P2 com raio de 5 cm. Como a unidade no SI para momento de inércia é dada em kgm^2 , o raio será 0,05 m. Substituindo os valores na equação 25 tem-se:

$$J_0 = 7 \cdot (0,05)^2 = 0,0175 \text{ kgm}^2$$

E, conseqüentemente:

$$J = J_0 \cdot n_{TOT} = 0,0175 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^2 = 2,7344 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$$

O segundo parâmetro está associado ao coeficiente de atrito viscoso B , enquanto o momento de inércia está atrelado às características dimensionais e físicas do dispositivo. Este coeficiente configura a maneira que o eixo dissipa energia através do atrito com as partes fixas.

Por este motivo, quaisquer alterações físicas do eixo podem gerar comportamentos diferentes para cada máquina, isto não é desejado em engenharia.

A inclusão dos rolamentos garante a redução deste coeficiente, porém outros componentes do sistema também influenciam diretamente para seu aumento. O torque gerado na correia que transmite o movimento entre P1 e P2 é um fator contribuinte para esta variação, peças com tolerâncias muito próximas das máximas ou mínimas também alteram consideravelmente este valor. Portanto, para o cálculo do coeficiente de atrito são necessárias três simplificações no modelo, caso contrário o ajuste da malha de controle passaria de um modelo determinístico para um probabilístico.

Primeira simplificação: a tensão dada na correia será sempre a mesma em todos os equipamentos sendo aferida com tensiômetro de correias¹¹ com baixo erro. Também se assume que a tensão projetada não afeta o coeficiente de atrito, ou seja, a correia fica perfeitamente regulada no limite das polias, e desta forma, ela será desconsiderada das equações.

Segunda simplificação: as variações mínimas e máximas de peças são controladas de maneira que o valor médio do atrito sempre se mantém o mesmo, por exemplo, se uma peça for instalada com tolerância máxima, as demais peças associadas diretamente à ela estarão na tolerância mínima, e desta forma o tamanho e peso médio de todo o conjunto se manterá o mesmo.

Terceira simplificação: variações de temperatura afetam pouco ou não afetam este sistema. Portanto, equipamentos operando próximo a 0°C e equipamentos operando à 40°C terão o mesmo coeficiente de atrito. Veja que isso é perfeitamente possível dada a característica de instalação dos equipamentos. Equipamentos deste porte comumente são instalados em uma planta fabril e permanecem fixos em uma região até o término de sua vida útil, ou seja, as amplitudes de temperatura para as quais o equipamento está exposto são as mesmas observadas na fábrica onde está instalado e, portanto, variam pouco mesmo com as variações de estação.

Mesmo com estas simplificações, devido à complexidade do sistema, a melhor maneira para determinar o coeficiente de atrito será empiricamente. No exemplo dado por Rao (2004), o rotor de uma turbina está em contato com rolamentos que oferecem atrito viscoso ao movimento do eixo. Este eixo, por sua vez, gira a uma velocidade conhecida e é desacelerado até uma fração da velocidade inicial, e a partir da contagem do tempo necessário para atingir a velocidade o autor determina o coeficiente de atrito viscoso.

¹¹ Tensiômetros de correias (ou torquímetro de correias) são dispositivos que utilizam a flexão da correia para determinar o tensionamento exercido sobre ela.

Utilizando este conceito no problema do eixo Z e considerando o sistema simplificado da Figura 31, é possível utilizar a mesma dedução proposta pelo autor sem grandes prejuízos à sua aplicação.

Segundo Rao (2004), partindo da segunda lei de Newton é possível verificar a equação 26.

$$J \omega' + c_t \omega = 0 \quad (26)$$

Onde

J Momento de inércia

c_t Constante de amortecimento do sistema

ω Velocidade angular do rotor

ω_t Variação da velocidade angular do rotor

Para que seja possível obter a equação do movimento a partir da equação diferencial 26 é necessário tomar a velocidade angular como saída do sistema e a velocidade inicial como ω_0 . Desta forma, tem-se a equação 27, que associa a velocidade inicial ao movimento exponencial da variação da velocidade, onde a variável desconhecida é s .

$$\omega(t) = \omega_0 \cdot e^{st} \quad (27)$$

Substituindo a equação 27 na equação 26, tem-se:

$$\omega_0 \cdot e^{st} (J s + c_t) = 0 \quad (28)$$

Se $\omega_0 = 0$, não há movimento no eixo, e portanto $\omega_0 \neq 0$. Desta forma a única solução possível para o sistema será a dada pela equação 29.

$$J s + c_t = 0 \rightarrow s = -\frac{c_t}{J} \quad (29)$$

Substituindo 29 em 27, tem-se a equação 30.

$$\omega(t) = \omega_0 \cdot e^{-\frac{c_t}{J}t} \quad (30)$$

Esta equação nos permite calcular a constante de tempo do sistema, τ . Segundo Rao (2004), a constante de tempo é dada quando o expoente para um determinado tempo resulta em -1. Dada a equação 30, a constante de tempo será:

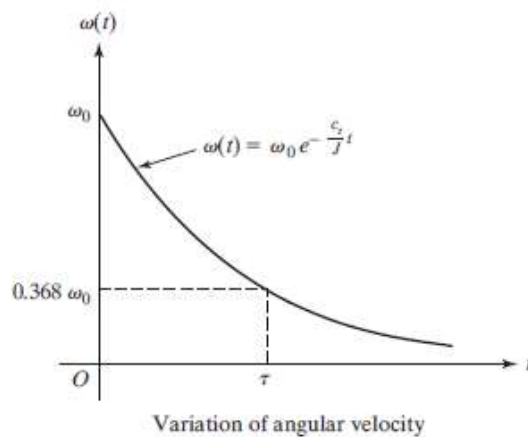
$$\tau = \frac{J}{c_t}$$

E, assumindo $t = \tau$, tem-se:

$$\omega(t) = 0,368 \cdot \omega_0 \quad (31)$$

A equação 31 representa a resposta inicial reduzida para 0,368 em um tempo igual a constante de tempo do sistema, enquanto a equação 30 representa a atenuação exponencial da velocidade decorrente do atrito viscoso, ambos comportamentos são observados na Figura 32.

Figura 32 - Variação da velocidade angular.



Fonte: Rao (2004).

Com base nesta equação, é possível determinar o coeficiente de atrito viscoso c_t através de um experimento de movimento com o eixo. Para isso, fixa-se a velocidade angular inicial (ω_0) em um valor conhecido e permitido pelas características do motor, em seguida, desliga-se a potência do motor e se cronometra o tempo necessário para desaceleração do eixo até atingir um valor de velocidade pré-determinado, após isso, basta isolar c_t para obter o coeficiente desejado.

Por exemplo, assumindo uma velocidade angular inicial de 3000 rpm ($\omega_0 = 314,16$ rad/s), um tempo de desaceleração de 1 segundo e uma velocidade final de 10% da velocidade inicial. Substituindo os valores na equação 30, tem-se:

$$31,416 = 314,16 \cdot e^{-\frac{c_t}{2,7344 \cdot 10^{-4}} \cdot 1}$$

$$0,1 = e^{-\frac{c_t}{2,7344 \cdot 10^{-4}}}$$

$$-\ln(0,1) \cdot 2,7344 \cdot 10^{-4} = c_t = 6,2962 \cdot 10^{-4} \frac{kg \cdot m^2}{s}$$

Definindo assim o coeficiente de atrito viscoso como $c_t = 6,2962 \cdot 10^{-4} \frac{kg \cdot m^2}{s} = b_0$. Desta forma, é necessário associar o coeficiente de atrito viscoso ao eixo do motor como sugere o procedimento proposto por Ogata (1996). Para isso, utiliza-se a equação 32.

$$B = \frac{b_0 + \frac{K_2 \cdot K_3}{R_a}}{n^2} \quad (32)$$

Valores usuais para a resistência de armadura R_a são dados de motor e costumam variar entre $0,1\Omega$ e $0,4\Omega$ segundo Omron (2024). Segundo Ogata (1996), K_2 é calculado com base no torque desempenhado para determinada corrente de armadura i_a , neste caso, utiliza-se o torque e corrente nominal, $T = 1,3 N \cdot m$ e $i_a = 2,4 A$, respectivamente.

$$K_2 = \frac{T}{i_a} = 0,5417$$

O autor apresenta uma forma de calcular K_3 com base na tensão induzida e_b e na velocidade angular $\frac{d\theta}{dt} = \omega$. Como servomotores são construídos de forma que a tensão induzida seja próxima da tensão nominal, e_b é calculado utilizando a tensão de alimentação fornecida (200VAC) e a queda de tensão na armadura.

$$e_b = 200 - 0,2 \cdot 2,4 = 199,52 V$$

Utilizando a relação proposta e assumindo a velocidade angular de 3000 rpm $\approx 314,16$ rad/s, velocidade nominal de datasheet do motor. Apresenta-se a relação:

$$K_3 = \frac{e_b}{\omega} = 0,6351$$

Substituindo os valores na equação 32, calcula-se o valor de B :

$$B = \frac{6,2962 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{0,5417 \cdot 0,6351}{0,2}}{8^2}$$

$$B = 0,1692 \cdot 10^{-4} \frac{kg \cdot m^2}{s}$$

Agora, substituindo os valores $J = 2,7344 \cdot 10^{-4}$ e B na equação 11, tem-se:

$$G(s) = \frac{K}{s \cdot (2,7344 \cdot 10^{-4} s + 0,1692 \cdot 10^{-4}) + K} \quad (33)$$

Ou ainda:

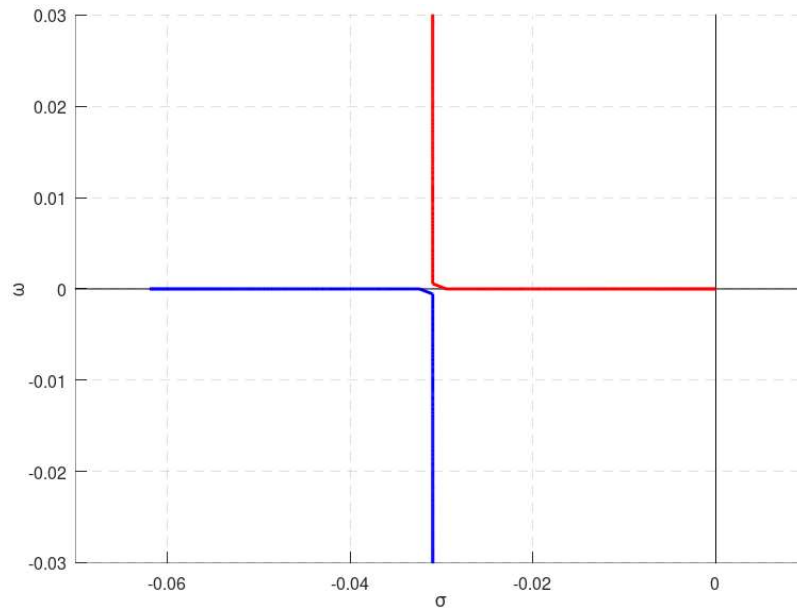
$$G(s) = \frac{3,6571 \cdot 10^3 K}{s^2 + 61,8881 \cdot 10^{-3} \cdot s + 3,6571 \cdot 10^3 \cdot K} \quad (34)$$

Sendo:

$$s_{1,2} = \frac{-0,0619 \pm \sqrt{3,8316 \cdot 10^{-3} - 14,6284 \cdot 10^3 K}}{2} \quad (35)$$

Dessa forma, quando $K = 2,6193 \cdot 10^{-7}$, as raízes do sistema tornam-se coincidentes. Para valores de K menores, as raízes são reais e distintas, enquanto para valores maiores, elas se tornam complexas conjugadas. O comportamento das raízes do sistema em função das variações de K é ilustrado na Figura 33.

Figura 33 - Raízes do sistema para diferentes valores de K.



Fonte: autor.

Como K representa o ganho total do conjunto de servoacionamento, seu ajuste é importante para garantir a estabilidade do sistema.

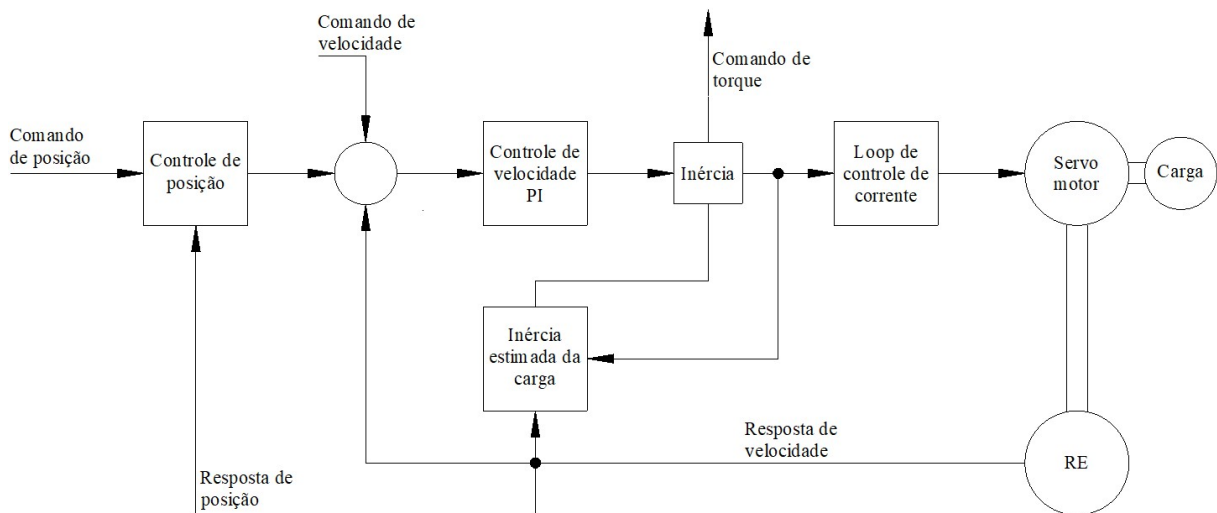
5.1.2 Procedimento de *autotuning*

O procedimento de *autotuning* é realizado tanto por servoacionamentos quanto por inversores e servem para verificar as características elétricas do motor em conjunto com a carga movimentada. Apesar dos acionamentos serem projetados de maneira que suas características sejam as mais próximas possíveis, ao associar o motor com a carga estas características podem sofrer alterações. Para compensar variações impostas pela inclusão das cargas na equação, empresas que desenvolvem este tipo de componente, como Omron e Kollmorgen, incorporam em seus sistemas de controle mecanismos para executar uma segunda aferição do conjunto, garantindo assim a melhor relação acionamento x carga para a função desempenhada. Um dos recursos mandatórios para qualquer servoacionamento utilizado é a presença da função de *autotuning*.

O *autotuning* pode ser realizado tanto com o motor parado ou em movimento, ambos os casos melhoram significativamente o comportamento do dispositivo durante o movimento. Para o equipamento em questão é comum realizar o *autotuning* com carga em movimento em sentido único ou em movimento reversível a depender das limitações do sistema e tem o

principal objetivo de relacionar características conhecidas do motor com características da carga, relação normalmente dada em porcentagem. A Figura 34 apresenta um diagrama de blocos simplificado com os principais componentes da malha de controle do servoacionamento Omron G5 e relaciona as funções transferência de cada etapa com o movimento da carga através da corrente e velocidade necessárias.

Figura 34 - Diagrama de bloco simplificado do servoacionamento Omron G5.



Fonte: adaptado de Omron (2024).

A equação 25 nos traz o valor para J analiticamente, contudo, este valor possui diversas simplificações e não reflete completamente a realidade. Analisando o manual do servodriver Omron G5 de 400W para tensão 200 VAC, modelo sem freio, tem-se que a inércia do rotor é $0,26 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$, além disso existe um parâmetro que é calculado durante o procedimento de *autotuning* chamado “*Inertia Ratio*” ou relação de inércia. Este parâmetro fornece a relação entre a inércia da carga e a inércia do rotor, em porcentagem. Desta forma, a equação 36 mostra como o sistema do servoacionamentos trata o momento de inercia da carga.

$$Pn004 = \frac{\text{Inércia da carga}}{\text{Inércia do rotor}} \cdot 100\% \quad (36)$$

O fabricante Omron traz a opção do *autotuning* ser realizado através de um comando diretamente pelo software CX-Drive¹² ou utilizando o CLP. Neste trabalho, isto foi feito via

¹² Software de controle de eixos do fabricante Omron, este software é utilizado tanto para a realização de procedimentos de parametrização quanto para monitoramento das funções do dispositivo.

comando através da placa P71. Caso a malha do controlador não esteja ajustada, o mais seguro é realizar o comando através do software do fabricante, pois ele garante que os ganhos estejam dentro do adequado para o eixo.

Uma vez que a malha não está ajustada, foi realizado movimento através do software de controle alterando o parâmetro Pn002 – *Realtime autotuning* para 1. Nesta configuração, o servo acionamento foca na obtenção de valores voltados para a estabilidade do eixo para casos onde não haja desbalanceamento de carga ou compensação de fricção (Omron, 2024). Após isso, iniciou-se um movimento reversível no eixo.

Após realizar o procedimento de *autotuning*, o parâmetro Pn004 mostra o valor de 965%, veja que este valor está dentro do valor aceitável para o acionamento, pois segundo o fabricante o motor tolera uma carga com inércia até 30 vezes a inércia do rotor (Omron, 2024). Com estes dados, torna-se simples o cálculo do momento de inércia da carga.

$$965 = \frac{\text{Inércia da carga}}{0,26 \cdot 10^{-4}} \cdot 100\% \rightarrow 9,65 \cdot 0,26 \cdot 10^{-4} = \text{Inércia da carga}$$

$$\text{Inércia da carga} = 2,509 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$$

Desta forma, $J = 2,769 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$, valor próximo ao calculado com base na teoria. Agora, é necessário estimar o coeficiente de atrito viscoso real para que seja possível determinar a função transferência do sistema. Para isso, o eixo foi movimentado a uma velocidade de 300 rpm, removida a potência e observado o tempo de desaceleração até que atingisse por volta de 30 rpm, que foi de aproximadamente 1 s. Retomando a equação 30, é possível calcular B da seguinte maneira:

$$0,1 = e^{-\frac{c_t}{2,769 \cdot 10^{-4}}} \rightarrow c_t = -\ln(0,1) \cdot 2,769 \cdot 10^{-4} \quad (37)$$

$$c_t = 6,3782 \cdot 10^{-4} = b_0 \quad (38)$$

Assumindo as mesmas características adotadas anteriormente, $K_2 = 0,5417$, $K_3 = 0,6251$, $R_a = 0,2$ e $n = 8$, observa-se o resultado de B na equação 39.

$$B = \frac{6,3782 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{0,5417 \cdot 0,6351}{0,2}}{8^2} = 0,1714 \cdot 10^{-4} \frac{kg \cdot m^2}{s} \quad (39)$$

Com B e J definidos e adotando o fator de amortecimento em 0,8 para que o sistema não esteja criticamente amortecido e no limite do subamortecido, característica necessária para evitar o *overshoot*. Isolando K na equação 19, tem-se:

$$K = \frac{1}{J} \cdot \left(\frac{B}{2 \cdot \zeta} \right)^2 \rightarrow K = \frac{1}{2,769 \cdot 10^{-4}} \left(\frac{0,1714 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 0,8} \right)^2 \quad (40)$$

Portanto, $K = 4,1444 \cdot 10^{-7}$, desta forma, substituindo os valores na equação 21, a função transferência fica completa e é dada pela equação 41.

$$G(s) = \frac{1,4967 \cdot 10^{-3}}{s^2 + 61,8996 \cdot 10^{-3} \cdot s + 1,4967 \cdot 10^{-3}} \quad (41)$$

Além dos dados de inércia, o *autotuning* também levanta dados sobre a rigidez do eixo. A rigidez implica no quão responsivo será o movimento para cada comando e, conseqüentemente, implica em maiores ganhos proporcionais. O manual do servocontrolador da Omron traz valores usuais para cada aplicação, e estes estão dispostos na Tabela 3.

Tabela 3 - Rigidez do eixo com base no tipo de acionamento.

Método de configuração da máquina e do controlador	Seleção da rigidez da máquina para o <i>autotuning</i> em tempo real (Pn003)
Acoplamento direto de fuso de esferas	12 a 24
Fuso de esferas e correia sincronizadora	8 a 20
Correia sincronizadora	4 a 16
Engrenagens, cremalheira e pinhão	4 a 16
Máquina com baixa rigidez, etc.	1 a 8
Guindaste empilhador	Ajuste manual

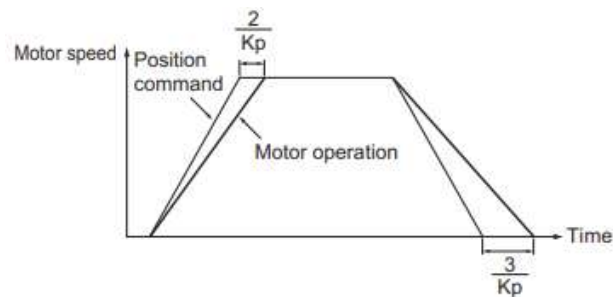
Fonte: adaptado de Omron (2024).

Segundo a Omron (2024), é sempre desejado que o eixo seja bem responsivo, contudo, ganhos elevados tendem a fazer o eixo começar a vibrar, e portanto, o ajuste da rigidez deve respeitar os limites do conjunto controlador. O eixo Z se enquadra na categoria de correia sincronizadora (vide Figura 30) e alguns testes foram executados para retirar o melhor do eixo, chegando ao valor de 13. Ao utilizar 14 já se observou o início da vibração no eixo, o que poderia levar a eventual instabilidade. A rigidez do eixo impacta diretamente no ganho da malha de posição, e pode ser expresso na equação 42 (Omron, 2024).

$$K_p = \frac{\text{Frequência de pulsos de comando} \left(\frac{\text{pulsos}}{\text{s}} \right)}{\text{Contador de erros de pulso (pulsos)}} \left(\frac{0,1}{\text{s}} \right) \quad (42)$$

Caso o ganho de posição e o ganho de velocidade estejam corretamente ajustados é esperado que o comportamento do eixo tenha um atraso na chegada da posição durante a aceleração de $\frac{2}{K_p}$ e de $\frac{3}{K_p}$ durante a desaceleração, assim como mostrado na Figura 35.

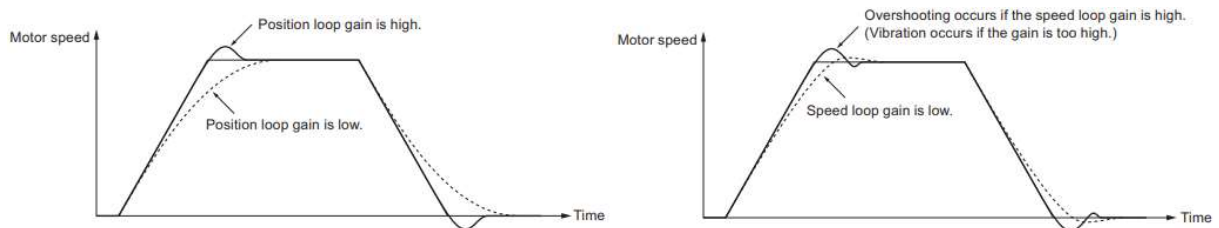
Figura 35 - Atraso do servoacionamento Omron durante a aceleração e desaceleração.



Fonte: Omron (2024).

A variação do ganho afeta o tempo de entrada em regime do servoacionamento, como mencionado anteriormente ganhos elevados para redução do atraso da resposta podem causar vibração do eixo e até a instabilidade, portanto é importante se atentar se a rampa de aceleração e desaceleração está semelhante a um trapézio, como mostrado na Figura 35. O fabricante Omron também fornece duas curvas importantes para o ajuste fino caso alguma situação adversa ocorra e o procedimento de *autotuning* não reflita a realidade adequadamente. Neste caso é necessário realizar o ajuste manualmente seguindo as orientações presentes na Figura 36.

Figura 36 - Comportamento do eixo conforme a variação do ganho de posição e do ganho de velocidade.



Fonte: Omron (2024).

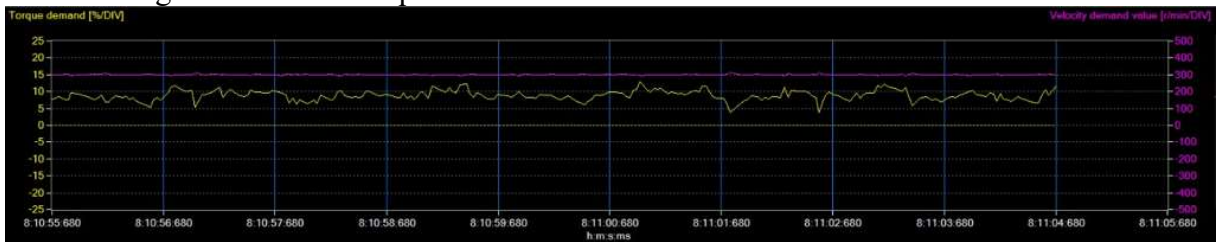
À esquerda, tem-se o comportamento da variação do ganho de posição, já à direita é demonstrado como o ganho da malha de velocidade afeta o comportamento do eixo. Uma vez que estes ganhos são gerados automaticamente durante o procedimento de *autotuning*, assume-se que as malhas internas do servo controlador estão ajustadas adequadamente e que o controle de velocidade e posicionamento estão operando conforme o manual especifica. Esta suposição é válida se e somente se os comandos dados via software CX-Drive resultam no comportamento demonstrado na Figura 35, com *overshoot* mínimo, e para tanto, foi executado um teste de desaceleração.

O teste de desaceleração foi escolhido utilizando o critério de conservação de energia, para motores o momento mais crítico é durante a frenagem, pois a energia associada ao movimento precisa ser dissipada, geralmente através de um resistor de frenagem cuja a única função é escoar a energia acumulada. Contudo, este não é o escopo deste trabalho e portanto assume-se que toda a energia pode ser dissipada sem que o controlador acuse erro.

O eixo foi movimentado a uma velocidade de 300 rpm, cuja característica de velocidade (curva magenta) e torque (curva amarela) em regime é dada pela Figura 37. Realizado comando de parada, a Figura 38 representa o tempo necessário para o sistema efetuar o movimento. Verificando os parâmetros após *autotuning* verifica-se que o Pn100 (ganho de posição) está configurado em 48,0 e, portanto, o atraso de desaceleração (T_F) é:

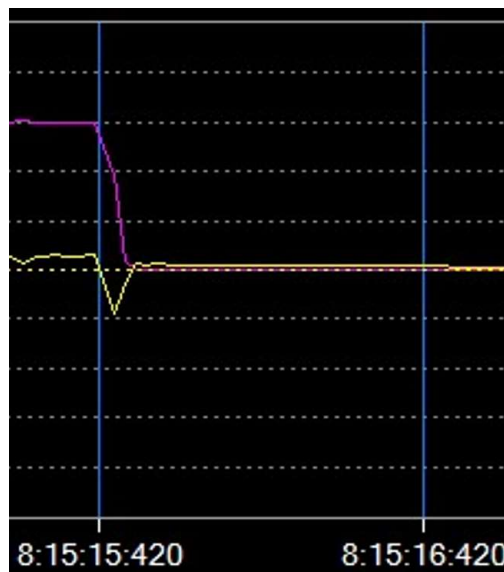
$$T_F = \frac{3}{48} = 0,0625 \text{ s} \quad (43)$$

Figura 37 - Curva toque e velocidade no decorrer do movimento do eixo Z.



Fonte: CX-Drive, software para controle de eixo Omron (2024).

Figura 38 – Tempo de parada para o servo motor Omron G5 400W a 300 rpm.



Fonte: CX-Drive, software para controle de eixo Omron (2024).

Observando a Fonte: CX-Drive, software para controle de eixo Omron (2024).

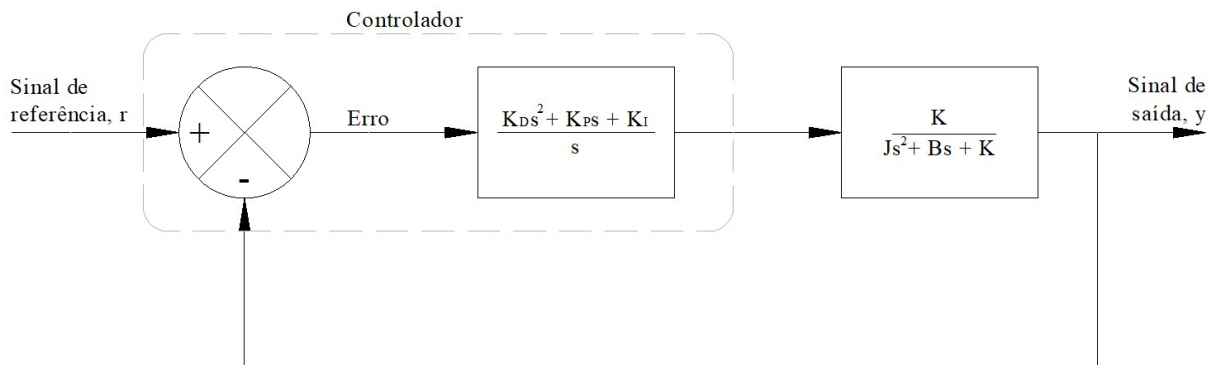
Figura 38, nota-se que não há *overshoot* de parada para a velocidade, ou seja, o motor está parando adequadamente e seus ganhos estão ajustados conforme o manual especifica, já o torque possui um ganho negativo decorrente do comando de parada.

5.2 MÉTODOS DE OBTENÇÃO DE PARÂMETROS DE MALHA PARA O CONTROLADOR DE EIXO

Segundo Dorf e Bishop (2016), existem muitos métodos para obtenção dos dados do PID, no entanto, um dos métodos analíticos mais conhecidos é o Ziegler-Nichols, que por sua vez também possui diversas variações. Duas das maneiras de utilizar o método mencionado é através da avaliação do comportamento do sistema quanto a resposta ao degrau em malha aberta e fechada.

Assumindo o sistema completo composto pelo PID do controlador de eixo, deduzido na equação 6 e pela função transferência demonstrada na equação 41, tem-se o sistema da Figura 39.

Figura 39 - Diagrama de blocos com PID e função transferência do sistema do servodriver com o controlador de eixo.



Fonte: autor.

Aplicando a função para circuitos realimentados de ganho unitário, tem-se a equação 44.

$$\begin{aligned}
 T(s) &= \frac{G_c(s) \cdot G(s)}{1 + G_c(s) \cdot G(s)} \\
 T(s) &= \frac{\frac{K_D \cdot s^2 + K_P \cdot s + K_I}{s} \cdot \frac{K}{Js^2 + B \cdot s + K}}{1 + \frac{K_D \cdot s^2 + K_P \cdot s + K_I}{s} \cdot \frac{K}{Js^2 + B \cdot s + K}} \\
 T(s) &= \frac{K \cdot (K_D \cdot s^2 + K_P \cdot s + K_I)}{s(J \cdot s^2 + B \cdot s + K) + K \cdot (K_D \cdot s^2 + K_P \cdot s + K_I)} \\
 T(s) &= \frac{K \cdot (K_D \cdot s^2 + K_P \cdot s + K_I)}{J \cdot s^3 + (K \cdot K_D + B) \cdot s^2 + (K + K \cdot K_P) \cdot s + K \cdot K_I} \quad (44)
 \end{aligned}$$

O ajuste da malha de controle quando fechada pode ser realizado manualmente diretamente no equipamento ou através de simulações. Este método consiste em tornar $K_I = K_D = 0$ e aumentar o ganho K_P até que o sistema comece a oscilar, beirando a instabilidade. Neste ponto o ganho K_P deve ser reduzido pela metade para se obter aproximadamente um quarto da amplitude da oscilação, em seguida, os ganhos K_D e K_I são aumentados até que a

resposta seja satisfatória. A Tabela 4 traz informações sobre o comportamento esperado do sistema conforme as alterações nos ganhos são realizadas.

Tabela 4 - Efeito de alterações no K_P , K_I e K_D em controladores PID a partir da resposta ao degrau.

Ganho do PID	Overshoot	Tempo de estabilização	Erro em regime permanente
Aumentar K_P	Aumenta	Pouco impacto	Diminui
Aumentar K_I	Aumenta	Aumenta	Sem erro
Aumentar K_D	Diminui	Diminui	Sem impacto

Fonte: adaptado de Dorf e Bishop (2016).

Outra abordagem, similar à adotada anteriormente, também inicia zerando K_D e K_I , enquanto K_P é aumentado até que o sistema chegue próximo a instabilidade e comece a oscilar. Contudo, diferente do método manual, o ganho de oscilação é denotado K_U e chamado de ganho final, já o período das oscilações é denotado P_U e é chamado de período final (Dorf; Bishop, 2016). Com estes valores é possível determinar os ganhos iniciais do sistema de acordo com a Tabela 5.

Tabela 5 - Ganhos de um PID utilizando Ziegler-Nichols em malha fechada através do ganho final K_U e período de oscilação P_U .

Tipo de controlador	K_P	K_I	K_D
Proporcional (P) $G_C(s) = K_P$	$0,5 K_U$	-	-
Proporcional-Integrativo (PI) $G_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s}$	$0,45 K_U$	$\frac{0,54 K_U}{T_U}$	-
Proporcional-Integrativo-Derivativo (PID) $G_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D \cdot s$	$0,6 K_U$	$\frac{1,2 K_U}{T_U}$	$\frac{0,6 K_U T_U}{8}$

Fonte: adaptado de Dorf e Bishop (2016).

O método em malha aberta consiste na remoção do controlador da malha e na inserção de um degrau como entrada. Para Dorf e Bishop (2016), este método possui algumas limitações quanto a ordem do sistema, pois só é aplicável em sistemas de primeira ordem e com resposta lenta, e desta forma não é aplicável para máquinas de corte automático multicamadas.

O método utilizado para a máquina de corte foi indicado pelo fabricante do controlador e consistem em atuar nos erros K_P (posição), K_V (velocidade) e K_A (aceleração) e visa reduzir o erro em regime permanente e durante a aceleração do eixo em busca da posição desejada. Cada erro atua em uma parte do movimento do sistema e segundo a documentação da placa controladora P71 mostrada na Figura 14, a grande maioria das aplicações demanda apenas a configuração dos ganhos K_P e K_V .

O processo inicia zerando K_A , colocando K_P em 10 e utilizando K_V em 100. Após isso, o eixo deve ser colocado em movimento através do comando “Repeat”, presente no software de programação do controlador. Este comando permite ao engenheiro mover o eixo em apenas uma direção, para o caso de esteiras, ou em movimento reversível como o caso dos eixos da máquina de corte. Executar o movimento em ambos os sentidos é crucial para determinar se a malha de controle está atuando de maneira semelhante em ambas as direções do movimento, pois em algumas situações o atrito do sistema é maior para um dos lados mesmo em peças usinadas e retificadas.

Com o eixo em movimento, K_V deve ser aumentado até que o erro do PID se torne o menor possível, mas nunca reverta o sinal do movimento. Por exemplo, tomando o eixo Z como referência, caso o movimento seja sentido horário a saída do PID será positiva e negativa caso anti-horário. Se K_V for aumentado até o ponto onde ocorra a inversão da polaridade da saída do controlador o sistema pode instabilizar ou colocar o servodriver em erro, ambas situações indesejadas.

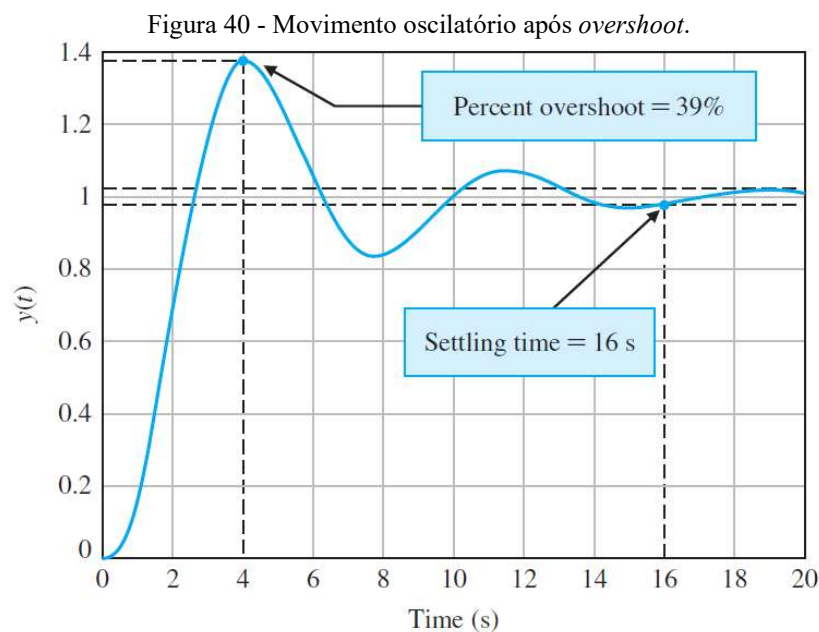
Já para o K_P é recomendado aumentar até o máximo, beirando a instabilidade, uma vez que este valor garante melhor posicionamento do sistema. No entanto, testes práticos durante o projeto apontam que utilizar valores elevados para este parâmetro traz mais prejuízos que benefícios e, portanto, adotou-se um padrão de reduzir o valor máximo para $0,90 K_{P_{MAX}}$, garantindo excelente posicionamento e a estabilidade do sistema. Vale ressaltar que o aumento do K_P também gera redução do erro do PID, porém, diferente do K_V este parâmetro não gera inversão da polaridade da saída.

Outro ponto de atenção durante o ajuste dos parâmetros mencionados está relacionado ao *overshoot*. Para o caso de máquinas automáticas não pode ocorrer *overshoot* em nenhuma situação, mesmo para o caso de movimentos rápidos, e isso se dá por conta dos limites físicos e de segurança do equipamento.

Apesar da malha de controle garantir o posicionamento do eixo, quando ocorre o *overshoot* em sistemas com movimento há um efeito de mola, que é mais perceptível durante o

processo de parada do eixo. O fato disto ocorrer pode levar o eixo a colidir com as chaves de segurança ou até mesmo com os batentes limitadores, colocando em risco os operadores do equipamento. Este é um dos principais desafios ao utilizar o método sugerido pelo fabricante para calibrar a malha de controle do controlador de eixos.

Por fim, após o ajuste de K_P e K_V , é possível ajustar o K_A para reduzir as oscilações das respostas dos eixos. Conforme observado durante a descrição dos métodos é comum a presença do *overshoot* quando a malha de controle é ajustada e em alguns casos isto é permitido. A Figura 40 mostra um exemplo de resposta ao degrau e tem o intuito de demonstrar onde o K_A atua para minimizar o *overshoot*.



Fonte: Dorf e Bishop (2016).

Assim como os outros parâmetros, o uso de valores elevados para K_A implica no arredondamento da curva de resposta para algumas situações. Desta forma, a calibração dos eixos principais foi realizada principalmente através dos dois primeiros parâmetros, conferindo confiabilidade e estabilidade para a malha.

Dorf e Bishop (2016) oferecem uma abordagem para explicar sobre como utilizar as constantes de erro para determinar os parâmetros de um controlador PI para controlar o posicionamento de dois veículos, neste mesmo sentido é possível utilizar o exemplo para levantar valores iniciais para K_P , K_V e K_A para implementação inicial no controlador de eixo.

A luz do que os autores trazem e tornando o sistema mais restritivo, o erro ao degrau deve ser 0, já o erro em relação à rampa deverá ser menor que 5%, o *overshoot* no máximo 5% e o tempo de regime permanente de 0,6 s (T_s).

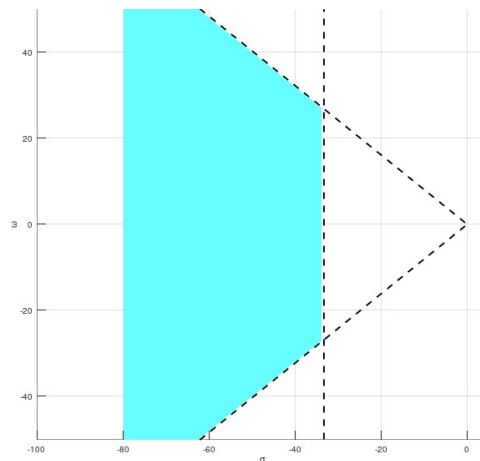
$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_c(s) \cdot G(s) \geq \frac{1}{0,05} = 20 \quad (45)$$

Como o *overshoot* precisa ser menor que 5%, será utilizado $\zeta = 0,8$. Da mesma maneira, é possível determinar ω_n com base no tempo para regime permanente conforme a equação 46.

$$T_s \approx \frac{20}{0,8 \cdot \omega_n} \leq 0,6 \rightarrow \omega_n = 41,67 \quad (46)$$

À luz do mostrado por Dorf e Bishop (2016), o arco seno do amortecimento ($53,13^\circ$) desejado traz o ângulo da rampa, enquanto $\zeta \cdot \omega_n = 33,33$ delimita o tempo de resposta do sistema, limitando então a região para posicionamento dos polos dominantes do sistema, representado pela Figura 41.

Figura 41 - Região desejada para posicionamentos dos polos dominantes do sistema no plano complexo.



Fonte: autor.

O controlador de eixo utilizado oferece um sistema PID descrito na equação 7 e, neste caso, tem-se dois zeros dados por:

$$z_{1,2} = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 + 4 \cdot B}}{2} \quad (47)$$

Sendo:

$$A = \frac{K_P}{K_D}$$

$$B = \frac{K_I}{K_D}$$

Resta a questão de onde colocar os zeros para atender a demanda de resposta.

A função transferência de malha fechada para o sistema da Figura 39 é dada pela equação 44, previamente deduzida e representada novamente, para a qual deve-se assumir os valores obtidos através dos cálculos analíticos realizados na seção Definindo os parâmetros de G(s) 5.1.1.4 e representados à seguir:

$$T(s) = \frac{K \cdot (K_D \cdot s^2 + K_P \cdot s + K_I)}{J \cdot s^3 + (K \cdot K_D + B) \cdot s^2 + (K + K \cdot K_P) \cdot s + K \cdot K_I}$$

Sendo:

$$J = 2,7344 \cdot 10^{-4}$$

$$B = 0,1692 \cdot 10^{-4}$$

Agora, utilizando o critério de Routh-Hurwitz descrito por Dorf e Bishop (2016), é possível elaborar a tabela para análise do sistema.

s^3	J	$K + K \cdot K_P$
s^2	$(K \cdot K_D + B)$	$K \cdot K_I$
s	$\frac{(K \cdot K_D + B) \cdot (K + K \cdot K_P) - K \cdot K_I \cdot J}{(K \cdot K_D + B)}$	0
1	$K \cdot K_I$	

A primeira demanda do critério impõe $K_I > 0$. Já a primeira, segunda e terceira linha trazem os demais critérios para estabilidade:

$$K_P < \frac{J - K}{K} = \frac{2,7344 \cdot 10^{-4}}{K} - 1 \quad (48)$$

$$K_D > K_I - 41,3712 \quad (49)$$

$$K_P > \frac{K_I \cdot J}{(K \cdot K_D + B)} - 1 \quad (50)$$

Da equação 45, tem-se.

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_C(s) \cdot G(s) = s \cdot \frac{K_D \cdot s^2 + K_P \cdot s + K_I}{s} \cdot \frac{K}{J \cdot s^2 + B \cdot s + K} \quad (51)$$

Resolvendo o limite, o resultado será:

$$K_V = K_I > 20 \quad (52)$$

Dado o posicionamento desejado para os polos mostrado na Figura 41, sabe-se que os polos devem estar à esquerda da linha localizada em $s = -33,33$. Assim, com base na equação 53, demonstrada por Dorf e Bishop (2016), é possível determinar a equação final para estipular o valor máximo para o ganho K_P .

$$\sigma_A = \frac{\sum(-p_i) - \sum(-z_i)}{n_p - n_z} \quad (53)$$

Calculando as raízes do sistema e sabendo que a quantidade de polos $n_p = 3$ e a quantidade de zeros $n_z = 2$, verifica-se que:

$$\sigma_A = \frac{-\frac{B}{2} - \frac{B}{2} - \left(\frac{K_P}{2 \cdot K_D} + \frac{K_P}{2 \cdot K_D}\right)}{3 - 2} = \frac{-B - \frac{K_P}{K_D}}{1}$$

Desta expressão, deseja-se que $\sigma_A < -33,33$ para que as condições de resposta sejam respeitadas. Como $B \ll 1$, seu efeito na resposta pode ser desprezado. Portanto, a condição necessária para esta relação será:

$$\frac{K_P}{K_D} < 33,33 \rightarrow K_P < 33,33 \cdot K_D \quad (54)$$

Verificando a inequação 49 e o resultado do limite que impõe $K_I > 20$, se $K_I = 60$ tem-se $K_D > 18,6288$. Respeitando esta regra, tomando $K_D = 20$, calcula-se a inequação 50.

$$K_p > \frac{60 \cdot 2,7344 \cdot 10^{-4}}{(K \cdot 20 + 0,1692 \cdot 10^{-4})} - 1 = \frac{16,4061 \cdot 10^{-3}}{(K \cdot 20 + 0,1692 \cdot 10^{-4})} - 1$$

Com esta expressão, deduz-se a inequação

$$\frac{16,4061 \cdot 10^{-3}}{(K \cdot 20 + 0,1692 \cdot 10^{-4})} - 1 < K_p < 667,5902$$

Isto implica em:

$$K > \frac{\frac{16,4061 \cdot 10^{-3}}{668} - 0,1692 \cdot 10^{-4}}{20} = 3,82 \cdot 10^{-7}$$

Adotando-se $K_p = 20$, $K_I = 60$ e $K_D = 20$, determina-se a equação do controlador conforme mostrado na equação 55.

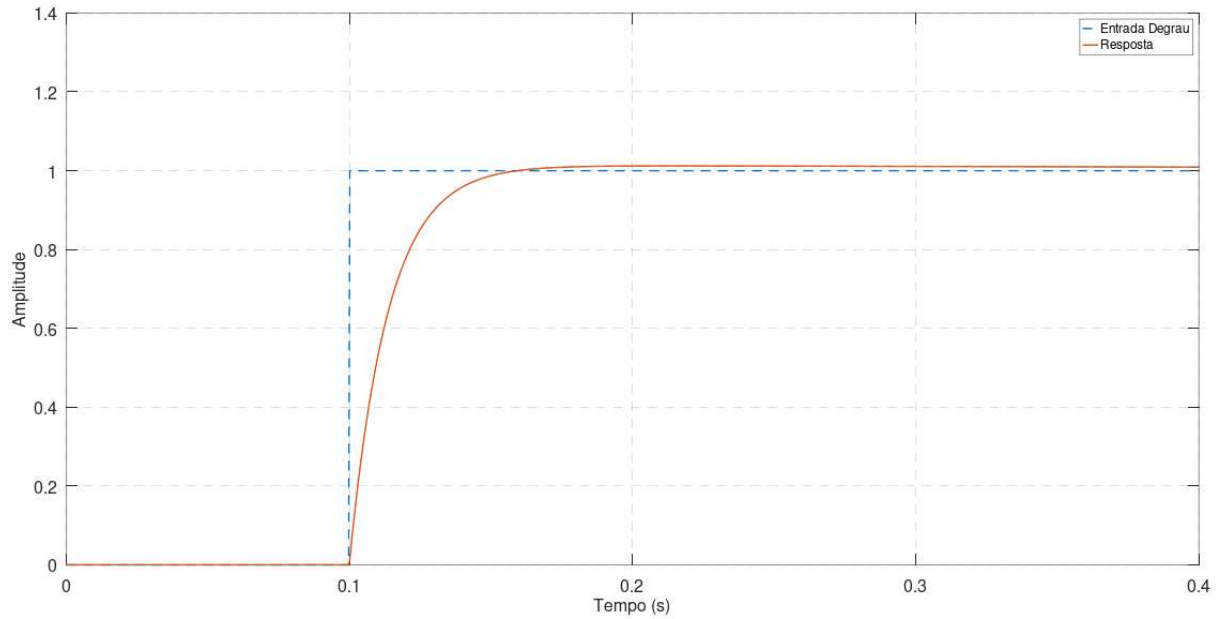
$$G_C(s) = \frac{20s^2 + 20s + 60}{s} \quad (55)$$

Valores próximos à 0 para K tornam o sistema oscilatório e prejudicam a resposta. Enquanto valores elevados de K geram ganhos elevados e, conseqüentemente, fisicamente não realizáveis devido a limitações mecânicas dos dispositivos acionados. Assim, será utilizado $K = 10^{-3}$.

Utilizando o valor inteiro estritamente maior para a função, tem-se a função transferência representada na equação 56 e que resulta nas figuras Figura 42, Figura 43 e Figura 44.

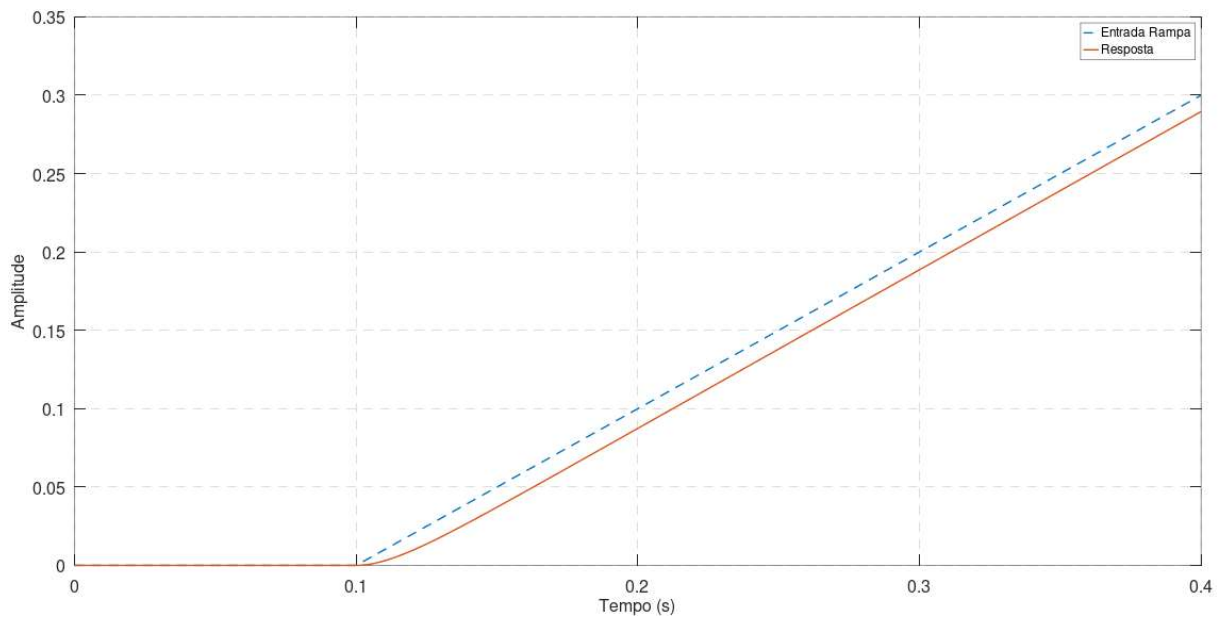
$$T(s) = \frac{74 \cdot s^2 + 74 \cdot s + 220}{s^3 + 74 \cdot s^2 + 77 \cdot s + 220} \quad (56)$$

Figura 42 – Resposta do sistema a uma entrada tipo degrau.



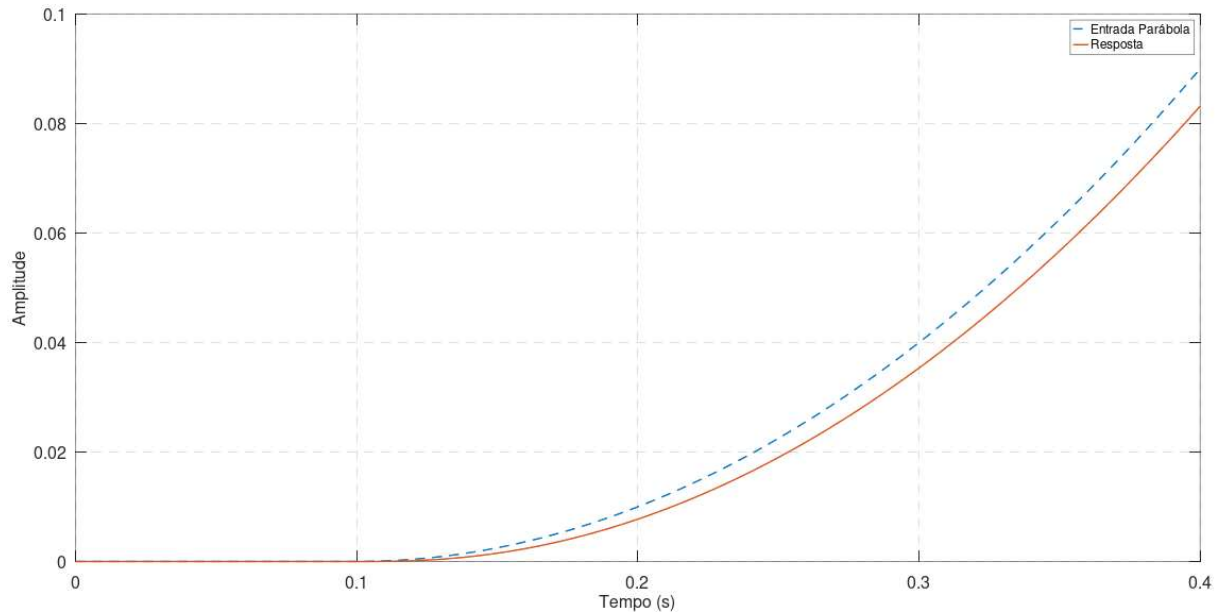
Fonte: autor.

Figura 43 - Resposta do sistema uma entrada tipo rampa.



Fonte: autor.

Figura 44 - Resposta do sistema a uma entrada tipo parábola.



Fonte: autor.

Veja que, isto pode ser repetido para os demais erros e obter respostas diferentes para entradas diferentes do sistema, aumentando ou diminuindo os valores de *overshoot*, tempo de resposta e erro ao degrau, rampa ou parábola. Adotando valores mais elevados para K_A , por exemplo, todo o comportamento do sistema será alterado quando uma parábola for a entrada.

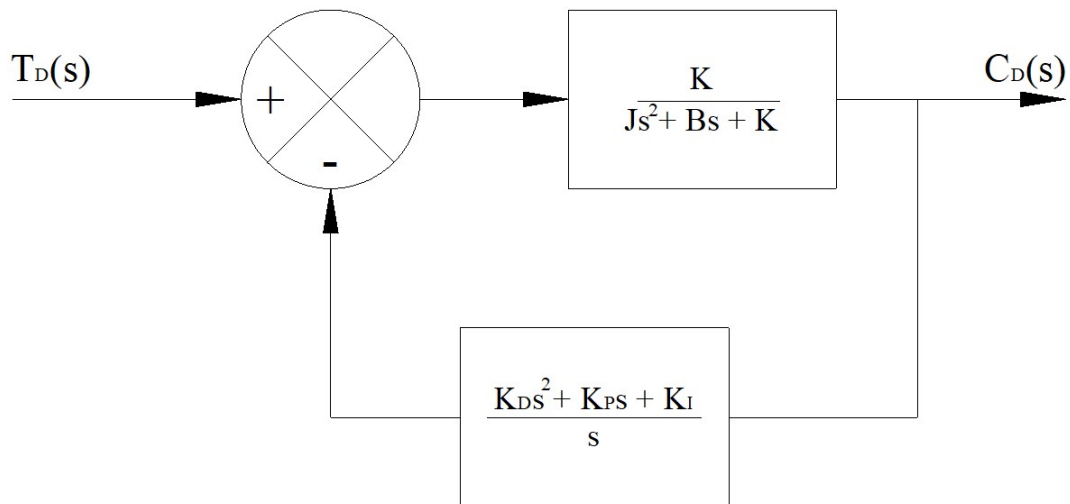
Levando em consideração as características restritivas adotadas, o sistema está se comportando bem para as entradas usuais e atende os requisitos do controle de eixo. A resposta ao degrau também não apresenta *overshoot*, característica importante para sistemas de controle acionados por servocontroladores.

5.2.1 Resposta do modelo à perturbação

Uma das características importantes do controlador está relacionada a sua capacidade de mitigar perturbações. Enquanto os métodos analítico e empírico apresentados focaram em determinar a resposta do sistema para entradas em malha fechada com o sistema completo esta sessão se voltará em demonstrar como o modelo se comporta para perturbações do mesmo tipo das entradas já demonstradas.

Ogata (1996) propõe uma abordagem direta para avaliar o comportamento do sistema quando não há entrada e uma perturbação é inserida após o PID. O sistema analisado é representado na Figura 20 e é simplificado conforme a Figura 45.

Figura 45 - Sistema submetido a uma perturbação.



Fonte: autor.

Neste caso, a perturbação se torna a entrada do sistema e a função transferência de malha fechada é dada pela equação 57. Avalia-se agora a capacidade do controlador em mitigar as perturbações inseridas no sistema.

$$T_D(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)G_C(s)} \quad (57)$$

Substituindo os valores para a função do controlador e do sistema, tem-se

$$T_D(s) = \frac{\frac{K}{Js^2 + B \cdot s + K}}{1 + \frac{K_D \cdot s^2 + K_P \cdot s + K_I}{s} \cdot \frac{K}{Js^2 + B \cdot s + K}} \quad (58)$$

$$T_D(s) = \frac{K \cdot s}{J \cdot s^3 + (K \cdot K_D + B) \cdot s^2 + (K + K \cdot K_P) \cdot s + K \cdot K_I}$$

Sendo:

$$J = 2,7344 \cdot 10^{-4}$$

$$B = 0,1692 \cdot 10^{-4}$$

$$K = 10^{-3}$$

$$K_P = 20$$

$$K_D = 20$$

$$K_I = 60$$

Substituindo os valores numéricos na equação 58, tem-se a equação 59:

$$T_D(s) = \frac{3,66 \cdot s}{s^3 + 74 \cdot s^2 + 77 \cdot s + 220} \quad (59)$$

A resposta à perturbação do tipo degrau unitário será dada por:

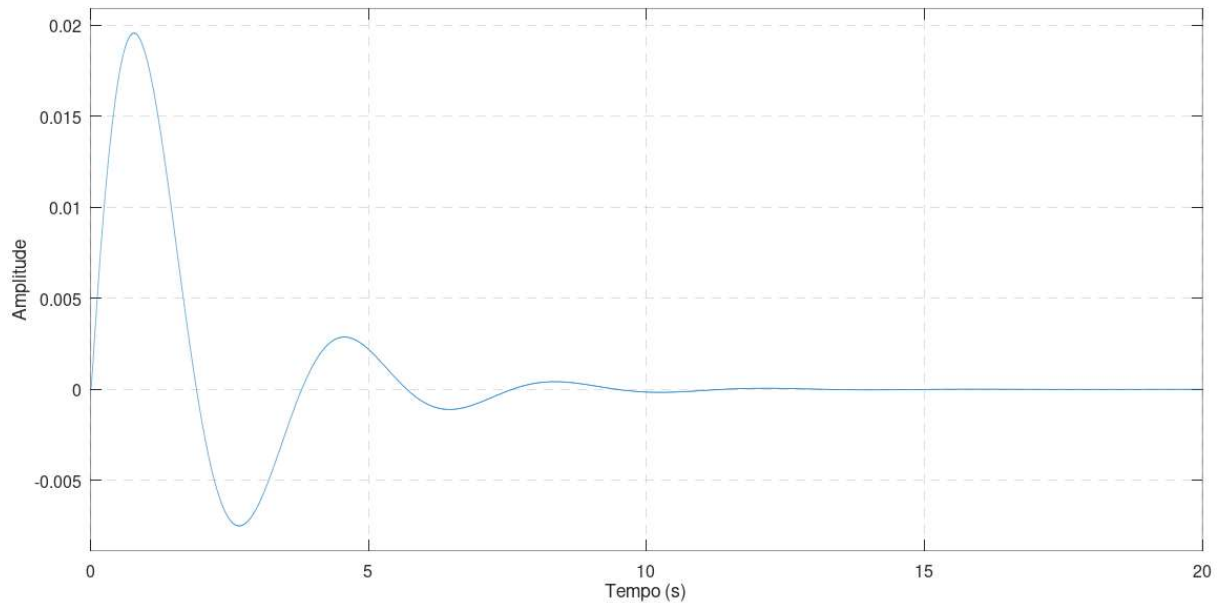
$$T_D(s) = \frac{3,66 \cdot s}{s^3 + 74 \cdot s^2 + 77 \cdot s + 220} D(s) \quad (60)$$

Como demonstrado por Ogata (1996), é evidente que a resposta ao degrau é zero, dada a relação.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c_d(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot T_D(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{3,66 \cdot s}{s^3 + 74 \cdot s^2 + 77 \cdot s + 220} \cdot \frac{1}{s} = 0$$

A equação 60 nos traz o resultado observado na Figura 46. Note que o tempo de amortecimento está em torno de 0,7 s, o que corresponde ao esperado para o projeto e, conseqüentemente, comprova que a técnica utilizada está de acordo com a resposta esperada.

Figura 46 - Resposta modelo projetado a uma perturbação do tipo degrau unitário.



Fonte: autor.

Observa-se que a resposta possui baixa amplitude e demora a cessar. Para mitigar a amplitude é necessário atuar diretamente no ganho proporcional, K_P , do controlador ou no ganho geral, K , do servocontrolador afetando outras características de resposta. Ogata (1996), sugere realizar a calibração do modelo através de uma função transferência auxiliar que apresentará características próprias para mitigação de perturbações, posicionando os polos de maneira estratégica para obter as melhores características para o sistema controlado.

Para o ajuste, utiliza-se a equação característica do sistema, representada como:

$$EC = J \cdot s^3 + (K \cdot K_D + B) \cdot s^2 + (K + K \cdot K_P) \cdot s + K \cdot K_I$$

Aos moldes do exemplo fornecido por Ogata (1996), onde esperava-se que a resposta se tornasse 0 após 3 segundos, será utilizado um amortecimento de $\zeta = 0,8$ e frequência natural de $\omega_n = 42$, desta forma, espera-se que o transiente para uma perturbação do tipo degrau seja 0 em torno de 1s.

Utilizando as orientações fornecidas pelo autor, elabora-se a equação característica auxiliar, dada pela equação 61.

$$EC_{AUX} = (s + X) \cdot (s^2 + 2 \cdot 0,8 \cdot 42 \cdot s + 42^2) \quad (61)$$

Sendo:

X Polo posicionado de maneira a interferir pouco com o sistema

A equação completa será:

$$EC_{AUX} = s^3 + (X + 67,2)s^2 + (X \cdot 67,2 + 1764)s + X \cdot 1764 \quad (62)$$

Separando os termos independentes e fixando os valores para $K_D = 20$ e $K_I = 60$ tem-se:

$$X \cdot 1764 = \frac{K \cdot K_I}{J} \rightarrow X = 124,39 \cdot K \rightarrow X = 0,1144$$

$$X + 67,2 = \frac{K \cdot K_D + B}{J} \rightarrow K = 9,2 \cdot 10^{-4}$$

$$X \cdot 67,2 + 1764 = \frac{K + K \cdot K_P}{J} \rightarrow K_P = 525,58 = 526$$

Estes critérios respeitam a estabilidade do sistema e geram a função transferência de malha fechada corrigida, demonstrada na equação 63.

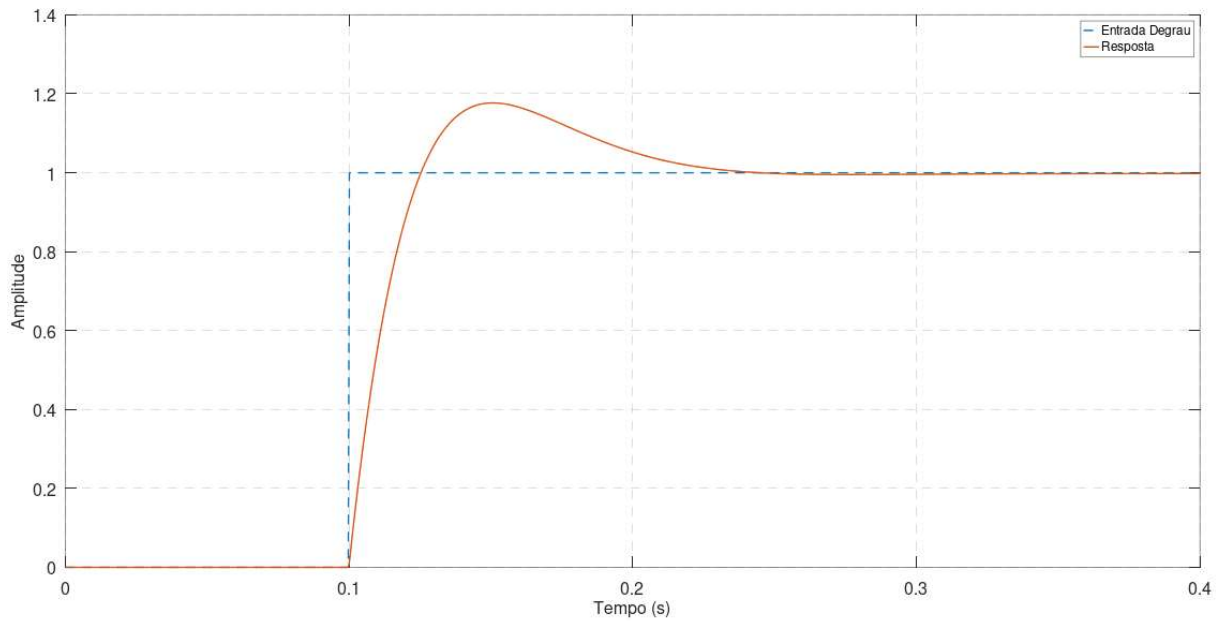
$$T(s) = \frac{68 \cdot s^2 + 1770 \cdot s + 202}{s^3 + 68 \cdot s^2 + 1774 \cdot s + 202} \quad (63)$$

Já a resposta a perturbação será dada pela equação 64.

$$T_D(s) = \frac{3,36 \cdot s}{s^3 + 68 \cdot s^2 + 1774 \cdot s + 202} \quad (64)$$

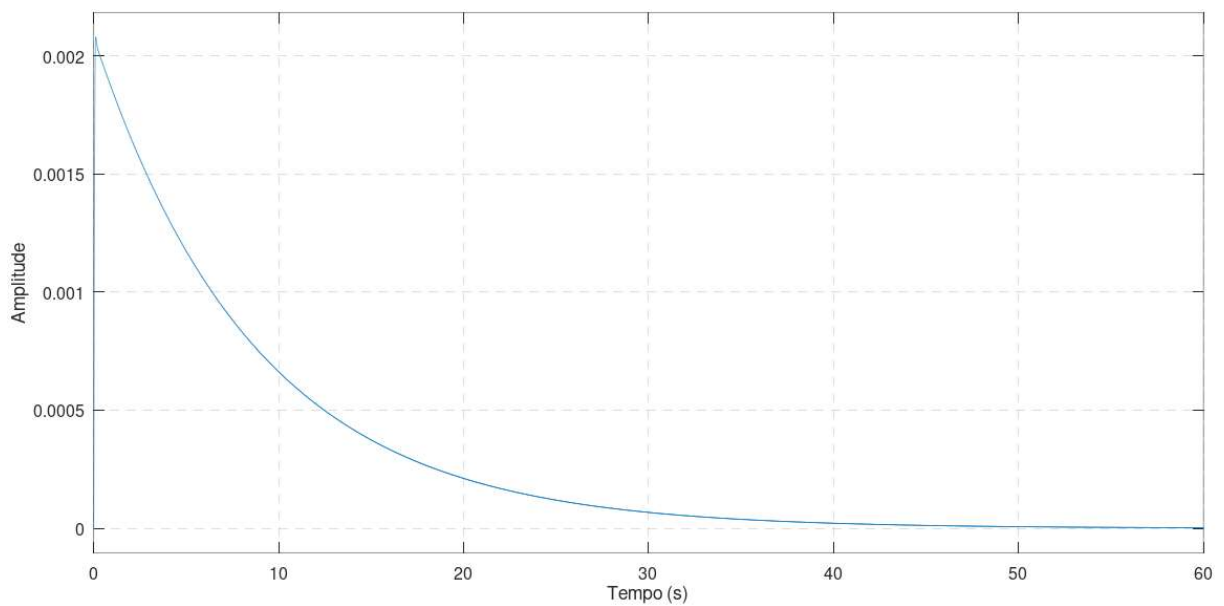
Utilizando as equações e gerando a resposta tanto para uma entrada do tipo degrau, quanto para uma perturbação, tem-se as figuras Figura 47 e Figura 48.

Figura 47 - Resposta ao degrau para T(s) corrigido.



Fonte: autor.

Figura 48 - Resposta a perturbação degrau para TD(s) corrigido.



Fonte: autor.

A amplitude da perturbação é reduzida em aproximadamente 10 vezes se comparado com o sistema não corrigido.

Cada aplicação demandará um comportamento do sistema. Dito isto, é possível refinar o modelo para se adequar a cada aplicação, reduzindo, por exemplo, o tempo para que a resposta seja 0 para o caso de uma perturbação.

5.3 CALIBRANDO OS EIXOS

Após executar os ajustes da malha de controle e o *autotuning*, o próximo passo a ser executado é ajustar a relação de transmissão diretamente no controlador. Veja que esta relação de transmissão é diferente da relação de transmissão mecânica, neste caso o valor referido está relacionado as instruções de movimentação, estas são enviadas pelo computador presente no equipamento e recebidas pela porta da comunicação USB da placa P71.

As instruções têm características bem simples, por exemplo, (Eixo Tamanho do movimento) X1000 ou Y1000, em ambos os casos os eixos se movimentariam o valor de 1000 a partir do ponto inicial.

Em alguns casos o sistema ainda pode solicitar que determinado comando seja realizado em uma velocidade específica adicionando o prefixo F e a velocidade, assim, uma linha completa de movimento é indicada da seguinte maneira: X1000Y500Z70F200, ou seja, X avança 1000, Y avança 500, Z avança 70 e todos a uma velocidade de 200.

Todas as instruções são adimensionais e dependem exclusivamente da calibração utilizada, podendo equivaler a 1 metro, 1 centímetro, 1 milímetro ou até 1 grau caso o eixo seja rotacional.

A distância percorrida pelo eixo é dada pela equação 65.

$$S = K \frac{TRS}{TRU} \quad (65)$$

Sendo:

S Movimento real realizado;

K Valor do comando dado;

TRS Transmition Ratio Steps;

TRU Transmition Ratio Units.

A calibração do eixo é realizada através da variação dos valores TRS e TRU , sendo, normalmente, um valor muito maior que 1. Valores elevados de TRS e TRU garantem boa precisão do movimento, garantindo uma taxa de erro menor que 0,01 cm, valor aceitável para a aplicação do equipamento. Contudo, essa precisão pode ser aumentada para 0,001 a depender dos instrumentos de aferição e velocidades associadas. Os valores da taxa de transmissão estão diretamente ligados aos parâmetros de pulsos por rotação

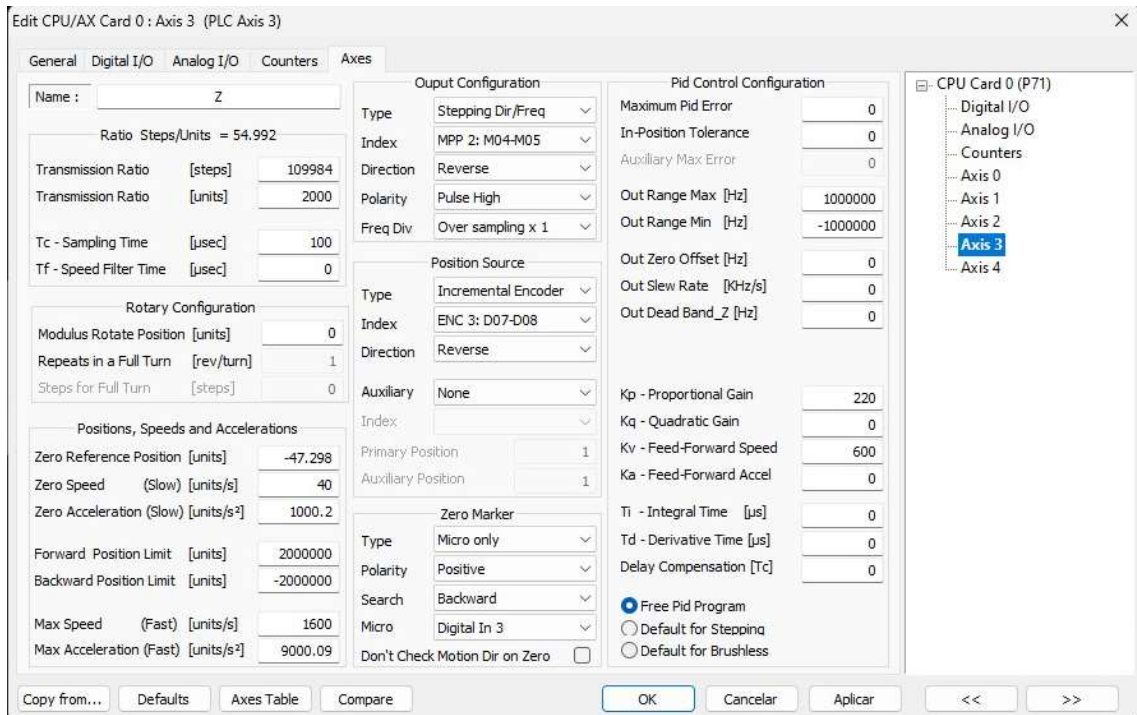
de cada servo acionamento, parâmetro interno de cada servoacionamento, variando de fabricante para fabricante.

Esta instrução leva em consideração quantos pulsos o controlador de eixo deverá gerar para cada volta completa do eixo e é limitada pela frequência máxima de operação do controlador e pelas características mecânicas da aplicação. Valores baixos para a relação de transmissão implicam em grande movimento do eixo para cada pulso do controlador, já valores elevados requerem maior quantidade de pulsos para o movimento do sistema, reduzindo por si só o erro associado a cada parte do movimento.

6 APLICAÇÃO PRÁTICA

Após o levantamento da função transferência do sistema, $G(s)$, da determinação do procedimento de aquisição de dados, realizado conforme orientação do fabricante e disposto no item 5.2 e do método para determinar os parâmetros do controlador para cada situação através dos erros relativos, processo demonstrado no mesmo item, além da garantia que o sistema está calibrado para que não haja problemas relacionados a erro de posicionamento decorrentes do movimento, é possível obter a configuração demonstrada na Figura 49 para os parâmetros do eixo Z.

Figura 49 - Janela de configuração do eixo Z.



Fonte: software PNCTools 5, Leomatic (2023).

Observe que os ganhos relativos estão dispostos mais à direita, no canto inferior da Figura 49 e são: $K_P = 220$ e $K_V = 600$. Já a calibração do eixo foi realizada conforme os valores de transmissão presentes no canto superior esquerdo da figura. Veja que a calibração varia para cada máquina, já os valores de ganho costumam variar pouco para cada equipamento, ou seja, a malha de controle é replicável e, portanto, as simplificações adotadas no item 5.1.1.4 são válidas, caso contrário a malha de controle e os erros relativos deveriam variar muito em cada máquina.

Utilizando o modelo para obtenção dos valores do PID com base nos valores práticos, tem-se:

$$K_V = 600 = K_I$$

$$K_D = 560$$

$$K_P = 14701$$

Como a aplicação não mudou, as regras para obtenção dos valores também não mudam e, portanto, a alteração das variáveis de erro interfere nos valores do controlador tornando-o

mais preciso ou menos preciso, a depender das características dinâmicas práticas desejadas. Nesta situação, os valores de ganho do controlador serão dados pela equação 66.

$$G_c(s) = \frac{560 \cdot s^2 + 14727 \cdot s + 600}{s} \quad (66)$$

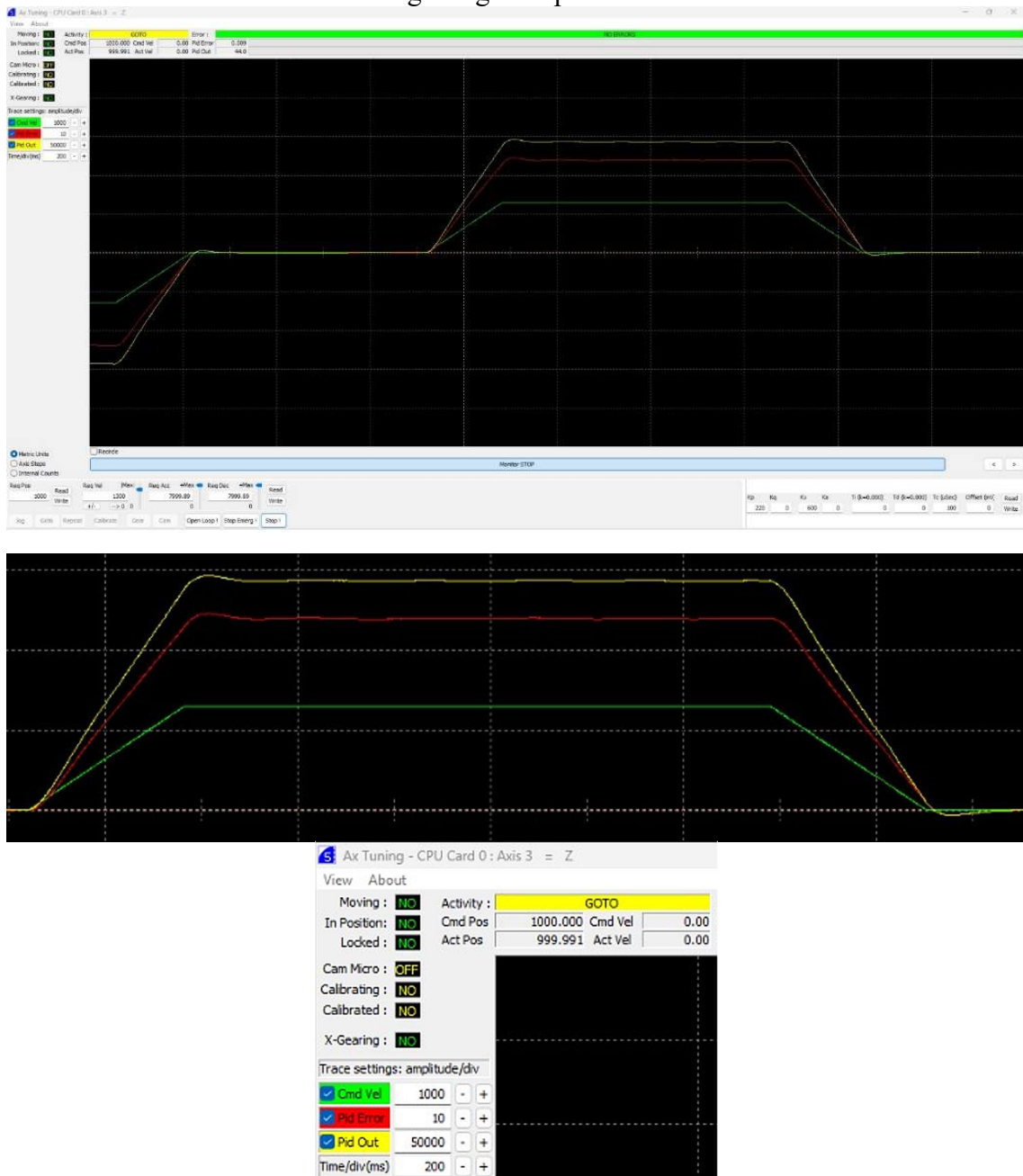
Já a função transferência para malha fechada será:

$$T(s) = \frac{69 \cdot s^2 + 1790 \cdot s + 73}{s^3 + 69 \cdot s^2 + 1790 \cdot s + 73} \quad (67)$$

Para a função transferência demonstrada na equação 67 o resultado da resposta para entradas do tipo degrau, rampa e parábola é ainda mais precisa, tornando a visualização de atrasos físicos imperceptíveis a menos que se utilize ferramentas de medição altamente precisas. Tal comportamento é o mínimo esperado para sistemas de alta precisão utilizados para o controle de eixo onde pequenas variações da malha de controle podem ter efeitos prejudiciais para o comportamento de todo o sistema e, em alguns casos, inviabilizar o projeto.

Ao realizar o movimento no equipamento, efetuando um comando cíclico de repetição, o mesmo comando indicado pelo fabricante do sistema de controle de eixos para obtenção dos valores para K_P , K_V e K_A , foi possível obter a curva mostrada na Figura 50, o movimento executado foi de um acréscimo de 1000° e pausa de 500 ms, então o movimento era revertido, isto para garantir que a malha responde adequadamente para ambos os sentidos de movimento.

Figura 50 - Resultado prático do sistema de controle com ganhos obtidos através da metodologia sugerida pelo fabricante.



Fonte: software PNCTools (2024).

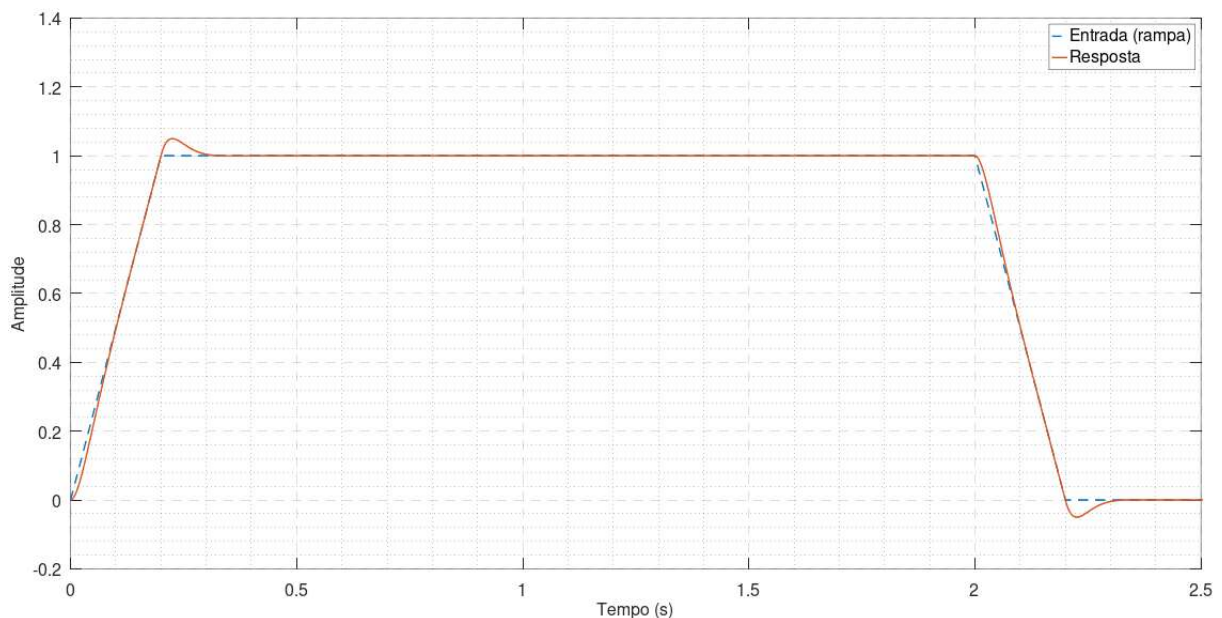
O sinal em verde “Cmd Vel” representa o sinal de comando enviado ao servo controlador. O sinal em amarelo representa a saída do PID do controlador de eixo em conjunto com o sistema controlado. Veja que há um pequeno *overshoot* tanto para a rampa de subida, quanto para a rampa de descida, contudo, isto já era previsto dados os cálculos realizados nas seções anteriores. Como cada subdivisão equivale a 50000 Hz, é possível estimar a

porcentagem de *overshoot* em, aproximadamente, 3% do valor de regime. Esta magnitude de *overshoot* não impacta no comportamento físico do sistema e é mecanicamente imperceptível.

Agora, analisando o tempo que o *overshoot* ocorre, verifica-se que cada subdivisão possui 200 ms, dividindo o intervalo em três, pode-se desprezar sem prejuízos à análise a primeira e a terceira divisão, observando então que o tempo de *overshoot* é menor que 66 ms, e que após este comportamento o sistema entra imediatamente em regime.

Ao simular a função transferência 67, observou-se os mesmos comportamentos práticos no meio simulado, conforme é visto na Figura 51.

Figura 51 - Simulação do sistema prático em software.



Fonte: autor.

Observando o *overshoot* da simulação tem-se um valor de 5%, um pouco maior que o caso prático. Contudo, comparando os resultados práticos com os observados durante a elaboração do modelo, é possível observar que as características estão dentro do esperado para o sistema e que o modelo traduziu com precisão, dentro do range tolerável, qual seria o comportamento do sistema completo. Vale ressaltar que o modelo utilizado para emular o eixo é simplificado e precisa de polimento para garantir que todas as características mecânicas serão refletidas na simulação.

Esta mesma abordagem é realizada para outros eixos controlados por servoacionamentos, variando apenas as variáveis referentes à inércia e ao atrito viscoso. A única exceção é o eixo C, cujo movimento é realizado através de duas polias associadas por meio de

uma correia sincronizadora, uma polia atrelada ao eixo do encoder e outra ao eixo responsável pela movimentação do conveyor. Este eixo, por sua vez, é movimentado através de um sistema de corrente e engrenagens.

Apesar de ser um sistema mais complexo, a análise do eixo C, acionado por inversor, se assemelha muito ao utilizado para os servoacionamentos e sua modelagem é possível adotando os mesmos procedimentos descritos no decorrer deste trabalho. A principal diferença para este sistema está relacionada a necessidade de ganhos mais expressivos para que o movimento ocorra e também a necessidade da utilização do ganho de aceleração, K_A , para mitigar o transiente, que neste eixo se mantém por tempo considerável, se propagando entre os movimentos caso ocorram acionamentos repetitivos, levando ao eixo para eventual instabilidade.

7 COMPARANDO RESULTADOS

Para garantir que o modelo está representando com fidelidade a prática, é necessário garantir que os mesmos, ou muito próximos, resultados obtidos analiticamente possam ser replicados empiricamente e vice-versa. Desta forma, para uma comparação eficiente, os principais resultados foram elencados na Tabela 6.

Tabela 6 - Comparativo de resultados.

Variável	Resultado analítico	Resultado empírico	Diferença percentual
J	$2,7344 \cdot 10^{-4}$	$2,769 \cdot 10^{-4}$	1,26%
c_t	$6,2962 \cdot 10^{-4}$	$6,3782 \cdot 10^{-4}$	1,30%
B	$0,1692 \cdot 10^{-4}$	$0,1714 \cdot 10^{-4}$	1,30%
R_a	0,2	0,2	0%

Fonte: autor.

O erro para cada variável está em torno de 1,30%, o que permitiu a utilização apenas do conjunto de parâmetros analíticos durante toda a extensão do trabalho. A Tabela 7 apresenta a comparação de valores secundários obtidos a partir dos valores básicos.

Tabela 7 - Comparativo de ganhos e polo X.

Variável	Resultado analítico	Resultado empírico	Diferença percentual
K	$9,2 \cdot 10^{-4}$	$9,802 \cdot 10^{-4}$	6,54%
X	0,1144	0,1204	8,39%
K_P	526	526	0%
K_I	60	60	0%
K_D	20	20	0%

Fonte: autor.

Por fim, as funções transferência obtidas analiticamente e empiricamente também possuem pequena diferença. O comparativo é realizado na Tabela 8.

Tabela 8 - Comparativo de funções transferência.

	Grau	Resultado analítico	Resultado empírico	Diferença percentual
Numerador	s^2	68	68	0%
	s^1	1770	1769	0,06%
	s^0	202	202	0%
Denominador	s^3	1	1	0%
	s^2	68	68	0%
	s^1	1774	1773	0,06%
	s^0	202	202	0%

Fonte: autor.

Dados os comparativos, é possível constatar que a diferença entre os resultados obtidos utilizando as técnicas sugeridas por Ogata (1996), Dorf e Bishop (2016) e Rao (2004) traduzem a prática para a teoria sem prejuízos para a aplicação. Isso é comprovado quando se observa o erro entre as funções obtidas com base em dados reais e dados obtidos empiricamente dispostos na Tabela 8.

Vale ressaltar que existe pequena diferença se os valores precisos (sem arredondamentos) são utilizados. Contudo, como tais valores apresentam pouco impacto no

valor total do coeficiente, sua utilização é suprimida e o valor assume estritamente o inteiro superior mais próximo. Tal critério foi utilizado para o cálculo analítico e para o empírico.

8 CONCLUSÃO

Analisando-se os resultados deste trabalho, concluiu-se que o modelo e métodos de aquisição de dados são eficazes para validar a teoria na prática, especialmente no que diz respeito à inércia do eixo e às constantes do sistema, obtidas a partir do *autotuning* do eixo. Os dados obtidos por este método permitiram calcular com mais precisão as características da malha de controle se comparado com os dados estimados analiticamente. O modelo desenvolvido foi testado para um equipamento já montado e mostrou viabilidade para uso ainda na fase de projeto.

O principal benefício deste estudo é fornecer ao projetista a capacidade de emular um eixo virtual e observar seu comportamento antes da montagem física do equipamento, contribuindo para a integração entre a mecânica e a automação, permitindo que características de atrito viscoso, inércia e a dinâmica do eixo sejam consideradas ainda na fase de concepção do projeto. Isto se comprova pela proximidade dos resultados obtidos analiticamente quando comparados ao obtidos empiricamente.

Uma vez que todas as características do eixo foram resumidas em uma função transferência de segunda ordem, algumas características relacionadas as malhas de realimentação de velocidade e posição integradas ao servocontrolador foram omitidas. Estas malhas de realimentação internas desempenham papel importante para o controle do eixo e, muitas vezes, apresentam comportamento melhor quando isoladas da malha externa do controlador de eixo (CLP).

Para trabalhos futuros, sugere-se a utilização das malhas internas do servocontrolador isoladas, avaliando a dinâmica do eixo com a presença do controlador de eixo e sem o controlador de eixo, garantindo maior clareza nos resultados obtidos e permitindo a intervenção nos ganhos internos do servocontrolador, ação não permitida com o modelo atual.

Apesar do modelo das malhas de velocidade e posição mudarem de acordo com o fabricante do servoacionamento, sendo o mais usual a utilização de um controle PI, é possível estimar seu comportamento para qualquer fabricante utilizando um modelo genérico e incorporando as alterações de acordo com a necessidade. Neste aspecto, a modelagem através do Matlab Simulink auxilia no processo construtivo do circuito.

REFERÊNCIAS

NUNES, Valdirene Aparecida Vieira; SANTOS, Marizilda Menezes dos. **A TRAJETÓRIA DA MODELAGEM DA ALFAIATARIA: CONTRIBUIÇÕES ATÉ AS TECNOLOGIAS ATUAIS.** Disponível em:

<https://www.coloquiomoda.com.br/anais/Coloquio%20de%20Moda%20-%202015/COMUNICACAO-ORAL/CO-EIXO6-PROCESSOS-PRODUTIVOS/CO-6-A-TRAJETORIA-DA-MODELAGEM-DA-ALFAIATARIA.pdf><https://www.coloquiomoda.com.br/anais/Coloquio%20de%20Moda%20-%202015/COMUNICACAO-ORAL/CO-EIXO6-PROCESSOS-PRODUTIVOS/CO-6-A-TRAJETORIA-DA-MODELAGEM-DA-ALFAIATARIA.pdf>. Acesso em: 18 dez. 2024.

CAPELASSI, Carla Hidalgo. **A evolução histórica do dimensionamento do vestuário.** 2013. Disponível em: https://www.coloquiomoda.com.br/anais/Coloquio%20de%20Moda%20-%202013/COMUNICACAO-ORAL/EIXO-6-PROCESSOS-PRODUTIVOS_COMUNICACAO-ORAL/A-evolucao-historica-do-dimensionamento-do-vestuario.pdf. Acesso em: 18 dez. 2024.

HAN'S LASER (Guangdong). **MPS-C fiber laser cutting machine.** Disponível em: https://www.hanslaser.net/product_detail/id-133.html. Acesso em: 18 out. 2024.

AUDACES (Brasil). **Máquinas de corte de tecido usadas em confecções.** 2019. Disponível em: <https://audaces.com/pt-br/blog/maquinas-de-corte-de-tecido-usadas-em-confecoes>. Acesso em: 18 dez. 2024.

AUDACES (Brasil). **Corte básico de tecido correto evita perdas de peças.** [2018]. Disponível em: <https://audaces.com/pt-br/blog/corte-basico-de-tecido-correto-evita-perdas-de-pecas>. Acesso em: 18 dez. 2024.

AUDACES (Santa Catarina). **Portifólio.** Disponível em: <https://audaces.com/wp-content/uploads/2018/11/portifolio-audaces-2018-english.pdf>. Acesso em: 18 out. 2024.

YOUNKIN, George W. **INDUSTRIAL SERVO CONTROL SYSTEMS: Fundamentals and applications**. 2. ed. New York: Marcel Dekker, Inc, 2003. 362 p.

MOHAN, Ned; UNDELAND, Tore M.; ROBBINS, William P.. **POWER ELECTRONICS: converters, applications, and design**. 3. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2003. 812 p.

PETRUZELLA, Frank D.. **Programmable Logic Controllers**. 5. ed. New York: McGraw-Hill Education, 2005. 414 p.

LEOMATIC. **P71**: hardware datasheet. 6. ed. Bologna: Leomatic, 2023. 14 f.

LEOMATIC. **P59**: hardware schematic. 2. ed. Bologna: Leomatic, 2008. 15 f.

HUGHES, Austin; DRURY, Bill. **ELECTRIC MOTORS AND DRIVES: fundamentals, types, and applications**. 4. ed. Massachusetts: Elsevier Ltd., 2013. 436 p.

OGATA, Katsuhiko. **Modern Control Engineering**. 3. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1996.

DORF, Richard C.; BISHOP, Robert H.. **Modern Control Systems**. 13. ed. Boston: Pearson, 2016. 1106 p.

RAO, Singiresu S.. **Mechanical Vibrations**. 5. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2004. 1104 f.

OMRON. **Accurax G5 servo system**: with built-in mechatrolink-ii model: r88d-kn_-ml2 servo drives r88m-k_servomotors. with built-in MECHATROLINK-II Model: R88D-KN_-ML2 Servo Drives R88M-K_Servomotors. Disponível em: https://assets.omron.eu/downloads/manual/en/i572_accurax_g5_servomotors_drivers_with_mechatrolink-ii_control_users_manual_en.pdf. Acesso em: 03 nov. 2024.

KOLLMORGEN. **AKD**: manual de programação. Manual de programação. 2012. Disponível em: <https://www.kollmorgen.com/sites/default/files/akd/documentation/user%20guide//AKD%20User%20Guide%20PT%20Rev%20G.pdf>. Acesso em: 03 nov. 2024.

ONWUBOLU, Godfrey. **MECHATRONICS: principles and applications**. Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005. 645 p.