

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
ENGENHARIA AUTOMOTIVA

RENAN KOJI MINAKAWA FUJII

ANÁLISE COMPARATIVA NUMÉRICA E EXPERIMENTAL PARA UM VEÍCULO EM
DINÂMICA LONGITUDINAL

Joinville
2024

RENAN KOJI MINAKAWA FUJII

ANÁLISE COMPARATIVA NUMÉRICA E EXPERIMENTAL PARA UM VEÍCULO EM
DINÂMICA LONGITUDINAL

Trabalho apresentado como requisito para
obtenção do título de Bacharel em Enge-
nharia Automotiva, no Centro Tecnológico
de Joinville, da Universidade Federal de
Santa Catarina.

Orientador: Dr. Sérgio Junichi Idehara

Joinville

2024

RENAN KOJI MINAKAWA FUJII

ANÁLISE COMPARATIVA NUMÉRICA E EXPERIMENTAL PARA UM VEÍCULO EM
DINÂMICA LONGITUDINAL

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Automotiva, no Centro Tecnológico de Joinville, da Universidade Federal de Santa Catarina.

Joinville (SC), 04 de julho de 2024.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Sérgio Junichi Idehara
Orientador/Presidente
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Alexandre Mikowski
Membro
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Marcos Alves Rabelo
Membro
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha gratidão à minha família, especialmente aos meus pais, cujo apoio e incentivo foram fundamentais para que eu pudesse concluir esta etapa.

Agradeço ao professor Sérgio Idehara, meu orientador, por seu suporte, disposição e valiosos ensinamentos, que foram essenciais para a realização deste trabalho.

Por fim, um agradecimento especial a todos os amigos que, de alguma forma, me acompanharam durante a graduação, a presença de vocês tornou essa difícil jornada mais leve e significativa.

RESUMO

Um dos principais sistemas que influenciam a dinâmica veicular é o sistema de suspensão. As respostas cinemáticas da carroceria dependem diretamente do entendimento e dimensionamento desse sistema. Este trabalho, tem como objetivo avaliar o comportamento dinâmico longitudinal de um veículo sob diferentes condições de aceleração e frenagem. Inicialmente, foi desenvolvido um modelo numérico de 7 graus de liberdade que fornece as respostas no tempo de cada um desses graus de liberdade. Para fornecer dados de entrada para o modelo, foram estimadas empiricamente os parâmetros da suspensão e posicionamento do centro de gravidade. Além disso, foi realizado um teste dinâmico com um veículo instrumentado com acelerômetro e giroscópio. Os dados adquiridos foram utilizados como valores de entrada para obtenção da resposta do modelo e também como parâmetro comparativo para verificar e ajustar a sua precisão. Ao avaliar os valores finais, pôde-se verificar que o ângulo de inclinação da massa suspensa atingiu valores próximos a $-0,5^\circ$ e $1,0^\circ$ nos momentos de aceleração e frenagem respectivamente. Junto a isso, uma análise modal foi realizada, permitindo verificar quais modos de vibração provocam maior amplitude no movimento de arfagem. Por fim, foi avaliada a sensibilidade dos parâmetros da suspensão medidos previamente, constatando maior influência para o movimento estudado nesse trabalho (arfagem). Diferenças entre os resultados numéricos e experimentais foram notadas e relacionadas às aproximações utilizadas na modelagem e, também, imprecisões de medição.

Palavra-chave: Suspensão veicular. Frenagem. Aceleração.

ABSTRACT

One of the key systems influencing vehicle dynamics is the suspension system. The kinematic responses of the vehicle body are directly dependent on understanding and accurately sizing this system. This study aims to evaluate the longitudinal dynamic behavior of a vehicle under various acceleration and braking conditions. Initially, a numerical model with seven degrees of freedom was developed to provide time-domain responses for each degree of freedom. Empirical estimation of suspension parameters and the center of gravity position was conducted to provide input data for the model. Additionally, dynamic tests were performed using a vehicle equipped with an accelerometer and gyroscope. The acquired data served both as input values for obtaining the model's response and as comparative parameters to verify and fine-tune the model's accuracy. Upon evaluating the final values, it was observed that the pitch angle of the suspended mass reached approximately -0.5° during acceleration and 1.0° during braking. Furthermore, a modal analysis was performed, identifying which vibration modes caused the greatest amplitude in pitch motion. Finally, the sensitivity of the previously measured suspension parameters was assessed, revealing their significant influence on the pitch movement studied in this work. Differences between numerical and experimental results were noted and attributed to modeling approximations and measurement inaccuracies.

Keywords: Vehicle suspension. Braking. Acceleration.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sistema de coordenadas	12
Figura 2 – 1/4 de Veículo (2 GDL)	13
Figura 3 – 1/4 de Veículo - 2 GDL	14
Figura 4 – Esquema de 1/2 veículo utilizado	16
Figura 5 – Velocidade máxima de 90km/h	17
Figura 6 – Velocidade máxima de 69km/h	17
Figura 7 – Equema hidráulico do sistema RPITIS	18
Figura 8 – Resultados da simulação em condição de frenagem	19
Figura 9 – Veículo utilizado no teste	20
Figura 10 – Modelo de veículo (7GDL)	21
Figura 11 – DCL massa não suspensa	24
Figura 12 – Ângulos de Euler	25
Figura 13 – Fluxograma do processo de obtenção das curvas	26
Figura 14 – Posição do CG (xy)	27
Figura 15 – Veículo inclinado para medição do CG	28
Figura 16 – Posição do CG (z)	29
Figura 17 – Medições de rigidez	30
Figura 18 – Rigidez da suspensão	31
Figura 19 – Rigidez dos pneus	32
Figura 20 – Eixos paralelos (momento de inércia em y)	33
Figura 21 – Eixos paralelos (momento de inércia em x)	34
Figura 22 – Equipamentos de instrumentação	36
Figura 23 – Posicionamento do sensor	37
Figura 24 – Pista de teste	37
Figura 25 – Teste dinâmico	39
Figura 26 – Ângulo de <i>pitch</i> para simulação e teste	40
Figura 27 – Espectrograma do ângulo de <i>pitch</i>	42
Figura 28 – Sensibilidade no ângulo de arfagem (α)	43
Figura 29 – Comparação com 50% da rigidez	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Medição de massa do veículo [kg]	26
Tabela 2 – Posição do CG [mm]	30
Tabela 3 – Rigidez da suspensão e dos pneus	32
Tabela 4 – Momento de inércia [kg.m ²]	34
Tabela 5 – Modos de vibração do modelo numérico	35
Tabela 6 – Condições de teste	38
Tabela 7 – Maior variação entre as curvas	41
Tabela 8 – Raíz do erro médio quadrático (RMSE)	41
Tabela 9 – Variação de entrada e saída	43

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

F_s	Força da suspensão
F_k	Força da mola
F_c	Força do amortecedor
F_{kp}	Força do pneu
M	Massa da massa suspensa
m	Massa da massa não suspensa
Z	Deslocamento vertical da massa suspensa
z	Deslocamento vertical da massa não suspensa
ϕ	Rotação em x da massa suspensa
θ	Rotação em y da massa suspensa
\dot{Z}	Velocidade de deslocamento vertical da massa suspensa
\dot{z}	Velocidade de deslocamento vertical da massa não suspensa
$\dot{\phi}$	Velocidade angular em x da massa suspensa
$\dot{\theta}$	Velocidade angular em y da massa suspensa
d_1	Distância do CG às rodas do lado esquerdo (modelo)
d_2	Distância do CG às rodas do lado direito (modelo)
d_3	Distância do CG ao eixo dianteiro (modelo)
d_3	Distância do CG ao eixo traseiro (modelo)
k_n	Rigidez da suspensão
C_n	Coefficiente de amortecimento da suspensão
k_{pn}	Rigidez do pneu
$[M]$	Matriz de massa
$[C]$	Matriz de amortecimento
$[K]$	Matriz de rigidez
$R_x(\phi)$	Matriz de rotação em x
$R_y(\theta)$	Matriz de rotação em y
$R_z(\psi)$	Matriz de rotação em z
R	Matriz de rotação nos 3 eixos
T	Distância entre eixos
W	Bitola
a	Distância do CG ao eixo dianteiro (cálculo CG)
b	Distância do CG ao eixo traseiro (cálculo CG)
y'	Distância do CG às rodas do lado esquerdo (cálculo CG)
y''	Distância do CG ao eixo x (cálculo CG)
h	Distância do CG ao solo (cálculo CG)
$h1$	Distância do CG ao centro das rodas (cálculo CG)
J	Momento de inércia (rotação em y)
I	Momento de inércia (rotação em x)
$RMSE$	Raíz do erro médio quadrático

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	OBJETIVOS	11
1.1.1	Objetivo geral	11
1.1.2	Objetivos Específicos	11
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	12
2.1	FUNDAMENTOS GERAIS DE DINÂMICA VEICULAR	12
2.2	DINÂMICA LONGITUDINAL E CINEMÁTICA DA SUSPENSÃO	13
2.3	CARACTERIZAÇÃO DOS PARÂMETROS DE SUSPENSÃO	15
2.4	ESTUDOS DE CASO	15
2.4.1	Compreendimento do comportamento dinâmico para auxílio em sistemas de condução autônoma	16
2.4.2	Modelagem de um sistema de suspensão interconectado para estabilidade do veículo	17
3	METODOLOGIA	20
3.1	DESENVOLVIMENTO DO MODELO DINÂMICO	20
3.2	SIMULAÇÃO NUMÉRICA	24
3.3	MEDIÇÃO DE PARÂMETROS DO VEÍCULO	26
3.3.1	Medições de massa	26
3.3.2	Medições dos parâmetros da suspensão	30
3.3.3	Aproximação do momento de inércia	32
3.4	ANÁLISE MODAL	34
3.5	TESTE DINÂMICO	35
4	RESULTADOS	39
4.1	COMPORTAMENTO DO TESTE DINÂMICO	39
4.2	COMPARAÇÃO ENTRE CURVA NUMÉRICA E EXPERIMENTAL	40
4.3	ANÁLISE DA VARIAÇÃO DA RIGIDEZ DA SUSPENSÃO	42
5	CONCLUSÃO	45
	REFERÊNCIAS	46
	APÊNDICE A – MODELO 7GDL (MATLAB)	48
	APÊNDICE B – FUNÇÃO (MATLAB)	55
	APÊNDICE C – CÓDIGO ARDUINO PARA AQUISIÇÃO DE DADOS	57

1 INTRODUÇÃO

Parte significativa do estudo e recursos são destinados ao desenvolvimento do sistema de suspensão, com o intuito de oferecer um componente que seja seguro, confortável e confiável. Segundo Knowles (2011), a suspensão é o sistema que compreende as deformidades existentes na via e transfere essa excitação para a massa suspensa. Portanto, esse sistema está diretamente relacionado com o conforto dos ocupantes do veículo, pois é ele quem determinará qual será o modo de vibração que a massa suspensa será submetida. Além de promover a segurança, estabilidade do veículo e garantir o contato entre pneu e solo.

A suspensão é essencial para que a condução de um automóvel apresente o comportamento desejado, que no caso de veículos comerciais, é o conforto e segurança (GENTA; MORELLO, 2008). De modo que, as características de rigidez e amortecimento do sistema de suspensão são parâmetros fundamentais para definir o comportamento em arfagem e rolagem do veículo (GILLESPIE, 1992).

De acordo com Milliken et al. (1995), esse sistema requer grande investimento para que se possa garantir o máximo de conforto e segurança ao mesmo tempo em que ainda se obtenha um bom desempenho. O veículo deve ser capaz de contornar curvas, realizar aceleração e frenagem com valores de rolagem e arfagem que garantam que todas as rodas permaneçam em contato com o solo e ainda se mantenha a dirigibilidade do veículo. Nesse contexto, utiliza-se de conceitos da mecânica clássica aplicada à dinâmica veicular para dimensionar componentes do sistema e entender o comportamento do veículo sobre esse dimensionamento.

Conforme Genta e Morello (2008), o veículo pode ser tratado como um sistema de múltiplos graus de liberdade, mas para simplificá-lo, pode-se aproximar para um sistema de 7 graus de liberdade, desconsiderando influências de deflexões de corpos rígidos e aerodinâmicas. Com base nessa simplificação, será desenvolvido o modelo matemático utilizado nesse trabalho.

Esse modelo tem como objetivo fornecer respostas do comportamento dinâmico do veículo a partir de parâmetros de físicos da suspensão. Junto a isso, será realizado um teste empírico com um veículo real, instrumentado com acelerômetro e giroscópio, e medido por um sistema de aquisição de dados. Assim, será realizada uma análise comparativa entre os valores obtidos pelo modelo numérico e pelo experimento.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Avaliar o comportamento do veículo em termos de dinâmica longitudinal em diferentes condições de aceleração e frenagem para ajustar um modelo dinâmico numérico preditor do comportamento da dinâmica veicular.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Desenvolver modelo dinâmico em múltiplos graus de liberdade;
- Estimar rigidez dos componentes da suspensão e posição do centro de gravidade de modo empírico;
- Obter resultados a partir do teste veicular, variando condição de aceleração e frenagem do veículo;
- Obter respostas do modelo dinâmico a partir de valores de excitação do teste veicular;
- Avaliar cinemática a partir dos dados aqisitados;
- Realizar comparação entre as respostas empírica e numérica;
- Verificar sensibilidade dos parâmetros da suspensão.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

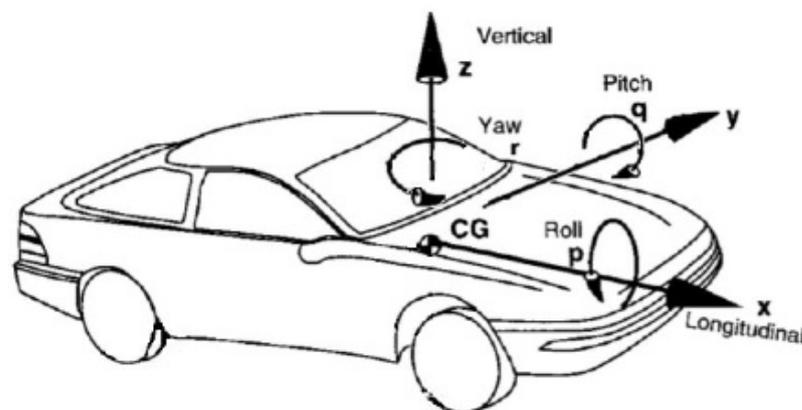
Para realizar o estudo do comportamento de um veículo, faz-se necessário o entendimento da dinâmica veicular, em especial a longitudinal, além de conceitos de mecânica. Assim, nos tópicos a seguir serão apresentados os conceitos teóricos utilizados para o desenvolvimento desse trabalho.

2.1 FUNDAMENTOS GERAIS DE DINÂMICA VEICULAR

A dinâmica veicular tem como objetivo utilizar conceitos de mecânica clássica para realizar a modelagem matemática para caracterizar os movimentos de rotação e translação do veículo. O comportamento dinâmico é caracterizado pelas respostas que a massa suspensa apresenta devido às forças provenientes do contato entre pneu solo e forças aerodinâmicas. Os componentes do veículo são estudados para entender e determinar quais forças serão geradas e como elas irão influenciar nos movimentos durante aceleração, frenagem e curva (GILLESPIE, 1992).

Para a dinâmica longitudinal, tem-se como interesse avaliar o movimento devido às forças impostas por condições de aceleração e frenagem. Dessa maneira, o veículo tem um grau de liberdade de rotação em torno do eixo y (arfagem) e um grau de liberdade de translação no eixo x . Conforme Gillespie (1992), o referencial de análise é descrito da seguinte maneira: o deslocamento para frente e a rotação para o lado direito são definidos como positivos conforme a norma ISO 8855 (2011), representado na Figura 1.

Figura 1 – Sistema de coordenadas



Fonte: Standardization (2011).

A Figura 1 possibilita a descrição dos movimentos aos quais o veículo pode estar submetido:

- Deslocamento longitudinal - Translação ao longo do eixo x;
- Deslocamento lateral - Translação ao longo do eixo y;
- Deslocamento vertical - Translação ao longo do eixo z;
- *Roll* - Rotação em torno do eixo x;
- *Pitch* - Rotação em torno do eixo y;
- *Yaw* - Rotação em torno do eixo z.

Os termos *roll*, *pitch* e *yaw* são expressões em inglês comumente utilizadas na dinâmica veicular, correspondendo respectivamente aos termos rolagem, arfagem e guinada em português.

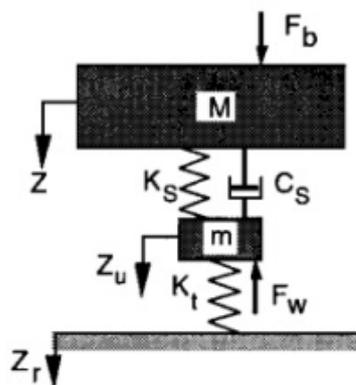
Segundo Gillespie (1992), a dinâmica veicular descreve o comportamento dos veículos através da análise das forças e momentos que atuam sobre eles. O equacionamento que descreve os movimentos translacionais é fundamentado na Segunda Lei de Newton, que considera as forças e acelerações atuantes no veículo. Por outro lado, os movimentos rotacionais são modelados com base nas equações de Newton-Euler.

2.2 DINÂMICA LONGITUDINAL E CINEMÁTICA DA SUSPENSÃO

A principal função da suspensão é reduzir ao máximo as excitações na massa suspensa devido a perturbações impostas pelas irregularidades de uma via. Para que isso ocorra, existe um conjunto de molas e amortecedores entre a massa suspensa e não suspensa que permite o movimento vertical relativo entre esses componentes (GENTA; MORELLO, 2008).

Gillespie (1992) menciona que, de modo geral, todos os veículos possuem sistemas de isolamento da carroceria, descritos como sistemas massa-mola. A forma mais simplificada de realizar essa análise é utilizando o modelo de 1/4 de carro, conforme representado na Figura 2.

Figura 2 – 1/4 de Veículo (2 GDL)



Fonte: Gillespie (1992).

Na Figura 2, tem-se a massa suspensa (M), que representa a carroceria do veículo e o que está contido nela, mola (K_s) e amortecedor (C_s), a massa não suspensa (m) que contempla o conjunto de suspensão, roda, pneu e parte do sistema de direção, caso seja no eixo direcional e por fim a rigidez do pneu (K_t). Para o desenvolvimento desse trabalho, será realizada a modelagem matemática de cada suspensão conforme a representação acima sustentado a massa suspensa. Dessa maneira obtém-se um modelo de 7 graus de liberdade.

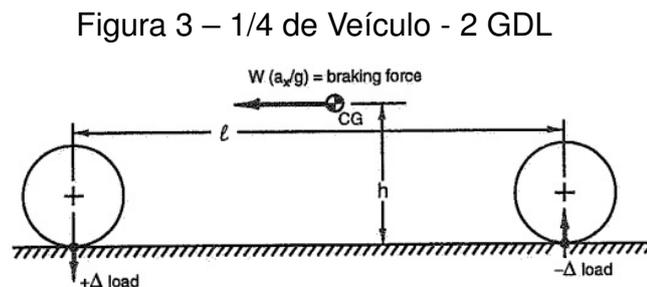
Para este trabalho, o interesse está em obter as respostas desse sistema quando submetido às condições de aceleração e frenagem longitudinal. A literatura Milliken et al. (1995) apresenta o movimento de *dive* como a rotação do carro em torno do eixo y no sentido negativo e o movimento de *squat* como a rotação no sentido positivo.

Esse tipo de movimento ocorre devido à transferência de carga devido às acelerações em que a massa suspensa é submetida. A transferência de carga para dianteira do veículo e conseqüentemente a compressão da suspensão dianteira e extensão da traseira promove a rotação da massa suspensa, produzindo o comportamento de *dive*, o oposto gera o movimento de *squat* (MILLIKEN et al., 1995).

A variação do valor da aceleração longitudinal provoca a variação do carregamento normal nos eixos do veículo, força responsável por variar o comprimento da mola da suspensão. Ao realizar uma frenagem, a força de frenagem pode ser interpretada como atuante no centro de gravidade do veículo e dessa maneira provocando um momento rotacional em torno do centro de arfagem. A variação do carregamento normal ($\Delta Load$) pode ser descrito pela Equação 1.

$$\Delta Load = W \cdot \frac{a_x}{g} \cdot \frac{h}{l} \quad (1)$$

Em que, W é a força normal, a_x a aceleração longitudinal, h a altura do centro de gravidade em relação ao solo, l a distância entre eixos e g a gravidade. Como pode-se observar na Figura 3.



Fonte: Gillespie (1992).

2.3 CARACTERIZAÇÃO DOS PARÂMETROS DE SUSPENSÃO

O desenvolvimento matemático desse trabalho utilizará conceitos de vibrações mecânicas para descrever a cinemática da carroceria do veículo. Para interpretar o movimento de um sistema vibratório, tem-se a equação do movimento que descreve o comportamento dinâmico das massas devido à forças externas ou excitações. Inicialmente, para um sistema de um grau de liberdade, essa equação é representada por uma equação diferencial ordinária que relaciona aceleração (\ddot{Z}), velocidade (\dot{Z}) e a posição (Z) de um sistema com a massa (m), rigidez (k), coeficiente de amortecimento (c) e a força de excitação (F) como pode ser observado na Equação 2 (RAO, 2008).

$$m\ddot{Z} + c\dot{Z} + kZ = F(t) \quad (2)$$

Em movimentos rotacionais, o equacionamento é análogo, descrito na Equação 3. Onde, I é o momento de inércia rotacional, $\ddot{\theta}$ a aceleração angular, $\dot{\theta}$ a velocidade angular, θ posição angular e M o momento de excitação.

$$I\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + k\theta = M(t) \quad (3)$$

Ao relacionar esses conceitos com a dinâmica veicular, tem-se que expandir o sistema para múltiplos graus de liberdade. Conforme Rao (2008), a equação do movimento se torna uma equação diferencial matricial. Essa equação abrange uma matriz de massa, matriz de rigidez e uma matriz de amortecimento, de modo que é possível descrever as vibrações de cada grau de liberdade e suas interações. A fim de se obter o comportamento dinâmico de um sistema de múltiplos graus de liberdade ao longo do tempo, pode-se realizar a integração da Equação 4.

$$[m]\ddot{\vec{Z}} + [c]\dot{\vec{Z}} + [k]\vec{Z} = \vec{F}(t) \quad (4)$$

Em que $[m]$ é a matriz de massa, $[c]$ matriz de movimento e $[k]$ matriz de rigidez.

2.4 ESTUDOS DE CASO

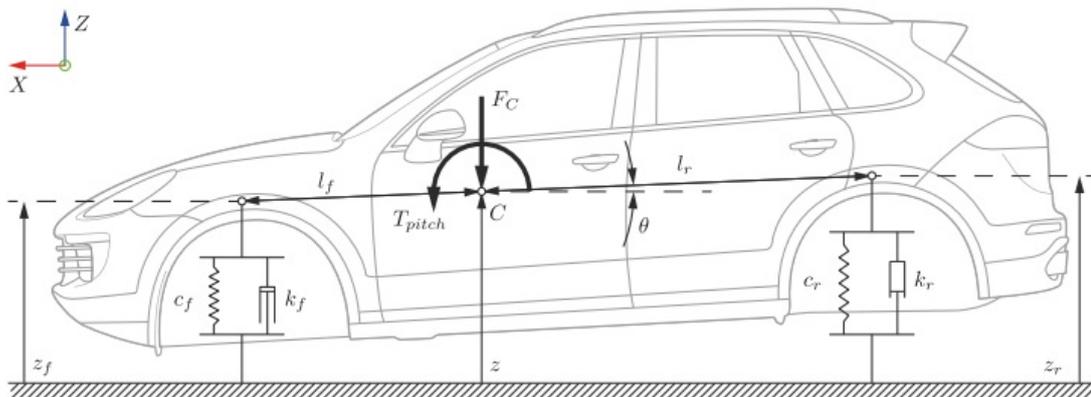
A respeito da dinâmica longitudinal veicular, é apresentado estudos de caso relevantes que tratam do assunto. O foco está em verificar como esses trabalhos avaliam a cinemática da do veículo devido à variações da aceleração longitudinal. Por meio da revisão desses estudos, tem-se diferentes contextos em que a dinâmica longitudinal é investigada.

2.4.1 Compreendimento do comportamento dinâmico para auxílio em sistemas de condução autônoma

As análises e desenvolvimentos realizados por KURZ et al. (2023) toma como motivação o aumento da implementação de sistemas de auxílio de condução e de condução autônoma em veículos comerciais. Estes sistemas interpretam sinais de sensores, que aquisitam dados de rotação das rodas e posicionamento de objetos em volta do carro, e realizam acionamento dos sistemas de direção e freio, a fim de influenciar a trajetória do veículo.

O trabalho inicia realizando uma modelagem matemática que descreve o movimento de *pitch* devido à forças externas, considerando 1/2 de veículo. O modelo considera um corpo extenso com o eixo de rotação posicionado no centro de gravidade do carro e um sistema de mola e amortecedor nas extremidades do corpo, como pode-se observar a Figura 4.

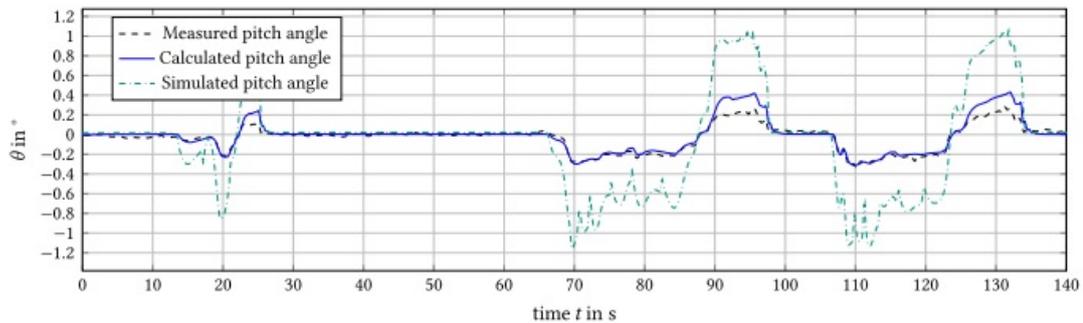
Figura 4 – Esquema de 1/2 veículo utilizado



Fonte: KURZ et al. (2023).

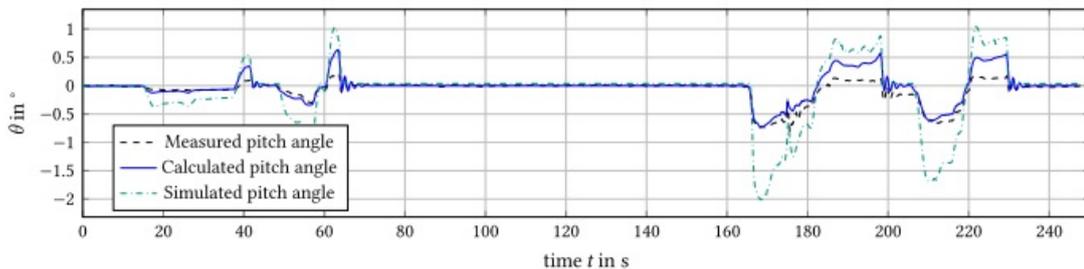
Junto a isso, os autores realizaram teste prático em duas condições diferentes. Inicialmente, com o aceleração de $2,5 \text{ m/s}^2$ até 90 km/h e outra medição com velocidade máxima de 69 km/h , ambas seguida de uma frenagem brusca. Ao final, o modelo foi alimentado com os dados do veículo e simulado o movimento para as mesmas condições de teste. Os resultados obtidos estão representados nos gráficos apresentados nas Figuras 5 e 6.

Figura 5 – Velocidade máxima de 90km/h



Fonte: KURZ et al. (2023).

Figura 6 – Velocidade máxima de 69km/h



Fonte: KURZ et al. (2023).

Nos gráficos, é possível observar que os valores simulados foram maiores que os valores medidos. Para a condição com velocidade máxima de 90 km/h a variação máxima entre as curvas foi de $0,8^\circ$, já para 69 km/h foi próximo de $1,1^\circ$. Ambas ocorreram com valores negativos de *pitch*, o que significa que o modelo apresenta maior discrepância para o movimento de *dive*.

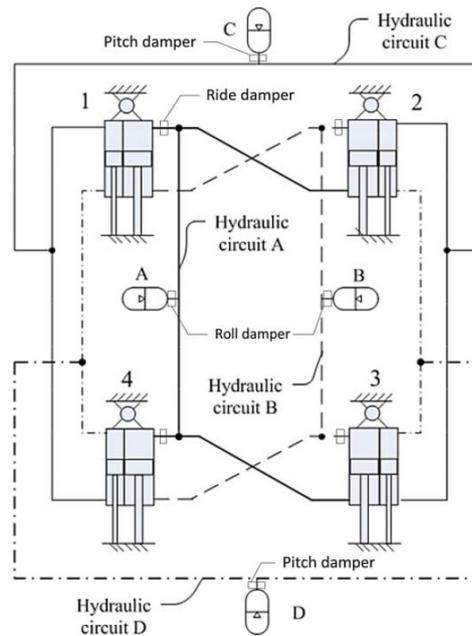
KURZ et al. (2023) concluíram que o modelo é preciso para pequenas variações de *pitch*, como por exemplo na aceleração. Contudo, para movimentos que apresentam grande variação no ângulo, em que ocorre uma compressão significativa da suspensão, o modelo apresenta valores que difere da realidade. Isso se deve ao fato de terem utilizado uma modelagem simples dos amortecedores, que apresenta uma taxa de amortecimento linear, enquanto que um modelo mais realista apresentaria uma taxa de amortecimento para compressão e outra para extensão.

2.4.2 Modelagem de um sistema de suspensão interconectado para estabilidade do veículo

O estudo realizado por Xu et al. (2015) tem como objetivo realizar e analisar uma modelagem do sistema de um sistema de suspensão interconectado. Em que,

o deslocamento de cada conjunto de suspensão será influenciado por um cilindro hidráulico, que promoverá uma variação da rigidez da suspensão, afetando diretamente o movimento de *pitch* e *roll*. O esquema do sistema implementado pelo autor é chamado de *roll and pitch independently tuned interconnected suspension* (RPITIS), pode ser observado na Figura 7.

Figura 7 – Equema hidráulico do sistema RPITIS

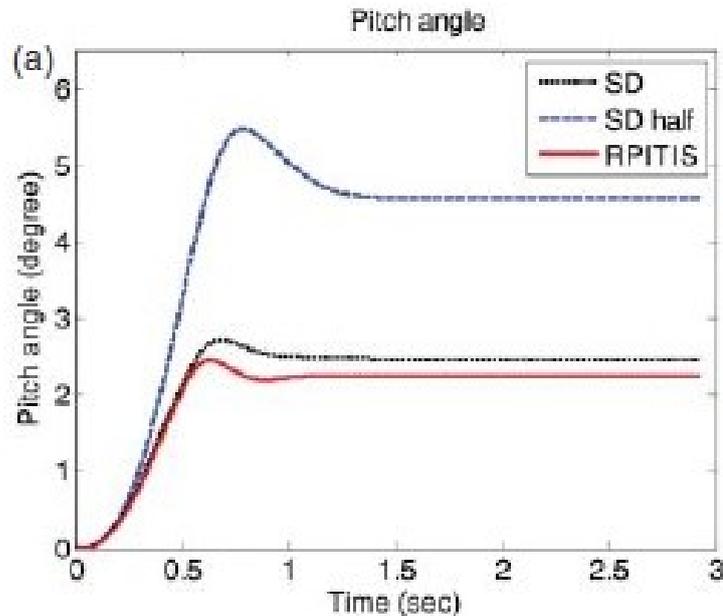


Fonte: Xu et al. (2015).

O desenvolvimento do artigo ocorre por meio da modelagem de dois esquemas de suspensão. A primeira modelagem refere-se a um modelo convencional de veículo, considerando 14 graus de liberdade, os autores consideram a deflexão de corpos rígidos para apresentar resultados mais precisos. O segundo modelo considera forças adicionais nos amortecedores do carro, devido a atuação dos cilindros hidráulicos, que são acionados a fim de reduzir o movimento de rolagem e arfagem da massa suspensa.

Xu et al. (2015) realizam simulações em diversas condições, mas a condição que se relaciona com o tema desse trabalho são os resultados apresentados devido à uma frenagem forte. Os valores apresentados pelo autor são considerando uma suspensão convencional (SD), uma suspensão com 50% da rigidez reduzida (SD half) e com o sistema hidráulico (RPITS) e estão apresentados na Figura 8.

Figura 8 – Resultados da simulação em condição de frenagem



Fonte: Xu et al. (2015).

Observa-se que o ângulo de *pitch* com o sistema hidráulico é reduzido aproximadamente em $0,2^\circ$, em relação à configuração original do veículo, no instante em que ocorre a maior inclinação, se mostrando eficiente no que é proposto. Ao avaliar a suspensão com metade da rigidez original, nota-se que a inclinação aumenta consideravelmente, variando aproximadamente 3° , comportamento já esperado, visto que a força que a suspensão realiza é menor.

Os resultados das simulações mostraram que o RPITIS melhora significativamente a resistência à rolagem e arfagem, além de reduzir a transferência de carga dos pneus em frenagens bruscas, sem comprometer a estabilidade lateral e longitudinal. Em comparação com veículos equipados com barras estabilizadoras, o RPITIS demonstrou uma variação menor na carga dos pneus e oscilações mais controladas, destacando seu potencial para otimizar o equilíbrio entre conforto e dirigibilidade (XU et al., 2015).

3 METODOLOGIA

O presente trabalho possui dois principais desenvolvimentos, além de uma análise comparativa entre os resultados obtidos. Inicialmente, será adquirido dados de um teste dinâmico com um veículo modelo DS3 da marca Citroen, mostrado na Figura 9, em condições de aceleração e frenagem. O veículo é usado com 83000 km rodados e 215 cavalos de potência. Em um segundo momento, será realizada uma simulação numérica utilizando o programa Matlab, utilizando um modelo dinâmico de veículo para as mesmas condições do teste. Por fim, será realizada uma análise comparativa entre os resultados obtidos na simulação e no teste.

Figura 9 – Veículo utilizado no teste



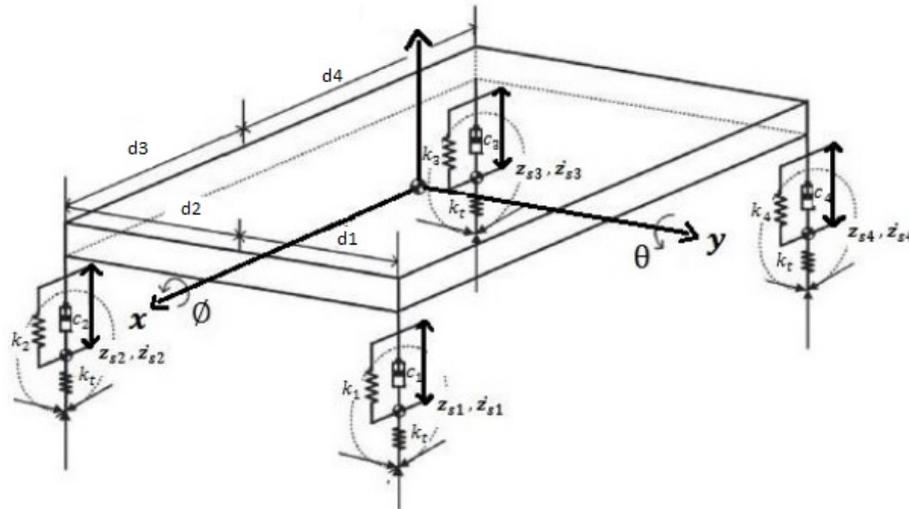
Fonte: Autor (2023).

Além dos valores de aceleração, também é necessário fornecer ao modelo alguns parâmetros físicos do veículo para realizar a simulação. Para isso, realizou-se medições em laboratório para obter os valores da rigidez do conjunto de suspensão, massa e posição do centro de gravidade do carro.

3.1 DESENVOLVIMENTO DO MODELO DINÂMICO

Para modelagem é necessário realizar um esquemático que possibilite entender o comportamento físico do estudo. A Figura 10 está representando a forma como o veículo será abordado no modelo. Nela é possível verificar o posicionamento das massas e os graus de liberdade que cada uma possui.

Figura 10 – Modelo de veículo (7GDL)



Fonte: Adaptado de TCHAMNA et al. (2015).

O esquema representa o modelo de um veículo com 7 graus de liberdade. Cada conjunto de roda possui um grau de liberdade de deslocamento vertical (z_n). A massa suspensa também possui um grau de liberdade de deslocamento vertical (Z) e dois graus de liberdade de rotação, sendo um em torno do eixo x (ϕ) e outro em torno do eixo y (θ) que é o alvo de análise desse estudo.

O equacionamento que trará as respostas de movimento do sistema, primeiramente, descreve-se as forças atuantes na suspensão do modelo. A força em cada conjunto (F_s) corresponde à soma da força realizada pela mola (F_k) e amortecedor (F_c).

$$F_s = F_k + F_c \quad (5)$$

As forças da mola e do amortecedor podem ser descritos pelo deslocamento que a suspensão realiza (z_n) e a velocidade do deslocamento (\dot{z}_n), respectivamente. Para a massa suspensa, de forma análoga, tem-se Z e \dot{Z} .

$$F_k = k \cdot z_n \quad (6)$$

$$F_c = C \cdot \dot{z}_n \quad (7)$$

Assim, pode-se reescrever a Equação 5 da seguinte maneira.

$$F_s = k \cdot z_n + C \cdot \dot{z}_s \quad (8)$$

O deslocamento da suspensão é descrito em função das inclinações geradas devido ao movimento de *roll* (ϕ) e *pitch* (θ). As Equações 9 e 10 representam o deslocamento da suspensão dianteira e as Equações 11 e 12 da suspensão traseira.

$$z_1 = d_1\phi - d_3\theta \quad (9)$$

$$z_2 = -d_2\phi - d_3\theta \quad (10)$$

$$z_3 = -d_2\phi + d_4\theta \quad (11)$$

$$z_4 = d_1\phi + d_4\theta \quad (12)$$

Ao derivar as equações do deslocamento em função do tempo, obtêm-se as Equações 13, 14, 15 e 16.

$$\dot{z}_1 = d_1\dot{\phi} - d_3\dot{\theta} \quad (13)$$

$$\dot{z}_2 = -d_2\dot{\phi} - d_3\dot{\theta} \quad (14)$$

$$\dot{z}_3 = -d_2\dot{\phi} + d_4\dot{\theta} \quad (15)$$

$$\dot{z}_4 = d_1\dot{\phi} + d_4\dot{\theta} \quad (16)$$

Após realizar essas definições é possível reescrever a Equação 8 para cada suspensão separadamente. Sendo os índices 1, 2, 3 e 4 correspondente à suspensão dianteira direita, dianteira esquerda, traseira direita e traseira esquerda respectivamente.

$$F_1 = k(Z + d_1\phi - d_3\theta) + C(\dot{Z} + d_1\dot{\phi} - d_3\dot{\theta}) \quad (17)$$

$$F_2 = k(Z - d_2\phi - d_3\theta) + C(\dot{Z} - d_2\dot{\phi} - d_3\dot{\theta}) \quad (18)$$

$$F_3 = k(Z - d_2\phi + d_4\theta) + C(\dot{Z} - d_2\dot{\phi} + d_4\dot{\theta}) \quad (19)$$

$$F_4 = k(Z + d_1\phi + d_4\theta) + C(\dot{Z} + d_1\dot{\phi} + d_4\dot{\theta}) \quad (20)$$

Ao observar a Figura 10, pode-se equacionar os balanços de forças e momentos atuantes na massa suspensa. Para o deslocamento vertical, rotação em x e rotação em y, tem-se as equações 21, 22 e 23 respectivamente.

$$M\ddot{z} = \sum F_z \rightarrow M\ddot{z} = -F_1 - F_2 - F_3 - F_4 \quad (21)$$

$$I\ddot{\phi} = \sum M_x \rightarrow I\ddot{\phi} = F_1d_1 - F_2d_2 + F_3d_1 - F_4d_2 \quad (22)$$

$$J\ddot{\theta} = \sum M_y \rightarrow J\ddot{\theta} = F_1d_3 + F_2d_3 - F_3d_4 - F_4d_4 \quad (23)$$

Com base nos equacionamentos anteriores pode-se combinar as Equações 17, 18, 19 e 20 nas Equações 21, 22 e 23. Assim, o equacionamento para o deslocamento vertical, rotação em x e rotação em y passam a ser representados conforme as Equações 24, 25 e 26 respectivamente.

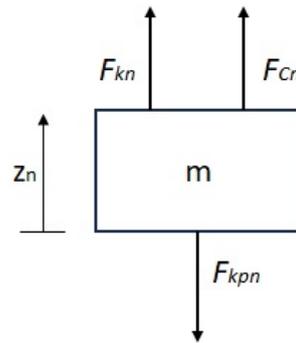
$$\begin{aligned} M\ddot{z} = & \sum_{n=1}^{n=4} C_n \ddot{z}_n + (C_1d_1 - C_2d_2 + C_3d_1 - C_4d_4)\dot{\phi} \\ & + \sum_{n=1}^{n=4} C_n \dot{z}_n + (-C_1d_3 - C_2d_3 + C_3d_4 + C_4d_4)\dot{\theta} \\ & + \sum_{n=1}^{n=4} k_n z_n + (k_1d_1 - k_2d_2 + k_3d_1 + k_4d_2)\phi \\ & - \sum_{n=1}^{n=4} k_n z_n + (-k_1d_3 - k_2d_3 + k_3d_4 + k_4d_4)\theta \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} I\ddot{\phi} = & (-C_1d_1 + C_2d_2 - C_3d_1 - C_4d_2)\dot{z} + (-C_1d_1^2 - C_2d_2^2 - C_3d_1^2 - C_4d_2^2)\dot{\phi} \\ & + (C_1d_1d_3 - C_2d_2d_3 - C_3d_1d_4 + C_4d_2d_4)\dot{\theta} + (C_1d_1\dot{z}_1 - C_2d_2\dot{z}_2 + C_3d_1\dot{z}_3 + C_4d_2\dot{z}_4) \\ & + (-k_1d_1 + k_2d_2 - k_3d_1 + k_4d_3)z + (k_1d_1^2 + k_2d_2^2 - k_3d_1^2 - k_4d_4^2)\phi \\ & + (k_1d_1d_3 - k_2d_2d_3 - k_3d_1d_4 + k_4d_2d_4)\theta + (k_1d_1z_1 + k_2d_2z_2 - k_3d_1z_3 + k_4d_2z_4) \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} J\ddot{\theta} = & (C_1d_3 + C_2d_3 - C_3d_4 - C_4d_4)\dot{z} + (C_1d_1d_3 + C_2d_2d_3 - C_3d_1d_4 - C_4d_2d_4)\dot{\phi} \\ & + (-C_1d_3^2 - C_2d_3^2 - C_3d_4^2 - C_4d_4^2)\dot{\theta} + (-C_1d_3\dot{z}_1 - C_2d_3\dot{z}_2 + C_3d_4\dot{z}_3 + C_4d_4\dot{z}_4) \\ & + (k_1d_3 + k_2d_3 - k_3d_4 - k_4d_4)z + (k_1d_1d_3 - k_2d_2d_3 - k_3d_1d_4 + k_4d_2d_4)\phi \\ & + (k_1d_3^2 - k_2d_3^2 - k_3d_4^2 - k_4d_4^2)\theta + (-k_1d_3z_1 - k_2d_3z_2 + k_3d_4z_3 + k_4d_4z_4) \end{aligned} \quad (26)$$

Para as massas não suspensa o equacionamento da força é realizado considerando as forças atuantes na suspensão, conforme o diagrama de corpo livre representado na Figura 11. Em que, F_{kn} é a força da mola, F_{Cn} força do amortecedor, F_{kpn} força do pneu e Z_n o deslocamento vertical.

Figura 11 – DCL massa não suspensa



Fonte: Autor (2024).

A Equação 27 apresenta a forças (F_{sn}) exercida em cada suspensão.

$$F_{sn} = F_{cn} + F_{kn} - F_{kpn} \quad (27)$$

Pode-se reescrevê-la da seguinte maneira.

$$m_n \ddot{z}_n = C_n \dot{z}_n + k_n z_n - k_{pn} z_n \quad (28)$$

Conforme apresentado por Rao (2008), as equações de equilíbrio dinâmico de um sistema de múltiplos graus de liberdade são representadas em uma equação matricial, conforme é descrito descrito na Equação 29.

$$[M][\ddot{z}] + [C][\dot{z}] + [K][z] = [F(t)] \quad (29)$$

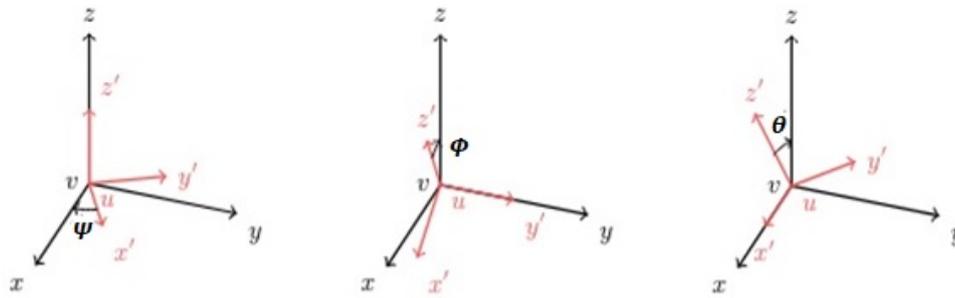
Em que, $[M]$ é a matriz de massa, $[C]$ a matriz de coeficiente de amortecimento e $[K]$ a matriz de rigidez. Com base nas equações desenvolvidas foi possível estruturar as matrizes utilizadas no código desenvolvido no programa Matlab e pode ser observado no Apêndice A.

3.2 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

A simulação numérica foi realizada com o desenvolvimento de um código em Matlab. que recebe os valores de aceleração capturados por um acelerômetro e realiza a calibração desses dados utilizando uma matriz de rotação para ajustar os eixos de medição. Esses valores são utilizado como entrada, na forma de momento no centro de gravidade do modelo desenvolvido anteriormente.

A matriz de rotação realiza por meio de uma operação matricial com base nos ângulos de Euler, que são parâmetros que descrevem a orientação de um corpo rígido no espaço tridimensional (KOK et al., 2017). A figura 12 apresenta a rotação do referencial do sistema cartesiano e ângulo de Euler de cada eixo.

Figura 12 – Ângulos de Euler



Fonte: Adaptado de Kok et al. (2017).

A rotação em x , y e z são corrigidas utilizando as matrizes $R_x(\phi)$, $R_y(\theta)$ e $R_z(\psi)$ respectivamente.

$$R_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$R_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

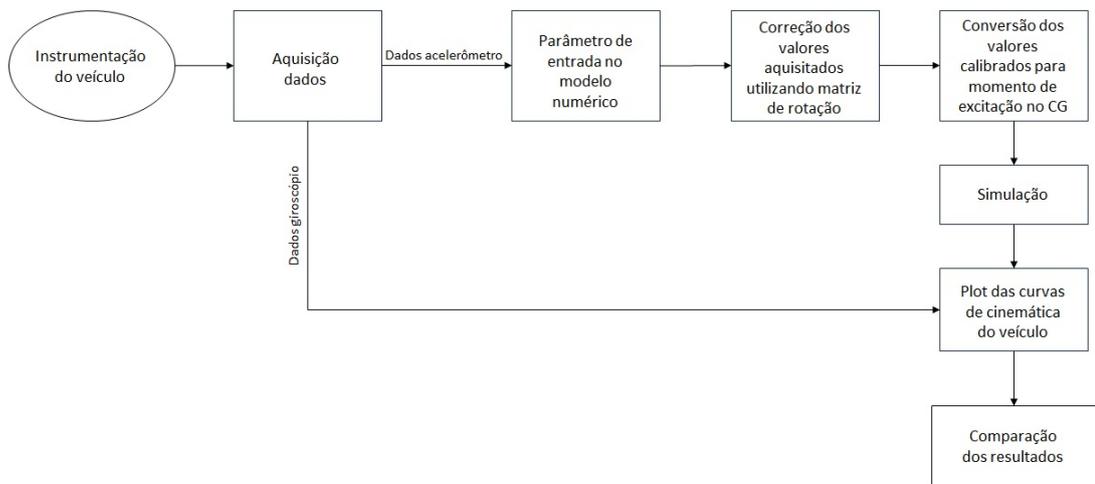
A correção para os três eixos simultaneamente é feita multiplicando as 3 matrizes acima, desse modo, obtém-se a matriz de rotação. Para corrigir os valores adquiridos, multiplica-se o vetor com os dados do acelerômetro pela matriz R apresentada na Equação 33.

$$R = R_x(\phi)R_y(\theta)R_z(\psi) \quad (33)$$

Para obter solução numérica foi utilizado o integrador ode45. Segundo Press et al. (2007), o integrador ode45 é um solver numérico que utiliza o método de Runge-Kutta de quarta e quinta ordem para resolver equações diferenciais ordinárias. A função ajusta automaticamente o passo de integração para equilibrar a precisão da solução, adaptando-se às características da função a ser integrada.

O processo para realizado para obter as curvas geradas pelo modelo numérico e o obtidas a parti do teste dinâmico é detalhado na Figura 13.

Figura 13 – Fluxograma do processo de obtenção das curvas



Fonte: Autor (2024).

3.3 MEDIÇÃO DE PARÂMETROS DO VEÍCULO

A fim de fornecer os parâmetros corretos para fazer a simulação utilizando o modelo apresentado anteriormente, precisa-se definir as características físicas do do veículo. Para auxiliar essa etapa, foi utilizado os equipamentos do Laboratório de Sistemas Veiculares.

3.3.1 Medições de massa

As primeiras medições foram relacionadas à massa do veículo de estudo. Para avaliar a massa, o carro foi suspenso utilizando o elevador, em seguida, posicionou-se uma balança em baixo de cada roda e o veículo foi deixado totalmente apoiado sobre as balanças. Com o objetivo de se obter um valor mais preciso, esse processo foi realizado 3 vezes e o valor considerado nesse trabalho é a média dessas 3 medições. Os valores obtidos estão apresentados na Tabela 1 e a sua massa total corresponde a soma de todos os valores.

Tabela 1 – Medição de massa do veículo [kg]

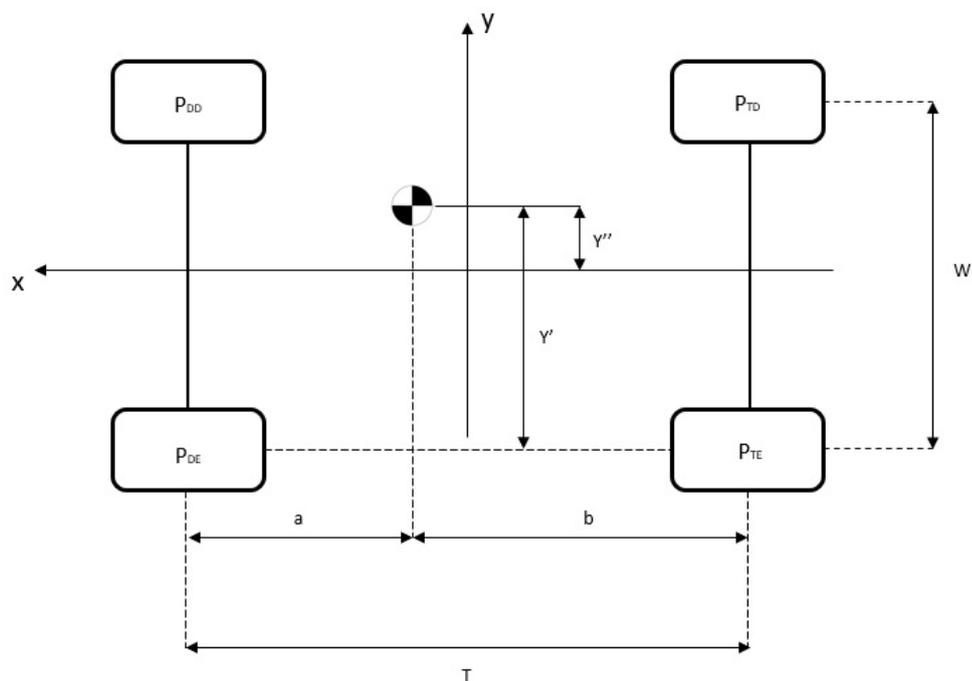
Roda	Dianteira dir.	Dianteira esq.	Traseira dir.	Traseira esq.
Medição 1	377,00	381,20	205,60	208,00
Medição 2	376,80	382,00	205,40	207,80
Medição 3	376,40	380,20	205,60	207,00
Média	376,73	381,13	205,53	207,60
Variância	0,062	0,542	0,008	0,186
Total	1171,00			

Fonte: Autor (2024).

Para determinar a posição do centro de gravidade do veículo (CG), é necessário inicialmente medir a bitola e a distância entre os eixos. Neste estudo, a distância entre eixos foi definida como a medida entre o centro da roda dianteira e a roda traseira, sendo o valor medido de 2470mm. A bitola foi considerada como a distância entre os centros das rodas de cada eixo, resultando em um valor medido de 1460mm tanto para dianteira quanto para traseira.

O posicionamento do CG no plano xy é calculado considerando a condição de equilíbrio estático. A partir do esquema apresentado na Figura 14, pode-se montar o equacionamento para obter o centro de gravidade.

Figura 14 – Posição do CG (xy)



Fonte: Autor (2024).

Para definir o CG ao longo do eixo x, considera-se o equilíbrio estático rotacional em torno do eixo traseiro, conforme a Equação 34.

$$\sum M_y = M_T b - M_f T = 0 \quad (34)$$

$$b = \frac{M_f T}{M_T} \quad (35)$$

Em que, M_T é a massa total, M_f é a massa pesada nas balanças das rodas dianteiras, a a distância do eixo dianteiro ao CG e b a distância do eixo traseiro ao CG.

O equacionamento do posicionamento do CG ao longo do eixo y ocorre de maneira análoga, porém considerando o equilíbrio dos momentos em torno da linha que passa pelo centro das rodas dianteira e traseira esquerda.

$$\sum M_x = M_{fr}W + M_{rr}W - M_T y' = 0 \quad (36)$$

$$y' = \frac{W}{M_T} (M_{fr} + M_{rr}) \quad (37)$$

O cálculo da altura do centro de gravidade é realizado a partir da inclinação do carro. Para isso, utilizou-se um dispositivo acoplado ao elevador para elevar o eixo traseiro do veículo em 15°, enquanto as rodas dianteiras estavam apoiadas sobre a balança. A figura 15 apresenta a condição do veículo no momento das medições.

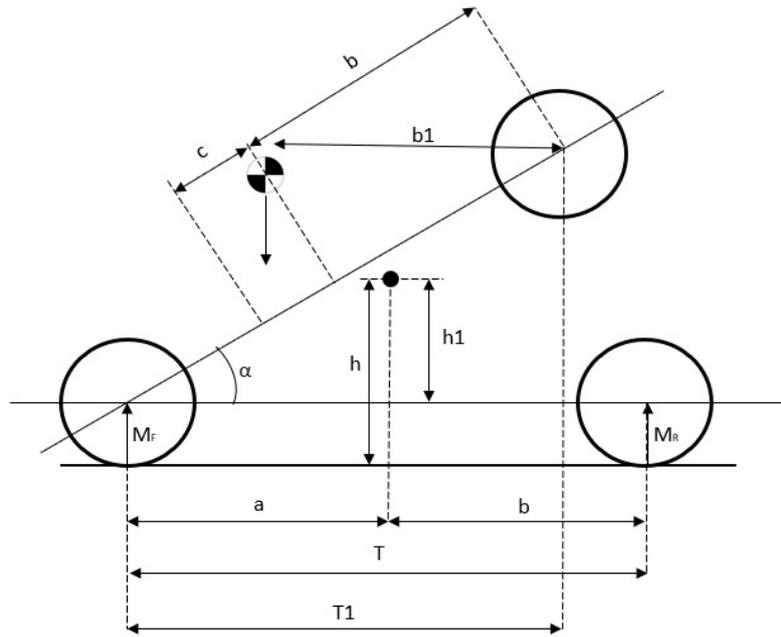
Figura 15 – Veículo inclinado para medição do CG



Fonte: Autor (2024)

A partir disso, aplica-se a condição de equilíbrio estático e as relações trigonométricas para formular a equação que determina a posição do centro de gravidade (CG) na coordenada z. A equação é elaborada com o auxílio do diagrama esquemático apresentado na Figura 16.

Figura 16 – Posição do CG (z)



Fonte: Autor (2024).

Em relação ao ângulo α , pode-se escrevê-lo das seguinte maneiras:

$$\cos\alpha = \frac{T1}{T} \rightarrow T1 = T\cos\alpha \quad (38)$$

$$\cos\alpha = \frac{b1}{b+c} \quad (39)$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{c}{T1} \quad (40)$$

Realizando o somatório de momentos em torno no eixo traseiro (o) com o veículo elevado, tem-se a Equação 41.

$$\sum M_o = M_f T1 - M_T b1 = 0 \quad (41)$$

Pode-se reescrever a Equação 41 utilizando as relações trigonométricas.

$$\cos\alpha(b+c) = \frac{M_f}{M_T} T\cos\alpha \rightarrow c = \frac{M_f}{M_T} T - b \quad (42)$$

Substituindo c na Equação 40.

$$h1 = \frac{M_f T - M_T b}{M_T \operatorname{tg}\alpha} \quad (43)$$

Assim, para obter a h , soma-se o raio (r) dinâmico do conjunto roda e pneu.

$$h = \frac{M_f T - M_T b}{M_T t g \alpha} + r \quad (44)$$

A partir dos equacionamentos anteriores e os valores obtidos nas medições em laboratório, tem-se o posicionamento do CG representado na Tabela 2.

Tabela 2 – Posição do CG [mm]

CGx (b)	1598,57
CGy (y')	-4,03
CGz (h)	355,01

Fonte: Autor (2024).

3.3.2 Medições dos parâmetros da suspensão

Nesse momento do trabalho experimental, os valores de interesse são a rigidez do pneu e rigidez da suspensão, por motivos de limitações não foi aferido o coeficiente de amortecimento.

O procedimento para definir essas características física foi deixar o carro totalmente apoiado nas balanças, em seguida o veículo foi ligeiramente elevado para que a suspensão fosse descomprimada. Para obter as os valores para o cálculo da rigidez da suspensão, mediu-se a distância do centro da roda até a caixa de roda e para o cálculo do pneu a medida aferida foi a distância da superfície da balança até o ponto mais baixo da roda, junto a isso o valor marcado na balança também foi considerado.

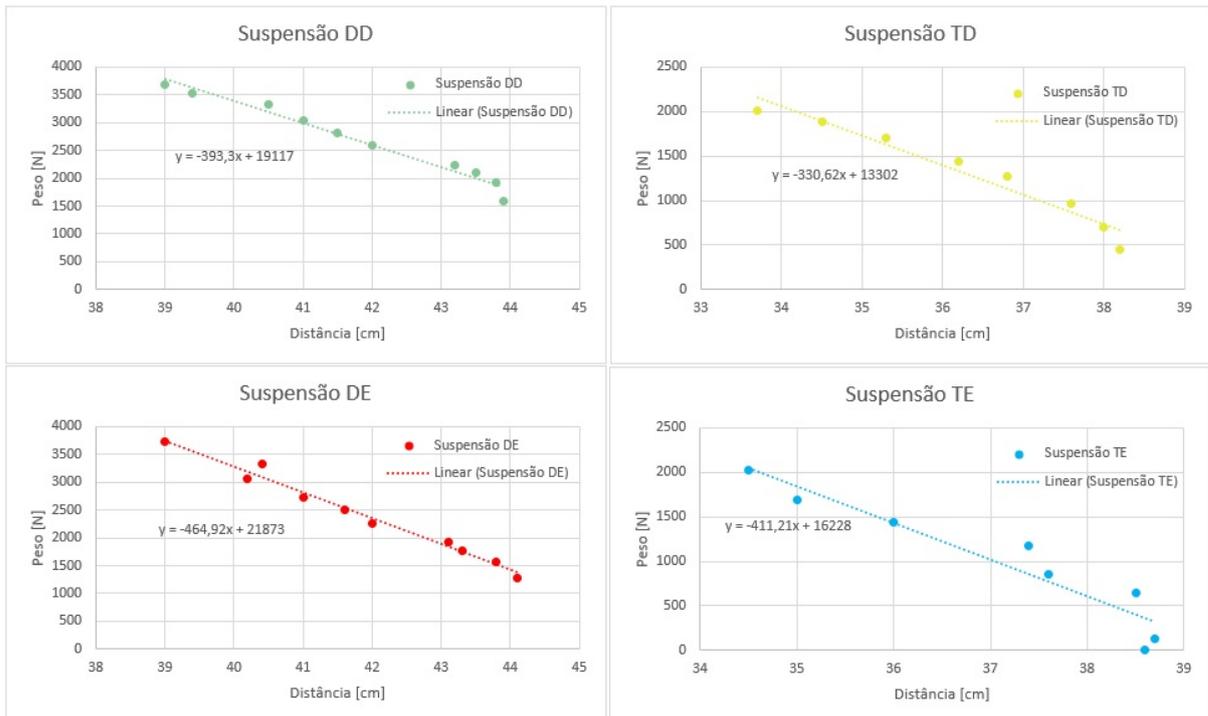
Figura 17 – Medições de rigidez



Fonte: Autor (2024).

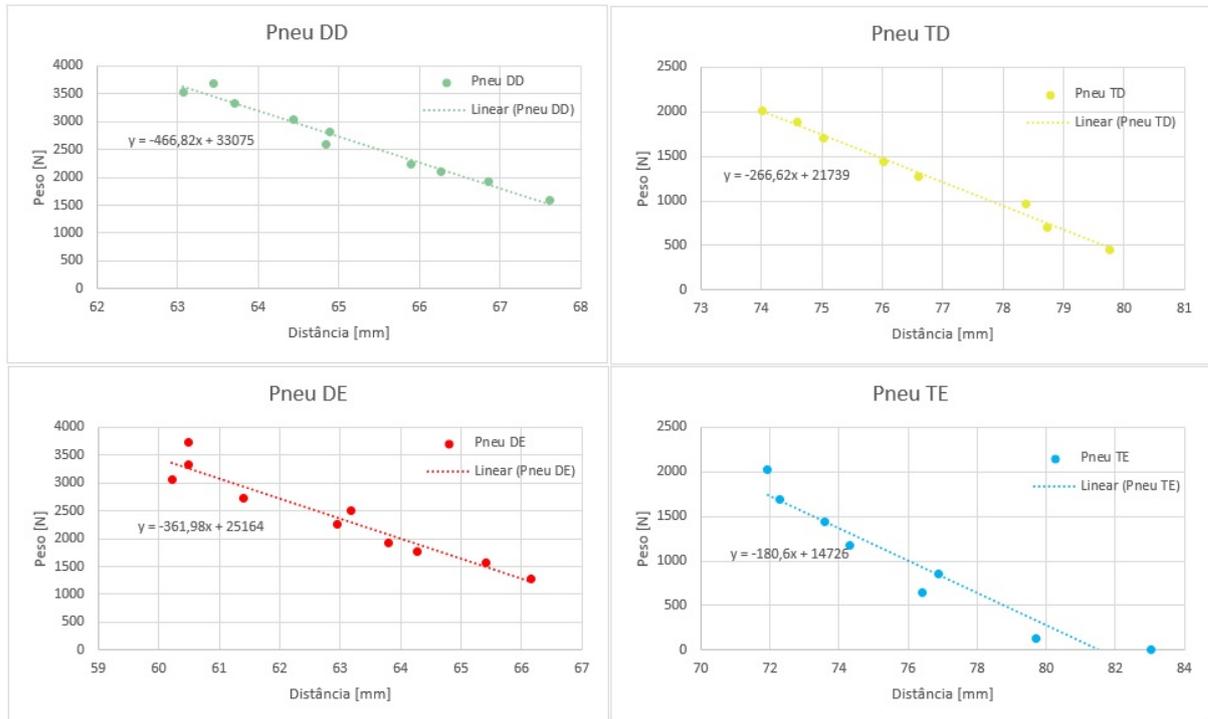
O processo foi realizado até que o valor marcado na balança fosse zero. Foram realizadas 10 medições para os conjuntos dianteiros e 8 medições para os traseiros. Os dados obtidos foram representados graficamente e a rigidez foi determinada utilizando regressão linear para ajustar uma reta aos pontos do gráfico, como pode ser observado nas Figuras 18 e 19. Dessa maneira, a rigidez aproximada corresponde ao coeficiente angular dessa reta.

Figura 18 – Rigidez da suspensão



Fonte: Autor (2024).

Figura 19 – Rigidez dos pneus



Fonte: Autor (2024).

A partir dos gráficos apresentados anteriormente, considerando o coeficiente angular, tem-se os valores de rigidez utilizados no trabalho representados na Tabela 3. Os valores do lado esquerdo se apresentaram inferiores aos do lado direito, pode-se atribuir isso à um desgaste assimétrico da suspensão, visto que o motorista sempre está situado no assento do lado esquerdo.

Tabela 3 – Rigidez da suspensão e dos pneus

Componente	Rigidez [N/m]
Suspensão dianteira direita	39330
Suspensão dianteira esquerda	46492
Suspensão traseira direita	33062
Suspensão traseira esquerda	41121
Pneu dianteiro direito	466820
Pneu dianteiro esquerdo	361980
Pneu traseiro direito	266620
Pneu traseiro esquerdo	180600

Fonte: Autor (2024).

3.3.3 Aproximação do momento de inércia

Para estipular os valores dos momentos de inércia rotacionais aproxima-se o veículo para uma placa plana. O momento de inércia (I) dessa geometria pode ser

calculado conforme a Equação 45 conforme descrito por BEER et al. (2012).

$$I = \frac{1}{12}m(C^2 + H^2) \quad (45)$$

Onde, m é a massa da placa, C é o comprimento da base e H é o comprimento da altura.

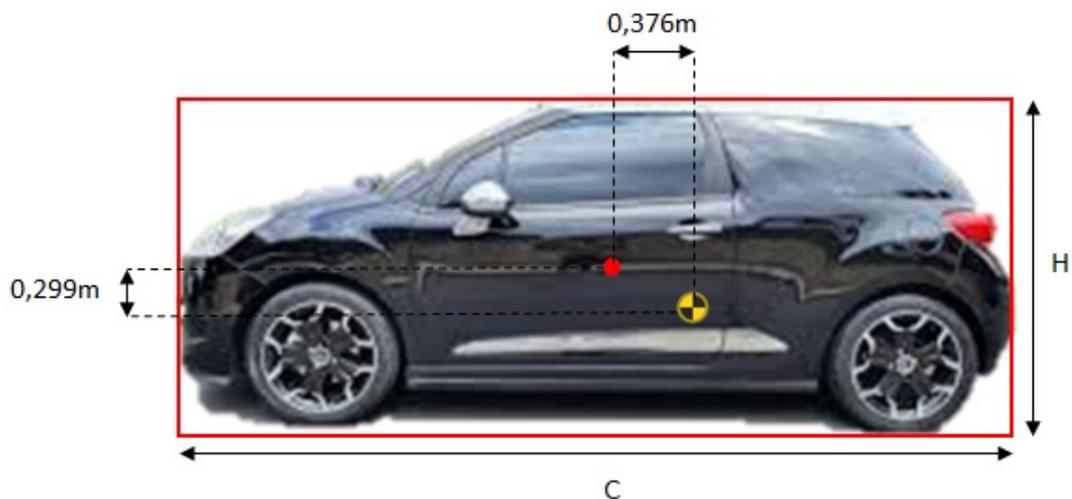
O valor do momento de inércia que será incluído na simulação considera como o CG como sendo o centro de rotação, contudo o cálculo convencional considera o eixo de rotação com sendo o centro da placa. Para ajustar o momento de inércia baseou-se na aproximação realizada por Quintino (2023), onde utiliza-se do teorema dos eixos paralelos para obter o momento de inércia em torno do CG, a partir da Equação 46.

$$I_o = I + md^2 \quad (46)$$

Em que, I_o é o momento de inércia aproximado, m é a massa do objeto e d a distância entre os eixos.

Com isso, aproximou-se o carro para uma placa retangular, sendo $H=1,43\text{m}$ e $C=3,94\text{m}$. Calculou-se o momento de inércia para o centro dessa placa e utilizando o teorema dos eixos paralelos, definiu-se o valor aproximado do momento de inércia no CG. A Figura 20 apresenta o esquema utilizado.

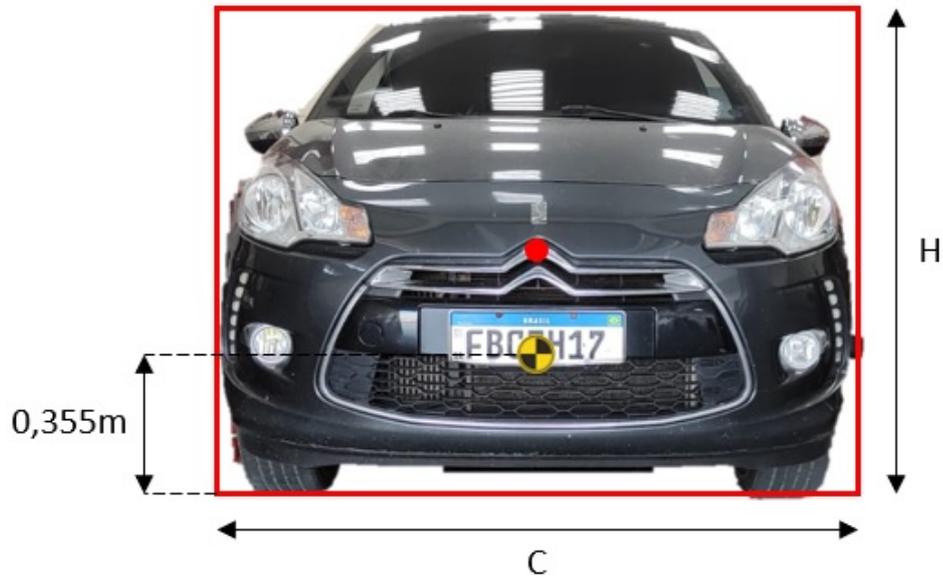
Figura 20 – Eixos paralelos (momento de inércia em y)



Fonte: Autor (2024).

Para o momento de inércia de rotação em torno de x, o cálculo é análogo, porém o valor de C passa a ser $1,71\text{m}$, como pode ser observado na Figura 21.

Figura 21 – Eixos paralelos (momento de inércia em x)



Fonte: Autor (2024).

Com base na aproximação realizada, os valores de momento de inércia calculados estão apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Momento de inércia [kg.m²]

J (rotação em y)	1992,57
I (rotação em x)	638,76

Fonte: Autor (2024).

3.4 ANÁLISE MODAL

Com as matrizes de massa, rigidez e amortecimento definidas, pode-se propor uma solução harmônica para determinar as frequências naturais e modos de vibração. Pela análise de autovalores, obteve-se a matriz de modos de vibração e vetor das frequências naturais, representados na Tabela 5.

Tabela 5 – Modos de vibração do modelo numérico

Frequência Natural [Hz]	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6	Modo 7
	1,5204	2,0548	2,1337	13,8064	13,4567	16,9479	16,9666
Massa suspensa	0,0740	0,0650	0,0000	0,0000	0,0006	0,0002	0,0000
Arfagem	0,0692	0,0358	0,0000	0,0000	0,0004	0,0001	0,0000
Rolagem	0,0000	0,0000	0,0721	0,0007	0,0000	0,0000	0,0002
Massa não suspensa 1	0,0159	0,0040	0,0084	0,0006	0,0002	0,0066	0,0066
Massa não suspensa 2	0,0159	0,0040	0,0084	0,0006	0,0002	0,0066	0,0066
Massa não suspensa 3	0,0058	0,0146	0,0097	0,0081	0,0083	0,0001	0,0003
Massa não suspensa 4	0,0058	0,0146	0,0097	0,0081	0,0083	0,0001	0,0003

Fonte: Autor (2024).

Por este resultado, verifica-se que no grau de liberdade da arfagem possui maior amplitude de movimento quando excitado no primeiro e segundo modo de vibração. Nestas condições, o movimento de arfagem é maior do que nos outros modos. As frequências naturais correspondem à 1,52Hz e 2,05Hz, respectivamente, sendo as frequências de oscilação esperadas ao medir o ângulo de inclinação do carro na direção da arfagem.

3.5 TESTE DINÂMICO

Nesta etapa prática, foi realizado um teste dinâmico com o Citroen DS3, equipado com um sistema de aquisição de dados composto por um acelerômetro e um giroscópio. O objetivo foi coletar dados sob diferentes condições de aceleração e frenagem. A avaliação do comportamento de *pitch* do veículo durante o teste foi realizada utilizando dados de acelerômetro e giroscópio.

A instrumentação foi feita utilizando a placa Freematics OBD-II que é equipada com o sensor MPU-9250, conectada ao microcontrolador Arduino Mega. O código do microcontrolador, que pode ser observado no Apêndice C, foi elaborado para receber os dados brutos e convertê-los, a partir de manipulações matemáticas, em valores de aceleração e ângulo coerentes para análise. Para receber os dados e armazená-los, utilizou-se o software Putty.

Figura 22 – Equipamentos de instrumentação



Fonte: Autor (2024).

A biblioteca utilizada para leitura dos dados do sensor retorna os ângulos baseado-se na técnica "sensor fusion", que combina os dados de múltiplos sensores para retornar uma resposta mais confiável da medição de interesse. Os dados utilizados são filtrados pelo filtro de Kalman que processa medições imprecisas e retorna um resultado mais estável (SANTANA et al., 2013).

Junto a isso, é realizada mais uma manipulação para converter a unidade dos ângulos de radianos para graus. Isso foi necessário, pois ao comparar os valores de *pitch* obtidos pelo modelo numérico com os dados experimentais, observou-se que as curvas apresentavam comportamentos semelhantes, porém os valores experimentais eram significativamente maiores em ordem de grandeza. Ao avaliar o código desenvolvido por Ahmed (2017) para o mesmo sensor utilizado nesse trabalho, verificou-se que essa conversão é utilizada. Para isso divide-se os valores de ângulo por 53,7.

O posicionamento do sensor no veículo foi definido de forma a se aproximar ao máximo do centro de gravidade, pois o modelo também considera o centro de rotação como sendo o CG. A posição definida foi fixar o sensor abaixo do freio de mão, como pode ser observado na Figura 23.

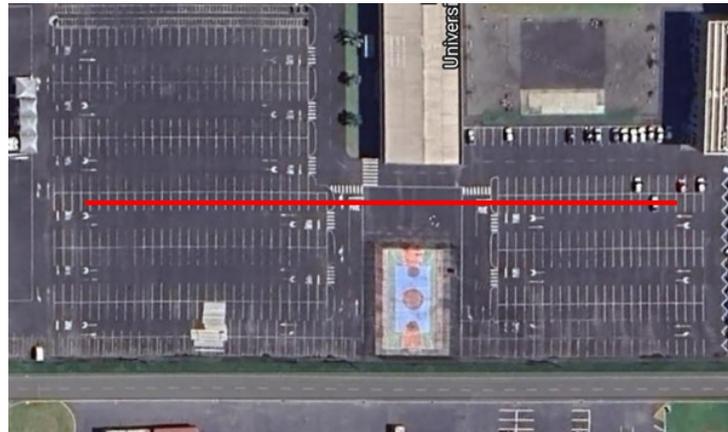
Figura 23 – Posicionamento do sensor



Fonte: Autor (2024).

O teste foi realizado em um trajeto de linha reta, de aproximadamente 160 metros, no estacionamento do Centro Tecnológico de Joinville (UFSC) representado na Figura 24.

Figura 24 – Pista de teste



Fonte: Autor (2024).

As medições foram feitas com o veículo partindo do repouso com aceleração plena até aproximadamente 65 km/h, seguido de um acionamento dos freios até a parada completa do veículo. Foram realizadas diversas medições com e sem acionamento do ABS. Para realizar as análises, foram selecionadas três tomadas específicas, cujas condições de teste estão detalhadas na Tabela 6.

Tabela 6 – Condições de teste

Teste	Condição de aceleração	Condição de frenagem
1	Aceleração plena	Frenagem sem ABS
2	Aceleração plena	Frenagem sem ABS
3	Aceleração plena	Frenagem com ABS

Fonte: Autor (2024)

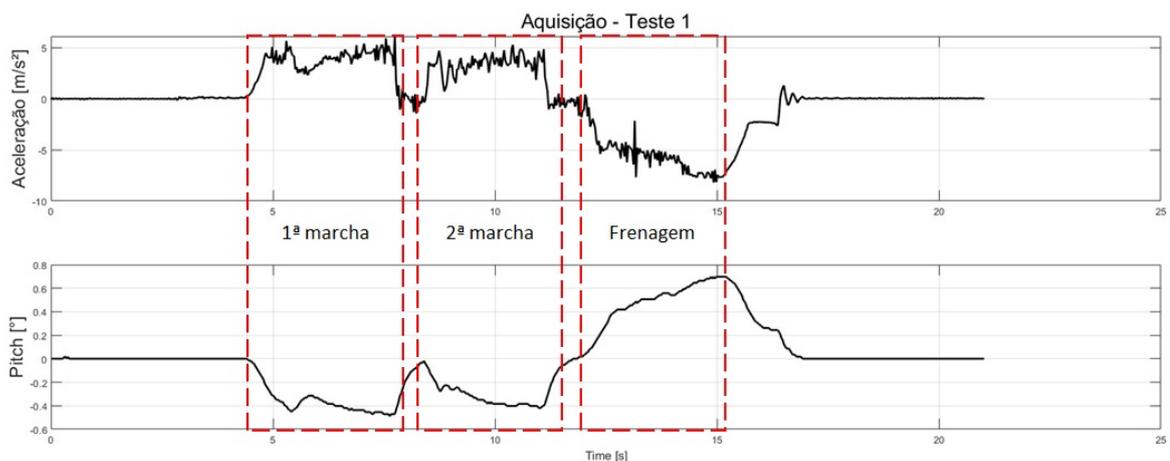
4 RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados obtidos por meio do teste dinâmico realizado para avaliar e obter dados de aceleração e rotação do veículo. As curvas resultantes desses testes serão analisadas para compreender como a massa suspensa responde a diferentes condições de aceleração longitudinal. Além disso, são apresentadas as curvas geradas por simulações numéricas, utilizando os valores adquiridos nos testes como dados de entrada.

4.1 COMPORTAMENTO DO TESTE DINÂMICO

Para avaliar o comportamento dinâmico do veículo, foi utilizado o resultado obtido no teste 1, em que se inicia com aceleração plena até que se atinja a velocidade de 60km/h, em seguida executa-se uma frenagem sem acionamento do ABS. A figura 25 apresenta os gráficos da aceleração longitudinal e ângulo de *pitch* da massa suspensa durante o teste.

Figura 25 – Teste dinâmico



Fonte: Autor (2024).

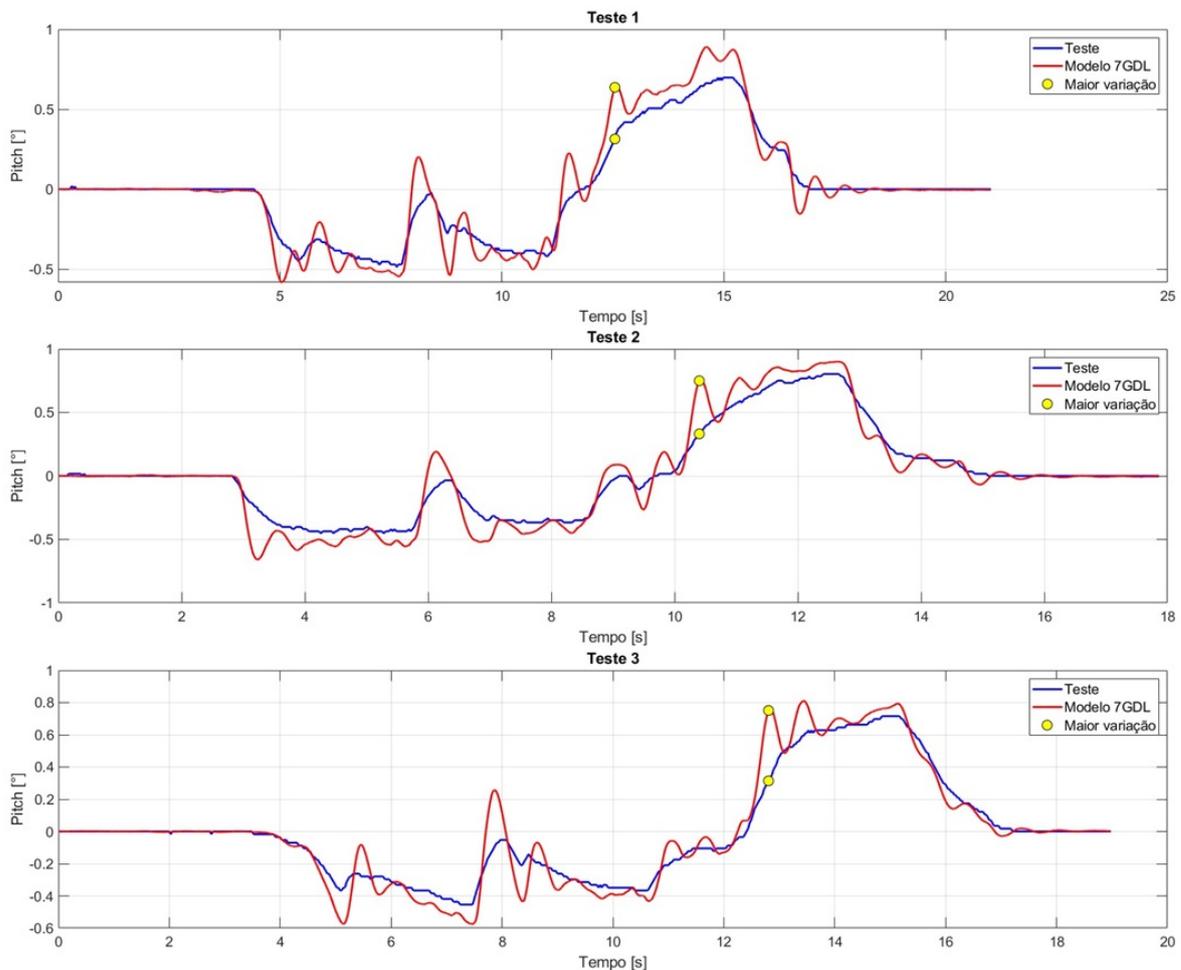
Ao analisar as curvas obtidas, é possível segmentar o comportamento do veículo em três fases distintas. Na primeira fase, o veículo é submetido a uma aceleração de aproximadamente 4 m/s² durante 4 segundos. Durante este período, observa-se um movimento de *squat*, onde a massa não suspensa apresenta uma rotação de cerca de -0,5°. Em seguida, ambas as curvas exibem uma queda seguida por uma ascensão, indicativo de uma troca de marcha. A segunda fase, entre 11 e 14 segundos, representa os valores de aceleração e inclinação durante a segunda marcha, evidenciando a ocorrência de um segundo do movimento de *squat*.

Na fase final, ocorre a frenagem, com a aceleração passando de valores positivos para negativos, atingindo aproximadamente -6 m/s^2 . Este evento provoca um movimento de *dive*, onde a massa suspensa rotaciona no sentido oposto, alcançando uma inclinação máxima de $0,6^\circ$. O deslocamento longitudinal do veículo se finaliza aos 16 segundos, no pico negativo das curvas. No instante de tempo seguinte a este ponto, a massa suspensa retorna à sua posição de equilíbrio estático.

4.2 COMPARAÇÃO ENTRE CURVA NUMÉRICA E EXPERIMENTAL

Para avaliar a precisão do modelo, as curvas geradas pela simulação foram sobrepostas sobre as curvas obtidas a partir do giroscópio para cada condição de testes citada na Tabela 4. A Figura 26 os gráficos gerados para cada condição.

Figura 26 – Ângulo de *pitch* para simulação e teste



Fonte: Autor (2024).

Ao observar os gráficos é notável que as curva vermelha e azul compreendem um comportamento similar da massa suspensa. Contudo, as variações de valores e característica das curvas permite avaliar alguns pontos a respeito do modelo numérico.

Nota-se que a curva resultante do modelo exibe maior oscilação, o que pode ser atribuído ao ruído presente nos dados coletados. Como os dados obtidos não foram filtrados, como consequência a resposta acaba tendo uma frequência de oscilação maior. Também foram identificadas diferenças nos valores absolutos dos ângulos, com variações ligeiramente superiores nos dados simulados em comparação aos obtidos experimentalmente. A tabela 7 apresenta métricas de comparação para o instante de tempo em que houve maior variação em cada um dos testes.

Tabela 7 – Maior variação entre as curvas

Teste	Tempo [s]	Varição [°]
1	12,54	0,32
2	10,40	0,32
3	12,81	0,44

Fonte: Autor (2024).

Ao verificar os instantes de tempo em que as curvas apresentam maior variação, observa-se que a ocorrência foi no momento em que se inicia a frenagem. Pode-se relacionar esse comportamento ao fato da imposição de um valor de aceleração elevado e a inércia da massa suspensa.

Para avaliar a precisão do modelo numérico foi utilizada a métrica da raiz do erro médio quadrático (RMSE). Útil para medir a diferença entre os valores previstos por um modelo e os valores observados reais. Cálculo pode ser realizado pela Equação 47 (HODSON, 2022).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - p_i)^2} \quad (47)$$

Em que, n é a quantidade medições, y_i é o valor do modelo e p_i é o valor medido. O valor do RMSE em cada teste são mostrados na Tabela 8.

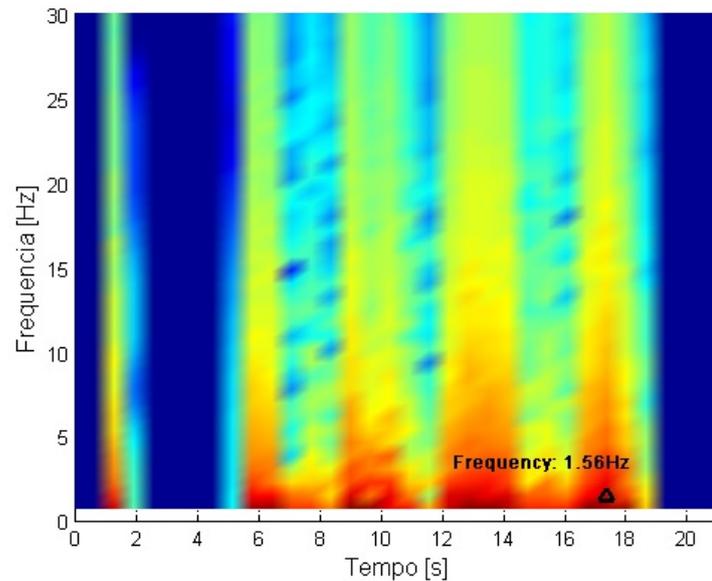
Tabela 8 – Raiz do erro médio quadrático (RMSE)

Teste	RMSE
1	0,116
2	0,121
3	0,106

Fonte: Autor (2024).

Ao traçar a curva de tempo-frequência do sinal de rotação em *pitch* obtida no teste 1 é possível observar a frequência do sinal a partir do método de espectrograma, como pode ser observado na Figura 27.

As frequências de maior oscilação do veículo têm ocorrências em valores abaixo de 5 Hz. No teste, a maior amplitude do movimento é observada em torno

Figura 27 – Espectrograma do ângulo de *pitch*

Fonte: Autor (2024).

de 1,56 Hz. Ao comparar com as frequências naturais do modelos obtidas através da análise modal apresentada no tópico 3.4, as frequências teóricas relacionadas ao *pitch* estavam em 1,5 2Hz (esta tem a maior amplitude do autovetor) e 2,05Hz. Portanto, o modelo aproxima-se bem das componentes de frequência do sinal medido no teste veicular, com uma diferença percentual de 2,54%.

4.3 ANÁLISE DA VARIAÇÃO DA RIGIDEZ DA SUSPENSÃO

SEWARD (2014) menciona que o a suspensão é um dos sistemas responsáveis para que um veículo apresente um bom desempenho dinâmico, o que inclui estabilidade direcional em curvas, aceleração e frenagem. Para que isso ocorra, um dos comportamento de interesse é reduzir a rotação da massa suspensa, visando manter equilibrado o carregamento vertical nas rodas. Em condição longitudinal é possível obter esse tipo de comportamento aumentando a rigidez das molas.

Com o objetivo de verificar as diferenças no comportamento de *pitch*, foram realizadas simulações variando a rigidez em em 50%, valor utilizado no estudo desenvolvido por Hamed et al. (2018) e também com o coeficiente de amortecimento com acréscimo de 30%.

A análise foi realizada variando cada parâmetro separadamente. Para verificar a influência da variação dos parâmetros alterados baseou-se na análise de sensibilidade desenvolvida por Ruthes (2016), em que se utiliza a Equação 48 como métrica para validar a influência dos parâmetros.

$$\alpha = \frac{\% \Delta_{saída}}{\% \Delta_{entrada}} \quad (48)$$

Em que, α é a sensibilidade que varia de -1 a 1, sendo o valor negativo inversamente proporcional aos dados de saída e se o valor for 0 o parâmetro não tem influência, $\Delta_{saída}$ é a variação percentual dos valores de saída e $\Delta_{entrada}$ a variação percentual do parâmetro avaliado.

A Tabela 9 apresenta os valores de rigidez e coeficiente de amortecimento utilizados na análise.

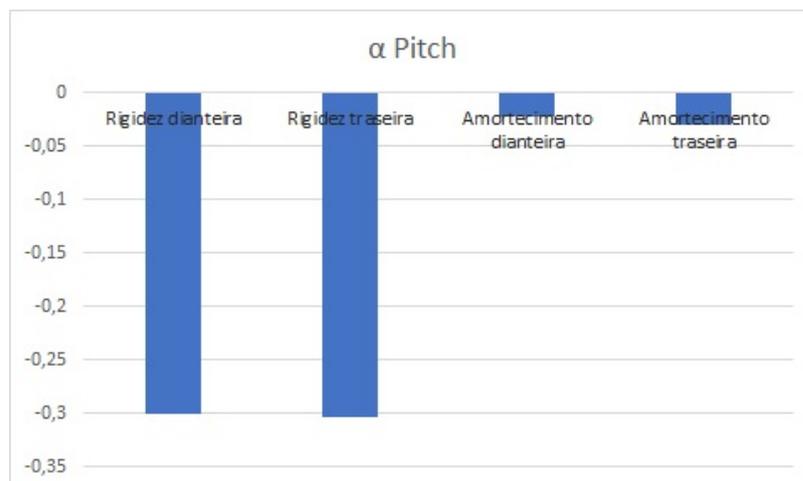
Tabela 9 – Variação de entrada e saída

Parâmetro	Inicial	Final
Rigidez dianteira	42911,00 N/m	64366,50 N/m
Rigidez traseira	37091,50 N/m	55637,25 N/m
Amortecimento dianteira	1554,00 Nsm ⁻¹	2020,20 Nsm ⁻¹
Amortecimento traseira	3144,2 Nsm ⁻¹	4087,45 Nsm ⁻¹

Fonte: Autor (2024).

A partir desses dados foi calculada a sensibilidade para cada parâmetro da suspensão e o valor de α para cada um deles está representado graficamente na Figura 28.

Figura 28 – Sensibilidade no ângulo de arfagem (α)



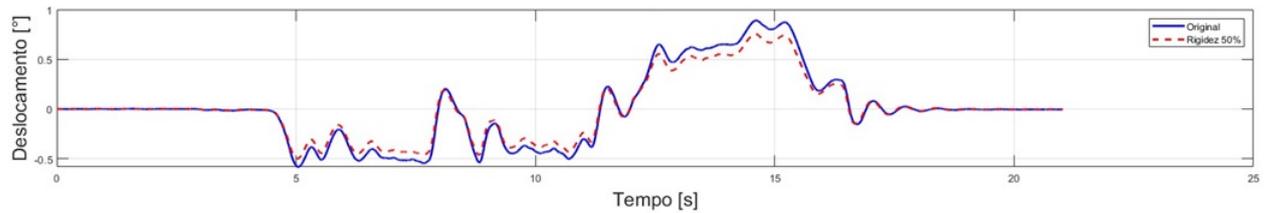
Fonte: Autor (2024).

Com base nas informações contidas no gráfico, pode-se verificar que a rigidez tem maior influência no movimento de *pitch* do que o coeficiente de amortecimento. O valor negativo da sensibilidade de α imprime, no veículo, uma redução no movimento rotacional, quanto maior é o valor da rigidez. Isto é o parâmetro da rigidez influencia inversamente em relação ao ângulo de arfagem, sendo a rigidez traseira ligeiramente

mais sensível a esse movimento. O menor valor de α para os coeficientes de amortecimento ocorre devido ao fato de que os amortecedores têm maior contribuição para a velocidade do movimento rotacional e estabilidade da massa suspensa.

O gráfico apresentado na Figura 29 ilustra a comparação entre a curva de resposta do veículo na condição original e a curva correspondente a um aumento de 50% na rigidez da suspensão traseira.

Figura 29 – Comparação com 50% da rigidez



Fonte: Autor (2024).

5 CONCLUSÃO

Diante dos resultados apresentados, o modelo numérico desenvolvido se apresentou como uma ferramenta eficiente para fornecer respostas dinâmicas da cinemática de um veículo. O programa Matlab foi uma ferramenta de grande importância para realização desse estudo, visto que a utilização do integrador ode45 facilita a resolução de equações diferenciais ordinárias, promovendo resultados precisos.

Algumas discrepâncias foram observadas ao comparar as curvas obtidas pelo modelo e pelo teste dinâmico, essas diferenças podem ser justificadas devido à algumas aproximações realizadas. Na parte prática, tem-se a definição do momento de inércia e a estimativa dos parâmetros físicos da suspensão, que podem ter sido comprometidos devido à imprecisões de medição. Por parte do modelo, considera-se o centro de gravidade como o centro de rotação do movimento de *pitch*, que na realidade ocorre em torno do centro de arfagem conforme SEWARD (2014). Aliado a isso, o modelo considera que as massas suspensas têm apenas um grau de liberdade de translação vertical que difere da cinemática real de um mecanismo de suspensão.

Os objetivos estabelecidos inicialmente foram alcançados. Desenvolveu-se um modelo dinâmico de múltiplos graus de liberdade, estimou-se empiricamente a rigidez dos componentes da suspensão e a posição do centro de gravidade, e realizaram-se testes veiculares em condições de aceleração e frenagem. Os resultados obtidos permitiram comparar as respostas empíricas e numéricas, avaliar a cinemática dos dados coletados e verificar a sensibilidade dos parâmetros da suspensão. Diante disso, o modelo se mostrou eficiente para descrever a cinemática de um veículo.

Como possíveis trabalhos futuros, pode-se incluir uma análise do modelo em respostas do deslocamento vertical e rotação em x da massa suspensa. Desenvolvimento do código para que seja utilizado como uma ferramenta de projeto, realizando iterações que variam parâmetros de rigidez e amortecimento para atingir um comportamento específico da massa suspensa.

REFERÊNCIAS

- AHMED, S. **Mpu 9250 stabilization code arduino**. 2017. Acesso em: 1 jun. 2024. Disponível em: [/https://gist.github.com/shoebahmedadeel/0d8ca4eaa65664492cf1db2ab3a9e572](https://gist.github.com/shoebahmedadeel/0d8ca4eaa65664492cf1db2ab3a9e572).
- BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R.; CORNWELL, P. J. **Mecânica Vetorial para Engenheiros – Dinâmica**. 9. ed. [S.l.]: McGraw - Hill, 2012.
- GENTA, G.; MORELLO, L. **The Automotive Chassis: Volume 1: Components Design**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2008.
- GILLESPIE, T. **Fundamentals of vehicle dynamics**. [S.l.]: SAE international, 1992.
- HAMED, M.; ELRAWEMI, M.; GU, F.; BALL, A. Effects of spring stiffness on suspension performances using full vehicle models. **Proceedings of First Conference for Engineering Sciences and Technology**, v. 2, n. 6, p. 430–439, 2018.
- HODSON, T. O. Root-mean-square error (rmse) or mean absolute error (mae):when to use them or not. **Geoscientific Model Development**, v. 15, n. 14, p. 5481–5487, 2022.
- KNOWLES, D. **Classroom manual for automotive suspension steering systems**. [S.l.]: Clifton Park, 2011.
- KOK, M.; HOL, J. D.; SCHÖN, T. B. **PROJETO PRELIMINAR DE UMA TILT TABLE VEICULAR SEGUINDO A METODOLOGIA PRODIP**. 2017. Thesis — Linköpings Universitet, Linköpings, 2017.
- KURZ, C.; STANGENBERG, L.; GAUTERIN, F. A generic approach to modeling vehicle pitch dynamics on a vehicle test bench. **IEEE Open Journal of Vehicular Technology**, v. 4, p. 739–748, 2023.
- MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L.; METZ, L. D. **Race car vehicle dynamics**. [S.l.]: SAE international Warrendale, 1995. v. 400.
- PRESS, W. H.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T. **Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2007.
- QUINTINO, L. K. **PROJETO PRELIMINAR DE UMA TILT TABLE VEICULAR SEGUINDO A METODOLOGIA PRODIP**. 2023. Monografia — Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, 2023.
- RAO, S. **Vibrações Mecânicas**. 4. ed. [S.l.]: Pearson Education do Brasil, 2008.
- RUTHES, J. P. **ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE SUSPENSÃO VEICULAR**. 2016. Monografia — Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, 2016.
- SANTANA, D.; FURUKAWA, C.; MARUYAMA, N. Sensor fusion with low-grade inertial sensors and odometer to estimate geodetic coordinates in environments without gps signal. **Latin America Transactions, IEEE (Revista IEEE America Latina)**, v. 11, p. 1015–1021, 06 2013.

SEWARD, D. **Race Car Design**. [S.l.]: Palgrave Macmillan, 2014.

STANDARDIZATION, I. O. for. **Road vehicles – Vehicle dynamics and road-holding ability – Vocabulary**. 2011. <https://www.iso.org/standard/50820.html>. ISO 8855:2011.

TCHAMNA, R.; LEE, M.; YOUN, I. Attitude control of full vehicle using variable stiffness suspension control. **Optimal Control Applications and Methods**, v. 36, n. 6, p. 936–952, 2015.

XU, G.; ZHANG, N.; ROSER, H. M. Roll and pitch independently tuned interconnected suspension: modelling and dynamic analysis. **International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility**, v. 53, p. 1830–1849, 2015.

APÊNDICE A – MODELO 7GDL (MATLAB)

```

1 clear all
2 close all
3
4 %% Data
5 m = 1000 ; % Sprung mass [kg]
6 Kp = 319005; % Stiffness of tire [N/m]
7 KI = 42911; % Stiffness of front axle suspension
8 KII = 37091.5; % Stiffness of rear axle suspension
9 C1 = 1554; % Damping coefficient of front axle suspension
10 C2 = 3144.2; % Damping coefficient of rear axle suspension
11 d1=1,46; % Distncia da roda esquerda ao CG (m)
12 d2=1,46; % Distncia da roda direita ao CG (m)
13 d3=0.871; % Distncia da roda dianteira ao CG (m)
14 d4=1.598; % Distncia da roda traseira ao CG (m)
15 L=d3+d4; % Distncia entre eixos (m)
16 g=0; % Gravidade
17 v=8.334; % Velocidade em [m/s]
18 h=0.42; % Altura do CG
19
20 massa_nao_suspensa1 = 63/2 ; % Front unsprung mass
21 massa_nao_suspensa2 = 89/2 ; % Rear unsprung mass
22 J = 1992.57 % Rotation in y axis - pitch [kg.m]
23 I = 638.76 % Rotation in x axis - roll [kg.m]
24
25 %% Mass matrix
26 M1 = massa_nao_suspensa1 ; % Front left unsprung mass [kg]
27 M2 = massa_nao_suspensa1 ; % Front right unsprung mass [kg]
28 M3 = massa_nao_suspensa2 ; % Rear left unsprung mass [kg]
29 M4 = massa_nao_suspensa2 ; % Rear right unsprung mass [kg]
30
31 M =[ m 0 0 0 0 0 0 ;
32 0 J 0 0 0 0 0 ;
33 0 0 I 0 0 0 0 ;
34 0 0 0 M1 0 0 0 ;
35 0 0 0 0 M2 0 0 ;
36 0 0 0 0 0 M3 0 ;
37 0 0 0 0 0 0 M4];
38
39 %% Damping matrix
40
41 b1 = C1; % Front left suspension damping
42 b2 = C1; % Front right suspension damping
43 b3 = C2; % Rear left suspension damping
44 b4 = C2; % Rear right suspension damping
45
46 B = [b1 + b2 + b3 + b4, -b1*d3 - b2*d3 + b3*d4 + b4*d4, b1*d1 - b2*d2 + b3*d1 - b4*d2, -b1,
47 -b2, -b3, -b4;
48 -b1*d3 - b2*d3 + b3*d4 + b4*d4, b1*d3^2 + b3*d4^2 + b2*d3^2 + b4*d4^2, -b1*d1*d3 + b3*d1*d4
49 + b2*d2*d3 - b4*d2*d4, b1*d3, b2*d3, -b3*d4, -b4*d4;
50 b1*d1 - b2*d2 + b3*d1 - b4*d2, -b1*d1*d3 + b2*d2*d3 + b3*d1*d4 - b4*d2*d4, b1*d1^2 + b2*d2
51 ^2 + b3*d1^2 + b4*d2^2, -b1*d1, b2*d2, -b3*d1, b4*d2;
52 -b1, b1*d3, -b1*d1, b1, 0, 0, 0];

```

```

50     -b2, b2*d3, b2*d2, 0, b2, 0, 0;
51     -b3, -b3*d4, -b3*d1, 0, 0, b3, 0;
52     -b4, -b4*d4, b4*d2, 0, 0, 0, b4];
53
54 %% Stiffness matrix
55 % Four wheels and two axle vehicle
56 % 1 (front) and 3 (rear) left side
57 % 2 (front) and 4 (rear) right side
58 k1 = KI; % Front left suspension stiffness
59 k2 = KI; % Front right suspension stiffness
60 k3 = KII; % Rear left suspension stiffness
61 k4 = KII; % Rear right suspension stiffness
62
63 % Tire stiffness
64 kP1 = Kp;
65 kP2 = Kp;
66 kP3 = Kp;
67 kP4 = Kp;
68
69 K = [k1 + k2 + k3 + k4, -k1*d3 - k2*d3 + k3*d4 + k4*d4, k1*d1 - k2*d2 + k3*d1 - k4*d2, -k1,
      -k2, -k3, -k4;
70     -k1*d3 - k2*d3 + k3*d4 + k4*d4, k1*d3^2 + k3*d4^2 + k2*d3^2 + k4*d4^2, -k1*d1*d3 + k3*d1*d4
      + k2*d2*d3 - k4*d2*d4, k1*d3, k2*d3, -k3*d4, -k4*d4;
71     k1*d1 - k2*d2 + k3*d1 - k4*d2, -k1*d1*d3 + k3*d1*d4 + k2*d2*d3 - k4*d2*d4, k1*d1^2 + k2*d2
      ^2 + k3*d1^2 + k4*d2^2, -k1*d1, k2*d2, -k3*d1, k4*d2;
72     -k1, k1*d3, -k1*d1, k1 + kP1, 0, 0, 0;
73     -k2, k2*d3, k2*d2, 0, k2 + kP2, 0, 0;
74     -k3, -k3*d4, -k3*d1, 0, 0, k3 + kP3, 0;
75     -k4, -k4*d4, k4*d2, 0, 0, 0, k4 + kP4];
76
77
78 %% State-space form
79 a=[zeros(7) eye(7);-inv(M)*K -inv(M)*B];
80 b=[zeros(7);inv(M)];
81
82 %% Test values
83 number_test=1;
84
85 if number_test<10,
86     data=load(['teste0' num2str(number_test) 's.txt']);
87 else
88     data=load(['teste' num2str(number_test) 's.txt']);
89 end
90
91 t=data(:,1)/1000; % Time [s]
92 acc_x=-data(:,2); % Acceleration x [m/s]
93 acc_y=data(:,3); % Acceleration y [m/s]
94 acc_z=data(:,4); % Acceleration z [m/s]
95 rot_x=data(:,8); % Angle axis x []
96 rot_y=data(:,9); % Angle axis y []
97 rot_z=data(:,10); % Angle axis z []
98
99
100 %% Acceleration calibration and rotation
101 % x: longitudinal front, y: transversal left, z: vertical up
102 data_acc=[acc_x, acc_y, acc_z];
103 mean_acc_x=mean(acc_x(1:100));

```

```

104 mean_acc_y=mean(acc_y(1:100));
105 mean_acc_z=mean(acc_z(1:100));
106 calibration_acc=[mean_acc_x mean_acc_y mean_acc_z];
107 rot_vect=vrrotvec(calibration_acc,[0;0;9.81]);
108 rot_matrix = vrrotvec2mat(rot_vect);
109 data_acc_calib=zeros(length(data_acc),3);
110 for aux1=1:length(data_acc)
111     data_acc_calib(aux1,:)=[rot_matrix*data_acc(aux1,:)']';
112     % Estimation of rotation angles [rad] from accelerometer signal
113     rot_vect=vrrotvec(data_acc_calib(aux1,:)',[0;0;1]);
114     rot_matrix_acc = vrrotvec2mat(rot_vect);
115     angle_pitch(aux1,1)=asin(-rot_matrix_acc(1,3));
116     angle_roll(aux1,1)=-atan(rot_matrix_acc(2,3)/rot_matrix_acc(3,3));
117     angle_pitch2(aux1,1)=atan(data_acc_calib(aux1,1)/data_acc_calib(aux1,3));
118     angle_roll2(aux1,1)=atan(data_acc_calib(aux1,2)/data_acc_calib(aux1,3));
119 end
120
121 acc_x_calib=data_acc_calib(:,1);
122 acc_y_calib=data_acc_calib(:,2);
123 acc_z_calib=data_acc_calib(:,3);
124
125 t_med = (data(:, 1)-data(1,1))/1000;
126
127 % Excitation
128 tspan=0:0.001:max(t_med); % Time vector
129 t_road=tspan;
130 y_road_left = road_profile(v,t_road);
131 y_road_right = road_profile(v,t_road);
132 y0=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]; % Vector of initial condition
133
134 parameters=[m,M1,M2,M3,M4,k1,k2,k3,k4,kP1,kP2,kP3,kP4,b1,b2,b3,b4,d1,d2,d3,d4,L,g,v,h];
135 [t,y]=ode45('vehicle_dynamics_function',tspan,y0,[],parameters,a,b,t_med,acc_x_calib,t_road,
            y_road_left,y_road_right);
136
137
138 %% Resposta no tempo
139 [z, pitch, roll, z1, z2, z3, z4]
140 x1=y(:,1); % Sprung mass displacement (z)
141 x2=y(:,2); % Pitch angular displacement
142 x3=y(:,3); % Roll angular displacement
143 x4=y(:,4); % Unprung mass displacement (z1)
144 x5=y(:,5); % Unprung mass displacement (z2)
145 x6=y(:,6); % Unprung mass displacement (z3)
146 x7=y(:,7); % Unprung mass displacement (z4)
147
148 % Respostas das Velocidade
149 v1=y(:,8); % Sprung mass velocity
150 v2=y(:,9); % Pitch angular velocity
151 v3=y(:,10); % Roll angular velocity
152 v4=y(:,11); % Unsprung mass velocity 1
153 v5=y(:,12); % Unsprung mass velocity 2
154 v6=y(:,13); % Unsprung mass velocity 3
155 v7=y(:,14); % Unsprung mass velocity 4
156
157 %% Aumento da rigidez e amortecimento
158 % nova rigidez
159 k1_new = 1.5 * k1;

```

```

160 k2_new = 1.5 * k2;
161 k3_new = 1.5 * k3;
162 k4_new = 1.5 * k4;
163
164 K_new = [k1_new + k2_new + k3_new + k4_new, -k1_new*d3 - k2_new*d3 + k3_new*d4 + k4_new*d4,
           k1_new*d1 - k2_new*d2 + k3_new*d1 - k4_new*d2, -k1_new, -k2_new, -k3_new, -k4_new;
165 -k1_new*d3 - k2_new*d3 + k3_new*d4 + k4_new*d4, k1_new*d3^2 + k3_new*d4^2 + k2_new*d3^2
           + k4_new*d4^2, -k1_new*d1*d3 + k3_new*d1*d4 + k2_new*d2*d3 - k4_new*d2*d4, k1_new*
           d3, k2_new*d3, -k3_new*d4, -k4_new*d4;
166 k1_new*d1 - k2_new*d2 + k3_new*d1 - k4_new*d2, -k1_new*d1*d3 + k3_new*d1*d4 + k2_new*d2*
           d3 - k4_new*d2*d4, k1_new*d1^2 + k2_new*d2^2 + k3_new*d1^2 + k4_new*d2^2, -k1_new*
           d1, k2_new*d2, -k3_new*d1, k4_new*d2;
167 -k1_new, k1_new*d3, -k1_new*d1, k1_new + kP1, 0, 0, 0;
168 -k2_new, k2_new*d3, k2_new*d2, 0, k2_new + kP2, 0, 0;
169 -k3_new, -k3_new*d4, -k3_new*d1, 0, 0, k3_new + kP3, 0;
170 -k4_new, -k4_new*d4, k4_new*d2, 0, 0, 0, k4_new + kP4];
171
172 % novo amortecimento
173 b1_new = 1.3 * b1;
174 b2_new = 1.3 * b2;
175 b3_new = 1.3 * b3;
176 b4_new = 1.3 * b4;
177
178 B_new = [b1_new + b2_new + b3_new + b4_new, -b1_new*d3 - b2_new*d3 + b3_new*d4 + b4_new*d4,
           b1_new*d1 - b2_new*d2 + b3_new*d1 - b4_new*d2, -b1_new, -b2_new, -b3_new, -b4_new;
179 -b1_new*d3 - b2_new*d3 + b3_new*d4 + b4_new*d4, b1_new*d3^2 + b3_new*d4^2 + b2_new*d3^2
           + b4_new*d4^2, -b1_new*d1*d3 + b3_new*d1*d4 + b2_new*d2*d3 - b4_new*d2*d4, b1_new*
           d3, b2_new*d3, -b3_new*d4, -b4_new*d4;
180 b1_new*d1 - b2_new*d2 + b3_new*d1 - b4_new*d2, -b1_new*d1*d3 + b2_new*d2*d3 + b3_new*d1*
           d4 - b4_new*d2*d4, b1_new*d1^2 + b2_new*d2^2 + b3_new*d1^2 + b4_new*d2^2, -b1_new*
           d1, b2_new*d2, -b3_new*d1, b4_new*d2;
181 -b1_new, b1_new*d3, -b1_new*d1, b1_new, 0, 0, 0;
182 -b2_new, b2_new*d3, b2_new*d2, 0, b2_new, 0, 0;
183 -b3_new, -b3_new*d4, -b3_new*d1, 0, 0, b3_new, 0;
184 -b4_new, -b4_new*d4, b4_new*d2, 0, 0, 0, b4_new];
185
186 a_new=[zeros(7) eye(7);-inv(M)*K_new -inv(M)*B_new];
187 [t,y_new]=ode45('vehicle_dynamics_function',tspan,y0,[],parameters,a_new,b,t_med,acc_x_calib,
           t_road,y_road_left,y_road_right);
188
189 %% Nova resposta no tempo (aumento rigidez/amort)
190 x1_new = y_new(:,1);
191 x2_new = y_new(:,2);
192 x3_new = y_new(:,3);
193 x4_new = y_new(:,4);
194 x5_new = y_new(:,5);
195 x6_new = y_new(:,6);
196 x7_new = y_new(:,7);
197
198 v1_new = y_new(:,8);
199 v2_new = y_new(:,9);
200 v3_new = y_new(:,10);
201 v4_new = y_new(:,11);
202 v5_new = y_new(:,12);
203 v6_new = y_new(:,13);
204 v7_new = y_new(:,14);
205

```

```

206 %% Clculo MSE
207 % Intervalo para clculo do erro
208 t_ini = find(t >= 3, 1, 'first');
209 t_fim = find(t <= 16, 1, 'last');
210
211 % Extrair os valores das duas curvas nesses ndices
212 values1 = interp1(t_med, -rot_y/57.3, t(t_ini:t_fim));
213 values2 = x2(t_ini:t_fim) * 180/pi;
214
215 % Calcular MSE e RMSE
216 errors = values1 - values2;
217 MSE = mean(errors .^ 2);
218 RMSE = sqrt(MSE);
219
220 disp(['Erro Quadratico Mdio (MSE): ', num2str(MSE)]);
221 disp(['Raiz do Erro Quadratico Mdio (RMSE): ', num2str(RMSE)]);
222
223 %% Plot da comparao teste x modelo (com marcador)
224
225 subplot(1,1,1)
226 h1 = plot(t_med, -rot_y/57.3, 'b', 'LineWidth', 2);
227 hold on
228 h2 = plot(t, x2*180/pi, 'r', 'LineWidth', 2);
229 title(['Comparao Pitch - Teste ' num2str(number_test)], 'FontSize', 20)
230 xlabel('Tempo [s]', 'FontSize', 18)
231 ylabel('Pitch []', 'FontSize', 18)
232 legend([h1 h2], 'Teste', 'Modelo 7GDL', 'FontSize', 14)
233 grid on
234
235 %% Variiao entre curvas testes e modelo
236
237 % mdia em cada curva
238 media_rot_y = mean(-rot_y / 57.3);
239 media_x2 = mean(x2 * 180 / pi);
240 % diferenca percentual entre as mdias
241 diff_percent_media = 100 * abs(media_rot_y - media_x2) / ((media_rot_y + media_x2) / 2);
242
243 % valores correspondentes no mesmo instante de tempo
244 % Se t_med ~= t devem ser interpolados
245 if length(t_med) ~= length(t)
246     x2_interpolated = interp1(t, x2, t_med, 'linear');
247 else
248     x2_interpolated = x2;
249 end
250
251 % discrepancia em cada instante de tempo
252 discrepancia = abs((-rot_y / 57.3) - (x2_interpolated * 180 / pi));
253 % instante de tempo com maior discrepancia
254 [maior_discrepancia, indice_maior_discrepancia] = max(discrepancia);
255 % diferenca percentual nesse instante de tempo
256 valor_rot_y = -rot_y(indice_maior_discrepancia) / 57.3;
257 valor_x2 = x2_interpolated(indice_maior_discrepancia) * 180 / pi;
258 diff_percent_maior_discrepancia = 100 * abs(valor_rot_y - valor_x2) / ((valor_rot_y + valor_x2)
    / 2);
259 diff_valores_maior_discrepancia = abs(valor_rot_y - valor_x2);
260
261 % marcador (ponto de maior discrepancia)

```

```

262 h_discrepancia = plot(t_med(indice_maior_discrepancia), valor_rot_y, 'ko', 'MarkerFaceColor', 'y
    ', 'MarkerSize', 10);
263 plot(t_med(indice_maior_discrepancia), valor_x2, 'ko', 'MarkerFaceColor', 'y', 'MarkerSize', 10)
    ;
264 % atualiza a legenda para incluir o marcador de discrepancia
265 legend([h1 h2 h_discrepancia], 'Teste', 'Modelo 7GDL', 'Maior variacao', 'FontSize', 14);
266
267 fprintf('Diferença percentual entre as mdias: %.2f%%\n', diff_percent_media);
268 fprintf('Maior discrepancia ocorreu no tempo t = %.2f s\n', t_med(indice_maior_discrepancia));
269 fprintf('Diferença percentual no instante de maior discrepancia: %.2f%%\n',
    diff_percent_maior_discrepancia);
270 fprintf('Diferença de valores no instante de maior discrepancia: %.2f\n',
    diff_valores_maior_discrepancia);
271
272 %% Variacao percentual no aumento da rigidez e amortecimento
273
274 % variacao percentual no ponto de maior discrepancia para Bounce
275 [difference_bounce, index_bounce] = max(abs(x1_new - x1));
276 percent_variation_bounce = (x1_new(index_bounce) - x1(index_bounce)) / x1(index_bounce) * 100;
277
278 % variacao percentual no ponto de maior discrepancia para Pitch
279 [difference_pitch, index_pitch] = max(abs(x2_new - x2));
280 percent_variation_pitch = (x2_new(index_pitch) - x2(index_pitch)) / x2(index_pitch) * 100;
281
282 fprintf('Maior discrepancia em Bounce ocorre em t = %.3f s com uma variacao de %.2f%%\n', t(
    index_bounce), percent_variation_bounce);
283 fprintf('Maior discrepancia em Pitch ocorre em t = %.3f s com uma variacao de %.2f%%\n', t(
    index_pitch), percent_variation_pitch);
284
285
286 %% Plots
287
288 %Plot modelo numerico
289 figure
290 % Bounce
291 subplot(3,1,1)
292 plot(t,x1,'k','LineWidth',2);
293 title('Deslocamento Vertical da Massa Suspensa - Bounce','FontSize',14)
294 xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
295 ylabel ('Deslocamento [m]','FontSize',12)
296 grid on
297 % Pitch
298 subplot(3,1,2)
299 plot(t,x2*180/pi,'k','LineWidth',2);
300 title('Deslocamento Angular de Arfagem da Massa Suspensa - Pitch','FontSize',14)
301 xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
302 ylabel ('Deslocamento [°]','FontSize',12)
303 grid on
304 % Roll
305 subplot(3,1,3)
306 plot(t,x3*180/pi,'k','LineWidth',2);
307 title('Deslocamento Angular de Rolagem do Veculo - Roll','FontSize',14)
308 xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
309 ylabel ('Deslocamento [°]','FontSize',12)
310 grid on
311
312 % Plot variacao da rigidez e amortecimento

```

```

313 figure
314 % Bounce
315 subplot(3,1,1)
316 plot(t, x1, 'b', 'LineWidth', 2);
317 hold on
318 plot(t, x1_new, 'r--', 'LineWidth', 2);
319 title('Deslocamento Vertical da Massa Suspensa - Bounce','FontSize',20)
320 xlabel('Tempo [s]','FontSize',18)
321 ylabel('Deslocamento [m]','FontSize',18)
322 legend('Original', 'Rigidez 50% Amortecimento 30%')
323 grid on
324 % Pitch
325 subplot(3,1,2)
326 plot(t, x2 * 180 / pi, 'b', 'LineWidth', 2);
327 hold on
328 plot(t, x2_new * 180 / pi, 'r--', 'LineWidth', 2);
329 title('Deslocamento Angular de Arfagem da Massa Suspensa - Pitch','FontSize',20)
330 xlabel('Tempo [s]','FontSize',18)
331 ylabel('Deslocamento [°]','FontSize',18)
332 legend('Original', 'Rigidez 50% Amortecimento 30%')
333 grid on
334 % Roll
335 subplot(3,1,3)
336 plot(t, x3 * 180 / pi, 'b', 'LineWidth', 2);
337 hold on
338 plot(t, x3_new * 180 / pi, 'r--', 'LineWidth', 2);
339 title('Deslocamento Angular de Rolagem do Veculo - Roll','FontSize',14)
340 xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
341 ylabel('Deslocamento [°]','FontSize',12)
342 legend('Original', 'Rigidez 50% Amortecimento 30%')
343 grid on
344
345 %Plot teste
346 figure
347 subplot(2,1,1)
348 plot(t_med,acc_x_calib,'k','LineWidth',2)
349 ylabel('Acceleration [m/s]','FontSize',12)
350 title('LONGITUDINAL ACCELERATION AND BRAKING','FontSize',14,'FontWeight','Demi')
351 grid on
352 subplot(2,1,2)
353 plot(t_med,-rot_y/57.3,'k','LineWidth',2)
354 ylabel('Pitch Angle [°]','FontSize',12)
355 grid on
356 xlabel('Time [s]','FontSize',12)
357
358 %Plot comparao modelo x teste
359 figure
360 subplot(2,1,1)
361 plot(t_med, -rot_y/57.3, 'b', 'LineWidth', 2)
362 hold on
363 plot(t, x2*180/pi, 'r', 'LineWidth', 2)
364 title('Comparao de Grficos de Pitch Angle e Deslocamento Angular','FontSize',14)
365 xlabel('Tempo [s]','FontSize',12)
366 ylabel('Pitch [°]','FontSize',12)
367 legend('Teste', 'Modelo 7GDL')
368 grid on

```

APÊNDICE B – FUNÇÃO (MATLAB)

```

1  function yp=vehicle_dynamics_function(t,y,flag,parameters,a,b,t_med,acc_x_calib,t_road,
      y_road_left,y_road_right)
2
3  %% Data input from main algorithm
4  m=parameters(1);
5  M1=parameters(2);
6  M2=parameters(3);
7  M3=parameters(4);
8  M4=parameters(5);
9  k1=parameters(6);
10 k2=parameters(7);
11 k3=parameters(8);
12 k4=parameters(9);
13 kP1=parameters(10);
14 kP2=parameters(11);
15 kP3=parameters(12);
16 kP4=parameters(13);
17 b1=parameters(14);
18 b2=parameters(15);
19 b3=parameters(16);
20 b4=parameters(17);
21 d1=parameters(18);
22 d2=parameters(19);
23 d3=parameters(20);
24 d4=parameters(21);
25 L=parameters(22);
26 g=parameters(23);
27 v=parameters(24);
28 h=parameters(25);
29
30 %% Base excitation
31 % Four wheels and two axle vehicle
32 % 1 (front) and 3 (rear) left side
33 % 2 (front) and 4 (rear) right side
34 D=0;          % Distance before start road excitation
35 if t<=(D/v)
36     f1=0;
37     f2=f1;
38 else
39     f1=interp1(t_road,y_road_left,t);
40     f2=interp1(t_road,y_road_right,t);
41 end
42 if t<=(D+L)/v
43     f3=0;
44     f4=f3;
45 else
46     f3=interp1(t_road,y_road_left,t-(D+L)/v);
47     f4=interp1(t_road,y_road_right,t-(D+L)/v);
48 end
49
50 ac=interp1(t_med,acc_x_calib,t);
51

```

```
52 %% Force vector from 7 dof
53 % [z, pitch, roll, m1, m2, m3, m4]
54 Fy=( [0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;kP1 0 0 0;0 kP2 0 0;0 0 kP3 0;0 0 0 kP4]*[0;0;0;0])-[m*g;ac*m*h;0;
      M1*g;M2*g;M3*g;M4*g];
55
56 %% Motion equation in State Space form
57 % [N dof displacement, N dof velocity]
58 yp=a*y+b*Fy;
```

APÊNDICE C – CÓDIGO ARDUINO PARA AQUISIÇÃO DE DADOS

```

1  #include <OBD2UART.h>
2  #ifdef ARDUINO_AVR_UNO
3  #include <SoftwareSerial.h>
4  SoftwareSerial mySerial(A2, A3);
5  #else
6  #define mySerial Serial
7  #endif
8
9  #if defined(ESP32) && !defined(Serial1)
10 HardwareSerial Serial1(1);
11 #endif
12
13 COBD obd;
14
15
16 void setup()
17 {
18   mySerial.begin(115200);
19   while (!mySerial);
20
21   // this will begin serial
22   for (;;) {
23     delay(1000);
24     byte version = obd.begin();
25     mySerial.print("Freematics OBD-II Adapter ");
26     if (version > 0) {
27       mySerial.println("detected");
28       break;
29     } else {
30       mySerial.println("not detected");
31     }
32   }
33
34   // initialize MEMS with sensor fusion enabled
35   bool hasMEMS = obd.memsInit(true);
36   mySerial.print("Motion sensor is ");
37   mySerial.println(hasMEMS ? "present" : "not present");
38   if (!hasMEMS) {
39     for (;;) delay(15000);
40   }
41 }
42
43 void loop()
44 {
45   int16_t acc[3] = {0};
46   int16_t gyro[3] = {0};
47   int16_t mag[3] = {0};
48   int16_t temp = 0;
49
50   if (!obd.memsRead(acc, gyro, mag, &temp)) return;
51   /*
52   float accX = (float)acc[0] / 910;

```

```
53 float accY = (float)acc[1] / 910;
54 float accZ = (float)acc[2] / 910;
55 */
56
57 float gravity = 9.81;
58 float accX_m_s2, accY_m_s2, accZ_m_s2;
59
60 // calibrao x
61
62 if ((float)acc[0] > 0) {
63     accX_m_s2 = (float)acc[0] / 965;
64 }
65 else {
66     accX_m_s2 = (float)acc[0] / 1038;
67 }
68
69 // calibrao y
70 if ((float)acc[1] > 0) {
71     accY_m_s2 = (float)acc[1] / 918;
72 }
73 else {
74     accY_m_s2 = (float)acc[1] / 1082;
75 }
76 // calibrao z
77 if ((float)acc[2] > 0) {
78     accZ_m_s2 = (float)acc[2] / 1018;
79 }
80 else {
81     accZ_m_s2 = (float)acc[2] / 1000;
82 }
83
84
85 float accX = accX_m_s2 * gravity;
86 float accY = accY_m_s2 * gravity;
87 float accZ = accZ_m_s2 * gravity;
88
89 float gyroScale = 131.0;
90 float gyroX = (float)gyro[0] / gyroScale;
91 float gyroY = (float)gyro[1] / gyroScale;
92 float gyroZ = (float)gyro[2] / gyroScale;
93
94 Serial.print(millis());
95 Serial.print(",");
96
97 Serial.print(accX);
98 Serial.print(",");
99 Serial.print(accY);
100 Serial.print(",");
101 Serial.print(accZ);
102 Serial.print(",");
103
104 Serial.print(gyroX);
105 Serial.print(",");
106 Serial.print(gyroY);
107 Serial.print(",");
108 Serial.print(gyroZ);
109 Serial.print(",");
```

```
110
111 float yaw, pitch, roll;
112 if (obd.memsOrientation(yaw, pitch, roll)) {
113     mySerial.print(yaw, 2);
114     mySerial.print(',');
115     mySerial.print(pitch, 2);
116     mySerial.print(',');
117     mySerial.print(roll, 2);
118 }
119
120 Serial.println();
121
122 delay(1);
123 }
```