

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA DE TRANSPORTES E LOGÍSTICA

JOAO VICTOR MENDES ROCHA

*AIRCRAFT RECOVERY PROBLEM: IMPLEMENTAÇÃO DE UM MODELO TIME
BAND UTILIZANDO A BIBLIOTECA PYTHON-MIP*

Joinville

2023

JOAO VICTOR MENDES ROCHA

AIRCRAFT RECOVERY PROBLEM: IMPLEMENTAÇÃO DE UM MODELO TIME
BAND UTILIZANDO A BIBLIOTECA PYTHON-MIP

Trabalho apresentado como requisito para obtenção do título de bacharel no Curso de Graduação em Engenharia de Transportes e Logística do Centro Tecnológico de Joinville da Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador(a): Dr(a). Silvia Lopes de Sena Tagliarenha

Joinville

2022

JOAO VICTOR MENDES ROCHA

AIRCRAFT RECOVERY PROBLEM: IMPLEMENTAÇÃO DE UM MODELO TIME
BAND UTILIZANDO A BIBLIOTECA PYTHON-MIP

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia de Transportes e Logística, na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Joinville (SC), 14 de Junho de 2023.

Banca Examinadora:

SILVIA LOPES DE SENA TAGLIALENHA
Dr.(a)
Orientador(a)/Presidente

CHRISTIANE WENCK NOGUEIRA FERNANDES
Dr.(a)
Membro(a)
Universidade Federal de Santa Catarina 2023

NATAN BISSOLLI
Me.
Membro(a)
Linear Softwares Matemáticos

Dedico este trabalho a todas as pessoas que acreditaram em mim

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, não há palavras suficientes para expressar a imensa gratidão que sinto por tudo o que vocês fizeram por mim. Desde o momento em que decidi me mudar de Manaus para Joinville para iniciar minha jornada universitária, vocês estiveram ao meu lado, apoiando-me incondicionalmente. Sei que foi preciso muito esforço, sacrifício e dedicação para viabilizar minha educação, e sou eternamente grato(a) por isso. Vocês são os pilares da minha vida, e cada conquista que alcanço é resultado do amor e apoio que sempre me ofereceram. Ao grupo GAPE-TL, não poderia deixar de agradecer a todos vocês, membros do grupo GAPE-TL, por terem sido minha luz em momentos de dificuldade durante essa jornada acadêmica. Foi graças à amizade, companheirismo e encorajamento de cada um de vocês que encontrei forças para não desistir. Suas palavras de incentivo e o suporte mútuo foram essenciais para que eu superasse os desafios e seguisse em frente. Sou profundamente grato(a) por ter encontrado um grupo tão especial, que se tornou minha segunda família. À República Los Santos, A vocês, queridos membros da República Los Santos, quero expressar minha sincera gratidão pela união e pelo acolhimento que encontrei dentro das nossas paredes compartilhadas. Desde o momento em que entrei pela porta, senti-me parte de algo maior, um lugar onde pude encontrar conforto, risos e apoio. Vocês estiveram sempre presentes quando precisei, compartilhando momentos de alegria e dificuldade. Agradeço por todas as memórias, pelos laços de amizade criados e pela sensação de pertencimento que me proporcionaram. Aos meus professores, em especial à professora Silvia, Quero expressar minha profunda gratidão a todos os professores que tive ao longo da minha jornada acadêmica em Joinville. Vocês foram mais do que meros transmissores de conhecimento, foram guias e mentores, que me inspiraram e desafiaram a alcançar meu potencial máximo. Em especial, gostaria de agradecer à professora Silvia, minha orientadora, pela paciência, orientação e incentivo constantes. Sua sabedoria e dedicação foram fundamentais para o meu crescimento acadêmico e pessoal. Ao Lucas Matheus, meu querido amigo Lucas, sei que a programação não era uma tarefa fácil para mim, mas você pacientemente compartilhou seu conhecimento e experiência, guiando-me passo a passo através dos conceitos e exercícios. Lucas, sou profundamente grato por tudo o que você fez por mim. Sua generosidade, paciência e amizade têm um valor inestimável. Saiba que você tem um lugar especial

em meu coração, e estarei sempre aqui para retribuir de alguma forma toda a ajuda que você me proporcionou. Aos amigos de Joinville e aos amigos de Manaus, meus queridos amigos, tanto os que conheci em Joinville quanto os que estão distantes em Manaus, quero expressar minha gratidão por todo o apoio e incentivo que recebi de vocês. Querida Maria Helena, hoje, sinto uma imensa gratidão por ter encontrado você nesta jornada da vida. Obrigado por ter me mostrado que posso alcançar todos os objetivos que traço. Você é aquela voz encorajadora que está sempre ao meu lado. Durante o período do meu TCC, você foi um apoio incansável. Agradeço por toda a paciência que teve comigo, por entender as horas dedicadas a pesquisa, escrita e a pressão que eu sentia. Suas palavras de incentivo, mensagens de apoio e gestos de amor sempre encontravam uma maneira de tocar meu coração.

RESUMO

Neste trabalho destaca-se o impacto nos custos gerados por atrasos e cancelamentos de voos que representam um desafio para as companhias aéreas no contexto económico do país. O Aircraft Recovery Problem (ARP), que consiste no problema de recuperação de cronogramas, aeronaves, tripulações e passageiros. Nesse contexto, o objetivo deste estudo foi desenvolver um modelo de planeamento de voos, visando minimizar os custos decorrentes de atrasos e cancelamentos de aeronaves. Para alcançar esse objetivo, realizou-se uma revisão sistemática da literatura sobre o ARP, identificando métodos de solução relevantes e adotando um modelo de representação em rede. Utiliza-se de forma inovadora a biblioteca Python-MIP, para implementar um algoritmo capaz de resolver o problema de recuperação de aeronaves de forma geral, abrangendo vários cenários considerados por outros pesquisadores, e os resultados foram comparados com estudos anteriores. São ilustrados os resultados obtidos para três cenários diferentes, considerando o custo de cancelamento e a carga de passageiros em cada voo. A comparação dos resultados obtidos com o estudo de Arguello et al. (1998) revelou uma diferença percentual. A discussão ressalta a importância de considerar a complexidade computacional e as limitações dos modelos de aproximação ao lidar com problemas reais, reconhecendo que os resultados são apenas aproximações da realidade. O algoritmo proposto permite resolver de forma generalizada e eficiente o ARP.

Palavras-chave: Aircraft Recovery Problem. Otimização. Programação de tarefas.

ABSTRACT

This study highlights the impact on costs generated by flight delays and cancellations, which pose a challenge for airlines in the country's economic context. The Aircraft Recovery Problem (ARP) involves the recovery of schedules, aircraft, crews, and passengers. In this context, the objective of this study was to develop a flight planning model aimed at minimizing the costs resulting from aircraft delays and cancellations. To achieve this goal, a systematic literature review was conducted on the ARP, identifying relevant solution methods and adopting a network representation model. The innovative use of the Python-MIP library was employed to implement an algorithm capable of solving the aircraft recovery problem in a generalized manner, covering various scenarios considered by other researchers. The obtained results are illustrated for three different scenarios, taking into account the cancellation cost and passenger load on each flight. The comparison of the results with the study by Arguello et al. (1998) revealed a percentage difference. The discussion emphasizes the importance of considering the computational complexity and limitations of approximation models when dealing with real problems, recognizing that the results are only approximations of reality. The proposed algorithm allows for a generalized and efficient resolution of the ARP.

Keywords: Aircraft Recovery Problem. Optimization. Scheduling.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Plano de recuperação.	15
Figura 2 – Fluxograma PRISMA.	24
Figura 3 – Linha temporal do desenvolvimento dos modelos ARP.	27
Figura 4 – Arcos e Nós.	36
Figura 5 – Fluxo padrão x Fluxo de atraso.	37
Figura 6 – Rede <i>time band</i> para uma estação.	40
Figura 7 – Grafo: Representação dos voos possíveis	49
Figura 8 – <i>Time band</i> resultante Cenário 1	56
Figura 9 – <i>Time band</i> resultante Cenário 2	58
Figura 10 – <i>Time band</i> resultante Cenário 3	60

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Modelos, métodos e softwares de otimização.	21
Quadro 2 – Programação instância exemplo.....	54
Quadro 3 – Resultados MIP-ARP Cenário 1	55
Quadro 4 – Resultados MIP-TRASP Cenário 2.....	59
Quadro 5 – Resultados MIP-ARP Cenário 3	61
Quadro 6 – Valor da função objetivo por cenário para problema relaxado e problema inteiro.....	62
Quadro 7 – Custo de atraso.	72

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABEAR – Associação Brasileira das Empresas Aéreas;

ANAC – Agência Nacional da Aviação Civil;

EUROCONTROL – *European Organization for the Safety of Air Navigation*;

ARP – *Aircraft Recovery Problem*;

PRISMA – *Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses*;

MIP – *Mixed-Integer Linear Programmimg Problem*;

JIT – Just-in-Time;

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior;

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
1.1. OBJETIVOS	16
1.1.1. Objetivo Geral	16
1.1.2. Objetivos Específicos	16
1.2. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	17
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.1. SETOR AÉREO BRASILEIRO	19
2.2. MÉTODOS DE SOLUÇÃO PARA PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO	20
2.2.1. Métodos exatos de otimização	21
2.2.2. Métodos heurísticos e meta-heurísticos	22
2.2.3. Métodos híbridos	23
2.2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
2.4. AIRCRAFT RECOVERY PROBLEM	25
2.5. BIBLIOTECA MIP	28
3. CARACTERIZAÇÃO E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA ARP	31
3.1. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	32
3.2. MODELO DE REDE	34
3.2.1. Nós	35
3.2.2. Arcos	35
3.2.2. Exemplo – Representação de estação em modelo de rede	36
3.3. MODELO <i>TIME BAND</i>	37
3.3.1 Modelo matemático <i>time band</i> ARP	42
4. IMPLEMENTAÇÃO ALGORITMO MIP-ARP	48
4.1. CONJUNTOS E PARÂMETROS	48
4.2. VARIÁVEIS, FUNÇÃO OBJETIVO E RESTRIÇÕES	52
5. RESULTADOS	54
5.1. CENÁRIOS CONSIDERADOS	54
5.1.1. Cenário 1	55
5.1.2. Cenário 2	57
5.1.3. Cenário 3	59
5.2. RESULTADOS OBTIDOS POR ARGUELLO ET AL. (1998)	61

5.3. DISCUSSÃO	62
6. CONCLUSÃO	65
REFERÊNCIAS.....	67
APÊNDICE A – ALGORITMO DE REDE <i>TIME BAND</i>.....	69
APÊNDICE B – ALGORITMO DE SOLUÇÃO.....	71
APÊNDICE C - DADOS DE ATRASO	72
APÊNDICE D – ALGORITMO MIP-ARP PROPOSTO	73

1. INTRODUÇÃO

O setor aéreo brasileiro tem um impacto econômico significativo no país. Segundo dados da Associação Brasileira das Empresas Aéreas (ABEAR 2019), em 2019, o setor aéreo brasileiro, movimentou cerca de R\$61,7 bilhões e transportou cerca de 100 milhões de passageiros tanto em voos nacionais quanto internacionais, representando uma importante parcela para o desenvolvimento econômico e turístico do país.

No entanto, as companhias aéreas brasileiras enfrentam grandes prejuízos econômicos devido a atrasos e cancelamentos. Em geral, os atrasos são causados por uma série de fatores, incluindo condições climáticas desfavoráveis, problemas mecânicos com aeronaves, doença da tripulação, segurança e toque de recolher nos aeroportos (BAZARGAN, 2010, p.155).

Segundo o anuário da Agência Nacional da Aviação Civil (ANAC, 2021), em 2019, 1,9% dos voos foram cancelados; 3,1% dos voos ocorreram atrasos superiores a 60 minutos e 7,5% dos voos ocorreram atrasos superiores a 30 minutos. Esses atrasos afetam a rota programada das aeronaves, atrapalham os horários das tripulações e os itinerários dos passageiros (VINK et al. 2020). E em consequência, ocasionam prejuízos econômicos significativos para as companhias aéreas por terem que arcar com custos adicionais de remanejamento recursos e reagendamento de voos, além de possíveis indenizações dos passageiros afetados.

Para fins de comparação com os dados nacionais, a Organização Europeia para a Segurança da Navegação Aérea (EUROCONTROL, 2019¹) divulgou em seu relatório anual de 2019 que 22,4% de todos os voos na Europa tiveram atrasos superiores a 15 minutos. Além disso, constatou-se que 39% do total de minutos de atraso foi causado por reação, ou seja, decorreram do atraso na chegada de uma aeronave de um voo anterior. Os custos operacionais diretos de aeronaves em atraso no ano de 2007 no Estados Unidos da América foram estimados em 8 bilhões de dólares com custos adicionais de atraso de passageiro estimados em 4 bilhões de dólares por ano (BELOBABA, BARNHART, e ODoni, 2009, p.256).

¹ Os dados utilizados neste trabalho são anteriores à pandemia do COVID-19. Os impactos da pandemia resultaram em números que não refletem a realidade do mercado.

O *airline recovery problem* (problema de recuperação de companhias aéreas) é um problema muito grande e complexo, geralmente dividido em vários estágios sequenciais de recuperação de cronograma, aeronave, tripulação e passageiros (HASSAN; SANTOS; VINK, 2021). Um desses estágios, como ilustrado na Figura 1, é conhecido como *Aircraft Recovery Problem* (ARP) (Problema de recuperação de aeronaves).

Figura 1 – Plano de recuperação.



Fonte: Autoria própria (2023) Adaptado Belobaba (2015)

Para Belobaba (2015), o problema de recuperação de aeronaves consiste em determinar horários de partida e cancelamento de voos, além da revisão das rotas afetadas pelas aeronaves.

Os problemas de recuperação geralmente são formulados para minimização de custos, em vez de modelos de maximização de lucros, pois as receitas da companhia aérea são fixas, já que em geral, as passagens são vendidas antecipadamente. (VINK, J. et al., 2021). VINK (2021) classifica os métodos de solução do ARP pelo tipo de metodologia utilizado: métodos exatos de otimização, métodos meta-heurísticos, métodos híbridos, sistemas multiagente entre outros.

É importante resolver problemas relacionados à recuperação o mais rápido possível, pois após um determinado tempo, as soluções podem se tornar inviáveis devido a limitação temporal e o impacto nas etapas seguintes. O primeiro passo do plano de recuperação é recuperar as aeronaves, a segunda etapa é a recuperação da tripulação, pôr fim a acomodação de passageiros que sofreram com as interrupções (BELOBABA et al., 2009, p. 259).

A alta complexidade envolvida no planejamento das operações aéreas, tanto em termos de linhas quanto de aeronaves, torna qualquer atraso um grande problema tanto para os operadores quanto para os gestores aeroportuários. Além disso, o alto valor agregado à operação do setor aéreo exige soluções eficientes para os

problemas enfrentados, que possam contribuir para a diminuição dos impactos financeiros e de reputação das empresas. Nesse contexto, o estudo e o desenvolvimento de soluções para o *Aircraft Recovery Problem* (ARP) se mostram de grande valia.

Este trabalho apresenta um estudo da primeira etapa da sequência de recuperação de planejamento de voo ARP, com aplicação de revisão sistemática de literatura, indicação dos principais modelos e métodos de solução considerados. Apresenta um modelo de rede *time band*, com detalhamento da implementação de um algoritmo em Python utilizando a biblioteca *Mixed-Integer Linear Programming Problem* (MIP). Informações das outras etapas são apresentadas (CASTRO E OLIVEIRA, 2009) e (BELOBABA et al., 2009).

1.1. OBJETIVOS

Neste trabalho apresenta-se um estudo do *Aircraft Recovery Problem*, baseado em Arguello, Bard e Yu (1997), e os objetivos esperados são descritos a seguir.

1.1.1. Objetivo Geral

Desenvolver um novo planejamento de voos usando a linguagem de programação python e a biblioteca MIP para minimizar os custos gerados pelos atrasos e cancelamentos de aeronaves.

1.1.2. Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral, propõe-se ainda, os seguintes objetivos específicos:

- Identificar os métodos de solução relevantes aplicando uma revisão sistemática com a metodologia PRISMA;
- Apresentar modelo de representação em rede;
- Apresentar modelo matemático *time band* para o ARP de aproximação de resultados baseado em uma rede de aproximação de faixa temporal;
- Sintetizar o uso da biblioteca Python-Mip na resolução de problemas de otimização;

- Desenvolver um algoritmo implementado em *Python* para resolver o *time band ARP*;
- Aplicar os modelos propostos nos cenários utilizados Por Arguello Bard e Yu (1998);
- Comparar resultados encontrados com Arguello et al. (1998).

1.2. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A organização deste trabalho está dividida em 6 capítulos, além desse introdutório.

No Capítulo 2, foi feita uma revisão da definição e categorização dos problemas e métodos de solução na área da pesquisa operacional. Em seguida, o *Aircraft Recovery Problem* (ARP) é explicado de maneira geral, realizando uma revisão da evolução histórica do ARP e das diferentes metodologias aplicadas ao longo do tempo. Além disso, no Capítulo 2 foi abordado a biblioteca MIP (*Mixed Integer Programming*) e é feita uma breve introdução sobre seu funcionamento e sua importância para a resolução de problemas de otimização combinatória.

No Capítulo 3, apresentou-se a definição do problema utilizado por Arguello, Bard e Yu (1997). O problema pode ser formulado como um modelo de rede, em que os nós representam a localização das aeronaves, enquanto os arcos representam as possíveis rotas entre esses nós. Além disso, o ARP pode ser modelado utilizando a abordagem de *time band*, em que uma janela de tempo para recuperação é considerada. Dessa forma, utilizando um modelo matemático desenvolvido por Arguello et. al (1998) para alocar as aeronaves de forma eficiente, minimizando custos e maximizando a satisfação dos passageiros.

No Capítulo 4 detalhou-se a implementação de um algoritmo em Python para resolver um problema de otimização de voos. Para isso, utilizou-se a biblioteca MIP e um algoritmo de criação de grafos para gerar um grafo que fornece informações necessárias para a entrada de dados. O programa começa definindo os conjuntos e parâmetros do problema, e em seguida utiliza a lista de voos, nós de fluxo e nós terminais, para com uso de dicionários e tuplas disponíveis no Python, relacionar as informações necessárias para a entrada de dados para modelo de otimização.

O Capítulo 5 apresenta os resultados de um programa de planejamento de voos, executado em três cenários diferentes. Os resultados são baseados em um

modelo de aproximação de banda de tempo, onde os eventos são agrupados em intervalos de 30 minutos. Foram realizados cálculos de custos de cancelamento e atraso de voos, e os resultados foram comparados com os obtidos em um estudo anterior. Observou-se que os resultados do programa de planejamento apresentaram diferenças em relação aos resultados anteriores, devido à agregação em bandas de tempo. Essa diferença ressalta a importância de considerar as limitações dos modelos de aproximação ao analisar problemas reais.

E por fim, o Capítulo 6 traz as conclusões finais e sugestões para trabalhos futuros.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para compreender e apresentar embasamento teórico acerca da problemática considerada, neste capítulo contextualiza-se o setor aéreo brasileiro e apresentam-se os conceitos sobre métodos de otimização, modelos de soluções para o problema de recuperação de aeronave, além da biblioteca Python-Mip utilizada para a implementação do modelo de otimização.

Inicialmente, apresenta-se os conceitos e fundamentos teóricos necessários para a compreensão dos problemas de pesquisa operacional e sua categorização. Em seguida realiza-se uma revisão sistemática da literatura para a compreensão do ARP, utilizando a metodologia PRISMA, que selecionou os trabalhos mais relevantes sobre o assunto. Por fim é apresentado as características e funcionamento da biblioteca MIP. O detalhamento do modelo de otimização para o ARP aparece no Capítulo 3.

2.1. SETOR AÉREO BRASILEIRO

De acordo com a IATA, em 2019 estima-se que o setor de transporte aéreo, incluindo as companhias aéreas e sua cadeia de suprimentos, contribuiu com US\$ 12,3 bilhões para o PIB do Brasil. O consumo gerado por turistas estrangeiros corresponde a US\$ 6,5 bilhões do PIB do país, totalizando US\$ 18,8 bilhões. Em suma, 1,1% do PIB brasileiro é proveniente do transporte aéreo e dos turistas estrangeiros que chegam por via aérea. A projeção para o mercado de transporte aéreo no Brasil está abaixo das "tendências atuais", com um crescimento de 105% nos próximos 20 anos. Isso resultaria em um aumento de 106 milhões de viagens de passageiros até 2037. Se essa meta for alcançada, esse aumento na demanda representaria aproximadamente \$38,7 bilhões do PIB e quase 1,4 milhão de empregos.

Os atrasos e cancelamentos de voos têm um impacto econômico considerável nas companhias aéreas no Brasil. Esses eventos resultam em diversos custos operacionais adicionais, como despesas com combustível extra, tripulação adicional,

taxas de aeroporto e acomodação dos passageiros afetados. Além disso, as companhias aéreas podem enfrentar penalidades financeiras por não cumprir os regulamentos de direitos dos passageiros estabelecidos pela ANAC.

Os atrasos e cancelamentos também afetam negativamente a receita das companhias aéreas, uma vez que os passageiros podem optar por cancelar seus voos ou buscar alternativas de transporte. Esses custos incluem despesas adicionais decorrentes de atrasos nos voos, como combustível extra, taxas aeroportuárias, realocação de passageiros e custos operacionais adicionais. Esses valores podem ser considerados uma parte dos custos dos serviços prestados, refletindo os impactos financeiros diretos dos atrasos nas operações da companhia aérea. Além dos impactos financeiros diretos, os atrasos e cancelamentos de voos podem prejudicar a reputação das companhias aéreas. Os passageiros afetados por esses problemas podem ficar insatisfeitos e compartilhar suas experiências negativas, o que pode levar a uma diminuição da confiança dos passageiros e até mesmo a uma redução da demanda por serviços aéreos oferecidos pela empresa.

De acordo com o Anuário da ANAC de 2019, houve um cancelamento de 1,6% dos voos, enquanto 7,2% dos voos enfrentaram atrasos superiores a 30 minutos e 2,8% sofreram atrasos de mais de 60 minutos. Todos esses números apresentaram uma redução em relação aos dados históricos de 2018.

No primeiro trimestre de 2019, a empresa aérea Gol, que atua no território brasileiro, registrou uma receita operacional líquida acumulada de R\$ 2.749.061.045. No entanto, os custos dos serviços prestados totalizaram R\$ -2.083.594.685. Além disso, os custos adicionais associados aos atrasos foram aproximadamente de R\$ -12.844.198,07, representando 1% dos custos do serviço.

No último trimestre de 2019, a receita operacional líquida da TAM (atualmente LATAM Airlines) foi de R\$ 16.396.924.459,17. Esse valor representa a receita total gerada pela companhia aérea. No entanto, os custos dos serviços prestados foram de R\$ -14.183.903.843. Em relação aos custos relacionados aos atrasos, eles foram especificados como R\$ -1.088.687,18. Por fim, a companhia aérea Azul não relatou nenhum custo direto de indenização por danos a passageiros devido a atrasos ou cancelamentos de voos.

2.2. MÉTODOS DE SOLUÇÃO PARA PLOBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO

O ARP é um problema de otimização, e, portanto, pertence à área de Pesquisa Operacional, que é um ramo da matemática aplicada que utiliza técnicas quantitativas para auxiliar na tomada de decisões em problemas complexos (WISTON 2004, p. 1), e que tem como principal objetivo principal, encontrar a melhor solução do problema considerado.

Em geral, dependendo da característica e da complexidade da formulação do modelo de otimização, pode-se utilizar métodos de solução exatos ou métodos aproximados.

2.2.1. Métodos exatos de otimização

Os métodos exatos de otimização são baseados em algoritmos matemáticos rigorosos e determinísticos, que buscam encontrar a solução ótima de um problema de otimização.

Quadro 1 – Modelos, métodos e softwares de otimização.

Classificação	Características do modelo matemático	Método de solução	Software
Programação linear	função objetivo e restrições lineares e variáveis contínuas não negativas	SimPlex, Programação Dinâmica	BPMPD CLP COPT CPLEX FICO-XPRESS GUROBI HIGHS MOSEK OCTERACT OOQP SOPLEX80BIT
Programação linear inteira	função objetivo e restrições lineares e variáveis inteiras não negativas	<i>Branch and Bound</i> Relaxação	CBC COPT CPLEX FEASPUMP FICO-XPRESS GUROBI HIGHS MINTO MOSEK OCTERACT ODHCPLEX RAPOSA
Programação não linear	função objetivo e/ou restrições não lineares e variáveis não negativas	Newton, Gradiente	ANTIGONE CONOPT FICO- Xpress LANCELOT MINOS

Fonte: Adaptado Turgut e Yanikoglu (2018) e Blum e Roli (2013).

Existem muitos algoritmos disponíveis em diversos otimizados (softwares) e em geral, são eficientes para modelagem com características específicas. Alguns exemplos são apresentados no Quadro 1.

Esses métodos têm a capacidade de garantir a otimalidade da solução encontrada, desde que todas as restrições e objetivos do problema sejam modelados corretamente, e em geral, são mais adequados para problemas de pequeno ou médio porte.

Entretanto segundo Hillier (1998), essa abordagem nem sempre funciona. Existem problemas tão complicados que pode ser que não seja possível encontrar uma solução ótima. Em situações como essa, espera-se aplicar métodos capazes de determinar uma solução razoavelmente próxima da solução ótima. Esses métodos são conhecidos como métodos heurísticos e meta-heurísticos, dependendo da forma como são estruturados.

2.2.2. Métodos heurísticos e meta-heurísticos.

Hillier e Liberman (2013) definem que as heurísticas e meta-heurísticas são amplamente utilizadas em diversas áreas da engenharia, como soluções de problemas de otimização. Heurísticas são algoritmos que buscam soluções aproximadas, mas possivelmente ótimos locais, para um problema, a partir de uma estratégia simplificada e baseada em regras.

As meta-heurísticas são técnicas mais gerais e flexíveis que têm como objetivo buscar soluções próximas à ótima, mas sem garantias formais de convergência, a partir de uma estratégia de busca que busca explorar o espaço de soluções de maneira inteligente.

As vantagens das heurísticas incluem a simplicidade de implementação e a eficiência computacional, permitindo encontrar soluções aproximadas para problemas de grande porte.

Já as meta-heurísticas têm a vantagem de explorar o espaço de soluções de maneira mais inteligente, buscando soluções próximas ao ótimo global, mas sem garantias formais de convergência para uma solução ótima.

O algoritmo utilizado é um algoritmo iterativo completo no qual cada iteração envolve a condução de uma busca por uma nova solução, que eventualmente poderia

ser melhor que a atual. Ao final de um ciclo de tempo, o algoritmo retorna o melhor valor encontrado (HILLIER 1998, p. 599).

Os algoritmos podem ser construtivos, gulosos e de busca local, os quais são muito utilizados em problemas de otimização, pois são capazes de encontrar soluções de alta qualidade em tempo razoável. Além desses, outros algoritmos como os algoritmos genéticos, algoritmos de enxame de partículas e algoritmos de otimização por colônia de formigas têm ganhado destaque em diversos problemas de otimização.

Esses algoritmos são inspirados em comportamentos naturais, como a evolução biológica, o comportamento de enxames de animais e a comunicação entre formigas. Cada algoritmo possui características e estratégias próprias que os tornam adequados para diferentes tipos de problemas.

2.2.3. Métodos híbridos

Os métodos híbridos, também conhecidos como heurísticas híbridas, podem combinar técnicas exatas de otimização com métodos aproximados, ou combinar diferentes métodos aproximados, sempre buscando explorar o espaço de soluções de forma mais eficiente (TALBI, 2009)

Por exemplo, um algoritmo genético pode ser combinado com um método de programação inteira para gerar soluções melhores do que as obtidas por uma das técnicas isoladamente.

2.2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

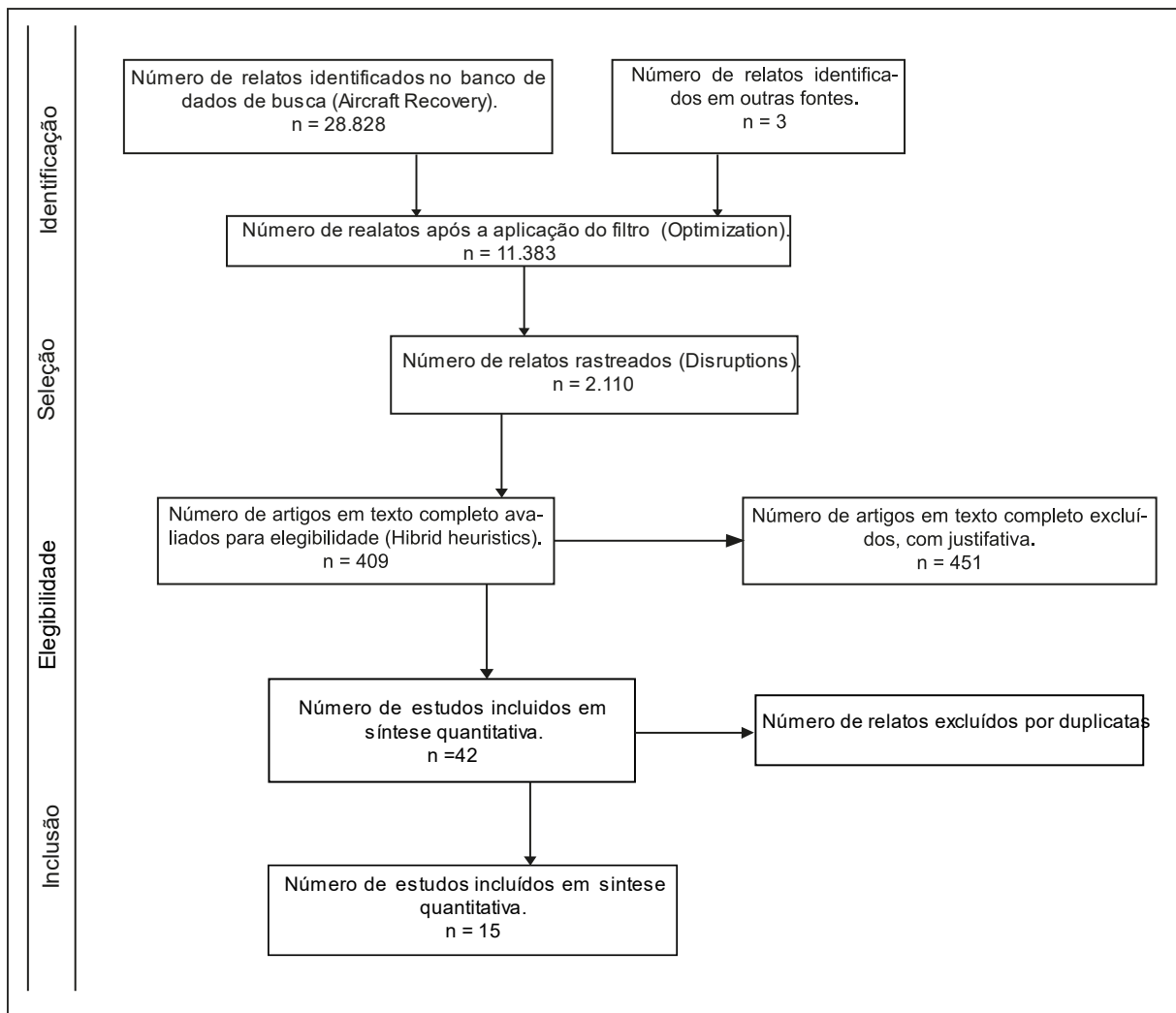
Para a elaboração da revisão bibliográfica sobre o tema ARP considerou-se a metodologia *Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses* (PRISMA), que fornece diretrizes claras para a identificação, seleção e avaliação da qualidade dos estudos que serão incluídos na revisão sistemática (PAGE et al., 2021).

A pesquisa foi conduzida nos portais de periódicos Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e *ScienceDirect*. Inicialmente foi realizada uma busca em português, entretanto sem resultados encontrados. Em seguida, uma nova pesquisa foi realizada utilizando os termos *aircraft recovery, optimization, disruptions, Hybrid Heuristic* ordenados por ordem de relevância.

Considerando as palavras-chave mencionadas, foram selecionados 409 trabalhos de um total de 28.828 de ambos os bancos de dados e 3 de outras fontes. As fontes externas foram fundamentais para a construção do conhecimento teórico e prático sobre a gestão aeroportuária e trouxeram uma variedade de perspectivas. Além disso, essas fontes fornecem dados reais, que foram essenciais para a construção de modelos e soluções eficazes para os desafios da gestão aeroportuária.

A Figura 2 representa o fluxograma PRISMA adotado para a seleção dos trabalhos acadêmicos, com resumo dos parâmetros considerados.

Figura 2 – Fluxograma PRISMA.



Fonte: Autoria própria (2023)

No processo de seleção dos estudos, os seguintes passos foram seguidos:

1. Palavra-chave "*aircraft recovery*": Nesta etapa, são identificados estudos que abordam o tema de recuperação de aeronaves, incluindo estudos

sobre o planejamento, otimização, solução de problemas e avaliação de alternativas para recuperação de aeronaves.

2. Palavra-chave "*optimization*": Aqui, são identificados estudos que abordam a otimização de diferentes aspectos da recuperação de aeronaves, como a otimização de rotas, de tempo de voo, de recursos e de outras variáveis relacionadas.
3. Palavra-chave "*disruption*": Esta etapa envolve a identificação de estudos que tratam das interrupções ou perturbações no processo de recuperação de aeronaves, incluindo estudos sobre a avaliação e o gerenciamento de riscos, a minimização de danos e outras questões relacionadas.
4. Palavra-chave "*Hybrid Heuristic*": Nesta etapa, são identificados estudos que abordam o uso de heurísticas híbridas para solução de problemas na recuperação de aeronaves, incluindo estudos sobre a combinação de técnicas de otimização e solução de problemas para melhorar a eficiência e a eficácia da recuperação de aeronaves.

Em suma, o método PRISMA é uma ferramenta importante para a realização de revisões bibliográficas sistemáticas, garantindo a identificação de todas as evidências disponíveis sobre um determinado tema. Sua estrutura padronizada e rigorosa permite a replicação do estudo, aumentando a transparência e confiabilidade do processo. Além disso, a utilização do PRISMA ajuda a minimizar a possibilidade de enviesamento na seleção de artigos e permite uma análise mais completa dos estudos incluídos

Foram analisados os títulos e resumos de 42 trabalhos selecionados. Trabalhos que não antederam aos critérios de inclusão ou que tenham baixa qualidade, como falta de dados, metodologia inadequada ou que não abordavam o ARP como problemática e resolução principal foram descartados. A seguir ilustra-se uma breve descrição dos principais trabalhos incluídos na síntese quantitativa para a definição do problema e métodos de solução.

2.4. AIRCRAFT RECOVERY PROBLEM

A formulação do *Aircraft Recovery Problem* (ARP) é essencial para o entendimento do problema e para a busca de soluções eficientes. Conforme descrito por Vink (2021), o ARP pode ser definido como a necessidade da empresa aérea de

lidar com interrupções que afetam o cronograma original de voos. Para isso, é preciso determinar quais voos atrasar ou cancelar, além de reatribuir aeronaves disponíveis aos voos para minimizar os custos associados às interrupções, incluindo os custos com tripulação reserva e aeronaves sobressalentes. Além disso, é importante minimizar os custos relacionados à recuperação de passageiros e evitar a insatisfação dos clientes.

O ARP é um problema de operações em tempo real, onde qualquer atraso deve ser notificado e soluções devem ser elaboradas no menor tempo possível. As decisões que levam a uma possível solução são tomadas em tempo real, podendo envolver a realocação, a realização de voos em atraso ou o cancelamento dos voos afetados.

O primeiro trabalho na área de recuperação de aeronaves foi desenvolvido por Teodorovic e Guberinic (1984), no qual os autores propuseram um método baseado *em branch and bound* para resolver um problema relacionado a oitos voos com objetivo de minimizar o atraso de passageiros.

Teodorovic e Stojkovic (1990) ampliaram a formulação do problema ao considerar cancelamentos de voos como uma ação de recuperação e programar o horário de funcionamento dos aeroportos como uma restrição, em que limita a saída de aeronaves de uma estação caso a soma do horário de saída e a duração do voo ultrapasse o horário de funcionamento da estação destino. Utilizaram programação dinâmica para minimizar o número de voos cancelados e o atraso de passageiros. O novo modelo foi testado em uma rede com 80 voos e 14 aeronaves idênticas.

Redes de fluxo permitiram transformar o problema de recuperação de aeronaves em um plano bidimensional. Jarrah e Yu (1993) apresentaram dois novos modelos de fluxo de rede com custo mínimo, com o objetivo de solucionar uma rede perturbada por atrasos e cancelamentos. Ambos os modelos permitem múltiplos atrasos de voos, troca de aeronaves e inserção de aeronaves sobressalentes. Os custos de atraso de voo incluem os custos de atrasos dos trechos anteriores e subsequentes de uma mesma rota. Os objetivos dos dois modelos são minimizar os custos gerados pelo atraso de aeronaves, sendo que o primeiro modelo determina a solução com o menor atraso e o segundo, com menor número de cancelamentos. A principal desvantagem dos métodos é a incapacidade de considerar simultaneamente atrasos globais e cancelamentos.

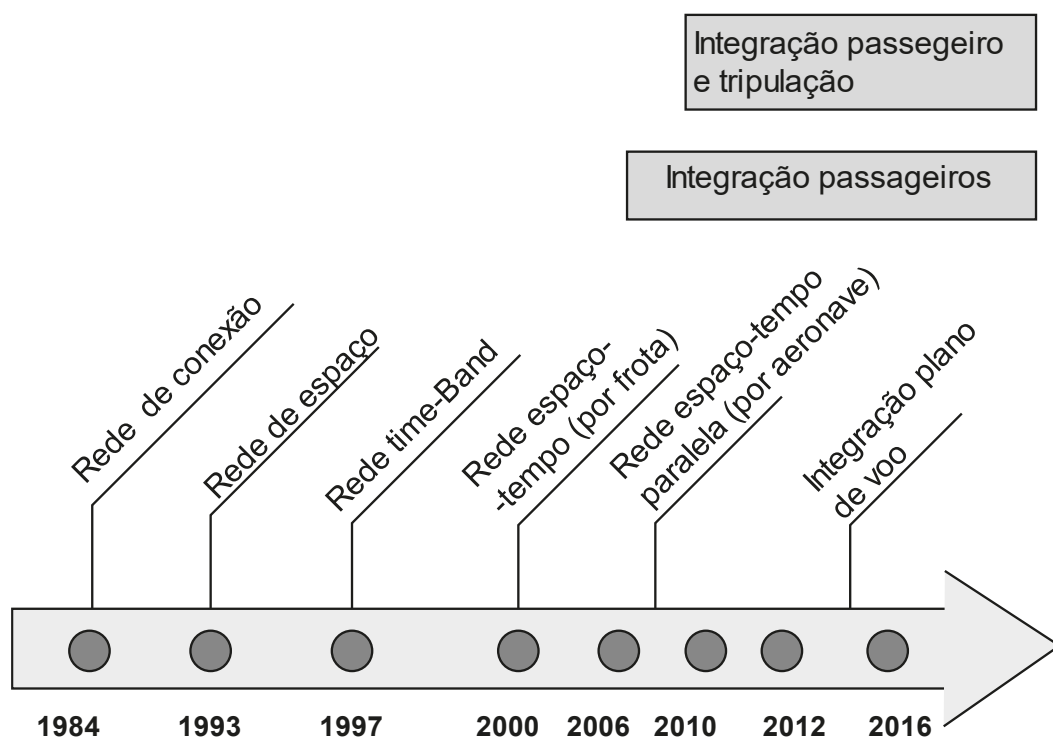
Yan e Yang (1996) incorporaram tanto atrasos quanto cancelamentos em sua metodologia. O modelo proposto é formulado como um problema de programação inteira modelado através de uma rede espaço-tempo, em que os nós representam posições temporais de um aeroporto na rede, e os arcos, as atividades realizadas.

Antes do trabalho apresentado por Arguello et al. (1997), os domínios das soluções eram limitados entre 100 e 200 voos. No entanto, Arguello et al. expandiu esses limites ao utilizar meta-heurística, aumentando o domínio para mais de 2.000 voos e frotas com dezenas de aeronaves.

Thengvall et al. (2000) foi o primeiro a utilizar redes de espaço-temporais paralelas para problemas de múltiplas frotas. Os autores utilizaram uma abordagem de programação inteira mista

Arguello, Bard e Yu (2001) desenvolveram uma rede de cálculo do tipo espaço-tempo definida como *time band*, para resolver atrasos em solo. Semelhante à uma rede de espaço-tempo, contudo apenas arcos que correspondem aos voos são criados e os nós representam todas as atividades exercidas em um aeroporto dentro de um determinado intervalo de tempo (*Time band*).

Figura 3 – Linha temporal do desenvolvimento dos modelos ARP.



Fonte: Adaptado Vink et al. (2020)

O avanço da tecnologia computacional nas últimas décadas aumentou a capacidade e a velocidade de processamento de dados, o que possibilitou a incorporação de aspectos operacionais em modelos de recuperação. Na Figura 3 ilustra-se uma breve descrição da evolução dos modelos para o ARP.

Os estudos identificados na metodologia Prisma contribuíram para a compreensão e formulação mais ampla do problema, fornecendo soluções e perspectivas diversas. Cada estudo, após a generalização, concentrou-se em métodos específicos que não serão abordados neste trabalho.

Arguello et al. (1997) teve um impacto significativo nos estudos sobre o ARP. Por esse motivo, os próximos capítulos deste trabalho abordaram seu trabalho, que foi fundamental para a resolução do problema em larga escala. Foram discutidos a definição do ARP utilizada por Arguello et al. (1998), a construção de sua banda de tempo, o modelo matemático e a metodologia utilizada para resolver o problema.

2.5. BIBLIOTECA MIP

A biblioteca Python-MIP, ou simplesmente MIP, foi desenvolvida pelos professores Haroldo G. Santos e Tulio A. M Toffolo da Universidade Federal de Ouro Preto (SANTOS e TOFFOLO, 2020).

A biblioteca fornece ferramentas para modelagem e solução de Problemas de Programação Linear Inteira Mista (*Mixed Integer Programming* - MIP) em Python. Está incluído na biblioteca o *solver* de programação linear COIN-OR - CLP, que é atualmente o solucionador de programação linear de código aberto mais rápido, e o solucionador COIN-OR *Branch-and-Cut* - CBC, um solucionador MIP altamente configurável. Ele também funciona com o solucionador MIP Gurobi de última geração.

O uso da biblioteca Python-MIP facilita o desenvolvimento de solucionadores de alto desempenho baseados em MIP para aplicativos personalizados, fornecendo uma integração estreita com os algoritmos *branch-and-cut* dos solucionadores suportados. A seguir serão descritos os passos principais para a criação de modelos de programação linear inteira mista, incluindo a criação de variáveis, restrições e função objetivo.

O modelo é representado pela classe "Model" e pode ser criado com configurações padrão, tais como objetivo de minimização e o solver CBC. É possível, ainda, alterar as configurações de objetivo e selecionar um solver específico:

```
m = Model(sense = MAXIMIZE, solver_name = CBC) # use GRB for Gurobi (1)
```

As variáveis de decisão são incluídas no modelo utilizando o método "add_var()", que permite criar variáveis contínuas, inteiras ou binárias. É possível especificar limites inferior e superior, além de nomear as variáveis.

```
z = m.add_var(name = 'zCost', var_type = INTEGER, lb = -10, ub = 10) (2)
```

As restrições do problema são expressões lineares que relacionam as variáveis de decisão e utilizam operadores de igualdade, maior ou igual e menor ou igual. Em problemas de engenharia, é frequente utilizar expressões de somatório para modelar essas restrições. Na otimização, a função "xsum()" é uma opção para criar restrições de soma.

```
m += xsum(w[i] * x[i] for i in range(n)) <= c (3)
```

A função objetivo é, por padrão, de minimização. Entretanto, é possível alterar a direção da otimização utilizando as funções "minimize()" e "maximize()". Também é possível alterar a direção da otimização definindo a propriedade "sense" do modelo.

```
m.objective = minimize(xsum(c[i] * x[i] for i in range(n))) (4)
```

```
m.objective = maximize(xsum(c[i] * x[i] for i in range(n))) (5)
```

Além disso, é possível incluir geradores de cortes e restrições preguiçosas para lidar com formulações fortes que possuem um número exponencial de restrições. Também é possível integrar heurísticas para fornecer soluções viáveis iniciais ao solucionador MIP. Todos esses recursos podem ser utilizados sem a necessidade de alterar uma única linha de código, funcionando perfeitamente nos motores de solução CBC e Gurobi.

3. CARACTERIZAÇÃO E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA ARP

O *Aircraft Recovery Problem* (ARP) é um problema de programação inteira mista (MIP) que se concentra na recuperação de voos em uma companhia aérea após um evento disruptivo, como mau tempo, problemas técnicos ou greves. A solução para o ARP envolve reorganizar a programação da companhia aérea e seus recursos, incluindo aeronaves e tripulação, para minimizar o número de voos cancelados ou atrasados, garantindo ao mesmo tempo que as restrições operacionais e regulatórias sejam respeitadas.

A seleção de um método ou modelo específico depende das características e das restrições operacionais do problema em questão. Portanto, a seleção do método adequado para resolver o ARP pode ser um desafio e requer uma compreensão sólida dos métodos e modelos disponíveis, bem como uma análise detalhada dos dados e das restrições operacionais.

A ARP é um problema complexo, que envolve múltiplas restrições e variáveis de decisão, o que torna necessário uma caracterização e formulação precisa do problema para que seja possível aplicar técnicas de otimização e encontrar soluções eficientes e viáveis.

Este trabalho se baseou na metodologia desenvolvida por Arguello, Bard e Yu (1998) com o objetivo de minimizar os custos associados à retribuição de aeronaves irregulares (Aeronaves que por motivo de forças mecânicas ou climáticas não possam seguir com o planejamento original). Arguello, Bard e Yu (1998) utilizaram um modelo de *time band*. O objetivo deste método é encontrar um novo plano de atribuição de aeronaves que retorne ao planejamento original, considerando um atraso ocorrido e visando a sua execução no menor custo possível até o final do dia. É importante salientar que, caso não seja possível retornar ao planejamento original, haverá impacto no planejamento do dia seguinte. O planejamento do dia seguinte utiliza o posicionamento das aeronaves do dia anterior para realizar o planejamento operacional.

3.1. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Os dados de entrada do problema consistem em um cronograma de voos a ser utilizado como base, custos de atraso e cancelamento de voos, designações de aeronaves, custos de substituição de aeronaves e lista de aeronaves disponíveis.

Toda a rede de voos é considerada para a busca de possíveis soluções. A saída consiste em um novo planejamento de menor custo para a realocação das aeronaves no cronograma original.

A política da companhia aérea de manter o planejamento original do dia seguinte impõe a restrição de equilíbrio da aeronave, que deve ser atendida por meio de redistribuição de aeronaves após uma inoperação. Essa restrição determina o horizonte de tempo para considerar a redistribuição de aeronaves, que coincide com o final do dia atual.

Diversas alternativas podem ser consideradas, tais como a redistribuição de aeronaves originalmente designadas para outros voos, o atraso de voos ou o cancelamento de voos.

Uma solução satisfatória é aquela que restaura o cronograma original da companhia aérea, garantindo que ela seja capaz de cumprir todos os seus voos programados conforme inicialmente planejado para o dia seguinte.

Quando uma aeronave está inoperante, são conhecidas as localizações de todas as aeronaves e dos voos programados para as quais estão designadas. Supõe-se que haja um número limitado de aeronaves sobressalentes, não atribuídas e disponíveis. Essas aeronaves podem ser utilizadas como substitutas de outras aeronaves que estejam inoperantes e/ou designadas, se necessário.

O horário de voo e as rotas atribuídas determinam a localização esperada da aeronave ao final do dia para cumprir os voos programados no dia seguinte. O balanceamento de aeronaves é um processo fundamental na gestão de aeroportos e consiste em garantir que o número de aeronaves que chegam e partem de uma estação seja equilibrado e corresponda aos valores previamente programados pelas companhias aéreas.

Isso é importante para garantir a eficiência das operações aeroportuárias e evitar atrasos e sobrecargas em determinados horários ou locais. O balanceamento pode ser realizado em diferentes níveis, como em uma única estação ou em todo o

sistema aeroportuário, levando em consideração fatores como as características das aeronaves, a capacidade das pistas e dos terminais, e as demandas de tráfego aéreo.

Outras restrições podem limitar a reatribuição de aeronaves. A primeira delas é o tempo mínimo de retorno, ou seja, o intervalo mínimo de tempo que uma aeronave deve aguardar após seu pouso (chegada) antes de poder decolar novamente (saída). Essa restrição de tempo mínimo pode ser aplicada em todo o sistema, ou para uma frota ou estação específica.

A segunda restrição, refere-se à flexibilidade da companhia aérea em permitir substituições entre frotas. Em algumas circunstâncias, essas substituições podem ser vantajosas.

A prática de *ferrying* (transporte de aeronaves de um local para outro através de voos, muitas vezes utilizando voos vazios, com o objetivo de atender às necessidades operacionais da empresa aérea.) também afeta o número de reatribuições viáveis. O *ferrying* é a ação de realocar aeronaves vazias e pode ser usado para mover uma aeronave para uma estação onde ocorra uma escassez ou para uma estação que possa fornecer um serviço de manutenção programada. No entanto, esta prática não será analisada neste trabalho.

Os requisitos das estações são considerados no planejamento da alocação de aeronaves. Estes requisitos envolvem os horários de operação e o horário de encerramento podendo ser gerais ou específicos para cada tipo de frota.

Os horários de operação estabelecem os horários permitidos para partidas de uma estação, enquanto os horários de encerramento indicam quando as partidas não são permitidas (toque de recolher).

Uma rota de aeronave é considerada viável se todas as partidas na rota puderem ser realizadas antes do início do horário de encerramento das respectivas estações.

Uma outra condição de viabilidade para o roteamento de aeronaves é a conectividade da rota, que se refere à necessidade de que o destino do primeiro voo em uma rota coincida com a origem do próximo voo.

Portanto, um roteamento de aeronave só será considerado viável se estiver conectado corretamente, respeitar os tempos mínimos de retorno e não violar o toque de recolher da estação correspondente.

Uma solução (roteamento) do ARP consiste em um conjunto de rotas de aeronaves, uma para cada aeronave disponível. Para ser considerada viável, cada roteamento deve satisfazer as condições de viabilidade mencionadas anteriormente.

Além disso, cada voo programado deve ser atribuído a, no máximo, uma rota, e qualquer voo que não seja atribuído é considerado cancelado. Por último, a solução deve garantir o equilíbrio das aeronaves. Ao final do dia, é necessário que a aeronave alocada em uma estação terminal esteja na estação indicada após a implementação da nova rota, de modo que todas as estações possuam um número igual de aeronaves no final do período de planejamento.

Para alcançar o objetivo de encontrar a solução de menor custo para o problema em questão, é necessário fornecer funções de custo para cada alternativa considerada para cada voo. Isso significa que para cada voo, é necessário fornecer uma função de custo para atraso, cancelamento e substituição de aeronave.

Com base nos custos associados a cada possível resposta aos atrasos de aeronaves, é possível avaliar a reatribuição de aeronaves para voos regulares. Implícitos em cada rota de aeronave estão os horários de partida e chegada que a aeronave designada poderá cumprir para cada voo na rota.

Esses horários determinam os possíveis custos de atraso associados à rota, bem como quaisquer custos de substituição se outras aeronaves tiverem sido originalmente atribuídas a alguns dos voos. Os voos que não se encaixam nas rotas atribuídas às aeronaves são cancelados, e os custos resultantes são adicionados ao custo total de cada rota atribuída.

Esses custos determinam o custo das soluções viáveis para o problema em consideração, que visa encontrar uma solução de menor custo.

3.2. MODELO DE REDE

Uma representação visual pode ser útil para uma melhor compreensão e desenvolvimento de um modelo alternativo para o problema de roteamento de aeronaves irregulares.

Na rede proposta, as aeronaves são posicionadas nas estações onde estão disponíveis e todas as aeronaves em uma estação têm acesso a todos os voos dessa estação.

Para facilitar o entendimento e formulação do modelo de rede para o ARP, apresenta-se inicialmente alguns conceitos básicos sobre modelagem de problemas de redes.

3.2.1. Nós

Um vértice em um grafo é simplesmente um ponto ou um objeto abstrato que representa uma entidade do mundo real, essa entidade pode ser o estado de um objeto, uma localização.

Em sua proposta, Arguello et al. (1998) categorizou os nós da seguinte maneira:

- Nós fonte de aeronaves: Representam um nó para cada aeronave disponível localizada na estação de partida, considerando os aeroportos como as fontes das aeronaves;
- Nós de chegada: Correspondem a cada voo que chega à estação;
- Nós de cancelamento: Os nós de cancelamentos são criados para cada estação que serve como fonte para o fluxo de cancelamento
- Nós de origem: Representam por um nó correspondente à partida de cada voo;
- Nó Terminal: é criado um nó de destino para cada estação que servirá como ponto final da rota.

3.2.2. Arcos

Uma aresta em um grafo é um par ordenado de vértices que representa uma conexão entre esses vértices. As arestas podem ter direção (denominadas arcos) ou não (denominadas arestas não-direcionadas).

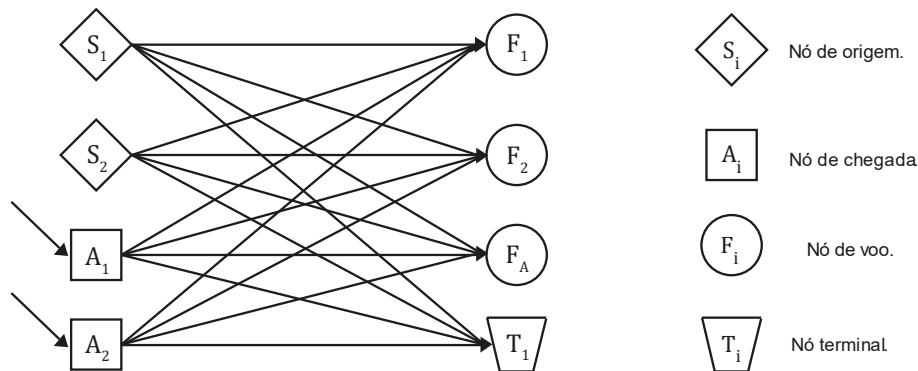
Arguello et al. (1998) categorizou os arcos considerados no modelo da seguinte maneira:

- Arcos de origem das aeronaves: Conectam arcos de fontes de aeronaves com os nós de origem na mesma estação;
- Arcos de origem de cancelamento: Conectam os nós de cancelamento aos nós de origem na mesma estação;

- Arcos de conexão: Conectam os nós de chegada aos nós de origem na mesma estação;
- Arcos de voos: Conectam cada nó de origem ao seu nó de chegada correspondente;
- Arcos terminais: Conectam cada nó fonte e nó de chegada em uma estação com o nó terminal para aquela estação.

3.2.2. Exemplo – Representação de estação em modelo de rede

Figura 4 – Arcos e Nós.



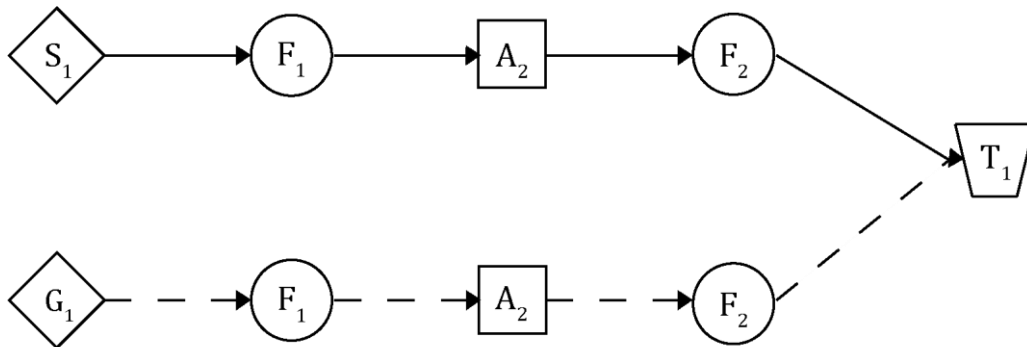
Fonte: Adaptado Arguelo (1998)

Na Figura **Erro! Fonte de referência não encontrada.** apresenta-se um modelo de rede para um nó estação (aeroporto) No nó S_1 é representada a aeronave de origem, conectada a três possíveis nós de voo, sendo que cada nó de voo pode representar uma posição ou horário de voo diferente.

G_2 representa o fluxo correspondente ao cancelamento do voo. Quando o voo é cancelado, essa informação é carregada durante todo o processo de fluxo, e ele não pode mais operar durante o horizonte de eventos. T_1 representa um nó terminal na rede.

Cada voo é representado por um arco de chegada que conecta um nó de voo a um nó de chegada correspondente. Tanto o nó de chegada quanto o nó de origem têm um arco de partida que conecta o nó de chegada a um nó de voo, que por sua vez se conecta novamente a um nó de chegada correspondente.

Figura 5 – Fluxo padrão x Fluxo de atraso.



Fonte: Autoria própria (2023)

Na Figura Figura 5 ilustra-se o fluxo de um voo, e que o nó de início do voo pode ser representado pelo nó S_1 , indicando que a aeronave está deixando sua origem programada. No entanto, se o início for representado pelo nó G_1 , significa que o voo foi cancelado, e essa informação deve ser transmitida durante todo o fluxo, notificando a todos sobre o cancelamento.

3.3. MODELO *TIME BAND*

Uma rede *time band* assume que o horizonte de eventos é dividido em faixas de tempo de tamanho fixo e que sejam fornecidas as seguintes informações (dados de entrada):

- Os dados de voos contem a identificação do voo, a origem, o destino, os horários programados de partida e chegada e a função utilizada para o cálculo do custo de atraso;
- Uma lista de aeronaves disponíveis incluindo hora e localização;
- Uma lista de dados da estação com o horário de funcionamento.

Tendo garantidas as premissas listadas acima, é possível transformar o ARP em uma rede *time band*.

Para aplicar o algoritmo proposto por Arguello, Bard e Yu (1998), é necessário ter uma lista de nós (L), um tempo mínimo de *turn over* em minutos (MTT), uma função de atraso do voo k por unidade de tempo ($DLC(t)$) e, por fim, uma função de custo de atraso do voo k do nó i até o nó j ($d(k, i, j)$).

O algoritmo proposto por Arguello et al. (1998) de construção de uma rede *time band* pode ser dividido em três etapas, a saber: Transformação, Agregação de nós e Inserção de nós terminais, conforme descrito no pseudocódigo a seguir.

Pseudocódigo 1: Construindo redes *Time Band*

1	<i>Transformação</i>
2	<i>Inicialização</i>
3	<i>Leitura dos dados e criação de nós, organização e inserção dos nós associando as informações de cada nó</i>
4	<i>Inserção de arcos entre nós e arcos de atraso</i>
5	<i>Agregação de nós</i>
6	<i>Caso exista mais de um nó sem partidas agregar em um nó</i>
7	<i>Inserção de arcos terminais</i>

Fonte: Adaptado Arguelo (1998)

A primeira etapa do algoritmo (linha 2) pode ser chamada de inicialização da rede. Nesse passo a lista é criada vazia. Para cada aeronave (incluindo aeronaves de reposição), é criado um nó de estação "*n*" para o aeroporto correspondente, bem como um tempo de disponibilidade é marcado. Se o nó já pertence à lista *L*, o tempo de disponibilidade é atualizado com o tempo mais cedo disponível. Caso contrário, o nó é adicionado à lista *L* e ordenado em ordem decrescente de tempo.

Em seguida (linha 3) realiza-se a escolha dos nós utilizando um algoritmo de Dijkstra para determinar o caminho mais curto em um grafo com pesos não negativos a partir de um vértice de origem.

Na linha 5, implementa-se a agregação de nós. Após o processamento de todos os nós na lista *L* e a criação de seus arcos correspondentes, a lista de nós *L* pode ser limpa.

A ideia da agregação de nós é combinar nós na mesma estação em um único nó, com tempo disponível mínimo e tempo de chegada máximo. Isso é feito para reduzir a complexidade do problema, uma vez que não é necessário considerar cada nó individualmente.

Por fim, na linha 7 criam-se os arcos de terminação do grafo. Primeiro, cria-se uma lista de nós estação a um nó estação terminal e seus tempos de disponibilidade mínimos. Para fazer isso, ele configura sobre cada estação, encontra

todos os nós na lista de nós L que correspondem a essa estação e estação terminal e, em seguida, determina o tempo mínimo de disponibilidade entre esses nós. Se não houver nós para a estação e estação terminal, o tempo mínimo é definido como 0.

A construção da rede *time band* pode ser realizada de maneira eficiente em operações de complexidade $O(mnt)$, em que m é o número de estações, n é o número de voos e t é a relação entre o horizonte de eventos e o tamanho do segmento de tempo.

A etapa de inicialização é principalmente dedicada à ordenação dos nós da estação. Como há, no máximo, r desses nós (onde r é o número de aeronaves disponíveis), isso pode ser realizado em tempo $O(r \log r)$.

Enquanto o processo de transformação usa, no máximo, $t \times r$ nós e $(t - 1) \times (n + m)$ arcos. Portanto, o esforço necessário para concluir a transformação é polinomial em relação ao número de voos, estações e intervalos de tempo.

A rede resultante é composta por dois tipos de nós: nós estação e nós terminal. Cada nó estação tem arcos de saída conectando-o a outros nós estação. Esses arcos representam os voos programados a partir da estação de partida.

O número desses arcos de voo para cada nó estação corresponde ao número total de voos programados para partir da estação durante o horizonte de tempo considerado.

Cada nó estação tem um número igual de arcos de saída para uma estação específica, representando a disponibilidade de cada voo para cada segmento de tempo em que a aeronave está disponível.

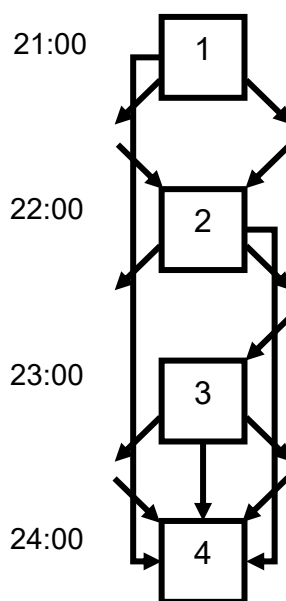
Os nós estação podem não ser conectados por arcos de entrada direcionados a eles. A ausência desses arcos indica que a aeronave disponível já se encontra em solo, enquanto os nós com os arcos representam as aeronaves disponíveis devido à chegada de voos.

Cada nó estação possui um arco direcionado para seu respectivo nó terminal. Ao contrário dos nós estação, um nó terminal não precisa representar um único segmento de tempo. Estes abrangem todos os segmentos de tempo em que as aeronaves podem pousar em uma estação, mas não decolar, devido às restrições operacionais do aeroporto. Portanto, os nós terminais não possuem arcos de saída.

O nó terminal representa o ponto final tanto para as aeronaves que estão em voo, quanto para as aeronaves que estão disponíveis durante um período anterior ao horizonte de eventos e não possuem alocação de voo.

A Figura 6 representa uma rede de fluxo de tempo para uma estação, na qual o horizonte de tempo se estende desde as 21:00 horas até o final do dia de operação. Supõe-se que o tempo mínimo de operações em solo seja de 30 minutos e o horário limite de operação seja às 00:00 horas.

Figura 6 – Rede *time band* para uma estação



Fonte: Adaptado Arguello et al. (1998)

O intervalo de tempo definido é de uma hora, e os nós 1, 2 e 3 representam estações que se encontram em intervalos de uma hora. O nó 4 representa um nó terminal. O nó 1 indica que uma ou mais aeronaves já estão posicionadas na estação e ficarão disponíveis às 21:00 horas. Às 22:00 horas, os dois arcos de saída do nó 1 indicam que dois voos foram programados para partir da estação 1 às 21:00 horas. O arco que sai do nó 1 e conecta ao nó 4 indica que a aeronave disponível não tem programação para partida e permanecerá na estação.

Os nós 2 e 3 possuem, respectivamente, dois e um arco de chegada, indicando a possibilidade de dois voos chegarem entre 22:00 e 23:00 horas e um voo chegar entre 23:00 e 00:00 hora. Considerando que o aeroporto encerra seu funcionamento às 00:00 hora, espera-se que o voo do nó 3 chegue antes das 23:30. Caso contrário, nenhum arco de partida poderá ser originado do nó 3 e os nós 3 e 4 poderiam ser mesclados em um único nó terminal.

Assim como o nó 1, os nós 2 e 3 também possuem arcos que os conectam diretamente ao nó terminal 4, indicando que as aeronaves disponíveis após as 22:00

horas podem terminar na estação. Os arcos voos para o nó 4 indicam que as aeronaves que atenderam esses voos terminaram no nó 4. É importante destacar que um voo pode pousar a qualquer momento após 00:00 hora, no entanto, para decolar, o voo precisa estar pronto antes das 00:00 horas.

O nó terminal agrega todas as atividades posteriores ao horário de partida, abrangendo tanto as chegadas de voos após o encerramento das atividades do aeroporto, quanto como coletor para todas as aeronaves que permanecerem na estação correspondente além do horário de funcionamento.

O processo de transformação da rede de fluxo de tempo utiliza a convenção da primeira chegada para determinar a viabilidade de uma aeronave em uma estação. Ao marcar a estação com o horário mais cedo disponível, é possível determinar o primeiro ponto em que as aeronaves estarão disponíveis na faixa de tempo.

A partir desse momento, são determinados os horários de partida para todos os voos fora do segmento de tempo, bem como o atraso associado a cada voo. Assim, supõe-se que todas as aeronaves possam começar a prestar serviço a um voo exatamente no mesmo horário que a aeronave mais cedo disponível na banda de tempo correspondente.

Essa convenção subestimar o tempo de atraso para cada conexão em no máximo a diferença entre as chegadas mais cedo e mais tarde das aeronaves no segmento de tempo. Isso ocorre porque os custos de atraso colocados em um arco de voo são para qualquer aeronave que possa ser atribuída ao voo, o que implica que cada rota de aeronave nesta rede tem um custo de atraso associado que não pode ser maior do que o custo de atraso real da rota.

Embora um nó estação indique a viabilidade de aeronaves, não é possível determinar o número de aeronaves disponíveis durante um segmento específico de tempo apenas com análise. Da mesma forma, os requisitos terminais para uma aeronave não podem ser determinados simplesmente olhando para a rede de faixa de tempo. É necessário fornecer a oferta e a demanda de aeronaves para cada estação e nós terminais, respectivamente.

A oferta de aeronaves para um nó estação representa o número de aeronaves necessárias para atender ao serviço durante o segmento de tempo correspondente. Já a demanda de aeronaves para um nó terminal se refere aos requisitos de terminação de aeronaves para o saldo final da estação.

Uma rede de fluxo de tempo é uma representação gráfica da operação irregular do ARP. Se a faixa de tempo for escolhida de forma muito estreita, o número de trajetórias viáveis para atribuição de aeronaves será limitado apenas pelas restrições de viabilidade original. O atraso e o custo de atendimento serão modelados de maneira precisa, assim uma rede com faixa de tempo estreita gera uma representação exata do problema. No entanto, o tamanho da rede aumenta à medida que a faixa de tempo diminui, criando um trade-off entre tamanho e precisão da rede

3.3.1 Modelo matemático *time band* ARP

Uma representação matemática pode ser criada a partir de uma rede *time band*. Esse modelo também pode ser útil para obter limites inferiores precisos quando os custos de atraso são aproximados devido às faixas de tempo maiores.

A seguir serão listados os índices, conjuntos, parâmetros variáveis utilizados para a formulação do Modelo *time band* para o ARP

Índices e conjuntos:

- i, j : índices de nós;
- k : índice de voo.

Conjuntos:

- F : conjunto de voos;
- $G(i)$: conjunto dos voos originários do nó estação-fluxo i ;
- $H(k, i)$: conjunto de nós destinos do voo k originário do nó estação-fluxo i ;
- I : conjunto de nós estação-fluxo;
- J : conjunto de nós estação-terminal;
- $L(i)$: conjunto de voos terminando no nó i ;
- $M(k, i)$: conjunto originário do no estação-fluxo para voos k terminando no nó i ;
- $P(k)$: conjunto de nós estação-fluxo de onde se origina o voo k ;
- $Q(k)$: conjunto de nós estação-fluxo na estação que contém um nó estação terminal i .

Parâmetros:

- a_i : número de aeronaves que estarão disponíveis no nó i ;
- c_k : custo de cancelamento do voo k ;

- d_{ij}^k : custo do delay do voo k de uma estação-fluxo nó i para o nó j ;
- h_i : número de aeronaves requeridas ao terminar o horizonte de eventos na estação terminal i .

Variáveis:

- x_{ij}^k : Fluxo de aeronaves pertencente ao voo k do saindo da estação i para o nó j ;
- y_k : Indicador de cancelamento do voo k ;
- z_i : Fluxo de aeronaves do nó estação i para o nó terminal na mesma estação.

As variáveis x_{ij}^k e z_i indicam o uso de recursos de aeronaves ao longo dos arcos da rede. A variável z_i indica o número de aeronaves disponíveis em um determinado segmento da rede que não foram alocadas para voos pelo restante do dia. Isso é análogo a dizer que as aeronaves que ficam disponíveis em um nó i e seguem diretamente para um nó terminal correspondente.

Já a variável x_{ij}^k indica a designação de uma aeronave disponível no segmento de tempo i para o voo k . Isso é análogo a uma aeronave voando do nó estação i pelo voo k com destino ao nó estação j .

As variáveis y_k são variáveis artificiais auxiliares, pois ajudam a capturar o custo de cancelamento para voos aos quais as aeronaves não podem ser atribuídas de maneira eficiente em termos de custos.

A modelagem matemática utilizada é representa um modelo fluxo em redes, mas que incorpora os indicadores de cancelamento de voos, representados pela variável y_k , seguindo a definição original do problema.

O Modelo *time band* para o ARP é então dado pelas Equações (6)-(12).

Arguello et al. (1998) baseou a maior parte do modelo diretamente da rede de fluxo de tempo, construindo os conjuntos através da inspeção das incidências dos nós e arcos da rede. O parâmetro d_{ij}^k é o único que precisa ser obrigatoriamente calculado, enquanto os outros parâmetros são dados de entradas diretas para o problema.

A função objetivo definida na Equação (6) minimiza a soma dos custos totais de atraso para os voos atribuídos e os custos totais de cancelamento para os voos não atribuídos.

$$\text{Minimize } \sum_{k \in F} \sum_{i \in P(k)} \sum_{j \in H(k,i)} d_{ij}^k x_{ij}^k + \sum_{k \in F} c_k y_k \quad (6)$$

Sujeito à:

$$\sum_{i \in P(k)} \sum_{j \in H(k,i)} x_{ij}^k + y_k = 1, \quad \forall k \in F \quad (7)$$

$$\sum_{k \in G(i)} \sum_{j \in H(k,i)} x_{ij}^k + z_i - \sum_{k \in L(i)} \sum_{j \in M(k,i)} x_{ji}^k = a_i, \quad \forall i \in I \quad (8)$$

$$\sum_{k \in L(i)} \sum_{j \in M(k,i)} x_{ij}^k + \sum_{j \in Q(i)} z_j = h_i, \quad \forall i \in J \quad (9)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\}, \quad \forall k \in F, i \in I, j \in H(k,i) \quad (10)$$

$$y_k \in \{0,1\}, \quad \forall k \in F \quad (11)$$

$$z_i \in Z_+, \quad \forall i \in I \quad (12)$$

As equações (8) e (9) garantem a conservação do fluxo restrito na rede. A primeira equação implica fluxo de aeronaves ao longo dos arcos de voo e para o correspondente nó terminal subtraído o fluxo para o nó de tempo-estação, deve ser igual ao número de aeronaves já presentes na estação, mas disponíveis durante o respectivo segmento de tempo associado. Já a restrição (9) impõe o equilíbrio de aeronaves exigindo que o fluxo de aeronaves em cada nó estação terminal seja igual ao número de aeronaves que devem ser terminadas na estação correspondente.

As três últimas restrições definem o domínio das variáveis. As restrições (10) e (6) impõem que o fluxo de aeronaves ao longo dos arcos de voos e o indicador de cancelamento sejam binários. A restrição (12) exige que as variáveis z_i sejam números inteiros não negativos. É possível que algumas vezes essas variáveis z_i possam assumir um valor maior que 1, caso mais de uma aeronave fique disponível em um nó estação específico e nenhuma atribuição de voo seja feita para essas aeronaves.

Embora possa parecer intuitivo e arbitrário, este modelo é um problema de programação inteira difícil. Se as variáveis de cancelamento e restrição de cobertura de voos forem removidas da formulação, restará um problema de fluxo de custo mínimo de um único produto superiormente limitado. Isso significa que uma técnica de decomposição pode ser útil para encontrar soluções para o problema (Arguello et al. 1998).

Uma solução para este problema envolve fluxos que se originam nos nós de estação onde há oferta de aeronaves e terminam em um nó terminal. Cada rota que parte de um nó estação e chega a um nó terminal representa uma atribuição específica de rota de voo para uma aeronave disponibilizada no nó estação de origem. O verdadeiro custo de cada rota de voo pode ser calculado determinando os custos de atraso e cancelamento com base em partidas e chegadas reais para cada voo da rota.

As soluções geradas para a rede de fluxo temporal podem não ser viáveis para o problema original (O problema original não possui a agregação de tempo em bandas). É possível que as rotas de voo criadas pela rede *time band* violem as restrições de horários de chegada e partida das estações, uma vez que a convenção de "chegada mais cedo" utilizada na transformação permite partidas antecipadas em relação àquelas que são realmente possíveis. Além disso, toda solução para a rede *time band* terá um custo não maior do que seu custo verdadeiro correspondente, também por causa da convenção de "chegada mais cedo".

A solução do modelo *time band* pode diferir da solução do problema original em alguns casos, especialmente quando se trata do modelo *time band*. Na maioria das vezes, a solução encontrada é inferior ao ótimo do problema original, devido às subestimações do custo de atraso.

Se o modelo de banda de tempo for redundante, podem existir múltiplos ótimos, cada um com custos verdadeiros distintos. Isso pode ocorrer quando vários caminhos fluem pelo mesmo nó de tempo da estação, com pelo menos dois caminhos tendo horários de chegada de aeronaves diferentes. Cada caminho para o nó pode se conectar a cada um dos caminhos de saída do nó, mas os custos reais de atraso podem variar de acordo com os horários de chegada reais. Para encontrar o ótimo do problema original, pode ser necessário encontrar todos os ótimos de banda de tempo.

Por ser um modelo em que utiliza intervalos de tempo de tamanho variados, quanto maior o intervalo menor será a precisão dos custos de atraso. Além do modelo matemático para obter uma solução para esse problema, é necessária a realização

de um roteamento. Esse roteamento é criado construindo fluxos na rede de tempo e atribuindo cada fluxo a uma única aeronave disponível. Esse processo é essencial para garantir que as aeronaves sejam direcionadas de forma eficiente e segura para as suas rotas designadas. O procedimento de construção de roteamento é crucial para a implementação prática do *Aircraft Recovery Problem* e fornece as rotas atribuídas para cada uma das aeronaves disponíveis. O resultado do pseudocódigo 2 consiste nas rotas atribuídas a cada uma das aeronaves.

Pseudocódigo 2: Roteamento de aeronaves

1	Entrada de dados
2	Criação de um elemento auxiliar para guardar informações.
3	Adicionar informações em listar R .
4	Ordenar lista em ordem crescente de tempo de disponibilidade da aeronave.
5	Otimizar voos e aeronaves.

Fonte: Adaptado Arguelo (1998)

É importante ressaltar que a escolha dos métodos heurísticos para solucionar o ARP se deve à sua capacidade de encontrar soluções aceitáveis em um tempo reduzido, já que o problema é considerado NP-difícil.

A teoria da complexidade computacional estuda o tempo necessário para resolver problemas computacionais. Em particular, a classe de problemas P é composta pelos problemas que podem ser resolvidos em tempo polinomial em função da quantidade de dados do problema (ou seja, o tempo necessário para resolver o problema cresce proporcionalmente n^k , em que n é a quantidade de dados de entrada do problema, e k é uma constante positiva), enquanto a classe NP é composta pelos problemas que não podem ser resolvidos em tempo polinomial.

Arguello et al. (1998) afirma, que as soluções utilizando o modelo matemático PLI não será eficiente para instâncias de grande porte. Mesmo com a obtenção de limites inferiores por meio da relaxação LP, é indispensável encontrar soluções viáveis que possam ser comparadas a esses limites, para avaliar a eficácia dos algoritmos propostos. É importante ressaltar que o uso de métodos heurísticos é essencial para lidar com exemplos ou instâncias grandes, que ultrapassam a capacidade de resolução computacional para um modelo matemático PLI.

Com base na caracterização e formulação do problema ARP apresentada, é possível compreender a complexidade desse desafio de recuperação de voos em uma companhia aérea após eventos disruptivos. O ARP é um problema que envolve múltiplas restrições e variáveis de decisão, exigindo uma caracterização precisa e uma formulação adequada para a aplicação de técnicas de otimização. Nesse contexto, o próximo Capítulo utilizou os dados e definições apresentados para a criação de um programa em Python utilizando o modelo de Programação Inteira Mista (MIP), com o objetivo de encontrar soluções eficientes e viáveis para o ARP.

4. IMPLEMENTAÇÃO ALGORITMO MIP-ARP

Para solucionar o ARP foi proposto o desenvolvimento de um algoritmo em Python utilizando-se dos ambientes de desenvolvimento integrado (IDE) Anaconda e Spyder nas versões 5.2.2.

O algoritmo implementado utiliza a biblioteca MIP apresentada na seção 2.3, que consiste em ferramentas específicas para o desenvolvimento de programas para resolver problemas de otimização com função objetivo e restrições lineares, e considerar variáveis contínuas e discretas (inclusive binárias) em Python.

Além disso, utilizou-se um algoritmo de criação de grafos, detalhado no Apêndice A para gerar um grafo que fornece as informações necessárias para entrada de dados do modelo de otimização, ou seja, para definir os índices e conjuntos utilizados no Modelo *time band* ARP definido nas Equações (6)-(12). Os nós na rede *time band* são divididos em dois tipos:

- Nós de fluxo: Os nós que representam origem ou passagem de voos;
- Nós terminais: Representam os nós que a aeronave concluirá suas ações dentro do horizonte de planejamento.

É importante ressaltar que, no desenvolvimento do modelo, a prática de *ferry* não foi levada em consideração.

Nas seções a seguir apresenta-se o grafo gerado para representação do problema base e detalha-se os conjuntos e parâmetros para melhor entendimento da formulação do modelo de otimização com uso da biblioteca MIP, bem como o formato dos dados utilizados nas restrições e funções objetivos.

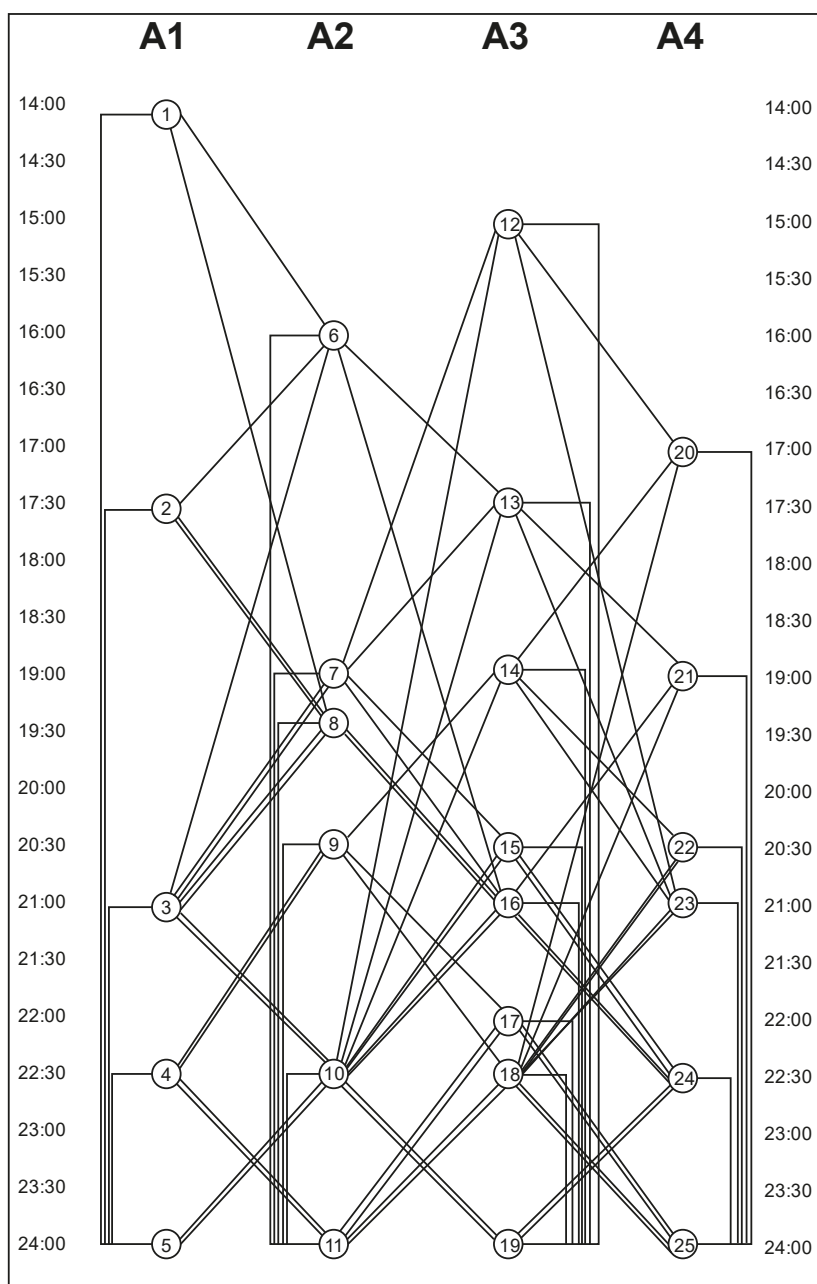
4.1. CONJUNTOS E PARÂMETROS

Para melhor entendimento e associação das informações dos conjuntos e parâmetros utilizados como entrada para a elaboração do modelo de otimização no

algoritmo, considerou-se o seguinte grafo gerado por Arguello e Bard (2001), o qual está ilustrado na Figura a seguir.

A Figura 7 representa a rede de aproximação de faixas de tempo criada para o problema de exemplo. Cada nó de tempo de estação representa trinta minutos a partir do início do tempo associado. Por exemplo, o nó 1 representa o intervalo de tempo das 14:00h às 14:29h. Nessa rede, os nós 5, 11, 19 e 24 correspondem a estações-destino(Nós terminais), enquanto todos os outros nós representam os nós rede de fluxo.

Figura 7 – Grafo: Representação dos voos possíveis



Fonte: Arguello e Bard (2001)

A definição correta dos conjuntos utilizados é a base para que o algoritmo executado possa trazer uma solução factível para o Modelo *time band* (6)-(12), pois os elementos destes conjuntos que determinam os índices de variação dos laços de repetição utilizados no algoritmo, tendo forte relação com as possibilidades de roteamento (explicado no Capítulo 3).

Além disso, também carregam as informações que indicam se um voo é possível de existir ou não.

É importante destacar ainda, que a relação entre conjuntos varia de acordo com o voo e a caracterização do nó em questão. Portanto, um mesmo nó pode conter informações diferentes dependendo do voo considerado.

Uma visão simplista ao se observar a representação da rede *time band* ilustrada na Figura 7 pode nos levar a acreditar que os voos são representados pelos arcos no grafo. Porém, isso dificulta a compreensão das possibilidades e escolhas de nós. Na verdade, os voos são representados por conjuntos de pares de nós, ou seja, possuem vários arcos.

Por exemplo, na rede ilustrada na Figura 7, o voo "voo11" é representado pelos pares de nós [1,6], [1,8], [1,5], [2,8], [3,10] e [4,11]. O arco entre os nós [1,5] só é utilizado caso o 'voo11' seja cancelado, corroborando que o voo não está associado ao arco, mas sim ao conjunto de nós que representam sua origem e seu destino final.

Por isso, o algoritmo aqui desenvolvido inicia definindo os conjuntos e parâmetros utilizados na definição do Modelo *time band* (6)-(12):

- I : conjunto de nós estação-fluxo;
- J : conjunto de nós estação-terminal, que, no grafo, são representados pelos nós 5, 11, 19 e 25;
- F : conjunto de voos;
- F : conjunto de voos, sendo que cada voo é identificado por seu itinerário original e identificador. Se houver um atraso no voo, um arco diferente será utilizado, mas o identificador original ainda será mantido.

Os demais conjuntos são definidos utilizando-se dicionários e tuplas, que são estruturas de dados em Python que permitem armazenar conjuntos de elementos, semelhantes às listas. A principal diferença é que as tuplas são imutáveis, o que significa que seus elementos não podem ser alterados após a criação da tupla.

O conjunto G , considerado na definição do Modelo *time band* (6)-(12), é definido como um dicionário que relaciona uma lista de voos. Essa relação indica o possível nó de origem para os voos do conjunto F que são viáveis no nó indicado. Por exemplo, o nó 1 pode ser a origem do 'voo11', enquanto o nó 2 pode ser a origem dos voos 'voo11' e 'voo22'. Já o nó 7 pode ser a origem dos voos 'voo12', 'voo14', 'voo21' e 'voo23'.

Da mesma forma, o conjunto H é definido como um dicionário que utiliza tuplas de dois elementos, representando um voo viável e um nó de partida, indicando os possíveis nós de destino para essa dupla. Algumas tuplas podem ter mais de um destino saindo do mesmo voo. Devido à natureza da rede de fluxo de tempo, os dois destinos mencionados se referem à próxima atividade da aeronave e o horário que essa atividade será realizada, não representando atrasos. Por exemplo, o 'voo11' saindo do nó 1 pode ter como destinos os nós 6 e 8. Arcos que ligam o mesmo aeroporto só são permitidos entre nós de fluxo e nós terminais.

O conjunto L é definido como um dicionário que associa todos os nós e suas possibilidades de chegada para um voo. Por exemplo, o nó 1 será vazio, pois só existem arcos de saída e não de chegadas no nó, enquanto o nó 8 terá três possibilidades de voos caso ocorram: 'voo11', 'voo12' e 'voo14'.

O conjunto M é um dicionário de tuplas que relaciona um voo a um nó de chegada e devolve o possível nó de origem do voo. O conjunto M é semelhante ao conjunto H , porém utiliza a visão inversa para os arcos e nós.

O conjunto P é um dicionário que representa todas as possibilidades de origem para um voo k , sendo que cada origem que não seja a do itinerário original terá um custo de atraso. Por exemplo, o 'voo11' pode ter origem nos nós 1, 2, 3 e 4. O conjunto P está intimamente relacionado ao conjunto G , pois enquanto o conjunto G relaciona o nó aos voos, o conjunto P relaciona os voos aos nós.

Por fim, o conjunto Q é um dicionário que relaciona os voos e os nós de um mesmo aeroporto que possuem um arco para o nó terminal do mesmo aeroporto.

Na sequência, definem-se os parâmetros do problema:

- O parâmetro a representa a quantidade de aviões disponíveis no início do horizonte de planejamento. Conforme mencionado anteriormente, somente os nós 1, 6 e 12 possuem a igual a 1, indicando o início do planejamento;

- Já o parâmetro c é um dicionário que associa a cada voo o custo de cancelamento;
- O parâmetro d é um dicionário formado por uma tupla tripla que relaciona cada voo, o nó de partida e o nó de chegada ao custo de atraso de cada voo;
- Por fim, o parâmetro h representa a demanda de cada nó terminal, sendo fundamental que a aeronave esteja no aeroporto correto para garantir o adequado andamento do planejamento no dia seguinte.

Destaca-se ainda, que foi identificada a necessidade de se criar um conjunto de voos artificiais, que indicam a movimentação entre os nós dentro do mesmo aeroporto. Esses voos permitem que um voo entre em um nó e saia do aeroporto por outro nó. Os voos fictícios estão identificados como "vooA1", "vooA2", "vooA3" e "vooA4".

4.2. VARIÁVEIS, FUNÇÃO OBJETIVO E RESTRIÇÕES

Após a criação dos conjuntos e parâmetros necessários, criam-se as variáveis de decisão utilizando-se dicionários.

Nesse dicionário, a chave é uma tupla tripla (i, j, k) e o valor é a variável $x_{i,j}^k$ criada no modelo utilizando o método `'add_var'`. Essas variáveis são binárias e, por isso, é utilizado o comando `'var_type=BINARY'`. Ao utilizar um laço for com os conjuntos I, J e K cria-se uma variável para cada combinação de i, j e k .

Além disso, são criadas as variáveis de decisão y_k , que indicam se o voo k será cancelado ou não. Novamente, como essas variáveis são binárias, é utilizado o comando `'var_type=BINARY'`.

Por fim, são criadas as variáveis de decisão z_i , que representam o fluxo de aeronaves do nó i para o nó terminal na mesma estação. Como a biblioteca MIP tem como configuração *default* considerar as variáveis contínuas, não é necessário explicitar o tipo para essa variável.

Após criar as variáveis de decisão é necessário especificar a função objetivo. Para isso, considera-se o comando `'model.objective = minimize(...)'`, que para o problema aqui considerado, consiste da soma ponderada dos custos de atraso e cancelamento dos voos. Para considerar um problema de maximização, basta substituir o parâmetro *minimize* por *maximize*.

Para a modelagem das restrições operacionais, tais como a disponibilidade de aeronaves, a capacidade de manutenção e a alocação de recursos, considera-se a função 'xsum', uma funcionalidade que permite somar uma expressão linear formada por várias variáveis de decisão. Neste caso, utilizamos a função para somar a expressão $d_{i,j} * x_{i,j}^k$ para todas as combinações de i, j e k em seus respectivos conjuntos, utilizando-se laços de repetições. Além disso, utilizamos a função 'xsum' para somar a expressão $c_k * y_k$ para todos os elementos do conjunto F , que representa o custo de cancelamento de cada voo.

Para acessar as informações dos conjuntos, utilizamos a forma de acesso '.get(),[]' para evitar possíveis erros. Ou seja, caso a restrição tente acessar um conjunto que não existe, a função irá criar automaticamente uma variável vazia.

Utilizando a estrutura mencionada anteriormente e os dados fornecidos por Arguello et al. (1998), desenvolveu-se um programa em Python com o objetivo de otimizar um novo planejamento diante do cancelamento de uma aeronave. O próximo capítulo apresentará os resultados obtidos e uma análise detalhada dos mesmos. O código Python completo para a implementação do MIP-ARP está disponível no Apêndice D.

5. RESULTADOS

O programa foi executado para os três cenários utilizados por Arguello et al. (1998). Os dados da instância utilizada para ilustração dos resultados são os mesmos considerados e em Arguello et al. (1998), conforme ilustrado no Quadro 2.

Arguello et al. apresentou uma programação para esse exemplo, sendo que o custo de cancelamento utilizado é uma função do número de passageiros em cada voo. A carga de passageiros para cada voo foi determinada aleatoriamente, assumindo-se que a aeronave 1 está na estação AAA, a aeronave 2 está na estação BBB e a aeronave 3 está na estação CCC no início do horizonte de planejamento.

Quadro 2 – Programação instância exemplo

Aeronave	Voo	Origem	Destino	Hora partida	Hora chegada	Custo cancelamento.
1	11	A1	A2	14:10	15:20	7.350
	12	A2	A3	16:05	17:00	10.231
	13	A3	A2	17:40	18:40	7.434
	14	A2	A1	19:20	20:35	14.191
2	21	A2	A1	15:45	17:00	11.198
	22	A1	A2	17:40	18:50	12.985
	23	A2	A3	19:30	20:30	11.491
	24	A3	A2	21:15	22:15	9.581
3	31	A3	A4	15:15	16:20	9.996
	32	A4	A3	17:30	18:30	15.180
	33	A3	A4	19:10	20:20	17.375
	34	A4	A3	21:00	22:05	15.624

Fonte: Adaptado Arguello et al. (1998)

5.1. CENÁRIOS CONSIDERADOS

A mesma rede é usada para os três cenários considerados, sendo a única diferença a oferta e demanda de aeronaves em cada nó:

- No Cenário 1, por exemplo, a oferta de aeronaves a_i é 0 para todos os nós de tempo de estação, exceto $a_6 = a_{12} = 1$. Da mesma forma, as demandas $h_{11} = h_{19} = 1$ e todos os outros $h_i = 0$;

- No Cenário 2 a oferta de aeronaves a_i é 0 para todos os nós de tempo de estação, exceto $a_1 = a_{12} = 1$. Da mesma forma, as demandas $h_5 = h_{19} = 1$ e todos os outros $h_i = 0$;
- No Cenário 3 a oferta de aeronaves a_i é 0 para todos os nós de tempo de estação, exceto $a_1 = a_6 = 1$. Da mesma forma, as demandas $h_5 = h_{11} = 1$ e todos os outros $h_i = 0$;

5.1.1. Cenário 1

Para o Cenário 1, a aeronave 1 foi removida do conjunto de oferta e demanda, o que resulta em uma alteração no valor do conjunto a_1 , que era igual a 1 no planejamento original e passará a ser igual a 0. Consequentemente, o valor de h_5 também será zerado, já que a aeronave não sairá do solo.

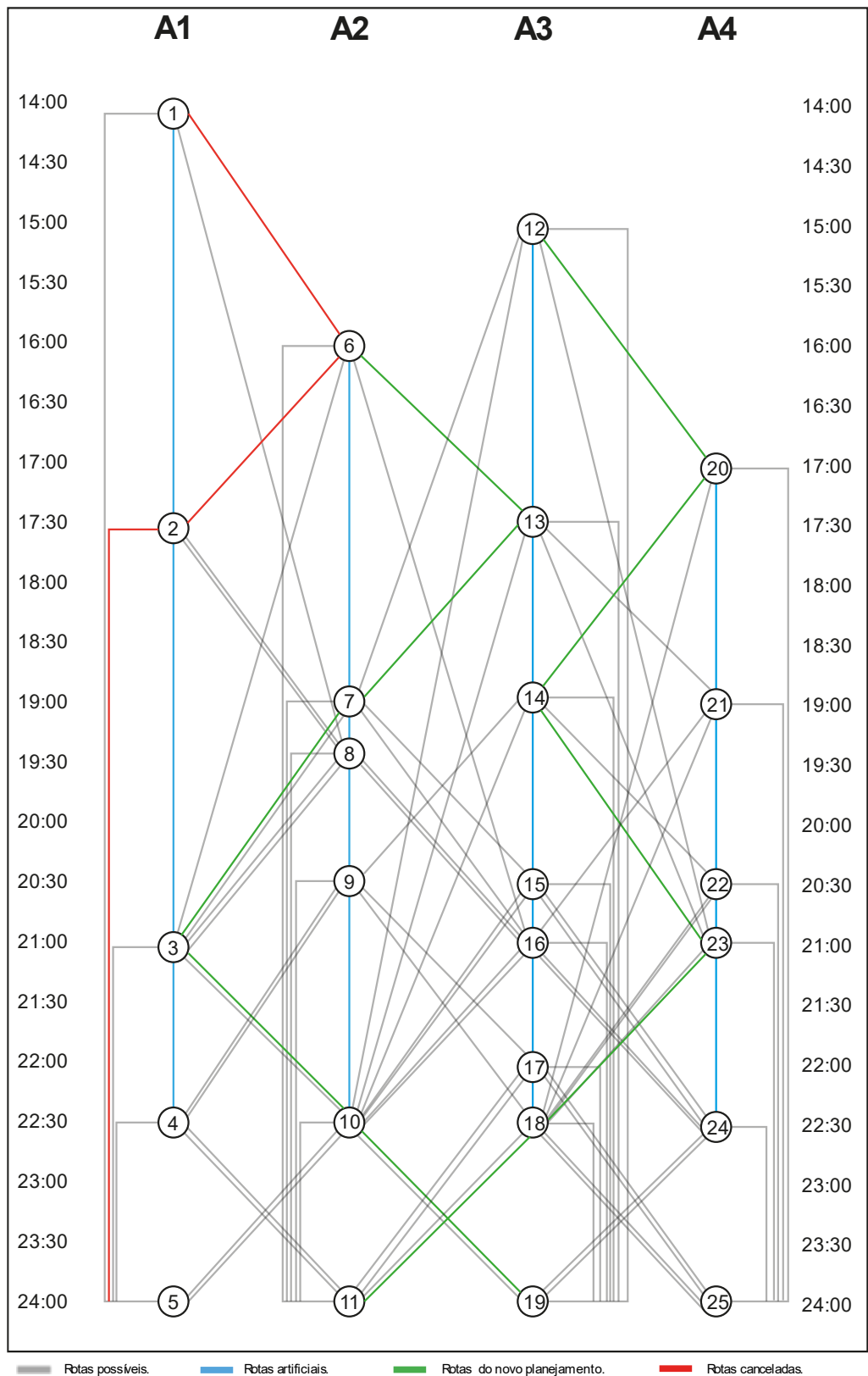
O modelo que foi processado pelo solver possui 33 restrições e 87 variáveis. O solver utilizou duas restrições fixas e duas substituições no modelo para resolver o problema e construiu um grafo de conflito para ajudar a encontrar a solução ótima. O tempo gasto para encontrar a melhor solução foi de 0.08 segundos. O Quadro 5 mostra o novo planejamento utilizado para a recuperação dos voos. EXPLICAR A FIGURA 9 COMO EXEMPLO BASE PARA OUTROS CENÁRIOS.

Quadro 3 – Resultados MIP-ARP Cenário 1

Aeronave	Voo	Origem	Destino	Hora partida	Hora chegada	Custo de atraso.	Custo cancelamento.
1	11	A1	A2	-	-	-	7.350
	21	A2	A1	-	-	-	11.189
2	12	A2	A3	16:05	17:00	-	-
	13	A3	A2	17:40	18:40	-	-
	14	A2	A1	19:20	20:35	-	-
	22	A1	A2	21:15	22:25	4.300	-
	23	A2	A3	23:05	00:05	3.700	-
3	31	A3	A4	15:15	16:20	-	-
	32	A4	A3	17:30	18:30	-	-
	33	A3	A4	19:10	20:20	-	-
	34	A4	A3	21:00	22:05	-	-
	24	A3	A2	22:45	23:45	1.500	-

Fonte: Autoria própria (2023)

Figura 8 – Time band resultante Cenário 1



Fonte: Autoria própria (2023)

A aeronave inicialmente designada para o voo no nó 1 é removida, resultando no cancelamento dos voos 11, percorrendo os nós [1,6], e posteriormente o cancelamento do voo 21, seguindo a rota pelos nós [6,2]. O fluxo de cancelamento continua no aeroporto A1, utilizando os nós [2,5], indicando que a aeronave 1 não será mais utilizada.

A aeronave 2 está presente no aeroporto A2 e pode ser utilizada em qualquer voo não cancelado. O voo 12 é o primeiro da rota, percorrendo os nós [6,13], sem apresentar custo de atraso. Agora, com a aeronave no nó 13, o voo 13 decola utilizando os nós [13,7]. Localizada no nó 7, o voo 14 é selecionado, partindo do nó 7 e pousando no nó 3. Em seguida, o voo 22 é adicionado à rota, passando pelos nós [3,10], com um custo de atraso de 4.300. O voo 24 é o último voo da rota para a aeronave 2, saindo do nó 10 e pousando no nó terminal 19, com um custo de atraso de 3.700.

A aeronave 3 está pronta para ser utilizada no aeroporto A3. O primeiro voo da rota é o voo 31, decolando do nó 12 e pousando no nó 20. Em seguida, é selecionado o voo 32, que decola do nó 20 e pousa no nó 14. Novamente, um novo voo é adicionado à aeronave 3, o voo 33, partindo do nó 14 e chegando ao nó 23. O voo 34 é realizado pela aeronave 3, com destino ao nó 18, e, por fim, o voo 24, com destino ao nó 11, é adicionado. O voo 24 é o único da aeronave 3 que sofre atraso, com um valor de 1.500.

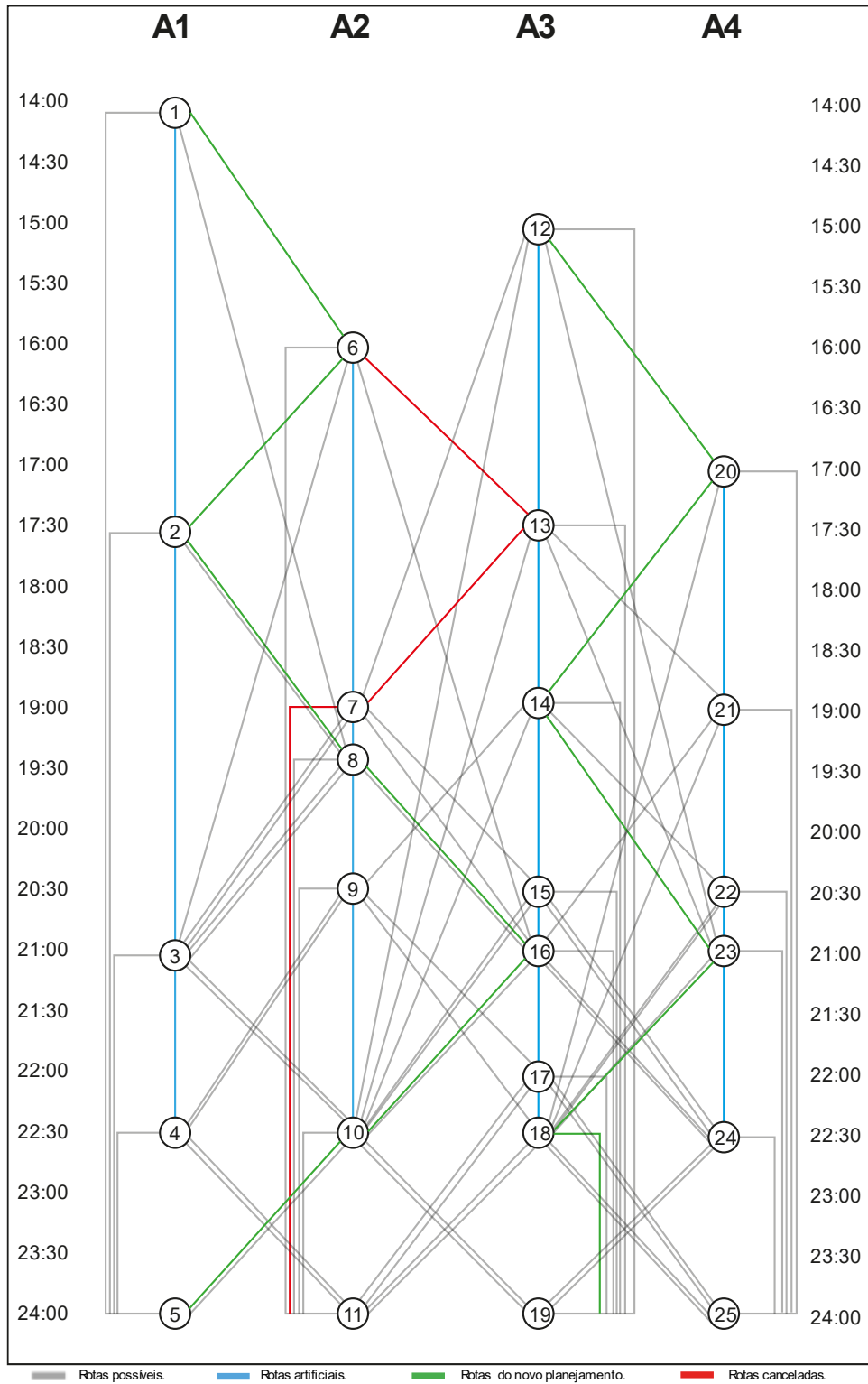
Como resultado, houve a ocorrência de 2 voos cancelados e 3 voos saindo com atraso, nenhum voo artificial foi utilizado, resultando em uma solução para a função objetivo com custo de 28.050.

5.1.2. Cenário 2

Para o Cenário 2, a aeronave 2 foi removida do conjunto de oferta e demanda, o que resulta em uma alteração no valor do conjunto a_6 , que era igual a 1 no planejamento original e passará a ser igual a 0. Conseqüentemente, o valor de h_{11} também será zerado, já que a aeronave não sairá do solo.

Para segundo cenário, o solver encontrou uma soma muito pequena de infeasibilidades, o que indica que o problema atual é viável.

Figura 9 – *Time band* resultante Cenário 2



Fonte: Autoria própria (2023)

Quadro 4 – Resultados MIP-TRASP Cenário 2

Aeronave	Voo	Origem	Destino	Hora partida	Hora chegada	Custo de atraso.	Custo cancelamento.
1	11	A1	A2	14:10	15:20	-	-
	21	A2	A1	16:00	17:15	300	-
	22	A1	A2	17:55	19:05	300	-
	23	A2	A3	19:45	20:45	-	-
	24	A3	A2	21:25	22:25	-	-
	14	A2	A1	23:05	00:20	3.900	-
2	12	A2	A3	-	-	-	10.231
	13	A3	A2	-	-	-	7.434
3	31	A3	A4	15:15	16:20	-	-
	32	A4	A3	17:30	18:30	-	-
	33	A3	A4	19:10	20:20	-	-
	34	A4	A3	21:00	22:05	-	-

Fonte: Autoria própria (2023)

Além disso, foi construído um grafo de conflito para o MIP em questão, com densidade de 2,607%. O problema possui 34 restrições e 90 variáveis, sendo que foram explorados 478 pontos de decisão na árvore de busca.

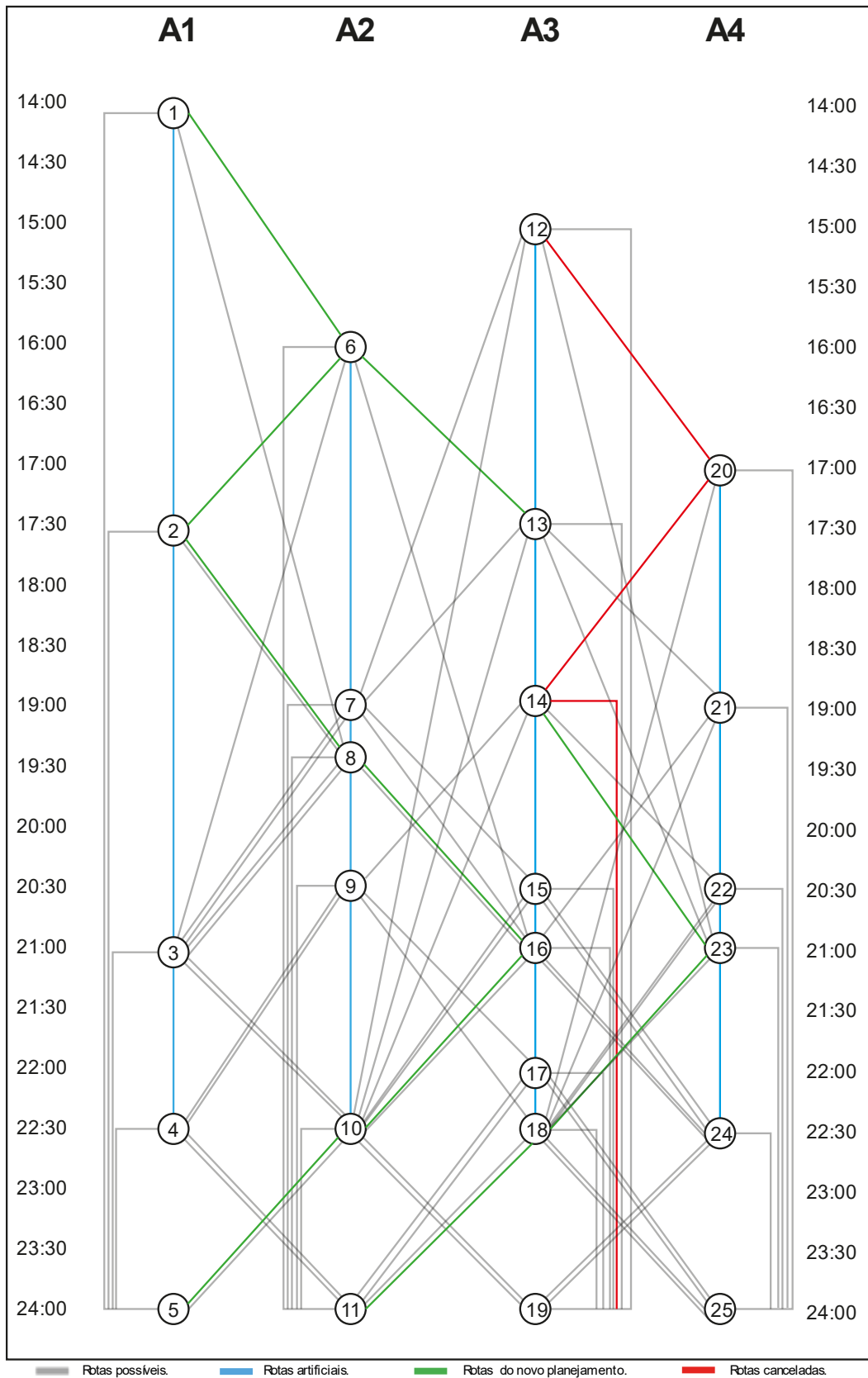
O solver levou cerca de 2.24 segundos para encontrar a melhor solução possível. No quadro 4 apresenta-se o novo planejamento, no qual nenhum voo artificial precisou ser utilizado, dois voos foram cancelados e cinco voos saíram atrasados. A função objetivo apresentou um valor de custo igual a 22176 em unidade monetária.

5.1.3. Cenário 3

Por fim no Cenário 3, a aeronave 3 foi removida do conjunto de oferta e demanda, o que resulta em uma alteração no valor do conjunto a_{12} , que era igual a 1 no planejamento original e passará a ser igual a 0. Consequentemente, o valor de h_{19} também será zerado, já que a aeronave não sairá do solo.

Para o Cenário 3, o solver processou um modelo com 31 restrições, 79 variáveis e 206 elementos. Foi obtido o somatório da violação das restrições do problema em relação à solução atual, que resultou em um valor muito pequeno, indicando que a solução encontrada está próxima da ótima.

Figura 10 – *Time band* resultante Cenário 3



Fonte: Autoria própria (2023)

O tempo total gasto para encontrar a solução foi de apenas 0.002 segundos. O quadro 7 apresenta o novo planejamento encontrado pelo solver, onde o voo artificial A3 foi utilizado, a aeronave 2 pousou no nó 13 e decolou pelo nó 14, conforme ilustrado na Figura 11. Assim como nos cenários anteriores, dois voos foram cancelados e três saíram com atraso.

Quadro 5 – Resultados MIP-ARP Cenário 3

Aeronave	Voo	Origem	Destino	Hora partida	Hora chegada	Custo de atraso.	Custo cancelamento.
1	11	A1	A2	14:10	15:20	-	-
	12	A2	A3	16:05	17:00	-	-
	33	A3	A4	19:10	20:20	-	-
	34	A4	A3	21:00	22:05	-	-
	24	A3	A2	22:45	23:45	1.500	-
2	21	A2	A1	15:45	17:00	300	-
	22	A1	A2	17:40	18:50	300	-
	23	A2	A3	19:30	20:30	-	-
	13	A3	A2	21:10	22:10	4.100	-
	14	A2	A1	22:50	00:05	3.900	-
3	31	A3	A4	-	-	-	9.996
	32	A4	A3	-	-	-	15.180

Fonte: Autoria própria (2023)

5.2. RESULTADOS OBTIDOS POR ARGUELLO ET AL. (1998)

Arguello et al. (1998) apresentou os custos de atraso associados a cada arco não nulo da rede construída para este problema de exemplo. Para cada um dos três cenários, um modelo de aproximação de banda de tempo foi criado com base nessa rede. As restrições de integralidade foram relaxadas em cada um dos três programas inteiros resultantes e os programas lineares associados foram resolvidos usando o *General Algebraic Modeling System (GAMS)* versão 2.25 para PC.

O custo base que é definido quando uma rota inteira de aeronaves é cancelada para cada um dos cenários, sem realizar um novo planejamento, os valores da função objetivo encontrados tanto por Arguello et al (1998). como pelo programa MIP para cada cenário são apresentados no Quadro 6. É possível observar que existe uma variação entre os valores obtidos. A diferença representa o percentual entre os resultados do programa MIP e os resultados obtidos por Arguello. No Cenário 1, variação é de 2%, no Cenário 2 de 1%, e no Cenário 3 de apenas 0,25%.

Quadro 6 – Valor da função objetivo por cenário para problema relaxado e problema inteiro.

	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3
Cenário Base	39.206	45.255	58.175
Resultado custo atraso + custo cancelamento MIP	28.050	22.176	35.285
Resultado Custo de atraso + custo de cancelamento Arguello	28.639	21.865	35.376

Fonte: Aatoria Própria (2023)

A diferença nos resultados obtidas entre o programa MIP considerado neste trabalho e o algoritmo de Arguello et al., pode ser atribuída ao fato de que o modelo de banda de tempo utilizado é uma aproximação da situação real. Nesse modelo, os eventos são agregados em bandas de tempo de 30 minutos, o que resulta em custos aproximados de atraso de voo. Essa agregação pode levar a subestimação dos custos reais de atraso, o que explica as diferenças entre os custos reais e os custos obtidos pelo programa linear, conforme ilustrado no Quadro 6 para o exemplo considerado.

O algoritmo conseguiu reduzir os custos que se concentravam em apenas em cancelamento (cenário base), com o novo planejamento foi possível reduzir os custos mesclando o cancelamento de voos com atraso. O cenário 1 apresentou uma redução de custo de 28%, enquanto o cenário 2 apresentou uma redução de 51% em relação ao custo base de cancelamento. Por fim, o cenário 3 obteve uma redução de 39% em seus custos.

5.3. DISCUSSÃO

A solução do modelo possibilitou a identificação de uma função objetivo que permitiu a redução de custos, que anteriormente estava associada apenas ao cancelamento de todos os voos designados para a rota de uma aeronave específica. O algoritmo encontrou maneiras de utilizar as aeronaves que não apresentaram irregularidades no planejamento, a fim de minimizar esses custos. Isso envolveu tomar decisões sobre qual voo atrasar, quando atrasar e se o atraso seria mais vantajoso do que o cancelamento.

Ao analisar as Taxas de redução de custo mencionadas no capítulo 2.1 deste trabalho, podemos calcular os valores mínimos e máximos ao aplicar essas reduções.

Para a empresa Gol no ano de 2019, uma redução de 28% representaria um valor mínimo de R\$ 3.596.375, enquanto uma redução de 51% resultaria em um valor máximo de R\$ 6.550.541.

Já para a empresa LATAM, a redução de custo mínima teria um impacto de R\$ 304.832, enquanto o valor máximo seria de R\$ 555.230. Esses cálculos são importantes para compreender o intervalo de possíveis reduções de custo que cada empresa poderia alcançar com base nas porcentagens mencionadas.

Embora os modelos de aproximação possam fornecer resultados úteis e próximos o suficiente da realidade, é necessário ter em mente que eles são apenas aproximações e podem não representar todos os aspectos e detalhes do problema.

Em suma, os cálculos mencionados desempenham um papel crucial no contexto empresarial, permitindo uma compreensão aprofundada do intervalo potencial de redução de custos. Ao fornecerem insights valiosos, essas análises contribuem diretamente para a tomada de decisões estratégicas e a otimização dos recursos financeiros das empresas.

É importante destacar que o uso de modelos de aproximação pode oferecer uma solução viável para problemas complexos, pois reduzem a complexidade computacional e permitem uma análise mais ágil. No entanto, também é crucial reconhecer as limitações desses modelos, especialmente quando se trata de capturar todos os aspectos e detalhes da realidade.

Nesse sentido, esse trabalho ressalta a importância de considerar a precisão dos resultados obtidos por meio de modelos de aproximação, especialmente em situações em que os custos do cenário base e os custos obtidos pelo programa linear podem apresentar diferenças significativas. Os custos subestimados devido à agregação em bandas de tempo podem ter impacto nas decisões e planejamentos baseados nesses resultados.

Portanto, ao utilizar modelos de aproximação, é essencial estar ciente das limitações e realizar uma análise crítica dos resultados obtidos. Compreender as diferenças entre os valores reais e os valores aproximados permite uma avaliação mais precisa das soluções propostas e a tomada de decisões mais informadas.

Por fim, os avanços na área de otimização e modelagem computacional continuam a aprimorar as técnicas de aproximação e a reduzir as discrepâncias entre os resultados obtidos e os valores reais. No entanto, é necessário manter um equilíbrio entre a complexidade computacional e a precisão dos resultados, considerando as

necessidades específicas de cada problema e a disponibilidade de recursos computacionais adequados.

6. CONCLUSÃO

O problema de recuperação das companhias aéreas, conhecido como Aircraft Recovery Problem (ARP), é complexo e envolve estágios sequenciais de recuperação do cronograma, aeronaves, tripulação e passageiros. Uma das etapas consiste em determinar os horários de partida e cancelamento de voos, além de revisar as rotas afetadas pelas aeronaves.

Existem diversos métodos de solução para o ARP, incluindo métodos exatos de otimização, meta-heurísticas, híbridos e sistemas multiagente. É crucial resolver os problemas de recuperação o mais rápido possível, pois soluções tardias podem se tornar inviáveis e impactar as etapas seguintes. O objetivo foi desenvolver um novo planejamento de voos usando a linguagem de programação Python para minimizar os custos gerados pelos atrasos e cancelamentos de aeronaves.

O trabalho apresentou uma revisão sistemática da literatura sobre o ARP baseado na metodologia Prisma, identificou métodos de solução relevantes e apresentou um modelo de representação em rede. Também utilizou um modelo matemático time band ARP para aproximação de resultados e utilizou a biblioteca Python-MIP para resolver o modelo proposto. Foi desenvolvido um algoritmo implementado em Python com o intuito de solucionar o problema de recuperação de aeronaves (ARP). Realizou-se um modelo generalizado para ARP. Estabeleceu-se um modelo generalizado para o ARP, capaz de abranger uma ampla variedade de casos e cenários. Nesse sentido, o modelo foi projetado para requerer apenas a entrada dos conjuntos necessários, proporcionando resultados eficientes e eficazes para todas as situações consideradas, detalhou-se a aplicação em três cenários e os resultados foram comparados.

No primeiro cenário, a aeronave 1 foi removida, resultando no cancelamento de dois voos e atraso em três voos. Nenhum voo artificial foi utilizado, e o custo total foi de 28.050.

No segundo cenário, a aeronave 2 foi removida, resultando no cancelamento de dois voos e atraso em cinco voos. Nenhum voo artificial foi utilizado, e o custo total foi de 22.176.

No terceiro cenário, a aeronave 3 foi removida, resultando no cancelamento de dois voos e atraso em três voos. Um voo artificial foi utilizado, e o custo total foi de 35.285.

Comparando os resultados obtidos pelo programa com os resultados de Arguello et al. (1998), houve uma diferença percentual entre eles. Essa diferença pode ser atribuída à natureza aproximada do modelo utilizado, que agregou eventos em intervalos de tempo de 30 minutos.

Na discussão de resultados destacou-se a importância de considerar a complexidade computacional e as limitações dos modelos de aproximação ao lidar com problemas reais. Embora os modelos de aproximação forneçam resultados úteis, eles podem não capturar todos os aspectos e detalhes do problema real.

O modelo proposto permitiu resolver eficientemente o problema de forma generalizada. Vale ressaltar que a aplicação da revisão sistemática de literatura possibilitou constatar que não foram encontrados trabalhos anteriores que utilizassem a biblioteca MIP para resolver o ARP. Isso destaca a originalidade e a contribuição acadêmica. Além disso, é importante mencionar que o estudo de Arguello et al. (1998) abordou o problema de forma superficial, sem detalhar a modelagem, sem especificar a linguagem de programação ou o otimizador utilizado. Portanto, este trabalho preenche uma lacuna na literatura, ao apresentar uma solução abrangente para o ARP, incorporando uma biblioteca de otimização.

Para trabalhos futuros recomenda-se o uso de conjuntos de dados reais e de maior tamanho, a fim de obter resultados mais abrangentes e representativos. Além disso, seria interessante considerar a ampliação da faixa de tempo utilizada, a fim de capturar variações sazonais e temporais mais significativas. Essas medidas podem contribuir para uma análise mais aprofundada e precisa do problema abordado, permitindo a obtenção de conclusões mais sólidas e aplicáveis. Além da aplicação de meta heurísticas para problemas de grandes dimensões.

REFERÊNCIAS

- ARGUELLO, M. F. **Framework for exact solutions and heuristics for approximate solutions to airlines' irregular operations control aircraft routing problem**. 1997. Tese (Doutorado em filosofia) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade do Texas, Austin, 1997.
- ARGUELLO, M.F.; BARD, J.F; YU, G. Models and Methods For Managing Airline Irregular Operations. **Operation Research in the Airline Industry**, Nova Iorque, v. 9, n. 1, p. 1-45, dez. 1998.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS EMPRESAS AÉREAS. **PANORAMA 2019**. O setor aéreo em dados e análises. São Paulo: ABEAR, 2020.
- BAZARGAN, M. **Airline Operations and Scheduling**. Abingdon: Routledge, 2016.
- BELOBABA, P.; ODoni, A.; BARNHART, C. **The Global Airline Industry**. John Wiley & Sons: Nova Iorque, 2009.
- BLUM, C.; ROLI, A. Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison. **ACM Computing Surveys**, Nova Iorque, v. 35, n 3, p. 268–308, set 2003.
- BRASIL. Ministério dos Transportes. Agência Nacional da Aviação Civil. **Anuário do transporte aéreo 2021**.
- CASTRO, A. J. M; EUGÉNIO O. A multi-agent system for airline operations control. **Advances in Intelligent and Soft Computing**, Berlim, v. 55, p. 159-168. 2009.
- FEO, T. A.; RESENDE, M. G. C. Greedy randomized adaptive search procedures. **Journal of global optimization**, v. 6, n. 2, p. 109-133, mar. 1995
- FESTA, P.; RESENDE, M. G. C. GRASP: an annotated bibliography. **Essays and surveys in metaheuristics**, v. 15, n. 1, p. 325-367, 2002 273-285, 1990.
- HASSAN, L.K.; SANTO, B. F.; VINK, J. Arline disruption management: A literature review and practical challenges. **Computer and Operations Research**. 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.105137>. Acesso em: 20 jan. 2023
- HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução a pesquisa operacional**. São Paulo. Ed. McGraw-Hill, 2006.
- HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à pesquisa operacional** 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.
- JARRAH, A. I. Z.; YU, G.; KRISHNAMURTHY, N.; RAKSHIT, A. A decision support framework for airline flight cancellations and delays. **Transportation Science**, v. 27, n. 3, p. 266-280, ago. 1993.

ORGANIZAÇÃO EUROPEIA PARA SEGURANÇA DA NAVEGAÇÃO AÉREA. **CODA DIGEST 2019**. All-causes delay and cancellations to air transport in Europe. Bruxelas: EUROCONTROL, 2020.

PAGE, M.J.; MCKENZIE, J.E.; BOSSUYT, P.M. et al. The PRISMA 2020 statement: an updated guideline for reporting systematic reviews. **Systematic Reviews**, v. 10, n. 89, 2021. <https://doi.org/10.1186/s13643-021-01626-4>

SANTOS, Haroldo G.; TOFFOLO, T. **Mixed integer linear programming with Python**. Disponível em: <https://media.readthedocs.org/pdf/python-mip/latest/python-mip.pdf>. Acesso em 14 maio 2023.

TALBI, E. G. **Metaheuristics: from design to implementation**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2009.

TEODOROVIC, D.; GUBERINIC, S. Optimal dispatching strategy on Arline Network After Schedule Pertubation. **European Journal of Operational Research**, v. 15, n. 2, p. 178-182, feb. 1984.

TEODOROVIC, D.; STOJKOVIC, G. Model for operational daily Airline scheduling. **Transportation planning and technology**, v. 14, n. 4, p. 273-285, 1990.

THENGVALL, B.G; BARD, J.F; YU, G. Balancing user preferences for aircraft schedule recovery during irregular operations. **IIE Transactions**. 2000. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1007618928820>. Acesso em 08 fev. 2023

TURGUT, E. H.; YANIKOGLU, I. A. **Handbook of Heuristics**. Springer, 2018.

VINK, J. ET AL. *Dynamic Aircraft Recovery Problem* – An operational decision support framework. **Computers and Operations Research**. 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.104892>. Acesso em 20 jan. 2023

WISTON, W. L. **Operations research applications and algorithms**. Belmont. Ed. Brooks/Cole, 2004.

YAN, S.; YANG, D. A decision support framework for handling schedule perturbation. **Transportation research part B: methodological**, v. 30, n. 6, p. 405-419, 1996.

APÊNDICE A – ALGORITMO DE REDE *TIME BAND*

##inicialização##

Para cada aeronave disponível (inclusive sobressalente) faça:

 Criar um nó estação *ST* para a estação e a hora de disponibilidade e marque a hora de disponibilidade

 Se *ST* pertence a *L*

 Marcar o nó associado em *L* com a menor hora de disponibilidade

 Se não

 Faça $L = L \cup ST$

fim

Ordenar *L* em ordem crescente. Em caso de empate, quebrar arbitrariamente.

##seleção de nós##

Enquanto *L* não está vazio faça:

 Remover o primeiro no *ST* em *L*

 Marque *t* = tempo de viabilidade

 Marque *s* = estação representada por *ST*

 Para cada voo partindo da estação *s* faça:

 ##loop para criação de arcos##

 Faça *k* = identificador de voo

 Faça *dt* = estação destino do *k*

 Faça $t_{partida} = \text{máximo}(\text{tempo de saída planejado}, t, MTT)$

 Se $t_{partida} < \text{tempo de funcionamento estação } s$ faça

 Tempo de chegada = tempo de partida + duração de voo.

 Se tempo de chegada < tempo de funcionamento da estação *dt* faça

v = nó destino correspondente ao tempo de chegada na estação *dt*

 Alocar arco entre *k* e *v*

 O arco de custo de atraso $d(k, ST, v) = \text{função custo de atraso } k(\max\{0, \text{tempo de chegada} - \text{tempo de chegada planejado}\})$

 Se tempo de viagem + *MTT* < tempo de encerramento da estação *dt* faça

 Marque o horário de disponibilidade de *v* com o horário da chegada ## associar os nós##

 Se *v* pertence a *L*

 Marque o nó associado em *L* com o menor hora de disponibilidade

 Se não

$L = L \cup v$

 end

 end

end

end

end

end

```
##agregação de nós##
```

```
Para cada situação
```

```
    Se existem mais de um nó sem voos de partida devido a restrições de funcionamento,
```

```
        Agregue em um único nó e rotule os nós sem voos de partida como nós de estação-fim.
```

```
end
```

```
##arcos terminais##
```

```
para cada estação
```

```
    aloque arcos de nós estação para nós terminais correspondentes
```

```
end
```

APÊNDICE B – ALGORITMO DE SOLUÇÃO

##Construindo soluções##

Entradas:

A = arcos de voos diferentes de 0

M = aeronaves disponíveis

saída:

R = lista de aeronaves disponíveis e seus voos atribuídos

Para cada aeronaves i em M faça:

 Criar um elemento p

 Marcar p com o id de i, horário disponível, e localização atual.

 Alocar p in R

 end

Ordene R em ordem crescente com o tempo disponível da aeronave

Ordene A em ordem crescente de acordo com o voo marcado e os Horários de partida programado

Enquanto A não estiver vazio faça

 Retirar o primeiro nó h de A

 Procurar primeira aeronave p em R que está localizada na estação de partira para o voo

h

 Assinalar h a p

 Atualizar hora disponível e atual localização para p

 reordenar R

end

APÊNDICE C - DADOS DE ATRASO

Quadro 7 – Custo de atraso.

Voo	Nó de Origem	Nó destino	Custo arco de atraso
11	2	7	4200
11	3	10	8500
11	4	11	10300
12	7	15	3900
12	8	17	5700
12	9	19	7800
12	10	19	8100
13	14	8	1800
13	15	9	3900
13	16	10	4200
13	17	11	5700
13	18	11	6100
14	8	4	1800
14	9	5	3900
14	10	5	4200
21	7	3	4300
21	8	4	6100
21	9	5	8200
21	10	5	8500
22	3	10	4300
22	4	11	6100
23	8	17	1600
23	9	19	3700
23	10	19	4000
24	17	11	1400
24	18	11	1800
31	13	21	2900
31	14	22	4700
31	15	23	6800
31	16	23	7100
31	17	24	8600
31	18	24	9000
32	21	15	2300
32	22	17	4100
32	23	19	6200
33	15	23	2100
33	16	23	2400
33	17	24	3900
33	18	24	4300
34	23	19	2000

APÊNDICE D – ALGORITMO MIP-ARP PROPOSTO

```
###FUNÇÃO OBJETIVO###
model.objective = minimize
(
    xsum(d[k, i, j] * x[k, i, j] for k in F for i in I for j in
H.get((k,i),[])) ) +
    xsum(c[k] * y[k] for k in F)
)
### CONSTRAINT 1###
for k in F:
    model +=
    (
        xsum(x[k, i, j,] for i in P[k] for j in H.get((k,i),[])) +
y[k] == 1
    )
### CONSTRAINT 2###
for i in I:
    model +=
    (
        xsum(x[k, i, j] for k in G[i] for j in H.get((k,i), [])) +
z[i] - xsum(x[k, j, i] for k in L[i] for j in M.get((k,i), []))
== a[i]
    )
### CONSTRAINT 3###
for i in J:
    model +=
    (
        xsum(x[k, j, i] for k in L[i] for j in M.get((k,i), [])) +
xsum(z[j] for j in Q.get((i),[]))
== h[i]
    )
```