



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS JOINVILLE
DEPARTAMENTO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA AUTOMOTIVA

Vinicius Akio Nomura

**MODELO DINÂMICO DE MOTOCICLETA: COMPORTAMENTO LONGITUDINAL
E EM CURVA DO VEÍCULO**

Joinville
2024

Vinicius Akio Nomura

MODELO DINÂMICO DE MOTOCICLETA: COMPORTAMENTO LONGITUDINAL E
EM CURVA DO VEÍCULO

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao curso de Engenharia Automotiva do Campus Joinville da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Automotiva

Orientador(a): Prof. Andrea Piga Carboni

Joinville

2024

Nomura, Vinicius Akio
MODELO DINÂMICO DE MOTOCICLETA:
COMPORTAMENTO LONGITUDINAL E EM
CURVA DO VEÍCULO / Vinicius Akio Nomura ;
orientador, Andrea Piga Carboni, 2024.

68 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Campus
Joinville, Graduação em Engenharia Automotiva,
Joinville, 2024.

Inclui referências.

1. Engenharia Automotiva. 2. Simulação
dinâmica. 3. Motocicleta. 4. Simulink. I. Carboni,
Andrea Piga . II. Universidade Federal de Santa
Catarina. Graduação em Engenharia Automotiva.
III. Título.

Vinicius Akio Nomura

MODELO DINÂMICO DE MOTOCICLETA: COMPORTAMENTO LONGITUDINAL E EM
CURVA DO VEÍCULO

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de
MODELO DINÂMICO DE MOTOCICLETA: COMPORTAMENTO LONGITUDINAL E EM
CURVA DO VEÍCULO

e aprovado em sua forma final pelo Curso de Engenharia Automotiva.

Local Joinville, 21 de junho de 2024.

Coordenação do Curso

Banca examinadora

Prof.(a) Andre Piga Carboni, Dr.(a)

Orientador(a)

Prof.(a) Sérgio Junichi Idehara, Dr.(a)

Instituição UFSC

Prof.(a) Thiago Antonio Fiorentin, Dr.(a)

Instituição UFSC

Joinville, 2024.

Dedico esse trabalho à minha família, amigos e professores.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que me apoiaram e me apoiam nessa jornada, que não é nem um pouco fácil, mas que ficou mais leve com a companhia e o suporte dessas pessoas. Obrigado a minha família, meus amigos e professores, vocês fazem parte dessa conquista também.

RESUMO

Nas últimas décadas, a indústria de motocicletas concentrou seus esforços no aprimoramento do desempenho das motos, eficiência no consumo de combustível, bem como na redução de custos e na segurança. No entanto, um problema persistente é a segurança dos motociclistas, dada a vulnerabilidade inerente das motocicletas em comparação com outros veículos. Nesse contexto, modelos analíticos desempenham um papel crucial, permitindo que os fabricantes simulem e prevejam situações potencialmente críticas que possam levar à perda de estabilidade do veículo. Esses modelos, como o desenvolvido e validado para simular tais cenários usando o software Simulink, desempenham um papel fundamental na melhoria contínua da segurança em motocicletas, contribuindo para a redução de acidentes e a proteção dos motociclistas. Os resultados obtidos na simulação analítica foram comparados com uma simulação numérica de um software comercial e os resultados de raio em função do tempo, velocidade, aceleração e trocas de marcha foram validadas.

Palavras-chave: Simulação dinâmica; Motocicleta; Simulink.

ABSTRACT

In recent decades, the motorcycle industry has focused its efforts on enhancing motorcycle performance, fuel efficiency, cost reduction, and safety. However, a persistent issue is the safety of motorcyclists, given the inherent vulnerability of motorcycles compared to other vehicles. In this context, analytical models play a crucial role, enabling manufacturers to simulate and predict potentially critical situations that could lead to vehicle instability. These models, such as the one developed and validated to simulate such scenarios using Simulink software, play a fundamental role in the continuous improvement of motorcycle safety, contributing to accident reduction and the protection of motorcyclists. The results obtained in the analytical simulation were compared with a numerical simulation from commercial software, and the results of radius as a function of time, speed, acceleration, and gear shifts were validated.

Keywords: Dynamic simulation; Motorcycle; Simulink.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Gráfico qualitativo dos custos e vantagens da mudança de design em diferentes estágios de projeto.....	17
Figura 2 - Acidentes e óbitos relacionado aos veículos.....	18
Figura 3 – Estrutura cinemática da moto.....	20
Figura 4 - Geometria da motocicleta.....	21
Figura 5 – Efeito da trilha.....	23
Figura 6 - Forças retilíneas.....	25
Figura 7 - Forças aerodinâmicas e momentos.....	26
Figura 8 - Altura do CG.....	28
Figura 9 - Inércias rotacionais.....	29
Figura 10 - Descrição dos pontos de contatos e forças que agem no pneu em rolamento.....	31
Figura 11 – Forças e torque que atuam no pneu.....	33
Figura 12 - Força por escorregamento.....	34
Figura 13 - Forças e torques de contato entre o pneu e o plano da estrada	35
Figura 14 - Aceleração gerada pela cambagem.....	36
Figura 15 - Área de contato de um pneu de motocicleta na presença de deslizamento lateral.....	37
Figura 16 - Deslocamento lateral do ponto de contato.....	38
Figura 17 - Ângulo de cambagem da roda dianteira em relação ao ângulo de inclinação do chassi traseiro para várias valores do ângulo de esterçamento.....	39
Figura 18 - Ângulo de esterçamento cinemático.....	39
Figura 19 - Ângulo efetivo de curvatura.....	41
Figura 20 - Ângulo de deriva por cambagem.....	49
Figura 21 - Modelo geral no simlink.....	52
Figura 22 - Sub sistemas.....	53
Figura 23 - Sub sistema do motor.....	54
Figura 24 – Sub sistema dos freios.....	55
Figura 25 - Sub sistema da caixa de marchas.....	56
Figura 26 - Sub sistema do arrasto aerodinâmico.....	57
Figura 27 – Sistema de inércia rotacional.....	57

Figura 28 - Sub sistema da resistência a rolagem.....	58
Figura 29 - Sub sistema da transferência de carga	58
Figura 30 - Sub sistema dos pneus	59
Figura 31 - Sub sistema do pneu dianteiro para movimento longitudinal	60
Figura 32 - Sub sistema do pneu dianteiro para movimento longitudinal	61
Figura 33 - Sub sistema dos pneus para movimento curvilíneo	62
Figura 34 – Primeira iteração da simulação longitudinal	63
Figura 35 – Segunda iteração da simulação	64
Figura 36 – Primeira iteração da simulação lateral.....	65
Figura 37 - Pista utilizada para a validação do modelo	66
Figura 38 – Primeira iteração da simulação de validação	66
Figura 39 – Segunda iteração da simulação de validação	67
Figura 40 - "Wobble".....	76
Figura 41 - Geometria dianteira da motocicleta.....	77
Figura 42 - Exemplo de "high side" em saída de curva	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros considerados para a motocicleta.....	51
Tabela 2 – Erros relativos e absolutos.....	67

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

\ddot{X}_D	Aceleração do arrasto
\ddot{X}_M	Aceleração que o motor gera
\ddot{X}_R	Aceleração resultante da motocicleta
\ddot{X}_{RR}	Aceleração da resistência a rolagem
Δ^*	Ângulo de direção cinemática
G_{lat}	Aceleração lateral total da motocicleta
G_{latd}	Aceleração lateral do eixo dianteiro
G_{latt}	Aceleração lateral do eixo traseiro
I_{wf}	Momento de inércia da roda dianteira
I_{wm}	Momento de inércia do motor
I_{wp}	Momento de inércia da relação primária
I_{wr}	Momento de inércia da roda traseira
I_{ws}	Momento de inércia da relação secundária
I_{Af}	Momento de inércia ao redor do eixo de esterçamento
$K_{\lambda f}$	Rigidez de curvatura
R_m	Relação de marchas
$R_{marchas}$	Relação das marchas;
R_p	Relação primária
R_s	Relação secundária
T_{motor}	Torque gerado pelo motor
a_f	Aceleração gerada pela frenagem
b_f	Distância do centro de massa do sub sistema dianteiro em relação ao eixo de direção
m^*	Massa equivalente da motocicleta
$s_{1,2}$	Raizes da equação
$\ddot{\delta}$	Aceleração de esterço
$\dot{\delta}$	Velocidade de esterço
ω_{att}	Velocidade de atitude
Δ	Ângulo de direção
A	Area frontal

<i>a</i>	Trilha
<i>an</i>	Trilha normal
<i>b</i>	Distância entre o centro de gravidade e o centro da roda traseira
<i>bn</i>	Trilha normal traseira
<i>BPS</i>	Porcentagem de acionamento do freio
<i>Bxr</i>	determina a inclinação da curva a partir da origem
<i>c</i>	Coefficiente de amortecimento
<i>Cd</i>	Coefficiente de arrasto
<i>CG</i>	Centro de Gravidade
<i>Cl</i>	Coefficiente de Sustentação
<i>Cxr</i>	controla o valor assintótico que a curva assume quando tende ao infinito
<i>d</i>	Deslocamento do eixo do guidom
<i>Dxr</i>	representa o pico e depende da carga vertical
<i>Exr</i>	caracteriza a curvatura perto do pico, e determina a posição do pico
<i>Fcl</i>	Força de arrasto
<i>Flat</i>	Força lateral de arrasto
<i>Fp</i>	Força peso
<i>fw</i>	Coefficiente de resistência a rolagem
<i>Fw</i>	Força gerada para resistência a rolagem
<i>g</i>	aceleração da gravidade
<i>h</i>	Altura do centro de gravidade
<i>H</i>	Altura do objeto utilizado para medição do centro de gravidade
<i>k</i>	Escorregamento longitudinal do pneu
<i>M</i>	Massa
<i>Mc</i>	Vetor de marchas para cálculo
<i>Mcr</i>	Vetor identificador de marchas
<i>N</i>	Força normal a roda
<i>Nf</i>	Força normal na roda dianteira
<i>Nr</i>	Força normal na roda traseira
<i>p</i>	Entre eixos
<i>Rcr</i>	Raio de curvatura
<i>Rf</i>	Raio da roda dianteira

R_f	Raio da roda dianteira
R_i	Vetor de relação de marchas
R_m	Vetor de relação de marchas multiplicado pela relação final e relação primária
R_n	Relação entre trilhas
R_{pf}	Relação primária multiplicada pela relação final
RPM	Rotações por minuto
R_r	Raio da roda traseira
R_r	Raio da roda traseira
RR	Resistencia a rolagem
s	Coefficiente exponencial/raizes da equação
S	Força resultante da motocicleta
tf	Raio da seção da roda dianteira
TPS	Porcentagem de acionamento do acelerador
tr	Raio da seção da roda traseira
v	Frequência do sistema
V	Velocidade
β	Cambagem dianteira
δ	Ângulo de esterçamento
ϵ	Ângulo de caster
λ	Ângulo de deriva do pneu traseiro
λ_f	Ângulo de deriva do pneu dianteiro
μ	Coefficiente de atrito do pneu
ρ	densidade do ar
ϕ	Ângulo de rolagem da roda traseira
ζ	Fator de amortecimento
R	Raio da roda traseira e dianteira

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	OBJETIVOS	19
1.1.1	Objetivo geral	19
1.1.2	Objetivos específicos	19
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
2.1	DEFINIÇÃO E GEOMETRIA DA MOTOCICLETA	20
2.2	MOVIMENTO RETILÍNEO	24
2.2.1	Força de resistência aerodinâmica	25
2.2.2	Centro de gravidade	27
2.2.3	Inércia	28
2.2.4	Transferência de carga	30
2.2.5	Resistência a rolagem	30
2.3	FRENAGEM.....	32
2.4	PNEUS.....	33
2.5	EFEITO COMBINADO ENTRE ROLAGEM E ESTERÇAMENTO	37
2.6	ÂNGULO EFETIVO DE DIREÇÃO E RAIOS DE CURVATURA	39
2.7	MODELOS DINÂMICOS	41
2.7.1	Corpo único	41
2.7.2	Multi-corpo	41
3	METODOLOGIA	43
3.1	MODELO RETILÍNEO.....	43
3.1.1	Arrasto aerodinâmico	43
3.1.2	Resistência á rolagem	44
3.1.3	Desaceleração de frenagem	44
3.1.4	Aceleração fornecida pelo motor	44
3.1.5	Pneus	45
3.1.6	Inércia rotacional	46
3.1.7	Transferência de carga	47
3.2	MODELO CURVILÍNEO.....	48
4	MODELO SIMULINK	51
4.1	MOTOR.....	54
4.2	FREIOS.....	54

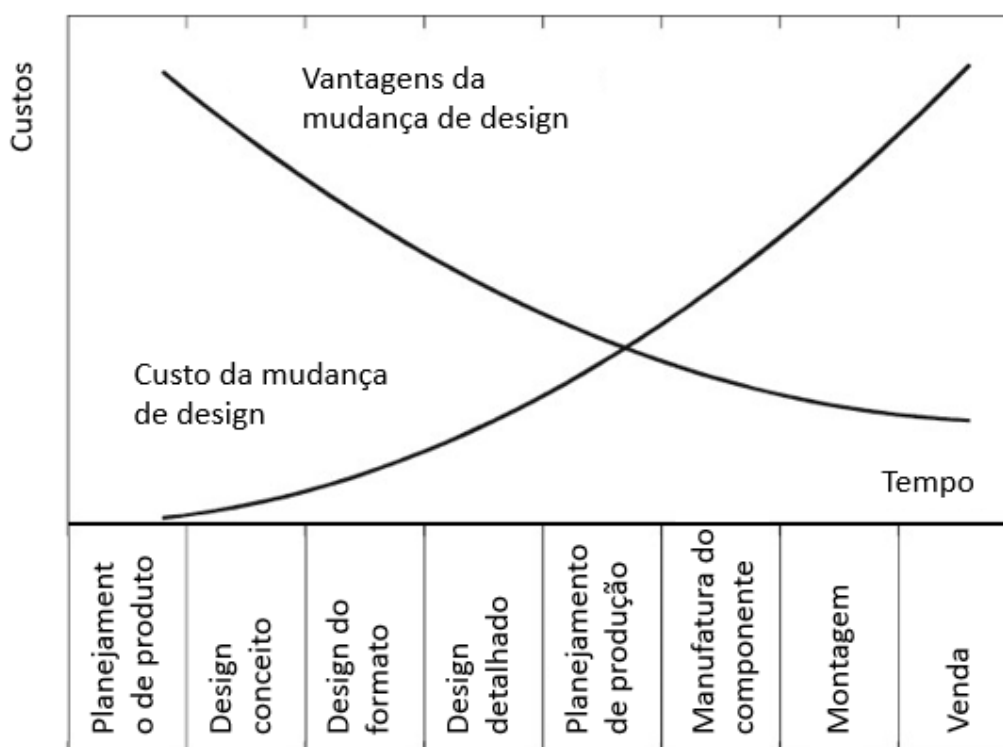
4.3	CAIXA DE MARCHAS	55
4.4	ARRASTO AERODIÂMICO	57
4.5	INÉRCIA ROTACIONAL	57
4.6	RESISTÊNCIA A ROLAGEM.....	58
4.7	TRANSFERÊNCIA DE CARGA	58
4.8	PNEUS.....	59
5	ANÁLISE DE RESULTADOS.....	63
5.1	SIMULAÇÃO LONGITUDINAL.....	63
5.2	SIMULAÇÃO LATERAL	64
6	CONCLUSÃO	69
	REFERÊNCIAS	70
	APÊNDICE A – CÓDIGO MATLAB DE PLOT	71
	APÊNDICE B – MODELO PARA CAPTURA DOS RESULTADOS	73
	APÊNDICE C – GRÁFICO E MEDIDA 1ª ITERAÇÃO LATERAL	74
	APÊNDICE D – GRÁFICO E MEDIDA 2ª ITERAÇÃO LATERAL	75
	APÊNDICE E – MODOS DE INSTABILIDADE	76

1 INTRODUÇÃO

O tempo de concepção de um veículo e sua entrada no mercado é um fator essencial para o sucesso comercial. O desenvolvimento tradicional baseado na construção de protótipos, testes e modificações, não é mais adequado ao mercado atual pois não atende ao tempo requerido pelo cliente (GENTA; MORELLO).

Quando mudanças de design são implementadas durante o desenvolvimento de qualquer tipo de máquina, é necessário que sejam o mais cedo possível. Nas etapas iniciais, essas mudanças podem ser feitas a baixo custo, mas quando é alcançado o processo de construção de protótipos ou o lançamento do produto, a liberdade dos projetistas é reduzida, pois mudanças impactam diretamente nos custos do projeto. Essas considerações, junto com o aumento dos custos de produção de protótipos e com o incremento de poder computacional, justificam o aumento de construção de modelos matemáticos, testes virtuais e simulação de veículos motores (GENTA; MORELLO). As vantagens da mudança de design nos diferentes estágios de projeto podem ser vistas na Figura 1.

Figura 1 - Gráfico qualitativo dos custos e vantagens da mudança de design em diferentes estágios de projeto

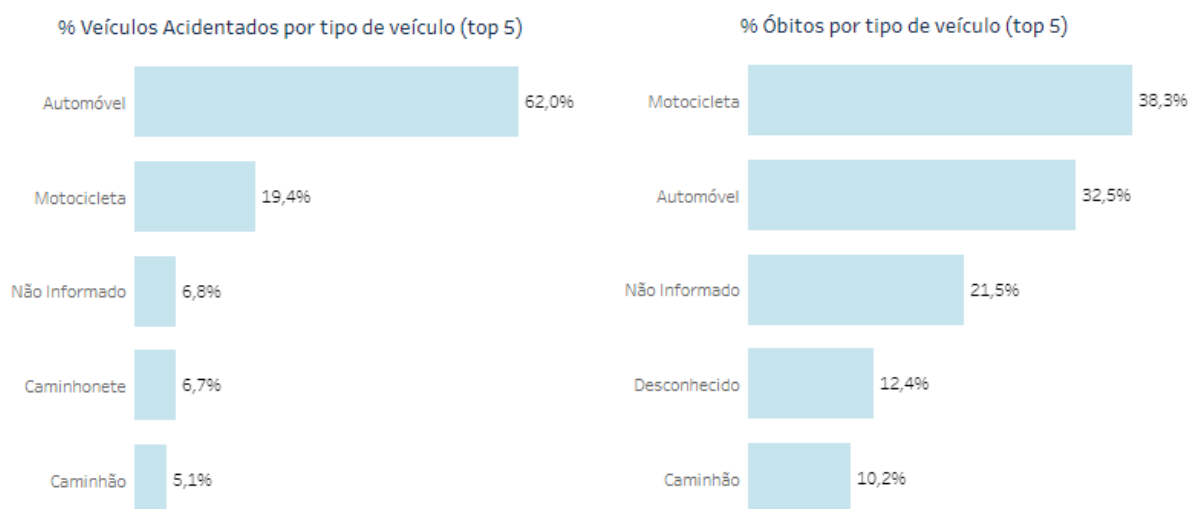


Fonte: Adaptado de Genta (2009), p. 504.

A importância de prever o comportamento dos componentes de um veículo antes da construção de um protótipo vem crescendo significativamente no ramo da engenharia automotiva. Isso é evidenciado não apenas pelo objetivo de reduzir a dependência de testes físicos, como uma simples verificação do que os testes e projetos computacionais geraram, como mencionado por Genta e Morello, mas também pela necessidade de aprimorar a segurança veicular. Nesse contexto, é possível prever situações críticas que podem levar à perda de controle e estabilidade do veículo, como destacado no cenário das lesões no trânsito e acidentes de motocicleta, utilizando simulações que descrevem os comportamentos dinâmicos de veículo.

As lesões resultantes de acidentes de trânsito representam um grande desafio em termos de saúde pública em âmbito global, classificando-se entre as dez principais causas de óbito em nações de renda baixa e média. Segundo o Boletim Epidemiológico da Secretaria de Vigilância em Saúde e Ambiente, no Brasil, no ano de 2020, essas lesões provocaram mais de 190 mil internações em estabelecimentos de saúde vinculados ao Sistema Único de Saúde (SUS) e convênios médicos. Notavelmente, mais de 61% dessas internações envolveram motociclistas. Além disso, observou-se um aumento significativo na taxa de internações de motociclistas, passando de 3,9 em 2011 para 6,1 a cada 10 mil habitantes em 2021, com um custo total de R\$167 milhões apenas em 2021 (“Ministério da Saúde lança documento com dados sobre lesões de motociclistas no trânsito” , [s.d.]).

Figura 2 - Acidentes e óbitos relacionado aos veículos



Fonte: Registro Nacional de Acidentes e Estatísticas de Trânsito, 2023.

Na Figura 2, é evidenciada a distribuição de acidentes por tipo de veículo, onde os automóveis representam a maioria, correspondendo a 59,9%, enquanto as motocicletas totalizam 23,3%. Além disso, na mesma imagem, observamos a proporção de óbitos em acidentes, onde as motocicletas registram uma taxa de 38,8%, ligeiramente superior à dos carros, que apresentam 32,5%. Estes dados ressaltam a relevância de estratégias direcionadas à segurança de motociclistas no trânsito, como a simulação de situações críticas de estabilidade em motocicletas (“Registro Nacional de Acidentes e Estatísticas de Trânsito”, [s.d.]).

A capacidade de prever e analisar cenários críticos através de simulações permite identificar situações que poderiam levar à perda de controle e estabilidade do veículo, oferecendo uma oportunidade valiosa para implementar melhorias antes mesmo da construção de protótipos físicos.

Este enfoque não só minimiza a dependência de testes reais, como também promove a antecipação de riscos, permitindo o desenvolvimento de medidas preventivas mais eficazes. Com a prevalência dos acidentes envolvendo motociclistas, conforme evidenciado pelos dados do Ministério da Saúde e dos Transportes, a adoção de estratégias de simulação se torna ainda mais crucial para reduzir as taxas de internações e óbitos, melhorando a segurança no trânsito.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Desenvolver um modelo dinâmico de uma motocicleta, analisando o comportamento longitudinal e em curva do veículo.

1.1.2 Objetivos específicos

- a. Revisão bibliográfica sobre o estado da arte de modelos analíticos;
- b. Desenvolver um modelo analítico do comportamento longitudinal e em curva da motocicleta e usar os dados de entrada no modelo;
- c. Validar dados de simulações numéricas no modelo analítico;

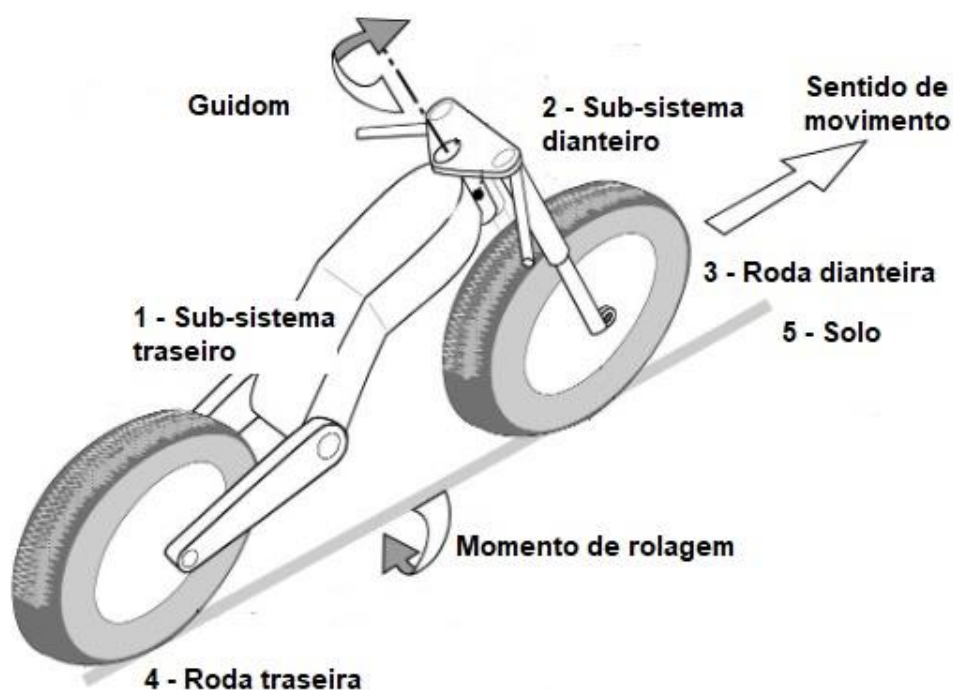
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A seguir é apresentado a revisão de diversas vertentes que são abordadas na modelagem de uma motocicleta, ou seja, equações e hipóteses que serão utilizadas para o atual trabalho de conclusão de curso.

2.1 DEFINIÇÃO E GEOMETRIA DA MOTOCICLETA

Para a simulação analítica de uma motocicleta é possível adotar a simplificação de um conjunto de quatro corpos rígidos: roda traseira, roda dianteira, sistema mecânico dianteiro e sistema mecânico traseiro. Esses sistemas são conectados por duas juntas rotativas e o sistema tem dois pontos de contato com o solo nos pneus, Figura 3 (COSSALTER; LOT; MASSARO, 2014).

Figura 3 – Estrutura cinemática da moto



Fonte: Adaptado de Cossalter, et al., 2014, p. 10.

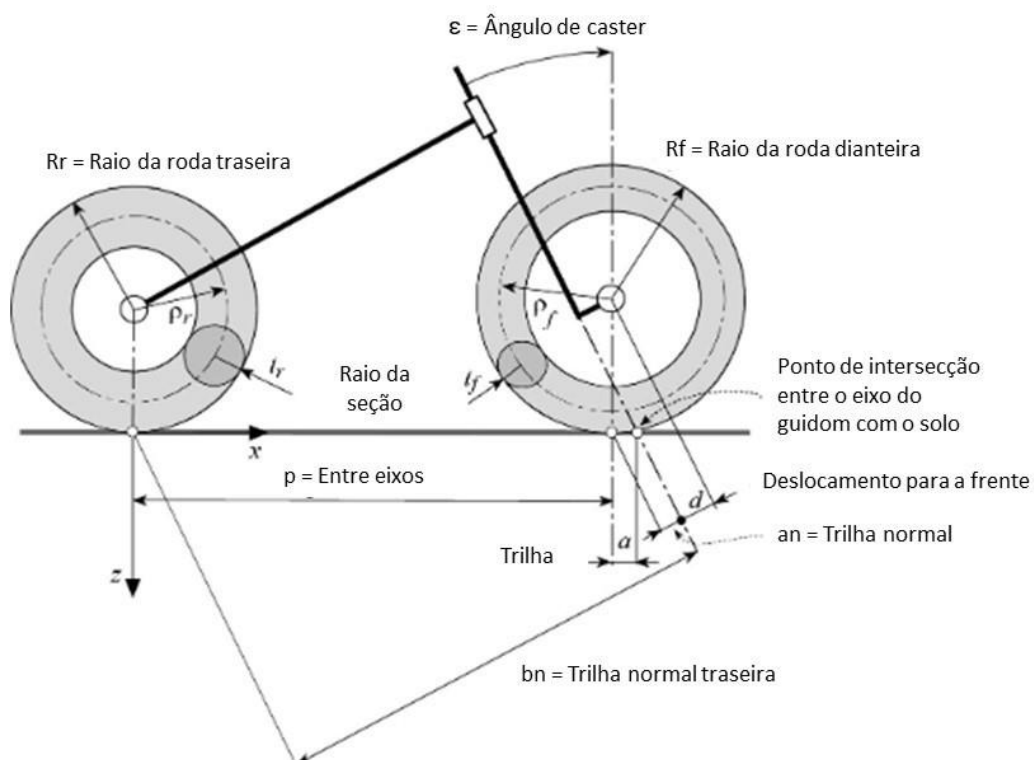
Considerando os graus de liberdade das juntas rotativas e os dois pontos de contato das rodas com o solo, a motocicleta possui três graus de liberdade. que somados aos momentos: de *roll*, *pitch* e *yaw*. Também é necessário considerar o

escorregamento longitudinal e lateral dos pneus, portanto, soma-se mais um grau de liberdade, totalizando sete graus de liberdade para o modelo (Cossalter, et al.,2014).

A princípio a motocicleta pode ser definida sem considerar a suspensão e pneus rígidos. Para a descrição são utilizados os seguintes parâmetros:

- p : Entre eixos;
- d : Off-set do garfo, é a distância perpendicular da reta em que o guidom gira em torno e o centro da roda dianteira;
- ϵ : Ângulo de caster;
- R_r : Raio da roda traseira;
- R_f : Raio da roda dianteira;
- t_r : Raio da seção da roda traseira;
- t_f : Raio da seção da roda dianteira;
- d : Deslocamento do eixo do guidom;
- a : Trilha;
- a_n : Trilha normal;
- b_n : Trilha normal traseira

Figura 4 - Geometria da motocicleta



Fonte: Adaptado de Cossalter, et al.,2014, p. 12.

O ângulo de caster varia conforme o tipo de motocicleta podendo variar de 19° a 34°, dependendo do objetivo da motocicleta, motos para altas velocidades tendem a utilizar um menor ângulo. Sob o ponto de vista estrutural, um ângulo pequeno estressa a suspensão dianteira durante a frenagem, deformando o garfo tanto em flexão quanto em torção, a torção em específico ocorre pela força aplicada ao disco de frenagem, que está posicionado em um lado da roda dianteira. Isso pode ocasionar vibrações perigosas na parte frontal da motocicleta (oscilação do conjunto dianteiro em torno do eixo da direção, conhecida como wobble) (Cossalter, et al.,2014).

O valor de caster está relacionado diretamente com o valor de trilha, de maneira geral, para se ter uma boa sensação de manobrabilidade é necessário um incremento no ângulo de caster juntamente com um incremento no trilha (Cossalter, et al.,2014).

O sistema de direção da motocicleta é um componente essencial para a geração de forças laterais que são utilizadas para a mudança de trajetória ou garantir equilíbrio do conjunto. De um ponto de vista geométrico o sistema de direção pode ser descrito em três parâmetros (Cossalter, et al.,2014):

- ϵ : Ângulo de caster;
- d : Deslocamento do garfo;
- Rf : Raio da roda .

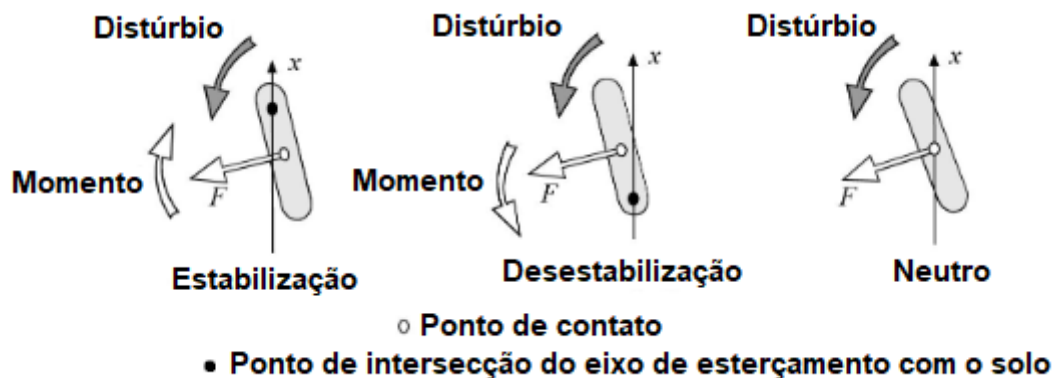
Com esses parâmetros é possível calcular o valor de trilha normal (a_n), distância perpendicular entre o ponto de contato com o solo e o eixo do guidom. Esse valor é positivo quando o ponto de contato da roda com o solo está atrás do ponto de contato do eixo do guidom com o solo. E pode ser relacionada com a trilha normal através da seguinte equação (Cossalter, et al.,2014):

$$a = \frac{a_n}{\cos(\epsilon)} \quad (2)$$

- a : Trilha
- a_n : Trilha normal
- ϵ : Ângulo de caster

O valor de trilha é relacionado com a estabilidade da motocicleta, principalmente em movimento retilíneo, isso é devido ao momento gerado pela força lateral no ponto de contato pneu e solo que com o trilha gera um torque de auto alinhamento da direção (trilha positivo), como mostra a Figura 5 (Cossalter, et al.,2014).

Figura 5 – Efeito da trilha



Fonte: Adaptado de Cossalter, et al.,2014, p. 16.

Durante movimentos curvilíneos, o atrito gera um força lateral responsável por fazer a moto mudar de direção, que atua perpendicularmente à linha de intersecção do plano da roda com o solo. Tanto a força lateral dianteira quanto a traseira produz momentos em torno do guidão, que são proporcionais as distâncias a_n e b_n . Essas distâncias estão diretamente relacionadas com o entre eixos e a trilha do veículo, sendo descritas pelas equações (Cossalter, et al.,2014):

$$b_n = (p + a) \cos(\epsilon) \quad (3)$$

Onde:

- a_n : trilha normal da roda dianteira;
- b_n : trilha normal da roda traseira;
- p : entre eixos;
- a : trilha;
- ϵ : ângulo de caster.

Isso mostra como a trilha e entre eixos estão relacionados e não podem ser levados em conta sozinhos. É possível utilizar um parâmetro para comparações, que é a relação entre an e bn (Cossalter, et al., 2014).

$$Rn = \frac{an}{bn} \quad (4)$$

Onde:

- Rn : Relação entre trilhas.

Em média esse valor fica entre quatro e oito por cento, essa relação deve levar em conta a distribuição de massa entre as rodas, uma moto que possui maior carga no eixo dianteiro precisa de uma trilha menor, fazendo com que o torque de esterçamento aplicado pelo piloto possa ser menor para a mesma manobrabilidade da motocicleta, dado que maiores cargas na roda dianteira geram forças de atrito lateral maiores (Cossalter, et al., 2014).

Portanto a relação com base na distribuição de massa é expressa por:

$$Rn = \left(\frac{an}{bn}\right) \left(\frac{Nf}{Nr}\right) \quad (5)$$

Onde Nf e Nr são as cargas na roda dianteira e traseira, respectivamente (Cossalter, et al., 2014).

2.2 MOVIMENTO RETILÍNEO

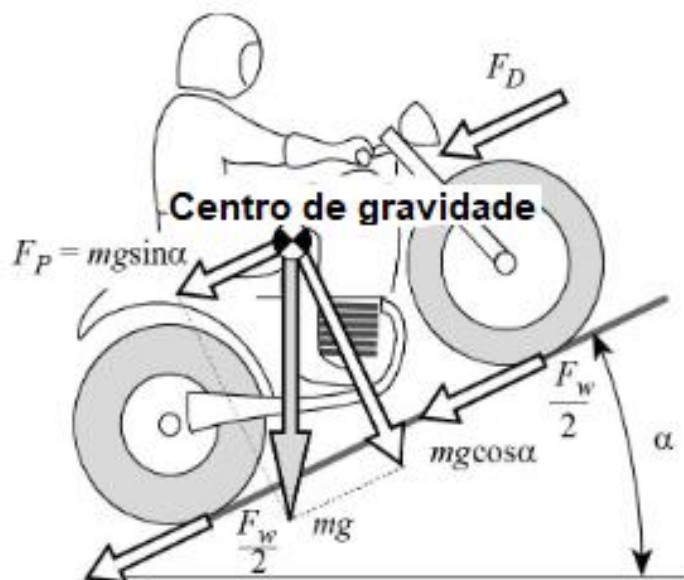
Durante o regime permanente, a força trativa gerada pelo motor da motocicleta é igualada pelas forças geradas por, basicamente três fenômenos:

- Resistência de rolagem dos pneus;
- Resistência aerodinâmica;
- A componente da força peso no caso de rampas.

Representados na Figura 6.

De forma genérica a força de resistência a rolagem pode ser considerada como dois por cento da força peso (Cossalter, et al.,2014).

Figura 6 - Forças retilíneas



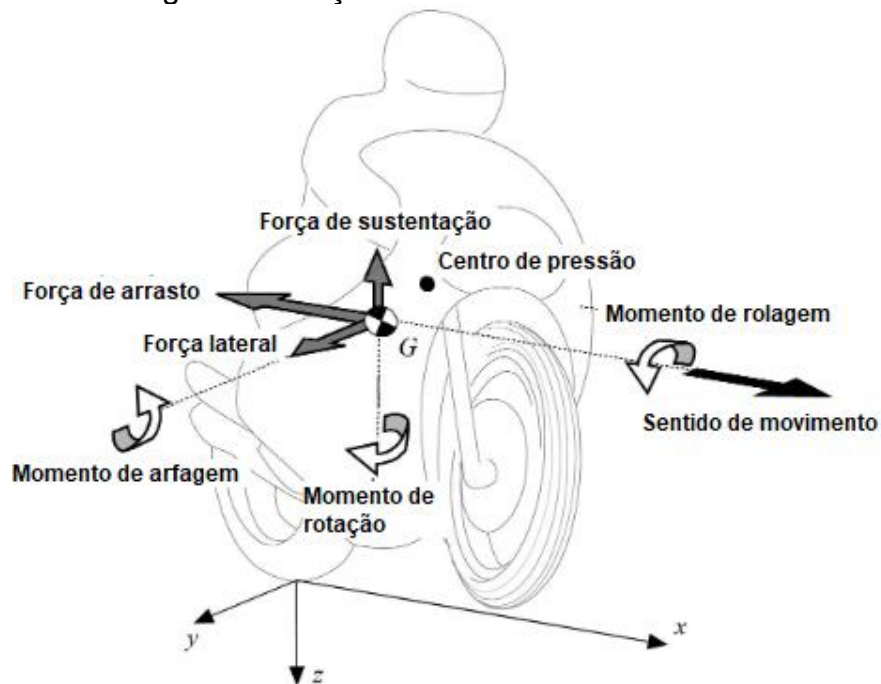
Fonte: Adaptado de Cossalter, et al.,2014, p. 91.

2.2.1 Força de resistência aerodinâmica

A influência aerodinâmica que atua no veículo pode ser representada por três forças que atuam no centro de pressão do veículo, gerando momentos devido a distância que o centro de pressão pode possuir em relação ao centro de gravidade da motocicleta, mas para simplificações assume-se que atuam no centro de gravidade da moto, e três momentos que atuam ao longo dos eixos principais, como mostra a Figura 7 (Cossalter, et al.,2014):

- Força de arrasto;
- Força de sustentação;
- Força lateral;
- Momento de arfagem (*pitch*);
- Momento de rolagem (*roll*);
- Momento de guinada (*yaw*).

Figura 7 - Forças aerodinâmicas e momentos



Fonte: Adaptado de Cossalter, et al.,2014, p. 92.

A força de arrasto pode ser descrita pela seguinte equação:

$$F_d = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_d \cdot A \cdot V^2 \quad (6)$$

Onde:

- ρ é a densidade do ar;
- C_d é o coeficiente de arrasto;
- A é a área frontal projetada da moto com o piloto;
- V é a velocidade da moto.

A força de sustentação é perpendicular à força de arrasto, e orientada para cima. Sua equação é similar ao da força de arrasto (Cossalter, et al.,2014):

$$F_{cl} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_l \cdot A \cdot V^2 \quad (7)$$

A força lateral é gerada quando há fluxo de vento que não é paralelo ao deslocamento da moto, gerando uma componente de força lateral (Cossalter, et al.,2014):

$$F_{lat} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot Cd \cdot A \cdot V^2 \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (8)$$

Onde:

- α é o ângulo entre o eixo x da moto e o sentido do vento lateral;
- F_{lat} : Força lateral gerada pelo vento cruzado.

2.2.2 Centro de gravidade

A posição do centro de gravidade é um fator muito importante para a dinâmica da moto e sua posição depende da distribuição de massa dos componentes da moto. A distância longitudinal entre o eixo traseiro da moto com a posição do centro de gravidade pode ser determinada medindo a massa total da moto e a distribuição de cargas entre o ponto dianteiro de contato com o solo e o ponto traseiro de contato, sob condições estáticas (Cossalter, et al.,2014).:

$$b = \frac{N_{sf} \cdot p}{mg} \quad (9)$$

Onde:

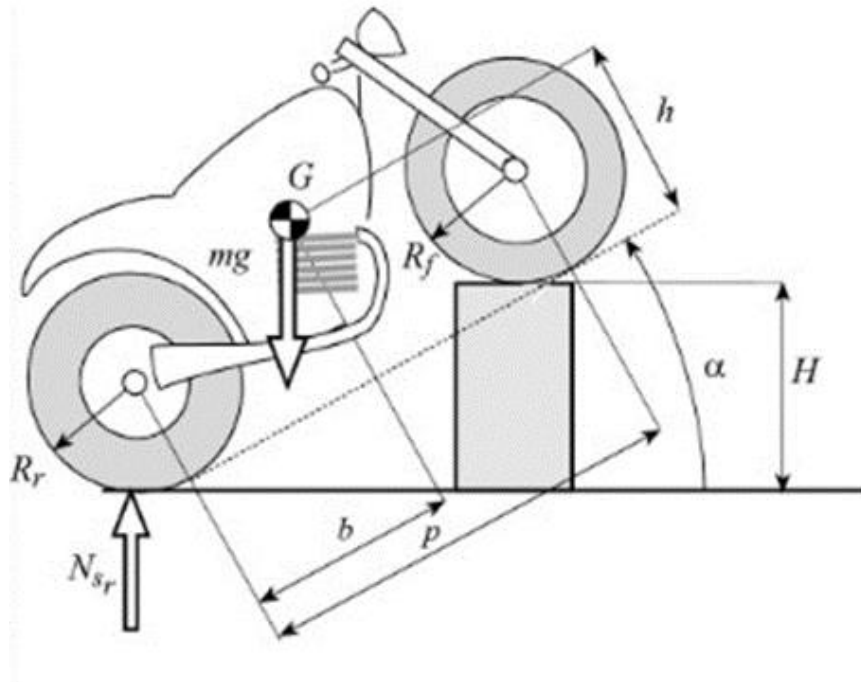
- b : Distância entre o centro de gravidade e o centro da roda traseira;
- p : Distância entre eixos;
- N_{sf} : Força normal a roda dianteira;
- m : Massa da moto;
- g : Aceleração da gravidade.

O princípio de obtenção da altura do centro de gravidade da motocicleta é o mesmo para a obtenção da distância entre o centro de gravidade e o centro da roda traseira. Pode ser obtido erguendo a motocicleta em um ângulo α e medindo a variação de carga na roda traseira, como na imagem abaixo, assim, com a equação a

seguir e alguns parâmetros é possível obter a altura do centro de gravidade, Figura 8 (Cossalter, et al.,2014).

$$h = \left(\frac{N_{sr}}{mg} - (p - b) \right) \cot g \left[\arcsen \left(\frac{H}{p} \right) \right] + \frac{R_r + R_f}{2} \quad (10)$$

Figura 8 - Altura do CG



Fonte: Cossalter, et al.,2014, p. 100.

Onde:

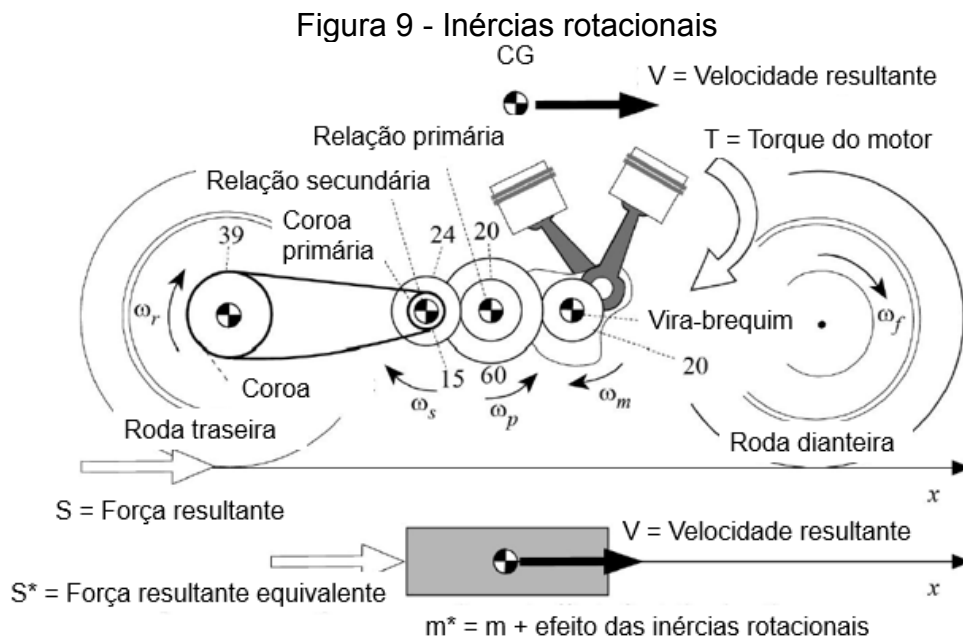
- h : Altura do centro de gravidade;
- N_{sr} : Força normal a roda traseira;
- H : Altura do objeto utilizado para medição do centro de gravidade;
- R_r : Raio da roda traseira;
- R_f : Raio da roda dianteira.

2.2.3 Inércia

Para um modelo transiente é necessário considerar a inércia rotacional da motocicleta, que gera uma massa equivalente não constante, pois depende de uma série de relações, dentre elas, a de cada marcha, como o modelo transiente ocorre a

troca de marchas, conseqüentemente, ocorre a variação da massa equivalente (Cossalter, et al.,2014).

A força motriz de uma motocicleta é a soma das forças inerciais e de resistência, em situações de velocidade constante. A massa equivalente m^* considera tanto a inércia rotacional quanto a energia cinética total da motocicleta, proporcionando uma dinâmica equivalente à de uma motocicleta real, Figura 9 (Cossalter, et al.,2014).



Fonte: Adaptado de Cossalter, et al.,2014, p. 108.

Igualando as energias cinéticas temos:

$$m^* = m + I_{w_r} \cdot \tau_r^2 + I_{w_f} \cdot \tau_f^2 + I_{w_m} \cdot \tau_m^2 + I_{w_p} \cdot \tau_p^2 + I_{w_s} \cdot \tau_s^2 \quad (11)$$

Onde:

- m : Massa da motocicleta;
- I_{w_r} : Inércia da roda traseira;
- I_{w_f} : Inércia da roda dianteira;
- I_{w_m} : Inércia do bira-brequim;
- I_{w_p} : Inércia da relação primária;
- I_{w_s} : Inércia da relação secundária;

- τ : Relação de velocidades;
- τ_r : Relação entre velocidade da motocicleta e da roda traseira;
- τ_f : Relação entre velocidade da motocicleta e da roda dianteira;
- τ_m : Relação entre velocidade da motocicleta e do vira-brequim;
- τ_p : Relação entre velocidade da motocicleta e da relação primária;
- τ_s : Relação entre velocidade da motocicleta e da relação secundária.

2.2.4 Transferência de carga

Devido a distância entre o ponto de aplicação das forças de arrasto e a força resistiva é gerado um momento que causa uma transferência de carga entre o eixo dianteiro e traseiro, que é conhecido como transferência de carga longitudinal, causada pela aceleração da motocicleta (SEWARD, 2014):

$$N_f = mg \frac{b}{p} - S \frac{h}{p} \quad (12)$$

e

$$N_r = mg \frac{(p - b)}{p} + S \frac{h}{p} \quad (13)$$

Onde:

- h : Altura do centro de gravidade;
- N : Força normal a roda;
- m : Massa;
- g : Gravidade;
- S : Força resultante longitudinal da motocicleta.

2.2.5 Resistência a rolagem

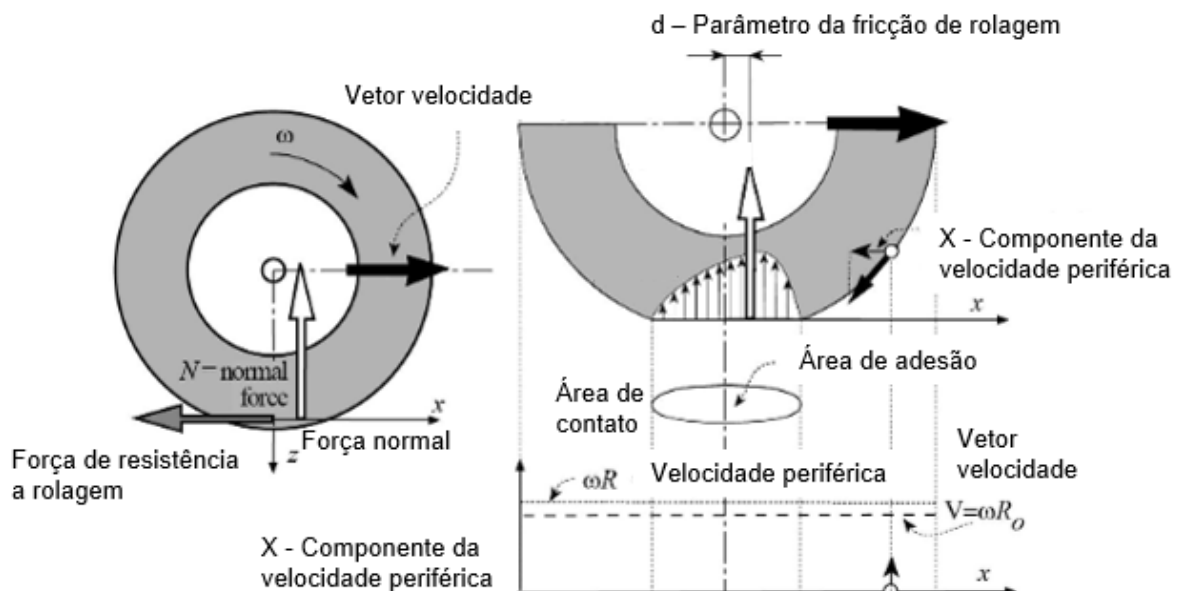
Durante a rolagem do pneu, por ele apresentar uma característica elástica, a circunferência dele ultrapassa o solo devido à deformação que ele sofre, isso interfere

diretamente no raio efetivo do pneu, que é reduzida, como na Figura 10. Na área de contato do pneu com o solo, são gerados estresses internos devido a essa deformação, e esses estresses são normais ao solo. Devido à histerese do material do pneu, parte dessa energia que causa a deformação não é restaurada na seguinte fase de relaxamento ou demora muito para ser restaurada. Isso provoca uma mudança nas pressões de contato do pneu com o solo, as quais não possuem simetria, mas são maiores na região frontal do pneu com uma distância d do eixo da roda (Cossalter, et al.,2014).

A força gerada multiplicada pela distância d gera um momento de resistência a rolagem. A força de resistência a rolagem é expressa pela força oposta ao movimento, que é dado por:

$$F_w = f_w N = \frac{d}{R} N \quad (14)$$

Figura 10 - Descrição dos pontos de contatos e forças que agem no pneu em rolamento



Fonte: Adaptado de Cossalter, et al.,2014, p. 54.

Onde:

- F_w : Força gerada para resistência a rolagem;
- f_w : Coeficiente de resistência a rolagem;

- N : Força normal a roda;
- d : Distância perpendicular entre a força normal resultante e o centro da roda;
- R : Raio da roda.

O coeficiente de resistência a rolagem (f_w) pode variar com cambagem, pressão interna dos pneus e suas dimensões, valores típicos para esse coeficiente são em torno de 0,02 (Cossalter, et al.,2014).

2.3 FRENAGEM

Durante a desaceleração também ocorre o fenômeno de transferência de carga, porém, é o contrário da aceleração, a roda dianteira recebe mais carga enquanto a traseira sofre uma carga menor. Podemos obter as cargas nas rodas dianteiras e traseiras pelas seguintes equações

$$N_f = mg \cdot \frac{b}{p} - F \cdot \frac{h}{p} \quad (15)$$

e

$$N_r = mg \cdot \frac{p - b}{p} + F \cdot \frac{h}{p} \quad (16)$$

Onde:

- h : Altura do centro de gravidade;
- N : Força normal a roda;
- m : Massa;
- g : Gravidade;
- F : Força resultante da frenagem.

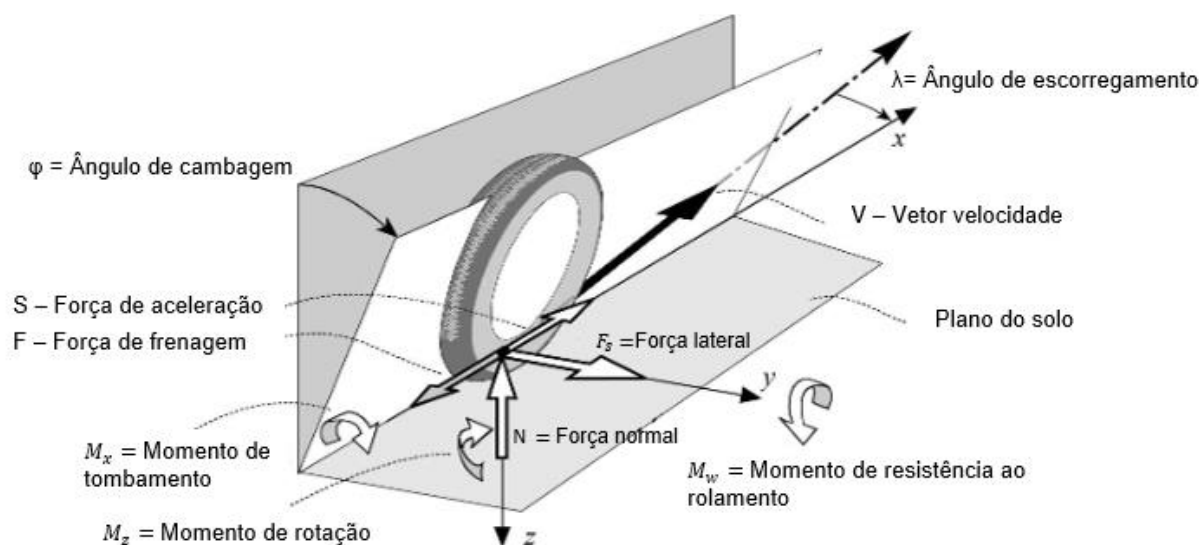
A força F é obtida através da equação “*magic formula*” que descreve o comportamento dos pneus, abordada no tópico de pneus.

2.4 PNEUS

Um dos componentes mais cruciais da motocicleta é o pneu, responsável pelo contato com o solo, e ele possui deformação suficiente para manter o contato, mesmo ao passar por pequenos obstáculos. Esse componente é responsável por transferir as forças de aceleração, frenagem e forças laterais para o solo. As características do pneu exercem influência sobre o comportamento da motocicleta, visto que pneus diferentes manifestam comportamentos distintos. Portanto, para prever o comportamento dinâmico de uma motocicleta, é essencial possuir um modelo matemático que descreva o comportamento do pneu nas condições de uso.

As forças entre pneu e a estrada pode ser representada por três forças e três momentos, como mostra a Figura 11.

Figura 11 – Forças e torque que atuam no pneu



Fonte: Adaptado de Cossalter, et al.,2014, p. 61.

Um modelo que descreve o comportamento do pneu é o "*magic formula*" (PACEJKA; BESSELINK, 1997), é uma única expressão que pode ser usada para representar forças laterais, longitudinais e momentos em torno do eixo z. Um método para obter as constantes é o "*fitting*", termo utilizado para se referir ao processo de aproximar o gráfico de força por escorregamento de um pneu testado ao formato característico, representado na Figura 12. O processo de aproximação pode ser feito de diversas formas como, método dos mínimos quadrados ou Nelder Mead (BLUNDELL, Michael; HARTY, Damian. 2015).

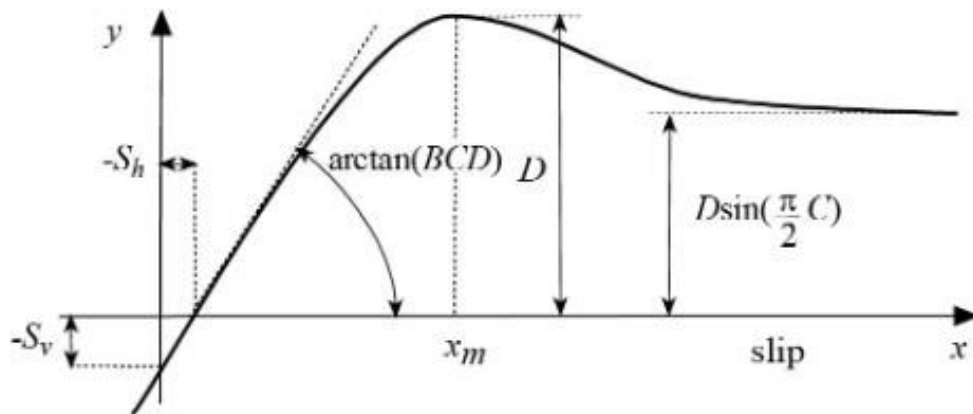
$$Y(x) = y(x) + S_v \quad (17)$$

$$y(x) = D \cdot \text{sen}(C \cdot \text{arctg}(Bx - E(Bx - \text{arctg} Bx))) \quad (18)$$

$$X = x + S_h \quad (19)$$

Os parâmetros que compõe a equação precisam ser obtidos de testes práticos. S_v indica a translação da curva ao longo do eixo y enquanto S_h indica a translação ao longo do eixo x . O eixo y pode representar tanto a força longitudinal quando a força lateral, enquanto o eixo x representa a quantidade de escorregamento (Cossalter, et al.,2014).

Figura 12 - Força por escorregamento



Fonte: Cossalter, et al.,2014, p. 52.

Onde:

- D representa o pico e depende da carga vertical;
- C controla o valor assintótico que a curva assume quando tende ao infinito;
- B determina a inclinação da curva a partir da origem;
- E caracteriza a curvatura perto do pico, e determina a posição do pico.

Através da "magic formula" (PACEJKA; BESSELINK, 1997) podemos descrever a força de frenagem e aceleração causada pela força normal (N) como:

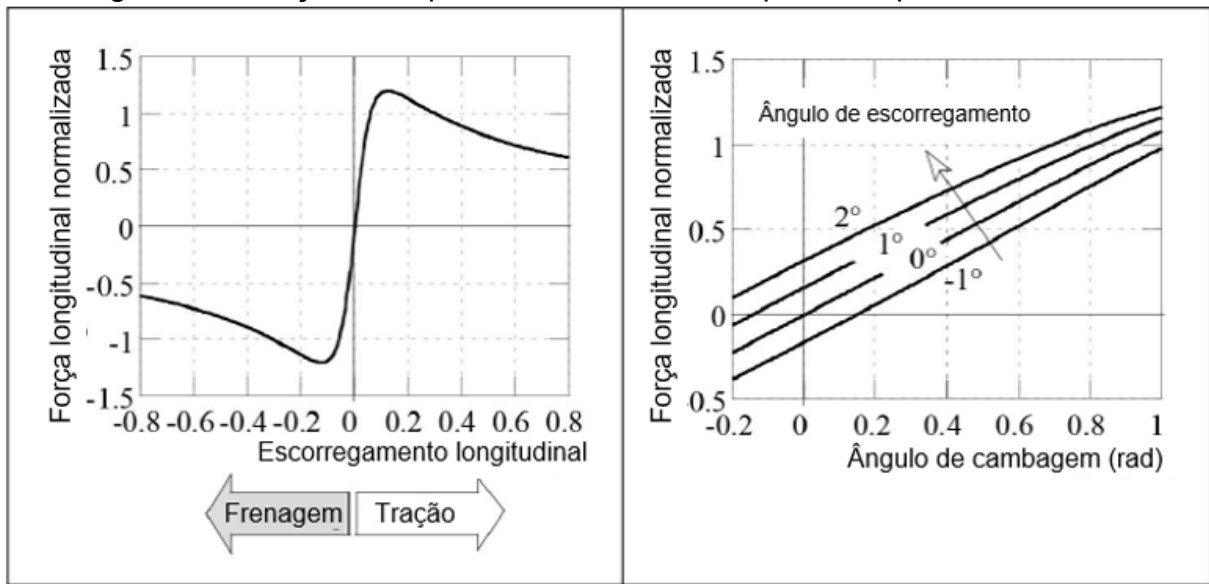
$$F = N \cdot D_k \cdot \text{sen}\{C_k \cdot \text{arctan}[B_k \cdot k - E_k(B_k \cdot k - \text{arctan } B_k \cdot k)]\} \quad (20)$$

Onde:

- N : Normal sobre o pneu;
- k : Escorregamento longitudinal do pneu.

Na Figura 13 a seguir, são apresentadas as forças longitudinais e laterais típicas em situações de puro deslizamento. O deslizamento puro ocorre quando a escorregamento longitudinal ou lateral ocorre isoladamente. A força longitudinal está ligada ao escorregamento na direção longitudinal e exibe um pico distinto, enquanto a força lateral depende tanto do ângulo de inclinação quanto do ângulo de derrapagem lateral.

Figura 13 - Forças e torques de contato entre o pneu e o plano da estrada



Fonte: Adaptado de Cossalter, et al.,2014, p. 51.

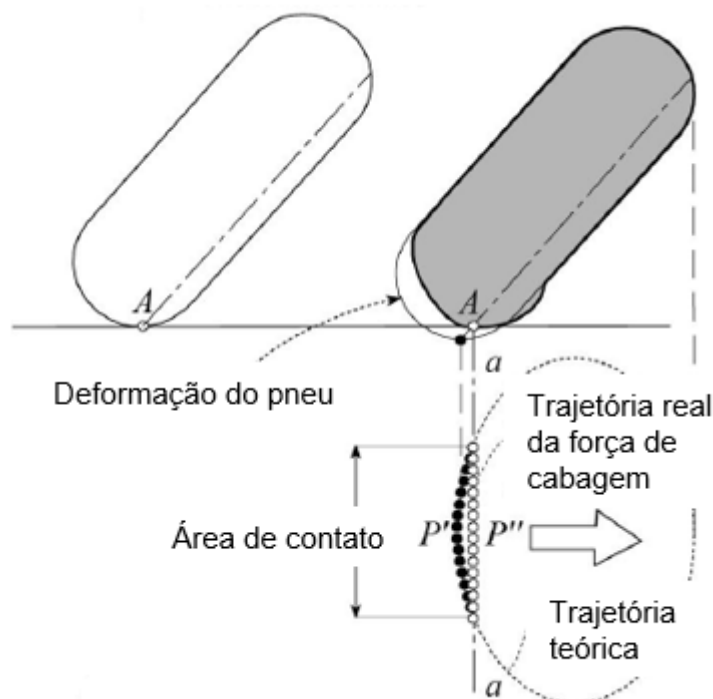
Para forças laterais temos (Pacejka, 1997):

$$F_s = D_s \cdot N \left[\text{sen} \left\{ C_\gamma \cdot \arctan \left[B_\gamma \cdot \gamma - E_\gamma (B_\gamma \cdot \gamma - \arctan B_\gamma \cdot \gamma) \right] \right\} + \text{sen} \left\{ C_\varphi \cdot \arctan \left[B_\varphi \cdot \varphi - E_\varphi (B_\varphi \cdot \varphi - \arctan B_\varphi \cdot \varphi) \right] \right\} \right] \quad (21)$$

Considerando o caso de um pneu inclinado a um ângulo de camber específico, movendo-se para frente em direção ao seu plano, sem qualquer escorregamento e rígido, a área de contato assume a forma de um ponto, representado na Figura 14.

Um ponto A, localizado na superfície externa do pneu, descreve uma trajetória circular no espaço, que, quando projetada no plano da estrada, forma uma curva elíptica devido a cambagem da roda. Isso resulta em apenas um ponto de contato com a estrada, que sem deformação lateral do pneu não gera força lateral, portanto, sem geração de força de camber, como mostra a Figura 14 (Cossalter, et al.,2014):

Figura 14 - Aceleração gerada pela cambagem
Pneu não deformado



Fonte: Cossalter, et al.,2014, p. 62.

No entanto, se o pneu possui uma carcaça deformável, a zona de contato se expande. Nesse caso, o ponto P , ao entrar em contato com a estrada, segue uma trajetória linear na direção do movimento da roda. A deformação da carcaça do pneu ocorre em duas fases: primeiro, a carga vertical gera uma deformação vertical, e depois a força lateral devido ao camber gera a deformação lateral $P'P''$. Essa força lateral de camber é especialmente significativa em pequenos ângulos de deriva (Cossalter, et al.,2014).

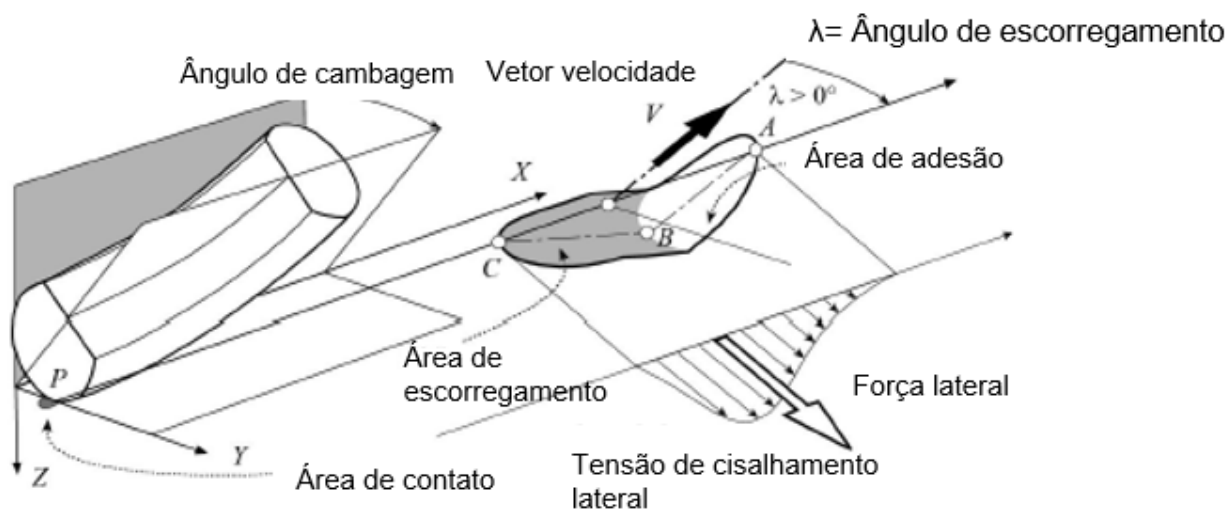
Pode-se imaginar um ponto P na banda de rodagem que toca o solo no ponto A , em uma roda que gira enquanto desliza lateralmente. À medida que esse ponto P se move para um local específico designado como B , ele segue uma trajetória reta. Sua velocidade segue a direção da velocidade à frente, V . Quando chega ao ponto B , a tensão de cisalhamento elástico restauradora, causada pela deformação da estrutura do pneu e dos elementos de borracha na banda de rodagem, se torna mais forte do que as forças de aderência, fazendo com que ele mude de direção oposta e deslize na superfície até a extremidade traseira C (Cossalter, et al.,2014).

Portanto, podemos dividir a área de contato em duas zonas distintas:

- Uma zona dianteira, onde ocorre a aderência.

- Uma zona traseira, onde ocorre o deslizamento.
- Como mostra a Figura 15.

Figura 15 - Área de contato de um pneu de motocicleta na presença de deslizamento lateral



Fonte: Adaptado de Cossalter, et al.,2014, p. 63.

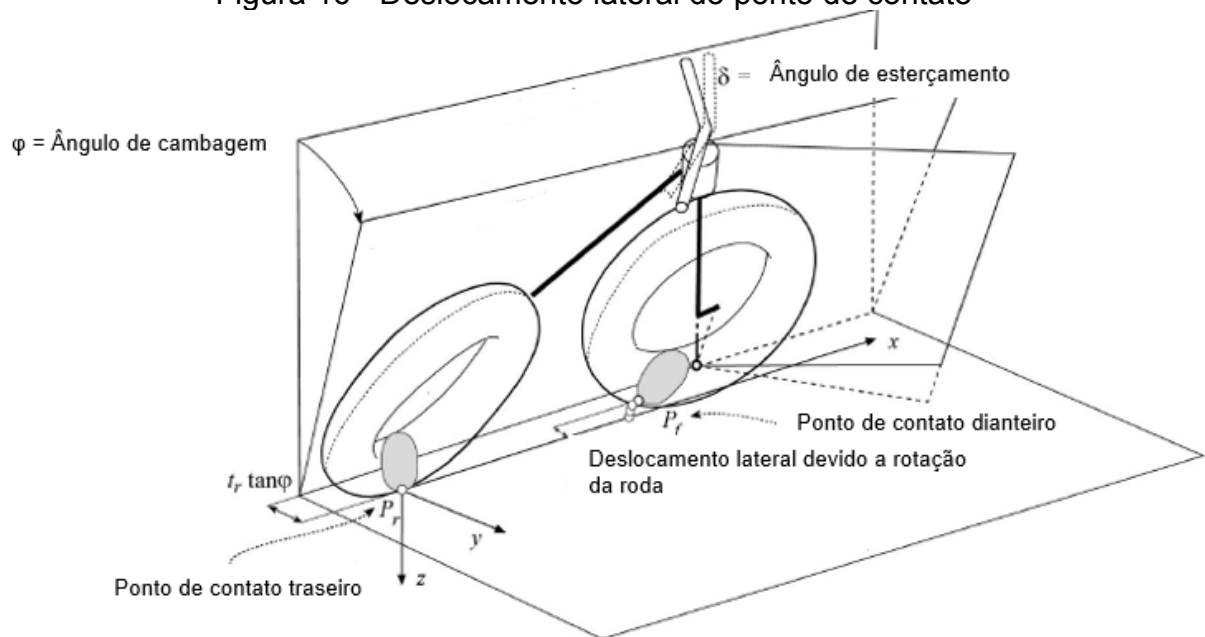
A extensão da zona de deslizamento aumenta à medida que o ângulo de escorregamento cresce. Quando uma determinada força lateral atinge um valor crítico, toda a área de contato se torna uma zona de deslizamento (Cossalter, et al.,2014).

2.5 EFEITO COMBINADO ENTRE ROLAGEM E ESTERÇAMENTO

O esterçamento causa um deslocamento longitudinal e lateral do ponto de contato entre pneu dianteiro e solo. Considerando uma motocicleta com um esterçamento e cambagem diferentes de zero, para essa condição o ponto de contato da roda dianteira se afasta do plano do frame traseiro da motocicleta (Cossalter, et al.,2014).

Cossalter também descreve uma série de equações para o cálculo desse deslocamento em relação ao ponto inicial, ilustrado na Figura 16, e aponta que a variação é mais influenciada pelo deslocamento do garfo do que pelo ângulo de caster (Cossalter, et al.,2014).

Figura 16 - Deslocamento lateral do ponto de contato



Fonte: Adaptado de Cossalter, et al.,2014, p. 29.

Esse deslocamento influencia no braço de alavanca gerado pela força peso no centro de gravidade da motocicleta. Considerando um ângulo de rolagem constante, e apenas a variação do ângulo de esterçamento, conforme o esterço aumenta a variação do ponto de contato também aumenta até atingir um ponto máximo e depois essa distância começa a reduzir (Cossalter, et al.,2014).

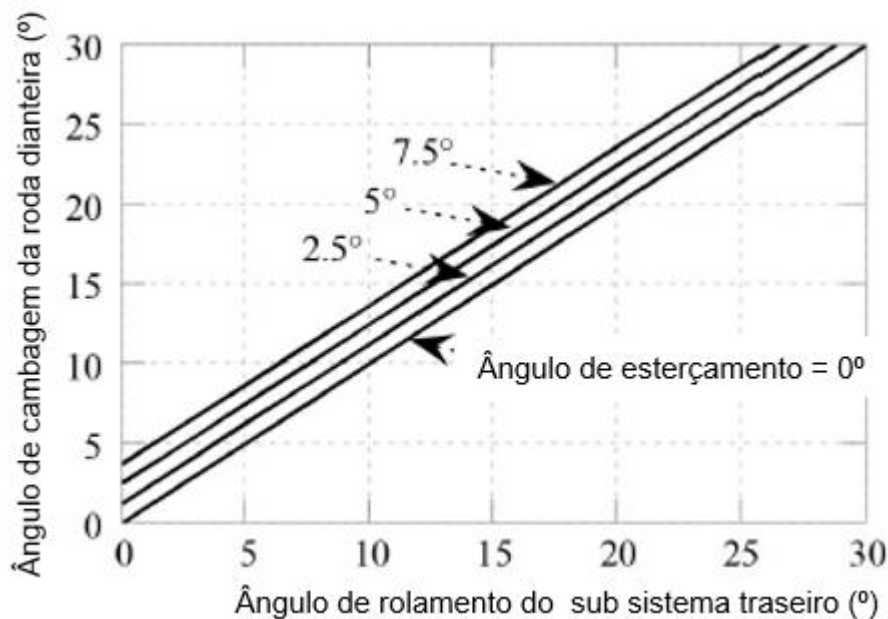
O fato do deslocamento do ponto de contato da roda dianteira variar lateralmente, gerando um desalinhamento com o plano do frame traseiro da moto induz a roda dianteira a possuir uma cambagem diferente da cambagem do frame traseiro. Desconsiderando a variação de arfagem causada pela variação do ângulo de direção e considerando ângulos de rolagem e e esterçamento pequenos, como mostra a Figura 17, pode-se descrever a cambagem diãnteira como (Cossalter, et al.,2014):

$$\beta = \phi + \delta \cdot \text{sen}(\varepsilon) \quad (22)$$

Onde:

- β : Cambagem dianteira;
- ϕ : Ângulo de rolagem da roda traseira;
- δ : Ângulo de esterçamento;
- ε : Ângulo de caster.

Figura 17 - Ângulo de cambagem da roda dianteira em relação ao ângulo de inclinação do chassi traseiro para vários valores do ângulo de esterçamento

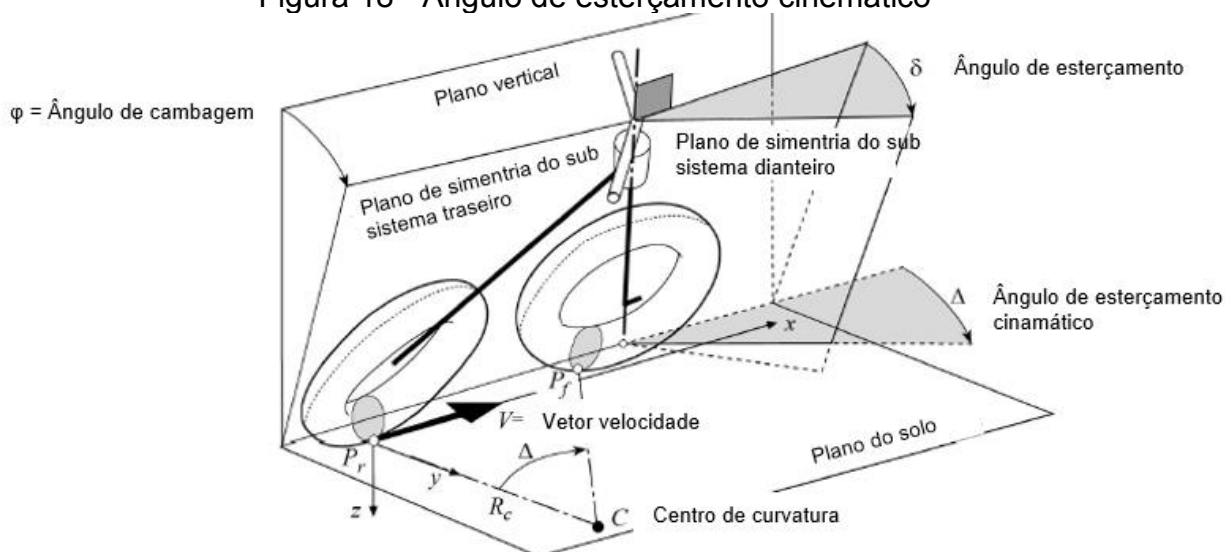


Fonte: Adaptado de Cossalter, et al.,2014, p. 36.

2.6 ÂNGULO EFETIVO DE DIREÇÃO E RAIOS DE CURVATURA

De um ponto de vista geométrico, podemos definir que ângulo de esterçamento é o ângulo entre os planos dos frames dianteiros e traseiro da moto, enquanto o ângulo de esterçamento cinemático representa a intersecção entre o atual ângulo com o plano do solo, Figura 18 (Cossalter, et al.,2014).

Figura 18 - Ângulo de esterçamento cinemático



Fonte: Adaptado de Cossalter, et al.,2014, p. 37.

O ângulo efetivo de esterçamento de uma motocicleta depende dos ângulos de deriva, assim como dos ângulos de camber, caster e esterçamento do guidom, dados pelo ângulo de direção cinemático (Δ^*). Assim, temos a seguinte equação (Cossalter, et al.,2014):

$$\Delta^* = \Delta + \lambda_r - \lambda_f \cong \frac{\cos \varepsilon}{\cos \varphi} \delta + \lambda_r - \lambda_f \quad (23)$$

Onde:

- Δ^* : Ângulo de direção cinemática;
- Δ : Ângulo de direção;
- ε : Ângulo de caster;
- δ : Esterçamento;
- φ : Ângulo de cambagem;
- λ : Ângulo de deriva do pneu traseiro;
- λ_f : Ângulo de deriva do pneu dianteiro.

E o raio de curvatura da roda traseira da motocicleta também é em função dos ângulo de deriva e do ângulo de esterçamento cinemático (Cossalter, et al.,2014):

$$R_{cr} = \frac{p}{\tan(\Delta - \lambda_f) \cos \lambda_r + \text{sen } \lambda_r} \quad (24)$$

Onde:

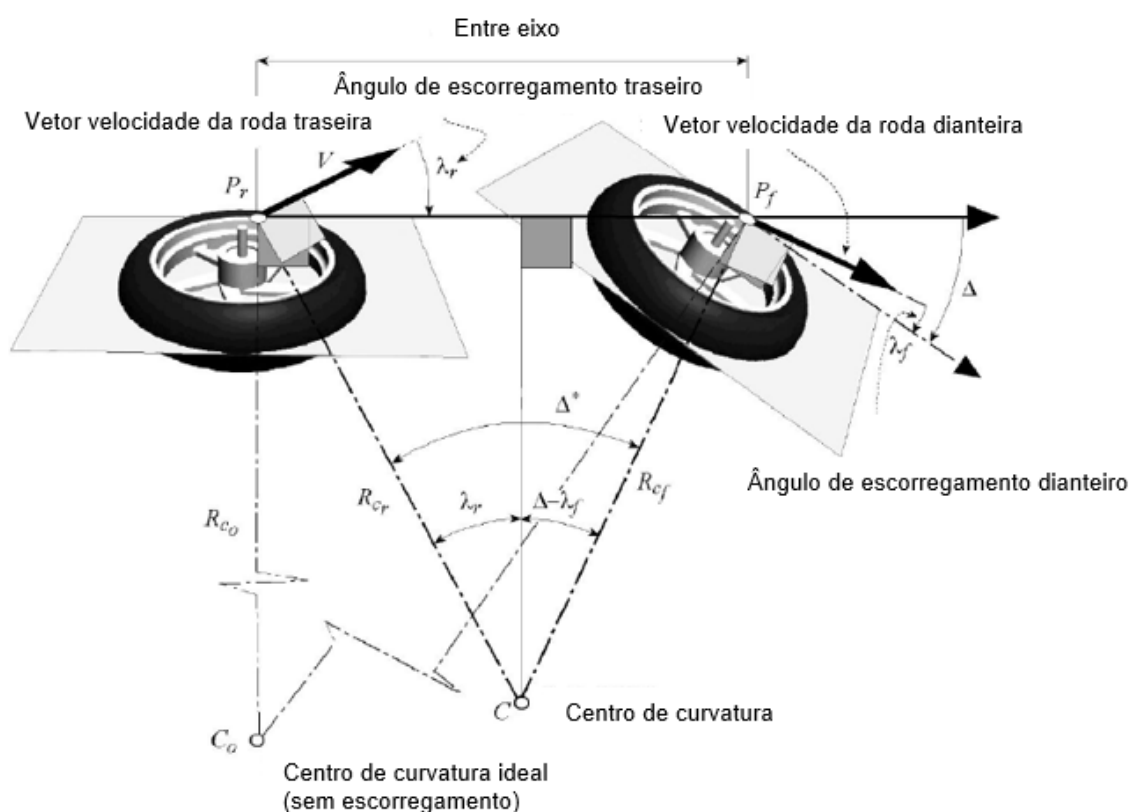
- p : Entre eixos;
- R_{cr} : Raio de curvatura.

Considerando que os ângulos de deriva e o ângulo de esterçamento cinemático são pequenos, raio e velocidade constante e desprezando o efeito giroscópio gerado pelas rodas, pode-se utilizar a seguinte fórmula (Cossalter, et al.,2014):

$$R_{cr} \cong \frac{p}{\Delta + (\lambda_r - \lambda_f)} = \frac{p}{\Delta^*} \quad (25)$$

Idealmente, o centro de curvatura da roda dianteira e da roda traseira não são os mesmos, porém considerando os ângulos de deriva os raios de curvatura de ambas as rodas são o mesmo, Figura 19 (Cossalter, et al.,2014).

Figura 19 - Ângulo efetivo de curvatura



Fonte: Adaptado de Cossalter, et al.,2014, p. 132.

2.7 MODELOS DINÂMICOS

2.7.1 Corpo único

Esse método considera apenas o centro de gravidade do veículo completo, assim, todas as forças e momentos atuam em relação a esse ponto (George Hill, 2012).

2.7.2 Multi-corpo

Segundo Donadio (2009), outro método utilizado para a simulação dinâmica é o modelo multicorpos no qual a motocicleta é representada por quatro corpos distintos:

duas rodas, uma estrutura traseira (compreendendo chassi e motor) e uma estrutura dianteira (incluindo guidom e garfo), similar a abordagem de Sharp e Limebeer (2001). Para cada um desses corpos, são utilizados vetores quantitativos em seus centros de gravidades, que determinam suas posições, velocidades e acelerações (KANE, 2018).

3 METODOLOGIA

Para o desenvolvimento do modelo analítico de motocicleta foi escolhido o software Simulink, que através de blocos matemáticos é possível programar as equações que descrevem o comportamento dinâmico da moto (DONADIO, 2009).

No primeiro momento o objetivo é criar um modelo para movimentos apenas retilíneos, considerando forças de arrasto, troca de marchas, força de resistência á rolagem, coeficiente de escorregamento e transferência de carga, e será feito a validação com base em exemplos da literatura.

Com o modelo retilíneo já validado, inicia-se o equacionamento da dinâmica lateral, considerando variação de cambagem, angulo do guidom, cambagem e aceleração lateral. Esse modelo também será validado com base na dissertação Donadio (2009).

Por fim o modelo será utilizado para a comparação entre os dados obtidos de um teste real, feito na UFSC Joinville.

3.1 MODELO RETILÍNEO

Para o modelo retilíneo, foram utilizadas as equações do capítulo 2.2 para obter a aceleração resultante da motocicleta, ao realizar a somatória das acelerações é possível integrar e obter a velocidade instantânea.

3.1.1 Arrasto aerodinâmico

A partir da Equação 6, obtemos:

$$\ddot{X}_D = \frac{\rho \cdot C_d \cdot A \cdot V^2}{2m} \quad (26)$$

- \ddot{X}_D : Aceleração do arrasto
- ρ : Densidade do ar
- C_d : Coeficiente de arrasto
- A : Área frontal do veículo e do piloto
- V : Velocidade
- m : Massa do veículo e piloto

3.1.2 Resistência á rolagem

Como força de resistência a rolagem depende da força normal, a equação de transferência de carga é inserida na equação, assim como a força normal gerada pela carga estática da motocicleta, sendo assim, a equação diferencial que resulta na aceleração da gerada pela resistência a rolagem fica:

$$\ddot{X}_{RR} = \frac{\mu}{m} \cdot \left[\ddot{X}_R \cdot m \cdot \frac{h}{p} + \left(\frac{m \cdot g \cdot (p - b)}{p} \right) \right] \quad (27)$$

Onde:

- \ddot{X}_R : Aceleração resultante da motocicleta;
- \ddot{X}_{RR} : Aceleração da resistência a rolagem;
- μ : Coeficiente de atrito do pneu.

Assim, é possível obter \ddot{X}_{RR} instantâneo.

3.1.3 Desaceleração de frenagem

$$a_f = \frac{(N_{rt} + N_{rd}) \cdot \mu \cdot BPS}{m} \quad (28)$$

Onde:

- a_f : Aceleração gerada pela frenagem;
- N_{rt} : Força normal na roda traseira;
- N_{rd} : Força normal na roda dianteira.

Sendo que BPS representa o quanto da capacidade de frenagem está sendo utilizada pelo piloto, variando de 0-100%. No modelo do Simulink há a possibilidade de ajustar BPS para o freio dianteiro e para o traseiro separadamente.

3.1.4 Aceleração fornecida pelo motor

Foi utilizando a relação de cada marcha e o raio da roda para calcular a aceleração, integrando a equação em função do tempo é possível obter a aceleração instantânea. O torque que o motor fornece é em função da rotação do motor e da posição do acelerador, que é um dado de entrada.

$$\ddot{X}_M = \frac{R_{marchas} \cdot T_{motor}}{m \cdot R_{roda}} \quad (29)$$

Onde:

- \ddot{X}_M : Aceleração que o motor gera;
- $R_{marchas}$: Relação das marchas;
- T_{motor} : Torque gerado pelo motor;
- R_{roda} : Raio da roda traseira.

3.1.5 Pneus

Foi utilizado como fator limitante de força trativa o modelo não linear em casos de frenagem e aceleração:

$$F = N \cdot D_k \cdot \text{sen}\{C_k \cdot \arctan[B_k \cdot k - E_k(B_k \cdot k - \arctan(B_k) \cdot k)]\} \quad (30)$$

Onde, com base na curva da Figura 12:

- D representa o pico e depende da carga vertical;
- C controla o valor assintótico que a curva assume quando tende ao infinito;
- B determina a inclinação da curva a partir da origem;
- E caracteriza a curvatura perto do pico, e determina a posição do pico.
- N : Normal sobre o pneu
- k : Escorregamento longitudinal do pneu

Os valores atribuídos as variáveis foram retirados de Donadio (2009).

Com as equações inseridas no Simulink e a massa estipulada da motocicleta, é possível obter a aceleração de cada equação e assim obter a aceleração resultante agindo no CG da motocicleta. Através de uma integração em função do tempo é possível obter a velocidade instantânea da motocicleta.

O torque inicial foi utilizado uma tabela que descreve a variação de torque em função do TPS(%) e do RPM que o motor produz. O TPS é um valor de entrada e o RPM é obtido através da velocidade da motocicleta, utilizando as relações de cada marcha e da roda.

3.1.6 Inércia rotacional

Para que a equação da massa equivalente, citada no capítulo 2.2.3, possa ser utilizada no modelo é necessário trocar alguns termos.

A razão entre a velocidade angular da roda e a velocidade resultante, tanto para a roda dianteira quanto traseira, pode ser escrita como (Cossalter, et al.,2014):

$$\tau = \frac{1}{R} \quad (31)$$

Onde:

- τ : Relação entre velocidades;
- R : Raio da roda;

A relação entre velocidade angular da segunda relação e a velocidade resultante da motocicleta pode ser descrita como (Cossalter, et al.,2014):

$$\tau_s = \tau_{s,r} \cdot \frac{1}{R} \quad (32)$$

Onde:

- $\tau_{s,r}$: Relação entre a coroa primária e a coroa;
- R : Raio da roda.

A relação entre velocidades da primeira relação e a velocidade resultante da motocicleta pode ser descrita como (Cossalter, et al.,2014):

$$\tau_p = \tau_{p,s} \cdot \tau_{s,r} \cdot \frac{1}{R} \quad (33)$$

Onde:

- $\tau_{p,s}$: Relação entre as relações primária e secundária.

A relação entre a velocidade do vira-brequeim do motor e da velocidade resultante (Cossalter, et al.,2014):

$$\tau_m = \tau_{m,p} \cdot \tau_{p,s} \cdot \tau_{s,r} \cdot \frac{1}{R} \quad (34)$$

Onde:

- $\tau_{m,p}$: Relação entre o vira-brequeim e a relação primária.

Sendo assim, fazendo as substituições na equação 11 temos:

$$m^* = m + \left(\frac{1}{R}\right)^2 \cdot I_{w_r} + \left(\frac{1}{R}\right)^2 \cdot I_{w_f} + \left(\frac{R_s}{R}\right)^2 \cdot I_{w_s} + \left(\frac{R_m \cdot R_s}{R_s^2 \cdot R}\right)^2 \cdot I_{w_p} + \left(\frac{R_m \cdot R_s \cdot R_p}{R_s^2 \cdot R}\right)^2 \cdot I_{w_m} \quad (35)$$

Onde:

- m^* : Massa equivalente da motocicleta;
- m : Massa da motocicleta;
- I_{w_r} : Momento de inércia da roda traseira;
- I_{w_f} : Momento de inércia da roda dianteira;
- I_{w_s} : Momento de inércia da relação secundária;
- I_{w_p} : Momento de inércia da relação primária;
- I_{w_m} : Momento de inércia do motor;
- R : Raio da roda traseira e dianteira;
- R_s : Relação secundária;
- R_m : Relação de marchas;
- R_p : Relação primária.

3.1.7 Transferência de carga

$$N = m \cdot g \cdot \frac{b}{p} \pm F \cdot \frac{h}{p} \quad (36)$$

Onde:

- F : É a força resultante da motocicleta;
- N : Força normal.

O primeiro termo da equação se refere ao valor da normal estática, enquanto a segunda equação se refere a transferência de normal devido a aceleração da

motocicleta. O segundo termo é subtraído ou somado dependendo da normal de qual roda se deseja obter e em qual caso a motocicleta se encontra, frenagem ou aceleração (Cossalter, et al.,2014).

3.2 MODELO CURVILÍNEO

Para o modelo em curva, considerando pequeno ângulo de direção cinemática, pouca angulação de cambagem, baixos ângulos de deriva, velocidade e raio de curva constante, temos (Cossalter, et al.,2014):

$$\Delta = \frac{\cos(\varepsilon)}{\cos(\varphi)} \cdot \delta \quad (37)$$

Onde:

- Δ : Ângulo de direção cinemática;
- ε : Ângulo de caster;
- δ : Ângulo de esterçamento;
- φ : Ângulo de cambagem;

Sendo assim, para obter o raio de curvatura temos (Cossalter, et al.,2014):

$$R_{cr} = \frac{p}{tg(\Delta - \gamma_f) \cdot \cos(\gamma_r) + sen(\gamma_r)} \quad (38)$$

Onde:

- R_{cr} : Raio de curvatura;
- Δ : Ângulo de direção cinemática;
- p : Entre eixos;
- γ_r : Ângulo de deriva do pneu traseiro;
- γ_f : Ângulo de deriva do pneu dianteiro.

Para fator de simplificação e comparação, as equações acima serão utilizadas tanto em situações de raios de curvatura constante quanto em situações de raios de curvatura transientes.

O modelo também considera esterçamento e cambagem como dados de entrada, e ângulo de caster e entre-eixos como constantes.

Para determinar os valores dos ângulos de deriva, foi utilizado dados obtidos em Cossalter (2014), expressos no Figura 20.

Como a cambagem do pneu dianteiro é diferente da cambagem do pneu traseiro devido ao ângulo de esterçamento, a equação a seguir define a cambagem do pneu dianteiro e conseqüentemente através do gráfico obtem-se o ângulo de deriva para cada roda.

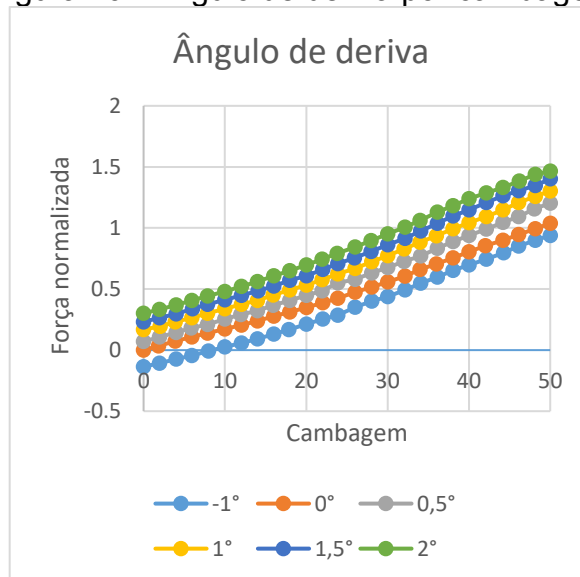
$$\beta = \phi + \delta \cdot \text{sen}(\varepsilon) \quad (39)$$

Onde:

- β : Ângulo de deriva da roda dianteira;
- ϕ : Ângulo de cambagem;
- δ : Ângulo de esterçamento;
- ε : Ângulo de caster.

Utilizar esses valores é também uma simplificação, dado que o pneu da motocicleta testada é diferente.

Figura 20 - Ângulo de deriva por cambagem



Fonte: Adaptado de Cossalter, et al.,2014, p. 63.

Com o raio de curvatura instantâneo (R_c) e a velocidade instantânea da motocicleta (V) é possível obter a aceleração lateral (A_{cl}) instantânea com a equação abaixo, que será comparado posteriormente com os dados de teste.

$$A_{cl} = \frac{m \cdot V^2}{R_c} \quad (40)$$

4 MODELO SIMULINK

Os seguintes parâmetros foram utilizados para estão na tabela abaixo, note que há vetores com valores repetidos por motivos de lógica de programação dentro do Simulink.

Parâmetros geométricos, relações e dados de motor foram utilizado com base na motocicleta BMW GS310:

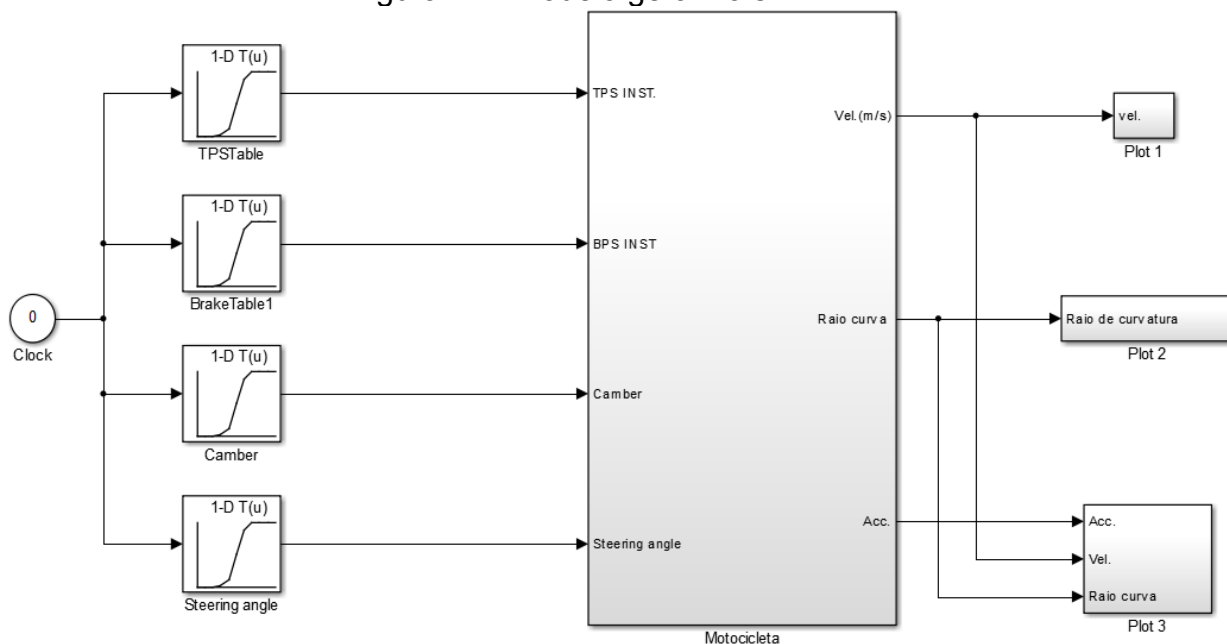
Tabela 1 – Parâmetros considerados para a motocicleta

Símbolo	Característica	Valor	Unidade
m	Massa	231	kg
A	Área frontal	3	m ²
Cd	Coef. De arrasto	0.7	-
rho	Densidade do ar	1.2	$\frac{kg}{m^3}$
u	Coef. de atrito	0.7	-
g	Aceleração da gravidade	9.81	$\frac{m}{s^2}$
p	Distância entre eixos	1.5	m
b	Distância entre CG e o centro da roda traseira	0.5	m
h	Altura do CG	0.7	m
d	Distância perpendicular entre a força normal resultante e o centro da roda dianteira.	0,05	m
R	Raio da roda+pneu	0.53	m
Rr	Raio de rolagem da roda traseira	0.3209	m
Rpf	Relação primaria * relação secundária	3.083*2.5	-
Ri	Vetor de relação de marchas	[3, 3, 2.063, 1.588, 1.296, 0.955]	-
Rm	Vetor de relação de marchas multiplicado pela relação final e relação primaria	[23.1225, 23.1225, 15.9005725, 12.23951, 9.98892, 8.4397125, 7.3606625]	-
Mc	Vetor de marchas para cálculo	[1, 1, 2, 3, 4, 5, 6]	-
Mcr	Vetor identificador de marchas	[1, 2, 3, 4, 5, 6]	-
Bxr	Coeficiente <i>Magic Formula</i> longitudinal	23	-
Cxr	Coeficiente <i>Magic Formula</i> longitudinal	0.52	-
Dxr	Coeficiente <i>Magic Formula</i> longitudinal	2.5	-
Exr	Coeficiente <i>Magic Formula</i> longitudinal	1.07	-
K	Coeficiente de escorregamento	0.04	-

Fonte: Autor, 2023.

A interface superior do modelo é onde são ajustados os dados de entrada e os gráficos das saídas.

Figura 21 - Modelo geral no simlink



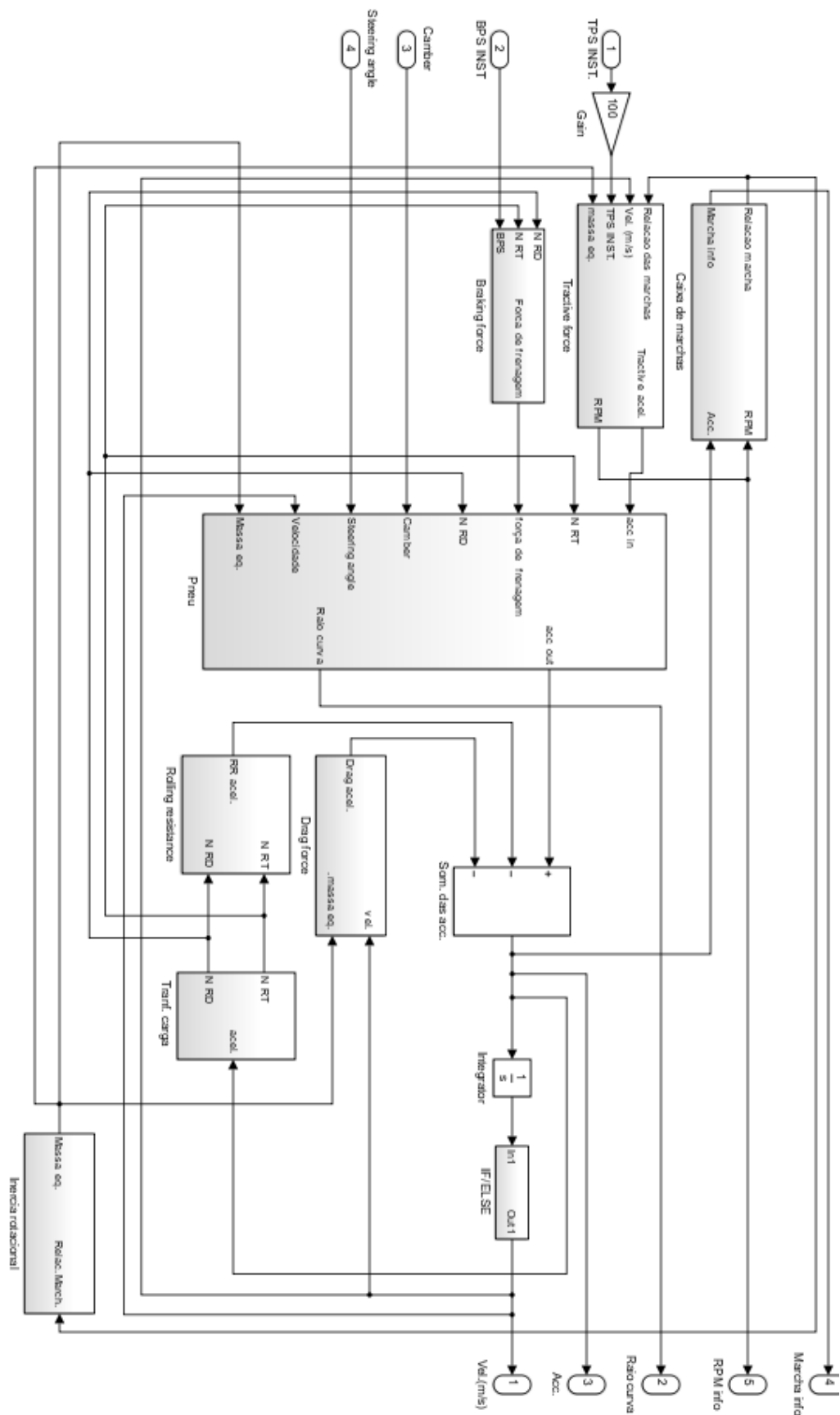
Fonte: Autor, 2023.

Na imagem acima, á esquerda está o bloco 'clock' que tem como função fornecer o tempo da simulação. Os quatro blocos que seguem, tem a função de fornecer os dados de entrada: Ângulo de esterçamento, frenagem(%), aceleração(%) e cambagem. Todos eles em função do tempo.

O sub-sistema da motocicleta é composto por sete sub-sistemas:

- Motor;
- Freios;
- Caixa de marchas;
- Pneu;
- Força de arrasto;
- Resistência à rolagem;
- Transferência de carga;
- Inércia rotacional.

Figura 22 - Sub sistemas

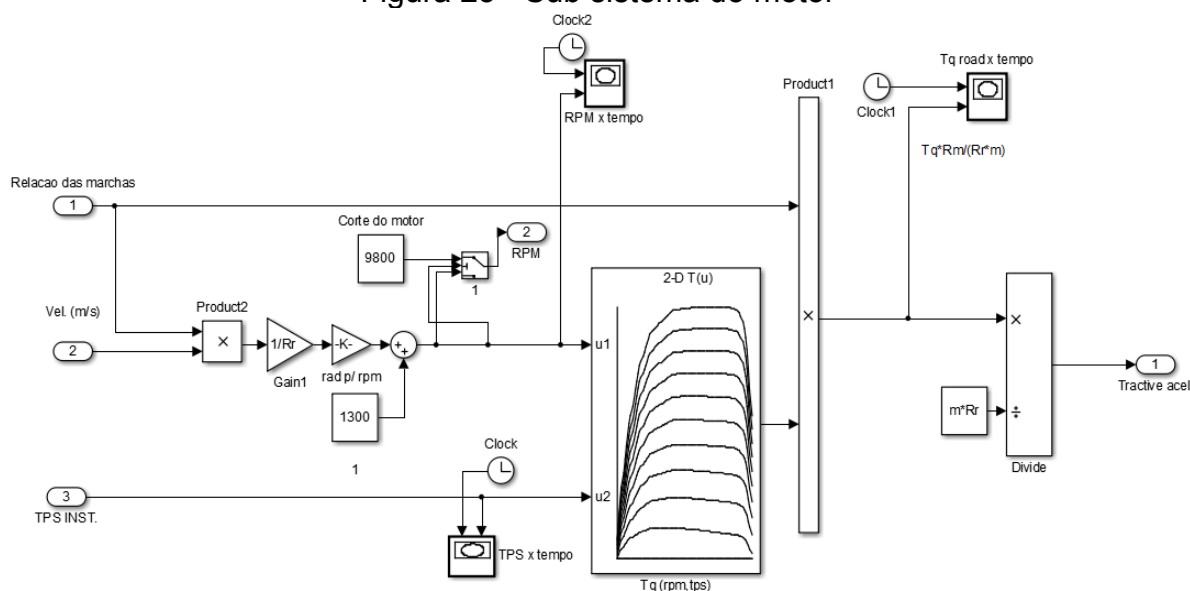


Fonte: Autor, 2023.

4.1 MOTOR

O sub-sistema possui como entrada, TPS, relação de marchas e a velocidade do veículo. A velocidade é transformada para RPM do motor através das relações de marcha e do raio da roda, assim é possível utilizar uma tabela de dados que retorna o torque do motor em função do RPM e do TPS. O valor do torque do motor é então multiplicado pela relação da marcha atual e dividido pela massa da motocicleta e pelo raio da roda, assim obtemos a aceleração resultante do torque do motor.

Figura 23 - Sub sistema do motor



Fonte: Autor, 2023.

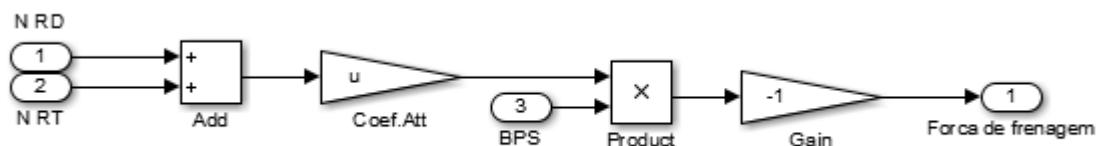
4.2 FREIOS

O sub-sistema de freios é composto apenas pela equação descrita no capítulo anterior, e utiliza a normal instantânea de cada roda para realizar o cálculo da força de frenagem, que posteriormente é utilizada de dado de entrar para o bloco dos pneus.

É importante ressaltar que, considerando BPS com valor um, temos a força de atrito dinâmico máximo, ou seja, BPS, nesse modelo, foi considerado como um fator para fracionar a força de atrito dinâmico máximo, em uma motocicleta, não necessariamente 0.5 de BPS representa 50% de força de atrito dinâmico aplicado

para a desaceleração. Essa foi uma simplificação adotada para o funcionamento do modelo.

Figura 24 – Sub sistema dos freios

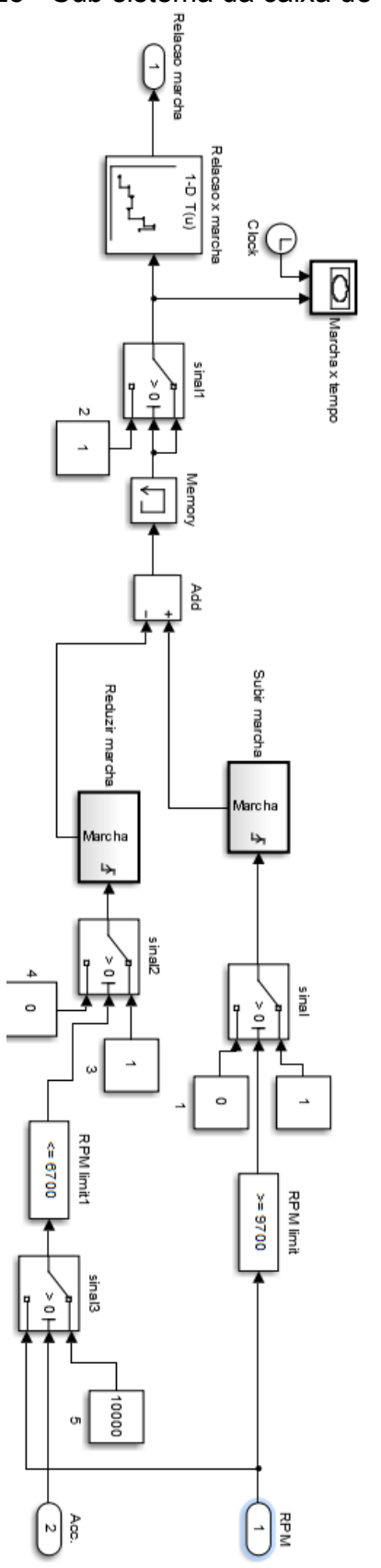


Fonte: Autor, 2023.

4.3 CAIXA DE MARCHAS

O sistema de controle das marchas tem como entradas o RPM e a aceleração resultante da moto. O RPM serve para o sistema verificar a rotação do motor e realizar as trocas de marcha na rotação estipulada, enquanto a entrada da aceleração resultante define se a moto está acelerando ou freiando, para então decidir se aumenta ou diminui as marchas, para a redução de marcha também é uma rotação limite inferior. Esse sistema gera um sinal que é somado ou subtraído, fazendo com que o valor dessa somatória seja a marcha atual, então o valor dessa somatória entra em uma tabela que possui a relação de cada marcha, assim, ela retorna o valor específico da relação para a marcha atual.

Figura 25 - Sub sistema da caixa de marchas

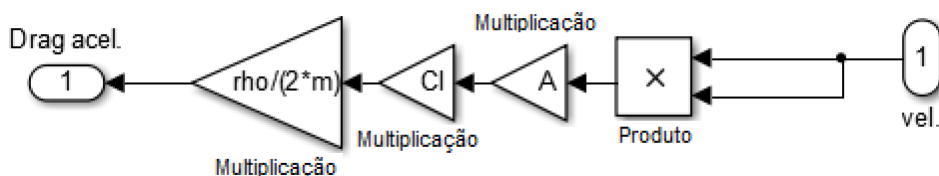


Fonte: Autor, 2023.

4.4 ARRASTO AERODIÂMICO

O sub-sistema possui a Equação 26 em formato de bloco, possui como entrada a velocidade instantânea e retorna a aceleração resultante do arrasto.

Figura 26 - Sub sistema do arrasto aerodinâmico

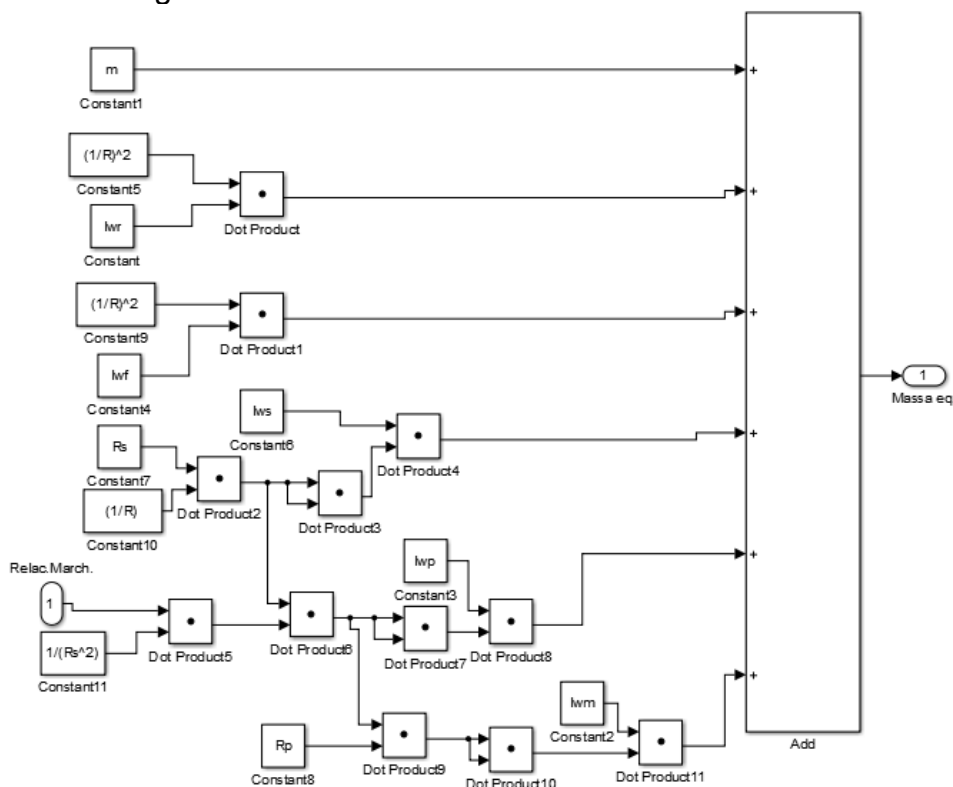


Fonte: Autor, 2023.

4.5 INÉRCIA ROTACIONAL

O subsistema tem como entrada a relação de marchas, que varia de acordo com a marcha que está sendo utilizada, portanto, a massa equivalente que é a saída da Equação 35 também varia.

Figura 27 – Sistema de inércia rotacional

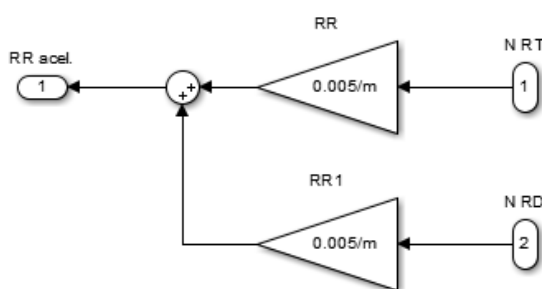


Fonte: Autor, 2023.

4.6 RESISTÊNCIA A ROLAGEM

Esse sub-sistema representa a Equação 14 do arrasto gerado por ambos os pneus da moto. O dado de entrada é a normal instantânea que atua em cada pneu, e a saída é a aceleração resultante dessa força de resistência á rolagem, RR se refere a resistência à rolagem e NRT e NRD , força normal aplicada a roda traseira e força normal aplicada a roda dianteira, respectivamente.

Figura 28 - Sub sistema da resistência a rolagem

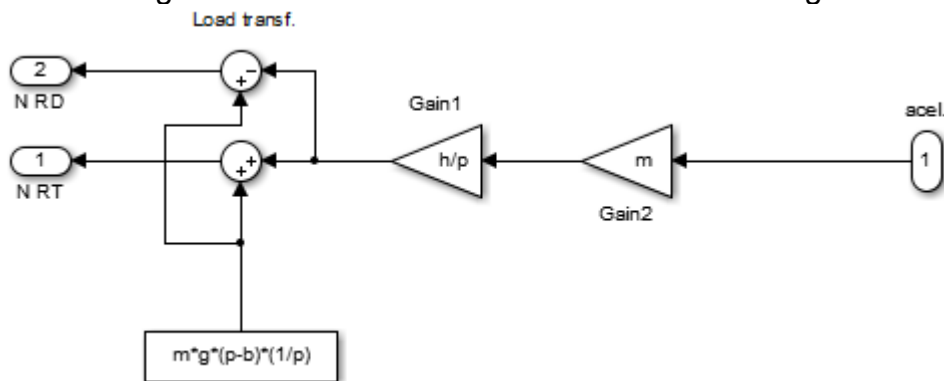


Fonte: Autor, 2023.

4.7 TRANSFERÊNCIA DE CARGA

O sub-sistema possui a Equações 12 e 13 da transferência de carga, que depende dos parâmetros geométricos da motocicleta e recebe como entrada a aceleração resultante instantânea da moto para fazer o cálculo da força e do momento gerado em torno do centro de gravidade.

Figura 29 - Sub sistema da transferência de carga

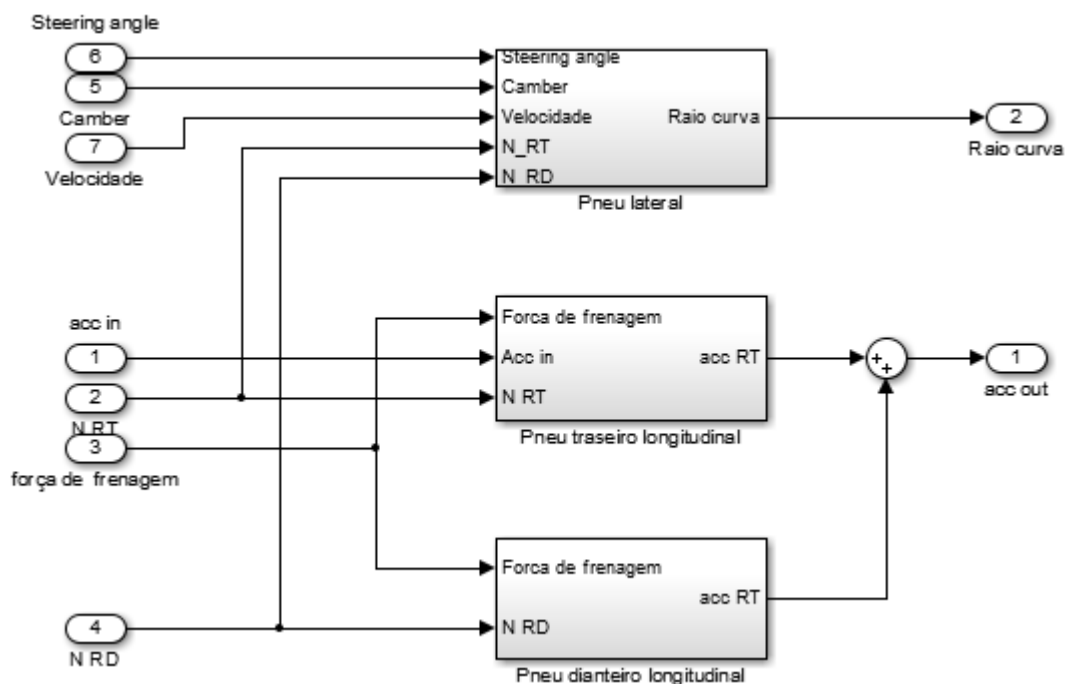


Fonte: Autor, 2023.

4.8 PNEUS

O sub-sistema do pneu é composto por mais outros 3 sub-sistemas, uma para dinâmica lateral de ambos os pneus e outros dois que descrevem a dinâmica longitudinal. Foi decidido por separar a dinâmica longitudinal para ter uma melhor organização dos blocos, já que são diferentes pelo motivo de uma das rodas ser a trativa.

Figura 30 - Sub sistema dos pneus

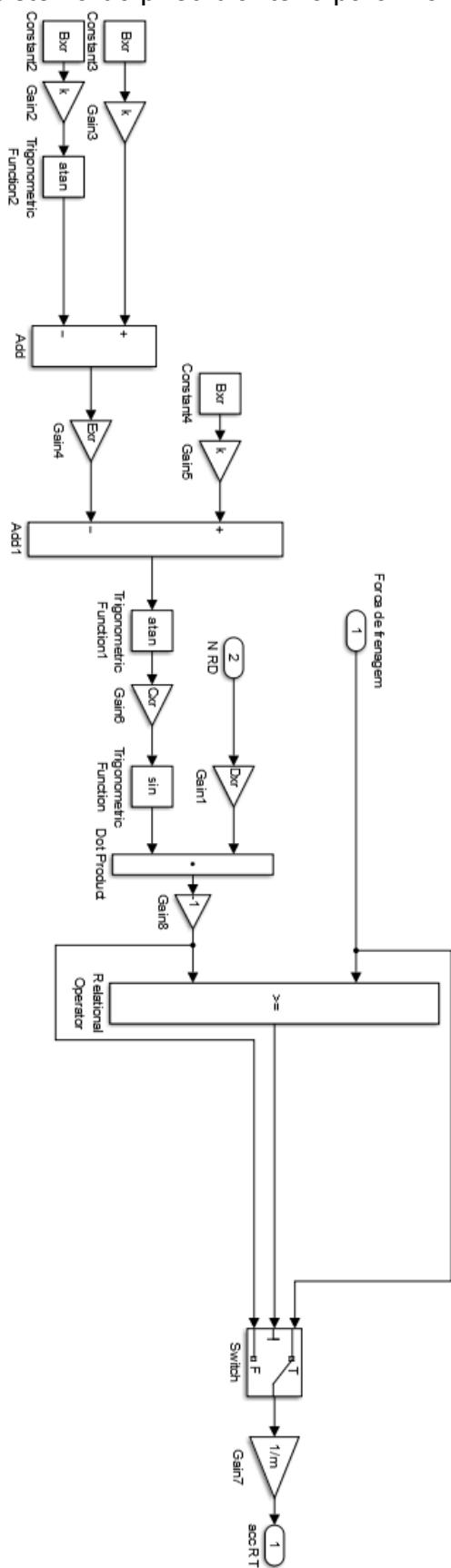


Fonte: Autor, 2023.

Os modelos longitudinais, basicamente, possuem a equação “magic formula” para definir os limites de tração estipulados pelos pneus e possui um sistema que faz a comparação de força resultante da motocicleta com esses limites, caso a força resultante ultrapasse os limites do pneu a equação dos pneus atua fornecendo como resposta a força limitada pelos pneus.

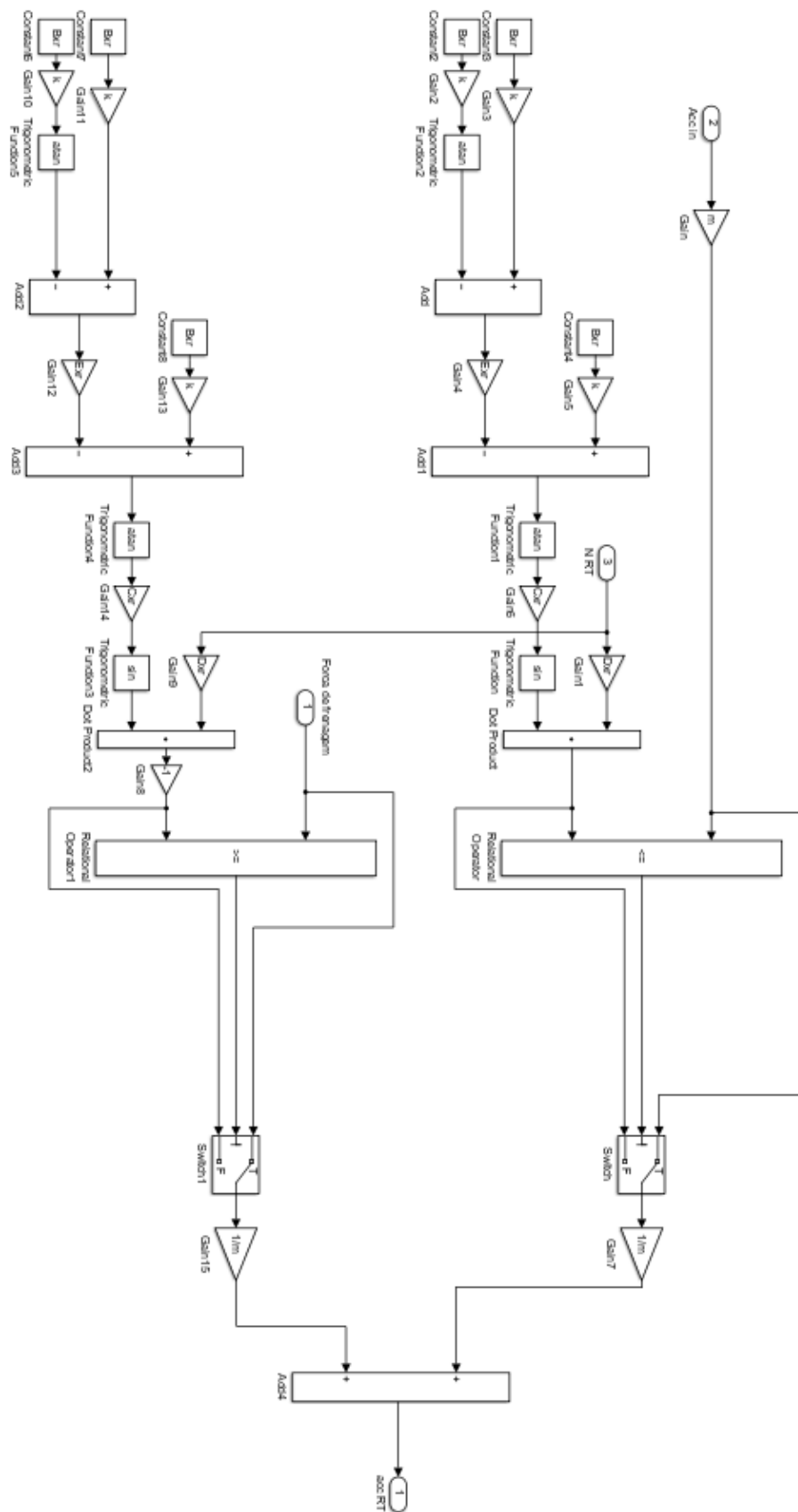
A diferença entre os blocos da roda dianteira e traseira é que para a traseira há uma equação do pneu a mais para responder á aceleração e outra para a frenagem.

Figura 31 - Sub sistema do pneu dianteiro para movimento longitudinal



Fonte: Autor, 2023.

Figura 32 - Sub sistema do pneu dianteiro para movimento longitudinal



Fonte: Autor, 2023.

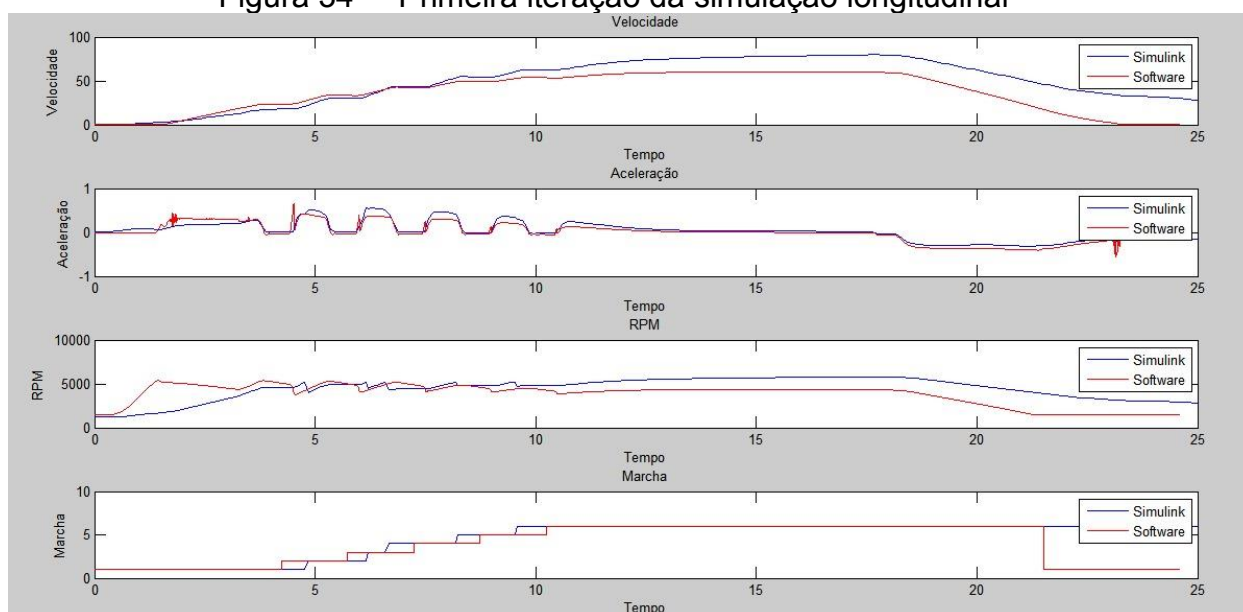
5 ANÁLISE DE RESULTADOS

O objetivo dos testes é validar os resultados do modelo de motocicleta do simulink com os resultados do software de simulação. Para isso os testes foram divididos em duas partes, longitudinal e lateral.

5.1 SIMULAÇÃO LONGITUDINAL

O software MotorcycleMaker, fornece os dados de entrada utilizados na simulação, assim é possível inserir os mesmos dados de entrada do piloto no modelo do simulink e comparar os gráficos de aceleração, velocidade, troca de marcha e RPM. A pista utilizada no teste foi uma reta e o comportamento da motocicleta do software era apenas acelerar e depois freiar gradualmente.

Figura 34 – Primeira iteração da simulação longitudinal



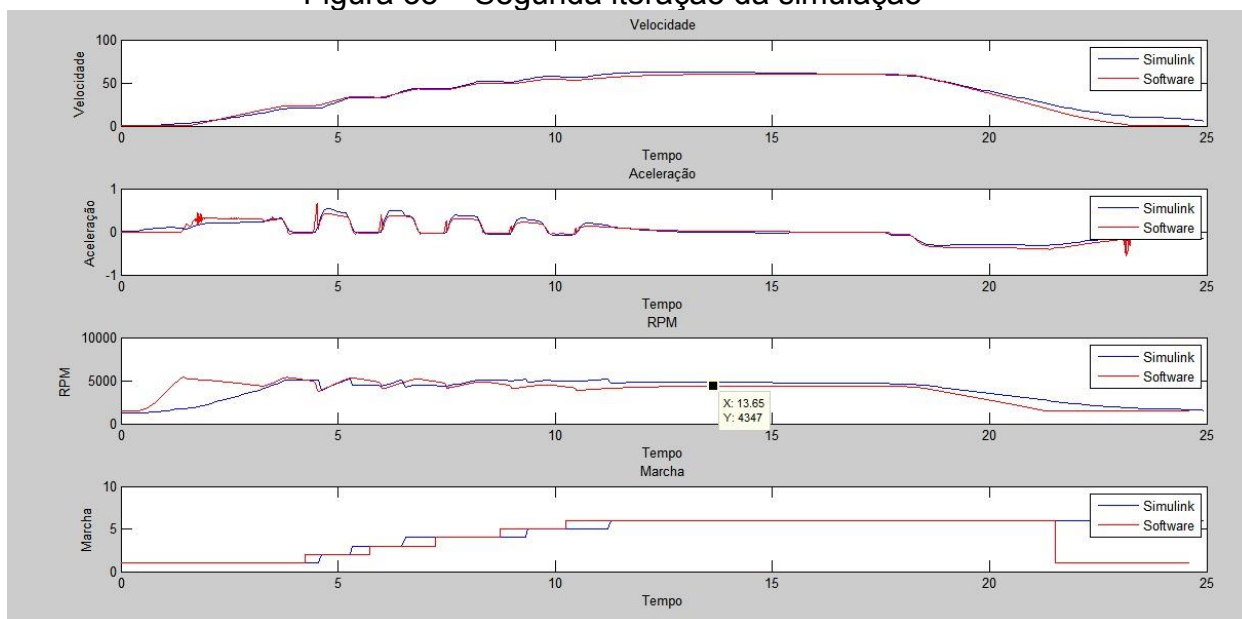
Fonte: Autor, 2024.

Na figura acima é possível observar que, de maneira geral, o perfil do simulink ficou semelhante ao do software. Observando o gráfico da velocidade pode-se ver que o gráfico começa a divergir conforme aumenta a velocidade e no terceiro gráfico, a RPM diverge no mesmo ponto que a velocidade, sendo assim, foi alterado a área frontal, que é um parâmetro que influencia na equação do arrasto, na qual cresce exponencialmente devido ao termo da velocidade elevado ao quadrado, o aumento

expressivo de 1 m^2 para 3 m^2 e utilizando com coeficiente de arrasto de 0,7, segundo um estudo aerodinâmico feito por Krzysztof Winski (2022), em uma motocicleta esportiva, o valor de área frontal adotado e o valor de Cd encontrado foram de $0,67\text{ m}^2$ e 0,39, respectivamente.

Também é importante ressaltar que o início da simulação do software, a motocicleta eleva a rotação para então iniciar o movimento, isso faz com que o começo do gráfico de RPM fique divergente. Por último, o setor de frenagem apresentou, nos primeiro 5 segundos de frenagem, comportamentos semelhantes entre as simulações, mas após esse período as curvas apresentaram leve divergência, que pode ser observado tanto pelo gráfico da aceleração quanto pelo de velocidade, esse fato pode estar associado com a simplificação adotada para modelo do sistema de frenagem, descrita no capítulo 4.2.

Figura 35 – Segunda iteração da simulação



Fonte: Autor, 2024.

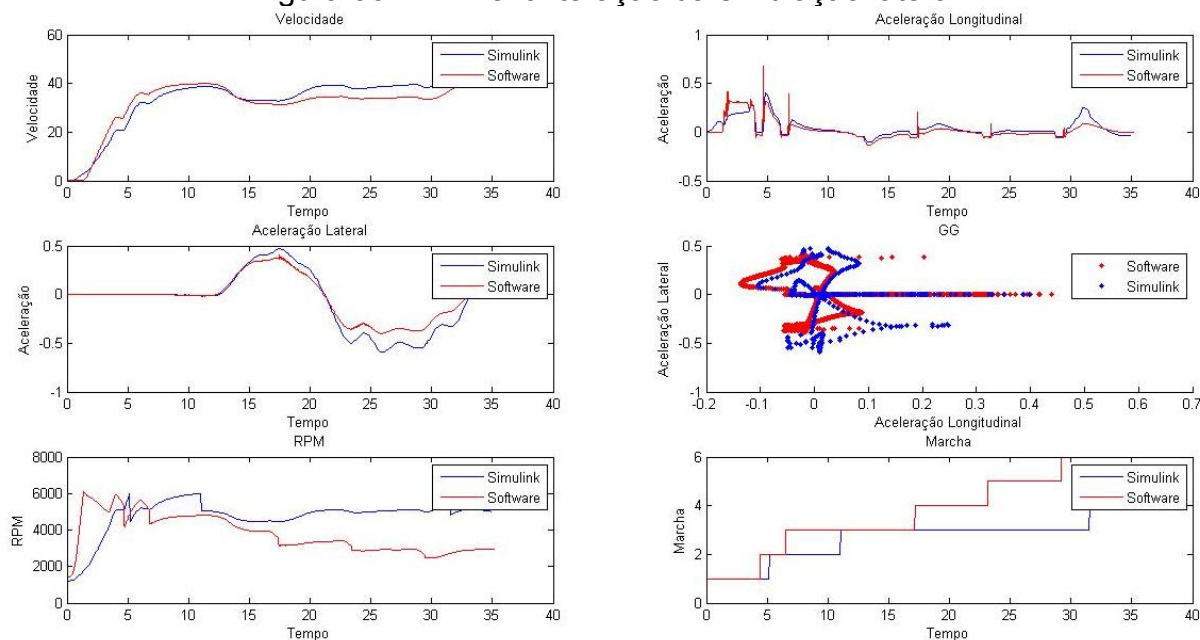
5.2 SIMULAÇÃO LATERAL

A análise lateral é feita pela comparação entre o software e o simulink em seis gráficos: velocidade, RPM, marcha, aceleração lateral e aceleração longitudinal e raio em função do tempo.

A imagem abaixo mostra o resultado da primeira simulação lateral, feita apenas para ver se os parâmetros estariam próximos entre o simulink e o software de

simulação. O gráfico de raio em função do tempo será adicionado na segunda e terceira simulação. É possível ver que tanto o gráfico de marcha por tempo quanto o gráfico de rpm por tempo possuem perfis diferentes entre o software e o simulink.

Figura 36 – Primeira iteração da simulação lateral

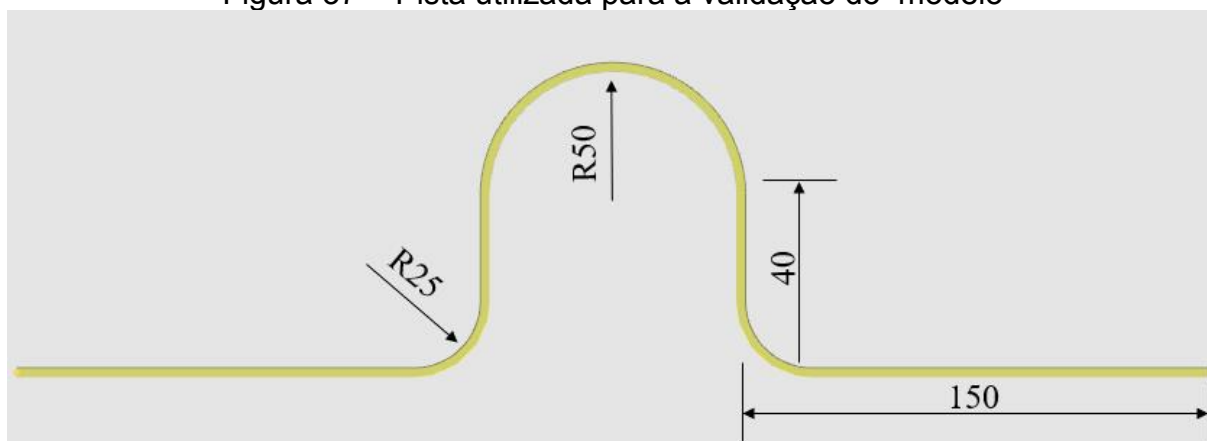


Fonte: Autor, 2024.

Essa divergência é em função das configurações de controle do software de simulação, é possível notar que no gráfico de RPM as trocas de marcha do software acontecem mesmo que a rotação não esteja no ponto de troca, enquanto o modelo do simulink realiza trocas apenas quando atinge a rotação, que nesse caso foi de 6000 RPM.

Os próximos dois testes foram utilizados para a validação do modelo do simulink, a pista utilizada conta com duas retas de 150 metros, duas retas de 40 metros, duas curvas de 90° e raio de 25 metros e uma curva de 180° e raio de 50 metros.

Figura 37 - Pista utilizada para a validação do modelo

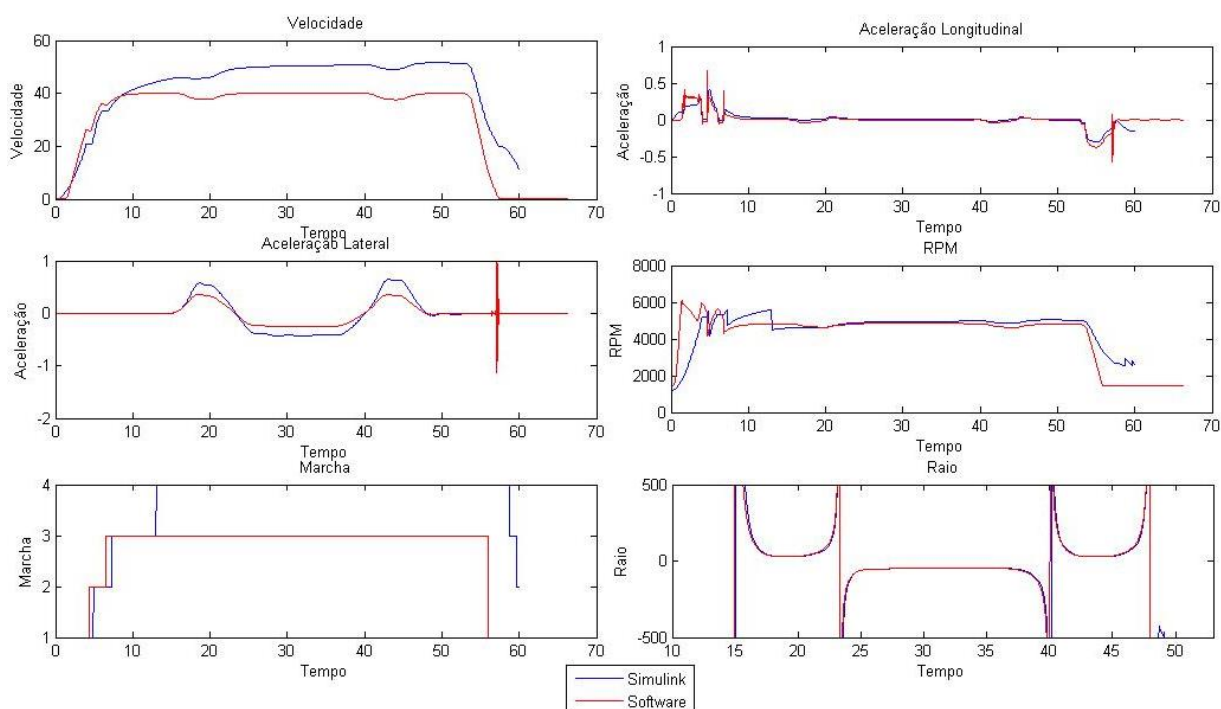


Fonte: Autor, 2024.

O teste do software de simulação foi ajustado para a motocicleta, sempre que possível, manter 40 km/h, realizar a troca de marchas apenas em 5600 RPMs e nos últimos 50 metros realizar uma frenagem gradual com desaceleração máxima de $4 \frac{m^2}{s}$.

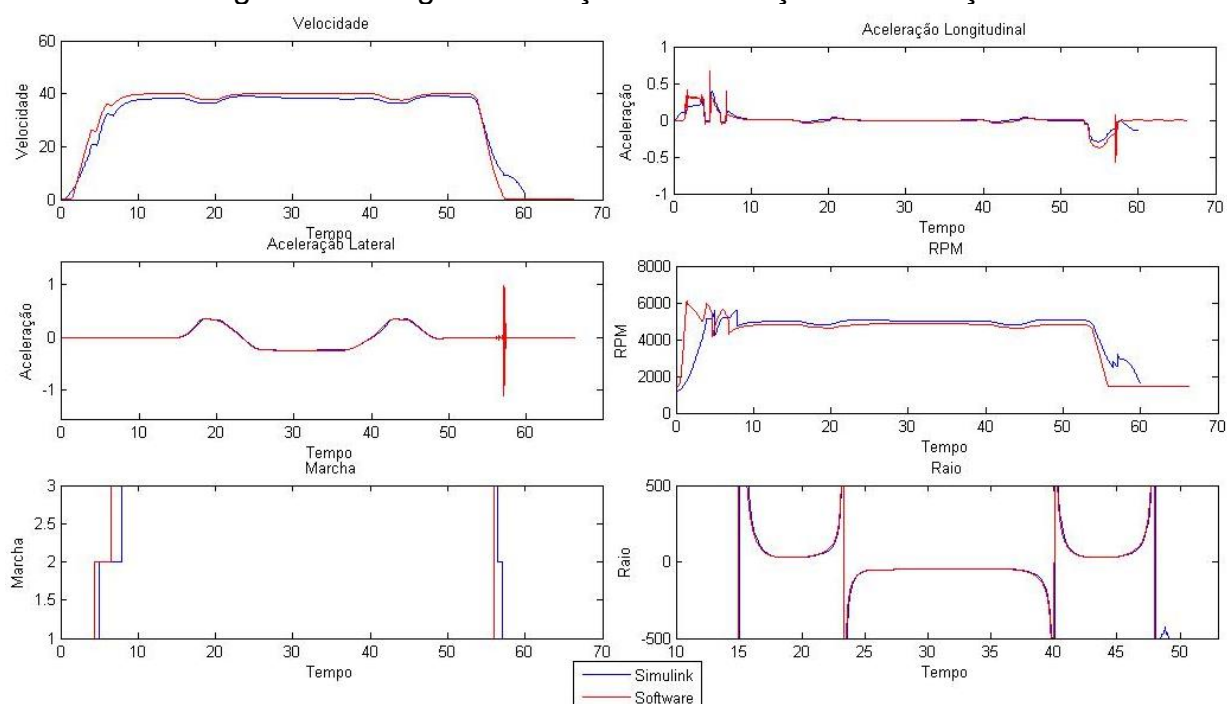
Nesse teste foi adicionado o gráfico de raio de curvatura instantâneo em função do tempo, esse teste foi feito inicialmente com área frontal de 1,5 metros quadrados, como foi citado na simulação longitudinal, foi necessário aumentar a área frontal para 3 metros quadrados na segunda iteração para que o gráfico de velocidade ficasse mais próximo ao do software.

Figura 38 – Primeira iteração da simulação de validação



Fonte: Autor, 2024.

Figura 39 – Segunda iteração da simulação de validação



Fonte: Autor, 2024.

Para mensurar a precisão do teste foram tirados valores de pontos no mesmo intervalo de tempo para as duas curvas e calculados os erros relativos e absolutos, as imagens de ambas as simulações com os pontos se encontram nos apêndices C e D.

Na tabela abaixo, à esquerda são os dados da primeira iteração e à direita os dados da segunda iteração.

Tabela 2 – Erros relativos e absolutos

Software 1	Simulink 1	Erro rel. 1	Erro abs. 1		Software 2	Simulink 2	Erro rel. 2	Erro abs. 2
Velocidade								
26.09	20.93	20%	5.16		26.09	20.68	21%	5.41
40	45.53	14%	5.53		40	38.16	5%	1.84
39.96	51.56	29%	11.60		39.96	39.05	2%	0.91
Aceleração longitudinal								
0.3107	0.196	37%	0.11		0.3107	0.1944	37%	0.12
0.3154	0.4189	33%	0.10		0.3154	0.3969	26%	0.08
0.007	0.001	86%	0.01		-0.007533	-0.002	73%	0.01
0.3725	0.303	19%	0.07		-0.3726	-0.2881	23%	0.08
Aceleração lateral								
0.35	0.56	60%	0.21		0.3494	0.3559	2%	0.01
0.2557	0.4254	66%	0.17		-0.2557	-0.2446	4%	0.01
0.3411	0.6289	84%	0.29		0.3411	0.3459	1%	0.00
RPM								

5531	2928	47%	2603.00		5531	2923	47%	2608.00
4802	5516	15%	714.00		4802	4978	4%	176.00
4809	4977	3%	168.00		4810	4980	4%	170.00
Tempo de troca de marcha								
4.421	4.88	10%	0.46		4.411	5.02	14%	0.61
6.521	7.21	11%	0.69		6.521	7.88	21%	1.36
Raio instantâneo								
405.2	519.7	28%	114.50		352	450.8	28%	98.80
46.93	47.04	0%	0.11		47.04	47.04	0%	0.00
410.3	385.7	6%	24.60		356.6	324.6	9%	32.00

Fonte: Autor, 2024.

Na segunda iteração a velocidade nos últimos dois pontos obtiveram um erro menor, conseqüentemente a aceleração lateral também obteve um menor erro. Com uma maior área frontal, pela equação de arrasto aerodinâmico, maior será a força oposta ao movimento, sendo assim, a taxa de crescimento da rotação diminui, o que explica o aumento no tempo de troca de marchas, já que as trocas são feitas quando a motocicleta atinge uma rotação pré determinada de 5600 RPMs.

Em relação a frenagem, que pode ser vista no gráfico de aceleração longitudinal, o perfil de ambas as curvas são semelhantes, porém o pico de desaceleração foi maior do software, como o modelo de frenagem do simulink foi feito distribuição de carga de 50% dianteira e 50% traseira isso pode ter influenciado nesse pico, dado que no momento de desaceleração, o freio dianteiro é mais efetivo pois a força normal da roda dianteira é ampliada pela transferência de carga.

No modelo para o cálculo de raio de curvatura, ao analisar as áreas transientes, é possível ver a diferença na taxa em que o raio varia, mesmo os dois modelos possuindo a mesma variação de cambagem e ângulo de esterçamento, essa diferença pode ser causada pela simplificação do modelo do simulink, que utiliza a equação para condições de raio e velocidade constantes, também desconsidera a inércia em torno do eixo Z e o efeito giroscópico causado pelos elementos rotativos. Já as áreas de raio constante demonstraram baixo erro entre o software e o simulink.

6 CONCLUSÃO

Este estudo comparativo entre um software de simulação e um modelo desenvolvido no ambiente Simulink visou criar um modelo com a finalidade de reproduzir o comportamento dinâmico de uma motocicleta. Divergências foram observadas nos perfis de marcha e rotação por tempo, destacando diferenças nas configurações de controle entre os dois sistemas e limitações do modelo aerodinâmico. Após iterações e ajustes nos parâmetros do modelo, houve uma melhoria na concordância entre os resultados, embora disparidades persistissem na análise da frenagem e no cálculo do raio de curvatura em condições transientes, devido às simplificações.

Como melhoria para futuros estudos, algumas das sugestões seriam a implementação de um sistema de suspensão no modelo, um refinamento nos dados de pneu, um sistema para a troca de marcha e acionamento da embreagem como dados de entrada, a implementação dos cálculos de *wobble* e ajustar o modelo aerodinâmico para que corresponda com a complexidade da simulação feita.

REFERÊNCIAS

BLUNDELL, Michael; HARTY, Damian. **Multibody systems approach to vehicle dynamics**. Elsevier, 2015

COSSALTER, V.; LOT, R.; MASSARO, M. Motorcycle dynamics. **Modelling, Simulation and Control of Two-Wheeled Vehicles**, Wiley Online Library, p. 1-42, 2014.

DONADIO, R. **Modelagem do comportamento direcional de motocicletas em curva**. Dissertação—[s.l: s.n.], 2009.

GENTA, G.; MORELLO, L. **The automotive chassis: vol. 2: system design**. [S.l.]: Springer, 2009.

GEORGE HILL. **Road vehicle dynamics: fundamentals and modeling**. Boca Raton, Fl: Crc Press, 2012.

KANE, T. **High Fidelity Modelling of Motorcycle Dynamics**. Thesis—National University of Ireland: [s.n.], 2018.

KRZYSZTOF, W.; ADAM, P. **Comprehensive CFD Aerodynamic Simulation of a Sport Motorcycle**, Energies, Poland, v. 15, n. 16, p. 5920, 2022.

Ministério da Saúde lança documento com dados sobre lesões de motociclistas no trânsito. Disponível em: <<https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/noticias/2023/abril/ministerio-da-saude-lanca-documento-com-dados-sobre-lesoes-de-motociclistas-no-transito>>.

PACEJKA, H.; BESSELINK, I. Magic formula tyre model with transient properties. **Vehicle system dynamics**, Taylor & Francis, v. 27, n. S1, p. 234-249, 1997.

Registro Nacional de Acidentes e Estatísticas de Trânsito. Disponível em: <<https://www.gov.br/transportes/pt-br/assuntos/transito/arquivos-senatran/docs/renaest>>.

SEWARD, D. **Race car design**. [S.l.]: Bloomsbury Publishing, 2014.

SHARP, R. S.; LIMEBEER, D. J. N. **Multibody System Dynamics**, v. 6, n. 2, p. 123–142, 2001.

APÊNDICE A – CÓDIGO MATLAB DE PLOT

```

% Plotar as curvas
subplot(3,2,1)
plot(TIME_OUT, V_OUT, 'b', time_ref, vel_ref, 'r'); % 'b' para azul e 'r'
para vermelho

% Adicionar rótulos aos eixos
xlabel('Tempo');
ylabel('Velocidade');
title('Velocidade');

% Adicionar legenda
legend('Simulink', 'Software');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Plotar as curvas
subplot(3,2,2)
plot(TIME_OUT, ACC_LON_OUT, 'b', time_ref, acc_lon_ref, 'r'); % 'b' para
azul e 'r' para vermelho

% Adicionar rótulos aos eixos
xlabel('Tempo');
ylabel('Aceleração');
title('Aceleração Longitudinal');

% Adicionar legenda
legend('Simulink', 'Software');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Plotar as curvas
subplot(3,2,3)
plot(TIME_OUT, ACC_LAT_OUT, 'b', time_ref, acc_lat_ref, 'r'); % 'b' para
azul e 'r' para vermelho

% Adicionar rótulos aos eixos
xlabel('Tempo');
ylabel('Aceleração');
title('Aceleração Lateral');

% Adicionar legenda
legend('Simulink', 'Software');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Plotar as curvas
subplot(3,2,4)
plot(TIME_OUT, RPM_OUT, 'b', time_ref, rpm_ref, 'r'); % 'b' para azul e 'r'
para vermelho

% Adicionar rótulos aos eixos
xlabel('Tempo');
ylabel('RPM');

```

```

title('RPM');

% Adicionar legenda
legend('Simulink', 'Software');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Plotar as curvas
subplot(3,2,5)
plot(TIME_OUT, MARCHA_OUT, 'b', time_ref, marcha_ref, 'r'); % 'b' para azul
e 'r' para vermelho

% Adicionar rótulos aos eixos
xlabel('Tempo');
ylabel('Marcha');
title('Marcha');

% Adicionar legenda
legend('Simulink', 'Software');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Plotar as curvas
subplot(3,2,6)
plot(TIME_OUT, RAIIO_OUT, 'b', time_ref, raio_ref, 'r'); % 'b' para azul e
'r' para vermelho

% Adicionar rótulos aos eixos
xlabel('Tempo');
ylabel('Raio');
title('Raio');

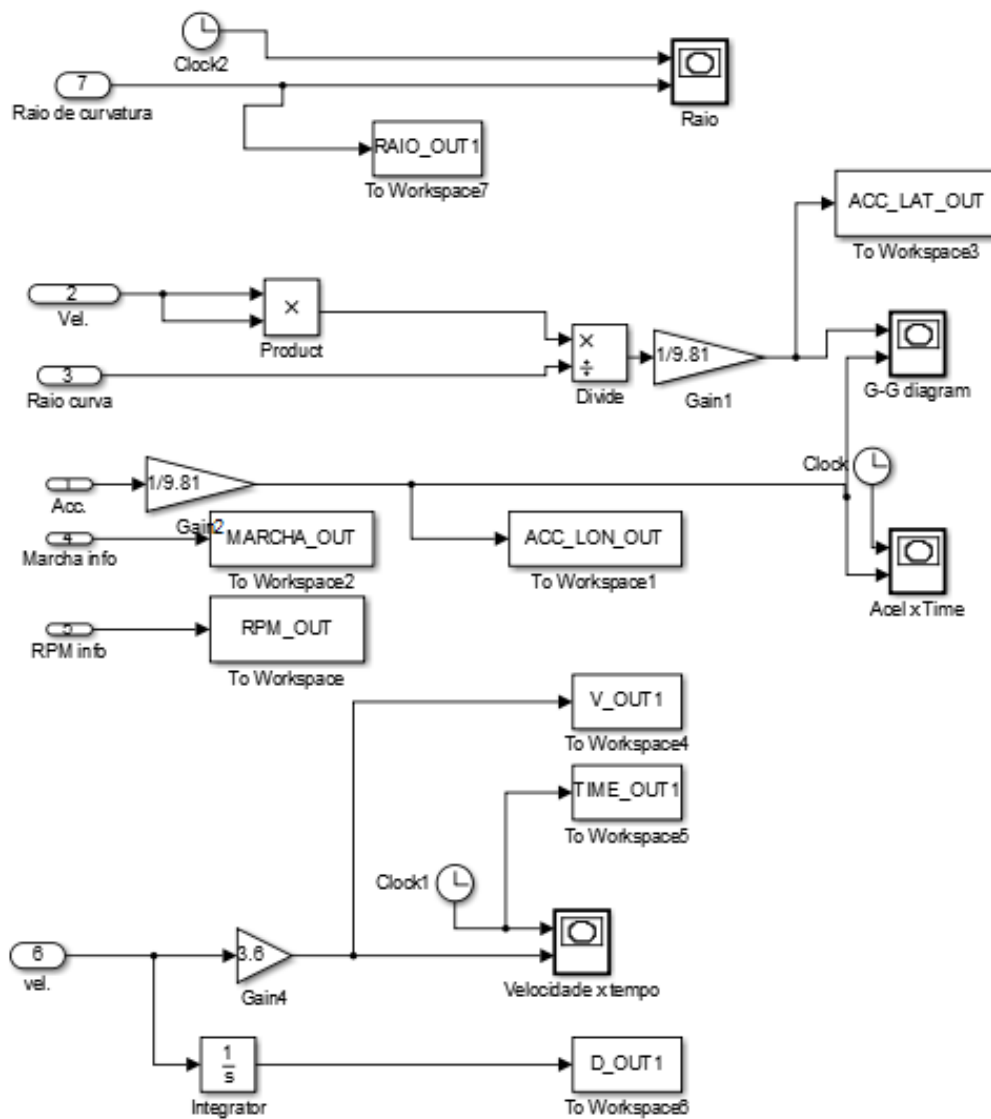
% Adicionar legenda
legend('Simulink', 'Software');

% Definir os limites dos eixos x e y
xlim([10, 53]);
ylim([-500, 500]);

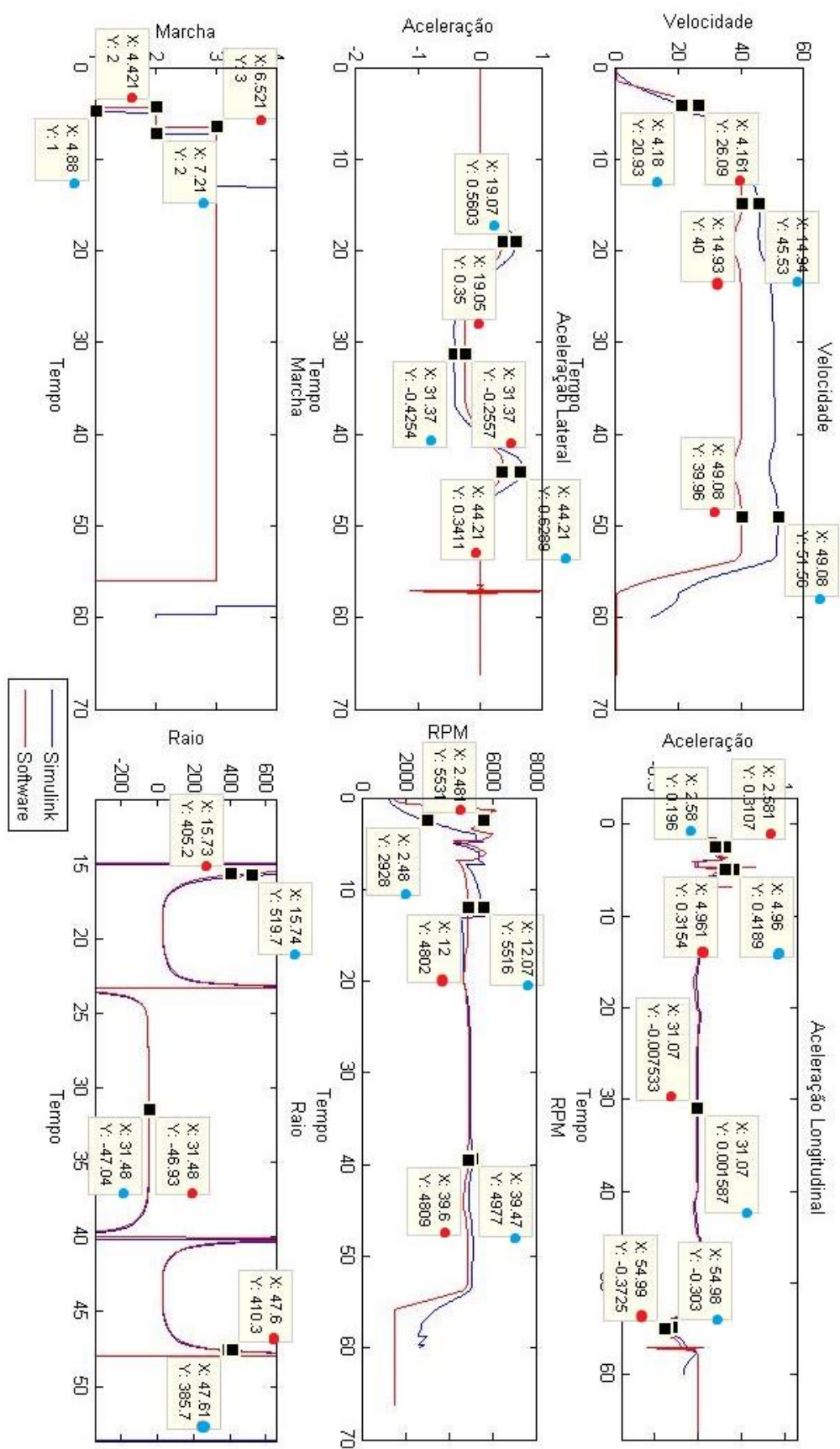
```


APÊNDICE B – MODELO PARA CAPTURA DOS RESULTADOS

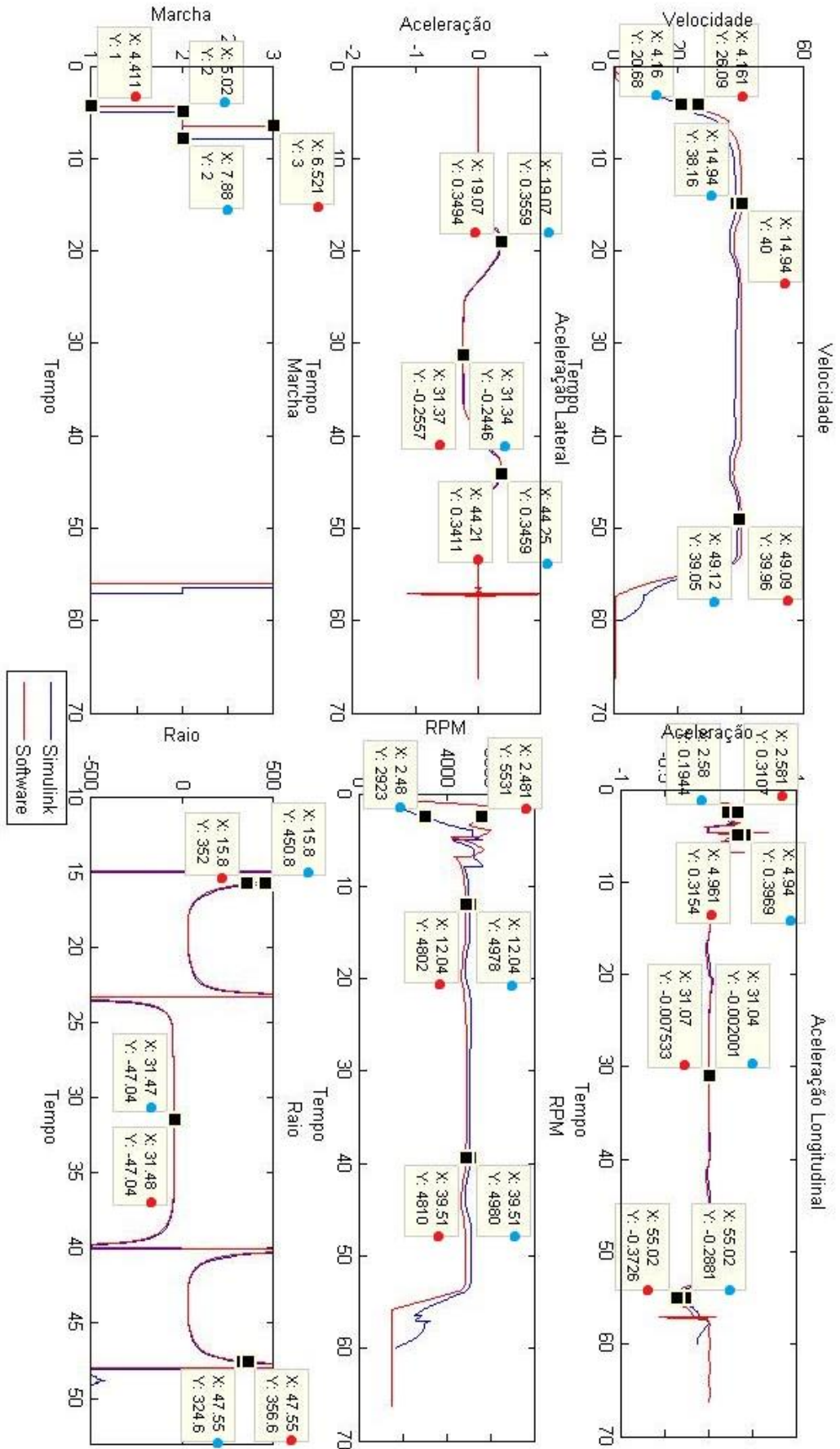
*To workspace são as funções que captam vetores das respostas para posteriormente serem plotados utilizando MATLAB



APÊNDICE C – GRÁFICO E MEDIDA 1ª ITERAÇÃO LATERAL



APÊNDICE D – GRÁFICO E MEDIDA 2ª ITERAÇÃO LATERAL



APÊNDICE E – MODOS DE INSTABILIDADE

A motocicleta possui três principais modos de instabilidade dinâmica (Cossalter, et al.,2014):

- Tombamento;
- “Weave”;
- “Wobble”.

E três principais fenômenos dinâmicos que também causam instabilidade e perda de controle (Cossalter, et al.,2014):

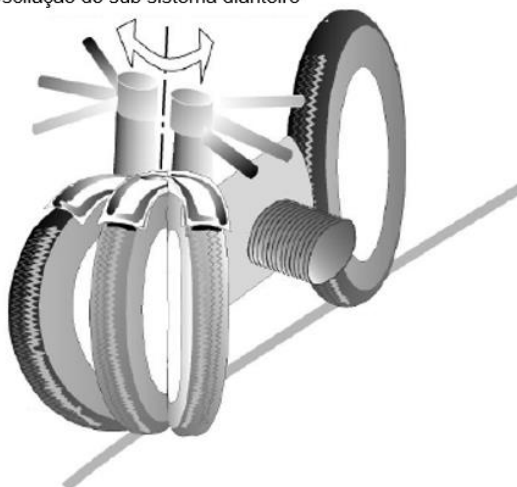
- “High Side”;
- “Kick Back”;
- “Chattering”.

Para simplificar o modelo, será abordado apenas um modo de instabilidade e um efeito dinâmico, *wobble* e *high side*.

O *Wobble* ocorre devido a excitação de um dos modos de vibração do conjunto dianteiro da motocicleta, roda dianteira, garfo, suspensão e guidom. Quando ocorre, o guidom da motocicleta oscila em torno do seu eixo de esterçamento de tal forma que o motociclista não consegue conter, ocasionando a perda de controle da motocicleta (Cossalter, et al.,2014).

Figura 40 - "Wobble"

Oscilação do sub sistema dianteiro

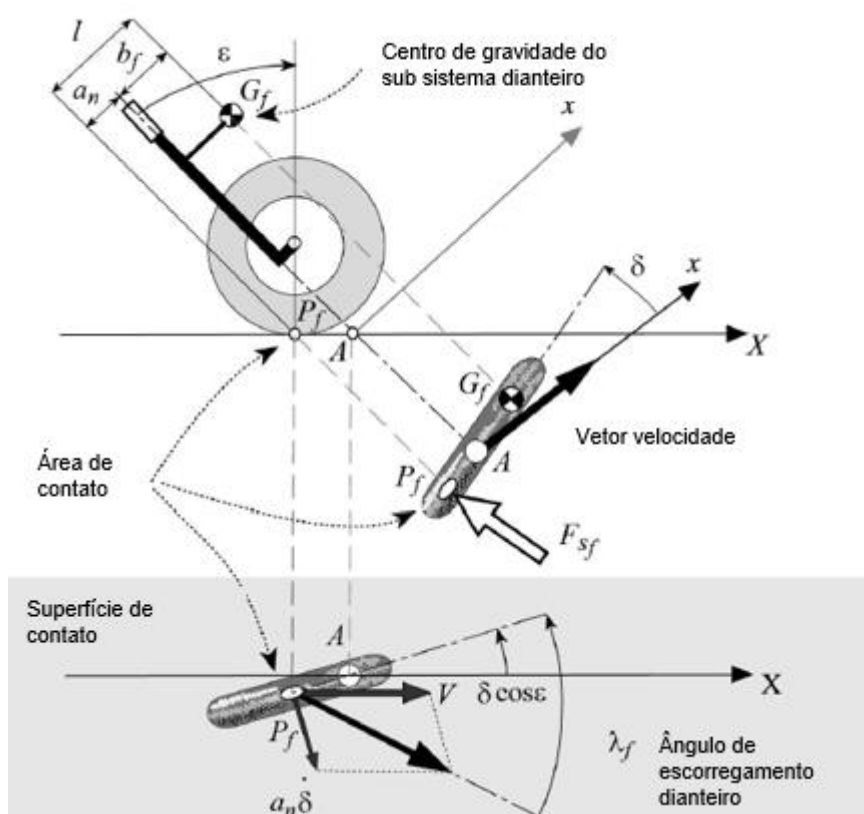


Fonte: Adaptado de Cossalter, et al.,2014, p. 288.

As frequências do "wobble" variam de 4 Hz a 10 Hz, dependendo da massa da motocicleta. O "wobble" se torna mais pronunciado com o aumento da trilha da motocicleta e a diminuição da inércia do quadro dianteiro, sendo influenciado principalmente pela rigidez e amortecimento do pneu dianteiro, bem como pela flexibilidade lateral do garfo dianteiro. Em velocidades de 40 a 80 km/h, o "wobble" é levemente amortecido e pode se tornar instável, porém a adição de um amortecedor de direção pode aumentar o amortecimento e, conseqüentemente, melhorar a estabilidade (Cossalter, et al.,2014).

Para realizar um modelo simplificado, o "wobble" pode ser considerado como um fenômeno completamente isolado do movimento da parte traseira e da rolagem. Nessa situação, a dianteira é considerada como uma estrutura rígida que pode girar em torno do eixo de esterçamento, ao passo que o quadro traseiro mantém-se imóvel (Cossalter, et al.,2014).

Figura 41 - Geometria dianteira da motocicleta



Fonte: Adaptado de Cossalter, et al.,2014, p. 289.

A partir da equação de equilíbrio em torno do eixo de esterçamento é possível obter a seguinte relação (Cossalter, et al.,2014):

$$I_{Af} \cdot \ddot{\delta} = -c \cdot \dot{\delta} - F_{sf} \cdot a_n + M_f \cdot g \cdot b_f \cdot \delta \cdot \text{sen}(\varepsilon) + N_f \cdot a_n \cdot \delta \cdot \text{sen}(\varepsilon) \quad (41)$$

Onde:

- I_{Af} : Momento de inércia ao redor do eixo de esterçamento;
- $\ddot{\delta}$: Aceleração de esterço;
- $\dot{\delta}$: Velocidade de esterço;
- δ : Ângulo de esterço;
- c : Coeficiente de amortecimento;
- F_{sf} : Força lateral;
- a_n : Trilha normal;
- M_f : Massa do sub sistema dianteiro;
- g : Aceleração da gravidade;
- b_f : Distância do centro de massa do sub sistema dianteiro em relação ao eixo de direção;
- ε : Ângulo de caster;
- N_f : Força normal na roda dianteira.

E F_{sf} é descrito por :

$$F_{sf} = K_{\lambda f} \cdot \lambda_f \quad (42)$$

Onde:

- $K_{\lambda f}$: Rigidez de curvatura;
- λ_f : Ângulo de escorregamento da roda dianteira.

E considerando pequenos deslocamentos do ângulo de direção podemos calcular o ângulo de deriva por (Cossalter, et al.,2014):

$$\lambda_f = \frac{\dot{\delta}}{V} + \delta \cdot \cos(\varepsilon) \quad (43)$$

Onde:

- V : Velocidade da motocicleta

Os efeitos devidos à carga normal do pneu dianteiro e à força do peso do quadro dianteiro são significativamente menores do que os devidos à força lateral do pneu. Portanto, ao realizar as substituições apropriadas, a equação de movimento para pequenas oscilações se torna (Cossalter, et al.,2014):

$$I_{Af} \cdot \ddot{\delta} + \left(c + \frac{K_{\lambda f} \cdot a_n^2}{V} \right) \cdot \dot{\delta} + K_{\lambda f} \cdot a_n \cdot \delta \cdot \cos(\varepsilon) = 0 \quad (44)$$

Ao introduzir uma solução por vibrações e eliminando a dependência do tempo:

$$I_{Af} \cdot s^2 + \left(c + \frac{K_{\lambda f} \cdot a_n^2}{V} \right) \cdot s + K_{\lambda f} \cdot a_n \cdot \delta \cdot \cos(\varepsilon) = 0 \quad (45)$$

Onde:

- s : Coeficiente exponencial/raizes da equação.

Tirando as raizes:

$$s_{1,2} = -\frac{c \cdot V + K_{\lambda f} \cdot a_n^2}{2 \cdot I_{Af} \cdot V} \pm \sqrt{\left(\frac{c \cdot V + K_{\lambda f} \cdot a_n^2}{2 \cdot I_{Af} \cdot V} \right)^2 - \frac{K_{\lambda f} \cdot a_n}{I_{Af}} \cdot \cos(\varepsilon)} \quad (46)$$

Onde:

- $s_{1,2}$: Raizes da equação.

A frequência para o sistema amortecido pode ser obtida por (Cossalter, et al.,2014):

$$v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{\lambda f} \cdot a_n}{I_{Af}} \cdot \cos(\varepsilon) \cdot \sqrt{(1 - \zeta^2)}} \quad (47)$$

Onde:

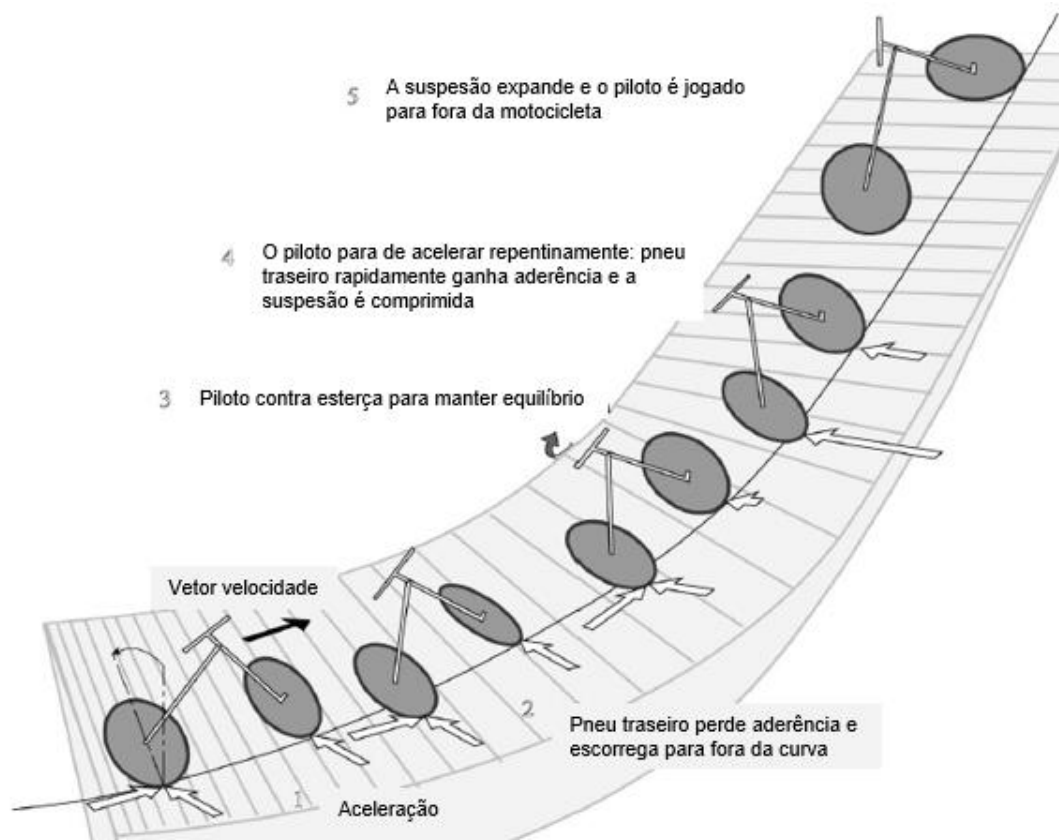
- ζ : Fator de amortecimento;
- v : Frequência do sistema (Hz).

O fator de amortecimento é dado por (Cossalter, et al.,2014):

$$\zeta = \frac{c \cdot V + K_{\lambda f} \cdot a_n^2}{V \cdot 2\sqrt{I_{Af} \cdot K_{\lambda f} \cdot a_n \cdot \cos(\varepsilon)}} \quad (48)$$

O *High Side* é característico em situações de entrada e saída de curvas em que a motocicleta apresenta comportamento de sobre esterçamento. Na condição de sobre esterçamento, quando a roda traseira atinge a força de fricção limite a roda traseira perde aderência, nesse momento, se o piloto reduz a frenagem traseira (em casos de entrada de curva) ou para a aceleração (em casos da saída de curva), a roda traseira recupera a aderência e o deslizamento lateral gera um grande impulso de força lateral que resulta no lançamento da motocicleta e do piloto para cima, resultando em queda (Cossalter, et al.,2014). A imagem a seguir exemplifica em etapas o efeito.

Figura 42 - Exemplo de "high side" em saída de curva



Fonte: Adaptado de Cossalter, et al., 2014, p. 373.