

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Júnior Cesar Bresolin

Desenvolvimento de algoritmo para estimativa estatística de  
pulsos sísmicos por ajuste de wavelet Ricker

Florianópolis

2021



Júnior Cesar Bresolin

**Desenvolvimento de algoritmo para estimativa estatística de pulsos sísmicos por ajuste de wavelet Ricker**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Universidade Federal de Santa Catarina como requisito necessário para obtenção do título de Bacharel em Geologia

Universidade Federal de Santa Catarina

Departamento de Geologia

Geologia

Orientador: Prof. Dr. Stephan Paul

Florianópolis  
2021

Bresolin, Júnior Cesar

Desenvolvimento de algoritmo para estimativa estatística de pulsos sísmicos por ajuste de wavelet Ricker / Júnior Cesar Bresolin; Orientador: Stephan Paul; Florianópolis; 2020.

85 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Geologia, Curso de Geologia, Florianópolis, 2021.

1. Estimativa de pulso. 2. Wavelet Ricker. 3. Mínimos quadrados.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Júnior Cesar Bresolin

**Desenvolvimento de algoritmo para estimativa estatística de pulsos sísmicos  
por ajuste de wavelet Ricker**

Esta Monografia foi julgada adequada para a obtenção do título de Bacharel em Geologia, sendo aprovada em sua forma final pela banca examinadora:



Documento assinado digitalmente  
Neivaldo Araujo de Castro  
Data: 15/06/2021 12:42:44-0300  
CPF: 733.324.459-87  
Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

---

**Prof. Dr. Neivaldo Araújo de Castro**  
Coordenador do Curso de Graduação em  
Geologia - UFSC



Documento assinado digitalmente  
Stephan Paul  
Data: 09/06/2021 09:55:31-0300  
CPF: 010.779.519-14  
Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

---

**Prof. Dr-Ing. Stephan Paul**  
Orientador  
UFSC



Documento assinado digitalmente  
Josafat Ribeiro Leal Filho  
Data: 09/06/2021 08:52:43-0300  
CPF: 064.924.785-09  
Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

---

**Josafat Ribeiro Leal Filho**  
Coorientador  
UFSC



Documento assinado digitalmente  
Joao Marcelo Pinheiro  
Data: 10/06/2021 19:43:31-0300  
CPF: 011.673.051-08  
Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

---

**Prof. Dr. João Marcelo Pinheiro**  
Avaliador  
UFSC



Documento assinado digitalmente  
Marina Martins Bousfield  
Data: 14/06/2021 16:04:47-0300  
CPF: 085.025.949-58  
Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

---

**MSc. Marina Martins Bousfield**  
Avaliadora  
CGG

Florianópolis, 17 de maio de 2021

*À Josefina, Caetano, Maria e Desidério.*

# Agradecimentos

Agradeço à minha mãe Neura, o meu maior exemplo de coragem, e ao meu pai Nilton, meu maior exemplo de diligência. Que minhas conquistas sejam as de vocês.

Às minhas grandes amizades: Bruna, Jéferson, Júlia, Luiz e Murillo, sou muito grato por tê-los na minha vida. Obrigado ao Guilherme, meu melhor amigo, que foi tão importante nesta e em outras caminhadas.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Stephan, por me proporcionar quase quatro anos de iniciação científica bastante enriquecedores e bem aproveitados. Agradeço aos meus colegas do LVA - Laboratório de Vibrações e Acústica, pelos cafés, risadas, conversas, ajudas. Aos professores do laboratório. Este lugar é muito especial para mim.

Agradeço ao Josafat por muitas contribuições no desenvolvimento deste trabalho, sem as quais eu não conseguiria realizá-lo.

Sou grato à Marina e ao João Paulo por terem me iniciado na prática em geofísica, e tudo o que veio depois daquele dia em que me chamaram para ajudar a colar coisas soldar fios pintar peças furar placas cerrar tubos enrolar arames parafusar barras etc.

À PRAE - Pró-Reitoria de Assuntos Estudantis da UFSC, Finep e Petrobrás, agradeço pelas bolsas recebidas ao longo da graduação e oportunidades que tive não apenas para me edificar como profissional, como também cruciais para minha permanência.

Aos bons professores do Departamento de Geologia e à Universidade Federal de Santa Catarina, pela formação, estrutura e demais privilégios, serei sempre grato.

Entrego este trabalho em uma época de escuridão. Uma escuridão que envolve a todos, mas só é vista por uma parte. Nela, há retrocesso, incerteza, fanatismo, medo e ignorância. Sou grato a pequenos pontos de luz, que de vez em quando, aparecem no meio desse breu e dividem um pouco de calor.



— Você tem, ao que parece, um nariz refinado, meu jovem. Um nariz indubitavelmente fino, mas...

— Eu tenho o melhor nariz de Paris, Maître Baldini — irrompeu Grenouille no meio. — Conheço todos os cheiros do mundo, todos os que estão em Paris, todos, só não sei o nome de alguns, mas posso aprender esses nomes [...]

— Cale-se! — berrou Baldini. Não me interrompa quando estou falando! [...] Há muito tempo sei que *Amor e Psiquê* é feito de estoraque, óleo de rosas e cravo, bergamota [...] Um perfumista, no entanto, precisa mais do que um nariz razoável. Precisa do órgão do olfato educado e treinado durante vários decênios [...] Um nariz desses, não se *tem*, meu rapaz! Um nariz desses só se consegue com persistência e esforço. Ou será que você seria capaz de me dizer em uma tacada a fórmula exata de *Amor e Psiquê*?

Grenouille não respondeu.

— Está vendo? Não é capaz disso. Naturalmente que não. E como poderia ser? Você é alguém que, ao comer, sente se na sopa tem repolho ou salsa. Muito bem, isso já é alguma coisa. Mas nem por isso já é um cozinheiro. Em cada arte e em cada ofício também — note isso antes de ir embora! — *o talento de nada vale, mas vale tudo a experiência que se adquire com modéstia e esforço.*

Patrick Süskind

Trecho retirado do meu livro e filme favorito, *Perfume: The Story of a Murderer*.

# Resumo

No processamento de dados geofísicos aplicados à exploração de óleo e gás no ambiente marinho, o conhecimento das características do pulso emitido pela fonte acústica (e.g. *air-guns*) durante as aquisições sísmicas é relevante para diversas aplicações, entre elas, alguns métodos de deconvolução, simulação de campos acústicos e análises técnicas sobre o comportamento da fonte sonora. O pulso emitido por um sistema de *air-guns* pode ser medido diretamente em campo ou estimado por técnicas determinísticas ou estatísticas. Técnicas determinísticas podem ser aplicadas em situações em que, além dos traços sísmicos disponíveis nos sismogramas, existe conhecimento das características físicas do meio de propagação sonora que permitem computar a resposta impulsiva desse sistema, como medições de sonda CTD (do inglês *conductivity, temperature and depth*) e dados geológicos de poços. Devido à indisponibilidade recorrente desse tipo de informação anexada aos dados sísmicos, as técnicas estatísticas são favoráveis para se estimar uma função que representa o sinal de entrada no sistema, pois o fazem exclusivamente a partir dos sismogramas. Neste caso, o processo de estimativa gira em torno dos traços da chegada da primeira onda (onda direta) e/ou do primeiro evento de reflexão no substrato marinho.

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um algoritmo para estimar estatisticamente uma função que representa o pulso sísmico e suas características utilizando uma rotina de mínimos quadrados e o método do gradiente descendente. Informações extraídas dos traços sísmicos são utilizadas para ajustar as características de fase e frequência de uma wavelet Ricker para que esta corresponda às informações do pulso sísmico verificadas na onda direta do sismograma. Uma vez que a wavelet é ajustada de acordo com os mesmos critérios usados em trabalhos semelhantes, os quais usam a autocorrelação de traços para estimar o espectro de amplitudes e a Transformada de Hilbert para implementar a fase de onda, a função passa a ser representativa para a assinatura do sistema de *air-guns*.

Os resultados foram obtidos após as iterações do algoritmo para todos os disparos analisados. Todas as wavelets Ricker foram ajustadas com suas respectivas frequências principais próximas a 22 Hz e fases a 294 graus, o que forneceu um sinal determinístico para representar cada um dos disparos de uma aquisição sísmica composta por 96 disparos.

**Palavras-chave:** Estimativa de pulso. Wavelet Ricker. Mínimos quadrados.

# Abstract

In geophysical data processing applied to the exploration of oil and gas in the marine environment, knowledge of the characteristics of the pulse emitted by the acoustic source (e.g. airguns) during seismic acquisitions is relevant for several applications, such as some deconvolution methods, simulation of acoustic fields and technical analysis of the behavior of the source. The pulse emitted by a system of air-guns can be measured directly in the field or estimated by deterministic or statistical techniques. Deterministic estimation techniques can be applied in situations in which, in addition to the seismic traces available in seismograms, there is knowledge about the physical characteristics of the sound propagation medium that allows computing the system's impulsive response, such as CTD probe measurements (conductivity, temperature, and depth) and geological well-log data. Due to the recurrent unavailability of this kind of information attached to the seismic data, statistical techniques are favorable to estimate a function that represents the input signal because they do it exclusively from seismograms. In this case, the estimation process works around the traces of the first wave arrival (direct wave) and/or the first reflection event in the marine substrate.

This work presents the development of an algorithm to statistically estimate a function that represents the seismic pulse and its characteristics using a least-squares routine and the gradient descent method. Information extracted from seismic traces is used to adjust phase and frequency characteristics of a Ricker wavelet to match the source signal information contained in the direct wave of the seismogram. Once the wavelet is adjusted according to the same criteria used in similar works, which use the autocorrelation of traces to estimate the amplitude spectrum and the Hilbert Transform for the phase implementation, it becomes a representative function for the air-guns system signature.

The results were obtained after the algorithm iterations for all analyzed shots. All Ricker wavelets were adjusted with their respective main frequencies close to 22 Hz and phases at 294 degrees, which provided a deterministic signal to represent each one of the shots of a seismic acquisition consisting of 96 shots.

**Keywords:** Pulse estimation. Ricker Wavelet. Least-squares.

# Lista de ilustrações

Figura 1	– <i>Air-gun</i> único e arranjo com três <i>air-guns</i> . Fotos da bolha de ar liberada por um canhão a 1 ms, 1.5 ms e 7 ms após disparo . . . . .	22
Figura 2	– Assinatura de <i>air-gun</i> medida por hidrofone alocado a 75 m de um <i>air-gun</i> disparado a uma profundidade de 7.5 m . . . . .	23
Figura 3	– Formação do <i>source-ghost</i> e assinatura característica de um sistema de <i>air-guns</i> para diferentes profundidades de reboque do sistema de fontes . . . . .	24
Figura 4	– Assinatura de <i>air-gun</i> medida por hidrofone alocado a 75 m de um <i>air-gun</i> disparado a uma profundidade de 7.5 m e espectrograma do sinal. As linhas pontilhadas denotam as perturbações do efeito bolha nas baixas frequências. . . . .	25
Figura 5	– Assinaturas de fonte sísmica simulada para diferentes profundidades de reboque, (a) domínio do tempo e (b) frequência . . . . .	26
Figura 6	– Assinaturas de <i>air-gun</i> para diferentes pressões iniciais (câmara). Nota-se que quanto menor a pressão, mais brandos são os picos e vales dos pulsos sísmicos. . . . .	28
Figura 7	– Ilustração das densidades espectrais consideradas no modelo convolucional da sísmica. . . . .	33
Figura 8	– Ilustração esquemática da autocorrelação de uma série temporal $x(t)$ consistindo em quatro elementos. Elementos sobrepostos são multiplicados e os resultados são somados . . . . .	33
Figura 9	– Ilustração esquemática de pulsos sísmicos em diferentes fases. . . . .	34
Figura 10	– Ilustração esquemática do comportamento da função analítica $x_a(\omega t) = e^{j\omega t + \theta}$ ao longo do tempo. . . . .	35
Figura 11	– <i>Inputs</i> e estimativas do pulso para dois diferentes métodos, A e B, com <i>input</i> (wavelet) em fase $0^\circ$ e $90^\circ$ . Uso de Transformada de Hilbert. . . . .	37
Figura 12	– Ilustração de trajetórias utilizando diferentes taxas de aprendizado aplicadas ao vetor gradiente para encontro do mínimo. . . . .	39
Figura 13	– Ilustração do caminhamento dos vetores BGD e SGD sobre as curvas de nível de uma função objetivo hipotética. . . . .	39
Figura 14	– Fluxograma geral dos materiais e métodos do trabalho. . . . .	41
Figura 15	– Mapa do projeto EW005 e linhas sísmicas. Zoom para a região da linha sísmica utilizada neste trabalho. . . . .	43
Figura 16	– Onda direta do Disparo 01/96 . . . . .	45
Figura 17	– Picos de amplitude máximos da onda direta em função do offset para todos os disparos (a) Pré-ganho (b) Pós-ganho . . . . .	46

Figura 18 – (a) Sinais de referência (média) gerados para cada um dos disparos no tempo e (b) Espectros de amplitude dos sinais de referência. . . . .	47
Figura 19 – (a) Correlograma dos sinais de referência (b) Espectros de amplitude obtidos pela autocorrelação. . . . .	48
Figura 20 – Wavelets Ricker com diferentes frequências principais . . . . .	49
Figura 21 – Ilustração do método de largura de banda à meia potência . . . . .	50
Figura 22 – Aplicação do método de largura de banda à meia potência no espectro de amplitudes médio dos pulsos . . . . .	50
Figura 23 – Um dos sinais de referência para ajuste da wavelet Ricker e wavelets Ricker geradas com os limites inferior e superior de $\Delta f_p$ . . . . .	51
Figura 24 – Um dos sinais de referência para ajuste da wavelet Ricker e wavelets Ricker geradas com os limites inferior e superior do intervalo $\Delta\theta$ . . . . .	52
Figura 25 – Diagrama de blocos do problema de mínimos quadrados . . . . .	53
Figura 26 – Comportamento do vetor gradiente para diferentes taxas de aprendizado $\eta$ , com 40 iterações a partir do ponto $f_p = 18.5$ , $\theta = 320$ . . . . .	54
Figura 27 – Ajuste de wavelet Ricker a um dos sinais de referência . . . . .	55
Figura 28 – Ajustes em função do número de iterações . . . . .	56
Figura 29 – Evolução do erro calculado ao longo das iterações (a) em escala linear e (b) em escala Log x Log. . . . .	57
Figura 30 – (a) Histograma dos erros finais para os 96 ajustes. Regra de Sturges. (b) Boxplot dos erros finais para os 96 ajustes. . . . .	58
Figura 31 – Diferenças inicial e final da wavelet e do sinal de referência do disparo 50	58
Figura 32 – Evolução dos parâmetros ao longo das iterações. (a) Frequência $f_p$ e (b) fase $\theta$ . . . . .	59
Figura 33 – Evolução dos parâmetros ao longo das iterações. Em escala logarítmica no eixo x. (a) Frequência $f_p$ e (b) fase $\theta$ . . . . .	60
Figura 34 – (a) Histograma de $f_p$ finais para os 96 ajustes. Regra de Sturges. (b) Boxplot de $f_p$ finais para os 96 ajustes. . . . .	61
Figura 35 – (a) Histograma de $\theta$ finais para os 96 ajustes. Regra de Sturges. (b) Boxplot de $\theta$ finais para os 96 ajustes. . . . .	61
Figura 36 – Diagrama radial para os parâmetros de $f_p$ no decorrer dos disparos, sentido anti-horário. . . . .	62
Figura 37 – Wavelets Ricker com diferentes frequências principais . . . . .	63
Figura 38 – Frequência $f_p$ no decorrer da aquisição [m . . . . .	64
Figura 39 – Gráfico radial para os parâmetros de $\theta$ no decorrer dos disparos, sentido anti-horário. . . . .	65
Figura 40 – Fase $\theta$ ao longo da distância percorrida em metros. . . . .	65
Figura 41 – Pulso estimado (wavelet Ricker) para o disparo 50: domínio do tempo. . . . .	66

Figura 42 – Pulso estimado (wavelet Ricker) para o disparo 50: domínio da frequência em escala linear e em dB. . . . .	66
Figura 43 – Pulso estimado (wavelet Ricker) para o disparo 50: domínio da frequência em escala linear e em dB. . . . .	67
Figura 44 – Estimativa de pulso sísmico por quatro diferentes métodos . . . . .	68
Figura 45 – Estimativa de pulso sísmico para um dado sintético . . . . .	68

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Características das fontes sonoras em alguns trabalhos de sísmica marinha. Fc = Frequência central . . . . .	29
Tabela 2 – Alguns janelamentos no sismograma para estimativa estatística de pulso sísmico verificados na literatura geofísica . . . . .	32
Tabela 3 – Características da fonte sísmica utilizada. . . . .	44
Tabela 4 – Características do <i>streamer</i> utilizado. . . . .	44
Tabela 5 – Características da digitalização dos dados. . . . .	44

# Lista de abreviaturas e siglas

SEG	Society of Exploration Geophysicists
MGDS	Marine Geoscience Data System
NPS	Nível de pressão sonora
SI	Sistema Internacional de Unidades
CTD	<i>Conductivity, temperature and depth</i>
CMP	<i>Common-mid point gather</i>
TH	Transformada de Hilbert
LMS	<i>Least Mean-Squares</i>
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
BGD	<i>Batch Gradient Descent</i>
SGD	<i>Stochastic Gradient Descent</i>
PSD	<i>Power Spectral Density</i>
SIG	Sistemas de Informações Geográficas

# Lista de símbolos

*	Operação de convolução
ms	Milissegundo
m	Metro
$\Delta$	Intervalo
t	Tempo
$\theta$	ângulo
c	Velocidade do som na água
n	$n \in \mathbb{Z}$
$\tau$	Unidade(s) no domínio discreto
Pa	Pascal
lbf	Libra-força
bar	Bar
N	Newtons
psi	<i>Pound force per square inches</i>
in	<i>Inches</i>
$\mu$	Micro
L	Litro
dB	Decibel
Hz	Hertz
$f_c$	Frequência central
$f_p$	Frequência principal
$f_n$	Frequência arbitrária, $n \in \mathbb{Z}$
$\omega$	Frequência (em radianos)
$\pi$	Pi

$\hat{A}$	Amplitude
$\mathcal{F}$	Transformada de Fourier
$\mathcal{H}$	Transformada de Hilbert
$\psi$	Parâmetros
$J(\psi)$	Função objetivo
$k$	Posições $k - 1, k, k + 1, \dots, k + n$ do vetor gradiente
$i$	$i$ -ésima iteração ou $i$ -ésimo traço
$\nabla$	Operador gradiente

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>19</b>
1.1	Contextualização . . . . .	19
1.2	Objetivos . . . . .	21
1.3	Organização do trabalho . . . . .	21
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA . . . . .</b>	<b>22</b>
2.1	Pulso sísmico . . . . .	22
2.1.1	<i>Air-guns</i> : algumas especificações técnicas . . . . .	26
2.2	Métodos estatísticos para estimativa de pulso . . . . .	29
2.2.1	Seleção de traços no sismograma . . . . .	31
2.2.2	Estimativa da resposta em frequência . . . . .	32
2.2.3	Aplicação da fase . . . . .	34
2.3	Mínimos quadrados e gradiente descendente . . . . .	37
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS . . . . .</b>	<b>40</b>
3.1	Etapas do trabalho . . . . .	40
3.1.1	Busca de dados e metadados sísmicos . . . . .	42
3.1.2	Dados do Projeto EW0005 . . . . .	43
3.1.3	Aplicação de ganho . . . . .	45
3.1.4	Extração da onda direta e média entre traços próximos . . . . .	47
3.1.5	Autocorrelação . . . . .	48
3.1.6	Definição do modelo (wavelet) . . . . .	49
3.1.7	Banda à meia potência e determinação de $\Delta f_p$ . . . . .	49
3.1.8	Ajustes iniciais de fase e determinação de $\Delta\theta$ . . . . .	52
3.1.9	Mínimos quadrados e gradiente descendente . . . . .	53
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES . . . . .</b>	<b>56</b>
4.1	Número de iterações por ajuste da wavelet . . . . .	56
4.2	Convergência dos erros calculados . . . . .	57
4.3	Convergência dos parâmetros $f_p$ e $\theta$ . . . . .	59
4.4	Interpretações em relação à aquisição sísmica . . . . .	62
4.5	Comparação dos resultados obtidos com trabalhos semelhantes sobre estimativa de pulso . . . . .	66
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES . . . . .</b>	<b>69</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>70</b>
	<b>APÊNDICES . . . . .</b>	<b>76</b>
	<b>APÊNDICE A – TABELA DE PARÂMETROS ESTIMADOS . . . . .</b>	<b>77</b>
	<b>APÊNDICE B – CÓDIGOS . . . . .</b>	<b>80</b>

# 1 Introdução

## 1.1 Contextualização

Entre os interesses que fomentam o estudo das áreas submersas do planeta, como a prospecção de recursos naturais ou o estudo da vida marinha, a acústica submarina é a ciência que desenvolve e aplica métodos acústicos para o imageamento de feições subaquáticas, para a comunicação através da água e para a medição de propriedades físicas do ambiente, interligando-se a estudos físicos, químicos, geológicos e biológicos [1].

Pela relativa eficiência do som em se propagar na água, as ferramentas mais aplicadas para o estudo de ambientes submersos baseiam-se na propagação de ondas acústicas [2]. Um método acústico é considerado sísmico quando há penetração das ondas sonoras no substrato [3], e por conta disso, é possível acessar indiretamente algumas propriedades físicas e características estruturais dos materiais geológicos pela interação destes com as ondas sonoras.

Na prática, o método sísmico está relacionado com a propagação de ondas sonoras em meios elásticos e com a transmissão e reflexão de energia através de estruturas em subsuperfície [4], baseando-se em sucessivas injeções de energia no ambiente e detecção das sucessivas respostas totais do ambiente às excitações. No método sísmico marinho tradicional, a aquisição dos sinais sísmicos ocorre por meio de um sistema de navegação que reboca um sistema de aquisição próximo à superfície da coluna d'água. O sistema de aquisição é constituído por uma fonte acústica e cabos de sensores, também chamados de *streamers*. Na medida em que a fonte gera ondas acústicas e as emite para o meio, a resposta do meio às excitações é detectada pelos sensores. Finalmente, os sinais são transmitidos para um sistema de gravação, geralmente localizado no interior do barco, onde são digitalizados e armazenados para processamento. A fonte sísmica mais comumente utilizada é formada por um arranjo de *air-guns*, e os sensores acústicos que operam na água são chamados de hidrofones.

O modelo matemático que descreve a aplicação e o funcionamento do método sísmico, conhecido como modelo convolucional da sísmica, simplifica a interação do sistema subsuperfície com o sinal emitido pelo arranjo de *air-guns* através de uma operação linear<sup>1</sup> [7]. O modelo convolucional da sísmica trabalha em torno dos elementos: função do pulso sísmico como sinal de entrada, função que representa a diferença de impedância entre os meios de propagação sonora (função refletividade) como a resposta impulsiva do

<sup>1</sup> O conceito de um sistema linear ou uma expressão matemática linear que representa um sistema físico está relacionado com o princípio da superposição. Ver mais em Bonatti [5] e Lathi [6].

sistema, e o traço sísmico como sinal de saída bem como resultado da convolução entre os anteriores [8]. Considerando o método sísmico marinho, é possível afirmar que os traços sísmicos são resultado experimental da convolução entre o sinal emitido pelo arranjo de *air-guns* e a função refletividade da coluna d'água e da terra.

A integral de convolução é uma forma matemática de se expressar como um sistema linear excitado por um sinal gera um sinal de saída. O sinal de saída é resultado da convolução entre a resposta ao impulso do sistema e o sinal dado como entrada [6]. Sendo o símbolo  $*$  denotador da operação de convolução, pode-se escrevê-la de modo compacto:

$$y(t) = h(t) * x(t) \quad (1.1)$$

no qual  $y(t)$  representa o sinal de saída,  $h(t)$  a resposta ao impulso do sistema e  $x(t)$  a função que representa o sinal de entrada no sistema [6]. De forma analítica, a convolução é como:

$$h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot x(t - \tau) d\tau \quad (1.2)$$

sendo  $(t - \tau)$  um deslocamento temporal.

A estimativa de uma função para caracterizar o pulso emitido pela fonte sonora a partir de sismogramas é um problema clássico do método sísmico [9], e pode ser requisito para algumas de suas etapas de processamento.

Há atributos neste sinal, especialmente seu espectro de amplitude, que controlam projetos para aplicação de filtros e processos de deconvolução [10]. A função que caracteriza o pulso pode ser utilizada pra a simulação de campos acústicos e geração de traços sísmicos sintéticos, tendo estreita relação com o imageamento da subsuperfície pelo método de inversão do campo completo [11, 12]. No pulso sísmico estão informações a respeito do funcionamento da fonte sonora no decorrer da aquisição, e por isso, a função estimada proporciona novas conclusões sobre o desempenho da fonte sonora em termos de repetibilidade de disparos e eficiência de modelos mecânicos [13].

Neste trabalho, um algoritmo é desenvolvido para que seja facilitador do processo de estimativa da função que representa o pulso sísmico, especialmente quando sua medição direta não foi realizada em experimentos de campo.

É uma das definições de algoritmo encontradas no dicionário *Michaelis* [14]: Operação ou processo de cálculo; sequência de etapas articuladas que produz a solução de um problema; procedimento sequenciado que leva ao cumprimento de uma tarefa. Deste modo, as etapas apresentadas no decorrer do trabalho estabelecem o roteiro desenvolvido para a estimativa de pulso via técnicas estatísticas.

## 1.2 Objetivos

Realiza-se este trabalho com o propósito maior de desenvolver um algoritmo em ambiente computacional, ou seja, um roteiro e *scripts*<sup>2</sup> para estimativa estatística de uma função com características próximas àquelas do pulso emitido por um arranjo de *air-guns*. Dentro deste quadro, foram estipulados os seguintes objetivos específicos:

- Implementar técnicas de processamento de sinais uma vez estudadas em teoria;
- Resolver o problema principal em uma rotina de mínimos quadrados;
- Construir um trabalho que possa ser útil a terceiros eventualmente envolvidos em atividades relacionadas com este tema.

## 1.3 Organização do trabalho

O presente trabalho estrutura-se em 5 Capítulos e 2 Apêndices.

O capítulo 1 contextualiza e justifica o trabalho. São apresentados os objetivos.

O Capítulo 2 apresenta o conteúdo teórico necessário para a compreensão do trabalho. Entre os tópicos considerados pertinentes está a medição direta do pulso sísmico, as características fundamentais deste tipo de sinal e algumas especificações técnicas sobre os equipamentos geradores do pulso (*air-guns*). Uma vez que é comum a ausência da medição direta do pulso sísmico em campo, a revisão bibliográfica concentra-se em explicar como funcionam os métodos para estimativa de pulso, em especial os estatísticos.

O Capítulo 3 mostra os materiais e métodos do trabalho: o projeto de algoritmo adaptativo, a descrição do método de mínimos quadrados e gradiente descendente. Também neste é apresentado o dado sísmico utilizado e as etapas de pré-processamento.

No Capítulo 4 são mostrados os resultados obtidos com a implementação do algoritmo nos dados e são feitas algumas análises a respeito.

O Capítulo 5 conclui o trabalho e faz algumas recomendações para futuros estudos.

No Apêndice A A está a tabela de parâmetros encontrados para reconstruir os pulsos sísmicos por disparo da aquisição.

No Apêndice B B estão os *scripts* desenvolvidos contendo os principais pacotes e funções utilizados em cada etapa com comentários explicativos.

---

<sup>2</sup> *Scripts*: Roteiro de instruções, sequência de comandos em aplicativo.

## 2 Fundamentação teórica

Neste capítulo serão abordados os fundamentos teóricos para a compreensão do trabalho e interpretação de seus resultados. São tópicos considerados pertinentes: as características gerais do pulso sísmico e especificações técnicas sobre um sistema de *air-guns*, as formas de se estimar o pulso sísmico com ênfase em técnicas estatísticas e alguns subtópicos que concernem ao processo de estimativa de pulso.

### 2.1 Pulso sísmico

*Air-guns* são escolhas convencionais para fontes sísmicas marinhas pois costumam atender aos requisitos de segurança, energia suficiente e impacto no ambiente [15], e podem ser descritos como câmaras pneumáticas que comprimem um volume de ar em um reservatório para liberá-lo repentinamente ao comando de um operador [16]. Desde os anos 1970, esse tipo de fonte tem sido a mais utilizada em operações sísmicas no mar [17].

Assim que liberado, o volume de ar anteriormente comprimido em uma pressão maior do que a pressão hidrostática gera uma bolha expansiva. A expansão é desacelerada até o momento em que a pressão hidrostática externa supera a pressão interna da bolha, fazendo com que a bolha colapse. O colapso contrai o volume de ar até que a pressão interna volte a superar a pressão hidrostática, e o processo de dilatação e contração, conhecido como efeito bolha, repete-se várias vezes até sua energia ser completamente dissipada [15, 18]. A Figura 1 mostra um *air-gun* individual, um arranjo de três *air-guns* e fotos da expansão da bolha assim que liberada.

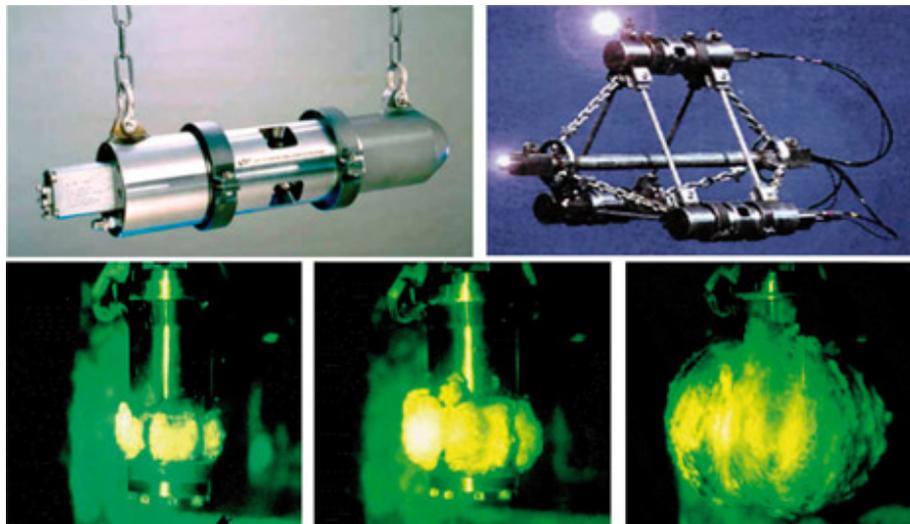


Figura 1 – *Air-gun* único e arranjo com três *air-guns*. Fotos da bolha de ar liberada por um canhão a 1 ms, 1,5 ms e 7 ms após disparo. Retirado de Landro [19].

Para medir a assinatura do disparo feito por um arranjo de *air-guns*, o experimento mais apropriado é realizado com um hidrofone de campo distante<sup>1</sup>, conforme o conjunto de normas técnicas da SEG<sup>2</sup> para a medição direta de pulso sísmico [21].

Neste experimento, um hidrofone de referência é posicionado verticalmente abaixo dos *air-guns*, a uma distância mínima  $Z$  que varia em função do comprimento do arranjo de fontes e do tempo em que pretende-se registrar a assinatura. Essa distância permite que as emissões de som de todos os *air-guns* individuais alcancem o sensor durante do intervalo de tempo para medição do pulso  $\Delta t$ , e pode ser obtida pela equação:

$$Z \geq \frac{\frac{d^2}{4} - (c\Delta t)^2}{2c\Delta t} \quad (2.1)$$

na qual  $d$  é a extensão horizontal do arranjo de *air-guns*,  $c$  a velocidade do som na água e  $\Delta t$  o tempo de medição [21]. A Figura 2 mostra a assinatura medida pelo experimento do hidrofone de campo distante, no qual o sensor foi posicionado em  $Z = 300$  m.

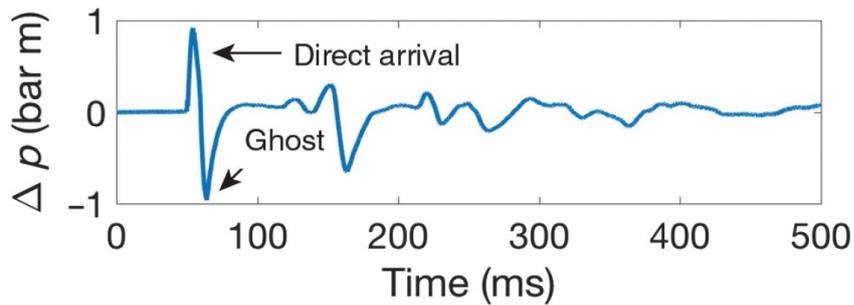


Figura 2 – Assinatura de *air-gun* medida por hidrofone alocado a 75 m de um *air-gun* disparado a uma profundidade de 7,5 m. Retirado de Watson [22].

O sinal característico de um sistema de *air-guns*, também chamado de assinatura da fonte sísmica, apresenta a chegada da onda direta e do *source-ghost*<sup>3</sup> [16, 22]. Esses eventos são seguidos por oscilações periódicas causadas pelo efeito bolha.

Ondas diretas são ondas acústicas que se propagam diretamente da fonte para o receptor e produzem o pico positivo e de maior amplitude, enquanto o *source-ghost* são ondas que saem da fonte, refletem na interface água-ar e então se propagam para o hidrofone de referência. Como o coeficiente de reflexão da interface água-ar é de aproximadamente -1, a inversão na polaridade da onda faz com que o *source-ghost* se apresente com amplitude oposta à amplitude da onda direta [22].

O intervalo de tempo entre o disparo do *air-gun* e a primeira chegada de onda depende da distância entre a fonte e o hidrofone de referência e a velocidade do som na

<sup>1</sup> Enquanto hidrofones de campo próximo são alocados a 1 m da fonte sonora e são mais adequados para fontes pontiformes (apenas um *air-gun*), hidrofones de campo distante são mais adequados para medição de assinatura em um arranjo de fontes [20].

<sup>2</sup> SEG = Society of Exploration Geophysicists.

<sup>3</sup> Optou-se por utilizar o termo em inglês e não a sua tradução, tendo em vista a maior popularidade da palavra na sua forma em inglês.

coluna d'água [16]. A chegada do *source-ghost* varia em função da profundidade em que se encontra a fonte sonora: quando maior for esta profundidade, mais tempo a componente do *source-ghost* levará para refletir na superfície, e deste modo, mais afastada será a ocorrência do *source-ghost* em relação à chegada da onda direta no sensor.

A Figura 3a mostra os parâmetros geométricos envolvidos na formação do *source-ghost*, e a Figura 3b mostra uma simulação de assinatura de fonte para três diferentes profundidades de reboque  $h$  de um arranjo de *air-guns*. A simulação mostra que quanto maior a profundidade do arranjo de *air-guns*, mais atrasadas são as chegadas do *source-ghost* em relação à chegada da onda direta.

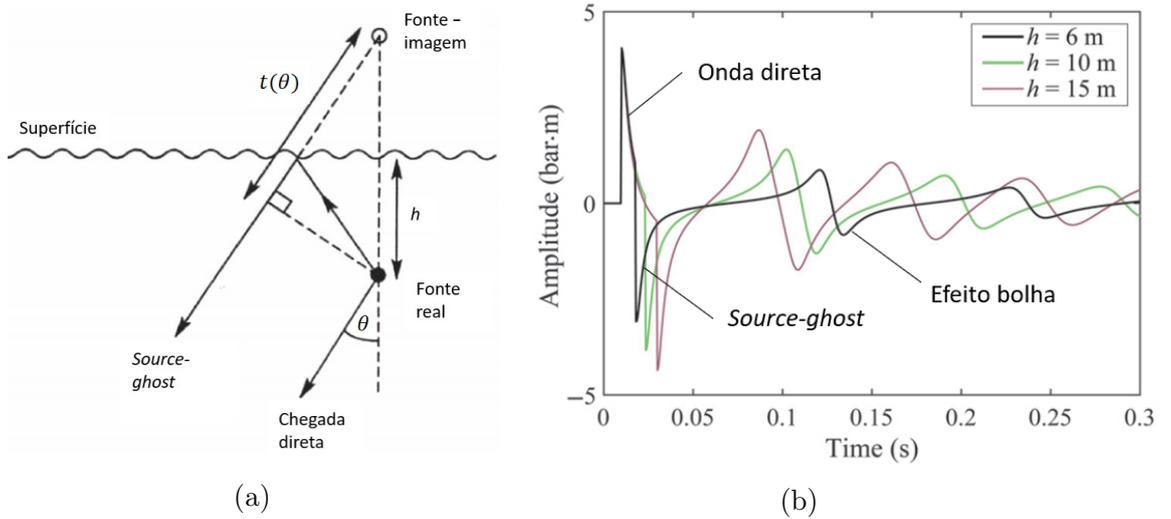


Figura 3 – Formação do *source-ghost* e assinatura característica de um sistema de *air-guns* para diferentes profundidades de reboque do sistema de fontes. Retiradas de Dragoset [16] e Shen [23], respectivamente.

Para o esquema de fonte-imagem mostrado na Figura 3a, o tempo de chegada do *source-ghost* pode ser equacionado em função do ângulo  $\theta$ :

$$t(\theta) = 2h \frac{\cos(\theta)}{c} \quad (2.2)$$

sendo  $t(\theta)$  o tempo de percurso do *source-ghost*,  $h$  a profundidade de reboque da fonte e  $c$  a velocidade do som na água. O ângulo  $\theta$  é dado pelo ângulo entre a componente da onda direta e a vertical, também chamado de ângulo de *offset* [17].

No domínio da frequência podem ser feitas algumas observações sobre esses eventos. Se o pulso emitido pelo sistema de *air-guns* fosse um impulso perfeito tal qual um delta de Dirac<sup>4</sup>, seu espectro de amplitudes seria constante (plano) dentro da banda de frequências atuante. Entretanto, observa-se que este tipo de sinal apresenta as seguintes características

<sup>4</sup> O Delta de Dirac  $\delta(t)$  é um conhecido objeto matemático na análise e processamento de sinais. Representa um retângulo na origem do plano cartesiano com área igual a 1, de altura tendendo ao infinito e largura infinitesimal [6].

em seu espectro de amplitudes: algumas perturbações causadas pelo efeito bolha e os chamados *notches* (entalhes) causados pelo *source-ghost*.

Quanto mais significativa é a presença do efeito bolha, mais perturbações o espectro de amplitudes do pulso apresenta nas suas baixas frequências. A Figura 4 mostra a mesma assinatura de fonte da Figura 2 e um espectrograma com linhas pontilhadas nas componentes de frequência em que estão os modos do efeito bolha.

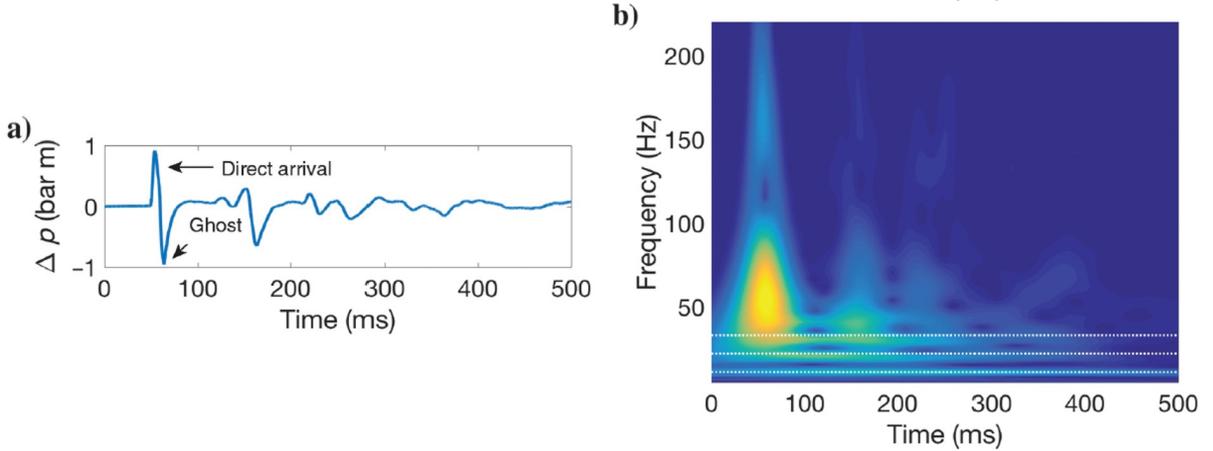


Figura 4 – Assinatura de *air-gun* medida por hidrofone alocado a 75 m de um *air-gun* disparado a uma profundidade de 7.5 m e espectrograma do sinal. As linhas pontilhadas denotam as perturbações do efeito bolha nas baixas frequências. Retirado de Watson [22].

Um dos objetivos de se utilizar um arranjo de *air-guns* é suprimir esse efeito indesejável por interferências destrutivas entre o colapso das bolhas de cada *air-gun*, para que o sinal resultante seja o mais impulsivo e de espectro o mais suave possível na banda de frequências em que a fonte opera [16].

Os efeitos causados pelo *source-ghost*, chamados de *notches*, são resultados das interferências destrutivas entre a chegada da onda direta e o *source-ghost*. A presença de *notches* no espectro de amplitudes da assinatura é periódica e pode ser prevista em uma determinada frequência  $f_n$  pela expressão:

$$f_n = \frac{nc}{2h\cos\theta} \quad (2.3)$$

na qual  $f_n$  é a frequência em que ocorre o *notch* e  $n$  é um número inteiro  $\geq 0$  [17]. Assim, o primeiro *notch* sempre ocorre no espectro de amplitudes para a frequência  $f_n = 0$ , quando  $n = 0$ . A partir disso, os *notches* reaparecem periodicamente em função da profundidade de reboque  $h$  e do ângulo de *offset*  $\theta$ .

A Figura 5b mostra tanto as perturbações do efeito bolha quanto os *notches* causados pelo *source-ghost* em assinaturas de fonte sísmica para diferentes profundidades de reboque  $h$ . Os resultados foram gerados por simulação. Percebe-se que a profundidade

$h$ , além de controlar a ocorrência dos eventos no tempo, influencia a forma com que as perturbações e os entalhes aparecem no domínio da frequência.

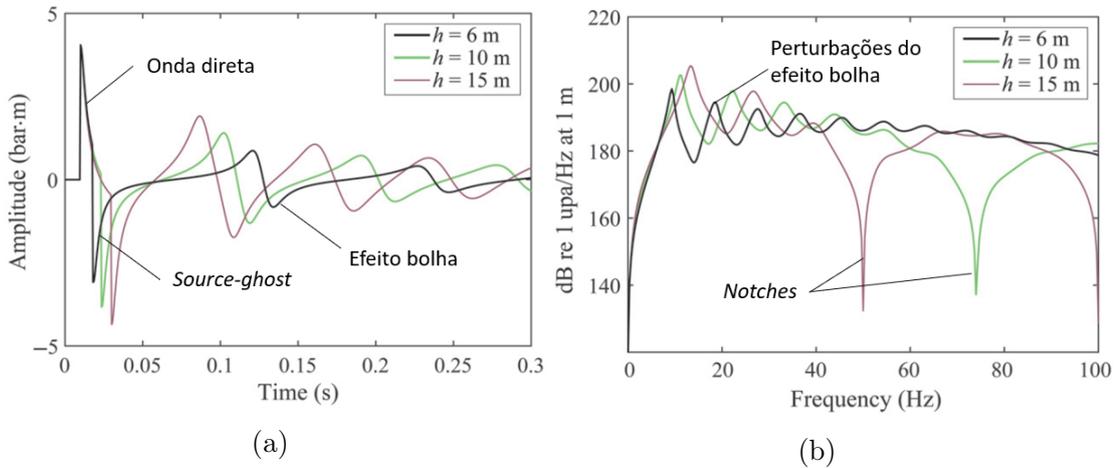


Figura 5 – Assinaturas de fonte sísmica simulada para diferentes profundidades de reboque, (a) domínio do tempo e (b) frequência. Modificado de Shen [23].

### 2.1.1 *Air-guns*: algumas especificações técnicas

Existem algumas características importantes para especificar um *air-gun* ou um arranjo de *air-guns* visando sua aplicabilidade em campo, especialmente em relação ao volume de ar comportado e ao NPS. Entretanto, na literatura geofísica, é verificada certa diversidade de unidades de medida para mencionar conceitos de pressão e volume em que operam os *air-guns*, nem todas pertencentes ao SI<sup>5</sup>. Por isso, são feitas algumas considerações antes de apresentar as especificações deste tipo de fonte.

Pressão é uma grandeza escalar definida como a razão entre o módulo da força aplicada por unidades de área. A unidade de pressão no SI é o pascal [Pa], que equivale à aplicação de uma força em newtons [N] sobre uma área em metros quadrados [m<sup>2</sup>] [24].

Outra forma de expressar a pressão é o psi<sup>6</sup> [psi], comumente utilizada pela indústria inglesa e americana, na qual divide-se a força em libras [lbf] pela área em polegadas quadradas<sup>7</sup> [in<sup>2</sup>]. A rastreabilidade de Pa para psi pode ser obtida conforme a equivalência:

$$1 \text{ Pa} = 14,5038 \cdot 10^{-5} \text{ psi}. \quad (2.4)$$

A pressão também pode ser representada pela unidade bar [bar]. As unidades [bar/m] são obtidas multiplicando-se a pressão acústica medida em bar pela distância entre a fonte sísmica e o ponto de observação [22]. Isso permite a comparação de sinais

<sup>5</sup> SI = Sistema Internacional de Unidades

<sup>6</sup> psi é a forma abreviada do inglês *pound force per square inch*, que denota a unidade.

<sup>7</sup> in é a forma abreviada do inglês *inches*, que denota a unidade.

medidos em diferentes distâncias. A relação entre as unidades bar e Pa é:

$$1\text{bar} = 10^5 \text{ Pa} = 14,5 \text{ psi.} \quad (2.5)$$

Em acústica submarina, a pressão sonora é comumente expressa em micropascal ( $1\text{Pa} = 10^{-6}\mu\text{Pa}$ ). Uma fonte acústica pode ser caracterizada pelo valor médio em escala dB do fluxo de energia por unidade de área perpendicular à direção de propagação emitida, também chamado de NWS<sup>8</sup>, com a unidade o Watt por metro quadrado [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]. O NWS é apropriado para caracterização da fonte sonora, do instrumento. Já o NPS<sup>9</sup>, é uma grandeza em escala dB que caracteriza a pressão sonora num ponto receptor qualquer.

O NPS também pode ser utilizado para caracterização da fonte indiretamente, se conhecida a distância entre fonte e receptor (ponto de medição de NPS ou pressão sonora) e as condições da propagação da onda sonora (esférica, cilíndrica, etc.) Na água, o NPS medido a 1 m da fonte tem como referência a pressão de  $1 \mu\text{Pa}$ , diferentemente da acústica para o ar livre, na qual a pressão de referência equivale a  $20 \mu\text{Pa}$  [26]. Este pode ser encontrado na literatura geofísica com a unidade dB re  $1 \mu\text{Pa}\cdot\text{m}$ , e não necessariamente a 1 m da fonte sonora, o NPS medido em um ponto qualquer pode ser apresentado com a unidade em bar-m, como constou no exemplo da assinatura medida pelo hidrofone de campo distante da Figura 2.

O volume dos *air-guns*, indicativo da quantidade de ar armazenado na(s) câmara(s), pode estar de acordo com o SI em litros [L], ou em polegadas cúbicas [ $\text{in}^3$ ]. A conversão de polegadas cúbicas para centímetros cúbicos pode ser obtida pela relação:

$$1 \text{ in}^3 = 16,3871 \text{ cm}^3 = 16,3871 \cdot 10^{-3}\text{L.} \quad (2.6)$$

O fluxo volumétrico deslocado pelo disparo de um *air-gun* é controlado por dois parâmetros variáveis: o volume e a pressão interna da câmara [22]. A variação desses parâmetros modifica a assinatura de fonte, tendo em vista que diminuir a pressão inicial no instrumento resulta em menores picos e vales no sinal que o representa, como mostra a Figura 6. Volumes de *air-guns* comerciais costumam ir de  $30 \text{ in}^3$  a  $800 \text{ in}^3$  a unidade. Na indústria sísmica voltada para a prospecção de óleo e gás, na qual geralmente são utilizados arranjos com mais de um *air-gun*, operam volumes totais de  $3000$  a  $8000 \text{ in}^3$  [27].

Arranjos convencionais de *air-guns* podem ter até 100 unidades, embora quantidades entre 25 e 50 canhões sejam mais usuais. O sistema de fontes costuma ser rebocado a uma profundidade entre 3 m e 10 m, geralmente a 6 m, enquanto disparos são feitos a cada 10 - 15 segundos durante a aquisição. Para um arranjo de 24 canhões com volume total de

<sup>8</sup> NWS = Nível de potência sonora. Dado por  $10\log\frac{W}{W_0}$ , no qual  $W$  é a potência sonora medida em watts e  $W_0$  a potência sonora de referência.

<sup>9</sup> NPS = Nível de pressão sonora. Dado por  $20 \log\frac{p}{p_0}$ , no qual  $p$  é a pressão sonora medida e  $p_0$  a pressão sonora de referência. Para o ar,  $p_0 = 20 \mu\text{Pa}$ . Para a água,  $p_0 = 1 \mu\text{Pa}$  [25].

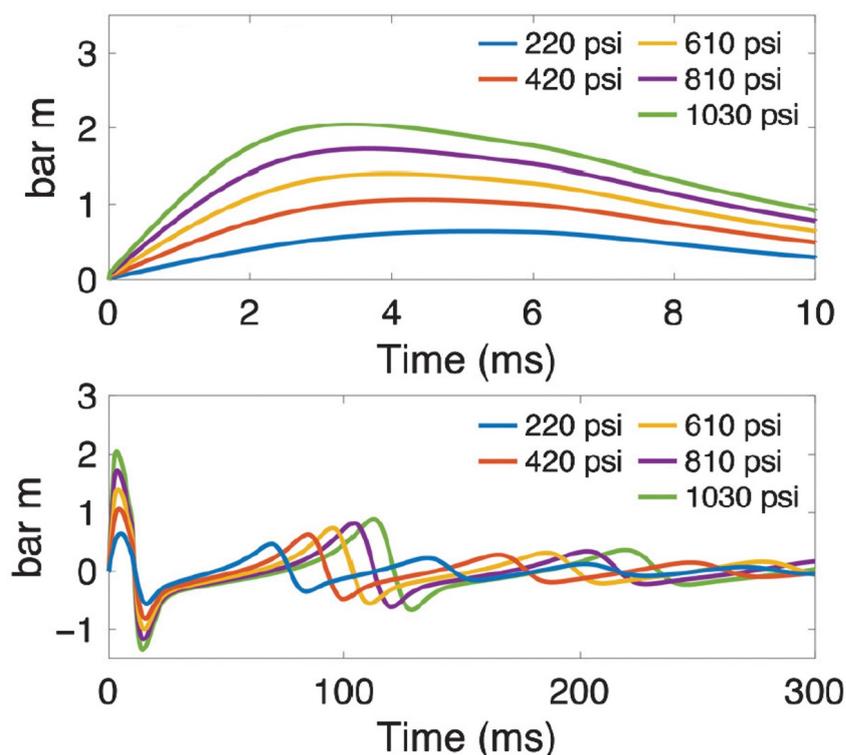


Figura 6 – Assinaturas de *air-gun* para diferentes pressões iniciais (câmara). Nota-se que quanto menor a pressão, mais brandos são os picos e vales dos pulsos sísmicos. Retirado de Watson [22].

3397 in<sup>3</sup>, O NPS da fonte medido a 1 m fica entre 14 e 28 bar, proporcional à faixa de 243 a 249 dB re 1  $\mu$ Pa-m [20].

A faixa de frequências das ondas sonoras emitidas pelos *air-guns* varia de dezenas a algumas centenas de Hertz [7], em intervalos úteis para a sísmica de exploração. Alguns trabalhos afirmam que o conteúdo de frequências das fontes sísmicas pode ser arbitrado entre 20 - 150 Hz [28] e entre 0-250 Hz [23], a depender dos alvos de interesse.

Considerando que há estreita relação entre as frequências geradas com as dimensões e a profundidade dos alvos que se deseja imagear, os pulsos de *air-guns* apresentam espectro de amplitudes com banda larga para compensações entre alcance e resolução. Altas frequências proporcionam maior resolução horizontal e menor alcance de profundidade, enquanto as baixas frequências implicam em maior alcance de penetração na coluna d'água e no substrato, porém menor é o nível de detalhamento nas imagens sísmicas [7].

A Tabela 1 reúne algumas características de fontes que foram verificadas em alguns trabalhos dentro da temática de aquisição sísmica para estudo do substrato marinho e de estruturas termohalinas, com informações sobre o volume total, intervalo entre disparos (em metros ou segundos, quando informado) e a faixa de frequências atuante.

Tabela 1 – Características das fontes sonoras em alguns trabalhos de sismica marinha.  $f_c$  = Frequência central. Elaborado pelo autor.

Trabalho	Data de publicação	Quantidade de <i>airguns</i>	Volume total $\text{in}^3$	Intervalo dos disparos (m) ou (s)	Frequências (Hz)
Holbrook <i>et al.</i> [29]	2003a	20	8543	-	10 - 100
Holbrook <i>et al.</i> [30]	2003b	20	8543	-	10 - 100
Nandi <i>et al.</i> [31]	2004	06	1340	37,5	$\leq 250$
Holbrook <i>et al.</i> [32]	2005	06	1340	37,5	20 - 110
Tsuji <i>et al.</i> [33]	2005	14	4271	-	$f_c = 35$
Biescas <i>et al.</i> [34]	2008	36	7524	75	20 - 50
Buffet <i>et al.</i> [35]	2009	36	1160	75	15 - 90
Geli <i>et al.</i> [36]	2009	06	117	05	$\leq 250$
Holbrook <i>et al.</i> [37]	2013	18	3300	25	$f_c = 40$
Sakar <i>et al.</i> [38]	2015	02	300	5 s	10 - 200
Tang <i>et al.</i> [39]	2016	02	105	25	$\leq 150$

## 2.2 Métodos estatísticos para estimativa de pulso

As reflexões observadas em um sismograma são eventos temporais que concentram sua energia em um intervalo de tempo relativamente curto, e destacam-se de outras regiões do sismograma que não apresentam eventos significativos. Cada uma das reflexões observadas nos traços é resultado da interação de um pulso inicial com as propriedades refletoras e absorvas da terra e com o sistema de aquisição [40].

O modelo matemático para a formação do traço sísmico pode ser descrito pelo modelo convolucional genérico com a adição de um termo  $r(t)$  para representar o ruído, através da expressão:

$$y(t) = x(t) * h(t) + r(t) \quad (2.7)$$

na qual  $y(t)$  é o traço sísmico em função do tempo,  $x(t)$  o pulso sísmico,  $h(t)$  a resposta ao impulso do sistema e  $r(t)$  o ruído associado ao processo de aquisição [13, 41].

Conforme já apresentado no Capítulo 1, o modelo convolucional da sismica propõe que a forma de onda emitida pela fonte acústica pode ser vista como um sinal de entrada que convolui com a resposta impulsiva da subsuperfície, gerando traços sísmicos. Este sinal de entrada pode ser medido em campo pelo experimento com hidrofone de campo distante. Este experimento não proporciona conhecimento sobre a função resposta ao impulso  $h(t)$  da coluna d'água e do substrato, apenas implica a amostragem da entrada  $x(t)$ .

A medição direta do pulso sísmico em campo é uma das duas abordagens principais para conhecê-lo [42]. Além desta, a segunda abordagem envolve a estimativa de uma função com características próximas ao pulso a partir dos próprios sismogramas. Como nem sempre

é possível medir o pulso diretamente, já que pode ser uma tarefa dificultosa, não pertencente à rotina de aquisição, ou então seu registro pode não ser anexado criteriosamente aos dados sísmicos [43], é comum que este seja determinado a partir dos sismogramas via técnicas determinísticas e/ou estatísticas [44].

Alguns métodos para estimativa de pulso funcionam a partir do conhecimento da resposta ao impulso do sistema  $h(t)$ , caso ela seja conhecida ou estimada. Estes são chamados de métodos determinísticos [44].

A função resposta ao impulso do sistema ou função refletividade pode ser computada a partir de dados medidos por sondas CTD<sup>10</sup> para a coluna d'água ou dados de poços<sup>11</sup> no caso da geologia. Essas informações são utilizadas para, a partir da construção de um perfil de velocidade do som, gerar uma função que descreve as flutuações de impedância no meio de propagação sonora [44], em outras palavras, obter a função refletividade.

Utilizando o conhecimento de  $h(t)$  e  $y(t)$ , é possível estimar  $x(t)$  por meio de simulações comparativas em um problema de otimização [44, 45]. Nessas situações, traços sísmicos sintéticos originados em uma simulação que utiliza a função  $h(t)$  são aproximados dos traços sísmicos reais, até que uma das funções candidatas à entrada que convolve com  $h(t)$  na simulação possa corresponder ao pulso sísmico real, momento em que os traços sintéticos tornam-se bastante similares ao traços que vieram de campo.

Entretando, métodos determinísticos encontram alguns desafios. Um deles é a amostragem e discretização do sistema, já que as medições pontuais dos parâmetros físicos por sondas e amostragem geológica devem ser representativos para um ambiente contínuo e que pode mudar em pontos afastados do(s) ponto(s) de coleta. Também há recorrente indisponibilidade desses dados [44].

Caso a função  $h(t)$  não seja conhecida, métodos estatísticos são uma alternativa para estimar  $x(t)$ , pois estimam uma função para o pulso sísmico exclusivamente a partir dos sismogramas [46].

Para que seja possível extrair o pulso unicamente dos dados através de abordagens estatísticas, a literatura apresenta algumas suposições iniciais importantes [13, 47], que foram listadas a seguir:

- i) Estacionariedade: As propriedades estatísticas de  $x(t)$  são invariáveis no tempo (média, mediana, desvio padrão, etc).
- ii) Relação sinal/ruído satisfatória em  $y(t)$ , com ruído remanente  $r(t)$  aleatório e pouco significativo;

<sup>10</sup> CTD: Sigla derivada do inglês: *conductivity, temperature and depth*. É um instrumento oceanográfico que porta sensores para registrar condutividade, temperatura e pressão na coluna de água.

<sup>11</sup> Furos de sondagem ou aplicação de outros métodos geofísicos que proporcionem conhecimento sobre a distribuição da densidade nos estratos em subsuperfície.

- iii) Função refletividade  $h(t)$  aleatória, ou seja, a ocorrência dos impulsos que representam as flutuações de impedância do meio é imprevisível;
- iv) Fase do pulso: A fase de  $x(t)$  é conhecida ou arbitrada, tendo em vista que métodos estatísticos não recuperam a fase [44, 45]. Geralmente, considera-se um pulso em fase mínima [13, 48].

A partir das suposições apresentadas, os trabalhos envolvendo métodos estatísticos para estimativa de pulso trabalham em torno de três ações fundamentais:

- i) Seleção de traços no sismograma: É necessário definir qual porção dos traços sísmicos e quais eventos registrados no sismograma serão úteis para a estimativa;
- ii) Estimativa do espectro: São aplicadas técnicas para estimativa do espectro de amplitudes do pulso;
- iii) Aplicação da fase: São aplicadas técnicas para a atribuição de uma fase para o pulso baseado na premissa de número 4, reiterando que métodos estatísticos não recuperam a fase, mas aplicam a fase à estimativa por suposição.

### 2.2.1 Seleção de traços no sismograma

Trabalhos que abordam técnicas estatísticas partem da seleção de traços ou porções de traços sísmicos reais cujas formas de onda são estáveis, bem definidas, portando características que assegurem estabilidade para remontar o sinal de entrada [47]. Assim, buscam-se eventos registrados nos sismogramas que possibilitem, de alguma forma, acessar as características do pulso dado como entrada no sistema.

O janelamento temporal de traços em sismogramas para alimentar um algoritmo de estimativa pode priorizar traços da onda direta [10, 43] ou da reflexão de fundo marinho [41]. Ambos são eventos geralmente bem definidos e com amplitudes relativamente maiores do que outros eventos registrados nos traços, e por isso são escolhas usuais.

Os traços ou os segmentos de traços selecionados têm como finalidade estimar as características do pulso original para um determinado grupo de sinais. Trabalhos indicam a possibilidade de se estimar um pulso para cada traço sísmico [10], para cada grupo CMP<sup>12</sup> [49], ou para a seção sísmica completa [41].

A Tabela 2 reúne alguns trabalhos de estimativa de pulso e suas respectivas escolhas de janelamento temporal, e quando presentes, os métodos aplicados nos traços ou porções de traços para montar um sinal de referência para o processo de estimativa. A média entre

<sup>12</sup> CMP do inglês *Common Mid-Point*, refere-se ao grupo de traços de mesma posição espacial em subsuperfície (pontos comuns).

os traços pode ser um método adotado para se obter essa referência. Caso não haja média de traços, a estimativa de pulso pode ser feita traço a traço.

Tabela 2 – Alguns janelamentos no sismograma para estimativa estatística de pulso sísmico verificados na literatura geofísica.

Trabalho	Data de publicação	Janela no sismograma	Método aplicado
Bousfield et al. [50]	2017	Traços da onda direta	Em traços individuais
Cui et al. [41]	2014	Traços da onda direta	Média entre traços
Koo et al. [51]	2010	Traços da onda direta	Em traços individuais
Wang et al. [43]	2014	Segmentos variados	Média entre traços normalizados
Yi et al. [45]	2013	300 traços da reflexão de fundo	Média entre traços

## 2.2.2 Estimativa da resposta em frequência

A premissa de que a função refletividade é uma série aleatória de impulsos no domínio do tempo tal qual um ruído branco<sup>13</sup>, permite estabelecer uma relação, no domínio da frequência, entre as entradas e saídas do processo convolucional.

Esta relação é baseada nas densidades espectrais (PSD<sup>14</sup>) da entrada, do sistema e da saída. No domínio da frequência, a saída  $Y(\omega)$  pode ser obtida pela multiplicação das respostas em frequência da entrada e do sistema, conforme a relação:

$$\mathcal{F}\{y(t)\} = \mathcal{F}\{x(t)\} * \mathcal{F}\{h(t)\} \leftrightarrow Y(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega). \quad (2.8)$$

sendo  $\mathcal{F}\{\}$  a Transformada de Fourier. No caso de um sistema representado por uma função aleatória do tipo ruído branco, sua PSD será constante para todas as frequências [52, 53].

Deste modo, uma determinada frequência presente na saída será modificada pela PSD da entrada, que é igual ao quadrado da magnitude de sua função de transferência (Figura 7). A operação de autocorrelação é dita como par (análoga) à obtenção da PSD de um sinal pela Transformada de Fourier [54], e de acordo com o Teorema de Wiener-Khinchine [54]. O teorema sintetiza que, ao calcular a autocorrelação de um sinal no domínio do tempo, isso corresponde a calcular a PSD do mesmo sinal no domínio da frequência:

$$\mathcal{F}\{R_{yy}(\tau)\} = R_{yy}(\omega) = Y(\omega) \cdot Y(\omega) = |Y(\omega)|^2 \quad (2.9)$$

Assim, torna-se possível tirar conclusões indiretas sobre a densidade espectral de potência da entrada a partir da densidade espectral de potência da saída, pela proporcionalidade  $Y(\omega)^2 \propto X(\omega)^2$  [13].

$$|Y(\omega)|^2 = |X(\omega)|^2 \cdot |H(\omega)|^2 \quad (2.10)$$

$$\mathcal{F}\{R_{yy}(t)\} = \mathcal{F}\{R_{xx}(t) \cdot |H(\omega)|^2\} \quad (2.11)$$

<sup>13</sup> Ruído branco: sinal aleatório de período infinito, com igual intensidade em diferentes frequências, o que lhe dá uma densidade espectral de potência constante.

<sup>14</sup> PSD do inglês *Power Spectral Density*.

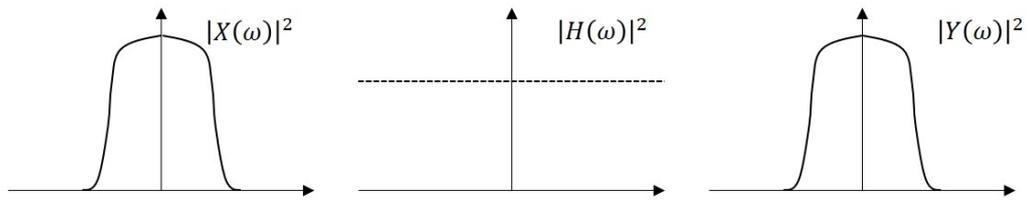


Figura 7 – Ilustração das densidades espectrais consideradas no modelo convolucional da sísmica. Elaborado pelo autor

Por este motivo, entre técnicas mais complexas para estimativa do espectro de amplitudes do pulso pela Transformada de Laplace [55] ou em problemas de otimização [43, 51], a operação de autocorrelação é amplamente empregada na estimativa estatística de pulso sísmico [41, 45, 47]. É escrita na sua forma analítica por:

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot x(t + \tau) dt \tag{2.12}$$

sendo  $x(t)$  um sinal no tempo e  $(t + \tau)$  um deslocamento temporal [56]. Muito semelhante com a integral de convolução (Eq. 1.2), nota-se que no caso da autocorrelação a integração ocorre na variável  $t$ , e não em  $\tau$ .

De acordo com a Eq. 2.12, uma réplica de  $x(t)$  é deslocada em uma quantidade  $\tau$ , e então multiplicada pelo sinal  $x(t)$ . Os resultados de sucessivos deslocamentos e multiplicações são somados pela integração. O resultado de uma autocorrelação é um sinal par, ou seja,  $R_{xx}(-\tau) = R_{xx}(\tau)$ , com energia máxima no ponto central, quando ocorre a sobreposição total do sinal com sua réplica e o resultado da Eq. 2.12 é o maior possível. A Figura 8 ilustra o procedimento de autocorrelação deslocamento após deslocamento.

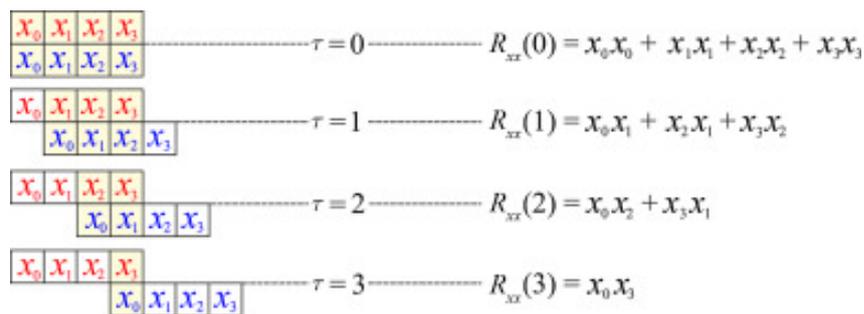


Figura 8 – Ilustração esquemática da autocorrelação de uma série temporal  $x(t)$  consistindo em quatro elementos. Elementos sobrepostos são multiplicados e os resultados são somados. Retirado de Dondurur [54].

Finalmente, o espectro de amplitudes do pulso sísmico pode ser estimado aplicando a Transformada de Fourier na autocorrelação dos sinais extraídos do sismograma e extraíndo sua raiz quadrada [41, 44].

### 2.2.3 Aplicação da fase

Após a estimativa do espectro de amplitudes do pulso, é comum que sejam aplicadas técnicas determinísticas para estimativa da fase. Nessas técnicas, o sinal gerado pelos procedimentos anteriores pode ser convolvido com a resposta impulsiva do sistema (que neste caso é conhecida) para gerar traços sísmicos sintéticos. Os traços sintéticos e traços reais são submetidos a algoritmos de otimização para minimizar suas diferenças em função de sucessivas rotações de fase no pulso. Na medida em que a diferença entre os traços aproxima-se de um mínimo, a fase do pulso pode ser corrigida [41, 44, 45].

No caso puramente estatístico, a fase não costuma ser estimada, mas atribuída dentro de algumas possibilidades mostradas na Figura 9. Baseando-se na distribuição da energia do sinal, as possibilidades podem ser: fase mínima, fase máxima, fase mista e fase zero [54], sendo que o caso mais comum é a atribuição de uma fase mínima [13, 43, 48].

Um pulso de fase mínima concentra a maior parte da energia no início da sua duração temporal, enquanto um pulso de fase máxima tem a maior parte de sua energia concentrada em seu fim. Pulsos de fase mista apresentam energia distribuída ao longo de sua duração.

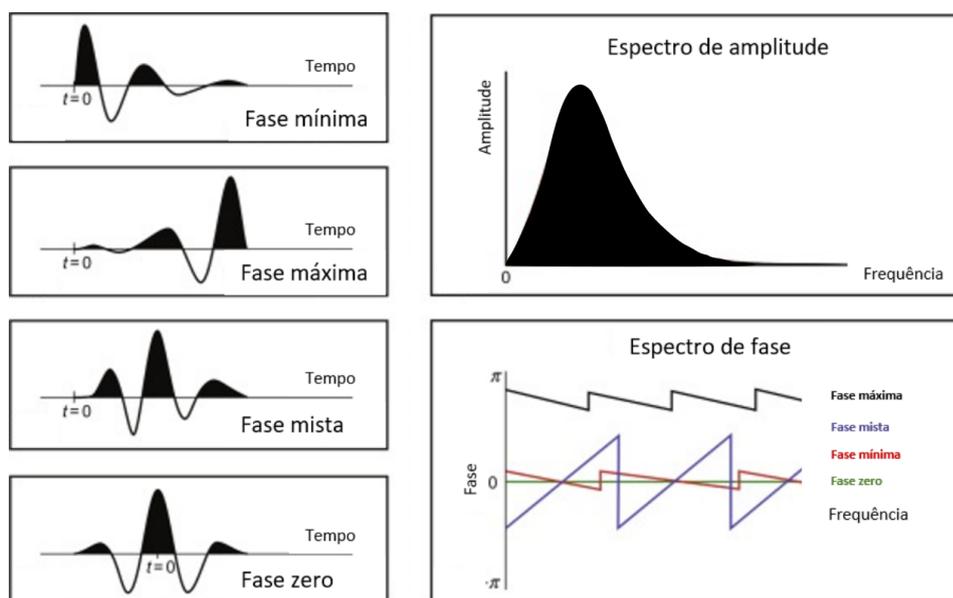


Figura 9 – Ilustração esquemática de pulsos sísmicos em diferentes fases.  
Modificado de Donrurur [54]

A aplicação de uma fase para o pulso pode ser realizada pela Transformada de Hilbert, ferramenta pertinente de alguns trabalhos geofísicos seja pela necessidade de estimativa de pulso propriamente dita ou rotações na fase de wavelets para fins diversos durante o processamento [41, 57, 58].

Dado um sinal periódico com partes real e imaginária, sua parte imaginária é a Transformada de Hilbert (TH) da sua parte real, ou ainda, uma versão em quadratura<sup>15</sup> da parte real do sinal [59]. Para ilustrar a TH, pode ser considerado um sinal periódico decomposto pela série exponencial de Fourier<sup>16</sup> na expressão  $x_a(\omega t) = e^{j\omega t + \theta}$ . É possível reescrever a função analítica deste sinal pela relação de Euler:

$$e^{j\omega t + \theta} = \cos(\omega t + \theta) + j\text{sen}(\omega t + \theta) \quad (2.13)$$

sendo a parte real  $x_r(\omega t)$  igual a uma função cosseno  $x_r(\omega t) = \cos(\omega t + \theta)$ , e a parte imaginária igual a uma função seno  $x_j(\omega t) = \text{sen}(\omega t + \theta)$ .

A projeção do comportamento das partes real e imaginária de  $x_a(\omega t) = e^{j\omega t + \theta}$  no plano complexo ao longo do tempo é ilustrada pela Figura 10, na qual percebe-se que a parte imaginária da função original é uma de suas quadraturas, ou seja, um defasamento de  $90^\circ$  aplicado em  $x_r(t) = \cos(\omega t + \theta)$ . Esta versão defasada pode ser obtida pela Transformada de Hilbert da parte real,  $\mathcal{H}\{x_r(\omega t) = \cos(\omega t + \theta)\}$ .

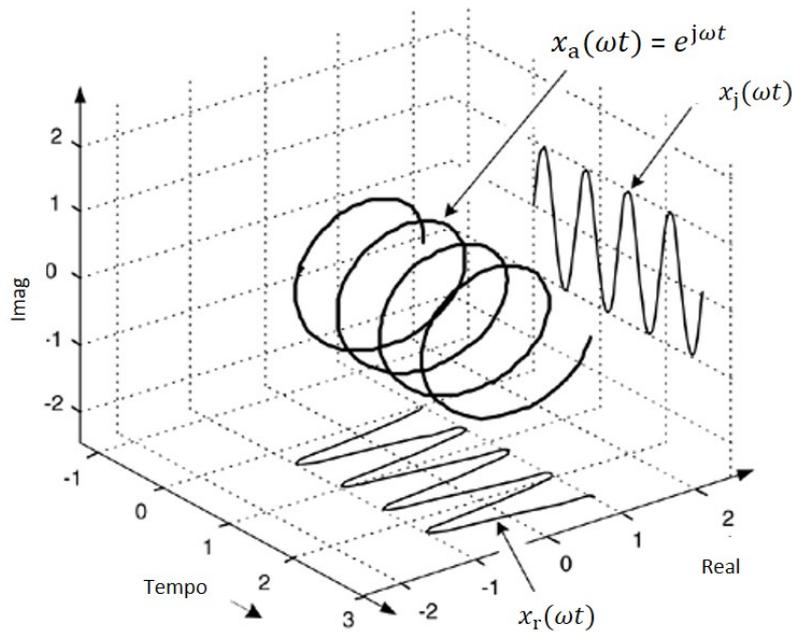


Figura 10 – Ilustração esquemática do comportamento da função analítica  $x_a(\omega t) = e^{j\omega t + \theta}$  ao longo do tempo. Modificado de Lyons [59].

Para se obter a versão defasada de um sinal  $x(t)$  em  $90^\circ$  no domínio do tempo, a TH é escrita como uma convolução entre um sinal  $x(t)$  e o operador *signum*  $\text{sgn}(t)$ :

$$\mathcal{H}\{x(t)\} = x(t) * \text{sgn}(t). \quad (2.14)$$

Aplicando a Transformada de Fourier (TF) unilateral na Eq. 2.14, tem-se:

$$\mathcal{F}\{\mathcal{H}\{x(t)\}\} = X(\omega) \cdot \sigma_{\text{H}}(\omega) \quad (2.15)$$

<sup>15</sup> As quadraturas de um sinal são suas versões defasadas em  $90^\circ$ .

<sup>16</sup> Manipulação algébrica em usar a representação da série de Fourier pela correspondente série exponencial complexa ao invés de senos e cossenos

sendo a TF do operador  $\text{sgn}(t)$  o termo  $\sigma_H(\omega)$ , que representa uma condição de multiplicação da série de frequências em  $X(\omega)$  pelo operador  $-j$  [60]:

$$\sigma_H(\omega) = \begin{cases} -j; & \omega > 0 \\ 0; & \omega = 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

Portanto, a TH é um operador que sempre produz um deslocamento de fase de  $90^\circ$  nas componentes periódicas do sinal, sem modificar sua magnitude, apenas a fase. O operador  $-j$  também pode ser escrito como uma exponencial complexa de Euler explicitando sua fase, sendo  $\theta = 90^\circ$  ou  $\frac{\pi}{2}$  [59]:

$$-j = e^{-j\theta} = \cos(\theta) - j\text{sen}(\theta) \quad (2.17)$$

A partir disso, com sucessivas transformadas de Hilbert é possível implementar sucessivas rotações de fase de  $90^\circ$  em  $e^{j\omega t + \theta}$  utilizando sucessivas multiplicações pelo operador  $-j$ , já que:

$$\begin{aligned} e^{j\omega t + \theta} \cdot (-j) &= (\cos(\omega t + \theta) \cdot (-j)) + (j\text{sen}(\omega t + \theta) \cdot (-j)) \\ e^{j\omega t + \theta} \cdot (-j) &= \text{sen}(\omega t + \theta) - j \cos(\omega t + \theta). \\ e^{j\omega t + \theta} \cdot (-j) \cdot (-j) &= (\text{sen}(\omega t + \theta) \cdot (-j)) - (j \cos(\omega t + \theta) \cdot (-j)) \\ e^{j\omega t + \theta} \cdot (-j) \cdot (-j) &= -\cos(\omega t + \theta) - j\text{sen}(\omega t + \theta). \\ e^{j\omega t + \theta} \cdot (-j) \cdot (-j) \cdot (-j) &= (-\cos(\omega t + \theta) \cdot (-j)) - (j\text{sen}(\omega t + \theta) \cdot (-j)) \\ e^{j\omega t} \cdot (-j) \cdot (-j) \cdot (-j) &= -\text{sen}(\omega t + \theta) + j \cos(\omega t + \theta). \\ & \dots \end{aligned}$$

Como já demonstrado na Eq. 2.17, o operador  $-j$  pode ser generalizado para qualquer ângulo de rotação de fase denotado por  $\theta$ :

$$\sigma_H(\omega) = \begin{cases} e^{-j\theta} & \text{para } \omega > 0 \\ 0 & \text{para } \omega = 0. \end{cases} \quad (2.18)$$

Aplicando a TF inversa, é possível obter o sinal defasado em  $\theta$  no domínio do tempo, para um ângulo  $\theta$  qualquer.

A Figura 11 mostra um trabalho em que uma função wavelet foi utilizada como pulso sísmico (*input*) para dois algoritmos de estimativa, A e B, em duas situações, **a**) e **b**). Na situação **a**), uma wavelet em fase zero foi considerada como pulso sísmico original. Na situação **b**), o pulso original foi defasado pela Transformada de Hilbert ( $90^\circ$ ), e da mesma forma, ambos os algoritmos realizaram suas estimativas após a mudança de fase.

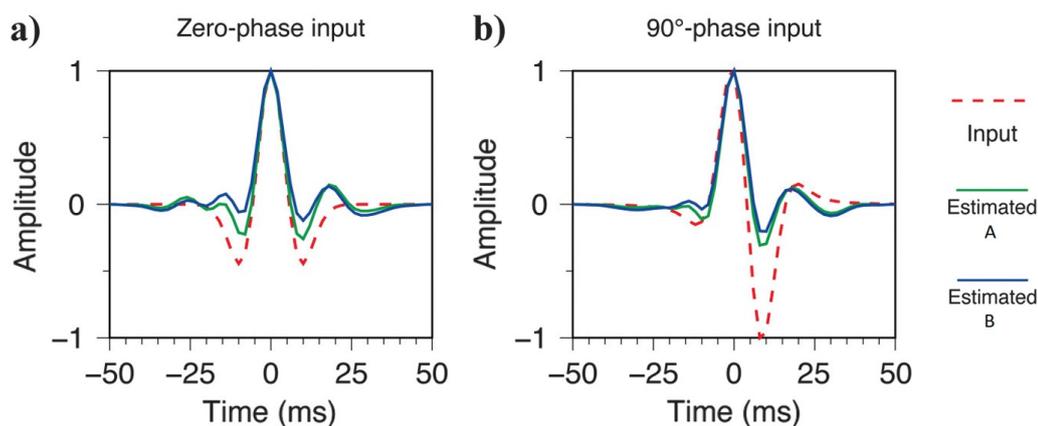


Figura 11 – *Inputs* e estimativas do pulso para dois diferentes métodos, A e B, com *input* (wavelet) em fase  $0^\circ$  e  $90^\circ$ . Modificado de Wang [43]

## 2.3 Mínimos quadrados e gradiente descendente

O LMS<sup>17</sup>, também conhecido como Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), é um dos conceitos mais utilizados para resolução de problemas de busca de parâmetros no meio computacional [61]. Características que fazem do LMS uma ferramenta atrativa são, relativamente, baixo custo e simplicidade de implementação. A estimativa de pulso é amplamente realizada por algoritmos relacionados ao conceito de LMS.

Funções conhecidas podem ser modeladas para representar sinais de natureza impulsiva e oscilatória pela similaridade de características, como é o caso das funções wavelet [62, 63] e senoidais amortecidas [64]. Tais funções podem servir como modelos que representam pulsos sísmicos a partir da adaptação de suas variáveis, visando ajuste entre a função conhecida (modelo) e as informações extraídas dos sismogramas (dados observados) em um problema convencional de LMS.

O método baseia-se no cálculo da diferença quadrática entre um conjunto de dados observados e um modelo ajustável por parâmetros através de uma função chamada função objetivo. A busca por parâmetros ideais que aproximam o modelo admitido do conjunto de dados para que o primeiro possa descrever o comportamento do segundo se dá pela minimização dos resultados da função objetivo, ou seja, a minimização das diferenças ou do erro associado a ambos.

Em uma situação hipotética em que, em uma série de resultados calculados pela função objetivo encontra-se um mínimo, os parâmetros que adaptam o modelo para que sua diferença em relação aos dados seja a menor possível são os melhores parâmetros para ajuste de ambos em todo o domínio da função objetivo. A partir disso, uma das formas de

<sup>17</sup> LMS - do inglês *Least-Mean-Square*.

se escrever a função objetivo para um algoritmo de LMS [65], é:

$$J(\phi) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m (\hat{y}_\phi(n)^i - y(n)^i)^2 \quad (2.19)$$

sendo  $J(\phi)$  a função objetivo dependente do conjunto de parâmetros  $\phi$ ,  $\hat{y}_\phi(n)$  o modelo admitido e  $y(n)$  os dados observados. Os parâmetros  $\phi$  ajustam o modelo para uma iteração  $i$  do algoritmo. O termo  $m$  refere-se ao número de operações para o cálculo das diferenças, igual ao número de amostras do modelo e dos dados observados.

A busca pelo ponto de mínimo da função objetivo  $J(\phi)$  pode ser realizada pelo método do gradiente descendente [66]. O gradiente é o vetor dado pelas derivadas parciais de uma função e indica o sentido e a direção na qual, por deslocamento a partir do ponto especificado, obtém-se o maior incremento possível em uma grandeza [67].

O vetor gradiente da função objetivo  $J(\phi)$  pode ser escrito como:

$$\nabla J(\phi) = \left[ \frac{\partial J(\phi)}{\partial \phi_1}, \frac{\partial J(\phi)}{\partial \phi_2}, \dots, \frac{\partial J(\phi)}{\partial \phi_n} \right]. \quad (2.20)$$

Invertendo o sentido do operador  $\nabla$ , o vetor gradiente calculado em um ponto  $k - 1$  aponta para um ponto  $k$  que corresponde ao maior decréscimo do erro calculado por  $J(\phi)$ . Se isso for feito várias vezes, ou seja, se for estabelecido um número de passos  $N$  suficiente para a convergência de  $\nabla J(\phi)$  a um determinado ponto, o valor neste ponto é tomado como mínimo de  $J(\phi)$ . A trajetória do vetor gradiente para um mínimo local pode ser representada pela expressão:

$$\phi^k = \phi^{k-1} - \eta \cdot \nabla J(\phi^k) \quad (2.21)$$

sendo  $\phi$  o conjunto de parâmetros do problema,  $k - 1$  e  $k$  as posições anterior e atualizada, respectivamente, e  $\eta$  a chamada taxa de aprendizado do vetor gradiente.

A taxa de aprendizado  $\eta$  proporciona controle sobre o módulo do vetor na direção negativa do gradiente [68]. Se  $\eta$  for muito pequena, o algoritmo terá uma convergência bastante lenta e gradual para o ponto de mínimo, e por isso necessitará de muitas iterações para convergir, tornando-se caro do ponto de vista computacional. Do contrário, uma taxa de aprendizado alta o fará convergir mais rapidamente, entretanto, pode torná-lo "cego" ao passar por um ponto de mínimo, conforme ilustra a Figura 12.

Existem diferentes abordagens em ambiente computacional para a implementação do método de minimização da função objetivo pelo método do gradiente descendente. Dois dos algoritmos mais conhecidos são chamados de gradiente descendente de Batch (BGD<sup>18</sup>) e gradiente descendente estocástico (SGD<sup>19</sup>) [70].

<sup>18</sup> BGD - do inglês *Batch Gradient Descent*

<sup>19</sup> SGD - do inglês *Stochastic Gradient Descent*

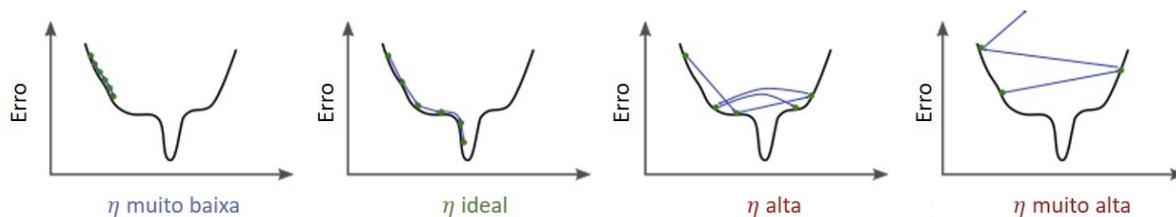


Figura 12 – Ilustração de trajetórias utilizando diferentes taxas de aprendizado aplicadas ao vetor gradiente para encontro do mínimo. Modificado de Hammel [69]

O BGD é a implementação da técnica convencional do gradiente que utiliza – em cada iteração – todo o conjunto de dados [70]. Isso significa que todos os pontos do domínio da função objetivo são derivados parcialmente em função dos parâmetros do problema para que o algoritmo decida qual a melhor direção do vetor a ser tomada passo a passo. Isso faz com que seu percorrer do vetor pela função seja mais acertivo, sempre normal às curvas de nível enquanto converge para um ponto de mínimo. Por conta disso, um algoritmo de BGD pode ser custoso computacionalmente [69].

O SGD, por outro lado, considera – em cada iteração – apenas uma observação sobre o domínio calculado [70]. Isso reduz consideravelmente o número de cálculos necessários para alcançar um ponto de mínimo, mas, em contrapartida, reduz a estabilidade da direção do vetor em cada atualização [69, 70], gerando o que se chama de ruído do vetor gradiente. A Figura 13 ilustra o caminhar de algoritmos BGD e SGD em direção a um mínimo local a partir de um ponto inicial  $p_0$ .

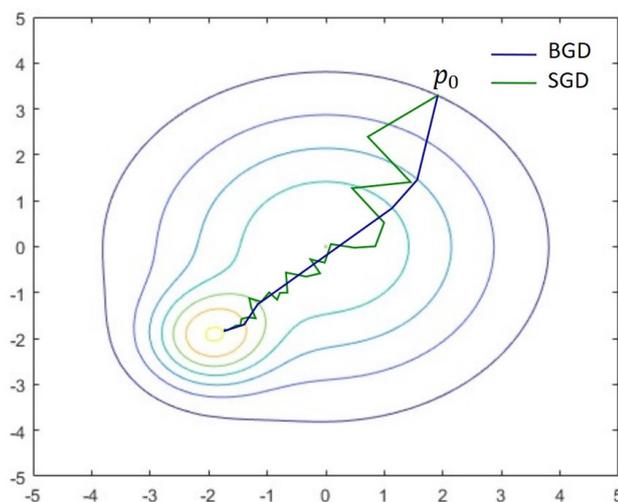


Figura 13 – Ilustração do caminhar dos vetores BGD e SGD sobre as curvas de nível de uma função objetivo hipotética. Modificado de Hammel [69]

Ambas as abordagens para implementação do método são situacionais, embora o SGD seja mais recorrente do que o BGD em problemas de otimização [70]. Por fim, uma vez que o ponto de mínimo é encontrado, basta tomar nele os parâmetros ideais para a aproximação do modelo ao conjunto de dados.

## 3 Materiais e métodos

Neste capítulo são apresentados os recursos necessários para o desenvolvimento do trabalho e obtenção dos resultados. Inicialmente, um roteiro geral acompanhado de um fluxograma é exposto para acompanhamento do projeto como um todo, e em seguida, de forma mais detalhada, as suas etapas.

### 3.1 Etapas do trabalho

Um algoritmo foi projetado para estimar, de maneira estatística, uma função representativa para o pulso sísmico emitido por um arranjo de *air-guns* em cada disparo de uma linha de aquisição sísmica. O Fluxograma da Figura 14 mostra a sucessão de etapas realizadas para a estimativa de pulso no presente trabalho. Essas etapas são explicadas ao longo desta seção introdutória e detalhadas neste capítulo.

A ferramenta computacional foi idealizada e desenvolvida para adaptar os parâmetros frequência principal, denotada por  $f_p$ , e a fase, denotada por  $\theta$ , de uma wavelet Ricker em um problema de LMS, aproximando os parâmetros da wavelet às informações extraídas da onda direta presente em cada disparo da aquisição. O uso das informações contidas na onda direta é uma das possibilidades de janelamento de traços verificadas em trabalhos sobre o tema [10, 41, 51], com o propósito de constituir um sinal de referência para o trabalho de estimativa.

A partir da busca, encontro e download de dados e metadados sísmicos em um repositório livre da comunidade geofísica, os dados da aquisição foram abertos e todas as etapas do trabalho foram desenvolvidas em linguagem Python. Para montar o sinal de referência a partir dos sismogramas e verificar nele as possíveis características do pulso sísmico original, etapas iniciais do trabalho envolvem a aplicação de ganhos para compensar a perda geométrica da onda direta e média simples entre os traços mais próximos da fonte.

Conforme visto no Capítulo 2, técnicas estatísticas para estimativa de pulso recuperam o espectro de amplitudes do pulso sísmico pela autocorrelação de traços do sismograma. Pelo Teorema de Wiener-Khintchine, a Transformada de Fourier na autocorrelação remonta a densidade espectral de potência do pulso. É possível, então, estimar o espectro de amplitudes extraíndo-se a raiz quadrada das magnitudes do domínio de Fourier [41, 44]. A partir disso, procura-se modelar uma função cujo espectro de amplitudes seja similar ao espectro obtido pela técnica convencional de estimativa.

Tendo em vista que o espectro de amplitudes da função wavelet a ser ajustada aos dados deve ser similar ao espectro de amplitudes fornecido pela técnica da autocorrelação,

a largura de banda à meia potência foi escolhida como método para determinar uma banda de frequências  $\Delta f_p$  que contenha os componentes espectrais relevantes do sinal ao qual a wavelet deve ser ajustada.

### Fluxograma geral do algoritmo

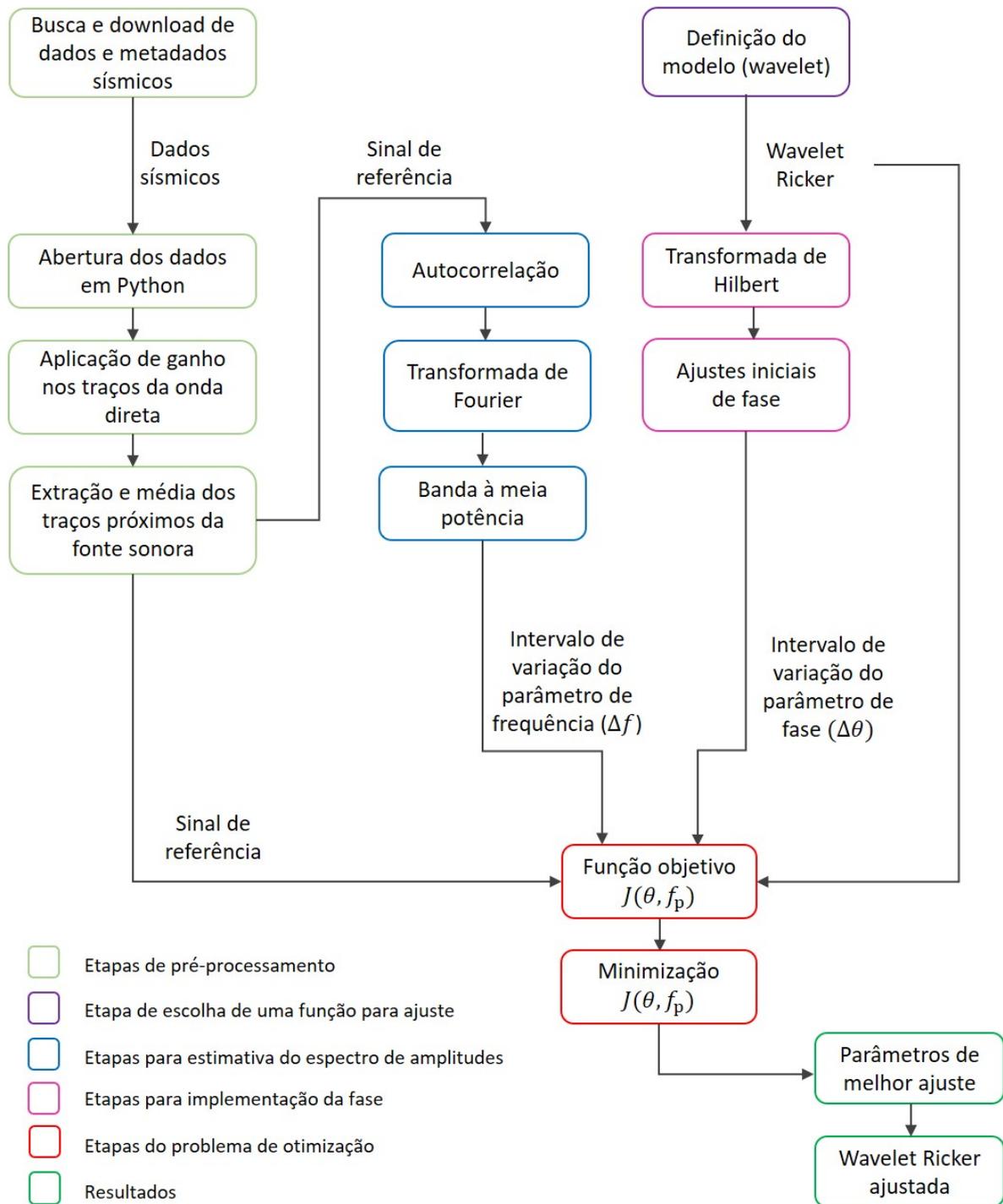


Figura 14 – Fluxograma geral dos materiais e métodos do trabalho. Elaborado pelo autor.

Quanto à fase da wavelet, embora não seja uma prática inferir a fase do pulso através de métodos estatísticos, este parâmetro foi ajustado de acordo com a distribuição da amplitude do sinal de referência no domínio do tempo. A partir da convolução do núcleo de Hilbert na função Ricker, foi possível realizar ajustes iniciais que definiram o intervalo  $\Delta\theta$  para a variação do parâmetro de fase.

Assim, a preparação da wavelet Ricker para que esta se ajuste aos sinais de referência extraídos dos sismogramas envolveu duas etapas paralelas: a estimativa de uma banda de frequências  $\Delta f_p$  para a variação de  $f_p$  de acordo com o espectro da autocorrelação dos traços, e a estimativa de um intervalo  $\Delta\theta$  para a variação de  $\theta$  de acordo com ajustes iniciais sobre a amplitude do sinal de referência.

A função objetivo, determinada para calcular o erro entre o sinal de referência e a wavelet, foi computada e submetida à minimização pelo método do gradiente descendente do tipo estocástico. O ponto de mínimo local encontrado para cada um dos 96 disparos proporcionou, como resultados, os parâmetros para ajustar a wavelet aos dados observados. A convergência do erro e a convergência dos parâmetros  $f_p$  e  $\theta$  possibilitaram fazer avaliações sobre a resolução do problema pelo algoritmo desenvolvido, bem como interpretações indiretas sobre os pulsos emitidos pelo arranjo de fontes durante a aquisição sísmica.

### 3.1.1 Busca de dados e metadados sísmicos

Os dados e metadados<sup>1</sup> utilizados neste trabalho foram obtidos na plataforma aberta MGDS - Marine Geoscience Data System [71]. Este repositório fornece à comunidade científica e público em geral dados geofísicos marinhos e dados complementares relacionados a estudos da formação e evolução do ambiente submarino. A procedência dos dados da plataforma é creditada a colaboradores privados, projetos de pesquisa de instituições de ensino e órgãos governamentais.

Durante a procura dos dados, foi percebida a necessidade de estabelecer alguns critérios, que foram listados a seguir:

- 1. Presença de onda direta:** Notou-se que a remoção das informações referentes à coluna d'água pode ser uma prática comum em dados de sísmica para estudos geológicos. Uma vez que o projeto de algoritmo pretende trabalhar com a onda direta presente na coluna d'água, este foi um dos critérios estabelecidos.
- 2. Tamanho máximo:** Até 1 GB de memória HD. Este critério foi adicionado considerando os recursos de trabalho do autor durante o ano de 2020, evitando travamentos e demora de operações na memória RAM do computador disponível.

<sup>1</sup> Metadados: informações sobre os dados (geofísicos). Ex: relatórios de observador, relatórios científicos de expedições, mapas, *layers* para sistemas de informações geográficas (SIG), citações, etc.

**3. Qualidade dos metadados:** Presença de relatório científico completo, mapas do local onde ocorreu a aquisição e indicação das linhas sísmicas em mapa referenciadas aos dados. A qualidade dos metadados na plataforma é variável, nem sempre atende às necessidades do processamento, como por exemplo, explicação clara e completa das geometrias de aquisição. Foram evitados os dados com falta de metadados ou metadados compostos por documentos preenchidos à mão, ilegíveis.

### 3.1.2 Dados do Projeto EW0005

Os dados que atenderam aos critérios e que são utilizados neste trabalho foram gerados no Projeto EW0005 [72], comandado pelo Dr. Kirk McIntosh (professor da University of Texas Austin). O projeto ocorreu nos meses de Maio e Junho do ano de 2000 com o objetivo de coletar dados sísmicos para estudar a zona de subducção situada na margem da Nicarágua com o oceano Pacífico.

A Figura 15 mostra um mapa com as linhas sísmicas realizadas na expedição e um zoom para a linha sísmica referente aos dados aqui trabalhados. Na aquisição total, são 38 linhas sísmicas que deram origem a mais de 200 fitas de dados, mas para o intuito deste trabalho, foi utilizado apenas a fita referente à linha identificada como EW0005.025.086.001 (menor do que a maioria das linhas disponíveis). De acordo com o relatório científico do projeto, este pequeno segmento foi obtido em uma curva entre duas linhas muito maiores, durante um reposicionamento da embarcação.

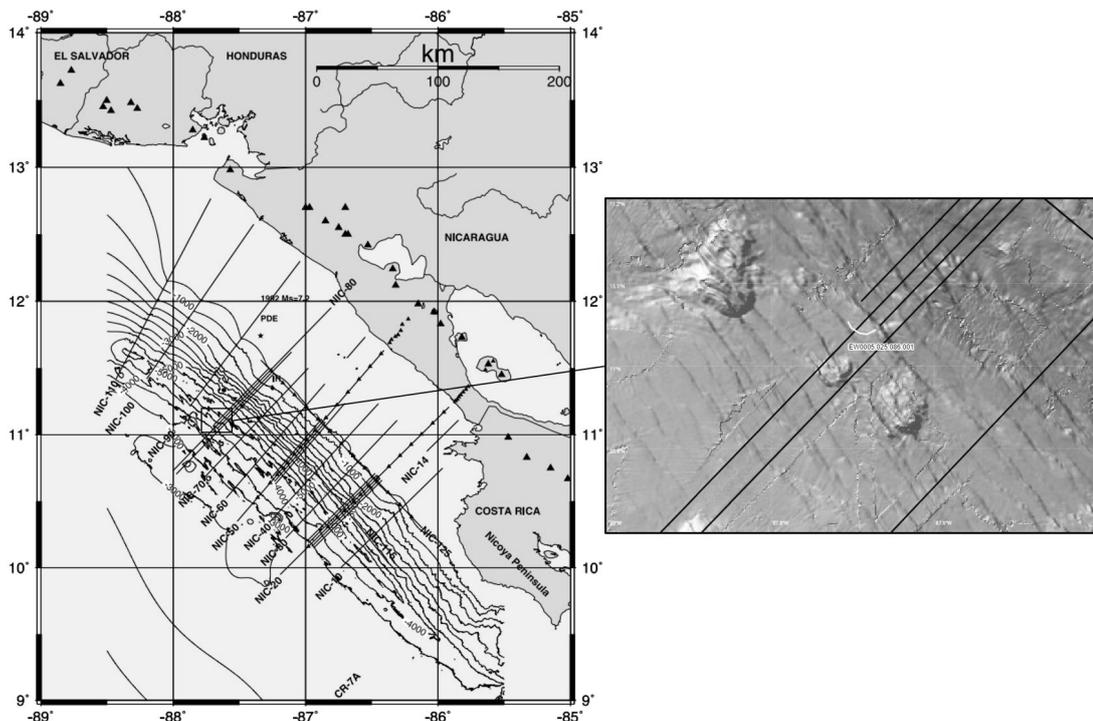


Figura 15 – Mapa do projeto EW0005 e linhas sísmicas. Zoom para a região da linha sísmica utilizada neste trabalho. Modificado de McIntosh [72].

Nesta aquisição, foi utilizado um único *streamer* de 6000 m de comprimento, portando 240 hidrofones espaçados por 25 m entre si, e um *offset*<sup>2</sup> de 180 m. A fonte sísmica empregada foi um arranjo de 20 air-guns BOLT:1500C de 2000 psi cada, disparados a cada 50 m / 20 s e rebocados a uma profundidade de 6,5 m. O experimento foi realizado sobre águas ultraprofundas (aprox. 4000 m de coluna d'água).

As Tabelas 3, 4 e 5 sintetizam as informações principais da fonte, *streamer* e digitalização dos dados sísmicos considerados.

Tabela 3 – Características da fonte sísmica utilizada. Elaborado pelo autor de acordo com as informações disponíveis no relatório científico da aquisição.

Airgun (modelo)	BOLT:1500C
Número de airguns utilizados	20
Profundidade de reboque [m]	6,5
Volume [in <sup>3</sup> ]	6817
Volume [L]	111,71
Pressão [psi]	2000
Pressão [Pa]	1,379·10 <sup>7</sup>
Número de disparos	96
Intervalo entre disparos [m]	50
Intervalo entre disparos [s]	20

Tabela 4 – Características do *streamer* utilizado. Elaborado pelo autor de acordo com as informações disponíveis no relatório científico da aquisição.

Número de cabos	01
Hidrofones no cabo	240
Espaçamento entre sensores [m]	25
Comprimento do cabo [m]	6000
Profundidade de reboque [m]	10
Offset em relação ao primeiro hidrofone [m]	180

Tabela 5 – Características da digitalização dos dados. Elaborado pelo autor de acordo com as informações disponíveis no relatório científico da aquisição.

Intervalo de amostragem [ms]	04
Tempo de amostragem (por disparo) [s]	16,384

<sup>2</sup> *Offset*: distanciamento em relação à fonte sonora. A depender do contexto, o termo refere-se ao primeiro hidrofone do *streamer* ou a qualquer distância em relação à(s) fonte(s).

### 3.1.3 Aplicação de ganho

Os dados em formato SEG-Y foram baixados do repositório e então abertos em Python. Cada um dos 96 disparos constitui uma matriz 240x4096, ou seja, 240 traços com 4096 amostras cada. O intervalo de amostragem é de 04 ms, portanto, o tempo total de traço em segundos pôde ser obtido multiplicando 0,004 por 4096 = 16,384 s.

De acordo com o relatório científico da aquisição, os dados já haviam passado por um processamento prévio, que incluiu inserção da geometria e aplicação de filtro trapezoidal com vértices 3-8-60-80 Hz.

A onda direta foi visualizada nos primeiros 1,2 s e 1430 m de *offset* em cada um dos disparos (Figura 16). Uma vez percebida a atenuação da onda direta em função do distanciamento em relação à fonte (espalhamento geométrico), foi implementado um processo de ganho nos traços em função do *offset*.

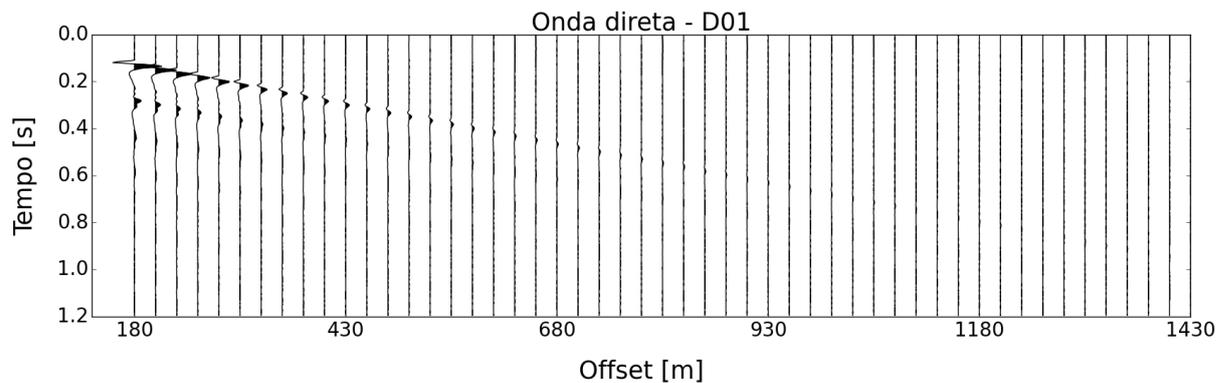


Figura 16 – Onda direta do Disparo 01/96. Elaborado pelo autor.

Para o caso da propagação de frente de onda sonora esférica, a intensidade do som medida em um ponto afastado da fonte decai pela proporção de  $I \propto 1/4\pi r^\alpha$  em relação à intensidade de referência  $I$ , medida a 1 m da fonte sonora [73], sendo  $r^\alpha$  a distância em metros do ponto de medição em relação ao ponto de referência (raio da esfera) e  $\alpha = 2$  (superfície esférica).

Embora neste caso a intensidade sonora de referência não seja conhecida, é possível implementar funções de ganho para compensar a perda de amplitude nos traços a partir do ajuste de curvas que descrevem o decaimento do pico dos sinais da onda direta ao longo do *offset*. Os ajustes foram implementados com base nos picos máximos dos traços ao longo de cada disparo, ajustando curvas dependentes de uma constante  $k$  e da distância  $r$  em relação à fonte, de acordo com a equação de segundo grau:

$$A(r)^i = \frac{k}{r^\alpha} \quad (3.1)$$

na qual  $A(r)^i$  é a curva próxima à amplitude  $A$  observada no traço  $i$ , e  $r$  é a distância de *offset* em metros. A função ganho  $G(A^i)$  pôde então ser aplicada multiplicando todas as amplitudes  $A^i$  pelo inverso da Eq. 3.1, ou seja:

$$G(r) = A^i \cdot \frac{r^\alpha}{k}. \quad (3.2)$$

Ainda que em teoria o fator quadrático  $\alpha = 2$  seja apresentado como ideal para compensação das amplitudes, na prática, verificou-se que adotar  $\alpha = 2$  foi insuficiente para "levantar" as amplitudes além do *offset* de 305 m. Então, o fator de  $\alpha$  foi considerado igual a 2 até o *offset* de 305 m, e em seguida, ajustado para alfas entre 2.25 e 2.35 até que as amplitudes da onda direta em todos os traços fossem compensadas. Além do *offset* de 1430 m, a onda direta apresentava a mesma proporção do ruído de fundo, portanto, os traços além dessa distância não foram considerados.

As Figuras 17a e 17b mostram a distribuição do pico de amplitudes da onda direta em função do *offset* antes e após a aplicação das funções de ganho em todos os disparos.

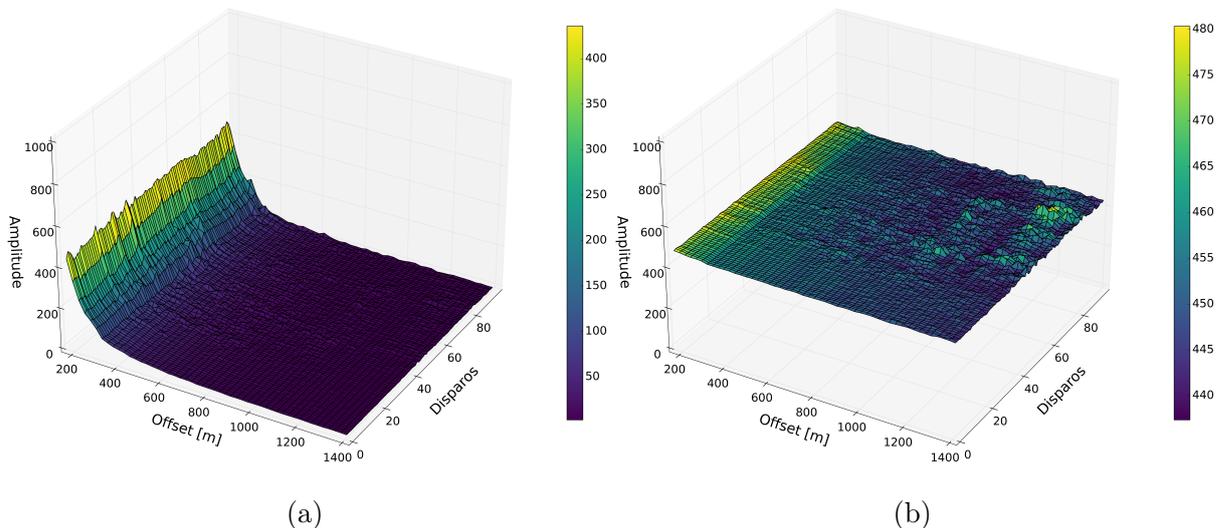


Figura 17 – Picos de amplitude máximos da onda direta em função do *offset* para todos os disparos (a) Pré-ganho (b) Pós-ganho. Elaborado pelo autor.

Antes da aplicação de ganho, os picos da onda direta variavam de 480 (*offset* mais próximo) a valores próximos de 0 (*offsets* mais afastados). Este procedimento fez com que todos os picos da onda direta presentes em cada disparo ficassem no intervalo de aproximadamente 480 - 435 de amplitude, o que possibilitou compôr um sinal de referência médio (etapa seguinte) com uma contribuição semelhante de grandeza para sinais de diferentes *offsets*, sem ponderações.

### 3.1.4 Extração da onda direta e média entre traços próximos

Com o propósito de gerar um sinal de referência para cada disparo feito pela fonte sísmica, após a aplicação do ganho, a onda direta foi extraída dos seis primeiros traços para cada um dos 96 disparos. Esses traços foram escolhidos pois correspondem ao *offset* de 305 metros, dentro do qual a compensação de amplitudes foi inversamente proporcional à perda quadrática por espalhamento geométrico ( $\alpha = 2$ ).

Considerando a distância do primeiro sensor em relação à fonte sonora (180 m) e os sucessivos acréscimos de *offset* de 25 m, e também a velocidade do som na água como aproximadamente  $c = 1500$  m/s, é bastante simples obter o momento aproximado em que a onda direta é registrada em cada sensor para um disparo da fonte sonora. Uma janela temporal de 0,26 segundos (65 amostras) foi deslocada ao longo dos seis primeiros traços do sismograma para extrair a onda direta presente em cada um deles e alinhá-los.

Em seguida, a média simples foi realizada entre os segmentos selecionados, resultando em 96 sinais médios e de referência para o trabalho de estimativa de pulso por disparo. As Figuras 18a e 18b mostram todas as médias geradas no domínio do tempo e frequência. Estes sinais têm uma duração de 0,26 segundos = 65 amostras no domínio discreto, proporcionais ao comprimento da janela utilizada para extraí-los. Este comprimento de 65 amostras foi suficiente para englobar três picos dos sinais selecionados, conforme observado em um trabalho de estimativa [43].

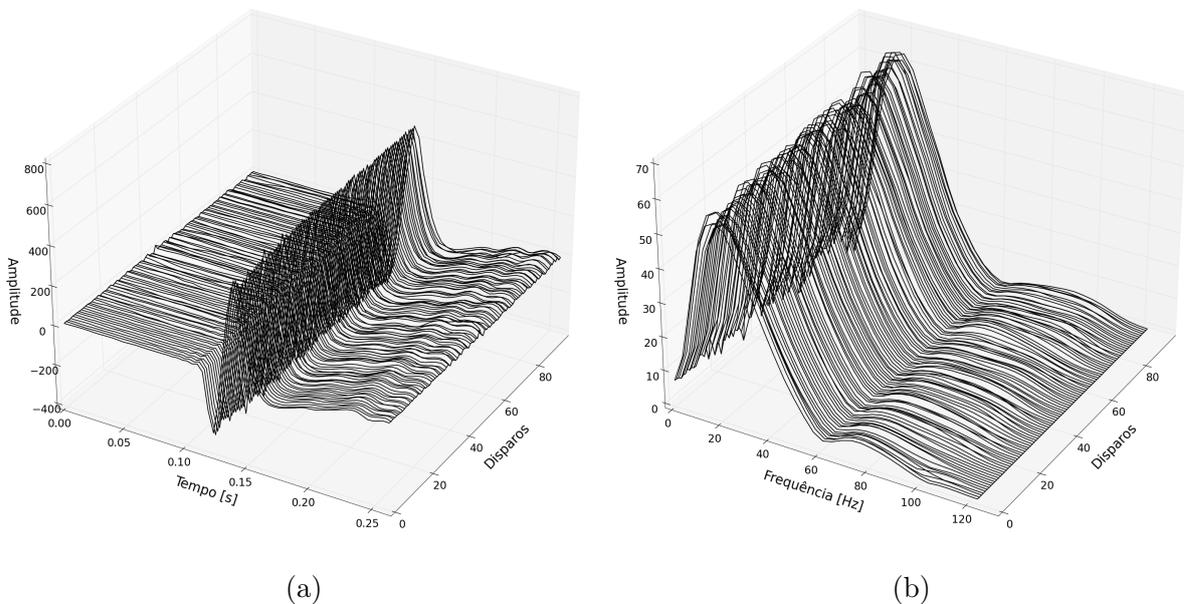


Figura 18 – (a) Sinais de referência (média) gerados para cada um dos disparos no tempo e (b) Espectros de amplitude dos sinais de referência. Elaborado pelo autor.

### 3.1.5 Autocorrelação

Para se estimar espectros de amplitude relacionáveis aos pulsos emitidos pela fonte sísmica, a operação de autocorrelação, denotada por  $R_{xx}$ , foi aplicada nos sinais de referência. Levando em consideração o Teorema de Wiener-Khintchine apresentado no Capítulo 2 (Eq. 2.9), os espectros de amplitude dos 96 pulsos puderam ser estimados da seguinte maneira:

- i) Autocorrelação dos sinais de referência ( $R_{xx}$ );
- ii) Transformada de Fourier no resultado da autocorrelação ( $\mathcal{F}\{R_{xx}\}$ ). Conforme visto no Capítulo 2, o resultado é análogo à estimativa da densidade espectral de potência do pulso sísmico, ou  $|X(\omega)|^2$ .
- iii) Raiz quadrada nas magnitudes obtidas em *ii*), uma vez que  $\mathcal{F}\{R_{xx}(\tau)\} = |X(\omega)|^2$ .

Os 96 correlogramas<sup>3</sup> são expostos na Figura 19a. Nota-se que a partir do procedimento, cada sinal dobra de tamanho para 130 amostras, e no ponto central de cada um a autocorrelação é máxima (sobreposição completa).

Os 96 espectros de amplitude mostrados na Figura 19b foram obtidos após a passagem de  $R_{xx}$  para o domínio da frequência e extração da raiz quadrada das magnitudes.

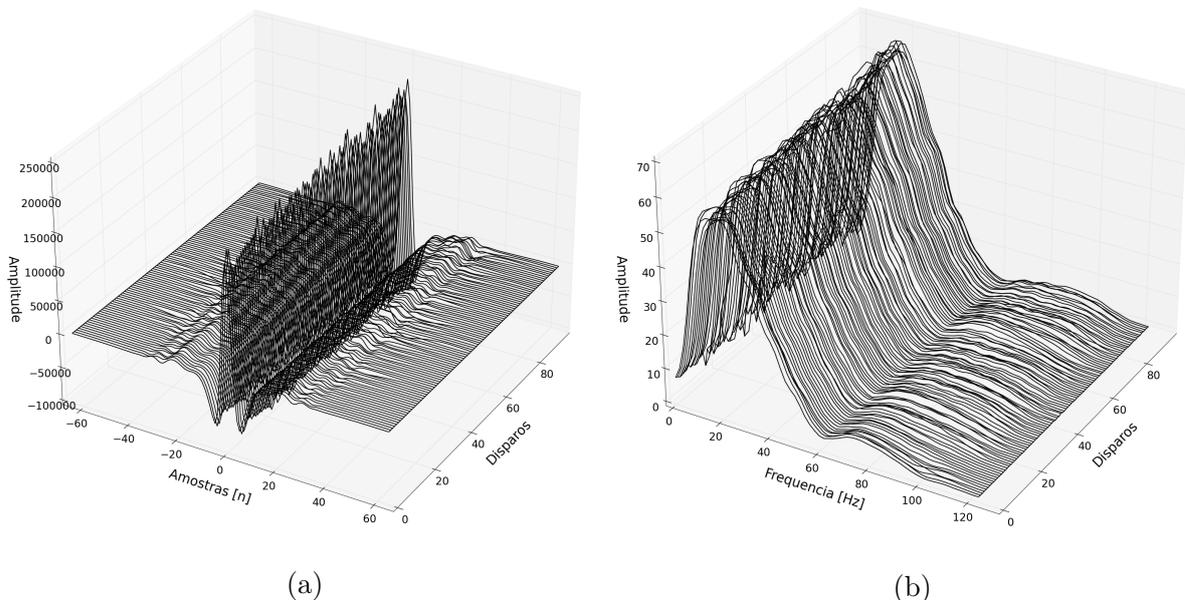


Figura 19 – (a) Correlograma dos sinais de referência (b) Espectros de amplitude obtidos pela autocorrelação. Elaborado pelo autor.

A partir disso, buscou-se uma função wavelet para ser modelada às características observadas nos sinais de referência.

<sup>3</sup> Correlograma = resultado da autocorrelação.

### 3.1.6 Definição do modelo (wavelet)

Admitindo as características gerais de uma assinatura de fonte, e especialmente as formas de onda extraídas do sismograma, a wavelet Ricker [74] foi escolhida como modelo para o problema, visando a possibilidade de ser ajustada às características da onda direta a partir da adaptação de seus parâmetros de frequência principal  $[f_p]$  e fase  $[\theta]$ .

Esta função pode ser escrita no domínio do tempo pela Eq. 3.3:

$$r(t) = \hat{A} \left(1 - \frac{1}{2} \omega_p^2 t^2\right) e^{-\frac{1}{4} \omega_p^2 t^2}. \quad (3.3)$$

sendo  $\hat{A}$  a amplitude da wavelet e  $\omega_p$  a frequência de maior energia, em rad/s. A frequência de maior energia pode ser tratada em Hertz pela relação  $\omega_p = 2\pi f_p$ , e é o parâmetro que controla a contração e dilatação da wavelet no domínio do tempo.

No espectro de amplitudes da função,  $f_p$  é a frequência de maior energia [74], como mostra a Figura 20.

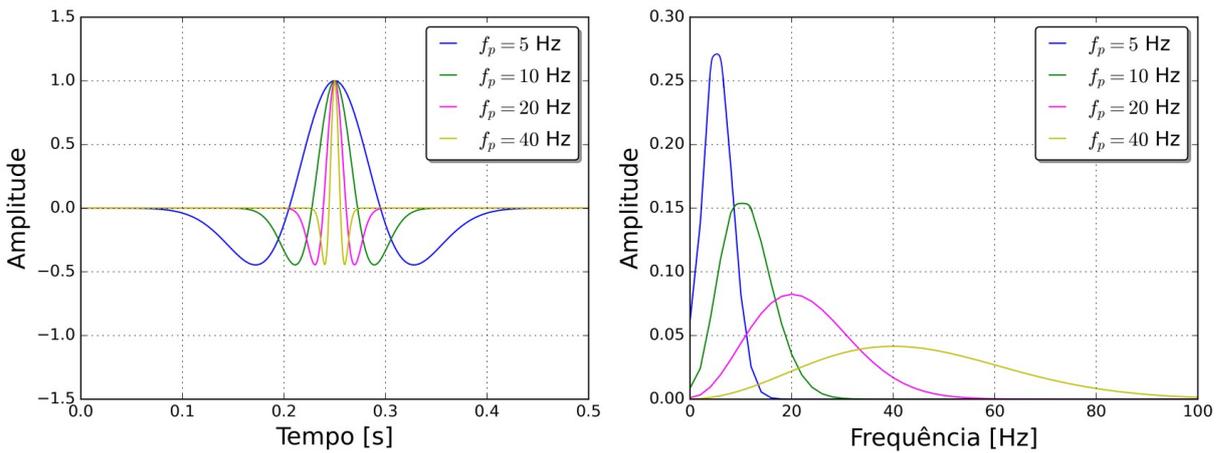


Figura 20 – Wavelets Ricker com diferentes frequências principais. Elaborado pelo autor.

### 3.1.7 Banda à meia potência e determinação de $\Delta f_p$

Uma vez obtidos, a partir dos 96 sinais de referência, 96 espectros que podem indicar a banda de frequências de cada pulso emitido da aquisição, pretende-se ajustar uma função wavelet para que seu espectro de amplitudes torne-se semelhante ao que foi observado nos sinais de referência. Por isso, fez-se necessário definir os limites inferior e superior da banda essencial de frequências para implementação no problema de LMS, denotada por  $\Delta f_p$ . Entre os métodos possíveis para caracterizar a banda de frequências de sinais visando analisar suas propriedades, foi escolhido implementar o método da largura de banda de decaimento à meia potência [75].

Neste método, a largura de banda essencial é definida como a largura da curva da resposta em frequência para o decaimento de 3 dB, ou ainda, a amplitude é igual à razão da amplitude máxima do espectro  $A_{max}$  por  $\sqrt{2}$  (Figura 21).

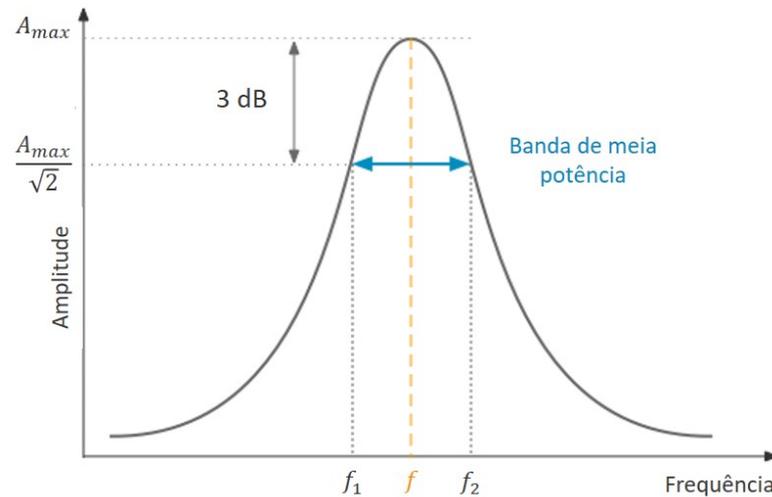


Figura 21 – Ilustração do método de largura de banda à meia potência. Modificado de Cossolino [75]

Para aplicação do método supracitado, foi gerado um espectro de amplitude médio com os 96 espectros obtidos via autocorrelação. Este indicou que a frequência de maior amplitude estava em 21.2 Hz. A maior amplitude foi então dividida por  $\sqrt{2}$ , proporcionando os limites inferior  $f_1$  e superior  $f_2$ , dentro dos quais fica a banda de meia potência. Este intervalo essencial de frequências está entre 8 e 32 Hz. A Figura 22 mostra o procedimento.

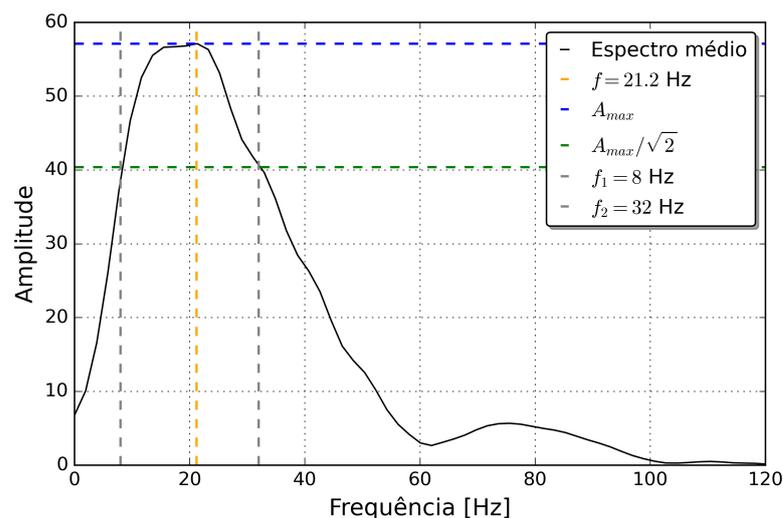


Figura 22 – Aplicação do método de largura de banda à meia potência no espectro de amplitudes médio dos pulsos. Elaborado pelo autor.

Para que a função wavelet seja modelada aos sinais de referência extraídos dos sismogramas a ponto de que seu espectro de amplitudes contemple a faixa essencial de

frequências dos traços, percebe-se que a frequência principal da wavelet  $f_p$  deve ser igual à frequência de maior energia dos espectros obtidos a partir dos traços (cerca de 21,2 Hz).

Entretanto, mesmo que uma wavelet Ricker seja gerada com o parâmetro fixo  $f_p = 21,2$  Hz, sua forma de onda ainda é bastante diferente dos sinais de referência extraídos dos sismogramas. Isso ocorre porque, primeiramente, a frequência principal  $f_p$  controla apenas a contração e dilatação da Ricker, e não a sua fase. Assim, nota-se que a admissão de apenas um parâmetro ainda é insuficiente para que a wavelet modifique sua forma e se aproxime ao sinal de referência, especialmente em termos de fase.

Além disso, ao fixar o parâmetro  $f_p$  em 21,2 Hz, é perdido um grau de liberdade para que a função seja modificada por iterações de um algoritmo de LMS, de modo que uma dessas modificações possa apresentar diferenças mínimas em relação à referência ao qual esteja sendo ajustada.

Deste modo, foi estabelecido que o intervalo de variação do parâmetro  $f_p$  da Ricker, denotado por  $\Delta f_p$ , seria igual aos limites inferior e superior da banda de frequências obtida na Subseção 3.1.7 [8 Hz - 32 Hz], e um novo parâmetro foi implementado para a variação da fase, denotado por  $\Delta\theta$ .

Admitir o intervalo de [8 Hz - 32 Hz] para  $\Delta f_p$  significa que, durante o processo de minimização das diferenças entre a Ricker e os sinais de referência pelo problema de LMS, a wavelet poderá assumir todas as possibilidades de contração e dilatação dentro deste intervalo, o que providencia um grau de liberdade para aproximação de ambos os sinais. A Figura 23 mostra um sinal de referência extraído dos sismogramas e as wavelets geradas com o parâmetro de frequência iguais aos limites inferior e superior de  $\Delta f_p$ .

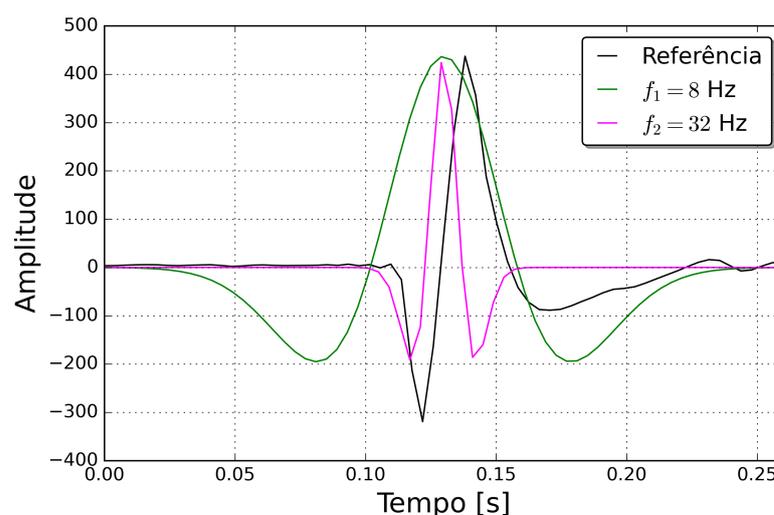


Figura 23 – Um dos sinais de referência para ajuste da wavelet Ricker e wavelets Ricker geradas com os limites inferior e superior de  $\Delta f_p$ . Elaborado pelo autor.

### 3.1.8 Ajustes iniciais de fase e determinação de $\Delta\theta$

Para a implementação de um segundo parâmetro que pudesse modificar a fase na equação da wavelet e conseqüente admissão de dois graus de liberdade para realizar o ajuste, foi admitida a convolução entre a Eq. 3.3 e o núcleo da Transformada de Hilbert  $\text{sgn}(t)$ . A Equação da Ricker modificada pode ser reescrita por:

$$r(t) = \hat{A}[(1 - \frac{1}{2}\omega_p^2 t^2)e^{-\frac{1}{4}\omega_p^2 t^2} * \text{sgn}(t)]. \quad (3.4)$$

O intervalo de variação da fase da wavelet, denominado por  $\Delta\theta$ , foi definido por ajustes iniciais entre o modelo e os sinais de referência (Figura 24).

Inicialmente, poderia ser considerado o intervalo para a variação do parâmetro  $\theta$  de um período completo, ou seja, de  $[0 - 2\pi]$ . Entretanto, ao serem observadas as formas de onda extraídas do sismograma e a partir dos ajustes iniciais, notou-se que o intervalo  $[0 - 2\pi]$  era demasiado e não haveria necessidade de considerar alguns ângulos de fase dentro de um período completo, uma vez que eles não promoveriam o ajuste.

Assim, os ajustes iniciais indicaram que as prováveis fases para diminuição das diferenças entre wavelet e referência estariam no intervalo  $\Delta\theta$ , que fica entre  $[25\pi/18 \text{ a } 2\pi] = [250^\circ \text{ a } 360^\circ]$ , já que esses ângulos aparentam aproximar a forma de onda do modelo aos dados observados. A Figura 24 mostra como ficam as wavelets geradas pelos limites inferior  $\theta_1$  e superior  $\theta_2$  do intervalo  $\Delta\theta$ , definido após esta análise.

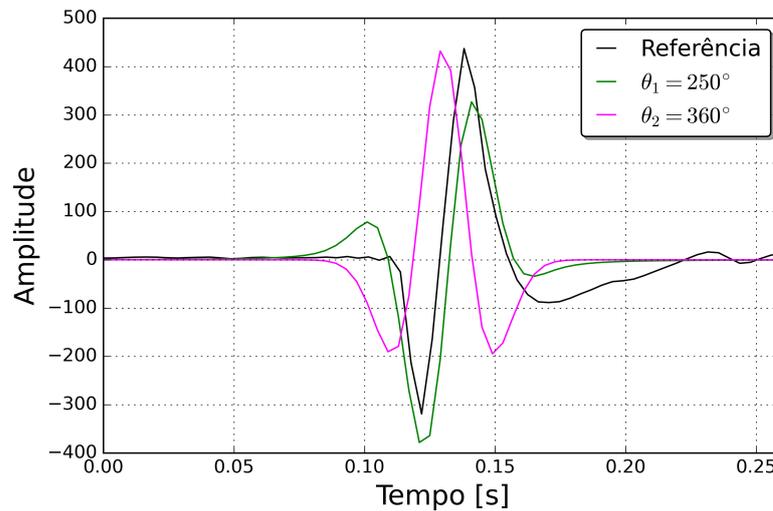


Figura 24 – Um dos sinais de referência para ajuste da wavelet Ricker e wavelets Ricker geradas com os limites inferior e superior do intervalo  $\Delta\theta$ .

Por fim, a amplitude da wavelet dada por  $\hat{A}$ , para cada ajuste feito, foi igualada ao sinal de referência ao qual estava sendo ajustada. Como visto na Subseção 3.1.3, essas amplitudes variam de 435 - 480.

### 3.1.9 Mínimos quadrados e gradiente descendente

Considerando uma wavelet Ricker denotada por  $r(n)$  e um sinal de referência extraído da onda direta dos disparos denotado por  $y(n)$ , utilizando os conceitos apresentados no Capítulo 2 torna-se possível escrever a função objetivo do atual problema de LMS:

$$J(f_p, \theta) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m (r_{f_p, \theta}(n)^i - y(n)^i)^2. \quad (3.5)$$

Um diagrama de blocos (Figura 25) foi elaborado para representar a evolução do problema de mínimos quadrados no ambiente computacional.

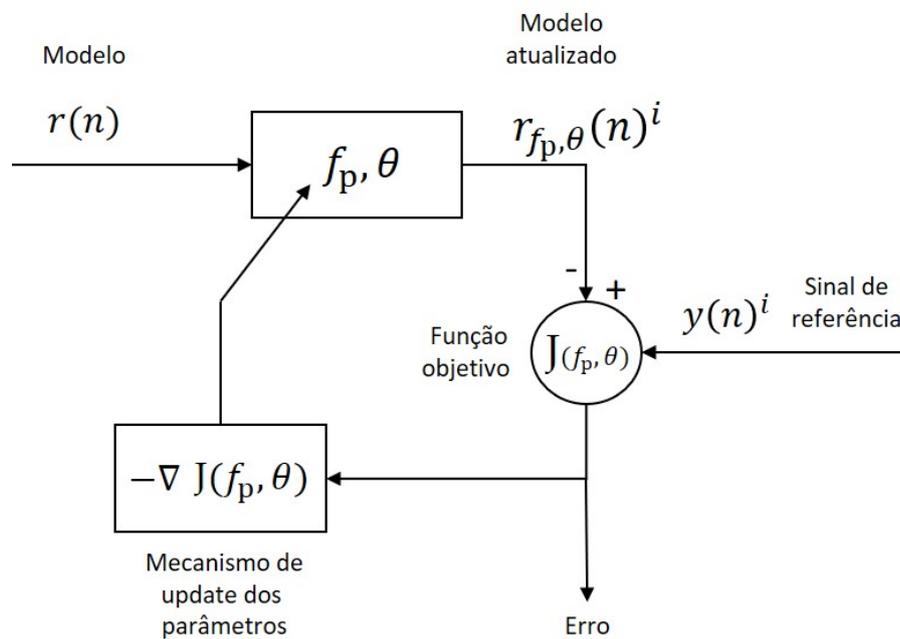


Figura 25 – Diagrama de blocos do problema de mínimos quadrados.  
Elaborado pelo autor.

O modelo wavelet Ricker  $r(n)$  é atualizado por um conjunto de parâmetros  $(f_p, \theta)$ , pertencente aos intervalos  $\Delta f_p$  e  $\Delta \theta$  definidos nas etapas anteriores. A partir disso, o modelo atualizado  $r_{f_p, \theta}(n)^i$  passa a ser candidato de ajuste aos dados na iteração  $i$ .

A função objetivo gera a diferença quadrática entre o modelo atualizado e o sinal de referência pelo somatório das diferenças de amplitude ponto a ponto, o que é denotado na Eq. 3.5 pelo termo  $m$ . Essa diferença (erro) é dividida por  $2m$  e armazenada.

Em seguida, o mecanismo de update dos parâmetros e minimização da função objetivo, dado pelo gradiente descendente, obtém, a partir dos parâmetros anteriores, um novo conjunto de parâmetros de frequência  $f_p$  e fase  $\theta$  para atualizar novamente o modelo e repetir o processo até a última das iterações. A direção e sentido do vetor gradiente asseguram que o erro a ser calculado na iteração futura seja menor do que o erro obtido na iteração atual.

Uma vez que o vetor do gradiente alcança um ponto de mínimo local, as derivadas parciais no ponto de mínimo são iguais a zero (ausência de inclinação). Isso faz com que o vetor concentre sua trajetória sobre o ponto encontrado, indicando a convergência do problema para um erro constante e também constância para os parâmetros  $f_p$  e  $\theta$ .

Por conta da simplicidade de implementação e prezando pelo menor custo computacional possível, optou-se por implementar uma rotina cujo gradiente descendente é do tipo estocástico (SGD). Frente a essa escolha, foram feitas algumas análises sobre o comportamento do vetor com a mudança de taxa de aprendizado  $\eta$  na equação que representa o caminhamento do vetor, dada por:

$$\phi^k = \phi^{k-1} - \eta \cdot \nabla J(\phi^k) \quad (3.6)$$

sendo  $\phi$  o conjunto de parâmetros do problema,  $k - 1$  e  $k$  as posições anterior e atualizada, respectivamente, e  $\eta$  a chamada taxa de aprendizado do vetor gradiente [68].

Testes preliminares mostrados na Figura 26 com diferentes incrementos de  $\eta$  mostraram que, quanto maior for a taxa de aprendizado, mais aleatório torna-se o caminhamento do vetor em direção ao ponto de mínimo. Para taxas  $\eta$  muito pequenas, o caminhamento é mais assertivo, entretanto, o número de iterações tende a ser maior, já que se reduz o alcance da trajetória.

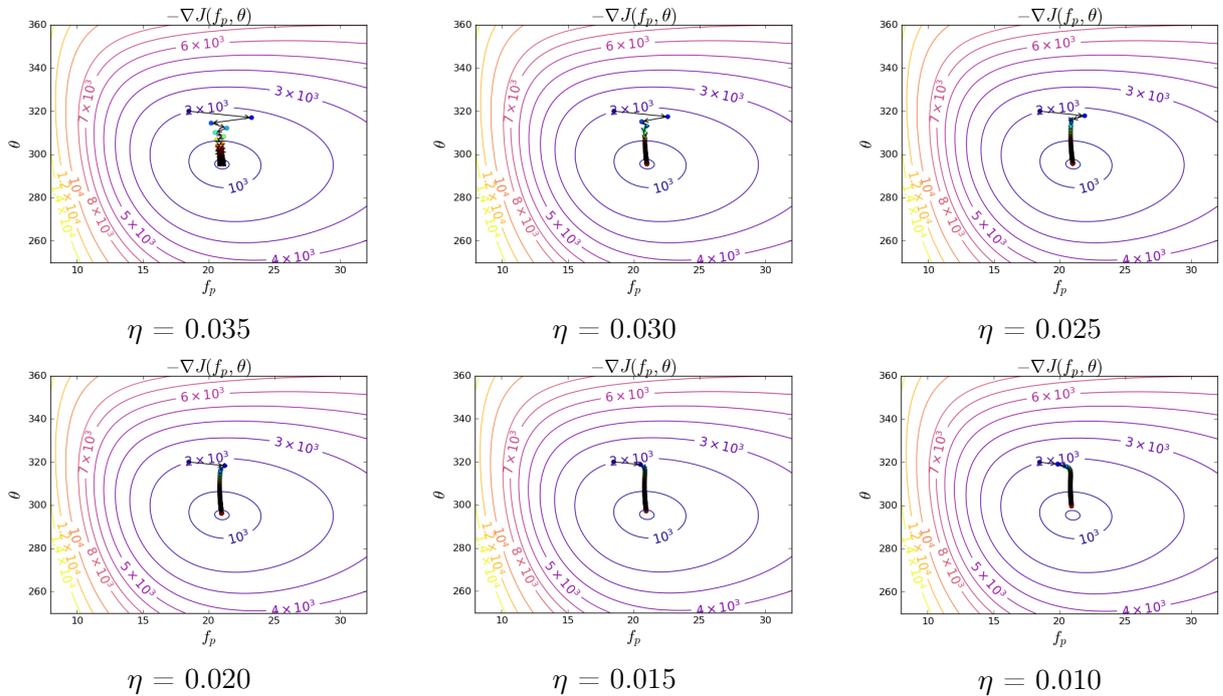


Figura 26 – Comportamento do vetor gradiente para diferentes taxas de aprendizado  $\eta$ , com 40 iterações a partir do ponto  $f_p = 18.5$ ,  $\theta = 320$ . Elaborado pelo autor.

Como já mencionado no Capítulo 2, a taxa de aprendizado  $\eta$  deve ser nem tão alta e nem tão baixa, de modo que o vetor do gradiente consiga "enxergar" o ponto de mínimo. Tendo isso em vista, e após as avaliações feitas sobre  $\eta$ , foi determinado que a taxa ideal seria  $\eta = 0.025$ .

Outras duas decisões importantes a serem incluídas nesta etapa são referentes ao ponto inicial de partida do vetor e o número de iterações a ser suficiente para encontro do ponto de mínimo, considerando a taxa  $\eta$  e o ponto inicial arbitrado.

O ponto inicial foi determinado como  $f_p = 20$  Hz e fase  $\theta = 360^\circ$  (wavelet em fase zero). A frequência de 20 Hz é a frequência central da banda à meia potência dos sinais de referência, a qual, como foi mostrado na Subseção 3.1.7, é  $\Delta f_p = [8 \text{ Hz} - 32 \text{ Hz}]$ .

O número de iterações para cada ajuste foi determinado por um critério de parada. Se a diferença entre os parâmetros calculados na iteração  $k - 1$  e  $k$  fosse  $\leq |4 \cdot 10^{-4}|$ , o algoritmo não prosseguiria na busca pelo ponto de mínimo. A partir disso, cada ajuste foi realizado com um número de iterações limitado pelo critério de parada. Os parâmetros  $f_p$  e  $\theta$  calculados em cada última iteração dos 96 ajustes foram admitidos como soluções para o problema de minimização da função objetivo.

A Figura 27 mostra o resultado do ajuste para um dos sinais de referência, no qual é possível ver o modelo inicial e final (wavelet Ricker ajustada), os parâmetros do ponto inicial ( $f_p = 20$  Hz,  $\theta = 360^\circ$ ) e finais ( $f_p = 20.98$  Hz,  $\theta = 296.42^\circ$ ), e como ocorreu o caminhar do vetor gradiente sobre a função objetivo com os critérios relatados.

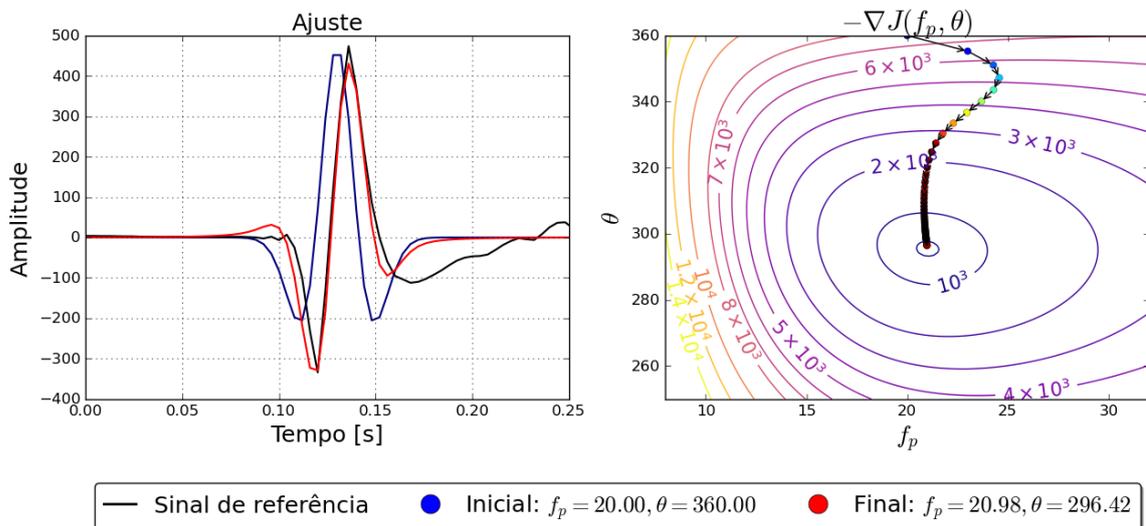


Figura 27 – Ajuste de wavelet Ricker a um dos sinais de referência.  
Elaborado pelo autor.

## 4 Resultados e discussões

### 4.1 Número de iterações por ajuste da wavelet

Com o propósito de estimar os parâmetros ideais para ajuste da wavelet Ricker aos sinais de referência extraídos dos sismogramas, o algoritmo foi desenvolvido em linguagem Python, de acordo com as etapas apresentadas no Capítulo 3 e cuja sequência essencial de códigos é apresentada no Anexo B deste documento. A ferramenta foi aplicada em cada um dos 96 disparos.

A Figura 28 mostra que o número de iterações realizadas pelo algoritmo varia ao longo dos 96 problemas de otimização. Esta variação deve-se ao critério de parada implementado, fixado para que o cômputo dos resultados não prosseguisse caso a diferença entre os parâmetros da iteração  $k - 1$  em relação à iteração  $k$  fosse  $\leq |4 \cdot 10^{-4}|$ , entendendo-se que o ponto de mínimo da função objetivo já teria sido encontrado pelo algoritmo e resultados adicionais seriam muito próximos aos já obtidos.

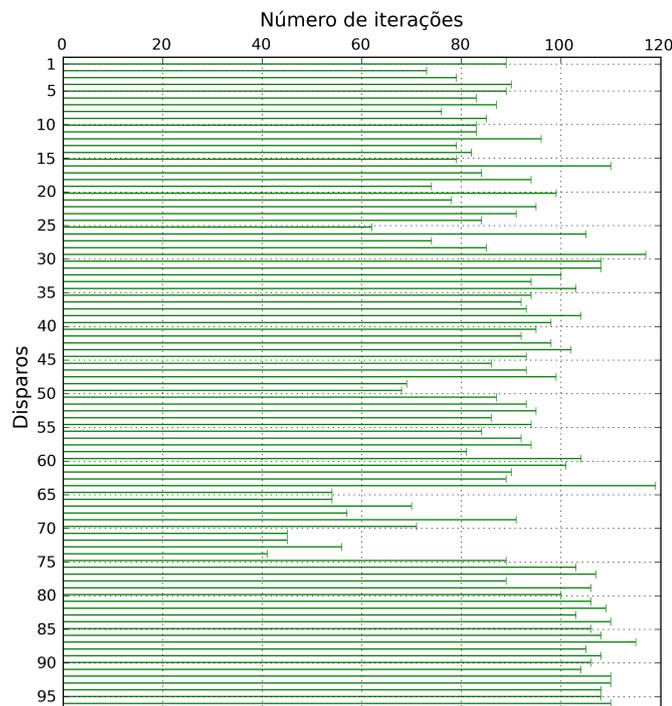


Figura 28 – Ajustes em função do número de iterações.  
Elaborado pelo autor.

Percebe-se também que a maioria dos problemas foi resolvida no intervalo de 80 e 100 iterações. Em particular, 7 dos ajustes já atenderam aos critérios pré-estabelecidos com 40 - 60 iterações. O maior número de iterações foi realizado no disparo de número 63, o qual exigiu 119 iterações.

## 4.2 Convergência dos erros calculados

A Figura 29 mostra as 96 curvas de evolução do erro entre a wavelet Ricker e os sinais de referência ao longo das iterações. Em 29a, é possível verificar o comportamento da convergência dos erros, definido especialmente pela taxa de aprendizado  $\eta$  do vetor gradiente, conforme apresentado no Capítulo 3.

Tendo em vista que  $\eta = 0,025$ , a convergência ocorreu de forma suave gradual sem variações bruscas entre uma iteração e outra. Para o caso de  $\eta$  ser  $\gg 0,025$ , variações bruscas apareceriam no gráfico, ou do contrário, o algoritmo encontraria o mínimo muito lentamente, e todos os ajustes necessitariam de mais iterações se  $\eta$  fosse  $\ll 0,025$ .

Em 29b, uma prévia dos erros iniciais e finais é melhor visualizada com o gráfico em escala logarítmica para ambos os eixos. Percebe-se que os erros calculados, inicialmente acima de  $5 \cdot 10^3$ , vão para uma faixa majoritariamente abaixo de  $10^3$ , entre aproximadamente  $5 \cdot 10^2$  e  $10^3$ . Considera-se que houve significativa redução de diferenças entre o modelo admitido e os sinais de referência. Além disso, o critério de parada foi eficiente ao limitar as iterações na medida em que os resultados ficaram cada vez mais próximos.

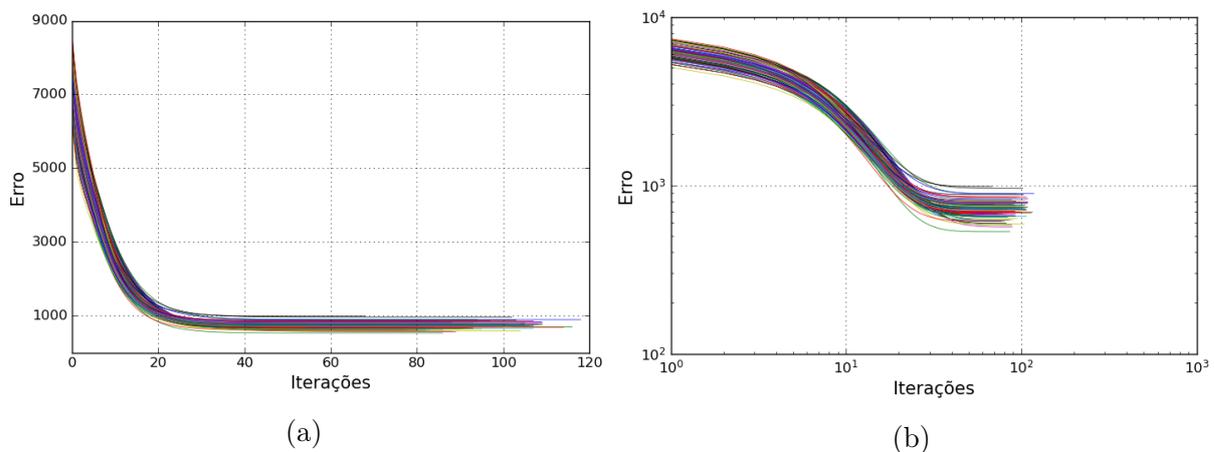


Figura 29 – Evolução do erro calculado ao longo das iterações (a) em escala linear e (b) em escala Log x Log. Elaborado pelo autor.

Os erros finais foram dispostos em um histograma (Figura 30a) pela regra de Sturges [76], a qual definiu oito intervalos entre o erro menor (529,24) e o erro maior (983,87). É possível afirmar, baseado no número de observações para de cada faixa de erro (eixo y), que houve uma tendência para erros entre 642,90 e 756,60.

O boxplot mostrado na Figura 30b mostra que 50% dos erros calculados estão entre 670,12 e 775,15 (primeiro e terceiro quartil, limites inferior e superior da caixa). O objetivo de gerar boxplots para os resultados é o encontro de possíveis *outliers*, ou seja, valores discrepantes dos demais. Nota-se que 2 dos erros calculados ficaram fora de uma distribuição simétrica entre os outros 94. Esses, referem-se aos ajustes dos disparos 35 e 49, com erros de 959,12 e 983,87, respectivamente.

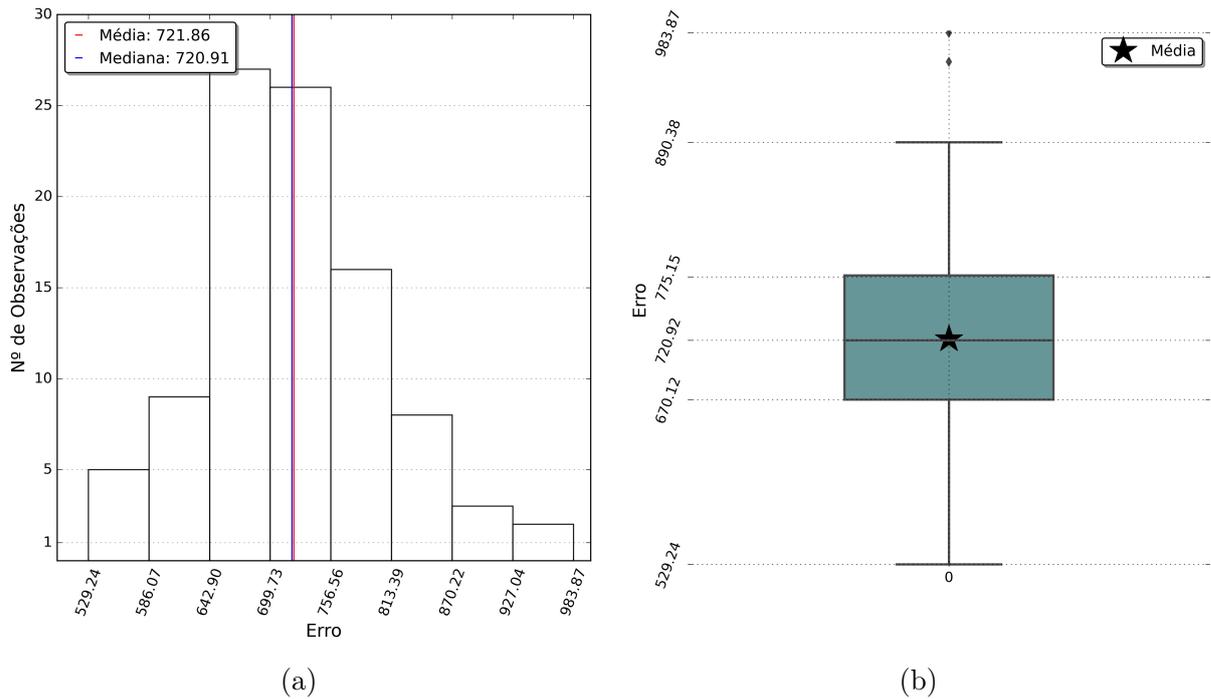


Figura 30 – (a) Histograma dos erros finais para os 96 ajustes. Regra de Sturges. (b) Boxplot dos erros finais para os 96 ajustes. Elaborado pelo autor.

Considerando o ajuste 50, que refere-se à menor diferença entre a wavelet e o sinal de referência (529,24), são feitas algumas considerações. A Figura 31 mostra uma comparação entre o sinal de referência 50, a wavelet inicial e a wavelet ajustada.

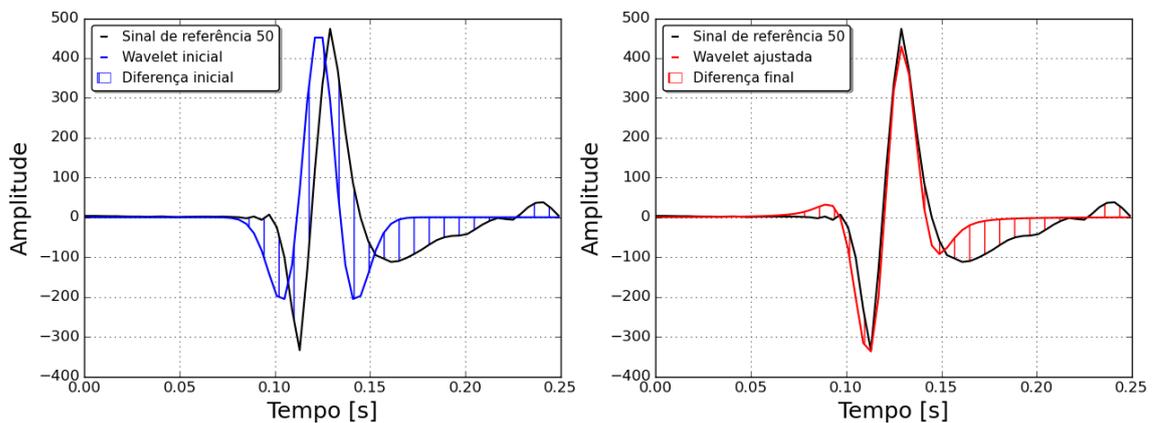


Figura 31 – Diferenças inicial e final da wavelet e do sinal de referência do disparo 50. Elaborado pelo autor.

Como já abordado no Capítulo 3, o problema em questão trabalha com sinais de amplitudes próximas a 400. Na 1ª iteração os parâmetros da wavelet ainda estão distantes de ajustarem ao sinal de referência, e as diferenças entre ambos ainda são grandes. Entretanto, ainda que a wavelet seja ajustada na última iteração, algumas diferenças de amplitude permanecem conforme mostra a Figura 31. Isso pode ser explicado pela impossibilidade da função em se ajustar a todo e qualquer ponto do sinal, e por isso, erros

na faixa de 529,24 - 983,87 permanecem como resíduos.

Uma das possíveis soluções para reduzir o erro final seria adotar mais graus de liberdade (parâmetros) para a função modelo, de modo que sua forma de onda possa adquirir mais possibilidades de modificação e se sobreponha às regiões do sinal de referência que não puderam ser sobrepostas com o uso de apenas dois parâmetros.

### 4.3 Convergência dos parâmetros $f_p$ e $\theta$

As Figuras 32a e 32b mostram as 96 curvas de convergência para os parâmetros de frequência  $f_p$  e fase  $\theta$  ao longo das iterações, respectivamente.

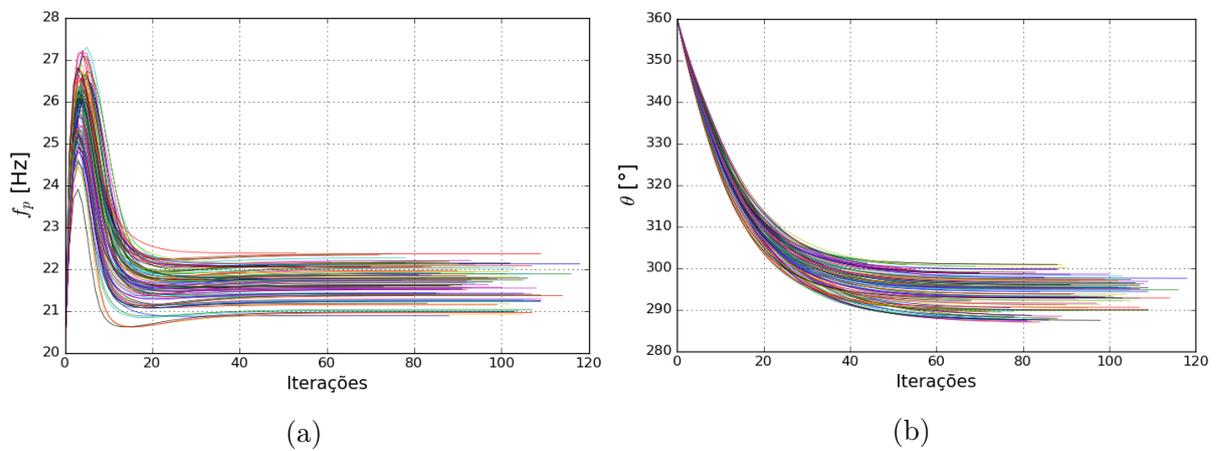


Figura 32 – Evolução dos parâmetros ao longo das iterações. (a) Frequência  $f_p$  e (b) fase  $\theta$ . Elaborado pelo autor.

A escala linear em x é favorável para verificar que, a partir do ponto inicial ( $f_p = 20$  Hz,  $\theta = 360^\circ$ ), o algoritmo encontrou ambos os parâmetros ideais (finais) caminhando sobre a função objetivo  $J(f_p, \theta)$ , testando o ajuste com diferentes resultados, até que finalmente convergiu para as respectivas 96 soluções.

Outros dois gráficos com as mesmas curvas foram gerados em escala logarítmica no eixo x (Figuras 33a e 33b). Nesses, é possível perceber que o parâmetro de fase é mais influente no processo de convergência. Enquanto o parâmetro de frequência já apresenta um comportamento constante na iteração 40 para a maioria dos ajustes, o parâmetro de fase ainda está variando.

A convergência finalmente é alcançada para a fase aproximadamente acima da iteração 70, o que faz com que o algoritmo pare de procurar o ponto de mínimo pois passa a atender ao critério de parada imposto sobre ambos os parâmetros. Reitera-se que há ajustes que conseguiram atender ao critério de parada e convergir ambos os parâmetros entre 40 - 60 iterações.

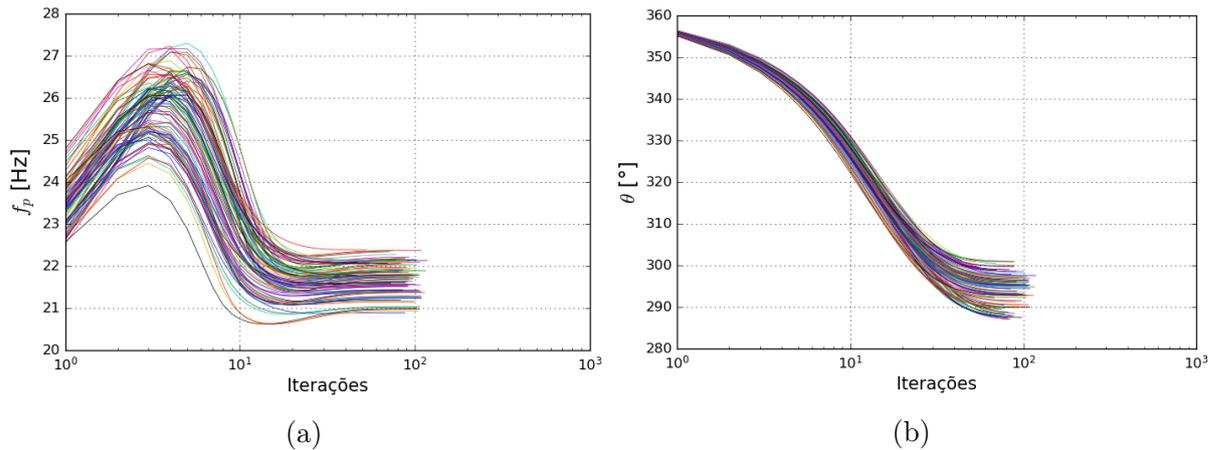


Figura 33 – Evolução dos parâmetros ao longo das iterações. Em escala logarítmica no eixo x. (a) Frequência  $f_p$  e (b) fase  $\theta$ . Elaborado pelo autor.

Nota-se que a necessidade de mais iterações para a fase pode estar relacionada com a distância relativa entre o ponto inicial e os pontos finais de cada parâmetro. Enquanto a frequência inicial era igual a 20 Hz e as frequências finais estão próximas de 22 Hz e 23 Hz, a fase inicial era de  $360^\circ$  e convergiu para o intervalo de aproximadamente  $290^\circ$  e  $300^\circ$ . Logo, o caminhamento do vetor gradiente sobre o domínio da função objetivo teve que cobrir uma distância maior, com mais iterações (passos), para  $\theta$  em relação a  $f_p$ .

Os histogramas e boxplots das Figuras 34 e 35 foram gerados para  $f_p$  e  $\theta$  finais, respectivamente.

Nesses resultados gráficos, percebe-se que as 96 frequências calculadas pelo algoritmo estão entre 20,88 Hz e 22,37 Hz (cerca de 1,5 Hz de diferença). O intervalo que mais teve frequências observadas foi entre 22,00 Hz e 22,19 Hz. Cerca de 50% dos 96  $f_p$  calculados estão entre o primeiro e o terceiro quartil do boxplot, dentro da qual também está a mediana (segundo quartil) e a média.

No que se refere aos parâmetros de fase  $\theta$ , estes encontram-se no intervalo de  $286,95^\circ$  e  $301,68^\circ$  (cerca de  $15^\circ$  de diferença). A tendência de observações no histograma é verificada no intervalo entre  $294,31^\circ$  e  $296,16^\circ$ .

Em ambos os resultados não foram observados *outliers*, o que indica que mesmo existindo dois ajustes *outliers* na distribuição dos erros, ainda assim esses conseguiram encontrar parâmetros distribuídos simetricamente no conjunto final de  $f_p$  e  $\theta$ .

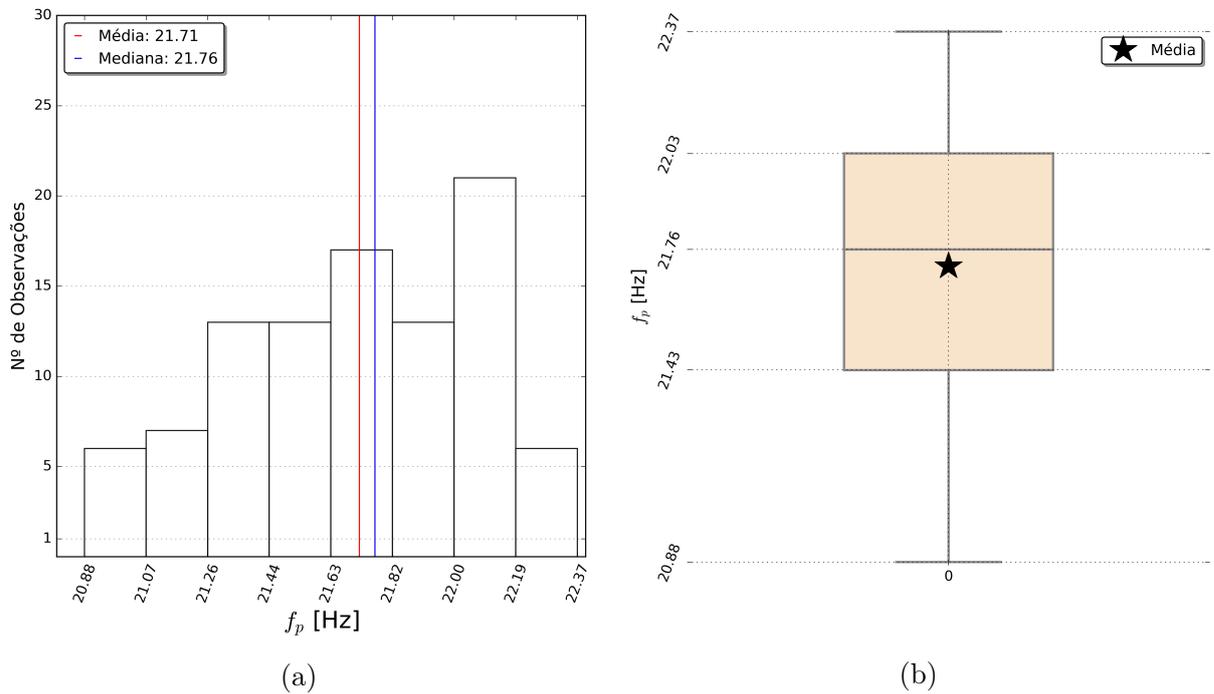


Figura 34 – (a) Histograma de  $f_p$  finais para os 96 ajustes. Regra de Sturges. (b) Boxplot de  $f_p$  finais para os 96 ajustes. Elaborado pelo autor.

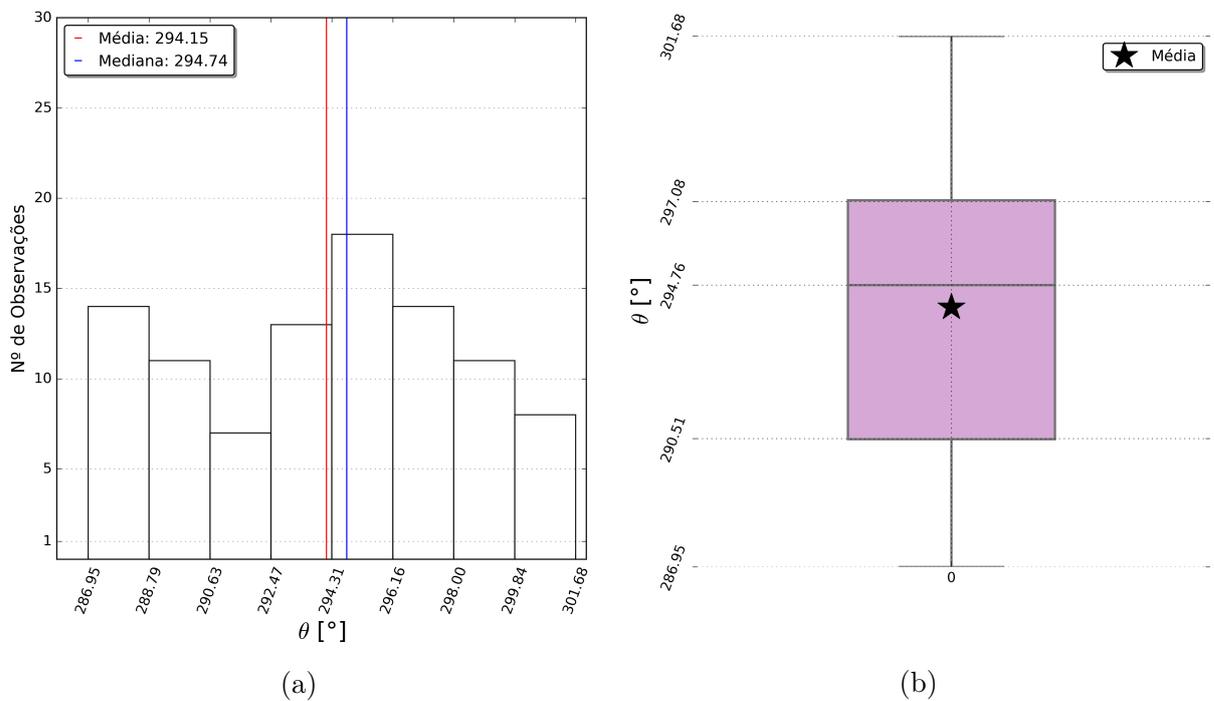


Figura 35 – (a) Histograma de  $\theta$  finais para os 96 ajustes. Regra de Sturges. (b) Boxplot de  $\theta$  finais para os 96 ajustes. Elaborado pelo autor.

## 4.4 Interpretações em relação à aquisição sísmica

Com o objetivo de trazer algumas avaliações sobre o comportamento dos parâmetros estimados pelo algoritmo no decorrer da aquisição sísmica, foram gerados alguns gráficos que descrevem o comportamento da frequência principal  $f_p$  e fase  $\theta$  dos pulsos representados pela wavelet Ricker.

A Figura 36 mostra um gráfico radial em que, no sentido anti-horário, estão em ordem crescente os 96 disparos feitos pela fonte sísmica. Os raios do círculo estão, aproximadamente (para melhor visualização) na faixa entre o maior e o menor parâmetro de frequência estimado pelo algoritmo, gradados a cada 0.2 Hz.

Observa-se que há uma tendência no decorrer da aquisição da linha sísmica em relação a este parâmetro: a frequência principal da wavelet parece diminuir na medida em que os disparos são realizados, de cerca de 22,4 Hz (início) para 21,2 Hz (fim), com alguns pontos fora desta tendência principal (por volta do disparo 66)

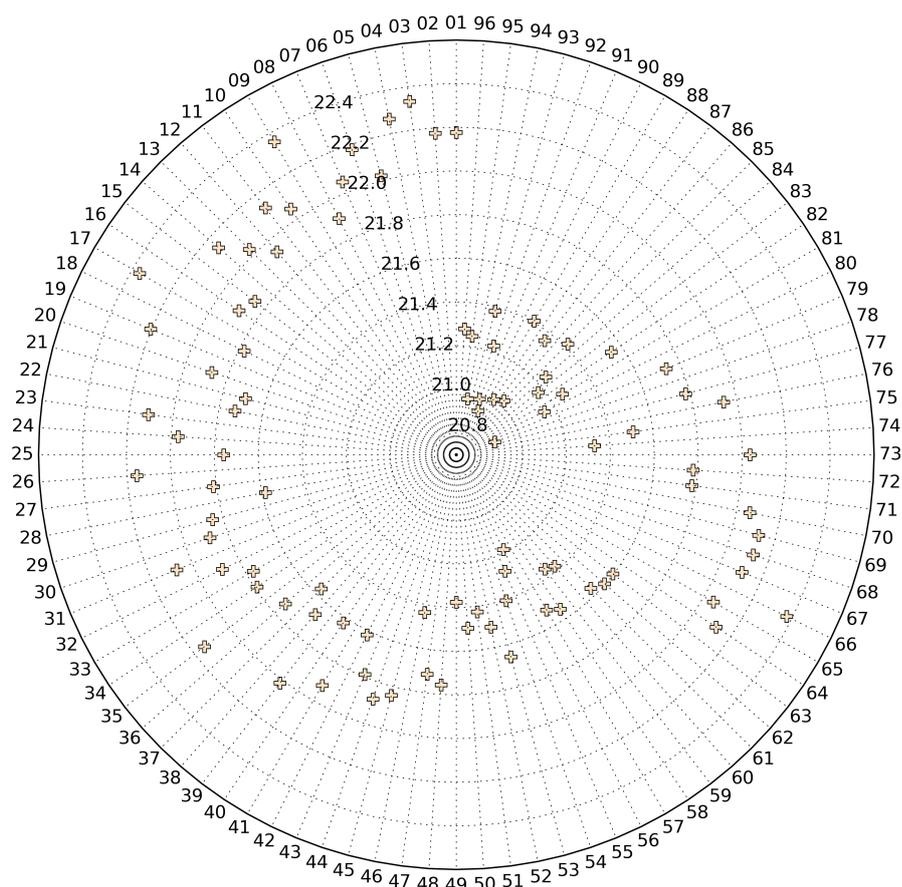


Figura 36 – Diagrama radial para os parâmetros de  $f_p$  no decorrer dos disparos, sentido anti-horário. Elaborado pelo autor.

No Capítulo 3 Subseção 3.1.6, que trata da definição da wavelet Ricker como um modelo ajustável, foi apresentada a Figura 37, gerada para mostrar como a wavelet Ricker se mostra no domínio do tempo para diferentes frequências principais. É verdade

que quanto maior for o parâmetro  $f_p$  inserido na função, mais contraída é sua versão no domínio do tempo, e vice-versa [58,74].

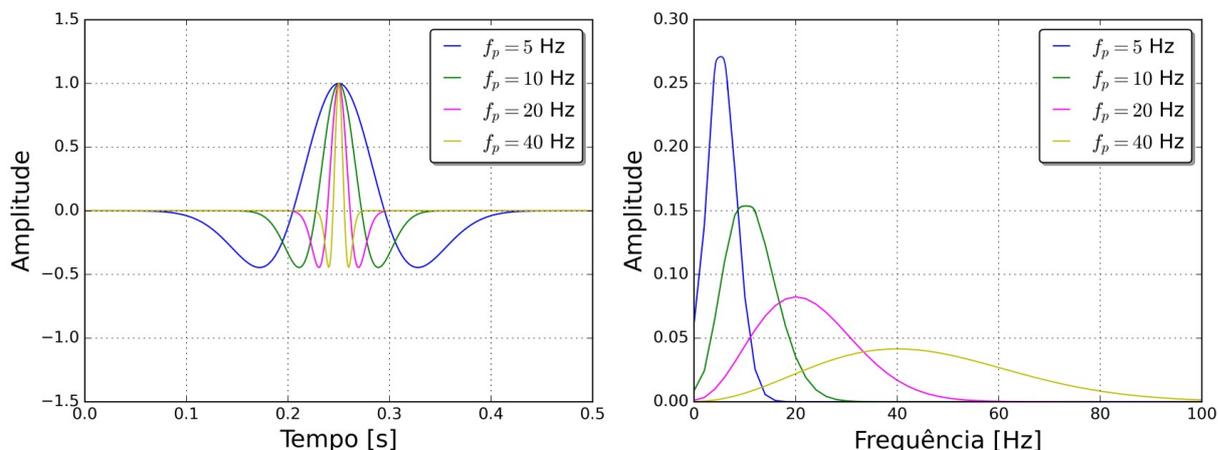


Figura 37 – Wavelets Ricker com diferentes frequências principais. Elaborado pelo autor.

Deste modo, o gráfico radial indica que o pulso sísmico está sendo alargado no domínio do tempo na medida em que a aquisição ocorre, já que  $f_p$  parece diminuir, e isso resultar na contração de seu espectro de amplitudes para uma faixa cada vez mais estreita.

Outra observação pertinente é que o intervalo de disparos que vai de 64 - 73, no gráfico radial, no qual os resultados parecem levemente fora da tendência principal de diminuição de  $f_p$ , é praticamente o intervalo que menos exigiu iterações para a convergência do algoritmo: cerca de 40 - 60 iterações, conforme mostrou a Figura 28, exposta no início deste capítulo. Nela, observa-se que os ajustes entre 64 - 73 exigem menos iterações do que os demais para encontro das soluções.

Isso posto, considera-se que seria apropriado relaxar o critério de parada para este intervalo de disparos, de modo que mais iterações possam ser consideradas em seus respectivos ajustes e, eventualmente, os parâmetros encontrados sejam mais concordantes com a tendência geral do gráfico radial.

Outro gráfico que foi produzido para avaliações nesse sentido é mostrado na Figura 38, e mostra as frequências  $f_p$  estimadas ao longo da distância percorrida na aquisição e uma reta ajustada aos pontos para representar esta tendência. Considerando que cada disparo é dado a cada 50 m, conforme apresentado na Tabela 3 (Capítulo 3), a partir de uma distância 0 até a distância de  $(96 - 1) \cdot 50 = 4750$  m, o gráfico reforça que o pulso estimado diminui sua frequência principal, e portanto, é dilatado. O intervalo que não obedece a esta tendência é o mesmo que refere-se aos disparos de 64 - 73.

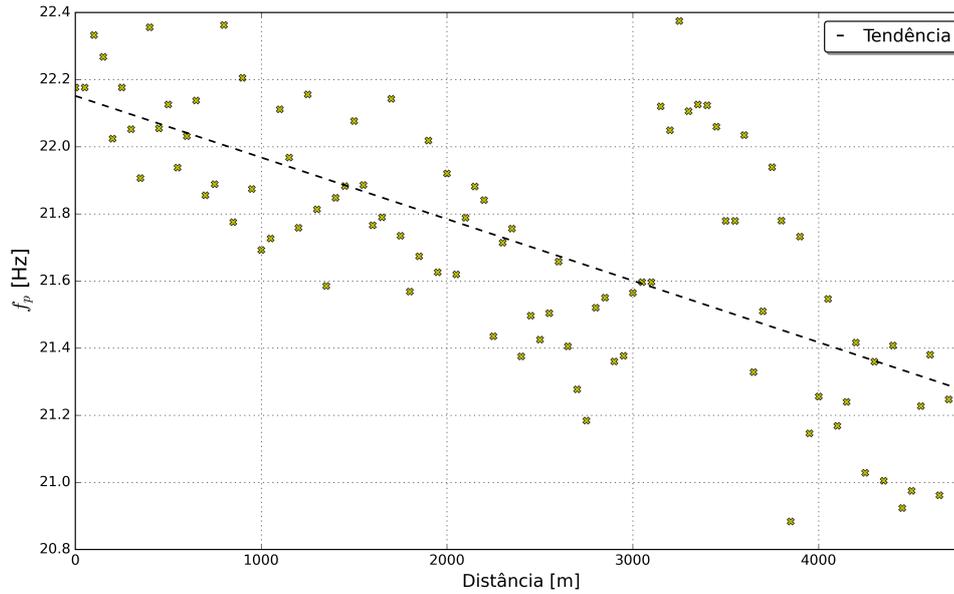


Figura 38 – .  
 ]Frequência  $f_p$  no decorrer da aquisição [m].  
 Elaborado pelo autor.

Para o parâmetro da fase  $\theta$ , os mesmos produtos foram gerados. Entretanto, conforme visto no Capítulo 2, as fases atribuídas aos pulsos sísmicos via técnicas estatísticas são baseadas em premissas, e necessitam de informações de campo para serem corrigidas via técnicas determinísticas [45]. No presente trabalho, a fase do pulso foi atribuída à wavelet de modo que esta atendesse às informações presentes no sismograma, unicamente.

Assim, tendo em vista que os sinais extraídos dos sismogramas podem ser classificados como sinais de fase mista pois sua energia é distribuída ao longo da duração de 0,25 s, as wavelet ajustadas também podem ser classificadas da mesma forma.

A Figura 39 mostra o diagrama radial para o parâmetro  $\theta$ , e a Figura 40 mostra o comportamento da fase da wavelet ao longo da distância percorrida na aquisição. Mesmo que não seja diretamente relacionável ao funcionamento da fonte ao longo do experimento sísmico, essas informações podem servir para propósitos de processamento, uma vez que a fase da wavelet ainda pode ser diretamente relacionada com a onda direta presente nos sismogramas.

Percebe-se que a fase também apresenta uma tendência: um aumento de, aproximadamente,  $288^\circ$  a  $300^\circ$  entre as ondas diretas referentes aos disparos 1 - 70, e diminuição de  $300^\circ$  a  $288^\circ$  para o fim da linha sísmica, entre as ondas diretas dos disparos 70 até 96. Procurou-se representar esta tendência com o ajuste de uma curva na Figura 40.

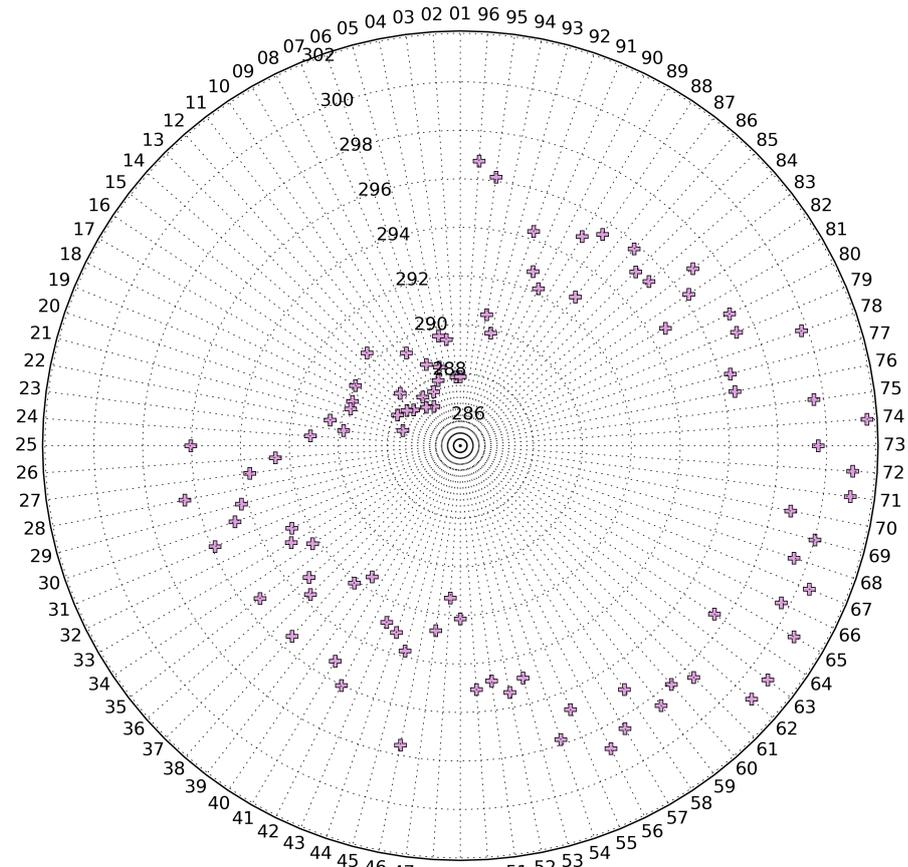


Figura 39 – Gráfico radial para os parâmetros de  $\theta$  no decorrer dos disparos, sentido anti-horário. Elaborado pelo autor.

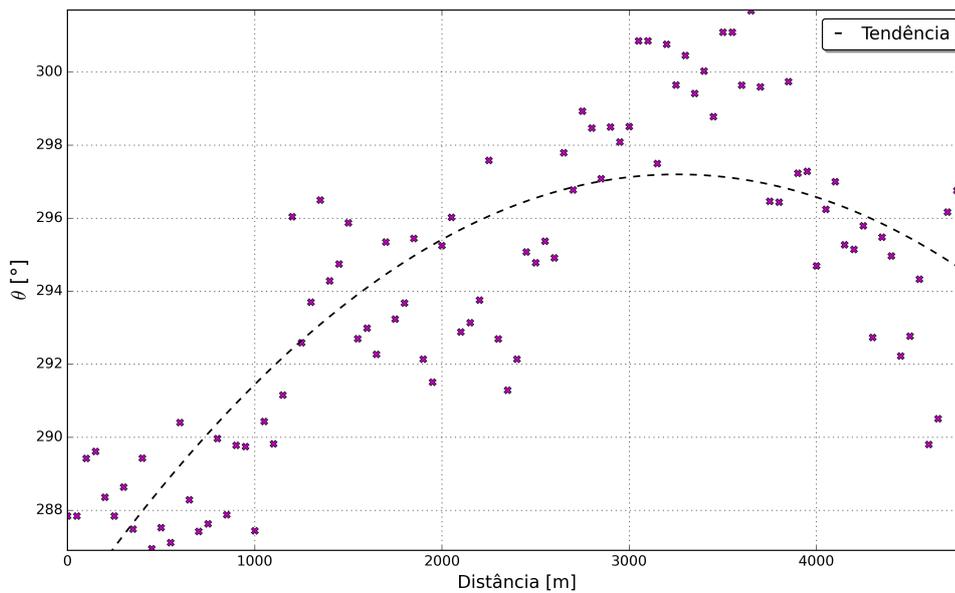


Figura 40 – Fase  $\theta$  ao longo da distância percorrida em metros. Elaborado pelo autor.

## 4.5 Comparação dos resultados obtidos com trabalhos semelhantes sobre estimativa de pulso

Um dos ajustes da wavelet Ricker foi utilizado para se fazerem algumas observações em relação a trabalhos semelhantes com a mesma temática. A Figura 41 mostra o pulso recuperado em relação ao sinal de referência do disparo 50. Neste resultado, nota-se que foi possível alcançar um grau de semelhança entre o sinal de referência e a estimativa.

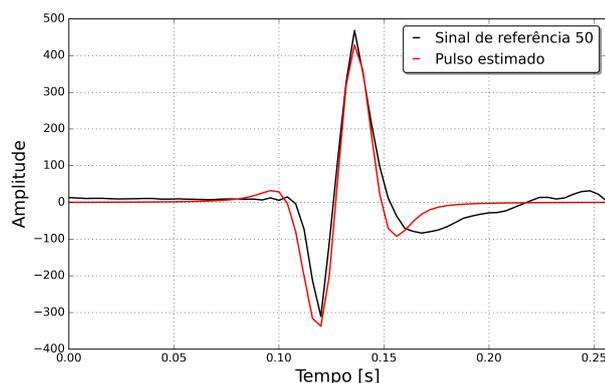


Figura 41 – Pulso estimado (wavelet Ricker) para o disparo 50: domínio do tempo. Elaborado pelo autor.

A Figura 42 mostra os espectros de amplitude em escala linear e em dB. Percebe-se que os espectros de amplitude dos sinais de referência e estimado têm comportamento semelhante, especialmente na faixa entre 0 - 60 Hz. Entretanto, nota-se que o espectro de amplitudes do pulso estimado não apresenta componentes de frequência com amplitudes tão altas acima de 60 Hz, enquanto o sinal de referência apresenta alguma energia no que seriam as altas frequências desse espectro.

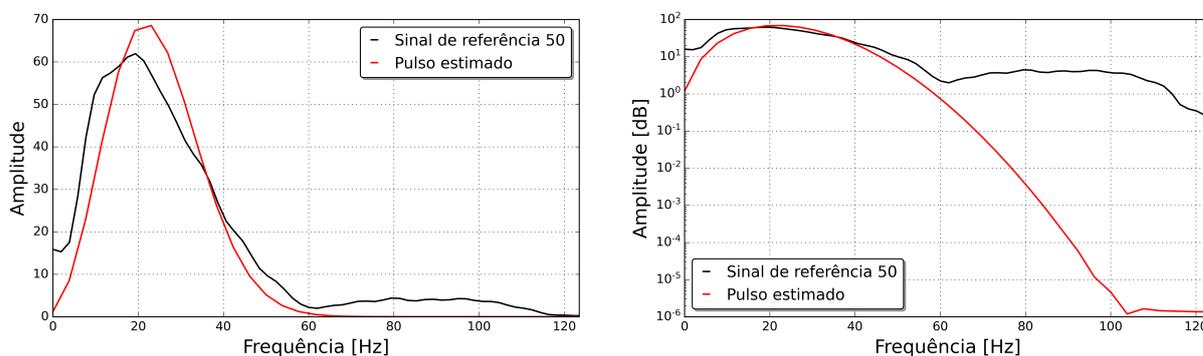


Figura 42 – Pulso estimado (wavelet Ricker) para o disparo 50: domínio da frequência em escala linear e em dB. Elaborado pelo autor.

Nota-se que há um *notch* para o sinal de referência por volta de 60 Hz, mas que não está presente no espectro de amplitude do pulso estimado. Assim, é possível inferir que o pulso estimado pode ser visto como uma versão filtrada do sinal de referência.

Como visto no Capítulo 2, quanto mais significativa a presença do efeito bolha na assinatura de fonte, mais perturbações são encontradas o espectro de amplitudes da assinatura. A presença dos *ghost* gera os chamados *notches* [22]. No espectro suavizado do pulso obtido pela modelagem de uma função conhecida, a ausência dessas perturbações pode abrir caminho para projetos de filtros visando a remoção do efeito do *ghost* e efeito bolha [77], e conseqüentemente, a melhoria das imagens sísmicas.

A deconvolução, processo conhecido por distinguir nos traços sísmicos os componentes que referem-se à resposta impulsiva do sistema e sinal de entrada (inverso da convolução), pode operar a partir da recuperação do pulso sísmico para remover sua influência sobre os sismogramas, proporcionando melhorias na resolução da imagem sísmica [78].

A Figura 43 mostra o resultado de uma estimativa de pulso realizada por um algoritmo bastante similar ao algoritmo desenvolvido neste trabalho [50]. Da onda direta extraída dos sismogramas foi aproximada, também por um problema de minimização das diferenças, uma função cosseno multiplicada por uma exponencial (cosseno amortecido). Em seguida, o resultado da estimativa mostrada na Figura 43 foi aplicado em uma técnica de deconvolução, o que aprimorou o imageamento da subsuperfície.

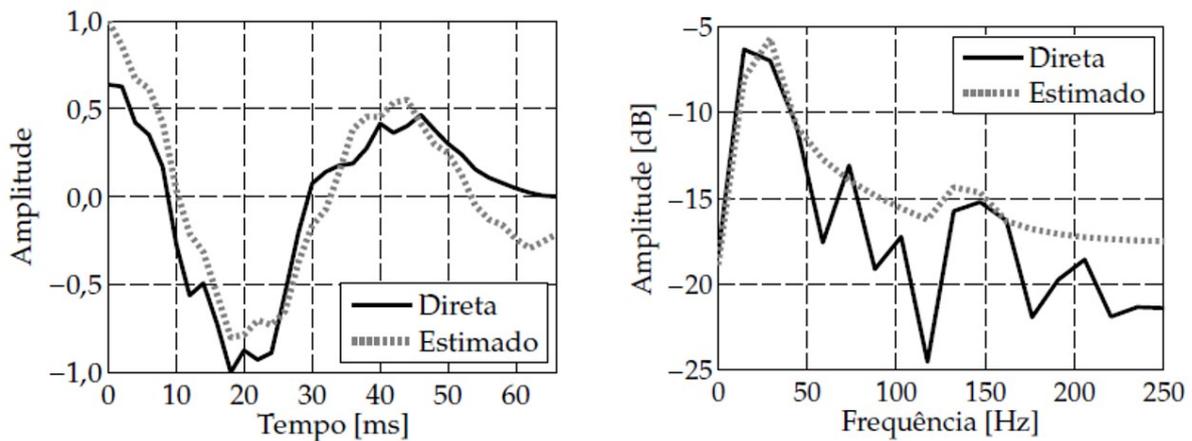


Figura 43 – Pulso estimado (wavelet Ricker) para o disparo 50: domínio da frequência em escala linear e em dB. Retirado de [50].

A Figura 44 mostra uma comparação entre os resultados de quatro diferentes técnicas de estimativa de pulso, sendo duas delas estatísticas (*from seafloor signal* e *hybrid*, representadas pelas curvas em vermelho e azul escuro, respectivamente) [45]. Nota-se que, assim como os resultados do presente trabalho e similares, permanecem algumas diferenças entre os sinais de referência e os pulsos estimados.

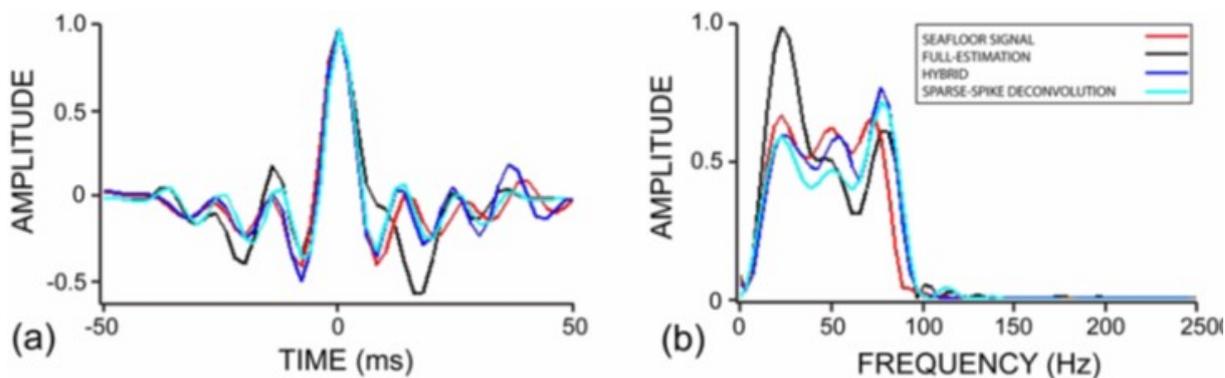


Figura 44 – Estimativa de pulso sísmico por quatro diferentes métodos. Retirado de Bo [45].

A Figura 45 mostra uma estimativa de pulso realizada para um dado sintético no qual já se conhecia a função de pulso dada como entrada no sistema, de modo que o algoritmo de estimativa foi validado através de sua recuperação. No trabalho, uma wavelet Ricker dependente de parâmetros de amplitude e fase, a última modificada pela Transformada de Hilbert, foi aproximada dos traços sintéticos gerados pelo *input* com acresção de ruído [43].

Nota-se, mais uma vez, que as perturbações (ruídos) presentes no espectro de amplitude dos traços de referência não estão presentes tanto no espectro de amplitudes do *input* quanto do pulso estimado pelo algoritmo [43].

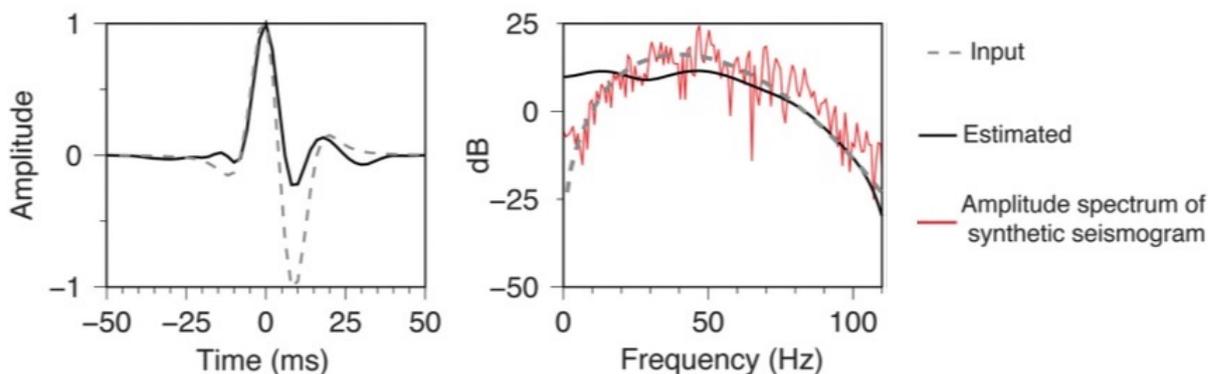


Figura 45 – Estimativa de pulso sísmico para um dado sintético. Retirado de Wang [43].

Por fim, podem ser mencionados como características diferentes do presente trabalho em relação aos demais verificados na bibliografia, uma ênfase maior nas etapas de decisão sobre os intervalos de variação dos parâmetros  $\Delta f_p$  e  $\Delta \theta$  antes de realizar o ajuste, e a abordagem de estimativa de pulso para cada disparo da fonte sonora. Enquanto trabalhos anteriores recuperaram um pulso para cada traço sísmico [10], para cada grupo CMP [49], ou para a seção sísmica completa [41], este trabalho propõe uma forma diferente para a estimativa, possibilitando não só obter pulsos para o processamento dos sismogramas, mas também formas de avaliar o desempenho da fonte acústica no decorrer da aquisição.

## 5 Conclusões e recomendações

No presente trabalho, um algoritmo foi desenvolvido para estimativa estatística de pulsos sísmicos por ajuste de uma função wavelet Ricker às informações de referência extraídas de sismogramas reais. O ajuste entre a função escolhida e as referências foi planejado de acordo com técnicas recorrentes na literatura sobre esse assunto.

Conclui-se que foi possível realizar uma estimativa para cada disparo da fonte sonora da aquisição, composta por 96 disparos, utilizando a ferramenta desenvolvida. Entre as etapas consideradas essenciais para que a aproximação da wavelet aos dados de referência funcionasse, destaca-se como foram definidos os dois intervalos de variação dos parâmetros,  $\Delta f_p$  e  $\Delta \theta$ , talvez as maiores contribuições deste trabalho.

Sem a admissão do método da banda à meia potência para determinação de  $\Delta f_p$  e dos ajustes iniciais do modelo para se considerar um provável intervalo  $\Delta \theta$ , o domínio da função objetivo,  $J(f_p, \theta)$ , poderia englobar parâmetros muito distantes de um mínimo local, o que exigiria mais rigor na aplicação do método do gradiente descendente, admitindo, eventualmente, um número muito maior de iterações pela diminuição do critério de parada, e/ou uma taxa de aprendizagem menor para que o caminhamento do vetor gradiente ocorresse a passos mais lentos e graduais. Os intervalos  $\Delta f_p$  e  $\Delta \theta$ , admitidos e inseridos antes do problema de minimização de  $J(f_p, \theta)$ , possibilitaram começar a aproximação em um domínio já direcionado para um mínimo local, simplificando o problema.

A admissão de mais graus de liberdade, conforme mencionado nos resultados deste trabalho, é uma das recomendações para futuros trabalhos. Embora mais graus de liberdade para o modelo tragam complexificação para o problema como um todo, os ajustes tendem a melhorar em termos de redução das diferenças nos domínios tempo e da frequência. Recomenda-se que outras wavelets possam ser abordadas, como a wavelet de Ormsby, ou a wavelet Klauder, a depender da forma de onda dos sinais de referência em questão.

Outra recomendação pertinente é um estudo mais aprofundado sobre os métodos de otimização disponíveis e não convencionais. O gradiente descendente estocástico, embora tenha se mostrado eficaz na redução do erro entre os sinais no presente problema, pode não convergir para outros problemas. Não foram testados outros métodos também promissores, que poderiam possibilitar uma otimização com menos iterações, o que melhoraria o algoritmo em termos de custo computacional.

Por fim, a abordagem de estimativa de um pulso sísmico por disparo de fonte sonora pode trazer benefícios quanto a avaliação do instrumento no decorrer da aquisição. No caso do presente estudo, uma tendência observada na contração e dilatação das formas de onda emitidas pela fonte abrem novas perguntas que podem motivar próximas investigações.

# Referências

- 1 ETTER, P. C. *Underwater acoustic modeling and simulation*. [S.l.]: CRC press, 2018. Citado na página 19.
- 2 NETO, A. A. *Uso da sísmica de reflexão de alta resolução e da sonografia na exploração mineral submarina*. 2000. Citado na página 19.
- 3 KATSNELSON, B.; PETNIKOV, V.; LYNCH, J. *Fundamentals of shallow water acoustics*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. Citado na página 19.
- 4 SHERIFF, R. E. what is deconvolution. *Search and Discovery Article*, v. 40131, 2004. Citado na página 19.
- 5 BONATTI, I. S. et al. *Linearidade em sinais e sistemas*. [S.l.]: Editora Blucher, 2016. Citado na página 19.
- 6 LATHI, B. P. *Sinais e Sistemas Lineares-2*. [S.l.]: Bookman, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 19, 20 e 24.
- 7 KEAREY, P.; BROOKS, M.; HILL, I. *An introduction to geophysical exploration*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 28.
- 8 ROSA, A. L. R. Análise do sinal sísmico. *SBGF-Sociedade Brasileira de Geofísica, Rio de Janeiro, Brasil*, 2010. Citado na página 20.
- 9 IKELLE, L. T.; ROBERTS, G.; WEGLEIN, A. B. Source signature estimation based on the removal of first-order multiples. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 62, n. 6, p. 1904–1920, 1997. Citado na página 20.
- 10 BOUSFIELD, M. et al. Using base function decomposition in adaptive filtering for seismic pulse retrieving. In: *Proceedings of 22nd International Congress on Acoustics*. [S.l.: s.n.], 2016. Citado 4 vezes nas páginas 20, 31, 40 e 68.
- 11 PRATT, R. G. Seismic waveform inversion in the frequency domain; part 1, theory and verification in a physical scale model. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 64, n. 3, p. 888–901, 1999. Citado na página 20.
- 12 SOLANO, C. P.; DONNO, D.; CHAURIS, H. Alternative waveform inversion for surface wave analysis in 2-d media. *Geophysical Journal International*, Oxford University Press, v. 198, n. 3, p. 1359–1372, 2014. Citado na página 20.
- 13 WHITE, R.; O'BRIEN, P. Estimation of the primary seismic pulse. *Geophysical Prospecting*, Wiley Online Library, v. 22, n. 4, p. 627–651, 1974. Citado 6 vezes nas páginas 20, 29, 30, 31, 32 e 34.
- 14 MICHAELIS, M. Dicionário brasileiro da língua portuguesa. *São Paulo: Melhoramentos*, 2015. Citado na página 20.
- 15 GADALLAH, M. R.; FISHER, R. *Exploration geophysics*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2008. Citado na página 22.

- 16 DRAGOSET, W. H. Air-gun array specs: a tutorial. *The Leading Edge*, Society of Exploration Geophysicists, v. 9, n. 1, p. 24–32, 1990. Citado 4 vezes nas páginas 22, 23, 24 e 25.
- 17 LANDRØ, M.; AMUNDSEN, L. Marine seismic sources part i. *Geo ExPro*, v. 7, n. 1, p. 32–34, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 22, 24 e 25.
- 18 DRIJKONINGEN, G. Seismic data acquisition. ta3600. *Delft University of Technology, Section Applied Geophysics and Petrophysics*, Citeseer, 2003. Citado na página 22.
- 19 LANDRO, M.; AMUNDSEN, L.; BARKER, D. High-frequency signals from air-gun arrays. *Geophysics*, v. 76, 07 2011. Citado na página 22.
- 20 DRAGOSET, B. Introduction to air guns and air-gun arrays. *The Leading Edge*, Society of Exploration Geophysicists, v. 19, n. 8, p. 892–897, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 28.
- 21 JOHNSTON, R.; REED, D.; DESLER, J. Seg standards for specifying marine seismic energy sources. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 53, n. 4, p. 566–575, 1988. Citado na página 23.
- 22 WATSON, L. M.; WERPERS, J.; DUNHAM, E. M. What controls the initial peak of an air-gun source signature? *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 84, n. 2, p. P27–P45, 2019. Citado 6 vezes nas páginas 23, 25, 26, 27, 28 e 67.
- 23 SHEN, H. et al. Delaying the source ghost to improve the ultralow-frequency response of a marine air-gun source. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 85, n. 5, p. P45–P51, 2020. Citado 3 vezes nas páginas 24, 26 e 28.
- 24 HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. Fundamentos de física 2, 4<sup>a</sup> edição. *Ed. Livros Técnicos e Científicos, São Paulo*, 1996. Citado na página 26.
- 25 NUMMELA, S.; THEWISSEN, J. The physics of sound in air and water. *Sensory evolution on the threshold: adaptations in secondarily aquatic vertebrates*, University of California Press Berkeley, CA, p. 175–181, 2008. Citado na página 27.
- 26 ROSSING, T. *Springer handbook of acoustics*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2007. Citado na página 27.
- 27 CALDWELL, J.; DRAGOSET, W. A brief overview of seismic air-gun arrays. *The leading edge*, Society of Exploration Geophysicists, v. 19, n. 8, p. 898–902, 2000. Citado na página 27.
- 28 LABORATORIES, B.; REGION, U. S. M. M. S. P. O.; OFFICE, B. M. I. V. Characterization of geophysical acoustic survey sounds. BBN Laboratories Incorporated, 1986. Citado na página 28.
- 29 HOLBROOK, W. S. et al. Thermohaline fine structure in an oceanographic front from seismic reflection profiling. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 301, n. 5634, p. 821–824, 2003. Citado na página 29.
- 30 HOLBROOK, W. S. et al. Thermohaline fine structure in an oceanographic front from seismic reflection profiling. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 301, n. 5634, p. 821–824, 2003. Citado na página 29.

- 31 NANDI, P. et al. Seismic reflection imaging of water mass boundaries in the norwegian sea. *Geophysical Research Letters*, Wiley Online Library, v. 31, n. 23, 2004. Citado na página 29.
- 32 HOLBROOK, W. S.; FER, I. Ocean internal wave spectra inferred from seismic reflection transects. *Geophysical Research Letters*, Wiley Online Library, v. 32, n. 15, 2005. Citado na página 29.
- 33 TSUJI, T. et al. Two-dimensional mapping of fine structures in the kuroshio current using seismic reflection data. *Geophysical Research Letters*, Wiley Online Library, v. 32, n. 14, 2005. Citado na página 29.
- 34 BIESCAS, B. et al. Imaging meddy finestructure using multichannel seismic reflection data. *Geophysical Research Letters*, Wiley Online Library, v. 35, n. 11, 2008. Citado na página 29.
- 35 BUFFETT, G. et al. Seismic reflection along the path of the mediterranean undercurrent. *Continental Shelf Research*, Elsevier, v. 29, n. 15, p. 1848–1860, 2009. Citado na página 29.
- 36 GELI, L. et al. High resolution seismic imaging of the ocean structure using a small volume airgun source array in the gulf of cadiz. *Geophysical Research Letters*, Wiley Online Library, v. 36, n. 24, 2009. Citado na página 29.
- 37 HOLBROOK, W. S. et al. Estimating oceanic turbulence dissipation from seismic images. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, v. 30, n. 8, p. 1767–1788, 2013. Citado na página 29.
- 38 SARKAR, S. et al. Seismic reflection imaging of mixing processes in fram strait. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, Wiley Online Library, v. 120, n. 10, p. 6884–6896, 2015. Citado na página 29.
- 39 TANG, Q. et al. Markov chain monte carlo inversion of temperature and salinity structure of an internal solitary wave packet from marine seismic data. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, Wiley Online Library, v. 121, n. 6, p. 3692–3709, 2016. Citado na página 29.
- 40 MOUSA, W. A.; AL-SHUHAIL, A. A. Processing of seismic reflection data using matlab™. *Synthesis Lectures on Signal Processing*, Morgan & Claypool Publishers, v. 5, n. 1, p. 1–97, 2011. Citado na página 29.
- 41 CUI, T.; MARGRAVE, G. F. Seismic wavelet estimation. *CREWES Res Rep*, v. 26, p. 1–16, 2014. Citado 7 vezes nas páginas 29, 31, 32, 33, 34, 40 e 68.
- 42 O'BRIEN, P. Some experiments concerning the primary seismic pulse. *Geophysical Prospecting*, European Association of Geoscientists & Engineers, v. 17, n. 4, p. 511–547, 1969. Citado na página 29.
- 43 WANG, Y.; MOROZOV, I. B. A simple approach to nonstationary source waveform estimation in seismic records. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 85, n. 3, p. V257–V268, 2020. Citado 8 vezes nas páginas 30, 31, 32, 33, 34, 37, 47 e 68.

- 44 EDGAR, J. A.; BAAN, M. Van der. How reliable is statistical wavelet estimation? *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 76, n. 4, p. V59–V68, 2011. Citado 5 vezes nas páginas 30, 31, 33, 34 e 40.
- 45 BO, Y. Y. et al. Comparison of wavelet estimation methods. *Geosciences Journal*, Springer, v. 17, n. 1, p. 55–63, 2013. Citado 8 vezes nas páginas 30, 31, 32, 33, 34, 64, 67 e 68.
- 46 RUSSELL, H. *STRATA guide*. [S.l.]: Hampson-Russell, CGG Veritas, 2007. Citado na página 30.
- 47 LI, M.; ZHAO, Y. Chapter 6 - seismic inversion techniques. In: LI, M.; ZHAO, Y. (Ed.). *Geophysical Exploration Technology*. Oxford: Elsevier, 2014. p. 133 – 198. ISBN 978-0-12-410436-5. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B978012410436500006X>>. Citado 3 vezes nas páginas 30, 31 e 33.
- 48 LAMOUREUX, M. P.; MARGRAVE, G. F. An analytic approach to minimum phase signals. *CREWES Research Report 19*, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 34.
- 49 PARK, Y.; PYUN, S. Source wavelet estimation using common mid-point gathers. *Geosystem Engineering*, Taylor & Francis, v. 18, n. 4, p. 199–204, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 68.
- 50 BOUSFIELD, M.; CORDIOLI, J.; BARRAULT, G. Estimativa de pulso para a deconvolução de traços sísmicos. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 67.
- 51 KOO, N.-H. et al. Source estimation and direct wave reconstruction for the laplace-domain waveform inversion of deepwater seismic data. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2010*. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 2010. p. 2855–2859. Citado 3 vezes nas páginas 32, 33 e 40.
- 52 ALON, E.; STOJANOVIC, V.; HOROWITZ, M. A. Circuits and techniques for high-resolution measurement of on-chip power supply noise. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, IEEE, v. 40, n. 4, p. 820–828, 2005. Citado na página 32.
- 53 VIDYASAGAR, M. Signals, systems & inference [bookshelf]. *IEEE Control Systems Magazine*, IEEE, v. 37, n. 4, p. 97–98, 2017. Citado na página 32.
- 54 DONDURUR, D. *Acquisition and processing of marine seismic data*. [S.l.]: Elsevier, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 32, 33 e 34.
- 55 SHIN, C. et al. Sequentially ordered single-frequency 2-d acoustic waveform inversion in the laplace–fourier domain. *Geophysical Journal International*, Blackwell Publishing Ltd Oxford, UK, v. 181, n. 2, p. 935–950, 2010. Citado na página 33.
- 56 LEITE, L. *Conceitos da análise espectral de sinais em geofísica*. [S.l.]: Instituto de Geociências, UFPA Belém, Pará, 2015. Citado na página 33.
- 57 ZENG, H.; BACKUS, M. M. Interpretive advantages of 90-phase wavelets: Part 1—modeling. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 70, n. 3, p. C7–C15, 2005. Citado na página 34.
- 58 WANG, Y. Frequencies of the ricker wavelet. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 80, n. 2, p. A31–A37, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 63.

- 59 LYONS, R. A quadrature signals tutorial: Complex, but not complicated. *DSPRelated.com/ DSP*, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.
- 60 PURVES, S. Phase and the hilbert transform. *The leading edge*, Society of Exploration Geophysicists, v. 33, n. 10, p. 1164–1166, 2014. Citado na página 36.
- 61 DINIZ, P. S. The least-mean-square (lms) algorithm. In: *Adaptive filtering*. [S.l.]: Springer, 2020. p. 61–102. Citado na página 37.
- 62 WANG, Y. Generalized seismic wavelets. *Geophysical Journal International*, Oxford University Press, v. 203, n. 2, p. 1172–1178, 2015. Citado na página 37.
- 63 TAVARES, P. L.; DINIZ, P. S.; SILVA, E. A. da. Seismic wavelets and earth's impulse response amplitude and phase recovery using second order statistics or deterministic methods. In: SOCIETY OF EXPLORATION GEOPHYSICISTS AND BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY. *10th International Congress of the Brazilian Geophysical Society & EXPOGEF 2007, Rio de Janeiro, Brazil, 19-23 November 2007*. [S.l.], 2007. p. 1445–1450. Citado na página 37.
- 64 YOUNIS, M. I.; JORDY, D.; PITARRESI, J. M. Computationally efficient approaches to characterize the dynamic response of microstructures under mechanical shock. *Journal of Microelectromechanical Systems*, IEEE, v. 16, n. 3, p. 628–638, 2007. Citado na página 37.
- 65 AHMED, S. N. *Physics and engineering of radiation detection*. [S.l.]: Academic Press, 2007. Citado na página 38.
- 66 RUDER, S. An overview of gradient descent optimization algorithms. *arXiv preprint arXiv:1609.04747*, 2016. Citado na página 38.
- 67 STEWART, J. *cálculo*. [S.l.]: Pioneira Thomson Learning, 2006. Citado na página 38.
- 68 ZEILER, M. D. Adadelta: an adaptive learning rate method. *arXiv preprint arXiv:1212.5701*, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 54.
- 69 HAMMEL, B. D. *What learning rate should I use?* Disponível em: <<http://www.bdhammel.com/learning-rates/>>. Citado na página 39.
- 70 KETKAR, N. Stochastic gradient descent. In: *Deep learning with Python*. [S.l.]: Springer, 2017. p. 113–132. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.
- 71 CARBOTTE, S. et al. New integrated data management system for ridge2000 and margins research. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, Wiley Online Library, v. 85, n. 51, p. 553–559, 2004. Citado na página 42.
- 72 MCINTOSH KIRK, e. a. Raw multi-channel seismic shot data from the pacific ocean, offshore costa rica and nicaragua, acquired during the r/v maurice ewing expedition ew0005 (2000). *Interdisciplinary Earth Data Alliance*, IEDA, 2014. Citado na página 43.
- 73 URICK, R. J. *Principles of underwater sound-2*. New York, NY (USA) McGraw-Hill Book, 1975. Citado na página 45.
- 74 WANG, Y. The ricker wavelet and the lambert w function. *Geophysical Journal International*, Oxford University Press, v. 200, n. 1, p. 111–115, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 63.

- 
- 75 COSSOLINO, L. C.; PEREIRA, A. H. A. Amortecimento: classificação e métodos de determinação. *Universidade de São Carlos*, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 50.
- 76 SCOTT, D. W. Sturges' rule. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, Wiley Online Library, v. 1, n. 3, p. 303–306, 2009. Citado na página 57.
- 77 AMUNDSEN, L. Estimation of source array signatures. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 58, n. 12, p. 1865–1869, 1993. Citado na página 67.
- 78 BOUSFIELD, M. M. et al. Deconvolução de traços sísmicos: análise, aplicação e estimativa de pulso. 2017. Citado na página 67.

# Apêndices

# APÊNDICE A – Tabela de parâmetros estimados

Tabela de resultado dos parâmetros obtidos		
Disparo	Frequência da wavelet $f_p$ [Hz]	Fase da wavelet $\theta$ [°]
1	22.17	287.84
2	22.17	287.84
3	22.33	289.42
4	22.26	289.60
5	22.02	288.35
6	22.17	287.84
7	22.05	288.63
8	21.90	287.48
9	22.35	289.42
10	22.05	286.94
11	22.12	287.52
12	21.93	287.11
13	22.03	290.40
14	22.13	288.28
15	21.85	287.41
16	21.88	287.62
17	22.36	289.96
18	21.77	287.87
19	22.20	289.77
20	21.87	289.74
21	21.69	287.43
22	21.72	290.43
23	22.11	289.81
24	21.96	291.15
25	21.75	296.04
26	22.15	292.58
27	21.81	293.69
28	21.58	296.49
29	21.84	294.28

Tabela de resultado dos parâmetros obtidos		
30	21.88	294.74
31	22.07	295.87
32	21.88	292.69
33	21.76	292.98
34	21.79	292.27
35	22.14	295.34
36	21.73	293.23
37	21.56	293.67
38	21.67	295.44
39	22.01	292.13
40	21.62	291.50
41	21.92	295.25
42	21.61	296.02
43	21.78	292.88
44	21.88	293.13
45	21.84	293.75
46	21.43	297.58
47	21.71	292.69
48	21.75	291.28
49	21.37	292.13
50	21.49	295.07
51	21.42	294.78
52	21.50	295.37
53	21.65	294.91
54	21.40	297.78
55	21.27	296.77
56	21.18	298.93
57	21.52	298.46
58	21.55	297.08
59	21.36	298.49
60	21.37	298.08
61	21.56	298.50
62	21.59	300.85
63	21.59	300.85
64	22.12	297.49
65	22.04	300.76
66	22.37	299.64

Tabela de resultado dos parâmetros obtidos		
67	22.10	300.45
68	22.12	299.41
69	22.12	300.02
70	22.05	298.78
71	21.77	301.09
72	21.77	301.09
73	22.03	299.64
74	21.32	301.68
75	21.51	299.59
76	21.93	296.46
77	21.77	296.43
78	20.88	299.73
79	21.73	297.22
80	21.14	297.28
81	21.25	294.69
82	21.54	296.24
83	21.16	296.99
84	21.24	295.26
85	21.41	295.14
86	21.02	295.79
87	21.35	292.73
88	21.0	295.47
89	21.40	294.96
90	20.92	292.22
91	20.97	292.76
92	21.22	294.33
93	21.38	289.80
94	20.96	290.50
95	21.24	296.16
96	21.27	296.75

# APÊNDICE B – Códigos

## 1 Abertura dos dados sísmicos

---

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 import numpy as np
3 import segyio
4
5 filename = r'001.segy' #arquivo em SEG Y
6
7 with segyio.open(filename, ignore_geometry=True) as f:
8     n_traces = f.tracecount
9     sample_rate = segyio.tools.dt(f) / 1000
10    n_samples = f.samples.size
11    twt = f.samples
12    shot = f.trace.raw[x:y] #x e y são os traços inicial e final de um disparo.
13    data = np.flip(shot, axis=0) #transposição da matriz de amostras
```

---

ver mais em <https://github.com/equinor/seggyio> para plots e operações com arquivos SEG Y.

## 2 Aplicação de ganho

---

```
1 import scipy
2
3 amp = [] #criação de um vetor vazio para estoque dos picos da onda direta
4 for i in range(len(data)):
5     picos = data[i,0].max()
6     amp.append(picos)
7
8 #Ajuste de uma curva aos picos extraídos, obtendo as variáveis k e alpha:
9
10 offset = np.linspace(180,6000,240) #vetor da distância em x, sendo 180 o offset
    ↪ mínimo, 6000 o offset máximo, e 240 traços no intervalo
11
12 def curva(x, k, alpha):
13     return k/x**alpha
14
15 popt, _ = scipy.optimize.curve_fit(curva, offset, amp) #ajuste
16
17 k, alpha = popt #extração dos resultados
18
19 for i in range(len(data)): #multiplicação pelo inverso da curva de decaimento
    ↪ (ganho).
20     data_gain = data[i,0]*(offset**alpha)/k
21     return data_gain
```

---

### 3 Extração da onda direta e média

---

```
1 for i in range(len(data_gain)):
2     a = 0 #limite inferior da janela
3     b = 65 #limite superior da janela
4     c = 4.16 # inclinação da janela
5     d = c*i
6     e = c*i
7     f = int(l)+a
8     g = int(k)+b
9     print(i,f,g) #o resultado será uma lista de valores no terminal, com i =
    ↪ número do traço, f e g o número das amostras entre as quais está a
    ↪ onda direta.
10
11 #Estoque dos sinais alinhados da onda direta em uma matriz man:
12 data_cut = np.array([data_gain[i,f:g]],
13                     [data_gain[i+1,f:g]],
14                     [data_gain[i+2,f:g]],
15                     [data_gain[i+3,f:g]],
16                     #... até o traço em que se desejar cortá-la. No caso do
    ↪ trabalho, até o sexto traço. Sendo f e g os respectivos
    ↪ valores obtidos no passo anterior.
17                     ])
18
19 #Stacking da matriz data_cut em um traço médio:
20 stack = np.average(data_gain, axis=1)
```

---

### 4 Autocorrelação

---

```
1 from pylab import plot, psd, magnitude_spectrum
2 from scipy import signal
3
4 corr = signal.correlate(stack, stack) #autocorrelação no domínio do tempo
5
6 (spectrum, freqs, _) = magnitude_spectrum(corr, Fs = 250) #passagem para o
    ↪ domínio da frequência
7
8 espectro = spectrum**.5 #extração da raiz quadrada das magnitudes obtidas
9
10 plt.plot(freqs, espectro, **kwargs) #visualização do espectro de amplitudes
    ↪ final.
```

---

## 5 Banda à meia potência

---

```
1  #Obter a amplitude máxima do espectro obtido no passo anterior e dividi-la por  
   ↪ \sqrt{2):  
2  A = espectro.max()/np.sqrt(2)  
3  #plotar novamente o espectro com uma reta em A e verificar a banda à meia  
   ↪ potência:  
4  plt.axhline(A, **kwargs)
```

---

## 6 Cômputo da wavelet Ricker

---

```
1  from scipy import signal  
2  
3  m = 65 #número de amostras, igual ao número de amostras dos traços  
4  t = np.arange(-(m*0.004)/2, (m*0.004)/2, 0.004) #eixo do tempo  
5  
6  #aqui a wavelet e a Transformada de Hilbert estão na mesma função:  
7  def Ricker(t, f, phase):  
8      funct = (1.0 - 2.0*(np.pi**2)*(f**2)*(t**2)) *  
   ↪ np.exp(-(np.pi**2)*(f**2)*(t**2))  
9      wavelet = np.real(np.exp(1j*np.radians(phase)) * signal.hilbert(funct))  
10     return wavelet  
11  
12 #também é possível separar a wavelet (em fase zero) e a Transformada de Hilbert:  
13  
14 def Ricker(f, length=.5, dt=0.001):  
15     funct = np.arange(-length/2, (length-dt)/2, dt)  
16     wavelet = (1.0 - 2.0*(np.pi**2)*(f**2)*(t**2)) *  
   ↪ np.exp(-(np.pi**2)*(f**2)*(t**2))  
17     return wavelet  
18  
19 #Transformada de Hilbert  
20  
21 def hilbert(w, angle):  
22     w = np.real(np.exp(1j*np.radians(angle)) * signal.hilbert(wavelet))  
23     return w
```

---

## 7 Problema de mínimos quadrados

---

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy import signal
4 import matplotlib.pyplot as pl
5 import numdifftools as nd
6 import matplotlib.ticker as ticker
7
8 m = 65 #número de amostras da Ricker
9 t = np.arange(-(m*0.004)/2, (m*0.004)/2, 0.004) #eixo do tempo
10 y = stack_gain #traço de referência
11
12 def modelo(t, f, phase): #transformação da wavelet Ricker em um modelo
13     Ricker = (1.0 - 2.0*(np.pi**2)*(f**2)*(t**2)) *
14     ↪ np.exp(-(np.pi**2)*(f**2)*(t**2))
15     z = np.real(np.exp(1j*np.radians(phase)) * signal.hilbert(Ricker))
16     wavelet = y.max()*z #multiplicação da amplitude do modelo pela amplitude do
17     ↪ sinal
18     return wavelet
19
20 def cost_func(f, phase): #função objetivo
21     theta0 = np.atleast_3d(np.asarray(f)) #theta0 é a variável f
22     theta1 = np.atleast_3d(np.asarray(phase)) #theta1 é a variável phase
23     return np.average((y-hypothesis(t, theta0, theta1))**2, axis=2)/2
24
25 #Cômputo das derivadas parciais da função objetivo
26
27 #dJ/df
28
29 def partial_f(f):
30     theta0 = np.atleast_3d(np.asarray(f))
31     theta1 = np.atleast_3d(np.asarray(last_theta[1]))
32     return np.average((y-hypothesis(t, theta0, theta1))**2, axis=2)/2
33
34 f_d = nd.Derivative(partial_f)
35
36 #dJ\dtheta
37
38 def partial_phase(phase):
39     theta0 = np.atleast_3d(np.asarray(last_theta[0]))
40     theta1 = np.atleast_3d(np.asarray(phase))
41     return np.average((y-hypothesis(t, theta0, theta1))**2, axis=2)/2
42
43 phase_d = nd.Derivative(partial_phase)
44
45 #outras funções necessárias
46
47 def fmt(x, pos): #para plot
```

```

44     a, b = '{:.1e}'.format(x).split('e')
45     b = int(b)
46     return r'${} \times 10^{{}}$'.format(a, b)
47
48     # Iterações
49
50     N = 200 #Número inicial de iterações
51     rate = 0.025
52     theta = [np.array((20,360))]
53     J = [cost_func(*theta[0])[0]]
54     for j in range(N-1):
55         last_theta = theta[-1]
56         this_theta = np.empty((2,))
57         func = (y-hypothesis(t, *last_theta)**2)
58         this_theta[0] = last_theta[0] - rate * f_d(last_theta[0])
59         this_theta[1] = last_theta[1] - rate * phase_d(last_theta[1])
60         if np.abs(last_theta[0] - this_theta[0]) > .0004 and np.abs(last_theta[1] -
        ↪ this_theta[1]) > .0004: #critério de parada
61             theta.append(this_theta)
62             J.append(cost_func(*this_theta))
63             new_N = len(J)
64
65     #Plot dos resultados = ajuste e caminhamento do vetor gradiente
66     plt.style.use('classic')
67     plt.rcParams['figure.facecolor'] = 'white'
68     fig, ax = plt.subplots(nrows=1, ncols=2, figsize=(15,5))
69     theta0_grid = np.linspace(8,32,100)
70     theta1_grid = np.linspace(250,360,110)
71     J_grid = cost_func(theta0_grid[np.newaxis,:],np.newaxis],
72                     theta1_grid[:,np.newaxis,np.newaxis])
73     X, Y = np.meshgrid(theta0_grid, theta1_grid)
74     contours = ax[1].contour(X, Y, J_grid, [1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000,
        ↪ 8000, 10000, 12000,14000], cmap='plasma')
75     fmt = ticker.LogFormatterSciNotation()
76     ax[1].clabel(contours,contours.levels[:,1], inline=True, fmt=fmt, fontsize=15)
77     #cbar = fig.colorbar(contours, format=ticker.FuncFormatter(fmt))
78     colors = pl.cm.jet(np.linspace(0,5,new_N))
79     ax[0].plot(t+.13, hypothesis(t, *theta[0]), color=colors[0], lw=1.5,
80             label=r'$f_p = {:.3f}, \theta = {:.3f}$'.format(*theta[0]))
81     for j in range(1,new_N):
82         ax[1].annotate('', xy=theta[j], xytext=theta[j-1],
83                       arrowprops={'arrowstyle': '->', 'color': 'k', 'lw':1},
84                       va='center', ha='center')
85     ax[1].scatter(*zip(*theta), c=colors, s=30, lw=.2)
86     ax[1].set_xlabel(r'$f_p$', fontsize=20)
87     ax[1].set_ylabel(r'$\theta$', fontsize=20)
88     ax[1].set_title(r'$-\nabla J(f_p, \theta)$', fontsize=22)
89     ax[0].set_xlabel('Tempo [s]', fontsize=18)

```

```

90 ax[0].set_ylabel('Amplitude', fontsize=18)
91 ax[0].set_xlim(0,0.25)
92 ax[1].set_xlim(8,32)
93 ax[1].set_ylim(250,360)
94 ax[0].set_title('Ajuste 96', fontsize=18)
95 ax[0].plot(t+.13, y, color='k', lw=1.5)
96 ##### estoque de variáveis para análises
97 new_N'x' = new_N #para estocar o número de iterações em um determinado disparo,
↳ 'x' é o número do disparo
98 J'x' = J #para estocar a evolução do erro em um determinado disparo, 'x' é o
↳ número do disparo
99 residual_phase'x' = [] #para estocar a evolução da fase em um determinado
↳ disparo, 'x' é o número do disparo
100 residual_f'x' = [] ##para estocar a evolução da frequência em um determinado
↳ disparo, 'x' é o número do disparo
101 for i in theta:
102     f_evol = i[0]
103     residual_f96.append(f_evol)
104     phase_evol = i[1]
105     residual_phase96.append(phase_evol)
106 #####
107 ax[0].plot(t+.13, hypothesis(t, residual_f96[new_N-1],
↳ residual_phase96[new_N-1]), color='r', lw=1.5)
108 axbox = ax[0].get_position()
109 refer = plt.Line2D([], [], color='k', markersize=15, label=r'Sinal de
↳ referência',lw=2)
110 blue_line = plt.Line2D([], [], marker='o', color='blue', markersize=15,
↳ label=r'Inicial: $f_p = {:.2f}, \theta = {:.2f}$'.format(*theta[0]),lw=0)
111 green_line = plt.Line2D([], [], marker='o', color='r', markersize=15,
↳ label=r'Final: $f_p = {:.2f}, \theta = {:.2f}$'.format(*theta[new_N-1]),lw=0)
112 handles = [refer, blue_line,green_line]
113 labels = [h.get_label() for h in handles]
114 ax[0].legend(handles=handles, labels=labels, handlelength=1.4, loc='upper
↳ center', bbox_to_anchor=(1.1, -0.20),
115             fancybox=True, shadow=True, ncol=3 , fontsize=18, numpoints=1)
116 ax[0].grid(True)
117 plt.savefig('final_OBJ_96.png', format='png', bbox_inches='tight')
118 plt.show()

```

---