CADERNO DE MATEMÁTICA

CURSO INDUSTRIAL BÁSICO

— 2ª Série —

SÉRIE A - Nº 4 - Vol. 2

2ª Edição

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
COMISSÃO BRASILEIRO-AMERICANA DE EDUCAÇÃO INDUSTRIAL

CADERNO DE MATEMÁTICA

CURSO INDUSTRIAL BÁSICO

2º Série

A Comissão Brasileiro-Americana de Educação Industrial (CBAI) é o órgão executivo de um Acôrdo firmado entre o Ministério da Educação e Cultura e a Education Division - The Institute of Inter-American Affairs, sôbre a educação industrial.

Enderêço da CBAI:
Avenida Marechal Câmara, 350 - 8º andar
Caixa Postal 1879 - End. Teleg. CEBAI
Rio de Janeiro

CADERNO DE MATEMÁTICA

CURSO INDUSTRIAL BÁSICO

— 2ª Série —

SÉRIE A - Nº 4 - Vol. 2

2ª Edição

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
COMISSÃO BRASILEIRO-AMERICANA DE EDUCAÇÃO INDUSTRIAL

PREFÁCIO À 2º EDIÇÃO

Tendo em vista a grande aceitação com que foram recebidos os Cadernos de Matemática, nos meios escolares, a CBAI resolveu atender a inúmeros pedidos, entregando aos interessados uma segunda edição devidamente revista.

Na presente tiragem foram incluidos, na 1a. série do Curso Básico, problemas aplicados aos trabalhos de agulha e, na 4a. Série do Curso Básico, foi acrescentada uma unidade extra-programa, sôbre Cálculo de Radicais, a fim de atender à necessidade eventual do uso de Radicais no Curso Técnico.

Encarregou-se do preparo da nova edição o próprio autor, Engº Arlindo Clemente, que se dedicou a êsse trabalho com a responsabilidade de seu reconhecido mérito.

Confiante na utilidade desta publicação, a CBAI acolherá com prazer as apreciações e sugestões que fôrem dadas no sentido de melhorar o conteudo dêstes livros.

Rio de Janeiro, março de 1955

Flávio P. Sampaio
Superintendente da CBAI

E. W. Sheridan
Chefe Delegação Americana

APRESENTAÇÃO

O presente trabalho foi elaborado com o objetivo de servir como subsídio aos professôres e alunos, para o desenvolvimento do programa de Matemática dos cursos industriais básicos.

Cada unidade do programa é objeto de uma ligeira explanação teórica, seguida de exercícios e problemas aplicados a trabalhos típicos dos ofícios em metal, madeira, eletricidade e ártes gráficas.

Incumbiu-se da organização dêste caderno o engenheiro Arlindo Clemente, professor de Matemática da Escola Técnica Nacional.

Tratando-se de trabalho que se acha ainda em fase experimental espera a CBAI receber, dos professôres de ensino industrial, sugestões e críticas que auxiliem a dar forma definitiva a êste caderno.

Rio de Janeiro, janeiro de 1951

ITALO BOLOGNA
Superintendente da CBAI

EDWARD W. SHERIDAN
Chefe da Delegação Americana

ÍNDICE

COMPLEXOS

1 - MEDIDA DE TEMPO, ANGULO, COMPRIMENTO EM UNIDADES INGLÊSAS

a) UNIDADE LEGAL DE TEMPO

A unidade legal de tempo é o segundo.

DEFINIÇÃO: É o intervalo de tempo igual a fração $\frac{1}{86400}$ do dia solar médio definido de acôrdo com as convenções da astronomia.

Grandeza	Unidade		Múltiplos e submúltiplos		
	Nome	Símbolo	Nome	Símbolo	Valor
tempo	Segundo	s	dia hora minuto segundo	d h m. ou min. s. ou seg.	86400 s 3600 s 60 s 1 s

b) UNIDADE LEGAL DE ÂNGULO

É o ângulo reto. Subdivide-se o ângulo reto em 90 partes iguais. Obtém-se o grau sexagesimal.

Grandeza	Unidade		Submúltiplos		
	Nome	Símbolo	Nome	Símbolo	Valor
Ângulo	Angulo reto	r	grau	$^{\underline{o}}$	$\frac{1}{90}$ r
			minuto	'	$(\frac{1}{60})$ $^{\underline{o}}$
			segundo	"	$(\frac{1}{3600})$ $^{\underline{o}}$

e) UNIDADE INGLÊSA DE COMPRIMENTO

Nome	Tradução	Valor
Mile	Milha	1609,35m
Yard	Jarda	0,9144m
Foot	Pé	0,3048m
Inch	Polegada	0,0254m

Estas unidades se ligam pelas relações:

1 jarda = 3 pés = 36 polegadas

1 pé = 12 polegadas

REDUÇÃO DE COMPLEXOS E INCOMPLEXOS E VICE-VERSA

Chama-se número complexo ao número formado por duas ou mais unidades de ordens diferentes, não decimais e redutíveis a uma só.

Por exemplo: 2 anos 3 meses e 7 dias.

1ª) Transformação de número incomplexo em número complexo

Exemplo: Transformar 79 polegadas em número complexo

```
79 pol.  / 12
 7 pol.    6 pés  / 3
           0         2 jardas
```

logo 79 pol. = 2 jardas 7 pol.

Com efeito: se 1 pé = 12 polegadas, haverá tantos pés quantas vêzes 12 estiver contido em 79, sendo o resto polegadas. Idêntico raciocínio rege a redução a jardas.

2ª) Transformação de número complexo em número incomplexo

Exemplo: Transformar em número incomplexo 3 jardas, 2 pés e 7 polegadas.

Virá:

3 jardas x 3 = 9 pés

9 pés + 2 pés = 11 pés

12 polegadas x 11 p. = 132 pol.

132 polegadas + 7 pol. = 139 pol.

Com efeito: uma jarda tendo 3 pés, 3 jardas terão 3 x 3 = 9 pés que serão somadas com os 2 pés dados. Raciocínio idêntico rege a redução a polegadas.

3 - TRANSFORMAÇÃO DE COMPLEXO EM FRAÇÃO E VICE-VERSA

1ª) Transformação de número complexo em fração ordinária

Exemplo: Transformar 3 jardas, 2 pés e 7 polegadas em fração ordinária.

Virá, pelo exemplo anterior, 3 jardas, 2 pés e 7 pol. = 139 pol. daí então 3 jardas, 2 pés e 7 pol. = $\left(\frac{139}{36}\right)$ jardas.

Regra: O numerador da fração é o número complexo dado reduzido a número incomplexo. O denominador é no caso 1 jarda reduzida a polegadas.

2ª) Transformação da fração ordinária de um complexo em número complexo.

Exemplo: Transformar em número complexo $\frac{17}{3}$ yd

Virá:

```
17  / 3
 2yd   5 jd. 2 p.
 3
 ---
 6 ft.
 0
```

Regra: Divide-se o numerador pelo denominador, o cociente será a maior unidade do complexo; o resto é convertido na unidade seguinte. Divide-se o produto pelo denominador, obtendo-se a segunda unidade do complexo e reduz-se o resto à unidade seguinte. Opera-se do mesmo modo até se conseguir a menor unidade procurada. Se houver resto, êle será o numerador da fração cujo denominador é o primitivo. Esta fração é da menor unidade do complexo.

4 - OPERAÇÕES SÔBRE COMPLEXOS

a) ADIÇÃO:

1º Exemplo:

$$
\begin{array}{llll}
7^\circ & 35' & 40'' & \\
1^\circ & 49' & 55'' & \\
3^\circ & 53' & 58'' & \\
\hline
11^\circ & 137' & 153'' & \underline{|\,60} \\
\underline{\ \ 2^\circ} & \underline{\ \ 2'} & 33'' & 2' \\
13^\circ & 139' \ \underline{|\,60} & & \\
 & 19' \quad 2' & & \\
\end{array}
$$

Resultado: 13° 19' 33"

Regra: Somam-se separadamente as unidades de cada ordem. Acham-se 11° 137' 153". Reduzem-se os 153'' a minuto. Encontram-se 2' 33". Aquêles adicionam-se 137' e encontram-se 139' que, reduzidos a graus, dão 2° 19'. Adicionam-se os 2° aos 11° já achados, e o resultado da soma será 13° 17' 33".

2º Exemplo:

$$
\begin{array}{llll}
3\ a & 7m & 24d & \\
1\ a & 9m & 17d & \\
2\ a & 10m & 30d & \\
\hline
6\ a & 26m & 71d & \underline{|\,30} \\
\underline{2\ a} & \underline{\ \ 2} & 11d & 2 \\
8\ a & 28m \ \underline{|\,12} & & \\
 & 4m \quad 2 & & \\
\end{array}
$$

Resultado: 8a 4m 11d.

Regra: Somam-se separadamente as unidades de cada ordem. Encontram-se 6a 26m 71d. Os 71d foram reduzidos a meses, dando 2m 11d. Os 2m adicionam-se a 26m e assim por diante.

b) SUBTRAÇÃO

1º Caso) Tôdas as unidades do minuendo são maiores que as do subtraendo.

1º Exemplo:

7°	$10'$	$10''$
3°	$8'$	$3''$
4°	$2'$	$7''$

2º Exemplo:

2a	8m	27d
1a	3m	14d
1a	5m	13d

2º Caso) As unidades do minuendo são menores que as correspondentes do subtraendo.

1º Exemplo:

	$74'$	
3°	$\cancel{14}'$	$90''$
$\cancel{4}^\circ$	$\cancel{15}'$	$\cancel{30}''$
2°	$28'$	$47''$
1°	$46'$	$43''$

Justificação: De $30''$ não se podem diminuir $47''$. Da ordem seguinte, tira-se $1' = 60''$ que, adicionados a $30''$, dão $90''$ dos quais se sub - traem $47''$, encontrando-se $43''$.

Dos $14'$ restantes não se podem subtrair $28'$. Então, da ordem seguinte tira-se $1^\circ = 60'$ que, adicionados a $14'$, dão $74'$ dos quais se subtraem $28'$, encontrando-se $46'$.

Dos 2° restantes, diminuindo 1°, encontra -se 1°.

A diferença será $1^\circ\ 46'\ 43''$

2º Exemplo:

	18m	
3a	~~6~~m	40d
~~4~~a	~~7~~m	~~10~~d
2a	9m	23d
1a	9m	17d

Para que a subtração, ordem a ordem, seja possível, procede-se como no exemplo anterior.

c) MULTIPLICAÇÃO

1º Caso) <u>Multiplicação de complexo por incomplexo</u>

Exemplo:

3°	$15'$	$17''$	
		$\times 9$	
27°	$135'$	$153''$	$\underline{/\ 60}$
2	2	$33''$	2
29°	$137'$ $\underline{/\ 60}$		
	$17'$ $\quad 2$		

Resultado: 29° $17'$ $33''$

Regra: Multiplica-se cada uma das unidades do número complexo pelo incomplexo, efetuando as reduções convenientes.

2º Caso) <u>Multiplicação de incomplexo por complexo.</u>

Exemplo:

$$3 \times 2\text{ jd. } 2\text{ p. } 5\text{ pol.} = 3 \times \frac{101\text{jd}}{36} = \frac{303\text{jd}}{36} = 8\text{jd } 1\text{p. } 3\text{ pol.}$$

Resultado: 8 jardas, 1 pé e 3 pol.

Regra: Reduz-se o número complexo a fração e efetua-se a operação , reduzindo a fração resultante a incomplexo.

d) DIVISÃO

Exemplo:

4°	$7'$	$10''$	$\underline{/\ 3}$
1°	$\underline{60'}$	$\underline{120''}$	1° $\quad 25'$ $\quad 43''$ $\frac{1}{3}$
$\underline{60^{\circ}}$	$67'$	$130''$	
60°	$17'$	$10''$	
	$2'$	$1''$	
	$60''$		
	$120''$		

Regra: Dividem-se os graus pelo divisor. Converte-se o resto à unidade seguinte e soma-se com as unidades dadas da mesma espécie.

Divide-se o resultado pelo divisor. O resto é convertido a unidade seguinte e somado com as dadas da mesma espécie efetuando-se nova divisão. O último resto será o numerador da fração cujo denominador é o divisor. Esta fração é da menor unidade do complexo.

APLICAÇÕES

1) Calcular a idade de uma pessoa que nasceu em 17 de maio de 1832 e faleceu em 20 de julho de 1900.

Solução:

A idade da pessoa é a diferença entre as datas do nascimento e a do falecimento, logo virá.

1900 a 7m 20d - 1832 a 5m 17d = 68a 2m 3d

Resultado: A idade da pessoa era 68a 2m 3d.

2) Para executar certo trabalho, um operário gastou 2 horas 15 minutos 35 segundos. Quanto tempo gastará para executar 7 trabalhos iguais ?

Solução

O tempo necessário será:

2 h 15m 35s x 7 = 14h 105m 245s = 15h 49m 5s

Resultado: 15 horas 49 minutos 35 segundos.

EXERCÍCIOS

1) Reduzir a número incomplexo:

a) 2^o 3' 15"

b) 3h 10m 30s

2) Reduzir a número complexo:

a) 15353'

b) 10231s

c) 49m

3) Reduzir a fração ordinária:

a) 3° $7'$ $15''$

b) 8h 3m

4) Reduzir a número complexo:

a) $\left(\frac{13}{5}\right)^{\circ}$, $\left(\frac{18}{3}\right)^{\circ}$

b) $\left(\frac{7}{8}\right)^{h}$, $\left(\frac{2}{3}\right)^{h}$

5) Efetuar:

Somar:

a)
$$\begin{array}{rrr} 3^{\circ} & 15' & 15'' \\ 4^{\circ} & 48' & 57'' \\ & 58' & 57'' \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rrr} 4h & 58m & 53'' \\ 1h & 37m & 50s \\ 7h & 47m & 57s \\ \hline \end{array}$$

Subtrair:

a)
$$\begin{array}{rrr} 3^{\circ} & 7' & 15'' \\ 2^{\circ} & 6' & 30'' \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rrr} 12h & 3m & 10s \\ 7h & 30m & 37s \\ \hline \end{array}$$

Multiplicar:

a)
$$\begin{array}{rrr} 10^{\circ} & 17' & 23'' \\ & & 9 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rrr} 7h & 37' & 43s \\ & & 8 \\ \hline \end{array}$$

Dividir:

a) 15° $7'$ $13'' \div 3$

b) 7h 4m 15s $\div$ 4

Problemas:

6) As longitudes de duas cidades situadas sôbre o Equador são 13^o 15' 10" O e 28^o 13' 7" O. Qual o arco do Equador compreendido entre elas?

7) Uma pessoa nascida em 15 de maio de 1913 e falecida em 13 de agôsto de 1948, que idade tinha?

8) O salário-hora de um operário é Cr$ 14,20. Quanto ganha por 6 dias de trabalho se trabalha 4h 10m?

9) A velocidade média de um automóvel foi de 60km/h. Quanto tempo gastará para percorrer 135km?

NOTAS DE AULA

POTÊNCIAS E RAIZES

1 - NOÇÃO DE POTÊNCIA E RAIZ

Seja a expressão 2^3; 2 é a base; 3 o expoente ou potência. Esta expressão significa que a base 2 é tomada como fator, 3 vêzes. Assim $2^3 = 2 \times 2 \times 2$.

Logo, potência de um número é o produto de fatôres iguais a êste número.

As potências 2 e 3 chamam-se, respetivamente, quadrado e cubo.

Inversamente, raiz de um número é outro número que, multiplicado por si mesmo várias vêzes, reproduz o número dado. Assim $\sqrt[4]{81} = 3$ porque $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$.

As raízes 2 e 3 chamam-se, respetivamente raiz quadrada e raiz cubica.

PROPRIEDADES DAS POTÊNCIAS

1) A potência 1 de um número é o próprio número: $2^1 = 2$.

2) Para multiplicar potências de mesma base, somam-se os expoentes.

Exemplo:

$$2^3 \times 2^4 \times 2 = 2^{3 + 4 + 1} = 2^8$$

3) Para dividir potências de mesma base, diminuem-se os expoentes.

Exemplo:

$$5^4 \div 5^2 = 5^{4-2} = 5^2$$

4) Para elevar-se uma potência a outra, multiplicam-se os expoentes.

Exemplo:

$$(2^3)^5 = 2^{15}$$

Observe-se que $(2^3)^5$ é diferente de 2^{3^5}. Aquêle tem a significação já vista; êste significa, 3^5 fatôres iguais a 2.

5) Para elevar um produto de vários fatôres a uma potência, eleva-se a esta potência cada um dos fatôres.

Exemplo:

$$(2^2 \times 3^5 \times 5^3)^2 = (2^2)^2 \times (3^5)^2 \times (5^3)^2 = 2^4 \times 3^{10} \times 5^6.$$

6) Para elevar-se uma fração a uma potência, eleva-se a esta potência o numerador e o denominador separadamente.

Exemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

OBSERVAÇÕES

1) Qualquer número elevado a zero é igual a 1.

$$2^0 = 3^0 = 4^0 \;\ldots\; = 1$$

2) Qualquer número elevado a um expoente negativo é igual a uma fração cujo numerador é 1 e cujo denominador é êste número elevado ao mesmo expoente positivo.

$$3^{-7} = \frac{1}{3^7}$$

2 - CÁLCULO DA RAIZ QUADRADA

Há dois casos a considerar: 1º O número é menor que 100; 2º O número é maior que 100.

O NÚMERO É MENOR QUE 100.

Basta saber os quadrados dos nove primeiros algarismos.

Números	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrados	1	4	9	16	25	36	49	64	81

Exemplo:

$$\sqrt{29} = 5$$

Vê-se que $5^2 = 25 < 29$. Então 5 é chamado a raiz quadrada por falta, sendo 6 a raiz quadrada por excesso, porque $6^2 = 36 > 29$.

O NÚMERO É MAIOR QUE 100.

REGRA:

1) Divide-se o número em classes de dois algarismos a partir da direita; a última classe à esquerda pode ter um só algarismo.

2) Procura-se a raiz quadrada do maior quadrado contido na última classe à esquerda; escreve-se esta raiz à direita do número proposto; depois subtrai-se seu quadrado da classe em que se opera; ao lado do resto, abaixa-se a classe seguinte.

3) Separa-se por um ponto o primeiro algarismo à direita do número assim formado e divide-se a parte que resta à esquerda pelo dôbro da raiz encontrada: escreve-se o cociente ao lado do dôbro da raiz, multiplica-se o número obtido por êste cociente e subtrai-se o produto do número em que se opera. Se a subtração fôr possível, o cociente é o segundo algarismo da raiz; escreve-se à direita do precedente; em caso contrário, o cociente deve ser diminuido de uma ou várias unidades.

4) Abaixa-se a classe seguinte ao lado do resto da última subtração e opera-se sôbre o número resultante como anteriormente.

5) Opera-se do mesmo modo até não haver mais classes a abaixar.

OBSERVAÇÃO:

Pode acontecer que, depois de abaixar uma classe e separar o último algarismo à direita, o número resultante seja inferior ao dôbro da raiz obtida. Neste caso, é necessário colocar um zero na raiz e abaixar a classe seguinte.

Exemplo:

$\sqrt{4.83.79}$	219
4	2^2
08.3	2 x 2 = 4
41	41 x 1 = 41
427.9	21 x 2 = 42
386.1	429 x 9 = 3861
41.8	

PROVA:

Eleva-se a raiz ao quadrado e soma-se o resultado ao resto.

$$219^2 + 418 = 48379$$

NOTA:

Quando o número é quadrado perfeito, decomposto em fatôres, todos os expoentes são pares. Tomando-se cada fator elevado à metade de um expoente, encontra-se a raiz quadrada do número.

$$144 = 2^4 \times 3^2 \text{ logo } \sqrt{144} = 2^2 \times 3.$$

a) RAIZ QUADRADA DE UM NÚMERO INTEIRO COM A APROXIMAÇÃO DADA

REGRA:

Coloca-se vírgula no número e acrescenta-se um número de zeros igual ao dôbro da aproximação pedida. Extrai-se a raiz normalmente (sem vírgula) e toma-se no resultado um número de ordens decimais igual ao da aproximação.

Exemplo:

Extrair $\sqrt{45}$ com aproximação de 0,01

$\sqrt{45,0000}$	670
36	$6^2 = 36$
90.0	6 x 2 = 12
88.9	127 x 7 = 889
110.0	67 x 2 = 134
	134
logo	$0,01\sqrt{45} = 6,70$

b) RAIZ QUADRADA DE NÚMEROS DECIMAIS

Se o número tiver ordens decimais em número impar, acrescenta-se um zero.

REGRA:

Extrai-se a raiz como se não houvesse vírgula. Toma-se como ordens decimais do resultado a metade das ordens decimais do número dado.

Exemplo: Extrair $\sqrt{3,753}$

$\sqrt{3,7530}$	193
1	$1^2 = 1$
27,5	$1 \times 2 = 2$
26.1	$29 \times 9 = 261$
0143.0	$19 \times 2 = 38$
114.9	$383 \times 3 = 1149$
28.1	

logo $\sqrt{3,7530} = 1,93$

c) RAIZ QUADRADA DAS FRAÇÕES ORDINÁRIAS

1º caso: Os dois têrmos da fração são quadrados perfeitos.

REGRA: Extrai-se a raiz de ambos os têrmos.

Exemplo:

$$\sqrt{\frac{81}{144}} = \frac{9}{12}$$

2º caso: Só o denominador é quadrado perfeito.

REGRA:

O denominador da raiz é a raiz quadrada do denominador da fração e o numerador é a do numerador por falta ou por excesso.

Exemplo:

$$\sqrt{\frac{45}{81}} = \frac{6}{9} \text{ por falta e } \frac{7}{9} \text{ por excesso com erro} < \frac{1}{9}\,.$$

3º caso: Nem o numerador nem o denominador são quadrados perfeitos.

REGRA:

Multiplicam-se os dois têrmos da fração pelo denominador, para que êste fique quadrado, e recai-se no caso anterior.

Exemplo:

$$\sqrt{\frac{9}{7}} = \sqrt{\frac{9 \times 7}{7 \times 7}} = \sqrt{\frac{63}{49}} = \frac{7}{7}$$ por falta e $\frac{8}{7}$ por excesso com erro $< \frac{1}{7}$

NOTA:

Se fôr pedida a raiz quadrada de uma fração ordinária com uma aproximação decimal, transforma-se a ordinária em decimal e opera-se convenientemente.

APLICAÇÕES:

1) Efetuar

$$4^4 \times 4^3 \times 4^2 = 4^{4 + 3 + 2} = 4^9$$

Resultado: 4^9

2) Efetuar

$$(4^3 \times 3^2) \times (4^2 \times 3^3)^2 = 4^3 \times 3^2 \times 4^4 \times 3^6 = 4^7 \times 3^8$$

3) Efetuar

$$\frac{(2^3 \times 3^2 \times 5^3)^2}{(2^4 \times 3 \times 5^3)} = \frac{2^6 \times 3^4 \times 5^2}{2^4 \times 3 \times 5^3} = \frac{2^2 \times 3^3}{5}$$

PROBLEMAS:

1) $3^2 \times 3 \times 3^4$; $7 \times 7^4 \times 7^5$

2) $(7^3 \times 3^2)^3$; $(2^5 \times 3^7 \times 4^4)^2$

3) $10^7 \div 10^3$; $8^4 \div 8^2$

4) $8^5 \div 8^5$; $6^3 \div 6^3$

5) $4^2 \div 4^5$; $5^6 \div 5^{10}$

6) $(4 \times 5^2 \times 6^3)^2 \times (4^2 \times 5^3 \times 6)$; $(2 \times 3^4 \times 7)^3 \times (2^3 \times 3^4 \times 7^5)^2$

7) $3 \times (3^2 \times 4 \times 5)^2 \times (2 \times 3^4 \times 4^3)$; $4 \times (2^2 \times 3^5)^2 \times 2 \times (4^3 \times 5)^3$

8) Multiplicar o cubo de $(2 \times 3^3 \times 5)$ pelo quadrado de $(2^2 \times 3 \times 5^3)$

9) Dividir o quadrado de $3^5 \times 7^6 \times 13^4$ pelo cubo de $3 \times 7^3 \times 13^2$

10) Efetuar as operações indicadas:

a) $(2^3 \times 3^2 \times 5)^2 \times (2 \times 3^3 \times 5^2)\ 3$

b) $$\frac{(2^2 \times 3^4 \times 5)^3 \times (2^2 \times 3^3 \times 5^4)^2}{(2 \times 3^2 \times 5)^3}$$

c) $$\frac{(3^3 \times 5^2 \times 7)^3 \times (2^3 \times 5 \times 7^3)^2}{(2^3 \times 5^2 \times 7) \times 3^4 \times 7^3}$$

11) Completar as igualdades:

a) $3^{-7} =$

b) $2^{-4} =$

c) $7^0 =$

d) $m^0 =$

12) Extrair a raiz quadrada pelas propriedades das potências dos seguintes números:

a) 72900; b) 19600; c) 7056

13) Quais os menores números pelos quais se devem multiplicar os números abaixo para transformá-los em quadrados perfeitos?

a) 90; b) 1500; c) 252; d) 10584

14) Quais os menores números pelos quais se devem dividir os números abaixo para transformá-los em quadrados perfeitos?

a) 600; b) 30; c) 540.

15) Extrair a raiz quadrada dos números abaixo com aproximação de 0,01.

a) 18731; b) 2372; c) 45184

16) Pela tabela extrair as raízes quadradas e cúbicas de:

a) 9731; b) 8751; c) 3423

17) Uma peça retangular tem 36cm por 4cm. Quais são as dimensões de uma peça quadrada da mesma área.

18) Um triângulo de $6,25km^2$ de área. Quais as dimensões se a base é o dôbro da altura?

3 - TABELA DE QUADRADOS E CUBOS DOS NÚMEROS INTEIROS DE 1 a 100.

Nº	Quadrado.	Cubo	Nº	Quadrado.	Cubo	Nº	Quadrado.	Cubo	Nº	Quadrado.	Cubo
1	1	1	26	676	17576	51	2601	132651	76	5776	438976
2	4	8	27	729	9683	52	704	40608	77	929	56533
3	9	27	28	84	21952	53	809	48877	78	6084	74552
4	16	64	29	841	4389	54	916	57464	79	241	93039
5	25	125	30	900	7000	55	3025	66375	80	400	512000
6	36	216	31	61	9791	56	136	75616	81	561	31441
7	49	343	32	1024	32768	57	249	85193	82	724	51368
8	64	512	33	89	5937	58	364	95112	83	889	71787
9	81	729	34	156	9304	59	481	205379	84	7056	92704
10	100	1000	35	225	42875	60	600	16000	85	225	614125
11	21	331	36	296	6656	61	721	26981	86	396	36056
12	44	728	37	396	50653	62	844	38328	87	569	58503
13	69	2197	38	444	4872	63	969	50047	88	744	81472
14	96	744	39	521	9319	64	4096	62144	89	921	704969
15	225	3375	40	600	64000	65	225	74625	90	8100	29000
16	56	4096	41	681	8921	66	356	87496	91	281	53571
17	89	913	42	764	74088	67	489	300763	92	464	78688
18	324	5832	43	849	9507	68	624	14432	93	649	804357
19	61	6859	44	936	85184	69	761	28509	94	836	30584
20	400	8000	45	2025	91125	70	900	43000	95	9025	57375
21	41	9261	46	116	7336	71	5041	57911	96	216	84736
22	84	10648	47	209	103823	72	184	73248	97	409	912673
23	529	2167	48	304	10592	73	329	89017	98	604	41192
24	76	3824	49	401	17649	74	476	405224	99	801	70299
25	625	5625	50	500	25000	75	625	21875	100	10000	1000000

4 – TABELA DE RAIZES QUADRADAS E CÚBICAS DOS NÚMEROS INTEIROS DE 1 a 100.

Nº	Raiz Quadrada	Raiz Cúbica	Nº	Raiz Quadrada	Raiz Cúbica	Nº	Raiz Quadrada	Raiz Cúbica
1	1,00000	1,00000	35	5,91607	3,27106	69	8,30662	4,10156
2	41421	25992	36	6,00000	30192	70	36660	18128
3	73205	44224	37	08276	33222	71	42614	14081
4	2,00000	58740	38	16441	36197	72	48528	16016
5	23606	70997	39	24499	39121	73	54400	17933
6	44948	81712	40	32455	41995	74	60232	19833
7	64575	91293	41	40312	44821	75	66025	21716
8	82842	2,00000	42	48074	47602	76	71779	23582
9	3,00000	08008	43	55743	50339	77	77496	25432
10	16227	15443	44	63324	53034	78	83176	27265
11	31662	22398	45	70820	55689	79	88819	29084
12	46410	28942	46	78233	58304	80	94427	30886
13	60555	35133	47	85565	60882	81	9,00000	32674
14	74165	41014	48	92820	63424	82	05538	34448
15	87298	46621	49	7,00000	65930	83	11043	36207
16	4,00000	51984	50	07106	68403	84	16515	37951
17	12310	57128	51	14142	70842	85	21954	39682
18	24264	62074	52	21110	73251	86	27361	41400
19	35889	66840	53	28010	75628	87	32737	43104
20	47213	71441	54	34846	77976	88	38083	44766
21	58257	75892	55	41619	80295	89	43398	46474
22	69041	80203	56	48331	82586	90	48683	48140
23	79583	84386	57	54983	84850	91	53939	49794
24	89897	88449	58	61577	87087	92	59166	51435
25	5,00000	92401	59	68114	89299	93	64365	53065
26	09901	96249	60	74596	91486	94	69535	54683
27	19615	3,00000	61	81024	93649	95	74679	56290
28	29150	03658	62	87400	95789	96	79795	57885
29	38516	07231	63	93725	97905	97	84885	59470
30	47722	10723	64	8,00000	4,00000	98	89949	61043
31	56776	14138	65	06225	02072	99	94987	62606
32	65685	17480	66	12403	04124	100	10,00000	64158
33	74456	20753	67	18535	06154			
34	83095	23961	68	24621	08165			

NOTAS DE AULA

RAZÕES E PROPORÇÕES

1 - RAZÃO ENTRE DUAS GRANDEZAS - EQUIDIFERENÇA

a) Razão entre dois números é o cociente da divisão de um pelo outro. A razão entre 3 e 4 é $\frac{3}{4}$. Considerando a razão $\frac{4}{3}$ ela será a razão inversa da primeira.

O numerador chama-se antecedente; o denominador, conseqüente.

PROPRIEDADES

1ª) O produto de duas razões é igual ao produto dos antecedentes dividido pelo produto dos conseqüentes. Sejam as razões $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{5}$. Virá $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

2ª) O cociente de duas razões é igual ao produto da razão dividendo pelo inverso da razão divisora. Sejam as razões $\frac{3}{5}$ e $\frac{2}{7}$. Virá.

$$\frac{3}{5} \div \frac{2}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{21}{10}$$

3ª) Numa série de razões iguais, a soma dos antecedentes, dividida pela soma dos conseqüentes, dá uma razão igual a cada uma das razões dadas. Sejam as razões iguais $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{12}{16}$. Virá:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{12}{16} = \frac{3+6+12}{4+8+16} = \frac{21}{28}$$

b) Eqüidiferença é a igualdade de duas diferenças.

$$8 - 5 = 9 - 6$$

8 e 6 são os <u>extremos</u>, 5 e 9 são os <u>meios</u>, 8 e 9 são antecedentes, 5 e 6 são conseqüentes.

PROPRIEDADES

1ª) Numa eqüidiferença, a soma dos extremos é igual à soma dos meios

$8 - 5 = 9 - 6$ logo $8 + 6 = 9 + 5$.

2ª) Uma eqüidiferença não se destroi, quando se soma ou subtrai um mesmo número:

a) a ambos os antecedentes, assim

$$16 - 2 = 15 - 1 \text{ dá } (16-3) - 2 = (15-3) - 1.$$

b) a ambos os conseqüentes,

c) a ambos os têrmos de um mesmo membro,

d) aos quatro têrmos.

Os itens b, c, d são realizados tais como o item <u>a</u>.

3ª) Uma eqüidiferença não se altera:

a) quando se alternam os meios. Assim

$$7 - 5 = 3 - 1 \text{ dá } 7 - 3 = 5 - 1$$

b) quando se invertem os meios e os extremos. Assim

$$4 - 2 = 8 - 6 \text{ dá } 6 - 8 = 2 - 4$$

c) quando se trocam os membros. Assim

$$3 - 1 = 5 - 3 \text{ dá } 5 - 3 \equiv 3 - 1$$

2 - PROPORÇÕES

a) PRELIMINARES

Proporção é a igualdade de duas razões. Assim $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ formam uma proporção que se lê:

3 está para 4, assim como 6 está para 8. Pode-se representar a proporção do seguinte modo:

$$3 : 4 :: 6 : 8$$

3 e 8 são os <u>extremos</u>; 4 e 6 os <u>meios</u>.

Quarta proporcional é qualquer dos têrmos da proporção. Proporção contínua é a que tem meios iguais como $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$. Os meios desta proporção são média geométrica, em relação aos outros dois; os extremos são terceiras proporcionais.

PROPRIEDADES DAS PROPORÇÕES

1ª) Propriedade fundamental: em qualquer proporção, o produto dos meios iguala o produto dos extremos.

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ logo $2 \times 6 = 3 \times 4$. Portanto, se $\frac{4}{x} = \frac{6}{9}$, vem

$$x = \frac{4 \times 9}{6} = 6.$$

Dai decorre que, desde de que se mantenham o produto dos meios igual ao dos extremos os têrmos da proporção podem ser escritos de vários modos. O exemplo dado poderá ser escrito

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \text{ou} \quad \frac{3}{2} = \frac{6}{4} \quad \text{etc.}$$

2ª) Em qualquer proporção, a soma ou diferença dos dois primeiros têrmos está para o primeiro ou segundo, assim como a soma ou diferença dos dois últimos está para o terceiro ou quarto.

$$\frac{4}{2} = \frac{6}{3} \text{ logo } \frac{4-2}{2} = \frac{6-3}{3} \text{ ou } \frac{4+2}{2} = \frac{6+3}{3}$$

3ª) Em qualquer proporção, a soma ou diferença dos dois primeiros têrmos está para a soma ou diferença dos dois últimos, assim como o 1º têrmo para o terceiro, ou o segundo para o quarto.

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \text{ vem } \frac{2+4}{3+6} = \frac{2}{3} \text{ ou } \frac{2+4}{3+6} = \frac{4}{6}$$

4ª) Em qualquer proporção, a soma dos dois primeiros têrmos está para a soma dos dois últimos, assim como a diferença dos dois primeiros está para a diferença dos dois últimos.

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \text{ logo } \frac{2+4}{6+3} = \frac{4-2}{6-3} \text{ ou } \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

5ª) Em qualquer proporção, a soma dos dois primeiros têrmos está para sua diferença, assim como a soma dos dois últimos está para a sua diferença.

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \text{logo} \quad \frac{2+4}{4-2} = \frac{6+3}{6-3}$$

6ª) Multiplicando-se entre si duas proporções, o resultado fica em proporção. Assim

$$\begin{cases} \dfrac{2}{4} = \dfrac{3}{6} \\ \\ \dfrac{5}{7} = \dfrac{10}{14} \end{cases}$$

$$\text{logo} \quad \frac{2 \times 5}{4 \times 7} = \frac{3 \times 10}{6 \times 14}$$

7ª) Se quatro números estão em proporção, suas potências do mesmo grau ou raízes do mesmo índice também estão em proporção. Assim

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \text{logo} \quad \frac{2^2}{4^2} = \frac{3^2}{6^2} \quad \text{ou} \quad \frac{4}{16} = \frac{9}{36}$$

APLICAÇÕES

1ª) Calcular x na proporção $\frac{3}{x} = \frac{9}{6}$

Aplicando a propriedade fundamental, vem $x = \frac{3 \times 6}{9} = 2$

2ª) Uma viga de 14m foi dividida em duas partes proporcionais a 3 e 4. Quanto mede cada parte?

Solução: Sendo a e b as partes, vem $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$

Aplicando a 2ª propriedade, vem

$$\frac{a+b}{3+4} = \frac{a}{3} = \frac{b}{b}, \text{ mas } a + b = 14\text{m, logo}$$

$$\frac{14}{7} = \frac{a}{3} = \frac{b}{b}, \text{ logo } a = \frac{3 \times 14}{7} = 6\text{m}$$

$$b = \frac{4 \times 14\text{m}}{7} = 8\text{m}$$

1) Calcular o valor de $\underline{x}$ nas seguintes proporções:

$$\frac{6}{18} = \frac{x}{9} \; ; \; \frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{5}}{x} \; ; \; \frac{2 + \frac{1}{2}}{3 - 1\frac{1}{6}} = \frac{x}{2}$$

2) Calcular a terceira proporcional entre:

a) 2 e 3; b) 7 e 8; c) 4 e 6

3) Calcular a média proporcional entre:

a) 4 e 9; b) 3 e 37; c) 50 e 2.

4) A soma dos diâmetros de duas engrenagens é 25cm. Quais são êsses diâmetros, sabendo-se que estão entre si como 2 para 3.

5) Determinar os diâmetros de duas polias cuja diferença de diâmetro seja 15cm, sabendo-se que estão entre si como 2 para 5.

6) Determinar dois números cujo produto seja 96, sabendo-se que estão entre si como 2 para 3.

7) Dividir o comprimento de 65 metros em duas partes cuja razão seja 5/8.

8) Calcular os dois antecedentes de uma proporção sabendo-se que sua soma é 30 e que os dois conseqüentes são 2 e 3.

9) Calcular o valor de a, b, c nas razões abaixo, sendo:

a) $a + b + c = 26$; b) $a + b + c = 2{,}4$; c) $a + 2b + 3c = 46$;

a) $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{6}{8}$

b) $\frac{a}{3} = \frac{c}{5} = \frac{c}{4}$

c) $\frac{a}{5} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$

1) Achar o número de dentes de uma engrenagem acionada, cujo RPM é igual a 50, sabendo-se que a engrenagem motriz tem 20 dentes e trabalha a um RPM igual a 100. Convencionar N como sendo o número de dentes da engrenagem acionada.

2) Uma polia de 18" de diâmetro, que faz 200 RPM, precisa ser ligada a uma outra polia, em árvore diferente, cujo número de rotações por minuto é igual a 600. Que diâmetro deve ter a polia acionada?

3) Uma polia de 7", girando a 825 RPM, vai ser ligada a uma polia cujo diâmetro é igual a 21". Quantas RPM terá que fazer a polia de 21"?

4) Uma polia de 7 1/2" corre com uma velocidade de 125 RPM e aciona outra polia de 425 RPM. Pergunta-se qual será o diâmetro da segunda polia.

5) Uma engrenagem, girando a 120 RPM, aciona a 20 RPM uma engrenagem de 96 dentes. Pergunta-se qual será o número de dentes da engrenagem.

6) A engrenagem A tem 32 dentes, a B (intermediária) tem 16 dentes e a C tem 48. Calcular o número de rotações da engrenagem C, considerando que a engrenagem A gira a 300 vêzes por minuto.

7) Se a engrenagem C estivesse diretamente ligada à engrenagem A, qual seria a sua rotação?

3 - DIVISÃO PROPORCIONAL (DIRETA E INVERSA). REGRA DE SOCIEDADE

a) Divisão proporcional simples e direta

APLICAÇÃO

Seja dividir Cr$360,00 em partes proporcionais a 2, 3, 5. Virá:

$$x = \frac{Cr\$360,00 \times 2}{2 + 3 + 5} = Cr\$72,00$$

$$y = \frac{Cr\$360,00 \times 3}{2 + 3 + 5} = Cr\$108,00$$

$$z = \frac{Cr\$360,00 \times 5}{2 + 3 + 5} = Cr\$180,00$$

REGRA

Para dividir uma grandeza em partes proporcionais a vários números, é preciso dividí-la pela soma dos números e multiplicar o cociente pelos diferentes números.

b) Divisão proporcional simples e inversa

Tomam-se os inversos dos números dados e divide-se a grandeza em partes diretamente proporcionais a êstes inversos.

APLICAÇÃO

Dividir Cr$1.800,00 em partes inversamente proporcionais a 2, 3, $\frac{1}{5}$. É o mesmo que dividí-la em partes diretamente proporcionais a $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, 5, logo

$$x = \frac{1.800,00 \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 5} = 154,20$$

$$y = \frac{1.800,00 \times \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 5} = 102,80$$

$$z = \frac{1.800,00 \times 5}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 5} = 1.543,00$$

c) Divisão proporcional composta

Problema

Dois pedreiros trabalham na construção de um muro. O primeiro durante 4 dias, ocupando-se 6 horas por dia e o segundo 6 dias com 5 horas diárias de trabalho. Recebem Cr$810,00. Qual é a parte de cada?

O primeiro trabalhou 6 h x 4 24 horas

O segundo trabalhou 5 h x 6 30 horas

Divide-se Cr$810,00 proporcionalmente a 24h e 30h, logo

o 1º operário recebe $\frac{810,00 \times 24}{54}$ = Cr$ 360,00

o 2º operário recebe $\frac{810,00 \times 30}{54}$ = Cr$ 450,00

PROBLEMAS

1) Dividir 360 em partes diretamente proporcionais a 2, 3 e 4.

2) Dividir 180 partes proporcionais de modo que a primeira seja o triplo da segunda e esta o dôbro da terceira.

3) Dividir 620 em partes inversamente proporcionais a 3, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$.

4) Os lados de um triângulo são proporcionais a 2, 3, 4. Quanto vale cada lado, se o perímetro é de 1 jarda 0 pés 9 polegadas?

5) Três operários receberam ao todo Cr$3.600,00. O primeiro trabalhou 15 dias, o segundo 17 e o terceiro 13 dias. Quanto recebeu cada um?

6) Três operários receberam ao todo Cr$6.800,00. O primeiro trabalhou 15 dias, à razão de 6 horas por dia; o segundo 25 dias, à razão de 4 horas por dia, e o terceiro 30 dias, à razão de 5 horas por dia. Quanto recebeu cada um?

7) Certa quantia foi dividida em três partes proporcionais a 2, 4 e 6, respetivamente. Sabendo-se que a primeira vale Cr$50,00, quanto vale cada uma das outras duas? Qual foi, também a quantia dividida.

8) Certa quantia foi dividida entre 3 pessoas, em partes respetiva - mente proporcionais a 3, 5 e 7. Tendo a terceira recebido mais Cr$40,00 que a segunda, quanto recebeu cada uma? Qual foi a quantia dividida?

9) Dividir 260 em partes inversamente proporcionais aos números 2,3e4

10) Um pai deixou Cr$28.700,00 para serem divididos entre três filhos, na razão inversa das suas idades, que são 2, 3 e 7 anos. Quanto recebeu cada um?

REGRA DE SOCIEDADE

É uma das aplicações da divisão em partes proporcionais. O lucro ou prejuizo de vários sócios de uma emprêsa é proporcional ao capital que empregam e ao tempo em que o capital permanece empregado. Podem, neste problema, surgir três casos.

1º) Emprega-se o mesmo capital em tempos diferentes. O lucro ou prejuizo é proporcional ao tempo.

2º) Empregam-se capitais diferentes em tempos iguais. O lucro ou prejuízo é proporcional aos capitais.

3º) Empregam-se capitais diferentes em tempos diferentes. O lucro ou prejuizo é proporcional ao produto do tempo pelo capital respetivo.

Este caso é de repartição proporcional composta.

APLICAÇÃO

Três sócios organizam uma emprêsa. O primeiro concorre com Cr\$50.000,00; o segundo com Cr\$80.000,00 e o terceiro com Cr\$20.000,00, respetivamente, durante 3, 4 e 2 anos. O lucro da emprêsa foi de Cr\$102.000,00. Quanto toca a cada um?

o 1º sócio recebe: $= \dfrac{102.000,00}{510.000,00} \times 150.000,00 = 30.000,00$

o 2º sócio recebe: $= \dfrac{102.000,00}{510.000,00} \times 320.000,00 = 64.000,00$

o 3º sócio recebe: $= \dfrac{102.000,00}{510.000,00} \times 40.000,00 = 8.000,00$

PROBLEMAS

1) Uma sociedade organizada por dois sócios apurou, no fim do ano, um lucro de Cr\$18.000,00. Qual a parte de cada sócio, se os dois entraram com os capitais de Cr\$20.000,00 e Cr\$30.000,00, respetivamente?

2) No "Balanço Geral" de uma firma comercial foi verificado um lucro de Cr$140.000,00. Qual a parte dêsse lucro a ser creditado, a cada sócio, se os seus capitais são, respetivamente,de Cr$15.000,00 Cr$20.000,00 e Cr$35.000,00?

3) Três sócios organizaram uma emprêsa em 1º de janeiro, comprometendo-se cada um a entrar com o capital de Cr$15.000,00. Nesse dia, o primeiro entrou com Cr$12.000,00, o segundo com a metade e o terceiro integralizou a sua parte. Em 1º de março, o primeiro completou seu capital e o mesmo fêz o segundo em 1º de maio. No dia 31 de dezembro, procederam ao "Balanço Geral", tendo sido verificado um lucro de Cr$21.000,00. Qual é a parte do lucro a ser creditada a cada sócio respetivamente?

4) Uma sociedade organizada por 3 sócios em 1º de maio deu um lucro de Cr$6.280,00 apurado por ocasião do balanço de 31 de dezembro. O capital social é de Cr$30.000,00 dividido em partes iguais. O 2º sócio tendo entrado com Cr$6.000,00 integralizou seu capital em 15 de julho e o 3º que havia entrado com a metade completou sua parte em 1º de agosto. Quanto recebeu cada sócio si o 1º entrou no início da sociedade com toda sua quota?

4 - MÉDIAS ARITMÉTICAS: SIMPLES E PONDERADA. MÉDIA GEOMÉTRICA

1º) Médias aritméticas

a) média aritmética simples.

APLICAÇÃO:

Sejam as grandezas 4m, 6m, 2m, sua média aritmética será

$$Ma = \frac{4m + 6m + 2m}{3} = 4m$$

REGRA

Para determinar a média aritmética simples de várias grandezas, somam-se estas grandezas e divide-se o resultado pelo número de grandezas.

b) Média aritmética ponderada

APLICAÇÃO:

Um aluno obteve as seguintes notas:

média mensal 7; 1ª prova parcial 6; 2ª prova parcial 5; exame oral 8. Sendo 2, 2, 3, 3 os pesos destas notas, sua média ponderada foi

$$Mp = \frac{2 \times 7 + 2 \times 6 + 3 \times 5 + 2 \times 8}{10} = \frac{57}{10} = 5{,}7$$

REGRA

Para determinar a média ponderada de várias grandezas, multiplica-se cada grandeza por seu pêso e somam-se os resultados. Divide-se êste resultado pela soma dos pesos.

2º) Média geométrica

APLICAÇÃO

Calcular a média geométrica entre 4 e 9.

A média geométrica entre 4 e 9 é $Mg = \sqrt{4 \times 9} = 6$

REGRA

Para determinar a média geométrica de dois números, acha-se a raiz quadrada do produto dêstes números.

1) Calcular a média aritmética dos seguintes números:

a) 2, 4, 6; b) $\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$; c) 0,15, 0,32, 3,13

2) Calcular a média geométrica dos seguintes números:

a) 2 e 32; b) 4 e 9; c) 2 e 50.

3) Calcular a média ponderada de 6, 8, 10 sendo 2, 3, 5 os pesos respetivos.

4) Um comprimento de 4 metros foi representado, no desenho, por 10 centímetros. Qual a escala adotada?

5) No primeiro trecho, de uma estrada, em subida, um trem gasta 20 minutos na razão de 24 quilômetros a hora; no segundo trecho, em nível, gasta uma hora na razão de 45 quilômetros a hora, e no terceiro, em descida, gasta 40 minutos a 42 quilômetros a hora. Qual a velocidade média, relativa ao percurso total, desenvolvida por êsse trem?

6) Um aluno da 2ª série obteve em Matemática as seguintes notas: média anual 7,5 primeira prova parcial, 6,0 segunda prova parcial 6,0 e prova oral 7,0. Qual a nota de habilitação se os pesos correspondentes são, respetivamente, 2, 2, 4 e 2?

5 - REGRA DE TRES SIMPLES E COMPOSTA, DIRETA E INVERSA

São problemas de regra de três aquêles em que figura uma grandeza direta ou inversamente proporcional a várias outras.

Numa regra de três chamam-se principais os elementos conhecidos de mesma espécie. Os outros elementos são os relativos.

Exemplo:

3kg de café custam Cr$180,00; quanto custam 4kg?

3kg e 4kg são os principais; Cr$180,00 e o preço de 4kg são os relativos.

As regras de três podem ser:

a) simples quando a grandeza procurada depende de uma só grandeza. (Veja-se exemplo anterior).

b) composta quando a grandeza procurada depende de mais de uma grandeza.

EXEMPLO:

Para fazer 20m de um muro, 3 operários precisam de 6 dias; de quantos dias precisarão 4 operários para fazer 30m do mesmo muro?

Observe-se que o tempo necessário depende do número de operários e do comprimento do muro.

Em qualquer dos casos as regras de três podem ser:

a) diretas quando aumentando ou diminuindo o principal, o relativo aumenta ou diminui.

b) inversas quando aumentando ou diminuindo o principal, o relativo inversamente diminui ou aumenta.

Há dois métodos para resolução das regras de três:

1º) método das proporções

2º) método da redução a unidade.

Regras de três simples

APLICAÇÃO: Método das proporções

1ª) Calcular o preço de 8 litros de óleo, sabendo-se que 6 litros custam Cr$180,00.

SOLUÇÃO

O preço do óleo, sendo diretamente proporcional à quantidade comprada, a razão entre 8 litros e 6 litros terá que ser a mesma que entre os preços. Logo

$$\frac{8}{6} = \frac{x}{180{,}00}$$

$$x = \frac{8 \times 180{,}00}{6} = \text{Cr\$ } 240{,}00$$

Resultado: Cr$ 240,00

2ª) Trabalhando durante 10 dias, 5 horas por dia, consegue-se fazer determinado trabalho. Em quantos dias, trabalhando nas mesmas condições, mas sòmente 3 horas por dia, se fará o mesmo trabalho.

SOLUÇÃO

É uma regra de três inversa porque, diminuindo as horas de trabalho, aumentam os dias de trabalho.

O raciocínio é o mesmo que o anterior, porém os números estão em razão inversa.

Logo virá:

$$\frac{5}{3} = \frac{x}{10}$$

$$x = \frac{10 \times 5}{3} = 16{,}6 \text{ dias}$$

Método de redução a unidade:

Solução da 1ª aplicação:

Se 6k de pão custam Cr$60,00, um quilo custará $\frac{60{,}00}{6}$ e 8 quilos custarão:

$$\frac{60{,}00 \times 8}{6} = \text{Cr\$ } 80{,}00$$

Na prática dispõem-se os dados do seguinte modo:

$$\begin{array}{ll} 6kg & 60{,}00 \\ 8kg & x \\ \hline 6kg & 60{,}00 \\ 1kg & \frac{60{,}00}{6} \\ 8kg & \frac{60{,}00 \times 8}{6} = 80{,}00 \end{array}$$

Solução da 2ª aplicação:

Se trabalhando 5 horas por dia, levam-se 10 dias, trabalhando 1 hora levar-se-ão 5 x 10 e trabalhando 3 horas, teremos $\frac{5 \times 10}{3} = 16{,}6$ dias.

$$\begin{array}{ll} 5h & 10d \\ 3h & x \\ \hline 5h & 10d \\ 1h & 10 \times 5 \\ 3h & \frac{10 \times 5}{3} = 16{,}6 \end{array}$$

APLICAÇÕES

Método das proporções:

Se 15 operários gastarem 18 dias, trabalhando 10 horas por dia para construir 20m de um muro, quantos dias, trabalhando 9 horas por dia, 12 operários gastariam 24m do mesmo muro?

Resolve-se o problema, transformando-o em várias regras de três simples.

1ª regra de três simples:

Variando os operários, as outras condições do problema ficam invariáveis e virá: (regra de três simples e inversa).

15 op	18d
12 op	x_1

$$\frac{15}{12} = \frac{x_1}{18} \quad (1)$$

2ª regra de três simples:

Variando as horas virá:

10 h	x_1
9 h	x_2

$$\frac{10}{9} = \frac{x_2}{x_1} \quad (2)$$

3ª regra de três simples:

20 m	x_2
24 m	x

$$\frac{24}{20} = \frac{x}{x_2} \quad (3)$$

Multiplicando (1), (2), (3) vem

$$\frac{15}{12} \times \frac{10}{9} \times \frac{24}{20} = \frac{x_1}{18} \times \frac{x^2}{x_1} \times \frac{x}{x_2}$$

$$x = \frac{18 \times 15 \times 10 \times 24}{12 \times 9 \times 10} = 30 \text{ dias}$$

Resultado: 30 dias.

<u>Regra prática:</u>

Escrevem-se os dados do problema de modo que as grandezas da mesma espécie se correspondam verticalmente e de modo que a incógnita apareça em primeiro lugar. Em seguida, estabelece-se a relação de proporcionalidade entre as grandezas dadas e a grandeza a calcular, indicando-se pela letra <u>d</u> as diretamente proporcionais e pela letra <u>i</u> as inversamente proporcionais.

Para se obter o valor da incógnita, multiplica-se o têrmo correspondente a ela, pelas diferentes razões, invertendo-se os que forem inversamente proporcionais.

Neste caso vem:

x	12 op	9 h	24 m
18 d	15 op	10 h	20 m
	i	i	d

$$x = 18 \times \frac{15}{12} \times \frac{10}{9} \times \frac{24}{20} = 30 \text{ dias}$$

Resultado: 30 dias

<u>Método da redução à unidade</u> (solução do mesmo problema)

Se 15 operários gastam 18 dias, 1 operário só gastará 15 x 18 dias, e 12 operários gastarão $\frac{15 \times 12}{12}$. Se trabalharem sòmente uma hora por dia; gastarão $\frac{15 \times 18 \times 10}{12 \times 9}$ dias. Isto para fazerem

20 metros; para fazerem um metro só gastarão $\frac{15 \times 18 \times 10}{12 \times 9 \times 20}$ dias,

mas para 24m gastarão ... $\frac{15 \times 18 \times 10 \times 24}{12 \times 9 \times 20} = 30$ dias

Resultado 30 dias

PROBLEMAS

1) Com 72 quilogramas de lã, faz-se uma peça de fazenda de 63 metros de comprimento. Quantos quilogramas serão necessários para se fazer uma peça da mesma largura e de 84 metros de comprimento?

2) Se 8 pintores pintam 15m, 3874 de uma parede, quantos pintores serão necessários para, no mesmo tempo, pintarem 23m,0811 da mesma parede?

6 - PORCENTAGEM, JUROS SIMPLES, DESCONTO, CÂMBIO, MISTURA E LIGA

Sejam duas grandezas proporcionais e da mesma espécie. Porcentagem é o valor de uma delas que corresponde a 100 da outra.

EXEMPLO:

Um objeto foi comprado por Cr$ 100,00 e vendido por Cr$ 110,00. O lucro foi de Cr$ 10,00, isto é, de 10 por cento o que se representa por 10%.

Nos problemas de porcentagem representa-se por p a porcentagem, i a taxa da porcentagem e P o principal.

APLICAÇÕES:

1ª) Uma mercadoria custou Cr$ 400,00 e foi vendida com lucro de 10%. Qual o lucro?

Cr$ 100,00 dão lucro de Cr$ 10,00

Cr$ 400,00 darão lucro de p

logo $p = \frac{400,00 \times 10,00}{100,00} = 40$

REGRA

Para se obter a porcentagem multiplica-se o principal pela taxa e divide-se o resultado por 100.

2ª) Uma mercadoria custou Cr$ 400,00 e foi vendida com lucro de Cr$ 40,00. Qual a porcentagem?

Cr$ 400,00 dão lucro de Cr$ 40,00

Cr$ 100,00 darão lucro de i

$$i = \frac{40,00 \times 100,00}{400,00} = 10,00$$

REGRA

Para se obter a taxa de porcentagem, multiplica-se a porcentagem por 100 e divide-se o resultado pelo principal.

3ª) Na venda de uma mercadoria, lucrou-se Cr$ 40,00. A taxa foi de 10%. Quanto custou?

Para se ter lucro de Cr$ 10,00 empregam-se Cr$ 100,00

Para se ter lucro de Cr$ 40,00 empregar-se-ão Cr$ P

$$P = \frac{100,00 \times 40,00}{10,00} = \text{Cr\$ } 400,00$$

REGRA

Para se obter o principal, multiplica-se a porcentagem por 100 e divide-se o resultado pela taxa.

Problemas aplicados a trabalhos gráficos

1) Um compositor ganhava Cr$ 4.200,00 e passou a ganhar 5.670,00. Qual foi a porcentagem do aumento?

2) Uma oficina tipográfica comprou 800 fôlhas de papelão para capa. Se 15% fôssem danificadas pela água e 75% fôssem empregadas na confecção de capas, quantas fôlhas seriam devolvidas ao depósito de materiais?

3) Um trabalho tipográfico foi vendido por Cr$1.260,00, quantia esta que ultrapassou de 12% o custo do mesmo. Quanto custou o trabalho à oficina?

4) Um encadernador vendeu uma dada quantidade de papel e lucrou 12 1/2%. O lucro, tendo sido de Cr$250,00, por quanto vendeu o papel?

5) Calculava-se que um trabalho pudesse ser feito em 4,2 horas. O compositor levou 5 horas para fazê-lo; indique a porcentagem de eficiência do compositor?

6) Uma prensa cilíndrica, que custava Cr$30.000,00 foi vendida por 2/3 do seu valor. O vendedor teve 1 3/4% de comissão. Quanto recebeu de comissão?

7) Pediram ao paginador que executasse seu trabalho em 4 1/2 horas. Ele o fêz em e 3/4 horas. Indique a porcentagem do tempo ganho pelo paginador.

8) O dono de uma oficina tipográfica vendeu 100 livros a Cr$ 16,00 cada um. A comissão do vendedor foi de 5%. Fora a comissão do vendedor, o proprietário ainda ganhou $33 \frac{1}{3}$% sôbre o preço de custo.

a) Qual foi a comissão do vendedor?

b) Qual foi o preço de custo dos livros?

Problemas aplicados a trabalhos de madeira

1) Um carpinteiro calculou a área de um salão e encontrou $280m^2$. Para assoalhar o salão, teve de acrescentar 25% a esta área. Qual ficou sendo a nova área?

2) Uns trabalhos de carpintaria em uma casa ficaram por Cr$17.560,00. Dêsse total, 68% foram gastos em material. O restante foi para pagar aos carpinteiros. Calcule, em cruzeiros e centavos, as quantias empregadas numa e noutra finalidade.

3) Um empreiteiro cobrou Cr$15.000,00 por um trabalho. Seu lucro foi de 12%. Quanto ganhou?

Problemas aplicados a trabalhos de eletricidade

1) Um gerador foi submetido à testagem. Durante a testagem gerou 1.500 volts. Se elevasse a voltagem para 1.800, qual seria a porcentagem de aumento da voltagem?

2) Um motor fabricado para 90 HP estava gerando 105 HP. Qual é a porcentagem de sobrecarga?

3) Um operário ganhava Cr$150,00 por dia. Teve um desconto de 8% em seu salário. Quanto passou a receber depois da redução?

4) Ao substituir 55 lâmpadas, um aprendiz quebrou 6. Qual foi a porcentagem de lâmpadas quebradas?

5) O lucro em uma venda foi de Cr$168,00, se representam 8% do preço de venda, por quanto foi vendida a mercadoria?

6) Se a fricção consome 5% da potência de um motor de 68 HP, quanto HP dêste motor são consumidos pela fricção?

7) Ao misturar uma quantidade de eletrolito para um acumulador, um eletricista usou duas partes de ácido por 3 de água. Qual a porcentagem de cada um dos componentes?

8) Um comprador admitia que cada uma das lâmpadas que comprara durasse 2000 h. Elas só duraram 1600 horas. Qual foi a porcentagem de antecipação do esgotamento?

Problemas aplicados a trabalhos de mecânica

1) 15 pistões em 75 foram rejeitados. Qual é a porcentagem de pistões rejeitados. Que porcentagem não foi rejeitada?

2) Se um mecânico tem 150 pistões e utiliza 15, qual é a porcentagem utilizada?

3) Um mecânico recebia Cr$20,00 por hora de trabalho. Recebendo um aumento de 10%, quanto passará a receber por hora?

4) Um mecânico ganhava Cr$120,00 por semana. Por ser muito negligente, o patrão descontou 8% do seu salário. Quanto recebeu nessa semana?

5) Uma oficina de conserto dá 5% de gratificação sôbre o salário aos mecânicos que completem seus trabalhos ràpidamente. Se um mecânico recebe Cr$20,00 por hora e tem direito à gratificação, quanto ganhará em uma semana de 44 horas de trabalho?

6) O metal empregado na confecção de uma peça tinha 90% de estanho, 5% de cobre e 5% de antimônio. Em 25kg de metal, qual a quantidade de cobre?

REPRESENTAÇÃO DE FRAÇÕES ORDINÁRIAS SOB A FORMA DE PORCENTAGEM

REGRA

Iguala-se a fração dada a $\frac{x}{100}$. Pela propriedade fundamental das proporções calcula-se x.

APLICAÇÃO

A que porcentagem corresponde a fração $\frac{3}{4}$?

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{100} = \text{logo } x = \frac{3 \times 100}{4} = 75$$

Por conseguinte, $\frac{3}{4}$ correspondem a 75% .

Inversamente, para calcular a fração equivalente a uma porcentagem, basta escrevê-la sôbre 100 e simplificar.

Assim 50% equivalem a $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

PROBLEMAS

1) Que fração corresponde a 25%;

2) Que porcentagem de 64 representa 16?

3) Dê o equivalente fracional de 40%

4) 3/4 equivale a quantos por cento?

JUROS

Chama-se juros ao prêmio que se recebe pelo empréstimo de dinheiro.

Os juros são proporcionais: ao capital (c) que se empresta, ao tempo (t) em que o dinheiro fica emprestado, à taxa de juros (i) que são os juros correspondentes ao capital de Cr$100,00 emprestado durante 1 ano.

APLICAÇÕES

1ª) Um operário depositou Cr$1.000,00. Quanto receberá de juros no fim de 5 anos, se a taxa fôr de 4% ao ano?

Virá a seguinte regra de três composta:

Cr$ 100,00, em 1 ano, dão Cr$ 4,00 de juros

Cr$ 1.000,00 em 5 anos darão j de juros

Aplicando um dos métodos de resolução de regra de três, ter-se-á:

$$j = \frac{4,00 \times 1.000,00 \times 5}{100,00} = 200,00$$

REGRA

Para calcular os juros, multiplica-se a taxa pelo capital e pelo tempo. Divide-se o resultado por 100.

2ª) Qual o capital que, colocado a 4%, rende em 5 anos Cr$200,00 de juros?

Cr$ 100,00 em 1 ano rendem Cr$ 4,00

C em 5 anos rendem Cr$ 200,00

$$C = \frac{200,00 \times 100,00}{5 \times 4} = 1.000,00$$

REGRA

Para calcular o capital, multiplica-se o juro por 100 e divide-se o resultado pelo produto da taxa pelo tempo.

3ª) A que taxa se deve empregar o capital de Cr$1.000,00, para que em 5 anos produza Cr$200,00 de juros?

Cr$ 1.000,00 em 5 anos produzirão Cr$ 200,00

Cr$ 100,00 em 1 ano produzirá i

$$i = \frac{200,00 \times 100,00}{1.000,00 \times 5} = 4\%$$

REGRA

Para calcular a taxa, multiplicam-se os juros por 100 e divide-se o resultado pelo produto do capital pelo tempo.

OBSERVAÇÕES

a) o tempo pode vir dado em anos e mais subdivisões. Deve-se reduzir sempre a menor das unidades.

EXEMPLO

Se o tempo fôr 3 a 4m, vem 3a 4m = 40m

Conforme o caso, o têrmo da fração onde está o número 100 será multiplicado por 12 ou 360.

APLICAÇÃO

Quais os juros de Cr$1.200,00 em 2a 4m, a 5% ao ano.

$$j = \frac{1.200,00 \times 5 \times 28}{100 \times 12} = 140,00$$

b) Quando a taxa é dada por mês deve ser ela multiplicada por 12.

c) A contagem do tempo entre duas datas é feita, considerando o ano comercial (360 dias).

EXEMPLO

De 20 de setembro a 17 de dezembro, há 87 dias, assim contados:

30 - 20 =	10 dias em setembro
	30 dias em outubro
	30 dias em novembro
	17 dias em dezembro
	87 dias

PROBLEMAS:

1) Calcular o juro anual de Cr$ 8.000,00, à taxa de 4 1/2% ao ano.

2) Calcular o juro anual de Cr$2.400,00, à taxa mensal de 1 1/2%.

3) Calcular o juro de Cr$ 8.000,00 em um semestre, à taxa de 2 1/2%. ao ano.

4) Calcular o juro de Cr$ 7.200,00 em 40 dias, à taxa de 4% a. a.

5) Calcular o juro de Cr$ 7.200,00, à taxa de 6% a. a., de 16 de março a 3 de agôsto do mesmo ano.

6) Qual o capital que produz, à taxa de 4 1/2% a.a., o juro anual de Cr$ 360,00 ?

7) Qual o capital que produz, à taxa mensal de 3/4%, o juro anual de Cr$ 540,00?

8) Qual o capital que produz, à taxa de 3 1/2% a.a., o juro mensal de Cr$ 3,50?

9) Qual o capital que produz, à taxa de 2% ao mês, o juro mensal de Cr$ 48,00?

10) Qual o capital que, a 3/4% ao mês, produz em 60 dias o juro de Cr$ 36,00?

11) A que taxa anual o capital de Cr$ 5.000,00 renderia, em um ano, Cr$ 300,00 de juros?

12) A que taxa anual o capital de Cr$ 7.200,00, em 2 meses e 15 dias, renderia Cr$ 82,50 de juro?

13) A que taxa mensal o capital de Cr$ 1.200,00, no fim de um ano, produziria a soma de Cr$ 1.308,00?

14) Em que tempo o capital de Cr$ 2.400,00, à taxa de 3/4% ao mês, produziria Cr$ 36,00 de juro?

15) Em que tempo, o capital de Cr$ 4.000,00, à taxa de 6% a.a., se transformaria em Cr$ 4.030,00?

16) Uma pessoa coloca 2/5 de sua fortuna a 6% e o resto a 5%, obtendo um rendimento anual de Cr$ 480,00. Qual a fortuna?

17) Colocaram-se a juros, à mesma taxa, Cr$ 5.390,00 durante 5 meses e Cr$ 6.210,00 durante 5 meses. A diferença entre os dois juros é de Cr$ 10,75. Determinar a taxa.

18) Qual a taxa média de quatro capitais de Cr$ 6.000,00 cada um, colocados a juros, anualmente, às taxas de 3%; 4%; 5% e 8% ?

PROBLEMAS APLICADOS A TRABALHOS GRÁFICOS

1) Um tipógrafo depositou Cr$ 1.245,00 na Caixa Econômica, para render 4 1/2% de juros anuais. Quanto recebeu de juros no fim de 12 meses?

2) Um tipógrafo precisava de comprar material no valor de Cr$78.500,00. Pediu essa quantia a um Banco e pagou-a ao fim de 7 meses. O banco acrescentou 7% ao ano. Quanto o tipógrafo pagou de juros?

3) Um compositor pagou Cr$433,50 de juros a um Banco sôbre uma quantia que pedira emprestada a 5 3/4% de juros anuais. Quanto êle pediu emprestado ao Banco?

4) Um linotipista comprou uma quantidade de metal por Cr$ 8.650,00. Pagou Cr$ 3.500,00 à vista e concordou em pagar o restante em 20 meses, com juros. Pagou Cr$ 77,30 de juros. Qual foi a taxa que teve de pagar sôbre o restante do empréstimo?

5) Um tipógrafo hipotecou sua casa por Cr$ 60.000,00. Teve de pagar 6% de juros ao ano e de dar Cr$ 5.000,00 de 6 em 6 meses.

a) Quanto pagou de juros no primeiro semestre?

b) Quanto pagou de juros no segundo semestre ?

6) A renda líquida de um importante estabelecimento gráfico, em um dado ano foi de Cr$ 312.800,00. A firma contava sempre com 10% de lucro anual sôbre o capital emprestado. Nêsse ano a firma teve as seguintes despesas: Cr$ 1.637,50 (prensas); Cr$767,40 (material para composição); Cr$138.500,00 (encadernação) e (despesas diversas) Cr$ 146.500,00. Quanto por cento de lucro teve a firma nesse ano?

7) Um aprendiz depositou Cr$ 50,00 por mês durante 6 meses. Foi à caixa Exonômica e soube que seu capital rendera Cr$ 9,00. Qual era a taxa anual?

PROBLEMAS APLICADOS A TRABALHOS DE ELETRICIDADE

1) Um eletricista pediu Cr$ 9.000,00 a um banco e concordou em pagar de juros anuais 6%. A dívida foi saldada em 1 ano e 7 meses. Calcular os juros que o eletricista teve de pagar.

2) Um empreiteiro recebeu um empréstimo de Cr$7.500,00 aos juros de 6%. A dívida foi paga 6 meses depois. Quanto pagou de juros?

3) Dois eletricistas abriram uma oficina com Cr$30.000,00 que obtive ram de um banco. Os juros anuais do empréstimo eram de 6%. O empréstimo foi obtido no dia 1º de julho de 1944 e foi saldado no primeiro dia do ano de 1946. Quanto os dois sócios pagaram de juros ao Banco?

4) Uma nota expedida por uma casa de artigos elétricos há 2 anos e 9 meses, no valor de Cr$8.562,50 acaba de ser saldada. O comprador pagou 4% de juros anuais. Quanto recebeu a casa vendedora?

5) Para substituir seus motores de corrente contínua por outros de corrente alternada, um homem conseguiu um empréstimo de Cr$25.000,00 a 7% ao ano. Quanto pagou de juros ao liquidar sua conta 1 ano e dois meses mais tarde?

6) Um motorista comprou um carro por Cr$82.100,00. Pagou Cr$25.000,00 à vista e deu um motor avaliado em Cr$7.500,00. O restante pagou em um ano, a 8% de juros. Quanto pagou de juros?

PROBLEMAS APLICADOS A TRABALHOS DE MADEIRA

1) Um homem fêz um empréstimo de Cr$45.000,00 aos juros anuais de 6%. Quanto pagou de juros ao terminar o primeiro ano?

2) Um carpinteiro depositou Cr$1.920,80 na Caixa Econômica. Se a Caixa paga juros anuais de 4 1/2% ao ano, quanto renderá em um ano a quantia depositada?

3) Um marceneiro obteve um empréstimo de Cr$ 2.500,00 de um particular. Concordou em pagar juros mensais de 2%. Liquidou o empréstimo em 4 meses. Quanto pagou de juros?

4) Uma loja de ferragens vendia materiais a carpinteiros e dava um prazo de 30 dias para que os mesmos saldassem as contas. Findo êsse prazo, acrescentava 12% de juros ao ano. Um carpinteiro comprou Cr$1.100,00 de materiais e pagou em 40 dias. Quanto teve de pagar?

DESCONTO

Chama-se desconto por fora ou desconto comercial aos descontos feitos em quantias pagas antes do dia marcado para o pagamento.

Este desconto é igual aos juros da quantia considerada, calculados com a taxa de desconto e com o tempo de antecipação.

As regras de três que resolvem os problemas de desconto são idênticas às que resolvem os problemas de juros.

APLICAÇÃO

Qual o desconto que sofre uma letra comercial de Cr$6.000,00, paga 30 dias antes do prazo e com taxa de 4%.

$$d = \frac{6.000,00 \times 4 \times 3}{100 \times 360} = Cr\$\ 20,00$$

PROBLEMAS APLICADOS A TRABALHOS GRÁFICOS

1) Uma casa fornecedora dá um desconto de 2% sôbre a quitação em 30 dias. Qual será o desconto recebido por um freguês que pagou em 30 dias a seguinte conta: 1 milheiro de papel para mimeógrafo a Cr$70,00; 1000 envelopes timbrados a Cr$800.00; 1000 blocos timbrados a Cr$ 3.200,00.

2) Uma conta de Cr$985,00 recebeu um desconto de 10% e um desconto de 35%. Calcule o valor dos dois descontos sôbre a conta original.

3) Uma conta de Cr$1.050,00 teve um desconto de 35%. Se tivesse um desconto de 20% e outro de 15% sôbre o valor já descontado seria vantajoso para a firma compradora? Por que?

4) Um tipógrafo gastou Cr$897,00 em material para imprimir uns folhetos.
   a) Quanto receberá se acrescentar 20% à conta?
   b) Quanto pagará o freguês se tiver um desconto de 3% sôbre a conta apresentada?

5) Um impressor adquiriu diversos equipamentos no valor de Cr$14.500,00 podendo liquidar a conta em 24 meses. Se pagasse à vista, teria um desconto de 12 1/2%. O impressor resolveu pagar à vista e conseguiu mais 2% de desconto. Quanto pagou pelo equipamento?

6) Um impressor comprou Cr$900,00 de tinta e obteve um desconto de 32 1/2%. Após 30 dias, pagou a conta e recebeu mais um desconto de 2%. Quanto pagou pela tinta?

7) Um freguês recebeu um desconto de 25% ao comprar várias utilidades. Liquidou a conta em 30 dias e recebeu mais um desconto de 2 1/2%. Se a conta montasse a Cr$ 9.075,00, quanto teria pago o freguês ao liquidar a conta, passados os 30 dias?

8) O material e a mão de obra para a confecção de envelopes e papéis de carta timbrados foram apreçados em Cr$850,00. O tipógrafo acrescentou 18% para as despesas gerais e lucro. Ao especificar na conta os preços dos dois artigos, o tipógrafo faturou 54% para os envelopes e 46% para o papel timbrado.

   a) Que preço a fatura indicou para cada um dos artigos?

   b) Se o tipógrafo concedesse um desconto de 3% para quitação em 10 dias, quanto pagaria o freguês?

PROBLEMAS APLICADOS A TRABALHOS DE ELETRICIDADE

1) Uma bomba elétrica custava Cr$ 4.600,00. Os revendedores tinham um desconto de 20%. Por quanto compraram a bomba?

2) Um empreiteiro comprou fios, tomadas e interruptores por Cr$2.150,00. Recebeu um desconto inicial de 15% e mais dois consecutivos, um de 10% e outro de 3%. Quanto pagou pelos materiais?

3) Uma loja comprou 72 fusíveis de 30 ampères, pelo preço de lista de Cr$3,00. Obteve um desconto de 28%. Quanto pagou pela partida de fusíveis?

4) Uma loja de artigos elétricos vendeu a um eletricista 1.250m de eletroduto flexível, de 2". O preço de lista era de Cr$ 1.600,00 por 100m. Tendo dado um desconto de 20% e outro de 10%, por quanto saiu cada m de conduite?

5) Três firmas, representavam os fabricantes de certos materiais elétricos estrangeiros. A primeira firma dava descontos de 25% mais 15% aos compradores; a segunda dava 20% mais 20%; a ter-

ceira dava 15% mais 15% mais 10%.

a) Qual das firmas dava o melhor desconto?

b) Comprando-se Cr$3.500,00 de materiais nessa firma, qual será o desconto recebido?

PROBLEMAS APLICADOS A TRABALHOS DE MECÂNICA

1) Um mecânico comprou 7 1/2 metros de lona para freio a Cr$250,00 o metro. Teve um desconto de 40%. Quanto pagou?

2) O preço de lista de um anel de compressão é de Cr$45,00. Um garagista comprou 20 e teve um desconto de 25%. Quanto pagou pelos anéis?

3) Para recondicionar um motor, o mecânico comprou os seguintes acessórios: 1 junta de tampa do cilindro (preço da lista: Cr$140,00 cada e 33 1/3% de desconto); 6 pinos de pistão (preço da lista: Cr$ 70,00 cada e 33 1/3% de desconto); 12 anéis de compressão (preço da lista: Cr$ 45,00 cada e 25% de desconto); 12 anéis oleeiros (preço da lista: Cr$ 45,00 cada e 25% de desconto); 1 jôgo de juntas para cárter (preço da lista: Cr$ 30,00 cada e 33 1/3% de desconto). Quanto pagará o mecânico pelos acessórios citados, se liquidar a conta em 10 dias com um desconto adicional de 2%?

PROBLEMAS APLICADOS A TRABALHOS DE MADEIRA

1) O preço de lista de uma garlopa era de Cr$ 680,00. Os marceneiros tinham um desconto de 5%. Quanto tinham de pagar pela garlopa?

2) Uma loja comprou de um atacadista Cr$ 19.269,00 de materiais. Se saldasse a conta em 30 dias teria um desconto de 2%. Tendo saldado em 10 dias, quanto deve pagar?

3) A quantos cruzeiros e a quantos centavos equivalem 30% de desconto sôbre uma venda de Cr$ 12.988,00?

4) Um empreiteiro comprou pinho por Cr$ 1.500,00, menos 2%; jacarandá por Cr$ 2.500,00, menos 1 1/2%; peroba por Cr$ 1.000,00, menos 1%. Quanto gastou ?

5) Um estojo de ferramentas custava Cr$ 2.800,00. A casa deu um desconto de 15% e mais um de 10% e daria outro de 5%, se o comprador saldasse a conta em 30 dias. O comprador teve os 3 descontos : quanto pagou pelo estojo?

CÂMBIO

É a operação de troca de moedas entre dois países.

Nações	Unidades Monetárias
Inglaterra	Libra
Estados Unidos	dólar
França	franco
Bélgica	franco
Suíça	franco
Espanha	roseta
Portugal	escudo
Argentina	pêso
Uruguai	pêso
Alemanha	marco
Itália	lira

Dizer-se que o câmbio com os EE.UU. é Cr$20,00, significa que 1 dólar vale Cr$ 20,00.

Com os outros países, o câmbio tem o mesmo significado, isto é, êle é a equivalência entre a unidade monetária do país e o cruzeiro.

APLICAÇÕES

1ª) Reduzir Cr$500,00 a dólares. Câmbio de Cr$ 20,00.

$$500,00 \div 20,00 = \$25,00$$

Regra: Para reduzir moeda nacional à moeda de qualquer, país, divide-se a quantia a cambiar pelo câmbio.

2ª) Reduzir 500 dólares a moeda brasileira, ao câmbio de Cr$19,70.

Cr$ 19,70 x 500 = Cr$ 9.850,00

Regra: Para reduzir qualquer moeda estrangeira a cruzeiros, basta multiplicar a quantia em moeda estrangeira pelo câmbio.

PROBLEMAS

1) Converter Cr$ 6.790,00 a dólar, ao câmbio de Cr$ 19,40.
2) Converter Cr$ 300,00 a pêso, ao câmbio de Cr$ 5,00.
3) Converter Cr$ 94.095,00 a libras, ao câmbio de Cr$ 79,40.
4) Converter 480 dólares a moeda nacional. Câmbio de Cr$ 20,00.
5) Converter £ 5 a moeda nacional. Câmbio de Cr$ 72,00.
6) Foi feita a compra de uma máquina nos EE.UU. por 1500 dólares. A letra sofreu um desconto de 3%. Quanto se pagou no Brasil. Câmbio de Cr$ 19,40.

PROBLEMAS SÔBRE LIGAS

1) Qual o pêso de cobre, estanho e zinco que há em 15 kg de latão cuja composição é: 80% de cobre, 5% de estanho e 15% de zinco?

2) Quais as percentagens do alumínio e do cobre de uma peça de bronze de 5kg na qual há 4,5kg de cobre e 0,5kg de alumínio?

3) Qual o preço do material empregado para fabricar 30 kg de "malechorte" (60% de cobre, 20% de níquel e 20% de zinco) custando o kg de cobre Cr$100,00; Cr$30,00 o kg de zinco e Cr$800,00 o kg do níquel?

4) Resolver idêntico problema com 10kg de solda de latoeiro (67% de chumbo, 33% de estanho). O chumbo custa Cr$ 25,00 o kg e o estanho custa Cr$80,00 o kg.

5) Na preparação de 10kg de latão gastou-se Cr$800,00 em cobre, Cr$40,00 em estanho e Cr$ 45,00 em zinco. Qual a porcentagem dos elementos na liga si o cobre custa Cr$100,00 o kg; o estanho Cr$80,00 o kg e o zinco Cr$ 30,00 o kg?

ÁREAS

1 - NOÇÃO DE ÁREA DE FIGURA PLANA

Área é a medida de uma superfície.

Figuras da mesma área são ditas equivalentes, logo um quadrado pode ser equivalente a um triângulo. Não há necessidade, pois, de semelhança geométrica, para haver equivalência de áreas.

2 - UNIDADES LEGAIS BRASILEIRAS E INGLÊSAS

A unidade legal brasileira de área é o metro quadrado.

Unidades legais brasileiras de área

Unidade	Definição	Símbolo	Múltiplos e Submúltiplos		
			Nomes	Símbolos	Valores
metro quadrado.	área de um quadrado cujo lado tem 1m.	m^2	Quil. quadrado	km^2	1000000 m^2
			Het. " "	hm^2	10000 m^2
			Decâmetro "	dam^2	100 m^2
			Metro "	m^2	1 m^2
			Decímetro "	dm^2	0,01 m^2
			Centímetro "	cm^2	0,0001 m^2
			Milímetro "	mm^2	0,000001 m^2
are	decâmetro quadrado	a	Are	a	100 m^2
			Hectare	ha	10000 m^2
			Centiare	ca	1 m^2

RELAÇÃO ENTRE UNIDADES DE ÁREAS.

A relação entre duas unidades quaisquer de área é igual ao quadrado da relação que existe entre as unidades correspondentes de comprimento.

REGRA

Para se reduzir uma unidade de área a outra imediatamente superior ou inferior, desloca-se a vírgula de duas ordens para a esquerda ou para a direita, conforme o caso.

EXEMPLO

$$21,7340m^2 = 2173,40dm^2 = 0,217340dam^2$$

OBSERVAÇÃO: Caso não haja ordens decimais, juntam-se zeros.

EXEMPLO

Reduzir $3m^2$ a cm^2. Virá $3m^2 = 30000cm^2$

Unidades inglêsas de área

Em inglês	Em Português	Abreviação Inglêsa.	Relações	Valor em Unidades Brasileiras.
square mile	milha quadrada	sq.mi.	1760^2 sq.yd.	$259,00\ km^2$
square yard	jarda quadrada	sq.yd.	9 sq.ft.	$0,836126m^2$
square foot	pé quadrado	sq.ft.	144 sq.in.	$9,2903\ dm^2$
square inch	polegada quadrada	sq.in.		$6,4516\ cm^2$

Transformação de unidades inglêsas em brasileiras

REGRA

Multiplica-se a medida inglêsa pelo seu valor em unidades brasileiras.

APLICAÇÃO

Reduzir 3 pés quadrados a m^2.

Virá $9,2903dm^2 \times 3 = 27,8709dm^2 = 0,278709m^2$

Transformação de unidades brasileiras em inglêsas

REGRA

Divide-se a grandeza dada pela relação entre a unidade brasileira e a inglêsa, para a qual se deseja fazer a redução.

APLICAÇÃO

Reduzir $4{,}180630m^2$ a jd^2 Virá $4{,}180630m^2 \div 0{,}836126m^2$ $= 5$ jardas, quadradas.

EXERCÍCIOS

1) Reduzir a m^2: a) $30dm^2$; b) $1705cm^2$; c) $3{,}43dam^2$; d) $4hm^2$.

2) Reduzir a are, centiare hectare:

a) $150m^2$; b) $5{,}73hm^2$; c) $387{,}43dam^2$

3) Reduzir a m^2, dm^2, dam^2, a) 30a; b) 3,73ha; c) 1573ca.

4) Reduzir a pés quadrados: a) $418{,}063m^2$; b) $125{,}4189m^2$

5) Reduzir a m^2: a) 500 sq.ft.; b) 130 sq.yd.: c) 1340 sq.in.

3 - ÁREAS DAS PRINCIPAIS FIGURAS PLANAS

a) Área do retângulo

A área do retângulo é igual ao produto do número que mede a base pelo número que mede a altura. Chamando b a base e h a altura virá.

$\boxed{S = b \times h}$ logo $b = \frac{S}{h}$ e $h = \frac{S}{b}$

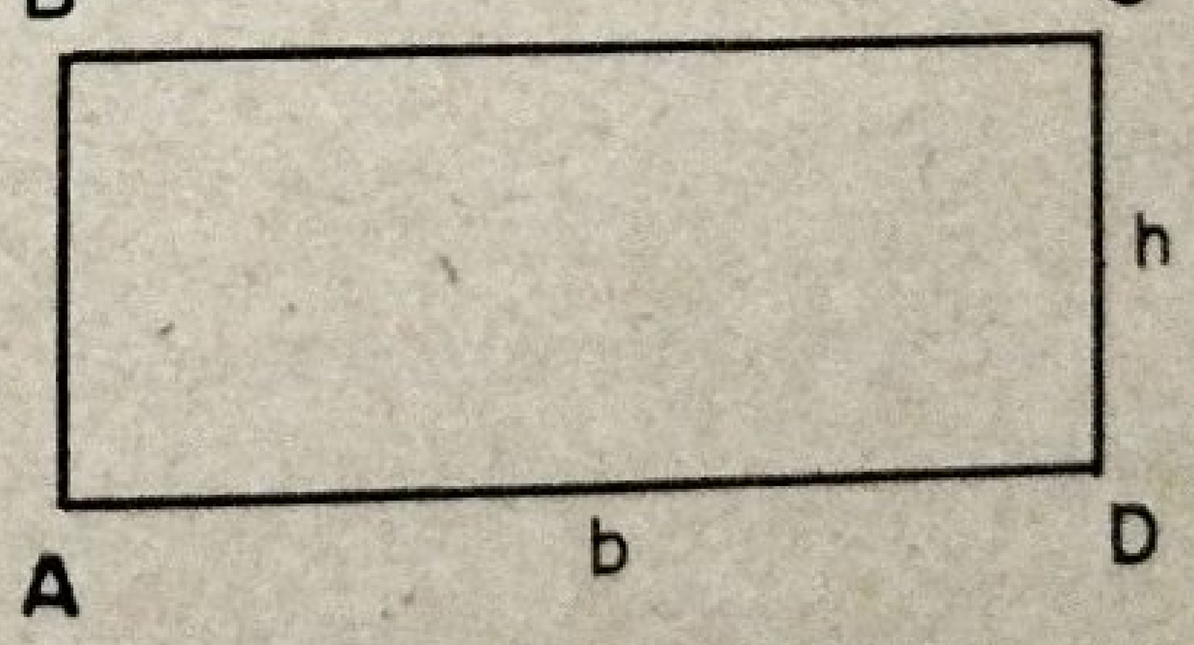


Fig. I

APLICAÇÃO

Calcular a área de um retângulo com 2m de altura e 4m de largura.

$$S = 2m \times 4m$$
$$S = 8m^2$$

b) Área do quadrado

A área do quadrado é igual ao quadrado do seu lado. Seja o quadrado ao lado.

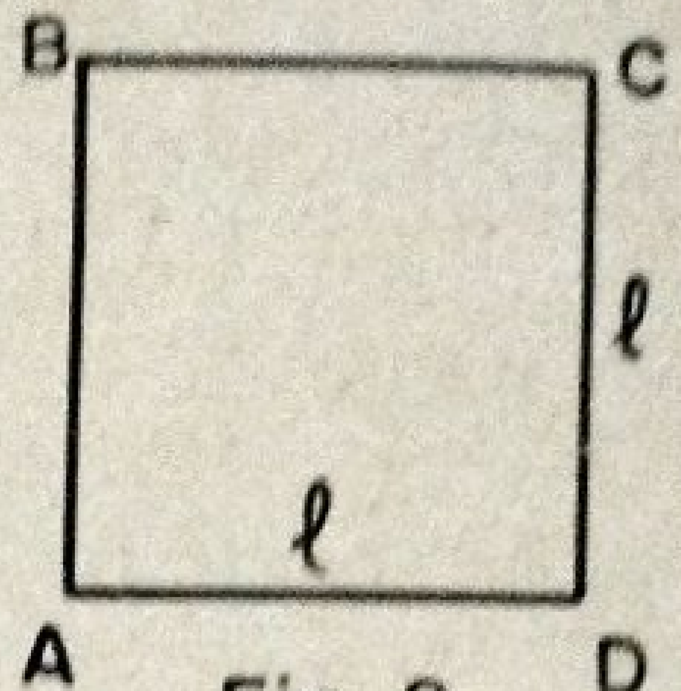


Fig. 2

Virá: $\boxed{S = \ell^2}$ logo $\ell = \sqrt{S}$

APLICAÇÃO

Determinar a área de um quadrado com 7cm de lado.

$$s = (7cm)^2 = 49cm^2$$

c) Área do paralelogramo

A área do paralelogramo é igual ao produto do número que mede a base pelo número que mede a altura.

Sendo b e h a base a altura virá:

$\boxed{S = b \times h}$ logo $b = \frac{S}{h}$ e $h = \frac{S}{b}$

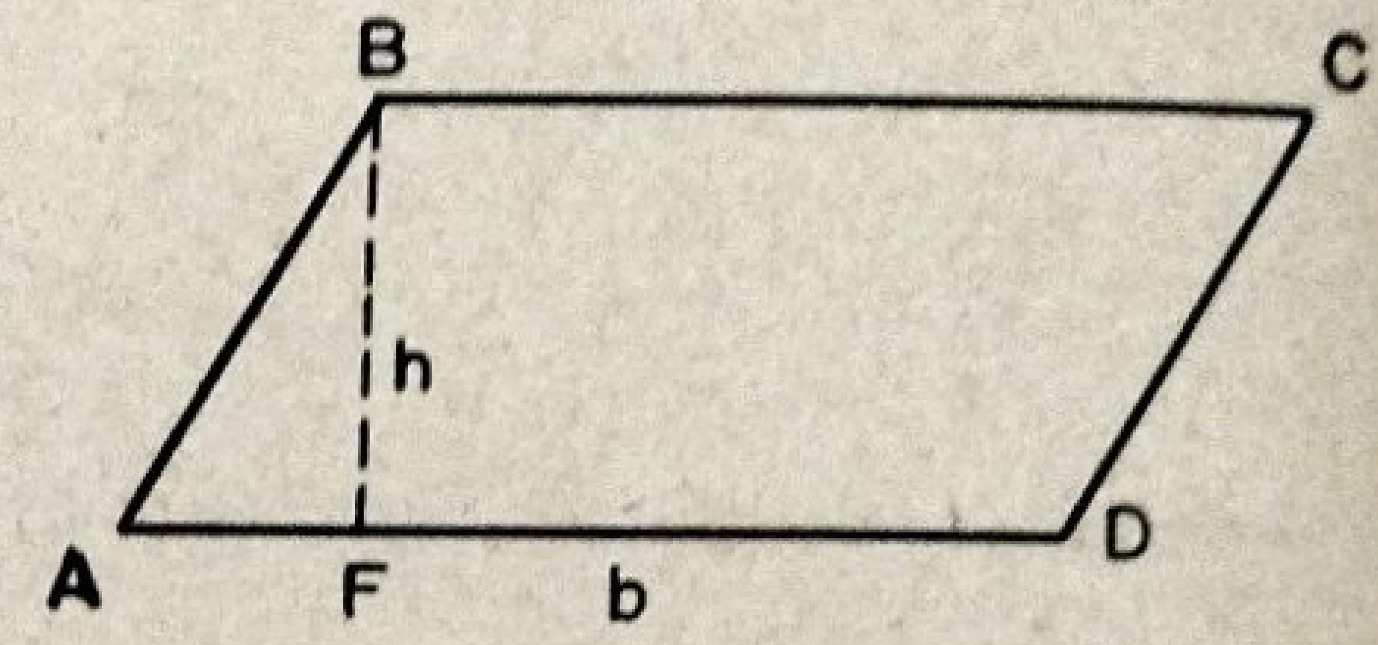


Fig. 3

APLICAÇÃO

Calcular a área de um paralelogramo com 2m de altura e 27dm de base.

Virá: $27dm = 2,7m$ logo $S = 2m \times 2,7m \times 2,7m = 5,40m^2$

d) Área do triângulo

A área de um triângulo é igual ao semi-produto da base pela altura.

Sendo b a base e h a altura vem

$\boxed{S = \frac{b \times h}{2}}$ logo $b = \frac{2S}{h}$ e $h = \frac{2S}{b}$

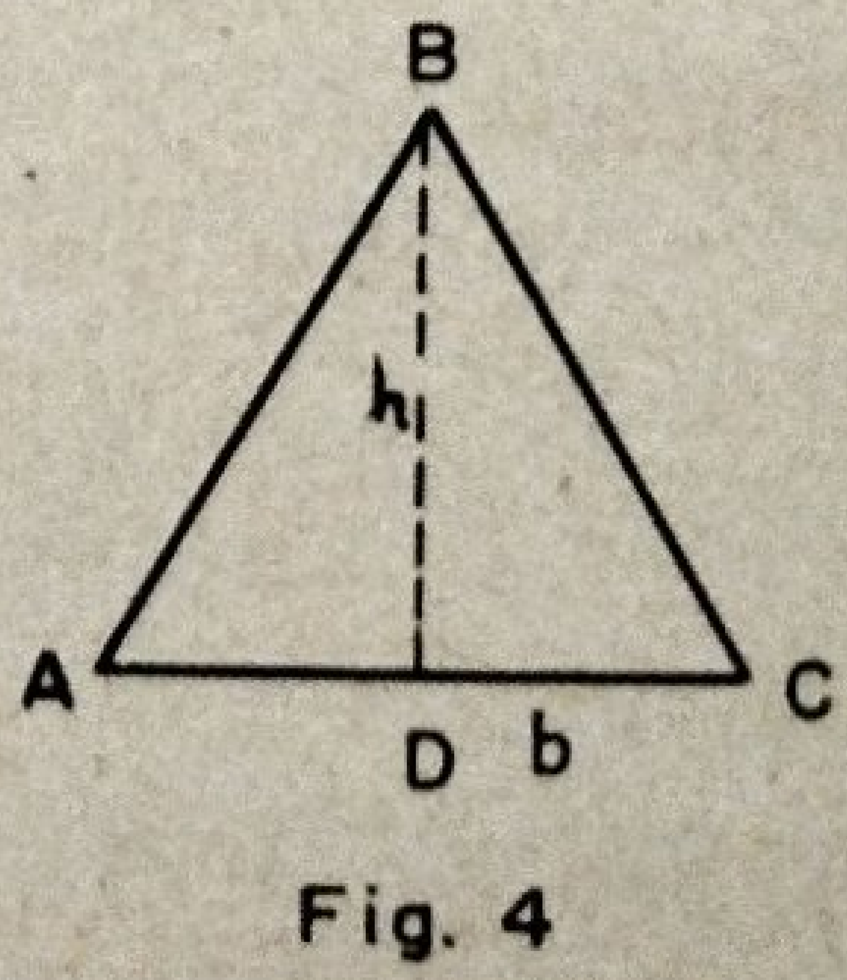


Fig. 4

APLICAÇÃO

Calcular a área de um triângulo com 2,5m e 1,8m de altura. $S = \frac{2,5m \times 1,8m}{2} = 2,25m^2$

e) Área do losango

A área de um losango é igual ao semi-produto das diagonais. Sendo d e d_1 as diagonais, vem

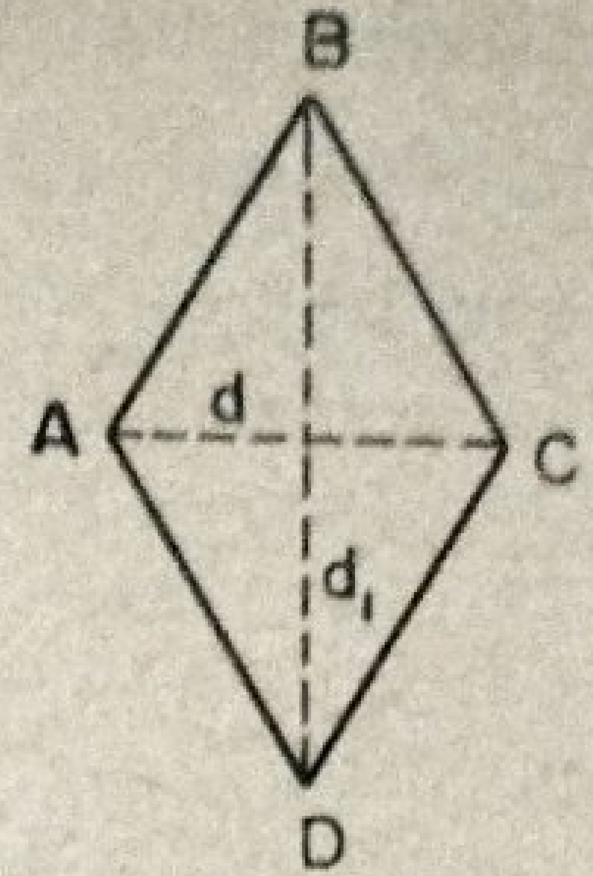


Fig.5

$$\boxed{S = \frac{d \times d_1}{2}}$$ logo $d = \frac{2S}{d_1}$ e $d_1 = \frac{2S}{d}$

APLICAÇÃO

As diagonais de um losango medem 5m e 4m; qual sua área?

$$S = \frac{5m \times 4m}{2} = 10m^2$$

f) Área do trapézio

A área do trapézio é igual ao produto da semi-soma das bases pela altura.

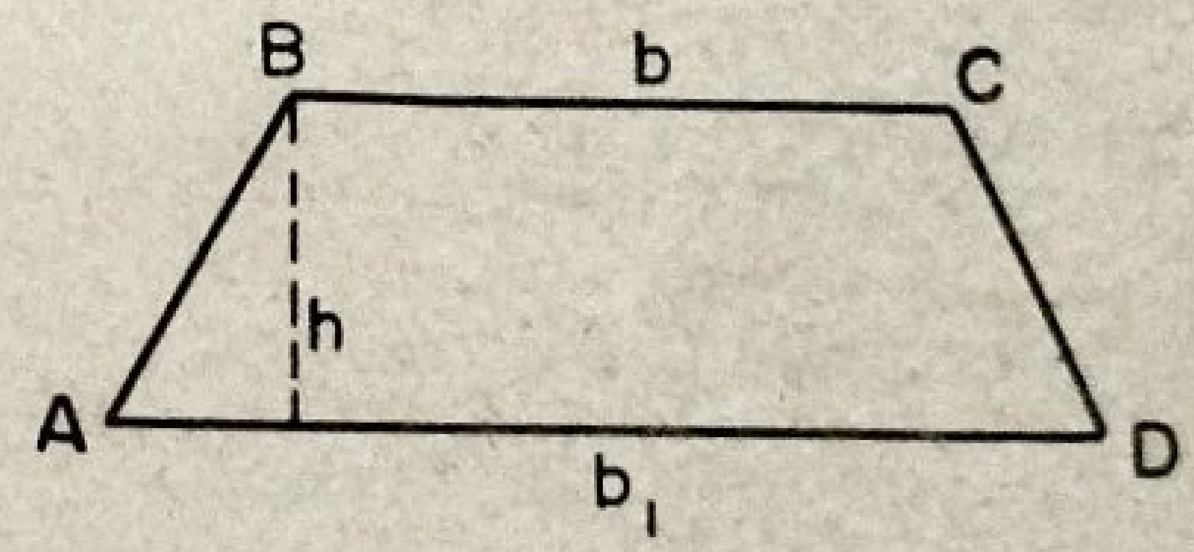


Fig. 6

Sendo b e b_1 as bases e h a altura virá:

$$\boxed{S = \left(\frac{b + b_1}{2}\right) h}$$ logo virá

$$b = \frac{2S}{h} - b_1 \; ; \; b_1 = \frac{2S}{h} - b \text{ e } h = \frac{2S}{b + b_1}$$

APLICAÇÃO

Calcular a área de um trapézio, cujas bases medem 5m e 3m e a altura 2m.

$$S = \left(\frac{5m + 3m}{2}\right) \times 2m = 8m^2$$

g) Área de um polígno regular

A área de um polígono regular qualquer é igual ao produto do semiperímetro pelo apótema.

Sendo p o semi-perímetro e a o apótema, virá

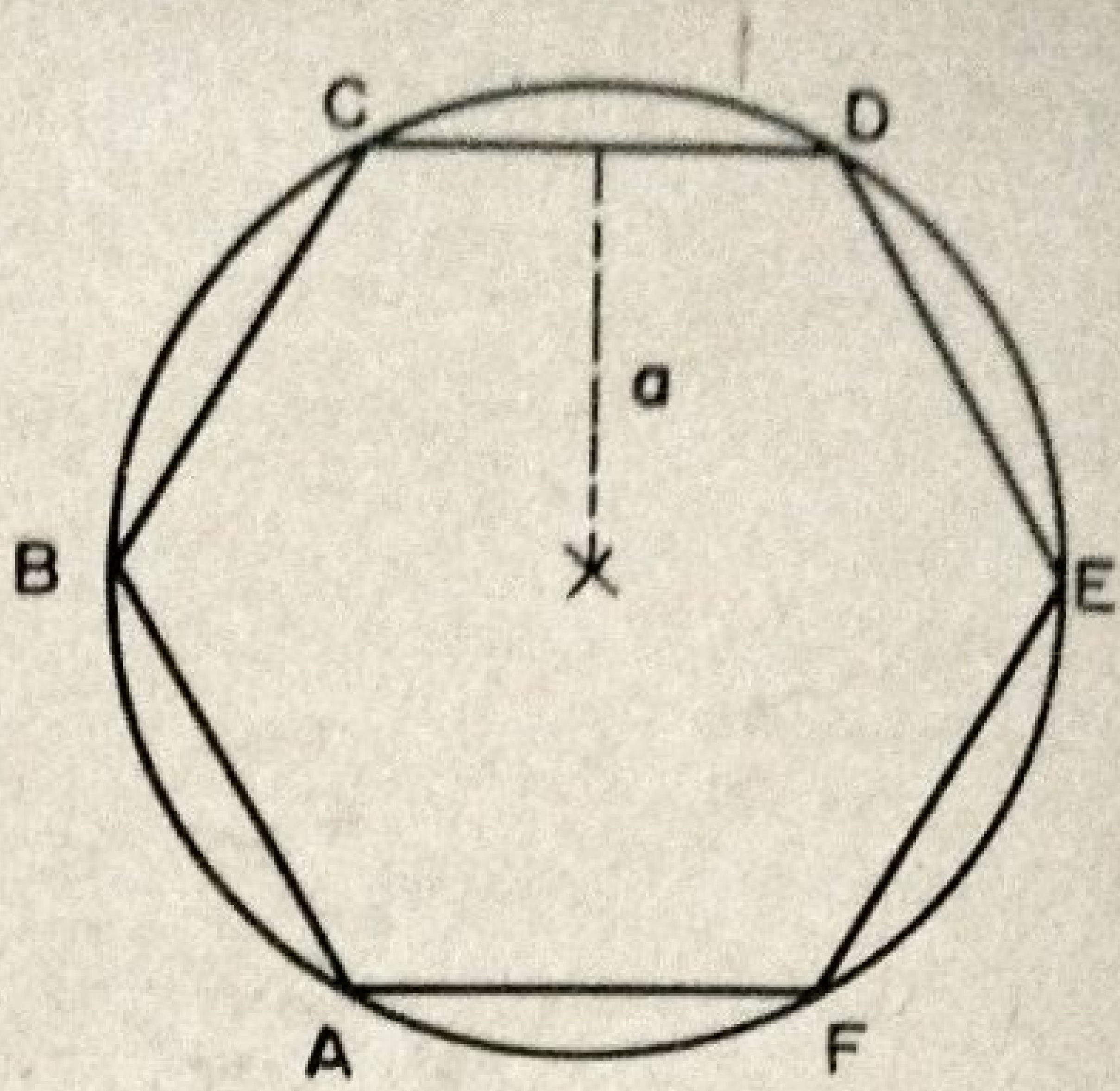


Fig. 7

$$\boxed{S = pa} \quad \text{logo} \quad p = \frac{S}{a} \quad \text{e}$$

$$a = \frac{S}{p}$$

APLICAÇÃO

Calcular a área de um hexágono regular com 3m de lado e 2,5m de apótema.

$$p = \frac{6 \times 3\text{m}}{2} = 9\text{m}$$

$$S = 9\text{m} \times 2{,}5\text{m} = 22{,}5\text{m}^2$$

h) Comprimento da circunferência. Área do círculo

O comprimento da circunferência é dado por uma das fórmulas.

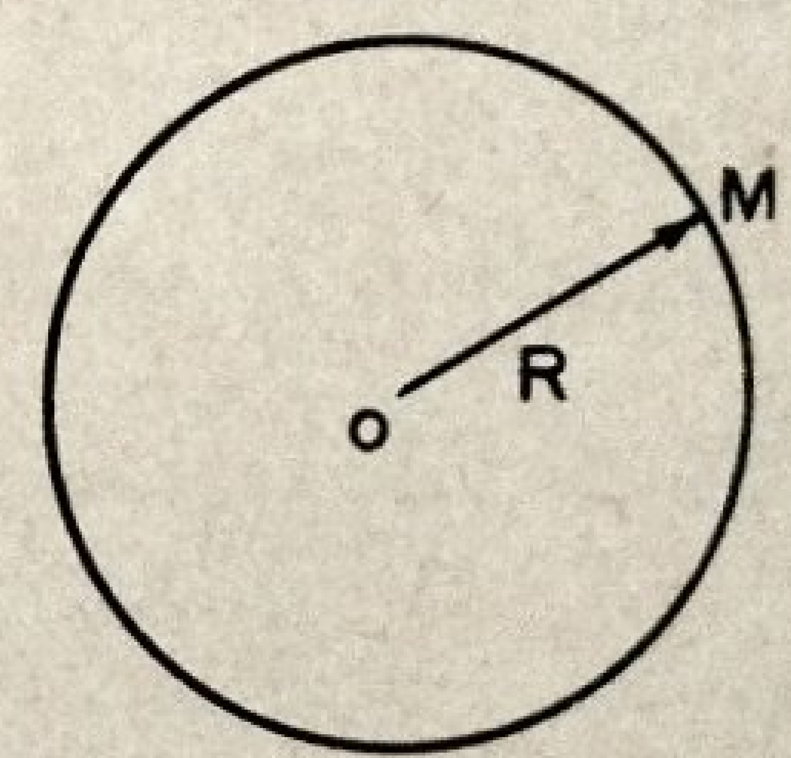


Fig. 8

$\boxed{C = 2\pi R = \pi D}$ onde R é o raio, D o diâmetro e $\pi = 3{,}14$.

Pode-se ainda escrever que $R = \frac{C}{2}$ e $D = \frac{C}{\pi}$

APLICAÇÃO:

Calcular o comprimento de uma circunferência com 2dm de raio.

$$C = 2 \times 2\text{dm} \times 3{,}14 = 12{,}56\text{dm}$$

CÍRCULO

A área do círculo é dada por $\boxed{S = \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4}}$

APLICAÇÃO

Calcular a área de um círculo com 3cm de raio.

$$S = 3{,}14 \times 3^2\text{cm} = 28{,}26\text{cm}^2$$

i) Área da coroa

A área é a diferença entre as áreas dos círculos maior e menor. Logo virá:

$$S = \pi R^2 - \pi r^2$$

$$\boxed{S = \pi (R^2 - r^2)}$$

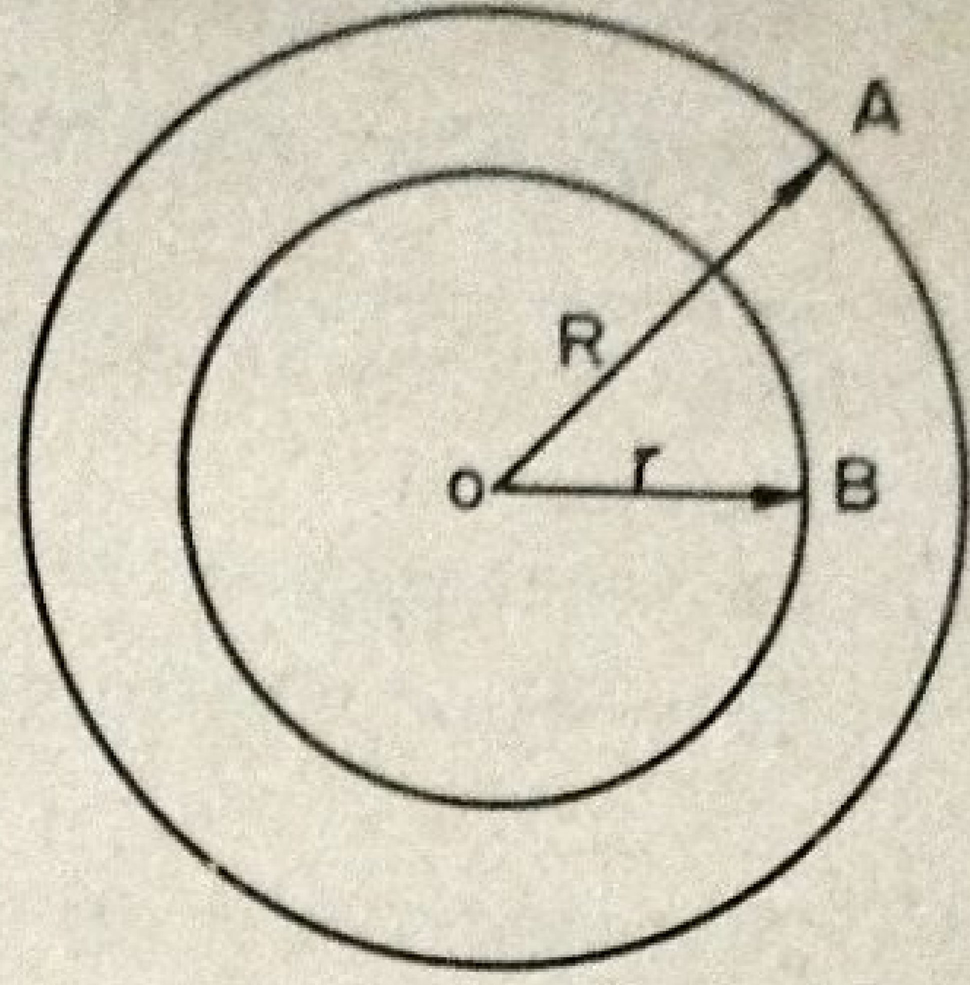


Fig. 9

APLICAÇÃO

Calcular a área de uma coroa cujos raios medem 3 e 2m.

$$S = 3{,}14\ (9m^2 - 4m^2) = 15{,}70m^2$$

j) Área do setor circular

Chama-se setor circular à parte do círculo compreendido entre dois raios e um arco de circunferência. Sua área será proporcional ao ângulo central que lhe corresponde. Assim virá:

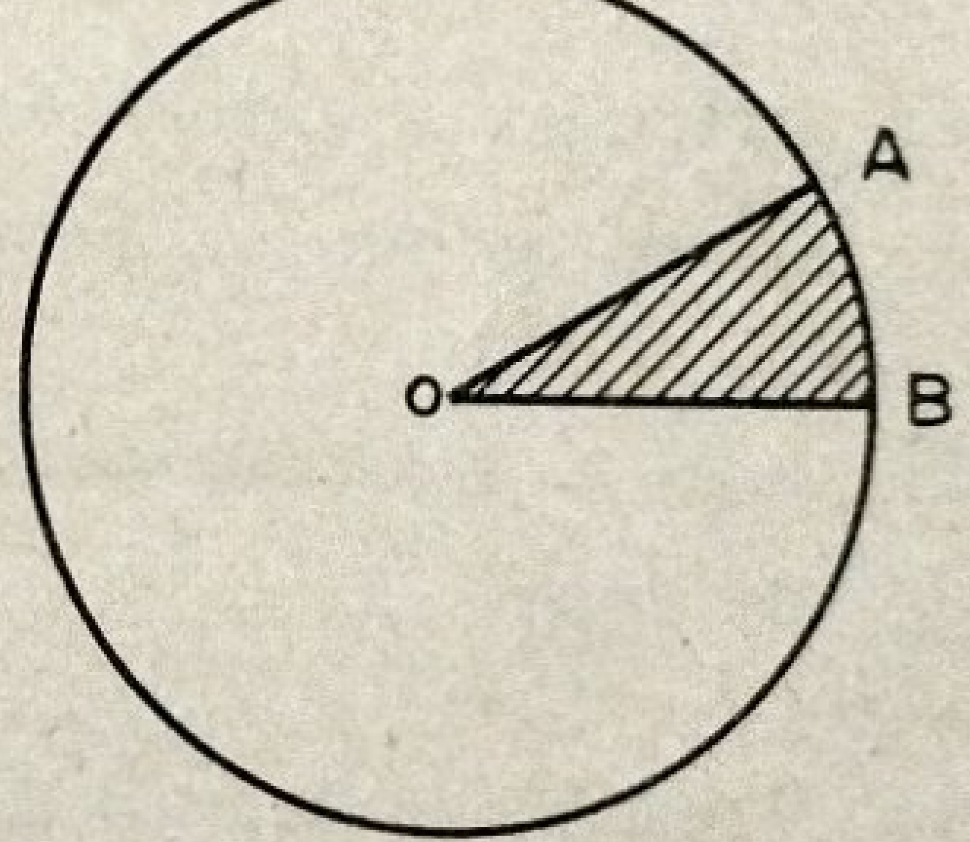


Fig. 10

$$\pi R^2 \longrightarrow 360^\circ$$

$$S \longrightarrow n^\circ$$

$$\boxed{S = \pi R^2 \times \frac{n}{360}}$$

APLICAÇÃO

Calcular a área de um setor de 30° sendo 3m o raio do círculo.

$$S = 3{,}14 \times 3m^2 \times \frac{30}{360} = 3{,}14 \times 9m^2 \times \frac{1}{12} = \frac{9{,}42m^2}{4}$$

$$S = 2{,}35m^2$$

Problemas de geometria:

1) Calcular a área de um quadrado de 7m de lado.

2) Calcular a área de um retângulo de 20m de perímetro, sabendo-se que as dimensões estão entre si como 2 para 3.

3) Qual a área de um triângulo de 10m de altura e 75dm de base.

4) Um retângulo de 10m de largura por 15m de comprimento é equivalente a um triângulo de 15m de base. Qual a altura do triângulo?

5) Calcular a área de um paralelogramo de 10m de base e de 3m de altura?

6) Calcular a área de um trapézio cujas dimensões são:

a) base maior 7m;

b) base menor 5m;

c) altura 3m.

7) Calcular a altura de um trapézio cuja área tem $15m^2$, medindo a base maior 8m e a menor 5m.

8) Qual a diagonal-maior de um losango de 5m de diagonal-menor e $50m^2$ de área?

9) Determinar a área de um hexágono de 2m de lado e $\sqrt{3}$m de apótema.

10) Qual a área de um círculo de:

a) 5m de raio;

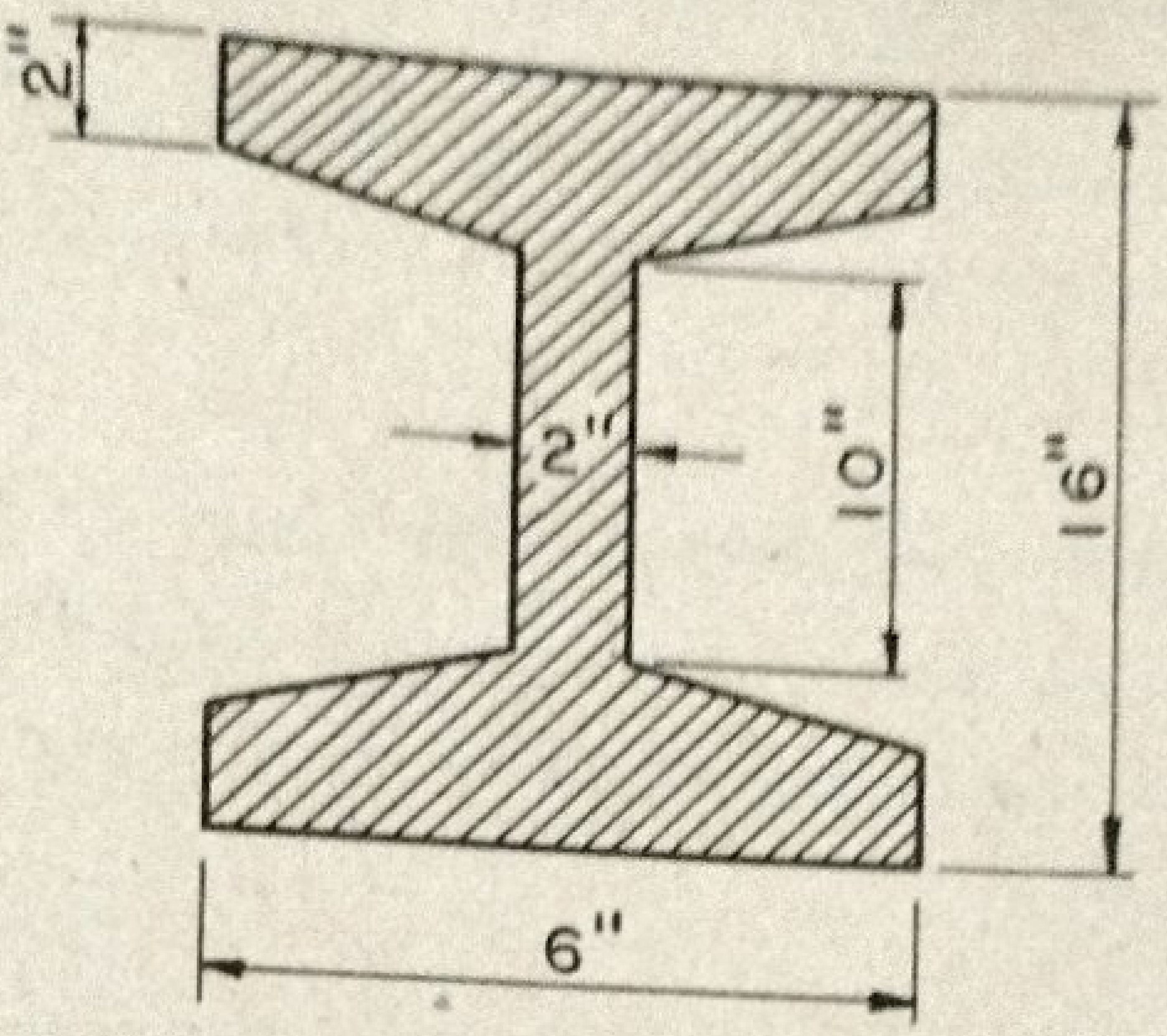
b) 3,8m de diâmetro

11) Calcule a área de uma coroa cujos raios são 5m e 3m.

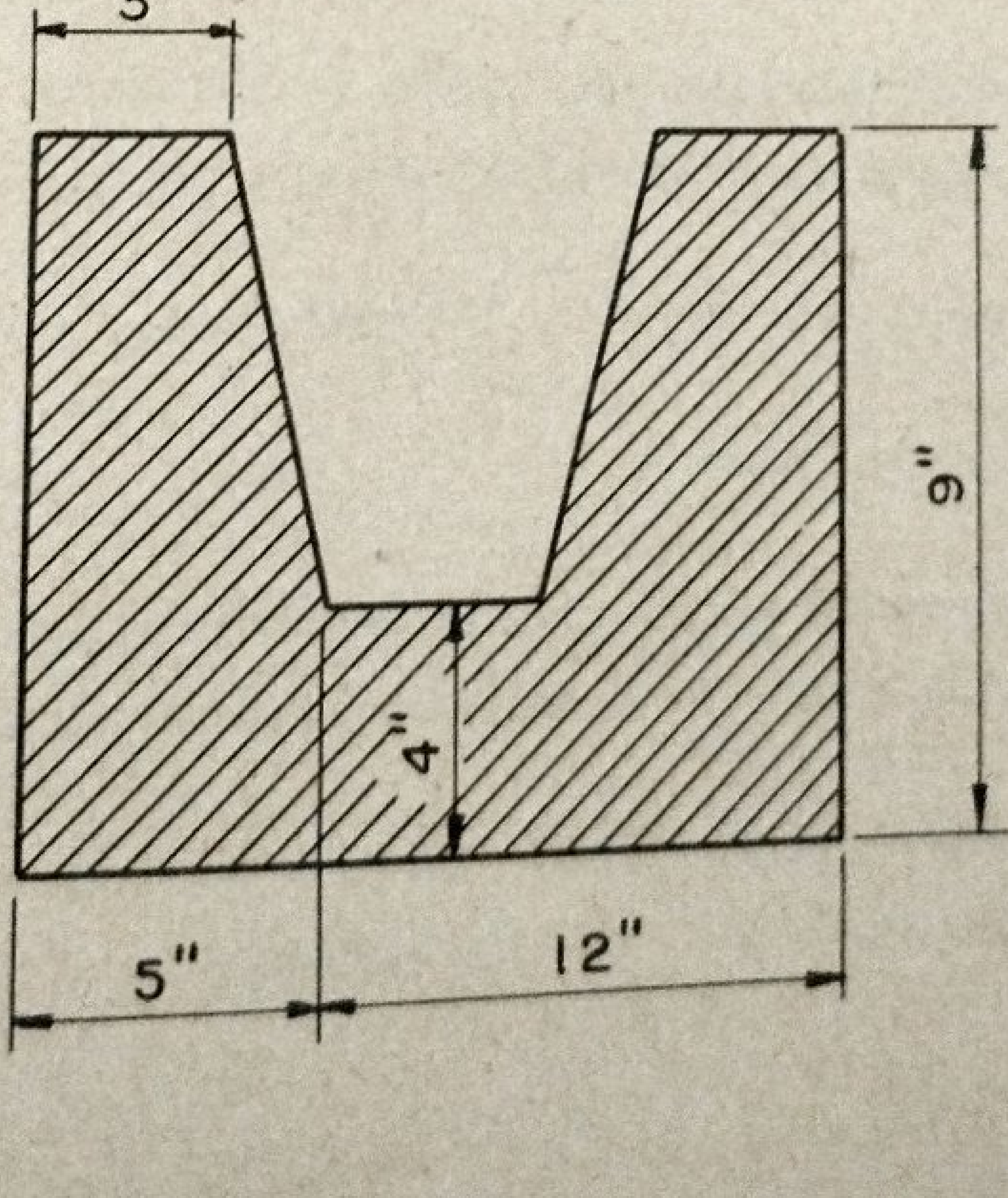
12) Calcular a área compreendida entre 4 circunferências tangentes de raio igual a 2m.

13) Sôbre os lados de um triângulo de lados iguais a 6m, 8m e 10 m constroem-se quadrados. Qual a área do polígono formado.

14) Achar a área da seção de viga de perfil T simétrico, representada abaixo.



15) Achar a área da seção de viga abaixo.



16) Há uma cortina velha de palco, medindo 21m por 8 metros, a ser substituida por um tecido diferente que mede 1,40m de largura. Quantos metros serão necessários?

17) De meio metro quadrado de veludo serão recortados quadradinhos de 4cm quadrados para a confecção de flôres. Quantos quadrados serão obtidos?

18) As prateleiras do almoxarifado, em número de 15, medindo 40cm por 1,50m deverão ser revestidas de papel impermeável que só é possível adquirir-se em fôlhas de 3 metros quadrados. Quantas fôlhas são necessárias?

19) Uma rêde para ping-pong deverá medir 21cm por 1,50m. Fazendo uma tela de filé de malhas de 1cm quadrado, quantas malhas serão necessárias ao todo? Quantas haverá na altura da rêde e quantas no comprimento?

20) Para ladrilhar uma sala retangular em 15m por 8m com ladrilhos quadrados de 0,2m de lado, quantos ladrilhos são necessários e qual o custo da pavimentação a Cr$60,00 o m^2 (incluindo mão de obra)?

21) A roda de uma bicicleta tem 0,65m de diâmetro. Quantos metros andará a bicicleta em três voltas de sua roda?

22) O diâmetro de uma broca é $\frac{1}{2}$ polegada. Qual a circunferência do furo feito por ela?

23) Um automóvel corre a 600 milhas por hora. Quantos RPM executa a roda, se o seu diâmetro é de 28 polegadas (milha - 63360 pol).

24) Qual o diâmetro de um círculo cuja área é igual à soma das áreas de 2 círculos de 6" e 8" de diâmetro?

NOTAS DE AULA

VOLUMES

1 - NOÇÃO DE VOLUME DE UM SÓLIDO GEOMÉTRICO

Volume de um corpo é a medida do espaço que êle ocupa.

Sólidos equivalentes são os que têm o mesmo volume.

2 - UNIDADES LEGAIS BRASILEIRAS DE VOLUME

Unidade	Definição	Símbolo	Múltiplos e Sub-múltiplos	
			Nomes	Símbolos e Valores
Metro cúbico	Volume de um cubo cuja aresta tem o comprimento de 1m.	m^3	Quilômetro cúbico	km^3 $1000000000m^3$
			Hectômetro "	hm^3 $1000000m^3$
			Diâmetro "	dam^3 $1000m^3$
			Metro "	m^3 $1m^3$
			Decímetro "	dm^3 $0{,}001m^3$
			Centímetro "	cm^3 $0{,}0001m^3$
			Milímetro "	mm^3 $0{,}000000001m^3$
Litro	Volume de 1 quilograma de água destilada e sem ar, a 4° centigrado e sob pressão atmosférica normal.	ℓ	Hectolitro	$h\ell$ 100 ℓ
			Decalitro	$da\ell$ 10 ℓ
			Litro	ℓ 1 ℓ
			Decilitro	$d\ell$ 0,1 ℓ
			Centilitro	$c\ell$ 0,01 ℓ
			Mililitro	$m\ell$ 0,001 ℓ

RELAÇÃO ENTRE AS UNIDADES DE VOLUME

a) <u>Metro cúbico</u>

Nessa unidade de volume, a relação entre duas unidades consecutivas quaisquer é 1000, isto é, uma unidade contém a unidade imediatamente inferior 1000 vêzes.

MUDANÇA DE UNIDADE

REGRA

Para se reduzir uma unidade de volume a outra imediatamente superior ou inferior, desloca-se a vírgula de três ordens para a esquerda ou para a direita, conforme o caso.

Assim:

$$3{,}3735m^3 = 3735dm^3 = 0{,}003735dam^3$$

b) <u>Litro</u>

Nessa unidade de volume, a relação que liga duas unidades consecutivas é 10.

MUDANÇA DE UNIDADE

REGRA

Para se reduzir uma unidade a outra imediatamente superior ou inferior, desloca-se a vírgula de uma ordem para a esquerda ou para a direita, conforme o caso.

Assim: $3{,}5\ell = 35\ d\ell = 0{,}35\ da\ell$.

NOTA

1) Para as medidas de capacidade, volume de líquidos ou gases, usa-se a segunda unidade de volume: o litro.

2) O litro é equivalente a 1 dm^3.

APLICAÇÃO

Converter $3{,}723\ m^3$ a litros

Virá $3{,}723\ m^3 = 3723\ dm^3 = 3723$ litros

EXERCÍCIOS

1) Converter a m^3, dm^3, dam^3; a) $15cm^3$; b) $3hm^3$; c) $3,73m^3$.

2) Converter a ℓ e $da\ell$: a) 30 $d\ell$; b) 4 $c\ell$; c) 150 $da\ell$.

3) Converter a ℓ e $h\ell$: a) $18m^3$; b) $7,3dm^3$; c) $7,71dm^3$.

4) Converter a m^3: a) 500 ℓ; b) $15d\ell$; c) $8,7da\ell$.

3 - VOLUME DO CUBO E DO PARALELEPÍPEDO

a) Volume do paralelepípedo

Seja o paralelepípedo ao lado. Chamando suas arestas de a, b, c, o volume será:

$$\boxed{V = a \times b \times c}$$

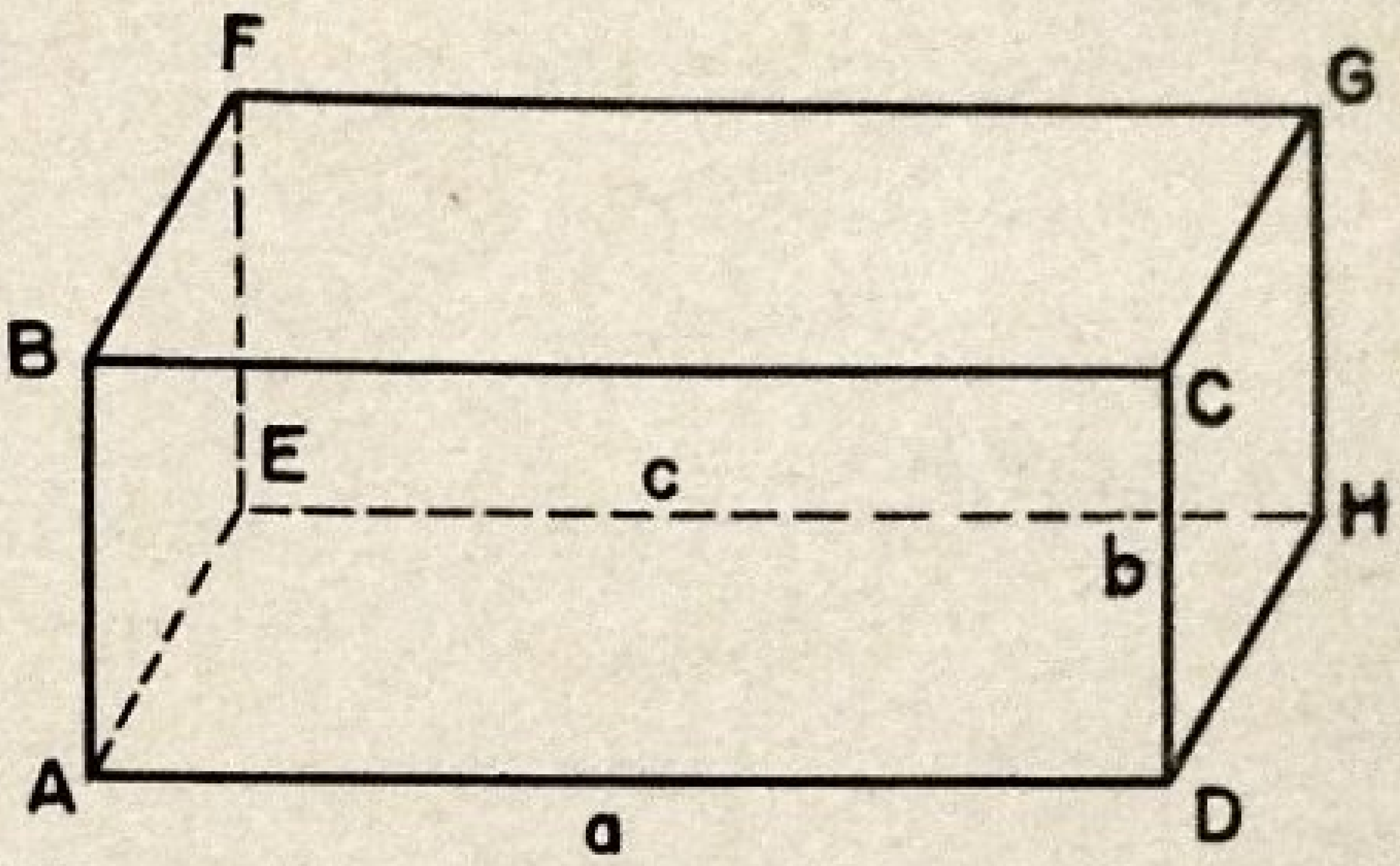


Fig. 12

Observação: As dimensões a, b, c, devem ser reduzidas à mesma unidade.

APLICAÇÃO

Calcular o volume de um paralelepípedo cujas arestas medem 2 m, 1,5m e 2,5m.

$$V = 2m \times 1,5m \times 2,5m = 7,5\ m^3$$

b) Volume do cubo

O cubo tem tôdas as arestas iguais. Sendo "a" o valor da aresta, o volume será:

$$V = a \times a \times a \quad \text{ou} \quad \boxed{V = a^3}$$

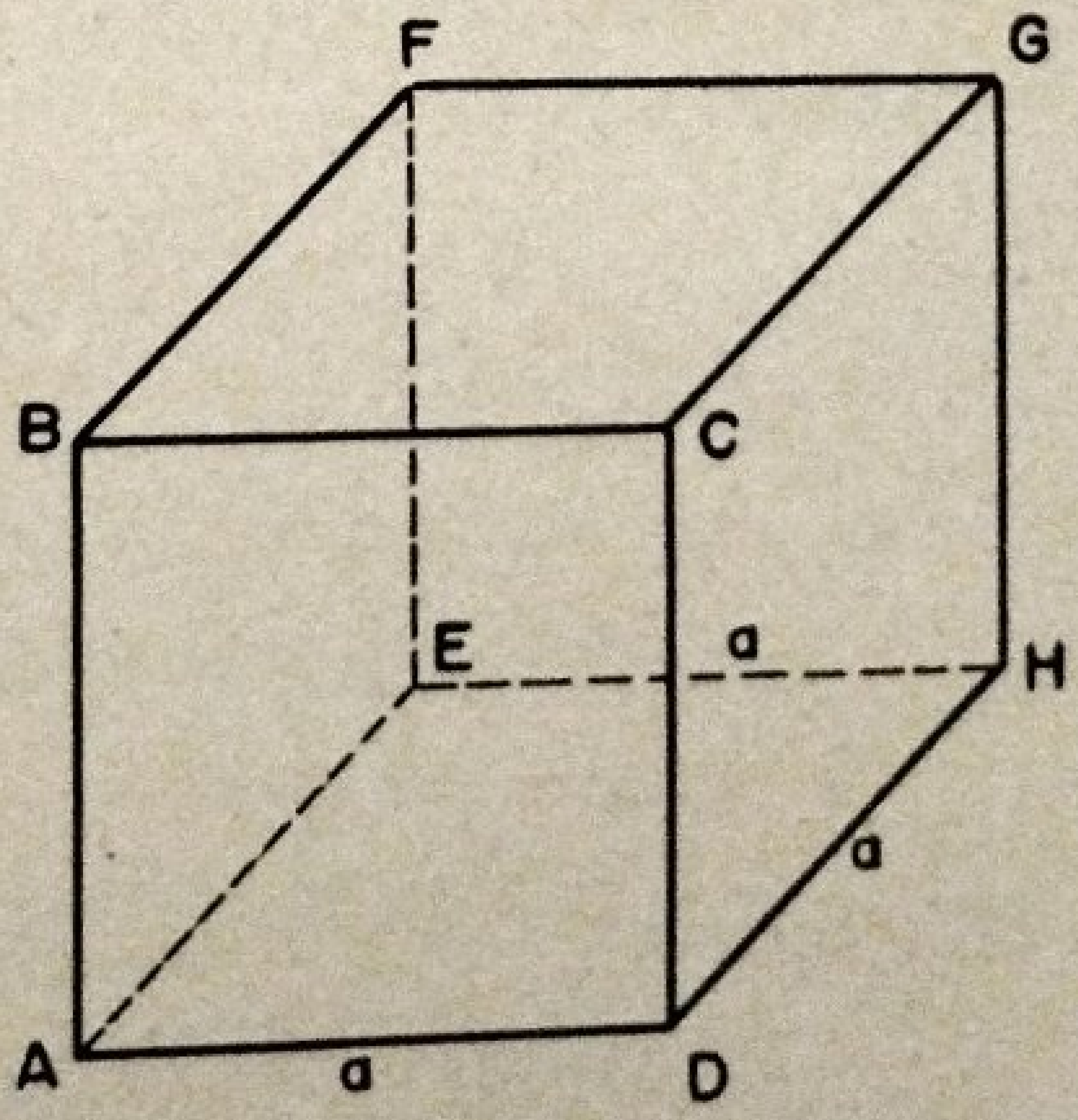


Fig. 13

APLICAÇÃO

Calcular o volume de um cubo cuja aresta mede 2m.

$$V = (2m)^3 = 8m^3$$

4 - UNIDADE LEGAL DE MASSA

Pêso de um corpo é o resultanto da ação da gravidade sôbre êste corpo. O pêso varia com a altitude e a longitude.

Massa de um corpo é a relação constante entre o pêso do corpo (que pode ser dado por um dinamômetro) e o valor da gravidade no local em que se medir o pêso do corpo. A massa do corpo é medida pela balança de dois pratos.

Usualmente o têrmo pêso é usado no sentido de massa.

Grandeza	Unidade		Múltiplos e Submúltiplos		
	Nome	Símbolo	Nomes	Símbolos	Valores
Massa	Quilograma	Kg	Tonelada	t	1000000 g
			Quilograma	kg	1000 g
			Hectograma	hg	100 g
			Decagrama	dag	10 g
			Grama	g	1 g
			Decigrama	dg	0,1 g
			Centigrama	cg	0,01 g
			Miligrama	mg	0,001 g

Mudança de unidade

A relação que liga duas unidades consecutivas é 10.

REGRA

Para se reduzir uma unidade de massa a outra imediatamente superior ou inferior desloca-se a vírgula de uma ordem para a esquerda ou para a direita, conforme o caso.

$$150\ g = 15\ dag = 1500\ dg$$

$$17,34\ dag = 173,4\ g = 1,734\ hg$$

NOTA

Como 1 litro é o volume de 1 quilograma d'água destilada e sem ar a 4^{o} centígrados e na pressão atmosférica normal, segue-se que se pode considerar que um litro d'água nestas condições pesa 1kg. Daí decorre que

1 m^3	de água pesa	1000 kg
1 dm^3	de água pesa	1 kg
1 cm^3	de água pesa	1 g

EXERCÍCIOS

1) Reduzir a ℓ: a) 50 dℓ; b) 30 daℓ; c) 1,37 cℓ.

2) Calcular o pêso da água contida em uma caixa d'água de 2m por 1,5m por 7,5 cm.

3) Um reservatório retangular de 25m de comprimento, 12m de largura e 4m de altura está cheio d'água. Qual o pêso suportado pelo fundo do reservatório? Qual o pêso por m^2?

4) Quantas peças cúbicas de 10cm de aresta podem ser acondicionadas em um caixote de 8 cm de altura por 5 dm de largura por 2,5m de comprimento? Qual o pêso do caixote, se pesa cada peça 40 gramas, e o caixote 10 kg?

5) Acho o volume de um cilindro de óleo, sabendo que o diâmetro é de 10cm e a altura é de 15cm.

6) Avaliar o volume de amidon contido numa caixa de 10cm de comprimento, 4 cm de altura e 5 cm de largura.

7) Devendo guardar 2 dúzias de chapéus de feltro, tipo "exército de salvação", de $80dm^2$ no almoxarifado, pergunta-se de quantas caixas de chapéus, quadradas de 45cm de comprimento, largura e altura necessitamos, devendo tomar em consideração que cêrca de $3.000cm^2$ são ocupados com papel de sêda para os acomodar devidamente em cada caixa?

8) Um chapéu de renda de palha de cêrca 40cm de diâmetro, é enfeitado com rosas de mais ou menos 10 cm de altura. Quais deverão ser as dimensões da caixa de chapéus para o acomodar devidamente?

NOTAS DE AULA

COMPOSTO NA OFICINA IMPRESSO GRÁFICA DA
CBAI
Av. Marechal Camara 350 Rio de Janeiro — D.F.
4-55-3000