

CADERNO DE MATEMÁTICA

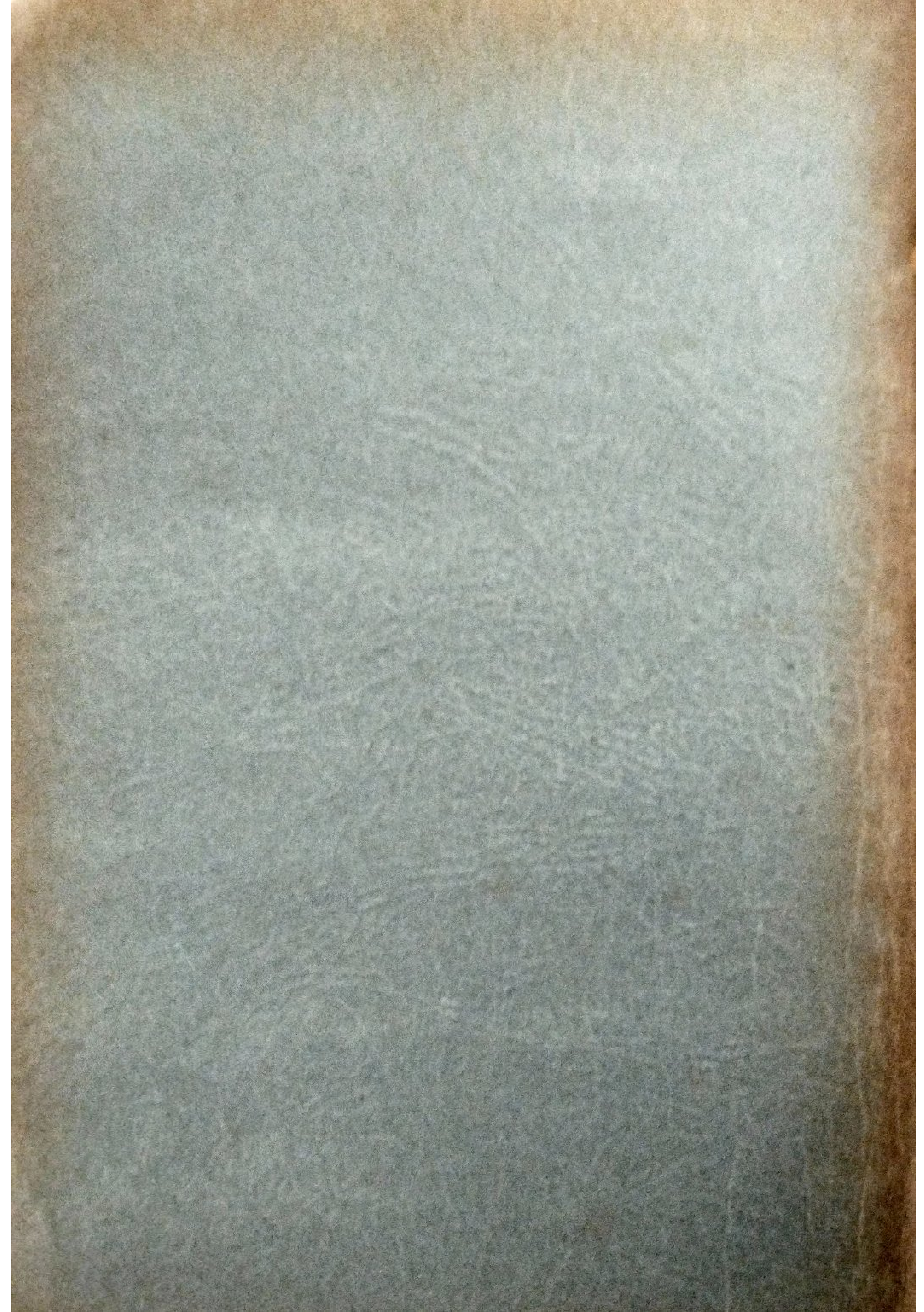
CURSO INDUSTRIAL BÁSICO

— 1ª Série —

SÉRIE A - Nº 4 - Vol. 1

2ª Edição

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
COMISSÃO BRASILEIRO-AMERICANA DE EDUCAÇÃO INDUSTRIAL



Prova de Matemática
18/11/58

CADERNO DE MATEMÁTICA
CURSO INDUSTRIAL BÁSICO

1ª Série

A Comissão Brasileiro-Americana de Educação Industrial (CBAI) é o órgão executivo de um Acôrdo firmado entre o Ministério da Educação e Cultura e a Education Division - The Institute of Inter-American Affairs, sôbre a educação industrial.

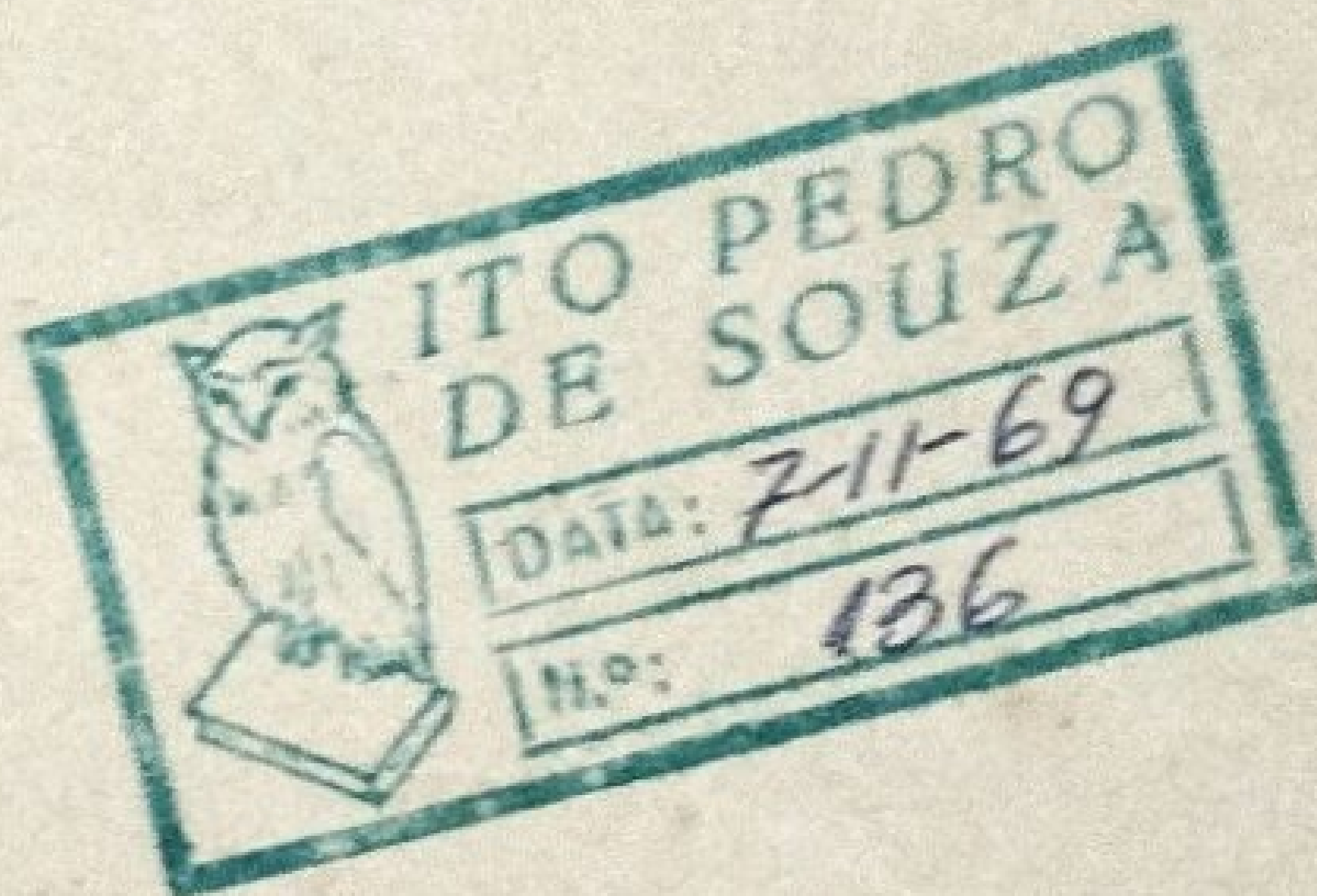
Enderêço da CBAI:

Avenida Marechal Câmara, 350 - 8^o andar
Caixa Postal 1879 - End. Teleg. CEBAI
Rio de Janeiro

CADERNO DE MATEMÁTICA

CURSO INDUSTRIAL BÁSICO

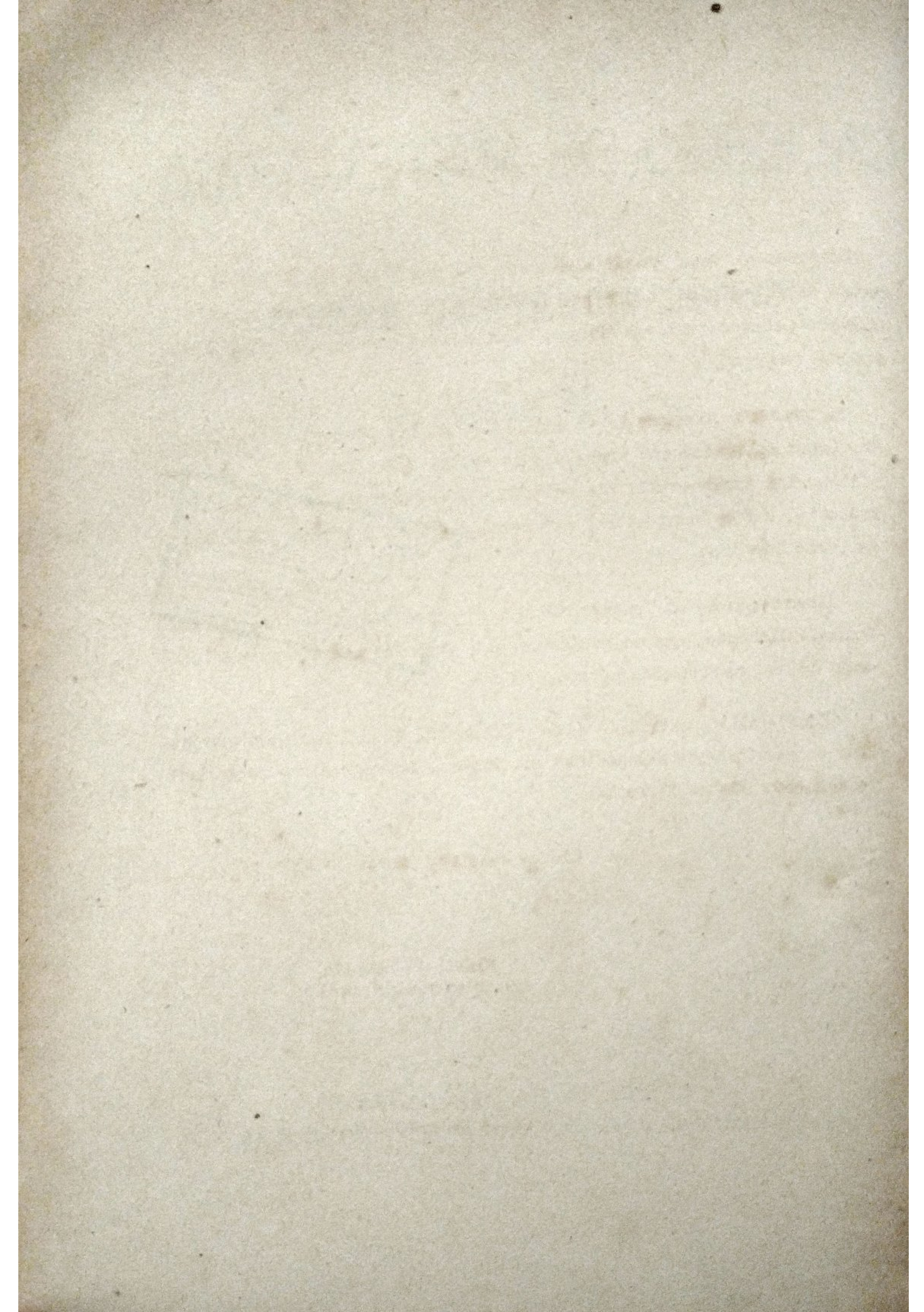
— 1ª Série —



SÉRIE A - Nº 4 - Vol: 1

2ª Edição

MINISTERIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
COMISSÃO BRASILEIRO-AMERICANA DE EDUCAÇÃO INDUSTRIAL



PREFÁCIO A 2ª EDIÇÃO

Tendo em vista a grande aceitação com que foram recebidos os Cadernos de Matemática, nos meios escolares, a CBAI resolveu atender a inúmeros pedidos, entregando aos interessados uma segunda edição devidamente revista.

Na presente tiragem foram incluídos, na 1ª. série do Curso Básico, problemas aplicados aos trabalhos de agulha e, na 4ª. Série do Curso Básico, foi acrescentada uma unidade extra-programa, sobre Cálculo de Radicais, a fim de atender à necessidade eventual do uso de Radicais no Curso Técnico.

Encarregou-se do preparo da nova edição o próprio autor, Eng^o Arlindo Clemente, que se dedicou a esse trabalho com a responsabilidade de seu reconhecido mérito.

Confiante na utilidade desta publicação, a CBAI acolherá com prazer as apreciações e sugestões que fôrem dadas no sentido de melhorar o conteúdo destes livros.

Rio de Janeiro, março de 1955

Flávio P. Sampaio
Superintendente da CBAI

E. W. Sheridan
Chefe Delegação Americana

APRESENTAÇÃO

O presente trabalho foi elaborado com o objetivo de servir como subsídio aos professores e alunos, para o desenvolvimento do programa de Matemática dos cursos industriais básicos.

Cada unidade do programa é objeto de uma ligeira explanação teórica, seguida de exercícios e problemas aplicados a trabalhos típicos dos ofícios em metal, madeira, eletricidade e artes gráficas.

Incumbiu-se da organização deste caderno o engenheiro Arlindo Clemente, professor de Matemática da Escola Técnica Nacional.

Tratando-se de trabalho que se acha ainda em fase experimental, espera a CBAI receber, dos professores de ensino industrial, sugestões e críticas que auxiliem a dar forma definitiva a este caderno.

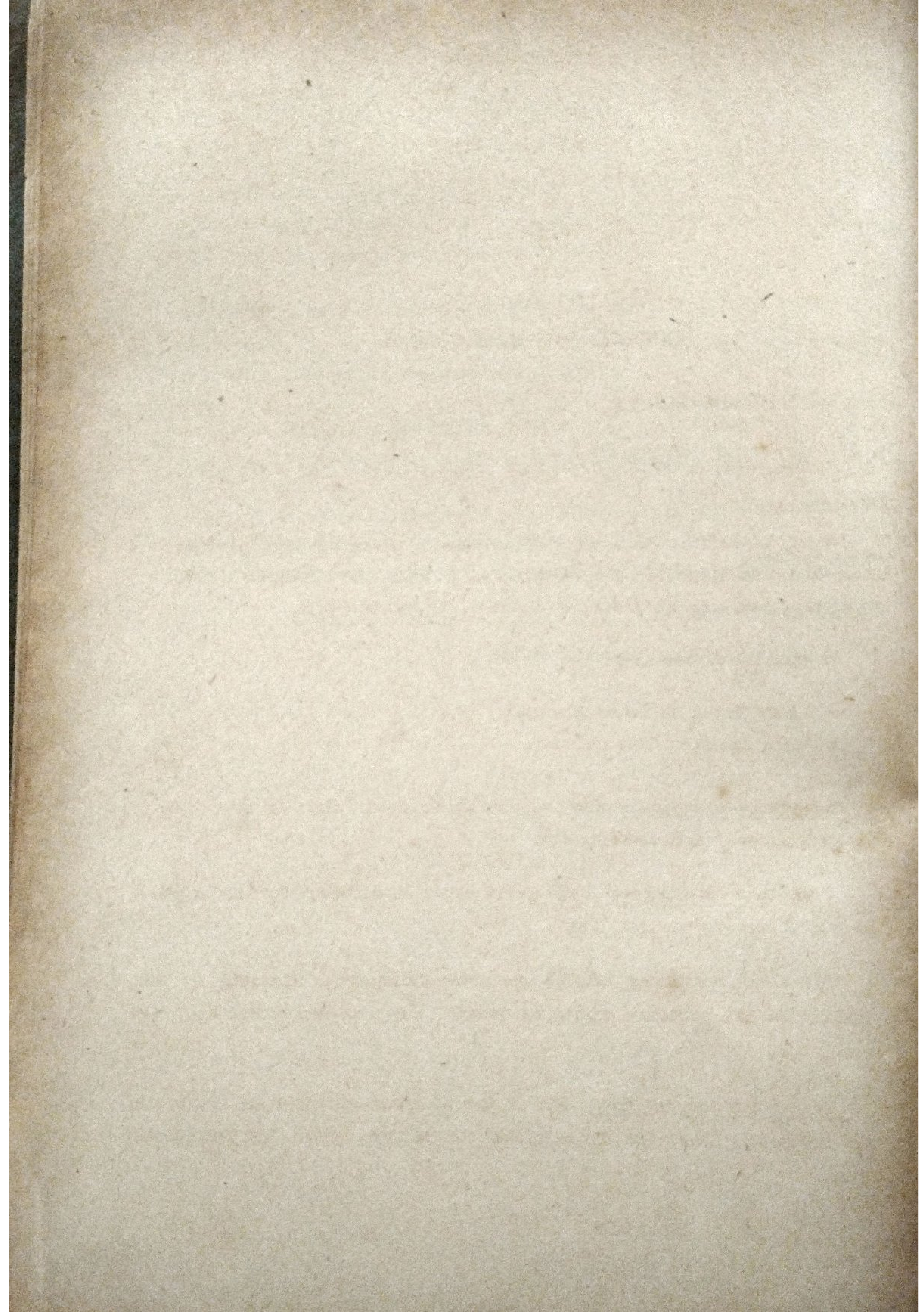
Rio de Janeiro, janeiro de 1951.

ITALO BOLOGNA
Superintendente da CBAI

EDWARD W. SHERIDAN
Chefe da Delegação Americana

ÍNDICE

| | Pg. |
|------------------------------|-----|
| OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS _____ | 7 |
| MÚLTIPLOS E DIVISORES _____ | 31 |
| FRAÇÕES _____ | 41 |
| METROLOGIA _____ | 83 |
| LINHAS E ÂNGULOS _____ | 89 |
| FIGURAS GEOMÉTRICAS _____ | 101 |



OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

1 - NOÇÃO DE GRANDEZA

Da comparação de objetos da mesma espécie surge a idéia de grandeza.

Assim, há pessoas de alturas diferentes; em uma só máquina pode haver eixos de diâmetros diferentes. As alturas, os diâmetros são grandezas, bem como as áreas, os volumes, os pesos, etc.

As grandezas podem ser:

- a) homogêneas ou heterogêneas;
- b) contínuas ou descontínuas.

Grandezas homogêneas são as de mesma espécie. Ex: os comprimentos dos corpos, suas massas, etc.

Grandezas heterogêneas são as de espécies diferentes. Ex: o peso e o volume de uma peça, etc.

Grandezas contínuas são as que podem aumentar ou diminuir de quantidade tão pequenas quanto se deseje. Ex: os comprimentos, áreas, etc.

Grandezas descontínuas são as que só podem aumentar ou diminuir por unidades. Ex: uma esquadrilha, um rebanho, grossa de parafusos, etc.

Medir uma grandeza é compará-la com a respectiva unidade. A medida pode ser:

- a) direta quando se aplica a unidade diretamente sobre a grandeza a medir. Ex: a medida do comprimento de uma sala.
- b) indireta quando não se aplica a unidade diretamente sobre a grandeza. Ex: medida de altura de um morro.

Unidade é uma grandeza escolhida, por convenção, para medir outras grandezas de mesma espécie. O metro é a unidade de comprimento, o quilograma é a unidade de massa, etc.

A unidade deve ser:

- a) homogênea à grandeza que se quer medir;
- b) invariável;
- c) facilmente realizável.

Número é o resultado da comparação de uma grandeza com a respectiva unidade. Assim: se uma sala de aula contém seis vezes o metro o número que exprime o comprimento da sala é 6.

Quando a grandeza contém a unidade, em um número exato de vezes forma-se o número inteiro.

O número é abstrato quando não se conhece a unidade. Ex: dois, três.

O número é concreto quando se conhece a unidade. Ex: dois pregos, três metros.

2 - NUMERAÇÃO

É a parte da aritmética que ensina a representar por algarismos e a exprimir por palavras os números.

A numeração pode ser falada ou escrita.

A série dos números inteiros é ilimitada.

a) Numeração falada

É a maneira de exprimir os números por meio de palavras.

Princípio fundamental:

"Dez unidades de uma ordem formam uma unidade de ordem imediatamente superior".

Os números um, dois, três, ... nove formam as unidades simples ou unidades de primeira ordem. Ora, como a série dos números inteiros é ilimitada, convencionou-se reunir as ordens em grupos de três, formando cada um deles uma classe:

Classe das unidades
(1a. classe)

- 1a. ordem: unidade simples.
- 2a. ordem: dezenas simples.
- 3a. ordem: centenas simples.

Classe dos milhares
(2a. classe)

- 1a. ordem: unidades de milhar.
- 2a. ordem: dezenas de milhar.
- 3a. ordem: centenas de milhar.

Classe dos milhões
(3a. classe)

- 1a. ordem: unidades de milhão.
- 2a. ordem: dezenas de milhão.
- 3a. ordem: centenas de milhão.

:
:
:

b) Numeração escrita

É o modo de representar os números por meio de algarismos.

Os algarismos são: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. São chamados algarismos significativos, exceto o 0 (zero).

O zero serve para ocupar o lugar de uma ordem não existente em um número.

Princípio fundamental Todo algarismo escrito à esquerda de outro representa unidades dez vezes maiores, isto é, unidades da ordem imediatamente superior.

Assim, um número composto de 4 centenas, 5 dezenas, 3 unidades, escreve-se, em virtude do princípio enunciado, 453.

Vê-se por aí que o algarismo pode ter:

a) Valor absoluto quando isolado, ou ocupando a ordem das unidades simples.

b) Valor relativo quando ocupa qualquer outra posição no número.
Ex.: no número 834 o algarismo 4 tem valor absoluto, os algarismos 8 e 3 têm valor relativo.

MODO DE ESCREVER UM NÚMERO

REGRA

Escrevem-se sucessivamente da esquerda para a direita os algarismos que representam as ordens mais elevadas, colocando zeros nas ordens que faltarem. Ex: três mil quinhentos e sete: 3507; quarenta mil setecentos e oitenta e três: 40783; trêscentos e oitenta e quatro: 384.

MODO DE LER UM NÚMERO

REGRA:

Decompõe-se o número em classes de três algarismos da direita para a esquerda e lê-se a partir da esquerda o número formado pelos algarismos de cada classe com o respectivo nome. Ex: 47478, (quarenta e sete mil quatrocentos e setenta e oito unidades); 20382 (vinte mil trezentos e oitenta e duas unidades); 453 (quatrocentos e cinquenta e três unidades).

É indispensável dizer-se "unidades" na última classe.

3 - OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS SOBRE NÚMEROS INTEIROS

a) ADIÇÃO

Adição é a operação por meio da qual, sendo dados vários números se acha um outro que contenha todos e somente os números dados.

Estes chamam-se parcelas, o resultado soma ou total.

Seja a soma $327 + 421 + 100 = 848$; 327, 421 e 100 são as parcelas; 848 é o total.

PROPRIEDADES

- 1) Só se podem somar quantidades homogêneas: 10 arruelas + 3 arruelas = 13 arruelas.
- 2) A soma é da mesma espécie das parcelas. Assim 2 pregos + 5 pregos = 7 pregos.
- 3) A ordem das parcelas não altera a soma: $2 + 3 + 4 = 4 + 2 + 3 = 3 + 4 + 2 = \dots\dots\dots$
- 4) Podem-se substituir várias parcelas por sua soma já efetuada:
$$2 + 3 + 9 = (2 + 3) + 9 = 5 + 9$$
- 5) Pode-se desdobrar em várias qualquer das parcelas da soma:
$$5 + 4 = (2 + 3) + 4$$

APLICAÇÕES

- 1) Qual o peso de três caixas, tendo a primeira 528 quilos, a segunda 375 quilos e a terceira 100 quilos?

SOLUÇÃO

O peso total será a soma dos pesos de cada caixa, logo
 $528\text{kg} + 375\text{kg} + 100\text{kg} = 1003\text{kg}.$

Resultado: 1003 kg.

- 2) Em um mês, um operário gasta Cr\$ 1.500,00 e economiza Cr\$ 200,00. Quanto ganha?

Solução

O operário ganha o que gasta mais o que economiza, logo:

$$\text{Cr\$}1.500,00 + \text{Cr\$}200,00 = \text{Cr\$}1.700,00$$

Resultado: Cr\$ 1.700,00

Problemas aplicados a trabalhos gráficos

- 1) Uma resma de papel fantasia (de 17" x 22") foi dividida em duas partes iguais: a primeira parte foi vendida por Cr\$ 9,00 e a outra por Cr\$ 3,00. Qual foi o total da venda?
- 2) A quanto montou o custo da seguinte encomenda de tinta: 1 lata de 1 quilo de tinta preta a Cr\$ 35,80; 1 lata de quilo de tinta azul a Cr\$ 76,00 e 1 lata de quilo de tinta amarela a Cr\$ 56,00 ?
- 3) A folha de pagamento de uma tipografia indicou os seguintes salários diários:

3 compositoresCr\$ 300,00

2 impressoresCr\$ 300,00

1 encadernadorCr\$ 70,00

1 emendadorCr\$ 96,00

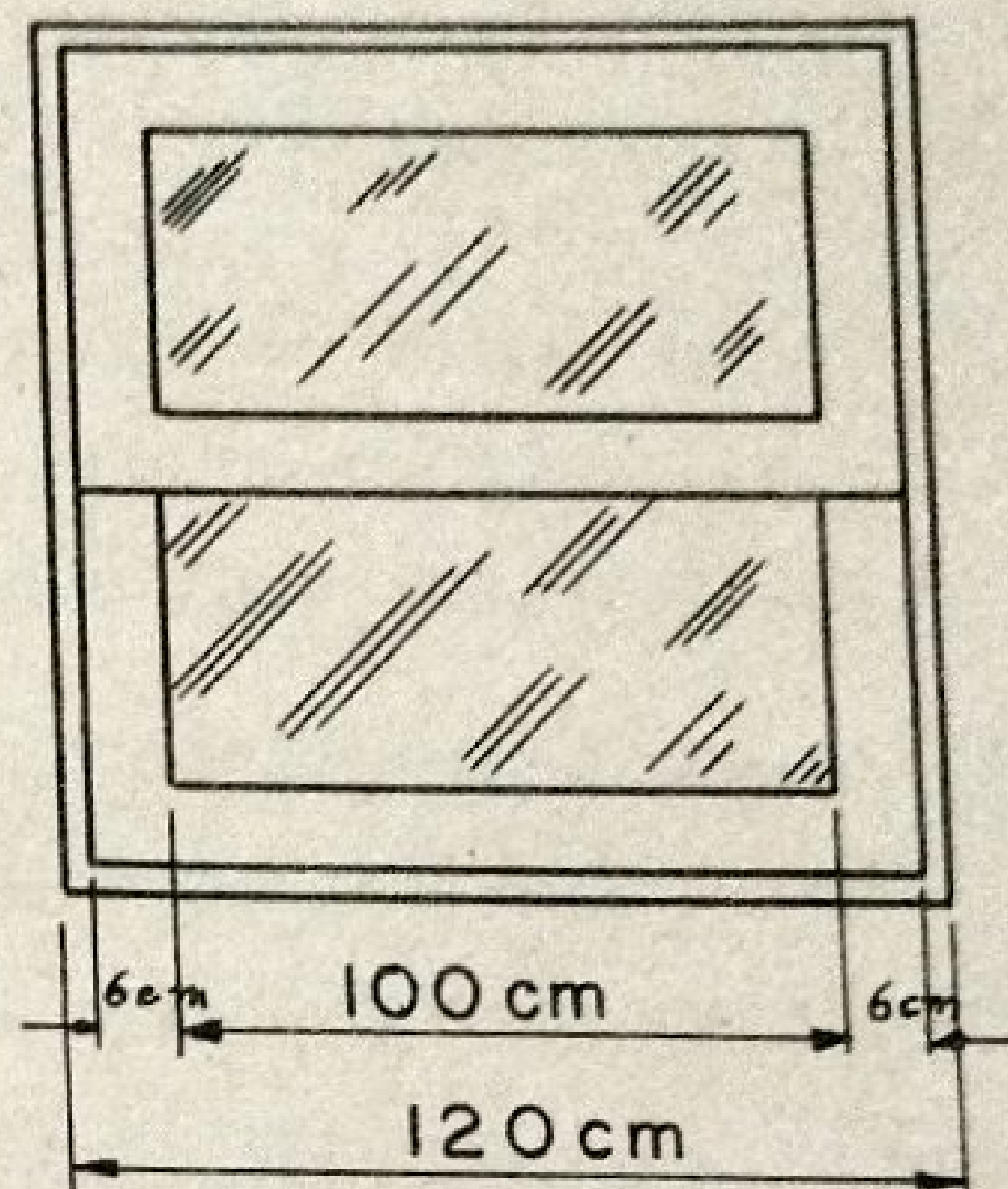
Em quanto fica o pagamento diário de todos estes operários?

- 4) Uma oficina tipográfica fez os seguintes trabalhos em um dia: 1760 bilhetes, 860 envelopes timbrados, 2215 programas, 3600 circulares, 1200 etiquetas e 1240 rótulos. Qual foi o total de impressões nesse dia?
- 5) Numa oficina havia quatro impressores. Qual foi a produção geral da oficina no dia em que a prensa n^o 1 tirou 5600 impressões; a n^o 2, 6700; a n^o 3, 5580; e a n^o 4, 7835?

Problemas aplicados a trabalhos em madeira

- 1) Um carpinteiro cortou 1300 ripas no primeiro dia, 1400 no segundo e 1500 no terceiro. Quantas ripas cortou nos 3 dias?

- 2) Um homem construiu um celeiro e teve as seguintes despesas: madeira Cr\$4.760,00; fundações Cr\$1.480,00; ferragens Cr\$620,00; pintura Cr\$185,00. Quanto gastou?
- 3) Um carpinteiro ganhou Cr\$540,00 na primeira semana, Cr\$600,00 na segunda, Cr\$580,00 na terceira e Cr\$605,00 na quarta. Quanto recebeu no fim do mês?
- 4) Ao lado vemos uma janela guilhotina. De acordo com as cotas do desenho, quais serão as medidas internas dos marcos desta janela?
- 5) Qual o preço desta janela, se o material custou Cr\$324,00 e a mão de obra ficou em Cr\$90,00.

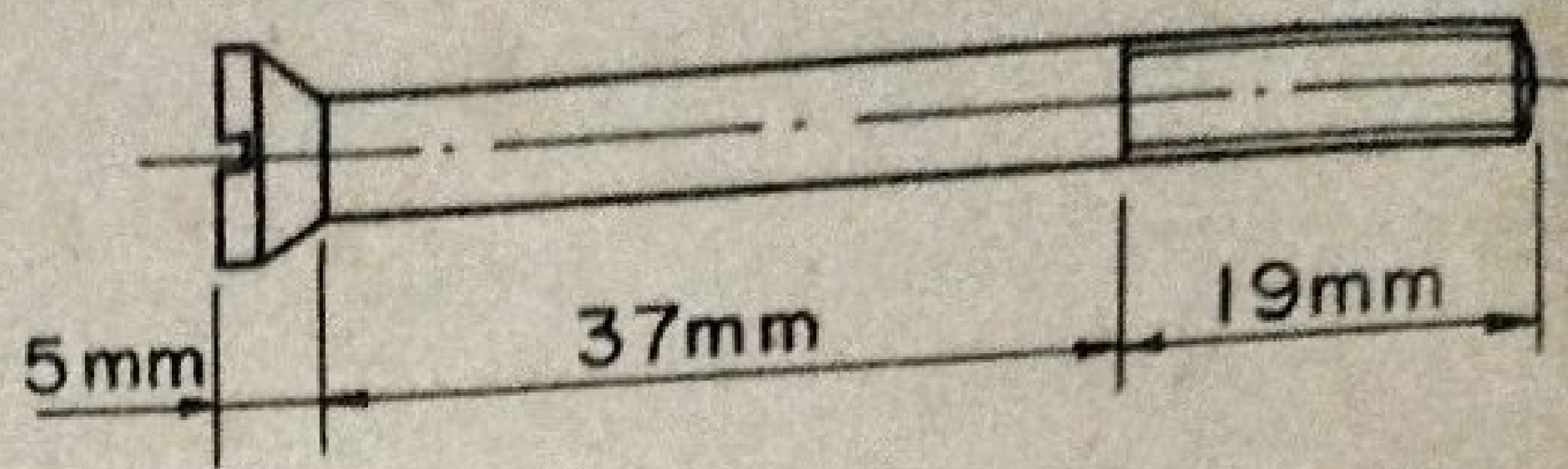


Problemas aplicados a trabalhos de eletricidade

- 1) Ao dar um balanço no estoque de lâmpadas de 100 velas, o eletricitista contou as lâmpadas existentes em cinco caixotes: 176, 264, 375, 324, 116. Quantas lâmpadas havia em estoque?
- 2) Um eletricitista retirou do estoque as seguintes quantidades de fio: 500, 1200, 250, 90, 38, 65, 84, 225, 4125 metros. Quantos metros de fio foram retirados do estoque?
- 3) Uma casa recebeu uma partida de pilhas secas. 325 pilhas foram guardadas no depósito, 45 foram colocadas na vitrine, 18, 25, 30, 24 e 6 foram vendidas a diversos fregueses. De quantas pilhas se compunha a partida?
- 4) Qual o tempo gasto na confecção de uma peça em que o operário gastou 2 minutos, para prender a peça; 6 minutos, para furar; 2 minutos, para passar o alargador e 4 minutos para facear?
- 5) No lustre da sala de uma casa há 3 lâmpadas; num dos quartos, 2 lâmpadas, outra na cozinha e mais (ainda) uma no banheiro. Quantas lâmpadas há na casa?

Problemas aplicados a trabalhos de mecânica

- 1) Qual o comprimento do parafuso ao lado, tendo a cabeça, a parte lisa e a rosca os comprimentos dados no desenho.



- 2) Qual o comprimento deste parafuso sem incluir a cabeça?
- 3) De uma barra de aço foram cortadas três peças e mediram 10cm, 12cm, 8cm. Sabendo-se que houve perda de 1cm por peça e que sobraram 2cm da barra qual o seu comprimento?
- 4) Qual o tempo gasto na confecção de uma peça em que o operário gastou 2 minutos, para prender a peça; 6 minutos, para furar; 2 minutos, para passar o alargador e 4 minutos para facear?
- 5) As peças de certa máquina pesam: 2kg, 4kg, 9kg, e 8kg. Qual o peso total da máquina?

Problemas aplicados aos trabalhos de agulha

- 1) Há 3 peças de musselina não alvejada na prateleira do almoxarifado. Uma peça contém 144 metros, uma segunda 86 e uma terceira 59. Quantos metros há ao todo?
- 2) No almoxarifado há 18 costureiros de tamanho 7; 10 de tamanho 16; 20 de tamanho 2 e finalmente 18 de tamanho 8. Quantos costureiros há no almoxarifado?
- 3) No último semestre o almoxarifado usou 26 caixas de 100 gr. de alfinetes. Este semestre 30 caixas de alfinetes foram distribuídas às meninas nas classes, e 10 caixas foram guardadas no depósito. Quantas caixas foram encomendadas em ambos os semestres?
- 4) Foram cortadas 50 saias de tamanho pequeno, 120 de tamanho médio e 70 de tamanho maior. Quantas saias foram cortadas?
- 5) Nas prateleiras do almoxarifado há 12 caixas de carretéis de linha nº 60; 19 caixas de nº 40; 11 de nº 50 e 15 caixas do nº 70. Quantas caixas há na prateleira?

b) SUBTRAÇÃO

Subtração é a operação por meio da qual, sendo dados dois números se acha um terceiro que, somado ao segundo, reproduz o primeiro.

O primeiro número é o minuendo.

O segundo número é o subtraendo.

O terceiro número é o resto, diferença ou excesso.

Seja a subtração $38 - 17 = 21$; o minuendo é 38; o subtraendo é 17 e o resto é 21.

PROPRIEDADES

1^a) Só se podem subtrair quantidades homogêneas; $10 \text{ pregos} - 3 \text{ pregos} = 7 \text{ pregos}$.

2^a) A diferença é da mesma espécie dos dois outros termos; assim $5 \text{ parafusos} - 3 \text{ parafusos} = 2 \text{ parafusos}$.

3^a) Adicionando ou subtraindo ao minuendo certo número, a diferença fica aumentada ou diminuída deste número.

Assim, se $10 - 8 = 2$ vem $(10 + 2) - 8 = 4$ e $(10 - 2) - 8 = 0$

4^a) Adicionando ou subtraindo-se ao subtraendo certa quantidade, a diferença fica diminuída ou aumentada desta quantidade.

Assim, se $17 - 10 = 7$, vem $17 - (10 + 3) = 4$ e $17 - (10 - 3) = 10$

Consequência: Somando-se ou subtraindo-se ao minuendo e ao subtraendo o mesmo número, a diferença não se altera:

$$15 - 8 = 7, \text{ logo } (15 - 3) - (8 - 3) = 7$$

APLICAÇÕES

1) Um industrial produziu 31800 peças de sua especialidade. Vendeu 28400. Quantas lhe restam?

SOLUÇÃO

Resta a diferença entre a produção e a venda, isto é $31800 - 28400 = 3400$. Logo restam 3400 peças.

- 2) Um livro de 2000 páginas se compõe de 4 volumes: o 1º tem 450 páginas; o 2º 504 e o 3º 576. Quantas páginas terá o quarto volume?

Solução:

Os três primeiros volumes têm $450 + 504 + 576 = 1530$ páginas logo o 4º volume terá $2000 - 1530 = 470$ páginas.

Problemas aplicados a trabalhos gráficos

- 1) João imprimiu 2598 programas, e Francisco imprimiu 2308. Quantos mais imprimiu João?
- 2) Um impressor recebeu a incumbência de imprimir 32000 rótulos. No primeiro dia, imprimiu 10789 e no segundo imprimiu 11255. Quantos faltam para completar a encomenda?
- 3) Um tipógrafo compôs 11854 "quadratinos" de 8 pontos, para um livro e 14332 "quadratinos" de 4 pontos, para uma revista. Quantos "quadratinos" de diferença há entre os dois trabalhos.
- 4) Uma tipografia recebeu um serviço de urgência: 20654 "quadratinos" em um dia. Dois operários apresentaram 8250 "quadratinos". Quantos compôs o linotipista para completar a encomenda?
- 5) Em uma hora, José compôs 1054 "quadratinos", Jorge 1187 e Nilton 1098.
 - a) Quantos "quadratinos" compuseram em uma hora?
 - b) Quantos mais Jorge compôs do que Nilton?
 - c) Quantos mais Jorge compôs do que José?
 - d) Quantos menos José compôs do que Nilton?

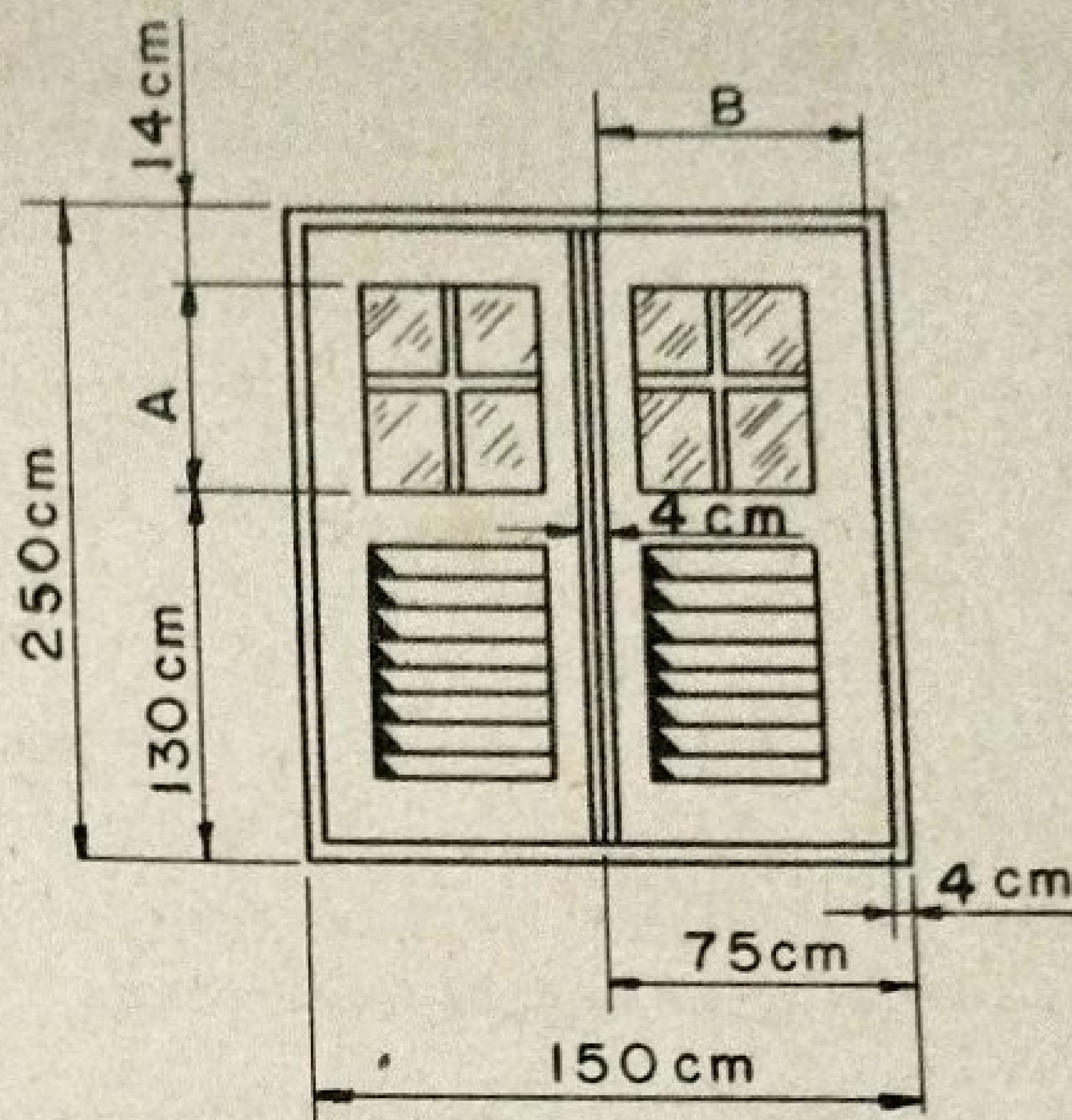
Problemas aplicados a trabalhos em madeira

- 1) Um carpinteiro construiu uma varanda por Cr\$5.600,00. Gastou em materiais Cr\$4.200,00. Quanto recebeu pela mão de obra?
- 2) A parede de uma cozinha tinha 3m de comprimento. A pia ocupava 1m desta parede, e a janela 1m. Que espaço sobrava para colocar um armário?

3) A direita, vemos uma porta dupla. Qual é o comprimento da parte "A" da folha ?

4) Quanto mede a distância "B" ?

5) O custo do envernizamento a "boneca" de uma porta é Cr\$28,00. O profissional cobra Cr\$30,00. Quanto é o lucro?



Problemas aplicados a trabalhos de eletricidade

1) Um electricista cortou 500 metros de fio de um rolo; no dia seguinte, tirou mais 250 metros e mais 750. Devolveu 339 metros. Quantos metros utilizou?

2) Um electricista cobrou Cr\$239,00 por um trabalho. O material custou-lhe Cr\$105,00, deu Cr\$39,00 ao seu ajudante e gastou Cr\$5,00 de transporte. Quanto lucrou ?

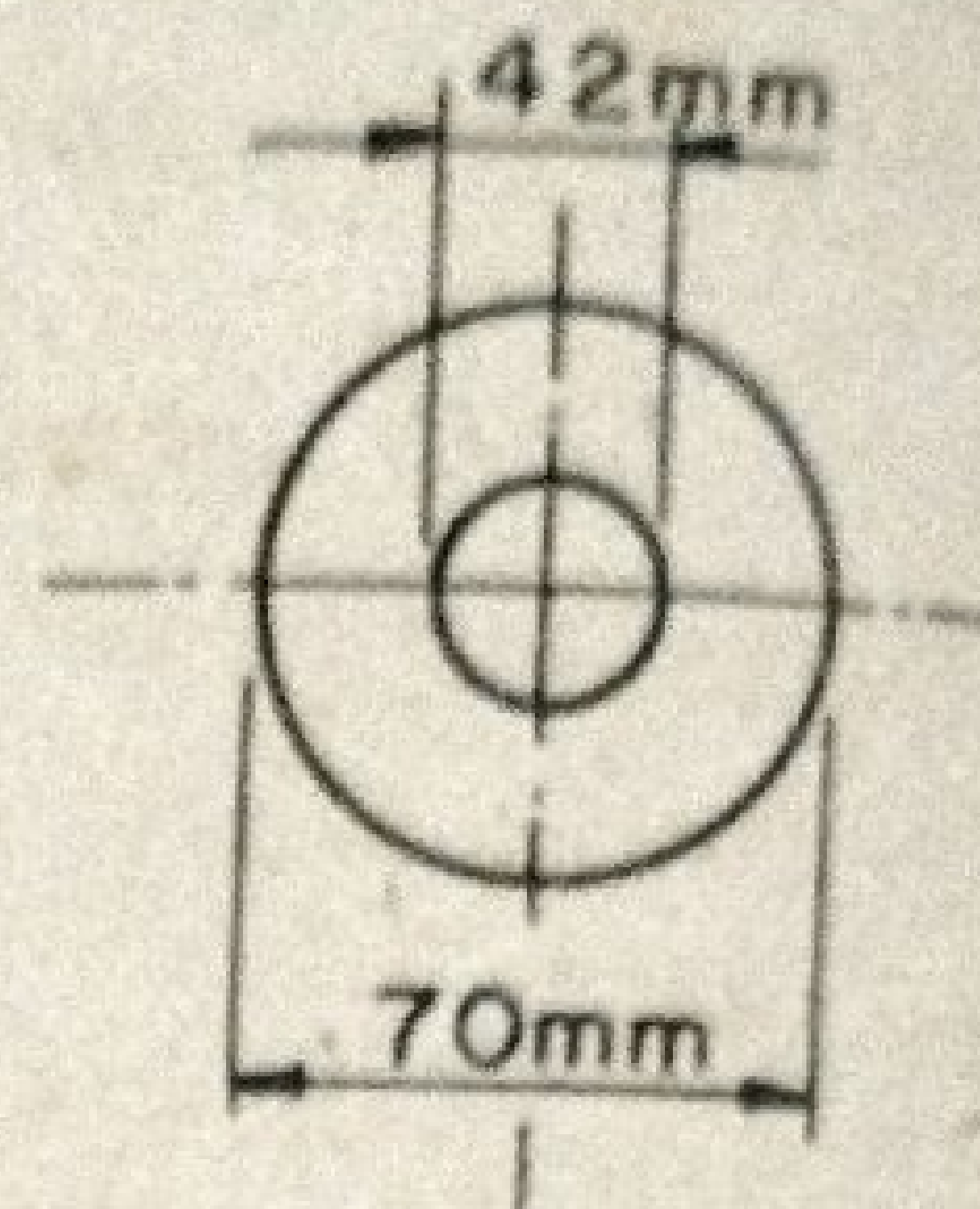
3) Uma loja de artigos eléctricos tinha em estoque 565 tomadas. O electricista da loja retirou 145 tomadas para fazer diversos serviços e devolveu 35. Quantas tomadas ficaram em estoque?

4) Um electricista gastou Cr\$438,00 em materiais. Desta quantia, Cr\$76,00 foram aplicados na compra de conduites de 3 polegadas. Quanto sobrou para comprar o restante do material?

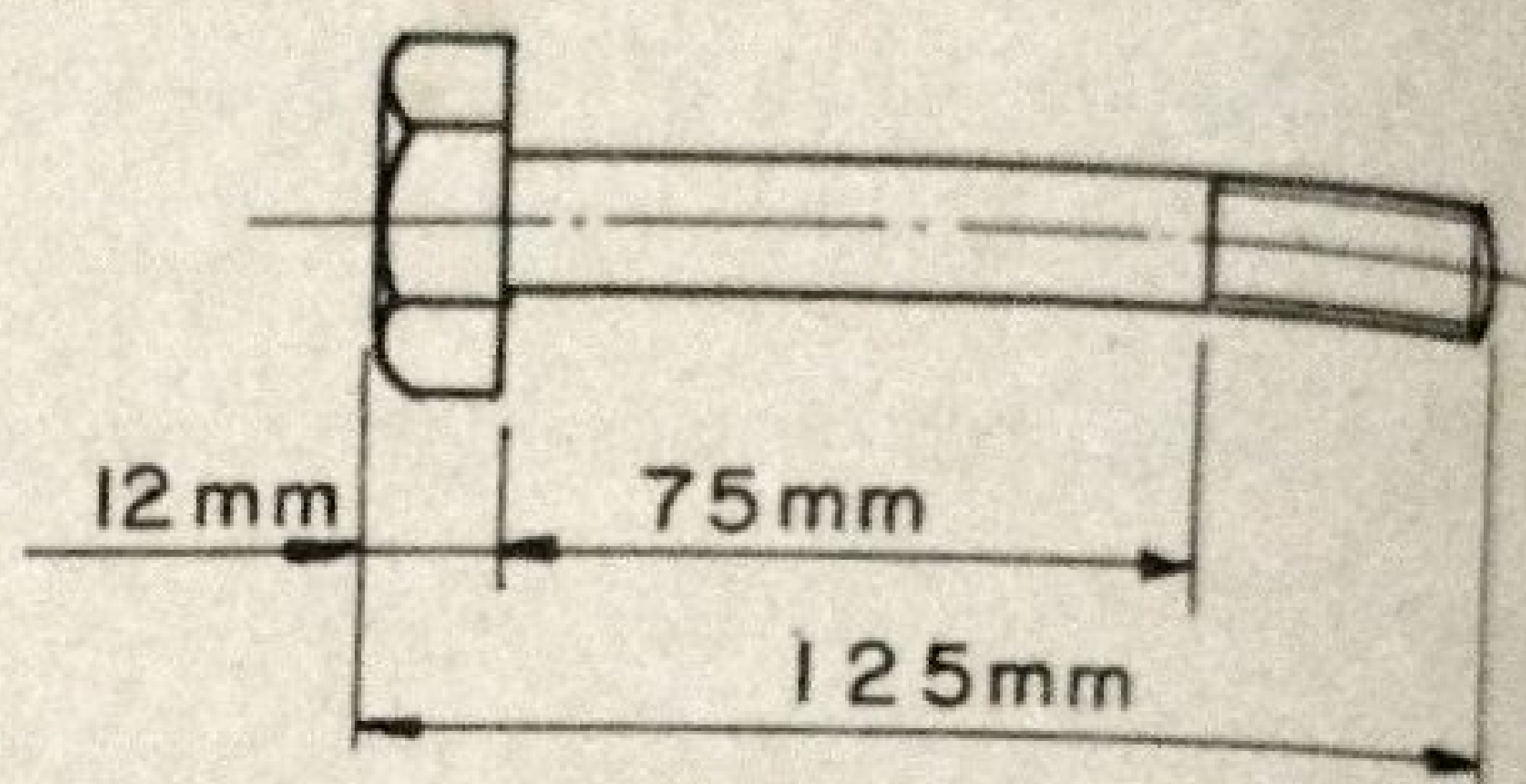
5) Uma casa encomendou 2500 metros de fio trançado, encapado de borracha. No dia 10 de janeiro, a casa vendeu 1365 metros; no dia 18, vendeu mais 830 metros. Com quantos metros ficou?

Problemas aplicados a trabalhos de mecânica

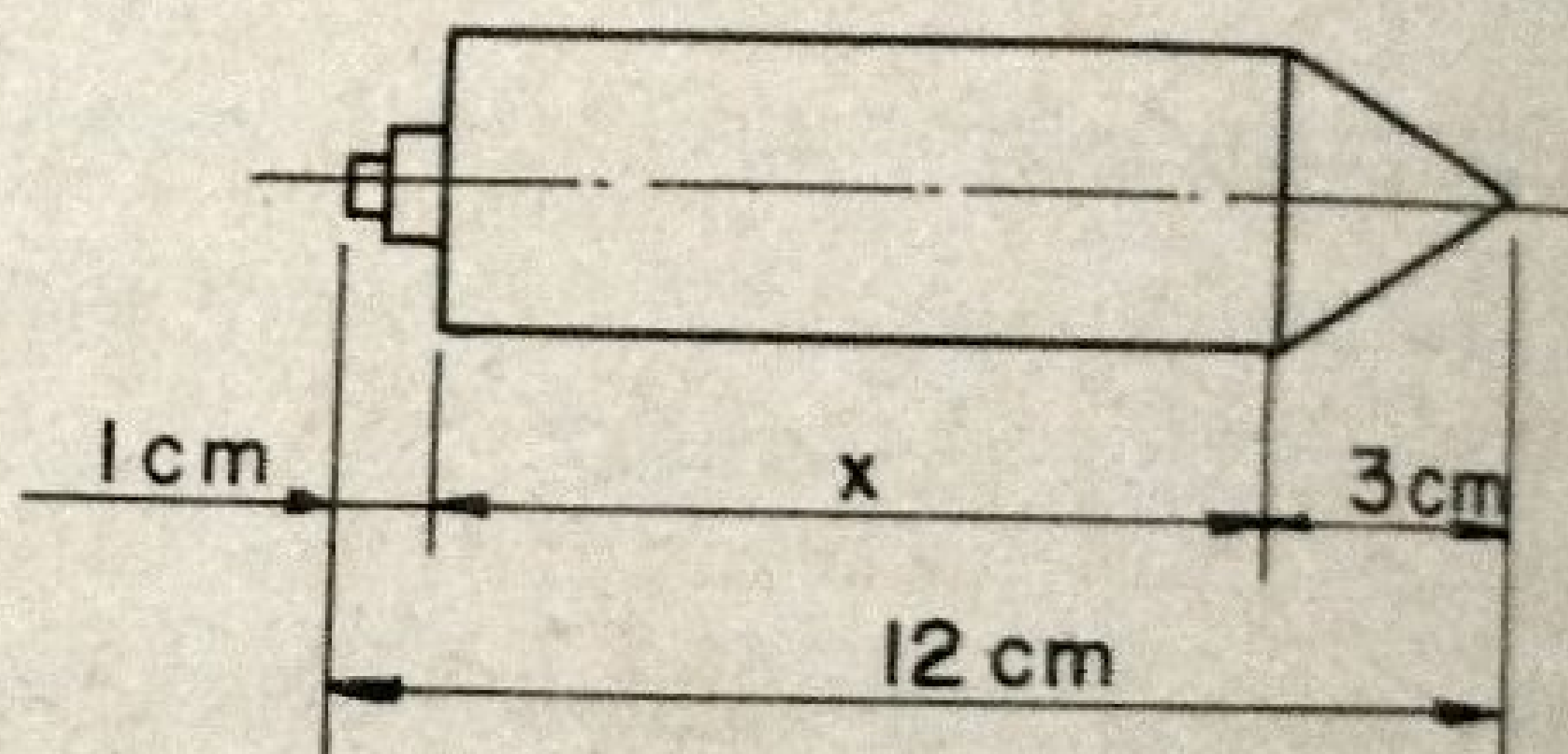
- 1) Calcule a largura da arruela representada no desenho.



- 2) Qual o comprimento da parte rosqueada do parafuso representado no desenho.



- 3) Calcular a dimensão x que falta (no bico representado) no desenho.



- 4) Se, de um vergalhão de 9m tiramos duas partes com 2m e 3m, quanto sobrar?
- 5) Um pedaço de ferro com 5cm de espessura foi aplainado, ficando com 3cm de espessura. Qual a espessura do material removido?

Problemas aplicados aos trabalhos de agulha

- 1) Numa oficina de modas há 20 boinas, de cor preta; 15 delas já foram distribuídas às alunas estando em confecção. Quantas boinas restam no almoxarifado?

- 2) A oficina de costura começou no 1º semestre com 14 pacotes de 10 agulhas, tendo sido guardados 6 pacotes. Quantos pacotes foram usados? Quantas agulhas restaram?
- 3) Uma peça nova de morim contém 50 metros. Durante a primeira semana de trabalho, 15 metros foram distribuídos entre as alunas para a confecção de camisas de recém-nascidos. Quantos metros de morim restam?
- 4) Há 20 caixas de alfinetes de 100 gr. nas prateleiras do almoxarifado. Cincoenta caixas serão usadas no consumo geral anual. Quantas caixas de alfinetes deverão ser adquiridas pelo almoxarifado? Qual é o peso total de alfinetes consumidos na Escola durante um ano?
- 5) Dois carretéis de linha nº 60 foram tirados ontem da caixa que contém sempre uma dúzia. Quantos carretéis ainda há nesta caixa?

c) MULTIPLICAÇÃO

Multiplicação é a operação que tem por fim repetir um número tantas vezes como parcela, quantas vezes são as unidades do outro. O primeiro chama-se multiplicando, o segundo, multiplicador e o resultado, produto. Seja a multiplicação : $5 \times 4 = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$.

O multiplicando é 5, o multiplicador é 4, o produto é 20.

PROPRIEDADES

- 1) O produto é da mesma espécie do multiplicando: 4 lápis \times 3 = 12 lápis.
- 2) A ordem dos fatores não altera o produto. Ex: $3 \times 2 = 2 \times 3$.

$$3 = 1 + 1 + 1$$

$$3 = 1 + 1 + 1$$

$$3 + 3 = 2 + 2 + 2$$

$$3 \times 2 = 2 \times 3$$

Esta propriedade, em virtude da primeira, só é geral quando se refere a números abstratos.

- 3) Podem-se substituir vários fatores por seu produto efetuado.
Ex: $3 \times 4 \times 5 = 12 \times 5$
- 4) Pode-se decompor um dos fatores em produto: Ex: $16 \times 7 = (2 \times 8) \times 7$.
- 5) Para multiplicar uma soma ou subtração por um número, multiplica-se cada termo da soma ou subtração pelo número e efetua-se a operação sobre o resultado.
Ex.: $(3 + 2) \times 4 = (3 \times 4) + (2 \times 4) = 12 + 8 = 20$ ou ainda
 $(3 + 3 + 3 + 3) + (2 + 2 + 2 + 2) = (3 \times 4) + (2 \times 4)$

Consequências: Para multiplicar somas ou subtrações entre si, multiplica-se cada elemento de uma por todos os das outras e efetua-se a operação final.

Aplicações

- 1) O metro de vergalhão de ferro custa Cr\$5,00. Qual o preço de um vergalhão de 8m?

Solução:

Se um metro custa Cr\$5,00; 8 metros custarão 8 vezes mais, logo
 $\text{Cr\$}5,00 \times 8 = \text{Cr\$}40,00$ Resultado: Cr\$40,00

- 2) Um operário ganha Cr\$100,00 por dia e gasta Cr\$50,00 por dia. Qual sua economia semanal se descansa aos domingos?

Solução:

A economia diária será $\text{Cr\$}100,00 - \text{Cr\$}50,00 = \text{Cr\$}50,00$

Em 6 dias será $\text{Cr\$}50,00 \times 6 = \text{Cr\$}300,00$

Resultado: Cr\$300,00

Problemas aplicados a trabalhos gráficos

- 1) Um tipógrafo comprou 6 resmas de papel de jornal a Cr\$ 172,00 a resma. Quanto pagou ao todo?

- 2) Uma prensa imprimiu 1.925 fôlhas por hora durante 8 horas. Quantas impressões foram tiradas ao todo, tendo-se perdido uma média de 50 fôlhas por hora?
- 3) Se um tipógrafo pode imprimir 1.855 páginas em uma hora, quantas poderá imprimir em 4 dias de 8 horas de trabalho?
- 4) Qual é a produção diária de um grupo de 4 prensas automáticas, se a média horária de produção de cada uma é de 3.800, durante 8 horas?
- 5) A fôlha de pagamentos de uma oficina registrava um salário de Cr\$12,00 para um compositor e um de Cr\$15,00 para o impressor. O primeiro trabalhou 35 horas e o segundo trabalhou 32 horas. A quanto montaram os dois salários reunidos?

Problemas aplicados a trabalhos em madeira

- 1) Um caixote de tacos de peroba continha 200 tacos de 20cm x 6cm. Quantos tacos há em 196 caixotes iguais ao anterior?
- 2) Se um caixote contém 250 tacos de 8cm x 8cm, quantos tacos conterão 258 caixotes?
- 3) Um carpinteiro gastou 29dm^2 de madeira para fazer uma mesa. Quanto gastaria, se fizesse 54 mesas iguais?
- 4) Um carpinteiro ganhava Cr\$18,00 por hora. Trabalhou 84 dias à razão de 7 horas diárias. Quanto ganhou?
- 5) Para assoalhar uma sala são necessários 54m^2 de tacos. Quantos m^2 são necessários para assoalhar 6 salas iguais?

Problemas aplicados a trabalhos de eletricidade

- 1) Um eletricista encomendou 250 pilhas sêcas a Cr\$25,00, 60 interruptores a Cr\$22,00 e 50 cigarras a Cr\$15,00. Quanto gastou com a encomenda?

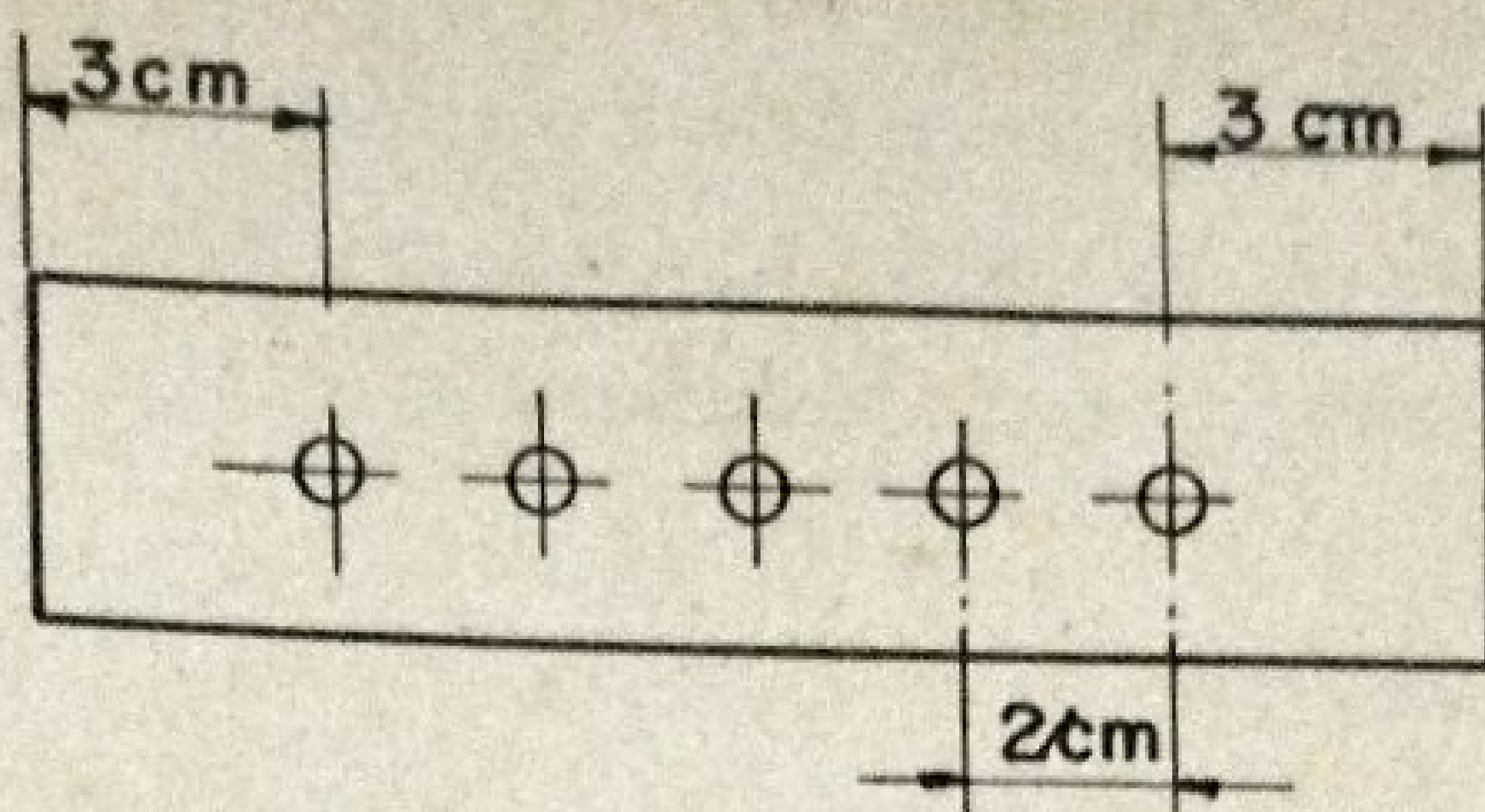
- 2) Um eletricitista enrolou no corpo de uma bobina 23 camadas de fio. Cada camada tinha 134 voltas. De quantas voltas completas de fio se compõe a bobina?
- 3) Um painel de distribuição tinha 16 furos de 5cm; 21 de 6 cm e 11 de 8cm. Quantos furos havia no painel? Se cada furo exige um parafuso com 3 arruelas e 2 porcas, quantas arruelas e quantas porcas são necessárias para cada tamanho de parafuso?
- 4) Um motor trabalha durante 8 minutos com uma velocidade de 657 RPM. Quantas voltas faz o eixo?
- 5) Instaladas 16 lâmpadas de 50 velas, 9 de 15, 12 de 25, 6 de 75 e 4 de 100 velas quantas velas serão consumidas, quando todas as luzes estiverem acesas?

Problemas aplicados a trabalhos de mecânica

- 1) Qual o peso de 5 talhadeiras, se cada uma pesa 185g?
- 2) A perda na confecção de uma peça é de 1mm. Quanto se perde na confecção de 12 peças iguais?
- 3) Uma lâmina de serra tem 14 dentes por polegada. Quantos dentes terá uma lâmina de 8 polegadas?
- 4) Calcule a folha de pagamento semanal de uma oficina onde:
 - a) um serralheiro ganha Cr\$15,00 por hora
 - b) um ajudante ganha Cr\$10,00 por hora
 - c) um torneiro ganha Cr\$16,00 por hora

Cada operário trabalha 8 horas por dia e há três serralheiros, dois ferreiros e quatro ajudantes.

- 5) Calcule o comprimento da peça ao lado. Os furos são iguais e os espaços entre os furos também.



Problemas aplicados aos trabalhos de agulha

- 1) Quantas meadas de linha de bordar de 6 fios há em 312 caixas, contendo cada uma duas dúzias de meadas?
- 2) Quantos botões serão necessários para 435 uniformes, se cada uniforme requer 14 botões para a frente e 4 botões para os bolsos?
- 3) Se numa pala de blusa há 26 preguinhas e em cada manga há idêntica quantidade, quantas preguinhas serão necessárias para 28 blusas iguais.
- 4) Uma colcha requer 54 linhas retas de costura acolchoada. Quantas linhas retas de costura serão necessárias em 13 colchas?
- 5) Um vestido requer 12 casas. Quantas casas serão necessárias na confecção de 400 vestidos iguais?

d) DIVISÃO

Divisão é a operação por meio da qual, dados dois números se procura um terceiro que, multiplicado pelo segundo, reproduza o primeiro.

Estes três números são: dividendo, divisor, coiciente. Assim na divisão $140 \div 20 = 7$; 140 é o dividendo; 20, o divisor; e 7, o coiciente.

A divisão pode ser: a) exata, quando o dividendo contém o divisor um número inteiro de vezes. Ex: $595 \div 17 = 35$; isto é, 595 contém 17, exatamente 35 vezes.

b) inexata em caso contrário, isto é, quando há resto. Assim, dividindo-se 150 por 32, encontra-se 4 e ainda sobram 22 unidades; 22 é o resto, logo $150 = 32 \times 4 + 22$.

PROPRIEDADES

1) Para dividir um produto de vários fatores por um dos fatores, basta suprimir este fator no produto. Ex: $(2 \times 3 \times 4) \div 2 = 3 \times 4$.

Consequência: Para dividir um produto de fatores por um divisor de um desses fatores, basta dividir esse fator por seu divisor.

$$\text{Ex: } (10 \times 9 \times 8) \div 5 = (10 \div 5) \times 9 \times 8 = 2 \times 9 \times 8$$

2) Multiplicando ou dividindo o dividendo de uma divisão exata por um número, o cociente vem multiplicado ou dividido por este número. Ex: $35 \div 5 = 7$ logo $(35 \times 2) \div 5 = 7 \times 2$ ou $70 \div 5 = 14$

3) Multiplicando ou dividindo o divisor por um número, se a divisão ainda for possível, o cociente fica dividido ou multiplicado por este número.

$$\text{Ex: } 90 \div 15 = 6; \quad 90 \div (15 \times 2) = 6 \div 2 \quad \text{ou} \quad 90 \div 30 = 3.$$

4) Para dividir uma soma ou diferença indicada de múltiplos de um número por este número, dividimos cada termo da soma ou diferença por este número e somamos ou subtraímos os resultados.

$$\text{Ex: } (28 + 20) \div 4 = (28 \div 4) + (20 \div 4) = 7 + 5 = 12.$$

Propriedades da divisão inexata

1) Multiplicando o dividendo e o divisor de uma divisão por um número, o cociente não se altera, mas o resto fica multiplicado por este número.

$$32 \div 9 = 3, \text{ resto } 5$$

$$(32 \times 3) \div (9 \times 3) = 3, \text{ resto } 15$$

APLICAÇÕES

- 1) Um automobilista percorre 518 km em 14 dias. Quantos km percorre por dia?

Solução:

Em um dia percorrerá: $518 \text{ km} \div 14 = 37 \text{ km}$

Resultado: 37km

- 2) Uma parede de tijolos custou Cr\$61.200,00 e tinha um volume de 68 m^3 . Qual o preço por metro cúbico?

Solução:

O preço será $\text{Cr}\$61.200,00 \div 68 = \text{Cr}\$900,00$

Resultado: Cr\$900,00

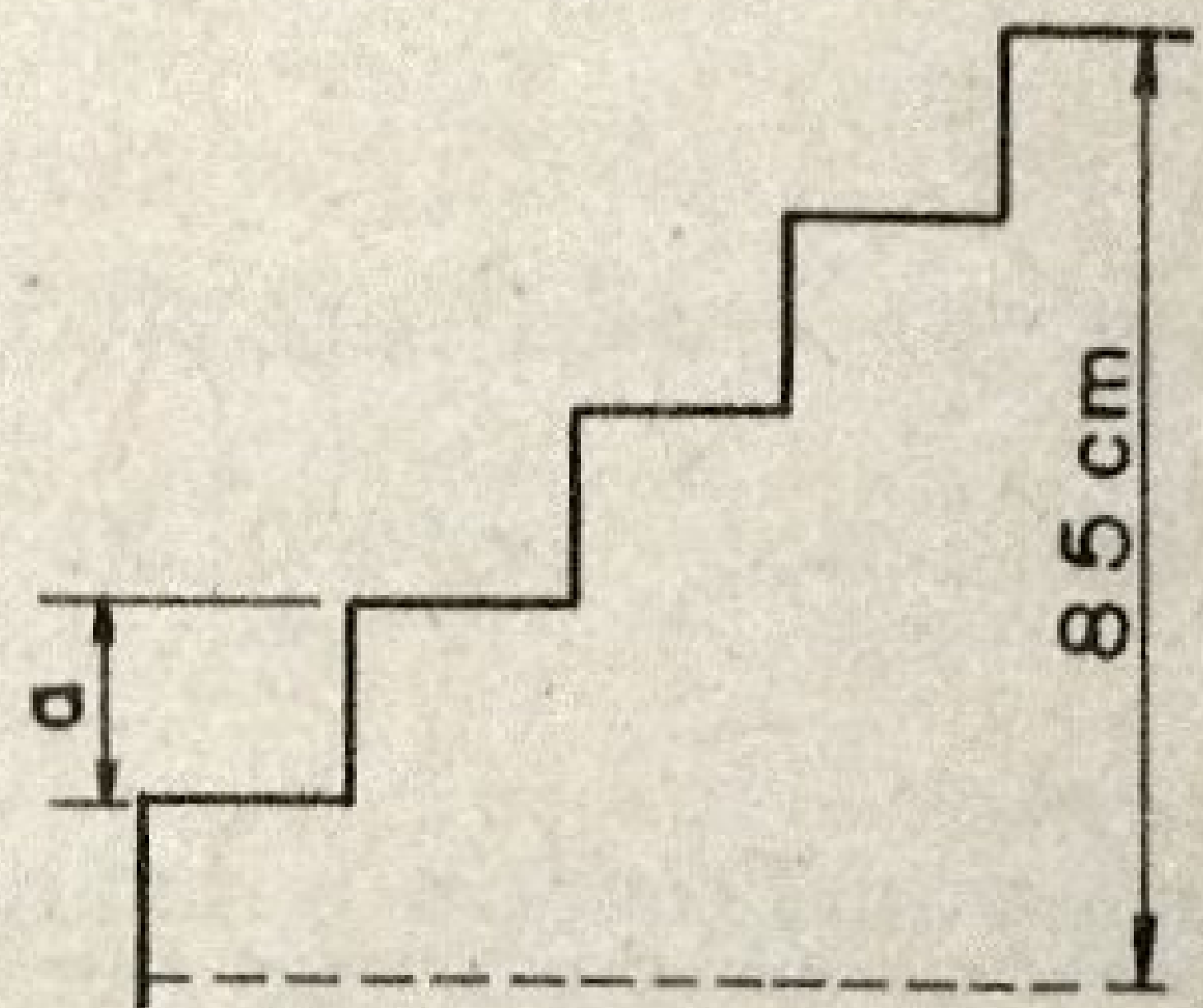
Problemas aplicados a trabalhos gráficos

- 1) Quantas fôlhas de papel de 60 x 35 serão necessárias para imprimir um livro de 1.400 páginas, se cada fôlha dá para imprimir 8 páginas?
- 2) O dono de uma oficina pagou Cr\$70.000,00 por 100.000 fôlhas de papel "Bufon", tamanho officio. Quanto pagou por milheiro? E por cem fôlhas?
- 3) Determine o número de resmas (500 fôlhas) existentes em 456.500 fôlhas.
- 4) Cinco livros com um total de 12.740 linhas contém o seguinte número de páginas: 122, 98, 46, 149, 75. Supondo que os livros foram impressos com um número igual de linhas por página, quantas linhas há por página? Quantas há em cada livro?
- 5) Um compositor compõe, em 4 minutos uma linha de um dado trabalho. Quantas linhas comporá, se o trabalho levar 136 minutos?

Problemas aplicados a trabalhos em madeira

- 1) Quantos pilares, distanciados entre si de 15 cm, serão necessários para sustentar uma travessa de 960cm ?
- 2) Quantos caibros, distanciados entre si de 50cm, serão necessários para um dos lados de um telhado comum de 10m de comprimento? Acrescente uma para o beiral.
- 3) Quantas colunas são necessárias para apoiar uma viga de 23 metros de comprimento, se as extremidades da mesma estão apoiadas em paredes e se os espaços entre as colunas é de 2 metros?

- 4) O desenho ao lado representa um lance de escadas. A dimensão "a" é a altura do espelho de cada degrau. Calcule o valor dessa distância.



- 5) A escadaria principal de uma casa tinha 17 espelhos. O segundo andar está acima do primeiro 289cm. Qual a altura de cada degrau?

Problemas aplicados a trabalhos de eletricidade

- 1) Ao estender 56m de fio, um electricista colocou isoladores de porcelana (aos pares) de 2m em 2m. Quantos pares de isoladores foram empregados? Quanto custou cada par, se o preço total foi de Cr\$224,00 ?
- 2) Um hotel tinha 22 quartos em cada um de seus 7 andares. O hotel tinha, ao todo, 426 tomadas. Se cada quarto tinha o mesmo número de tomadas, quantas tomadas havia em cada quarto ?
- 3) Um electricista instalou 108,10m de fio e colocou 28 tomadas nessa extensão, uniformemente distanciadas. Qual é a distância existente entre as tomadas?

- 4) Um negociante encomendou 25000 metros de fio de cobre e pediu que o fio fôsse enviado em bobinas de 250 metros. Quantas bobinas recebeu?
- 5) Uma oficina consumia 2160 watts na iluminação das bancadas. As lâmpadas utilizadas eram tôdas de 60 watts. Quantas lâmpadas de 60 watts tinha a oficina?

Problemas aplicados a trabalhos de mecânica

- 1) A parte roscada de um parafuso mede 4" e tem 40 filêtes. Quantos filêtes há por polegada?
- 2) Um barril cheio de peças fundidas pesa 360kg; vazio, pesa 15kg. Cada peça guardada no barril pesa 3kg. Quantas peças há dentro dêle?
- 3) Quantos alargadores foram confeccionados com 792 polegadas de material, sabendo-se que cada alargador mede 7 polegadas e que em cada um se perderam 2 polegadas de material?

Problemas aplicados aos trabalhos de agulha

- 1) Há 124 ombreiras no primeiro lote; 162 no segundo, e no terceiro 86 ombreiras. Quantas dúzias de ombreiras há nos 3 lotes? Quantos pares há de ombreiras?
- 2) Se no almoxarifado existem 132 botões e são necessárias 12 dúzias quantos botões sobram, a fim de atender êsse pedido?
- 3) Se um pijama completo requer 5 botões na frente do casaco, um em cada manga e 3 botões nas calças, quantas dúzias de botões serão necessárias para atender a uma encomenda de uma grossa de pijamas?
- 4) Há 23 dúzias de botões de madre-pérola em estoque. Quantos uniformes poderão ser guarnecidos, se cada um requer 9 botões?

- 5) Cada chapéu requer 1 dúzia e meia de margaridas como enfeite. Quantas dúzias de buquês de 2 dúzias de margaridas serão necessários para um lote de 10 chapéus idênticos?

Problemas sobre as 4 operações

APLICAÇÃO

- 1) Uma máquina de produção automática produz 500 parafusos em uma hora. Qual a produção da máquina em 2 dias de trabalho, se a máquina trabalha 8 horas por dia.?

Solução

Em dois dias a máquina trabalha: $8h \times 2 = 16h$

Produção total: $500 \times 16 = 8.128$

Resultado: 8.128 parafusos

- 2) De um tanque com 850 litros de óleo, quantos tambores de 50 litros podem ser retirados? Qual o peso de cada tambor se o tambor cheio pesa 52kg e o óleo pesa 40kg?

Solução:

Quantidade de tambores: $850 \div 50 = 17$

Peso de cada tambor: $52kg - 40kg = 12kg.$

- 3) Paga-se uma dívida de Cr\$250,00 com 15 notas, algumas de Cr\$20,00 e outras de Cr\$10,00. Quantas notas se deu de cada espécie?

Solução

Se as notas fossem de Cr\$20,00 a dívida seria:

$Cr\$20,00 \times 15 = Cr\$300,00$

Erro total: $Cr\$300,00 - Cr\$250,00 = Cr\$50,00$

Erro parcial: $Cr\$20,00 - Cr\$10,00 = Cr\$10,00$

Notas de Cr\$10,00: $Cr\$50,00 \div Cr\$10,00 = 5$

Notas de Cr\$20,00: $15 - 5 = 10$

Resultado: 10 notas de Cr\$20,00 e 5 notas de Cr\$10,00.

PROBLEMAS

- 1) Quantos tambores de 238 litros são necessários para receber a gasolina de três tambores maiores de 3570 litros cada um?
- 2) Três caminhões transportaram 586m^3 de areia; o primeiro 231m^3 , o segundo 137m^3 . Quantos m^3 transportou o 3º?
- 3) Dois operários fizeram um trabalho de 613m que custou Cr\$1.839,00. O 1º operário fez 17m mais que o 2º. Quantos metros fez cada operário, e quanto receberá cada um?
- 4) Quanto se lucra na venda de 385 peças que custaram Cr\$ 3.310,00, vendendo cada peça a Cr\$9,00?
- 5) Em uma serraria há tabuas com 2cm de espessura e 4cm de espessura. Arrumadas formam uma pilha de 160cm de altura. Sabendo-se que há ao todo 50 tábuas, quantas há de cada espécie?

NOTAS DE AULA

MÚLTIPLOS E DIVISORES

1 - DIVISIBILIDADE DOS NÚMEROS

Um número é divisível por outro, quando o resto da divisão do 1º pelo 2º é zero. Assim, 18 é divisível por 9, porque a divisão de 18 por 9 não deixa resto.

Diz-se então que 18 é múltiplo de 9. Este é submúltiplo ou fator de 18.

Chamam-se equimúltiplos de vários números aos produtos deste número por um fator constante.

Exemplo: 80, 72, 32 são equimúltiplos de 10, 9, 4 porque:

$$80 = 10 \times 8$$

$$72 = 9 \times 8$$

$$32 = 4 \times 8$$

Chama-se caráter de divisibilidade à condição a que deve satisfazer um número para ser divisível por outro.

a) Divisibilidade por 2

REGRA

Todo número par é divisível por 2.

Exemplo:

42, 80 são divisíveis por 2.

b) Divisibilidade por 3

REGRA

Um número é divisível por 3, quando a soma de seus algarismos, em valor absoluto, for igual a 3 ou múltiplo de 3.

Exemplo:

201 é múltiplo de 3 porque $2 + 0 + 1 = 3$
123 " " " " " $1 + 2 + 3 = 6$
486 " " " " " $4 + 8 + 6 = 18$ } 6 e 18 são múltiplos de 3.

c) Divisibilidade por 5

REGRA

Todo número, terminado em 0 ou 5, é divisível por 5.

Exemplo:

50, 75 são divisíveis por 5.

d) Divisibilidade por 10

REGRA

Todo número terminado em 0 é divisível por 10.

Todo número terminado em 0, 00, 000 é divisível por 10.

Exemplo: 1500 é divisível por 10.

e) Divisibilidade por 11

REGRA

Um número é divisível por 11, quando a soma dos algarismos de ordem ímpar, menos a soma dos algarismos de ordem par, a partir das unidades, for igual a zero ou múltiplo de 11.

Exemplo: 1542783 é divisível por 11 porque

$$(3 + 7 + 4 + 1) - (8 + 2 + 5) = 0$$

Observação: Se a soma dos algarismos de ordem ímpar for inferior à soma dos de ordem par, junta-se àquela 11 ou um múltiplo de 11.

Exemplo: 5192 é divisível por 11 porque $(2 + 1 + 11) - (5 + 9) = 0$

2 - NÚMEROS PRIMOS

Números primos são os que só admitem como divisores a unidade e a si mesmos.

Exemplo: 17 é primo porque seus divisores são 1 e 17.

Números primos entre si são os que só tem, por divisor comum, a unidade.

Exemplo: 7 e 16.

Observação: Números não primos podem ser primos entre si.

Exemplo: 14 e 25 não são primos, contudo são primos entre si porque só admitem a unidade como divisor comum.

Da definição decorre que:

- a) 2 é o único número par que é primo.
- b) dois números consecutivos são primos entre si.

Para, da série natural dos números inteiros, separar os números primos usa-se o Crivo de Eratóstenes.

REGRA:

Escreve-se a série natural dos números inteiros e cancelam-se os números de 2 em 2, a partir de 2; de 3 em 3, a partir de 3; de 5 em 5, a partir de 5; etc.

Exemplo:

1 - 2 - 3 - ~~4~~ - 5 - ~~6~~ - 7 - ~~8~~ - ~~9~~ - 10 - 11 - ~~12~~ - 13 - ~~14~~ - 15
- ~~16~~ - 17 - ~~18~~ - 19 - ~~20~~ - ~~21~~ - ~~22~~ - 23 - ~~24~~ - ~~25~~ - ~~26~~ - ~~27~~ - ~~28~~ - 29
- ~~30~~ - 31 - ~~32~~ - ~~33~~ - ~~34~~ - ~~35~~ - ~~36~~ - 37 - ~~38~~.

Os números não cancelados são primos.

Regra para verificar se o número é primo:

Divide-se este número pelos números sucessivos da série dos números primos até se encontrar resto zero ou cociente igual ou menor do que divisor. No primeiro caso, o número não é primo, no segundo é primo.

APLICAÇÃO

Verificar se 79 é primo:

$$\begin{array}{r|l} 79 & 2 \\ \hline 1 & 39 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 79 & 3 \\ \hline 19 & 26 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 79 & 5 \\ \hline 29 & 15 \\ 4 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 79 & 7 \\ \hline 09 & 11 \\ 2 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 79 & 11 \\ \hline 2 & 7 \end{array}$$

logo

79 é primo, porque o cociente 7 é menor que o divisor 11.

3 - DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS

Regra:

1^o) Divide-se o número pelo menor de seus fatores primos; 2^o) faz-se o mesmo para o cociente e assim sucessivamente até se encontrar cociente igual à unidade.

Os divisores encontrados são os fatores primos do número dado.

Exemplo: Decompor 360 em fatores primos:

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

logo: $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

PROBLEMAS

- 1) Decompor em fatores primos os números 420, 160 e 75.
- 2) Verificar se os n^{os}. 293, 2907 e 4323 são, ou não, primos.
- 3) Determinar menor número que se deve subtrair de 85942 para se obter um múltiplo de 4.
- 4) Determinar os restos das divisões por 5, 9 e 11 das seguintes expressões:
 - a) $483 + 325 + 649$
 - b) $83 \times 45 \times 32$
 - c) $12^2 \times 3 + 17 \times 4^3$
 - d) $123^3 \times 3 + 4^2 \times 3^3 + 6 \times 33$

4 - MÁXIMO DIVISOR COMUM

Chama-se máximo divisor comum a vários números ao maior número que os divide.

Assim, os números 30, 45, 60 admitem 2, 3, 5, 15 como divisores comuns. O maior dos divisores é 15, logo 15 é o M.D.C. dos números dados.

Acontece que certos números só admitem como divisor comum a unidade. Estes números são chamados como se aprendeu, primos entre si.

Exemplo: 15 e 8.

Pode-se notar que 15 e 8, embora primos entre si, não são primos absolutos, isto é, tomados isoladamente.

PROCESSO PARA DETERMINAÇÃO DO M.D.C.

a) Pela decomposição em fatores:

Regra: Decompõe-se os números dados em fatores primos. O M.D.C. será o produto dos fatores primos comuns de menores expoentes.

Exemplo:

$$4200, 720, 600$$

$$4200 = 2^3 \times 3 \times 5^3 \times 7$$

$$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$$

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$$

$$\text{M.D.C. } 2^3 \times 3 \times 5 = 120$$

b) Pelas divisões sucessivas:

Devem-se considerar dois casos.

1^o) O maior número é divisível pelo menor. Neste caso, o menor número é o M.D.C., pois que divide o maior e a si mesmo, logo é divisor comum e é o maior divisor possível.

Exemplo: 48 e 16 tem 16 como M.D.C.

2^o) O número maior não é divisível pelo menor. Nesta hipótese, o M.D.C. dos dois números é o mesmo que o M.D.C. entre o menor e o resto da divisão do maior pelo menor, daí a regra:

Regra:

Divide-se o maior número pelo menor; este pelo resto da 1^a divisão. Em seguida, o resto da 1^a divisão pelo da 2^a divisão e assim sucessivamente, até se encontrar resto 0 ou 1. Neste caso, os números são primos entre si. No caso de resto 0, o M.D.C. é o último divisor. O exemplo ilustra a regra:

| | | | |
|----|----|----|---|
| | 2 | 1 | 6 |
| 40 | 14 | 12 | 2 |
| 12 | 2 | 0 | |

Resultado: M.D.C. = 2

PROBLEMAS

- 1) Determinar o M.D.C., dos números abaixo, pelas divisões sucessivas:
 - a) 180, 300 e 420
 - b) 109, 409 e 809
- 2) Achar o M.D.C., pelas divisões sucessivas, dos números 50 e 62.
- 3) Calcular os três maiores divisores comuns aos números2016, 2880 e 3168.
- 4) Na pesquisa do M.D.C. a dois números, encontramos os cocientes 1, 4, 2 e 7. O M.D.C. achado é 10. Quais são os números?
- 5) Determinar os dois menores números pelos quais, dividindo-se, respectivamente, 48 e 84, os cocientes obtidos sejam iguais.
- 6) Três peças de fazenda com, respectivamente, 36m, 54m, e 90m, devem ser divididas no menor número possível de peças menores e todas com o mesmo número de metros. Qual o número total dessas peças e quantos metros terá cada uma?
- 7) Dois livros são compostos de fascículos, tendo cada um mais de 5 páginas. O primeiro livro tem 40 páginas e o segundo, 24. Quantas páginas tem cada fascículo e quantos fascículos tem cada livro?

5 - MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

Mínimo múltiplo comum de vários números é o menor número divisível pelos números dados.

Processo para determinação do M.M.C.

a) Pela decomposição em fatores:

Regra: Decompõe-se em fatores primos os números dados. O M.M.C. é o produto dos fatores comuns e não comuns, elevados aos maiores expoentes.

Exemplo:

$$4200, 720, 600.$$

$$4200 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$$

$$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$$

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$$

$$\text{M.M.C.} = 2^4 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 25200$$

b) Pode-se operar simultaneamente a decomposição em fatores primos dos números dados.

Exemplo:

| | | | | |
|-------|------|-----|--|---|
| 4200, | 720, | 600 | | 2 |
| 2100, | 360, | 300 | | 2 |
| 1050, | 180, | 150 | | 2 |
| 525, | 90, | 75 | | 2 |
| 525, | 45, | 75 | | 3 |
| 175, | 15, | 25 | | 3 |
| 175, | 5, | 25 | | 5 |
| 35, | 1, | 5 | | 5 |
| 7, | 1, | 1 | | 7 |
| 1 | 1 | 1 | | |

$$\text{M.M.C.} = 4^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 25200$$

Nota: O produto de dois números é igual ao produto do M.D.C. pelo M.M.C. destes números.

Exemplo: Sejam os números 30 e 12. O M.M.C. deles é 60 e o M.D.C. é 6. Logo virá: $30 \times 12 = 60 \times 6$.

PROBLEMAS

1) Calcular pelos dois processos o M.M.C., dos números:

a) 180, 300 e 420

b) 109, 409 e 809

- 2) Se contar os meus livros de 8 em 8, de 10 em 10, de 12 em 12, sobram sempre 5 livros. Quantos livros tenho?
- 3) Partindo de um mesmo ponto, dois ciclistas vão percorrer uma pista circular no mesmo instante. O primeiro leva 4 minutos para dar uma volta e o segundo 6. No fim de quanto tempo deverão passar juntos pelo ponto de partida? Quantas voltas terá dado cada um, até esse momento?
- 4) Num mesmo local, fazem ponto três linhas diferentes de ônibus. Os carros dessas linhas fazem o percurso inteiro, respetivamente, em 60, 80 e 160 minutos. Partindo um carro de cada linha, no mesmo momento, no fim de quantos minutos chegariam juntos?

NOTAS DE AULA

FRAÇÕES

1 - NOÇÕES

Fração ou número fracionário é o número que representa uma ou mais partes da unidade dividida em partes iguais.

Assim $\frac{3}{4}$ (três quartos) é uma fração que representa três partes de uma unidade dividida em quatro partes.

O número 3 é o numerador, e o 4 o denominador. Se o numerador for maior que o denominador, a fração é imprópria, porque é maior que a unidade. Será própria, em caso contrário. Assim $\frac{2}{3}$ é uma fração própria; $\frac{8}{5}$ é uma fração imprópria.

Número misto é o que consta de uma parte inteira e de uma fração.

Exemplo: $1 \frac{1}{2}$

2 - EXTRAÇÃO DE INTEIROS DE FRAÇÕES IMPRÓPRIAS. REDUÇÃO DE NÚMEROS MISTOS A FRAÇÃO IMPRÓPRIA. SIMPLIFICAÇÃO E REDUÇÃO AO MESMO DENOMINADOR. COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES:

a) Extração de inteiros de frações impróprias.

Regra: Divide-se o numerador pelo denominador. O cociente é parte inteira, o resto é o numerador da parte fracionária. Mantém-se o denominador.

Exemplo: $\frac{31}{7} = 4 \frac{3}{7}$ porque $\begin{array}{r} 31 \\ 3 \overline{) 7} \end{array}$

b) Redução de número misto a fração imprópria
Regra: Multiplica-se a parte inteira pelo denominador e ao resultado soma-se o numerador, achando-se o novo numerador. Mantém-se o denominador.

Exemplo: $2 \frac{3}{7} = \frac{2 \times 7 + 3}{7} = \frac{17}{7}$

c) Redução de número inteiro à fração cujo denominador é dado.
Regra: Multiplica-se o número inteiro pelo denominador, achando-se o novo numerador. Mantém-se o denominador.

Exemplo: $3 = \frac{?}{5} = \frac{3 \times 5}{5} = \frac{15}{5}$

d) Simplificação de frações

1º Processo

Regra: Dividem-se os dois termos da fração por seus divisores comuns:

Exemplo: $\frac{135^{(3)}}{180} = \frac{45^{(3)}}{60} = \frac{15^{(3)}}{20} = \frac{3}{4}$

2º Processo

Regra: Procura-se o M.D.C. dos dois termos da fração. Dividem-se os dois termos da fração pelo M.D.C.

Exemplo: 135 e 180 têm como M.D.C. 45, logo

$$\frac{135}{180} = \frac{135 \div 45}{180 \div 45} = \frac{3}{4}$$

e) Redução de frações ao mesmo denominador

Regra:

Procura-se o M.M.C. entre os denominadores. Divide-se, sucessivamente, este M.M.C. pelos denominadores das frações, multiplicando-se

cada cociente pelo numerador e denominador respectivo.

Exemplo:

$$\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{5} = \frac{2}{3/20}, \frac{1}{4/15}, \frac{2}{5/12} = \frac{40}{60}, \frac{15}{60}, \frac{24}{60}$$

f) Comparação de frações

1º Caso: As frações têm o mesmo denominador

REGRA: A maior é a que tem maior numerador

Assim $\frac{5}{6} > \frac{3}{6} > \frac{1}{6}$

2º Caso: As frações têm o mesmo numerador

REGRA: A maior é a que tem menor denominador.

Assim $\frac{3}{4} > \frac{3}{5} > \frac{3}{7}$

3º Caso: As frações têm numerador e denominador diferentes.

REGRA: Reduzem-se as frações ao mesmo denominador, recaindo-se no 1º caso.

Assim $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{5}$, são respectivamente iguais a

$$\frac{40}{60}, \frac{15}{60}, \frac{24}{60} \text{ logo } \frac{40}{60} > \frac{24}{60} > \frac{15}{60} \text{ e daí}$$

$$\frac{2}{3} > \frac{2}{5} > \frac{1}{4}$$

EXERCÍCIOS

1) Simplificar as frações:

$$\frac{65}{234}, \frac{126}{216}, \frac{189}{336}$$

2) Reduzir a fração imprópria:

$$3\frac{1}{2}, 4\frac{2}{5}, 5\frac{1}{7}$$

3) Extrair os inteiros:

$$\frac{17}{5}, \frac{19}{8}, \frac{127}{15}$$

4) Reduzir ao mesmo denominador:

a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}$

b) $\frac{2}{3}, \frac{3}{8}, \frac{3}{4}$

5) Dispor em ordem decrescente:

a) $\frac{22}{45}, \frac{13}{24}, \frac{17}{36}, \frac{38}{75}, \frac{27}{50}$

b) $\frac{8}{25}, \frac{7}{18}, \frac{13}{40}, \frac{17}{48}, \frac{25}{54}$

6) Simplificar as frações:

$$\frac{180}{225}, \frac{420}{595}, \frac{51}{68}$$

7) Simplificar as expressões:

$$\frac{45 \times 12 \times 63}{18 \times 60 \times 42}, \frac{18 \times 21 \times 810}{150 \times 54 \times 49 \times 9}$$

3 - OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS COM FRAÇÕES

A) ADIÇÃO

1º Caso: As frações têm o mesmo denominador

REGRA

Somam-se os numeradores e mantém-se o denominador.

EXEMPLO

$$\frac{2}{6} + \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \frac{8}{6} = 1 \frac{2}{6} = 1 \frac{1}{6}$$

2º Caso: As frações têm denominadores diferentes.

REGRA

Reduzem-se as frações ao mesmo denominador e procede-se como no caso anterior.

EXEMPLO

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{6}{12} + \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{23}{12} = 1 \frac{11}{12}$$

3º CASO: Soma de números mistos

REGRA

Reduzem-se os números mistos a frações impróprias e procede-se como no 2º caso.

EXEMPLO

$$2 \frac{1}{3} + 3 \frac{2}{5} = \frac{7}{3} + \frac{17}{5} = \frac{35}{15} + \frac{51}{15} = \frac{86}{15} = 5 \frac{11}{15}$$

APLICAÇÕES

$$1) \frac{3}{8} + \frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3+1+2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$2) 1 \frac{1}{4} + 3 \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} + \frac{14}{4} + \frac{3}{4} = \frac{22}{4} = 5 \frac{1}{2}$$

$$3) \frac{2}{3} + \frac{1}{5} + \frac{5}{6} = \frac{20}{30} + \frac{6}{30} + \frac{25}{30} = \frac{51}{30} = 1 \frac{21}{30} = 1 \frac{3}{10}$$

4) Um trabalhador executou duas tarefas. A primeira em $5 \frac{3}{4}$ horas e a segunda em $3 \frac{1}{3}$ horas. Quanto tempo trabalhou?

Solução

$$5 \frac{3}{4} \text{ h} + 3 \frac{1}{3} \text{ h} = \frac{23}{4} \text{ h} + \frac{10}{3} \text{ h} = \frac{(69 + 40)\text{h}}{12} = \frac{109}{12} = 9 \frac{1}{12} \text{ h.}$$

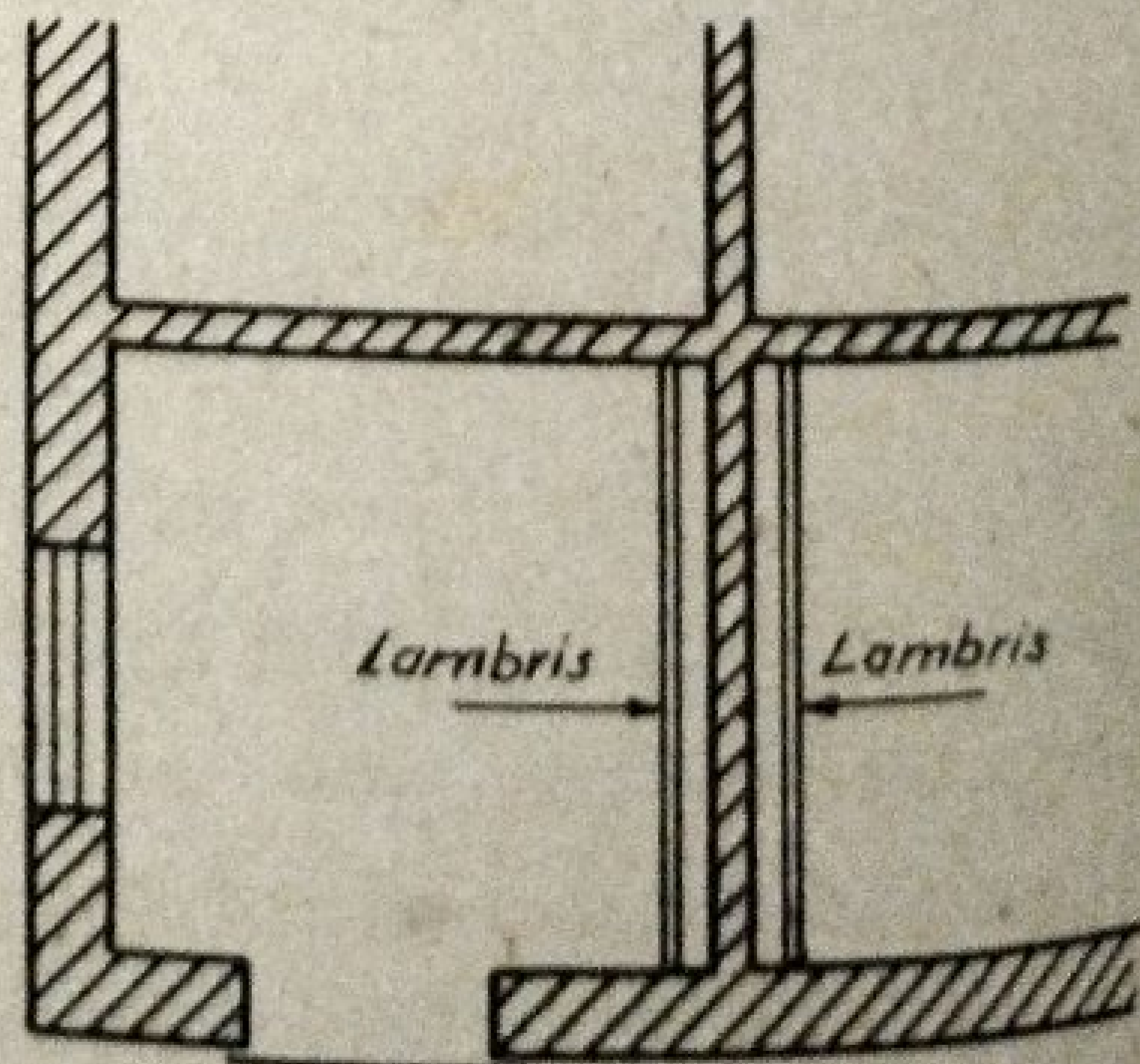
Resultado: Trabalhou $9 \frac{1}{12}$ h.

PROBLEMAS APLICADOS A TRABALHOS GRÁFICOS

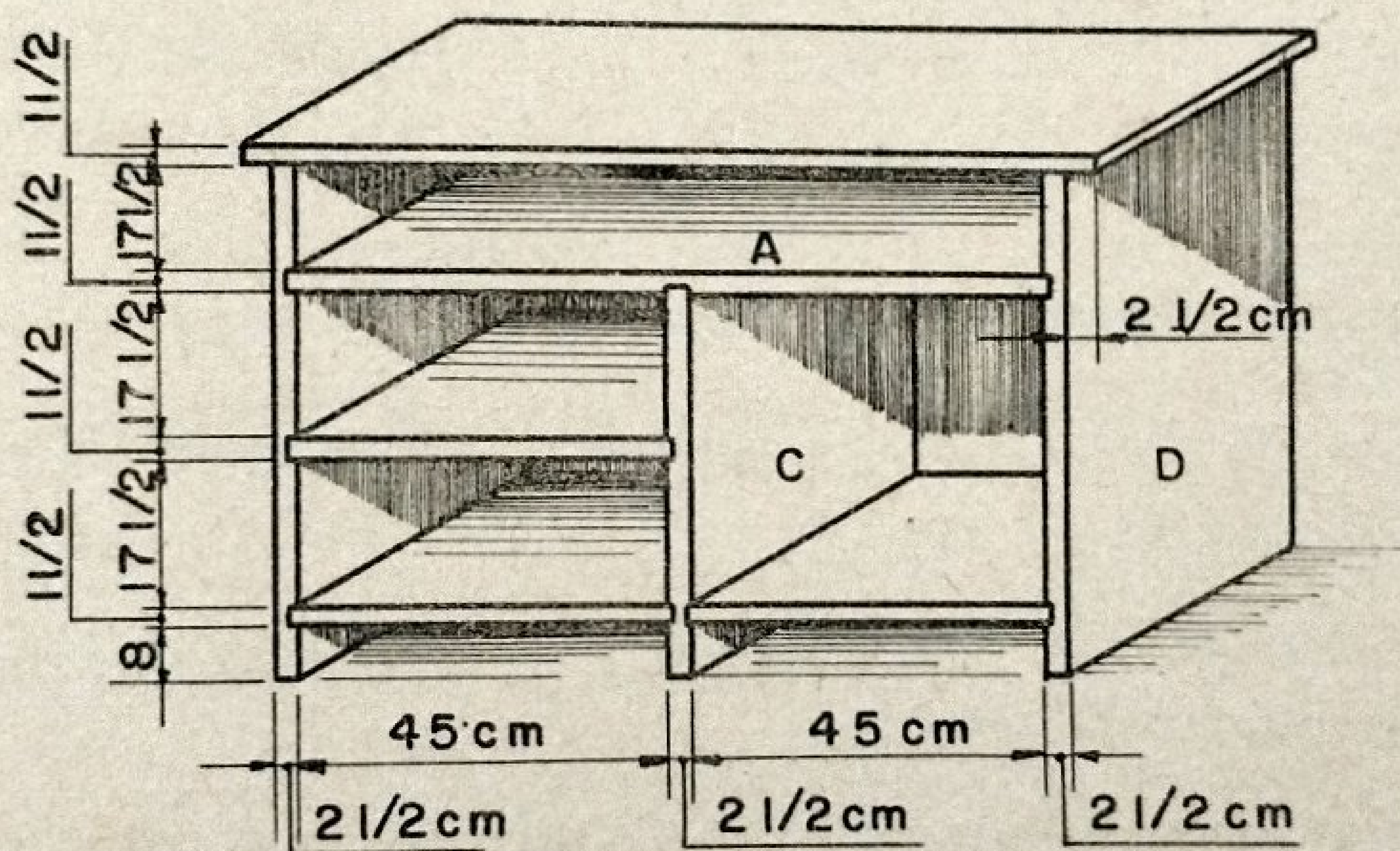
- 1) Um aluno de artes gráficas consumiu nas aulas de cultura geral os seguintes números de horas: $248 \frac{1}{2}$ horas em matemática; $428 \frac{3}{4}$ horas em português; $212 \frac{1}{4}$ horas em desenho e geografia. Quantas horas dedicou às aulas de cultura geral?
- 2) Um tipógrafo encomendou $7 \frac{1}{2}$ kg de tinta azul, $10 \frac{3}{4}$ de tinta preta, $6 \frac{1}{4}$ de tinta laranja e $8 \frac{1}{4}$ kg de tinta verde. Quantos kg encomendou ao todo?
- 3) Um anúncio de página inteira de um jornal tinha $25 \frac{1}{4}$ mm de margem (espaço em branco) superior; $75 \frac{3}{4}$ mm de texto; uma gravura de $95 \frac{1}{2}$ mm, e $25 \frac{3}{4}$ mm de margem inferior. Qual o comprimento total da página?
- 4) Os cartões de ponto de uma oficina revelaram que um tipógrafo trabalhou $7 \frac{1}{2}$, $6 \frac{1}{4}$, $5 \frac{1}{2}$, $4 \frac{3}{4}$, $6 \frac{1}{2}$ e $3 \frac{1}{2}$ horas em uma semana. Quanto ganhou o tipógrafo, se recebeu Cr\$15,00 por hora?
- 5) Foram necessárias 12 horas e meia para compor um trabalho, $8 \frac{3}{4}$ para imprimir e $4 \frac{1}{4}$ para encadernar. Quantas horas foram necessárias para aprontar o trabalho?
- 6) Determinar a quantidade total de metal de linotipo, usado nos seguintes trabalhos: uma página de $7 \frac{1}{3}$ quilos, uma página de $9 \frac{1}{8}$ quilos, uma página de $14 \frac{1}{4}$ quilos.

Problemas aplicados a trabalhos em madeira

- 1) A parede ao lado tem $22 \frac{1}{2}$ cm sem revestimento. Este mede $2 \frac{1}{2}$ cm. Sobre o revestimento, o carpinteiro vai colocar lambris lavrados, cuja grossura é de $2 \frac{1}{2}$ cm. Qual será a grossura final da parede?



- 2) Se forem colocados ainda lambris internos com $1 \frac{1}{2}$ cm de grossura, qual virá a ser a grossura da parede?
- 3) Qual o comprimento do tampo do armário da figura?
- 4) Qual é a altura deste armário?
- 5) Qual é o comprimento da prateleira "A"?
- 6) Qual a distância existente entre a face externa do lado "D" e a divisão "C"?
- 7) A que distância do tampo do armário está a parte superior da prateleira "A"?



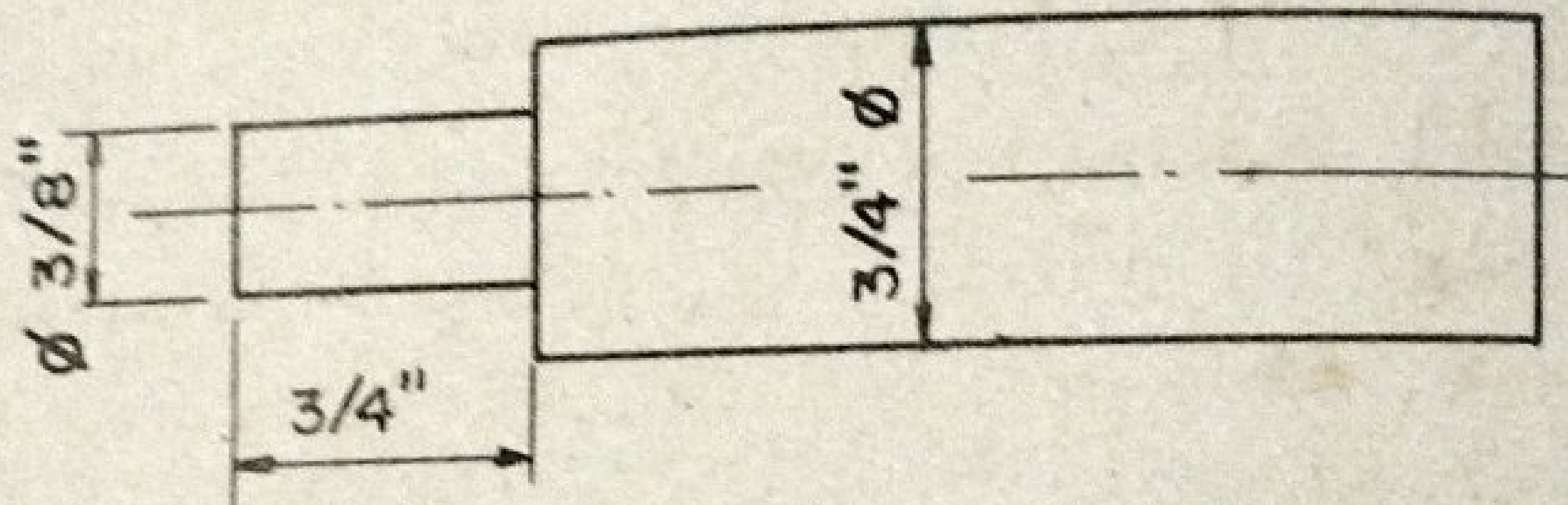
Problemas aplicados a trabalhos de eletricidade

- 1) Um contacto de cobre foi isolado de seu suporte por meio de um pedaço de mica de $\frac{1}{64}$ " de grossura, dois pedaços de fibra de $\frac{1}{8}$ " de grossura cada um e um pedaço de papelão de $\frac{1}{8}$ " de grossura. A grossura do contacto é de $\frac{3}{4}$ " e a do suporte é de $\frac{7}{8}$ ". Qual é a grossura total das partes reunidas?

2) Um mecânico eletricitista recebeu a incumbência de nivelar um motor. Sob a base deste, colocou lâminas de aço de grossura variadas: $13/16''$; $5/64''$; $3/32''$ e $1/8''$. Calcule a grossura das 4 lâminas reunidas.

3) Qual a intensidade total de um circuito em paralelo, sabendo-se que as intensidades parciais são $1\ 1/2\ A$, $2\ 3/4\ A$, $3\ 1/3\ A$.

Problemas aplicados a trabalhos de mecânica



- 1) Qual o comprimento deste pino?
- 2) Se a parte $3/8''$ de diâmetro medisse $1\ 1/8''$ de comprimento, qual seria o comprimento total?
- 3) Se as duas medidas de comprimento fossem $5\ 1/2''$ e $15/16''$, qual seria o comprimento total?
- 4) Se fosse acrescentado $1/8''$ para faceamento, qual seria o comprimento total do material necessário à confecção do pino acima representado?
- 5) Com $1/8''$ para faceamento, qual seria o comprimento do material necessário à confecção do pino referido no problema n° 3?

Problemas aplicados aos trabalhos de agulha

- 1) A professora foi ao almoxarifado e retirou $4\ 3/8$ metros de cretone branco; $3\ 1/4$ metros de morim; $3\ 1/2$ metros de algodão alvejado. Quantos metros de material foram retirados naquela ocasião?

- 2) Se houver: $12 \frac{1}{2}$ grossas de botões de osso; $15 \frac{1}{4}$ grossas de botões de matéria plástica, tipos diversos; $48 \frac{5}{8}$ grossas de botões de madre-pérola; $2 \frac{1}{2}$ grossas de botões de metal, quantos botões há no almoxarifado?
- 3) Tenho saquinhos de celofane a encher com dúzias de lantejoulas. Em cada pacote não deverei colocar mais de 2 dúzias. Tenho ao todo $12 \frac{1}{2}$ dúzias de lantejoulas brancas, $8 \frac{2}{3}$ dúzias de lantejoulas vermelhas; $15 \frac{1}{4}$ dúzias de lantejoulas amarelas e $3 \frac{7}{12}$ dúzias de lantejoulas zuis. Quantos pacotes consigo preencher, não importando a mistura de cores, unicamente a quantidade, isto é, não podendo ultrapassar de 24?
- 4) Quantas dúzias de pressões foram distribuídas na semana, se a 1a. série recebeu $8 \frac{1}{2}$ dúzias; a 2a. série foi contemplada com $11 \frac{1}{4}$ dúzias; a 3a. série com igual quantidade à 1a. série e a 4a. série com $9 \frac{2}{3}$ dúzias?
- 5) Na confecção de 4 aventais adquiri primeiramente $1 \frac{5}{8}$ metro de grega; depois $2 \frac{3}{4}$ metros; para o 3º $1 \frac{1}{2}$ metro e finalmente para o último avental $2 \frac{1}{8}$. Gastei mais ou menos do que uma peça de 10 metros? Em quanto importa a diferença?

B) SUBTRAÇÃO

1º Caso: As frações têm o mesmo denominador.

Regra: Subtraem-se os numeradores e mantém-se o denominador.

Exemplo:
$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

2º Caso: As frações têm denominadores diferentes.

Regra: Reduzem-se as frações ao mesmo denominador e opera-se como no caso anterior.

Exemplo:
$$\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

2º Caso: Subtração de números mistos

Regra: Reduzem-se a fração imprópria, procedendo-se como no caso anterior.

Exemplo:

$$2 \frac{1}{3} - 1 \frac{1}{4} = \frac{7}{3} - \frac{5}{4} = \frac{28}{12} - \frac{15}{12} = \frac{13}{12} = 1 \frac{1}{12}$$

APLICAÇÕES

1) $\frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \frac{2}{8}$

2) $2 \frac{2}{3} - 1 \frac{1}{3} = 1 \frac{1}{3}$

3) $3 \frac{3}{5} - 2 \frac{4}{9} = \frac{18}{5} - \frac{22}{9} = \frac{162 - 110}{45} = \frac{52}{45} = 1 \frac{7}{45}$

4) Duas peças pesam $13 \frac{1}{2}$ kg e $7 \frac{3}{4}$ kg. Qual a diferença de pesos ?

Solução:

$$13 \frac{1}{2} \text{ kg} - 7 \frac{3}{4} \text{ kg} = \left(\frac{27}{2} - \frac{31}{4} \right) \text{ kg} = \frac{54 - 31}{4} = \frac{23}{4} \text{ kg} = 5 \frac{3}{4}$$

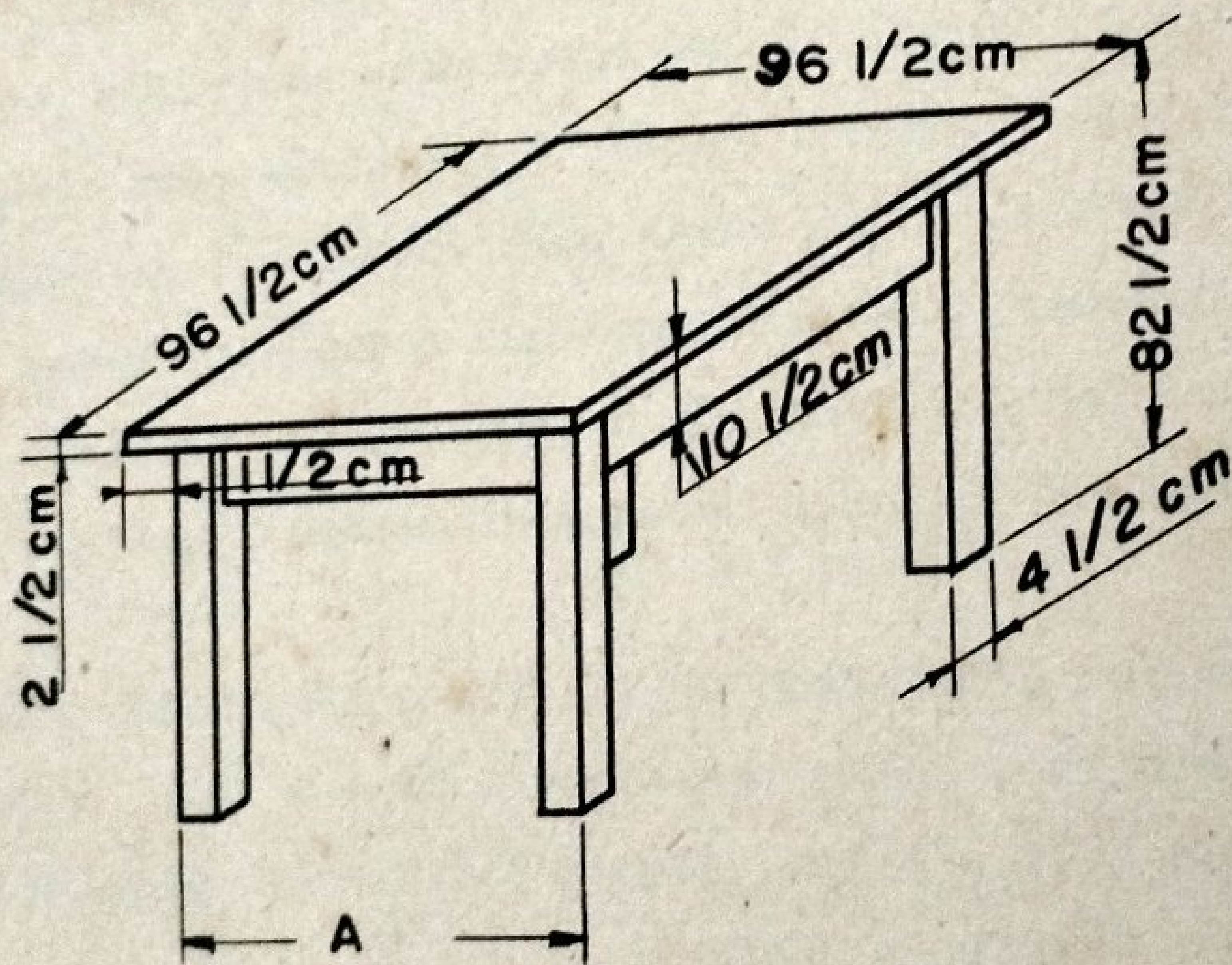
Resultado: $5 \frac{3}{4}$ kg.

Problemas aplicados a trabalhos gráficos

- 1) O tamanho de um livreto, depois de grampeado, era de $16 \frac{1}{2}$ cm por $19 \frac{1}{2}$ cm. Aparando-se $1/2$ cm da margem de cima, da margem de fora e da margem inferior, de que tamanho ficaria o livreto?
- 2) Um linotipista pode fazer um dado trabalho em $7 \frac{3}{4}$ horas menos que um compositor manual. Levando a composição manual $10 \frac{1}{4}$ horas, em quanto tempo o mesmo trabalho seria executado na linotipo?
- 3) Verificando o livro de registros de trabalhos, notou-se que um trabalho tomou $27 \frac{1}{4}$ horas para composição mecânica, $4 \frac{3}{4}$ horas para composição manual, $2 \frac{3}{4}$ horas para amarração e paginação, $5 \frac{1}{4}$ horas para cortar o papel, $7 \frac{1}{4}$ horas para costurar e aparar na guilhotina, $4 \frac{1}{4}$ horas para dobrar e $1 \frac{3}{4}$ para embrulhar rotular e expedir. Se dissermos que o trabalho levou 62 horas, teremos excedido ou diminuído o tempo em que de fato o trabalho foi determinado? Quantas horas assinalamos a mais ou menos?
- 4) Um trabalho foi completado em 12 dias e $1/4$, sendo cada dia de 8 horas de trabalho. João trabalhou 2 dias e $3/4$, Manuel 1 dia e $1/2$, Alfredo 4 dias e $1/4$, Afonso 1 dia e $1/4$ e Júlio o restante. Quanto tempo trabalhou Júlio?
- 5) Se um texto tipográfico tiver $8 \frac{1}{2}$ cm de largura e estiver centrado em fôlha de $9 \frac{1}{4}$ cm de largura, quanto se deverá aparar em cada lado da fôlha para que o texto beire o corte da fôlha?
- 6) Um tipógrafo achou que a composição de um dado trabalho tomaria 8 horas e $3/4$. Se trabalhasse 4 horas e $1/4$ no primeiro dia, quantas horas deveria trabalhar no segundo, para dar o trabalho no tempo previsto?

Problemas aplicados a trabalhos em madeira

- 1) A figura nos mostra uma mesa. Se a tampa da mesa tem a grossura de $2\frac{1}{2}$ cm, qual o comprimento das pernas?
- 2) Se as pernas tem $4\frac{1}{2}$ cm, por $4\frac{1}{2}$ cm, qual a distância de perna a perna?
- 3) Se a grossura da tampa é de $3\frac{1}{2}$ cm, qual a largura da travessa?
- 4) Qual a distância "A"?
- 5) De uma prancha de 26 cm de largura um carpinteiro cortou as seguintes ripas: 3cm, $4\frac{1}{2}$ cm, $1\frac{1}{2}$ cm. A cada pedaço acrescentou $\frac{1}{2}$ cm para fins de corte. Quanto sobrou da prancha?



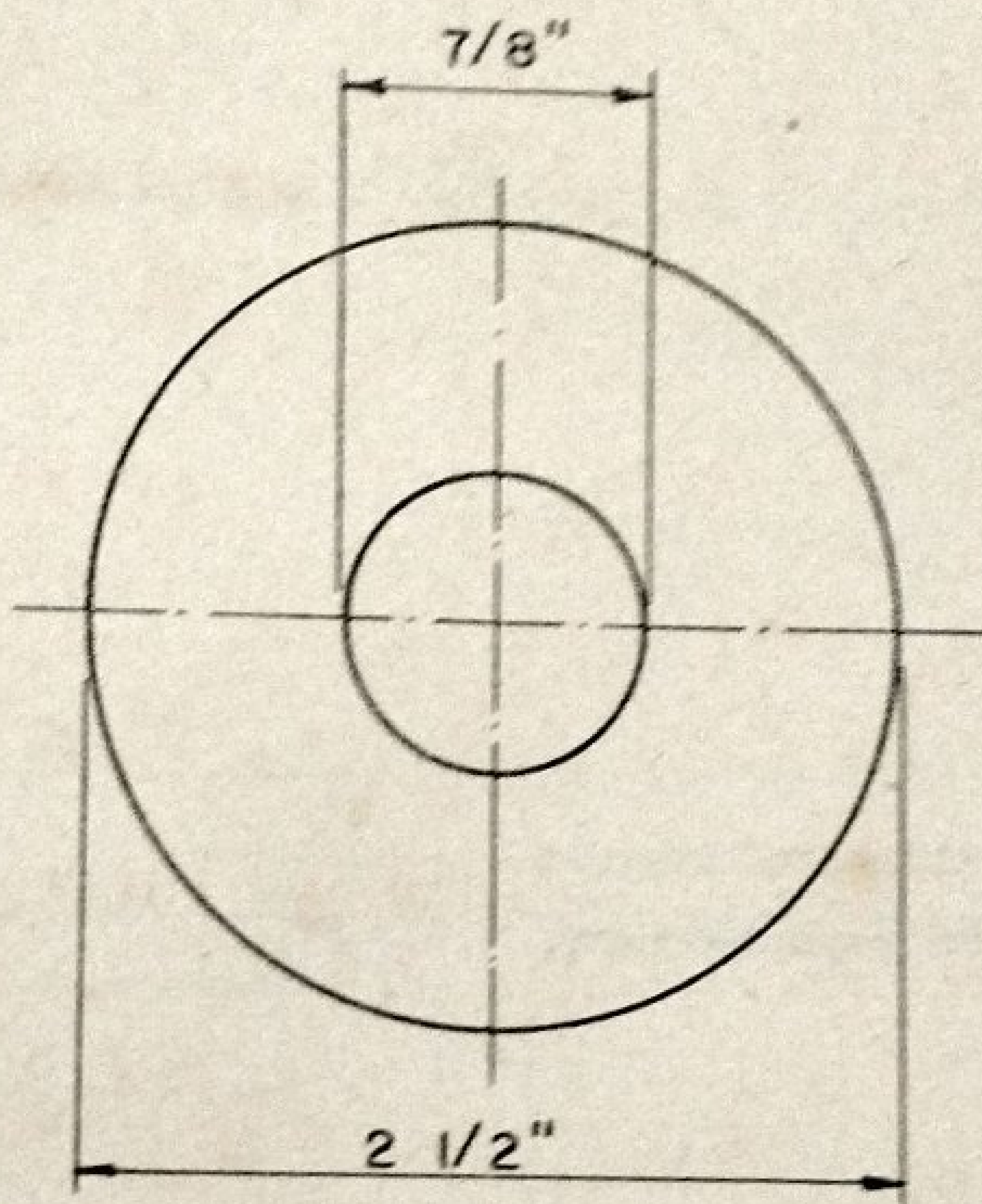
Problemas aplicados a trabalhos de eletricidade

- 1) Um electricista colocou 4 lâminas de aço sob um motor e verificou que o mesmo ficou muito alto. A grossura total das 4 lâminas era de $5\frac{7}{64}$ ". O electricista teve que retirar uma lâmina de $\frac{3}{32}$ " de grossura. Calcule a grossura total das 3 lâminas que ficaram sob o motor.

- 2) Para nivelar um motor, foram colocadas 4 chapas com $4 \frac{1}{2}$ cm de espessura; as espessuras destas primeiras chapas eram $1 \frac{1}{2}$ cm e 2 cm e $\frac{1}{2}$. Qual a espessura da última?

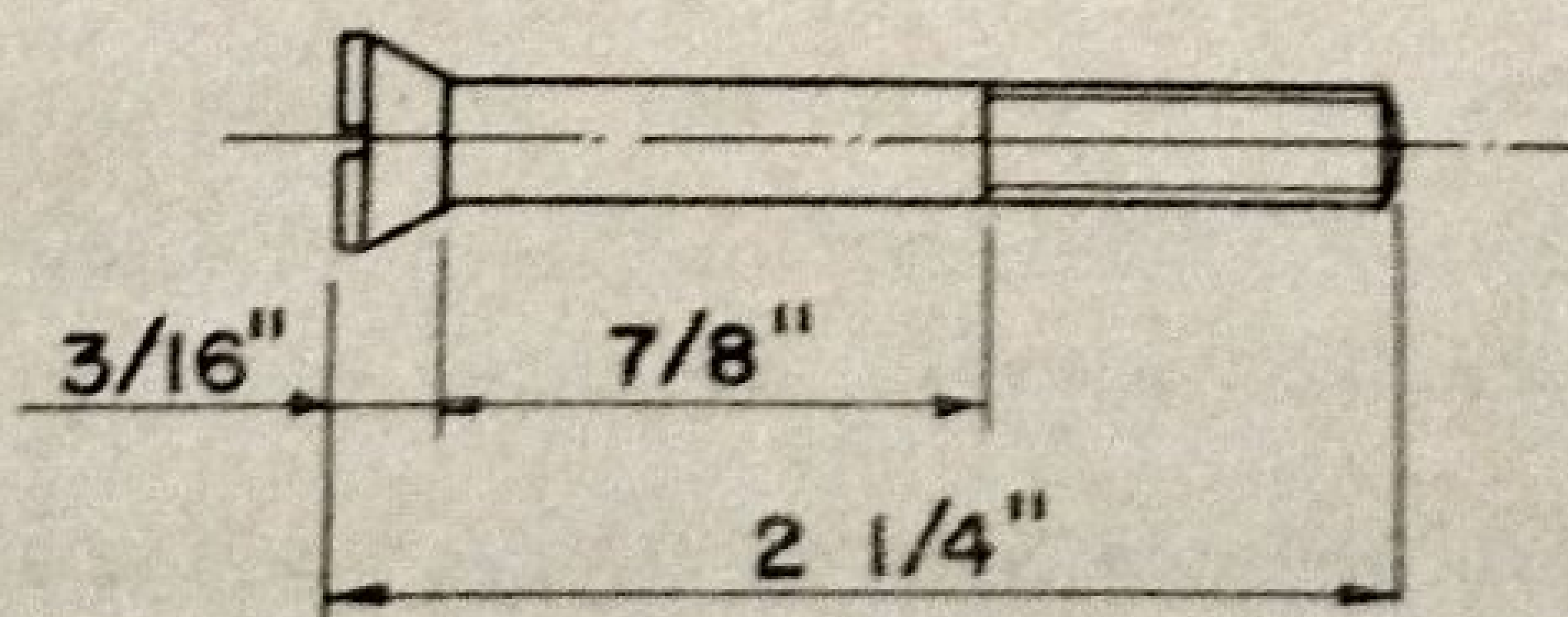
Problemas aplicados a trabalhos de mecânica

- 1) Calcular a largura do anel da arruela representada pelo desenho ao lado.

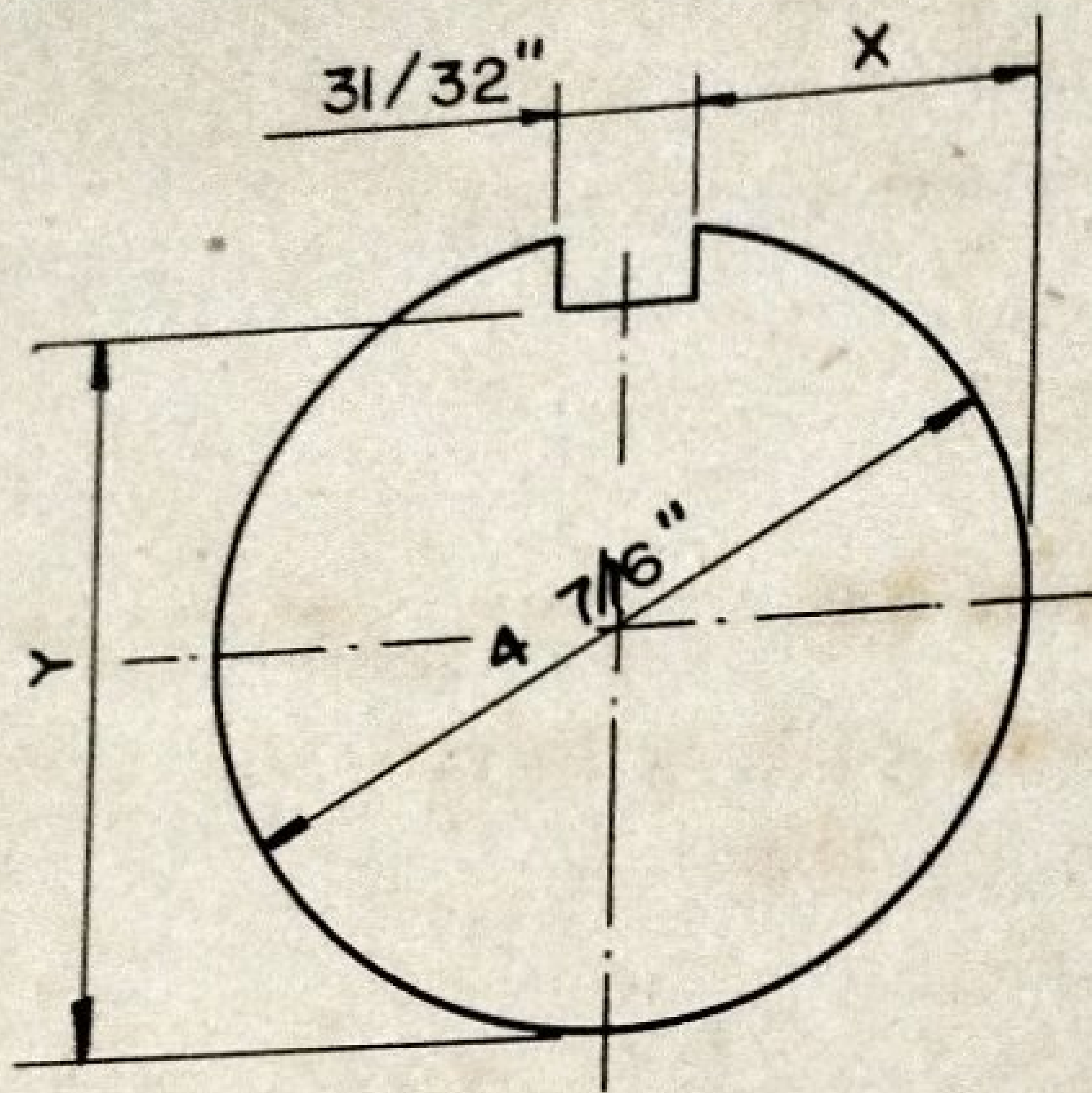


1. Qual seria a largura do anel da arruela, se os diâmetros fossem $3 \frac{1}{4}$ cm a $1 \frac{3}{8}$ cm?

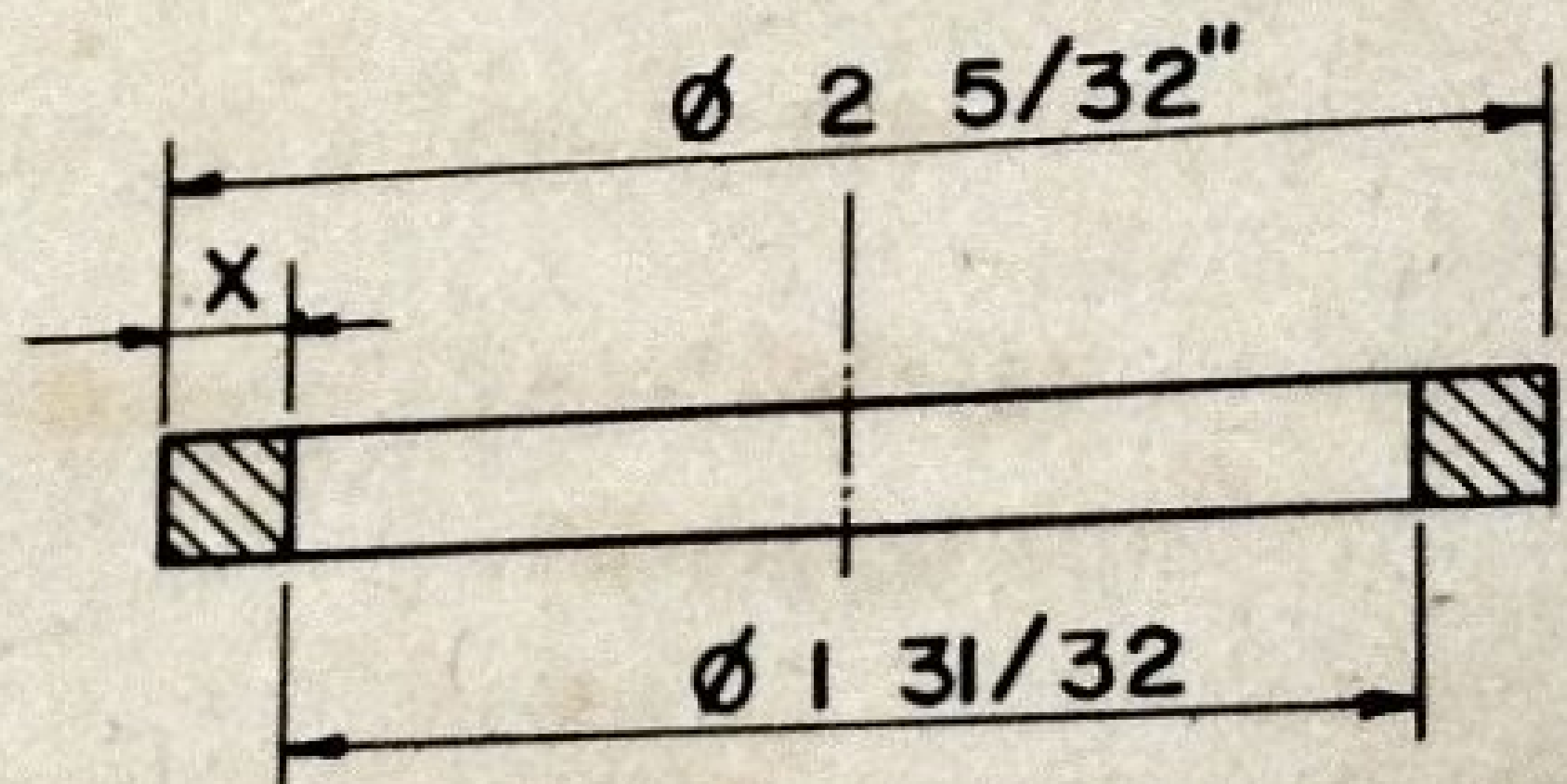
- 2) Achar o comprimento da parte rosqueada do parafuso.



- 4) Calcular a distância X para a fresagem do rasgo de $31/32''$ no eixo de $4\ 7/16''$ de diâmetro.
- 5) Qual é a distância Y na figura abaixo, do fundo do rasgo da chave-ta ao lado oposto do eixo?



- 6) Determinar o diâmetro interno do anel ao lado representado.



Problemas aplicados aos trabalhos de agulha

- 1) De uma peça de linho, medindo $14\ 1/2$ metros, foram cortados primeiramente: $3\ 1/4$ metros; $3\ 5/8$ metros, e finalmente $2\ 7/8$ metros. Quanto linho ainda resta?
- 2) Uma chapeleira conta com $2\ 1/2$ dúzias de rosas para aplicar em chapéus primaveris. Se cada chapéu requer $1/2$ dúzia de rosas, quantos chapéus idênticos poderão ser enfeitados?
- 3) Um chapéu leva $1\ 1/4$ de ramallete de flores pequenas. A chapeleira deseja remover $1/2$ ramallete. Quanto deverá ser deixado no chapéu?

- 4) De uma caixa foram retiradas: $12 \frac{1}{4}$ dúzias de pressões para um lote de roupas e de outra vez $6 \frac{3}{4}$ dúzias para outra encomenda grande. Quantos botões ainda se encontram na caixa, se haviam 2 grossas?
- 5) A mestra de oficina pediu para um chapéu $1 \frac{1}{2}$ metro de fita de veludo e para outro $2 \frac{1}{2}$ metros. Se originariamente haviam $9 \frac{1}{2}$ metros na peça, quanto resta ainda?

c) MULTIPLICAÇÃO

1º Caso: Multiplicação de um número inteiro por uma fração.

Regra: Multiplica-se o número inteiro pelo numerador da fração. Conserva-se o denominador.

Exemplo: $3 \times \frac{5}{7} = \frac{3 \times 5}{7} = \frac{15}{7} = 2 \frac{1}{7}$

2º Caso: Multiplicação de uma fração por um número inteiro.

Regra: Multiplica-se o numerador pelo número inteiro. Mantém-se o denominador.

Exemplo: $\frac{4}{5} \times 2 = \frac{4 \times 2}{5} = \frac{8}{5} = 1 \frac{3}{5}$

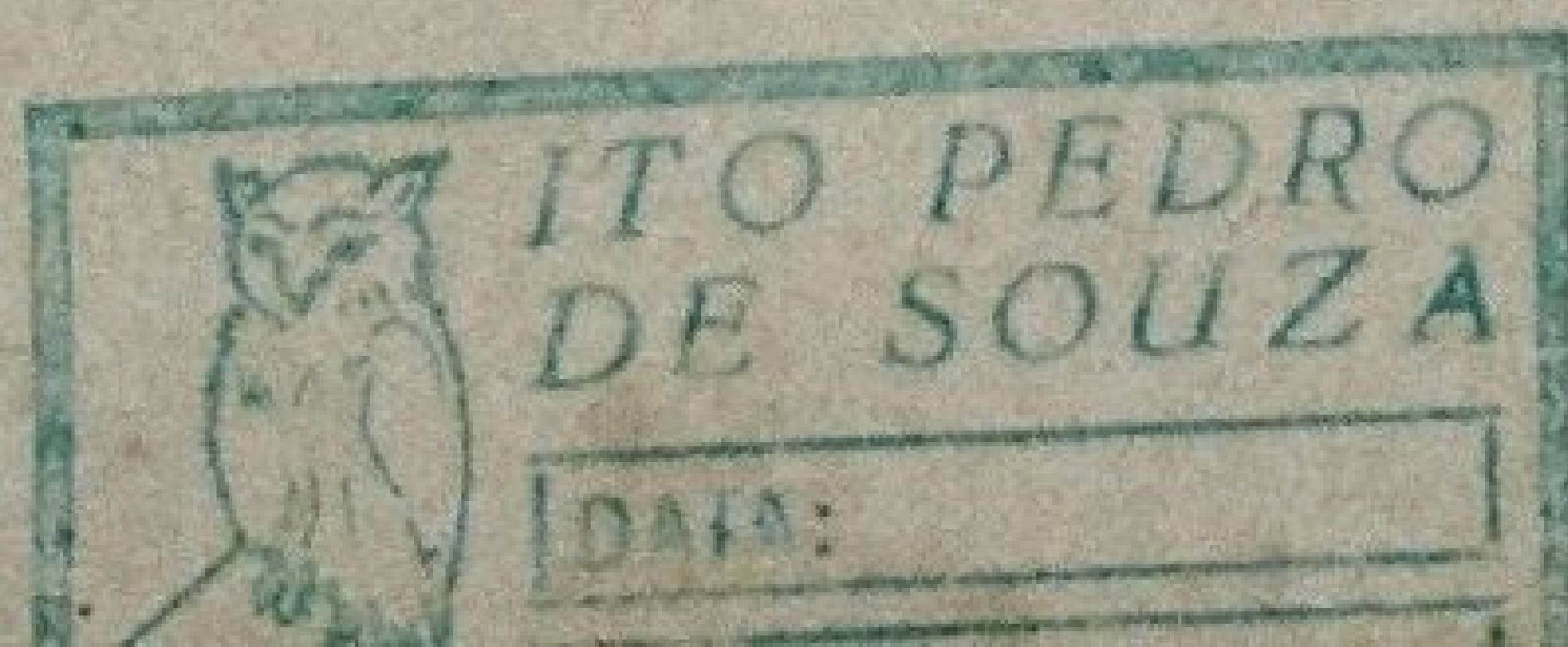
3º Caso: Multiplicação de frações

Regra: Multiplicam-se os numeradores e denominadores entre si.

Exemplo: $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$

4º Caso: Multiplicação de números mistos.

Regra: Reduzem-se os números mistos a frações impróprias, operando-se como no caso anterior.



Exemplo: $2 \frac{1}{3} \times 3 \frac{2}{5} = \frac{7}{3} \times \frac{17}{5} = \frac{119}{15} = 7 \frac{14}{15}$

FRAÇÃO DE FRAÇÃO

Regra: Para se achar uma fração de outra fração ou de um número, efetua-se a multiplicação dos elementos dados.

Exemplo: $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ de 2 = $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times 2 = \frac{16}{15} = 1 \frac{1}{15}$

APLICAÇÕES

1) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

2) $3 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{4} = 2 \frac{1}{4}$

3) $3 \frac{1}{3} \times 2 \frac{2}{5} = \frac{10}{3} \times \frac{12}{5} = \frac{120}{15} = 8$

4) Um electricista comprou 7 pedaços de fio com $2 \frac{3}{4}$ m e 2 pedaços de $1 \frac{1}{5}$ m. Quantos metros comprou?

Solução:

A compra total foi:

$$\begin{aligned} & \left(2 \frac{3}{4} \text{ m} \times 7 \right) + \left(1 \frac{1}{5} \text{ m} \times 2 \right) = \frac{11}{4} \text{ m} \times 7 + \frac{6}{5} \text{ m} \times 2 = \\ & = \left(\frac{77}{4} + \frac{12}{5} \right) \text{ m} = \frac{375 + 48 \text{ m}}{20} = \frac{423}{20} \text{ m} = 21 \frac{3}{20} \text{ m.} \end{aligned}$$

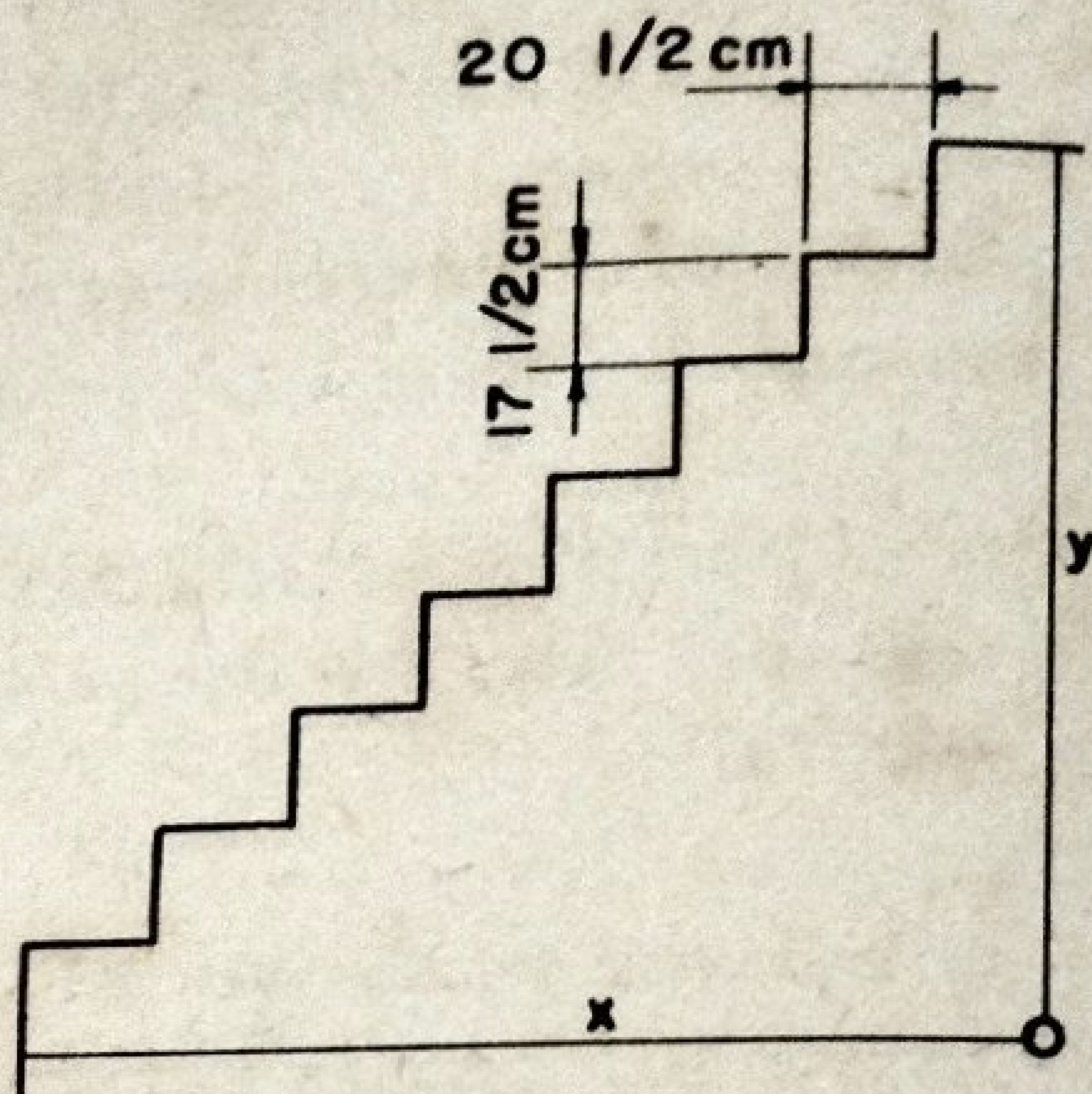
Resultado: $21 \frac{3}{20}$ m.

Problemas aplicados a trabalhos gráficos

- 1) A página de um jornal tem seis colunas de 3 cêceros e $\frac{1}{2}$ de largura. Qual é a largura da página?
- 2) Quantas horas trabalha um compositor em uma semana de 5 dias, tendo cada dia 7 horas e $\frac{1}{2}$ de trabalho?
- 3) Se um caderno de um livro utiliza 5 resmas e $\frac{1}{8}$ de papel, quantas resmas serão necessárias para imprimir um livro de 47 cadernos?
- 4) Um impressor imprime uma média de 1450 folhas por hora, durante 7 horas e $\frac{3}{4}$. Quantas folhas imprimirá durante esse período?
- 5) O tipo escolhido para um livro dava uma média de 10 e meia palavras por linha. O livro tinha 6 capítulos com os seguintes números de páginas: $25 \frac{1}{2}$, $42 \frac{3}{4}$, $19 \frac{1}{2}$, $53 \frac{2}{3}$, $48 \frac{1}{3}$, $27 \frac{1}{4}$. Se cada página tiver 44 linhas, quantas palavras haverá no livro?
- 6) Se o tipo desse uma média de 8 palavras e meia ($\frac{1}{2}$) por linha e se cada página tivesse 35 linhas, quantas palavras haveria no livro?
- 7) Que tamanho deve ter uma folha para que dela se possam cortar 4 páginas de $5 \frac{1}{2}$ cm?
- 8) Qual deve ser o tamanho de uma folha para que possam imprimir 6 gravuras de $2 \frac{3}{8}$ " x $3 \frac{3}{4}$ " em duas colunas, guardando um espaço de $\frac{1}{2}$ " entre elas e com uma margem de $1 \frac{1}{4}$ " em todos os lados?
- 9) Um livro de contabilidade tinha 7 colunas de $3 \frac{1}{4}$ cm de largura e 3 colunas de $4 \frac{1}{2}$ cm de largura. Qual deve ser a largura da folha para que não sobre espaço para margens?

Problemas aplicados a trabalhos em madeira

- 1) O lance de escadas da figura tem 9 espelhos. A altura de um espelho é de $17 \frac{1}{2}$ cm. Qual o valor y do pé direito?
- 2) Se a largura de um degrau é de $20 \frac{1}{2}$ cm qual é o desenvolvimento x do lance de escadas?
- 3) Calcule o pé direito de um lance de escadas que tem 14 espelhos de $17 \frac{1}{2}$ cm.

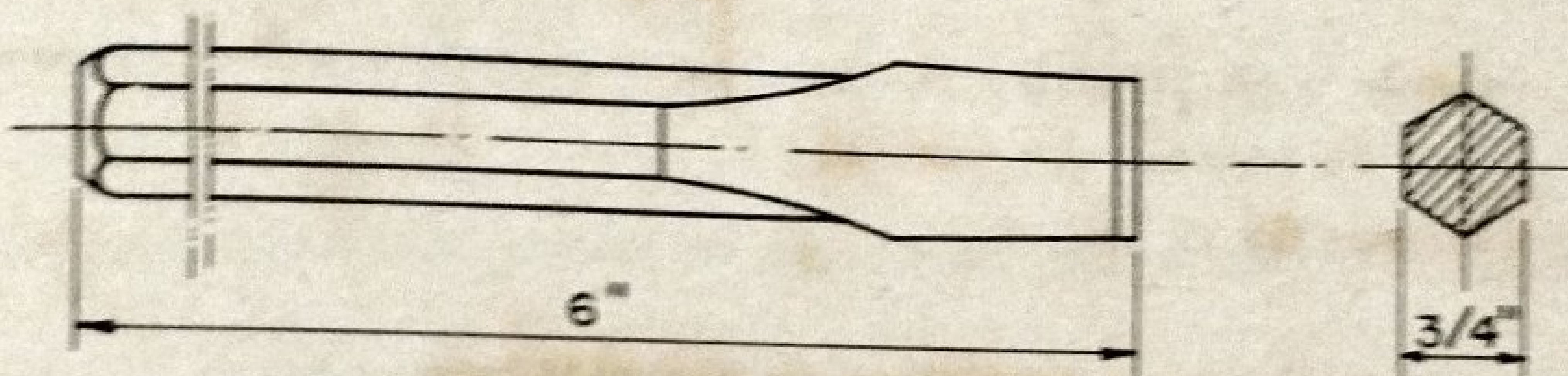


Problemas aplicados a trabalhos em eletricidade

- 1) Um eletricitista trabalhou $4h \frac{3}{4}$ numa dada tarefa. Ganhando Cr\$16,00 por hora, quanto ganhou nesse trabalho?
- 2) Calcule o número de horas-homens necessárias para executar um trabalho, considerando que para completá-lo é preciso que 13 homens trabalhem durante $3h \frac{1}{2}$ na primeira fase, e que 7 homens trabalhem durante $6h \frac{3}{4}$ na fase final.
- 3) Um eletricitista comprou diversas quantidades de fio para várias instalações: 8 pedaços de 23 dm e meio de comprimento, 7 pedaços de $18 \frac{1}{2}$ dm, 12 pedaços de $24 \frac{1}{2}$ dm e 25 pedaços de $19 \frac{3}{4}$ dm de comprimento. Quantos dm de fio comprou?
- 4) Um eletricitista enrolou um fio para eletroímã em uma bobina e contou 1650 espiras. Verificou que o diâmetro médio da bobina enrolada era de 6 polegadas e $\frac{3}{4}$. Quantas polegadas tinha o fio? (circunferência média $20 \frac{37}{40}$).

Problemas aplicados a trabalhos de mecânica

- 1) Se o diâmetro externo de um tubo de ferro, cuja espessura é de $\frac{29}{32}$ " mede $5 \frac{1}{8}$ ", qual será o seu diâmetro interno?
- 2) Se, ao tornear um material de $2 \frac{1}{4}$ " de diâmetro, se tirar um cavaco de $\frac{1}{32}$ " de espessura, qual será o diâmetro do material torneado?
- 3) Se, para fazer-se a talhadeira abaixo representada, se precisa de $5 \frac{7}{8}$ " de aço hexagonal, de $\frac{3}{4}$ ", qual o comprimento do material necessário à confecção de 3 talhadeiras?



- 4) Se, para fabricar uma talhadeira, se precisa de $4 \frac{9}{16}$ " de aço hexagonal de $\frac{1}{2}$ ", qual o comprimento do material necessário para se fazer 17 talhadeiras?
- 5) Qual o peso de 12 talhadeiras, se cada uma delas pesa $1 \frac{3}{4}$ kg.
- 6) Se, na confecção de uma porca se perde $\frac{1}{16}$ " de material, para fazer-se uma dúzia de porcas de $\frac{1}{2}$ ", qual o comprimento do material necessário?
- 7) Admitindo-se que se perdem $\frac{3}{32}$ " na confecção de cada porca, qual o comprimento do material necessário para se fazer 25 porcas de $\frac{1}{2}$ "?
- 8) Se a lâmina de uma serra tem 24 dentes por decímetro, quanto terá em $4 \frac{1}{4}$ dm?

D) DIVISÃO

Dois números são inversos quando seu produto é 1.

Assim: $\frac{1}{2}$ é o inverso de 2 porque $\frac{1}{2} \times 2 = 1$

$\frac{3}{4}$ é o inverso de $\frac{4}{3}$ porque $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$

1º Caso: Divisão de um número inteiro por uma fração.

Regra: Multiplica-se o número pelo inverso da fração.

Exemplo:

$$2 \div \frac{3}{4} = 2 \times \frac{4}{3} = \frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3}$$

2º Caso: Divisão de uma fração por um número inteiro.

Regra: Multiplica-se a fração pelo inverso do número.

Exemplo:

$$\frac{2}{3} \div 5 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$$

3º Caso: Divisão de duas frações

Regra: Multiplica-se a fração dividendo pela fração divisora invertida.

Exemplo:

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{14}{15}$$

4º Caso: Divisão de números mistos.

Regra: Reduzem-se os números mistos a frações impróprias, recaindo-se no caso anterior.

Exemplo: $2 \frac{1}{3} \div 3 \frac{2}{5} = \frac{7}{3} \div \frac{17}{5} = \frac{7}{3} \times \frac{5}{17} = \frac{35}{51}$

APLICAÇÕES:

$$1) \frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$$

$$2) 3 \div \frac{1}{2} = 3 \times \frac{2}{1} = 6$$

$$3) \frac{4}{5} \div 3 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

$$4) \frac{5}{6} \div 3 \frac{1}{7} = \frac{5}{6} \div \frac{22}{7} = \frac{5}{6} \times \frac{7}{22} = \frac{35}{132}$$

- 5) Sabendo-se que 2 dúzias e $\frac{3}{4}$ de lâmpadas custam Cr\$ 264,00, qual o preço da dúzia?

Solução

A dúzia custará o cociente do preço pelo total de dúzias compradas;

Logo:

$$\text{Cr\$ } 264,00 \div 2 \frac{3}{4} = \text{Cr\$ } 264,00 \times \frac{4}{11} = \text{Cr\$ } 96,00.$$

Resultado: Cr\$ 96,00.

Problemas aplicados a trabalhos gráficos

- 1) Fundiu-se uma fôrma para uma página de 33 "quadratin" de largura, dividida em colunas de $5 \frac{1}{2}$ "quadratin". Quantas colunas há nessa página?
- 2) Um impressor tirou 24.400 cópias em $13 \frac{1}{2}$ horas. Quantas tirou por hora?
- 3) Uma palavra em tipos de 10 pontos tem o comprimento médio de 2 cíceros e $\frac{1}{3}$. Quantas palavras podem ser compostas em 16 linhas desse tipo cujo comprimento seja 18 cíceros?

- 4) Um caixote de papel pesou 237 quilos. Cada resma pesava $19 \frac{1}{2}$ quilos. Quantas resmas havia no caixote?
- 5) Uma fôlha de $17 \frac{1}{2}$ cm tem margens laterais de $\frac{3}{4}$ cm e $\frac{5}{8}$ cm. Se estivesse dividida em 8 colunas iguais, qual seria a largura de cada coluna?

Problemas aplicados a trabalhos de madeira

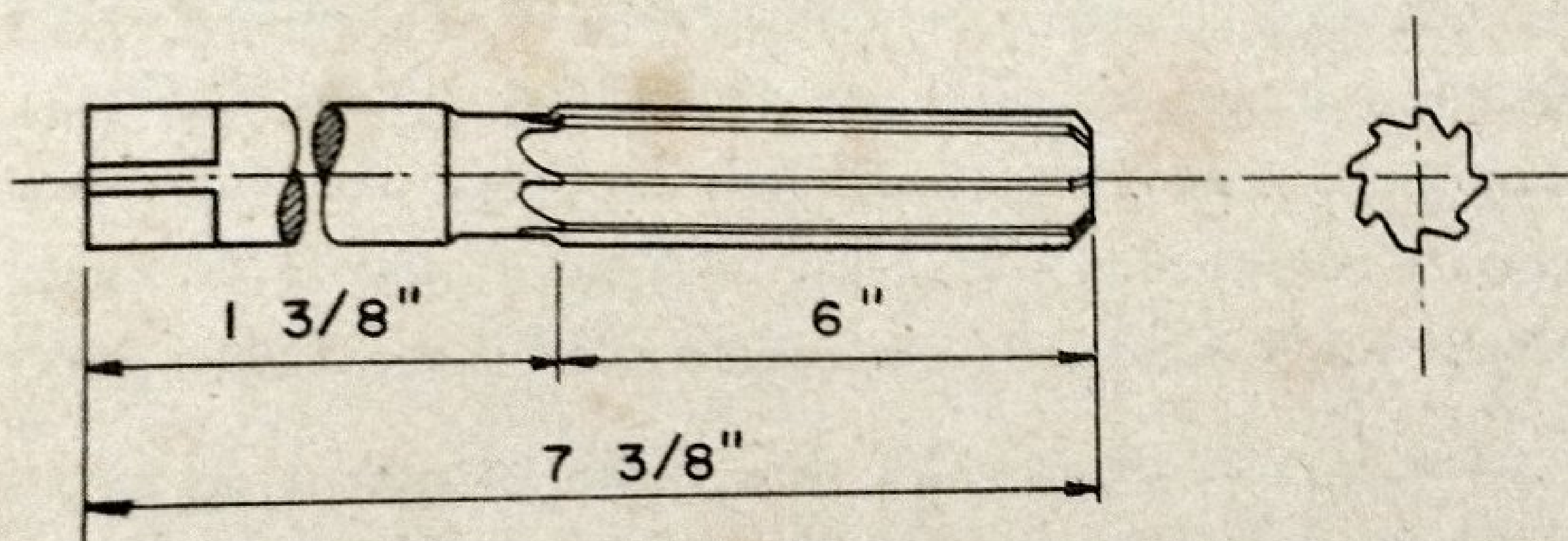
- 1) Uma prancha de $26 \frac{1}{2}$ cm de largura foi cortada em sarrafos de $2 \frac{1}{2}$ cm de largura. Tendo-se perdido $\frac{1}{2}$ cm ao serrar a prancha, quantos sarrafos foram cortados?
- 2) Quantos espelhos de 17cm há em uma escada de 289cm de altura?
- 3) Um carpinteiro cortou uma tábua de 63cm de comprimento em 11 pedaços iguais. Que tamanho tinha cada pedaço (perda por corte $2 \frac{1}{2}$ mm.) ?
- 4) Se num desenho $\frac{1}{2}$ cm representa 1dm, quantos dm são representados por $6 \frac{1}{2}$ cm?
- 5) Se um taqueador coloca 90 m^2 de tacos em 4 dias e $\frac{1}{2}$, quantos coloca em um dia?

Problemas aplicados a trabalhos de eletricidade

- 1) Quantos pedaços de conduíte de $7 \frac{1}{2}$ polegadas de comprimento podem ser cortados de um comprimento de 30 polegadas?
- 2) Um dado circuito tinha fusíveis apropriados para um aquecedor de 5HP. Se este aquecedor fôsse substituído por aquecedores de $\frac{5}{8}$ HP, quantos aquecedores destes poderiam ser ligados sem que os fusíveis queimassem?
- 3) Um sortimento de buchas de $\frac{1}{2}$ " custou Cr\$72,00. Cada bucha custou Cr\$1,80. De quantas buchas se compunha o sortimento?

- 4) Dois eletrodutos flexíveis mediam 120dm cada. O electricista cortou vários pedaços de $6 \frac{3}{4}$ dm. Quantos pedaços cortou?
- 5) Se $9 \frac{2}{3}$ m de fio para antena custam Cr\$58,00, quanto custa o metro?
- 6) Se 7 dúzias e $\frac{3}{4}$ de suportes para lâmpada, custou Cr\$1.116,00 ; quanto custa a dúzia ?
- 7) Uma determinada quantidade de parafusos para interruptores custou Cr\$500,00. Quantos quilos de parafusos foram comprados, se cada quilo custa Cr\$50,00 ?

Problemas aplicados a trabalhos de mecânica



- 1) Para a confecção de um alargador acima representado, perde-se $\frac{1}{8}$ " de material. Quantos alargadores poderão ser feitos de um pedaço de material, medindo 435" de comprimento?
- 2) Um parafuso de $3 \frac{1}{2}$ " de comprimento tem 56 filêtes. Quantos filêtes tem por polegada?
- 3) Um parafuso de $8 \frac{3}{4}$ " de comprimento tem 175 filêtes. Quantos filêtes tem por polegada?
- 4) Num certo trabalho de tórno, a ferramenta avança $\frac{1}{32}$ " em cada volta do material. Quantas voltas deverá dar o material para a ferramenta avançar $1 \frac{1}{2}$ " ?

Problemas aplicados aos trabalhos de agulha

- 1) Se cada vestido requer $2 \frac{3}{4}$ de material e a quantidade existente deste material é de 44 metros, quantos vestidos poderão ser confeccionados?
- 2) O salário de uma auxiliar de costureira é de Cr\$231,00 por $38 \frac{1}{2}$ horas semanais. Quanto receberá por hora ?
- 3) Um vestido que abre 36 cm nas costas deverá ser abotoado com uma linha de botõesinhos, colocados numa distância de 2 cm do outro. Cada botão mede 1 cm de diâmetro. Quantos botões precisam ser adquiridos?
- 4) Numa saia de 2,40 metros de circunferência na cintura deseja-se aplicar pregas para as quais são requeridos $\frac{3}{4}$ dm no total, quer dizer, tanto para profundidade como largura. Quantas pregas são obtidas e quanto mede a cintura, se a prega depois de feita fica reduzida a $\frac{1}{3}$ da fazenda necessária para a sua confecção?
- 5) Uma jovem leva 21 horas e $\frac{3}{4}$ para fazer 29 metros de bainha aberta. Quanto tempo levará para aprontar 1 metro?
- 6) Um uniforme avental, abotoado desde o pescoço à barra, mede $1 \frac{1}{4}$ metro. Nêle deverão ser aplicados botões de madrepérola de 2cm de diâmetro numa distância de 3 cm. Qual o espaço compreendido entre uma cada e outra e quantos botões são requeridos para garantir esse avental-uniforme?

Efetuar as seguintes operações:

$$1) \left(2 \frac{1}{3} - 1 \frac{2}{5} \right) \div \left(3 \times \frac{2}{7} - \frac{1}{2} \right)$$

$$2) \left(3 \div 3 \frac{1}{2} \right) \times 2 \div \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) 3$$

3)

$$1 \frac{1}{3} \times \frac{13 \frac{2}{3} - 1 \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{6} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{5}}$$

$$4) \quad (2 \frac{1}{2} \times 3) \div \frac{4 \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \times 3}{2 \frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$$

4 - NÚMEROS DECIMAIS

Fração decimal é aquela cujo denominador é 10, 100, 1000

Exemplo: $\frac{375}{100}$,

mas $\frac{375}{100} = \frac{300}{100} + \frac{70}{100} + \frac{5}{100}$

logo a fração $\frac{375}{100}$ equivale a 3 inteiros adicionados a 7 décimos e

a cinco centésimos;

então $\frac{375}{100} = 3,75$

O número 3,75 chama-se número decimal. Os algarismos escritos à direita da vírgula são algarismos decimais, e à esquerda são os algarismos inteiros.

Dois números decimais têm a mesma denominação quando têm o mesmo número de algarismos depois da vírgula.

Propriedades dos números decimais

1) O valor de um número decimal não muda escrevendo-se zeros à direita da parte decimal.

Assim $3,75 = 3,750$

- 2) Deslocando-se a vírgula para a direita ou para a esquerda uma, duas, três casas, o número fica respectivamente multiplicado ou dividido por 10, 100, 1000 ...

$$\text{Assim } 2,7 = 10 \times 0,27$$

5 - OPERAÇÕES SOBRE NÚMEROS DECIMAIS

A) ADIÇÃO

Regra: Colocam-se os números decimais uns sob os outros de modo que as vírgulas se correspondam. Somam-se como se os números fossem inteiros e coloca-se a vírgula na soma, na mesma correspondência das parcelas.

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 0,378 \\ 3,715 \\ \hline 4,183 \\ 8,276 \end{array}$$

APLICAÇÕES

- 1) Um operário marcou o seu cartão de ponto da seguinte forma: sob o ítem 1 - 2,3 horas; sob o ítem 2 - 2,0 horas; sob o ítem 3 - 3,2 horas. Quanto tempo trabalhou?

Solução

$$\text{O tempo de trabalho foi: } 2,3h + 2,0h + 3,2h = 7,5h$$

Resultado: 7,5 horas

Problemas aplicados a trabalhos gráficos

- 1) Uma casa fornecedora mandou para uma tipografia uma quantidade de metal que foi utilizado da seguinte forma: 1) 21,7 quilos; 2) 4,4 quilos; 3) 17,15 quilos; 4) 8,81 quilos. Que quantidade foi fornecida?

- 2) Um trabalho foi cobrado da seguinte forma; papel Cr\$800,00; correção Cr\$ 30,00; composição Cr\$150,00; amarração Cr\$40,00; paginações pagou pelo trabalho? lucro Cr\$135,00. Quanto o fre-
- 3) Um compositor dividiu suas 8 horas de trabalho da seguinte maneira: composição, 1,2 horas; paginação, 2,7 horas; amarração, 2,5 horas; distribuição, 1,3 horas; e correções, 0,3 horas. Quantas horas trabalhou?
- 4) Para recondicionar os rolos de uma prensa cilíndrica, um mecânico especializado cobrou: Cr\$400,00 pelos rolos de impressão; Cr\$40,00 pelos rolos tintadores e Cr\$38,00 pelos alimentadores. Em quanto ficou o conserto?
- 5) Durante uma semana, o emendador trabalhou um dado número de horas. Na 2a. feira, trabalhou 7,5 horas; na 3a. feira, 6,2 horas; 4a. feira 7,3 horas; 5a. feira, 5,4 horas; 6a. feira, 7,8 horas. Qual foi o total de horas de trabalho do emendador?

Problemas aplicados a trabalhos de eletricidade

- 1) Um eletricista comprou os seguintes materiais: 2500 metros de fio RCT1 por Cr\$1,50 o metro; 750 metros de fio RCT2 por Cr\$1,70 o metro; 45 metros de conduíte por Cr\$3,00 o metro. Quanto gastou ao todo?
- 2) Qual é a grossura total destes calços: 0,007"; 0,125"; 0,140"; 0,187"; 0,004"?
- 3) Qual será a grossura do isolamento entre o condutor de cobre e o núcleo de ferro do induzido de um motor, se a camada esmaltada tiver a grossura de 0,002"; se a camada de algodão tiver 0,006"; se a cartolina tiver 0,010" e se o verniz isolante tiver 0,008"?

Problemas aplicados a trabalhos de madeira

- 1) Um empreiteiro pagou Cr\$ 502,70 por madeira para caixão (de portas e janelas); Cr\$ 1.150,80 por madeira para assoalho, e Cr\$ 8.000,00 por madeira de construção. Quanto gastou ao todo?
- 2) Um carpinteiro foi incumbido de montar uma porta. Comprou o caixão por Cr\$ 130,00; a porta por Cr\$ 487,30; a fechadura Cr\$ 150,00 e as dobradiças por Cr\$ 40,70. Quanto gastou ao todo?
- 3) O proprietário de uma casa recebeu a seguinte conta: material de marcenaria Cr\$ 1.500,70; material de alvenaria, Cr\$ 17.842,80; material de pintura, Cr\$ 10.007,70; ferragens, mão de obra, Cr\$ 18.753,70. Quanto teve de pagar?

Problemas aplicados a trabalhos de mecânica

- 1) Uma válvula, quando aquecida, dilata-se no sentido do comprimento. Quando fria, a válvula mede 787,50cm; ao ficar quente, dilatou-se 0,035mm. Indique o comprimento da válvula aquecida.
- 2) Se um pneu 21 x 4.50 custa Cr\$ 600,00 e a câmara de ar Cr\$ 50,00, quanto terá de pagar um freguês pelas duas peças?
- 3) O diâmetro interno de uma coroa, enquanto fria, é de 146,75 cm. Este diâmetro dilata-se 00,75mm quando a coroa esquenta. Qual é o diâmetro interno da coroa aquecida?
- 4) O orifício do pino do pistão tinha originalmente o diâmetro de 0,8175". Houve um desgaste de 0,0012". Que diâmetro passou a ter o orifício?
- 5) O diâmetro de um determinado cilindro é de 33,75 mm. O mecânico recebe ordens para exceder essa medida de 00,05mm. Qual será o diâmetro do cilindro depois de reperfurado?

Problemas aplicados aos trabalhos de agulha

- 1) Calcule o custo total da confecção de um vestido, se Cr\$150,60 foram dados pelo material, Cr\$15,80 pelos enfeites, Cr\$8,20 por um fecho eclair, Cr\$2,40 por retroz, Cr\$6,50 para os reforços e Cr\$1,20 para os colchêtes e pressões.
- 2) Uma freguesa encomendou um vestido, pagando pelo conjunto Cr\$155,00. A modista recebeu Cr\$180,00 pelas horas de trabalho. Quanto foi dispendido em material?
- 3) Numa fábrica o preço por avental Cr\$1,60 o metro foi prejudicada por umidade, qual será o prejuízo do negociante se a conseguir vender pela metade de seu valor, isto é, Cr\$0,80 o metro?
- 4) Numa liquidação foi vendido um saldo de 3,80 metros, à razão de Cr\$20,00. O custo real está marcado a Cr\$24,00 o metro. Qual foi a economia nessa compra, segundo os dados fornecidos?

B) SUBTRAÇÃO

Regra:

Coloca-se o subtraendo sob o minuendo, de modo que as vírgulas se correspondam. Efetua-se a subtração normalmente, pondo-se a vírgula da diferença, no lugar correspondente à dos dois termos. Caso os dois termos não tenham o mesmo número de decimais, convém igualar as partes decimais.

Exemplo:

8,735

3,941

4,794

Aplicação

Um pistão à temperatura normal media 75,73 cm. Depois de aquecido, passou a medir 75,745 cm. De quanto dilatou?

Solução:

A dilatação é a diferença entre os dois comprimentos

$$75,745 \text{ cm} - 75,73 \text{ cm} = 0,015 \text{ cm}$$

Resultado: 0,015 cm

Problemas aplicados a trabalhos gráficos

- 1) A receita de uma tipografia, durante um ano, foi de Cr\$250.875,20. A despesa montou a Cr\$195.388,60. Qual foi o lucro?
- 2) Para executar uma encomenda de 5.000 circulares, um aluno levou 12 horas. Gastou 6,3 horas em composição; 0,4 em amarração e 0,7 de uma hora em paginação. O resto do tempo foi gasto na impressão. Quanto tempo consumiu na impressão?
- 3) Um compositor manual fez um trabalho em 14,7 horas. O mesmo trabalho podia ter sido linotipado em 5,25 horas. Quanto tempo podia ter sido economizado?
- 4) Um homem comprou uma guilhotina por Cr\$45.580,00. Recebeu pela antiga uma quantia de Cr\$18.697,00 e deu Cr\$15.899,00. Quanto falta para liquidar a conta?

Problemas aplicados a trabalhos em madeira

- 1) Um carpinteiro recebeu Cr\$1.300,00 ao terminar uma varanda. O material custou-lhe Cr\$780,70. Quanto ganhou pela mão de obra?
- 2) Um carpinteiro comprou materiais no valor de Cr\$17.535,70, empregou-os num trabalho e por este cobrou Cr\$20.738,80. Quanto ganhou?
- 3) Um marceneiro recebeu Cr\$2.500,00 para fazer dois armários. A madeira custou-lhe Cr\$1.000,00 e os pregos Cr\$13,70. Quanto recebeu pela mão de obra?

- 4) Três trabalhos diferentes tomaram 34,75 horas. O primeiro foi completado em 24,5 horas e o segundo em 3,25 horas. Quanto tempo levou o terceiro trabalho?

Problemas aplicados a trabalhos de eletricidade

- 1) Se uma usina elétrica gera 6336,71 quilowatt - horas na segunda feira e 5269,36 na terça feira, quantos quilowatt - horas a menos gerou no segundo dia?
- 2) O peso bruto de uma bobina de fio 16 era de 11,01 quilos. A bobina sem o fio pesava 1,89 quilos. Qual era o peso do fio?
- 3) Um isolador de haste tinha um diâmetro de 13,12 cm na ponta menor e um diâmetro de 19,375cm na ponta maior. Qual a diferença de diâmetro entre as duas pontas?

Problemas aplicados a trabalhos de mecânica

- 1) Quanto deve ser removido de uma algaema de 2,375" de comprimento para encaixar-se uma mola de 2,125" de largura?
- 2) Cortando-se 0,022" de um pino de 1,25" de comprimento, a que comprimento ficará reduzido o pino?
- 3) Um pistão de alumínio, quando frio, média 3,875". Após aqueci - do, mediu 3,8815". De quanto foi a dilatação?
- 4) Um freguês pagou Cr\$92,20 pelo serviço e Cr\$44,90 por peças mu - dadas. Dando Cr\$ 188,50, quanto receberá de trôco?
- 5) Um pistão de 3,8825" de diâmetro devia ser introduzido em um ci - lindro cujo diâmetro era de 3,875". Além disso, devia ter uma folga de 0,0025". De quanto mais deverá ser alargado o diâmetro do cilindro?

Problemas aplicados aos trabalhos de agulha

- 1) De uma conta de Cr\$720,00 foi feito um desconto de Cr\$14,40. Qual é a quantia da conta depois de se deduzir o desconto?
- 2) O preço do elástico de 5cm de largura por peça é de Cr\$28,00, tendo cada peça 10 metros. Comprando por metro o mesmo tipo de elástico, paga-se Cr\$3,00 o metro. Qual a diferença obtida por peça, comprando em peça?
- 3) O preço de um botão de madre-pérola é de Cr\$0,90. Substituindo o artigo por botões de chifre de Cr\$0,40 qual a economia feita num pijama infantil que requer 11 botões?
- 4) Uma operária recebe diariamente Cr\$28,50. Os pagamentos de seu salário são semanais. Tendo já dois vales de empréstimos em caixa, no valor de Cr\$24,50 e outro de Cr\$15,00, quanto receberá em pagamento no fim da semana?
- 5) Para a compra de uma máquina de costura, à vista, o preço seria de Cr\$6.600,00 e a prazo de 6 meses, custaria: uma entrada ou depósito de Cr\$2.000,00 mais 6 prestações de Cr\$800,00. Qual a diferença de preço e pergunta-se se houve vantagem em adquirir em prestações uma vez que a interessada não é profissional?

C) MULTIPLICAÇÃO

Regra:

Multiplicam-se os dois números como se fôsem inteiros, e no produto separam-se, a partir da direita, tantos algarismos decimais, quantos forem os algarismos decimais dos fatores.

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 0,75 \\ 0,3 \\ \hline 0,225 \end{array}$$

APLICAÇÃO

Qual o peso de 7 chapas, sabendo-se que cada uma pesa 8,72 kg.

Solução:

$$\text{O peso será } 8,72\text{kg} \times 7 = 61,04 \text{ kg}$$

Resultado: 61,04 kg.

Problemas aplicados a trabalhos gráficos

- 1) Qual é o peso de 523 folhas de papelão, se cada folha pesa 0,02kg?
- 2) Qual será o preço de 8,5 resmas de papel, se cada resma custa Cr\$125,50?
- 3) Se o aluno chega atrasado diariamente à escola numa média de 0,6 de uma hora, quanto tempo perderá em um ano escolar de 48 semanas?
- 4) Quanto custarão 35 caixas e $\frac{3}{4}$ de envelopes, se uma caixa custa Cr\$25,00?
- 5) Um livro compunha-se de 35 cadernos; cada caderno pesava 1 kg.
Calcule:
 - a) o peso de um livro
 - b) o peso de 1234 livros.

Problemas aplicados a trabalhos em madeira

- 1) Um torneiro torneou 4 pilares em 5 horas, recebendo Cr\$ 15,60 por hora. Quanto ganhou?
- 2) Um marceneiro polia uma tampa em meia hora e ganhava Cr\$6,40. Fez 23 tampas em um dia. Calcule o preço da mão de obra.
- 3) Um carpinteiro raspa 10m^2 de assoalho em $3\frac{1}{2}$ horas. Quanto tempo levaria para polir 15,5 vezes a mesma área?

Problemas aplicados a trabalhos de eletricidade

- 1) Qual o peso de embarque de um tambor de aço, contendo 52 galões de verniz isolante. Um galão deste verniz pesa aproximadamente 7,5 quilos e o tambor, 35,7 quilos.
- 2) Calcular o custo horário de um aquecedor que numa hora absorve 4,5 kwh., se 1 kwh custa Cr\$1,50?
- 3) Quanto custaria o funcionamento do aquecedor do problema 2, durante 2,5 horas diárias, num período de 21 dias, se os primeiros 20 kw horas fossem cobrados a Cr\$1,50 por hora e os kw - horas excedentes a Cr\$2,00 por kw/h.
- 4) Um transportador de carvão tem duas polias, ambas de 6cm de circunferência, com transmissão a correia. As polias giram 20 vezes por minuto. Quantos cm por minuto percorre a correia?
- 5) Se uma companhia de luz e força cobrasse da Prefeitura de uma cidade Cr\$14,60 mensais por lâmpada de iluminação pública, e se a iluminação da cidade fosse feita por 1125 lâmpadas, quanto pagaria a Prefeitura anualmente pela iluminação pública?

Problemas aplicados a trabalhos de mecânica

- 1) Se o passo de uma rosca é de 0,125", quanto avança a porca em 6,5 voltas? Dê a resposta em decimais.
- 2) Se o passo for de 0,05", quanto avançará a porca em 36 voltas? Resposta em decimais.
- 3) Se um parafuso tem 12 filêtes, e o passo é de 0,0625", qual é o comprimento da seção útil do parafuso?
- 4) Um pistão de determinado tamanho custa Cr\$200,00. Quanto custará um jogo de pistões para um motor de 6 cilindros?

- 5) Pode-se comprar lona para freio, por Cr\$15,00 o metro. Comprando-se 256m e $\frac{3}{4}$, quanto se terá de pagar?
- 6) Uma firma vendeu 114 automóveis a um preço médio de Cr\$258.595,00 cada. Quanto recebeu por todos os carros?

Problemas aplicados aos trabalhos de agulha

- 1) Ache o custo da confecção de um vestido, se foram comprados: 3 metros de sêda a Cr\$20,70; um par de ombreiras a Cr\$4,20; 2 tubos de retrós a Cr\$1,80; $\frac{3}{4}$ de metro de fita a Cr\$8,00 o metro. O preço do feitio foi de Cr\$160,00.
- 2) A Sra. Silva encomendou um chapéu de palha costurada. Foram gastos na sua confecção: 12 metros de palhação a Cr\$3,50; 2 metros de fita de veludo a Cr\$28,50; 0,60 m de fita gorgorão a Cr\$ 6,00 o metro; linha brilhante para a costura num total de Cr\$3,50. A mão de obra importou em Cr\$18,00 a hora, tendo sido dispendidas cerca de 18 horas. Qual o preço desse chapéu?
- 3) Foram dados a um rapaz Cr\$250,00 para fazer compras. Adquiriu: 50 botões a Cr\$0,50 cada um; 13 metros de fita a Cr\$6,60; 10 peças de sutache a Cr\$14,20 cada uma. Qual foi a quantia gasta?

D) DIVISÃO

Chama-se denominação de um decimal ao número de casas decimais.

1º Caso: Os números têm a mesma denominação.

Regra:

Suprimem-se as vírgulas e efetua-se a divisão como se os mesmos fôsem inteiros.

Observação:

O cociente não muda, quando se multiplica o dividendo e o divisor pelo mesmo número.

Exemplo: $2,3 \div 1,4 = 23 \div 14 = 1,6$

2º Caso: Os números não têm a mesma denominação

Regra: Reduzem-se os números à mesma denominação. Procede-se como no caso anterior.

Exemplo: $2,37 \div 3,4 = 2,37 \div 3,40 = 237 \div 340 = 0,69$

APLICAÇÃO

Um vergalhão de 15,3m de comprimento foi dividido em 9 partes iguais. Qual o comprimento de cada parte?

Solução

O comprimento será: $15,3m \div 9 = 1,7m$

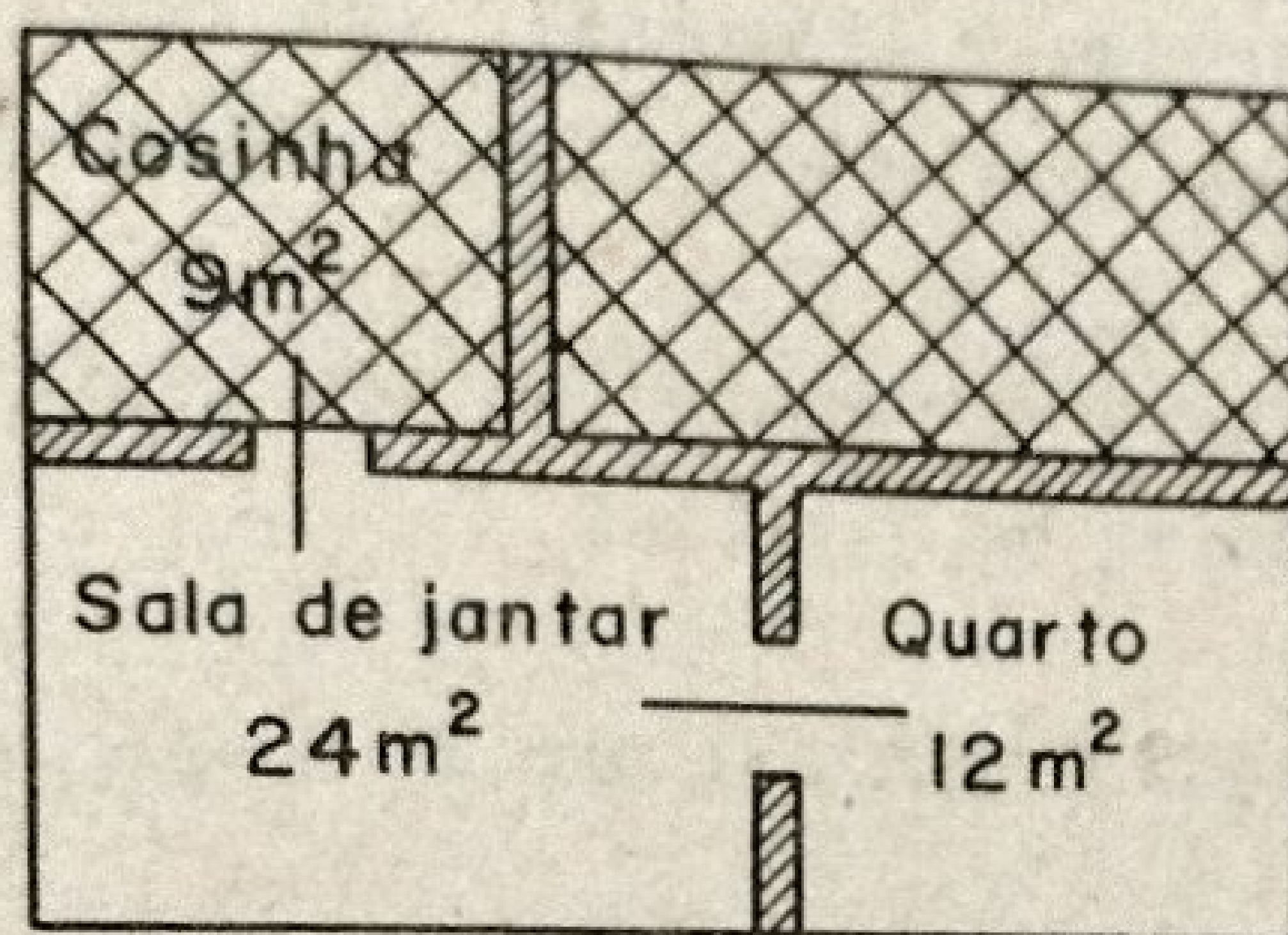
Resultado: 1,7 m

Problemas aplicados a trabalhos gráficos

- 1) Calcula-se que um compositor manual componha uma linha de um determinado tamanho em 0,2 de uma hora. Quantas linhas do mesmo tamanho comporá, em 2,8 horas de trabalho?
- 2) Se uma lata de tinta de meio quilo custa Cr\$30,00, quantas latas da mesma quantidade poderão ser adquiridas com Cr\$660,00?
- 3) Um linotipista compôs 4870 "quadratinos" de 8 pontos em 1 hora e 6 décimos; 6.296, em 1 hora e 8 décimos e 4.280 "quadratinos", em 1 hora e 3 décimos. Qual é a média de "quadratinos" por hora?
- 4) Um aprendiz ganhou Cr\$4050,00 em 13,5 semanas. Quanto ganhou por semana de 6 dias?
- 5) Um linotipista trabalhou 32,2 horas em uma semana e ganhou Cr\$483,90. Qual é o seu salário horário?
- 6) Em certa revista mensal, um romance ocupou 12,4 páginas; 1 página e 75 décimos continham ilustrações. Dê, em fração decimal, a parte ocupada pelas ilustrações.

Problemas aplicados a trabalhos em madeira

- 1) Uma carpintaria tinha 5 carpinteiros. A folha de pagamento de uma semana montou a Cr\$ 2.662,50. Cada carpinteiro trabalhou $35 \frac{1}{2}$ horas. Quanto cada um ganhou por hora?
- 2) A sala de jantar e o quarto da planta abaixo foram assoalhados com tacos de primeira. O taqueador cobrou pela mão de obra Cr\$ 30,00 o m^2 , e Cr\$ 80,00 pelo material. Quanto lhe pagou o dono da casa?



- 3) O chão da cozinha foi coberto com linóleo. A mão de obra e o material ficaram por Cr\$ 80,00 o m^2 . Quanto custou o serviço ao proprietário?

Problemas aplicados a trabalhos de mecânica

- 1) Um homem alugou seu caminhão por Cr\$ 810,00 diários. No fim de 3 décimas partes do dia, o freguês devolveu o caminhão. Quanto terá de pagar?
- 2) Uma caminhonete de entregas cobrava uma taxa de Cr\$ 2,40 sobre os embrulhos, transportados. Tendo o motorista coletado Cr\$ 108,00 de taxa, quantos embrulhos foram transportados pela caminhonete?
- 3) Um mecânico recebeu Cr\$ 720,00 por semana de trabalho (de 6 dias) Quanto ganhou por hora, se cada dia trabalhou 8,2 horas?

- 4) Uma companhia de transporte gastou com seus 12 caminhões, em um ano, Cr\$74.900,00. Qual a despesa dada por um caminhão em uma semana?
- 5) A periferia de um pneumático mede 92,250 pol. Quantas voltas completas dará o pneu em 6.000 pol. de percurso?

Problemas aplicados a trabalhos de eletricidade

- 1) Se 8 lâmpadas requerem uma corrente de 7,76 amperes no circuito, quantos ampères requerem 2 lâmpadas? (As lâmpadas deste circuito são iguais e requerem cada uma o mesmo número de amperes).
- 2) Um fio de 2 metros de comprimento tem uma resistência de 2.56 ohms. Qual será a resistência de 1 metro?
- 3) Um eletricista recebeu Cr\$960,00 por 48 horas de trabalho. Quanto ganhou por hora?
- 4) Um painel de distribuição de 32 cm de largura deve ter 7 furos uniformemente distanciados. A distância entre os bordos do painel e os bordos dos furos externos (o 1º e o último) deve ser igual à distância entre os furos intermediários. Que distância devem guardar os furos entre si?
- 5) Se 3 circuitos de iluminação de 112.5 volts tivessem 12 lâmpadas em série, qual seria a voltagem em cada lâmpada?

6 - NÚMEROS DECIMAIS PERIÓDICOS

Dízimas periódicas são decimais que têm certo número de algarismos que se reproduzem na mesma ordem e indefinidamente. Os algarismos que se repetem formam o período.

Exemplo: 0,543543...

O período é 543.

As dízimas periódicas podem ser:

a) simples: quando o período começa imediatamente depois da vírgula
Exemplo: 0,1717...

b) composta: quando entre a vírgula e o primeiro algarismo do período há uma parte não periódica. Exemplo: 0,34555...

7 - CONVERSÃO DE FRAÇÕES

a) Ordinárias em números decimais.

Regra: Divide-se o numerador pelo denominador.

Exemplo: $\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0,75$

Observações: Nesta operação, podem surgir dízimas periódicas ou decimais finitas. Se o denominador da fração por converter contiver somente o fator 2 ou 5, ou ambos, o número decimal encontrado será exato.

Exemplo: $\frac{3}{20} = 0,15$

Se o denominador não contiver os fatores 2 ou 5, o número decimal encontrado será uma dízima periódica simples.

Exemplo: $\frac{2}{9} = 0,222...$

Finalmente, se o denominador contiver os fatores 2 ou 5 e ainda outros fatores encontrar-se-á uma dízima periódica composta.

Exemplo: $\frac{5}{6} = 0,8333...$

b) Conversão de frações decimais em frações ordinárias

Regra: O numerador será a parte inteira seguida da parte decimal, e o denominador a unidade seguida de tantos zeros quantos forem os algarismos da parte decimal.

Exemplo: $0,175 = \frac{175}{1000}$

$$2,175 = \frac{2175}{1000}$$

c) Cálculo das geratrizes de dízimas periódicas

1º Caso: A dízima periódica é simples

Regra: O numerador será um dos períodos, e o denominador será formado por tantos noves quantos forem os algarismos do período.

Exemplo: $0,7373\dots = \frac{73}{99}$

2º Caso: A dízima periódica é composta.

Regra: O numerador será a parte não-periódica seguida de um dos períodos menos a parte não-periódica. O denominador será formado por tantos noves, quantos são os algarismos do período, seguido de tantos zeros quantos forem os algarismos da parte não-periódica.

Exemplo: $0,73131\dots = \frac{731 - 7}{990} = \frac{724}{990}$

Exercícios:

1) Converter em decimais:

a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{4}{5}$; d) $\frac{3}{8}$; e) $\frac{2}{3}$; f) $\frac{2}{9}$; g) $\frac{2}{15}$

2) Converter em fração ordinária:

a) 0,34; b) 0,75; c) 0,50; d) 0,125.

3) Determinar as geratrizes das periódicas simples:

a) 0,666... ; b) 0,7575... ; c) 2,412412...

4) Determinar as geratrizes das periódicas compostas:

a) 0,73434... ; b) 0,31444... ; c) 2,14343...

METROLOGIA

1 - NOÇÃO DE MEDIÇÃO DIRETA E INDIRETA

Medir uma grandeza é compará-la com a respectiva unidade. Assim, medir o comprimento de uma peça é comparar o comprimento da peça com a unidade de comprimento.

Tôda medida é feita com certo erro. A prática tolera um erro possível de ser determinado.

A medição pode ser direta, quando a unidade é aplicada sobre a grandeza. Ex.: quando se mede o comprimento de uma sala, realiza-se uma medida direta; indireta, em caso contrário. Ex: a medição da altura de um morro é indireta.

2 - UNIDADE LEGAL DE COMPRIMENTO: METRO

| Grandeza | Unidade | Múltiplos e submúltiplos | | |
|-------------|---------|--------------------------|----------|---------|
| | | Nomes | Símbolos | Valores |
| Comprimento | Metro | Quilômetro | km | 1000 m |
| | | Hectômetro | hm | 100 m |
| | | Decâmetro | dam | 10 m |
| | | Metro | m | 1 m |
| | | Decímetro | dm | 0,1 m |
| | | Centímetro | cm | 0,01 m |
| | | Milímetro | mm | 0,001 m |

a) Mudança de unidade

Regra:

Para se passar de uma unidade a outra imediatamente inferior, multiplica-se por 10 o valor dado; para uma imediatamente superior, divide-se por 10 o número dado, isto é, desloca-se a vírgula para a direita ou para esquerda, conforme o caso.

Exemplo: $17,35 \text{ m} = 173,5 \text{ dm}$
 $7,43 \text{ m} = 0,743 \text{ dam}$

b) Medidas efetivas

São as de uso comum. Ficam sujeitas a aferições periódicas (decreto 4257). São as seguintes: meio dam, dam, duplo dam, m, meio m, dm, duplo dm.

c) Instrumento de medida

Os mais usuais são o metro articulado, trena, régua, escalas de aço, calibre (paquímetro), micrômetro.

3 - A POLEGADA

a) A polegada, uma das unidades inglesas de comprimento, é correntemente usada no Brasil. É representada simbolicamente por ". A relação que há entre a polegada e a unidade de comprimento do sistema legal brasileiro é $1" = 25,4 \text{ mm}$.

b) Conversão de polegadas a unidades legais brasileiras.

Regra: Multiplica-se por 25,4 mm o número de polegadas dado.

Exemplo: $3" = 25,4 \text{ mm} \times 3 = 76,2 \text{ mm}$

c) Conversão de grandeza do sistema legal brasileiro a polegadas.

Regra: Reduz-se a grandeza dada a mm e divide-se o resultado por 25,4.

Exemplo: $8,225 \text{ cm} = 82,55 \text{ mm}$
 $82,55 \text{ mm} \div 25,4 \text{ mm} = 3 \frac{1''}{4}$

APLICAÇÃO

Calcular o preço da polegada de ferro vergalhão, sabendo-se que o metro do material custa Cr\$15,72.

Solução:

$$1 \text{ m} = 1000 \text{ mm}$$

$$1000 \text{ mm} \div 25,4 \text{ mm} = 39 \frac{3''}{10}$$

O preço da polegada será

$$\text{Cr}\$15,72 \div 39 \frac{3}{10} = \text{Cr}\$0,40$$

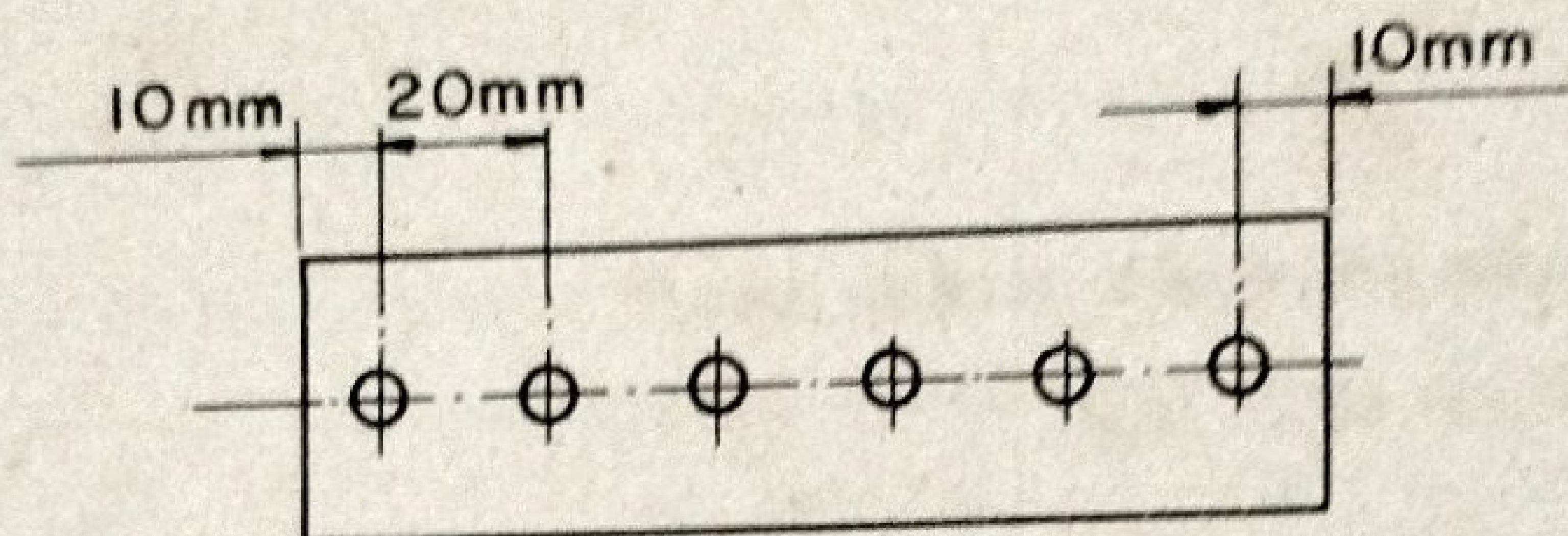
Resultado: Cr\$0,40

EXERCÍCIOS

- 1) Converter 35,75 m: a) dm; b) cm; c) mm.
- 2) Converter 3,83 dm; a) m; b) dam; c) km.
- 3) Converter em polegadas:
 - a) 4,318 dm
 - b) 0,6604 m
 - c) 88,9 mm
- 4) Converter em m, dm, cm.
 - a) 3''
 - b) $4 \frac{1''}{2}$
 - c) $3 \frac{3''}{4}$

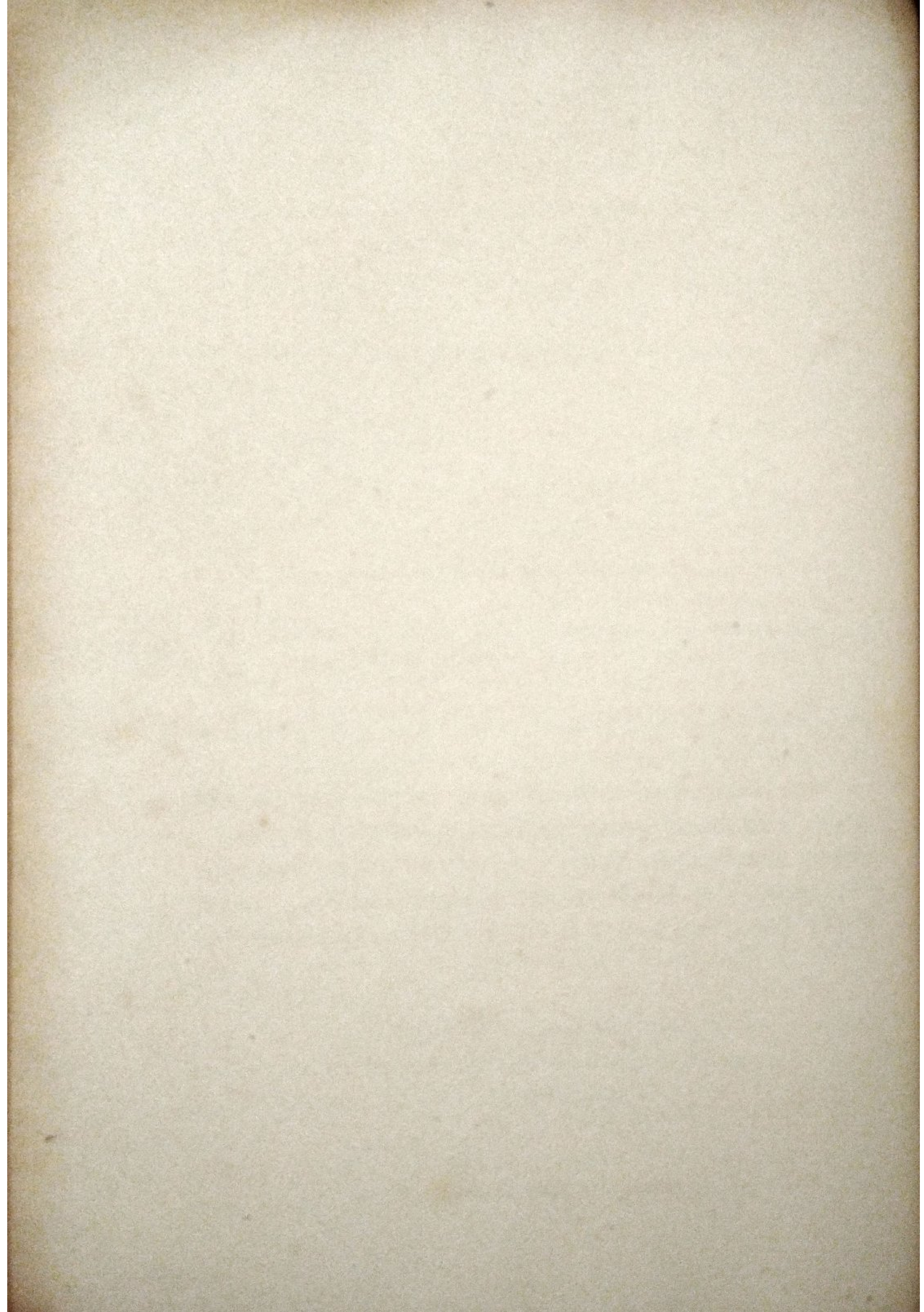
Problemas

- 1) Calcular a despesa com o seguinte material: 37 dm de cano, a Cr#1,60 o m; Cr#25,20 o m; 8,73 m de fio de cobre, a Cr#1,60 o m.
- 2) Quantos parafusos com 37 m podem ser cortados de 2,35 m de material. A perda por parafuso é de 1 mm.
- 3) Qual a dimensão em mm da cabeça de um rebite de $\frac{15}{16}$ "
- 4) Calcule o comprimento da chapa abaixo com as dimensões dadas no desenho.



- 5) Quantos milímetros mede a parte filetada de um parafuso cujo passo é $\frac{1}{8}$ " e tem 25 filêtes.
- 6) Quantos metros de lã de 90cm de largura, serão necessários para uma saia com pregas profundas a toda a roda, de 5 cm, medindo na linha dos quadrís 90 cm, e devendo ter 60 cm de comprimento?
- 7) Quanto material será necessário para um vestido fantasia, se o tecido medir 1 metro de largura e o vestido exigir para o corpinho 90 cm. A saia constituída de 6 pregas armadas de 15 cm, é feita em forma de sino, medindo a primeira prega 90 cm de circunferência; a segunda 1,10m; a terceira 1,40m; a quarta 1,80m; a quinta 2,20m e a última 2,60m ?
- 8) Quanto material de tafetá será necessário para o enfeite armado de um chapéu "toque" constituído de um tope feito de uma prega franzida de 20cm medindo 1,20 m de comprimento?
- 9) Desejando encurtar uma saia de 90 cm para 75 cm. por meio de uma prega, pergunta-se qual deverá ser a largura dessa prega?

NOTAS DE AULA



LINHAS E ÂNGULOS

1 - PRELIMINARES

Corpo é tudo que ocupa um lugar no espaço. Os corpos assumem as mais variadas formas.

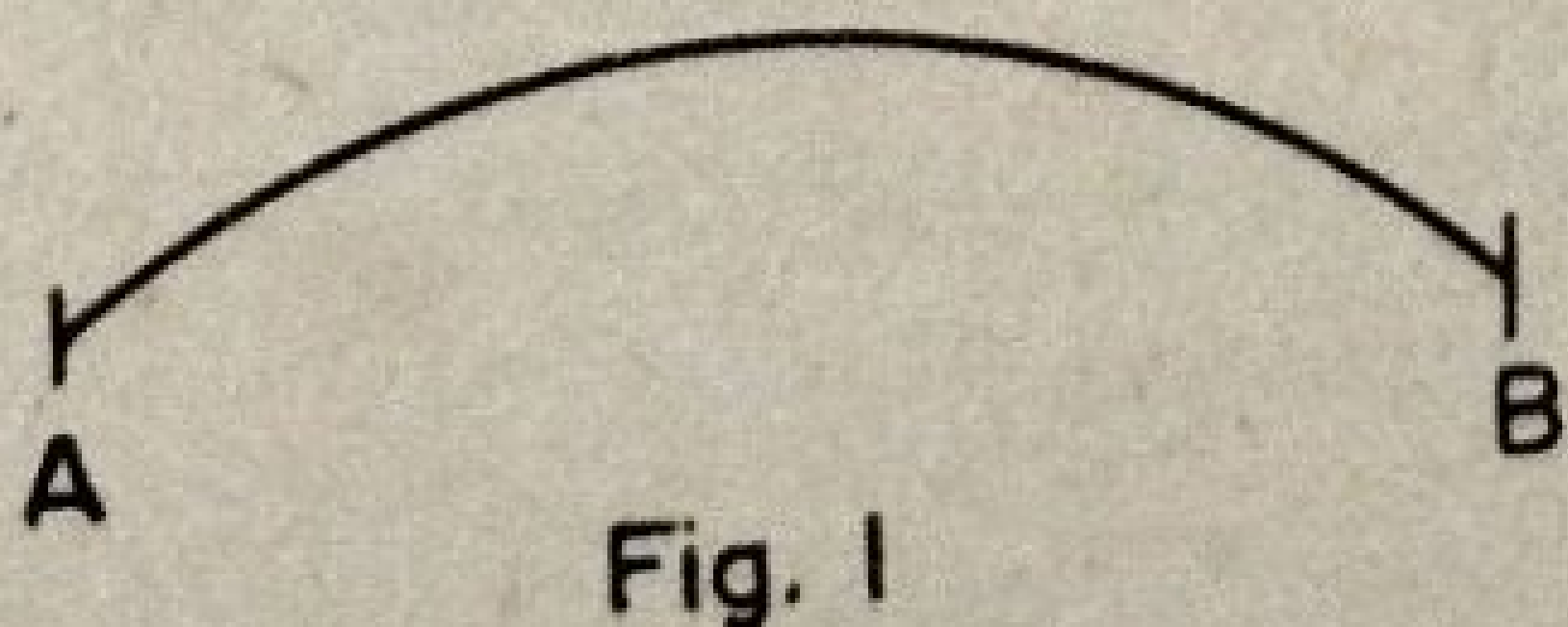
Destas, algumas são bem definidas e, por isso, chamadas formas geométricas: paralelepípedo, cubo, etc.

Volume do corpo é a porção de espaço que êle ocupa.

Superfície de um corpo é a sua parte comum a duas regiões contíguas do espaço.

As superfícies são limitadas por linhas. O volume tem três dimensões: comprimento, largura e altura; a superfície tem duas dimensões: comprimento e largura; a linha tem apenas o comprimento.

Linha é o que resulta do deslocamento do ponto no plano ou no espaço. Assim, se o ponto A se deslocar dará origem à linha A B (fig.1).



Ponto é a interseção de duas linhas.

Linha reta: é a gerada por um ponto que se desloca sempre na mesma direção (fig.2). Para se ter uma idéia concreta de uma linha reta, basta que se estique um fio muito fino. Uma reta é designada por duas letras colocadas em suas extremidades, conforme se vê na Fig.2. Quando a reta é orientada, isto é, quando é percorrida num sentido determinado, as letras que a determinam devem ser encimadas por um traço horizontal. Assim \overline{AB} significa que a reta foi percorrida de A para B.

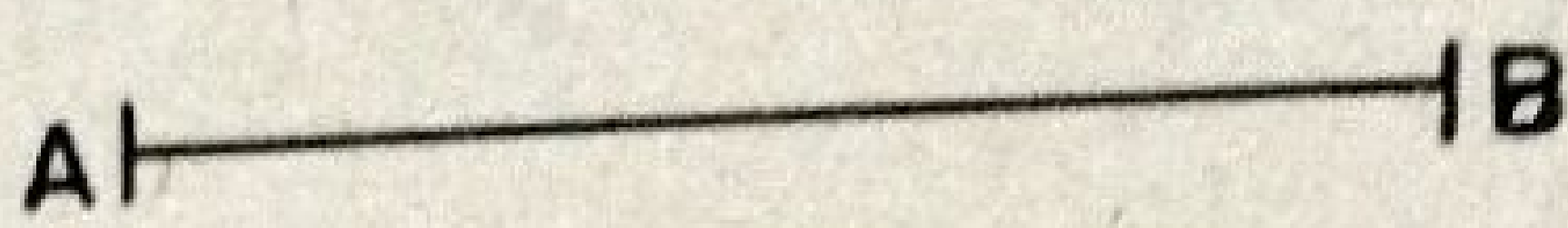


Fig. 2

Semi-reta: Seja o ponto O no espaço (fig. 3). Se, a partir dêle se traçar uma reta qualquer ilimitada, obtém-se uma semi-reta. Ela é limitada numa extremidade pelo ponto O e ilimitada a partir dêle. Se numa reta indefinida qualquer, fôr marcado um ponto arbitrariamente, êle a divide em duas semi-retas: uma a partir de O para a esquerda e outra a partir de O para a direita (fig. 4).

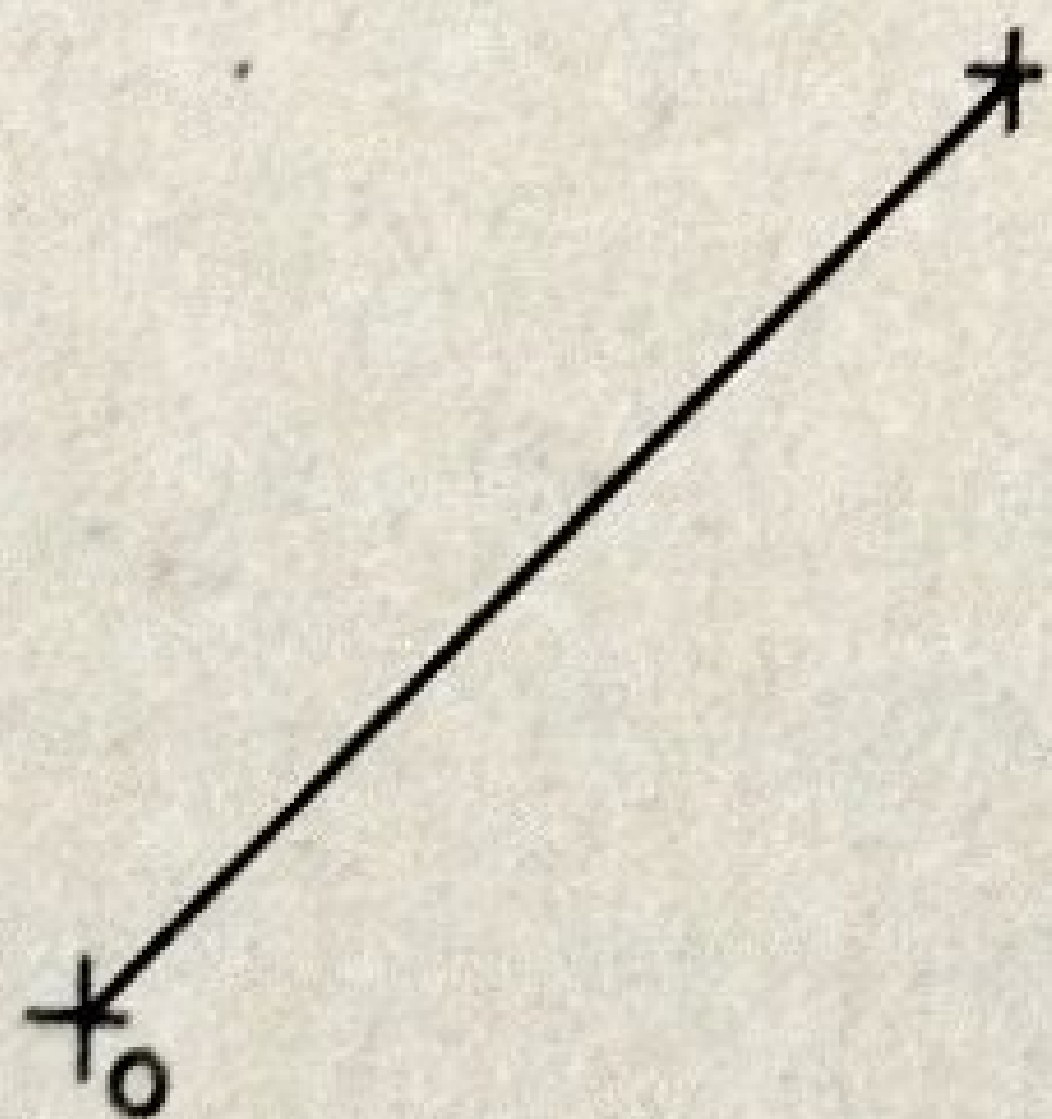


Fig. 3

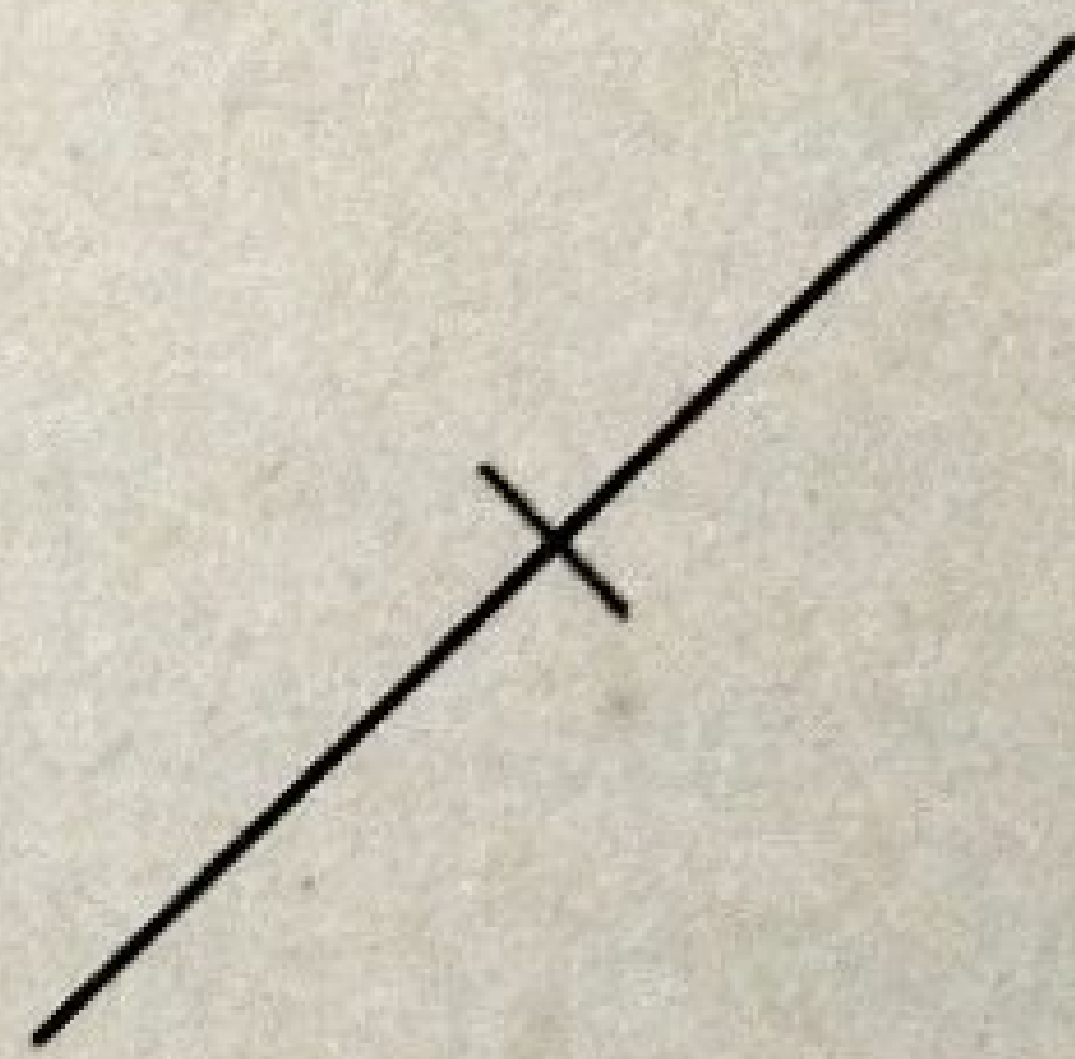


Fig. 4

Segmento da reta: É a parte de uma reta compreendida entre dois pontos. Ex: AB - Fig. 5. A reta que contém o segmento é o seu suporte ou eixo. Se o segmento é orientado de A para B, o ponto A é a origem e o ponto B a extremidade.

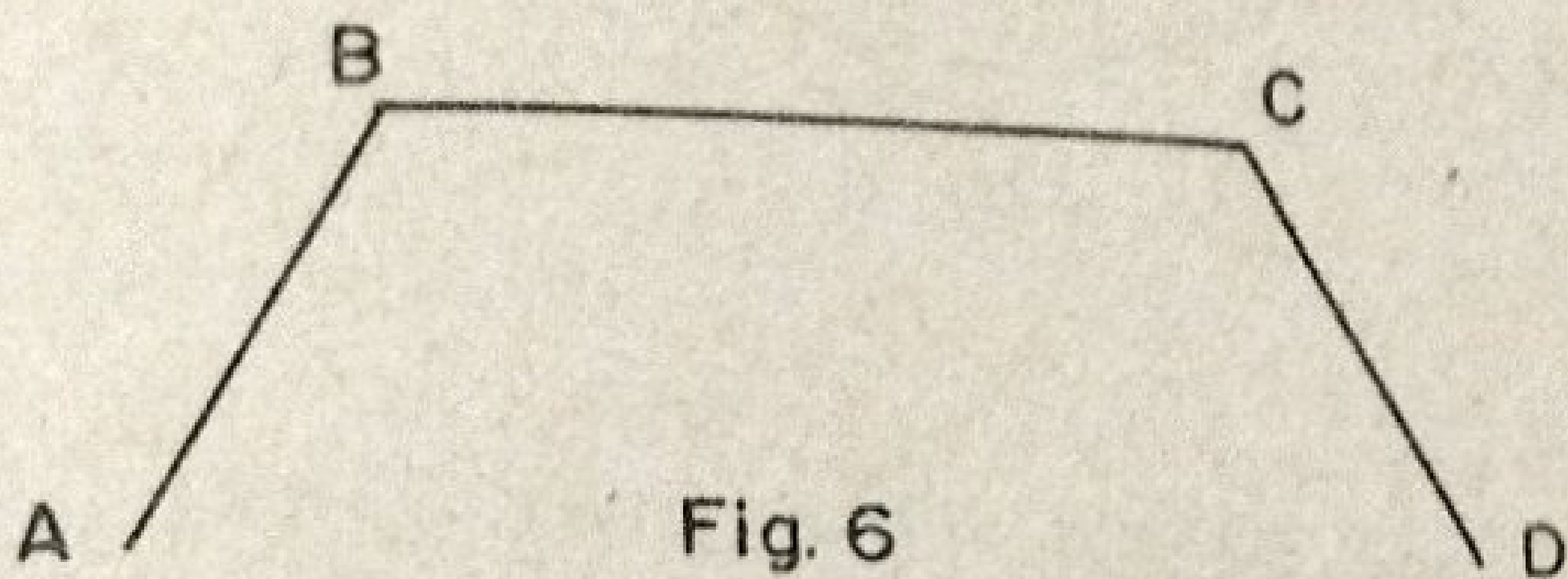


Fig 5

Em resumo:

- 1^o) A reta é ilimitada nos dois sentidos.
- 2^o) A semi-reta é limitada por um ponto e ilimitada a partir dele.
- 3^o) O segmento de reta é limitado por sua origem e sua extremidade.

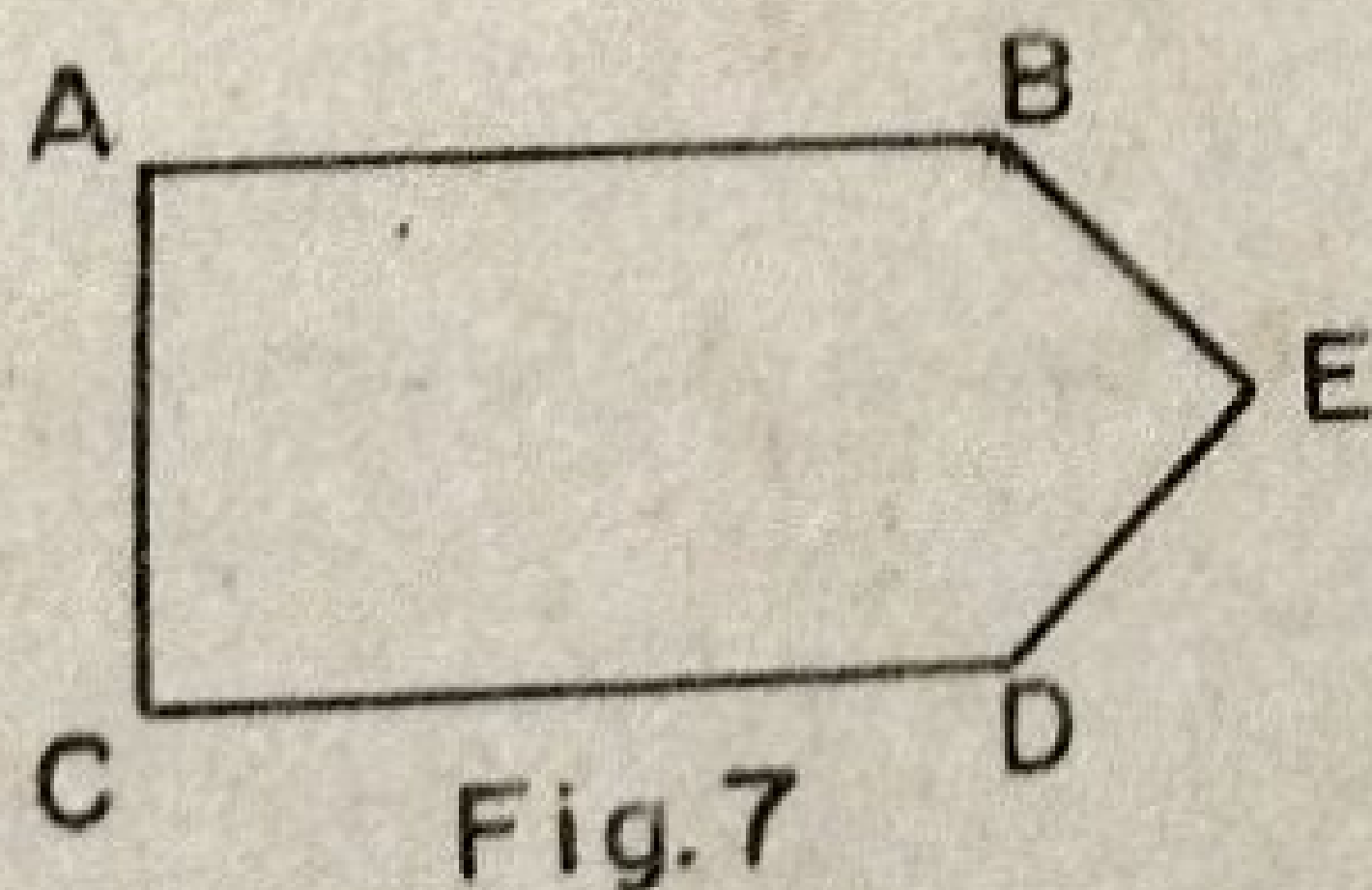
Linha quebrada ou linha poligonal aberta é a linha formada por segmentos consecutivos não-colineares.



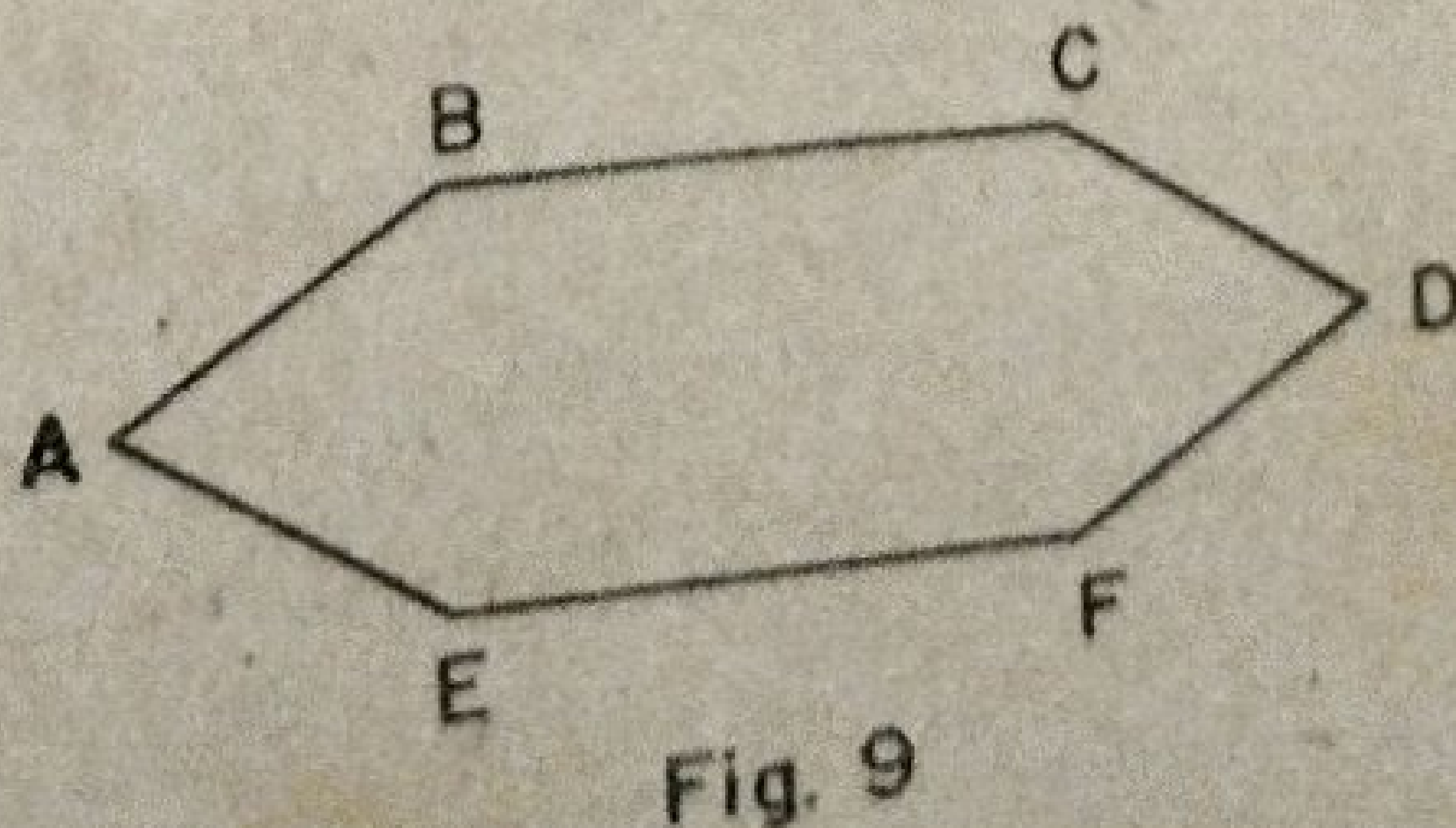
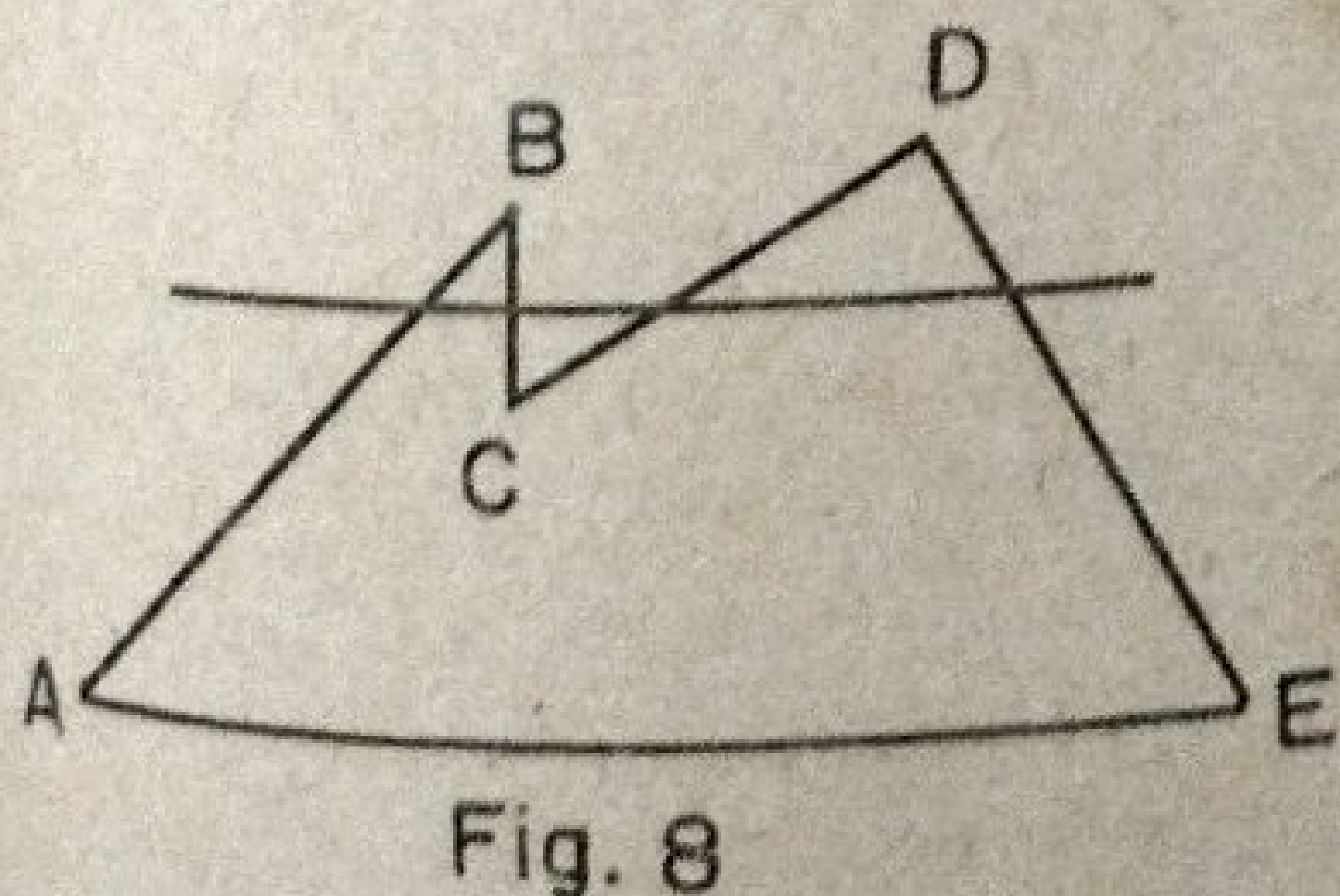
Os segmentos \overline{AB} , \overline{BC} são os dois lados da poligonal.

Perímetro da poligonal é a soma dos números que medem seus lados.

Poligonal fechada ou polígono é aquela cuja origem do 1^o lado coincide com a extremidade do último (fig. 7).



A poligonal poderá ser côncava (fig. 8) ou convexa (fig. 9), conforme uma reta a corte em 2 ou mais de dois pontos.



Linha curva: É a que não é reta em nenhuma de suas partes (fig. 10).

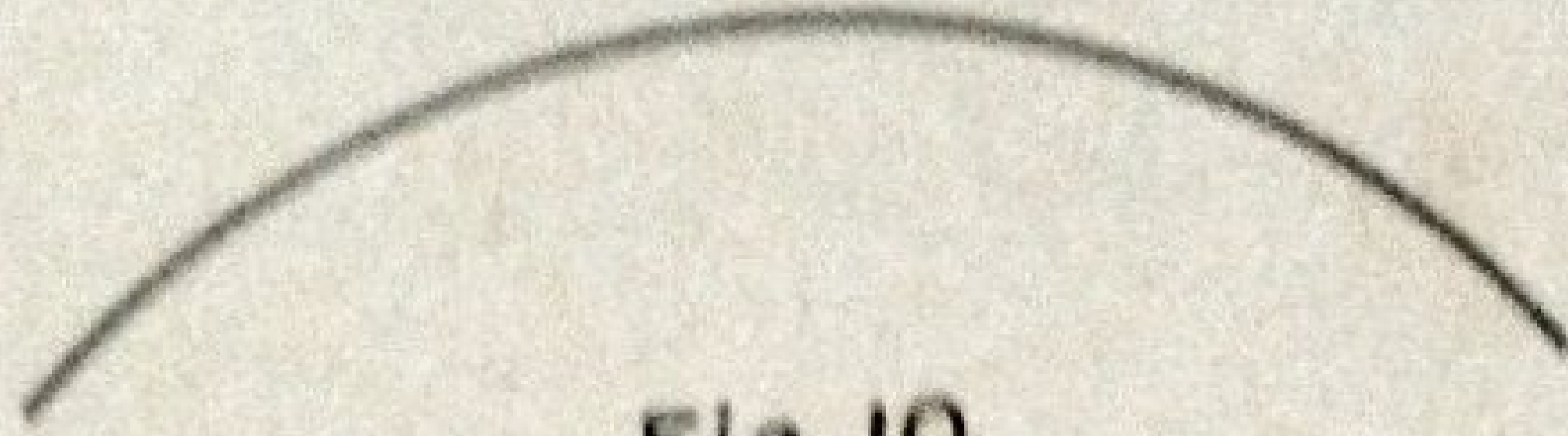


Fig. 10

Linha mista: É a formada por linhas retas e curvas. (fig. 11).

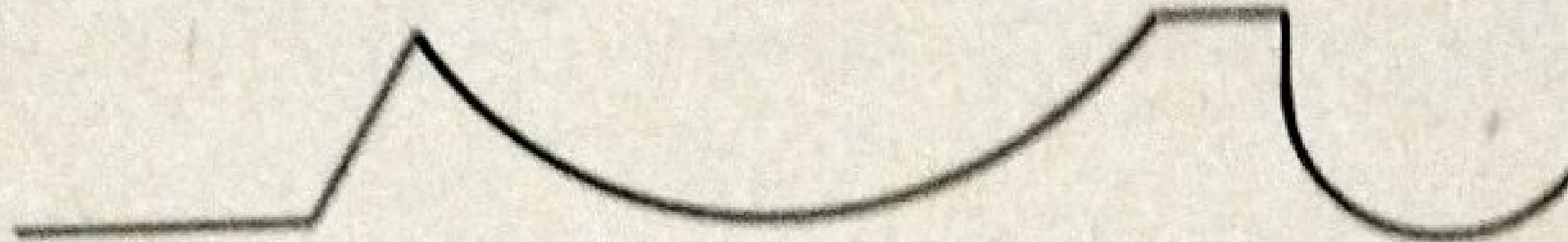


Fig. 11

Distância entre dois pontos: É a menor distância que há entre eles é o segmento de reta que os une. Assim d é a distância entre os pontos P e P_1 (fig. 12).

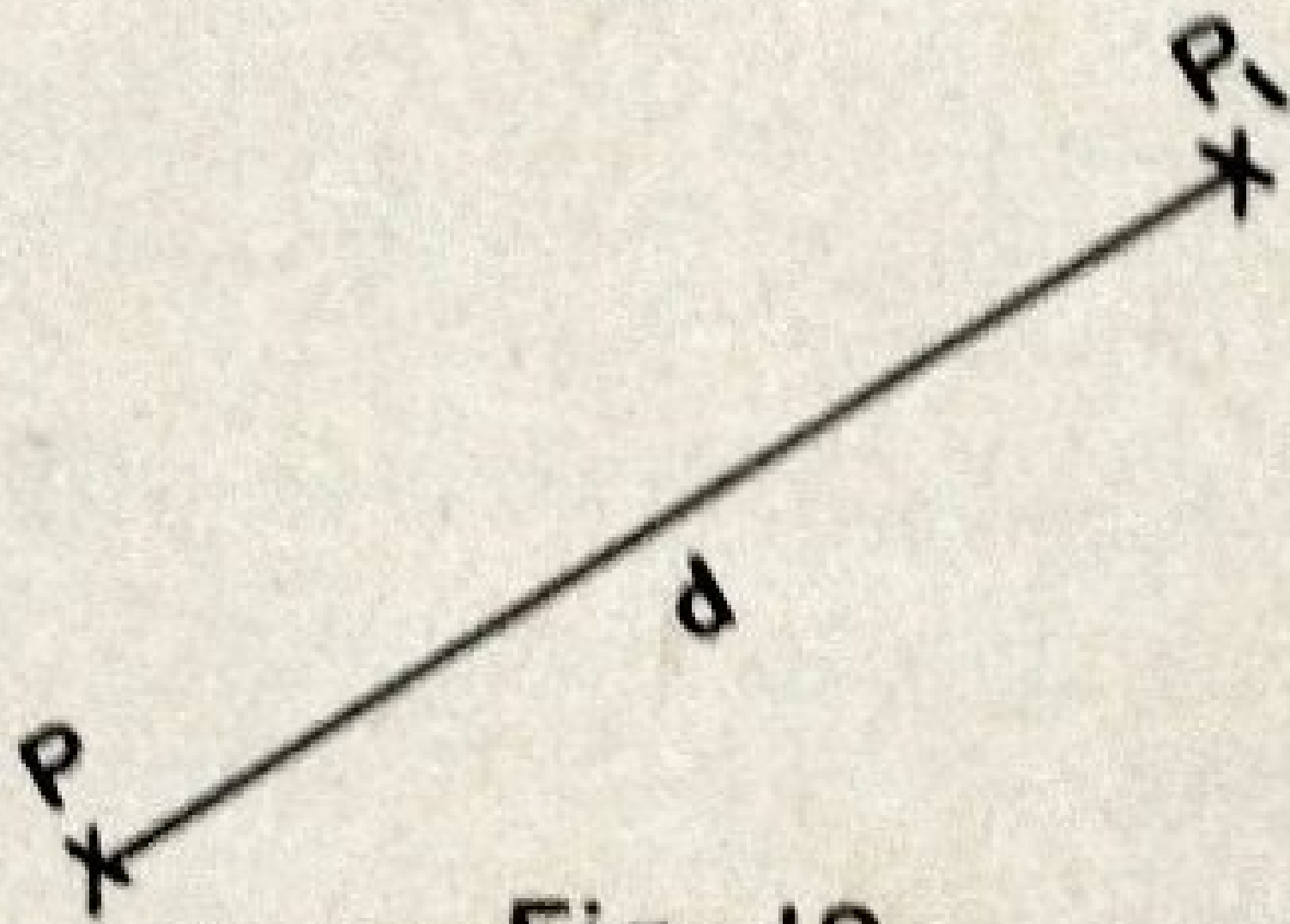


Fig. 12

Vertical: É a reta que tem a direção do fio de prumo (fig. 13).



Fig. 13

Horizontal: É a reta que tem a direção das águas tranquilas em pequena quantidade (fig. 14).

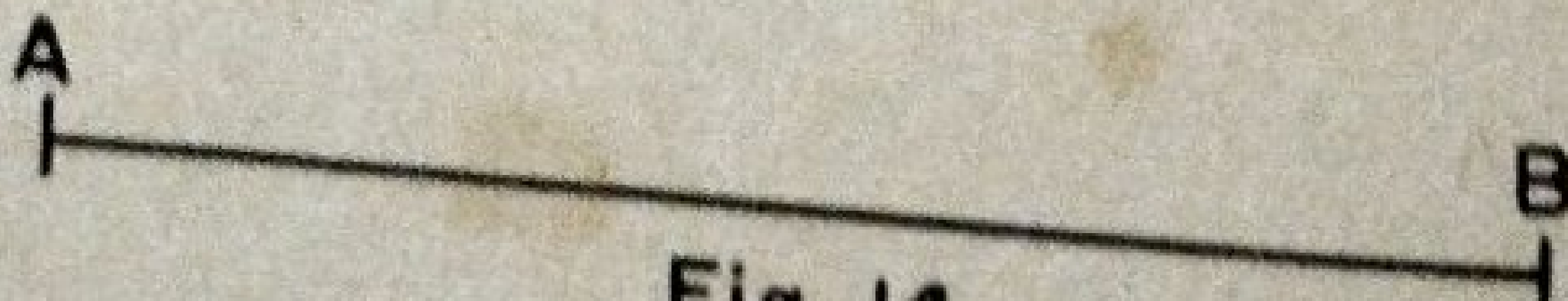


Fig. 14

Inclinada: é a reta que não é horizontal nem vertical (fig. 15).

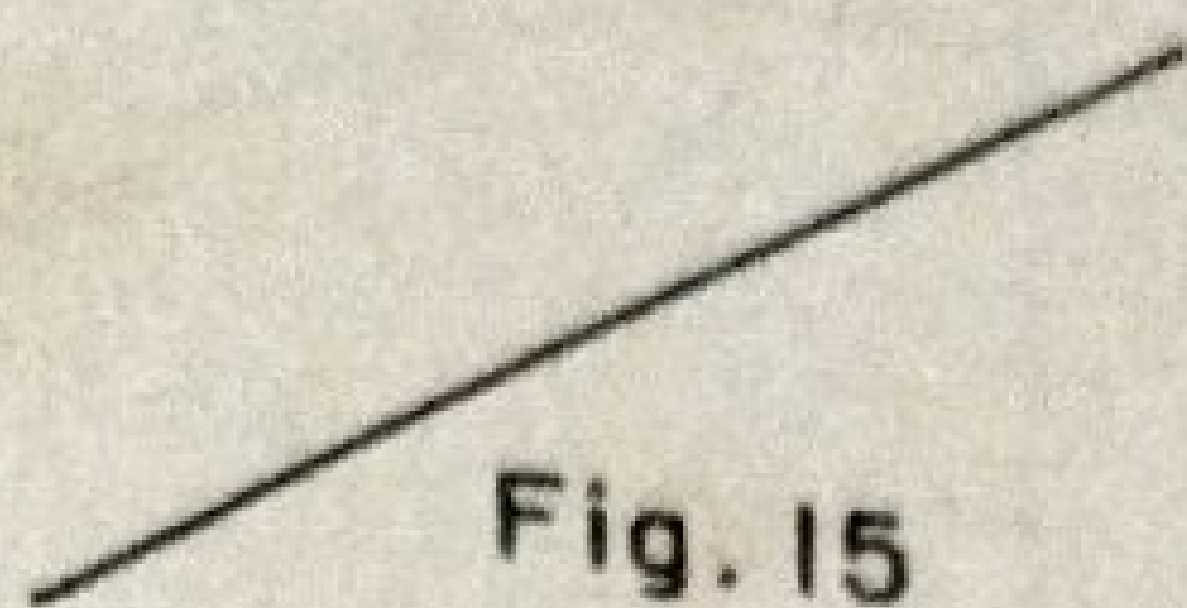


Fig. 15

2 - POSIÇÃO RELATIVA DE DUAS RETAS

As linhas retas podem ser:

- a) paralelas
- b) concorrentes

São paralelas quando não podem ter ponto comum. (fig. 16).

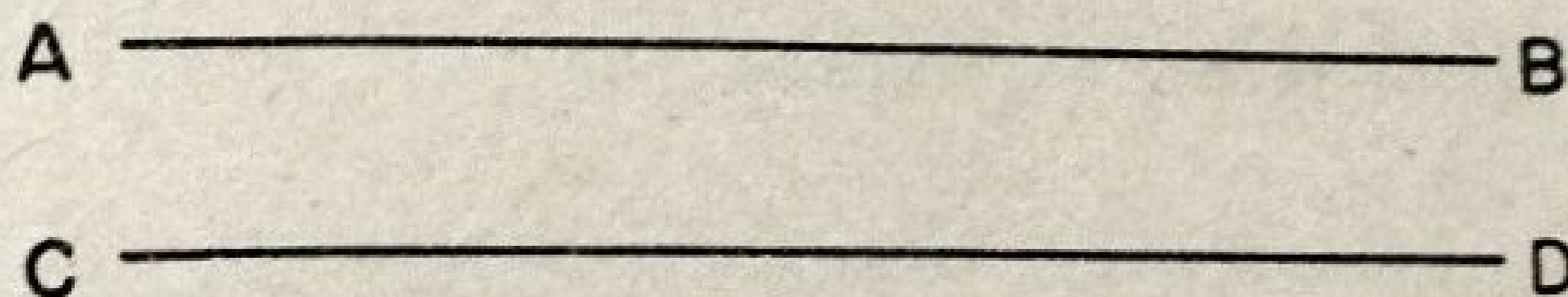


Fig. 16

Os segmentos de reta AB e CD são paralelos.

São concorrentes quando podem ter um ponto comum (fig. 17).

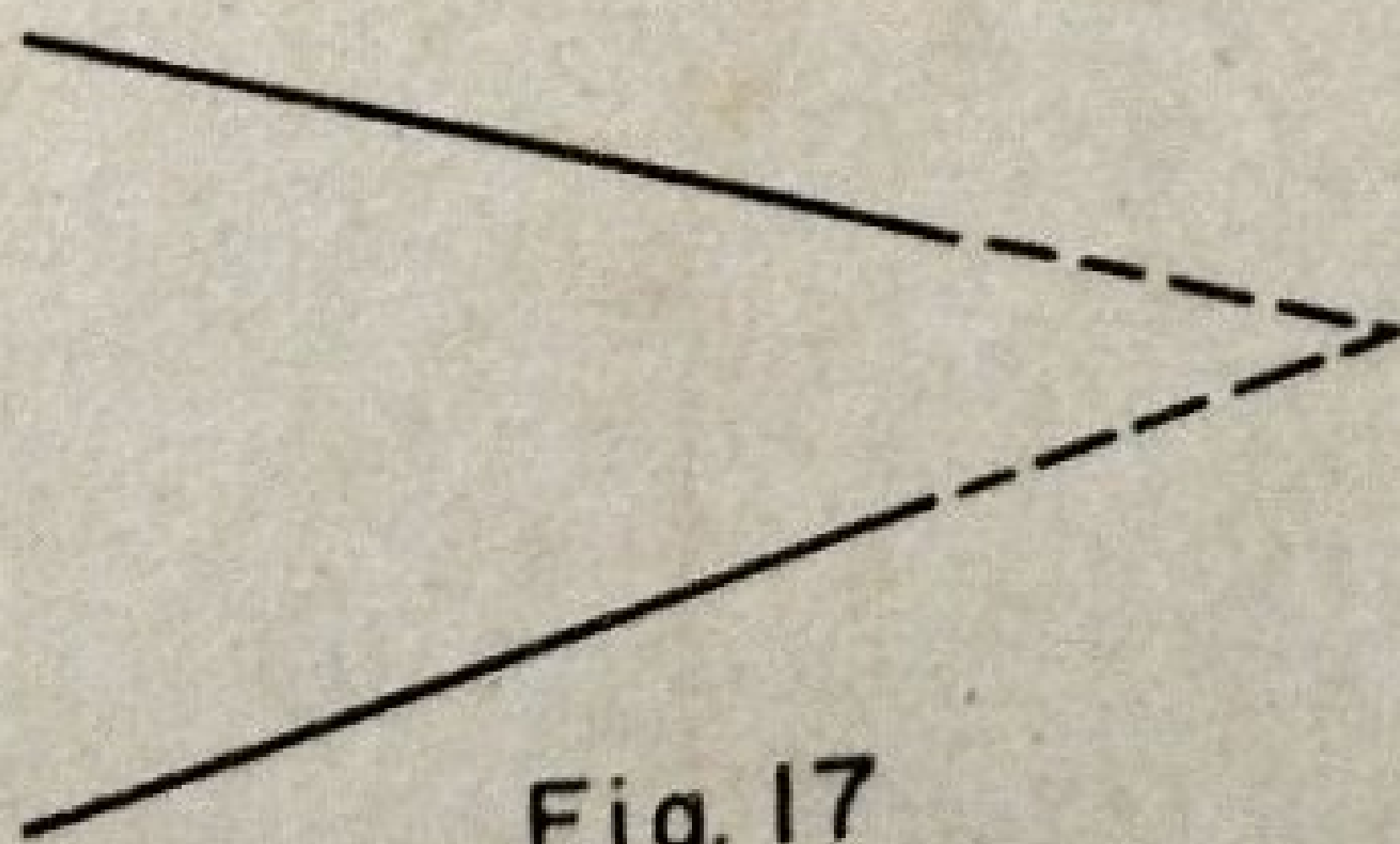


Fig. 17

Duas retas concorrentes podem ser:

- a) perpendiculares
- b) oblíquas

são perpendiculares quando formam entre si ângulos iguais (fig. 18)

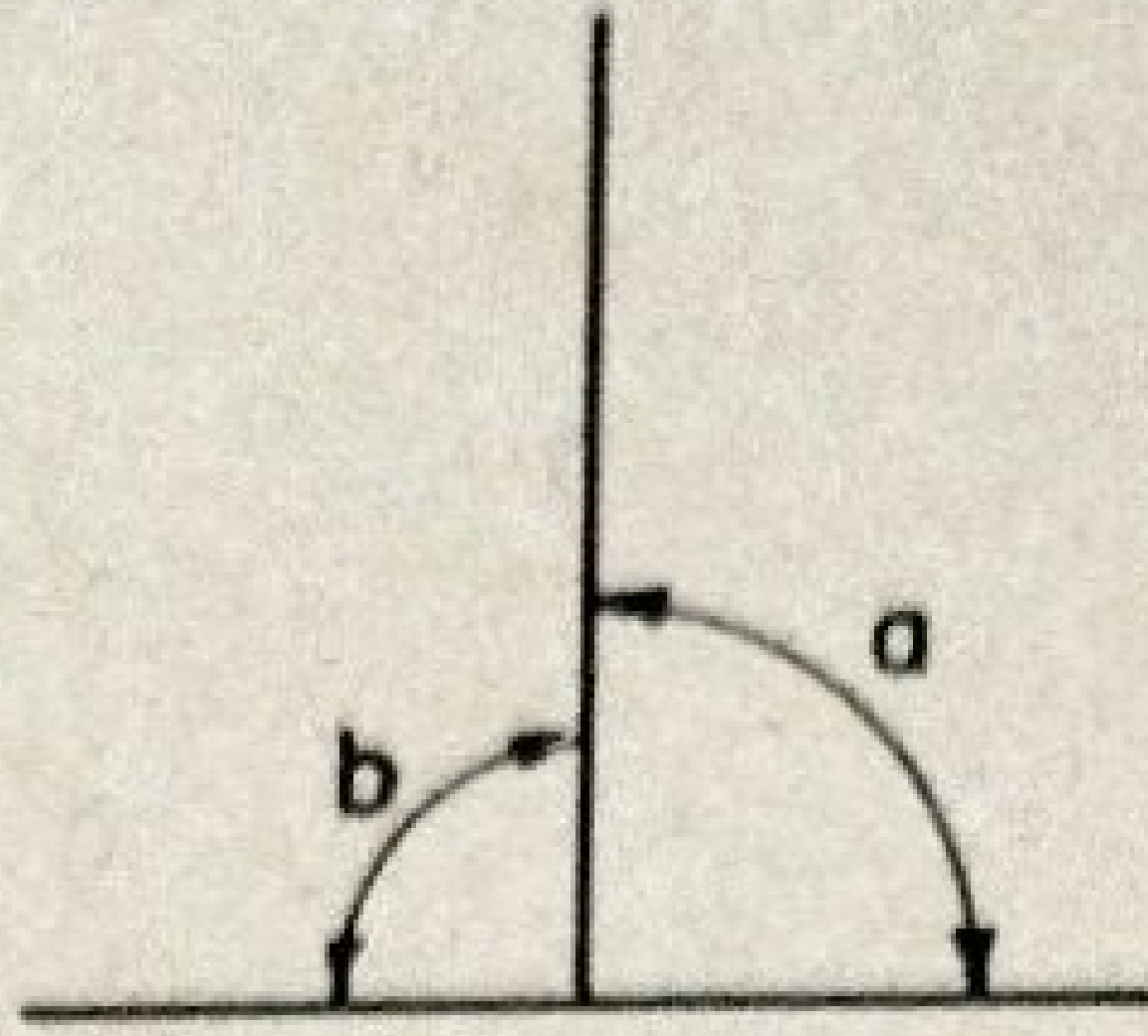


Fig. 18

O ângulo \hat{a} é igual ao ângulo \hat{b} .

São oblíquas em caso contrário (fig. 19).

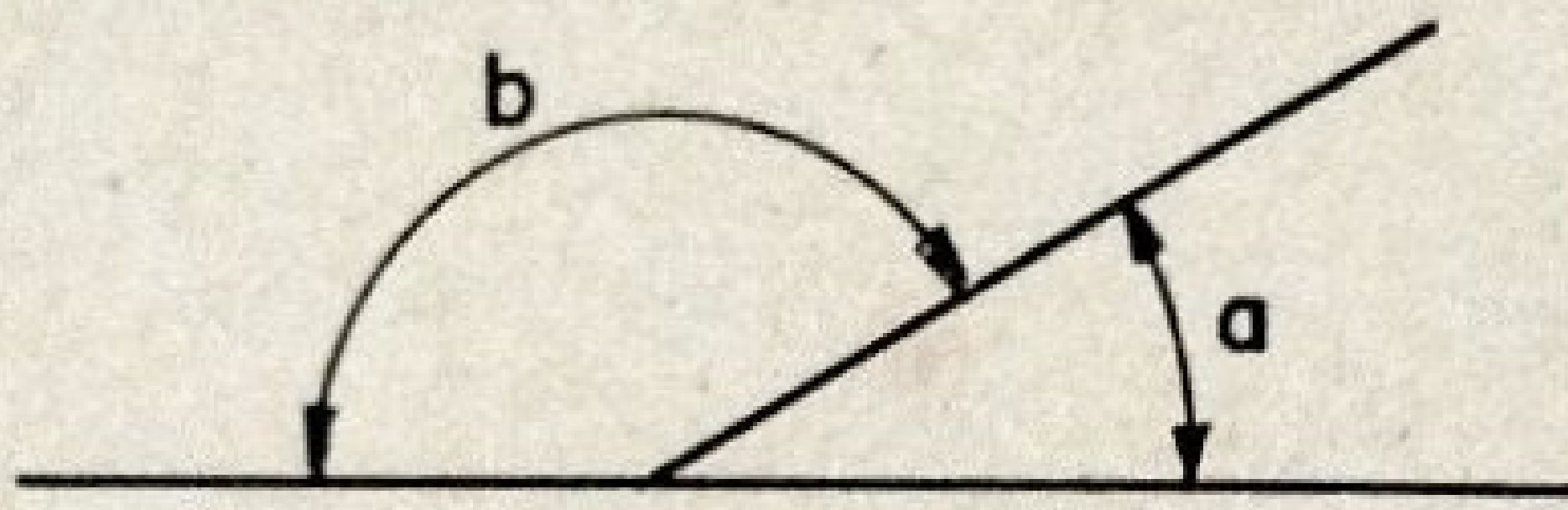


Fig. 19

O ângulo \hat{a} é diferente do ângulo \hat{b} .

3 - ÂNGULOS

Ângulo é a figura formada por duas semi-retas que partem de um mesmo ponto. Estas duas semi-retas são os lados do ângulo, e sua origem comum é o vértice do ângulo. Na fig. 20, \overline{OA} , e \overline{OB} são os lados; O é o vértice.

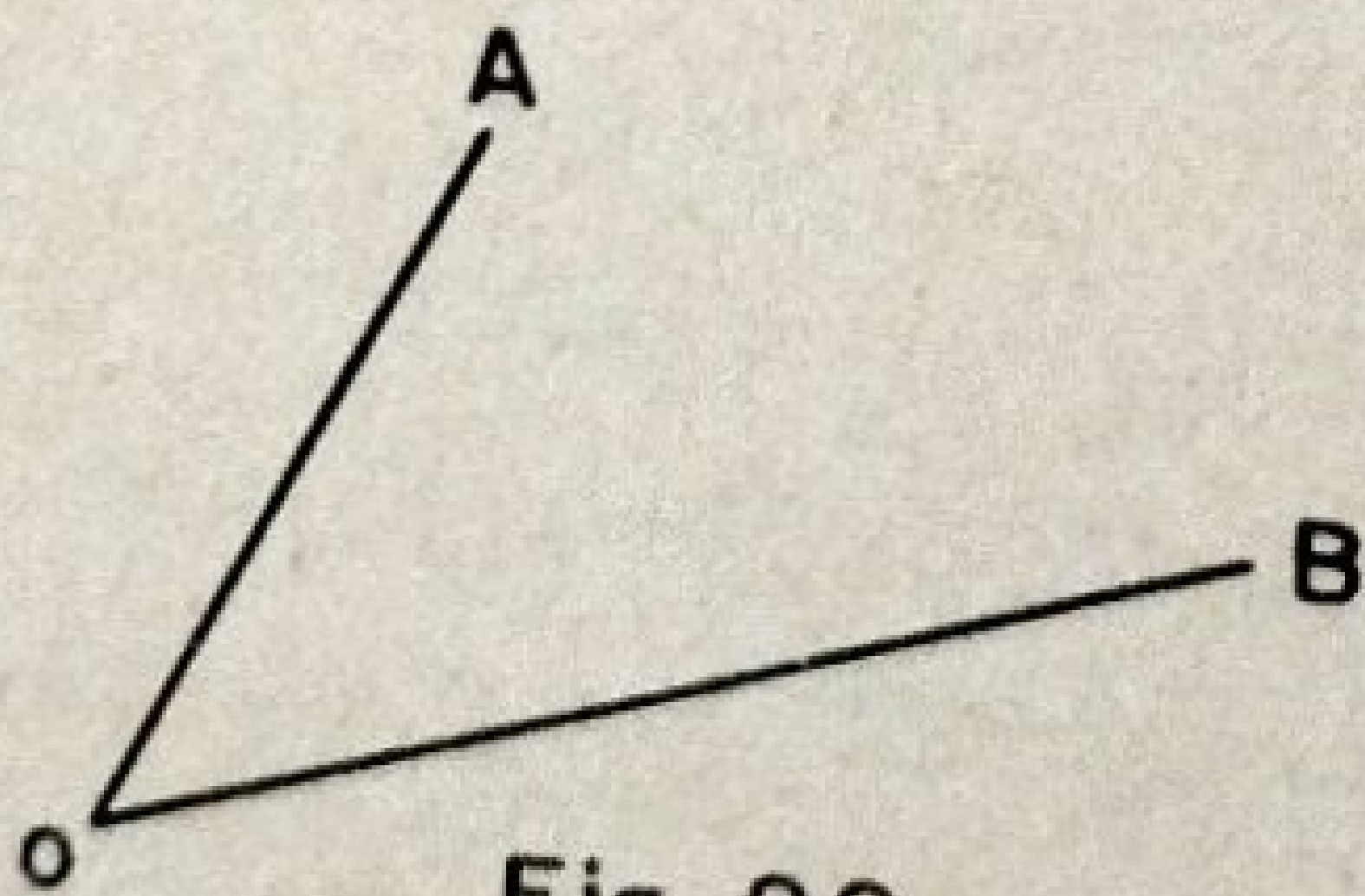


Fig. 20

Desde que não haja motivos para dúvidas, lê-se o ângulo pela letra de seu vértice, em caso contrário há necessidade da leitura das três letras.

Assim: ângulo \hat{O} ou \overline{AOB} (fig. 20).

Quando há vários ângulos de mesmo vértice, aplica-se o segundo processo de leitura.

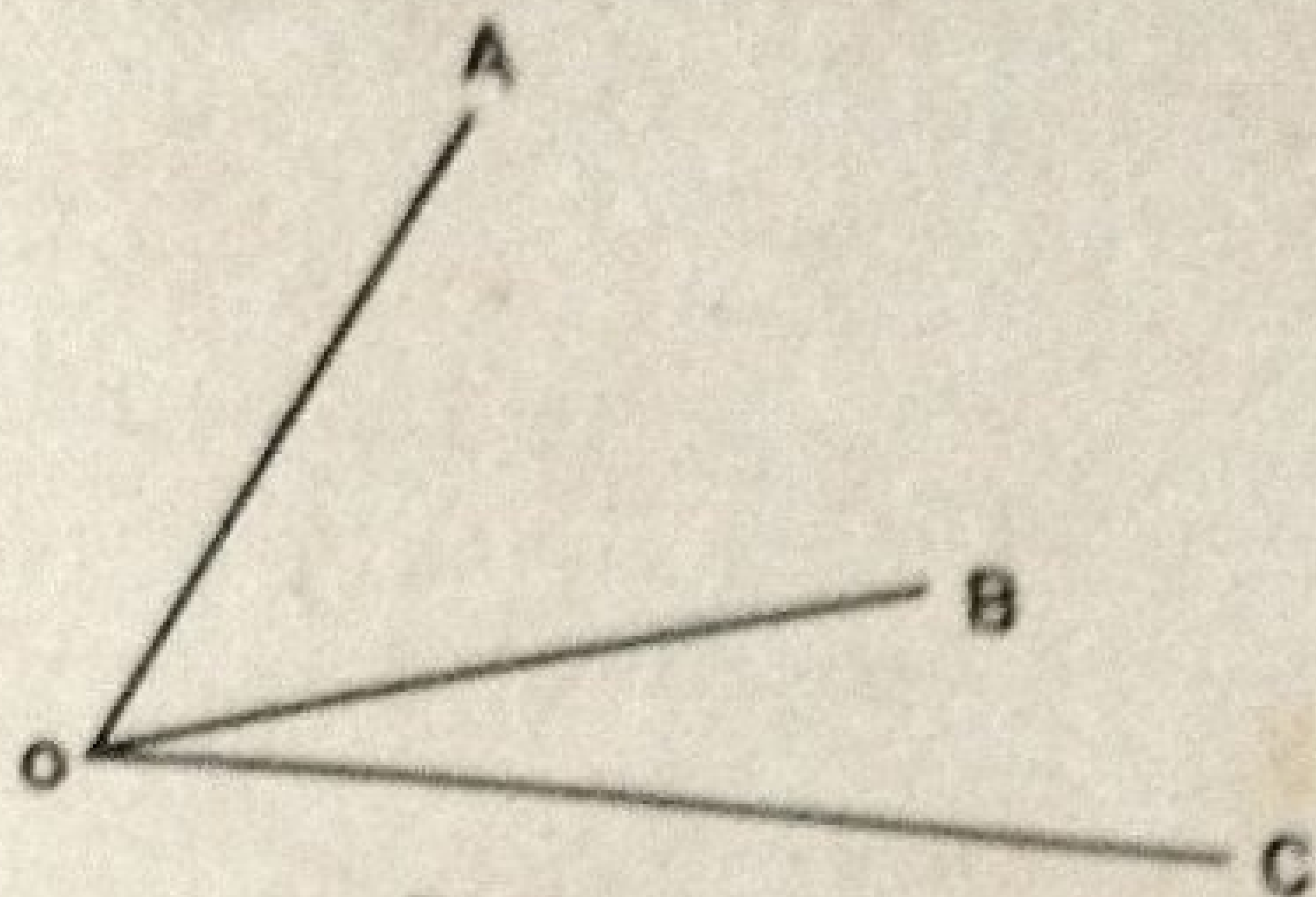


Fig. 21

Ângulos \widehat{AOB} ; \widehat{BOC} (fig. 21). A letra do vértice deve ficar sempre entre as outras duas.

A grandeza de um ângulo não depende do comprimento de seus lados e sim da abertura.

Ângulos iguais: são os que coincidem por superposição.

Ângulo de dois segmentos: é o ângulo formado pelas retas que contêm os dois segmentos. Assim o ângulo dos segmentos \overline{CD} e \overline{AB} é o ângulo θ (fig. 22).

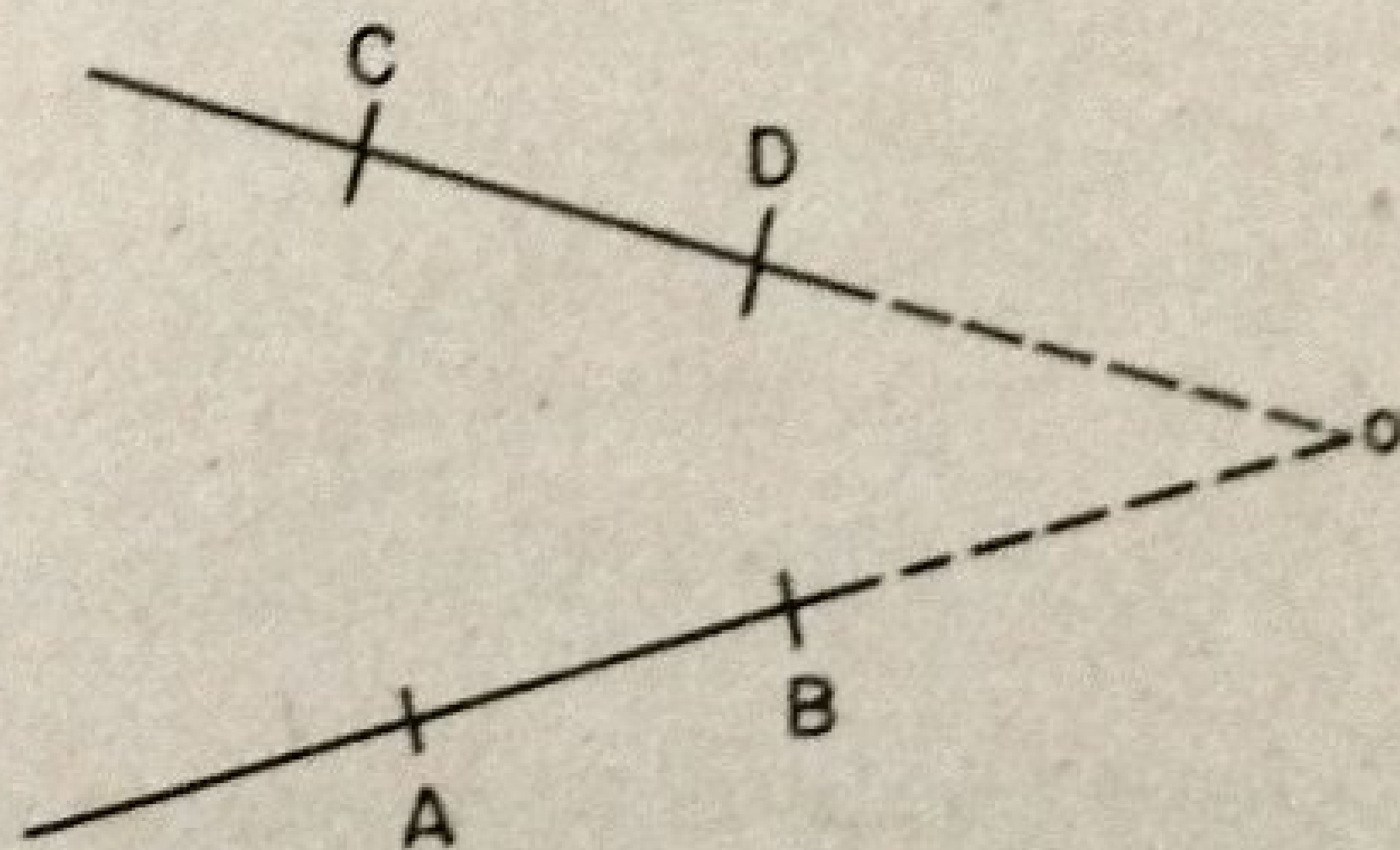


Fig. 22

Ângulo de uma volta: é o ângulo descrito por uma reta que gira em torno de sua origem até coincidir com a posição inicial (fig. 23).

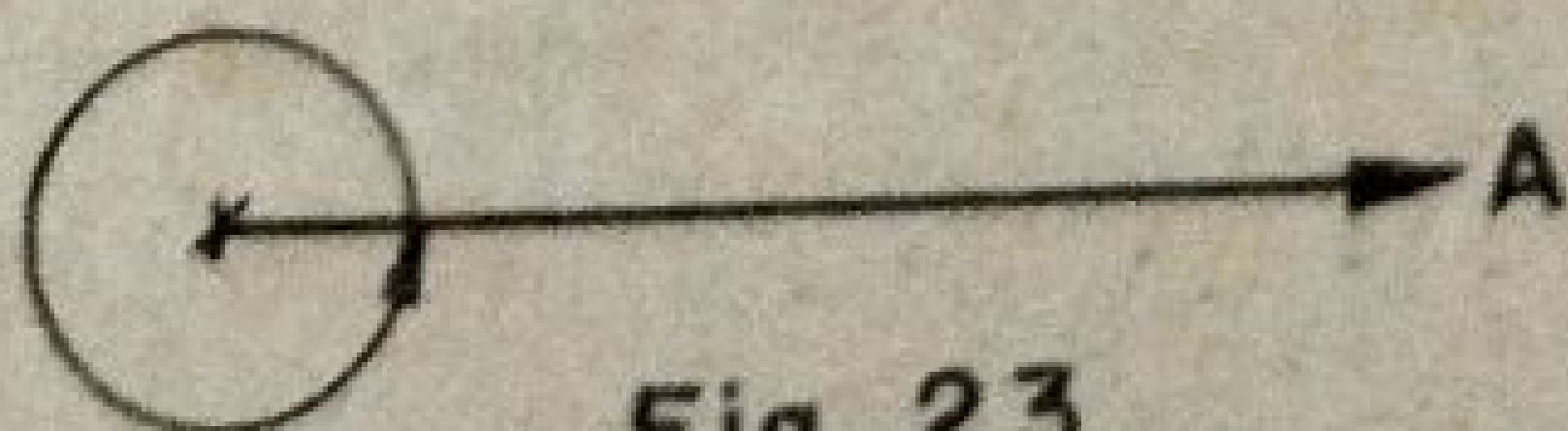


Fig. 23

Ângulo de meia volta ou raso: é o ângulo descrito por uma reta que gira em torno de sua origem até ocupar posição oposta à inicial (fig. 24).

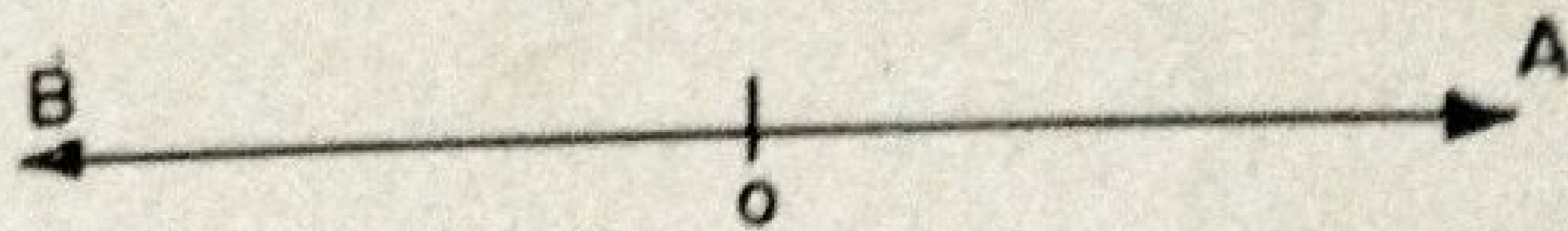


Fig. 24

Ângulos salientes: são os menores que os de meia volta tais como \widehat{AOB} (fig. 25).

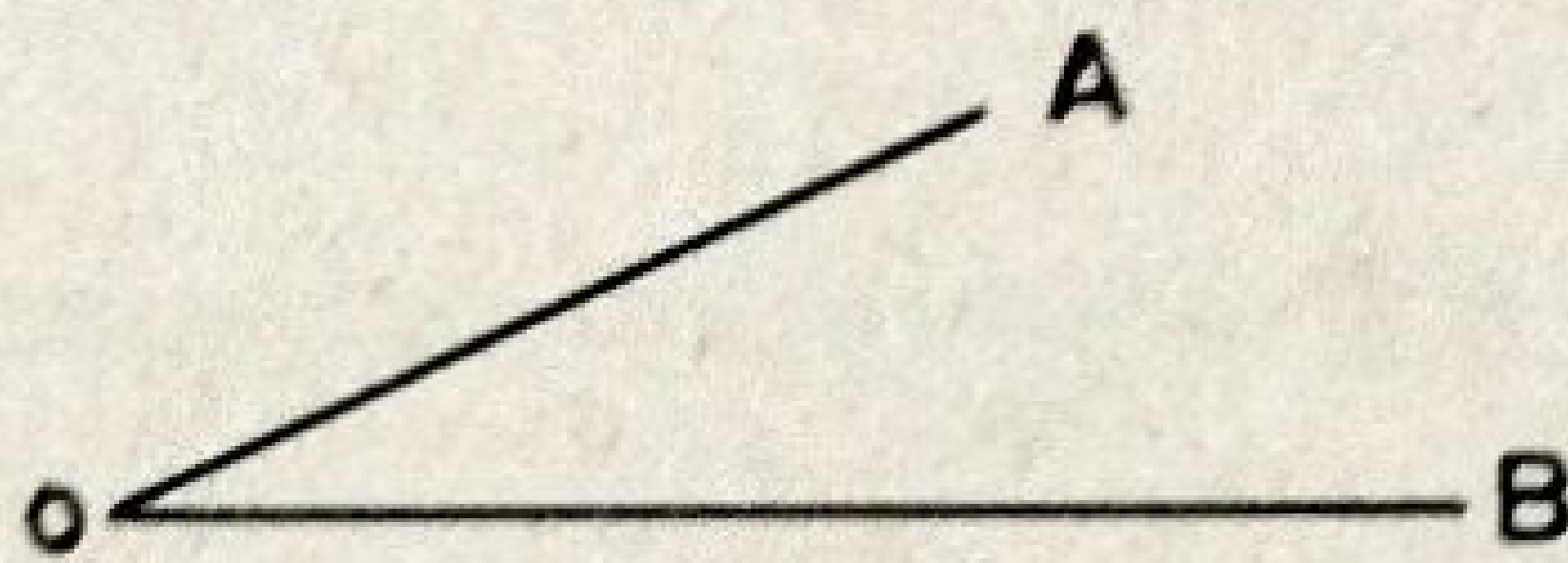


Fig. 25

Ângulos reentrantes: são os maiores que os de meia volta e menores que os de uma volta, tais como \widehat{COD} (fig. 26).

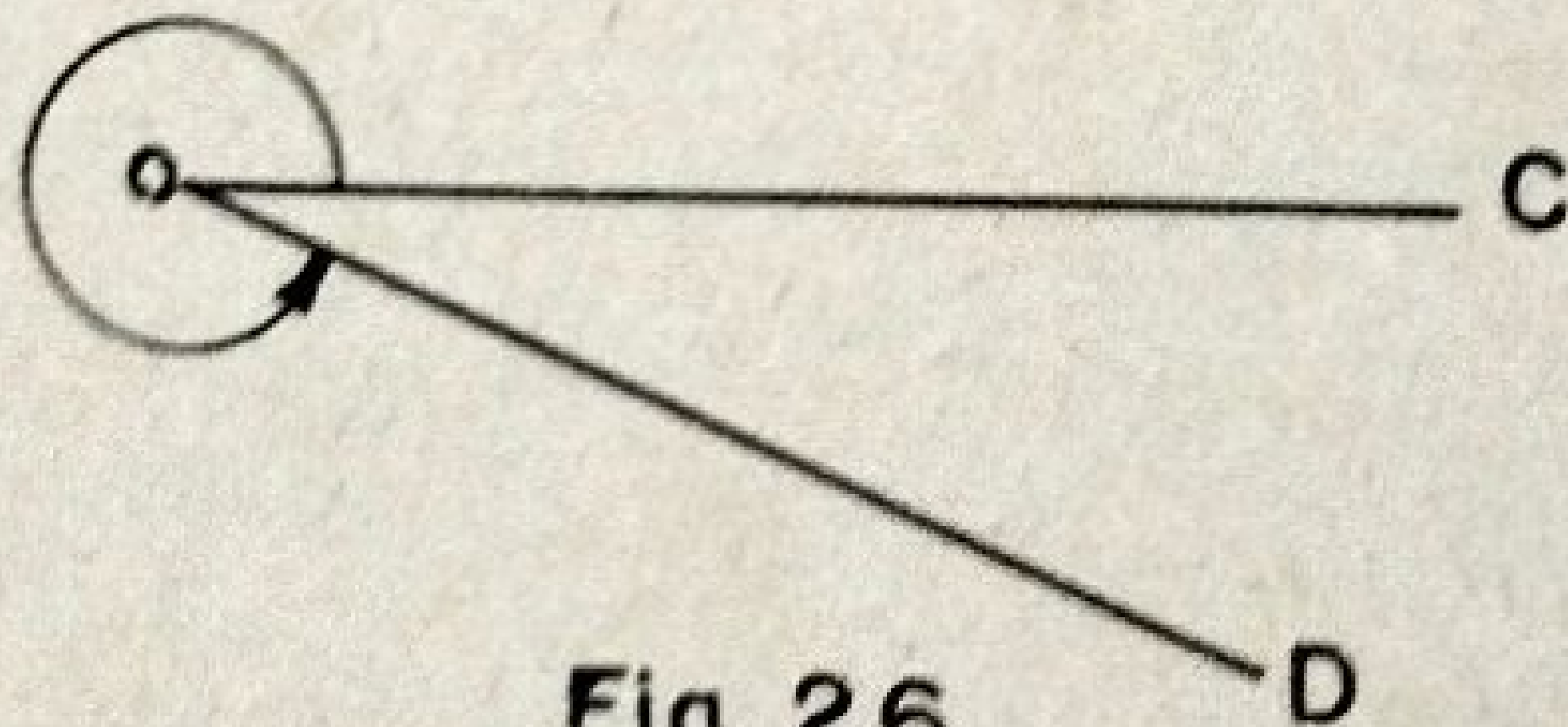


Fig. 26

Ângulo reto: é o ângulo de um quarto de volta. É o ângulo formado por duas retas perpendiculares. Mede 90° ou 100 grados. (fig. 27)

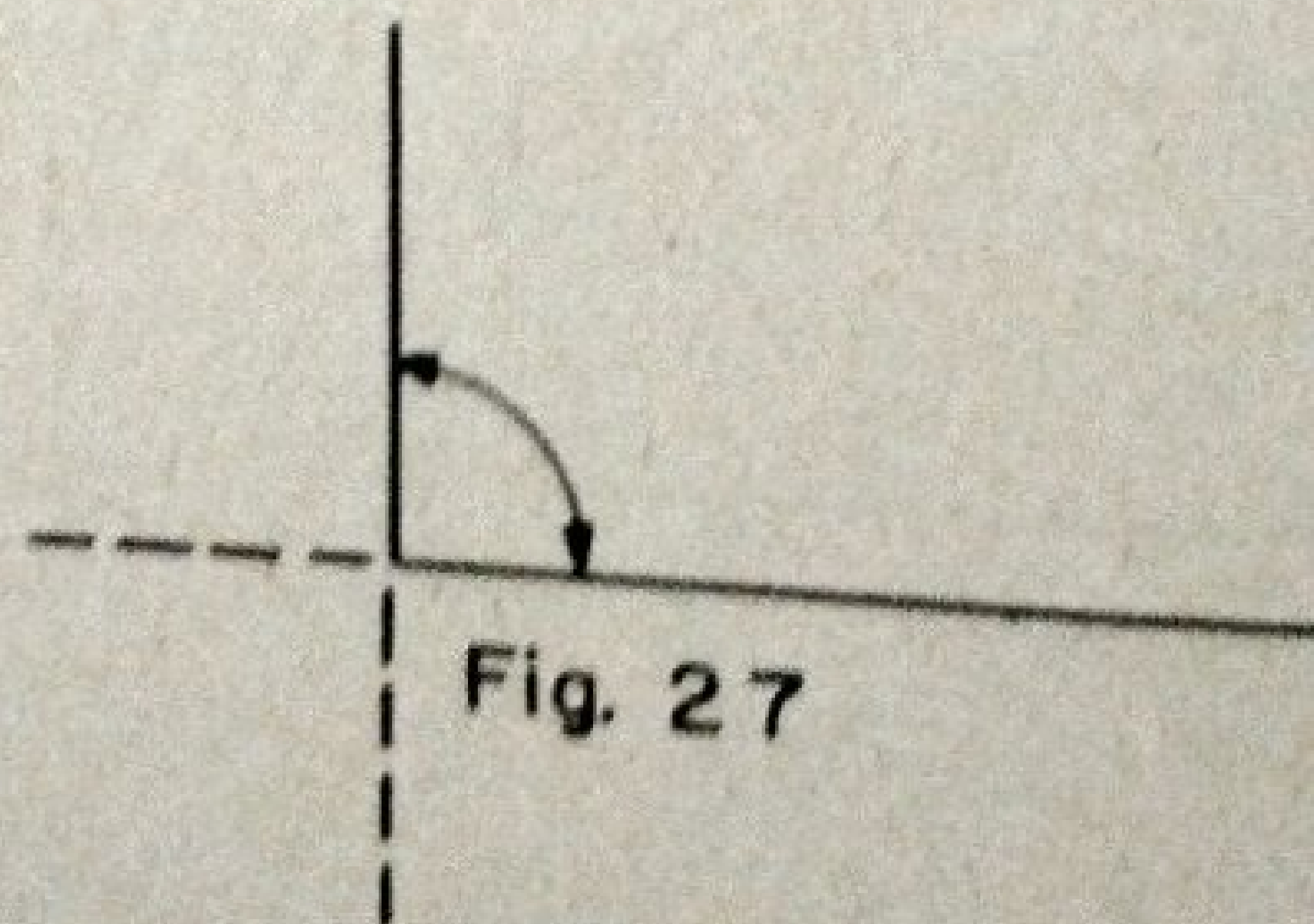


Fig. 27

Ângulo agudo: é qualquer ângulo \widehat{AOB} menor que um ângulo reto (fig. 28).

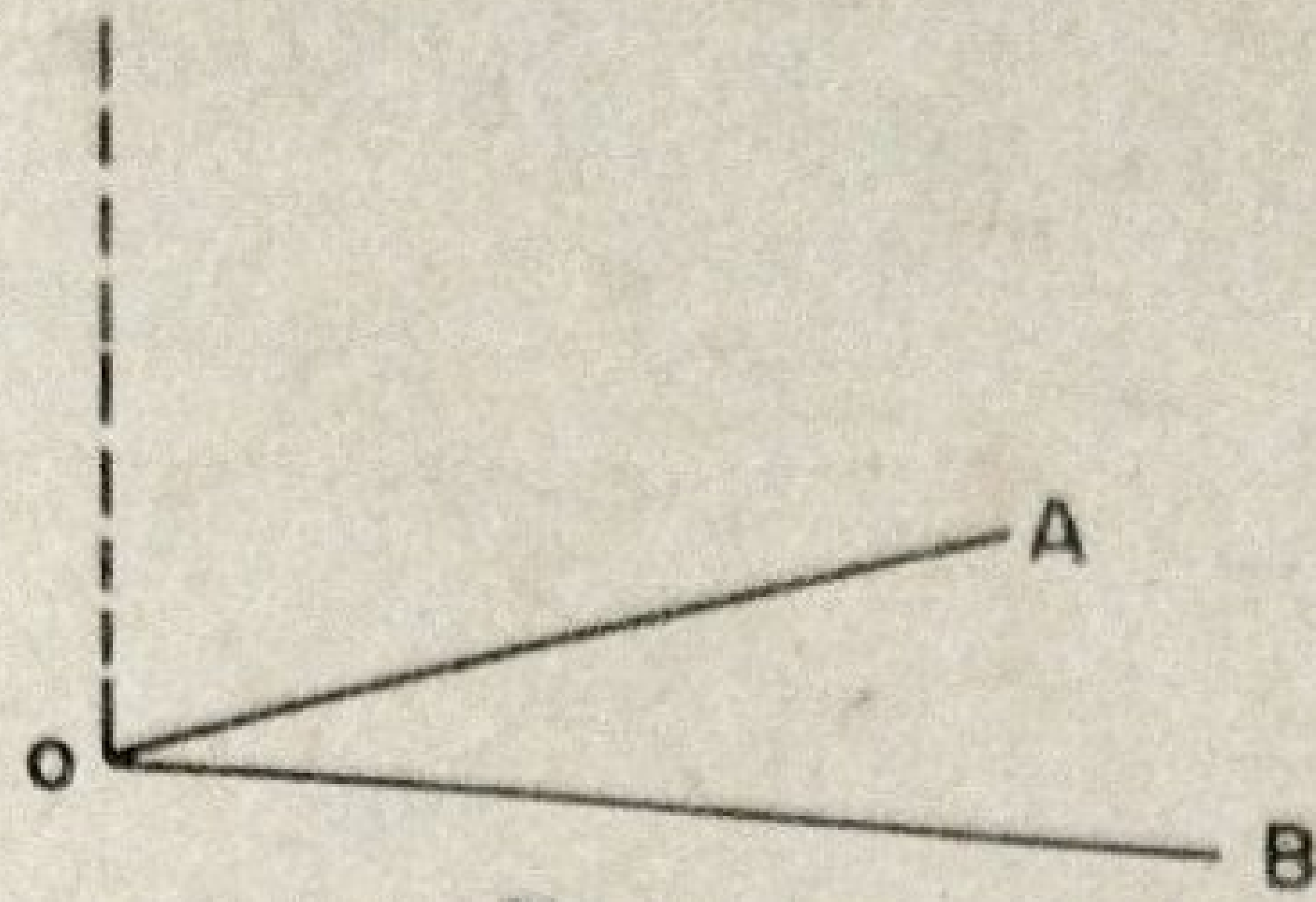


Fig. 28

Ângulo obtuso: é qualquer ângulo \widehat{COD} maior que um ângulo reto (fig. 29).

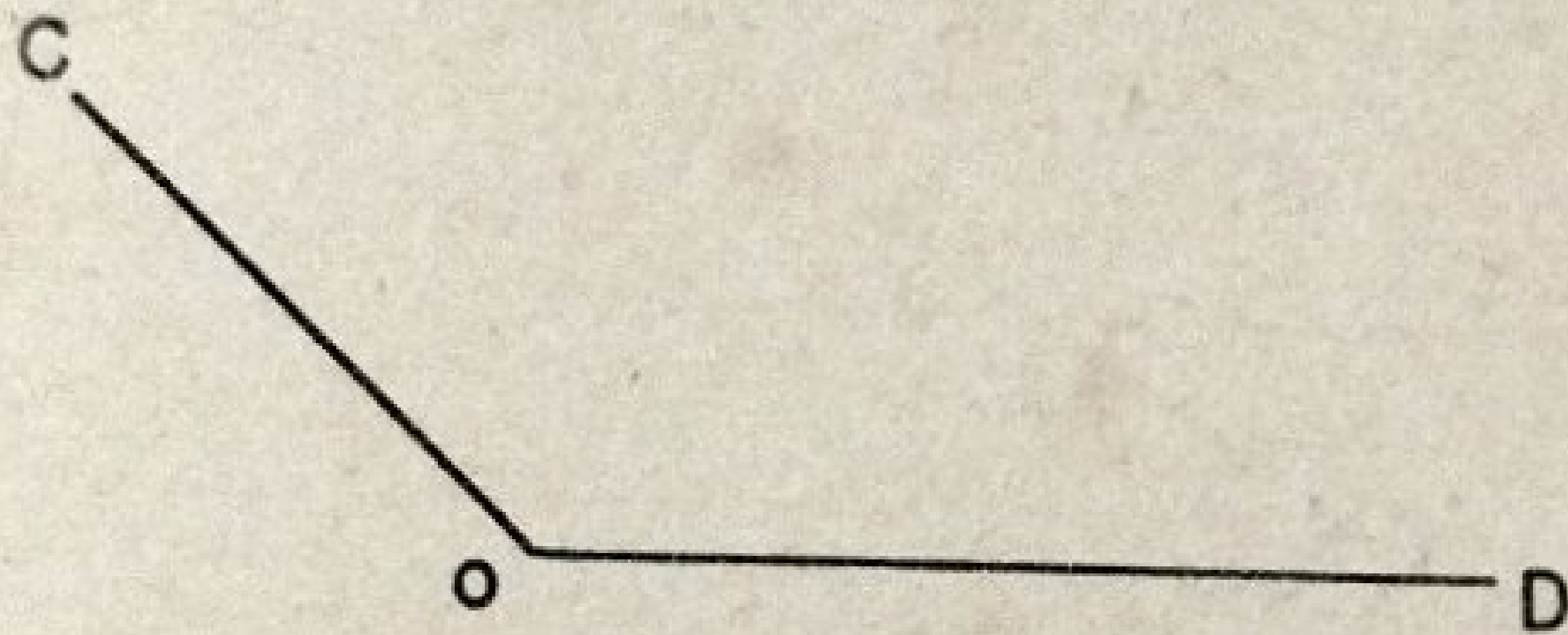


Fig. 29

O instrumento mais comum para a medida de ângulos é o transferidor.

O ângulo de meia-volta mede 180° e o de uma volta 360° .

4 - ÂNGULOS ADJACENTES E OPOSTOS. BISSETRIZ

Ângulos adjacentes: são os que têm um lado e o vértice comum, tais como os ângulos \widehat{BAC} e \widehat{CAD} (fig. 30).

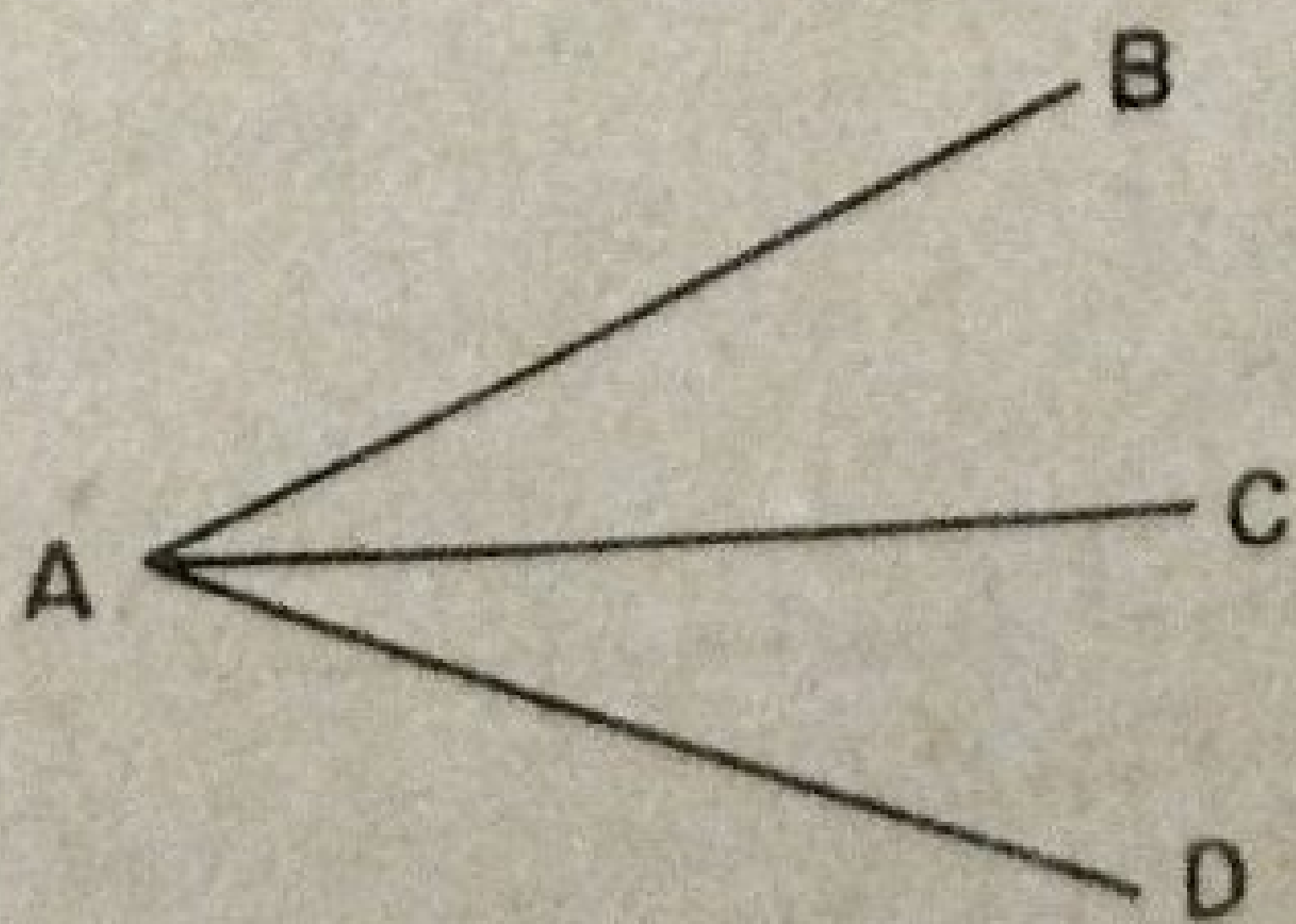


Fig. 30

Ângulos opostos pelo vértice: são aqueles em que um é formado pelo prolongamento dos lados de outro (fig. 31).

Os ângulos \hat{m} e \hat{n} são opostos pelo vértice assim como os ângulos \hat{p} e \hat{q} .

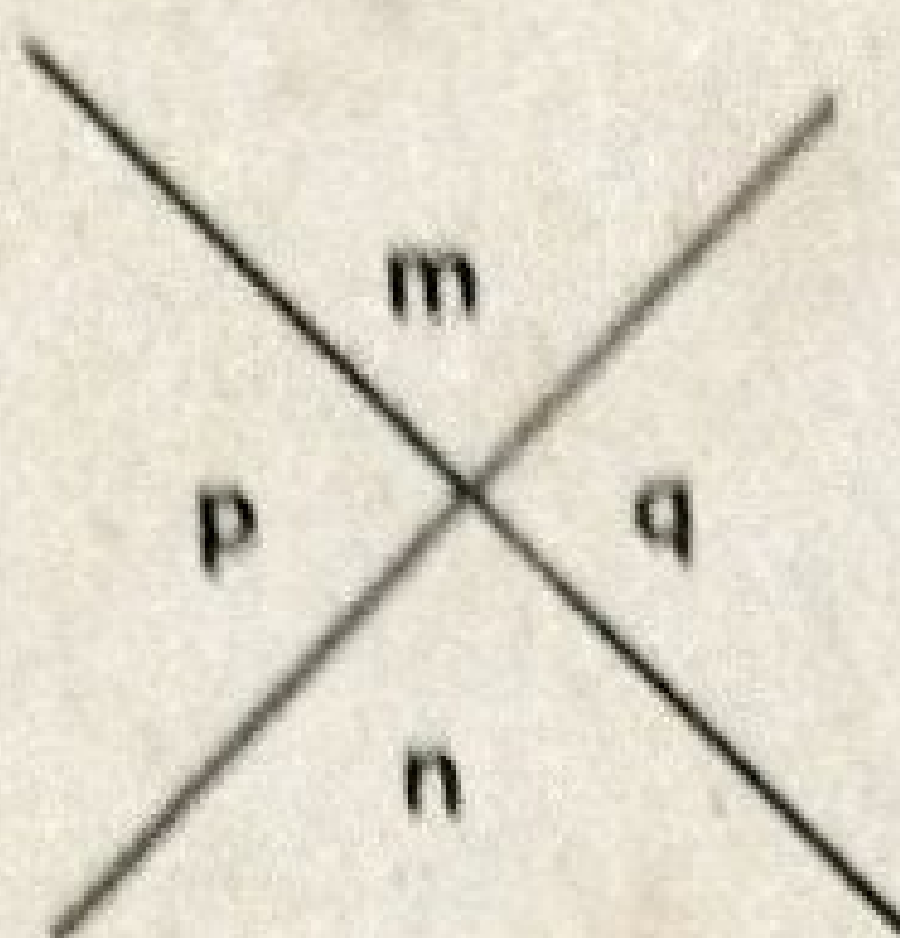


Fig. 31

Bissetriz de um ângulo é a reta que o divide ao meio.

A reta \overline{BC} é a bissetriz do ângulo \hat{ABD} porque $\hat{ABC} = \hat{CBD}$. (fig. 32).

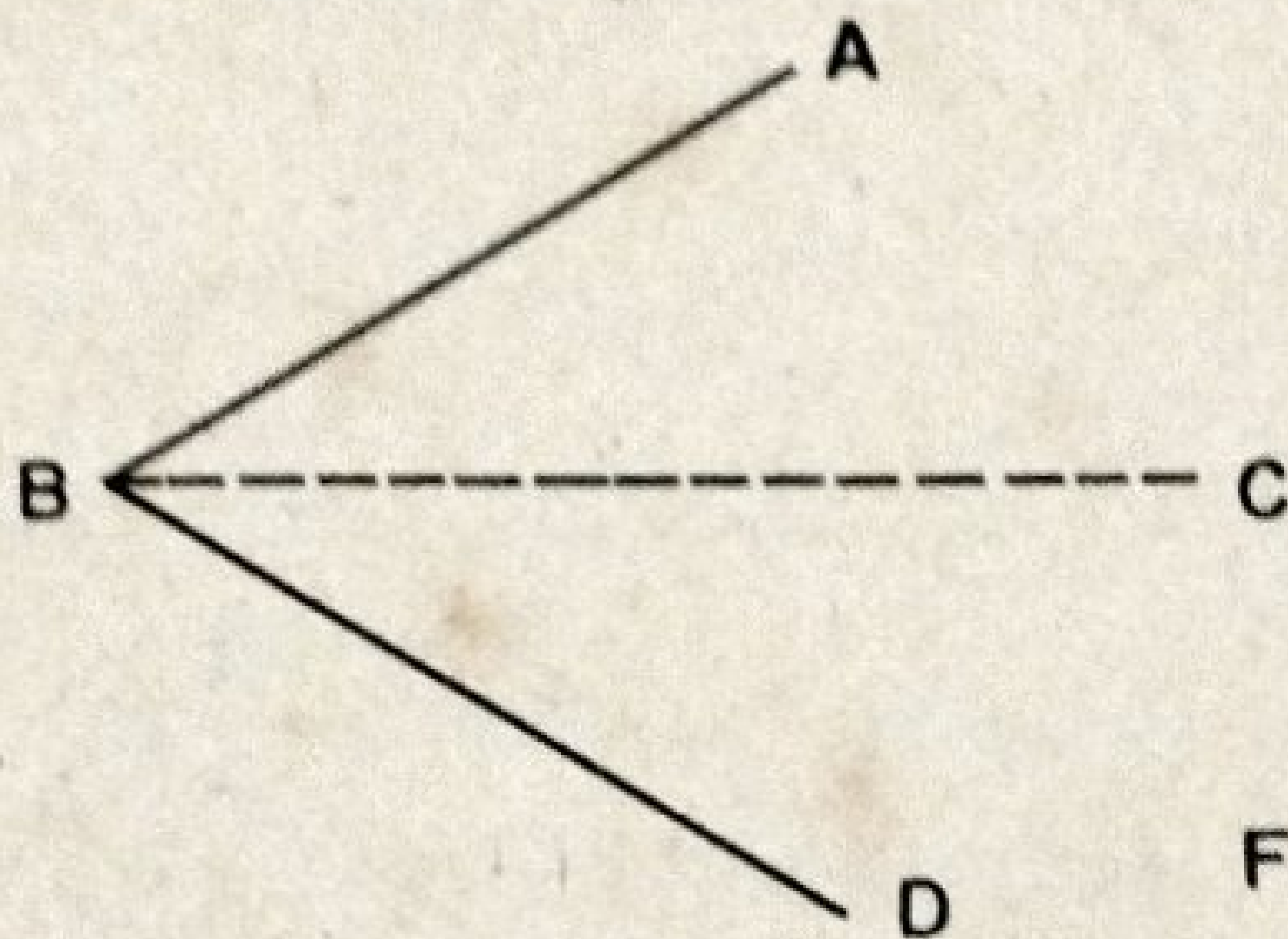


Fig. 32

5 - UNIDADE DE ÂNGULO

É o grau sexagesimal ou simplesmente grau. Corresponde a $\frac{1}{90}$ de ângulo reto.

O grado é outra unidade de ângulo equivalente a $\frac{1}{100}$ de ângulo reto.

| Grandeza | Unidade | | Múltiplos e submúltiplos | | |
|--------------|--------------------------|---------|----------------------------------|---------|------------------|
| | Nome | Símbolo | Nome | Símbolo | Valor |
| Ângulo plano | Grau sexagesimal ou grau | ° | Grau minuto de ângulo ou minuto. | ' | $\frac{1}{60}$ ° |
| | | | segundo de ângulo ou segundo. | " | $\frac{1}{60}$ ' |
| | | | | | |

Conversão de grau em grados e vice-versa:

Fazem-se segundo as relações:

$$90^{\circ} = 100 \text{ g}$$

$$1^{\circ} = \frac{100 \text{ g}}{90} = \frac{10\text{g}}{9}$$

Logo, para converter graus a grados, multiplica-se o número de graus por $\frac{10}{9}$.

Reciprocamente multiplica-se o número de grados por $\frac{9}{10}$, para convertê-los em graus.

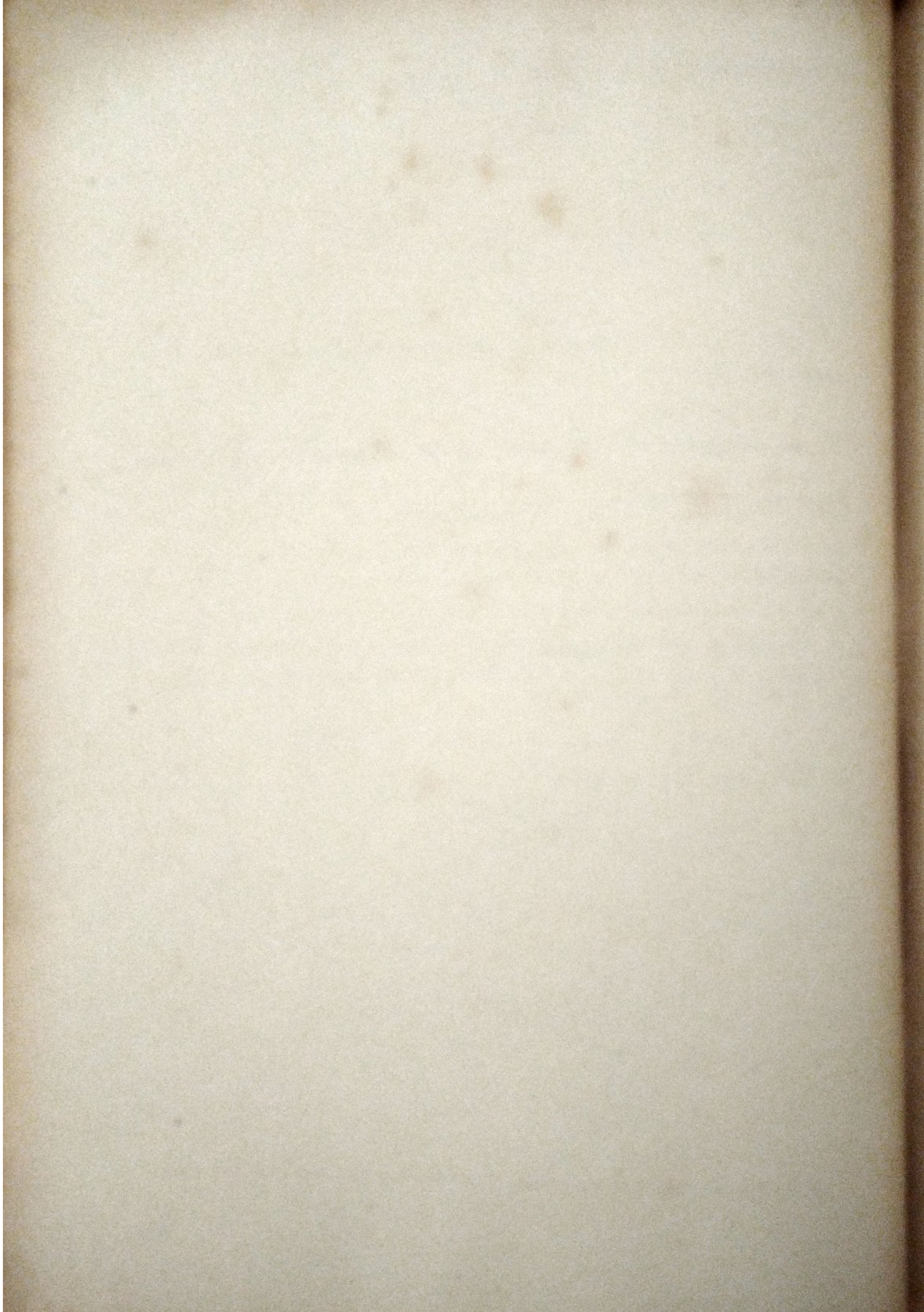
APLICAÇÕES

1) Converter 45° em grados

$$\text{Virá: } 45^{\circ} \times \frac{10}{9} = 50\text{g}$$

2) Converter 60g em graus

$$\text{Virá: } 60\text{g} \times \frac{9}{10} = 54^{\circ}$$



FIGURAS GEOMÉTRICAS

1 - TRIÂNGULOS

Triângulo é o polígono limitado por 3 lados (fig.33). Nos vértices dos triângulos, colocam-se letras maiúsculas; nos lados, as minúsculas correspondentes às maiúsculas dos vértices opostos. Os elementos principais dos triângulos são os três lados e os três ângulos. Base de um triângulo é o lado sobre o qual o triângulo está apoiado: \overline{AC} O triângulo tem três vértices e, quando não há indicação contrária, toda vez que se diz vértice do triângulo considera-se o vértice oposto à base.

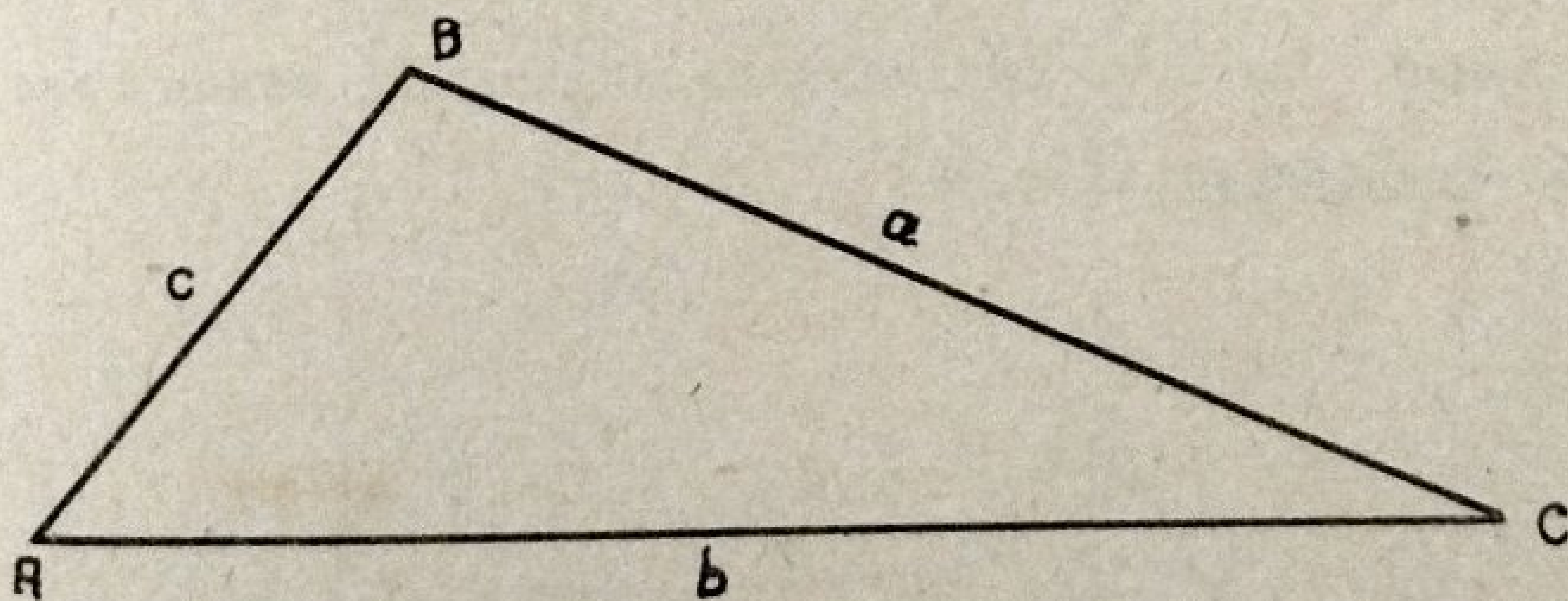


Fig. 33

O triângulo tem três alturas, três medianas e três mediatrizes.

Altura - de um triângulo é a perpendicular baixada de um vértice sobre o lado oposto ou seu prolongamento. A reta $\overline{BB'}$ nas figs. 34 e 35.

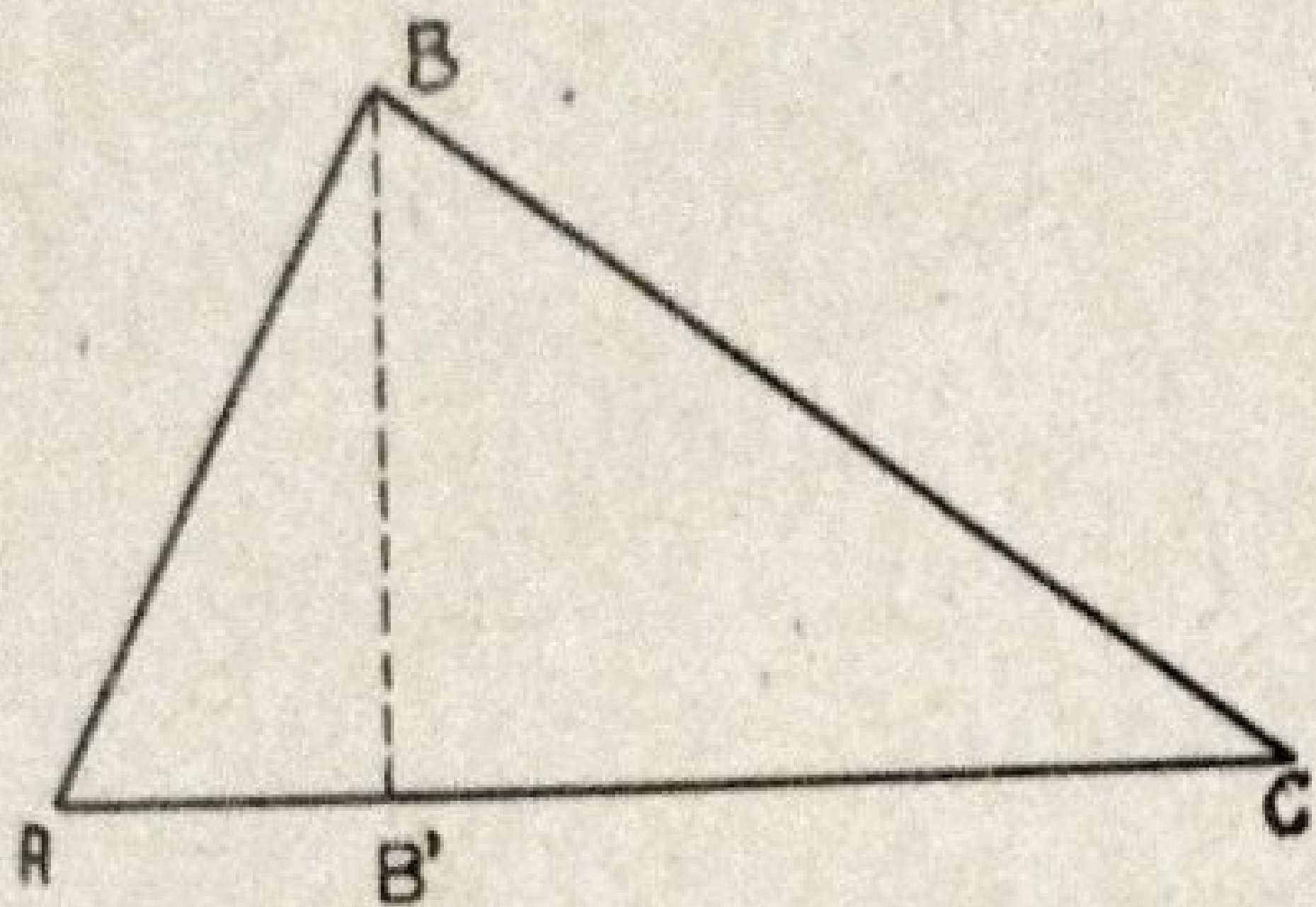


Fig. 34

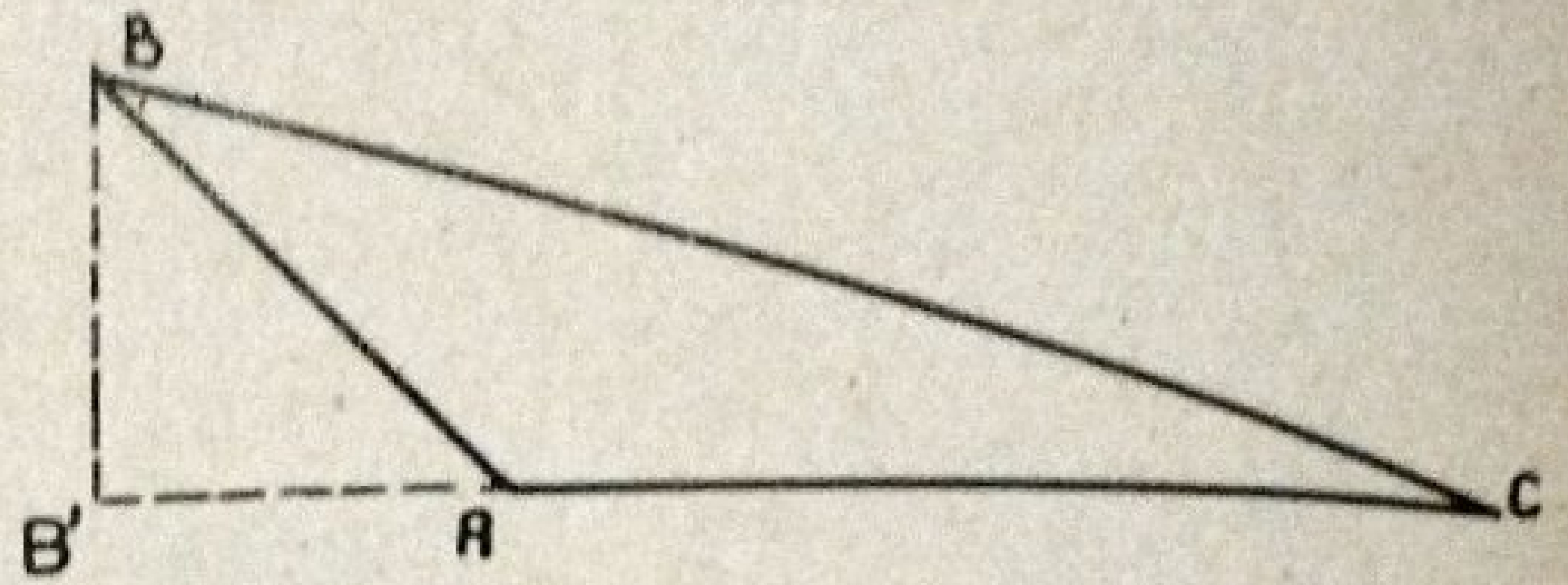


Fig. 35

O ponto de encontro O das três alturas de um triângulo é o orto-centro. Pode estar no interior do triângulo (fig. 36), ou no exterior (fig. 37).

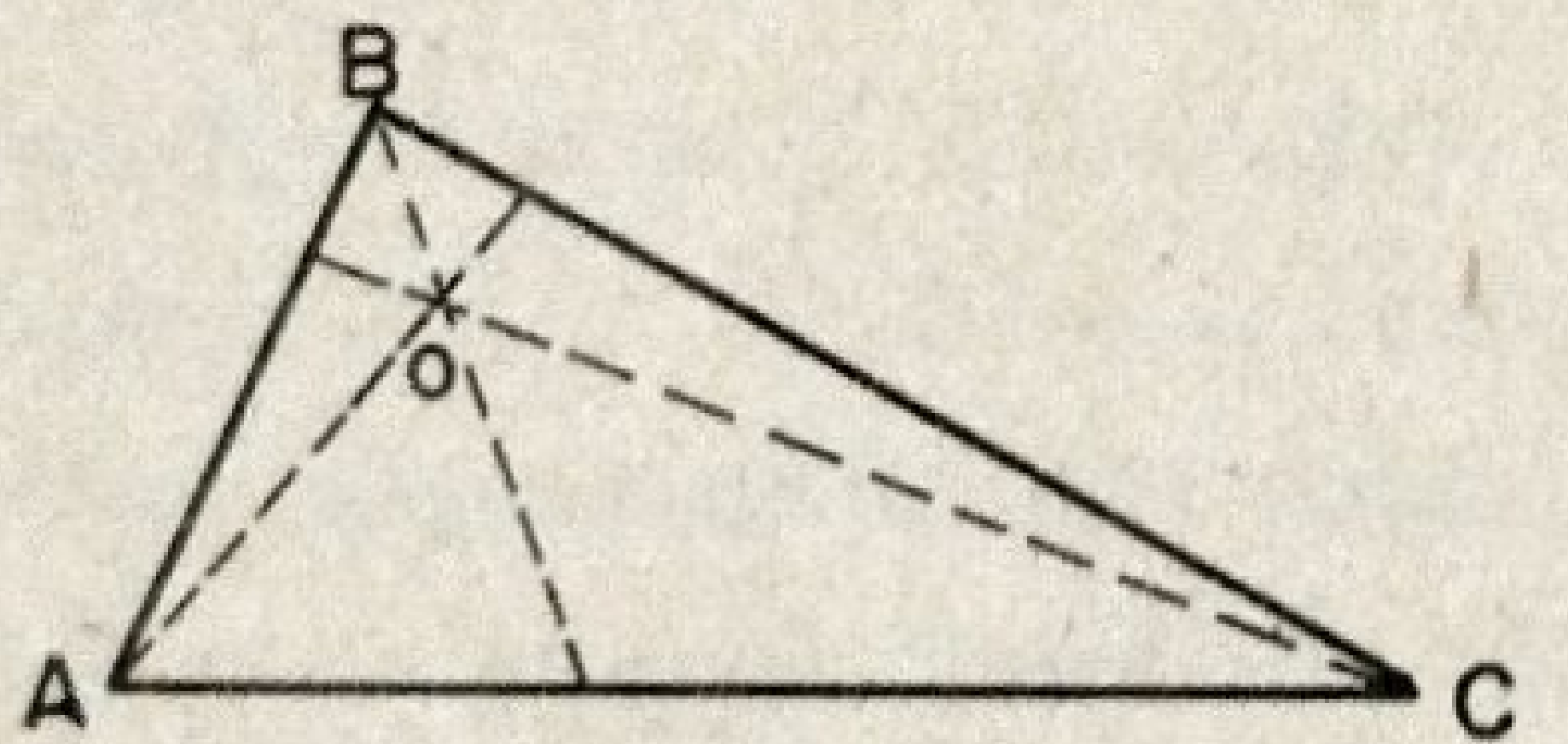


Fig. 36

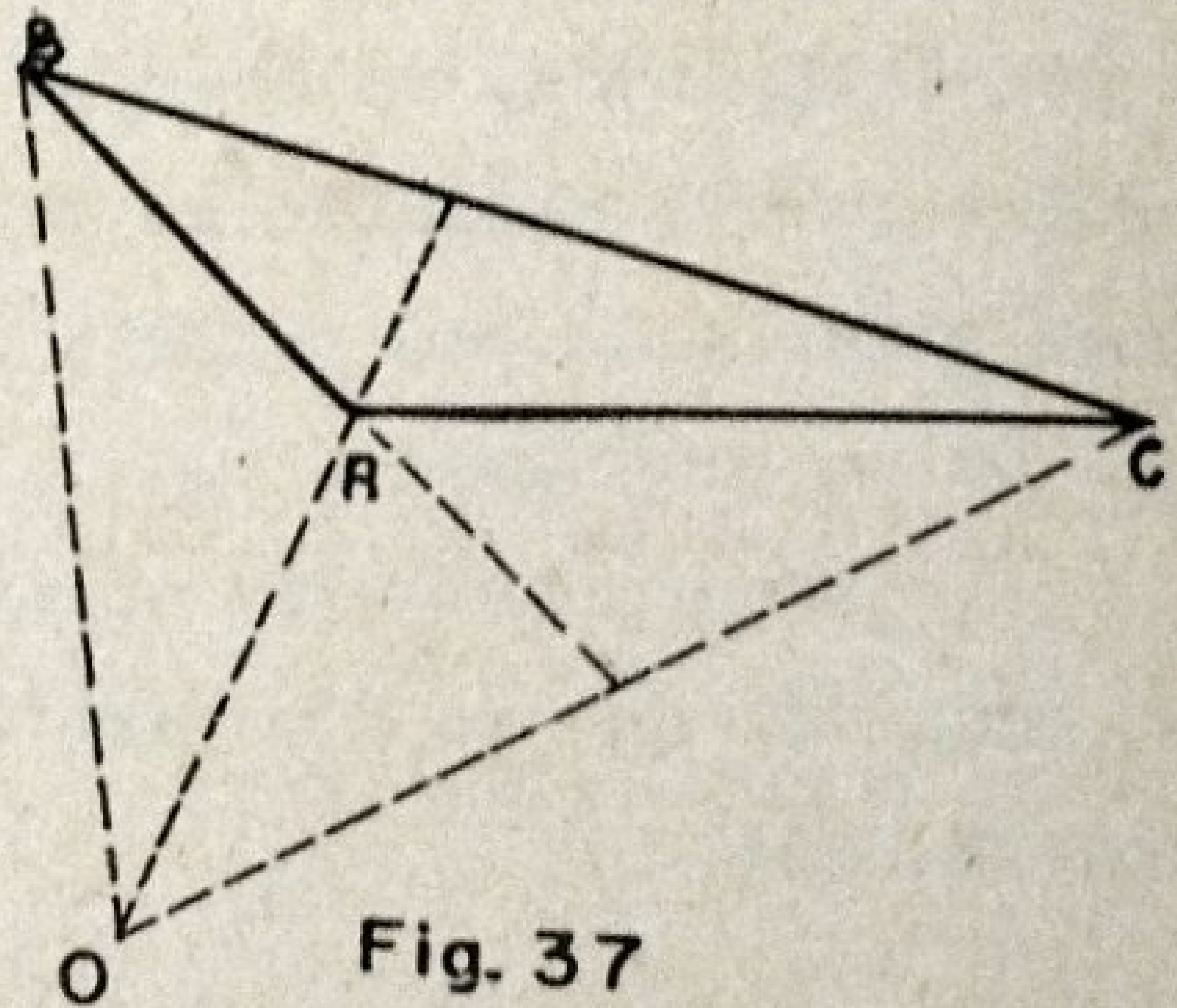


Fig. 37

Mediana - de um triângulo é a linha \overline{AM} que une o vértice ao meio do lado oposto. As três medianas do triângulo concorrem em um ponto G chamado baricentro (fig. 38)

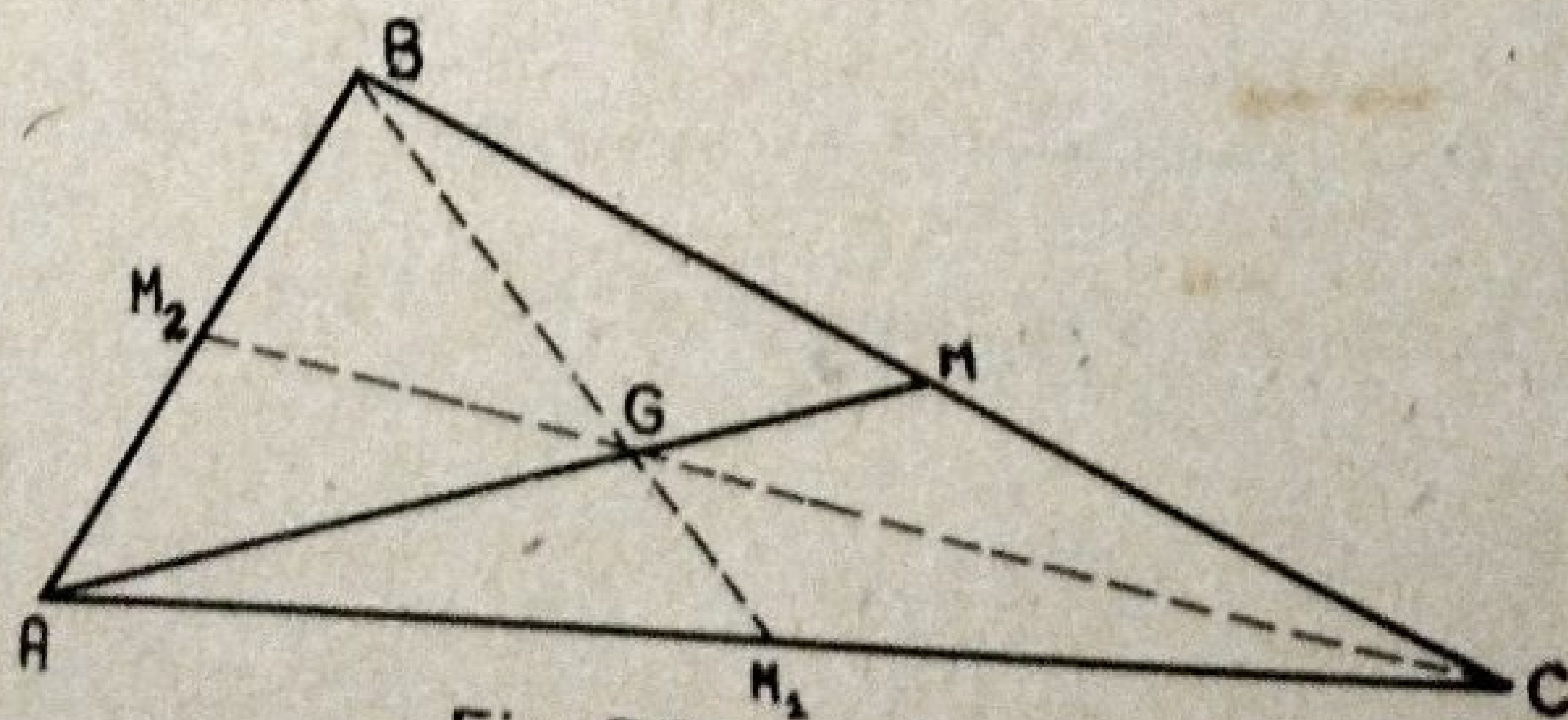


Fig. 38

Mediatriz - de um triângulo é a linha perpendicular \overline{CE} traçada ao meio de cada lado do triângulo. As mediatrizes concorrem num ponto O chamado circuncentro, centro do círculo circunscrito ao triângulo (fig. 39).

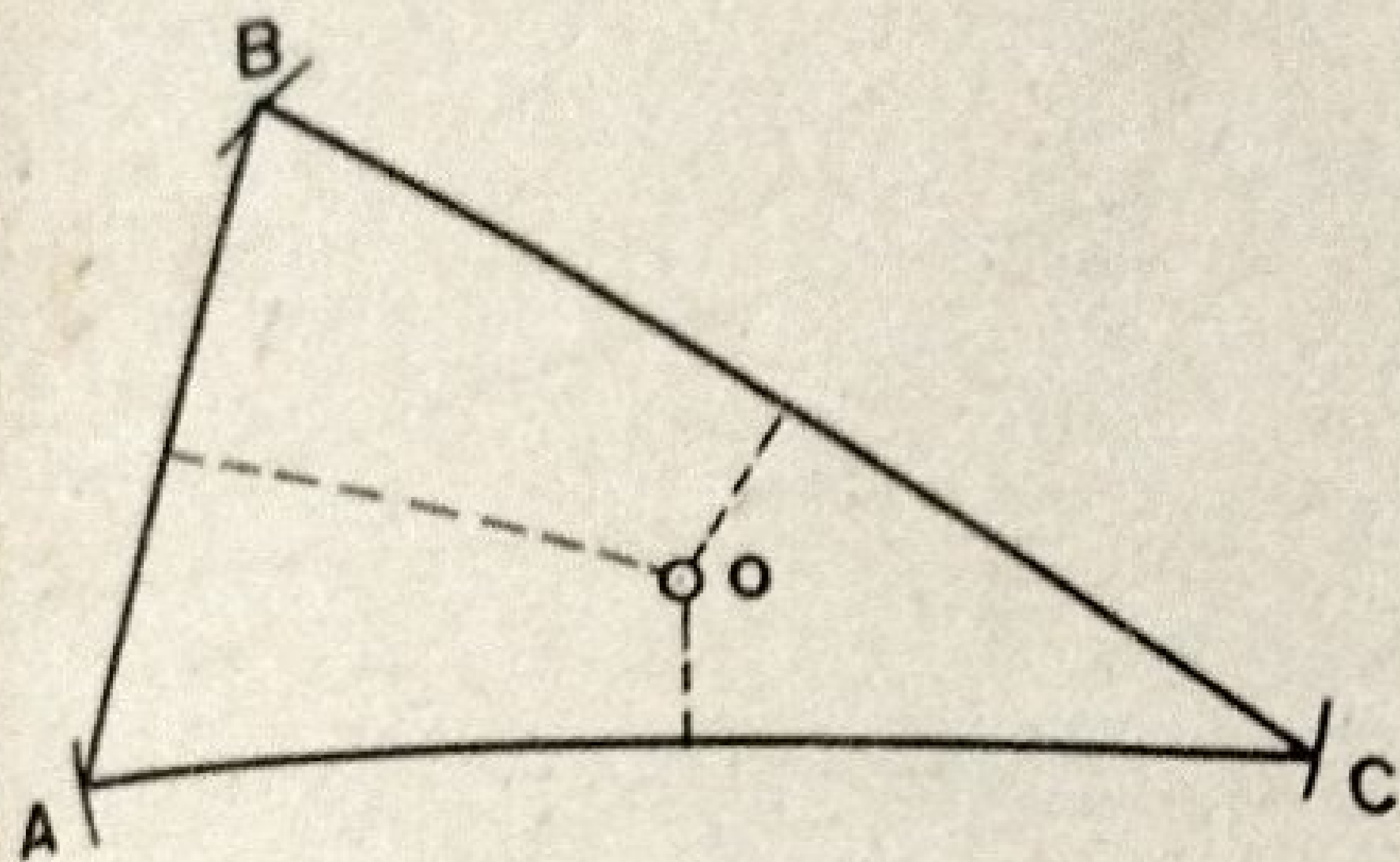


Fig. 39

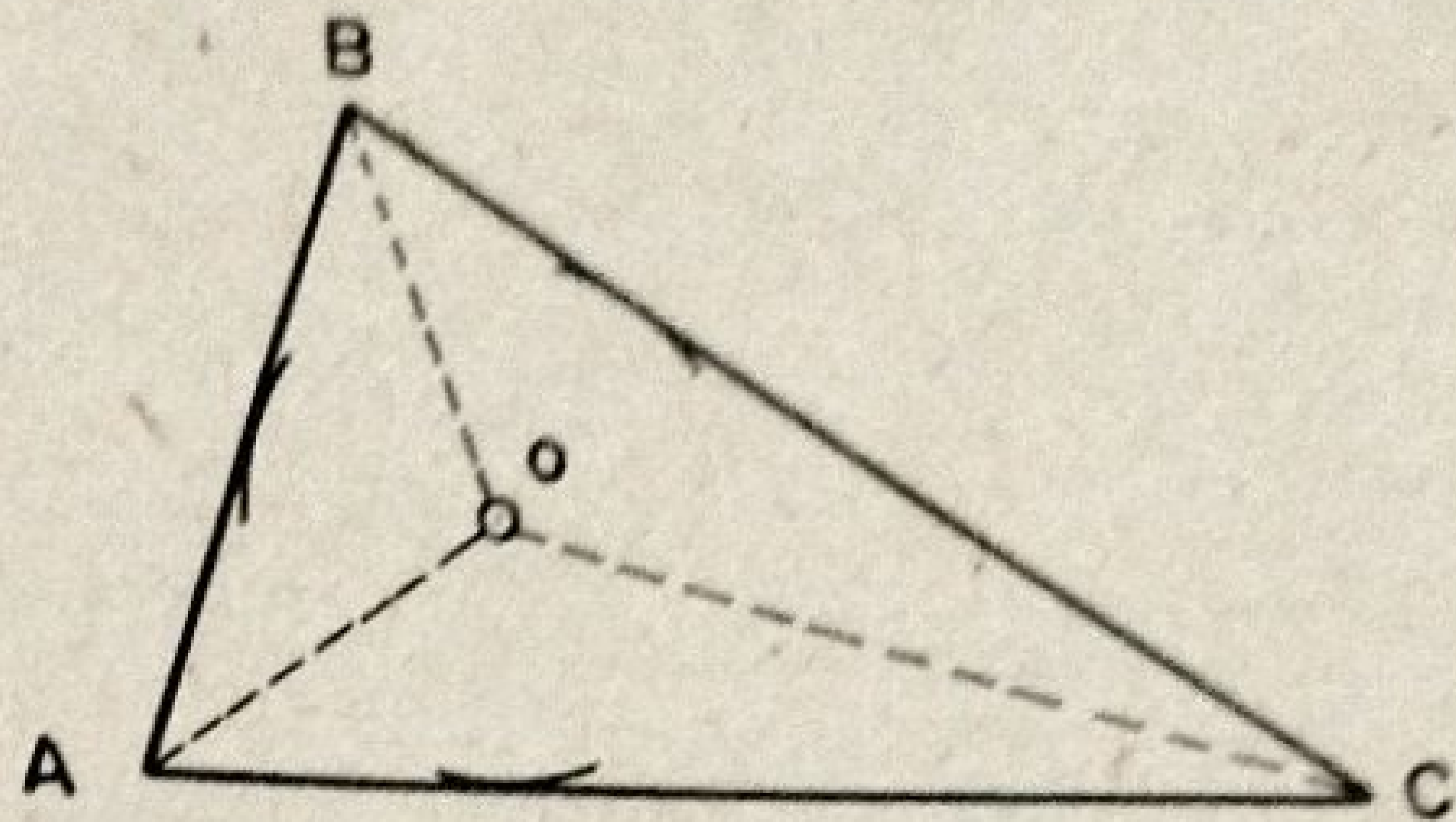


Fig. 39 a

As bissetrizes dos ângulos de um triângulo também concorrem em um ponto, chamado incentro, centro do círculo inscrito no triângulo. (fig. 39-a).

CLASSIFICAÇÃO DOS TRIÂNGULOS

a) Quanto aos lados

- 1) Triângulo equilátero: É o que tem os três lados e os três ângulos iguais. É o triângulo regular (fig. 40).

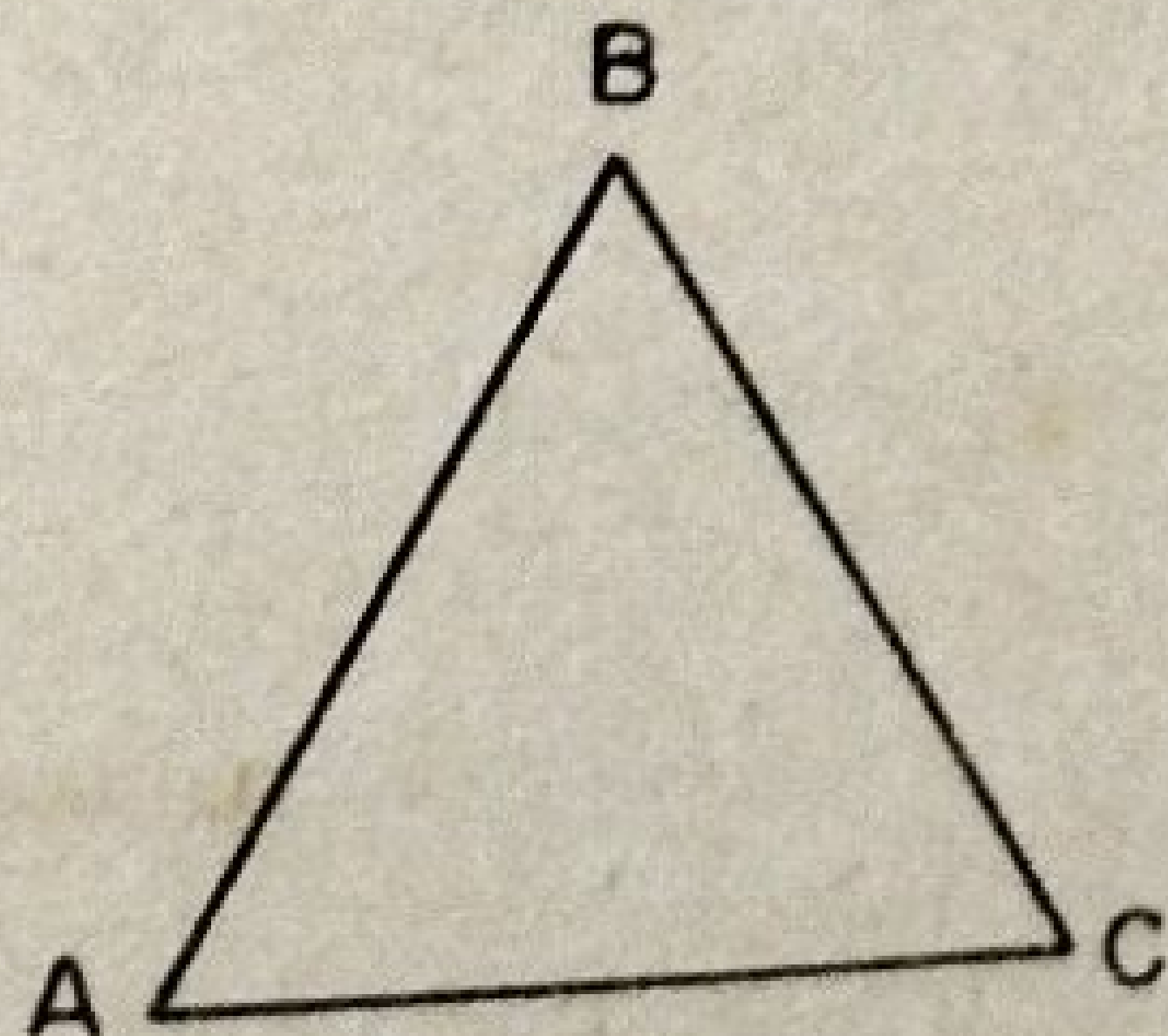


Fig. 40

As alturas, medianas e mediatrizes referidas a cada vértice se confundem.

$$\text{Então vem } \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$$

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$$

- 2) Triângulo isósceles: Tem dois lados iguais e o terceiro diferente. O terceiro lado é tomado usualmente como base. A altura, mediana e a mediatriz à base se confundem (fig.41).

$$\overline{AB} = \overline{BC} \neq \overline{AC}$$

$$\hat{A} = \hat{C} \neq \hat{B}$$

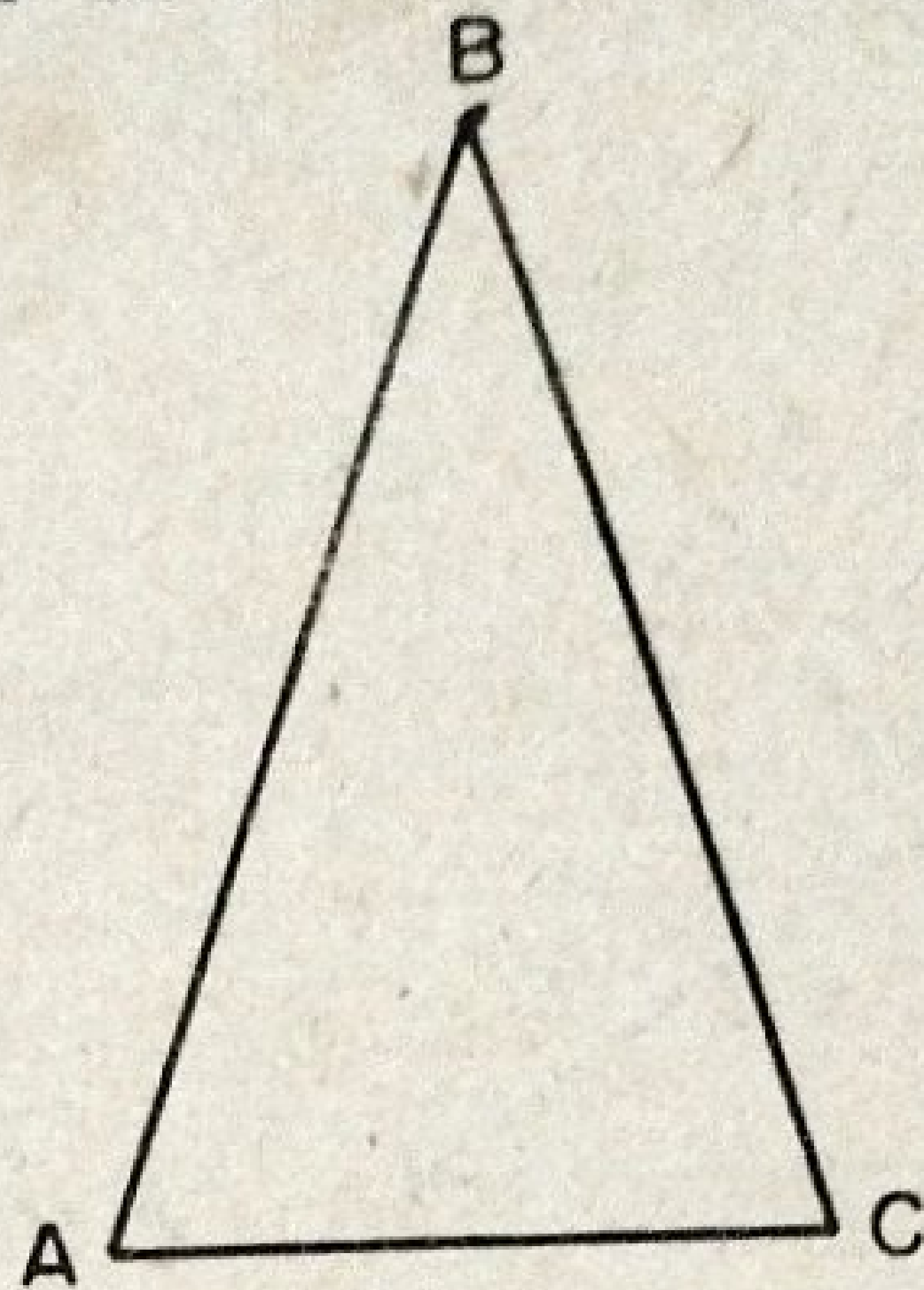


Fig. 41

- 3) Triângulo escaleno: Tem os três lados diferentes (fig.42).

$$\overline{AB} \neq \overline{BC} \neq \overline{AC}$$

$$\hat{A} \neq \hat{B} \neq \hat{C}$$

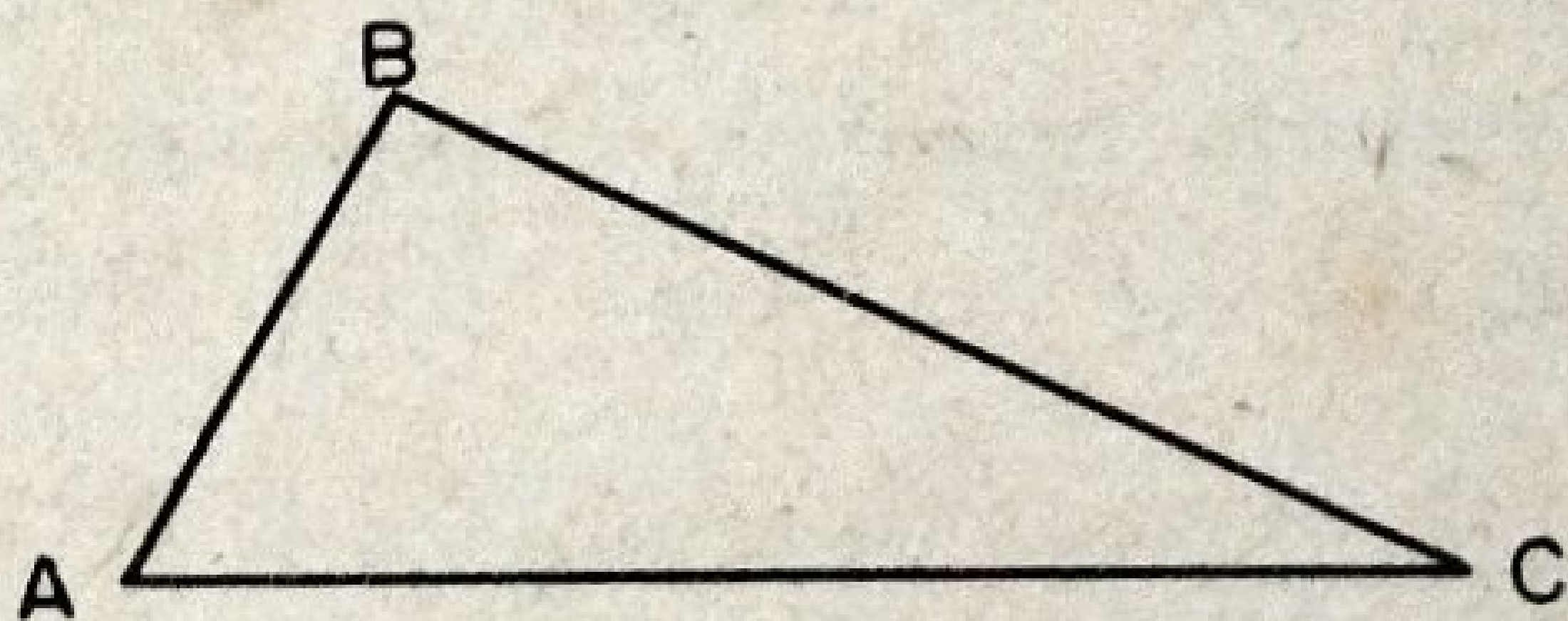


Fig. 42

b) Quanto aos ângulos

- 1) Triângulo retângulo: Tem um ângulo reto. O lado oposto a ele chama-se hipotenusa: \overline{BC} (fig.43).

Os outros dois lados chamam-se catetos.

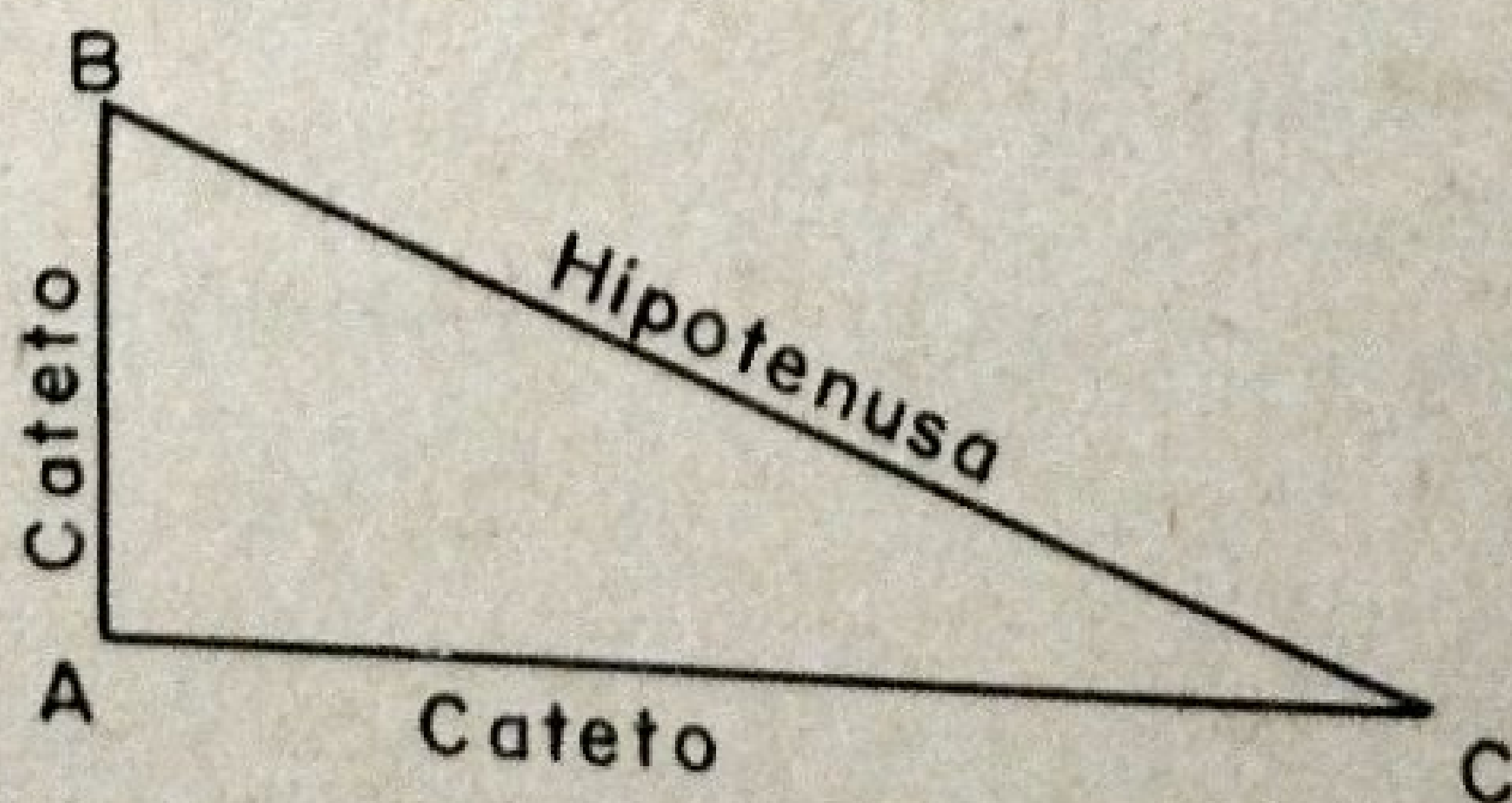


Fig. 43

2) Triângulo obliquângulo: É o que não tem ângulo reto. Neste caso pode ser:

a) acutângulo quando os três ângulos são agudos: fig. 44

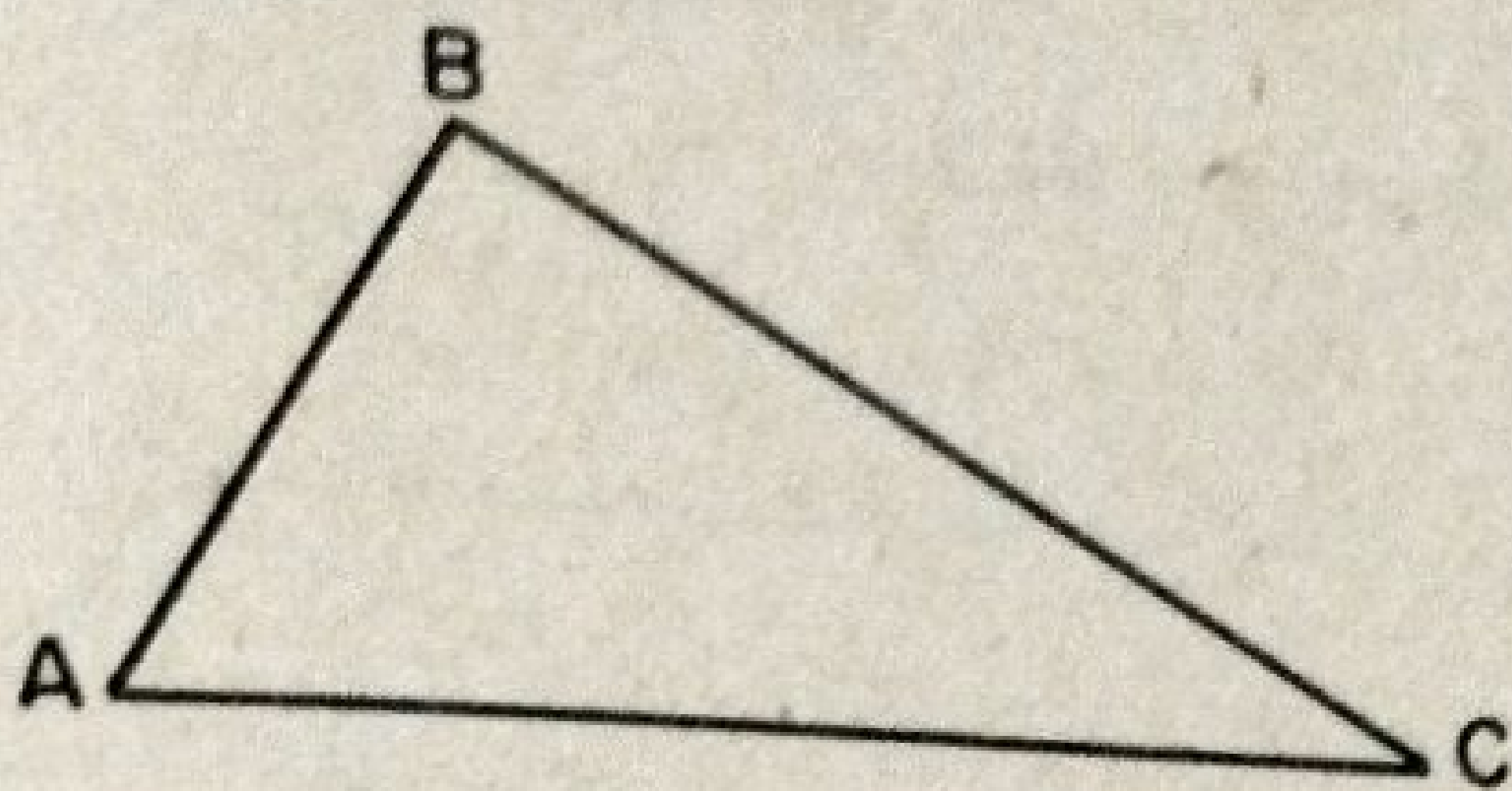


Fig. 44

b) obtusângulo quando tem um ângulo obtuso: (fig. 45).

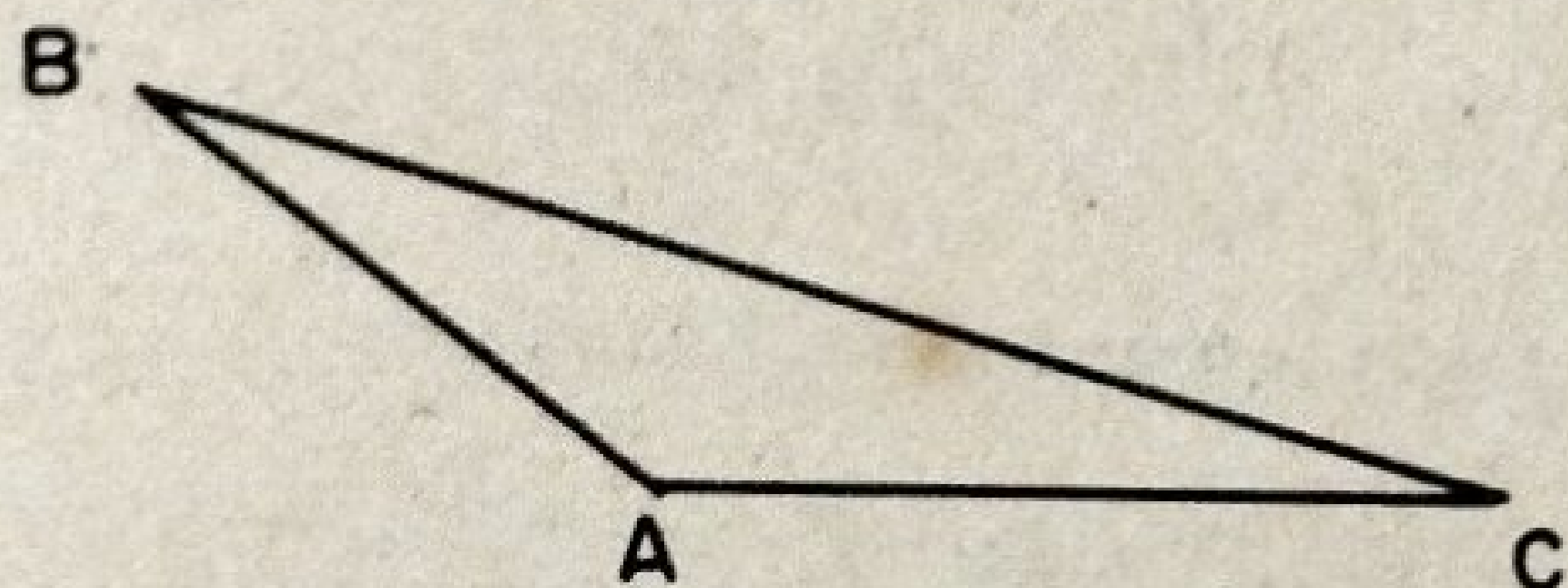


Fig. 45

Perímetro de um triângulo é a soma dos seus lados.

4 - QUADRILÁTEROS

Quadrilátero é o polígono de 4 lados.

Tem quatro ângulos, quatro vértices e duas diagonais.

| | | | | |
|---------------------------------------|---|----------------|---|---------------------------------|
| Classificação dos Quadriláteros | } | Paralelogramos | } | Paralelogramo propriamente dito |
| | | Trapézios | | Retângulo |
| | | | | Quadrado |
| Trapezóides | } | Trapézios | } | Losango |
| | | | | Retângulo |
| | | | | Isósceles |
| | | | | Escaleno |

PARALELOGRAMO PRÓPRIAMENTE DITO

É o quadrilátero que tem os lados opostos, paralelos e iguais dois a dois, e os ângulos opostos iguais (fig. 46).

A diagonais cortam-se ao meio.

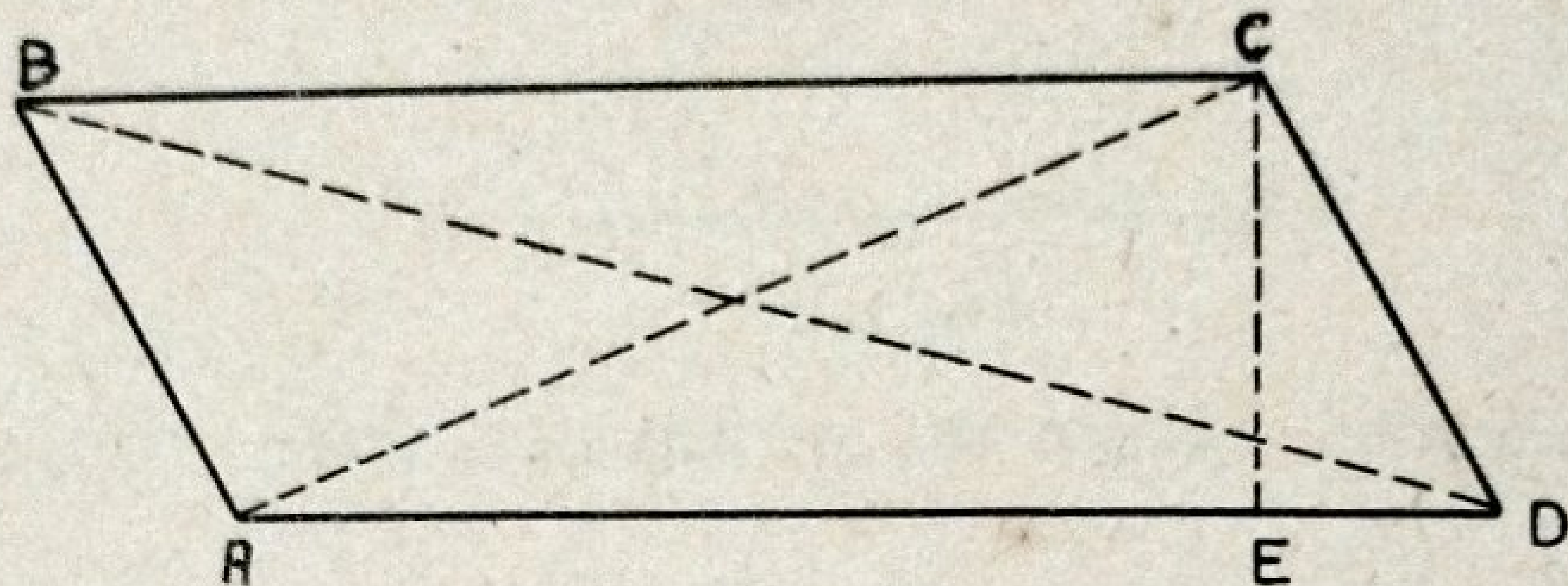


Fig. 46

A base é \overline{AD} ou qualquer outro lado.

Altura é a perpendicular \overline{CE} tirada da base ao lado oposto.

Centro de simetria de paralelogramo é o ponto de encontro de diagonais.

RETÂNGULO

É um paralelogramo cujos quatro ângulos são retos. É comum chamar a base e a altura do retângulo de comprimento e largura. As diagonais cortam-se ao meio e são iguais (fig. 47).

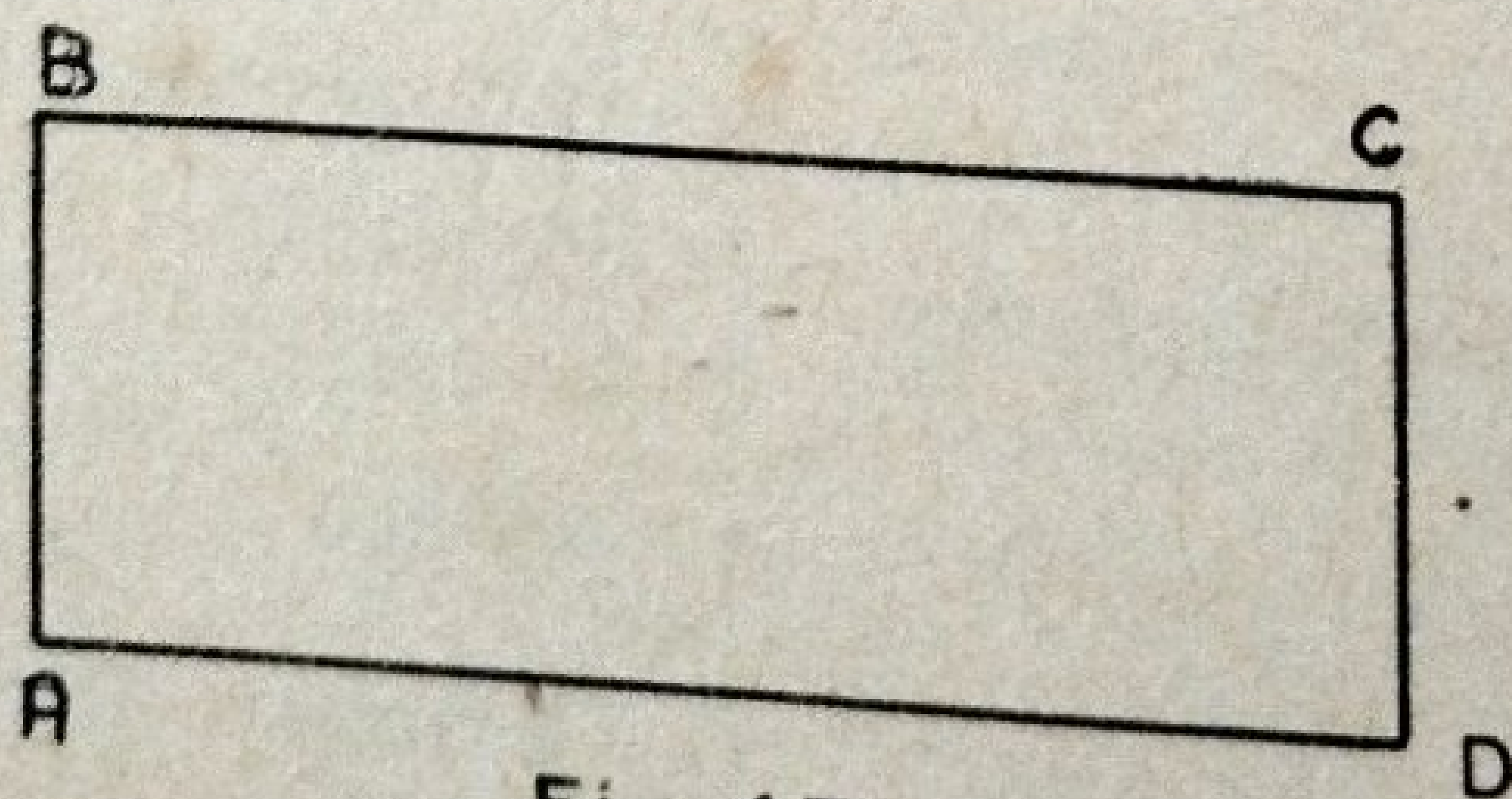


Fig. 47

QUADRADO

É um paralelogramo de quatro lados iguais (equilátero) e quatro ângulos iguais (equiângulo). É pois o quadrilátero regular. Os seus ângulos são retos e as diagonais são iguais e cortam-se ao meio (fig. 48).

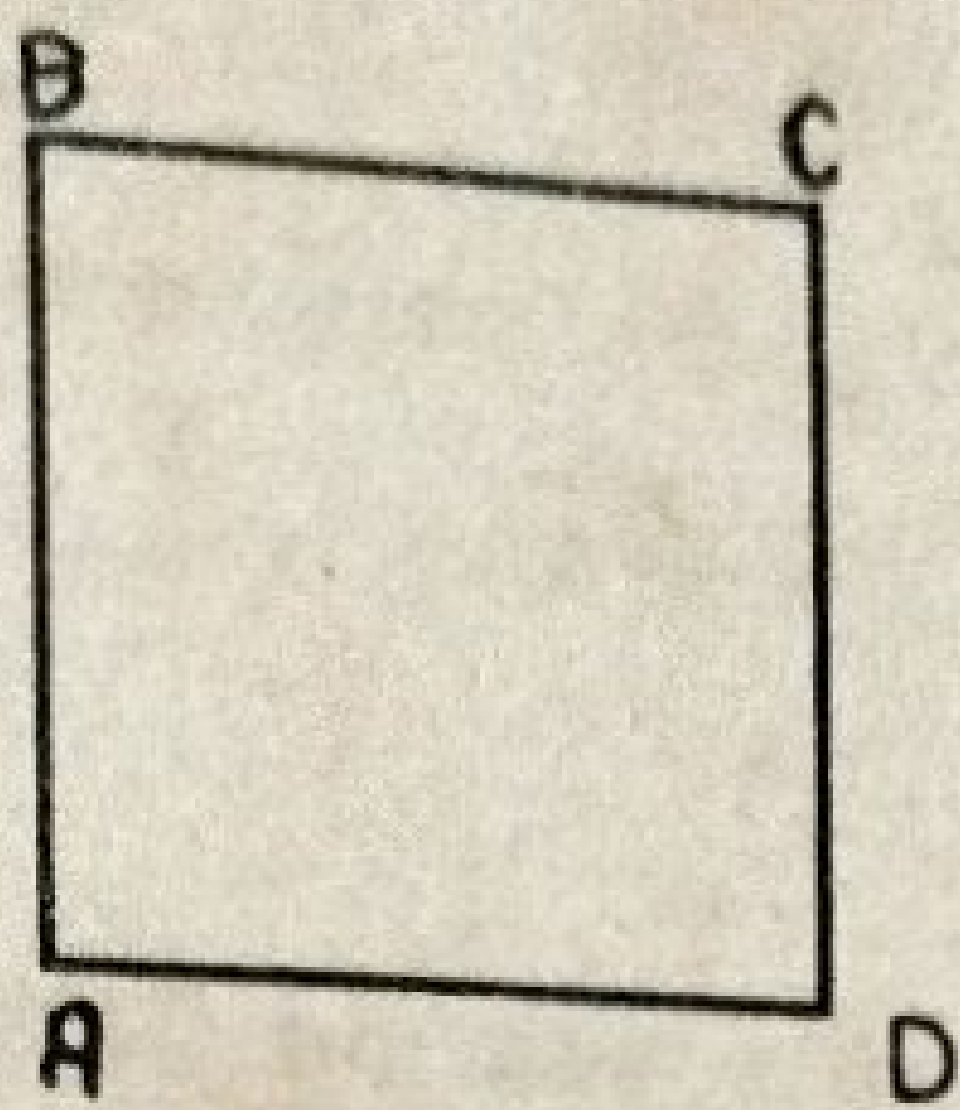


Fig. 48

LOSANGO

É o paralelogramo de quatro lados iguais e ângulos opostos iguais dois a dois. É pois equilátero, mas não é equiângulo. Não é regular. As diagonais cortam-se ao meio, mas são diferentes (fig. 49).

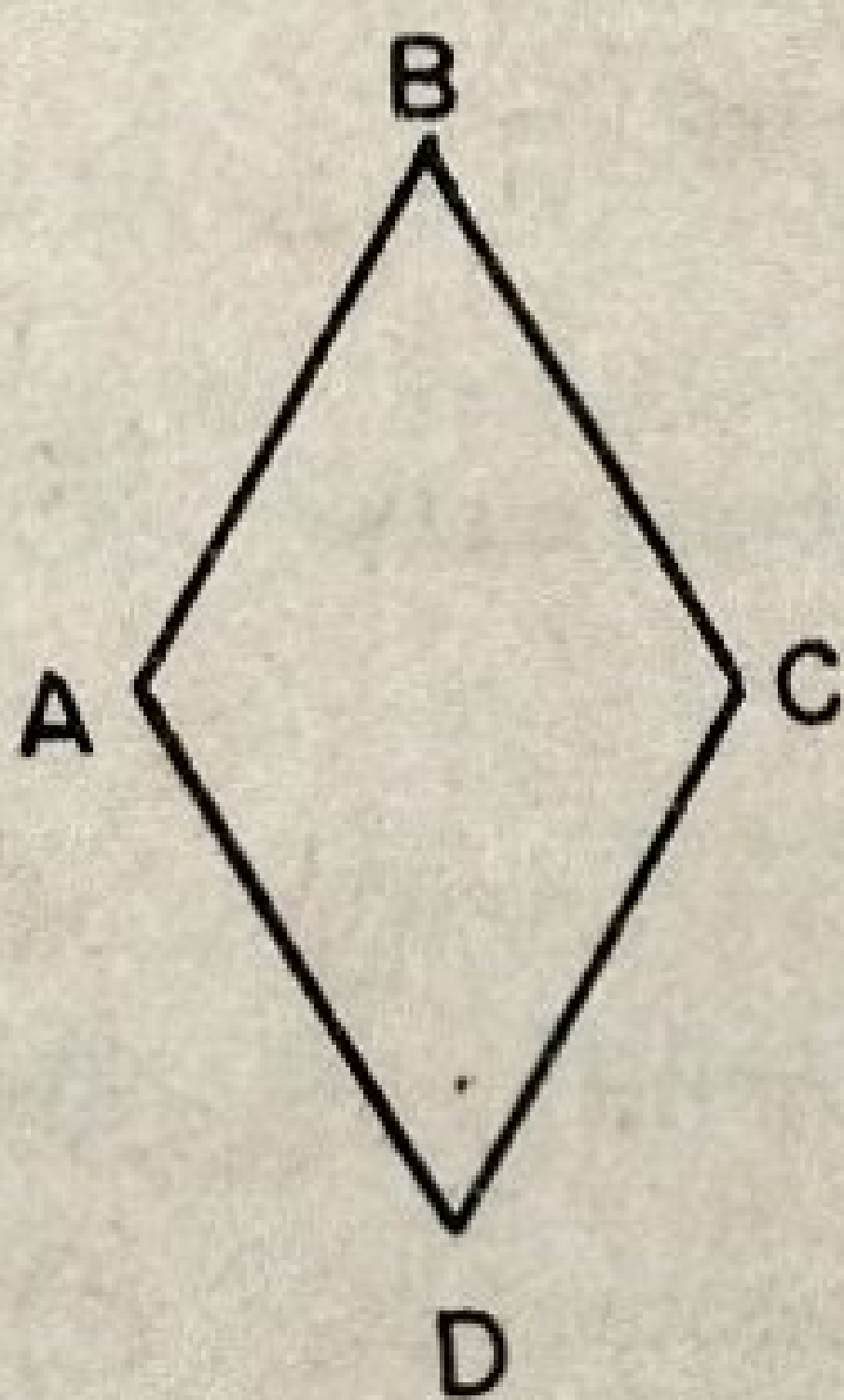


Fig. 49

TRAPEZIO

É um quadrilátero que tem dois lados paralelos \overline{AD} e \overline{BC} e outros dois não paralelos \overline{AB} e \overline{CD} (fig. 50).

Os lados paralelos são as bases.

Trapézio isósceles ou simétrico - é o que tem os lados não paralelos iguais.

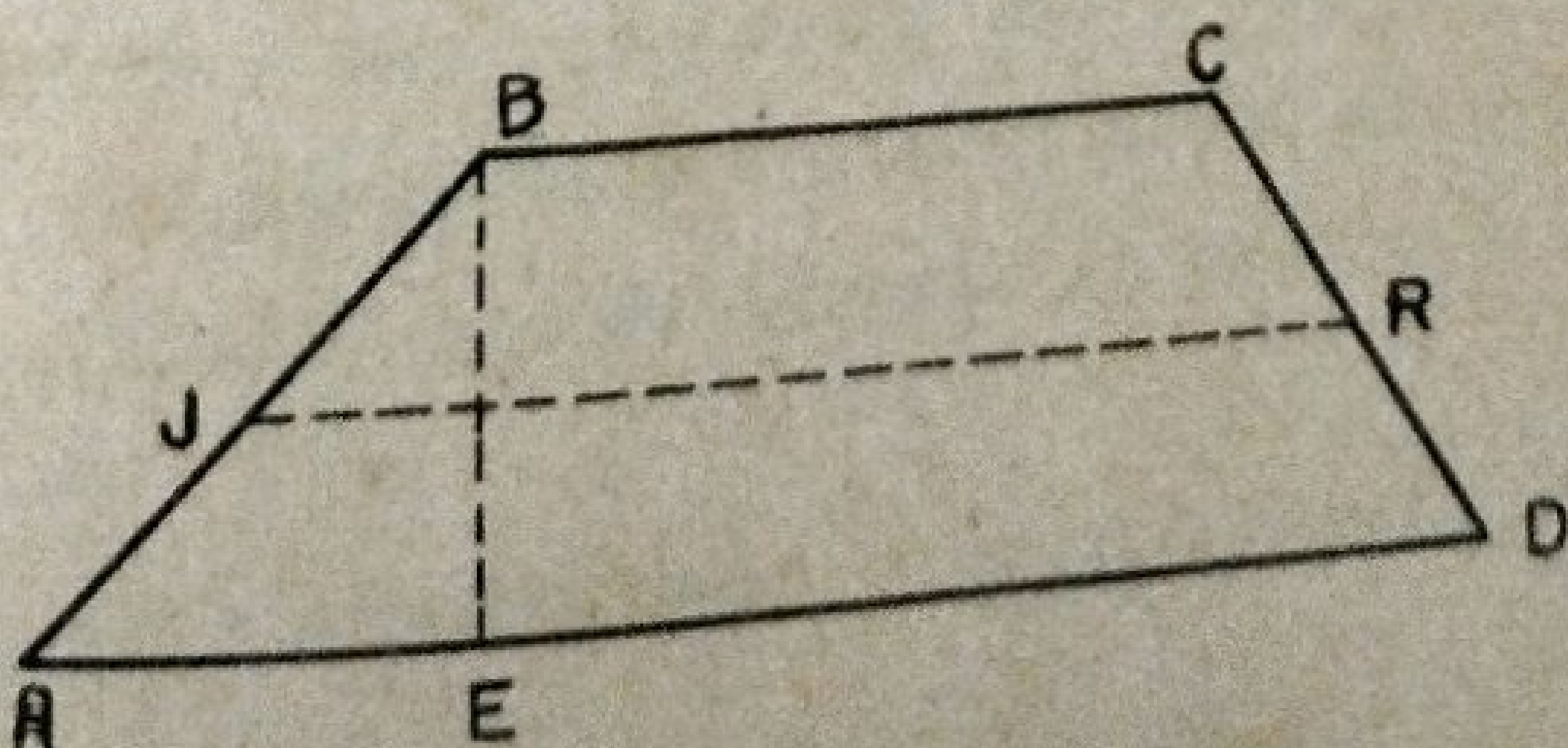


Fig. 50

Trapézio retângulo - é o que tem os lados não paralelos perpendiculares às bases (fig. 51).

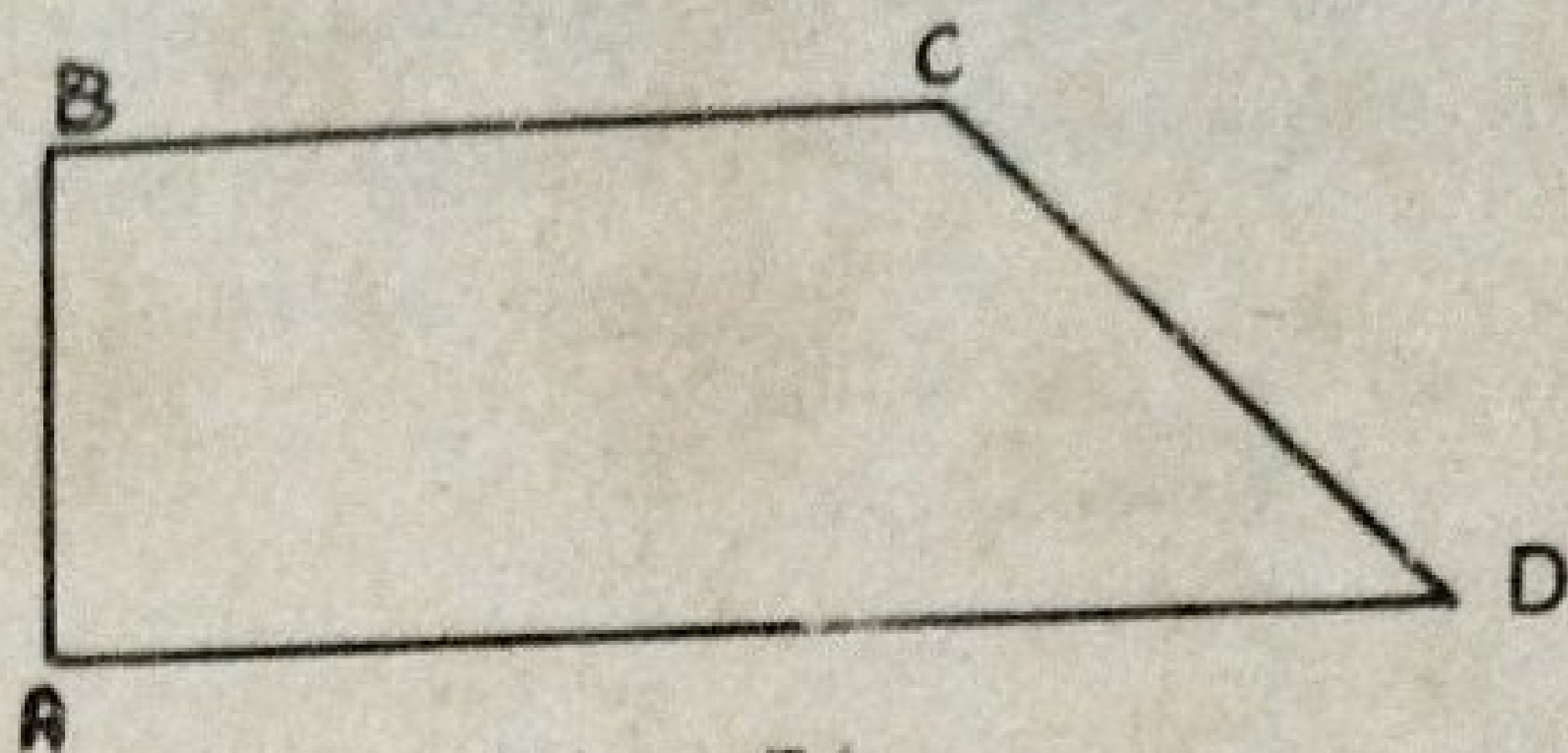


Fig. 51

Trapézio escaleno - é o que tem os lados não paralelos desiguais (fig. 52).

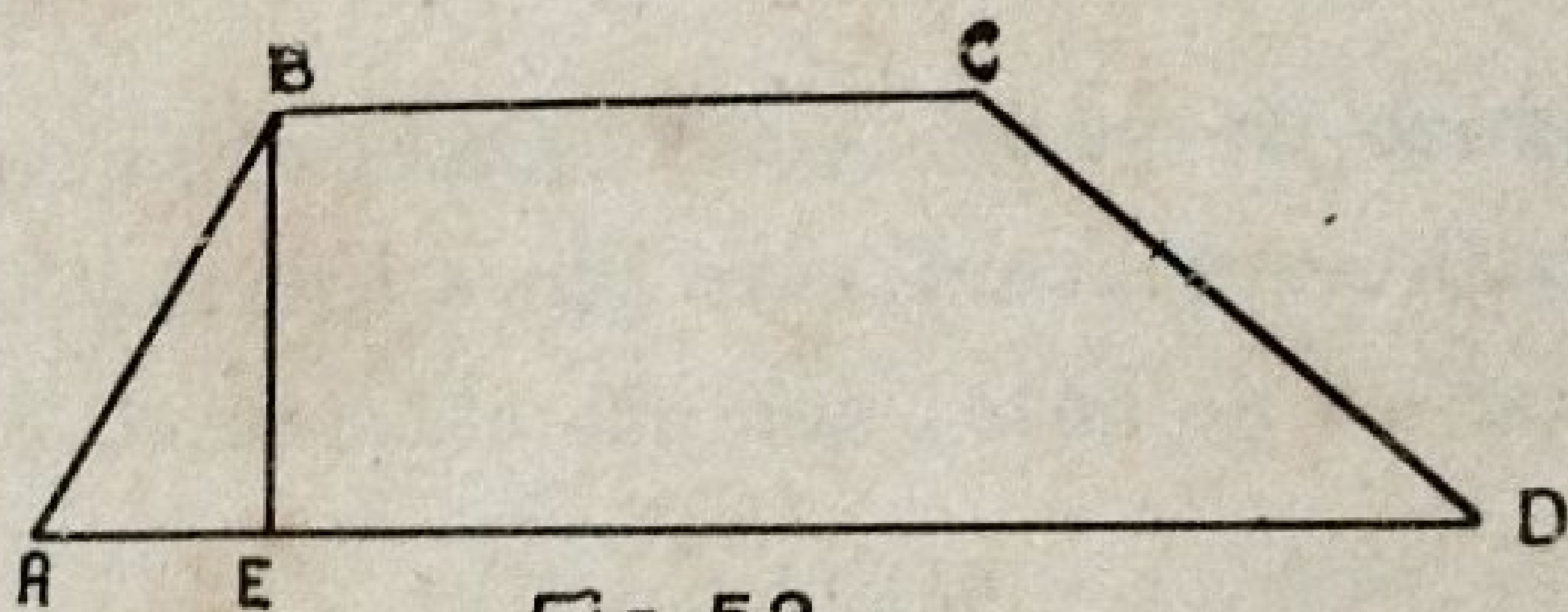


Fig. 52

Altura - do trapézio é a perpendicular \overline{BE} baixada de uma base a outra (fig. 50).

Base média - do trapézio é a linha \overline{JR} que une o meio dos lados não paralelos (fig. 51).

É igual à semi-soma das bases.

As bases do trapézio chamam-se base maior \overline{CD} e base menor \overline{AB} .

CIRCUNFERÊNCIA

Chama-se circunferência a uma curva tal, que a distância de qualquer de seus pontos a um ponto interior chamado centro, é constante. Esta distância OM é o raio da circunferência (fig. 53).

Círculo é a área limitada pela circunferência (fig. 53).

Diâmetro da circunferência é qualquer reta AB que, passando pelo centro, toca a curva em dois pontos (fig.53). O diâmetro é igual ao dobro do raio.

O diâmetro divide a circunferência ao meio.

Corda é qualquer reta CD que une dois pontos da circunferência (fig.53).

Flecha é a perpendicular que une o meio da corda à circunferência (fig.53-EF).

Secante é qualquer reta LR que corta a circunferência em dois pontos (fig.53).

Tangente é qualquer reta GH que toca a circunferência em um ponto (fig.53).

Arco é qualquer parte da circunferência.

Dividindo-se o número que mede o comprimento da circunferência pelo seu diâmetro encontra-se sempre o mesmo resultado: π (pi).

Logo: $\pi = \frac{C}{D} \quad \therefore C = \pi D$

ou $C = 2 \pi R$

$\pi = 3,1416$

C = comprimento da circunferência

D = diâmetro

R = raio

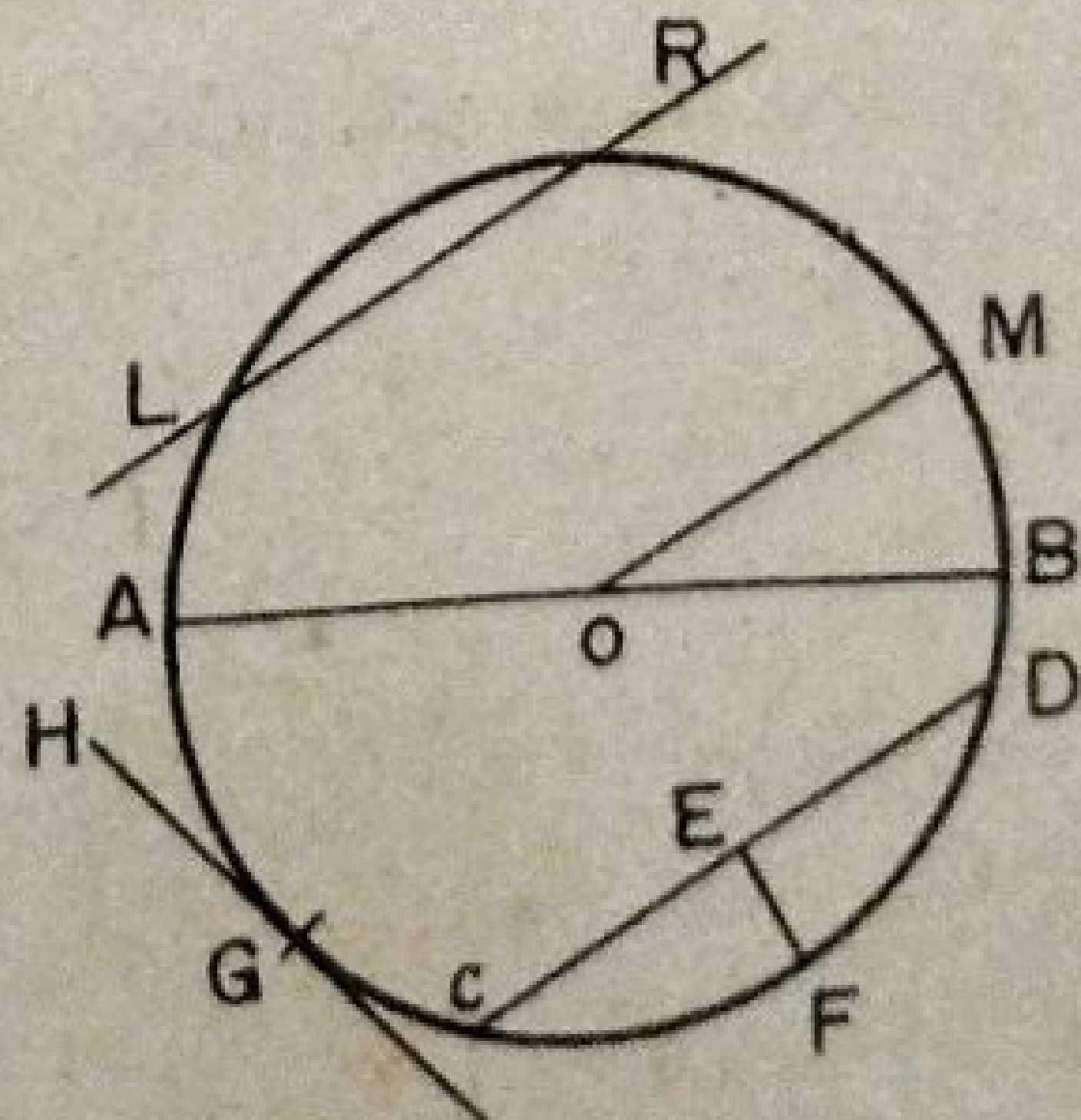


Fig. 53

No círculo deve-se considerar:

- 1) Setor circular - é a área compreendida entre dois raios e o arco por eles formados na circunferência (fig.54).

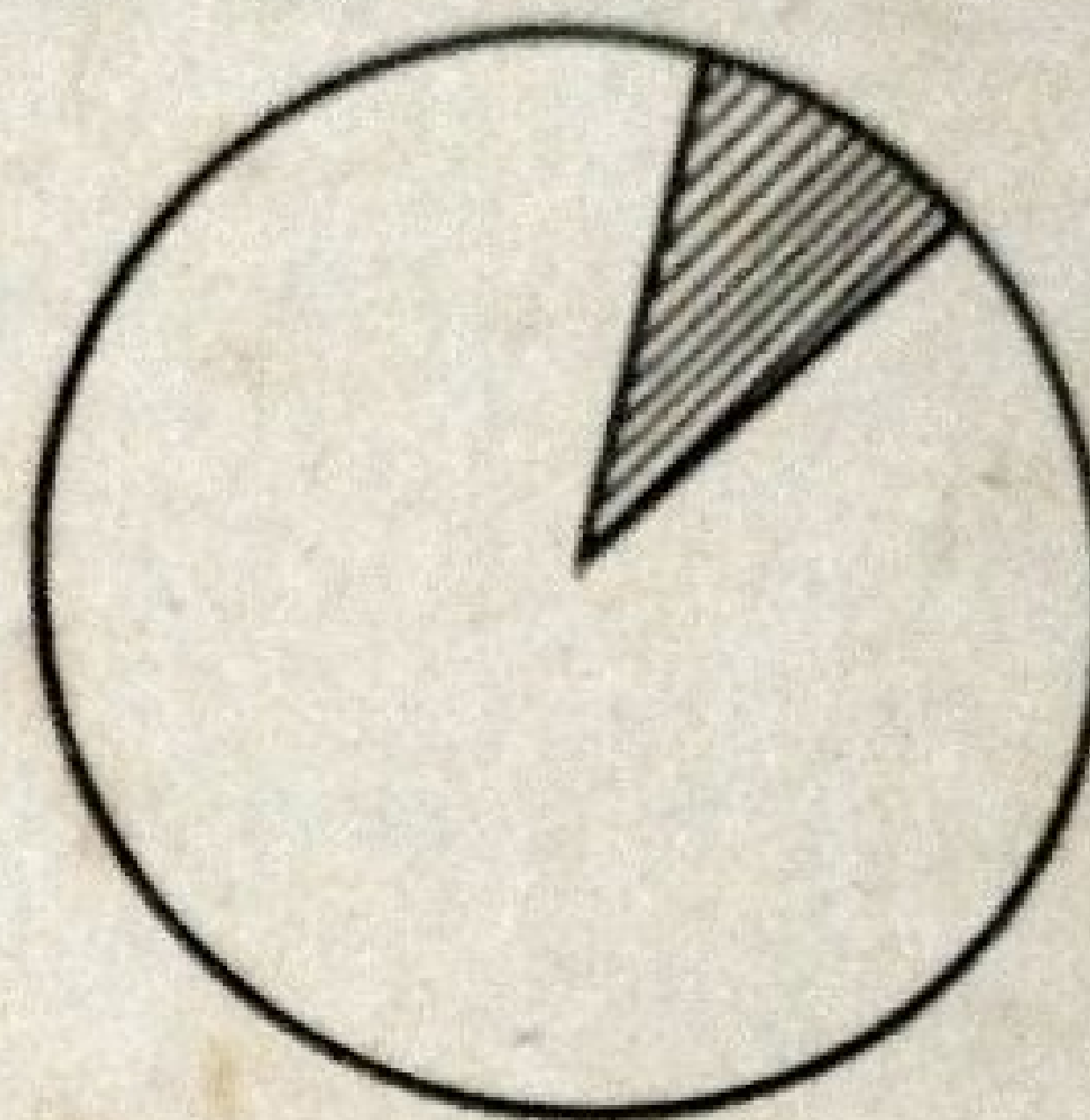


Fig. 54

- 2) Segmento circular - é a área compreendida entre a corda e o arco correspondente (fig.55).

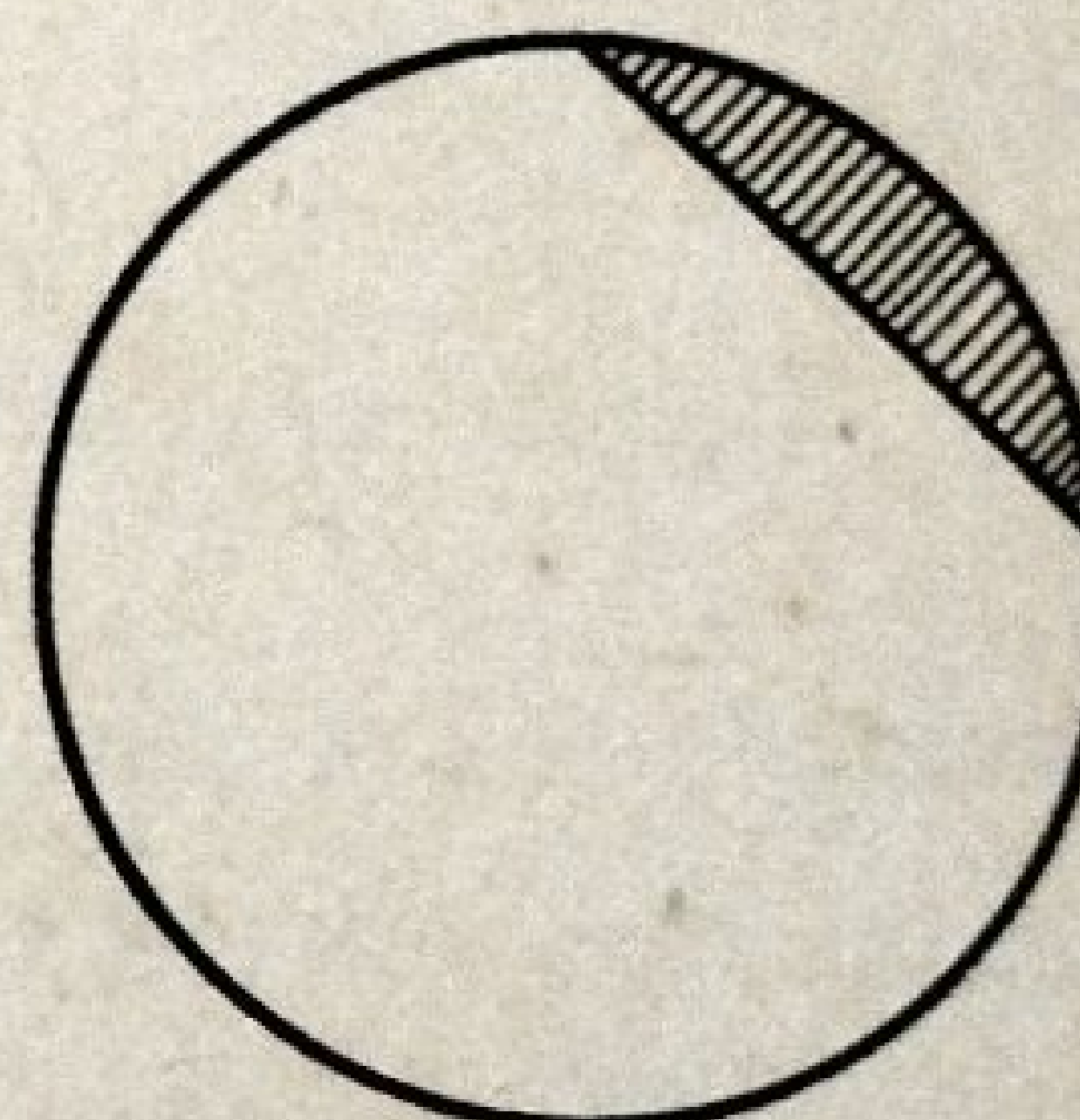


Fig.55

- 3) Coroa - é a área compreendida entre dois círculos concêntricos (fig.56).

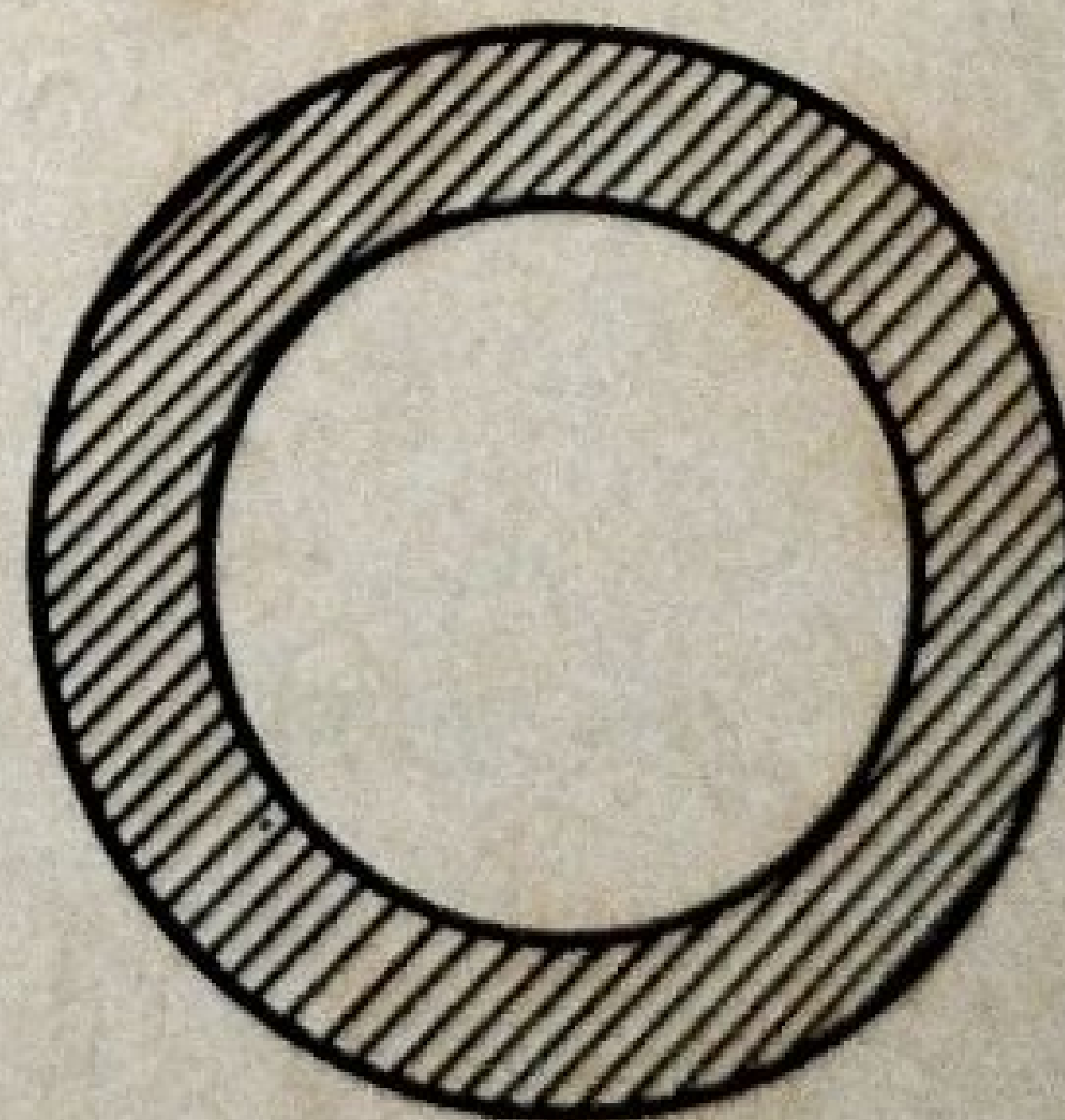
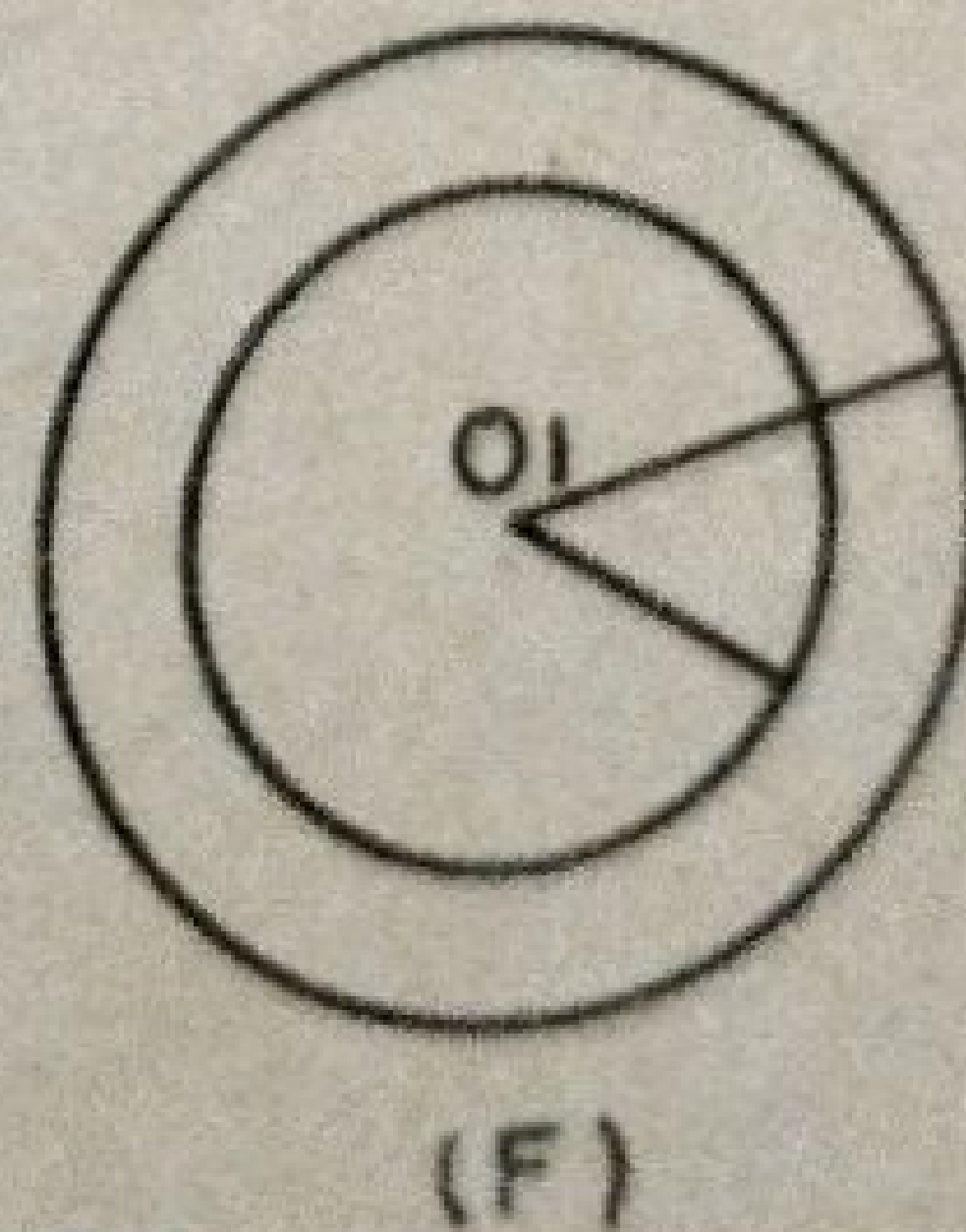
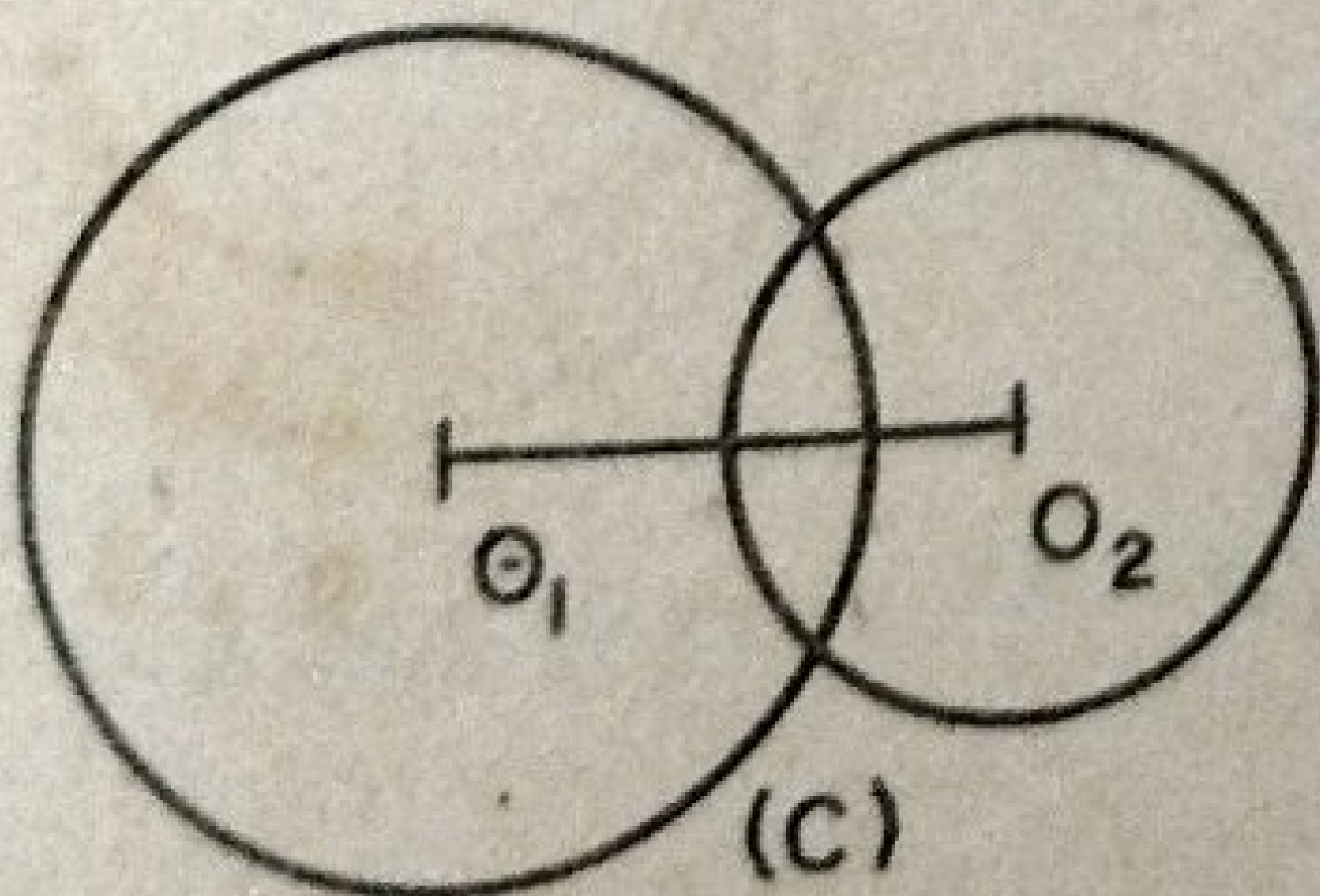
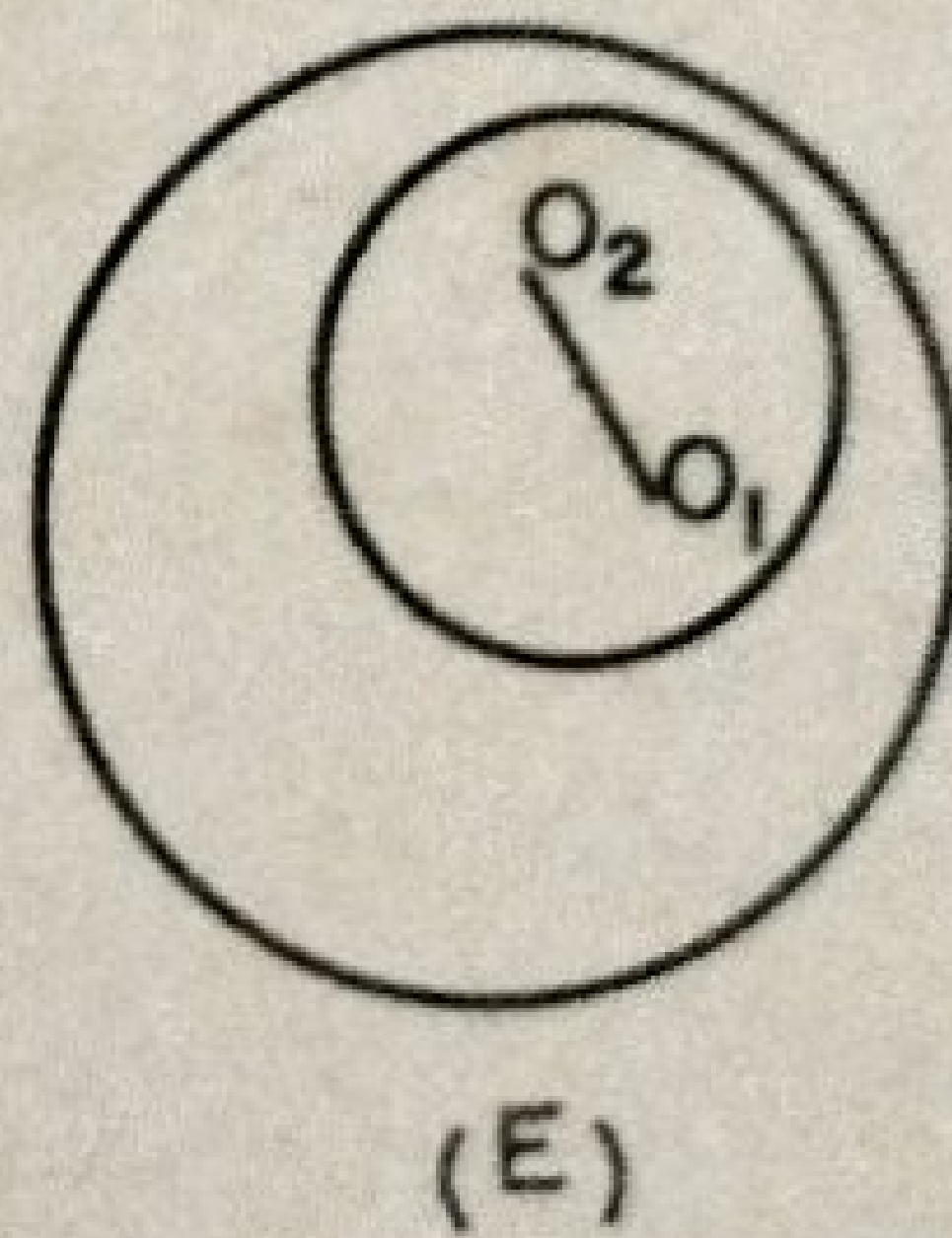
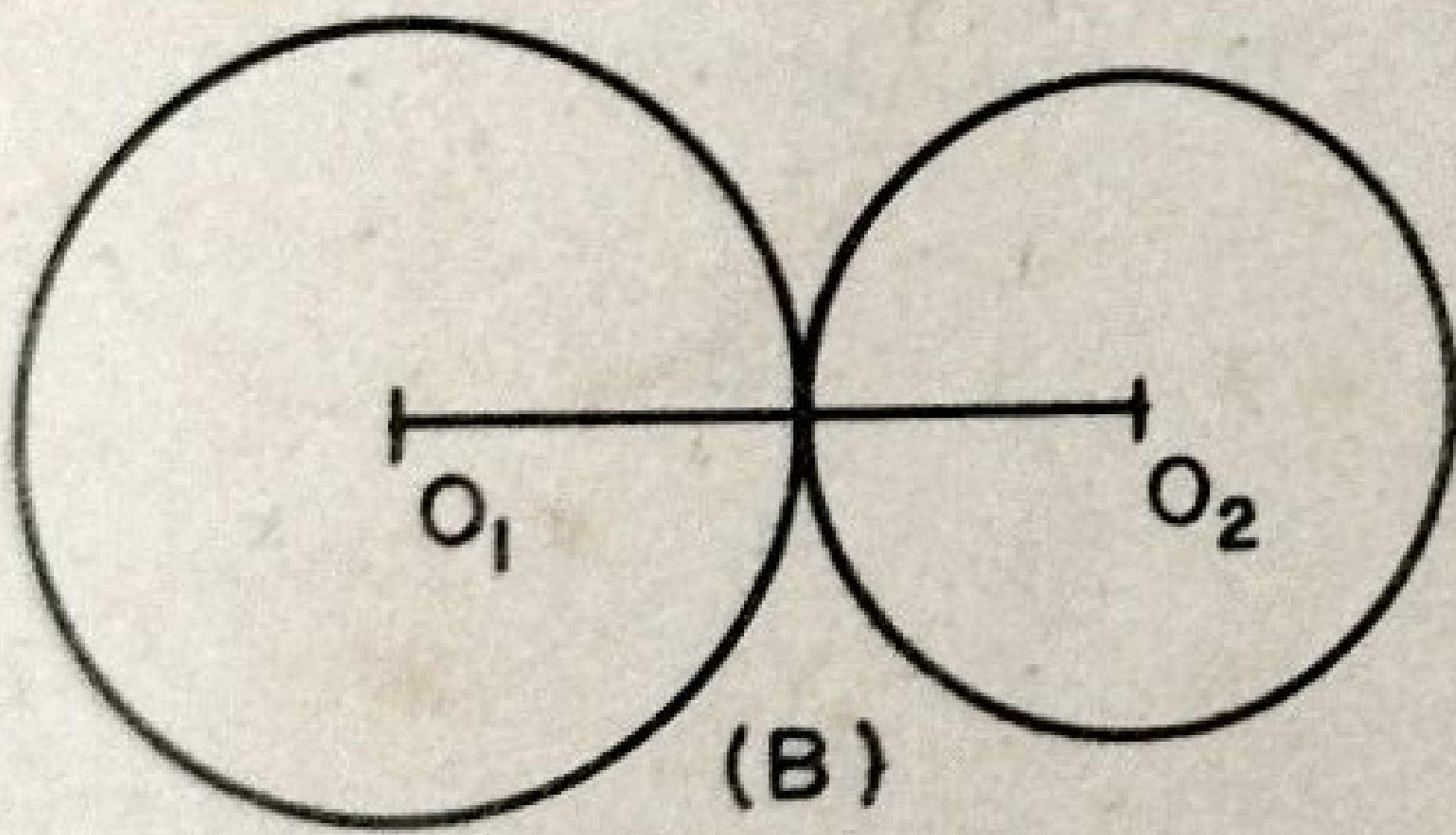
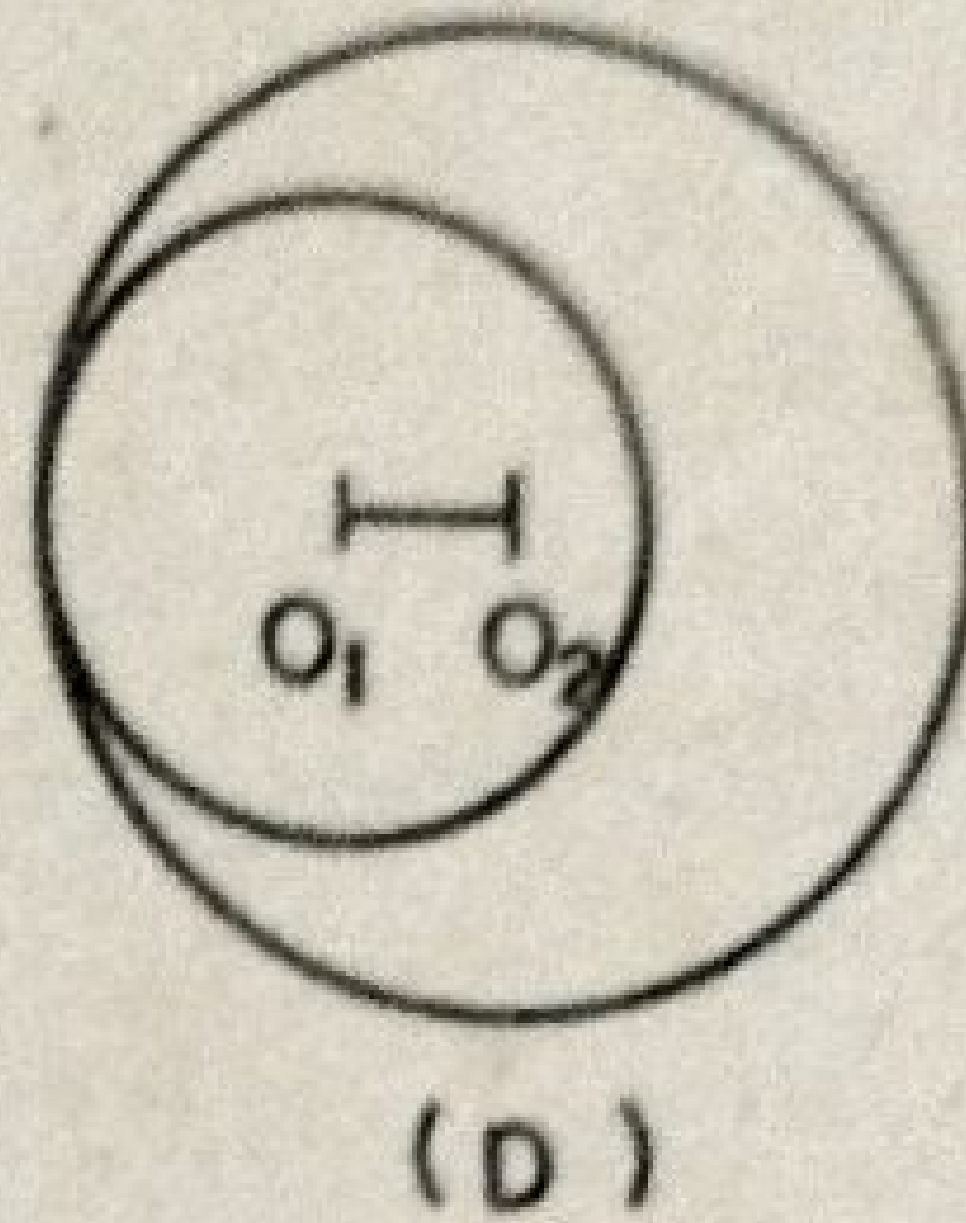
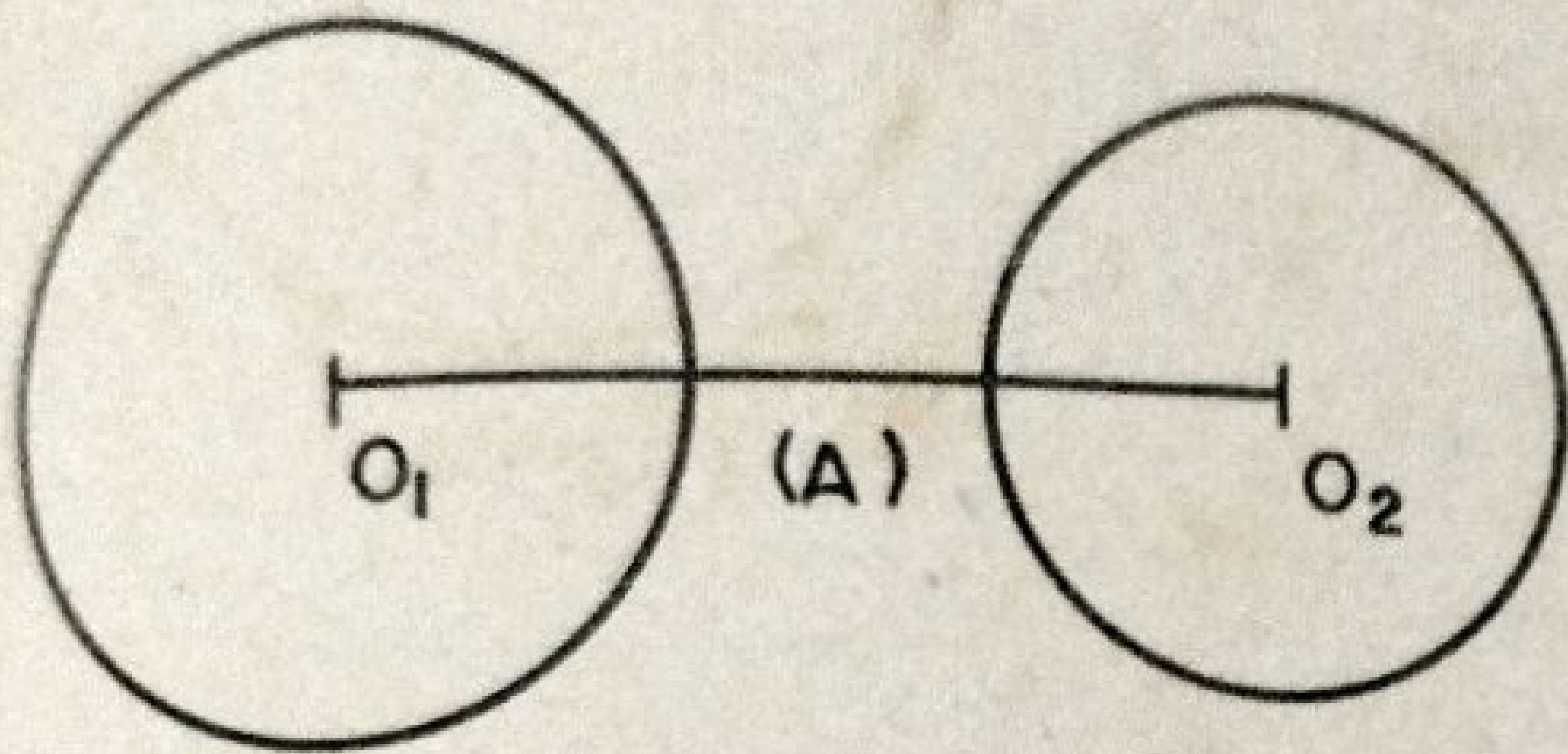


Fig. 56

4 - POSIÇÕES RELATIVAS DE DUAS CIRCUNFERÊNCIAS

Duas circunferências de um mesmo plano podem ser: exteriores (A);
tangentes exteriores (B); secantes (C); tangentes interiores (D); in-
teriores (E); concêntricas (F).



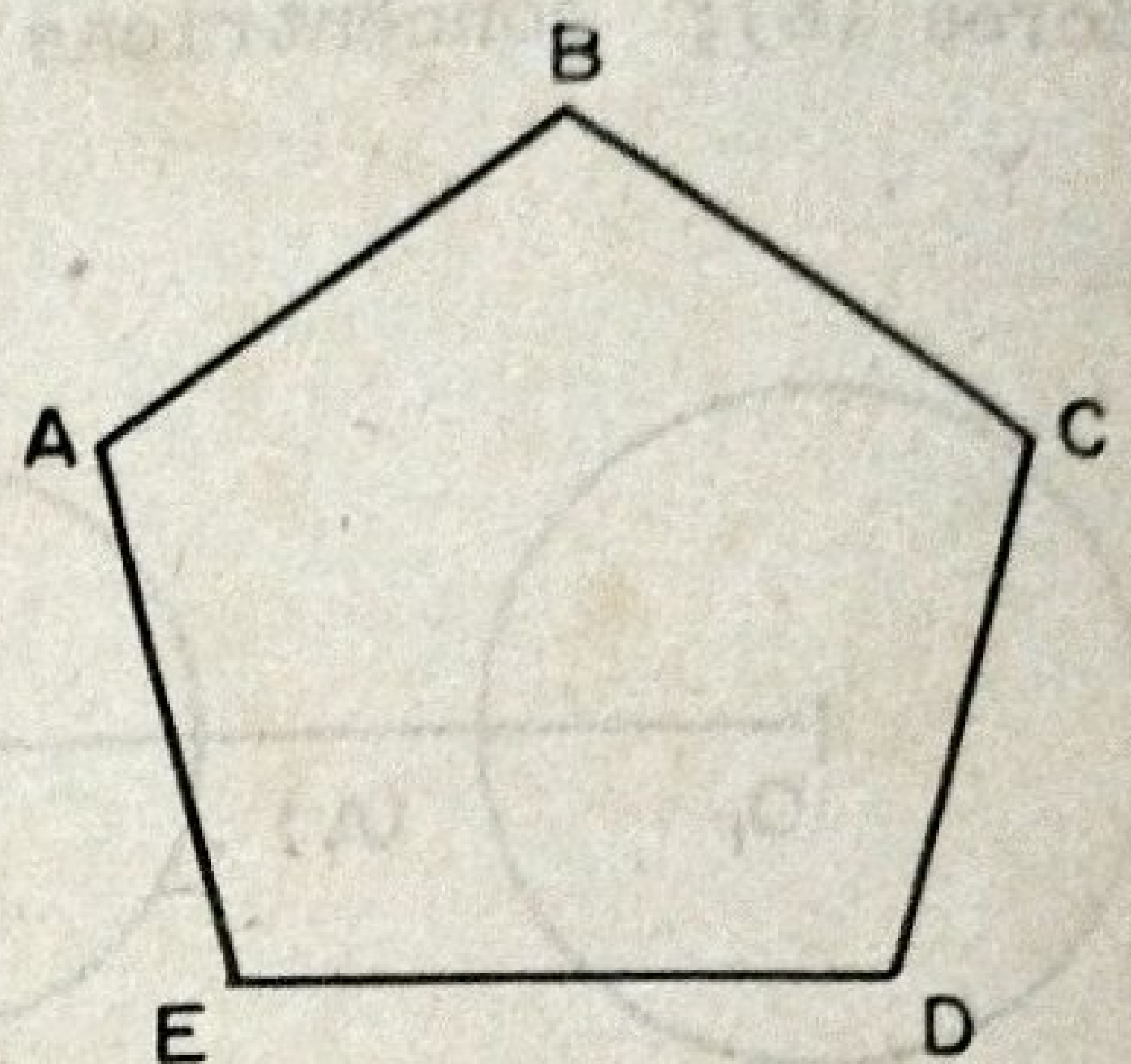
5 - POLÍGONOS, NOMENCLATURA

Os triângulos, os quadriláteros, etc., são polígonos. Polígono é a figura geométrica limitada por uma poligonal fechada (fig. 57).

Os lados \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DE} , \overline{EA} , são os lados do polígono.

Os pontos A, B, C, D, E, são os vértices do polígono.

A soma dos lados do polígono é o perímetro do polígono. Representa-se por $2p$.



Os polígonos são denominados de acordo com o número de lados.

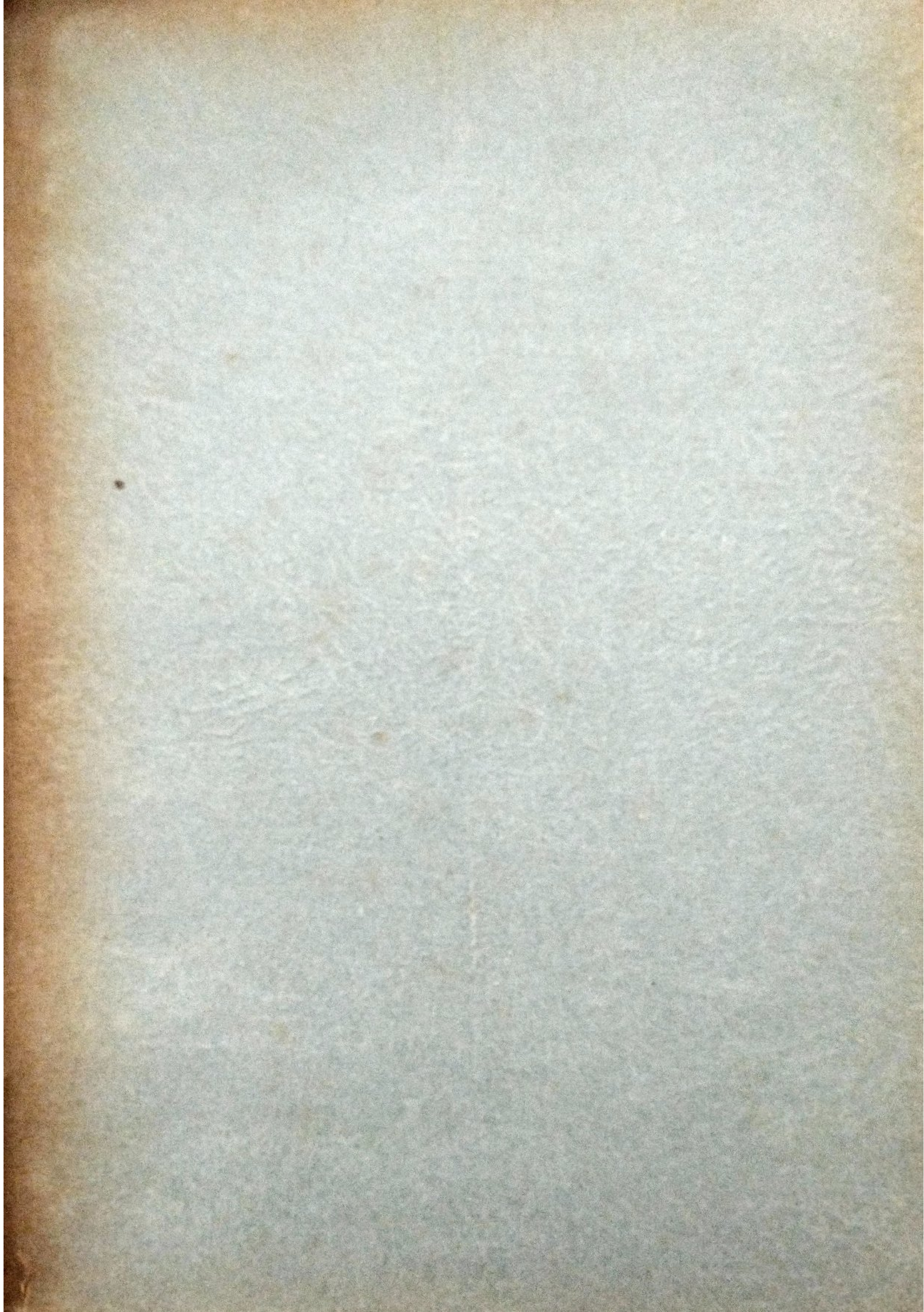
Assim:

| | |
|---------------|-------------------------|
| Triângulo | é o polígono de 3 lados |
| Quadrilátero | " " " " 4 " |
| Pentágono | " " " " 5 " |
| Hexágono | " " " " 6 " |
| Heptágono | " " " " 7 " |
| Octágono | " " " " 8 " |
| Eneágono | " " " " 9 " |
| Decágono | " " " " 10 " |
| Dodecágono | " " " " 12 " |
| Pentadecágono | " " " " 15 " |
| Icoságono | " " " " 20 " |

Um polígono é regular quando tem todos os lados e todos os ângulos iguais.

NOTAS DE AULA





COMPOSTO NA OFICINA  IMPRESSO GRÁFICA DA
Av. Marechal Câmara 350 CBAI Rio de Janeiro - D.F.

5-55-5000