



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO, DE CIÊNCIAS EXATAS E EDUCAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Nadir Boing Maestri

O ensino por competências e habilidades na BNCC: algumas orientações aos professores
de Matemática dos anos finais

Blumenau
2021

Nadir Boing Maestri

O ensino por competências e habilidades na BNCC: algumas orientações aos professores de Matemática dos anos finais

Dissertação submetida ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Federal de Santa Catarina, campus Blumenau, para a obtenção do título de mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Felipe Vieira

Coorientadora: Profa. Dra. Graziela Piccoli Richetti

Blumenau

2021

Ficha de identificação da obra

Maestri, Nadir Boing

O ensino por competências e habilidades na BNCC: algumas orientações aos professores de Matemática dos anos finais / Nadir Boing Maestri; orientador, Felipe Vieira; coorientadora, Graziela Piccoli Richetti, 2021. 115 p.

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Blumenau, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Blumenau, 2021.

Inclui referências.

1. Matemática. 2. Competências. 3. Habilidades. 4. BNCC. 5. Matemática dos anos finais. I. Richetti, Graziela Piccoli. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Matemática. III. Título.

Nadir Boing Maestri

O ensino por competências e habilidades na BNCC: algumas orientações aos professores
de Matemática dos anos finais

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora
composta pelos seguintes membros:

Prof. Felipe Vieira, Dr.

Universidade Federal de Santa Catarina – Campus Blumenau

Prof.(a) Graziela Piccoli Richetti, Dr.(a)

Universidade Federal de Santa Catarina – Campus Blumenau

Prof. André Vanderlinde da Silva, Dr.(a)

Universidade Federal de Santa Catarina – Campus Blumenau

Prof.(a) Carla Morschbacher, Dr.(a)

Instituto Federal Catarinense – Campus Camboriú

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado
adequado para obtenção do título de mestre em Matemática.

Coordenação do Programa de Pós-Graduação

Prof. Dr. Felipe Vieira

Orientador

Blumenau, 2021

Dedico este trabalho aos meus alunos de todos os tempos - os de ontem, que me fizeram professora; os de agora, que me movem e todos os que caminharão comigo ainda nessa incrível jornada de aprender todos os dias que é a docência.

AGRADECIMENTOS

Agradeço pelo privilégio da fé que não impediu que eu tivesse momentos difíceis ao longo desse tempo de mestrado, mas possibilitou que eu me reerguesse após cada dificuldade, sustentou meu ânimo e não permitiu que eu abandonasse esse projeto em minha vida.

Minha gratidão amorosa à minha família que sempre acreditou em mim, ouviu meus choros, acolheu meu desespero, me incentivou e abdicou da minha presença só porque resolvi entrar nessa *louca aventura* de voltar à universidade a essa altura da minha história. Também foram os momentos em que deixei de lado tudo isso aqui para estar com eles, que me fortaleci. Se tivesse sido fácil, não seria tão valioso também.

Meu reconhecimento aos professores que encontrei nesse curso. Tenho admiração pelo conhecimento que têm e, ainda mais, pela paciência e compromisso conosco. Em especial, meu orientador Felipe Vieira, por permitir que eu fizesse minhas próprias escolhas, por suas sugestões valiosas e pelas observações minuciosas. Outro dia, era eu a professora e ele o aluno. Neste nosso reencontro, a inversão dos papéis nos relembra do quão importante é a troca de saberes: ensinamos e aprendemos o tempo todo.

Gratidão é ainda pouco o que devo à minha coorientadora, Graziela Piccoli Richetti – elevada ao título de dinda Grazi – por ser tão generosa, paciente e comprometida comigo. É mérito seu o esboço de cada etapa dessa dissertação por conta de todos os esquemas e roteiros feitos a punho e com conhecimento. E este foi mais um reencontro precioso. Da outra vez que nossos caminhos se cruzaram, éramos colegas de turma e, agora, foi ela quem não permitiu que eu fracassasse novamente.

Obrigada a cada um dos meus colegas de turma pela companhia alegre e pelas trocas que nos enriqueceram. Por dois anos, nossas sextas-feiras foram especiais e particularmente divertidas. O apoio mútuo foi imprescindível nessa jornada. Dentre vocês, todos tão queridos e importantes pra mim, Andresa e Luís foram meus maiores suportes, seja por estudarmos juntos sempre e trocarmos incontáveis fotos de exercícios e demonstrações ou pelas palavras de consolo e ânimo que sempre recebi. Vocês foram presentes que recebi da vida.

Todo conhecimento começa com um sonho. O sonho nada mais é que a aventura pelo mar desconhecido em busca da terra sonhada. Mas sonhar é coisa que não se ensina, brota das profundezas da terra. Como mestre, só posso então lhe dizer uma coisa: contem-me os seus sonhos para que sonhemos juntos.

Rubem Alves

RESUMO

No processo de implementação da BNCC, muitos desafios estão postos. Esta pesquisa tem como objetivo maior trazer orientações aos professores de Matemática dos anos finais para auxiliá-los na superação desses desafios. Para melhor compreender sua essência, a pesquisa trata das convergências e mudanças trazidas pela Base em relação aos PCN, nos aspectos gerais da Educação e nos específicos da área de Matemática. Dado que a BNCC adota como princípio o ensino por competências e habilidades, tais conceitos são tratados de forma a não somente ampliar a compreensão conceitual, mas revela as implicações desse enfoque para a prática docente. Na sequência, discorre sobre o alinhamento de sequências didáticas ao desenvolvimento de competências, segundo o referencial de Antoni Zabala. Apresenta as características e etapas de elaboração das sequências didáticas por tipologia de conteúdo, descrevendo cada uma delas. Para exemplificar, relata todo o processo de elaboração de uma sequência didática para trabalhar uma habilidade proposta para o sétimo ano, destacando a atuação do professor no processo de aplicação da mesma. Da análise dos dados, emergem reflexões que determinam orientações com possibilidade de aprimorar a prática docente neste momento crucial do cenário educacional do país.

Palavras-chave: Competências. Habilidades. BNCC.

ABSTRACT

In the process of implementing the BNCC, many challenges are encountered. The objective of this research is to provide a guide to Mathematics teachers in the final years to overcome such challenges. To better understand its essence, the research deals with the convergences and changes brought by the Base in relation to the PCN, in general aspects of Education and in specific aspects of the Mathematics. Given that BNCC has, as a principle, teaching by competences and skills, such concepts are treated in a way that not only broadens the conceptual understanding, but reveals the implications of this approach for teaching. Then, it discusses the alignment of didactic sequences to the development of skills, according to Antoni Zabala, and presents the characteristics and stages of the elaboration of didactic sequences by type of content. To exemplify, it reports the entire process of developing a didactic sequence to work on a proposed skill for the seventh grade, highlighting the teacher's role in the process of applying it. From the data analysis some thoughts emerge, determining guidelines with the possibility of improving teaching practice at this crucial moment in the country's educational scenario.

Keywords: Skills. Abilities. BNCC.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Proficiência média em Matemática – SAEB (1995-2015).....	30
Figura 2 – Etapa de apresentação	51
Figura 3 – Etapa de avaliação.....	53
Figura 4 – Etapas para conteúdos factuais.....	53
Figura 5 – Etapas para conteúdos conceituais	54
Figura 6 – Etapas dos conteúdos procedimentais.....	55
Figura 7 – Etapas de conteúdos atitudinais	56
Figura 8 – Momento 3 – Aluno A	70
Figura 9 – Momento 3 – Aluno B	71
Figura 10 – Momento 3 – Aluno C	71
Figura 11 – Momento 11 – Aluno D	83
Figura 12 – Momento 11 – Aluno E.....	83
Figura 13 – Momento 11 – Aluno E.....	83
Figura 14 – Momento 11 – Aluno F.....	84
Figura 15 – Momento 11 – Aluno G	84
Figura 16 – Momento 12 – Aluno H	86

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Comparativo PCN X BNCC.....	23
Quadro 2 – Pareamento dos objetivos e competências gerais apresentados nos PCN e na BNCC	24
Quadro 3 – As competências específicas e os objetivos para a área da Matemática segundo a BNCC e os PCN.	31
Quadro 4 – Indicadores de avaliação.....	63

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Evolução dos resultados do Brasil no SAEB (1995 – 2015) – Proficiência média em Matemática	29
---	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica

CONAE – Conferência Nacional de Educação

PNAIC – Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa

PNFEM – Pacto para o Fortalecimento do Ensino Médio

SUMÁRIO

SUMÁRIO	12
1 INTRODUÇÃO	16
2 Dos PCN à BNCC: a área da Matemática e suas tecnologias	20
2.1 UM BREVE HISTÓRICO	20
2.2 PROFESSOR, ALUNO E O SABER MATEMÁTICO.....	33
3 Ensinar por competências e habilidades e não mais por conteúdos: o que muda no processo de ensino e aprendizagem?	37
3.1 COMPREENDENDO O CONCEITO DE COMPETÊNCIA.....	37
3.2 O CONCEITO DE COMPETÊNCIA E A PRÁTICA PEDAGÓGICA	40
3.3 O TEMPO PEDAGÓGICO E A TRANSFERÊNCIA DE SABERES	43
4 O ensino por competências e as sequências didáticas	45
4.1 CARACTERÍSTICAS DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA ALINHADA AO DESENVOLVIMENTO DAS COMPETÊNCIAS	45
4.2 ESTRUTURA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O DESENVOLVIMENTO DE UMA COMPETÊNCIA	47
4.3 ESQUEMA ESTRUTURAL DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA – SEGUNDO TIPOLOGIA DE CONTEÚDO	50
4.3.1 Atividades de apresentação.....	51
4.3.2 Avaliação	51
4.3.3 Etapas para conteúdos factuais	53
4.3.4 Etapas para conteúdos conceituais.....	54
4.3.5 Etapas para conteúdos procedimentais	55
4.3.6 Etapas para conteúdos atitudinais	55
5 METODOLOGIA	57
5.1 TIPO DE PESQUISA	57

5.2	A SEQUÊNCIA DIDÁTICA COMO RECURSO METODOLÓGICO.....	57
5.3	ELABORAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	59
5.3.1	Etapa de Apresentação.....	60
5.3.2	Etapa de Elaboração	60
5.3.3	Etapa de Construção	61
5.3.4	Etapa de Aplicação	61
5.3.5	Etapa de Exercitação.....	63
5.3.6	Etapa de Avaliação	63
5.4	INSTRUMENTO PARA CONTROLE DA AVALIAÇÃO E ANÁLISE.....	64
6	DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	66
6.1	CARACTERIZAÇÃO DAS TURMAS PARTICIPANTES	66
6.2	Discussão e análise dos resultados da sequência didática	66
6.2.1	Momento 1.....	67
6.2.2	Momento 2.....	68
6.2.3	Momento 3.....	70
6.2.4	Momento 4.....	72
6.2.5	Momento 5.....	73
6.2.6	Momento 6.....	74
6.2.7	Momento 7.....	75
6.2.8	Momento 8.....	76
6.2.9	Momento 9.....	78
6.2.10	Momento 10.....	81
6.2.11	Momento 11.....	82
6.2.12	Momento 12.....	85
7	Considerações Finais	87
	REFERÊNCIAS	92

APÊNDICE A — Sequência didática: com instruções ao professor	96
APÊNDICE B — Instruções aos estudantes	106
APÊNDICE C — Ficha de acompanhamento: turma 7M.....	112
APÊNDICE D — Ficha de acompanhamento: turma 7V	113
ANEXO 1 – Mapa do Brasil	114
ANEXO 2 – Quadro diferentes sequências	115

1 INTRODUÇÃO

Com a promulgação da Constituição Federal de 1988, fica estabelecida uma Base Nacional Comum de conteúdos para o Ensino Fundamental. Desde então, um percurso de quase trinta anos foi percorrido até a homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em 2017. Mesmo antes de iniciarmos esta pesquisa, temos conhecimento de que uma das maiores mudanças refere-se ao ensino por competências e habilidades (PRIMI et al., 2001; DIAS, 2010; RICARDO, 2010). Sendo assim, julgamos imprescindível dedicarmos espaço para abordarmos esses conceitos, bem como para identificar os aspectos que os distinguem como mais eficiente para a aprendizagem em relação ao ensino por conteúdos que exercemos até então, desde longa data. E esse é um ponto evocado das salas e de encontros de professores: qual a diferença entre ensinar por competências e habilidades ou por conteúdos? Nos encontros (presenciais ou à distância) de professores que atuam na área da Matemática na Rede Municipal de Ensino de Brusque, percebemos indícios de que ainda não há clareza quanto a esse questionamento para a imensa maioria dos professores e, talvez, seja um dos entraves neste início da implementação da BNCC.

No decorrer de mais de três décadas de vivências em sala de sala, muitas são as constatações — tantas positivas e outras frustrantes — sobre o ensino no nosso país e, em particular, na área da Matemática. E quando decidimos voltar ao ambiente universitário, inevitavelmente, o olhar sobre o panorama educacional impregna-se de novos questionamentos, bem como a busca das respostas que tanto almejamos parece mais urgente ainda. É quando, apesar da rotina dos anos seguidos de magistério, o nosso trabalho de provocar aprendizagens é mais pensado e percebemos que devemos impor ainda mais intencionalidade às nossas ações cotidianas. Esse momento profissional acontece no cenário de implementação, em todo o país, da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Considerando, também, que cada escola faz parte de uma rede de ensino, é natural pensar que basta seguir as determinações dessa rede. No entanto, esse processo não tem razão de ser diretivo. Antes, é algo construído em cooperação, na troca de saberes e experiências. Afinal, é feito por pessoas. O contexto dessa pesquisa é a Rede Municipal de Ensino da cidade de Brusque (SC), que abrange quase 15 mil alunos, distribuídos em 51 centros de Educação Infantil e 24 escolas de Ensino Fundamental. Estamos falando de cerca de 850 professores, sendo 35 de Matemática dos anos finais. Nesta realidade, nos perguntamos: quais as decisões que devem ser levadas em consideração para adequar a BNCC à realidade da Rede Municipal

de Ensino em Brusque? E, ainda, que particularidades devem ser respeitadas em cada escola da rede?

Ouvimos com muita frequência a fala de professores sobre não compreender os conceitos de habilidade e competência, que relatam sua dificuldade para internalizar e insegurança para aplicar as novas determinações oficiais da BNCC. Ouvimos a fala diligente: como vou tirar isso do papel? Sem dúvida, constatada a dificuldade, o passo subsequente e lógico é buscar meios para superá-la e, para tal, precisamos fazer algumas escolhas metodológicas para adentrarmos nessa pesquisa.

Preliminarmente, acreditamos que os PCN constituem-se o fomento da essência da BNCC, pois em sua carta de recomendação aos professores na apresentação dos PCN, o então ministro da educação, Paulo Renato de Souza, fala de respeito às diversidades regionais e da necessidade de se construir referências nacionais (BRASIL, 1998). Facilmente surgem questões que emergem desse confronto e uma delas, que parece-nos crucial, aponta para identificarmos o que diferencia a BNCC de outros planos para a melhoria da nossa educação.

É no contexto das ideias aqui mencionadas e na consciência de que se faz necessário um trabalho conjunto no processo de implementação da BNCC, que delineamos o caminho desta investigação. E, então, chegamos ao cerne do que pretendemos, constituindo-se o objetivo geral desta pesquisa: “Apresentar orientações aos professores de Matemática dos anos finais, a fim de auxiliá-los em sua prática docente no processo de implementação da BNCC.” Tal objetivo pressupõe um caminho em que são percebidas outras questões que delineiam nossos objetivos específicos:

- Investigar as mudanças para o ensino decorrentes da implementação da BNCC em relação aos PCN.
- Indicar características e etapas de sequências didáticas alinhadas ao ensino por competências e habilidades.
- Elaborar e desenvolver uma sequência didática em concordância com as determinações da BNCC.
- Analisar as etapas de elaboração e aplicação de uma sequência didática com foco no desenvolvimento de uma habilidade na área de Geometria.

No decorrer desta pesquisa, inicialmente, analisamos o que se tem feito no Brasil no âmbito das políticas públicas desde a promulgação da Lei 9394/96, que estabeleceu as diretrizes e bases da educação nacional. Buscaremos convergências e divergências entre o que

foi proposto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de 1998, para tecermos comparativos com a proposta da BNCC, de 2019. Acreditamos que tal análise possa esclarecer-nos não somente sobre a premência de colocarmos em prática o que estabelece a BNCC, mas também compreendê-la melhor para sermos mais eficazes e realmente efetivos em sua implementação. Para tal, percorreremos de aspectos gerais que consideramos mais relevantes aos específicos da área de Matemática, objetivando um quadro comparativo entre esses dois documentos.

Como proposta metodológica para desenvolver as habilidades definidas nos programas de ensino da BNCC, investigaremos o alcance da sequência didática — uma modalidade organizativa do processo de ensino-aprendizagem. Segundo Zabala (1998), a sequência didática traz em sua proposta um diferencial que é favorecer ao aluno que ele conheça o quê, para quê e como vai desenvolver o conteúdo. Através da elaboração, aplicação e análise de uma sequência didática, verificaremos indicativos de possibilidades e limitações dessa metodologia.

Apresentaremos uma sequência didática com o objetivo de trabalhar a habilidade EF07MA22 do sétimo ano do Ensino Fundamental: “Construir circunferências utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes”. Na proposta, elaboramos atividades que pudessem atender às quatro ações relacionadas ao conceito de circunferência contidas nesta habilidade: construir, reconhecer, utilizar e resolver.

Ao longo de todo o processo — desde a elaboração à análise dos dados — nosso foco esteve voltado a indicar o papel do professor em cada momento. Nosso intuito maior foi o de refletir sobre a ação docente buscando apontar atitudes e posturas determinantes para o pleno desenvolvimento do seu trabalho na perspectiva de ensino por competências e habilidades. Em particular no que se refere à análise dos dados, fizemos inferências sobre prováveis fatores que geraram as respostas obtidas dos alunos. Entendemos que, desta forma, podemos contribuir para esse exercício fundamental de entender como nossos alunos aprendem, possibilitando fazer as interferências necessárias.

A pesquisa também nos proporcionou compreender a funcionalidade das sequências didáticas demonstrando que constituem-se uma possibilidade metodológica bastante apropriada para trabalhar as habilidades instituídas pela BNCC. Pudemos constatar que as sequências didáticas não são somente favoráveis à aprendizagem, mas trazem os subsídios necessários para o professor gerir o processo de ensino-aprendizagem. Desta forma, foi

possível estabelecer diversos pontos que podem servir de orientação aos professores em sua prática neste momento crucial de mudança de paradigma na Educação do nosso país.

2 DOS PCN À BNCC: A ÁREA DA MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

Para melhor analisarmos esses dois grandes planos de ação para a educação no Brasil e que distam cerca de vinte anos entre si, é necessário localizarmos os contextos em que estão inseridos, pois só desta forma compreenderemos suas razões e objetivos.

2.1 UM BREVE HISTÓRICO

Os PCN surgem no processo de redemocratização do país, após uma década da nova Constituição Federal e dois anos após a reformulação da legislação e regulamentação de todas as etapas de ensino no Brasil. Já em 1990, o Brasil participou da Conferência Mundial de Educação para Todos, de onde resultaram posições consensuais entre os países participantes, todos em desenvolvimento e alto crescimento populacional. O compromisso assumido junto com outros países na busca de melhorias para a educação, mobilizou o Plano Decenal de Educação para Todos, com início em 1993. O processo de elaboração do documento iniciou com a análise das propostas curriculares dos Estados e Municípios brasileiros e de experiências de outros países. Nos anos de 1995 e 1996, a proposta foi discutida em âmbito nacional, com representantes das universidades, técnicos de secretarias de educação, especialistas e educadores. Em 1997, são publicados os documentos para os anos iniciais; em 1998, para os anos finais e, no ano 2000, para o ensino médio. A utilização dos PCN não tem caráter impositivo, como podemos verificar no fragmento abaixo:

Por sua natureza aberta, configuram uma proposta flexível, a ser concretizada nas decisões regionais e locais sobre currículos e sobre programas de transformação da realidade educacional [...]. Não configura, portanto, um modelo curricular homogêneo e impositivo [...] (BRASIL, 1997, p. 10).

Refazendo o caminho anterior à publicação da BNCC, em 2018, percebemos que ela é resultado de uma longa caminhada. A Lei de Diretrizes e Bases vigente no país é do ano de 1996 e, no seu artigo 26, já aponta para a base comum: “Os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela” (MEC, 2021).

Nos dez anos anteriores a 2018, movimentos e conferências importantes aconteceram em todo o país com o objetivo de melhorar a qualidade da educação básica (MEC, 2020).

Assim, de 2008 a 2010, funcionava o Programa Currículo em Movimento, baseados nos pareceres do Conselho Nacional de Educação (CNE). Em 2010, foi realizada a Conferência Nacional de Educação (CONAE), cujo documento final fala da necessidade de uma Base Nacional Comum Curricular, como parte de um Plano Nacional de Educação e culminam, num processo que dura praticamente dois anos, com a formulação das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica (DCN). Em 2012, é instituído o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) e, em 2013, o Pacto para o Fortalecimento do Ensino Médio (PNFEM).

Em 2014, o Plano Nacional de Educação (PNE), com vigência para dez anos, aponta para a necessidade real de uma Base Nacional Comum Curricular, sendo que no final daquele ano, ocorreu a II CONAE que referencia o processo de mobilização e elaboração da BNCC. Em junho de 2015, no Seminário Interinstitucional, foi criada a Comissão de Especialistas para a elaboração da base e, em setembro, tem-se a primeira versão do documento, encaminhado para análise dos profissionais da educação. Em maio de 2016, é disponibilizada a segunda versão, sendo que de junho a agosto, ocorrem 27 seminários estaduais para a análise desse documento. Assim, em dezembro de 2017, é homologada a BNCC e instituída pelo CNE as orientações para sua implementação, mas somente em dezembro de 2018 foi homologado o documento referente ao Ensino Médio. Desde março de 2018, profissionais da educação debruçam-se sobre o documento e buscam maneiras de concretizá-la.

Para Arelaro (2000), a elaboração dos PCN ocorreu na esfera de especialistas, no reflexo de experiências de escolas da rede privada da região sudeste e pouco considerou as vivências das escolas públicas do país, bem como o relato e sugestões de profissionais da educação de todas as regiões do Brasil para o enfrentamento dos problemas educacionais. E, ainda, que as críticas acerca da impossibilidade de se estabelecer um currículo nacional para um país de dimensões continentais não influenciaram no produto final. No entanto, verificando o histórico da elaboração da BNCC, parece-nos que o processo ocorreu de forma diferenciada — mais representativa e participativa. Isso pode sugerir que, talvez, a sua apropriação seja mais abrangente.

Em Brasil (1997), os Parâmetros Curriculares Nacionais são apresentados como *referência* para a renovação e reelaboração da proposta curricular e de *auxiliar o professor* em sua prática educativa. Na continuidade, o texto fala que “[...] podem ser utilizados com objetivos diferentes, de acordo com a necessidade de cada realidade e de cada momento” (BRASIL, 1997, p.7) e, na sequência, indica-os como *possibilidade* de utilização para “[...]”

rever objetivos, conteúdos, formas de encaminhamentos das atividades, expectativas de aprendizagem e maneiras de avaliar” (idem, p. 7). Se existiu obrigatoriedade, ela apareceu de forma muito velada no texto introdutório.

Nas primeiras páginas da versão final, a BNCC é apresentada como “[...] um documento completo e contemporâneo, que corresponde às demandas do estudante desta época, preparando-o para o futuro” (BRASIL, 2018, p. 5), além de colocar-se no papel de *garantir* ao estudante o seu desenvolvimento integral. É ressaltada como *essencial* para a mudança de desigualdades presentes na Educação Básica e que exigirá mudanças na formação de educadores, material didático, matrizes de avaliação e exames nacionais. A obrigatoriedade é exposta quando lemos que “[...] espera-se que a BNCC ajude a superar a fragmentação das políticas educacionais, [...] sendo necessário que sistemas, redes e escolas garantam um patamar comum de aprendizagens a todos os estudantes, tarefa para a qual a BNCC é instrumento fundamental” (idem, p. 8).

Comparando-se as palavras-chave utilizadas em ambos os documentos, transparece uma sutil diferença com relação ao caráter e foco dos dois documentos. Ao primeiro, é concedido um caráter de referência, auxílio ao professor e indicador de possibilidades, além de ser focado no papel de responsabilidade do professor na reformulação dos planos de ensino. Em contrapartida e para além do texto, percebemos um caráter de obrigatoriedade com relação à Base que é apresentada como *essencial* para garantir *mudanças*. E o foco está na garantia da aprendizagem através de competências claramente postas.

Sobre a concepção de educação que permeava o processo de ensino-aprendizagem no Brasil por ocasião da publicação dos PCN, o texto identifica quatro grandes tendências pedagógicas, embora muitas vezes não em sua forma pura: “[...] a tradicional, a renovada, a tecnicista e aquelas marcadas centralmente por preocupações sociais e políticas” (BRASIL, 1997, p. 27). Em seguida, sugere a necessidade de se avançar no alinhamento de uma concepção pedagógica quando afirma que “Este documento não ignora o risco de uma certa redução das concepções, tendo em vista a própria síntese e os limites desta apresentação” (idem, p. 27). Reconhece explicitamente que ocorreu no Brasil um erro de interpretação da teoria da psicogênese — que busca compreender os processos de construção do conhecimento. O grave equívoco a que se refere, é que os professores entenderam que não se devia corrigir o erro e ressalta: “Essa pedagogia, dita construtivista, trouxe sérios problemas ao processo de ensino e aprendizagem, pois desconsidera a função primordial da escola que é ensinar, intervindo para que os alunos aprendam o que, sozinhos, não têm condições de aprender”

(BRASIL, 1997, p.30). Em nenhum momento, é apresentada a concepção de educação adotada pelos PCN, mas envolve claramente as ideias sociointeracionistas quando propõe que “[...] o que se tem em vista é que o aluno possa ser sujeito de sua própria formação, em um complexo processo interativo em que também o professor se veja como sujeito de conhecimento” (idem, p.30). A presença dessa ideia poderá ser observada no ensino por competências quando adentrarmos sobre os papéis de cada um desses atores em tal processo de ensino aprendizagem.

Comparativamente, com relação aos seus fundamentos, o texto da BNCC declara abertamente e de forma sucinta a opção pelo ensino por competências: “Na BNCC, competência é definida como mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (BRASIL, 2018, p. 8). Este conceito é essencial para implementação da BNCC e constitui-se um dos focos desta pesquisa.

Julgamos interessante apontar a diferença da natureza do discurso adotado nos dois documentos. Os PCN seguem uma linha mais cautelosa e não assumem de forma explícita qual a corrente que a subsidia. Após vinte anos, o texto da BNCC é mais conciso, direto e nomeia sua fundamentação teórica, bem como a ênfase no ensino por competências. No Quadro 1 apresentamos uma síntese comparativa dos critérios dos PCN e da BNCC arrolados até aqui:

Quadro 1 – Comparativo PCN X BNCC

CRITÉRIO	PCN	BNCC
Caráter	Orienta, sugere, auxilia	Normativo
Processo de elaboração	Curto, na esfera de especialistas	Longo, participativo e representativo
Foco	No papel do professor que deverá fazer as mudanças do processo educativo	Nas necessidades do estudante e garantias de aprendizagem
Concepção de educação	Não explícita, mas sugere o sociointeracionismo,	Competências
Discurso (forma do texto)	Cauteloso, ideias implícitas	Direto, explícito
Perspectiva de trabalho do saber matemático	Teoria da Resolução de Problemas	Letramento Matemático

Fonte: elaborado pela autora (2021).

Um aspecto saliente nas comparações que buscamos pontuar surge quando colocamos em paralelo os objetivos gerais para o Ensino Fundamental propostos nos PCN e as

competências gerais na BNCC. Ambos são em número de dez e são nítidas as convergências. No quadro a seguir, orientados pelo rol de competências apresentado na BNCC, buscamos estabelecer um possível pareamento entre ambos. Utilizamos o esquema de apresentação das competências que estabelece palavras-chave para cada uma das competências, identificando-as nos objetivos gerais dos PCN.

Quadro 2 – Pareamento dos objetivos e competências gerais apresentados nos PCN e na BNCC

PALAVRAS-CHAVE	BNCC: COMPETÊNCIAS GERAIS	PCN: OBJETIVOS DO ENSINO FUNDAMENTAL
1. CONHECIMENTO	Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.	Desenvolver o conhecimento ajustado de si mesmo e o sentimento de confiança em suas capacidades afetiva, física, cognitiva, ética, estética, de interrelação pessoal e de inserção social, para agir com perseverança na busca de conhecimento e no exercício da cidadania.
2. PENSAMENTO CIENTÍFICO, CRÍTICO E CRIATIVO	Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.	Posicionar-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações sociais, utilizando o diálogo como forma de mediar conflitos e de tomar decisões coletivas.
3. REPERTÓRIO CULTURAL	Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.	Conhecer características fundamentais do Brasil nas dimensões sociais, materiais e culturais como meio para construir progressivamente a noção de identidade nacional e pessoal e o sentimento de pertinência ao país.

Continua...

PALAVRAS-CHAVE	BNCC: COMPETÊNCIAS GERAIS	PCN: OBJETIVOS DO ENSINO FUNDAMENTAL
4. COMUNICAÇÃO	Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.	Utilizar diferentes linguagens - verbal, musical, matemática, gráfica, plástica e corporal – como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação.
5. CULTURA DIGITAL	Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.	Saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos.
6. TRABALHO E PROJETO DE VIDA	Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.	Perceber-se integrante, dependente e agente transformador do ambiente, identificando seus elementos e as interações entre eles, contribuindo ativamente para a melhoria do meio ambiente.

Continua...

PALAVRAS-CHAVE	BNCC: COMPETÊNCIAS GERAIS	PCN: OBJETIVOS DO ENSINO FUNDAMENTAL
7. ARGUMENTAÇÃO	Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.	Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise e crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação.
8. AUTOCONHECIMENTO E AUTOCUIDADO	Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.	Conhecer o próprio corpo e dele cuidar, valorizando e adotando hábitos saudáveis como um dos aspectos básicos da qualidade de vida e agindo com responsabilidade em relação à sua saúde e à saúde coletiva.
9. EMPATIA E COOPERAÇÃO	Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.	Conhecer e valorizar a pluralidade do patrimônio sociocultural brasileiro, bem como aspectos socioculturais de outros povos e nações, posicionando-se contra qualquer discriminação baseada em diferenças culturais, de classe social, de crenças, de sexo, de etnia ou outras características individuais e sociais.
10. RESPONSABILIDADE E CIDADANIA	Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.	Compreender a cidadania como participação social e política, assim como exercício de direitos e deveres políticos, civis e sociais, adotando, no dia-a-dia, atitudes de solidariedade, cooperação e repúdio às injustiças, respeitando o outro e exigindo para si mesmo o mesmo respeito.

Fonte: elaborado pela autora (2021).

Na observância de tantas congruências, poderíamos afirmar — hipoteticamente — que, há muito tempo, a maioria dos professores sabe *o quê e para quê* deve ser dirigido o trabalho na educação formal de nossas escolas. Sendo verdadeira tal premissa e diante dos resultados pouco favoráveis observados ao final da educação básica, podemos inferir que um dos obstáculos estaria em *como* ocorre o processo de ensino-aprendizagem. Tal questão é, no mínimo, intrigante.

Desenhado o cenário dos aspectos gerais da trajetória desses dois grandes marcos na educação do Brasil, delimitaremos a análise para o campo da Matemática.

De forma muito breve, é possível identificarmos algumas tendências mais marcantes. Segundo Brasil (1998a), até meados do século passado, os altos índices de retenção, excessos de formalização e treinos mecânicos de processos, conferiam um caráter elitista ao ensino da Matemática. Nas décadas de 1960 e 1970, o movimento mundial tendia para a denominada Matemática Moderna que se concretizou no Brasil com um distanciamento de questões práticas, dando ênfase demasiada à linguagem simbólica e terminologias complexas da Álgebra, em detrimento aos campos do cálculo aritmético, Geometria e medidas. Nos anos 1980, o foco foi direcionado para a resolução de problemas, numa abordagem não só cognitiva, mas social também. Sob essa ótica, novos direcionamentos foram dados ao papel que a Matemática deveria desempenhar, especialmente, no que se refere às competências básicas para o exercício da cidadania e não apenas para a preparação de estudos posteriores. Sendo assim, a Matemática reaproximou-se de problemas cotidianos, adentrou em outras disciplinas e teve que adaptar-se à demanda social, incluindo áreas como Estatística, Probabilidade e Combinatória que, antes, não eram trabalhadas na educação básica. No entanto, à época, o quadro era de que

[...] as propostas curriculares mais recentes são ainda bastante desconhecidas de parte considerável de professores, que, por sua vez, não têm uma clara visão dos problemas que motivaram as reformas. O que se observa é que ideias ricas e inovadoras, veiculadas a essas propostas, não chegam a eles, ou são incorporadas superficialmente, ou ainda recebem interpretações inadequadas, sem provocar mudanças desejáveis (BRASIL, 1998, p. 21).

A citação acima carrega em si uma afirmação que nos parece atemporal, ao mesmo tempo que indica um pressuposto para o avançamento das mudanças necessárias: a capacidade do professor de aceitar e mudar sua prática educativa é um processo moroso. Os motivos pelos quais isso deve ocorrer não perpassa somente pela atitude individual do professor ou pela maneira como busca aprimorar-se e estar em constante reflexão. Vai para além desse

sujeito e entra nas esferas das universidades e secretarias de educação que devem promover formação (inicial e continuada) e na produção de material de apoio (BRASIL, 1998).

No panorama descrito pelos PCN, observa-se que a organização dos conteúdos ocorria de forma excessivamente hierarquizada pela ideia de pré-requisito, cujo único critério é a estrutura lógica da Matemática. Embora sabendo que muitos conteúdos precedem a outros, não há necessidade de tanta linearidade e, muito menos, que os conteúdos sejam tratados isoladamente. “De modo geral, parece não se levar em conta que, para o aluno consolidar e ampliar um conceito, é fundamental que ele o veja em novas extensões, representações e conexões com outros conceitos” (BRASIL, 1998, p.23). Nesta perspectiva, propunha-se a Teoria da Resolução de Problemas como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Pressupunha-se que tal opção trazia em si “[...] a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução” (idem, p. 40). Na sequência, ainda, instrui para que se busque recursos tais como a História da Matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos que forneceriam os contextos dos problemas.

Nas duas décadas que se seguiram à publicação dos PCN, tivemos movimentos fortes dentro da Educação Matemática. Para Siqueira (2007) podem ser destacadas cinco fortes tendências: Etnomatemática, História da Matemática, Matemática Crítica, Modelagem Matemática e Resolução de Problemas. No entanto, não é propósito desta pesquisa adentrarmos sobre o papel de cada uma dessas correntes que permeiam o trabalho educativo na área da Matemática. A pesquisadora aponta que é possível um trabalho articulado entre todas essas linhas de trabalho e exemplifica:

A partir de um problema de uma situação real, pode-se buscar a sua solução construindo um modelo matemático, o qual permite que o educando entenda que a Matemática não é uma ciência pronta e acabada, mas que se desenvolve ao longo do tempo, conforme visto pela História da Matemática, e ainda aproveita os conhecimentos que o educando tem de suas experiências fora do contexto escolar, apresentando uma característica da Etnomatemática, e, ao solucionar o problema o educando pode realmente verificar se essa solução realmente trouxe uma vantagem para a sociedade que ele vivencia, característica da Matemática Crítica (SIQUEIRA, 2007, p.43-44).

Também consideramos oportuno, verificar os dados disponíveis sobre o desempenho dos estudantes da Educação Básica, ao longo dessas duas décadas, período que distancia os PCN da BNCC. O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) é o órgão responsável por realizar o diagnóstico da educação brasileira, através do

Sistema Nacional de Avaliação Escolar da Educação Básica (SAEB). Para melhor situarmos os resultados, precisamos compreender que são elaboradas matrizes de referência, baseadas na Teoria de Resposta ao Item (TRI)¹, através de descritores que associam o conteúdo às operações mentais que o estudante utiliza no teste. Desta maneira, é possível gerar uma escala de proficiência com base em parâmetros psicométricos², sendo possível oferecer uma explicação probabilística sobre a habilidade demonstrada pelo estudante. Para os anos iniciais, os níveis de proficiência são distribuídos de 125 a 350; para os anos finais, de 200 a 400 e, para o ensino médio, de 225 a 450. Os resultados, podemos observar na Tabela 1 e na Figura 1 a seguir:

Tabela 1 – Evolução dos resultados do Brasil no SAEB (1995 – 2015) – Proficiência média em Matemática

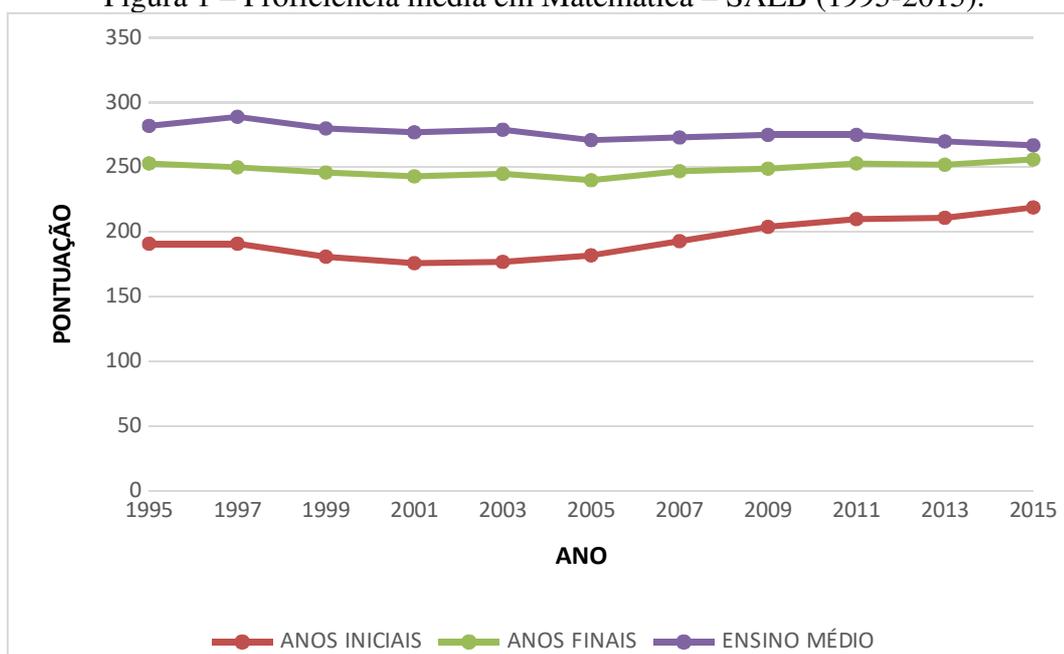
ANO	ANOS INICIAIS	ANOS FINAIS	ENSINO MÉDIO
1995	191	253	282
1997	191	250	289
1999	181	246	280
2001	176	243	277
2003	177	245	279
2005	182	240	271
2007	193	247	273
2009	204	249	275
2011	210	253	275
2013	211	252	270
2015	219	256	267

Fonte: Adaptado de INEP (2015)

1 A Teoria de Resposta ao Item apresenta a probabilidade de um estudante, respondente de um teste como o SAEB, acertar um item com base em sua proficiência.

2 Os parâmetros psicométricos são: a) *Parâmetro a*: afere a capacidade do item em distinguir respondentes com diferentes níveis de traço latente; b) *Parâmetro b*: mede o grau de dificuldade do item e c) *Parâmetro c*: determina a probabilidade mínima do respondente acertar o item (ANDRADE; TAVARES; VALLE, 2000).

Figura 1 – Proficiência média em Matemática – SAEB (1995-2015).



Fonte: Adaptado de INEP (2015).

Os resultados apresentados acima demonstram que não houve um avanço nos resultados dos estudantes nos testes de verificação do rendimento em Matemática. A situação é preocupante, considerando os baixos níveis de proficiência demonstrados. Assim sendo, faz-se necessária uma ação realmente global e intensiva que nos possibilite avançar nesses resultados.

Diferentemente do que ocorre nos PCN, o texto da BNCC não dedica atenção ao retrospecto do ensino de Matemática no Brasil. Ao dirigir-se à parte específica da Matemática, de imediato indica que deve haver o compromisso com o letramento matemático. Tal conceito é

[...] definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da Matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (BRASIL, 2018, p. 266).

De uma certa forma, os pressupostos da definição acima já eram sinalizados nos PCN, como podemos identificar no fragmento a seguir:

[...] é importante que a Matemática desempenhe, no currículo, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares (BRASIL, 1998, p. 28).

Neste momento, pressupomos que o embrião do letramento matemático já era gestado. Em etapa posterior desta pesquisa, apresentaremos os aspectos do letramento matemático que orientam o desenvolvimento das competências e habilidades.

O último comparativo que ora buscamos realizar neste capítulo, refere-se aos objetivos específicos da Matemática para o Ensino Fundamental. Seguindo a mesma ideia utilizada quando comparamos os objetivos gerais dessa etapa da educação básica, apresentaremos um pareamento entre os objetivos e as competências específicas da área de Matemática, conforme ilustrado no Quadro 3 a seguir.

Quadro 3 – As competências específicas e os objetivos para a área da Matemática segundo a BNCC e os PCN.

BNCC: COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DA MATEMÁTICA	PCN: OBJETIVOS GERAIS DA MATEMÁTICA
Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.	Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta, e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas.
Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.	Selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente.

Continua...

BNCC: COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DA MATEMÁTICA	PCN: OBJETIVOS GERAIS DA MATEMÁTICA
<p>Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.</p>	<p>Sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.</p>
<p>Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.</p>	<p>Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório e probabilístico).</p>
<p>Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.</p>	<p>Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e as diferentes representações matemáticas.</p>
<p>Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).</p>	<p>Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis.</p>
<p>Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.</p>	<p>Estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimento de outras áreas curriculares.</p>

Continua...

BNCC: COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DA MATEMÁTICA	PCN: OBJETIVOS GERAIS DA MATEMÁTICA
Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.	Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Fonte: elaborado pela autora (2021)

O comparativo entre as colunas da tabela mostra uma grande compatibilidade entre os objetivos e competências para a área da Matemática. Talvez, possamos identificar algumas poucas questões que antes não eram tão evidentes, mas que agora tornam-se essenciais. Por exemplo, a facilidade e rapidez com que podemos acessar informações através de computadores e celulares cada vez mais presentes no cotidiano dos estudantes, exige uma ampliação do termo *instrumento tecnológico*, conferindo-lhe um teor verdadeiramente mais abrangente. Fala-se agora de tecnologia digital que possibilita recursos quase ilimitados na organização, modelização e comunicação de informações. Além disso, a proposta atual da BNCC contempla o compromisso com a sustentabilidade e de combate ao preconceito de toda a natureza.

2.2 PROFESSOR, ALUNO E O SABER MATEMÁTICO

O processo de ensino-aprendizagem da Matemática ocorre na dinâmica entre três variáveis: o aluno, o professor e o saber matemático. Cremos ser necessária a clareza, mesmo que sucinta, da natureza do saber matemático no contexto atual e os papéis que cada um dos sujeitos — professor e aluno — desempenham nesse processo que é interativo.

Mesmo considerando que a Matemática seja uma ciência logicamente estruturada sobre um sistema de axiomas, postulados e proposições, ela facilmente circula pelas mais diferentes áreas do conhecimento, gerando leitura, análise, compreensão e solução para as mais variadas situações. E, apesar desse seu caráter pragmático, não há que se esquecer do seu papel especulativo e estético em si mesma. “A indissociabilidade desses dois aspectos fica evidenciada pelos inúmeros exemplos de belas construções abstratas originadas em problemas aplicados e, por outro lado, de surpreendentes aplicações encontradas para as mais puras

especulações” (BRASIL, 1998, p. 25). Fica uma indagação a respeito do quanto cada um desses aspectos deva estar presente nos currículos de Matemática do Ensino Fundamental e em como a nova base delimita e propõe o trabalho desses aspectos fundamentais através das habilidades consideradas necessárias nessa etapa de ensino.

Ainda em relação ao saber matemático, verificamos já no texto dos PCN, a presença da Teoria da Transposição Didática, de Yves Chevallard:

Tornar o saber matemático acumulado em saber escolar, passível de ser ensinado/aprendido, exige que esse conhecimento seja transformado, pois a obra e o pensamento matemático teórico geralmente são difíceis de ser comunicados diretamente aos alunos. Essa consideração implica rever a ideia, que persiste na escola, de ver nos objetos de ensino cópias fiéis dos objetos da ciência (BRASIL, 1998, p. 36).

Tal indicação determina a necessidade de mudança no material didático de apoio e, mais importante, na relação do professor com o saber matemático, quando exige dele conhecer mais profundamente o processo de construção de conceitos e procedimentos. Torna-se fundamental a consciência do professor sobre a relação do aluno com o saber matemático, não subestimando sua capacidade de resolver problemas e de fazer conexões entre o que já sabe e o conhecimento a ser adquirido.

É consenso, que a decisão quanto à seleção e organização dos conteúdos seja definida no estabelecimento dos objetivos necessários para o desempenho das funções básicas para o exercício da cidadania. Sendo assim, optou-se, nos PCN (BRASIL, 1998), por uma organização dos conteúdos em quatro grandes blocos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e, também, Tratamento da Informação. E destacava: “O significado da atividade matemática para o aluno também resulta das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos e também entre estes e as demais áreas do conhecimento e das situações do cotidiano” (BRASIL, 1998, p. 37). No entanto, nossa percepção é de que os conteúdos continuaram sendo trabalhados de forma isolada e que, apesar de serem trabalhados em contextos mais reais, ainda não transitam de forma confortável nas demais áreas do conhecimento. Almeida, Vieira e Benedito (2020) corroboram tal ideia quando afirmam, sobre a contextualização, que “Uma característica marcante dessa problemática são questões que mostram um cenário onde os acontecimentos se desdobram, mas os conceitos matemáticos envolvidos não são associados a nenhum significado importante” (p. 2). E, na continuidade:

[...] atribuir um contexto a Matemática pode não ser tão fácil, já que muitos docentes em suas práticas pedagógicas acabam se equivocando e forçando a todo custo um contexto que não é essencial. Consequentemente, essas questões resultam em situações que são impossíveis ou não fazem sentido, resultando em uma falsa contextualização ou pseudo contextualização (idem, p. 5).

Na perspectiva de organizar o conjunto de competências e habilidades necessárias atualmente, a BNCC

[...] leva em conta que os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações entre elas: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação variação e aproximação. Essas ideias fundamentais são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e devem converter-se na escola, em objetos do conhecimento (BRASIL, 2018, p.268).

Neste entendimento, a BNCC propõe cinco unidades temáticas e em cada uma, objetos do conhecimento que orientam a formulação das habilidades a serem desenvolvidas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. Todas interrelacionadas entre si e com ênfase de acordo com o ano de escolarização.

Nos PCN, a Geometria era tratada no bloco Espaço e Formas; Probabilidade e Estatística, no Tratamento da Informação; permanece Grandezas e Medidas. Agora, na BNCC, a unidade temática Números já compreende, para além do desenvolvimento do pensamento numérico de quantificar, também as operações, com especial atenção para o uso de diferentes estratégias de resolução — um ponto crucial nos anos iniciais. Talvez, a maior diferença nesta nova delimitação dos campos de atuação da Matemática ocorra para a Álgebra que, anteriormente, fazia parte do bloco de Número e Operações. Apresentamos abaixo um comparativo entre dois fragmentos retirados, respectivamente, dos PCN e da BNCC:

Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver alguns aspectos da Álgebra, é especialmente nas séries finais do Ensino Fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas. Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relações entre grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a 'sintaxe' (regras para resolução) de uma equação (BRASIL, 1998, p. 50).

[...] imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino-aprendizagem. Nos anos iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam. Nos anos finais, os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor

desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação de duas grandezas. É necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação. As técnicas de resolução de equações e inequações, inclusive no plano cartesiano, devem ser desenvolvidas como uma maneira de representar e resolver determinados tipos de problema, e não como objetos de estudo em si mesmos (BRASIL, 2018, p. 270).

Podemos observar que há um direcionamento mais apurado para o processo de aprendizagem da Álgebra, priorizando o trabalho com a base da formação do pensamento algébrico. A formalização e o uso de linguagem algébrica deverão ser uma consequência natural nesse processo e não são objetos em si, mas representações possíveis de um determinado problema. Retira-se do Ensino Fundamental o trabalho exaustivo e desconexo com a realidade que envolviam as operações com entes algébricos e demasiada ênfase à resolução de procedimentos algébricos.

A BNCC compreende ainda que

Essa divisão em unidades temáticas serve tão somente para facilitar a compreensão dos conjuntos de habilidades e de como eles se inter-relacionam. Na elaboração dos currículos e das propostas pedagógicas, devem ser enfatizadas as articulações das habilidades com as de outras áreas do conhecimento, entre as unidades temáticas e no interior de cada uma delas (BRASIL, 2018, p. 275).

Paralelamente, no entendimento dos PCN, a ideia é semelhante quando destaca que

É fundamental ressaltar que, ao serem reinterpretados regionalmente (nos estados e municípios) e localmente (nas unidades escolares), os conteúdos, além de incorporar elementos específicos de cada realidade, serão organizados de forma articulada e integrada ao projeto educacional de cada escola (BRASIL, 2018, p. 54).

Sendo assim, um projeto dessa magnitude como foram os PCN e agora a BNCC, somente se concretizará quando os professores compreenderem sua proposta. Obviamente que não é um trabalho solitário, mas resultado de cooperação, partilha, estudo e constante revisão da caminhada.

3 ENSINAR POR COMPETÊNCIAS E HABILIDADES E NÃO MAIS POR CONTEÚDOS: O QUE MUDA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM?

Professores de Matemática — aqueles conscientes do seu trabalho — que atuavam nas escolas em torno do ano de 1990 podem relatar acerca do, no mínimo, desconforto que sentiam com a situação da aprendizagem matemática dos nossos alunos. À época, um livro nos impactou profundamente: “Na Vida Dez, na Escola Zero” (NUNES, CARRAHER, SCHLIEMANN, 1988). O livro relata diversas situações dicotômicas entre o uso da Matemática no cotidiano de rua de algumas crianças e a cultura escolar. Essas crianças eram capazes de mostrar rapidez e eficiência no momento de fazer a soma de uma venda e dar o troco correto, mas não conseguiam resolver um problema semelhante no contexto escolar. Mais precisamente, não conseguiam registrar no papel essas operações, ou seja, não eram igualmente competentes na escola e na rua.

Da mesma forma, poderíamos pensar numa situação ocorrendo no sentido inverso. Um estudante que, na escola, é capaz de resolver com eficiência uma situação proposta no livro didático, utilizando corretamente algoritmos, mas que não demonstra a mesma habilidade em contexto real ou não tem habilidade mental para sair-se bem numa exigência dessa natureza.

Ao trazermos essas duas situações, temos a intenção de trazer à discussão a ideia que as perpassa: ser competente ou hábil — seja na escola ou fora dela. Vamos adentrar para o entendimento de competência e habilidade. Em seguida, entender como ocorre o processo ensino-aprendizagem sob essa ótica. Para um pouco mais além, averiguar como essa concepção é compreendida e tratada nos documentos que traçam as diretrizes do ensino no país. E, ainda, tentar esclarecer uma das tantas questões que emergiu já no início desta pesquisa: por que ensinar por competências seria mais eficiente?

3.1 COMPREENDENDO O CONCEITO DE COMPETÊNCIA

Segundo Bessa (2008), o conceito de competência é discutido na esfera pedagógica desde a década de 1990, direcionada aos anos iniciais. Inclusive, adquiriu abrangência no gerenciamento de pessoas na área empresarial com foco na qualidade total.

Ao longo das duas últimas décadas, diversos autores elaboraram conceitos de competências. Encontramos em Zabala e Arnau, um forte referencial para o conceito de

competência que, a partir da análise de diversas conceituações, conclui que há convergência em três componentes essenciais das competências:

[...] existem várias coincidências ao resumir esses componentes em três grandes domínios relacionados aos campos do saber, do ser e do saber fazer, de tal modo que nos dois primeiros se utilizam, na maioria dos casos, os termos conhecimento e atitudes respectivamente. O mais controverso é o relacionado ao saber fazer; nele podem ser situadas desde habilidades muito simples até estratégias muito complexas (ZABALA; ARNAU, 2010, p. 36)

Observamos alguns conceitos a seguir, compilados por Dias (2010):

Para Perrenoud (1999), uma competência traduz-se na capacidade de agir eficazmente perante um determinado tipo de situação, apoiada em conhecimentos, mas sem se limitar a eles. É um saber em uso que exige a integração e mobilização de conhecimentos, processos e predisposições que, ao incorporarem-se uns nos outros, vão permitir ao sujeito fazer, pensar, apreciar (Roldão, 2002). Para Gentile & Bencii (2000), constitui a faculdade de mobilização de recursos cognitivos, com vista à resolução com pertinência e eficácia de uma série de situações [...] (DIAS, 2010, p. 74).

Na continuidade, Dias (2010) atenta para o fato de que, nas definições acima citadas, encontram-se diferentes componentes das competências: saber-saber, saber-fazer e saber-ser. No entanto, saber não é a competência em si, descrever a competência pela ação não implica em êxito e o ser não leva em si o contexto relacionado à competência. É um processo mais complexo que uma junção desses componentes:

[...] define-se competência como a aptidão para enfrentar uma família de situações análogas, mobilizando de uma forma correta, rápida, pertinente e criativa, múltiplos recursos cognitivos: saberes, capacidades, micro competências, informações, valores, atitudes, esquemas de percepção, de avaliação e de raciocínio (PERRENOUD et al., 2002, p. 19).

Em perspectiva semelhante, encontramos em Zabala e Arnau (2010):

A competência identificará aquilo que qualquer pessoa necessita para responder aos problemas aos quais se deparará ao longo da vida. Portanto, competência consistirá na intervenção eficaz nos diferentes âmbitos da vida mediante ações nas quais se mobilizam, ao mesmo tempo e de maneira interrelacionada, componentes atitudinais, procedimentais e conceituais (ZABALA; ARNAU, 2010, p. 37).

O pleno desenvolvimento da pessoa é finalidade social do ensino, embora saibamos que esse trabalho não se restringe ao âmbito escolar. É também papel da família e resultado das

mais diferentes influências sejam elas do meio em que se vive, daquilo que se assiste na mídia, das leituras realizadas - entre múltiplos fatores. Consideramos muito difícil delimitar o alcance de cada um desses agentes formadores, mas parece um tanto óbvio que, dentre tantos saberes que adquirimos ao longo da vida, há aqueles onde o lugar e o tempo propício são a escola. No entanto, não fará qualquer sentido aprendê-las para que fiquem na própria escola.

Isto nos leva a pensar sobre o acúmulo de saberes no ensino atual do nosso país contrapondo com o domínio prático a que se referem as competências que a BNCC visa transformar. Segundo Bessa (2008), a teoria das competências não se reduz ao pragmatismo e distanciamento dos saberes, pois tal domínio só pode ser alcançado também com o desenvolvimento de certas habilidades dos alunos. Contextualizando essa ideia, não é possível um estudante avaliar se determinada promoção em um supermercado é vantajosa ou não sem que ele desenvolva a habilidade de calcular porcentagens, por exemplo. Aparece, então, outro conceito associado ao de competência: habilidade. Faz-se necessária a distinção entre esses termos:

Segundo Perrenoud, as competências são traduzidas em domínios práticos das situações cotidianas que necessariamente passam compreensão da ação empreendida e do uso a que essa ação se destina. Já as habilidades são representadas pelas ações em si, ou seja, pelas ações determinadas pelas competências de forma concreta (BESSA, 2008, p.152).

Também Zabala e Arnau (2010) sustentam a mesma ideia: “A competência e os conhecimentos não são antagônicos, pois qualquer atuação competente sempre representa a utilização de conhecimentos interrelacionados às habilidades e às atitudes” (p. 12). Nesse sentido, acreditamos que essa concepção de ensino é o equilíbrio que os professores de Matemática podem encontrar para superar suas dificuldades em desapegar do acúmulo conteudista e abrir-se para uma forma não reducionista e excessivamente pragmática. Não há como negar que ainda ecoam em nossas salas de aula frases como “Professor, pra que serve isso?” ou “Tá professor... A gente fez a pipa e o que isso tem a ver com a Matemática?”. Ambas são situações extremas que caracterizam esse antagonismo.

Acreditamos que o desenvolvimento das competências é um processo dinâmico de ir e vir sobre saberes e ações (das mais diferentes naturezas). No entanto, Perrenoud adverte para uma inevitável priorização dos saberes, considerando-se o tempo necessário para o desenvolvimento de cada competência e acrescenta: “O verdadeiro debate deveria se dar sobre as finalidades prioritárias da escola e sobre os equilíbrios a serem respeitados na redação e na

operacionalização dos programas” (PERRENOUD, 1999). Entendemos com isso, que deve haver clareza sobre as reais necessidades de um cidadão brasileiro no cenário atual e que a nova BNCC tenha sido exitosa em exibir o que a escola fará no sentido de garantir a esse cidadão gerir situações complexas ou não do seu cotidiano com competência.

3.2 O CONCEITO DE COMPETÊNCIA E A PRÁTICA PEDAGÓGICA

A prática educativa configura-se como o resultado de muitos aspectos – das mais diferentes naturezas. Sobre essa complexidade:

A estrutura da prática obedece a múltiplos determinantes, tem sua justificação em parâmetros institucionais, organizativos, tradições metodológicas, possibilidades reais dos professores, dos meios e condições físicas existentes, etc. Mas a prática é algo fluido, fugidio, difícil de limitar com coordenadas simples e, além do mais, complexa, já que nela se expressam múltiplos fatores, ideias, valores, hábitos pedagógicos, etc. (ZABALA, 1998, p. 16).

Para os propósitos da nossa pesquisa, acreditamos ser suficiente esclarecermos acerca das nossas concepções sobre saber docente e conhecimento escolar, dado que nossa análise ocorre sobre um documento posto, a BNCC, e a defesa de uma proposta de organização metodológica para o ensino a partir dela. Temos o entendimento de que esta delimitação é suficiente por considerarmos que o papel do professor será determinante para o sucesso ou não da implantação da BNCC.

Chervel (1990, p. 188 apud MOREIRA, 2001, p. 137) lembra que “a escola é uma instituição que tem na instrução sua principal dimensão educativa, educa através da instrução”. Sobre o rol de conhecimentos estabelecidos para essa instrução, segundo Lopes (1999, p. 3), “os processos de seleção e legitimação não são construídos a partir de critérios exclusivamente epistemológicos ou referenciados em princípios de ensino-aprendizagem, mas a partir de um conjunto de interesses que expressam relações de poder da sociedade como um todo, em um dado momento histórico”. Julgamos que o momento atual exige que a escola proporcione não somente o conhecimento em cada disciplina, mas que possibilite condições para tomada de decisões e atitudes dentro e fora dela. Zabala e Arnau (2010) apontam para a direção de que as competências são os meios que favorecem uma formação integral e consistente, uma resposta ao excesso de memorização aplicada ao ensino, que dificulta a aplicação do conhecimento no contexto real.

Parece-nos bastante plausível aplicar o conceito de competência oferecido por Perrenoud à esfera educacional, afinal, conhecer e transcender a esse conhecimento para agir de forma eficiente nos mais diversos contextos é mais do que um objetivo da escola. Antes, vemos como uma necessidade no exercício da cidadania e do crescimento intelectual. Bessa (2008, p. 151) acrescenta: “o conceito de competência proposto por Perrenoud veio trazer um novo olhar sobre as práticas pedagógicas e sobre a compreensão do tempo pedagógico [...]” – aspectos estes que julgamos importante compreender para que tais mudanças não continuem, mais uma vez, sendo uma boa ideia que não produziu resultados efetivamente.

Atentamos para uma nuance apontada por Moreira (2001):

A visão do saber escolar [para Schön] é apresentada como um fato que pode ser transformado, se for possível mudar a maneira como os professores se relacionam com seus alunos e sua profissão. Se eles se tornarem professores reflexivos e conseguirem modificar a burocracia da escola, essas mudanças poderão viabilizar um ensino onde os saberes serão contextualizados e relacionados com a vida cotidiana dos alunos (p.128).

A citação acima nos remete a refletir sobre a relevância de refletirmos sobre o saber docente e reafirma a máxima de que o professor pode fazer a diferença. No bojo da caracterização dessa categoria, Tardif, Lessard e Lahaye (1991, p. 219 *apud* Moreira, 2001, p. 130) “chamam a atenção para o fato de que o saber docente é plural [...] constituindo-se em um amálgama, mais ou menos coerente, de saberes oriundos da formação profissional, dos saberes das disciplinas, dos currículos e da experiência”. Reconhecer que a experiência do professor integra essa pluralidade é um grande avanço para a superação do modelo da racionalidade técnica – através do controle científico da prática educacional, “o professor é um instrumento de transmissão dos saberes produzidos por outros” (MOREIRA, 2001, p. 122). Esclareça-se que esses saberes da experiência são desenvolvidos a partir da prática professoral. Os mesmos autores indicam que esses saberes não são completamente subjetivos à medida que são partilhados entre os pares. Não parece algo tão surpreendente aceitarmos que a troca de experiências nos modifica à medida que permitimo-nos contrastar nossos pontos de vista, nossos saberes técnicos com outrem.

Adjacientemente, Bessa (2008) corrobora a ideia anterior quando sustenta que, segundo Perrenoud, há que se considerar as competências individuais do professor, pois a forma como ele reconhece suas próprias competências e se mobiliza para outras que ainda não construiu, constituem uma estratégia facilitadora no exercício da docência. Um exemplo adequado a esta

afirmação é o que estamos vivendo em tempos de pandemia no ano de 2020. Bruscamente, o ensino presencial não pode mais ser oferecido e a escola é compelida a manter o vínculo entre alunos e os saberes. A maneira como um professor não habituado ao uso de recursos tecnológicos administra suas dificuldades e se lança ao aprendizado de novas ferramentas para garantir, mesmo que minimamente, que o conhecimento chegue até seu aluno, diz muito sobre sua visão acerca de estarmos em constante desenvolvimento enquanto educadores. E, estendendo um pouco a ideia, sobre a dinâmica de aprendizagem dos seus alunos. Em corroboração e no que diz respeito à relação do educador com os conteúdos de ensino, “para ensinarmos algo, precisamos lançar mão da organização dos conteúdos a serem trabalhados, bem como favorecer, com o uso de estratégias diferenciadas, a assimilação dos conteúdos pelos alunos” (BESSA, 2008, p. 151). A postura do professor diante dos seus próprios desafios no exercício de sua profissão pode fazê-lo vislumbrar e proporcionar diferentes estratégias para que o aluno possa desenvolver suas competências.

Estabelecido que as diretrizes nacionais para o ensino adotam as competências e habilidades e, também, que o professor terá um papel significativamente preponderante na operacionalização da BNCC, faz sentido tecermos algumas considerações sobre esse sujeito, chamado professor, diante desse desafio. Como ele poderá mobilizar seus saberes técnicos, pedagógicos e da experiência para gerenciar e dar respostas efetivas ao que se espera (ou necessita-se) dele neste momento. Mesmo porque o ofício de professor não é imutável, o mundo está em constante mudança, a heterogeneidade crescente com que precisa lidar em sua prática. Dessa forma, terá que mobilizar seu saber docente através de recursos metodológicos para atingir os objetivos propostos. Ou seja, estamos falando das competências para ensinar. Perrenoud (2000) propõe dez grandes famílias de competências que tentam apreender esse movimento da profissão, que chamou de “10 Novas Competências para Ensinar”, a saber:

1. Organizar e dirigir situações de aprendizagem.
2. Administrar a progressão das aprendizagens.
3. Conceber e fazer evoluir os dispositivos de diferenciação.
4. Envolver os alunos em suas aprendizagens e em seu trabalho.
5. Trabalhar em equipe.
6. Participar da administração da escola.
7. Informar e envolver os pais.
8. Utilizar novas tecnologias.
9. Enfrentar os deveres e os dilemas éticos da profissão.
10. Administrar sua própria formação continuada. (PERRENOUD, 2000, p. 14).

Certamente, lá se vão duas décadas desde que o tema competências é tratado na esfera educacional. O embrião da nova BNCC se desenvolve desde 2014. No entanto, parece que os professores só tomaram consciência das grandes mudanças que estavam por vir a partir da obrigatoriedade da sua implementação, em 2020. Instalou-se um certo pânico generalizado – não só entre os professores, mas também no âmbito das secretarias de educação - por reconhecer que existe um espaço muito grande a ser percorrido entre o documento em si e a prática em sala de aula. No movimento de reelaboração dos planejamentos atuais, foi percebido um movimento que refletia grande insegurança e despreparo dentro da escola, tanto por parte dos professores quanto pela equipe gestora. Se o processo de discussão não foi devidamente conduzido ou se os professores não se apropriaram do direito de opinar e sugerir no tempo certo, já não cabe mais controvérsia. Não há dúvidas de que esse trabalho de sustentação teórica precisa ser melhorado e, nas atuais circunstâncias de isolamento social presencial, o processo de entendimento precisa continuar exigindo ainda mais das competências de agir nas adversidades.

3.3 O TEMPO PEDAGÓGICO E A TRANSFERÊNCIA DE SABERES

Ensinar por competências suscita um ponto importante a ser discutido. Se por um lado já compreendemos que os saberes não são deixados de lado nessa perspectiva de ensino, por outro, nos perguntamos sobre o que privilegiar no tão sedimentado rol de conteúdos. Essa seleção faz-se necessária por um motivo bastante simples: o tempo disponível para o tratamento de cada competência. Isto vem ao encontro de que “[...] o desenvolvimento de competências desde a escola implicaria uma diminuição dos programas nacionais, com vistas a liberar o tempo requerido para exercer a transferência e acarretar mobilização dos saberes” (PERRENOUD, 1999).

Primeiramente, levemos em consideração que os programas de ensino estabelecidos contemplam objetos de conhecimento historicamente aceitos e, muito provavelmente, a imensa maioria dos professores de Matemática deve considerar uma seleção como esvaziamento de conteúdos e não há como negar a existência desse aferro. Há a necessidade de termos em mente que muito do que define o que deve ser ensinado nas escolas se apoia sobre a necessidade de estudos futuros ou pelo valor intrínseco à própria disciplina e, talvez, até de cunho estético. Uma ilustração cabível seria a determinação das raízes complexas de uma equação polinomial. Embora haja aplicações dentro de campos de estudo da Física, em particular o eletromagnetismo, trata-se de um tema realmente complexo para um estudante de Ensino

Médio, especialmente para os que não almejam seguir estudos nessa área. Sobre esta e tantas outras situações semelhantes nos programas das disciplinas da educação básica ficarem de fora de uma seleção de conteúdos mais apropriada ao trabalho por competências, trazemos a reflexão de Perrenoud: “Diminuir programas e trabalhar um número mais limitado de noções disciplinares, para levar à sua operacionalização, não prejudicaria muito aqueles que fizeram estudos especializados nos domínios correspondentes, mas daria melhores condições a todos os outros” (PERRENOUD, 1999). Considerando que em nosso país o índice de pessoas, com idade superior a 25 anos, que têm ensino superior completo é de 16,5% (IBGE, 2018), não faz muito sentido justificar a presença de determinados conteúdos pela necessidade de usar na universidade.

4 O ENSINO POR COMPETÊNCIAS E AS SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

Estabelecido o entendimento acerca de competências e habilidades, precisamos deter atenção sobre a metodologia a ser empregada no processo de ensino-aprendizagem sob essa ótica. Adotaremos como referencial teórico para habilidades e competências os princípios desenvolvidos por Antoni Zabala, por ser referência internacional nas pesquisas desta área da educação.

Toda prática educativa traz em si um enfoque metodológico traduzido nas atividades realizadas para cumprir seus objetivos e isto é o que a distingue de outras. Assim, para cada proposta de ensino, sua sequência é determinada por “[...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos” (ZABALA, 1998, p.18).

Para Zabala (2010), há argumentos que justifiquem que as competências não possam ser ensinadas, mas somente desenvolvidas, dado seu caráter essencialmente contextual, procedimental e atitudinal. No entanto, não entraremos no mérito da questão e, ao referirmo-nos ao *ensino* de competências – que parece conter a ideia de transmissão e reprodução - compreendemos *desenvolvimento* de competências. Desta forma, a metodologia adequada deve possibilitar esse tratamento não pré-definido, mas constantemente construído e reconstruído ao longo do processo de aprendizagem. Sendo assim, é necessário clareza sobre os elementos a serem levados em consideração para que a sequência didática atenda a essa finalidade.

4.1 CARACTERÍSTICAS DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA ALINHADA AO DESENVOLVIMENTO DAS COMPETÊNCIAS

Zabala (2010) estabelece as características essenciais para o ensino das competências e, por conseguinte, os critérios que determinarão as atividades propostas na sequência didática. Essa categorização compreende quatro aspectos, os quais abordaremos a seguir.

As atividades devem estar impregnadas de *significado* para o aluno e o ponto de partida é a verificação do seu conhecimento prévio acerca da temática envolvida. A abordagem para novos conhecimentos deve ser feita a partir dessa experiência inicial e ela depende muito das vivências de cada grupo, do ambiente em que está inserida aquela escola. Por isso, a escolha das atividades, para gerarem um conhecimento significativo, deve ser determinada por essas

questões. Dessa forma, dentro de um mesmo município, dificilmente todas as atividades poderão ser as mesmas se respeitarmos as diferenças entre uma escola rural e outra urbana, por exemplo. Além dessas considerações, as atividades precisam estar adequadas ao nível de desenvolvimento do aluno e, com a ajuda necessária, representar um desafio possível. É importante que sejam motivadoras, capazes de provocar conflito cognitivo entre os conhecimentos prévios e aqueles que se propõem, promovam a autoconfiança, a consciência do aprendizado e a construção da autonomia.

Um segundo critério está relacionado à *complexidade*. Anteriormente, já tratamos da importância do conhecimento disciplinar para o desenvolvimento das competências, bem como o fato de uma competência possibilitar uma atuação no contexto real. Não é difícil perceber que as situações reais são muito mais complexas do que as situações tratadas no âmbito escolar e que muito se delegou ao estudante a tarefa de aplicar os conhecimentos adquiridos na escola para intervir na realidade — como se isso fosse decorrência automática. Mas agir na complexidade do contexto real não é algo simples, nem imediato. Então, faz-se necessário um trabalho que desenvolva a capacidade de saber escolher as ferramentas conceituais, as técnicas e atitudes adequadas, sob a ótica do *pensamento complexo* que se define como a “[...] forma de conhecimento baseada na capacidade para se aproximar à realidade, analisá-la e resolver os problemas que ela apresenta a partir de uma visão sistemática” (ZABALA, 2010, p. 236). E um dos pressupostos para se atingir o pensamento complexo é não simplificar demasiadamente as situações, somente adequá-la ao nível realizável pelo aluno. Cabe ao professor fazer o recorte da realidade identificando situações que permitam enfrentamento e atuação, bem como o desenvolvimento da habilidade de buscar entre o rol de informações e os esquemas de atuação que sejam relevantes na particularidade da situação.

O terceiro critério tem caráter *procedimental*. Refere-se à articulação entre “[...] os fatos, conceitos, os procedimentos e as atitudes que integram a competência” (p. 136). Exige do professor um conhecimento acurado acerca de todo o processo, especialmente das características da aprendizagem, para que possa fazer as melhores escolhas e fomentar o desenvolvimento das habilidades/competências. O professor deve ser diligente na escolha de atividades significativas e funcionais, na seleção de modelos diversificados de desenvolvimento do conteúdo, na proposição de um processo gradual de aprendizagem, dimensionar a necessidade de ajuda a ser oferecida, não comprometendo a autonomia do aluno.

O quarto critério estabelece a compreensão da *tipologia diferenciada* de cada etapa do processo com a finalidade de destinar tratamento diferenciado a cada uma das atividades

propostas sem, no entanto, perder o aspecto integral da proposta. De forma mais explícita, dependendo da habilidade a ser trabalhada, faz-se necessário inserir exercícios de repetição ou fazer associação entre diferentes modelos. Para o desenvolvimento das atitudes, é necessário que o professor demonstre atitudes coerentes. É necessário que sua atuação também seja de reflexão, de aprendizado, investigação, aberto à diferentes posicionamentos, sendo gestor de conflitos e de relações interpessoais.

4.2 ESTRUTURA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O DESENVOLVIMENTO DE UMA COMPETÊNCIA

Na seção anterior, ficou estabelecida a natureza das atividades quando se trabalha com competências. Trataremos agora da estrutura, da dinâmica entre as diferentes etapas que compõem uma sequência didática e dos mecanismos de controle que indicam a necessidade ou não de mudanças e proposição de novas atividades ao longo do processo. Tais considerações, as faremos segundo Zabala (1998).

Um dos primeiros aspectos a ser considerado é que as etapas devem abranger conteúdos conceituais, factuais, procedimentais e atitudinais, sendo que para terem essa configuração (de conteúdo) precisam ser objetos de avaliação. Neste sentido, por exemplo, não basta inserir na sequência que haverá troca de ideias entre pares ou grupos se isso não constar como critério de avaliação.

Para a aprendizagem dos *conteúdos factuais*, podemos distingui-los conforme estiverem relacionados “[...] a fatos, acontecimentos, situações, dados e fenômenos concretos e singulares” (ZABALA, 1998, p. 41). Na maioria dessas situações, basta saber reproduzi-los literalmente, sem necessitar de compreensão – para o caso de nomes, datas, símbolos, por exemplo. No caso de acontecimentos, basta que o relato do aluno guarde lembranças o mais fidedignas possíveis do real. Esse tipo de conhecimento está diretamente ligado à memória e, para serem aprendidos, são necessários exercícios de repetição que podem ser otimizados com boas estratégias de memorização, tais como esquemas, representações gráficas, associação com outros conteúdos já assimilados. Além disso, para que a retenção desses conhecimentos fique na memória de longo prazo, há a necessidade de novas repetições sempre que possível.

Com relação à aprendizagem dos conteúdos *conceituais*, precisamos entrar no nível de compreensão. “Saberemos que (um conceito) faz parte do conhecimento do aluno não apenas quando este é capaz de repetir a definição, mas quando sabe utilizá-lo para a interpretação,

compreensão ou exposição de um fenômeno ou situação [...]” (idem, p. 43). Um aspecto relevante é que muitos conceitos podem ter diferentes níveis de compreensão ao longo do desenvolvimento do aluno. Na BNCC, percebemos que um mesmo conceito pode aparecer ao longo de vários anos, desde uma simples apresentação, noções gerais até chegar na formalização propriamente dita. Conforme os estudantes avançam na escolaridade, as atividades que favorecem essa aprendizagem são de maior complexidade e devem desencadear o processo de elaboração e construção pessoal do conceito. Para tal, são indicadas atividades experimentais conectadas com o conhecimento prévio, significativas, de onde emergem desafios ajustados ao desenvolvimento do aluno e gerem a construção de novas ideias.

Os conteúdos *procedimentais* abrangem regras, técnicas, métodos, habilidades, estratégias e procedimentos – distinguíveis segundo três parâmetros: linha contínua *motor/cognitivo*, eixo *poucas ações/muitas ações* e o *continuum algorítmico/heurístico* (idem, p. 44). Qualquer atividade de cunho procedimental tem mais ou menos de cada uma delas. Os dois primeiros parâmetros parecem esclarecidos em si. Com relação ao terceiro, as extremidades são definidas pelo fato de o processo ser sempre o mesmo (algorítmico) ou cujas ações dependem da característica da ação que exigem diferentes estratégias (heurística). Além de situar o conteúdo procedimental nas linhas aqui mencionadas, ele é implicado por quatro ações: a *realização das ações* em si (o que parece redundante, porém deixa de ser óbvio quando constatamos que não basta ver o professor realizar um algoritmo, mas é preciso que o próprio aluno exercite-o); a *exercitação múltipla* (repetir quantas vezes forem necessárias até atingir o domínio, como por exemplo o domínio de um compasso); a *reflexão sobre a própria atividade* (vai além da repetição para o conhecimento da funcionalidade daquela ação, intrinsecamente ligada ao conhecimento significativo do conteúdo conceitual/factual associado) e, finalmente, a *aplicação em contextos diferenciados* (exercitações em diferentes contextos favorecerão a criação de um repertório maior de possibilidades de intervenção em situações novas).

A aprendizagem de *conteúdos atitudinais* “[...] engloba uma série de conteúdos que por sua vez podemos agrupar em valores, atitudes e normas. Cada um desses grupos tem uma natureza suficientemente diferenciada que necessitará, em dado momento, de uma aproximação específica” (idem, p. 46). A diferenciação entre valores, atitudes e normas é bastante tênue, pois cada um deles carrega em si “[...] componentes cognitivos (conhecimentos e crenças), afetivos (sentimentos e preferências) e condutuais (ações e declarações de intenção). Mas a incidência de cada um desses componentes se dá em maior ou menor grau, segundo se trate de um valor, uma atitude ou norma” (idem, p. 47). Acima dessa caracterização, a aprendizagem de conteúdos

atitudinais envolve elaborações complexas de caráter pessoal que são influenciados/determinados por todo o ambiente em que o aluno está inserido, os modelos que ele traz consigo e a carga afetiva que envolve tudo isso. Neste sentido, essa aprendizagem “[...] supõe um conhecimento e uma reflexão sobre os possíveis modelos, uma análise e avaliação das normas, uma apropriação e elaboração do conteúdo, que implica a análise dos fatores positivos e negativos, uma tomada de posição, um envolvimento afetivo e uma revisão e avaliação da própria atuação” (idem, p.48).

De posse dos elementos de cada uma das diferentes aprendizagens elencadas nesta seção, precisamos fazer análise semelhante sob a ótica do ensino.

Para o *ensino de conteúdos factuais*, por seu caráter reprodutivo, as sequências poderão ser mais simples: exposição, atividades individuais e avaliação. No entanto, deve ficar garantida a capacidade de utilizar em outros contextos que não somente o escolar e, também, a possibilidade de atividades diversificadas à disposição do aluno para que ele decida quantas deve fazer para assimilar o conteúdo. Cabe ao aluno fazer as atividades e, ao professor, estimulá-lo ao proporcionar atividades criativas num ambiente propício.

Ensinar *conceitos* pressupõe um processo de elaboração pessoal. Por isso, as atividades precisam ser pensadas de tal forma a provocar, a partir do conhecimento prévio, a construção e apropriação do conceito — conforme os critérios já estabelecidos quando tratamos da aprendizagem conceitual.

Ao ensinar *conteúdos procedimentais*, “[...] o dado mais relevante é determinado pela necessidade de realizar exercícios suficientes e progressivos das diferentes ações que formam os procedimentos, as técnicas e as estratégias” (idem, p.81). As atividades devem partir de situações significativas e funcionais: o aluno deve saber a função daquilo que está aprendendo, pois só assim reconhecerá a ocasião de utilizá-lo. Além disso, já no seu início, o aluno deve ter pleno conhecimento de toda as etapas do processo e este deve ser gradual (do mais simples ao mais complexo), de forma a transcender a repetição. Anteriormente, falamos da necessidade de se dimensionar a ajuda necessária fornecida ao aluno para que possa avançar para a etapa seguinte. Tão importante quanto fornecer a ajuda necessária, é decidir sobre mantê-la, modificá-la ou retirá-la. Esse controle é feito através da prática guiada, onde o professor acompanha passo a passo a evolução na autonomia do aluno sobre o processo. Atingido esse nível, o aluno será capaz de realizar atividades independentes, mostrando sua competência no domínio do conteúdo aprendido.

As atividades propostas no ensino dos *conteúdos atitudinais* são mais complexas que nos demais conteúdos, pois compreende o fator afetivo, a atenção a toda a rede de relações (entre professores e alunos, alunos entre si, membros da equipe docente) - todos espelhos para as atitudes. É necessário muita percepção do professor para os aspectos manifestos e os ocultos das relações afetivas. Uma forma eficiente de ensinar valores é vivê-los e, por isso, devem ser criadas situações em que é possível esse exercício e, em muitos casos, elas extrapolam os limites da sala de aula. Portanto, há que se ter especial cuidado para que as atitudes tomadas pela escola como um todo não contradigam as aprendizagens atitudinais realizadas em sala. “Uma das primeiras medidas a se tomar é a de sensibilizar o aluno sobre as normas existentes na escola e na aula, com o objetivo de que compreenda sua necessidade e de que, a partir da reflexão e da análise, não apenas as aceite, mas as respeite como suas” (idem, p.84). Nossos alunos podem ter uma atuação mais ativa e participativa na formação de valores, na elaboração de normas, nas soluções para os problemas da escola. Para mais, ele se sentirá coautor e, assumido seu compromisso diante do grupo, estará sujeito à regulação não só do professor, mas também dos colegas. Contiguamente a todos os aspectos levantados, muita sutileza na interpretação dos conhecimentos prévios, levando-se em conta as vivências dos alunos, adaptando os conteúdos às necessidades e situações reais deles. É fundamental gerenciar os inevitáveis conflitos, para promover reflexão de forma crítica. Apresentar modelos de atitudes que se queiram atingir, fomentando a autonomia moral de cada aluno através de espaços de experimentação.

4.3 ESQUEMA ESTRUTURAL DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA – SEGUNDO TIPOLOGIA DE CONTEÚDO

A partir das considerações realizadas nas duas seções anteriores e com base no quadro síntese apresentado por ZABALA (1998, p. 80), encontrado no Anexo 2, apresentaremos alguns esquemas que podem melhor orientar a elaboração de uma sequência didática.

Como o nosso objetivo é o trabalho com competências e, sabendo que tais competências são desenvolvidas a partir das habilidades, inicialmente, é preciso identificar a natureza do conteúdo referente à habilidade em questão. As habilidades descrevem ações. Portanto, o primeiro olhar será sobre o verbo utilizado na descrição. Caso seja necessário, é possível recorrer à Taxonomia de Bloom para melhor compreender o caráter da ação e o nível cognitivo a que se relaciona. Também é facilmente verificável através de uma simples leitura que uma mesma habilidade pode contemplar mais de uma ação. Neste caso, cada uma delas

pode estar relacionada a uma tipologia de conteúdo distinta e, por conseguinte, ser tratada de forma diferenciada. Apesar das particularidades de cada uma dessas aprendizagens, todas têm em comum, um módulo de apresentação e a necessidade de avaliação durante todo o processo. Então, apresentaremos alguns esquemas que acreditamos serem úteis para a elaboração de uma sequência que poderá ser aplicado em qualquer área de ensino.

4.3.1 Atividades de apresentação

A forma como é apresentado o tema de estudo pode ser determinante para se atingir os objetivos de aprendizagem. O aluno deve ser motivado a aprender, a reconhecer que possui o necessário para as exigências daquele estudo, sentindo-se capaz de realizar as atividades, pois essas estão perfeitamente adequadas ao seu nível cognitivo, instigam sua curiosidade, têm significado e funcionalidade. Tudo isso cria a pré-disposição necessária para aprender.

Figura 2 – Etapa de apresentação



Fonte: elaborado pela autora (2021).

4.3.2 Avaliação

A natureza de uma competência carrega em si complexidade e, por conseguinte, avaliar se uma competência foi desenvolvida também é complexo. Na verdade, saberíamos se nossos estudantes tornaram-se competentes, se pudéssemos acompanhá-los ao longo da vida, observando sua capacidade de enfrentamento de situações reais. Obviamente que isso não seria possível. Sendo assim, precisamos trabalhar com aproximações da realidade e “o meio para

conhecer o grau de aprendizagem de uma competência será a intervenção do aluno ante uma *situação-problema* que seja reflexo, o mais aproximado possível, das situações reais nas quais se pretende que seja competente” (ZABALA, 2014, p. 224).

É necessário, então, pensarmos nos mecanismos que nos possibilitem fazer uma avaliação adequada, visto que “[...] o processo avaliativo consistirá na utilização dos mecanismos que permitam reconhecer se os esquemas de atuação aprendidos podem ser úteis para superar situações reais em contextos também reais” (ZABALA, 2014, p. 214). Os critérios a serem avaliados devem estar bem definidos através de indicadores antes do início da sequência e serem do conhecimento do aluno para que ele possa fazer, também, o controle da sua aprendizagem. É preciso bem localizar e sinalizar os momentos de cada etapa avaliativa. Além disso, será facilitador do controle da avaliação por parte do professor, uma planilha de acompanhamento de todas as etapas, para que possam ser aferidos pareceres e/ou nota.

Sobre avaliação de competências, um aspecto deve estar sempre em destaque: ela ocorre durante todo o processo.

A avaliação na escola deve se dirigir a todo o processo de ensino e de aprendizagem e, portanto, não apenas aos resultados que os alunos obtiveram, mas a qualquer uma das três variáveis fundamentais as quais intervêm no processo de ensino e aprendizagem, ou seja, as atividades que os professores promovem, as experiências que os alunos realizam e os conteúdos de aprendizagem, pois as três são determinantes para a análise e a compreensão de tudo o que ocorre em qualquer ação formativa (ZABALA, 2014, p. 207).

Nesse processo, distinguimos três perspectivas: a avaliação inicial, formativa e somativa. A primeira fase do processo avaliativo constitui a *avaliação inicial* que considera o que nossos alunos já sabem, as suas vivências e interesses, capacidades e como aprendem. São todas referências que nos permitem estabelecer o tipo de atividades favoráveis à aprendizagem. No entanto, no transcorrer das atividades e de acordo com as respostas dadas ao que propomos, mudanças se fazem necessárias, ajustando os objetivos, adequando os desafios – avaliação reguladora ou *formativa*, entendendo que a avaliação deve proporcionar melhorias ao aprendizado. Além, desses dois aspectos, a avaliação *somativa* fornece uma visão global a partir da visão inicial, o caminho percorrido pelo aluno, as interferências que foram necessárias, o resultado final e a tomada de decisões a partir dele.

Figura 3 – Etapa de avaliação

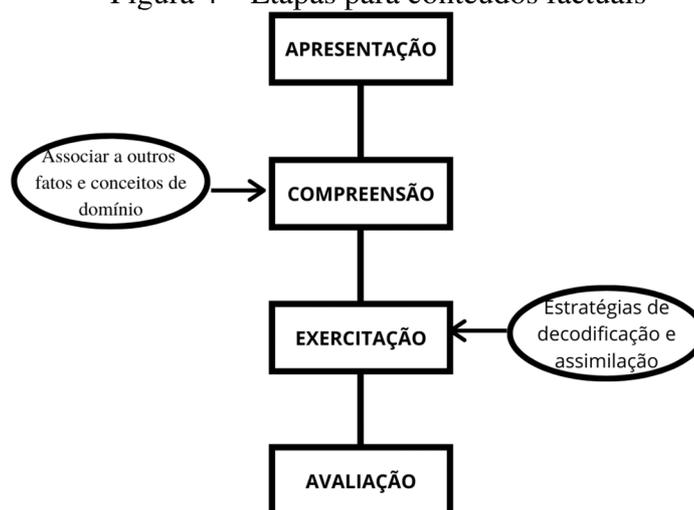


Fonte: elaborado pela autora (2021).

4.3.3 Etapas para conteúdos factuais

Por tratar-se de ações não tão complexas, além da apresentação e avaliação, a sequência deve prever atividades de compreensão e exercitação. Nas atividades de compreensão de um novo fato ou acontecimento, são indicadas associações a outras situações que já são de domínio. Fazer uso de esquemas e representações gráficas são instrumentos adequados para atividades de compreensão de um conteúdo factual. Para a etapa de exercitação, dispor de atividades diversificadas e, em muitos casos, periódica, que facilitem a retenção das informações relevantes.

Figura 4 – Etapas para conteúdos factuais

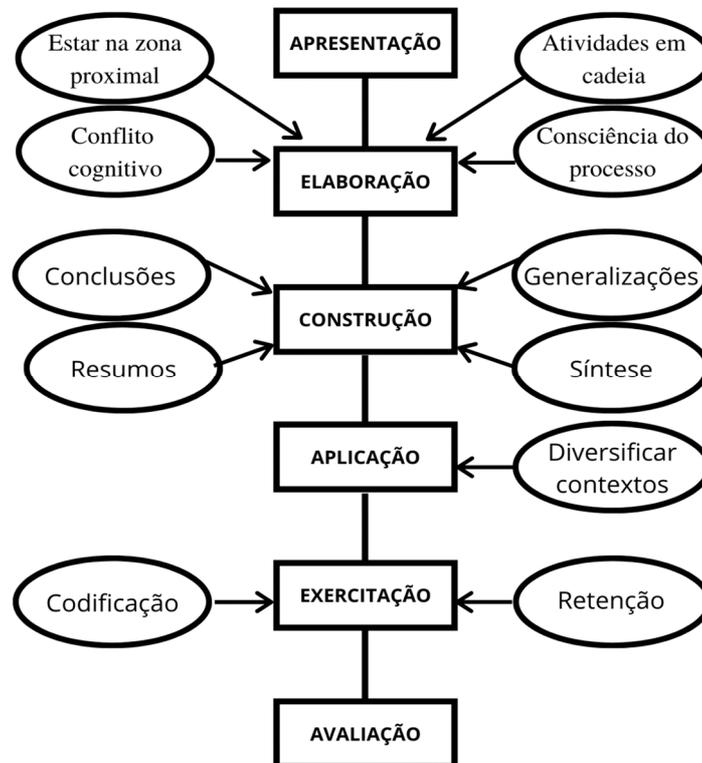


Fonte: elaborado pela autora (2021).

4.3.4 Etapas para conteúdos conceituais

Este processo exige mais etapas, cada qual com uma diversidade de aspectos a serem levados em conta. A apropriação de um conceito é um processo pessoal. No entanto, é a observação do professor sobre esse processo autônomo que determinará o sucesso ou não dessa aprendizagem. A etapa de elaboração exige olhar atento sobre a adequação e eficiência das atividades propostas, bem como as mesmas são conduzidas em sala. Ao professor, cabe fazer os questionamentos (gerar conflitos cognitivos) e, ao aluno, as conclusões. A etapa de construção do conceito compreende atividades de síntese e generalização que podem ser alcançadas através do uso de resumos, elaboração/reelaboração das conclusões. Para que o conceito tenha significado, as atividades de aplicação devem mostrar sua inserção nos mais diferentes contextos, quando possível. Além disso e especialmente na disciplina de Matemática, a exercitação tem a finalidade de gerar familiaridade com o conceito, compreensão da codificação e retenção.

Figura 5 – Etapas para conteúdos conceituais



Fonte: elaborado pela autora (2021).

4.3.5 Etapas para conteúdos procedimentais

Com relação a esta tipologia, o nível de compreensão será tanto maior quanto for entendida a funcionalidade do conteúdo, através da reflexão e verbalização ao longo do processo. Especificamente em Matemática, a utilização da história como recurso didático pode trazer contribuições bastante significativas. A natureza procedimental desses conteúdos exige atividades de aplicação (em diferentes contextos) e exercitação (diversificadas). O professor deve criar mecanismos para a regulação da quantidade de atividades necessárias e para que possa determinar o momento e a intensidade da ajuda e a forma de guiar a prática.

Figura 6 – Etapas dos conteúdos procedimentais



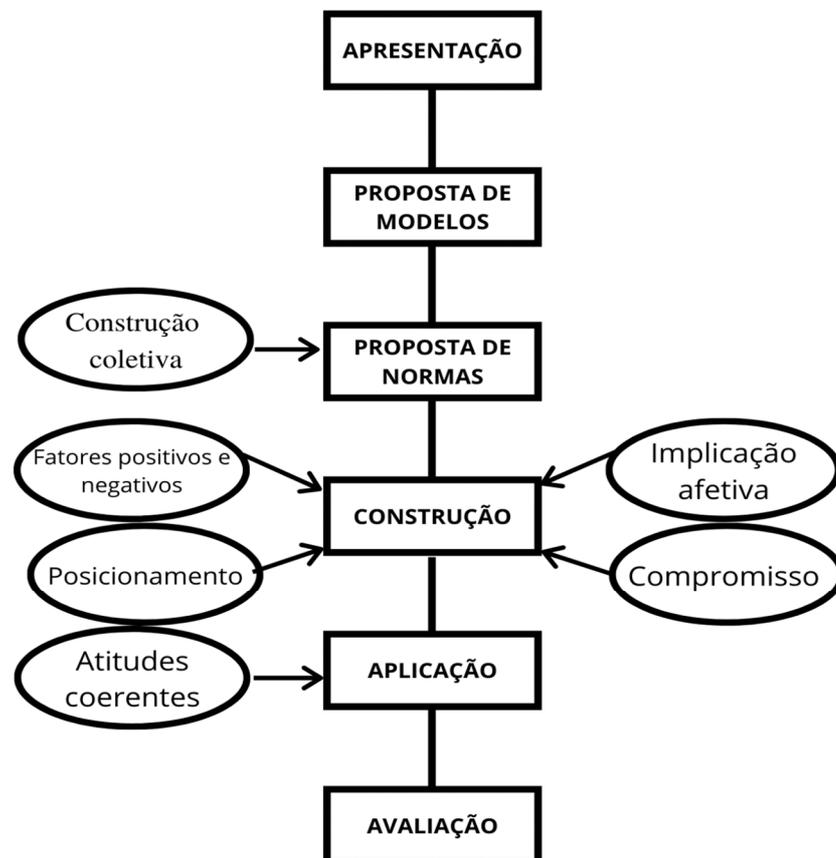
Fonte: elaborado pela autora (2021).

4.3.6 Etapas para conteúdos atitudinais

É meta educacional que a escola cumpra seu papel na formação de cidadãos críticos, cujas ações promovam o bem comum. O ambiente escolar deve ser como um laboratório dessas experiências. Na imensa maioria das vezes, mais do que propor atividades de exercitação das atitudes esperadas dos alunos, é preciso gerar oportunidades para construí-las e exercê-las com mais protagonismo. A apresentação desses conteúdos pode ser feita a partir da constatação de um conflito ou de uma situação geradora de prejuízos a alguém ou a alguma coisa. Em

contraposição, estabelece-se a proposta de um novo modelo. Talvez, um grande equívoco seja menosprezar a capacidade dos alunos – por mais novos que sejam – para definir as regras/normas necessárias para que este novo modelo substitua o antigo. A elaboração coletiva dessas normas é determinante para a etapa de construção, pelo significado de pertença e importância no processo. Essa construção se faz com clareza sobre os aspectos positivos e negativos, bem como suas consequências e exigem um posicionamento. Além disso, o envolvimento afetivo de todos os atores na causa gera o compromisso de mudança de atitude. A etapa de aplicação deve oportunizar situações que permitam atitudes coerentes com o modelo que se quer instituir. O processo de aprendizagem de conteúdos atitudinais não é linear, dada a complexidade envolvida numa mudança de atitude. Não será raro, o retorno a alguma etapa anterior, modificando a forma de condução desse processo.

Figura 7 – Etapas de conteúdos atitudinais



Fonte: elaborado pela autora (2021).

5 METODOLOGIA

5.1 TIPO DE PESQUISA

Segundo Hernández Sampieri, Fernández Collado e Baptista Lucio (2013), a pesquisa de caráter qualitativo permite o desenvolvimento de questões durante todo o processo de pesquisa, pois a perspectiva e as interações entre os participantes vão agregando dados importantes à visão inicial e novas questões podem surgir nessa dialogicidade. Desta forma, as hipóteses não são testadas, mas elaboradas e aprimoradas na obtenção dos dados e nos próprios resultados. “O enfoque qualitativo é selecionado quando buscamos compreender a perspectiva dos participantes [...] sobre os fenômenos que os rodeiam, aprofundar em suas experiências, pontos de vista, opiniões e significados” (p. 376). Tal afirmação vem ao encontro da proposta metodológica de ensino que escolhemos para a aplicação deste trabalho: as sequências didáticas, cuja caracterização qualitativa aparecem nas Seções 4.1 e 4.2. Destacamos que a aquisição de um conceito é impregnada de subjetividade referente às vivências do aluno. Além disso, pretendemos avaliar o processo de desenvolvimento de uma competência, elaborar pareceres e conjecturas a partir das perspectivas dos estudantes – ações de essência qualitativa. Tais características da pesquisa qualitativa são descritas por Lakatos e Marconi (2019): “[...] é descritiva; analisa intuitivamente os dados; preocupa-se com o processo e não só com os resultados e o produto; enfatiza o significado” (p. 303).

5.2 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA COMO RECURSO METODOLÓGICO

Dedicamos o Capítulo 4 para descrever as convergências entre o ensino por competências e as sequências didáticas, buscando traçar um panorama que possa orientar os professores na elaboração dos seus planos de aula sob essa ótica - para qualquer competência em qualquer área de ensino. Sendo assim, explicitaremos os elementos necessários para planejarmos os passos da sequência que elaboramos.

- a) Situar a competência/habilidade na tipologia de conteúdo (factual, conceitual, procedimental ou atitudinal) e utilizar o esquema adequado, descrito na Seção 4.3. Para o nosso caso, trata-se de um conteúdo conceitual e, então, devemos utilizar o que está proposto na Seção 4.3.4 (p.58).

- b) Fazer a abordagem com uma apresentação instigante à curiosidade e ao interesse de aprender sobre o tema.
- c) O processo de apropriação de um conceito é muito pessoal. Sendo assim, as etapas de elaboração e construção de um conceito devem ser conduzidas com o máximo de cuidado para que não se forneça ao estudante informações que quebrem esse processo. É importante que as atividades sejam pensadas em cadeia e adequadas ao nível cognitivo dos estudantes. “As atividades mais apropriadas para poder conhecer o nível de aprendizagem de algum conteúdo conceitual consistem na resolução de conflitos ou problemas a partir do uso dos conceitos” (ZABALA, 2014, p. 220). Para administrar os diferentes tempos pedagógicos em uma turma, é preciso utilizar estratégias que permitam, em dados momentos, o aluno pensar sem interferências dos demais atores e, em outros, socializar suas ideias e conclusões com o grupo. Esse tempo individual e a importância de expressar suas ideias fazem parte da consciência do processo e devem estar claras antes de iniciar as atividades. Provavelmente, será necessário lembrar a classe dessas regras no decorrer das atividades. O professor tem um papel crucial no sucesso dessa etapa ao administrar os conflitos cognitivos que aparecerem (ideias conflitantes entre os alunos) ou os conflitos que provocar intencionalmente, sejam estes por problemas nos conceitos formulados ou, até, lançando dúvidas sobre formulações adequadas. Obviamente, o professor tem conhecimento do conceito esperado, mas as conclusões, sínteses, generalizações e formulação final devem ser da turma. É possível que, algumas vezes, seja necessário introduzir mais atividades que não estavam inicialmente planejadas na sequência didática.
- d) As etapas de aplicação e exercitação podem ocorrer simultaneamente e devemos buscar atividades diversificadas e aplicadas aos mais diferentes contextos, de tal maneira a criar um repertório significativo que possibilite a *transferência*, definida por Zabala (2014) como a “capacidade de aplicar a uma situação real um conhecimento, um processo ou uma atitude previamente aprendidos” (p. 237). Só assim, é possível dizer que a competência foi desenvolvida. Especificamente para a etapa de exercitação que geram a codificação e retenção, é necessário dimensionar a quantidade de atividades sem que se tornem repetitivas.
- e) Para o controle do processo e acompanhamento individual da avaliação (inicial, formativa e somativa), elaboramos um instrumento que será descrito na Seção 5.4 e

apresentado nos Apêndices C e D. Tanto mais eficiente será este instrumento quanto maior a frequência com que o professor o utilizar de forma imediata no decorrer das aulas.

5.3 ELABORAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Um dos critérios relacionados à escolha da habilidade alvo da sequência didática que apresento aqui está relacionado às turmas em que eu pretendia desenvolver a sequência e, a partir dessa escolha, foi necessário observar no programa algum objeto de conhecimento que fosse trabalhado no último bimestre do ano. Feito esse recorte, optei por escolher uma habilidade onde fosse possível fazer diferentes conexões com áreas bem distintas entre si, possibilitando a demonstração de que o conhecimento matemático pode ser aplicado em muitos contextos diferentes. Assim, escolhi a habilidade 22, do sétimo ano: “EF07MA22: Construir circunferências utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes” (BRASIL, 2018, p. 309).

Inicialmente, observei que a habilidade descrita acima contempla quatro ações bem distintas entre si, muito embora o objeto de conhecimento seja o mesmo:

- ✓ Construir circunferências utilizando compasso.
- ✓ Reconhecer a circunferência como lugar geométrico.
- ✓ Utilizar as circunferências para fazer composições artísticas.
- ✓ Resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.

Além disso, avaliei que as etapas não deveriam seguir essa ordem, sendo mais coerente construir o conceito de circunferência, para depois buscar instrumentos (incluindo compassos) para construí-las. Portanto, inverti a ordem das duas primeiras ações. Semelhantemente, optei por primeiro fazer a aplicação desse conhecimento na resolução de problemas (a quarta ação) para, finalmente, utilizar os conhecimentos adquiridos em composições artísticas. Apesar de contemplar vários conhecimentos procedimentais, a essência dessa habilidade é conceitual. Sendo assim, utilizaremos a estrutura para conteúdos conceituais descrita na Seção 4.3.4 (p. 58).

5.3.1 Etapa de Apresentação

Nas aulas que antecedem o início da aplicação do projeto, criar um clima favorável à participação de todos, salientando a importância da seriedade no envolvimento e compromisso de cada um ao longo de todo desenvolvimento do trabalho. Não que todas essas atitudes já não fossem essenciais em todas as aulas, mas ao longo da sequência didática essas suas atitudes seriam avaliadas. Dentre os modelos de atitudes esperadas de cada aluno deve ser dado especial destaque para realizar as atividades seguindo sempre as instruções, respeitando sempre o tempo e a opinião de cada colega.

Para motivação inicial do estudo e verificação dos conhecimentos prévios, proponho três atividades:

- Solicitar aos alunos que pesquisem, com antecedência, as obras artísticas de Kandinsky, Beatriz Milhazes e vitrais do período gótico, observando o que lhes chama a atenção nessas manifestações artísticas.
- Com o uso de Datashow, apresentar algumas das obras citadas acima, solicitando que apreciem e transcrevam suas impressões para uma Ficha de Desenvolvimento da Habilidade, que nada mais é que um portfólio,
- Solicitar aos estudantes que tentem definir o que é um círculo, visto que o reconhecimento desse ente geométrico já foi objeto de estudo em anos anteriores, como é possível constatar na habilidade EF01MA14.

Tomar o cuidado de não mencionar as palavras *círculo* ou *circunferência* ao longo das duas primeiras atividades. Dessa forma, é possível identificar os alunos que associam a forma à sua denominação – avaliação inicial.

5.3.2 Etapa de Elaboração

Cabe salientar aqui que, tradicionalmente, fazemos diferenciação entre os conceitos de circunferência (a linha) e círculo (o disco). No entanto, dentro do PROFMAT, a linha adotada é a da SBM (Sociedade Brasileira de Matemática) que não faz essa distinção. Portanto, adotaremos a palavra círculo para a linha.

Para a elaboração do conceito de círculo, solicitar a seguinte atividade:

- Marque um ponto qualquer na folha e denomine de ponto O. Com utilização

de uma régua, numa mesma reta (sem traçá-la), marque dois pontos que estejam a uma distância de 2 cm do ponto O, sendo um à esquerda e outro à direita. Vá mudando a direção da reta e repita o processo diversas vezes.

Como a elaboração é um processo pessoal, é muito importante que os alunos realizem essa etapa de forma individual e não falem em voz alta sobre suas constatações num primeiro momento, apenas registrem suas conclusões na ficha – evidencia-se aqui um ponto de avaliação formativa, verificando os alunos que já elaboraram um conceito preliminar de círculo.

5.3.3 Etapa de Construção

Nesta etapa, os alunos devem ser incentivados a socializar seus conceitos. É importante dar espaço para que diferentes opiniões sejam trazidas à discussão, não fazer conclusões, apenas fazer com que percebam inconsistências em suas definições (conflito cognitivo). Solicitar, então, que os estudantes reescrevam a definição de círculo com base na discussão. Novamente, mais um ponto de avaliação. Outro momento de socializar os conceitos e construir o conceito formal de círculo, definindo, também, raio e diâmetro.

5.3.4 Etapa de Aplicação

De posse do conceito de círculo, é possível levar o aluno a outros contextos para que seu repertório de aplicações seja o mais amplo possível, possibilitando fazer outras conexões no futuro com base nesse conhecimento.

Nesta etapa, são trabalhadas as outras três ações desta habilidade, para cada uma delas, descrevemos algumas atividades:

a) Construção de circunferências utilizando compasso.

- Pedir aos alunos uma forma mais precisa de traçar um círculo, dado um ponto e a medida do raio. Espera-se que eles mencionem o compasso. Se isto não ocorrer, lançar mão de alguma outra estratégia, como por exemplo, uma linha amarrada, um pedaço de madeira com uma ponta fixa ao chão.
- Em seguida, solicitar que discutam com um colega uma outra forma de traçar o círculo, sem o uso do compasso. É importante conduzir à socialização das

alternativas levantadas pelos estudantes e registrar no quadro as sugestões dos estudantes, sem fazer conclusões.

- Solicitar que os estudantes, em duplas, procurem utilizar algumas das sugestões do momento anterior para resolver a seguinte situação: “Um jardineiro precisa construir um canteiro circular de 2 m de diâmetro. Como ele deverá proceder para fazer o traçado desse canteiro?” Pedi que registrassem suas propostas. (Momento de avaliação).
- Conduzir à socialização do momento anterior. Espera-se que os alunos cheguem à conclusão de utilizar uma corda ou um sarrafo de 1 m de comprimento e utilizem algo para marcar o chão, por exemplo, uma estaca ou spray de tinta. Caso não cheguem a essa conclusão, provocar novos conflitos cognitivos que levem a esse fim. Se necessário, levá-los para o espaço externo da sala, como pátio, quadra.

b) Resolução de problemas que envolvam objetos equidistantes.

- Será proposto um texto simplificado sobre o funcionamento do GPS, introduzindo o conceito de trilateração e as seguintes atividades:
- Aplicar o processo de trilateração conhecidos três pontos e a distância destes até o ponto a ser determinado. (Avaliação)
- Com a turma dividida em equipes, determinar uma cidade brasileira, dadas suas distâncias em centímetros nesse mapa a três cidades, fazendo uso de um atlas, papel vegetal, régua e compasso. (Avaliação)

Apesar de que escala e operações com números decimais já terem sido objetos de estudo, oferecer atividades de exercitação anteriores à execução da atividade, a fim de lembrá-los. Desta forma, podemos perceber que as etapas da sequência didática não seguem linearmente, sendo muitas vezes necessário ir e vir entre elas.

c) Utilização das circunferências para fazer composições artísticas.

Proponho duas atividades relacionadas a esta ação:

- Através da observação de diversas imagens de rosáceas, solicitar aos alunos que façam suas próprias construções artísticas, utilizando somente compasso, régua e cores que julguem adequadas. (Avaliação)

- Sem serem informados do produto final (a logomarca da *Apple*), os alunos receberão uma guia de instruções com 20 passos a serem realizados com régua graduada e compasso, produzindo essa imagem. (Avaliação).

5.3.5 Etapa de Exercitação

Conforme mencionado anteriormente, a exercitação é uma etapa que pode ser inserida diversas vezes ao longo do processo. Nesta sequência, a retenção do conceito base (círculo) e a habilidade de traçar círculos ocorreu pela repetição do processo e pela constante exigência do conceito para realizar as atividades.

5.3.6 Etapa de Avaliação

No quadro abaixo, estão descritos os indicadores de avaliação para cada um dos momentos previstos pela sequência didática.

Quadro 4 – Indicadores de avaliação

MOMENTO	INDICADORES
1	Identificar a presença de círculos e usar essa denominação no texto.
2	Não cabe avaliação, mas subsidia etapas seguintes.
3	Aplicar os passos indicados em quantidade suficiente para se perceber o esboço de um círculo.
4	Perceber que os pontos que estão sobre a linha circular mantêm uma distância fixa do ponto inicial dado.
5	Definir círculo como um conjunto de pontos localizados a uma mesma distância de um ponto fixo.
6	Não cabe avaliação.
7	Mencionar o uso de compasso ou de uma linha/régua fixando uma das extremidades e fazendo o giro.
8	Mencionar o uso de uma corda esticada ou sarrafo de 1m de comprimento com uma das extremidades fixa e a outra movendo-se até completar a volta, riscando o chão com um marcador ou utilizando spray.
9	Aplicar corretamente o processo de trilateração a partir das instruções.
10	Identificar a cidade a ser localizada a partir das instruções fornecidas à equipe, a saber: G1 (Vitória), G2 (Curitiba), G3 (Florianópolis), G4 (Goiânia) e G5 (Campo Grande).
11	Fazer uma composição artística utilizando régua e compasso.
12	Construir a logo da <i>Apple</i> a partir dos passos indicados.

Fonte: elaborado pela autora (2021).

5.4 INSTRUMENTO PARA CONTROLE DA AVALIAÇÃO E ANÁLISE

Dentre as características que definem a natureza da análise qualitativa descritas por Sampieri, Collado e Lucio (2013, p. 447), está o fato de que os dados não vêm estruturados e cabe ao pesquisador dar uma estrutura, organizando categorias e padrões. Neste sentido, acreditamos que a elaboração de uma ficha de acompanhamento será facilitadora não somente para a avaliação do processo de aprendizagem referente à sequência didática, mas também contribuirá para a análise dos resultados da pesquisa.

É esperado encontrarmos diferentes níveis de aprendizagem nas turmas, bem como tempos diversos para atingi-los. Assim, sentimos a necessidade de criar escalas/códigos que representem estes estágios durante a realização da sequência didática. Também se faz necessário registrar as etapas não realizadas devido à falta de assiduidade de alguns alunos e que, provavelmente, influenciarão no seguimento das atividades para tais estudantes. Acreditamos que, para cada um dos indicadores estabelecidos no Quadro 3, são suficientes distinguirmos os estudantes em uma das seguintes situações:

O aluno não estava presente na realização da atividade (código F).

O aluno estava presente, mas não registrou a atividade solicitada (código 0).

O aluno realizou a atividade, mas não mostra qualquer coerência com o indicador estabelecido (código 1).

O aluno realizou a atividade, mas sua resposta é somente parcialmente adequada ao indicador (código 2).

O aluno realizou a atividade e respondeu adequadamente ao indicador (código 3).

Caso o aluno esteja presente e estejamos considerando uma etapa que não tem avaliação prevista, o espaço ficará em branco.

O referido instrumento pode ser observado nos Apêndices C e D.

No entendimento de que, segundo Sampieri, Collado e Lucio (2013), adjacente às categorias de análise pré-estabelecidas, estão “[...] as impressões, percepções, sentimentos e experiências do pesquisador” (p. 447). Sendo assim, embora haja sistematização na análise, esse processo é contextual, não é rígido, nem mecânico. “Não é uma análise *passo a passo*, o que fazemos é estudar cada *peça* dos dados em si mesma e em relação às demais” (idem). Sob essa ótica, utilizaremos o panorama que a ficha de acompanhamento nos fornece, bem como as interpretações e comparações que serão realizadas quando analisarmos os registros dos alunos, em cada um dos doze momentos definidos na sequência didática. Esperamos conseguir

sistematizar conclusões reveladas a partir dessas análises que nos permitam atingir o objetivo a que nos propomos nesta pesquisa que é o de compreender a funcionalidade das sequências didáticas para o ensino por competências.

6 DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

6.1 CARACTERIZAÇÃO DAS TURMAS PARTICIPANTES

A unidade escolar onde foi aplicada a pesquisa localiza-se a 15 km do centro da cidade de Brusque (SC), atendendo cerca de 400 alunos na Educação Infantil e Ensino Fundamental. Pela sua localização, também atende estudantes oriundos das zonas rurais mais próximas. O aumento populacional da localidade foi fomentado pela vinda de migrantes procedentes, em sua grande maioria, de outras cidades do estado, de forma que, nas turmas em questão, em torno da metade dos estudantes não são nascidos na cidade. Com relação às idades dos estudantes dessas turmas, não há grandes discrepâncias, sendo que a imensa maioria está na idade escolar adequada.

Na turma 7M, há 28 alunos (9 do sexo feminino e 19 do masculino), dos quais 4 estão fazendo o 7º ano pela segunda vez consecutiva. Na turma 7V, há 19 alunos (6 do sexo feminino e 13 do masculino), sendo 2 alunos repetentes. Nesta segunda turma, dois estudantes são atendidos pela AEE (Atendimento Educacional Especializado), recebendo apoio de um monitor em todas as disciplinas. Ambos têm conteúdo adaptado às condições de aprendizagem, sendo que um deles apresenta déficit cognitivo e não está alfabetizado. Por este motivo, não é possível levar em consideração suas respostas para a finalidade da pesquisa, pois a participação deles foi limitada e amparada pelas intervenções da professora e do monitor tendo em vista critérios diferenciados de análise não abordados aqui. No entanto, dedicaremos alguns comentários acerca de suas participações durante as aulas em que foi aplicada a pesquisa.

6.2 DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

As turmas receberam com bastante positividade o convite para participarem da pesquisa e mostraram-se bastante receptivas e colaborativas durante todo o tempo – foram cinco encontros de 90 minutos cada.

Faremos agora a narrativa e análise de cada um dos doze momentos propostos na sequência.

6.2.1 Momento 1

Na observação da obra, esperava-se que o aluno identificasse a presença de círculos e fizesse referência a essa denominação em seus registros. Como respostas parcialmente corretas, consideramos menção à presença de figuras geométricas e referência aos círculos como “bolas” ou “bolinhas”. Como respostas incoerentes, enquadrámos as que não fazem qualquer menção a figuras geométricas. Em torno da metade dos alunos (54% na turma 7M e 50% na 7V) indicaram o círculo como a figura geométrica comum a todas as imagens. Embora houvesse predominância de círculos nas imagens, 39% da turma 7M e 25% da turma 7V identificaram que as imagens foram produzidas por justaposições de figuras geométricas, mas não as identificaram ou usaram expressões como “possui muitas bolas”, “os desenhos eram compostos por bolinhas de cores diferentes” ou, ainda, “tem bastante coisa redonda”. Na turma 7M, não ocorreram respostas inadequadas, mas na 7V, 19% responderam sobre suas próprias sensações com relação às obras ou descreveram sobre o uso das cores sem, no entanto, referir-se às formas. Cabe registrarmos duas percepções sobre algumas respostas.

Uma delas é sobre o entorno, aspectos externos que, em princípio, não têm qualquer relação com a atividade pedagógica em si e sobre os seus resultados, mas que provocam reações no participante e podem, de certo modo, alterar sua predisposição para estudar o tema. A música escolhida como fundo para a apresentação foi *Tristesse*, composta por Frédéric Chopin em 1832, cujos critérios de escolha foram o de ser instrumental e mostrar um estilo musical diferente do habitual. Muitos alunos fizeram associações da música às imagens quando escreveram que “a música dá mais vida aos vitrais”, “com a música de fundo, eu consegui me concentrar e observar as ilustrações”, “a música muito legal”. Embora a inserção da música tenha sido totalmente aleatória na apresentação, alunos sentiram que havia conexão quando escreveram que “a pintura varia com o som da música” e “as cores chamaram bastante a atenção junto com a música”. Um aluno relatou desconforto com a atividade de apresentação quando afirma que “As imagens eram muito estranhas. Me deu agonia ver essas imagens com essa música”. Todas são situações que apontam para o fato de que, embora não tenham uma intencionalidade explícita, nossas ações sempre provocam reações inesperadas.

Outra percepção é de que as respostas podem ser influenciadas pelo contexto em que são apresentadas. Como eram obras artísticas, mas apresentadas na aula de Matemática, observamos respostas com intenção de relacionar as áreas, como na expressão “Isso é arte matemática”. Essa relação de contexto pode, também, limitar o campo de respostas, no sentido

de se sentir obrigado a responder uma ideia que acreditam estar implícita, como “O que isso tem a ver com a Matemática?”, algumas respostas ocorreram: “Eu acho que precisa medir para saber as medidas certas” ou “Eu vi várias formas e muita quantidade de formas para poder fazer uma imagem”. Entendemos que esses alunos fizeram a observação do ponto de vista de medida e contagem, talvez imaginando que seria este o tratamento dado às imagens. Na mesma linha, outro aluno indagou: “Mas professora, o que a senhora quer que a gente responda?” – um questionamento que revela sobre a ideia que os alunos têm do seu papel durante as aulas: cabe a eles responderem corretamente ao que o professor espera em detrimento das atitudes investigativas.

6.2.2 Momento 2

Na etapa de ensino que os participantes se encontram, desde a Educação Infantil, já tiveram contato com as formas geométricas e, ao longo dos anos, foram do reconhecimento à exploração das propriedades de algumas delas, passando ao cálculo de área e perímetro em retângulos e triângulos. Mas a elaboração do conceito de círculo como lugar geométrico não é explorado nas fases anteriores. Desta forma, não poderíamos esperar que os alunos estabelecessem um conceito de círculo de forma adequada. No entanto, a atividade provocou nos alunos a percepção sobre as dificuldades em definir algo que parece tão simples e que lhes é tão comum. Ao serem confrontados pelo professor e pelos colegas, perceberam que suas definições davam margem a diferentes respostas. Em ambas as turmas, encontramos respostas de naturezas semelhantes.

A maioria das respostas continha a palavra forma ou forma geométrica. No entanto, percebemos a dificuldade de uma boa parcela dos alunos em usar esse termo para expressar o reconhecimento do círculo, quando usam “negócio”, “algo” ou “coisa”. O adjetivo “redondo” foi utilizado na imensa maioria das respostas como em “Círculo é uma forma redonda que se dá de vários tamanhos”. Ao serem partilhadas as respostas em sala, foram lembrados de que buscávamos um conceito para círculo, de modo que qualquer pessoa que tivesse acesso ao nosso conceito pensasse exclusivamente no círculo. Essa foi uma constatação importante na continuidade do processo, pois os alertou para esse cuidado e acreditamos que foi importante para a construção e refinamento do conceito.

É um dos objetivos trabalhados em anos anteriores que o aluno consiga perceber a presença e utilização das formas geométricas ao seu redor: “Círculo é uma forma geométrica

que nós podemos encontrar no dia a dia, como nas rodas, tampinha de garrafa, borrachas, etc...” ou “Podemos observar círculos nos discos, rodas, a pupila humana...”. Novamente, foram confrontados com a ideia de que estávamos em busca de responder à pergunta “O que é um círculo?”. Entre risos e expressões como “é mesmo, véi”, concluíram que isso não era suficiente e que estavam falando de situações em que visualizavam a forma circular. Acreditamos que tenha sido mais um aspecto importante para compreenderem do que se trata elaborar um conceito.

Algumas respostas vieram associadas à ideia de “bola” e com referências à esfera: “Uma forma geométrica redonda, parece uma bola de futebol”, “É uma bola redonda que rola” ou “É uma esfera redonda”. Pela experiência, notamos dificuldades na diferenciação de círculo e esfera, bem como refletem o uso dessas palavras no cotidiano, como por exemplo, “vestido com estampa de bola” ou mesmo na escola em falas espontâneas que de “círculo é uma bola”.

Outro aspecto relevante é sobre a utilização de termos cognatos para tentar definir e que geram um ciclo vicioso, observados em respostas como “O círculo é uma forma geométrica circular”, “Um círculo é uma forma arredondada de vários tamanhos, mas apenas uma forma (circular)” ou, ainda, “Círculo é uma forma circular que é toda arredondada”. Interessante é observar a reação de espanto do aluno quando ele próprio faz essa constatação.

Um elemento que emergiu da análise deste momento, é o fato de que, quando o aluno se depara com algo novo, busca subsídios no seu reservatório de conhecimentos e experiências anteriores. Em anos anteriores, os alunos já tiveram contato com os termos ângulo, vértices e arestas e usaram esses termos em seus registros: “Círculo é uma forma geométrica redonda, de 360°, que não tem lados, nem cantos” ou “É algo sem ângulo, sem pontas, sem vértices e arestas”, entre outras respostas com o mesmo cunho.

Uma resposta chamou particularmente a atenção e está relacionada ao fato dos significados manifestados implicitamente. Uma aluna afirmou que “Círculo tem o mesmo formato de um lado de uma bola”. Entendemos que há referência à vista de um objeto - quando você imagina o objeto dentro de um cubo e faz as projeções ortogonais sobre os planos que contêm as faces desse cubo. No caso da esfera, as vistas correspondem ao círculo. Embora os termos usados na descrição não sejam os corretos, “um lado de uma bola” parece-nos tratar da visão que a aluna tem ao observar uma esfera. Questões como esta, levam-nos a refletir sobre a importância de analisar com cuidado as falas dos nossos alunos. Por detrás, podemos encontrar informações sobre a forma como eles aprendem, suas dificuldades ou facilidades, além de fornecerem excelentes sugestões de trabalhos futuros.

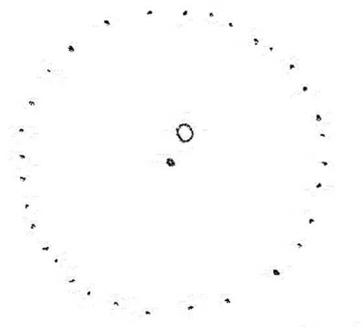
6.2.3 Momento 3

Conforme instrução, os alunos deveriam marcar um ponto qualquer na folha e chamá-lo de ponto O. Com utilização de uma régua, numa mesma reta (sem traçá-la), marcar dois pontos que estejam a uma distância de 2 cm do ponto O; mudar a direção da reta e repetir o processo até perceber alguma propriedade nos pontos assim obtidos.

Como indicador de avaliação, esperava-se que os alunos encontrassem diversos pontos sobre um círculo de centro em O e raio 2 cm. Acreditávamos ser uma atividade simples, mas a análise dos resultados demonstrou que a maioria dos alunos não compreendeu o que deveria ser feito ou a realizou de maneira que denota pouca habilidade com a utilização de régua, medidas e representação de pontos.

Observamos que apenas 14% da turma 7M e 12% da 7V executaram a atividade a contento, fazendo marcações adequadas dos pontos, em quantidade de acordo com o solicitado ou maior, preservando as distâncias, conforme o registro do aluno abaixo:

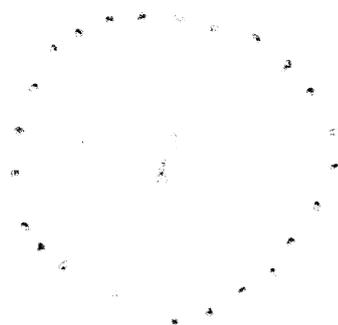
Figura 8 – Momento 3 – Aluno A



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Em 65% dos registros da turma 7M e 58% da turma 7V, ocorreram problemas de preservação do raio que geraram deformação no círculo ou a marcação dos pontos não foi somente com a ponta do lápis, como vemos a seguir:

Figura 9 – Momento 3 – Aluno B



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Para 14% e 24%, respectivamente das turmas 7M e 7V, há indicação de que não compreenderam a atividade, marcaram os pontos como pequenos círculos ou não utilizaram medida:

Figura 10 – Momento 3 – Aluno C



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Entendemos que há necessidade de exercitarmos mais as habilidades de utilização da régua. Ocorreram perguntas como “onde se começa a medir, no começo da régua ou no zero?”, indicando, talvez, o pouco uso da graduação da régua.

Durante a execução da atividade, vimos alunos colocando o ponto O no zero, marcando um ponto a 2 cm; depois, girando a folha e repetindo o processo na direção oposta. Com tal procedimento, encontramos muitos pontos não diametralmente opostos. Um aluno que procedia desta forma, disse: “Mas é muito difícil segurar a régua assim, porque é muito no comecinho dela”. Pudemos observar que poucos centralizaram o ponto O em qualquer marcação da régua, medindo 2 cm para cada lado. A maioria fez coincidir o ponto O no 2 cm e marcou um ponto no zero e outro no 4. Esta foi uma questão discutida ao término da atividade.

6.2.4 Momento 4

Após realizarem a construção proposta no momento anterior, esperava-se que os alunos percebessem que os pontos obtidos na construção descrevem um círculo e têm a propriedade de estar a uma mesma distância de um ponto fixo, tomado inicialmente. Constatamos que 29% da turma 7M e 18% da 7V expressaram essa ideia quando escreveram, por exemplo, que “Eles estão todos a mesma distância do ponto O e juntos formam um círculo” ou “Conforme os pontos são feitos, uma forma geométrica (o círculo) começa a aparecer, ou seja, todos os pontos que medem todos 2 cm do ponto O juntos formam um círculo”. A primeira resposta aqui destacada foi mais concisa e faltou certa clareza à segunda. Esse trabalho de elaboração é bastante complexo, mas acreditamos que uma análise comparativa entre diferentes registros e a reelaboração a partir da detecção de problemas na escrita contribuirá para a produção textual e elaboração de conceitos. Tais oportunidades não ocorreriam caso o professor optasse por simplesmente escrever os conceitos, sem passar pela etapa de construção e elaboração.

A maioria dos alunos não mencionou a distância, mas observaram que os pontos estavam sobre o círculo (7M: 57% e 7V: 70%). Houve entendimento de que, se continuassem esse processo, gerariam um círculo: “Está se fechando e virando um círculo” ou, diretamente, “Forma um círculo” – na maior parte desse grupo de respostas. Uma resposta em particular, embora não tenha especificado a propriedade, serviu para explorar a ideia de lugar geométrico, mesmo sem termos mencionado essa nomenclatura ainda: “Todos eles têm uma propriedade de ficar em algum lugar, formam um círculo e eles vão ficar ali”. Talvez, até o momento, ainda não houve entendimento acerca do que é uma propriedade ou devêssemos ter solicitado que observassem uma característica comum a todos os pontos obtidos no procedimento.

Em torno de 7% nas duas turmas, não houve menção à propriedade ou ao círculo, como podemos observar nas afirmativas: “Todos eles estão ligados ao ponto O” e “Está se formando uma forma redonda através dos pontos que podemos fazer um desenho”. O autor da segunda frase havia reconhecido a presença de círculos na atividade do primeiro momento, mas não reconheceu ou não quis dar a denominação de círculo neste. Outra resposta nessa categoria foi, posteriormente, utilizada na socialização com o intuito de suscitar a ideia de conjunto de pontos, mesmo que o aluno não tenha usado tal termo: “Percebi que se nós fazemos/juntamos esses pontos eles formam qualquer coisa e nem todos os pontos são iguais. Um ponto não é nada, mas vários, a união, é uma grande coisa”. Associamos a expressão “nem todos são iguais” ao

fato de que o registro desse mesmo aluno no momento anterior é uma forma ovalada e, provavelmente, por isso observou que as distâncias até o ponto O não são as mesmas para todos os pontos. Ainda com relação a este aluno, é do nosso conhecimento que possui um caderno em que escreve pensamentos, poemas e histórias próprias. Observamos que seus registros neste trabalho têm uma marca muito pessoal e demonstram sua tentativa em dar algum sentido ao que escreve mesmo em Matemática. Mesmo que não tenha atingido o objetivo proposto e seja nítida a necessidade de exercitar um texto mais preciso, seu gosto por construções poéticas pode ser aplicado em atividades tais como paródias ou poemas utilizando entes do universo matemático – possibilidades de trazer mais atrativos às aulas.

6.2.5 Momento 5

Lembramos que os registros desse momento ocorreram depois da socialização do anterior. Sendo assim, esperamos que os alunos aproximem sua ideia de círculo como lugar geométrico, estabelecendo a propriedade que o define.

Consideramos adequadas as respostas que assinalaram pontos (ou conjunto de pontos) com mesma distância a um determinado ponto, onde localizamos 21% e 23% dos alunos, respectivamente das turmas 7M e 7V, como exemplificados: “É um conjunto de pontos que está a uma mesma distância do ponto O” ou “É uma forma geométrica e todos os pontos que podemos fazer ao seu traçado terminam com a mesma distância ao centro”. Nesse nível conceitual, encontramos a preocupação de estabelecer um ponto de referência e uma distância fixa para conseguir gerar o círculo, embora expressem de uma forma um tanto confusa como podemos perceber: “Círculo é um conjunto de pontos e um no meio com a mesma medida de pontos de distância”. Além disso, indicam a necessidade de definir o ponto de referência como sendo o centro e a distância como raio.

No nível 2 da nossa categoria de análise, estarão as respostas que não contêm a ideia de conjunto de pontos, mas indicam equidistância a um ponto fixo – presentes em 43% (7M) e 12% (7V). Destacamos algumas dessas manifestações: “Todo círculo tem um ponto principal, o meio, e tem a mesma distância”, “Círculo tem uma distância igual do meio” ou “Em relação com o meio, ele tem a mesma distância nos lados e é circular”. Também observamos a dificuldade de certos alunos em transcender da atividade realizada para algo mais geral, como no caso do aluno que escreveu que “O círculo é se você colocou um ponto e ligou ele de 2 cm

em 2 cm, não importando quantas vezes, você sempre vai ter um círculo”. O aluno não conseguiu desprender-se da atividade em si para dar um sentido mais amplo.

Com certa surpresa, observamos que uma grande parte dos alunos não modificou sua concepção original de círculo. Em 29% do 7M e 47% do 7V, as definições tiveram como essência ser uma “forma geométrica” simplesmente ou acrescentada de adjetivos como “circular” e “redonda”. Uma única resposta retornou à ideia de “bola” para círculo. São constatações de que as atividades e discussões desenvolvidas não proporcionaram que esses alunos iniciassem o processo de construção do conceito desejado. Especialmente na turma 7V, deveria ter sido proposta uma outra atividade antes de seguir à construção coletiva do conceito, pois as dificuldades eram perceptíveis na rápida leitura realizada no transcorrer da atividade, possível numa turma pequena como essa. No entanto, naquele momento, acreditamos que as discussões geradas da socialização seriam suficientes.

6.2.6 Momento 6

Conduzimos o processo coletivo de elaboração do conceito de círculo pedindo a contribuição daqueles alunos cujas definições seriam facilmente refutáveis e que já haviam sido objeto de discussão do segundo momento como “Círculo é uma forma geométrica redonda que dá para usar para várias coisas”. Em seguida, buscamos por respostas que mencionavam distância como em “Todos eles têm a mesma distância do ponto O”, “Círculo é um conjunto de pontinhos de mesma distância do meio” (7M) ou “O círculo é uma forma geométrica de formato redondo no qual toda sua extensão tem a mesma distância em relação ao centro dele” (7V). Dessas discussões, os alunos elaboraram o conceito de círculo em cada turma. Para a turma 7M: “Círculo é um conjunto de pontos que estão a uma mesma distância do ponto O que é fixo e é chamado de centro do círculo”. Para a turma 7V: “Círculo é uma forma geométrica em que seus pontos têm a mesma distância até o centro (um ponto inicial fixo)”.

Precisamos esclarecer que, embora não tenha sido registrado, havíamos convencido que estávamos falando de uma figura plana. Nesse contexto, os conceitos dados pelas turmas seriam aceitáveis. Entendemos que este foi um ponto falho na construção e elaboração do conceito e perdeu-se uma oportunidade de relacionar os conceitos de círculo e esfera, observando semelhanças e diferenças. Poderíamos ter fomentado a necessidade de estabelecer essa condição para os pontos. Acreditamos que, após essa etapa de elaboração do

conceito, os alunos poderiam comparar suas definições com as encontradas nos livros didáticos, acrescentando à sua experiência outras elaborações, talvez mais claras e completas.

Ainda nessa etapa, foram definidos raio e diâmetro, bem como a relação entre as suas medidas.

6.2.7 Momento 7

Até esse momento, tivemos o cuidado de não mencionar o compasso como instrumento para traçar círculos. Ao solicitarmos que descrevessem duas formas de traçar um círculo a partir de um ponto e conhecendo-se a medida do raio, esperávamos que os alunos facilmente se reportassem ao compasso e, talvez com menor frequência, ao uso de uma régua ou barbante. Os alunos recebem compasso no kit escolar e, em outras ocasiões, essas turmas já tinham visto a professora usar seu compasso para quadro (possui uma ventosa para fixar no centro e uma haste graduada e flexível onde se prende a ponta do marcador de quadro para fazer o giro). Naturalmente, havia a expectativa de surgirem outras alternativas, visto que essa atividade poderia ser feita com um colega se assim preferissem.

As respostas nos levam a refletir sobre a dificuldade dos alunos em lançar mão de estratégias próprias. Observamos que 57% da turma 7M e 76% na 7V basearam suas soluções nas atividades anteriores ou prenderam-se ao próprio conceito de círculo, como vemos nas afirmativas: “A partir de um centro, pegar a medida e traçar todos os raios em volta do centro”, “Eu começaria com uma cruz no meio e terminaria com um asterisco” e “Eu faria com alguma coisa redonda, tipo uma tampa, alguma coisa do tipo” entre outras que repetiram a ideia do terceiro momento desta sequência, só acrescentando termos como centro, raio ou diâmetro. Sentimos muita dificuldade para categorizar as respostas desse momento nos níveis que estabelecemos. Com rigor, as mencionadas neste parágrafo, não satisfariam o objetivo da atividade, por darem somente uma aproximação do círculo. Além dessas, consideramos outras totalmente insuficientes em 32% do 7M e 18% do 7V, tais como: “Fazendo uma cruz de mesmo centímetro e ir juntando as pontas” e “Fazendo um centro e uma medida redonda”. Havíamos percebido que somente três alunos (11%) do 7M, chegaram ao esperado quando relataram: “Poderia fazer assim: pegar uma caneta ou lápis e amarrar um barbante na ponta e fazer o círculo. E a outra forma é fazer com um compasso. É só medir a abertura” ou “Com régua ou um compasso” – mesmo não descrevendo como faria com a régua. Reforçamos a importância do professor ter passado as vistas em leitura sobre os registros antes da socialização.

Entendemos que, caso essas respostas já tivessem vindo de imediato para o grupo, perderíamos a oportunidade de ajudar o aluno a perceber os problemas e possíveis melhorias em suas respostas. Nessa discussão, um aluno que não tinha dado uma resposta adequada, perguntou: “Posso usar um compasso?” – houve vibração na sala e os alunos que anteriormente já tinham escrito essa opção puderam ler suas propostas. Ouvimos algumas manifestações: “mas como eu não pensei nisso” ou “eu pensei no compasso, mas achei que não podia”. Diante disso, refletimos sobre a importância de expressarmos nossas ideias e também de “pensar fora da caixinha” – usando uma linguagem próxima a eles.

O problema ocorreu na turma 7V. Nenhum dos alunos mencionou o compasso ou o uso de um barbante. Foi preciso insistir que desejávamos um círculo perfeito e então surgiram ideias de usar moedas, tampas, o apontador, o corretivo – não mencionados nos registros. Tivemos que argumentar sobre a dificuldade de encontrarmos um objeto com o diâmetro desejado e a dificuldade de centralizar sobre o ponto tomado como centro que eram as exigências dadas. O compasso surgiu na sequência de perguntas prontamente respondidas pela turma: “O que usamos para medir temperatura? E nosso peso? As horas? Os ângulos?” – todas evidenciando um instrumento. E continuamos: “Como faço uma reta? Como desenho um círculo?” Vários alunos responderam juntos: “Com compasso”. E novamente ocorreram manifestações semelhantes ao relatado para a turma 7M, lamentando-se de não terem pensado no óbvio. Mesmo assim, não apareceu a alternativa de usar uma corda esticada e, como era final de aula, pedimos permissão para ler a proposta da outra turma com essa sugestão. Ouvimos expressões como “Puxa, que fácil! Mas eu nunca que ia pensar numa coisa assim”. Isso reforça a importância de trazermos situações diferentes para a sala de aula, diversificando estratégias de resolução de problemas.

6.2.8 Momento 8

Nesta atividade, solicitamos que os alunos encontrassem uma solução para a situação: “Um jardineiro precisa construir um canteiro circular de 2 m de diâmetro. Como ele deverá proceder para fazer o traçado desse canteiro?”

Esperávamos que sugerissem usar uma estaca para prender ao chão uma corda, esticá-la até atingir 1 m de comprimento e, usando algo para marcar o chão, ir girando a corda até completar a volta.

Em torno de 20% de cada turma, não apresentaram soluções adequadas ao sugerirem que “O jardineiro deve usar uma régua especial para fazer a medida”, “Pega algo do mesmo tamanho e depois coloca um colado no outro e desenha”, “Pegar uma tampa da caixa d’água ou a caixa e cavar na circunferência de 2 m, depois fazer o canteiro” ou “Usar um compasso gigante”. Aos serem indagados de como seria essa régua especial, responderam: “Não sei como é, nunca vi. Mas deve existir”. Com relação à tampa de 2 m de diâmetro e o compasso gigante (semelhante ao que se usa no papel), concluíram que não seria nada prático. Também instigados à reflexão, a resposta dada por um determinado aluno: “Ele pega uma fita métrica de 2 m e faz o que foi listado acima” – referindo-se a fixar um ponto e ir marcando pontos à mesma distância de um lado e de outro. Trata-se de um aluno com excelente habilidade de cálculo (aritmético e algébrico) e, inclusive, mantém bom desempenho na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). No entanto, nessas atividades tem demonstrado dificuldade para inovar suas estratégias de resolução.

Para 12% de cada turma, as soluções foram plenamente adequadas como, por exemplo: “Bota uma estaca no centro, amarra uma corda de 1 m na estaca. Na ponta da corda, ele bota alguma coisa pra riscar o solo e aí é só girar”. Definiram o tamanho e a forma como executar. As demais respostas foram aceitáveis, mas observamos três aspectos que as classificaram como insuficientes na avaliação.

Um deles está relacionado ao fato de não descreverem os passos que deveriam ser seguidos, de como seria demarcado o círculo: “Ele teria que colocar algo no centro e medir 1m para cada lado, formando um círculo com 2 m de diâmetro” ou “Ele coloca uma trena para fazer o traçado”.

Outro aspecto revela-se nas descrições adequadas do processo, mas não fazem menção à medida do diâmetro solicitada: “Primeiro ele deve botar um pedaço de madeira. Depois bota algo comprido que possa girar em torno dessa madeira. Daí ele usa algo para marcar o chão e arrasta” ou “Ele vai pegar duas madeiras de mesma medida e alinhar os seus meios. Daí ele pode ir colocando coisas para fazer o molde do círculo conforme vai girando a cruz. Depois ele bota terra em cima e faz o que tem que fazer” – esta última com adequação suficiente para a finalidade da ação (construir um canteiro circular).

Por fim, observamos procedimentos bem descritos, mas com problemas nas dimensões do círculo. Propositamente, fornecemos o diâmetro e não o raio. Dessa forma, por terem sido descuidados ou confundirem raio e diâmetro, propõem um canteiro com 4 m de diâmetro e não 2 m: “Pega uma estaca, coloca no centro onde quer o círculo. Aí pega um barbante de 2 metros

e assim amarra o barbante na estaca e na outra ponta pega um giz e vai girando marcando o círculo” ou “O senhor pode pegar uma tábua reta de 2 m de comprimento. Colocar uma lâmina na ponta, peça ajuda para alguém segurar um lado da tábua e gire o lado com a lâmina”. Os autores da primeira resposta prontamente perceberam seu erro quando leram em voz alta sua resposta. Infelizmente, a segunda não foi aproveitada no sentido de perceber que se, ao invés de fixar uma ponta, a tábua fosse girada em torno de si, o canteiro teria as medidas desejadas.

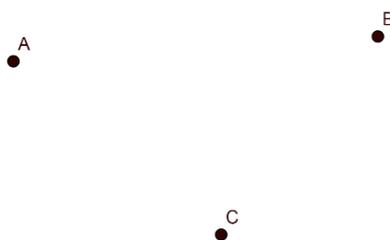
6.2.9 Momento 9

A leitura do texto sobre o GPS provocou bastante interesse nos alunos. Alguns demonstraram conhecer sobre modelos/marcas e relataram vivências pessoais com o uso do GPS em viagens. Quem tinha no celular o aplicativo, pôde mostrar para aqueles que nunca tinham visto. Também surgiram comentários acerca de notícias de pessoas que foram assassinadas por terem sido conduzidas, pelas instruções do GPS, a regiões consideradas perigosas. Foi uma oportunidade de reflexão sobre as facilidades trazidas pela tecnologia, bem como sobre os cuidados na sua utilização.

Dada a complexidade do funcionamento do GPS, esclarecemos que faríamos uma simplificação no processo, detendo-nos ao princípio básico de localização de um lugar através de referências e que bastam três delas para essa determinação.

Iniciamos lembrando que o compasso é um instrumento que nos permite localizar todos os pontos do plano que estão a uma mesma distância de um ponto fixo. Todos os alunos receberam uma folha com as seguintes instruções:

“Os passos descritos abaixo descrevem o processo de trilateração. São dadas as localizações A, B e C, abaixo. Determine o ponto D sabendo que ele está 5 km de A, 3 km de B e 2 km de C. Considere que 1km de distância real corresponda a 1 cm no seu esquema de resolução.



1º Passo: Com a ponta seca do compasso em A e abertura 5 cm, trace um círculo.

2º passo: Com a ponta seca do compasso em B e abertura 3 cm, trace outro círculo.

3º passo: Com a ponta seca do compasso em C e abertura 2 cm, trace mais um círculo.

4º passo: Marque o ponto D que é a interseção (encontro) dos três círculos acima.”

Somente três alunos das duas turmas possuíam compasso. Foram disponibilizados, então, os compassos recebidos no kit escolar que é fornecido pela prefeitura, mas que foram guardados em uma caixa para uso comum em todas as disciplinas e turmas. Não foi demonstrado no quadro o processo de trilateração.

A atividade tinha como objetivo realizar o processo de trilateração para poder aplicá-lo na atividade seguinte e, por isso, optamos por indicar os passos a serem seguidos. No entanto, poderíamos ter explorado a última parte do texto sobre o GPS, de forma que os próprios alunos elaborassem os passos necessários para resolver a situação dada. Devido a essa escolha, esperávamos que os alunos executassem com facilidade a tarefa.

A atividade foi elaborada com utilização do software Geogebra e as três distâncias utilizadas na formulação foram determinadas através dos recursos ali disponíveis. Considerando que, após o uso de duas distâncias, ficam estabelecidos dois pontos possíveis para o ponto D e, a terceira medida, define qual dos dois corresponderá ao ponto desejado. Todavia, algum problema ou descuido de formatação e fotocópia, alterou as distâncias entre os pontos no material do aluno, onde por exemplo, uma distância de 4 cm foi alterada para 4,7 cm. Tal fato não foi observado com antecedência, somente na aplicação da atividade. Constatado o problema, foi realizada a adequação da distância do ponto D até C para 1,5 km na realidade e 1,5 cm no esquema.

Primeiramente, a atividade foi aplicada na turma 7M, gerando polêmica entre os estudantes, fato que levou à constatação de que a terceira medida a ser utilizada é quem definiria

qual das intersecções estava sendo considerada. Até o momento da análise dos resultados, pensávamos que teria ocorrido um erro de elaboração para uma das medidas. No entanto, na busca de saber o porquê do erro, verificamos que a imagem original foi alterada no documento enviado para impressão. Recomendamos cuidados dessa natureza em atividades que envolvem medidas. Também optamos por solicitar aos alunos da outra turma para que fizessem a alteração da medida antes de iniciar a atividade, o que resultou em registros mais limpos na turma 7V, pois a turma anterior precisou apagar e refazer o traçado dos círculos diversas vezes.

Observamos 68% e 76%, respectivamente para as turmas 7M e 7V, de registros executados de maneira adequada. Os demais alunos apresentaram, essencialmente, dois problemas.

Verificamos diferenças de até 5 mm nas medidas utilizadas para algum dos raios e, certamente, fez com que não houvesse interseção simultânea entre os três círculos. Atribuímos a ocorrência a um eventual descuido na precisão da medida ou uma abertura do compasso não percebida pelo aluno, pois notamos que a maioria deles abria o compasso na régua e daí transportava para o papel. Poucos optaram por marcar com a régua um ponto no papel e daí usar o compasso para traçar o círculo, minimizando diferenças decorrentes do manuseio do compasso.

Outra provável causa da ineficiência foi o próprio uso do compasso, na forma de girar. Foi preciso sugerir que alguns alunos pegassem outro papel e treinassem o uso do compasso para depois retornar à atividade. Particularmente no círculo de 5 cm – que, de forma proposital, não podia ser totalmente traçado na folha – percebemos que o compasso abriu na hora de girar provocando a distorção dos pontos de interseção. Presenciamos alunos que seguravam a haste da ponta seca com uma das mãos e, com a outra, giravam a outra haste – ao invés de fazerem o giro somente com uma das mãos utilizando a parte superior do compasso. Muitos alunos referiram queixa sobre a qualidade do compasso: “tá frouxo e escorrega” ou “a ponta afunda”. Nesse ponto da realização da sequência didática e nos seguintes, enquanto foi possível trocar de compasso, foi a sugestão dada pela professora. Mas quando já não havia mais essa possibilidade, os próprios alunos tomaram a iniciativa de tentar consertar o que era possível, mas até o final, já não havia mais um compasso para uso individual para todos e passaram a dividi-lo, o que provocou demora em vários momentos. Ainda referente ao uso do compasso, o círculo com raio 3 cm foi o que teve melhor precisão no traçado e, novamente, o de raio 1,5 cm trouxe dificuldades para os alunos fazerem um traçado mais leve e diversas construções tiveram

problema somente nesse último passo. É bastante provável que o tamanho e a qualidade do compasso tenham influenciado na execução da atividade.

6.2.10 Momento 10

Após o exercício do processo de trilateração, propusemos uma atividade de aplicação no campo da Geografia (ver Apêndice A). Embora os alunos estivessem em equipes, cada aluno realizou sua própria atividade com a orientação de cooperarem uns com os outros na superação das dificuldades, confrontando suas conclusões e, assim, dispondo de um controle sobre o resultado final da equipe.

Antes de entregar as instruções impressas, relembamos o conceito de escala que já havia sido estudado pela classe. Isso feito, realizamos conjuntamente um exemplo para determinar a medida em um mapa com determinada escala (diferente da escala utilizada no problema) de uma distância real qualquer, através da proporcionalidade. Só então, os grupos receberam as instruções que cabiam a cada equipe por sorteio, apresentando tabelas para organizar as informações – estratégia que poderia ter sido discutida e criada por eles, consistindo em boa oportunidade para este exercício tão importante na resolução de problemas. Achamos por bem permitir aos alunos o uso facultativo de calculadora, visto que esse instrumento daria maior rapidez e, talvez, coibiria alguns erros de cálculo. Mesmo assim, com o objetivo de que todos estivessem com os valores corretos para não comprometer a parte gráfica, detectamos erros e diferenças de resultados no mesmo grupo e pedimos que refizessem seus cálculos e decidissem pela resposta. Somente depois de termos validado as tabelas, os alunos puderam prosseguir com a atividade.

Todas as equipes responderam corretamente o nome da cidade determinado para seu grupo. No entanto, na análise individual da trilateração tivemos 43% (7M) e 58% (7V) de registros que, colocados sobre o mapa, coincidiram a interseção dos círculos com a localização esperada. Para 43% do 7M e 24% do 7V, a justaposição ficou bastante próxima, na interseção de apenas dois dos círculos. Relacionamos as dificuldades como sendo as mesmas já descritas no momento anterior, mas com o agravante do papel-manteiga que oferece uma superfície muito pouco aderente e a própria espessura. Diversos alunos solicitaram outra folha de papel-manteiga, pois não era possível apagar um traço errado ou a folha rasgava. Ocorreu que alunos marcaram os pontos sobre o mapa, mas não os identificaram imediatamente pelas letras A, B e C, conforme instrução e denotaram os pontos incorretamente. Só identificaram o erro quando

solicitamos que comparassem com um colega do grupo ou que fizessem a sobreposição ao mapa, verificando se tinham feito a correspondência corretamente. Constatado o erro, refizeram em nova folha.

Um grupo de alunos do 7M prendeu o papel-manteiga sobre o mapa e realizou todos os procedimentos sem retirar a folha, obtendo resultados mais precisos. Optamos por não fazer a mesma sugestão aos demais alunos. No entanto, essa orientação poderia ser oferecida e, talvez, mais alunos atingissem o objetivo.

Além dos objetivos próprios da atividade, lançamos o desafio de verificar qual das equipes responderia corretamente, no menor tempo possível. Responderam bem a esse estímulo, especialmente por não ser comum à prática nas aulas de Matemática do cotidiano deles.

6.2.11 Momento 11

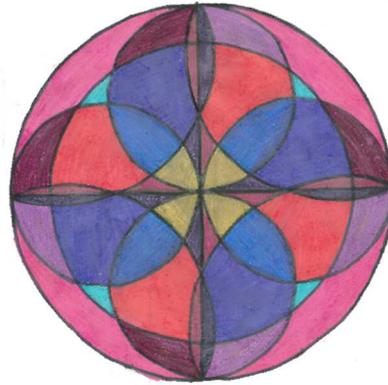
Apresentamos aos alunos os princípios básicos da construção de uma rosácea e, além das imagens selecionadas (ver Apêndice A), projetamos na tela outras que os próprios alunos pesquisaram no computador da professora. Também lhes foi permitido usar o próprio celular para pesquisa - fato que trouxe uma dinâmica diferente para a aula, pois o uso do celular é bastante restrito e pouco utilizado como recurso pedagógico.

No decorrer da atividade, observamos que a grande maioria dos alunos não havia compreendido o processo de construção de uma rosácea. Creditamos a dificuldade a uma falha na condução da atividade. Deveríamos ter oferecido mais suporte no domínio da técnica e explorar mais a fundo a ideia de simetria. Considerando que tínhamos muito interesse na execução da atividade final e a experiência estava acontecendo nas semanas finais do ano letivo, correríamos o risco de ficar sem tempo para o Momento 12. Sendo assim, acatamos a sugestão dos alunos para limitarmos a atividade a uma construção com régua e compasso, usando cores que proporcionassem um efeito visual esteticamente agradável.

Na análise final da atividade, encontramos a presença marcante do círculo, mas do ponto de vista de construção geométrica, o resultado visual ficou muito aquém do esperado, pois os alunos cobriram o traçado do compasso à mão livre – o que eles chamam de “contornar” o desenho. Além disso, muitos alunos precisariam de orientação sobre a técnica de pintura com o lápis de cor, mas não nos sentimos capazes para fazê-lo. Diversos alunos não finalizaram a atividade, pois faltaram à aula devido a um temporal que se abateu na região na ocasião e os

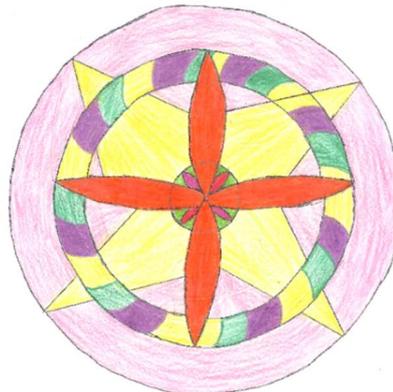
impediu de deslocarem-se até a escola. Podemos constatar essas dificuldades em alguns trabalhos dos alunos a seguir.

Figura 11 – Momento 11 – Aluno D



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Figura 12 – Momento 11 – Aluno E



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Figura 13 – Momento 11 – Aluno E



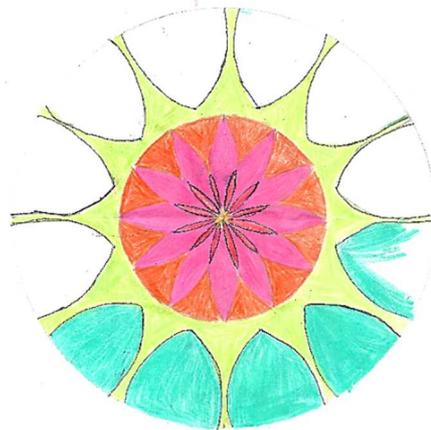
Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Figura 14 – Momento 11 – Aluno F



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Figura 15 – Momento 11 – Aluno G



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Considerando todas as condições anteriormente relatadas, invalidamos a atividade inicialmente proposta. Apesar disso, sentimos que os alunos apreciaram fazê-la e sua realização proporcionou bons momentos de ludicidade às aulas de Matemática.

Tal atividade seria mais produtiva se elaborada em parceria com as aulas de Arte, de forma que a construção geométrica fosse objeto da Matemática e o trabalho estético e de contextualização histórico-artística, da Arte. Cabem muitas outras inserções do tema dentro da própria História e da cultura religiosa. Também poderiam ser feitas conexões com as mandalas, ampliando ainda mais o repertório de conhecimentos.

6.2.12 Momento 12

Desde o início do trabalho, procuramos criar nos alunos expectativas com relação a esta última atividade. Por diversas vezes ao longo das semanas, os alunos foram lembrados de que seriam capazes de reproduzir uma imagem muito conhecida, utilizando régua e compasso e que, muito provavelmente, nunca imaginaram que seria possível fazê-lo com esses instrumentos.

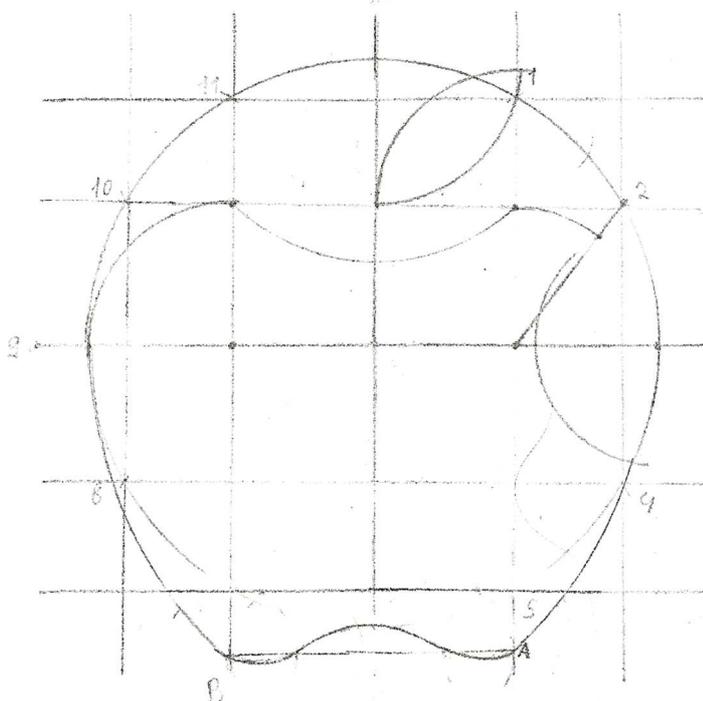
Antes de iniciarmos a construção, retomamos alguns pontos tais como linha horizontal ou vertical, ponto de interseção e significado do verbo interceptar. Além disso, insistimos com traçados mais leves e firmes e total restrição ao traçado à mão livre. Também verificamos os compassos para que estivessem nas melhores condições possíveis. Combinamos que faríamos passo a passo da seguinte forma: líamos a instrução em voz alta, o aluno a executava e, depois, o professor fazia no quadro (ampliando na razão de 5:1).

Além do entendimento das instruções, os alunos precisariam demonstrar habilidade com o uso do compasso e serem bastante precisos. A dificuldade apareceu no passo 13 (ver Apêndice A), quando depois de muitos traçados sentiram-se confusos para identificar os pontos obtidos nos passos 11 e 12. Na turma 7M, decidimos suspender a atividade naquele momento, para retomá-la na aula seguinte. No retorno, tentamos sanar o problema identificando como A o ponto obtido no passo 11, B no passo 12 e C no passo 13. Mas 39% dessa turma faltou nessa aula e não completou a construção. Intencionalmente, não modificamos as instruções iniciais da aplicação na turma 7V e a mesma dificuldade ocorreu, sendo superada da mesma forma, com a diferença de que a atividade foi iniciada e finalizada no mesmo dia.

Foi após a realização do passo 10 que os alunos identificaram sua construção como sendo a logomarca da empresa *Apple*.

Os passos 16 e 17 continham mais informações e poucos alunos conseguiram realizá-los de forma razoável, mesmo com o auxílio da professora. Foi onde observamos o maior grau de dificuldade. Desta forma, 54% (7M) e 70% (7V) concluíram a atividade, mas com problemas nesses passos que geraram deformações na imagem. Na primeira turma, consideramos que nenhum aluno atingiu o objetivo e, na segunda, 18% concluiu, com pequenas restrições, a atividade da forma como esperávamos.

Figura 16 – Momento 12 – Aluno H



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Diante dessas situações, questionamo-nos a respeito das causas relacionadas ao insucesso parcial da atividade. Um deles, relacionado ao uso incorreto do compasso, determinaram retas verticais (ou horizontais) não paralelas entre si e, como o passo seguinte dependia das distâncias entre interseções dessas retas para o raio do círculo, todas as etapas seguintes ficaram comprometidas. Seria interessante para compararmos os resultados, aplicar a mesma atividade em turmas de faixa etária superior – supondo que teriam mais capacidade de aplicar os passos e habilidades com régua e compasso – para investigarmos se a atividade estava no nível adequado para a turma.

Outro aspecto que nos parece de grande relevância é o período do ano letivo em que fizemos a aplicação da sequência didática, pois com um pouco mais de tempo e sem probabilidade de tantas faltas dos alunos, poderíamos ter repetido a atividade para confrontar as produções.

Indicamos uma possibilidade de realizar a atividade, com a mesma sequência de passos com o *software* GeoGebra, desde que anteriormente os alunos fossem familiarizados com suas ferramentas essenciais para essa atividade, como traçar retas, círculos, interseção de curvas, ocultar traçado – entre outras.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta metodológica de sequências didáticas demonstra inúmeras compatibilidades com o ensino por competências e habilidades, proposto pela BNCC. Da análise de dados desta pesquisa emergem convergências importantes e relevantes considerações para orientar um trabalho sob essa perspectiva que podem ser pontuadas.

No exercício de sua competência para ensinar, o professor precisa criar instrumentos que possibilitem o acompanhamento dos processos de aprendizagem. É necessário organizar suas estratégias de observação e registro anteriormente à aplicação, sendo que indicamos que o momento mais adequado é simultaneamente à elaboração. Entendemos que a avaliação é constante e ao longo do processo, mas é preciso identificar os pontos em que ela ocorre no desenvolvimento da sequência didática, bem como estabelecer indicadores de diferentes níveis de aprendizagem. Salientamos que o professor deve estar atento a todas as manifestações dos seus alunos: as que são adequadas e aquelas que, em princípio, podem até parecer irrelevantes e até desconexas. Todas expressam a forma como o aluno aprende, suas dificuldades e apontam ao professor o caminho a ser seguido. Neste trabalho, além da ficha de acompanhamento, as anotações feitas ao longo das aulas evocaram nuances que teriam se perdido se não houvésemos registrado naquele momento.

Compreendemos que o ensino por competências e habilidades é mais complexo que o ensino com foco nos conteúdos, mas a sua eficiência tem como base o conhecimento do professor sobre os conteúdos associados à competência e, de certa forma, sobre sua capacidade de gerenciar a sala de aula. Desta maneira, como orientações para o ensino por competências através de sequências didáticas a que nos propusemos nesta pesquisa, é fundamental apontar as formas e os momentos de intervenção do professor no desenvolvimento da sequência. Embora já estejam disponíveis muitos bancos de sequências didáticas que se autodenominam alinhadas à BNCC e que podem ser consultados pelos professores, não acreditamos que possam ser utilizadas sem as necessárias adequações às particularidades de cada ambiente escolar. Além disso, em diferentes momentos durante a aplicação da sequência desta pesquisa, experienciamos situações desafiadoras na condução do processo de construção e elaboração do conceito em questão. Por exemplo, o extremo cuidado em fazer mais perguntas do que dar respostas, tendo em vista que é o aluno quem deve fazer as conclusões se quisermos que ele se aproprie de um conceito. Foi no confronto de ideias e na análise de inconsistências que as conclusões aconteceram. Diferentemente de trazer o conceito pronto para a sala, o exercício de

lançar estratégias para que o aluno faça o caminho até ele configura outro papel para o professor. Aqueles que já possuem o hábito de refletir sobre sua prática, que buscam suportes teóricos e que compartilham experiências com seus pares, certamente terão melhores condições para gerir os processos de aprendizagem. No entanto, como rede de ensino, é preciso fomentar essas práticas entre os docentes.

Apontamos para outra questão que consideramos de grande relevância: o tempo individual de aprendizagem precisa ser preservado. Ao longo da sequência, indicamos momentos em que o aluno deveria pensar e tentar fazer suas conclusões e registros sem as interferências do grupo. Em toda turma, há os que processam mais rapidamente as informações e expressam com frequência suas ideias. É necessário que o professor esteja empenhado em estimular que esses alunos aprimorem ainda mais essa competência, mas permitindo que os demais também tenham um ambiente propício para desenvolvê-la. Muitas vezes, é questão de sensibilidade no estabelecimento de um ambiente de confiança e de valorização de todas as contribuições de cada aluno, mas também de proporcionar esses momentos ao longo da aula.

Notadamente, constatamos a dificuldade dos alunos em inovar estratégias de resolução de um problema, o que nos leva a algumas considerações. A primeira delas, é a falta do exercício da ação investigativa. A natureza das atividades propostas na maioria dos livros didáticos que dão suporte ao trabalho docente não favorece essa atitude tão essencial ao desenvolvimento das competências. É necessário trazermos problemas reais à sala de aula, tanto quanto diversificar as situações para que o reservatório de experiências subsidie o tratamento de novas situações, seja no próprio contexto escolar ou em qualquer outro lugar ao longo de toda a vida.

A outra razão, permeia a cultura escolar que ainda prioriza respostas prontas, com o máximo de aproximação com aquilo que o professor mostrou ou do jeito como ele resolveu a situação — professor faz e alunos repetem procedimentos. Por esta perspectiva, o aluno tenta dar como resposta o que ele acredita que o professor espera receber em detrimento a respostas pessoais que expressem outra forma de pensamento ou uma estratégia diversa. Essa concepção vai na contramão do trabalho de desenvolvimento das competências. Acreditamos que a postura do professor deve ser a de suscitar e valorizar todas as expressões dos alunos no sentido de que a refutação de uma ideia contribui imensamente para a construção daquilo que é o objetivo.

Como já discorremos na análise de dados, nos deparamos com pontos falhos na elaboração da nossa sequência didática. Orientamos para que o professor valide a atividade no material que vai utilizar, com especial cuidado para problemas de formatação, à semelhança do

que ocorreu na execução do momento 9. Tais situações geram um ambiente confuso e inseguro para a aprendizagem, inclusive podem deixar professores com menos domínio de sala em posição difícil e podem ser evitadas.

Conforme discorrido na Seção 6.2.6 (p. 78), reforçamos a importância de dois pontos importantes. É necessária total concisão na elaboração dos conceitos, que devem ser válidos em qualquer contexto, para qualquer leitor que não tenha participado da experiência. E, neste sentido, comparar os conceitos elaborados em sala com os encontrados em diferentes livros colabora para essa finalidade. Além disso, quando afirmamos que perdeu-se uma oportunidade de relacionar os conceitos de círculo e esfera, observando semelhanças e diferenças, remetemo-nos ao fato de que muitos conteúdos são trabalhados em forma de espiral na BNCC, no sentido de que vai sendo ampliada a sua abrangência ao longo dos anos. Desta forma, entendemos que é necessário que o professor tenha conhecimento amplo da disciplina e de como ela é distribuída ao longo de toda a BNCC para dar o dimensionamento adequado, respeitando a abrangência para cada etapa, mas também sabendo instigar o conhecimento que está por vir. Acreditamos que essas referências e ligações devam ser feitas a partir da exaustão de um tema em determinado contexto, como por exemplo, estar no contexto dos números racionais absolutos do sexto ano e nos depararmos com as raízes quadradas não exatas. Talvez, mais importante do que simplesmente dizer que isso será tratado no nono ano e que eles aguardem o momento, talvez seja pedir que os alunos tirem uma calculadora e o professor lance mão de alguns comandos que levem ao aluno alguma noção de número irracional ou a expectativa de adentrar nesse campo numérico.

No momento 11, a atividade foi invalidada por ter sido mal instruída pela professora. Ao propor uma atividade diferente do que habitualmente fazemos, é necessário mais preparo para que se possamos fornecer as orientações necessárias a fim de que os alunos a realizem com tranquilidade. Além da falta de domínio na condução da atividade, o pouco tempo disponível naquela ocasião para retomar no dia seguinte com novas orientações, reforçam que o tempo de execução e o ambiente do momento são preponderantes para o sucesso de uma atividade.

Com relação ao momento 12, à época da aplicação da sequência didática, realizamos a mesma atividade com uma turma de nono ano e, mesmo que informalmente, pudemos observar que os alunos apresentaram mais facilidade na execução dos passos propostos, dado que um número maior finalizou a construção com bastante eficiência. No entanto, seria interessante repetir a mesma atividade com alunos de sétimo ano e comparar os resultados para poder verificar se tal atividade não foi eficiente por não estar adequada à faixa etária. De

qualquer forma, cabe salientarmos sobre a importância da adequação aos níveis cognitivos de cada faixa etária, para que não se constitua um empecilho à aprendizagem.

Verificamos, também, ao longo das aulas que a má qualidade do material (compassos) trouxe dificuldades nos momentos em que mais precisão e firmeza se faziam necessários. A dificuldade com falta de alguns materiais em escolas públicas é recorrente. Desconhecemos os motivos, mas nos últimos anos, não foram enviados para as escolas da rede a que pertencemos mais transferidores, esquadros, compassos ou cadernos com malha quadriculada. Caberá fazermos um levantamento entre os professores da área e encaminhá-lo à Secretaria. Como já apontamos, os alunos demonstraram pouco domínio dos instrumentos geométricos. Desta forma, devem ser pensadas atividades que exercitem com mais constância essa habilidade, o que deverá despertar nos próprios alunos o interesse em adquirir, por recursos próprios, esses instrumentos – o que já vem acontecendo.

Outro apontamento vai na direção da importância de registrarmos os pontos positivos ou negativos e fazermos as modificações necessárias das sequências para que possam ser mais eficazes numa outra oportunidade. Além disso, acreditamos que a necessidade de termos que registrar e analisar com cuidado todo o processo de aprendizagem, provocou-nos um olhar mais atento sobre todas as ações envolvidas. Tal fato remete-nos à importância do hábito de escrever sobre nossas práticas educativas, por acreditarmos que a reflexão feita dessa forma e à luz de aportes teóricos podem elucidar os problemas com os quais nos deparamos no processo de ensino-aprendizagem. Seria um exercício com possibilidade de trazer grandes benefícios ao trabalho em rede, especialmente se forem oportunizados momentos de socialização dos mesmos com nossos pares.

Acreditamos que todo o Capítulo 3 pode servir como subsídio para o esclarecimento acerca de competências e habilidades. Além disso, as descrições e esquemas que apresentamos na Seção 4.3 — referentes à estruturação das sequências didáticas segundo a tipologia de conteúdo — podem ser bastante significativas na orientação dos professores para a meta de implantar efetivamente a BNCC.

Finalmente, através dos quadros comparativos que disponibilizamos no Capítulo 2, entendemos que a trajetória da educação no Brasil, desde os PCN até a atual BNCC, vem no caminho de superar o acúmulo de saberes e adentrar no caminho do domínio prático – proposta do ensino por competências e habilidades. Ficou evidente que os PCN foram o embrião da BNCC, mas as evidências mostram que a prática e os resultados mudaram muito pouco, o que nos leva à indagação do quê precisa ser diferente para que, agora, a BNCC saia do papel para a

sala de aula e a escola entre na vida dos nossos alunos. Buscamos fazer algumas indicações no sentido de orientar a percepção e postura do professor diante deste novo cenário. No entanto, observando que a habilidade que nos serviu como objeto de pesquisa é só uma entre trinta e sete previstas para a mesma turma, entendemos que o trabalho não será nada fácil e vai de encontro ao que tratamos na Seção 3.2 sobre o tempo de transferência dos saberes. Nossa pesquisa não adentrou nessa investigação, mas é facilmente perceptível aos que atuam nas escolas há mais tempo, que não houve diminuição dos conteúdos necessários ao desenvolvimento das competências e habilidades contidas na BNCC, além de que foram incorporados outros. Como o tempo de aula não foi ampliado, parece-nos óbvio que, ou muitas habilidades não serão trabalhadas por falta de tempo, ou, então, não serão tratadas como deveriam, restringindo-se ao conteúdo (objeto de conhecimento). Certamente, será necessário algum tempo para os ajustes necessários e muito trabalho individual e coletivo despendidos nesse processo.

REFERÊNCIAS

A ASSOCIAÇÃO Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPEd) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). p. 1-19. Disponível em:

https://anped.org.br/sites/default/files/images/a_anped_e_a_bncc_versao_final.pdf. Acesso em: 26 abr. 2021.

AGUIAR, Márcia Angela; DOURADO, Luiz Fernandes (org.). **A BNCC na contramão do PNE 2014-2024: avaliação e perspectivas.** Recife: ANPAE, 2018. 59 p. Disponível em:

https://anped.org.br/sites/default/files/images/a_anped_e_a_bncc_versao_final.pdf Acesso em: 29 abr. 2021.

ALMEIDA, Hianne Maravilha Dantas e Sousa; VIEIRA, Samara Luciano; BENEDITO; Rosinângela Cavalcanti da Silva. Pseudo contextualização na matemática: uma problemática vigente. In: **Educação como (re)existência: mudança, conscientização e conhecimentos.**

Maceió: Conedu - VII Congresso Nacional de Educação, 2020. 11 p. Disponível em:

https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2020/TRABALHO_EV140_MD1_SA13_ID986_24082020144650.pdf. Acesso em: 27 abr. 2021.

ANDRADE, Dalton Francisco de; TAVARES, Heliton Ribeiro; VALLE, Raquel da Cunha.

Teoria da Resposta ao Item: Conceitos e Aplicações. Projeto Temático da FAPESP no. 96/01741-7 e PRONEX no. 76.97.1081.00.

BESSA, Valéria da Hora. **Teorias da aprendizagem.** Curitiba: IESD Brasil S. A., 2008. 204 p.

BONOTTO, Gabriele; FELICETTI, Vera Lucia. Habilidades e competências na prática docente: perspectivas a partir de situações-problema. **Educação Por Escrito**, v. 5, n. 1, p. 17,

26 jun. 2014. EDIPUCRS. Disponível em:

<https://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/poescrito/article/view/14919>. Acesso em: 06 mai. 2020.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** introdução aos parâmetros curriculares. Brasília: MEC/SEF, 1997. 126p.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

BRASIL. **LDB:** Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília-DF: Senado Federal, 2017. 58 p. Disponível em:

https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/529732/lei_de_diretrizes_e_bases_1ed.pdf. Acesso em: 10 abr. 2021.

DIAS, Isabel Simões. Competências em educação: conceito e significado pedagógico.

Revista semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional, São Paulo. v. 14, n. 1, p. 73-78, jan./jun. 2010. Disponível em:

<https://www.scielo.br/pdf/pee/v14n1/v14n1a08> Acesso em: 27 abr. 2021.

FALCÃO, Giselle Couto. Ensino da matemática convergente com a BNCC 2017: uma análise de experiências exitosas. **CoInspiração - Revista de professores que ensinam matemática**, Mato Grosso. v. 2, nº. 1, jan./jun. 2019. Disponível em: <http://sbemmatogrosso.com.br/publicacoes/index.php/coinspiracao/article/view/50>. Acesso em: 19 set. 2019.

FRANCO, Luiz Gustavo; MUNFORD, Danusa. Reflexões sobre a Base Nacional Comum Curricular: um olhar da área de Ciências da Natureza. **Revista Horizontes**, v. 36, n. 1, p. 158-170, jan./abr. 2018. p. 158-171. Disponível em: <https://revistahorizontes.usf.edu.br/horizontes/article/view/582/267> Acesso em: 28 abr. 2021.

GUIMARÃES, Arthur; ANDRADE, Luiza. O quebra-cabeça das modalidades organizativas. **Nova Escola**, São Paulo, 01 jan. 2009. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/1869/o-quebra-cabeça-das-modalidades-organizativas>. Acesso em: 08 mai. 2019.

HECK, Miriam Ferrazza. Considerações sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e as unidades de conhecimento matemático. **Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar**, Mossoró, v. 5, n. 13, fev. 2019. Disponível em: <http://periodicos.uern.br/index.php/RECEI/article/view/2992/1945>. Acesso em: 19 set. 2019.

HERNÁNDEZ SAMPIERI, Roberto; FERNÁNDEZ CALLADO, Carlos; BAPTISTA LUCIO, María del Pilar. **Metodologia de pesquisa**. Tradução de Daisy Vaz de Moraes. 5 ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

IBGEEDUCA. **Um dado importante sobre educação é o percentual de pessoas alfabetizadas**. Conheça o Brasil – População – Educação. Disponível em: <https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/populacao/18317-educacao.html> Acesso em: 09 jun. 2020.

INEP/MEC. Inep apresenta resultados do Saeb/Prova Brasil 2015. Brasília-DF: 2016. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/inep-apresenta-resultados-do-saeb-prova-brasil-2015/21206. Acesso em: 30 mar. 2020.

INEP/MEC. **Sistema de avaliação da educação básica**: documentos de referência. Versão 1.0. Brasília-DF: 2018. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/2018/documentos/saeb_documentos_de_referencia_versao_1.0.pdf. Acesso em: 29 abr. 2021

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Metodologia Científica**. São Paulo: Atlas, 2019.

LOPES, Alice Ribeiro Casimiro. **Conhecimento escolar**: ciência e cotidiano. Rio de Janeiro: Ed. UERJ, 1999.

MONTEIRO, ANA MARIA FERREIRA DA COSTA. Professores: entre saberes e práticas. **Educação & Sociedade**, v. 22, n. 74, p. 121-142, 2001. FapUNIFESP (SciELO). Disponível

em: https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-73302001000100008&lng=pt&tlng=pt. Acesso em: 27 abr. 2021.

PERRENOUD, Philippe. **Avaliação da excelência à regulação das aprendizagens: entre duas lógicas**. Porto Alegre: Artmed, 1999a.

PERRENOUD, Philippe. Construir competências é virar as costas aos saberes? Pátio. **Revista Pedagógica**, 1999b. Disponível em: <http://egov.ufsc.br/portal/sites/default/files/anexos/29108-29126-1-PB.pdf>. Acesso em: 20 abr. 2020.

PERRENOUD, Philippe et al. **As competências para ensinar no século XXI. A formação dos professores e o desafio da avaliação**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2002.

PINTO, Antonio Henrique. A Base Nacional Comum Curricular e o Ensino de Matemática: flexibilização ou engessamento do currículo escolar. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 31, n. 59, p. 1045-1060, dez. 2017. FapUNIFESP (SciELO). Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/2912/291253784011.pdf>. Acesso em: 19 set. 2019.

PRIMI, Ricardo et al. Competências e habilidades cognitivas: diferentes definições dos mesmos construtos. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, v. 17, n. 2, p. 151-159, ago. 2001. FapUNIFESP (SciELO). Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/ptp/v17n2/7875.pdf>. Acesso em: 27 abr. 2021.

RICARDO, Elio Carlos. Discussão acerca do ensino por competências: problemas e alternativas. **Cadernos de Pesquisa**, v. 40, n. 140, p. 605-628, ago. 2010. FapUNIFESP (SciELO). Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/cp/v40n140/a1540140.pdf>. Acesso em: 27 abr. 2021

ROCHA, Julia Siqueira da; FACHINI, Sônia Regina Victorino (org.). **Currículo base da educação infantil e ensino fundamental do território catarinense**. Santa Catarina (Estado): 2018. Disponível em: https://static.fecam.net.br/uploads/1529/arquivos/1446905_curri_1.pdf. Acesso em: 27 abr. 2021.

SILVA, Lucenildo Elias da. Educação matemática e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC): um desafio para a educação básica. **Revista Humanidades e Inovação**, v.6, n.6, 2019, p. 51-61. Disponível em: <https://revista.unitins.br/index.php/humanidadesinovacao/article/view/1325>. Acesso em: 19 set. 2019.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães; PASSOS, Claudio Cesar Manso. Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau. **Zetetiké**, v. 21, n. 39, jan/jun 2013. p. 155-168. FE/Unicamp. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646602/13504>. Acesso em: 07 mai. 2019.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Tradução de Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZABALA, Antoni; ARNAU, Laia. **Como aprender e ensinar competências**. Tradução de Carlos Henrique Lucas Lima. Porto Alegre, Penso, 2014. [e-pub] Disponível em: http://www.creaes.org.br/img/III_FEAT/3_GT_Aprendizagem-ativa/Como-Aprender-e-Ensinar-Competencias.pdf. Acesso em: 01 de jun. de 2020.

APÊNDICE A — SEQUÊNCIA DIDÁTICA: COM INSTRUÇÕES AO PROFESSOR

UNIDADE TEMÁTICA: GEOMETRIA

OBJETO DE CONHECIMENTO: A CIRCUNFERÊNCIA COMO LUGAR GEOMÉTRICO.

HABILIDADE: (EF07MA22) Construir circunferências utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.

Inicialmente, podemos observar que a habilidade descrita acima contempla quatro habilidades:

- ✓ Construir circunferências utilizando compasso.
- ✓ Reconhecer a circunferência como lugar geométrico.
- ✓ Utilizar as circunferências para fazer composições artísticas.
- ✓ Resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.

A sequência didática proposta a seguir não foi elaborada na ordem acima, por acreditarmos que seja mais coerente construirmos com o estudante o conceito de circunferência, para depois buscarmos instrumentos para construir circunferências(compasso). Portanto, invertamos a ordem das duas primeiras habilidades. A aplicação desse conhecimento na resolução de problemas (a quarta habilidade) para, finalmente, utilizar os conhecimentos adquiridos em composições artísticas, fazendo conexão com outra área de conhecimento.

Habilidade: Reconhecer a circunferência como lugar geométrico.

I – ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS

MOMENTO 1: Solicitar aos alunos que pesquisem, com antecedência, as obras artísticas de Kandinsky, Beatriz Milhazes e vitrais do período gótico, observando o que lhes chama a atenção nessas manifestações artísticas e que elaborem um pequeno relato a respeito. Em sala, com o uso de *Datashow*, apresentar algumas das obras citadas acima, deixar que apreciem e transcrevam suas impressões para a Ficha de Desenvolvimento da Habilidade.

MOMENTO 2: Solicitar aos estudantes que tentem definir o que é um círculo.

II – ATIVIDADES DE SISTEMATICAÇÃO

MOMENTO 3: Solicite aos estudantes que marquem um ponto qualquer na folha e chamem-no de ponto O. Com utilização de uma régua, numa mesma reta (sem traçá-la), marque dois pontos que estejam a uma distância de 2 cm do ponto O, sendo um à esquerda e outro à direita. Peça que mudem a direção da reta e repitam o processo em torno de 15 a 20 vezes ou até que os estudantes percebam a característica desses pontos.

MOMENTO 4: Solicite que os alunos escrevam sobre o que perceberam no comportamento dos pontos. Importante que os alunos realizem essa etapa de forma individual e não falem em voz alta sobre suas constatações ainda, apenas registrem suas conclusões na ficha. Passados em torno de 5 a 10 minutos, faça uma marcação na ficha do estudante, caso ele já tenha respondido o item 4.

MOMENTO 5: Conduza à socialização das conclusões da turma. Importante dar espaço para que diferentes opiniões sejam trazidas à discussão. Não faça conclusões. Espera-se que o consenso seja de que os pontos obtidos pela sequência acima descrevam um círculo. Solicite, então, que os estudantes reescrevam a definição de círculo, no item 5. Novamente, faça uma marcação na ficha, caso o aluno já tenha dado sua definição.

MOMENTO 6: Conduza à socialização da etapa anterior e busque construir o conceito formal de círculo. Defina raio e diâmetro do círculo.

Habilidade: Construir circunferências utilizando compasso.

MOMENTO 7: Peça aos alunos uma forma mais precisa de traçar um círculo, dado um ponto e a medida do raio. Espera-se que eles mencionem o compasso. Em seguida, solicite que discutam com um colega uma outra forma de traçar o círculo, sem o uso do compasso. Conduza à socialização das alternativas levantadas pelos estudantes. Busque registrar no quadro as sugestões dos estudantes, sem fazer conclusões.

MOMENTO 8: Solicite que os estudantes, em duplas, procurem utilizar algumas das sugestões do momento anterior para resolver a seguinte situação: “Um jardineiro precisa construir um canteiro circular de 2 m de diâmetro. Como ele deverá proceder para fazer o traçado desse canteiro?” Peça que registrem suas propostas. Novamente, faça uma marcação nas fichas dos estudantes que fizeram o registro. Conduza à socialização do momento. Espere-se que os alunos cheguem à conclusão de utilizar uma corda ou um sarrafo de 1 m de comprimento e utilizem algo para marcar o chão (uma estaca, spray de tinta). Caso não cheguem a essa conclusão, procure conduzir a esse fim. Se necessário, leve-os para o espaço externo da sala, como pátio, quadra.

Habilidade: Resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.

MOMENTO 9: Proceda à leitura do seguinte texto:

Se você já esteve perdido em uma cidade desconhecida, sabe que a sensação não é das melhores. Com a chegada dos aparelhos GPS, viajar para cidades e países que você nunca esteve antes deixou de ser um problema, e passou a ser diversão.

Estes aparelhos vêm conquistando cada vez mais as pessoas, independente da área em que trabalham. Os taxistas são, talvez, os que mais se beneficiaram com a criação e a popularização do GPS. Utilizando os mapas de uma cidade, é possível chegar a qualquer endereço, sem precisar conhecer os lugares como a palma da mão.

Se você nunca usou um destes aparelhos, já deve ter ouvido falar neles. O funcionamento de um aparelho de GPS é muito interessante de ser estudado, e também complexo. Alguém aí já parou para pensar em como um dispositivo tão pequeno quanto um receptor GPS consegue determinar qual a sua localização na Terra? Não?! Então que tal aprender agora?!

O QUE FAZ UM GPS?

O GPS (*Global Positioning System* - Sistema de Posicionamento Global) é um aparelho que teve sua origem no Departamento de Defesa dos Estados Unidos. Sua função é a de identificar a localização de um aparelho chamado de receptor GPS.

Os aparelhos receptores, por sua vez, têm a função de enviar um sinal para os satélites. Assim, fazendo alguns cálculos, os quais você poderá visualizar mais abaixo, o receptor GPS consegue determinar qual a sua posição e, com a ajuda de alguns mapas de cidades, indicar quais caminhos você pode percorrer para chegar ao local desejado.

(...)

COMPONENTES NECESSÁRIOS

Para que os GPS funcionem corretamente, faz-se necessário o uso de três componentes, chamados de: espacial, de controle e o utilizador. O espacial é composto de vinte e sete satélites que se encontram em órbita. Vinte e quatro deles estão ativos e três são os “reservas”, que entram em operação caso ocorra alguma falha com um dos satélites principais.

A disposição destes satélites em órbita garante que sempre haja pelo menos quatro deles disponíveis em qualquer lugar do planeta. Assim, sempre que você e uma pessoa que mora no Japão estiverem usando o GPS, com certeza irão conseguir utilizar o aparelho sem problema.

O segundo componente, de controle, nada mais é do que estações de controle dos satélites. Ao todo são cinco estações espalhadas pelo globo terrestre. A função principal delas é atualizar a posição atual dos satélites e sincronizar o relógio atômico presente em cada um dos satélites.

O último componente, mas não menos importante, é o receptor GPS, e este é o único dos três que nós, usuários, devemos adquirir a fim de utilizar esta maravilha da tecnologia. Um receptor GPS nada mais é do que um aparelho que mostra sua posição, hora e outros recursos que variam de aparelho para aparelho.

COMO FUNCIONA?

O funcionamento do sistema GPS envolve alguns cálculos bem complexos, mas apenas um deles é realmente importante para este artigo. Trata-se do cálculo feito pelo receptor a fim de calcular a posição em que você está.

COMO O GPS SABE ONDE ESTOU?

Os satélites, assim como os receptores GPS, possuem um relógio interno, o qual marca a hora com uma precisão de nanosegundos. Quando o sinal é emitido, também é enviado o horário que ele “saiu” do satélite.

Este sinal nada mais é do que sinais de rádio, que viajam na velocidade da luz (300 mil quilômetros por segundo, no vácuo). Cronometrando quanto tempo este sinal demorou para chegar, o receptor consegue calcular sua distância do satélite. Como a posição dos satélites é atualizada constantemente, é possível, por meio destes cálculos, determinar qual a sua posição exata.

A TRILATERAÇÃO

Agora que você já sabe como a distância até um satélite é calculada, vai ficar mais fácil entender como o satélite utiliza esta informação para determinar sua localização com uma boa precisão.

Os GPS usam o sistema de trilateração para determinar a localização de um receptor em terra. Por exemplo, quando você está meio perdido, e pergunta para alguém “Onde estou?”. A resposta da pessoa pode ser do tipo “Ah, você está a 10 quilômetros da cidade X”. Claro que você pode estar a 10 quilômetros em qualquer direção da cidade. Então, é possível traçar um círculo para determinar a possível área em que você se encontra.

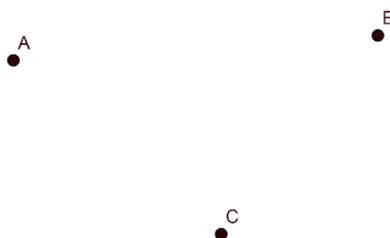
O mesmo pode ser feito com outros pontos de referência (no nosso caso, Y e Z) e assim, tomando três círculos com centros em cada uma das cidades (X, Y e Z), sua intersecção será sua posição. Este princípio é chamado de trilateração. O sistema de GPS funciona da mesma forma.

Um quarto satélite é necessário para determinar a altitude em que você se encontra. O princípio do cálculo é o mesmo, mas envolve alguns números e fórmulas extras por tratar-se de um espaço tridimensional. Fonte: < <https://www.tecmundo.com.br/gps/2562-como-funciona-o-gps-.htm>>, acessado em 28/10/2019

Após a leitura do texto, solicite aos alunos que realizem o processo de trilateração da seguinte situação:

Considere que 1 km de distância real corresponda a 1 cm no seu esquema de resolução.

São dadas as localizações A, B e C, abaixo. Determine o ponto D sabendo que ele está 5 km de A, 3 km de B e 2 km de C.



1º passo: Com a ponta seca do compasso em A e abertura 5 cm, trace um círculo.

2º passo: Com a ponta seca do compasso em B e abertura 3 cm, trace outro círculo.

3º passo: Com a ponta seca do compasso em C e abertura 2 cm, trace mais um círculo.

4º passo: Marque o ponto D que é a interseção (encontro) dos três círculos acima.

MOMENTO 10: Divida a turma em 5 equipes. Disponibilize um mapa político do Brasil. Para esta situação, será utilizado um mapa na escala 1:25 000 000, ou seja, cada 1cm do mapa corresponde a 250 km na realidade. Usando uma folha de papel vegetal sobreposta ao mapa, marque com ponto A a cidade de São Paulo, B como sendo a cidade do Rio de Janeiro e C, a cidade de Belo Horizonte. Instrua para que os estudantes centralizem a folha. Distribua as instruções para cada grupo, solicite que usem a escala para determinar as distâncias no mapa, preenchendo o a tabela para que, em seguida, façam a trilateração e voltem ao mapa para verificar o nome da cidade que essa trilateração determina.

GRUPO 1: A cidade D está a 750 km de São Paulo, 450 km do Rio de Janeiro e 400 km de Belo Horizonte.

GRUPO	Distância AD		Distância BD		Distância CD		CIDADE D
	REAL	MAPA	REAL	MAPA	REAL	MAPA	
GRUPO 1							

GRUPO 2: A cidade D está à 350 km de São Paulo, à 675 km do Rio de Janeiro e à 850 km de Belo Horizonte.

GRUPO	Distância AD		Distância BD		Distância CD		CIDADE D
	REAL	MAPA	REAL	MAPA	REAL	MAPA	
GRUPO 2							

GRUPO 3: A cidade D está à 525 km de São Paulo, à 750 km do Rio de Janeiro e à 1025 km de Belo Horizonte.

GRUPO	Distância AD		Distância BD		Distância CD		CIDADE D
	REAL	MAPA	REAL	MAPA	REAL	MAPA	
GRUPO 3							

GRUPO 4: A cidade D está à 825 km de São Paulo, à 950 km do Rio de Janeiro e à 675 km de Belo Horizonte.

GRUPOS	Distância AD		Distância BD		Distância CD		CIDADE D
	REAL	MAPA	REAL	MAPA	REAL	MAPA	
GRUPO 4							

GRUPO 5: A cidade D está à 925 km de São Paulo, à 1200 km do Rio de Janeiro e à 1150 km de Belo Horizonte.

GRUPOS	Distância AD		Distância BD		Distância CD		CIDADE D
	REAL	MAPA	REAL	MAPA	REAL	MAPA	
GRUPO 5							

Para avaliação, a tabela abaixo fornece os resultados:

GRUPOS	Distância AD		Distância BD		Distância CD		CIDADE D
	REAL	MAPA	REAL	MAPA	REAL	MAPA	
GRUPO 1	750 km	3,0 cm	450 km	1,8 cm	400 km	1,6 cm	VITÓRIA
GRUPO 2	350 km	1,4 cm	675 km	2,7 cm	850 km	3,4 cm	CURITIBA
GRUPO 3	525 km	2,1 cm	750 km	3,0 cm	1025 km	4,1 cm	FLORIANÓPOLIS
GRUPO 4	825 km	3,3 cm	950 km	3,8 cm	675 km	2,7 cm	GOIÂNIA
GRUPO 5	925 km	3,7 cm	1200 km	4,8 cm	1150 km	4,6 cm	CAMPO GRANDE

Habilidade: Utilizar as circunferências para fazer composições artísticas.

MOMENTO 11: Mostrando aos alunos as imagens numa tela, explique os princípios básicos da construção de rosáceas, conforme instruções abaixo:

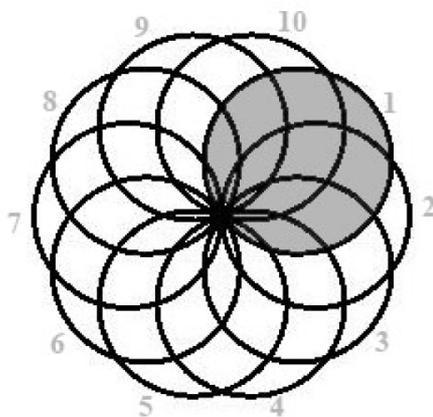
As rosáceas geométricas são figuras que lembram a forma de rosas, mas possuem uma estrutura simétrica, como exemplificado na figura a seguir:



Fonte: MELLO, Hilton Andrade de. **Geometria nas Artes**. ©Hilton Andrade de Mello, 2010. p. 26

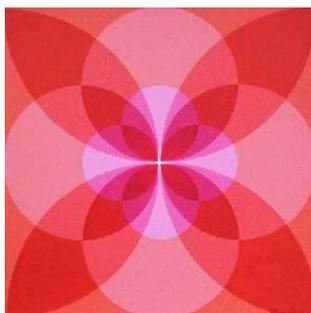
Qualquer rosácea pode ser desenhada usando os instrumentos clássicos, como o esquadro e compasso. As Rosáceas foram utilizadas na construção dos vitrais de diversas catedrais.

Um método prático para construir uma rosácea, consiste em fazer girar um círculo em torno de um ponto.



Fonte: MELLO, Hilton Andrade de. **Geometria nas Artes**. ©Hilton Andrade de Mello, 2010. p. 27

Observe outro exemplo:



Fonte: Circle Meet. Disponível em: <https://www.redbubble.com/people/stevefrisby/works/590201-circles-meet>. Acesso em 29 out. 2019

Solicite aos alunos que façam uma composição artística utilizando rosáceas.

MOMENTO 12: Em uma folha A4, aplicando os conhecimentos adquiridos ao longo das últimas aulas e sem informar que o resultado da construção corresponderá à logo da Apple, solicite aos estudantes que sigam os passos descritos abaixo e façam a seguinte construção:

- 1) Faça uma cruz (14 cm x 14 cm) com a régua e o esquadro.
- 2) Agora, com a ponta seca do compasso no centro da cruz, faça um círculo com 6 cm de raio. Note que esse círculo interceptará a cruz em 4 pontos.
- 3) Coloque a ponta seca em cima de um desses pontos, faça abertura até o centro do círculo, e marque dois pontos do círculo. Repita esse processo em cada um dos 4 pontos

encontrados no passo 2. Assim, você terá 12 pontos marcados no círculo. Marque esses números como se fosse um relógio, do 1 ao 12.

4) Trace as verticais (14 cm) que ligam 8 e 10, 7 e 11, 1 e 5, 2 e 4.

5) Trace as horizontais (14 cm) que ligam 1 e 11, 2 e 10, 4 e 8, 5 e 7.

6) Com a ponta seca do compasso no ponto 12, faça um pedaço de círculo conectando: a intersecção entre a horizontal que passa pelo 2 e a vertical que passa pelo 1 com a intersecção da horizontal que passa pelo 2 e da vertical que passa pelo 11.

7) Com a ponta seca na intersecção da horizontal que passa pelo 9 e a vertical que passa pelo 11, faça um pedaço de círculo que conecte o ponto 9 com o pedaço de círculo que você fez no passo 6.

8) Conecte com um segmento de reta a intersecção da horizontal que passa por 3 e da vertical que passa pelo 1 com o ponto 2.

9) Com a ponta seca na intersecção da horizontal que passa por 3 e da vertical que passa pelo 1, faça um pedaço de círculo que começa na intersecção da vertical que passa pelo 1 com a horizontal que passa pelo 2, até o segmento de reta que você criou no passo 8.

10) Com a ponta seca do compasso no ponto 3, construa um pedaço de círculo a partir do ponto encontrado no passo 9 até o círculo (a intersecção será próxima ao ponto 4), no sentido anti-horário.

11) Com a ponta seca do compasso na intersecção da horizontal que passa por 9 e da vertical que passa por 11, faça um pedaço de círculo a partir do ponto encontrado no passo 10, até a vertical que passa pelo ponto 1, no sentido horário.

12) Com a ponta seca do compasso na intersecção da horizontal que passa por 3 e da vertical que passa por 1, faça um pedaço de círculo a partir do ponto 9, até a vertical que passa pelo ponto 11.

13) Conecte horizontalmente, com sua régua, os pontos encontrados nos passos 11 e 12.

14) Com a ponta seca do compasso na intersecção da horizontal que passa pelo 3 e da vertical que passa pelo 1, faça a abertura que alcança o ponto encontrado no passo 12. Mantenha a abertura para encontrar um ponto na vertical que passa pelo 12.

15) Com a ponta seca do compasso no ponto encontrado no passo 14 e abertura até o ponto 6, faça um pedaço de círculo até a horizontal criada no passo 13, encontrando dois pontos: o da esquerda denomine 13 e o da esquerda, 14.

16) Com a ponta seca do compasso no ponto 13 e abertura até o ponto encontrado no passo 12, faça um círculo. Com a ponta seca no ponto encontrado no passo 12 e mesma abertura, faça outro círculo. Marque o ponto de intersecção na parte de cima deles. Com a ponta seca do compasso nesse ponto e mesma abertura, conecte os pontos 13 e o ponto do passo 12.

17) Com a ponta seca do compasso no ponto 14 e abertura até o ponto encontrado no passo 11, faça um círculo. Com a ponta seca no ponto encontrado no passo 11 e mesma abertura, faça outro círculo. Marque o ponto de intersecção na parte de cima deles. Com a ponta seca do compasso nesse ponto e mesma abertura, conecte os pontos 14 e o ponto do passo 11.

18) Apague os círculos criados nos passos 16 e 17.

19) Com a ponta seca do compasso na intersecção da horizontal que passa pelo 2 e da vertical que passa pelo 1 e com abertura até a intersecção da horizontal que passa pelo 2 e da vertical que passa pelo 12, faça um quarto de círculo para cima, até a vertical que passa pelo 1.

20) Com a ponta seca no ponto 12, conecte as extremidades do pedaço de círculo que você criou no passo 19.

21) Acabou. Ótimo trabalho!

APÊNDICE B — INSTRUÇÕES AOS ESTUDANTES

- 1) Escreva em, no máximo, cinco linhas, o que você observou as obras artísticas de Kandinsky, Beatriz Milhazes e vitrais do período gótico.
- 2) Dê uma definição para círculo.
- 3) Marque um ponto qualquer na folha e chame-o de ponto O. Com utilização de uma régua, numa mesma reta (sem traçá-la), marque dois pontos que estejam a uma distância de 2 cm do ponto O, sendo um à esquerda e outro à direita do ponto O. Mude a direção da reta e repita o processo em torno de 15 a 20 vezes ou até que você perceba alguma propriedade comum a esses pontos.
- 4) Se você percebeu alguma propriedade, relate abaixo.
- 5) Após a discussão com os colegas, tente dar uma definição para círculo.
- 6) Transcreva o conceito de círculo obtido pelo consenso da turma.
- 7) Discuta com o colega ao lado, sobre duas formas diferentes de traçar um círculo, dados um ponto e a medida do raio. Registre essas formas.
- 8) Troque ideias com o colega ao lado e procurem utilizar algumas das sugestões do momento anterior para resolver a seguinte situação: “Um jardineiro precisa construir um canteiro circular de 2 m de diâmetro. Como ele deverá proceder para fazer o traçado desse canteiro?” Descrevam suas ideias no espaço abaixo.
- 9) Leia com atenção o texto abaixo:

Se você já esteve perdido em uma cidade desconhecida, sabe que a sensação não é das melhores. Com a chegada dos aparelhos GPS, viajar para cidades e países que você nunca esteve antes deixou de ser um problema, e passou a ser diversão.

Estes aparelhos vêm conquistando cada vez mais as pessoas, independente da área em que trabalham. Os taxistas são, talvez, os que mais se beneficiaram com a criação e a popularização do GPS. Utilizando os mapas de uma cidade, é possível chegar a qualquer endereço, sem precisar conhecer os lugares como a palma da mão.

Se você nunca usou um destes aparelhos, já deve ter ouvido falar neles. O funcionamento de um aparelho de GPS é muito interessante de ser estudado, e também complexo. Alguém aí já parou para pensar em como um dispositivo tão pequeno quanto um receptor GPS consegue determinar qual a sua localização na Terra? Não?! Então que tal aprender agora?!

O QUE FAZ UM GPS?

O GPS (Global Positioning System - Sistema de Posicionamento Global) é um aparelho que teve sua origem no Departamento de Defesa dos Estados Unidos. Sua função é a de identificar a localização de um aparelho chamado de receptor GPS.

Os aparelhos receptores, por sua vez, têm a função de enviar um sinal para os satélites. Assim, fazendo alguns cálculos, os quais você poderá visualizar mais abaixo, o receptor GPS consegue determinar qual a sua posição e, com a ajuda de alguns mapas de cidades, indicar quais caminhos você pode percorrer para chegar ao local desejado.

(...)

COMPONENTES NECESSÁRIOS

Para que os GPS funcionem corretamente, faz-se necessário o uso de três componentes, chamados de: espacial, de controle e o utilizador. O espacial é composto de vinte e sete satélites que se encontram em órbita. Vinte e quatro deles estão ativos e três são os “reservas”, que entram em operação caso ocorra alguma falha com um dos satélites principais.

A disposição destes satélites em órbita garante que sempre haja pelo menos quatro deles disponíveis em qualquer lugar do planeta. Assim, sempre que você e uma pessoa que mora no Japão estiverem usando o GPS, com certeza irão conseguir utilizar o aparelho sem problema.

O segundo componente, de controle, nada mais é do que estações de controle dos satélites. Ao todo são cinco estações espalhadas pelo globo terrestre. A função principal delas é atualizar a posição atual dos satélites e sincronizar o relógio atômico presente em cada um dos satélites.

O último componente, mas não menos importante, é o receptor GPS, e este é o único dos três que nós, usuários, devemos adquirir a fim de utilizar esta maravilha da tecnologia. Um receptor GPS nada mais é do que um aparelho que mostra sua posição, hora e outros recursos que variam de aparelho para aparelho.

COMO FUNCIONA?

O funcionamento do sistema GPS envolve alguns cálculos bem complexos, mas apenas um deles é realmente importante para este artigo. Trata-se do cálculo feito pelo receptor a fim de calcular a posição em que você está.

COMO O GPS SABE ONDE ESTOU?

Os satélites, assim como os receptores GPS, possuem um relógio interno, o qual marca a hora com uma precisão de nanosegundos. Quando o sinal é emitido, também é enviado o horário que ele “saiu” do satélite.

Este sinal nada mais é do que sinais de rádio, que viajam na velocidade da luz (300 mil quilômetros por segundo, no vácuo). Cronometrando quanto tempo este sinal demorou para chegar, o receptor consegue calcular sua distância do satélite. Como a posição dos satélites é atualizada constantemente, é possível, por meio destes cálculos, determinar qual a sua posição exata.

A TRILATERAÇÃO

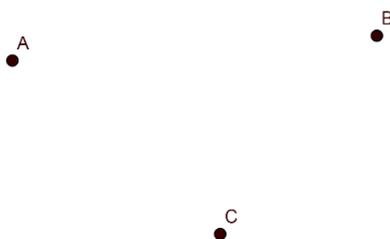
Agora que você já sabe como a distância até um satélite é calculada, vai ficar mais fácil entender como o satélite utiliza esta informação para determinar sua localização com uma boa precisão (erro de apenas 20 metros).

Os GPS usam o sistema de triangulação para determinar a localização de um receptor em terra. Por exemplo, quando você está meio perdido, e pergunta para alguém “Onde estou?”. A resposta da pessoa pode ser do tipo “Ah, você está a 10 quilômetros da cidade X”. Claro que você pode estar a 10 quilômetros em qualquer direção da cidade. Então, é possível traçar um círculo para determinar a possível área em que você se encontra.

O mesmo pode ser feito com outros pontos de referência (no nosso caso, Y e Z) e, assim, tomando três círculos com centros em cada uma das cidades (X, Y e Z), sua intersecção será sua posição. Este princípio é chamado de trilateração. O sistema de GPS funciona da mesma forma.

Um quarto satélite é necessário para determinar a altitude em que você se encontra. O princípio do cálculo é o mesmo, mas envolve alguns números e fórmulas extras por tratar-se de um espaço tridimensional.³

Os passos descritos abaixo descrevem o processo de trilateração. São dadas as localizações A, B e C, abaixo. Determine o ponto D sabendo que ele está 5km de A, 3km de B e 2km de C. Considere que 1km de distância real corresponda a 1cm no seu esquema de resolução.



³ Fonte: <https://www.tecmundo.com.br/gps/2562-como-funciona-o-gps-htm>. Acesso em: 28 out. 2019.

1º Passo: Com a ponta seca do compasso em A e abertura 5cm, trace um círculo.

2º passo: Com a ponta seca do compasso em B e abertura 3cm, trace outro círculo.

3º passo: Com a ponta seca do compasso em C e abertura 2cm, trace mais um círculo.

4º passo: Marque o ponto D que é a interseção (encontro) dos três círculos acima.

10) Você está diante de um mapa político do Brasil, construído na escala 1:25.000.000, ou seja, cada 1cm do mapa corresponde a 250 km na realidade. Usando uma folha de papel vegetal sobreposta ao mapa, marque com ponto A a cidade de São Paulo, B como sendo a cidade do Rio de Janeiro e C, a cidade de Belo Horizonte. Veja a instrução sorteada para seu grupo:

GRUPO 1: A cidade D está a 750 km de São Paulo, 450 km do Rio de Janeiro e 400 km de Belo Horizonte.

GRUPO	Distância AD		Distância BD		Distância CD		CIDADE D
	REAL	MAPA	REAL	MAPA	REAL	MAPA	
GRUPO 1							

GRUPO 2: A cidade D está à 350 km de São Paulo, à 675 km do Rio de Janeiro e à 850 km de Belo Horizonte.

GRUPO	Distância AD		Distância BD		Distância CD		CIDADE D
	REAL	MAPA	REAL	MAPA	REAL	MAPA	
GRUPO 2							

GRUPO 3: A cidade D está à 525 km de São Paulo, à 750 km do Rio de Janeiro e à 1025 km de Belo Horizonte.

GRUPO	Distância AD		Distância BD		Distância CD		CIDADE D
	REAL	MAPA	REAL	MAPA	REAL	MAPA	
GRUPO 3							

GRUPO 4: A cidade D está à 825 km de São Paulo, à 950 km do Rio de Janeiro e à 675 km de Belo Horizonte.

GRUPOS	Distância AD		Distância BD		Distância CD		CIDADE D
	REAL	MAPA	REAL	MAPA	REAL	MAPA	
GRUPO 4							

GRUPO 5: A cidade D está à 925 km de São Paulo, à 1200 km do Rio de Janeiro e à 1150 km de Belo Horizonte.

GRUPOS	Distância AD		Distância BD		Distância CD		CIDADE D
	REAL	MAPA	REAL	MAPA	REAL	MAPA	
GRUPO 5							

Preencha a tabela com os dados e com o uso da escala, faça a trialateração conforme as instruções e, em seguida, novamente sobreponha ao mapa sua folha de papel vegetal e verifique qual a cidade que corresponde a essas instruções.

11) Após observar no telão diferentes composições artísticas que utilizam rosáceas, chegou a sua vez de mostrar a criatividade, fazendo sua própria composição utilizando o recurso geométrico das rosáceas.

12) Em uma folha A4, aplicando os conhecimentos adquiridos ao longo das últimas aulas, siga os passos descritos abaixo e faça a seguinte construção:

- 1) Faça uma cruz (14 cm x 14 cm) com a régua e o esquadro.
- 2) Agora, com a ponta seca do compasso no centro da cruz, faça um círculo com 6 cm de raio. Note que esse círculo interceptará a cruz em 4 pontos.
- 3) Coloque a ponta seca em cima de um desses pontos, faça abertura até o centro do círculo, e marque dois pontos do círculo. Repita esse processo em cada um dos 4 pontos encontrados no passo 2. Assim, você terá 12 pontos marcados no círculo. Marque esses números como se fosse um relógio, do 1 ao 12.
- 4) Trace as verticais (14 cm) que ligam 8 e 10, 7 e 11, 1 e 5, 2 e 4.
- 5) Trace as horizontais (14 cm) que ligam 1 e 11, 2 e 10, 4 e 8, 5 e 7.
- 6) Com a ponta seca do compasso no ponto 12, faça um pedaço de círculo conectando: a intersecção entre a horizontal que passa pelo 2 e a vertical que passa pelo 1 com a intersecção da horizontal que passa pelo 2 e da vertical que passa pelo 11.
- 7) Com a ponta seca na intersecção da horizontal que passa pelo 9 e a vertical que passa pelo 11, faça um pedaço de círculo que conecte o ponto 9 com o pedaço de círculo que você fez no passo 6.
- 8) Conecte com um segmento de reta a intersecção da horizontal que passa por 3 e da vertical que passa pelo 1 com o ponto 2.
- 9) Com a ponta seca na intersecção da horizontal que passa por 3 e da vertical que passa pelo 1, faça um pedaço de círculo que começa na intersecção da vertical que passa pelo 1 com a horizontal que passa pelo 2, até o segmento de reta que você criou no passo 8.
- 10) Com a ponta seca do compasso no ponto 3, construa um pedaço de círculo a partir do ponto encontrado no passo 9 até o círculo (a intersecção será próxima ao ponto 4), no sentido anti-horário.
- 11) Com a ponta seca do compasso na intersecção da horizontal que passa por 9 e da vertical

que passa por 11, faça um pedaço de círculo a partir do ponto encontrado no passo 10, até a vertical que passa pelo ponto 1, no sentido horário.

- 12) Com a ponta seca do compasso na intersecção da horizontal que passa por 3 e da vertical que passa por 1, faça um pedaço de círculo a partir do ponto 9, até a vertical que passa pelo ponto 11.
- 13) Conecte horizontalmente, com sua régua, os pontos encontrados nos passos 11 e 12.
- 14) Com a ponta seca do compasso na intersecção da horizontal que passa pelo 3 e da vertical que passa pelo 1, faça a abertura que alcança o ponto encontrado no passo 12. Mantenha a abertura para encontrar um ponto na vertical que passa pelo 12.
- 15) Com a ponta seca do compasso no ponto encontrado no passo 14 e abertura até o ponto 6, faça um pedaço de círculo até a horizontal criada no passo 13, encontrando dois pontos: o da esquerda denomine 13 e o da esquerda, 14.
- 16) Com a ponta seca do compasso no ponto 13 e abertura até o ponto encontrado no passo 12, faça um círculo. Com a ponta seca no ponto encontrado no passo 12 e mesma abertura, faça outro círculo. Marque o ponto de intersecção na parte de cima deles. Com a ponta seca do compasso nesse ponto e mesma abertura, conecte os pontos 13 e o ponto do passo 12.
- 17) Com a ponta seca do compasso no ponto 14 e abertura até o ponto encontrado no passo 11, faça um círculo. Com a ponta seca no ponto encontrado no passo 11 e mesma abertura, faça outro círculo. Marque o ponto de intersecção na parte de cima deles. Com a ponta seca do compasso nesse ponto e mesma abertura, conecte os pontos 14 e o ponto do passo 11.
- 18) Apague os círculos criados nos passos 16 e 17.
- 19) Com a ponta seca do compasso na intersecção da horizontal que passa pelo 2 e da vertical que passa pelo 1 e com abertura até a intersecção da horizontal que passa pelo 2 e da vertical que passa pelo 12, faça um quarto de círculo para cima, até a vertical que passa pelo 1.
- 20) Com a ponta seca no ponto 12, conecte as extremidades do pedaço de círculo que você criou no passo 19.
- 21) Acabou. Ótimo trabalho!

APÊNDICE C — FICHA DE ACOMPANHAMENTO: TURMA 7M

TURMA 7M ETAPA	Alan	Alysson	Anderson	Bruno	Davi D.	Davi S.	Gabrielly	Guilherm	Lehouver	João	Julio	Kamilly	Kevin	Lucas	Luiz	Mateus	Natalia	Nicoll	Ricardo	Stéfani	Suelo	Tiago	Victor	Wendel	William	Yuri	Kayan	Monique	
1																													
2																													
3																													
4																													
5																													
6																													
A																													
7																													
8																													
B																													
9																													
10																													
C																													
11																													
12																													
D																													
TOTAL																													

1. Observação da obra.	7. Estratégias para traçar círculos.
2. Definição preliminar de círculo.	8. Ideias para resolver o problema do jardineiro.
3. Aplicar o passo 3.	9. Processo de triliteração triliteração .
4. Perceber a propriedade.	10. Triliteração no mapa.
5. Segunda tentativa de definição de círculo.	11. Composição artística aplicando rosáceas.
6. Transição do consenso da turma.	12. Construção geométrica da logo.
	CODIGOS
A Reconhecer a circunferência como lugar geométrico.	F: não estava em sala na realização da atividade
B Construir circunferências utilizando compasso.	O: estava presente, mas não realizou a atividade
C Resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.	1: realizou a atividade, mas de forma incoerente
D Utilizar as circunferências para fazer composições artísticas.	2: realizou a atividade de forma parcialmente adequada
	3: realizou a atividade conforme o esperado

APÊNDICE D — FICHA DE ACOMPANHAMENTO: TURMA 7V

TURMA 7V ETAPA	Palatino	Douglas	Eduardo V	Eduardo E	Eduardo G	Emilly	Gustavo L	Gustavo G	Gustavo M	Leandro	Leonardo	Marcos	Maria	Marina	Matheus	Natasha	Paloma	Wellington	Wesley	
1																				
2																				
3																				
4																				
5																				
6																				
A																				
7																				
8																				
B																				
9																				
10																				
C																				
11																				
12																				
D																				
TOTAL																				

1.	Observação da obra.	7. Estratégias para traçar círculos.
2.	Definição preliminar de círculo.	8. Ideias para resolver o problema do jardineiro.
3.	Aplicar o passo 3.	9. Processo de <u>utilização</u> .
4.	Perceber a propriedade.	10. <u>Utilização</u> no mapa.
5.	Segunda tentativa de definição de círculo.	11. Composição artística aplicando rosáceas.
6.	Transcrição do consenso da turma.	12. Construção geométrica da logo.
HABILIDADE		CÓDIGOS
A	Reconhecer a circunferência como lugar geométrico.	F: não estava em sala na realização da atividade
B	Construir circunferências utilizando compasso.	O: estava presente, mas não realizou a atividade
C	Resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.	1: realizou a atividade, mas de forma incoerente
D	Utilizar as circunferências para fazer composições artísticas.	2: realizou a atividade de forma parcialmente adequada
		3: realizou a atividade conforme o esperado

ANEXO 1 – MAPA DO BRASIL



Fonte: Atlas Escolar Geográfico (2010, p.20)

ANEXO 2 – QUADRO DIFERENTES SEQUÊNCIAS

80 / ANTONI ZABALA

Quadro 3.2

Conteúdos referentes a <i> fatos </i>	Conteúdos referentes a <i> conceitos </i>	Conteúdos <i> procedimentais </i>	Conteúdos <i> atitudinais </i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i> Apresentação </i> – motivação: sentido das atividades – atitude favorável – conhecimentos prévios – quantidade de informação adequada – apresentação em termos de funcionamento para os alunos • <i> Compreensão dos conceitos associados </i> – significância dos conceitos associados • <i> Exercitação </i> – estratégias de codificação e assimilação • <i> Avaliação </i> – inicial – formativa – somativa 	<ul style="list-style-type: none"> • <i> Apresentação </i> – motivação: sentido das atividades – atitude favorável – conhecimentos prévios – nível de abstração adequado – quantidade de informação adequada – apresentação em termos de funcionamento para os alunos • <i> Elaboração </i> – funcionalidade de cada uma das atividades – atividade mental e conflito cognitivo – zona de desenvolvimento proximal – consciência do processo de elaboração • <i> Construção </i> – conclusões – generalizações – resumo de idéias importantes – síntese que integra a nova informação com os conhecimentos anteriores – consciência do processo de construção • <i> Aplicação </i> – descontextualização • <i> Exercitação </i> – Estratégias de codificação e retenção • <i> Avaliação </i> – inicial – formativa – somativa 	<ul style="list-style-type: none"> • <i> Apresentação </i> – motivação: sentido das atividades – atitude favorável – competência procedimental prévia – apresentação de modelos • <i> Compreensão </i> – significatividade e funcionalidade – representação global do processo – verbalização – reflexão sobre as ações • <i> Processos de aplicação e exercitação </i> – regulação do processo de aprendizagem – práticas guiadas e ajudas – aplicação em contextos diferenciados – exercitações suficientes, progressivas e ordenadas • <i> Avaliação </i> – inicial – formativa – somativa 	<ul style="list-style-type: none"> • <i> Apresentação </i> – motivação – atitude favorável – conhecimentos prévios • <i> Propostas de modelos </i> • <i> Propostas de normas </i> • <i> Construção </i> – análise dos fatores positivos e negativos – tomada de posição – implicação afetiva – compromisso explícito • <i> Aplicação </i> – conduta coerente • <i> Avaliação </i> – inicial – formativa – somativa

Fonte: ZABALA (1998, p.80)