



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA E CIÊNCIAS MECÂNICAS

Thiago de Lima Gontarski

Análise da definição de dureza Vickers pela teoria da propagação de incertezas

Joinville
2021

Thiago de Lima Gontarski

Análise da definição de dureza Vickers pela teoria da propagação de incertezas

Dissertação de mestrado submetido ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciências Mecânicas da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de mestre em Engenharia e Ciências Mecânicas.

Orientador: Prof. Alexandre Mikowski, Dr.

Joinville
2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Gontarski, Thiago de Lima

Análise da definição de dureza Vickers pela teoria da propagação de incertezas / Thiago de Lima Gontarski ; orientador, Alexandre Mikowski, 2021.

122 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Joinville, Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciências Mecânicas, Joinville, 2021.

Inclui referências.

1. Engenharia e Ciências Mecânicas. 2. Dureza Vickers. 3. Propagação de incertezas. 4. Incerteza de medição. 5. Ensaio mecânico. I. Mikowski, Alexandre. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciências Mecânicas. III. Título.

Thiago de Lima Gontarski

Análise da definição de dureza Vickers pela teoria da propagação de incertezas

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Breno Salgado Barra , Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Claudimir Antonio Carminatti, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Ricardo Diego Torres, Dr.
Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em Engenharia e Ciências Mecânicas.

Prof. Rafael de Camargo Catapan, Dr.
Coordenador do Programa de
Pós-Graduação

Prof. Alexandre Mikowski, Dr.
Orientador

Joinville, 2021.

Este trabalho é dedicado à minha família, à minha namorada e aos meus amigos que estiveram ao meu lado durante a minha formação, em especial dedico este trabalho à minha avó Maria Jovina Gontarski.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me dado saúde e força para superar minhas dificuldades.

À minha namorada Aline, pelo companheirismo, por estar sempre ao meu lado, acreditar no meu potencial, por me apoiar e me compreender em todos os momentos.

À minha mãe Cirleia, meu irmão Matheus, meu avô Elivir, minha avó Olga, minha avó Jovina, meu pai Carlos, minha madrinha Silvana e à toda minha família, que sempre acreditaram em mim, pelo suporte prestado para que eu pudesse me dedicar exclusivamente ao curso e por entenderem o tempo que fiquei longe de casa.

Ao meu orientador Alexandre, pela ajuda e confiança na escolha do tema e no desenvolvimento do trabalho, por propagar seus conhecimentos, pelas dicas e correções. Suas contribuições foram fundamentais.

A todos os professores que tive durante a graduação e pós-graduação, são responsáveis pelo conhecimento intelectual que adquiri.

Agradeço a todos que contribuíram de alguma forma durante esta caminhada, essa conquista também é de todos vocês.

RESUMO

O ensaio de dureza Vickers (chamado de *HV* devido à representação de sua unidade) é amplamente utilizado na indústria de componentes mecânicos, tratamentos superficiais, vidros e laminados, além de estar presente em laboratórios e universidades. Nesse sentido, conhecer com precisão os resultados do ensaio é de fundamental importância para garantir a qualidade e confiabilidade do produto final. Sabe-se que o valor verdadeiro de uma grandeza só pode ser obtido de forma aproximada, portanto os resultados de medições só são completos quando acompanhados de um valor de incerteza. O método mais comum para avaliar a incerteza de uma medição é descrito pelo Guia para Expressão da Incerteza de Medição, do inglês *Guide to the expression of Uncertainty in Measurement* (GUM), que é fundamentado na Lei da Propagação de Incertezas, do inglês *Law of Propagation of Uncertainty* (LPU). Portanto, a finalidade deste trabalho é avaliar a incerteza relativa à definição matemática da dureza Vickers com a aplicação do método proposto pelo GUM. Em outras palavras, embora a metodologia do GUM esteja voltada para incertezas de medição (metrologia), neste trabalho ela será utilizada com enfoque matemático, ou seja, para analisar os erros envolvidos na função que atribui os valores de dureza. Além das análises de incertezas da definição matemática usual de *HV*, foi proposta uma abordagem modificada. Para o desenvolvimento do trabalho, foi utilizado um banco de dados experimentais referentes ao ensaio de dureza Vickers. Inicialmente, medidas da estatística descritiva foram aplicadas ao banco de dados a fim de avaliar as dispersões dos resultados. Em seguida, desenvolveu-se os modelos analíticos ao aplicar a teoria da propagação de incertezas em ambas abordagens de *HV*. Então, os modelos de incerteza foram avaliados de forma teórica a partir de representações gráficas das equações. Com isso, verificou-se que a fonte de incerteza que exerce maior influência na incerteza da dureza Vickers é a diagonal de indentação. Posterior às análises teóricas, a incerteza dos dados experimentais foi representada pelos modelos propostos considerando o intervalo de abrangência dos dados de 95%. Pode-se dizer que os modelos de incerteza se mostraram mais precisos que a abordagem convencional, em outras palavras, a estatística descritiva superestima o valor de incerteza da dureza Vickers. Comparando os resultados dos modelos, recomenda-se a avaliação de incertezas da dureza Vickers através da propagação de incertezas da equação modificada considerando variáveis dependentes.

Palavras-chave: Dureza Vickers. Propagação de incertezas. Incerteza de medição. GUM. LPU.

ABSTRACT

The Vickers hardness test (HV) is widely used in mechanical components industry field, surface treatments, glasses and laminates, being also present in laboratories and universities. In this way, knowing the test results accurately is very important to ensure the quality and reliability of the final product. It is known that the true value of a quantity can only be obtained in an approximate way, therefore the measurement results are only complete when presented with an uncertainty. The most common method to evaluate the measurement uncertainty is the Guide to the expression of Uncertainty in Measurement (GUM), which is based on the Law of Propagation of Uncertainty (LPU). Therefore, the purpose of this work is to evaluate the uncertainty regarding the mathematical definition of Vickers hardness with the application of the method proposed by the GUM. In other words, although the GUM methodology is directed towards measurement uncertainties (metrology), in this work it will be used with mathematical focus, that is, to analyze the errors involved in the function that assigns the hardness values. In addition to the usual mathematical definition of HV , a modified approach was proposed. For the work development, it was used an experimental database with respect to the Vickers hardness test. Initially, measures of descriptive statistics were applied to the database in order to evaluate the variability of results. Next, analytical models were developed by applying the theory of uncertainty propagation in both HV approaches. Then, the uncertainty models were evaluated in a theoretical way from graphical representations of the equations. Thereby, it was found that the source of uncertainty that has the greatest influence on the Vickers hardness uncertainty is the indentation diagonal. After the theoretical analysis, the uncertainty of the experimental data was represented by the proposed models considering the range of data coverage of 95%. It can be said that the uncertainty models proved to be more accurate than the conventional approach, in other words, the descriptive statistic overestimates the uncertainty value of the Vickers hardness. Comparing the models results, it is recommended to evaluate Vickers hardness uncertainties through the propagation of uncertainties in the modified equation considering dependent variables.

Keywords: Vickers hardness. Propagation of uncertainties. Measurement uncertainty. GUM. LPU.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Relação do ângulo para impressões Brinell semelhantes, feito com cargas e esferas diferentes.	22
Figura 2 – Ângulo das tangentes à esfera, para a relação $d/D = 0,375$ na dureza Brinell.	24
Figura 3 – Representação do indentador de diamante do método Vickers (a) e suas relações geométricas (b).	26
Figura 4 – Relações geométricas de uma pirâmide de base quadrada com um triângulo retângulo.	26
Figura 5 – Intervalo de incertezas de HV em função da média das diagonais de indentação para diferentes forças de ensaio considerando incerteza-padrão das diagonais de $0,5 \mu\text{m}$	30
Figura 6 – Tipos de erros.	31
Figura 7 – Múltiplas convoluções da PDF uniforme.	40
Figura 8 – Efeito da força no comprimento da diagonal de indentação.	43
Figura 9 – Histogramas dos comprimentos diagonais registrados por (a) instrumento óptico e (b) microscópio confocal.	44
Figura 10 – Fluxograma das etapas do trabalho.	49
Figura 11 – Representação da frequência dos dados referentes à diagonal d_1 de indentação, barras em azul representam o histograma e curva em vermelho a distribuição Normal.	54
Figura 12 – Representação da frequência dos dados referentes à diagonal d_2 de indentação, barras em azul representam o histograma e curva em vermelho a distribuição Normal.	55
Figura 13 – Representação da frequência dos dados referentes à diagonal d_{med} de indentação, barras em azul representam o histograma e curva em vermelho a distribuição Normal.	55
Figura 14 – Representação da frequência dos dados referentes à HV calculado pelas diagonais médias.	56
Figura 15 – Importância relativa de cada parâmetro da Equação 62 considerando em (a) $\sigma_{d_{med}} = 1,0 \mu\text{m}$ e (b) $\sigma_{d_{med}} = 3,0 \mu\text{m}$	61
Figura 16 – Importância relativa de cada parâmetro da Equação 63 considerando d_1 igual a d_2 e em (a) $\sigma_{d_1} = \sigma_{d_2} = 1,0 \mu\text{m}$ e (b) $\sigma_{d_1} = \sigma_{d_2} = 3,0 \mu\text{m}$	63
Figura 17 – Importância relativa de cada parâmetro da Equação 64 considerando em (a) $\sigma_{d_{med}} = 1,0 \mu\text{m}$ e (b) $\sigma_{d_{med}} = 3,0 \mu\text{m}$	65
Figura 18 – Importância relativa de cada parâmetro da Equação 65 considerando $\sigma_{d_1} = 1,0 \mu\text{m}$	67

Figura 19 – Importância relativa de cada parâmetro da Equação 65 considerando $\sigma_{d_1} = 3,0 \mu\text{m}$	68
Figura 20 – Mapeamento da incerteza relativa de HV em função da combinação das incertezas relativas de F e de d_{med} , referente ao Modelo 1.	69
Figura 21 – Mapeamento da incerteza relativa de HV em função da combinação das incertezas relativas de F e de d_1 , referente ao Modelo 2.	71
Figura 22 – Mapeamento da incerteza relativa de HV em função da combinação das incertezas relativas de F e de d_{med} , referente ao Modelo 3.	72
Figura 23 – Mapeamento da incerteza relativa de HV em função da combinação das incertezas relativas de F e de d_1 , referente ao Modelo 4.	73
Figura 24 – Efeito da variação de d_{med} para diferentes valores de $\sigma_{d_{med}}$ na incerteza relativa de HV , referente ao Modelo 1.	74
Figura 25 – Efeito da variação de d_1 para diferentes valores de σ_{d_1} na incerteza relativa de HV_m , referente ao Modelo 2.	75
Figura 26 – Efeito da variação de d_{med} para diferentes valores de $\sigma_{d_{med}}$ na incerteza relativa de HV , referente ao Modelo 3.	76
Figura 27 – Efeito da variação de d_1 para diferentes valores de σ_{d_1} na incerteza relativa de HV_m , referente ao Modelo 4.	78
Figura 28 – Efeito da variação das diagonais de indentação para diferentes valores de σ_d na incerteza relativa da dureza Vickers, comparativo entre o modelos.	79
Figura 29 – Representação do intervalo de abrangência da dureza Vickers.	82
Figura 30 – Representação do intervalo de abrangência da dureza Vickers.	84
Figura 31 – Designação da dureza Vickers.	100
Figura 32 – Geometria indentador: ângulo entre faces, diagonais e linha de junção.	101
Figura 33 – Distância mínima para impressões Vickers.	105
Figura 34 – Fases da Revisão Sistemática da Literatura (RSL).	108
Figura 35 – Procedimento iterativo da fase de processamento.	108
Figura 36 – Representação gráfica da função densidade de probabilidade Uniforme.	117

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Strings de busca utilizadas na RSL.	109
Quadro 2 – Descrição da pontuação referente ao nível de adequação ao tema.	110
Quadro 3 – Critérios de qualificação.	111

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dureza Vickers para diferentes materiais no SI.	25
Tabela 2 – Faixas de força de ensaio.	29
Tabela 3 – Tolerância da força de ensaio.	29
Tabela 4 – Tolerância do ângulo entre faces opostas do indentador.	29
Tabela 5 – Comparação entre GUM/LPU e MCS.	41
Tabela 6 – Efeito do ângulo do indentador na medição de <i>HV</i> em dois blocos de dureza diferentes.	42
Tabela 7 – Medidas descritivas aplicadas ao banco de dados.	53
Tabela 8 – Parâmetros utilizados para as representações gráficas.	61
Tabela 9 – Dados para os cálculos das incertezas.	81
Tabela 10 – Incerteza combinada referente aos dados experimentais.	81
Tabela 11 – Limites dos dados de dureza Vickers, valores em GPa.	82
Tabela 12 – Limites dos dados de dureza Vickers após o cálculo do coeficiente de correlação de Pearson, valores em GPa.	84
Tabela 13 – Faixas de força de ensaio.	100
Tabela 14 – Tolerância da força de ensaio.	101
Tabela 15 – Tolerância da linha de junção.	102
Tabela 16 – Tolerância do ângulo entre faces.	102
Tabela 17 – Tempo da aplicação inicial da força até atingir a força máxima.	103
Tabela 18 – Velocidade admissível para o indentador entrar em contato com o corpo de prova.	104
Tabela 19 – Resolução do sistema de medição.	104
Tabela 20 – Distância mínima entre impressões adjacentes.	105
Tabela 21 – Resultados das buscas por base de dados.	111
Tabela 22 – Número de artigos selecionados por critério de adequação.	112
Tabela 23 – Artigos selecionados pelo filtro 1.	113
Tabela 24 – Artigos selecionados pelo filtro 2.	113
Tabela 25 – Número de artigos selecionados por critério de adequação referentes à busca cruzada.	114
Tabela 26 – Periódicos referentes aos artigos catalogados na RSL.	115
Tabela 27 – Dados experimentais do ensaio mecânico de dureza Vickers em um vidro isolador de alta tensão.	116
Tabela 28 – Valores dos parâmetros para a representação gráfica da Figura 15.	118
Tabela 29 – Valores dos parâmetros para a representação gráfica da Figura 16.	119
Tabela 30 – Valores dos parâmetros para a representação gráfica da Figura 17.	120
Tabela 31 – Valores dos parâmetros para a representação gráfica da Figura 18 e 19.	121

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AFM	Microscopia de Força Atômica, do inglês <i>Atomic Force Microscopy</i>
ANOVA	Análise de Variância
ASTM	Sociedade Americana de Testes e Materiais, do inglês <i>American Society for Testing and Materials</i>
CP	Corpo de Prova
DSI	Indentação por Detecção de Profundidade, do inglês <i>Depth Sensing Indentation</i>
GUM	Guia para Expressão da Incerteza de Medição, do inglês <i>Guide to the expression of Uncertainty in Measurement</i>
IC	Intervalo de Confiança
JCGM	Comitê Conjunto de Guias de Metrologia, do inglês <i>Joint Committee for Guides in Metrology</i>
LPU	Lei da Propagação de Incertezas, do inglês <i>Law of Propagation of Uncertainty</i>
MCM	Método de Monte Carlo, do inglês <i>Monte Carlo Method</i>
MCS	Simulação de Monte Carlo, do inglês <i>Monte Carlo Simulation</i>
PDF	Função Densidade de Probabilidade, do inglês <i>Probability Density Function</i>
RSL	Revisão Sistemática da Literatura
SI	Sistema Internacional
VIM	Vocabulário Internacional de Metrologia

LISTA DE SÍMBOLOS

HV	Dureza Vickers
μm	Micrometro
d_1	Diagonal de indentação um
d_2	Diagonal de indentação dois
d_{med}	Média das diagonais de impressão
F	Força de ensaio
HV_m	Abordagem modificada para o cálculo de dureza Vickers
GPa	Gigapascal
$^\circ$	Graus
HB	Dureza Brinell
D	Diâmetro do indentador Brinell
d	Diâmetro de impressão gerada pelo ensaio de dureza Brinell [mm]
N	Newtons
mm	Milímetro
kgf	Quilograma-força
HK	Dureza Knoop
gf	Gramma-força
A_p	Área projetada na peça [mm ²]
l	Comprimento da diagonal maior da impressão Knoop [μm]
c	Constante do indentador Knoop
Pa	Pascal
m	Metros
A_i	Área de impressão
A_p	Área total da pirâmide
A_b	Área da base da pirâmide
A_f	Área das faces da pirâmide
l	Aresta da base da pirâmide
h	Apótema da pirâmide
r	Relação entre as áreas da pirâmide
α	Ângulo entre faces opostas da pirâmide
d	Diagonal da base da pirâmide
F_{rs}	Força de ensaio nominal
ΔF_{rel}	Erro relativo admissível máximo
'	Minutos
η	Erro de medição
y_i	Valor indicado pelo sistema de medição
y_v	Valor verdadeiro do mensurando

σ_x	Incerteza padrão da variável aleatória x sendo que o termo subscrito pode ser ajustável de acordo com a variável em estudo
$cov(x, y)$	Covariância das variáveis x e y
Ti	Titânio
Al	Alumínio
V	Vanádio
O	Oxigênio
Fe	Ferro
Ca	Cálcio
Mg	Magnésio
Na	Sódio
K	Potássio
Ba	Bário
Si	Silício
s	segundos
μ	Média
n	Número de dados
σ^2	Variância
σ	Desvio-padrão
cv	Coeficiente de variação
AT	Amplitude total do conjunto de dados
LS	Limite superior
LI	Limite inferior
k	Número de classes
h	Amplitude
$\sigma_{HV(i)}$	Incerteza combinada referente à definição usual da dureza Vickers considerando variáveis independentes
$\sigma_{HVM(i)}$	Incerteza combinada referente à abordagem modificada da dureza Vickers considerando variáveis independentes
$\sigma_{HV(d)}$	Incerteza combinada referente à definição usual da dureza Vickers considerando variáveis dependentes
$\sigma_{HVM(d)}$	Incerteza combinada referente à abordagem modificada da dureza Vickers considerando variáveis dependentes
ρ	Coeficiente de correlação de Pearson
U	Incerteza expandida
t	Coeficiente de <i>Student</i>
δ	Incerteza Relativa
K	Coeficiente de sensibilidade
v	Velocidade do indentador

c	Comprimento das trincas
C	Celsius
$f(x)$	Forma geral da função densidade de probabilidades

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
2	REVISÃO DA LITERATURA	21
2.1	ENSAIOS DE DUREZA	21
2.2	DUREZA VICKERS	23
2.2.1	Definição e dedução matemática	25
2.2.2	Principais especificações	28
2.3	TEORIA DA PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS	30
2.3.1	Tipos de erros	31
2.3.2	Conceitos de incerteza	32
2.3.3	Propagação de incertezas	33
2.4	ESTUDOS RELACIONADOS	34
3	DELINEAMENTO, QUESTÕES NORTEADORAS E OBJETIVOS ESPECÍFICOS	46
3.1	DELINEAMENTO DO TEMA	46
3.2	QUESTÕES NORTEADORAS	47
3.3	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	48
4	METODOLOGIA	49
4.1	MATERIAL E ENSAIO DE MICRODUREZA VICKERS	49
4.2	TRATAMENTO DOS DADOS DE DUREZA VICKERS	50
4.3	APLICAÇÃO DA TEORIA DA PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS	51
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	53
5.1	TRATAMENTO DE DADOS	53
5.2	DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS PARA PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS	56
5.2.1	Modelo 1 - Modelo para propagação de incertezas de HV para variáveis independentes	57
5.2.2	Modelo 2 - Modelo para propagação de incertezas de HV_m para variáveis independentes	57
5.2.3	Modelo 3 - Modelo para propagação de incertezas de HV para variáveis dependentes	58
5.2.4	Modelo 4 - Modelo para propagação de incertezas de HV_m para variáveis dependentes	59
5.3	ANÁLISES DOS MODELOS	60
5.3.1	Peso relativo dos parâmetros	60
5.3.2	Incerteza Relativa	69
5.3.3	Influência da diagonal de indentação	74
5.4	EXPRESSÃO DO VALOR DE DUREZA VICKERS	80

5.5	CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO	85
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	89
6.1	CONCLUSÕES	89
6.2	PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS	91
	REFERÊNCIAS	92
	APÊNDICE A – NORMATIZAÇÃO DO ENSAIO VICKERS	100
	APÊNDICE B – REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA	107
	APÊNDICE C – BANCO DE DADOS DO ENSAIO HV	116
	APÊNDICE D – DISTRIBUIÇÃO UNIFORME	117
	APÊNDICE E – PARÂMETROS DOS MODELOS	118

1 INTRODUÇÃO

O conhecimento das propriedades mecânicas de um material é de fundamental importância para se entender o seu comportamento mecânico. Em particular, a propriedade de dureza, destaca-se em aplicações de especificação e comparação entre materiais. Além disso, autores como Tabor (1970), Anstis *et al.* (1981) e Amauri Garcia *et al.* (2000) apresentam estudos que demonstram que com o conhecimento da dureza é possível estimar outras propriedades, como o módulo de elasticidade e o limite de resistência à tração.

A fim de definir tais propriedades, são necessários ensaios mecânicos, nos quais são aplicados esforços ao material para a determinação das propriedades em função de tensões e ou deformações. Geralmente, os ensaios mecânicos são procedimentos normatizados, onde essa padronização apresenta vantagens para o produto, como: qualidade uniforme, orienta o projetista na escolha do material, permite a comparação dos resultados encontrados em diferentes laboratórios e reduz desentendimentos entre fabricante e consumidor (GARCIA, A. *et al.*, 2000, p. 5).

O ensaio de dureza é frequentemente utilizado por ser simples, barato, não-destrutivo (não ocorre fratura e deformação excessiva no corpo de prova, apenas uma pequena impressão) e por ser possível estimar outras propriedades, tal como o limite de resistência à tração (CALLISTER, 2008, p. 115).

Segundo McColm (1990, p. 5), o conceito de dureza não tem uma definição precisa. Souza (1982, p. 103) destaca que a definição de dureza pode variar de acordo com a área de atuação do profissional. Tabor (1970) salienta que a dureza pode ser caracterizada como a resistência que um sólido apresenta à deformação local.

A fim de ilustrar a definição apresentada por Tabor (1970), em minerais o método clássico consiste em riscar um material com outro de número de dureza especificado. Para metais, aplica-se força em um penetrador sobre a superfície da peça e mede-se a impressão formada. Para polímeros, de modo geral, aplica-se carga no penetrador e verifica-se a profundidade alcançada no material.

Visto os exemplos apresentados, os ensaios de dureza são divididos em três categorias, sendo elas a dureza por risco, por rebote e por indentação (por alguns autores chamado de dureza por penetração). Dado o escopo deste trabalho, dar-se-á maior ênfase ao ensaio de dureza por penetração, mais especificamente o ensaio de dureza Vickers.

Em 1922, Smith e Sandland (1922) propuseram um ensaio para determinar a dureza, o qual consiste na aplicação de carga em um penetrador de formato piramidal sobre a superfície de um material. Como o equipamento foi desenvolvido pela empresa Vickers-Armstrong Ltda., o método de ensaio popularizou-se como dureza Vickers (SOUZA, 1982, p. 123).

Uma das principais diferenças do método Vickers para outros ensaios de dureza é a geometria de seu indentador. Ele apresenta o formato de uma pirâmide de base quadrada cujo ângulo entre as suas faces opostas é, teoricamente, 136° . Além disso, o material do indentador é o diamante, o qual durante o ensaio tem pouquíssimas deformações, gerando maior precisão nos resultados (SOUZA, 1982, p. 124).

O ensaio de dureza, em geral, é amplamente utilizado na indústria de componentes mecânicos, tratamentos superficiais, vidros e laminados, devido à sua característica de fornecer dados quantitativos da resistência à deformação permanente das peças em estudo. Segundo Souza (1982, p. 124), uma das vantagens do ensaio Vickers é a aplicação para toda a gama de dureza encontrada em diversos materiais.

Os constantes avanços tecnológicos e a alta competitividade entre indústrias apontam que muitas vezes o sucesso de uma empresa depende da confiabilidade de seu produto. Segundo Birolini (2010, p. 375), confiabilidade é a probabilidade de o produto desempenhar a função requerida sob certas condições de trabalho em determinado intervalo de tempo. Dessa forma, conhecer com precisão as propriedades mecânicas do produto é um requisito para a alta confiabilidade.

De acordo com Vuolo (1996, p. 41), o valor verdadeiro de uma grandeza física é uma medida sempre desconhecida, devido aos erros envolvidos no processo de medição, e só pode ser conhecido de modo aproximado. Portanto, identifica-se a necessidade do estudo dos erros envolvidos na caracterização dessas propriedades.

Ainda enfatizando a importância do estudo das incertezas de medição, Pendrill (2006) investigou a relação entre os custos da análise de incertezas e as consequências de uma decisão imprecisa. Em seu trabalho, foi evidenciado que o uso de sua metodologia para avaliação das incertezas pode minimizar custos referentes a testes e ensaios.

Comumente em análises experimentais, são aplicados métodos estatísticos no conjunto de dados com o intuito de quantificar o erro envolvido e inferir os resultados de uma amostragem para uma população.

Um exemplo para a quantificação do erro é a distribuição de Gauss, a qual é geralmente empregada para descrever erros experimentais. Outro exemplo é a teoria dos erros, cujo princípio almeja obter o melhor valor possível para a grandeza em estudo (VUOLO, 1996, p. 46).

Nesse cenário, o objetivo geral deste trabalho é analisar a definição de dureza Vickers na perspectiva da teoria de propagação de incertezas. Isso contribuirá para a obtenção da melhor estimativa dos valores de dureza, possibilitando investigações de quanto a estimativa difere do valor verdadeiro e quais são as principais fontes de incerteza, conseqüentemente, impactando na confiabilidade dos resultados.

Para esse fim, após o capítulo introdutório (i), a estrutura do texto deste trabalho será dividida em: (ii) revisão da literatura; (iii) delineamento do tema, questões

norteadoras e objetivos específicos; (iv) metodologia; (v) resultados e discussões; (vi) considerações finais.

Sendo assim, na revisão da literatura serão apresentados conceitos relacionados à ensaios de dureza, dureza Vickers e teoria da propagação de incertezas. Além disso, serão expostos trabalhos científicos relacionados ao tema, os quais foram obtidos através do desenvolvimento de uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL).

Posteriormente, no capítulo referente ao delineamento, questões norteadoras e objetivos específicos, será apresentada a perspectiva sobre a revisão da literatura, indicando as lacunas de pesquisas. Ademais, será realizado a formulação do problema e determinados os objetivos específicos do trabalho.

Em seguida, serão expostos os métodos utilizados para o desenvolvimento do trabalho, contendo as ferramentas empregadas, condições e hipóteses consideradas.

Logo após, serão expostos os resultados e em paralelo argumentado as suas análises. Os resultados serão divididos em: (i) tratamento de dados; (ii) desenvolvimento dos modelos para propagação de incertezas; (iii) análises dos modelos; e (iv) expressão do valor de dureza Vickers.

Por fim, nas considerações finais serão retomados os principais resultados do trabalho e apresentadas as propostas para trabalhos futuros.

Outrossim, está contido no Apêndice A a normatização para a realização do ensaio de dureza Vickers, no Apêndice B o procedimento para a realização da RSL, no Apêndice C os dados experimentais do ensaio mecânico de penetração obtidos pela técnica de microdureza Vickers, em um vidro isolador de alta tensão, que serão utilizados neste trabalho, no Apêndice D as principais equações referentes à distribuição Uniforme, e no Apêndice E os resultados teóricos dos parâmetros de cada modelo utilizados para as representações gráficas.

2 REVISÃO DA LITERATURA

A finalidade deste capítulo é apresentar conceitos, princípios e generalidades relevantes ao desenvolvimento do trabalho com o intuito de facilitar a compreensão dos capítulos subsequentes.

2.1 ENSAIOS DE DUREZA

A realização de ensaios mecânicos permite a determinação de propriedades dos materiais e são realizados com o intuito de se obter informações rotineiras, ou ainda, novas informações sobre o material em estudo. Entre as propriedades mecânicas, destacam-se a rigidez, resistência, ductilidade e dureza (GARCIA, A. *et al.*, 2000, p. 05).

Segundo Souza (1982, p. 103), a dureza desempenha um importante papel na especificação e comparação de materiais, além de ser amplamente pesquisada em diversas áreas do conhecimento, como na mineralogia, engenharia dos materiais, mecânica e metalúrgica. Porém, visto a ampla gama de aplicações, o conceito de dureza pode diferir.

A fim de ilustrar essa divergência no conceito de dureza, Souza (1982, p. 103) destaca que no ponto de vista de um engenheiro mecânico a dureza é definida como a resistência à penetração de um material duro no outro. Já para um metalurgista, dureza pode ser definida como a resistência de um material à deformação plástica. Na perspectiva de um mineralogista, dureza expressa a resistência ao risco que um material pode fazer ao outro.

Sendo assim, os ensaios de dureza podem ser divididos em três categorias principais, são elas a dureza por penetração, por rebote e por risco. A dureza por risco, é raramente utilizada em materiais metálicos e amplamente utilizada no ramo da mineralogia. Já os ensaios de dureza por rebote e por penetração tem maior aplicação nas áreas da mecânica e metalurgia (SOUZA, 1982, p. 103 e 104).

O ensaio de dureza por rebote, é caracterizado como um ensaio dinâmico em que a queda de um êmbolo com uma ponta padronizada de diamante gera uma impressão na superfície do material. Basicamente, o valor da dureza está relacionado com a energia de deformação consumida para produzir a impressão no corpo de prova e é representada pela altura atingida no rebote do êmbolo, amplamente utilizada em polímeros (GARCIA, A. *et al.*, 2000, p. 67).

A dureza por penetração (ou indentação) é a mais utilizada no setor mecânico. A principal diferença entre os métodos dessa categoria está relacionada com a geometria do penetrador (ou indentador), sendo os mais usuais esféricos, cônicos e piramidais (SOUZA, 1982, 104 e 105).

O ensaio de dureza Brinell foi o primeiro ensaio de penetração padronizado e

aceito na indústria. A técnica foi proposta por J. A. Brinell em 1900, por isso chamado de dureza Brinell (GARCIA, A. *et al.*, 2000, p. 69).

Na realização do teste, uma carga é submetida em uma esfera de aço de elevada dureza contra a superfície do material em estudo. São realizadas duas medições do diâmetro de indentação, com uma relação de 90°, e calculado o diâmetro médio. Então, obtém-se a magnitude de dureza Brinell através da seguinte equação (ASKELAND; PHULÉ, 2008, p. 165):

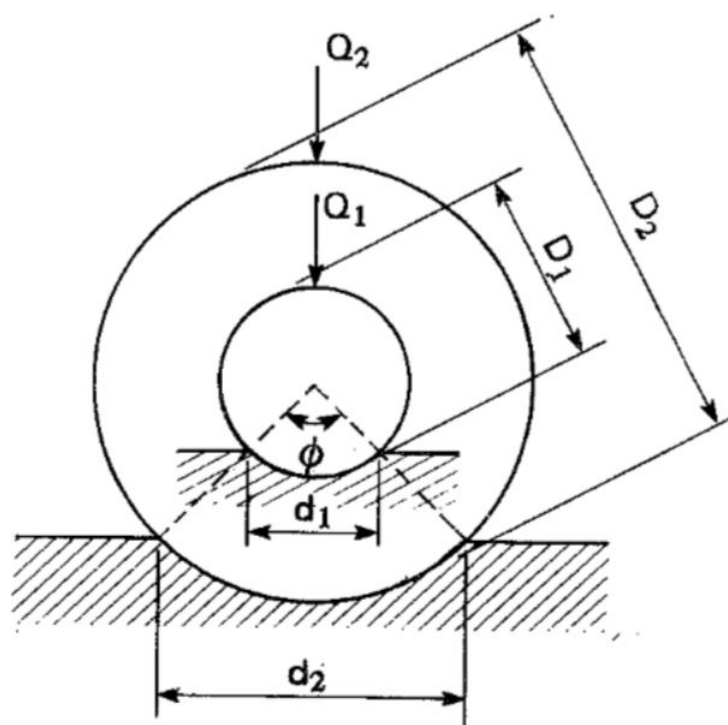
$$HB = \frac{2F}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})} \quad (1)$$

na equação, HB representa o valor de dureza Brinell [GPa], F a força de ensaio [N], D o diâmetro do indentador [mm] e d o diâmetro da impressão gerada na peça [mm].

Em relação ao diâmetro da esfera, 10 mm é o usual, porém podem ser utilizados outros valores de diâmetro desde que a relação do ângulo gerado a partir do centro da esfera com a impressão seja mantida. Essa relação pode ser observada na Figura 1 e expressa pela Equação 2 (GARCIA, A. *et al.*, 2000, p. 71).

$$\text{sen} \left(\frac{\phi}{2} \right) = \frac{d_1}{D_1} = \frac{d_2}{D_2} = \text{constante} \quad (2)$$

Figura 1 – Relação do ângulo para impressões Brinell semelhantes, feito com cargas e esferas diferentes.



Fonte – Souza (1982, p. 107).

Entre as principais vantagens do método Brinell destaca-se o baixo custo do aparelho, o que justifica sua alta aplicação em laboratórios e indústrias. Além disso, é a técnica recomendada para metais que tenham a estrutura interna não-uniforme, um exemplo: o ferro fundido (SOUZA, 1982, p. 109).

Segundo Amauri Garcia *et al.* (2000, p. 129), o ensaio de dureza Rockwell é o mais utilizado internacionalmente. No método Rockwell, o penetrador pode ter formato cônico ou esférico.

O valor de dureza Rockwell é determinado a partir da diferença da profundidade de penetração decorrente da aplicação de uma carga inicial seguida de uma carga principal de maior intensidade. Ressalta-se que o uso de uma carga inicial menor aumenta a precisão do ensaio (GARCIA, A. *et al.*, 2000, p. 77).

Uma das vantagens do método é a praticidade do ensaio, pois o resultado é lido diretamente na máquina, tornando-se um ensaio mais rápido e evitando erros de leitura do operador (SOUZA, 1982, p. 116).

Em relação aos ensaios com indentadores piramidais, destacam-se o Vickers e o Knoop. No ensaio de dureza Knoop são utilizadas cargas menores que 1 kgf (9,8067 N) em indentadores de diamante, gerando impressões em escala microscópica (GARCIA, A. *et al.*, 2000, p. 86).

Segundo Souza (1982, p. 128) a geometria do indentador Knoop, tem o formato de uma pirâmide alongada, sendo que a relação entre a diagonal maior com a diagonal menor da pirâmide é de 7:1. A equação para obter o valor da dureza Knoop (HK) é expressa a seguir.

$$HK = \frac{F}{A_p} = \frac{F}{l^2 c} = \frac{14,23F}{l^2} \quad (3)$$

onde F é a força de ensaio [gf], A_p é a área projetada na peça [mm^2], l comprimento da diagonal maior [μm] e c é a constante do indentador para relacionar A_p com l .

Segundo Amauri Garcia *et al.* (2000, p. 87 e 89), a profundidade de impressão gerada na peça é cerca de 1/30 do comprimento da diagonal maior. Além disso, os autores destacam que a técnica Knoop é utilizada para a determinação de dureza de materiais frágeis e de camadas finas, como por exemplo películas de tintas.

Sobre o ensaio de dureza Vickers, visto que este faz parte do escopo do trabalho, será detalhado a seguir.

2.2 DUREZA VICKERS

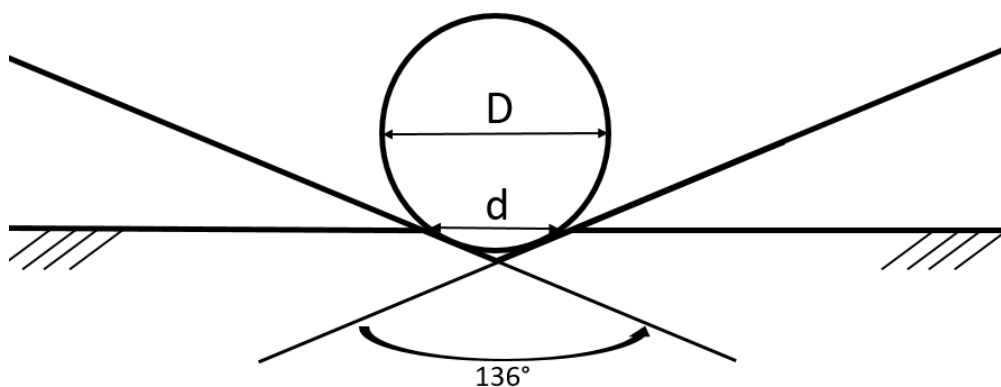
O ensaio de dureza Vickers consiste na aplicação de uma força em um indentador de diamante com formato piramidal, base quadrada e ângulo entre faces opostas de 136° , sobre a superfície do material. Esse método foi introduzido inicialmente por Smith e Sandland em 1922. Porém, como o equipamento foi desenvolvido

por Vickers-Armstrong Ltda., o ensaio ficou essencialmente conhecido como dureza Vickers (GARCIA, A. *et al.*, 2000, p. 139).

Em suma, nos estudos de Smith e Sandland (1922) foi realizada uma análise comparativa entre o ensaio de dureza Brinell (ensaio usual da época) com o método proposto pelos autores. No ensaio Brinell, o indentador tem formato esférico, já o procedimento exposto pelos autores, baseava-se no uso de um indentador de diamante não lapidado com um ponto piramidal natural. Sobretudo, os autores concluíram em seus estudos que seu modelo gerava uma impressão padrão nas peças e o valor de dureza obtido era o mesmo para toda faixa de trabalho, independente da força aplicada, dispensando a utilização de escalas.

De acordo com Souza (1982, p. 123), o ângulo entre faces opostas do indentador Vickers, 136° , é capaz de reproduzir impressões na peça semelhantes as geradas por um indentador Brinell. Segundo o autor, isso ocorre devido a relação ideal da dureza Brinell (Equação 2) ser igual a 0,375, desse modo as tangentes da esfera partindo dos cantos da impressão formam aproximadamente 136° , a Figura 2 ilustra essa relação.

Figura 2 – Ângulo das tangentes à esfera, para a relação $d/D = 0,375$ na dureza Brinell.



Fonte – Adaptado de Souza (1982, p. 123).

Após a difusão do ensaio Vickers, Souza (1982, p. 124) destaca que as principais vantagens do método são: escala contínua; as impressões geradas nas peças em estudo são muito pequenas de modo que não as inutilizam; grande precisão de medida; a deformação do penetrador pode ser considerada nula, e a existência de apenas uma escala de dureza.

Ainda segundo Souza (1982, p. 124), como as impressões geradas no ensaio são semelhantes, independentemente do tamanho, o valor da dureza Vickers é o mesmo para qualquer força utilizada em materiais homogêneos. Usualmente, a força varia de 1 até 120 kgf, sendo que ela é alterada apenas para se obter uma impressão regular. Além disso, o ensaio de dureza Vickers pode ser aplicado para pequenas espessuras e para durezas superficiais, considerando a espessura mínima de 10% da

espessura do material (SAHA; NIX, 2002).

Substancialmente a dureza Vickers de um material depende da força aplicada e do tamanho da impressão gerada na peça. Em resumo, após a realização do ensaio, utiliza-se um microscópio acoplado ao equipamento para medir as diagonais da impressão gerada. Portanto, a partir da magnitude da força e a média das diagonais de impressão, calcula-se o valor final da dureza (MCCOLM, 1990, p. 11).

A expressão matemática que define a dureza Vickers será apresentada a seguir.

2.2.1 Definição e dedução matemática

Como mencionado anteriormente, o valor de dureza Vickers (HV) depende da força aplicada (F) e do tamanho da diagonal da impressão (d_{med}) gerada na peça e é definido por (TABOR, 1970; SOUZA, 1982; GARCIA, A. *et al.*, 2000):

$$HV = 1,8544 \frac{F}{(d_{med})^2} \quad (4)$$

interpreta-se a equação no Sistema Internacional (SI), sendo HV a dureza Vickers em Pascal [Pa], F a força de ensaio em Newtons [N], d_{med} representa a média do comprimento das diagonais da impressão gerada na peça, em metros [m], e o valor 1,8544 é descrito como uma constante relativa a geometria do indentador.

Como exemplo, a fim de especificar a magnitude, a Tabela 1 descreve a dureza Vickers para materiais de diferentes classes.

Tabela 1 – Dureza Vickers para diferentes materiais no SI.

Classe	Material	Dureza Vickers	Referência
Cerâmica	Vidro comercial alcalino	5,7 GPa	Michel <i>et al.</i> (2004)
Metal	SAE 1020	1,7 GPa	Maharjan <i>et al.</i> (2020)
Polímero	ABS	0,1 GPa	Grellmann e Seidler (2013)

Fonte – O Autor (2020).

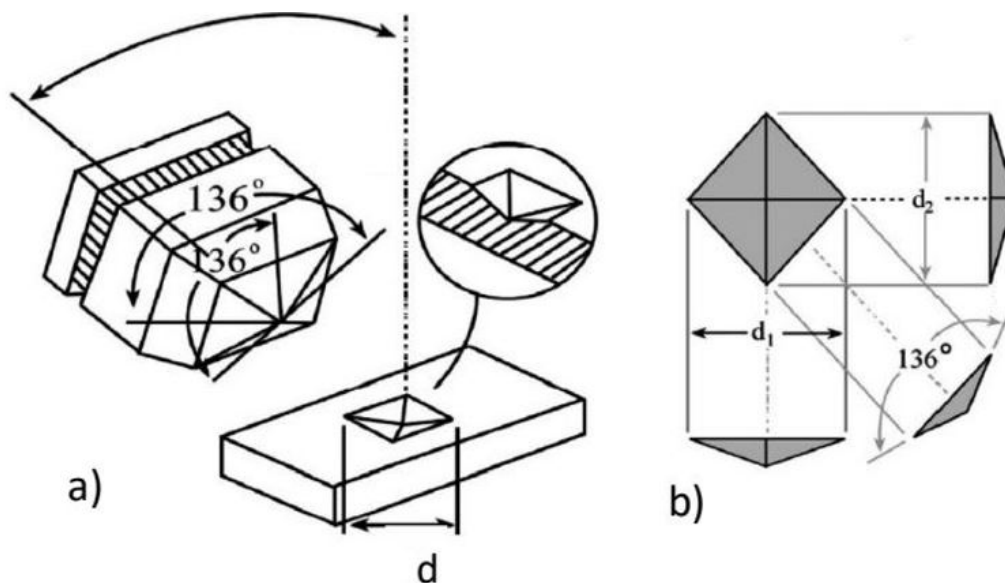
A Equação 4 é a formulação matemática utilizada em indústrias e laboratórios que trabalham com a dureza Vickers. Para melhor compreender as grandezas envolvidas em seu cálculo, será realizada a sua dedução matemática.

Inicialmente, deve-se analisar a formulação de dureza de um modo mais geral, conforme Equação 5 (TABOR, 1970):

$$HV = \frac{F}{A_i} \quad (5)$$

em que A_i descreve a área de impressão gerada na peça em metros quadrados [m²]. Devido a geometria do indentador, a área de impressão tem o formato das faces de uma pirâmide, fato que pode ser visualizado na Figura 3.

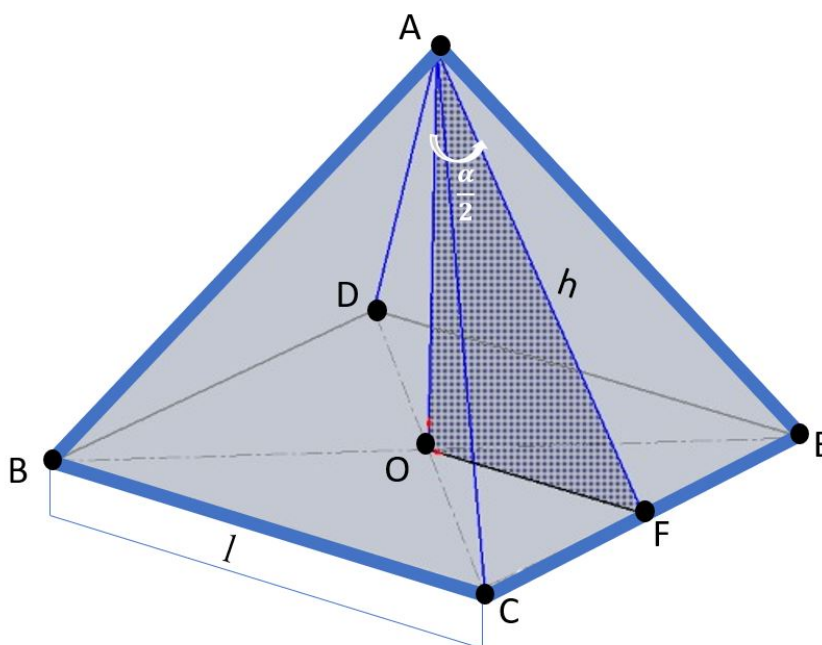
Figura 3 – Representação do indentedor de diamante do método Vickers (a) e suas relações geométricas (b).



Fonte – Güder *et al.* (2011).

Para auxiliar na dedução da área de impressão, a Figura 4 apresenta a vista isométrica de uma pirâmide e sua relação com um triângulo retângulo. Já as formulações matemáticas para o cálculo da área de uma pirâmide de base quadrada são expressas pelas Equações 6, 7 e 8.

Figura 4 – Relações geométricas de uma pirâmide de base quadrada com um triângulo retângulo.



Fonte – O Autor (2020).

$$A_p = A_b + A_f \quad (6)$$

$$A_b = l^2 \quad (7)$$

$$A_f = 4 \frac{lh}{2} = 2lh \quad (8)$$

onde A_p é a área total da pirâmide, A_b a área da base, A_f a área das faces, h representa a apótema da pirâmide e l a aresta da base.

Como mencionado anteriormente, a área de impressão gerada na peça tem o formato das faces da pirâmide. Devido a limitações em medições relativas à profundidade de impressão, o equacionamento é realizado em termos referentes a geometria superficial.

Segundo Tabor (1970), a pressão usual gerada no material em ensaios com indentadores piramidais pode ser relacionado por um fator geométrico (r). Desse modo, para o indentador Vickers esse fator equivale a 0,9272.

Para interpretar esse fator geométrico, pode-se dizer que r é proveniente da relação entre as áreas da pirâmide, conforme a Equação 9.

$$r = \frac{A_b}{A_f} = \frac{l^2}{2lh} = \frac{l}{2h} \quad (9)$$

A partir da relação apresentada, é possível representar a Equação 5 em termos da área da base, resultando na Equação 10:

$$HV = 0,9272 \frac{F}{A_b} = 0,9272 \frac{F}{l^2} \quad (10)$$

Analisando a Figura 4, é possível perceber o triângulo retângulo cujos vértices são os pontos O, A e F. O segmento de reta (AF) descreve a apótema da pirâmide (h), o qual é a hipotenusa do triângulo. Já o segmento de reta (OF) é um dos catetos e equivale à metade da aresta da base ($\frac{l}{2}$). O ângulo (OÂF) é oposto ao cateto (OF) e o seu valor é a metade do ângulo entre as faces opostas da pirâmide ($\frac{\alpha}{2}$). Portanto, a partir de relações trigonométricas, encontra-se uma expressão para h , conforme Equações 11 e 12:

$$\text{sen} \left(\frac{\alpha}{2} \right) = \frac{\left(\frac{l}{2} \right)}{h} \quad (11)$$

$$h = \frac{\left(\frac{l}{2} \right)}{\text{sen} \left(\frac{\alpha}{2} \right)} \quad (12)$$

Assim, substituindo a Equação 12 na Equação 9, a razão resultante é expressa por:

$$r = \operatorname{sen} \left(\frac{\alpha}{2} \right) \quad (13)$$

Então, substituindo o valor do ângulo α por 136° , obtém-se o valor de aproximadamente 0,9272, igualando-se ao descrito por Tabor (1970).

Ainda, a fim de reduzir as incertezas de medições, a equação da dureza pode ser descrita em termos das diagonais da base a partir da seguinte relação:

$$d = \sqrt{2} l \quad (14)$$

isolando o l , tem-se:

$$l = \frac{d}{\sqrt{2}} \quad (15)$$

Substituindo a Equação 15 na Equação 10, obtém-se a expressão final para o cálculo da dureza Vickers, ou seja, encontrando novamente a Equação 4.

$$HV = 0,9272 \frac{F}{\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1,8544 \frac{F}{d^2} \quad (16)$$

Finalmente, análogo à Equação 4 e à dedução apresentada, Souza (1982) apresenta a seguinte formulação matemática para representar a dureza Vickers:

$$HV = \frac{2F}{(d_{med})^2} \operatorname{sen} \left(\frac{\alpha}{2} \right) \quad (17)$$

2.2.2 Principais especificações

Para interpretar de maneira adequada os resultados de HV , deve-se ponderar as principais especificações relacionadas as variáveis envolvidas no método.

De modo geral, no Apêndice A consta a normatização do ensaio de dureza Vickers. Nele estão descritas as especificações e tolerâncias do equipamento de ensaio, tolerâncias do indentador e também está detalhado o procedimento para a realização do ensaio.

Nesta seção serão apresentadas as tolerâncias diretamente relacionadas à equação de dureza Vickers, ou seja, tolerâncias para força e ângulo entre faces do indentador.

Segundo a norma da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT, 2019a), o ensaio de dureza Vickers é dividido em três categorias em relação à faixa de força aplicada: (i) o ensaio de dureza Vickers, (ii) o ensaio de dureza Vickers com força baixa e (iii) o ensaio de microdureza Vickers. A Tabela 2 apresenta a faixa de forças para cada método de ensaio.

Tabela 2 – Faixas de força de ensaio.

Faixas de força de ensaio, F [N]	Símbolo de dureza	Designação
$F \geq 49,03$	$\geq HV 5$	Ensaio de dureza Vickers
$1,961 \leq F < 49,03$	$HV 0,2$ a $< HV 5$	Ensaio de dureza Vickers com força baixa
$0,009807 \leq F < 1,961$	$HV 0,001$ a $< HV 0,2$	Ensaio de microdureza Vickers

Fonte – ABNT (2019a).

A máquina de ensaio deve ser capaz de aplicar força(s) predeterminada(s) dentro das faixas desejadas das forças de ensaio, conforme Tabela 3.

Tabela 3 – Tolerância da força de ensaio.

Faixas de força de ensaio nominal, F_{rs} [N]	Erro relativo admissível máximo, ΔF_{rel} [% F]
$0,009807 \leq F_{rs} < 0,09807$	$\pm 2,0$
$0,09807 \leq F_{rs} < 1,961$	$\pm 1,5$
$F_{rs} \geq 1,961$	$\pm 1,0$

Fonte – ABNT (2019a).

O indentador deve ser um diamante na forma de uma pirâmide reta com base quadrada e ângulo entre faces de 136° , sendo que suas faces devem ser polidas e livres de defeitos superficiais. A Tabela 4 apresenta a tolerância máxima admissível para o ângulo entre faces opostas do indentador.

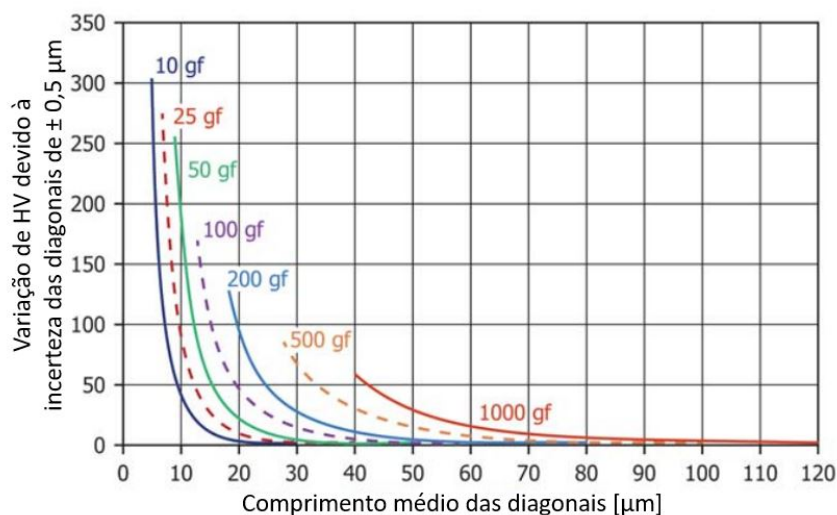
Tabela 4 – Tolerância do ângulo entre faces opostas do indentador.

Aplicação	Ângulo entre faces	Referência
Ensaio de dureza Vickers para materiais metálicos	$136^\circ \pm 30'$	ABNT (2019b)
Ensaio de dureza Vickers de baixa carga para materiais metálicos	$136^\circ \pm 30'$	ABNT (2019b)
Ensaio de microdureza Vickers para materiais metálicos	$136^\circ \pm 30'$	ABNT (2019b)
Ensaio de dureza Vickers com indentador Classe B	$136^\circ \pm 30'$	ASTM (2017b)
Ensaio de dureza Vickers com indentador Classe A	$136^\circ \pm 6'$	ASTM (2017b)
Ensaio de microdureza Vickers	$136^\circ \pm 30'$	ASTM (2017a)
Ensaio de dureza Vickers para cerâmica avançada	$136^\circ \pm 30'$	ASTM (2015)

Fonte – O Autor (2020).

Para complementar, a norma da Sociedade Americana de Testes e Materiais, do inglês *American Society for Testing and Materials* (ASTM), apresenta a faixa de incertezas de *HV* para a incerteza das diagonais de 0,5 μm , conforme a Figura 5 (ASTM, 2017a).

Figura 5 – Intervalo de incertezas de *HV* em função da média das diagonais de indentação para diferentes forças de ensaio considerando incerteza-padrão das diagonais de 0,5 μm .



Fonte – ASTM (2017a).

Após a representação do ensaio de dureza Vickers (*HV*), dedução matemática e especificação das particularidades do método, a próxima seção apresentará conceitos para a avaliação de incertezas.

2.3 TEORIA DA PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS

Ensaio experimentais são aplicados para a determinação de grandezas físicas, de modo que o resultado é obtido através de medições e expresso como uma aproximação para o valor verdadeiro da grandeza em estudo (VUOLO, 1996, p. 53). Isso pois, de maneira geral, as grandezas físicas são obtidas de modo indireto, ou seja, por meio de um sistema de medição (ALBERTAZZI; SOUSA, A. R. de, 2008, p. 263).

Dessa forma, a combinação dos desvios do sistema de medição gera uma "propagação de erros", e, portanto, o propósito da teoria da propagação de incertezas (por alguns autores chamado de teoria da propagação de erros) visa obter a melhor estimativa, ou melhor valor possível para a grandeza em estudo, e determinar quanto a estimativa difere do valor verdadeiro (VUOLO, 1996, p. 53; LIRA, 2001, p.77).

Habitualmente, os resultados de medições estão sujeitos a perturbações, as quais, de modo direto ou indireto, irão interferir no resultado (na forma de erros ou incertezas) do valor atribuído ao mensurando (LINK, 2000, p. 30).

Portanto, nos próximos tópicos serão apresentados os tipos de erros, as principais definições sobre incertezas e a formulação matemática para a propagação de incertezas (por alguns autores também chamada de propagação de erros).

2.3.1 Tipos de erros

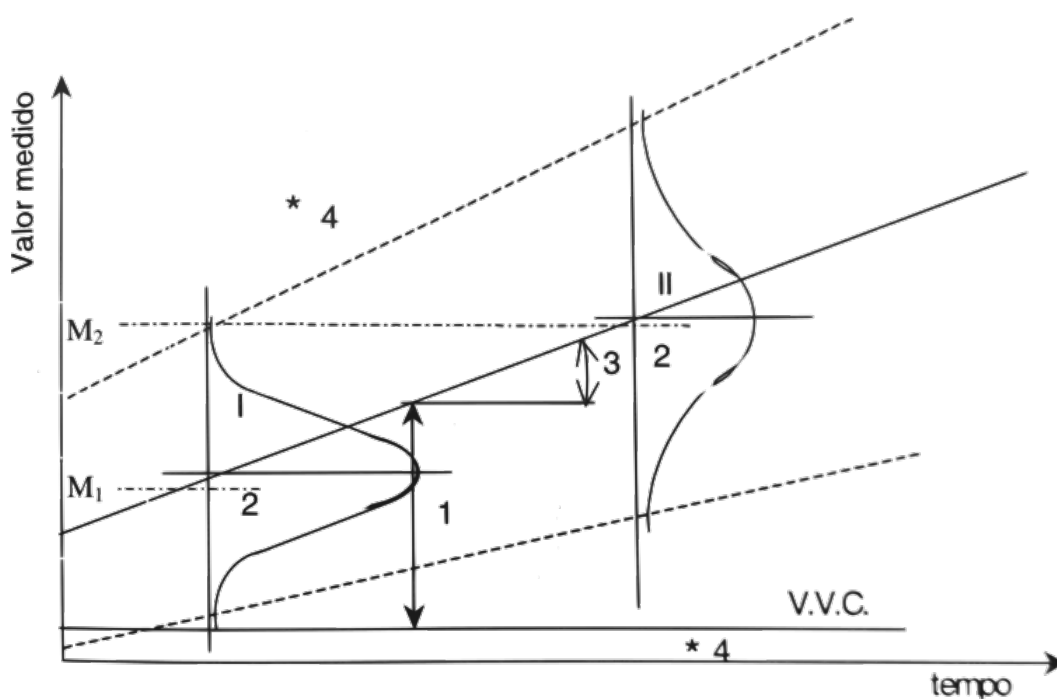
Sabe-se que existe erro sempre que o comportamento real de um sistema se afasta do ideal. Em relação a experimentos e grandezas físicas, o erro de medição está presente sempre que a indicação do sistema de medição não coincide com o valor verdadeiro do mensurando. Matematicamente, o erro de medição é expresso pela seguinte equação (ALBERTAZZI; SOUSA, A. R. de, 2008, p. 39:43):

$$\eta = y_i - y_v \quad (18)$$

de modo que η representa o erro, y_i o valor indicado pelo sistema de medição e y_v o valor verdadeiro do mensurando.

A Figura 6 aponta as principais componentes do erro de medição. Destacado no gráfico, o ponto (1) representa o erro sistemático, (2) o erro aleatório, (3) o erro temporal, (4) o erro acidental (por alguns autores chamado de erro grosseiro) e VVC é o Valor Verdadeiro Convencional (LINK, 2000, p. 29 e 30).

Figura 6 – Tipos de erros.



Fonte – Link (2000, p. 29).

Interpretando a Figura 6, o erro sistemático (1) é o valor do erro com módulo e sinal em dado instante de tempo. O aleatório (2) é representado pela distribuição

Normal e descreve os valores médios M_1 e M_2 . O erro temporal (3) está representado como a variação da média ao longo do tempo e o erro acidental (4) é um ponto discrepante, o qual é gerado por causas alheias ao processo de medição (LINK, 2000, p. 29 e 30).

Define-se como erro sistemático aquele que permanece constante ou de modo previsível a partir de repetidas medições. Esses, geralmente são originados por um desgaste do sistema de medição, método de medição, condições ambientais, entre outras causas (LIRA, 2001, p. 67).

Para complementar, segundo Vuolo (1996, p. 83), os erros sistemáticos podem ser divididos em: instrumentais (resultantes da calibração do instrumento de medição), ambientais, observacionais (devido a pequenas falhas do procedimento ou limitações do observador) e os erros sistemáticos teóricos (geralmente resultantes da aproximação e/ou simplificação de fórmulas teóricas e grandezas físicas).

Já o erro aleatório, também chamado de erro estatístico, é definido como a componente do erro que varia de maneira imprevisível com base em repetidas medições. Entre os fatores que colaboram para o aparecimento do erro aleatório, destacam-se: atritos, vibrações, folgas e condições ambientais. Muitos autores consideram o erro temporal como uma das componentes do erro aleatório (LIRA, 2001, p. 68). Além disso, conforme o número de repetições das medições aumenta (tendendo ao infinito), o valor médio se aproxima do valor verdadeiro da grandeza (VUOLO, 1996, p. 78).

Por fim, os erros grosseiros (por alguns autores chamado de erros acidentais ou ilegítimos), são erros devido aos fatores externos e não aos instrumentos. Geralmente, são enganos ocorridos nas medições. Esse tipo de erro não é abordado do ponto de vista da teoria dos erros e, portanto, pode ser desconsiderado. Em síntese, esse tipo de erro acontece devido a leitura errônea, defeito do sistema de medição, manipulação indevida do instrumento de medição, entre outros fatores (VUOLO, 1996, p. 86; LIRA, 2011, p. 69).

2.3.2 Conceitos de incerteza

A definição de incerteza de medição apresentada no Vocabulário Internacional de Metrologia (VIM) citada por Link (1997, p. 17) é estabelecida como um parâmetro associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser atribuídos a um mensurando. Ainda, pode ser classificada como incerteza do tipo A ou B.

Sendo assim, a incerteza do tipo A é calculada por métodos estatísticos e representa a dispersão da série de medições. Consequentemente, avalia a componente de natureza aleatória das medidas (LINK, 1997, p. 17).

Por outro lado, a incerteza do tipo B é determinada a partir de informações adjacentes ao processo de medição. Tem-se como exemplo a incerteza de um padrão

de referência, o tipo de indicação de um instrumento, a temperatura ambiente, os gradientes de temperatura, entre outros (LINK, 1997, p. 17).

Em relação às componentes usadas nos estudos de propagação de incertezas, destacam-se a incerteza padrão, incerteza combinada e incerteza expandida.

A incerteza padrão denomina-se como o valor do desvio padrão do erro aleatório da medição em estudo e proporciona uma medida de intensidade da componente aleatória do erro (ALBERTAZZI; SOUSA, A. R. de, 2008, p. 56 e 57).

Define-se como incerteza combinada, o desvio padrão resultante da combinação de todas as componentes aleatórias das fontes de incerteza que influenciam o processo de medição (ALBERTAZZI; SOUSA, A. R. de, 2008, p. 203).

Por fim, Albertazzi e André Roberto de Sousa (2008, p. 205) definem a incerteza expandida como o intervalo a qual espera-se encontrar a componente aleatória dos erros do processo de medição. Comumente esse intervalo, ou faixa de valores, é calculado para uma probabilidade de 95%. Em outras palavras, determina-se a incerteza expandida pelo produto da incerteza combinada com o respectivo coeficiente de *Student*.

2.3.3 Propagação de incertezas

Nesta seção serão apresentadas as equações utilizadas na teoria de propagação de incertezas (ou propagação de erros). Para isso, foram consultados os livros de Vuolo (1996) e Link (2000) e o Guia para Expressão da Incerteza de Medição, do inglês *Guide to the expression of Uncertainty in Measurement* (GUM), publicado pelo Comitê Conjunto de Guias de Metrologia, do inglês *Joint Committee for Guides in Metrology* (JCGM), no ano de (2008).

Geralmente, uma grandeza qualquer, ω , é expressa como função de outras grandezas x, y, z, \dots , logo representada pela Equação 19.

$$\omega = \omega(x, y, z, \dots) \quad (19)$$

de modo que x, y, z, \dots , são consideradas grandezas experimentais e suas incertezas padrão representadas por $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \dots$, respectivamente.

Considerando que os erros nas variáveis x, y, z, \dots , são completamente independentes, a partir da LPU, e considerando a expansão de primeira ordem da série de potência, a incerteza padrão em ω é expressa de forma aproximada pela Equação 20.

$$\sigma_{\omega}^2 = \left(\frac{\partial \omega}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2 + \dots \quad (20)$$

sendo σ_{ω} a incerteza combinada.

Ao considerar dependência entre as variáveis envolvidas, tem-se a fórmula geral para propagação de incertezas (ou erros) definida pela Equação 21:

$$\begin{aligned} \sigma_{\omega}^2 = & \left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial\omega}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial\omega}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2 + \dots \\ +2 & \left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial\omega}{\partial y}\right) \sigma_{xy}^2 + 2 \left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial\omega}{\partial z}\right) \sigma_{xz}^2 + 2 \left(\frac{\partial\omega}{\partial y}\right) \left(\frac{\partial\omega}{\partial z}\right) \sigma_{yz}^2 + \dots \end{aligned} \quad (21)$$

de modo que σ_{xy} representa a covariância (ou variância conjunta) das variáveis envolvidas (x, y). Essa, pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$\sigma_{xy}^2 = cov(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y) \quad (22)$$

Após a apresentação dos principais conceitos e formulações matemáticas que serão utilizados neste trabalho, a seguir serão apresentados estudos relacionados ao tema.

2.4 ESTUDOS RELACIONADOS

Nesta seção serão descritos artigos científicos que contribuem com a fundamentação teórica, relevância e originalidade do trabalho. Para a seleção desses artigos foi utilizado o método da Revisão Sistemática da Literatura (RSL), adaptado de Conforto *et al.* (2011). No Apêndice B, encontra-se o desenvolvimento passo a passo da RSL. Portanto, a seguir serão apresentadas as sínteses dos estudos catalogados pelo método.

Sabe-se que avaliar a incerteza de medição é muito importante para expressar a qualidade dos resultados obtidos em ensaios. A fim de identificar os principais métodos para analisar incertezas de medições, Hack e Caten (2012) realizaram uma RSL visando encontrar artigos publicados entre 2004 e 2010 e classificá-los quanto a sua abordagem.

Para isso, inicialmente Hack e Caten (2012) selecionaram os seguintes periódicos como fontes primárias de seu estudo: *IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT*, *Measurement*, *Flow Measurement and Instrumentation* e *Precision Engineering*. As buscas foram realizadas nas seguintes bases de dados: *Science Direct*, *Emerald* e *SciELO*. Os autores utilizaram apenas a palavra "uncertainty" como *string* de busca e encontraram 114 resultados.

Em relação à classificação dos resultados, os artigos foram organizados quanto a abordagem e de acordo com o método utilizado para avaliar a incerteza. As principais abordagens para avaliar incerteza encontradas foram: Guia para a expressão da incerteza de medição (GUM), Simulação de Monte Carlo, do inglês *Monte Carlo*

Simulation (MCS) e lógica Fuzzy. Ainda, Hack e Caten (2012) ressaltaram que alguns trabalhos utilizavam sua própria metodologia e / ou múltiplas metodologias.

Resumidamente, Hack e Caten (2012) destacaram que o GUM é o método mais utilizado para avaliar incertezas de medição nos artigos científicos encontrados, correspondendo à 55,3% dos resultados.

Visto os principais métodos para avaliar a incerteza, é perceptível a sua ampla gama de aplicação, especialmente em ensaios mecânicos. Estudos como o de Lucca *et al.* (2010) salientam a importância da avaliação da incerteza em ensaios de nanoindentação. Em seu trabalho, os autores apresentaram uma revisão sobre nanoindentação, descrevendo o equipamento utilizado para o ensaio e os procedimentos para análise dos resultados.

Além disso, Lucca *et al.* (2010) demonstraram os métodos desenvolvidos para verificação e calibração do equipamento, incluindo uma discussão sobre a incerteza dos parâmetros referentes à calibração. Em relação à avaliação da incerteza, foram destacados dois métodos baseados nos procedimentos descritos pelo GUM e aplicados em relação aos parâmetros para obtenção do módulo de elasticidade e dureza.

Uma revisão crítica sobre a propagação de incertezas para a obtenção do módulo de elasticidade em ensaios de Indentação por Detecção de Profundidade, do inglês *Depth Sensing Indentation* (DSI), foi realizada por Díaz (2020). Ressalta-se que DSI, nanoindentação e indentação instrumentada são nomenclaturas equivalentes ao mesmo ensaio.

Em seu estudo, Díaz (2020) teve como objetivo discrepar as incertezas experimentais das incertezas teóricas, as quais são provenientes de hipóteses adotadas referentes às propriedades mecânicas de indentador e amostra (um exemplo é o uso de valores tabelados para o coeficiente de Poisson).

De modo geral, Díaz (2020) apontou que as incertezas experimentais são as principais fontes de erros para a obtenção do módulo de elasticidade. Ainda, o autor destacou que para metais moles a incerteza teórica se aproxima da experimental. Por outro lado, para metais duros, as incertezas teóricas podem ser negligenciadas.

Nos estudos de Cagliero *et al.* (2015) foi investigada a incerteza de medição do módulo de elasticidade referente ao ensaio de indentação instrumentada. Três abordagens diferentes para estimar o módulo de elasticidade (um deles proposto pelos autores) são avaliadas pela aplicação do GUM. Os autores validaram o seu método comparando a incerteza dos resultados.

Wu *et al.* (2011) avaliaram a incerteza das propriedades mecânicas de filmes de nitreto de silício obtidas pelo ensaio de indentação instrumentada através da propagação de incertezas (LPU).

Outro exemplo é o estudo de Marcus Garcia e Angelini (2019). Os autores propuseram uma nova abordagem para obter as propriedades mecânicas de hidrogéis

através do ensaio de indentação instrumentada. Foi realizada uma análise em relação aos erros envolvidos nessa abordagem e, além disso, determinado um método para propagar erros.

Analogamente, Kuhinek *et al.* (2011) realizaram ensaio de compressão em amostras de rocha e utilizaram o método da propagação de incertezas (LPU) para avaliar a incerteza do diâmetro dos corpos de prova, módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson. Os autores não consideraram relação entre as fontes de incertezas e compararam os resultados obtidos com as incertezas típicas de outros materiais, como o concreto e materiais metálicos.

Similarmente, Fábio José Pinheiro Sousa *et al.* (2006) desenvolveram um equipamento para realizar ensaios de risco e utilizaram a propagação de erros para investigar a sua incerteza de medição. Fabricio *et al.* (2016) elaboraram um procedimento para estimar a incerteza de medição do coeficiente de anisotropia de chapas metálicas a partir do método proposto pelo GUM. Nos estudos de Morel *et al.* (2018), foram avaliadas as propriedades de nanofibras de ácido polilático (PLLA), um dos ensaios realizados foi o de flexão e a propagação de erros foi utilizada para analisar as incertezas envolvidas.

Tasic e Acko (2011) elaboraram um equipamento para realizar medições internas a partir de um interferômetro a laser e uma máquina de medir por coordenadas, a incerteza de medição foi analisada com o emprego da lei da propagação de erros. No trabalho desenvolvido por Godina *et al.* (2012), a teoria dos erros foi introduzida para avaliar a calibração por comparação mecânica de blocos padrão.

Um estudo voltado à verificação de desempenho de instrumentos de medição é explorado por Salsbury e Morse (2012). O objetivo dos autores foi desenvolver um modelo geral para incerteza de medição relacionado à verificação de desempenho desses instrumentos, para isso utilizaram o GUM aplicado ao erro de indicação dos mesmos. Foram realizados exemplos práticos para legitimar o seu modelo. Os casos em estudo foram para avaliar a incerteza de medição de um micrômetro, dureza Rockwell e de uma máquina de medição por coordenadas. Com isso, os autores evidenciaram que a incerteza obtida pelo seu modelo difere do modelo convencional, possibilitando novas investigações.

Enfatizando estudos voltados à propriedade de dureza, Berry e Mulhearn (1969) examinaram a incerteza de medição da profundidade efetiva de revestimentos em aços temperados. Para isso, realizaram ensaios de dureza Vickers (*HV*), definiram as fontes de incertezas e as avaliaram pela teoria da propagação de erros (até aquele momento não existia o GUM).

O trabalho de Berry e Mulhearn (1969) é importante para evidenciar que em 1969 já haviam preocupações com a incerteza dos resultados, especialmente em ensaios de dureza.

Ainda em um contexto histórico, Petik (1983) escreveu um artigo intitulado "Problemas de Medição de Dureza" (do inglês - *Problems of Hardness Measurement*). Em seus estudos, o autor relatou que a dureza, de modo geral, depende do comprimento medido referente à indentação e de parâmetros físicos que prescrevem o experimento, como valores de comprimento, ângulo, velocidade e força.

Porém, Petik (1983) destacou que a magnitude da dureza é função apenas do comprimento de indentação, as outras variáveis físicas mencionadas são descritas como valores nominais ao ensaio. Assim, o autor salientou que um dos objetivos de pesquisa na área da metrologia é avaliar a influência dos desvios das variáveis nominais no valor de dureza.

Consoante à preocupação sobre os fatores que podem influenciar o valor dos ensaios, Herrmann *et al.* (2000) realçam que uma das principais fontes de incerteza em ensaios de nanoindentação está relacionada à geometria do indentador. Portanto, em seus estudos, os autores avaliaram a incerteza das funções área para indentadores com geometrias Berkovich e esférica.

Para isso, os autores utilizaram duas abordagens: (1) medição direta da área do indentador através da Microscopia de Força Atômica, do inglês *Atomic Force Microscopy* (AFM), e (2) indentação em materiais de referência com módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson conhecidos. Como principal resultado, Herrmann *et al.* (2000) destacaram que houve concordância entre as duas abordagens, porém a abordagem (2) requer um considerável esforço experimental e, portanto, recomenda-se o uso do AFM.

Os fatores que influenciam os resultados da medição da dureza Shore foram discutidos por Mohamed e Aggag (2003). Em seus estudos, os autores identificaram tais fatores, demonstraram o processo de calibração e utilizaram a abordagem do GUM para avaliar as incertezas envolvidas.

Mohamed e Aggag (2003) listaram as seguintes fontes de incerteza e suas distribuições de probabilidade: faixa de erro aceitável proveniente da calibração do equipamento, incerteza relativa à instabilidade a longo prazo do transdutor de força, variação de temperatura, efeito da resolução do durômetro, erro referente à inclinação do durômetro e incerteza de parâmetros relacionados à geometria do indentador foram abordados pela distribuição retangular. Já a incerteza referente aos efeitos de repetibilidade e do transdutor de força foram descritos pela distribuição normal.

Resumidamente, Mohamed e Aggag (2003) ressaltaram que seu estudo proporcionou um guia para estimar a incerteza expandida do processo de calibração e identificaram que o desalinhamento do durômetro é o fator de maior contribuição na incerteza da medição de dureza Shore.

Ellis *et al.* (2008) investigaram os fatores contribuintes que geram as incertezas de primeira e segunda ordem em ensaios DSI. Os autores apresentaram uma revisão

para cada termo da incerteza expandida a fim de determinar as fontes e magnitudes dos erros contribuintes no processo de medição. Além disso, foram realizadas simulações computacionais das indentações para três geometrias diferentes de indentadores: Berkovich, Berkovich modificada e Vickers.

O objetivo das simulações foi avaliar a incerteza da profundidade de indentação e a incerteza da função área devido a desalinhamentos entre indentador e corpo de prova (ELLIS *et al.*, 2008).

Como resultados, Ellis *et al.* (2008) destacaram que indentadores Berkovich e Berkovich modificado estão mais suscetíveis aos efeitos de desalinhamentos do que a geometria Vickers. Além disso, os autores ressaltaram que a incerteza da área projetada foi maior do que a incerteza da área superficial para os três casos.

Kumar *et al.* (2017) discutiram em seus estudos o procedimento para a aplicação do Método de Monte Carlo, do inglês *Monte Carlo Method* (MCM), para avaliar a incerteza de medição de blocos padrão de dureza. Além disso, compararam o MCM com a lei da propagação de incertezas (LPU) através de estudos de caso de ensaios de dureza Brinell.

As fontes de incerteza exploradas no estudo foram a (F) força de ensaio [N], (D) diâmetro do indentador [mm] e (d) diâmetro de impressão [mm], não foram consideradas correlações entre as mesmas. A distribuição de probabilidades Normal foi estimada para representar os três parâmetros. O estudo de caso envolveu a calibração dos blocos padrão em duas escalas, ou seja, foram realizadas 10 medições de dureza em blocos padrão específicos para ensaios Brinell nas escalas 2,5/187,5 e 10/3000 (D/F) (KUMAR *et al.*, 2017).

No método LPU a incerteza obtida referente à escala 2,5/187,5 foi de 0,28 e de 0,27 para a escala 10/3000. Já o MCM obteve um valor de incerteza equivalente a 0,28 para ambas as escalas. Portanto, como principal resultado, Kumar *et al.* (2017) ressaltaram a concordância entre os dois métodos.

De maneira análoga, nos estudos de Mahmoud e Hegazy (2017), MCS e GUM foram usados para avaliar a incerteza de medição de dureza em aplicações Vickers e Brinell. Os autores salientaram que o objetivo do trabalho foi investigar a diferença entre os métodos (MCS e GUM) e detectar os efeitos da correlação entre fontes de incerteza na incerteza final.

No desenvolvimento de seu trabalho, Mahmoud e Hegazy (2017) conceituaram os dois métodos, apresentaram as definições de dureza (Vickers e Brinell) e suas formulações matemáticas, definiram as fontes de incerteza e descreveram o procedimento de análise da incerteza para os dois métodos.

Destacam-se nos estudos de Mahmoud e Hegazy (2017) que os cálculos para a propagação de erros foram especificados (conforme Equação 21) e os coeficientes de sensibilidade (derivadas parciais da Equação 21) foram apresentados. Porém, faz-se

uma ressalva em relação à seguinte expressão apresentada pelos autores:

$$\frac{\partial HV}{\partial d} = \frac{-2 F \operatorname{sen}\left(\frac{136}{2}\right) d}{\sqrt{d^2}} \quad (23)$$

os autores descreveram essa equação como a derivada parcial da função de dureza Vickers (ver Equação 17 e considerar α constante) em relação à d , sendo que o correto seria:

$$\frac{\partial HV}{\partial d} = \frac{-4 F \operatorname{sen}\left(\frac{136}{2}\right)}{d^3} \quad (24)$$

Em relação aos resultados, Mahmoud e Hegazy (2017) observaram que o GUM superestimou levemente a incerteza em relação ao método MCS, porém, ressaltaram que essa diferença não é significativa. Portanto, suas análises evidenciaram compatibilidade entre os métodos. Ainda, os autores perceberam que a correlação entre as fontes de incerteza exerce um impacto significativo na incerteza expandida, especificamente ao considerar a correlação houve um decréscimo de cerca de 10% na incerteza expandida em ambos os métodos.

Uma das vantagens do ensaio de microdureza é a obtenção de propriedades do material em locais específicos. Sabe-se que muitos autores estudam a relação da dureza com outras propriedades. Desse modo, nos estudos de Keist e Palmer (2017) foram avaliadas as relações entre a dureza, tensão de escoamento e resistência à tração de uma liga de titânio (Ti-6Al-4V) fabricada por manufatura aditiva.

Keist e Palmer (2017) salientaram em seus estudos que um dos problemas do ensaio de microdureza em componentes de Ti-6Al-4V é a alta variabilidade dos resultados. Isso os motivou a estudar tais variações estatísticas. Portanto, para realizar a análise, os autores fabricaram amostras da liga de titânio por diferentes procedimentos da manufatura aditiva e realizaram ensaios de microdureza Vickers e de tração.

A avaliação estatística do erro foi realizada através da Análise de Variância (ANOVA) para um nível de confiança de 95%. Além disso, foi realizado o teste de Tukey para comparações múltiplas entre as médias. Ainda, com o intuito de comparar as variabilidades das propriedades para os diferentes parâmetros das amostras, os autores utilizaram o coeficiente da variação (razão entre o desvio padrão e a média). Por fim, para auxiliar a análise da relação entre as propriedades, foi utilizado o método dos mínimos quadrados (KEIST; PALMER, 2017).

Em resumo, entre os principais resultados, Keist e Palmer (2017) apontaram o número de ensaios necessários para superar o erro de medição e a variabilidade estatística e, portanto, salientaram que as medições de microdureza são capazes de prever tensões de escoamento e de ruptura do material.

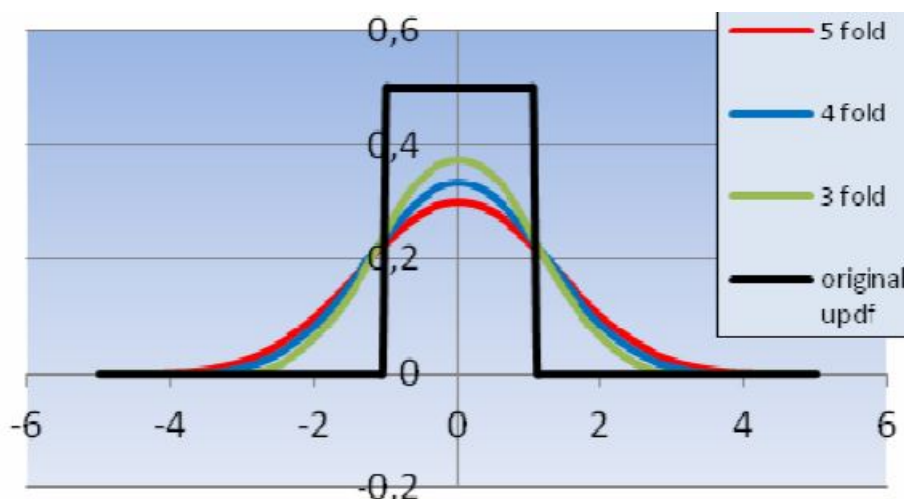
Com base em uma abordagem teórica, Chiu (1992) propôs equações para avaliar tensões residuais no plano e para o módulo de elasticidade de revestimentos

de carbeto de titânio (TiC). Os desvios das equações foram analisados pelo cálculo do erro relativo.

Além disso, as propriedades do revestimento foram obtidas experimentalmente, pela deflexão de uma viga engastada. Em suma, os autores confrontaram os resultados da inferência estatística (obtidos pelo método dos mínimos quadrados) com os experimentais. Como resultado, constataram que os valores experimentais não contradizem os teóricos (CHIU, 1992).

Uma nova abordagem para a avaliação da incerteza de medição foi proposta por Pencea *et al.* (2013). Basicamente, o método consiste em múltiplas convoluções de uma função densidade de probabilidade uniforme padronizada para representar os dados em estudo. A Figura 7 ilustra o efeito das convoluções na Função Densidade de Probabilidade, do inglês *Probability Density Function* (PDF).

Figura 7 – Múltiplas convoluções da PDF uniforme.



Fonte – Pencea *et al.* (2013).

A fim de validar o seu método, Pencea *et al.* (2013) utilizaram um estudo de caso. Resumidamente, foram realizadas 10 indentações Vickers de modo que a incerteza foi avaliada pelo método GUM, considerando distribuição de *Student* para representar os valores de dureza, e pela abordagem das múltiplas convoluções.

Fomentando os resultados, Pencea *et al.* (2013) constataram que a incerteza relativa encontrada pelo GUM foi de 6,7% e pelo seu método de 3,8%. Desse modo, os autores apontaram que o método do GUM superestima a incerteza de medição. Ainda, os autores destacaram que quando a distribuição de probabilidades do mensurando é desconhecida ou insuficientemente documentada, a melhor estimativa é considerar que ela possui distribuição uniforme.

Com ênfase à dureza Vickers, Elizabeth *et al.* (2019) compararam em seus estudos as incertezas de medição obtidas pelo método LPU e MCS. Para o desenvolvimento do estudo, os autores realizaram 5 indentações em um bloco padrão de

dureza para diferentes escalas de HV. Sendo as escalas: HV1 (força de ensaio de 1 kgf), HV10 (força de ensaio de 10 kgf) e HV30 (força de ensaio de 30 kgf).

Ainda sobre o procedimento do trabalho, as fontes de incerteza definidas foram: (F) força de ensaio em [N] e (d_{med}) diagonal de indentação em [mm]. Foi exposto a equação geral para propagação de incertezas e também a forma simplificada (sem considerar correlação entre as variáveis), porém os autores não especificaram qual foi utilizada. Além disso, foram descritos os métodos LPU e MCS e a distribuição normal foi definida para representar ambas as fontes de incerteza (ELIZABETH *et al.*, 2019).

Apesar de Elizabeth *et al.* (2019) apresentarem a definição de dureza Vickers conforme Equação 17, os autores primaram a avaliação da incerteza pela definição usual (Equação 4).

Sintetizando os resultados, a Tabela 5 apresenta os valores médios de HV e a incerteza expandida para as diferentes escalas e métodos utilizados.

Tabela 5 – Comparação entre GUM/LPU e MCS.

Abordagem	Valor médio de HV	Incerteza expandida (em HV)
HV1		
GUM/LPU	126,9	2,4
MCS	126,8	2,4
HV10		
GUM/LPU	678,0	10,9
MCS	677,8	10,6
HV30		
GUM/LPU	451,6	7,8
MCS	451,5	7,6

Fonte – Elizabeth *et al.* (2019).

Finalmente, Elizabeth *et al.* (2019) salientaram que os resultados obtidos por ambos os métodos estão em concordância. Como é possível observar na Tabela 5, a incerteza expandida das medições de dureza na escala HV1 foi a mesma para as duas abordagens. Para as outras escalas, os autores destacaram que houve uma pequena discrepância, porém estão dentro dos limites aceitáveis.

De forma complementar os estudos obtidos pela RSL, a seguir serão apresentados trabalhos que também contribuem com a fundamentação teórica do tema.

Krupechacke (2014) propôs em seu trabalho uma expressão analítica para propagação de erros para avaliar o módulo de elasticidade reduzido e dureza de ensaios de nanoindentação.

Para avaliar os resultados, Krupechacke (2014) utilizou os seguintes materiais: sílica amostra padrão, o vidro lixado para avaliar a rugosidade, o policarbonato para avaliar a recuperação elástica lateral e o grafite considerado em duas cargas para avaliar a fratura.

De modo geral, Krupechacke (2014) comparou os resultados do seu modelo com a metodologia convencional para análises experimentais (estatística descritiva), para isso utilizou o conceito de intervalo de abrangência.

Em suas principais conclusões, Krupechacke (2014) verificou que sua metodologia para análise de incertezas obteve incertezas menores que a convencional. Além disso, o autor destaca que ao considerar a covariância entre as fontes de incerteza de seu modelo, obteve erros menores que em outros modelos apresentados na literatura.

El-Sherbiny *et al.* (2012) investigaram a influência do ângulo entre faces opostas de um indetador Vickers no valor de dureza. Para isso, os autores realizaram ensaios em dois blocos padrão de dureza utilizando nove indentadores que apresentavam variações no ângulo. Além disso, foi conduzida uma análise por elementos finitos do processo de indentação para confrontar os valores numéricos com os resultados experimentais.

A medição dos ângulos e os resultados dos ensaios experimentais são apresentados na Tabela 6 (EL-SHERBINY *et al.*, 2012).

Tabela 6 – Efeito do ângulo do indentador na medição de *HV* em dois blocos de dureza diferentes.

Média de α	Bloco padrão de 620 <i>HV</i> $\pm 1,0$	Bloco padrão de 345 <i>HV</i> $\pm 1,0$
135,5	621,2	346,4
136,1	620	345,4
136,335	618	344,4
136,745	616,2	342,2
136,295	619	344
136,36	617,2	343,4
136,805	616,4	343,4
135,84	621,4	345,8
136,67	610,8	343,6

Fonte – El-Sherbiny *et al.* (2012).

El-Sherbiny *et al.* (2012) evidenciaram que a variação entre o menor e maior ângulo é de $1,305^\circ$, variação que corresponde a cerca de 0,96% do ângulo nominal.

Sendo a carga utilizada nos ensaios foi de 50,0 kgf, El-Sherbiny *et al.* (2012) destacam que o aumento do ângulo entre faces opostas do indentador acarreta em um decréscimo de *HV*. A maior variação de dureza ocorreu para o bloco de 620 *HV* e corresponde a cerca de 10,6 *HV* ou 1,7% do valor nominal do bloco padrão.

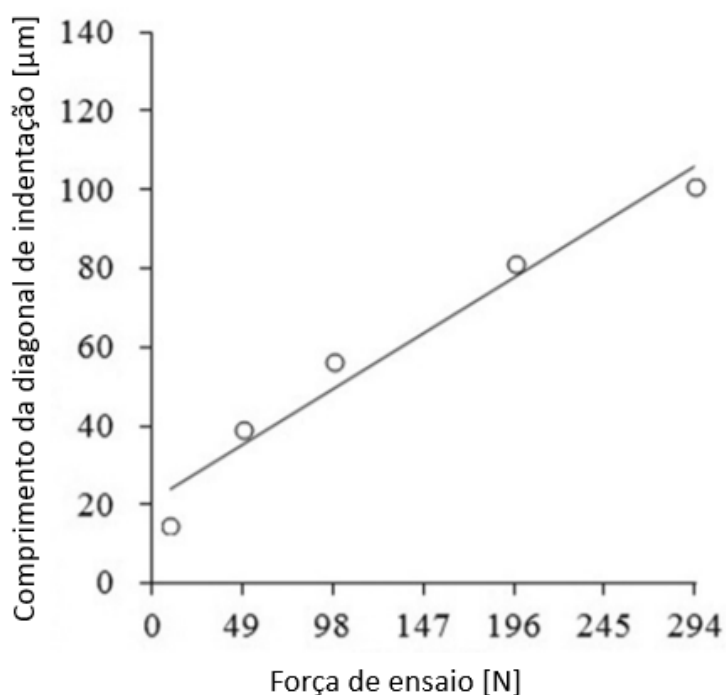
Ainda, El-Sherbiny *et al.* (2012) realizaram uma análise utilizando LPU para avaliar o erro do ângulo entre faces opostas do indentador. Para isso, consideraram F e d_{med} constantes e, em suas análises, destacaram que a cada 1° de variação de α resulta em um erro de 2,1 *HV*.

Já pela análise em elementos finitos, El-Sherbiny *et al.* (2012) ressaltam que a cada 1° de variação de α resulta em um erro de 0,764% de *HV*.

Portanto, El-Sherbiny *et al.* (2012) concluem que as variações no ângulo do indentador Vickers, mesmo que dentro dos limites permitidos por normas, podem levar a variações na dureza medida acima da prevista pela norma.

Uma análise do efeito da carga de indentação na tenacidade à fratura e dureza Vickers da zircônia foi realizada por Harada *et al.* (2013). Desse modo, a Figura 8 ilustra o efeito da força de ensaio na diagonal de indentação.

Figura 8 – Efeito da força no comprimento da diagonal de indentação.



Fonte – Harada *et al.* (2013).

Em uma análise de regressão linear, Harada *et al.* (2013) demonstraram que o coeficiente de correlação entre a força de ensaio e a média das diagonais de indentação é equivalente a 0,98.

De modo similar, nos estudos de Güder *et al.* (2011) foram apresentados coeficientes de determinação para ensaios de microdureza Vickers e Knoop superiores a 0,999.

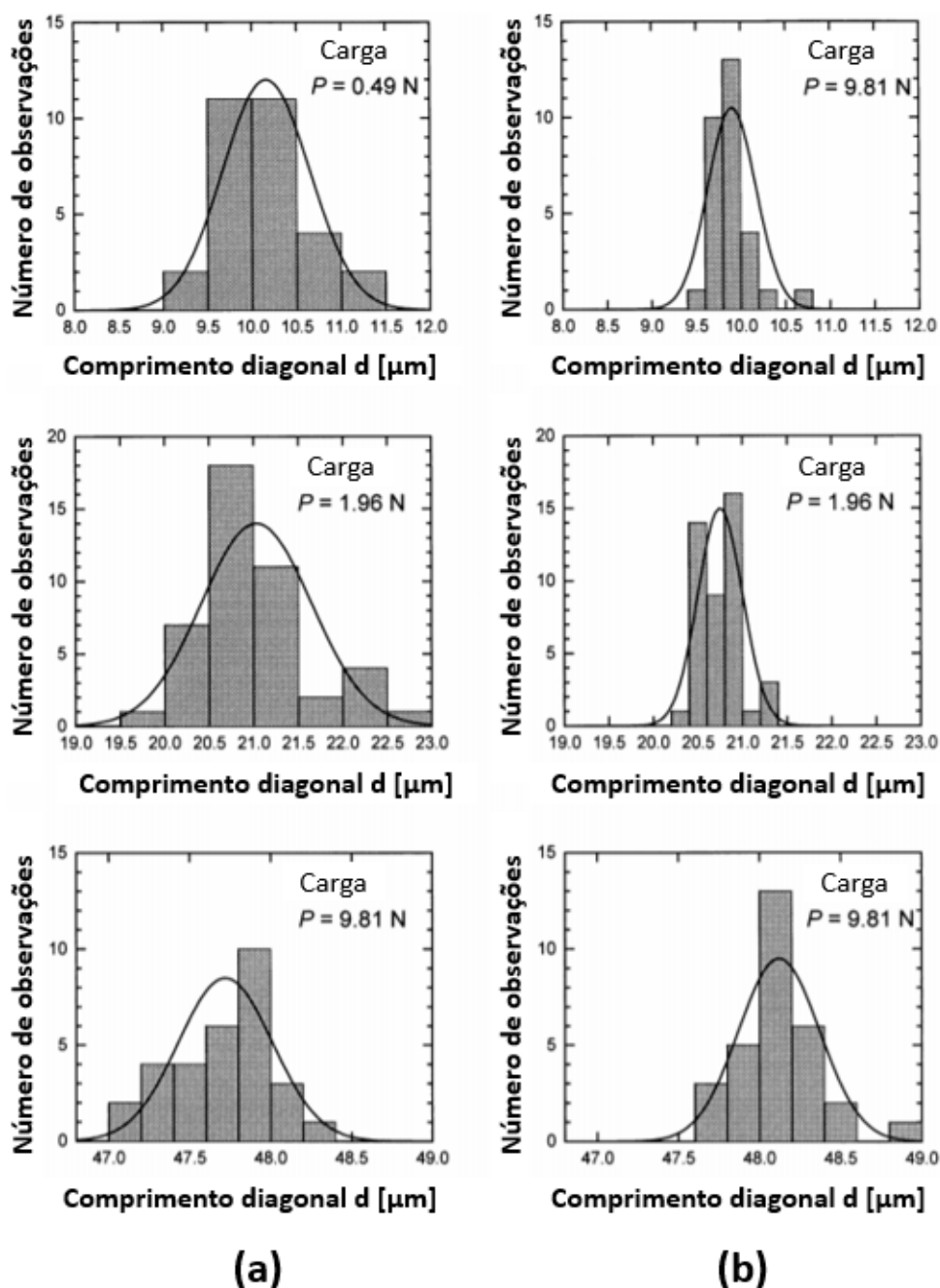
A fim de verificar a confiabilidade dos resultados de dureza Vickers, Schneider *et al.* (1999) avaliaram as dispersões estatísticas das medições de *HV*. Para isso, realizaram diversos ensaios *HV*, variando a força de ensaio (0,0981, 0,491, 0,981, 1,96, 4,91, e 9,81 N) em um bloco padrão de dureza.

Em relação as diagonais de indentação, Schneider *et al.* (1999) investigaram que a frequência de distribuição dos dados segue a distribuição Normal, através de

cinco testes não paramétricos, são eles: Kolmogorov–Smirnov, Shapiro, teste do chi-quadrado de Pearson, Lilliefors e Henry. Para todos os testes realizados, os autores verificaram que as diagonais de indentação podem ser representadas pela distribuição Normal com um nível de confiança de 95%.

A partir disso, Schneider *et al.* (1999) representaram as frequências das diagonais de indentação por histogramas ajustados pela distribuição Normal, ajuste feito pelo método dos mínimos quadrados. A Figura 9 ilustra esse ajuste.

Figura 9 – Histogramas dos comprimentos diagonais registrados por (a) instrumento óptico e (b) microscópio confocal.



Fonte – Schneider *et al.* (1999).

Ainda, os autores verificaram que a distribuição de dureza Vickers apresenta assimetria e, a partir disso, propuseram um modelo de distribuição de probabilidades para *HV*, baseado na conservação das densidades de probabilidades.

Entre os principais resultados e conclusões, Schneider *et al.* (1999) destacam que as diagonais de indentação podem ser representadas pela distribuição Normal, e propuseram uma distribuição própria para a dureza Vickers, pois esta é assimétrica. Além disso, determinaram uma equação que descreve o número mínimo de indentações para que a distribuição de *HV* possa ser representada, de modo aproximado, pela distribuição Normal.

3 DELINEAMENTO, QUESTÕES NORTEADORAS E OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Neste capítulo serão expostos o delineamento do tema, as questões norteadoras e os objetivos específicos. O intuito do delineamento do tema é apresentar o panorama da revisão da literatura e apontar as lacunas existentes.

As questões norteadoras contribuem para a formulação do problema e os objetivos específicos representam a maneira em que as questões serão respondidas neste trabalho.

Portanto, o capítulo será dividido em três seções. Na seção a seguir será relatado o delineamento do tema. Em sequência, serão apresentadas as questões norteadoras, e por fim, os objetivos específicos.

3.1 DELINEAMENTO DO TEMA

A finalidade desta seção é apresentar o contexto teórico referente ao que foi exposto no Capítulo 2, relacionando-o com o objetivo geral do trabalho, o qual foi descrito no capítulo introdutório.

Verificou-se que a definição amplamente utilizada para a dureza Vickers é denotada pela Equação 4. Essa é usualmente utilizada para expressar a magnitude de HV tanto pela indústria e laboratórios (evidenciado pelas normas apresentadas no Apêndice A) quanto por pesquisadores, visto que a maioria dos estudos expostos na Seção 2.4 relacionados à HV utilizavam a Equação 4, que é descrita novamente a seguir.

$$HV = 1,8544 \frac{F}{d_{med}}$$

Além dessa definição, a dedução matemática realizada na Seção 2.2.1 expôs uma abordagem diferente para HV , Equação 17. Essa também foi apresentada no livro de Souza (1982) e nos trabalhos de El-Sherbiny *et al.* (2012), Mahmoud e Hegazy (2017) e Elizabeth *et al.* (2019). No entanto, os autores não apresentaram detalhes quanto a dedução e aplicação dessa abordagem.

As normas expostas na Seção 2.2.2 e no Apêndice A, mostram que há outros fatores que podem influenciar (na forma de incertezas) o valor de HV .

A RSL realizada no trabalho de Hack e Caten (2012) realçou a importância do estudo da incerteza de medição. Além disso, evidenciou que o método GUM (ou LPU) é o mais utilizado para essas análises.

Portanto, entre os estudos obtidos pela RSL e apresentados na Seção 2.4, destacam-se as seguintes aplicações do método GUM / LPU:

- Ensaio de nanoindentação (HERRMANN *et al.*, 2000; ELLIS *et al.*, 2008; LUCCA *et al.*, 2010; WU *et al.*, 2011; CAGLIERO *et al.*, 2015; GARCIA, M.; ANGELINI,

2019; DÍAZ, 2020);

- Ensaio de compressão (KUHINEK *et al.*, 2011);
- Ensaio de risco (SOUSA, F. J. P. *et al.*, 2006);
- Ensaio de anisotropia (FABRICIO *et al.*, 2016);
- Ensaio de flexão (MOREL *et al.*, 2018);
- Equipamento para medições internas (TASIC; ACKO, 2011);
- Calibração de blocos padrão (GODINA *et al.*, 2012);
- Verificação de desempenho de instrumentos de medição (SALSBURY; MORSE, 2012);
- Ensaio de dureza Vickers (BERRY; MULHEARN, 1969; PETIK, 1983; PENCEA *et al.*, 2013; MAHMOUD; HEGAZY, 2017; ELIZABETH *et al.*, 2019);
- Ensaio de dureza Rockwell (PETIK, 1983);
- Ensaio de dureza Shore (MOHAMED; AGGAG, 2003);
- Ensaio de dureza Brinell (PETIK, 1983; MAHMOUD; HEGAZY, 2017; KUMAR *et al.*, 2017).

Ainda, apenas dois estudos não utilizaram a abordagem do GUM. Entre eles, Keist e Palmer (2017) utilizaram a ANOVA para verificar as diferenças estatísticas de seus resultados. Já Chiu (1992) analisou as incertezas de suas equações através do erro relativo e comparou com dados experimentais pela soma dos quadrados dos erros.

Visto a relevância do estudo de incertezas e focando em ensaios de dureza Vickers, verificou-se que, de modo geral, o intuito da aplicação do GUM nos estudos apresentados está diretamente relacionado à avaliação da incerteza do processo.

Postergando análises metrológicas, notou-se que nenhum dos estudos encontrados pela RSL avaliaram as incertezas relativas à definição matemática da propriedade de dureza, especialmente HV , fato que corrobora com a relevância e originalidade dos objetivos que este trabalho pretende alcançar.

3.2 QUESTÕES NORTEADORAS

Uma vez que o objetivo geral deste trabalho visa investigar as incertezas envolvidas na definição matemática de HV , surgem os seguintes questionamentos:

- (i) A definição usual da dureza Vickers (Equação 4) é a melhor abordagem para representá-la?
- (ii) Existem erros desconsiderados na definição usual?
- (iii) É possível inferir uma nova abordagem para HV ?
- (iv) A média das diagonais é uma boa aproximação?

Verificado pelas normas apresentadas que há outros fatores que influenciam o valor de HV em conjunto com a dedução matemática da Seção 2.2.1, posto que não foram encontrados estudos que avaliaram a definição matemática de HV , as perguntas acima direcionam à proposição de uma abordagem modificada para representar a dureza Vickers, descrita pela equação a seguir:

$$HV_m = \frac{8F \operatorname{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{d_1^2 + 2d_1 d_2 + d_2^2} \quad (25)$$

essa equação foi obtida após reescrever a Equação 17, descrita por Souza (1982, p. 124), em função das diagonais, ou seja, substituiu-se a média das diagonais pela relação $\frac{d_1+d_2}{2}$.

Portanto, para alcançar o objetivo geral, serão confrontadas as incertezas das Equações 4 e 25 obtidas pela aplicação da Lei da Propagação de Incertezas (LPU). Além disso, para contribuir com o desenvolvimento do trabalho, a seguir serão descritos os objetivos específicos.

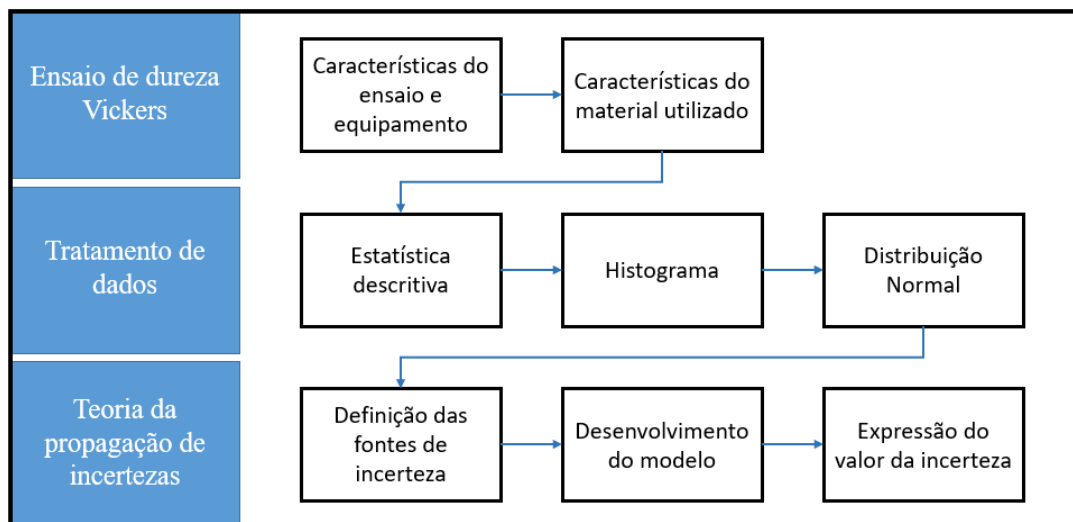
3.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- a. Identificar no método de ensaio de dureza Vickers as tolerâncias das grandezas envolvidas em seu cálculo;
- b. Apresentar os dados dos ensaios de dureza Vickers através da estatística descritiva;
- c. Representar os dados das diagonais de impressão por meio da distribuição Normal;
- d. Desenvolver modelos matemáticos com o uso da teoria da propagação de incertezas (ou propagação de erros) para duas abordagens da definição de dureza Vickers;
- e. Investigar quais são as principais fontes de incerteza e estimar qual fonte de incerteza tem maior contribuição no valor final;
- f. Avaliar qual modelo é o mais adequado para representar a incerteza da dureza Vickers.

4 METODOLOGIA

A metodologia caracteriza os procedimentos realizados para alcançar os objetivos do trabalho. Este estudo consiste na avaliação das incertezas provenientes da definição da dureza Vickers através da teoria da propagação de erros (ou incertezas). Portanto, a ordem das etapas propostas para o desenvolvimento deste trabalho é descrita pela Figura 10.

Figura 10 – Fluxograma das etapas do trabalho.



Fonte – O Autor (2020).

Desse modo, neste capítulo serão expostas cada etapa representada na Figura 10, além das ferramentas, teorias e equações utilizadas. Primeiramente, será apresentado o ensaio de microdureza Vickers. Em seguida, serão abordados os métodos para o tratamento e análise de dados. Por fim, será relatado o procedimento para o desenvolvimento dos modelos de incerteza através da teoria da propagação de erros (ou incertezas).

4.1 MATERIAL E ENSAIO DE MICRODUREZA VICKERS

Os ensaios mecânicos de penetração realizados pela técnica de microdureza Vickers (*HV*) foram previamente realizados por Alexandre Mikowski e Sandro Elias Braun (2007) no Laboratório de Propriedades Nanomecânicas de Superfícies e Filmes Finos (LabNano), vinculado ao departamento de Física da Universidade Federal do Paraná (UFPR). Os ensaios foram realizados em um microdurômetro digital HVS 1000 (Fisher).

O material utilizado para os ensaios foi um vidro isolador de alta tensão. Sua análise química foi realizada na Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) pelo Centro

de Caracterização e Desenvolvimento de Materiais (CCDM). Portanto, sua composição química em porcentagem em massa é descrita por: $Al_2O_3(3, 91) - Fe_2O_3(0, 014) - CaO(6, 86) - MgO(4, 06) - Na_2O(12, 61) - K_2O(2, 3) - BaO(3, 44) - SiO_2(66, 81)$.

Em relação ao ensaio, foi aplicada uma força de 1 kgf, que ao atingir o seu valor máximo programado, permaneceu durante 30 s. Então, foram medidas as duas diagonais (d_1 e d_2) de indentação (marcas geradas no Corpo de Prova (CP)) e registrados os dados. As tabelas com os valores das diagonais se encontram no Apêndice C.

Como mencionado anteriormente, para o cálculo da magnitude da dureza Vickers (HV), considera-se a relação entre a força de ensaio (F) e a média das diagonais de indentação (d_{med}), conforme Equação 4.

4.2 TRATAMENTO DOS DADOS DE DUREZA VICKERS

A estatística descritiva é de fundamental importância em etapas iniciais de estudos experimentais, pois tem como objetivo a organização e apresentação dos dados sem inferir qualquer análise probabilística nos mesmos.

Convencionalmente em laboratórios e indústrias, a variabilidade e incerteza dos ensaios é medida apenas pelo desvio-padrão experimental. Desse modo, as medidas descritivas utilizadas serão a média, variância, desvio-padrão e coeficiente de variação, apresentadas pelas Equações 26 a 29, respectivamente (VUOLO, 1996, p. 95 e 98).

$$\mu_x = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (26)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2}{n} \quad (27)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2}{n}} \quad (28)$$

$$cv_x = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad (29)$$

onde, x representa a variável aleatória em estudo e n o tamanho da população. Tais medidas serão utilizadas para os valores de dureza (HV) e comprimento das diagonais de indentação (d).

Para representação gráfica dos resultados dos ensaios, as distribuições de frequência serão apresentadas por histogramas. A amplitude total (AT) do conjunto de dados é definida pela Equação 30:

$$AT = LS - LI \quad (30)$$

de modo que LS representa o limite superior, ou valor máximo do conjunto de dados, e LI o limite inferior ou valor mínimo dos dados. O número de classes (k) é calculado a partir da Equação 31 e a amplitude de cada classe (h) é definida pela Equação 32:

$$k = \sqrt{n} \quad (31)$$

$$h = \frac{AT}{k} \quad (32)$$

Além disso, a distribuição de probabilidades Normal será assumida para a representação da distribuição das diagonais de indentação, essa afirmação é realizada através dos resultados obtidos no estudo de Schneider *et al.* (1999).

Os cálculos e representações gráficas de histogramas, distribuições e equações serão realizados utilizando o programa *GNU Octave* versão 5.2.0 (EATON *et al.*, 2020).

4.3 APLICAÇÃO DA TEORIA DA PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS

Com os resultados do ensaio mecânico, é possível realizar apenas análises estatísticas e probabilísticas em função da média e dos desvios. A aplicação da teoria dos erros permite, além da dispersão dos resultados, avaliar as incertezas provenientes de outras fontes.

Sabe-se que laboratórios e indústrias comumente consideram como fontes de incerteza de ensaios de dureza Vickers fatores como: incerteza proveniente da calibração do equipamento, incerteza referente à repetibilidade, incerteza da força aplicada no ensaio e incerteza da média das diagonais de indentação.

Visto que é de praxe a avaliação de incerteza para todo o procedimento de ensaio, neste trabalho o foco da aplicação da LPU estará voltado à definição matemática da dureza Vickers (HV). Para isso, a LPU será empregue na definição usual de HV (Equação 4) e na abordagem modificada HV_m (Equação 25).

As fontes de incerteza que serão consideradas para a Equação 4 são: força de ensaio (F) e média das diagonais de indentação (d_{med}). Para a nova abordagem, as fontes de incerteza serão: força de ensaio (F), diagonais de indentação (d_1 e d_2) e o ângulo entre faces do indentador (α).

Destaca-se que as incertezas da força de ensaio são provenientes da calibração do equipamento. Já as incertezas das diagonais são relacionadas às características do material ensaiado, da leitura do operador e do desalinhamento do indentador com a superfície da amostra. Por fim, a incerteza do ângulo α é proveniente da medição de sua geometria.

A distribuição de probabilidades Uniforme será usada para representar as incertezas de F e α , sendo que as equações referentes à essa distribuição são descritas no Apêndice D. Já d_{med} , d_1 e d_2 serão representados pela distribuição Normal.

Serão propostos quatro modelos para a avaliação de incertezas. Esses serão obtidos pela aplicação da teoria da propagação de erros considerando as variáveis independentes e dependentes. Ao aplicar as Equações 4 e 25 na Equação 20, obtém-se, respectivamente, a incerteza combinada para variáveis independentes, conforme:

$$\sigma_{HV(i)}^2 = \left(\frac{\partial HV}{\partial F}\right)^2 \sigma_F^2 + \left(\frac{\partial HV}{\partial d_{med}}\right)^2 \sigma_{d_{med}}^2 \quad (33)$$

$$\sigma_{HVM(i)}^2 = \left(\frac{\partial HVM}{\partial F}\right)^2 \sigma_F^2 + \left(\frac{\partial HVM}{\partial d_1}\right)^2 \sigma_{d_1}^2 + \left(\frac{\partial HVM}{\partial d_2}\right)^2 \sigma_{d_2}^2 + \left(\frac{\partial HVM}{\partial \alpha}\right)^2 \sigma_\alpha^2 \quad (34)$$

Analogamente, considerando a dependência entre as variáveis, ao empregar as Equações 4 e 25 na LPU (Equação 21), obtém-se, respectivamente, a incerteza combinada de acordo com as seguintes expressões:

$$\sigma_{HV(d)}^2 = \left(\frac{\partial HV}{\partial F}\right)^2 \sigma_F^2 + \left(\frac{\partial HV}{\partial d_{med}}\right)^2 \sigma_{d_{med}}^2 + 2 \left(\frac{\partial HV}{\partial F}\right) \left(\frac{\partial HV}{\partial d_{med}}\right) \sigma_F \sigma_{d_{med}} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{HVM(d)}^2 = & \left(\frac{\partial HVM}{\partial F}\right)^2 \sigma_F^2 + \left(\frac{\partial HVM}{\partial d_1}\right)^2 \sigma_{d_1}^2 + \left(\frac{\partial HVM}{\partial d_2}\right)^2 \sigma_{d_2}^2 + \left(\frac{\partial HVM}{\partial \alpha}\right)^2 \sigma_\alpha^2 + \\ & + 2 \left(\frac{\partial HVM}{\partial F}\right) \left(\frac{\partial HVM}{\partial d_1}\right) \sigma_F \sigma_{d_1} + 2 \left(\frac{\partial HVM}{\partial F}\right) \left(\frac{\partial HVM}{\partial d_2}\right) \sigma_F \sigma_{d_2} + \\ & + 2 \left(\frac{\partial HVM}{\partial d_1}\right) \left(\frac{\partial HVM}{\partial d_2}\right) \sigma_{d_1} \sigma_{d_2} + 2 \left(\frac{\partial HVM}{\partial \alpha}\right) \left(\frac{\partial HVM}{\partial d_1}\right) \sigma_\alpha \sigma_{d_1} + \\ & + 2 \left(\frac{\partial HVM}{\partial \alpha}\right) \left(\frac{\partial HVM}{\partial d_2}\right) \sigma_\alpha \sigma_{d_2} + 2 \left(\frac{\partial HVM}{\partial F}\right) \left(\frac{\partial HVM}{\partial \alpha}\right) \sigma_F \sigma_\alpha \end{aligned} \quad (36)$$

de modo que a covariância para as fontes de incertezas dependentes é calculada a partir da Equação 22. Para medir o grau de correlação entre as variáveis dependentes, utiliza-se o coeficiente de correlação de Pearson, descrito por:

$$\rho_{xy} = r(x, y) = \frac{\sigma_{xy}}{\sqrt{\sigma_x \sigma_y}} \quad (37)$$

sendo σ_{xy} a raiz da covariância para fontes de incertezas dependentes e σ_x e σ_y a incerteza padrão das fontes de incerteza relacionadas.

Finalmente, calcula-se a incerteza expandida (U) de acordo com a Equação 38. Sendo t o coeficiente de *Student* obtido para determinado Intervalo de Confiança (IC).

$$U = t \cdot \sigma_c \quad (38)$$

Visto que o coeficiente de *Student*, recomendado por JCGM (2008), para o IC de 95% quando as fontes de incerteza têm distribuições previamente conhecidas é equivalente a 2.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados os resultados e discussões referentes à estatística descritiva aplicada ao banco de dados, ao desenvolvimento e análises dos modelos para propagação de incertezas e, por fim, comparações entre os resultados da metodologia convencional com os modelos propostos.

5.1 TRATAMENTO DE DADOS

A média, variância, desvio-padrão e coeficiente de variação foram determinadas conforme as equações descritas na Seção 4.2. Portanto, os resultados das medidas descritivas para os dados experimentais, descritos no Apêndice C, estão representados na Tabela 7.

Tabela 7 – Medidas descritivas aplicadas ao banco de dados.

Grandezas	Média	Variância	Desvio-padrão	Coefficiente de variação
d_1 [μm]	56,1520	9,2690	3,0445	0,0542
d_2 [μm]	54,8396	9,5993	3,0983	0,0565
d_{med} [μm]	55,4958	6,7622	2,6004	0,0469
HV [GPa]	5,9479	0,3948	0,6283	0,1056

Fonte – O Autor (2020).

Além das diagonais d_1 e d_2 , constam na Tabela 7 as medidas calculadas para d_{med} (média entre d_1 e d_2 para cada ID descrito no Apêndice C) e para HV (que foi calculado conforme Equação 4).

Analisando a Tabela 7, destaca-se que as medidas descritivas aplicadas as diagonais d_1 e d_2 apresentam uma diferença entre as médias de 2,39%, a diferença entre os desvios-padrões é de 1,74% e para os coeficientes de variação é de 4,07%. Para a diagonal d_{med} houve um decréscimo de aproximadamente 13,47% e 16,99% no coeficiente de variação e de 14,57% e 16,07% no desvio-padrão, se comparados à d_1 e d_2 , respectivamente.

Para metais ferrosos o desvio-padrão das diagonais de indentação apresentado pela norma ASTM (2017a) não excede 1,0 μm . O mesmo ocorre nos ensaios realizados por Schneider *et al.* (1999). Além disso, os trabalhos que apresentaram a calibração de equipamentos com o uso de um padrão de dureza também obtiveram desvios na faixa de 1,0 μm (MAHMOUD; HEGAZY, 2017; ELIZABETH *et al.*, 2019).

Diferentemente da calibração de materiais, em ensaios de caracterização frequentemente ocorrem flutuações nos resultados das diagonais devido à estrutura interna do material.

Ademais, é comum a geração de trincas em materiais cerâmicos durante o ensaio de dureza Vickers. Nos estudos de Mikowski *et al.* (2006), os autores evidenciam

que o início da propagação de trincas em um vidro comercial alcalino ocorre a partir de cargas na faixa de 0,2 N.

Esses fatores justificam a diferença entre os desvios das diagonais do banco de dados em relação aos trabalhos apresentados.

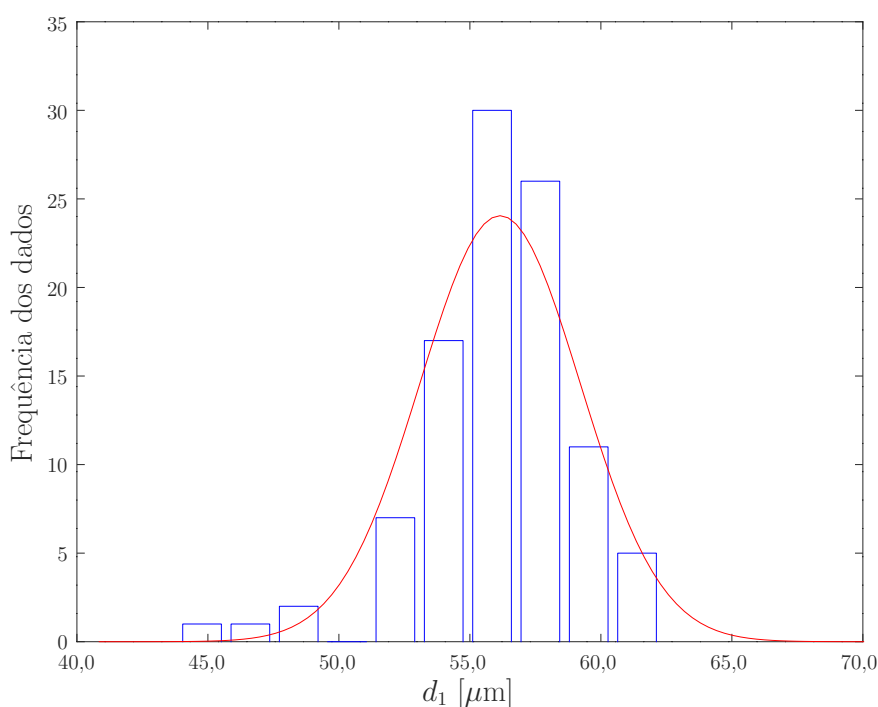
Visto que muitas vezes a incerteza padrão é representada pelo desvio-padrão, o uso de d_{med} pode ser considerado um argumento persuasivo ao apresentar a menor incerteza padrão.

A metodologia convencional para a representação do valor de HV utiliza a média e desvio-padrão obtidos pela estatística descritiva. Portanto, a partir da Tabela 7 o valor indicado para representar a dureza Vickers é equivalente a $5,9479 \pm 0,6283$ GPa.

Com relação à abordagem descritiva, sabe-se que o tamanho do conjunto de dados influencia os resultados. Para um conjunto de 100 experimentos, entende-se que utilizar apenas o desvio-padrão apresentará uma baixa representatividade dos dados. Desse modo, necessita-se um procedimento de maior acurácia para a representação das incertezas.

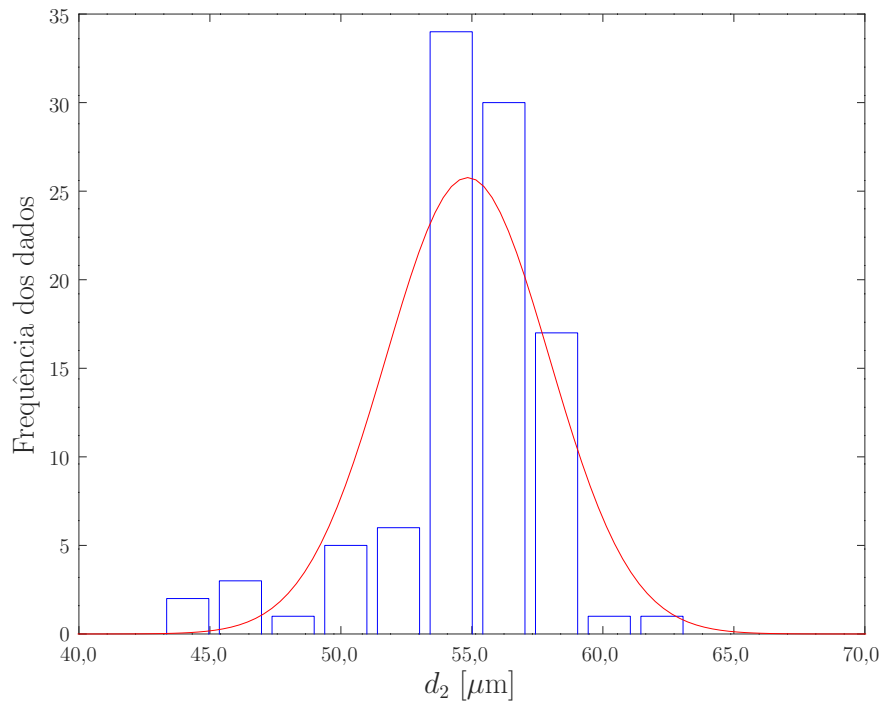
A representação da distribuição de frequência das grandezas da Tabela 7 é ilustrada pelas Figuras 11, 12, 13 e 14. Para d_1 , d_2 e d_{med} os histogramas foram ajustados com a distribuição Normal (curva em vermelho) enquanto HV foi representado apenas pelo histograma.

Figura 11 – Representação da frequência dos dados referentes à diagonal d_1 de indentação, barras em azul representam o histograma e curva em vermelho a distribuição Normal.



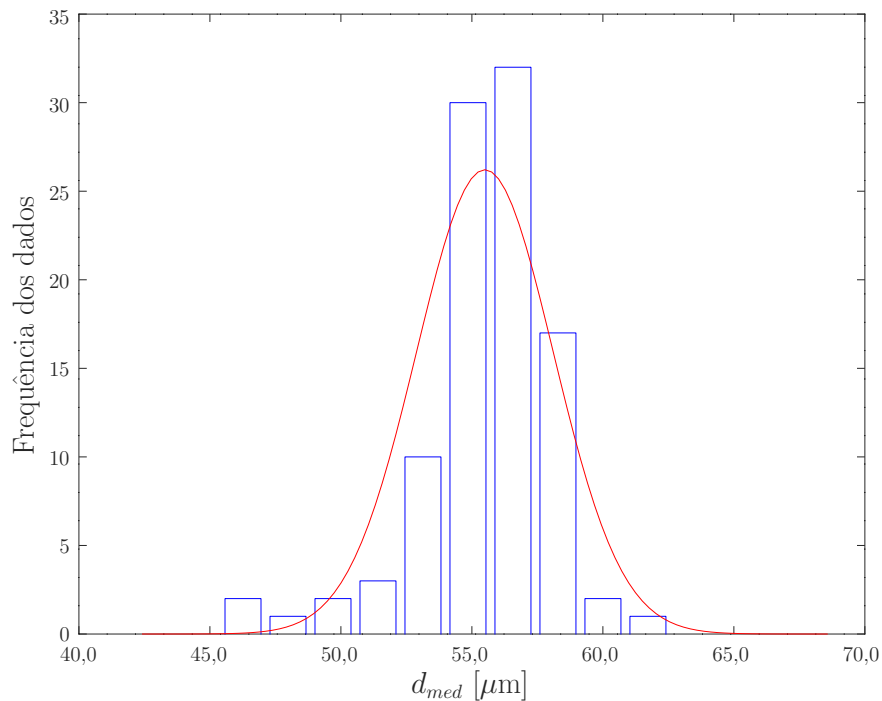
Fonte – O Autor (2020).

Figura 12 – Representação da frequência dos dados referentes à diagonal d_2 de indentação, barras em azul representam o histograma e curva em vermelho a distribuição Normal.



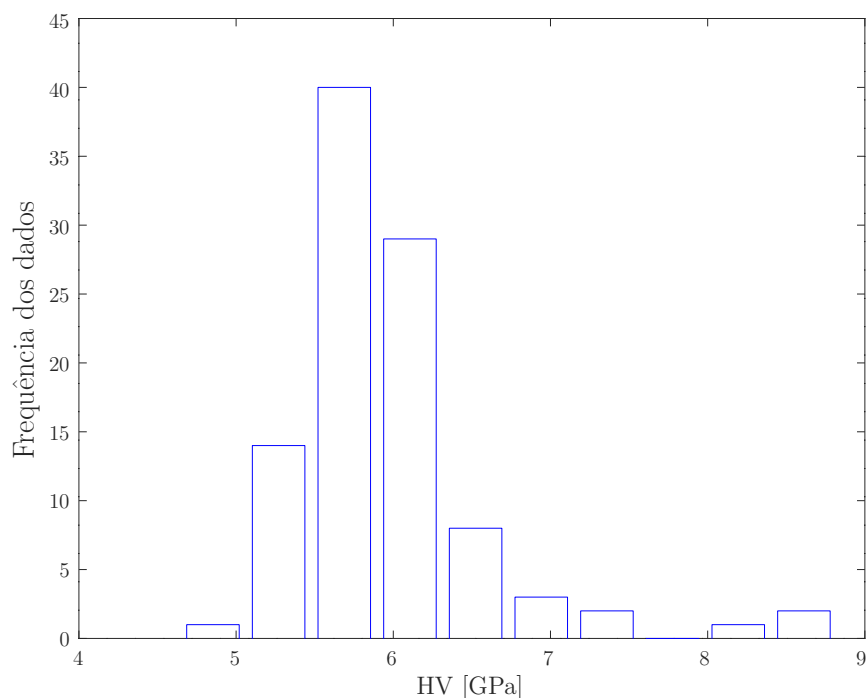
Fonte – O Autor (2020).

Figura 13 – Representação da frequência dos dados referentes à diagonal d_{med} de indentação, barras em azul representam o histograma e curva em vermelho a distribuição Normal.



Fonte – O Autor (2020).

Figura 14 – Representação da frequência dos dados referentes à HV calculado pelas diagonais médias.



Fonte – O Autor (2020).

Nos estudos de Schneider *et al.* (1999) foram realizados diversos ensaios e testes de hipóteses para evidenciar que as diagonais de indentação seguem distribuição Normal. Desse modo, a simetria observada nas Figuras 11, 12 e 13 confirma esse pressuposto.

Em relação à Figura 14, é evidente a assimetria dos dados, sendo que o mesmo comportamento é observado no estudo de Schneider *et al.* (1999), o qual propõe uma abordagem diferente para a representação da distribuição de HV .

Nas próximas seções serão discutidos os modelos de propagação de incertezas e, portanto, possibilitando a comparação dos resultados dos modelos com os resultados da estatística descritiva.

5.2 DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS PARA PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS

Nesta seção será apresentada a construção das expressões para propagação de incertezas da definição matemática usual e modificada da dureza Vickers. Serão propostos modelos tanto para variáveis independentes quanto para variáveis dependentes.

5.2.1 Modelo 1 - Modelo para propagação de incertezas de HV para variáveis independentes

A Equação 33 demonstra a aplicação da LPU na definição usual de HV , ou seja, um modelo geral para a propagação de erros. O desenvolvimento do Modelo 1 se inicia pela determinação das derivadas parciais da Equação 33, conforme:

$$\frac{\partial HV}{\partial F} = \frac{1,8544}{d_{med}^2} \quad (39)$$

$$\frac{\partial HV}{\partial d_{med}} = -\frac{3,7088F}{d_{med}^3} \quad (40)$$

Para que o modelo de propagações de incertezas esteja em função do erro relativo de cada fonte de incerteza, manipulações matemáticas foram realizadas nas Equações 39 e 40 para que as derivadas parciais sejam expressas em função de HV , resultando nas seguintes equações:

$$\frac{\partial HV}{\partial F} = \frac{HV}{F} \quad (41)$$

$$\frac{\partial HV}{\partial d_{med}} = -\frac{2HV}{d_{med}} \quad (42)$$

Substituindo as Equações 41 e 42 na Equação 33, obtém-se:

$$\sigma_{HV(i)}^2 = \left(\frac{HV}{F}\right)^2 \sigma_F^2 + \left(\frac{-2HV}{d_{med}}\right)^2 \sigma_{d_{med}}^2 \quad (43)$$

Por fim, após a realização de manipulações matemáticas, o modelo para obtenção da incerteza combinada de HV considerando variáveis independentes é representado pela Equação 44.

$$\sigma_{HV(i)} = HV \left[\left(\frac{\sigma_F}{F}\right)^2 + 4 \left(\frac{\sigma_{d_{med}}}{d_{med}}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (44)$$

5.2.2 Modelo 2 - Modelo para propagação de incertezas de HV_m para variáveis independentes

A expressão geral para propagação de erros do Modelo 2 é descrita pela Equação 34. Suas derivadas parciais são representadas pelas Equações 45, 46 e 47.

$$\frac{\partial HV_m}{\partial F} = \frac{8\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{d_1^2 + 2d_1d_2 + d_2^2} \quad (45)$$

$$\frac{\partial HV_m}{\partial d_1} = \frac{\partial HV_m}{\partial d_2} = -\frac{16F\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{(d_1 + d_2)^3} \quad (46)$$

$$\frac{\partial HV_m}{\partial \alpha} = \frac{4F \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{d_1^2 + 2d_1 d_2 + d_2^2} \quad (47)$$

Analogamente ao Modelo 1, as derivadas parciais serão expressas em função de HV_m , conforme as seguintes equações:

$$\frac{\partial HV_m}{\partial F} = \frac{HV_m}{F} \quad (48)$$

$$\frac{\partial HV_m}{\partial d_1} = \frac{\partial HV_m}{\partial d_2} = -\frac{2HV_m}{d_1 + d_2} \quad (49)$$

$$\frac{\partial HV_m}{\partial \alpha} = \frac{HV_m \cot\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{2} \quad (50)$$

Substituindo as Equações 48, 49 e 50 na Equação 34, obtém-se:

$$\begin{aligned} \sigma_{HV_m(i)}^2 = & \left(\frac{HV_m}{F}\right)^2 \sigma_F^2 + \left(\frac{-2HV_m}{d_1 + d_2}\right)^2 \sigma_{d_1}^2 + \left(\frac{-2HV_m}{d_1 + d_2}\right)^2 \sigma_{d_2}^2 + \\ & + \left(\frac{HV_m \cot\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{2}\right)^2 \sigma_\alpha^2 \end{aligned} \quad (51)$$

Por fim, após a realização de manipulações matemáticas, o modelo para obtenção da incerteza combinada de HV_m considerando variáveis independentes é representado pela Equação 52.

$$\begin{aligned} \sigma_{HV_m(i)} = & HV_m \left[\left(\frac{\sigma_F}{F}\right)^2 + \frac{4d_1^2}{(d_1 + d_2)^2} \left(\frac{\sigma_{d_1}}{d_1}\right)^2 + \frac{4d_2^2}{(d_1 + d_2)^2} \left(\frac{\sigma_{d_2}}{d_2}\right)^2 + \right. \\ & \left. + \frac{\alpha^2 \cot^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{4} \left(\frac{\sigma_\alpha}{\alpha}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (52)$$

5.2.3 Modelo 3 - Modelo para propagação de incertezas de HV para variáveis dependentes

A expressão geral para propagação de erros do Modelo 3 é descrita pela Equação 35. Suas derivadas parciais já foram apresentadas na Seção 5.2.1. Portanto, substituindo as Equações 41 e 42 na Equação 35, obtém-se:

$$\sigma_{HV(d)}^2 = \left(\frac{HV}{F}\right)^2 \sigma_F^2 + \left(\frac{HV}{d_{med}}\right)^2 \sigma_{d_{med}}^2 + 2 \left(\frac{HV}{F}\right) \left(\frac{HV}{d_{med}}\right) \sigma_F \sigma_{d_{med}} \quad (53)$$

Analogamente aos outros modelos, pretende-se expressar a incerteza combinada em função da incerteza relativa de suas variáveis. Para isso, associa-se o coefici-

ente de correlação de Pearson (Equação 37) com o termo de covariância. Substituindo os índices da Equação 37 por F e d_{med} e isolando a raiz da covariância, obtém-se:

$$\sigma_{Fd_{med}} = \rho_{Fd_{med}} \sqrt{\sigma_F \sigma_{d_{med}}} \quad (54)$$

Ou em termos da covariância:

$$\sigma_{Fd_{med}}^2 = \rho_{Fd_{med}}^2 \sigma_F \sigma_{d_{med}} \quad (55)$$

Substituindo a Equação 55 na Equação 53 e realizando manipulações matemáticas, obtém-se o modelo para obtenção da incerteza combinada de HV considerando variáveis dependentes conforme Equação 56.

$$\sigma_{HV(d)} = HV \left[\left(\frac{\sigma_F}{F} \right)^2 + 4 \left(\frac{\sigma_{d_{med}}}{d_{med}} \right)^2 - 4 \rho_{Fd_{med}}^2 \left(\frac{\sigma_F}{F} \right) \left(\frac{\sigma_{d_{med}}}{d_{med}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (56)$$

5.2.4 Modelo 4 - Modelo para propagação de incertezas de HV_m para variáveis dependentes

A expressão geral para propagação de erros do Modelo 4 é descrita pela Equação 36. Suas derivadas parciais já foram apresentadas na Seção 5.2.2. Para o desenvolvimento deste modelo serão consideradas as seguintes hipóteses:

1. Não há dependência entre a força e o ângulo entre faces opostas do indentador;
2. Não há dependência entre o ângulo entre faces opostas do indentador e as diagonais de impressão.

Justifica-se a hipótese (1) que qualquer alteração da força não resultará em alteração do ângulo entre faces opostas do indentador e vice-versa, portanto são eventos mutuamente independentes.

Com relação à hipótese (2), sabe-se que as diagonais de impressão são dependentes do ângulo entre faces opostas do indentador. Porém, considerando que não há alteração do ângulo entre os ensaios (o desgaste do indentador de diamante é desprezível) os termos de covariância $\sigma_{\alpha d_1}^2$ e $\sigma_{\alpha d_2}^2$ serão considerados nulos.

Portanto, a partir das hipóteses apresentadas, substituindo as Equações 48, 49 e 50 na Equação 36, obtém-se:

$$\begin{aligned} \sigma_{HV_m(d)}^2 = & \left(\frac{HV_m}{F} \right)^2 \sigma_F^2 + \left(\frac{-2HV_m}{d_1 + d_2} \right)^2 \sigma_{d_1}^2 + \left(\frac{-2HV_m}{d_1 + d_2} \right)^2 \sigma_{d_2}^2 + \\ & + \left(\frac{HV_m \cot\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{2} \right)^2 \sigma_\alpha^2 + 2 \left(\frac{HV_m}{F} \right) \left(\frac{-2HV_m}{d_1 + d_2} \right) \sigma_{Fd_1}^2 + \\ & + 2 \left(\frac{HV_m}{F} \right) \left(\frac{-2HV_m}{d_1 + d_2} \right) \sigma_{Fd_2}^2 + 2 \left(\frac{-2HV_m}{d_1 + d_2} \right) \left(\frac{-2HV_m}{d_1 + d_2} \right) \sigma_{d_1 d_2}^2 \end{aligned} \quad (57)$$

Analogamente a Seção 5.2.3, associa-se a covariância com o coeficiente de correlação de Pearson, conforme expressões a seguir:

$$\sigma_{Fd_1}^2 = \rho_{Fd_1}^2 \sigma_F \sigma_{d_1} \quad (58)$$

$$\sigma_{Fd_2}^2 = \rho_{Fd_2}^2 \sigma_F \sigma_{d_2} \quad (59)$$

$$\sigma_{d_1 d_2}^2 = \rho_{d_1 d_2}^2 \sigma_{d_1} \sigma_{d_2} \quad (60)$$

Substituindo as Equações 58, 59 e 60 na Equação 57 e realizando manipulações matemáticas, o modelo para obtenção da incerteza combinada de HV_m considerando variáveis dependentes é expresso conforme Equação 61.

$$\begin{aligned} \sigma_{HV_{m(d)}} = HV_m & \left[\left(\frac{\sigma_F}{F} \right)^2 + \frac{4d_1^2}{(d_1 + d_2)^2} \left(\frac{\sigma_{d_1}}{d_1} \right)^2 + \frac{4d_2^2}{(d_1 + d_2)^2} \left(\frac{\sigma_{d_2}}{d_2} \right)^2 + \right. \\ & + \frac{\alpha^2 \cot^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{4} \left(\frac{\sigma_\alpha}{\alpha} \right)^2 - 4 \rho_{Fd_1}^2 \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) \left(\frac{\sigma_F}{F} \right) \left(\frac{\sigma_{d_1}}{d_1} \right) + \\ & \left. - 4 \rho_{Fd_2}^2 \left(\frac{d_2}{d_1 + d_2} \right) \left(\frac{\sigma_F}{F} \right) \left(\frac{\sigma_{d_2}}{d_2} \right) + 8 \rho_{d_1 d_2}^2 \left(\frac{d_1 d_2}{(d_1 + d_2)^2} \right) \left(\frac{\sigma_{d_1}}{d_1} \right) \left(\frac{\sigma_{d_2}}{d_2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (61) \end{aligned}$$

Após a determinação dos modelos, a próxima seção apresentará análises e discussões dos mesmos.

5.3 ANÁLISES DOS MODELOS

As análises dos modelos desenvolvidos para a avaliação da incerteza da dureza Vickers foram divididas em três subseções. Inicialmente será avaliado o peso relativo de cada parâmetro nos modelos de incerteza. Em seguida, serão apresentadas análises sobre o efeito da variação das incertezas relativas da força e das diagonais de indentação na incerteza relativa da dureza. Por fim, será investigado a influência das diagonais de indentação na incerteza da dureza Vickers.

5.3.1 Peso relativo dos parâmetros

A finalidade desta seção é avaliar a contribuição de cada parâmetro na incerteza relativa (δ) quadrática dos modelos apresentados anteriormente. Será uma abordagem teórica e os valores das grandezas utilizados para as representações gráficas são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Parâmetros utilizados para as representações gráficas.

Grandeza	F [N]	δ_F [%]	α [°]	δ_α [%]
Valor	9,8067	1,0	136	1,0

Fonte – O Autor (2020).

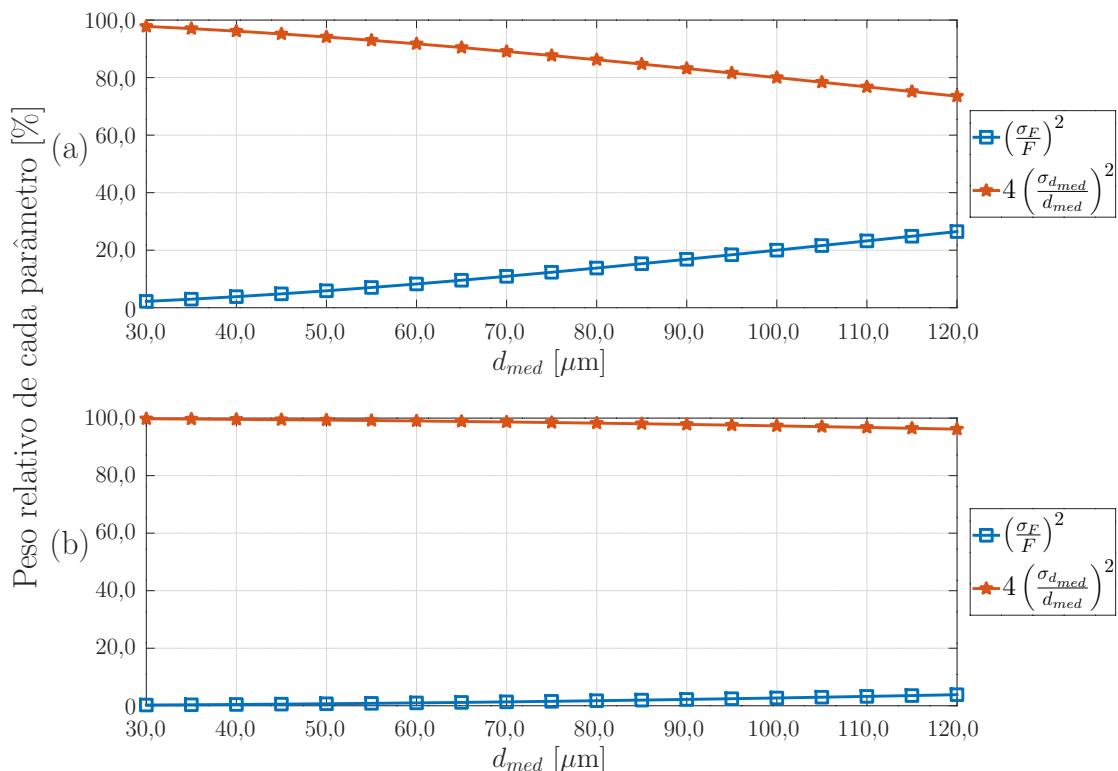
Iniciando as análises pelo Modelo 1, a Equação 44 pode ser reescrita em termos de $\delta_{HV(i)}^2$, conforme expressão a seguir:

$$\delta_{HV(i)}^2 = \left(\frac{\sigma_{HV(i)}}{HV} \right)^2 = \boxed{\left(\frac{\sigma_F}{F} \right)^2} + 4 \boxed{\left(\frac{\sigma_{d_{med}}}{d_{med}} \right)^2} \quad (62)$$

Os termos destacados por uma caixa serão chamados de parâmetros e distintos de acordo com a variável aleatória do parâmetro. Por exemplo, a Equação 62 apresenta o parâmetro F e o parâmetro d_{med} . Adotou-se essa nomenclatura para facilitar o entendimento dos gráficos subsequentes.

Visto que as grandezas de saída para o cálculo de HV são as diagonais de indentação, para as análises desta subseção serão alterados os valores das diagonais a fim de verificar a influência dos parâmetros nos modelos de incertezas, em diferentes cenários. Desse modo, a Figura 15 ilustra o peso relativo de cada parâmetro na incerteza relativa quadrática de HV por meio da variação de d_{med} .

Figura 15 – Importância relativa de cada parâmetro da Equação 62 considerando em (a) $\sigma_{d_{med}} = 1,0 \mu\text{m}$ e (b) $\sigma_{d_{med}} = 3,0 \mu\text{m}$.



Fonte – O Autor (2020).

O intervalo de d_{med} foi definido de acordo com dados retirados da norma ASTM (2017a). A Figura 15 (a) ilustra a variação dos parâmetros quando a incerteza padrão de d_{med} é igual a $1,0 \mu\text{m}$ e (b) quando a incerteza padrão de d_{med} é $3,0 \mu\text{m}$.

Foi descrito na Seção 5.1 que em blocos padrão para a calibração de equipamentos $\sigma_{d_{med}}$ é de aproximadamente $1 \mu\text{m}$. Já a escolha de $\sigma_{d_{med}}$ igual a $3 \mu\text{m}$ é uma estimativa mais próxima do que ocorre na caracterização de materiais.

Isto posto, é possível perceber na Figura 15 que o parâmetro d_{med} tem maior contribuição na incerteza relativa quadrática de HV . Destaca-se que a soma dos pontos em uma linha vertical (para o mesmo d_{med}) é equivalente a 100%. Os valores dos parâmetros estão descritos no Apêndice E, analogamente para os outros modelos.

Em termos qualitativos, a medida que d_{med} aumenta, a sua incerteza relativa diminui e ao mesmo tempo a sua importância relativa (ou peso relativo) na Equação 62 também diminui.

Quantitativamente, analisando a Figura 15 (a) quando d_{med} é igual a $30 \mu\text{m}$, sua incerteza relativa equivale a 3,33% e a contribuição de seu parâmetro na Equação 62 é de 97,80%. No momento em que d_{med} é igual a $120 \mu\text{m}$, sua incerteza relativa equivale a 0,83% e a contribuição de seu parâmetro é de 73,53%.

Ainda em relação à Figura 15 (a), ressalta-se que quando d_{med} é igual a $100 \mu\text{m}$ sua incerteza relativa tem o mesmo valor da incerteza relativa de F , são iguais a 1%. Em outras palavras, o peso de cada parâmetro está diretamente relacionado com os coeficientes (K) que acompanham a sua incerteza relativa quadrática. Neste caso, K_F vale 1 e $K_{d_{med}}$ é igual a 4 e, portanto, o peso do parâmetro F neste ponto é de 20% e para o parâmetro d_{med} é de 80%.

Com referência ao gráfico (b), quando d_{med} é igual a $30 \mu\text{m}$ sua incerteza relativa equivale a 10,0% e a contribuição de seu parâmetro na Equação 62 é de 99,75%. No momento em que d_{med} é igual a $120 \mu\text{m}$, sua incerteza relativa equivale a 2,5% e a contribuição de seu parâmetro é de 96,15%.

Portanto, pela Figura 15 (a), considerando uma força genérica (a mesma força para toda a faixa de valores das diagonais) é possível afirmar que para os materiais que apresentam maior dureza a incerteza relativa da diagonal de indentação é dominante. Nota-se que com a diminuição da dureza há um aumento da parcela de incertezas relativas à força na contribuição da incerteza relativa quadrática de HV , ultrapassando 25% para materiais de baixa dureza.

Aumentando a variabilidade das diagonais de indentação, Figura 15 (b), verifica-se que o aporte do parâmetro F não ultrapassa 4%, para toda a faixa de dureza. Portanto, esses fatores confirmam que, para o Modelo 1, d_{med} é a variável de maior influência na incerteza de HV .

Analogamente para o Modelo 2, a Equação 52 é reescrita de acordo com a

seguinte expressão:

$$\delta_{HV_{m(i)}}^2 = \left(\frac{\sigma_{HV_{m(i)}}}{HV_m} \right)^2 = \boxed{\left(\frac{\sigma_F}{F} \right)^2} + \boxed{\frac{4d_1^2}{(d_1 + d_2)^2} \left(\frac{\sigma_{d_1}}{d_1} \right)^2} + \boxed{\frac{4d_2^2}{(d_1 + d_2)^2} \left(\frac{\sigma_{d_2}}{d_2} \right)^2} + \boxed{\frac{\alpha^2 \cot^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{4} \left(\frac{\sigma_\alpha}{\alpha} \right)^2} \quad (63)$$

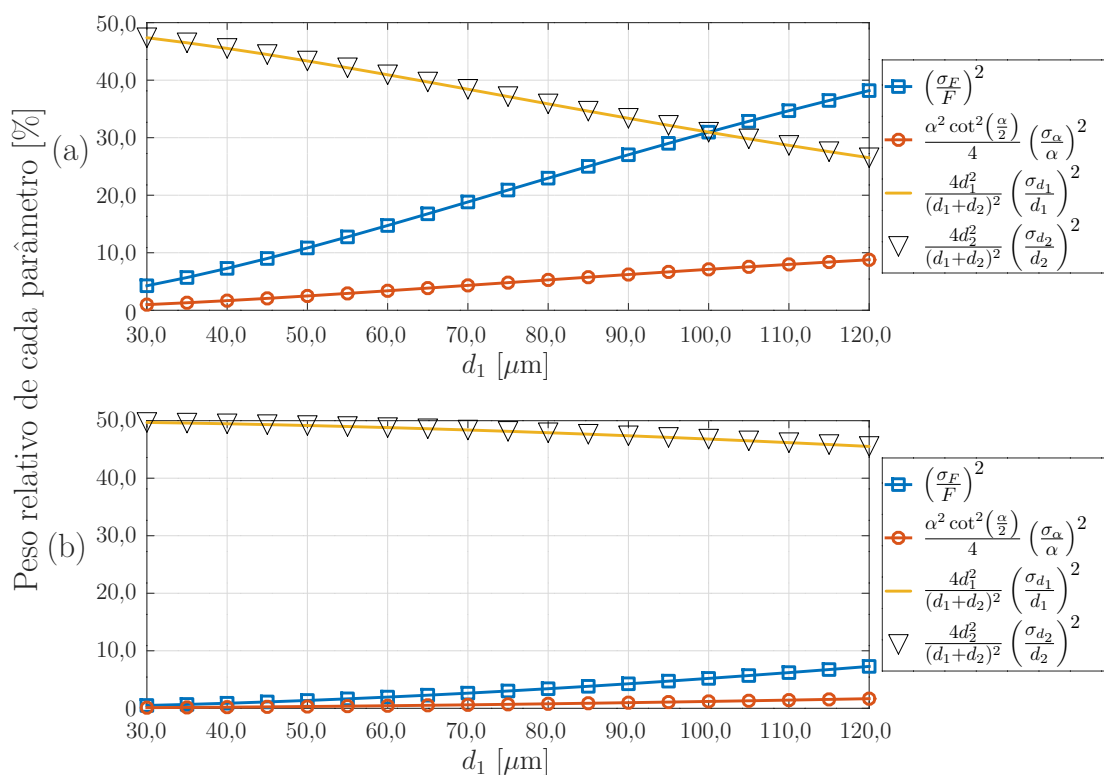
Novamente, os termos destacados pelas caixas representam os parâmetros de cada variável que serão retratados graficamente a seguir.

As hipóteses adotadas para a representação gráfica deste modelo são: (i) o comportamento do material é isotrópico; (ii) não há desalinhamentos e vibrações entre indentador e superfície da peça no momento do ensaio.

As variáveis de saída para o Modelo 2 (Equação 63) são as diagonais d_1 e d_2 , sendo que para esta análise teórica, pelas hipóteses adotadas, o valor médio e a incerteza padrão de d_1 são iguais aos de d_2 . Além disso, os dados adotados para a representação gráfica estão descritos na Tabela 8.

Desse modo, a Figura 16 ilustra o peso relativo que cada parâmetro desempenha na incerteza relativa quadrática de HV_m . Na imagem (a) a incerteza padrão de d_1 é igual a 1,0 μm e em (b) é equivalente a 3,0 μm .

Figura 16 – Importância relativa de cada parâmetro da Equação 63 considerando d_1 igual a d_2 e em (a) $\sigma_{d_1} = \sigma_{d_2} = 1,0 \mu\text{m}$ e (b) $\sigma_{d_1} = \sigma_{d_2} = 3,0 \mu\text{m}$.



Fonte – O Autor (2020).

Avaliando a Figura 16 é possível perceber que os parâmetros referentes as diagonais d_1 e d_2 proporcionam a maior contribuição na Equação 63. Por outro lado, o parâmetro relacionado ao ângulo entre faces opostas do indentador compreende a menor parcela da equação.

De modo similar ao Modelo 1, a medida que d_1 aumenta a sua incerteza relativa diminui e ao mesmo tempo a sua importância relativa (ou peso relativo) na Equação 63 também diminui (analogamente para d_2).

O ponto d_1 igual a 100 μm da Figura 16 (a), representa a situação em que as incertezas relativas de todas as variáveis equivalem a 1%. Nessa ocasião, a importância de cada parâmetro é associada ao seu respectivo coeficiente. Sendo assim, percebe-se na figura que os parâmetros F , d_1 e d_2 colaboram com o mesmo peso na Equação 63, equivalente a 30,96%. Enquanto o parâmetro α contribui com 7,12%.

Além disso, analisando os parâmetros separadamente, a partir desse ponto, nota-se que o parâmetro relacionado à força desempenha a maior contribuição na incerteza relativa quadrática de HV_m , alcançando a parcela de 38,19% quando d_1 é igual a 120,0 μm .

Por outro lado, para valores menores que 100 μm no gráfico (a) e para toda a faixa de valores do gráfico (b), os parâmetros das diagonais de indentação, mesmo que analisados de forma distinta, exercem a maior influência na Equação 63.

O parâmetro referente ao ângulo entre faces opostas do indentador demonstrou a menor influência na incerteza relativa quadrática de HV_m , apresentando um valor máximo de 8,78%, para σ_{d_1} igual a 1,0 μm , Figura 16 (a).

Os resultados de todos os pontos representados na Figura 16 estão descritos no Apêndice E na Tabela 29.

De modo geral, pode-se afirmar que para pequenos desvios de d_1 e d_2 e considerando uma força genérica, a principal fonte de incerteza em materiais de maior dureza são as diagonais de indentação. Por outro lado, a medida que a dureza diminui os parâmetros F e α apresentam maior significância em sua contribuição no peso da incerteza relativa quadrática de HV_m .

Já a Figura 16 (b), evidencia que quanto maior a dispersão dos resultados obtidos das diagonais de indentação menor será a influência dos outros parâmetros.

Introduzindo as análises para o Modelo 3, a Equação 56 é rescrita conforme expressão a seguir:

$$\delta_{HV(d)}^2 = \left(\frac{\sigma_{HV(d)}}{HV} \right)^2 = \boxed{\left(\frac{\sigma_F}{F} \right)^2} + \boxed{4 \left(\frac{\sigma_{d_{med}}}{d_{med}} \right)^2} - \boxed{4 \rho_{Fd_{med}}^2 \left(\frac{\sigma_F}{F} \right) \left(\frac{\sigma_{d_{med}}}{d_{med}} \right)} \quad (64)$$

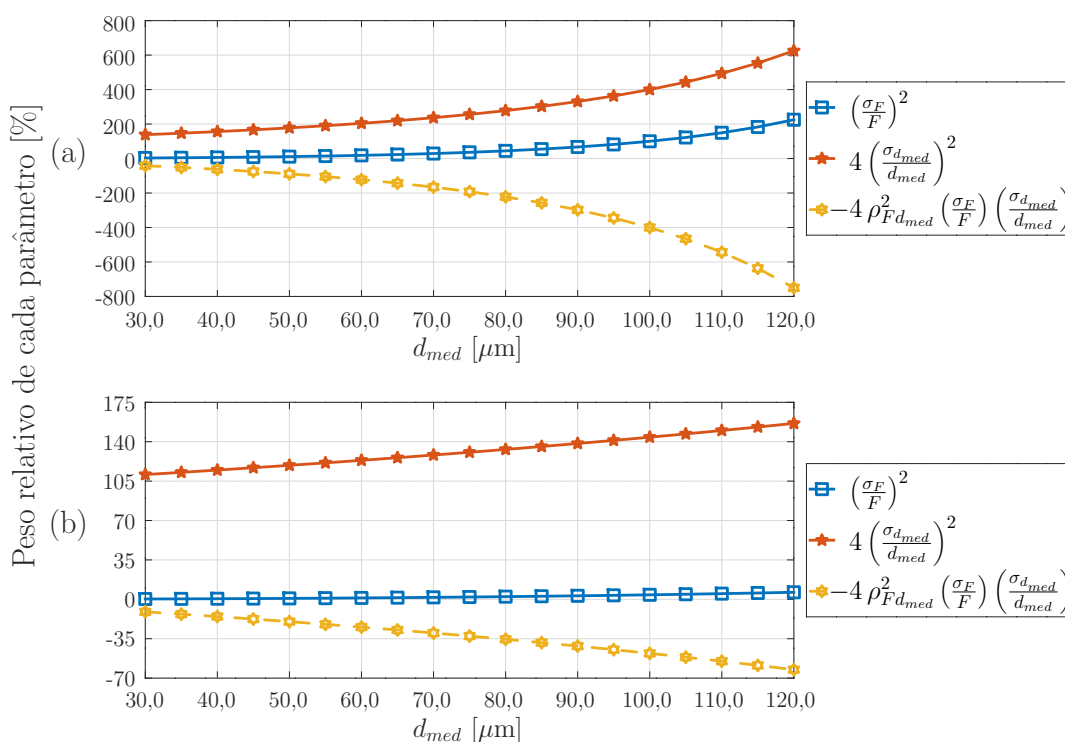
Analogamente aos modelos apresentados anteriormente, os termos destacados pelas caixas são os parâmetros que serão avaliados graficamente. Será considerado

correlação máxima positiva (ou perfeita) entre as variáveis aleatórias, ou seja, $\rho_{Fd_{med}}$ é igual a 1.

Portanto, a Figura 17 ilustra o peso relativo de cada parâmetro da Equação 64 a partir da variação de d_{med} . Os resultados detalhados da porcentagem de cada parâmetro estão descritos no Apêndice E.

Nota-se na Figura 17 que o parâmetro relacionado entre a dependência de F e d_{med} apresenta influência negativa na Equação 64, fator que justifica a porcentagem elevada dos parâmetros, porém, ressalta-se que a soma dos valores em uma linha vertical deve resultar em 100%.

Figura 17 – Importância relativa de cada parâmetro da Equação 64 considerando em (a) $\sigma_{d_{med}} = 1,0 \mu\text{m}$ e (b) $\sigma_{d_{med}} = 3,0 \mu\text{m}$.



Fonte – O Autor (2020).

Em relação à Figura 17 (a) (incerteza padrão de d_{med} igual a $1,0 \mu\text{m}$) para valores de d_{med} menores que $100 \mu\text{m}$ a maior contribuição na incerteza quadrática de HV é atribuída ao parâmetro d_{med} .

Quando d_{med} é igual a $100 \mu\text{m}$, a porcentagem dos parâmetros d_{med} e Fd_{med} é de 400% e -400%, respectivamente, ou seja, em módulo carregam o mesmo peso relativo na Equação 64. Além disso, é nesse ponto em que as incertezas relativas de F e d_{med} são iguais a 1%, ou seja, o peso de cada parâmetro na equação é descrito pelo coeficiente que o acompanha.

Para valores médios da diagonal de indentação acima de $100 \mu\text{m}$, Fd_{med} passa a ser o parâmetro de maior influência na Equação 64, de modo que para d_{med} igual a

120 μm , a sua contribuição é equivalente a -750%.

Por outro lado, na Figura 17 (b) considerando $\sigma_{d_{med}}$ igual a 3,0 μm , percebe-se que o parâmetro de maior influência é o relacionado à d_{med} . A maior discrepância entre os valores ocorre para diagonal média de 120 μm , sendo a contribuição dos parâmetros d_{med} , F e Fd_{med} equivalentes a 156,25%, 6,25% e -62,5%, respectivamente.

Em resumo, destaca-se que uma maior dispersão nos resultados das diagonais implica em maior influência dos coeficientes relacionados a d_{med} para qualquer faixa de dureza, considerando uma força genérica. Em contrapartida, para menores dispersões das diagonais de indentação, e particularmente para baixos valores de dureza, a contribuição do parâmetro F na Equação 64 aumenta. Em especial o parâmetro referente a dependência de F e d_{med} apresenta a maior importância na incerteza relativa quadrática de HV .

Do mesmo modo, para o Modelo 4 a Equação 61 é reescrita através da seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \delta_{HV_{m(d)}}^2 = \left(\frac{\sigma_{HV_{m(d)}}}{HV_m} \right)^2 = & \boxed{\left(\frac{\sigma_F}{F} \right)^2} + \boxed{\frac{4d_1^2}{(d_1 + d_2)^2} \left(\frac{\sigma_{d_1}}{d_1} \right)^2} + \boxed{\frac{4d_2^2}{(d_1 + d_2)^2} \left(\frac{\sigma_{d_2}}{d_2} \right)^2} + \\ & + \boxed{\frac{\alpha^2 \cot^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{4} \left(\frac{\sigma_\alpha}{\alpha} \right)^2} + \boxed{-4 \rho_{Fd_1}^2 \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) \left(\frac{\sigma_F}{F} \right) \left(\frac{\sigma_{d_1}}{d_1} \right)} + \quad (65) \\ & \boxed{-4 \rho_{Fd_2}^2 \left(\frac{d_2}{d_1 + d_2} \right) \left(\frac{\sigma_F}{F} \right) \left(\frac{\sigma_{d_2}}{d_2} \right)} + \boxed{8 \rho_{d_1 d_2}^2 \left(\frac{d_1 d_2}{(d_1 + d_2)^2} \right) \left(\frac{\sigma_{d_1}}{d_1} \right) \left(\frac{\sigma_{d_2}}{d_2} \right)} \end{aligned}$$

Semelhantemente aos outros modelos, os termos destacados pelas caixas representam os parâmetros de cada variável que serão retratados graficamente a seguir.

Para facilitar a representação dos parâmetros, os termos que acompanham a incerteza relativa de cada variável são chamados de coeficientes de sensibilidade e descritos conforme as seguintes equações:

$$\begin{aligned} K_F &= 1 \\ K_\alpha &= \frac{\alpha^2 \cot^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{4} \\ K_{d_1} &= \frac{4d_1^2}{(d_1 + d_2)^2} \\ K_{d_2} &= \frac{4d_2^2}{(d_1 + d_2)^2} \\ K_{Fd_1} &= -4 \rho_{Fd_1}^2 \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) \\ K_{Fd_2} &= -4 \rho_{Fd_2}^2 \left(\frac{d_2}{d_1 + d_2} \right) \\ K_{d_1 d_2} &= 8 \rho_{d_1 d_2}^2 \left(\frac{d_1 d_2}{(d_1 + d_2)^2} \right) \end{aligned} \quad (66)$$

As mesmas hipóteses adotadas para o Modelo 2 serão consideradas para a representação gráfica do Modelo 4. Além disso, será considerado correlação máxima positiva entre as variáveis aleatórias, ou seja, ρ_{Fd_1} , ρ_{Fd_2} e $\rho_{d_1d_2}$ serão iguais a 1.

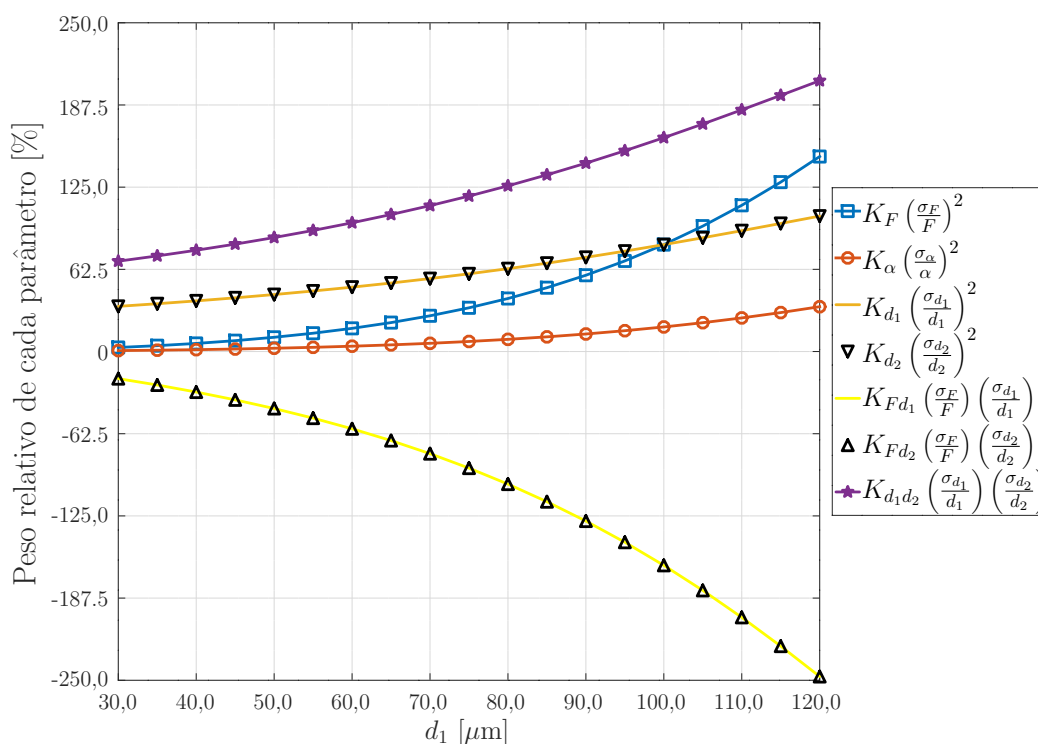
Portanto, as Figuras 18 e 19 ilustram a importância relativa (ou peso relativo) de cada parâmetro na incerteza relativa quadrática de HV (Equação 65) quando σ_{d_1} é igual a 1,0 μm e 3,0 μm , respectivamente.

Similarmente ao Modelo 3 é possível perceber nas Figuras 18 e 19 que o parâmetro que descreve a dependência entre força e diagonais de indentação exibe porcentagem negativa. Ademais, no Modelo 4 surge um novo parâmetro de dependência, este descreve a dependência entre as diagonais de indentação (d_1 e d_2) e exerce a maior influência positiva na Equação 65.

Analisando as figuras, nota-se que o parâmetro referente ao ângulo entre faces opostas do indentador exerce a menor influência na incerteza relativa quadrática de HV_m . Na Figura 18 seu valor máximo é de 34,1% e na Figura 19 é cerca de 1,42%.

Enfatizando as análises na Figura 18, para valores de d_1 menores que 100 μm o parâmetro de dependência entre d_1 e d_2 carrega o maior peso na Equação 65. Para valores de d_1 maiores que 100 μm , o parâmetro de dependência entre F e d_1 (o mesmo para F e d_2) passa a exercer a maior influência em $\delta_{HV_m(d)}^2$.

Figura 18 – Importância relativa de cada parâmetro da Equação 65 considerando $\sigma_{d_1} = 1,0 \mu\text{m}$.



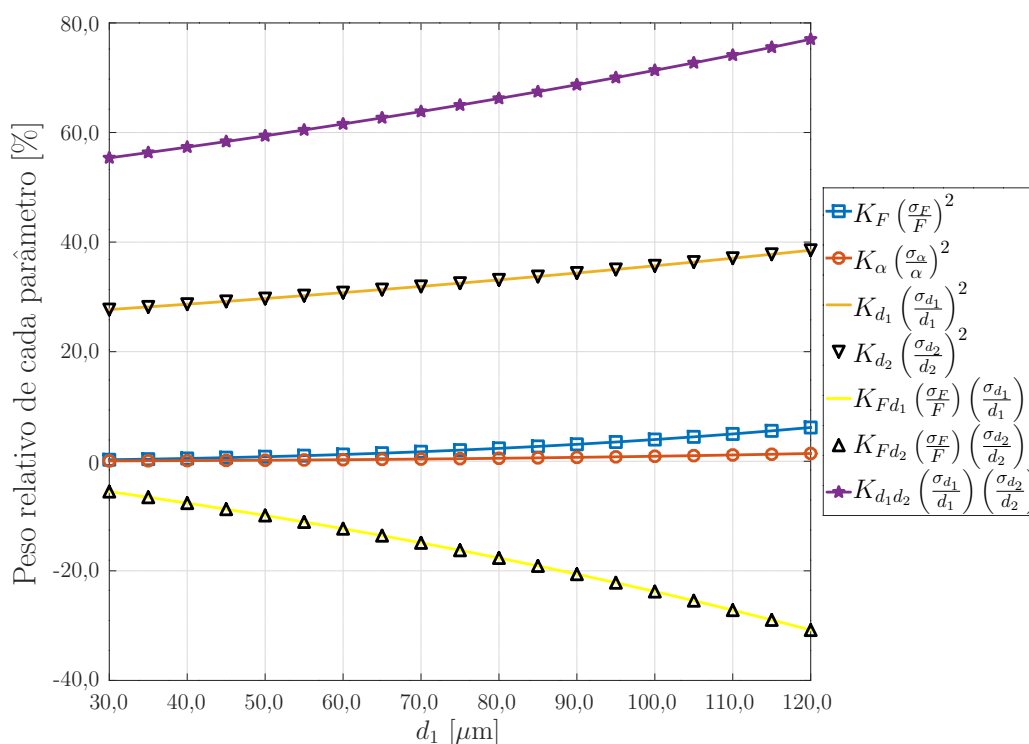
Fonte – O Autor (2020).

Ainda sobre a Figura 18, o ponto em que d_1 é igual a 100 μm descreve o momento em que as incertezas relativas de F , d_1 , d_2 e α são iguais a 1%. Nessa situação, o peso relativo de cada parâmetro é atribuído ao seu coeficiente de sensibilidade. Sendo assim, nota-se que os parâmetros F , d_1 e d_2 são iguais e correspondem a 81,3%. Já o parâmetro α é de aproximadamente 18,69%. Além disso, o parâmetro de dependência entre d_1 e d_2 é igual em magnitude e oposto em sinal ao parâmetro de dependência entre F e d_1 , sendo equivalentes a 162,61%.

Direcionando as análises para a Figura 19, percebe-se que o parâmetro de dependência entre d_1 e d_2 apresenta o maior peso na incerteza relativa quadrática de HV_m para toda a faixa de valores de d_1 .

A maior discrepância entre as importâncias relativas ocorre no ponto em que d_1 vale 120 μm . Nesse, o peso do parâmetro da correlação entre d_1 e d_2 é de 77,02%, o peso do parâmetro de d_1 é de 38,51% (o mesmo para o parâmetro d_2), o peso do parâmetro F equivale a 6,16%, o peso do parâmetro α corresponde a 1,42% e o peso do parâmetro de dependência entre F e d_1 é equivalente a -30,81% (igualmente para o parâmetro de dependência entre F e d_2).

Figura 19 – Importância relativa de cada parâmetro da Equação 65 considerando $\sigma_{d_1} = 3,0 \mu\text{m}$.



Fonte – O Autor (2020).

Em suma, é evidente que maiores dispersões nos resultados das diagonais de indentação impactam na maior influência de seus parâmetros na incerteza relativa quadrática de HV_m , para toda a faixa de dureza, considerando uma força genérica. Por

outro lado, para menores dispersões e especialmente para baixos valores de dureza, os parâmetros relacionados à força de ensaio passam a exercer maior importância em $\delta_{HV_{m(d)}}^2$, sendo que os parâmetros da dependência entre a força e as diagonais de indentação são os mais influentes nos resultados de incerteza da dureza Vickers.

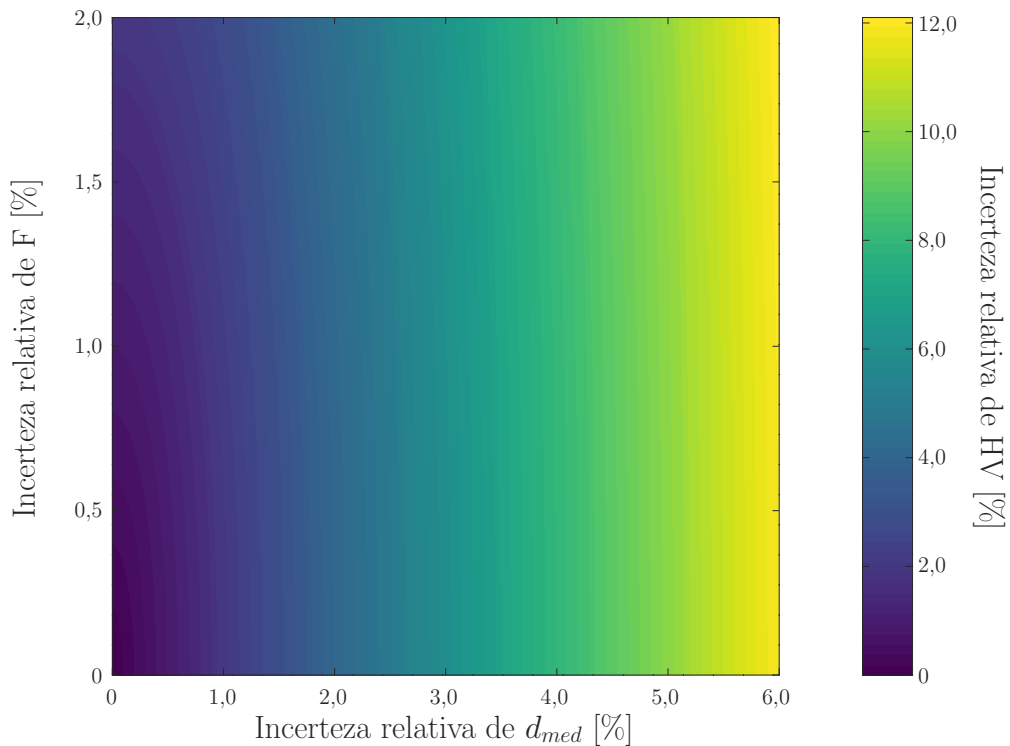
5.3.2 Incerteza Relativa

A finalidade desta seção é avaliar o efeito de variações das incertezas relativas da força de ensaio e das diagonais de indentação na incerteza relativa da dureza Vickers. A primeira análise será realizada no Modelo 1, para isso, a Equação 44 será reescrita em termos da incerteza relativa de HV .

$$\delta_{HV_{(i)}} = \left(\frac{\sigma_{HV_{(i)}}}{HV} \right) = \left[\left(\frac{\sigma_F}{F} \right)^2 + 4 \left(\frac{\sigma_{d_{med}}}{d_{med}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (67)$$

Desse modo, a Figura 20 demonstra os resultados da incerteza relativa de HV em um mapa de cores mediante a variação das incertezas relativas de F e d_{med} . O intervalo dos dados foi uma proposta conservadora, ou seja, foram superdimensionados os valores indicados pela norma sobre a tolerância da força de ensaio (ver Tabela 3) e os obtidos pelos dados experimentais.

Figura 20 – Mapeamento da incerteza relativa de HV em função da combinação das incertezas relativas de F e de d_{med} , referente ao Modelo 1.



Fonte – O Autor (2020).

Investigando a Figura 20 é possível perceber que os maiores valores da incerteza relativa de HV ocorrem justamente para os maiores valores da incerteza relativa de d_{med} .

Em termos quantitativos, com relação à Figura 20, o valor máximo da incerteza relativa de HV equivale a 12,166% e ocorre quando δ_F e $\delta_{d_{med}}$ são iguais a 2,0% e 6,0%, respectivamente. Em uma análise teórica, no ponto em que δ_F é zero e $\delta_{d_{med}}$ vale 6,0%, o valor da incerteza relativa de HV é igual a 12,0%. Por outro lado, quando $\delta_{d_{med}}$ é zero e δ_F vale 2,0%, o valor da incerteza relativa de HV é equivalente a 2,0%.

Analisando a Figura 20, nota-se que a transição de cores ocorre mediante às curvas entre os eixos da incerteza relativa da força (δ_F) e da incerteza relativa da diagonal média ($\delta_{d_{med}}$), sendo que a medida que $\delta_{d_{med}}$ aumenta, a inclinação da transição de cores também aumenta.

Em outras palavras, para maiores valores de $\delta_{d_{med}}$, percebe-se na imagem que a transição de cores ocorre em linhas com inclinações mais próximas da vertical do que da horizontal, ou seja, a variação da incerteza relativa de d_{med} exerce maior impacto na incerteza relativa de HV do que a variação da incerteza relativa de F .

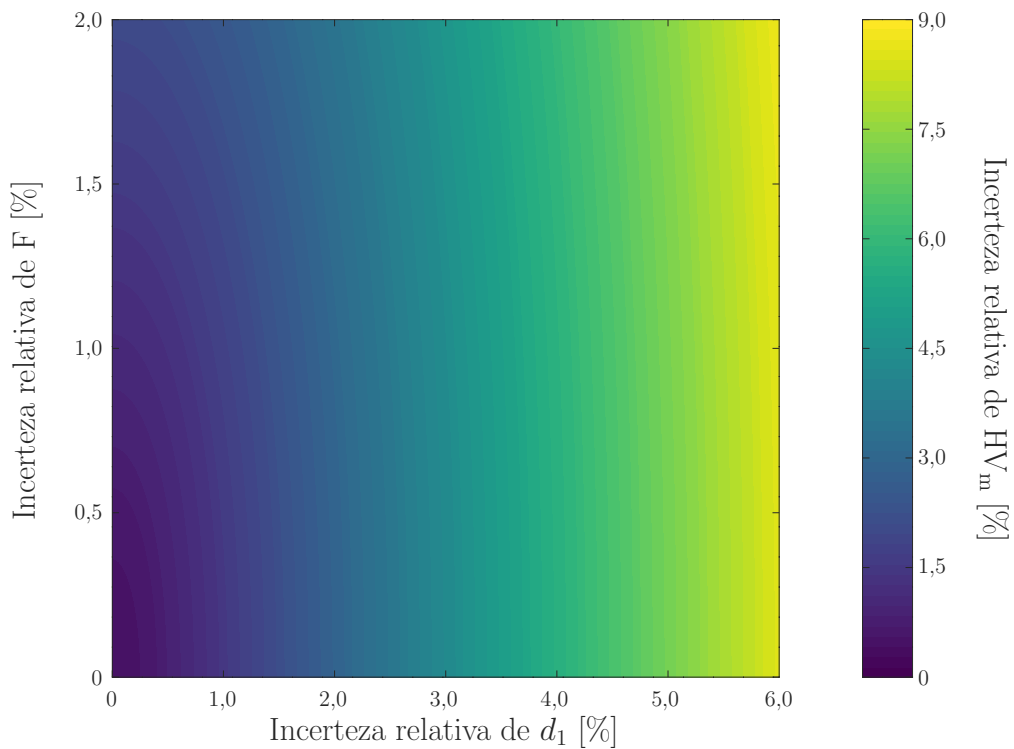
Analogamente para o Modelo 2, a Equação 52 é reescrita em termos de $\delta_{HV_{m(i)}}$ conforme a seguinte expressão:

$$\delta_{HV_{m(i)}} = \left(\frac{\sigma_{HV_{m(i)}}}{HV_m} \right) = \left[\left(\frac{\sigma_F}{F} \right)^2 + \frac{4d_1^2}{(d_1 + d_2)^2} \left(\frac{\sigma_{d_1}}{d_1} \right)^2 + \frac{4d_2^2}{(d_1 + d_2)^2} \left(\frac{\sigma_{d_2}}{d_2} \right)^2 + \frac{\alpha^2 \cot^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{4} \left(\frac{\sigma_\alpha}{\alpha} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (68)$$

A partir da Equação 68, a Figura 21 ilustra o efeito da variação das incertezas relativas de F e d_1 na incerteza relativa de HV_m . Serão adotadas as mesmas hipóteses da seção anterior, portanto d_1 é igual a d_2 e δ_{d_1} é igual a δ_{d_2} . Além disso, o ângulo entre faces opostas do indentador é de 136° e foi considerado sua incerteza relativa igual a 1,0%.

Em uma análise qualitativa é possível perceber que, de modo geral, as maiores incertezas de HV são atribuídas aos maiores valores da incerteza relativa de d_1 independente dos valores de δ_F .

Figura 21 – Mapeamento da incerteza relativa de HV em função da combinação das incertezas relativas de F e de d_1 , referente ao Modelo 2.



Fonte – O Autor (2020).

Na Figura 21, a incerteza relativa máxima de HV_m vale 8,73% e é obtida no ponto em que δ_{d_1} e δ_F valem 6,0% e 2,0%, respectivamente. Semelhantemente ao modelo anterior, quando a incerteza relativa de d_1 é igual a 6,0% e a incerteza relativa de F é zero, nota-se que a variação da incerteza relativa de HV_m é muito baixa, sendo a $\delta_{HV_m(i)}$ igual a aproximadamente 8,5%.

Em contrapartida, quando δ_{d_1} é igual a zero e δ_F equivale a 2,0%, a incerteza relativa de HV_m corresponde a aproximadamente 2,06%. No ponto em que δ_{d_1} e δ_F são zero, a incerteza relativa de HV_m é de aproximadamente 0,48% e está diretamente relacionada com o ângulo entre faces opostas do indentador.

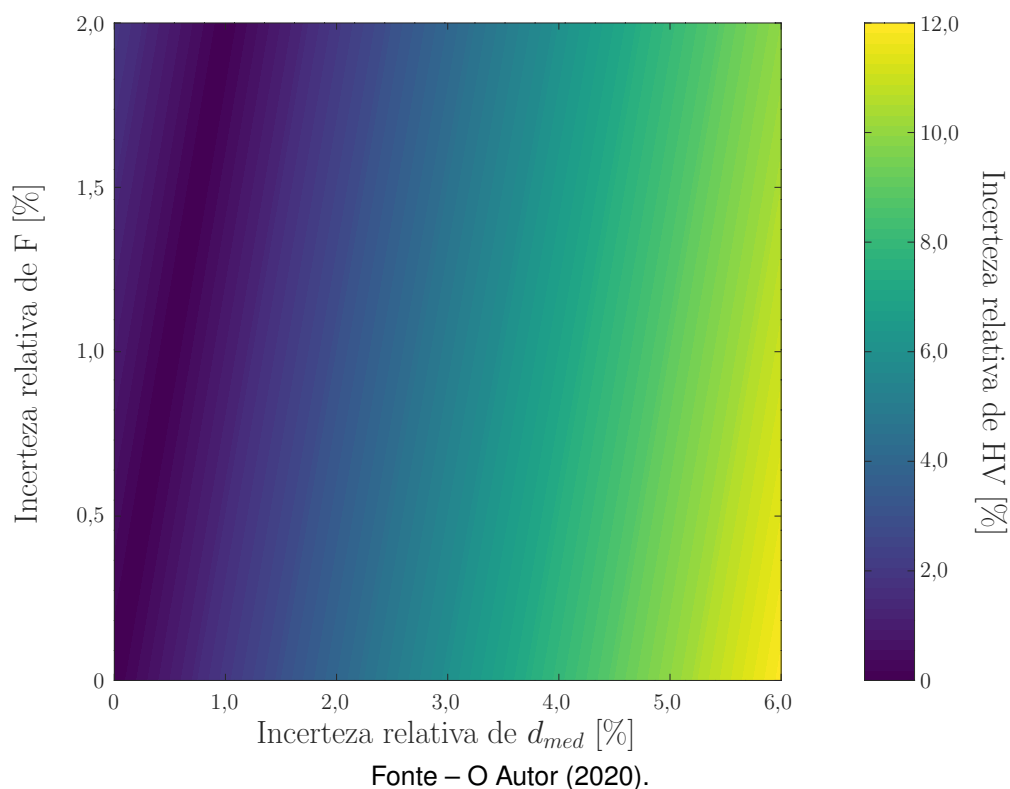
Da mesma forma que no Modelo 1, quanto maior a incerteza relativa de d_1 maior será sua influência na incerteza relativa de HV_m . Isso é identificado por meio da transição das cores, ou seja, para os maiores valores de δ_{d_1} a inclinação da transição de cores tende a linhas verticais. Por outro lado, para os menores valores de δ_{d_1} , a incerteza relativa de F passa a ter maior influência na incerteza relativa de HV_m .

Direcionando as análises para o Modelo 3, a Equação 56 é reescrita em termos da incerteza relativa de HV conforme a Equação 69.

$$\delta_{HV(d)} = \left(\frac{\sigma_{HV(d)}}{HV} \right) = \left[\left(\frac{\sigma_F}{F} \right)^2 + 4 \left(\frac{\sigma_{d_{med}}}{d_{med}} \right)^2 - 4 \rho_{Fd_{med}}^2 \left(\frac{\sigma_F}{F} \right) \left(\frac{\sigma_{d_{med}}}{d_{med}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (69)$$

Considerando a correlação máxima positiva entre as variáveis aleatórias, ρ_{Fdmed} equivalente a 1, a representação gráfica da incerteza relativa de HV em função da variação das incertezas relativas de F e d_{med} , Equação 69, é ilustrada pelo mapa de cores da Figura 22.

Figura 22 – Mapeamento da incerteza relativa de HV em função da combinação das incertezas relativas de F e de d_{med} , referente ao Modelo 3.



Analisando a Figura 22 é possível perceber que os maiores valores da incerteza relativa de HV resultam dos maiores valores da incerteza relativa de d_{med} . Porém, diferentemente do Modelo 1, a incerteza relativa máxima de HV ocorre no ponto em que a incerteza relativa de F é igual a zero. Isso ocorre devido ao termo de dependência entre as variáveis, evidenciando a maior influência de d_{med} .

Em termos quantitativos, na Figura 22, o valor máximo de δ_{HV3} é igual a 12,0%, no ponto mencionado anteriormente. Quando δ_F é igual a 2,0% e δ_{dmed} é 6,0%, a incerteza relativa de HV corresponde a 10,0%. Já no ponto em que δ_{dmed} é igual a zero e δ_F equivale a 2,0%, a incerteza relativa de HV resultante é de 2,0%.

Avaliando o efeito da variação das incertezas relativas através da transição de cores do mapa da Figura 22, nota-se que a alteração das cores ocorre em linhas retas com uma certa inclinação. A transição de cores aparenta ser linear devido ao termo de dependência entre as variáveis F e d_{med} da Equação 69.

Por fim, concentrado as análises para o Modelo 4, a Equação 61 é reescrita em

termos da incerteza relativa de HV_m de acordo com a seguinte expressão:

$$\delta_{HV_{m(d)}} = \left(\frac{\sigma_{HV_{m(d)}}}{HV_m} \right) = \left[\left(\frac{\sigma_F}{F} \right)^2 + \frac{4d_1^2}{(d_1 + d_2)^2} \left(\frac{\sigma_{d_1}}{d_1} \right)^2 + \frac{4d_2^2}{(d_1 + d_2)^2} \left(\frac{\sigma_{d_2}}{d_2} \right)^2 + \frac{\alpha^2 \cot^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{4} \left(\frac{\sigma_\alpha}{\alpha} \right)^2 - 4\rho_{Fd_1}^2 \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) \left(\frac{\sigma_F}{F} \right) \left(\frac{\sigma_{d_1}}{d_1} \right) + \right. \quad (70)$$

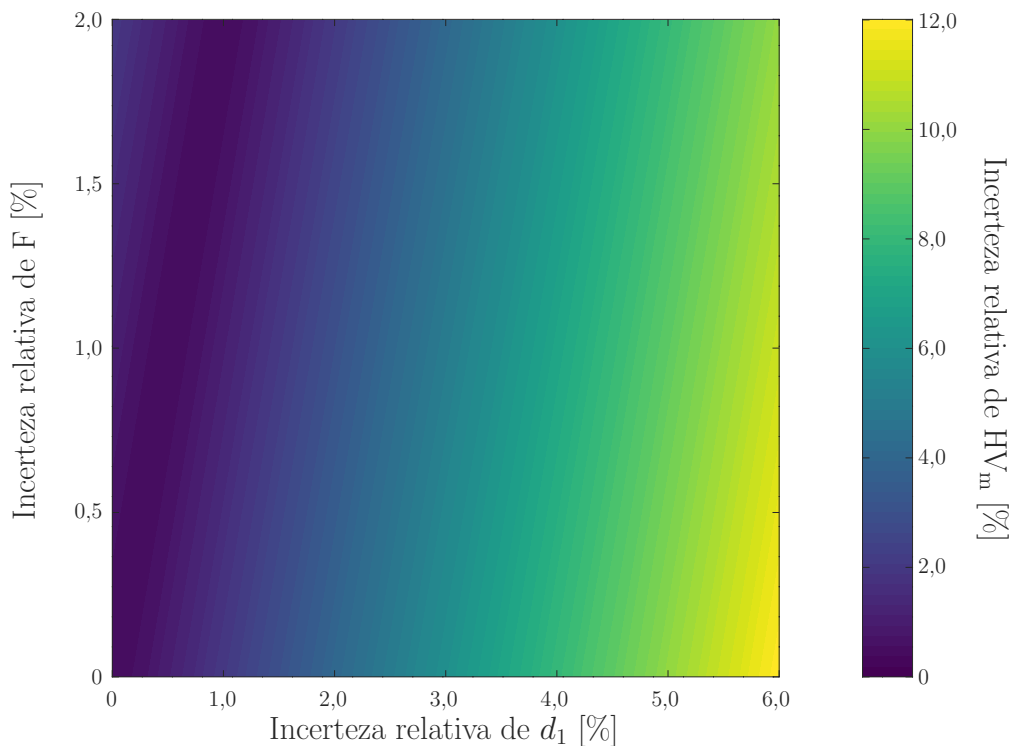
$$\left. - 4\rho_{Fd_2}^2 \left(\frac{d_2}{d_1 + d_2} \right) \left(\frac{\sigma_F}{F} \right) \left(\frac{\sigma_{d_2}}{d_2} \right) + 8\rho_{d_1d_2}^2 \left(\frac{d_1d_2}{(d_1 + d_2)^2} \right) \left(\frac{\sigma_{d_1}}{d_1} \right) \left(\frac{\sigma_{d_2}}{d_2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

Os valores para as variáveis e hipóteses consideradas para esta análise serão os mesmos que os adotados no Modelo 2. Além disso, será considerado a correlação perfeita entre as variáveis aleatórias, ou seja, os coeficientes de correlação de Pearson ρ_{Fd_1} , ρ_{Fd_2} e $\rho_{d_1d_2}$ serão definidos iguais a 1.

Desse modo, a Figura 23 demonstra a incerteza relativa de HV_m através de um mapa de cores mediante a variação das incertezas relativas de F , d_1 e d_2 para o Modelo 4.

Similarmente aos outros modelos, verifica-se na Figura 23 que os maiores valores da incerteza relativa de HV_m ocorrem para os maiores valores da incerteza relativa das diagonais de indentação. Destaca-se que a incerteza relativa máxima de HV_m equivale a 12,01% e ocorre quando δ_F é igual a zero e δ_{d_1} é igual a 6,0%.

Figura 23 – Mapeamento da incerteza relativa de HV em função da combinação das incertezas relativas de F e de d_1 , referente ao Modelo 4.



Fonte – O Autor (2020).

Na ocasião em que δ_{d_1} e δ_F valem 6,0% e 2,0%, respectivamente, a incerteza relativa de HV_m corresponde a 10,01%. Em contrapartida, quando δ_{d_1} é igual a zero e δ_F vale 2,0%, a δ_{HV_m} resultante é de 2,06%. Além disso, no ponto em que δ_{d_1} e δ_F são iguais a zero, a incerteza relativa de HV_m corresponde a 0,48%.

Avaliando a incerteza relativa de HV_m através da transição de cores da Figura 23, percebe-se que a mudança de tonalidade ocorre em linhas retas com uma certa inclinação. Similarmente ao modelo anterior, a transição de cores aparenta ser linear devido à escala avaliada e aos termos de dependência entre as fontes de incerteza.

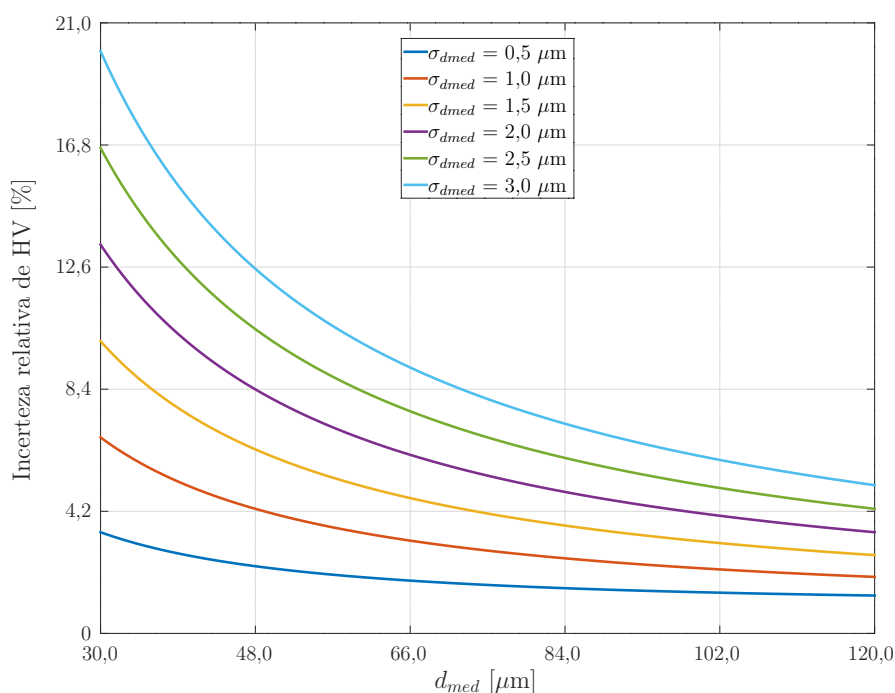
5.3.3 Influência da diagonal de indentação

As análises apresentadas anteriormente evidenciam que as diagonais de indentação são as fontes de incerteza de maior contribuição na incerteza da dureza Vickers. Portanto, esta seção visa analisar o efeito da variação das diagonais de indentação e de suas incertezas padrão na incerteza relativa da dureza Vickers.

Foi definido o intervalo para as diagonais de indentação de acordo com a Norma ASTM (2017a), o mesmo intervalo apresentado na Figura 5. Os parâmetros apresentados na Tabela 8 serão mantidos constantes e, além disso, serão representadas diferentes curvas para valores fixos da incerteza padrão das diagonais.

Desse modo, a Figura 24 ilustra os valores da incerteza relativa de HV em função da variação de d_{med} para diferentes valores de $\sigma_{d_{med}}$. Esta representação gráfica é referente ao Modelo 1 e obtida através da Equação 67.

Figura 24 – Efeito da variação de d_{med} para diferentes valores de $\sigma_{d_{med}}$ na incerteza relativa de HV , referente ao Modelo 1.



Fonte – O Autor (2020).

Investigando a Figura 24 é possível perceber que a incerteza relativa da dureza Vickers pode variar consideravelmente em função do tamanho da impressão de indentação e dependendo da variabilidade das mesmas.

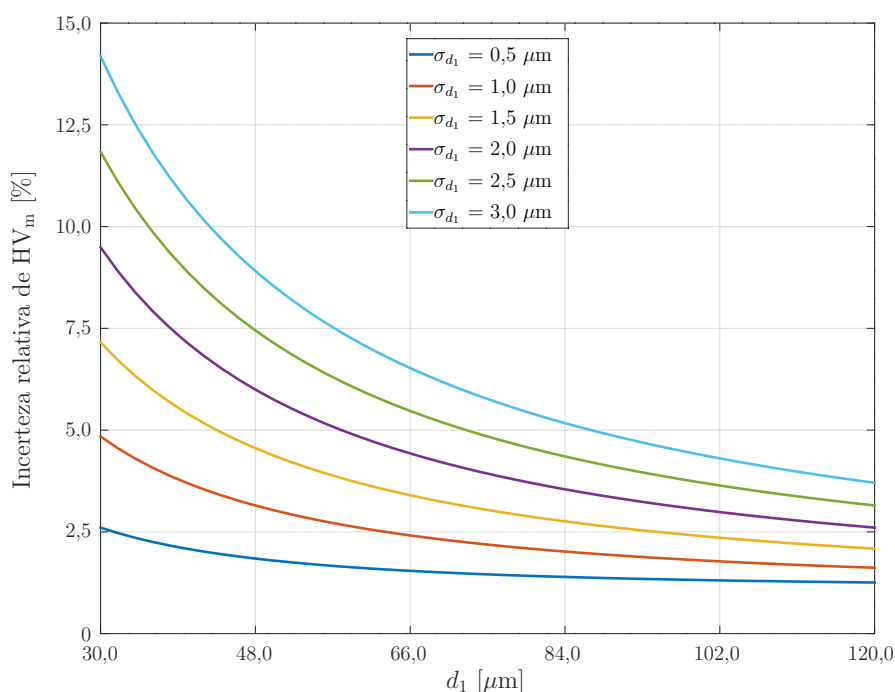
Sendo assim, em termos quantitativos, a menor variação de $\delta_{HV(i)}$ ocorre quando $\sigma_{d_{med}}$ é igual a $0,5 \mu\text{m}$. Nesta curva, na situação em que d_{med} equivale a $30,0 \mu\text{m}$ a incerteza relativa de HV é igual a $3,48\%$. Já no ponto em que d_{med} vale $120,0 \mu\text{m}$, δ_{HV_i} corresponde a $1,3\%$.

Por outro lado, a maior variação da incerteza relativa de HV é proveniente da curva em que a incerteza padrão da diagonal média é igual a $3,0 \mu\text{m}$. Sendo assim, no ponto em que d_{med} corresponde a $30,0 \mu\text{m}$, δ_{HV_i} é equivalente a $20,3\%$. Na ocasião em que d_{med} é $120,0 \mu\text{m}$, δ_{HV_i} equipara-se a $5,1\%$.

Portanto, destaca-se que tanto a dispersão das diagonais quanto a dureza do material carregam elevada importância na incerteza relativa de HV . Considerando uma força genérica e constante em toda a faixa de valores analisados, para materiais de maior dureza (menores impressões geradas) o aumento do desvio das diagonais promove maior variação na incerteza relativa de HV que em materiais de menor dureza.

Direcionando as análises para o Modelo 2, a Figura 25 ilustra o efeito da variação de d_1 na incerteza relativa de HV_m para diferentes desvios de d_1 , conforme Equação 68. Serão adotadas as mesmas hipóteses apresentadas na seção anterior, portanto a diagonal de indentação d_1 é considerada igual a d_2 e a incerteza padrão σ_{d_1} é equivalente a σ_{d_2} .

Figura 25 – Efeito da variação de d_1 para diferentes valores de σ_{d_1} na incerteza relativa de HV_m , referente ao Modelo 2.



Fonte – O Autor (2020).

Analisando a Figura 25, nota-se que a incerteza relativa da dureza Vickers pode variar significativamente de acordo com o tamanho das diagonais de indentação e da variabilidade das mesmas, similarmente ao Modelo 1.

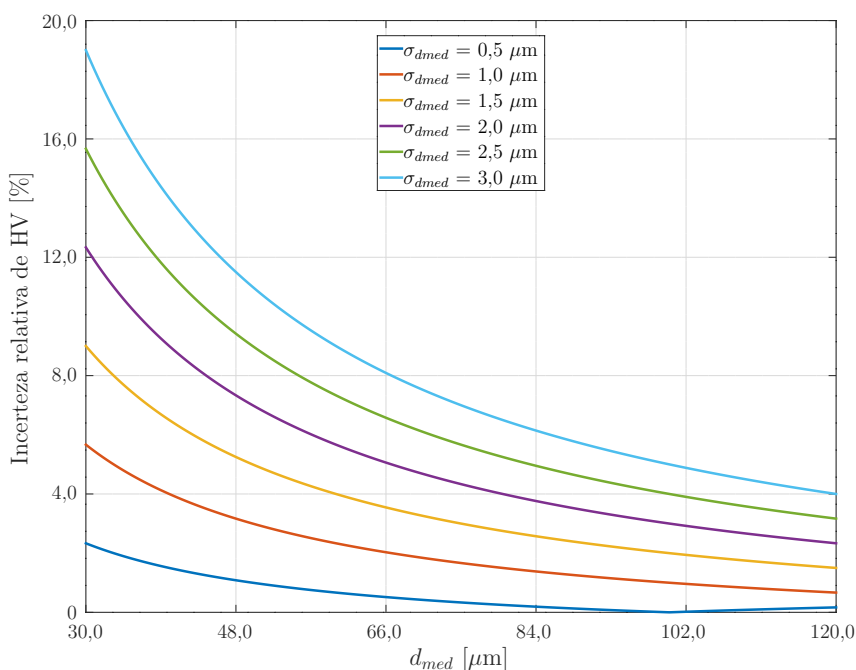
Desse modo, verifica-se que a menor variação de $\delta_{HV_m(i)}$ resulta da curva em que σ_{d_1} é igual a $0,5 \mu\text{m}$. Assim, no ponto em que d_1 corresponde a $30,0 \mu\text{m}$, a incerteza relativa de HV_m é de aproximadamente 2,6%. Já na circunstância em que d_1 vale $120,0 \mu\text{m}$, $\delta_{HV_m(i)}$ aproxima-se de 1,26%.

Em contrapartida, a curva que produz a maior variação da incerteza relativa de HV_m é a curva em que σ_{d_1} é equivalente a $3,0 \mu\text{m}$. Logo, na ocasião em que d_1 é igual a $30,0 \mu\text{m}$, a incerteza relativa de HV_m corresponde a 14,19%. Já no ponto em que d_1 equivale a $120,0 \mu\text{m}$, $\delta_{HV_m(i)}$ aproxima-se de 3,71%.

Isto posto, observa-se novamente que tanto a dureza do material quanto a dispersão dos resultados das diagonais de indentação carregam elevada importância na incerteza relativa de HV_m . Salienta-se que o aumento da dispersão das diagonais de indentação acarreta em um maior aumento da incerteza relativa de HV_m para materiais de maior dureza do que para materiais de baixa dureza, considerando uma força genérica e constante em toda a faixa de valores analisados.

Analogamente para o Modelo 3, a Figura 26 representa a variação da incerteza relativa de HV através da variação das diagonais d_{med} , para valores fixos de σ_{dmed} , conforme Equação 69. Além disso, para esta representação gráfica o coeficiente de correlação de Pearson entre F e d_{med} foi considerado igual a 1.

Figura 26 – Efeito da variação de d_{med} para diferentes valores de σ_{dmed} na incerteza relativa de HV , referente ao Modelo 3.



Fonte – O Autor (2020).

Avaliando a Figura 26, evidencia-se que a variação da incerteza relativa de HV ocorre em função das diagonais de indentação e da sua variabilidade, semelhantemente ao observado nos modelos anteriores.

Identifica-se na Figura 26 que a menor variação da incerteza relativa de HV ocorre na curva em que $\sigma_{d_{med}}$ é igual a $0,5 \mu\text{m}$. Observa-se no ponto em que d_{med} é igual a $30,0 \mu\text{m}$ que $\delta_{HV(d)}$ corresponde a aproximadamente $2,33\%$ e, na condição em que d_{med} é $100,0 \mu\text{m}$, $\delta_{HV(d)}$ iguala-se a zero. Para o valor de d_{med} igual a $120,0 \mu\text{m}$, o valor da incerteza relativa de HV é de aproximadamente $0,17\%$.

Sabe-se que na prática sempre existirá incerteza, esta é uma análise teórica e, portanto, justifica-se o ponto em que $\delta_{HV(d)}$ é igual a zero o momento em que a incerteza relativa de F é duas vezes maior que a incerteza relativa de d_{med} . Em outras palavras, com essa relação, o termo de dependência entre as variáveis da Equação 69 anula os termos de incertezas relativas ao quadrado.

Em relação a curva em que $\sigma_{d_{med}}$ é igual a $3,0 \mu\text{m}$, curva que apresenta a maior variação de $\delta_{HV(d)}$, o ponto em que d_{med} é $30,0 \mu\text{m}$ a incerteza relativa de HV corresponde a $19,0\%$. Já a situação em que d_{med} equivale a $120,0 \mu\text{m}$, $\delta_{HV(d)}$ iguala-se a $4,0\%$.

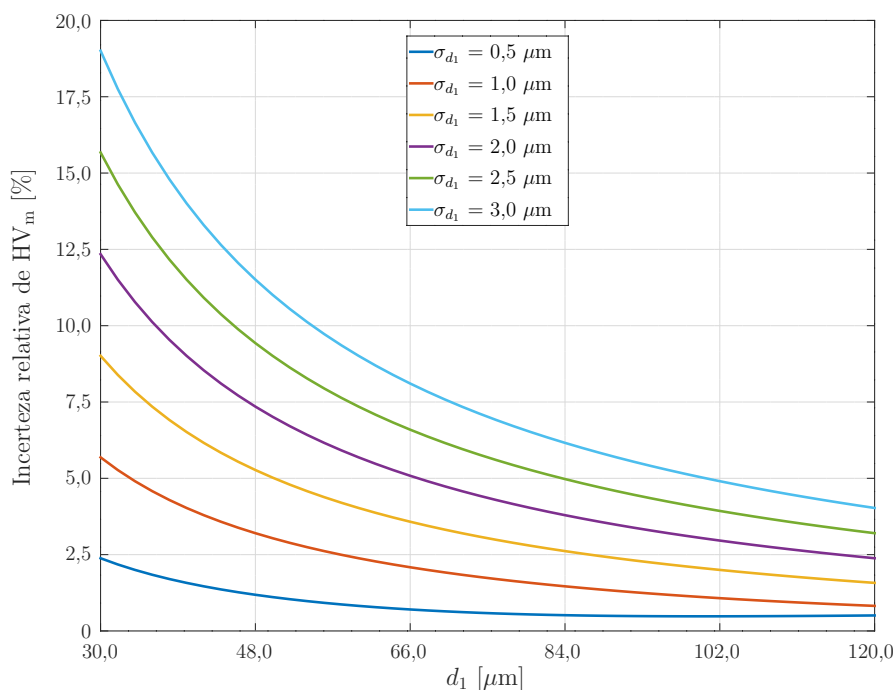
Da mesma forma que os modelos anteriormente apresentados, considerando uma força genérica e constante em toda a faixa de valores analisados, maiores variabilidades das diagonais de indentação em materiais duros implicam em maiores incertezas de HV . A medida que o tamanho de impressão aumenta (dureza do material diminui) o efeito da variabilidade das diagonais na incerteza de HV diminui.

Por fim, concentrando as análises para o Modelo 4, a Figura 27 demonstra o impacto da variação das diagonais de indentação na Equação 70, considerando diferentes valores de σ_{d_1} . Para esta representação gráfica, serão consideradas as mesmas hipóteses apresentadas nas seções anteriores para o Modelo 4.

Análogo aos outros modelos, percebe-se na Figura 27 que a incerteza relativa da dureza Vickers pode variar drasticamente de acordo com alterações do tamanho das diagonais de impressão e da dispersão das mesmas.

Quantificando os dados, a curva que apresenta a menor variação da incerteza relativa de HV_m é a curva em que σ_{d_1} é igual a $0,5 \mu\text{m}$. Nessa, no momento em que d_1 corresponde a $30,0 \mu\text{m}$, $\delta_{HV_m(d)}$ aproxima-se de $2,38\%$. Já o ponto em que d_1 vale $120,0 \mu\text{m}$, resulta em $\delta_{HV_m(d)}$ equivalente a cerca de $0,51\%$.

Figura 27 – Efeito da variação de d_1 para diferentes valores de σ_{d_1} na incerteza relativa de HV_m , referente ao Modelo 4.



Fonte – O Autor (2020).

Em contrapartida, a curva em que σ_{d_1} é equivalente a $3,0 \mu\text{m}$ apresenta a maior variação de $\delta_{HV_{m(d)}}$. Quando o valor de d_1 é igual a $30,0 \mu\text{m}$, a incerteza relativa de HV_m é aproximadamente $19,0\%$. Na ocasião em que d_1 equivale a $120,0 \mu\text{m}$, a $\delta_{HV_{m(d)}}$ resultante é cerca de $4,03\%$.

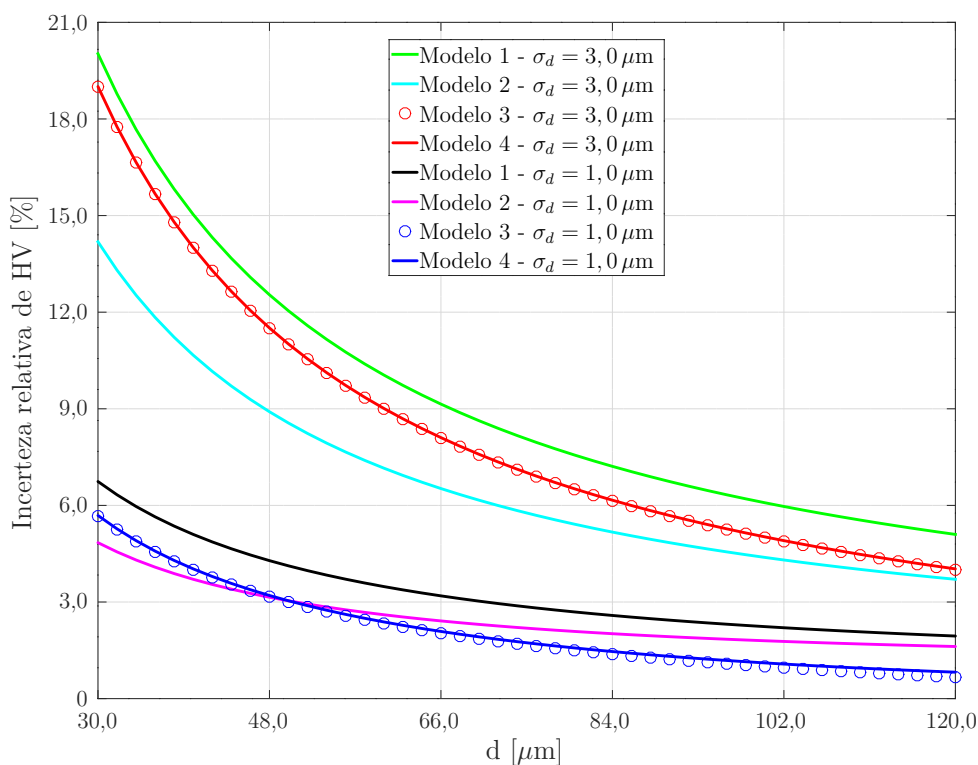
Complementando as análises para o Modelo 4, considerando uma força genérica e constante em toda a faixa de valores analisados, verifica-se novamente que em materiais de maior dureza o aumento das dispersões dos resultados das diagonais de indentação provocam maior variação na incerteza da dureza Vickers que em materiais de baixa dureza.

De modo geral, a variação das diagonais e incertezas padrão ocasionaram um comportamento semelhante nos resultados da incerteza relativa da dureza Vickers, para todos os modelos apresentados. Para facilitar a visualização das divergências entre os modelos, a Figura 28 demonstra o impacto da variação das diagonais de indentação nos 4 modelos, para σ_d igual a $3,0 \mu\text{m}$ e $1,0 \mu\text{m}$.

Ressalta-se que para esta representação gráfica, as diagonais d_{med} , d_1 e d_2 serão consideradas iguais (d). Além disso, as incertezas padrão $\sigma_{d_{med}}$, σ_{d_1} e σ_{d_2} também serão consideradas equivalentes (σ_d).

Pontificando a Figura 28, como os valores obtidos pelos Modelos 3 e 4 foram muito próximos, para facilitar a visualização, o Modelo 3 foi representado por marcadores em forma de círculos.

Figura 28 – Efeito da variação das diagonais de indentação para diferentes valores de σ_d na incerteza relativa da dureza Vickers, comparativo entre o modelos.



Fonte – O Autor (2020).

Ponderando a Figura 28, para ambos valores de σ_d , o Modelo 1 apresentou as maiores incertezas relativas de HV para toda a faixa de valores de d . Desse modo, pode-se dizer que o Modelo 1 superestima o valor de incerteza da dureza.

Em relação ao Modelo 2, quando σ_d é igual a $3,0 \mu\text{m}$, ele apresenta os menores valores da incerteza relativa de HV para toda faixa de valores de d . Considerando σ_d igual a $1,0 \mu\text{m}$, para valores de d menores que $48,64 \mu\text{m}$, o Modelo 2 apresenta os menores valores para δ_{HV} .

Ainda em referência ao Modelo 2, para σ_d igual a $1,0 \mu\text{m}$, o ponto em que d é igual a $48,64 \mu\text{m}$, as incertezas relativas de HV obtidas pelos Modelos 2 e 3 são iguais, correspondendo a $3,11\%$. Além disso, na condição em que d equivale a $50,0 \mu\text{m}$, as incertezas relativas de HV obtidas pelo Modelo 2 e 4 são iguais e correspondem a $3,02\%$. A partir desse ponto, a medida que os valores de d aumentam, a δ_{HV} obtida pelo Modelo 2 se aproxima da obtida pelo Modelo 1.

Com relação aos Modelos 3 e 4, as incertezas relativas de HV obtidas por ambos os modelos são muito próximas. Considerando uma força genérica e constante em toda a faixa de valores analisados, para σ_d igual a $3,0 \mu\text{m}$, em materiais de maior dureza (menores comprimentos diagonais) as incertezas relativas de HV obtidas por esses modelos se aproximam do Modelo 1, a medida que o comprimento das diagonais aumenta, as incertezas relativas de HV obtidas pelos Modelos 3 e 4 se aproximam do

Modelo 2.

Relativamente à σ_d igual a $1,0 \mu\text{m}$, a partir do ponto em que d é igual a $48,64 \mu\text{m}$, o Modelo 3 apresenta o menor valor para a incerteza relativa de HV . Além disso, a maior discrepância entre os valores de δ_{HV} obtidos pelos Modelos 3 e 4, ocorre na situação em que d equivale a $120,0 \mu\text{m}$, sendo δ_{HV} igual a $4,0\%$ e $4,03\%$, respectivamente.

Visto o comportamento teórico dos modelos propostos para a obtenção da incerteza combinada da dureza Vickers, a seção a seguir utilizará os modelos apresentados para a expressão do valor da dureza Vickers dos dados experimentais.

5.4 EXPRESSÃO DO VALOR DE DUREZA VICKERS

O valor verdadeiro de uma grandeza física só pode ser conhecido de forma aproximada (VUOLO, 1996, p. 41). Portanto, utiliza-se o conceito de incertezas para expressar o valor da grandeza em estudo.

Desse modo, o valor da dureza Vickers pode ser expresso da seguinte forma:

$$HV = \mu_{HV} \pm U \quad (71)$$

como definido na Seção 4.3, U é a incerteza expandida e é resultante do produto da incerteza combinada (σ_c) pelo coeficiente de *Student*, de acordo com a precisão requerida. Em relação ao valor médio da dureza Vickers (μ_{HV}), este é obtido de acordo com a abordagem em estudo.

Para a abordagem da estatística descritiva, μ_{HV} é calculado de acordo com a Equação 72 para cada indentação (ID) do banco de dados do Apêndice C, conforme apresentado anteriormente na Seção 5.1.

$$\mu_{HV} = \frac{1}{n} \sum_{ID=1}^{n=100} 1,8544 \frac{F}{\left(\frac{d_{1,ID} + d_{2,ID}}{2}\right)^2} \quad (72)$$

Por outro lado, visto que os modelos para propagação de incertezas utilizam apenas os valores médios das variáveis, o valor médio da dureza Vickers (μ_{HV}) será calculado a partir dos valores médios das diagonais de indentação (ver Tabela 7).

Desse modo, a Equação 73 representa o valor médio da dureza Vickers para os modelos que consideram a definição usual. Já a Equação 74, representa o valor médio da dureza Vickers para os modelos que consideram a abordagem modificada.

$$\mu_{HV} = 1,8544 \frac{F}{(\mu_{d_{med}})^2} \quad (73)$$

$$\mu_{HV_m} = \frac{8F \operatorname{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\mu_{d_1}^2 + 2\mu_{d_1}\mu_{d_2} + \mu_{d_2}^2} \quad (74)$$

Salienta-se que o valor médio da dureza Vickers obtido pela estatística descritiva (Equação 72) difere do valor médio calculado pelas Equações 73 e/ou 74.

Assim sendo, o uso do coeficiente de *Student* para estabelecer o intervalo de abrangência dos resultados pode ser definido conforme:

$$\mu_{HV} - t\sigma_c \leq HV \leq \mu_{HV} + t\sigma_c \quad (75)$$

o coeficiente de *Student* (t), recomendado por JCGM (2008), para um nível de confiança de 95% é igual a 2. Isso implica que cerca de 95% dos dados de HV devem estar contidos nesse intervalo.

A incerteza combinada (σ_c) será calculada de acordo com os modelos apresentados na Seção 5.2. Portanto, a Tabela 9 apresenta os dados que serão utilizados como variáveis de entrada para o cálculo das incertezas combinadas de cada modelo.

Especificando os dados da Tabela 9, estão descritos: valor esperado e incerteza relativa da força de ensaio; valores médios e incertezas padrão das diagonais de indentação; valor esperado e incerteza padrão do ângulo entre faces opostas do indentador; valores médios da dureza Vickers.

Tabela 9 – Dados para os cálculos das incertezas.

Grandeza	F [N]	δ_F [%]	d_1 [μm]	σ_{d_1} [μm]	d_2 [μm]	σ_{d_2} [μm]
Valores	9,8067	1,0	56,152	3,0445	54,8396	3,0983
Grandeza	d_{med} [μm]	$\sigma_{d_{med}}$ [μm]	α [°]	σ_α [°]	HV [GPa]	HV_m [GPa]
Valores	55,4958	2,6004	136	0,5	5,9048	5,9048

Fonte – O Autor (2020).

Além disso, ressalta-se que para os modelos que consideram dependência entre as variáveis aleatórias (Modelos 3 e 4), foi considerado correlação perfeita entre as mesmas, portanto o valor dos coeficientes $\rho_{Fd_{med}}$, ρ_{Fd_1} , ρ_{Fd_2} e $\rho_{d_1d_2}$ são considerados equivalentes a 1.

Logo, a Tabela 10 apresenta os resultados do cálculo da incerteza combinada após a substituição dos valores da Tabela 9 nas Equações 44, 52, 56 e 61.

Tabela 10 – Incerteza combinada referente aos dados experimentais.

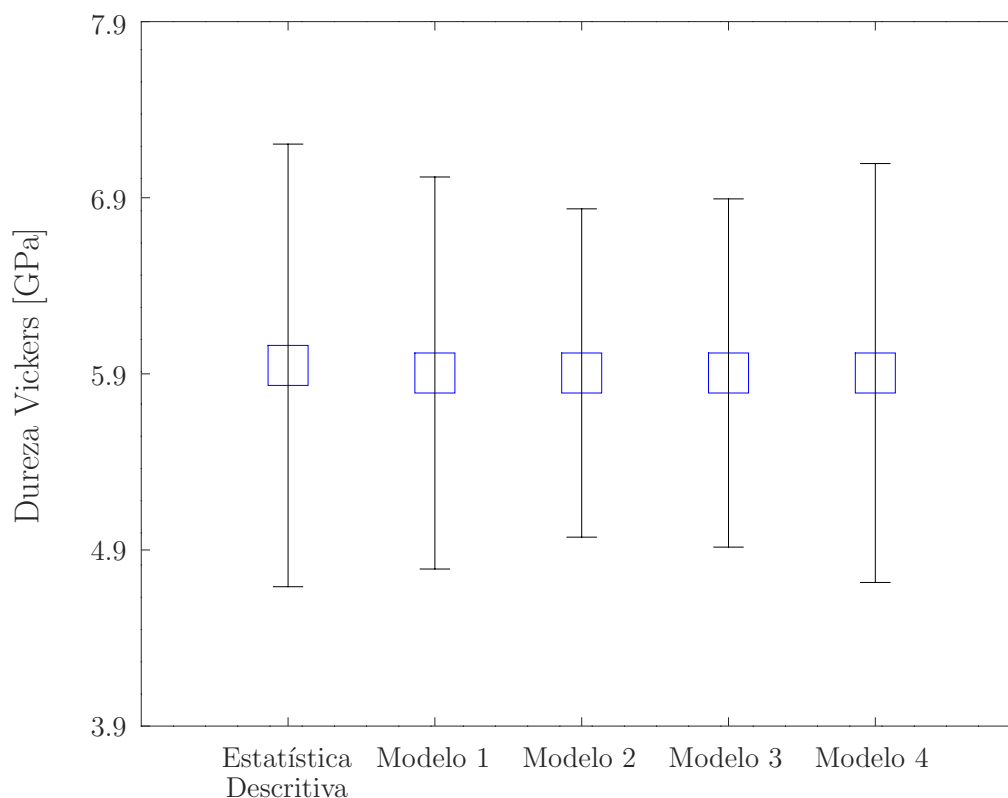
Parâmetros	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
Incerteza combinada [GPa]	0,55652	0,4661	0,49433	0,59464
Incerteza relativa [%]	9,4248	7,8928	8,3716	10,070

Fonte – O Autor (2020).

A Figura 29 apresenta a comparação entre a incerteza obtida pela estatística descritiva com as incertezas combinadas calculadas pelos modelos, considerando o intervalo de abrangência dos dados igual a 95% (t igual a 2).

Além disso, os limites inferiores, superiores e a amplitude dos dados são apresentados na Tabela 11.

Figura 29 – Representação do intervalo de abrangência da dureza Vickers.



Fonte – O Autor (2020).

Tabela 11 – Limites dos dados de dureza Vickers, valores em GPa.

Parâmetro	Limite inferior	Média	Limite superior	Amplitude total
Estatística descritiva	4,6913	5,9479	7,2045	2,5132
Modelo 1	4,7918	5,9048	7,0178	2,2260
Modelo 2	4,9726	5,9048	6,8370	1,8644
Modelo 3	4,9161	5,9048	6,8935	1,9774
Modelo 4	4,7155	5,9048	7,0941	2,3786

Fonte – O Autor (2020).

Analisando a Figura 29 é possível perceber que o maior desvio ocorre para os dados calculados apenas pela estatística descritiva (Tabela 7). Por outro lado, o menor desvio é obtido através dos cálculos utilizando o Modelo 2, ou seja, ao considerar

as incertezas da equação modificada da dureza Vickers (Equação 25) para variáveis independentes.

Na prática, a abordagem convencional utilizada para a representação das incertezas de um experimento é a estatística descritiva ou, algumas vezes, o Modelo 1, sendo que a diferença entre eles é de 11,43%.

A diferença entre a maior dispersão do valor de HV (estatística descritiva) pelo menor valor de dispersão (Modelo 2) é equivalente a um decréscimo de aproximadamente 25,82%.

Avaliando os modelos, considerando as análises de variáveis independentes, Modelos 1 e 2, a diferença entre eles é de 16,24%.

Ao considerar a dependência entre as variáveis aleatórias, para a definição usual, houve um decréscimo nos valores de incerteza entre os Modelos 1 e 3 de aproximadamente 11,17%.

Já para a definição modificada (Modelos 2 e 4), ao considerar a dependência entre as variáveis houve um acréscimo no valor da incerteza da dureza Vickers equivalente a cerca de 27,58%.

Relativamente aos Modelos 3 e 4 (análises de incertezas considerando variáveis dependentes), houve um aumento do Modelo 3 para o 4 de aproximadamente 20,29%.

Com referência aos modelos que consideram a dependência entre as variáveis, os resultados apresentados foram considerando a correlação perfeita entre as fontes de incerteza. Essa hipótese é uma condição ideal, porém na prática não é satisfeita e, portanto, induzindo em resultados diferentes dos obtidos nas análises teóricas.

Em vista disso, para verificar o comportamento real dos modelos que consideram a dependência entre as fontes de incerteza, calculou-se o coeficiente de correlação de Pearson entre as diagonais d_1 e d_2 de acordo com a Equação 37, onde o valor obtido foi de aproximadamente 0,65851.

Para a correlação entre a força e as diagonais de indentação ($\rho_{Fd_{med}}$, ρ_{Fd_1} e ρ_{Fd_2}), foram considerados os trabalhos de Güder *et al.* (2011) e Harada *et al.* (2013) que apresentam um valor de aproximadamente 0,98.

Desse modo, recalculando os valores de incerteza para o Modelo 3, a incerteza combinada obtida foi de aproximadamente 0,4969 GPa e a incerteza relativa de HV encontrada equivale a cerca de 8,42%. Para o Modelo 4, o valor da incerteza combinada é próximo de 0,4855 GPa e a incerteza relativa de HV_m equivale a 8,22%.

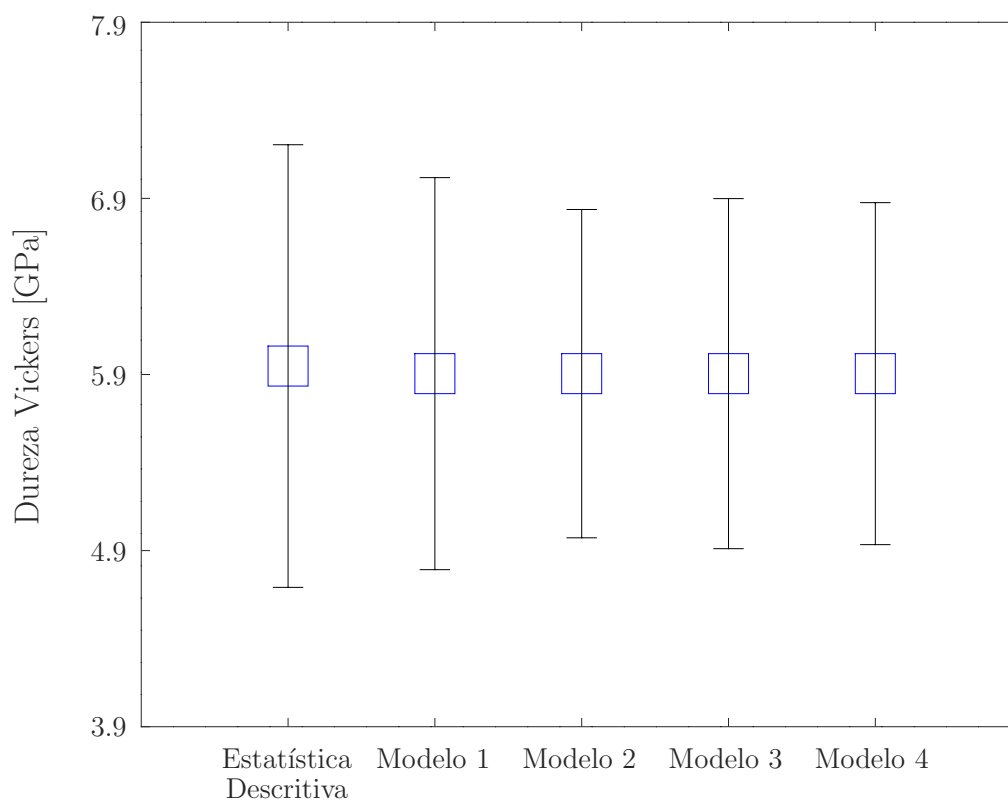
Portanto, expressando novamente o intervalo da dureza Vickers, a Tabela 12 descreve os limites dos valores obtidos e a Figura 30 apresenta a representação gráfica, considerando o intervalo de abrangência dos dados de 95%.

Tabela 12 – Limites dos dados de dureza Vickers após o cálculo do coeficiente de correlação de Pearson, valores em GPa.

Parâmetro	Limite inferior	Média	Limite superior	Amplitude total
Estatística descritiva	4,6913	5,9479	7,2045	2,5132
Modelo 1	4,7918	5,9048	7,0178	2,2260
Modelo 2	4,9726	5,9048	6,8370	1,8644
Modelo 3	4,9109	5,9048	6,8987	1,9878
Modelo 4	4,9339	5,9048	6,8758	1,9419

Fonte – O Autor (2020).

Figura 30 – Representação do intervalo de abrangência da dureza Vickers.



Fonte – O Autor (2020).

Após os cálculos e considerações sobre os coeficientes de correlação de Pearson, para o Modelo 3 a amplitude total dos valores de HV aumentou cerca de 0,53%. Por outro lado, no Modelo 4, houve um decréscimo de aproximadamente 18,36%.

Comparando as análises de incertezas para a definição usual da dureza Vickers (Modelos 1 e 3), ao considerar a correlação entre as fontes de incerteza houve um decréscimo de aproximadamente 10,70%.

Para a definição modificada da dureza Vickers (Modelos 2 e 4), ao considerar a dependência entre as variáveis, houve um aumento na amplitude total dos valores de dureza próximo de 4,16%.

5.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO

Nesta seção serão resumidos e comparados os principais tópicos apresentados no capítulo.

Iniciando pela Seção 5.1, foi apresentado o tratamento dos dados experimentais de modo que foram calculadas as principais medidas descritivas e avaliada a dispersão do conjunto de dados.

Em relação à dispersão dos dados das diagonais de indentação, verificou-se que o desvio-padrão obtido difere dos encontrados na literatura. Justifica-se esse resultado o material estudado, pois nos trabalhos de Schneider *et al.* (1999), Mahmoud e Hegazy (2017) e Elizabeth *et al.* (2019) foram analisados padrões de dureza e no presente trabalho, dados obtidos de Mikowski *et al.* (2007), foram realizados ensaios em vidros isoladores de alta tensão. Desse modo, sabe-se que são geradas trincas em indentações de materiais cerâmicos, fato que dificulta a medição das diagonais e conduz a uma maior dispersão nos resultados (MIKOWSKI *et al.*, 2006).

Quanto a distribuição dos dados, a simetria dos histogramas das diagonais de indentação representados pelas Figuras 11, 12 e 13 estão de acordo com os resultados obtidos por Schneider *et al.* (1999). Além disso, o histograma de HV (Figura 14), apresentou comportamento assimétrico, resultado consoante aos estudos de Schneider *et al.* (1999).

A Seção 5.2 demonstrou o desenvolvimento dos modelos para avaliação da incerteza da definição da dureza Vickers de acordo com a teoria da propagação de incertezas.

Na Seção 5.3 foram apresentadas as análises dos modelos propostos, a qual foi dividida em: análises do peso relativo de cada parâmetro dos modelos, análise da incerteza relativa das variáveis das equações de incerteza e análise do efeito das diagonais de indentação na incerteza relativa da dureza Vickers.

Relativamente à Subseção 5.3.1, foram avaliados os pesos de cada parâmetro para cada modelo de incerteza. De modo geral, os parâmetros relativos as diagonais de indentação exibiram maior influência na incerteza relativa quadrática da dureza Vickers.

Uma ressalva para os gráficos em que a incerteza padrão das diagonais vale $1,0 \mu\text{m}$ e para impressões de diagonais maiores que $100,0 \mu\text{m}$. Nessa situação, no Modelo 2, o parâmetro da força passa a ser o mais influente. No Modelo 3, o parâmetro da correlação entre força e diagonal média se torna o mais influente. Por fim, para o Modelo 4, o parâmetro da correlação entre força e diagonais de indentação (tanto para d_1 quanto para d_2) demonstra o maior peso na equação do modelo. Isso ocorre pois, a partir desse ponto, a incerteza relativa das diagonais se torna menor que a incerteza relativa das outras variáveis.

Em referência à Subseção 5.3.2, foi analisado o efeito da variação das incerte-

zas relativas da força de ensaio e da diagonal de indentação na incerteza relativa da dureza Vickers através de mapas de cores.

Para todos os casos, a variação da incerteza relativa das diagonais causou maior impacto na incerteza relativa da dureza do que a variação da incerteza relativa da força de ensaio.

A principal diferença entre as representações gráficas dessa subseção está relacionada com a transição de cores. Os Modelos 3 e 4, que consideram variáveis dependentes, apresentam a transição de cores aparentemente linear.

Ainda sobre a Subseção 5.3.2, foi apresentado nos Modelos 2 e 4 que, quando as incertezas relativas da força e das diagonais são iguais a zero, a incerteza relativa resultante é diretamente relacionada com a incerteza relativa do ângulo entre faces opostas do indentador. Nessa situação, a incerteza relativa da dureza Vickers para o Modelo 2 e 4 é de aproximadamente 0,48%.

Para essas representações gráficas, o valor considerado para a incerteza relativa de α foi acima do sugerido pela norma. Mesmo assim, os resultados obtidos foram menores que os apresentados por El-Sherbiny *et al.* (2012). Em outras palavras, o modelo proposto por El-Sherbiny *et al.* (2012) superestimou a incerteza proveniente do ângulo entre faces opostas do indentador.

Direcionando as análises para a Subseção 5.3.3, corroborado pelas análises anteriores que a diagonal de indentação exerce maior influência na incerteza da dureza Vickers, nesta subseção foi avaliado o efeito da variação das diagonais de indentação e incertezas padrão na incerteza relativa da dureza Vickers.

De modo geral, todos os modelos apresentaram um comportamento semelhante em relação à variação das diagonais e incertezas padrão. Destacam-se as seguintes características dos modelos em relação a Figura 28:

- O Modelo 1 apresentou a maior incerteza relativa da dureza Vickers para todas as situações avaliadas;
- O Modelo 2 apresentou a menor incerteza relativa da dureza para toda faixa de valores das diagonais quando a incerteza padrão é igual a 3,0 μm e também quando a incerteza padrão é igual a 1,0 μm , para valores de diagonais menores que 48,64 μm ;
- Os Modelos 3 e 4 apresentaram um comportamento muito semelhante. Para a curva de incerteza padrão igual a 3,0 μm , para materiais que apresentam elevada dureza (menores diagonais de indentação), a curva dos modelos se aproxima da curva do Modelo 1, a medida que as diagonais aumentam, as curvas dos Modelos 3 e 4 se aproximam da curva do Modelo 2;

- Quando a incerteza padrão é equivalente a $1,0 \mu\text{m}$, para diagonais maiores que $48,64 \mu\text{m}$, o Modelo 3 apresenta a menor incerteza relativa da dureza Vickers.

A Seção 5.4, realizou a expressão do valor de dureza Vickers utilizando o conceito de intervalo de abrangência.

Anteriormente, na seção de tratamento de dados, foi discutido que a abordagem convencional utilizada para expressar a incerteza de resultados experimentais é o uso da média \pm desvio-padrão. Porém, essa abordagem apresenta baixa representatividade dos dados.

Desse modo, o recomendado por JCGM (2008) em análises de incerteza é o uso de intervalos de abrangência. Assim, para uma precisão requerida de aproximadamente 95%, o coeficiente de *Student* sugerido por JCGM (2008) é igual a 2.

Utilizando então o intervalo de abrangência, verificou-se que a estatística descritiva apresenta o maior intervalo dos dados. Em outras palavras, superestima o valor de incerteza.

Concentrando as análises para os modelos propostos, o modelo de incertezas para a definição usual de HV , considerando variáveis independentes (Modelo 1), apresentou a maior abrangência de valores para HV , portanto superestima a incerteza da dureza Vickers.

O modelo de incertezas para a definição modificada (HV_m) considerando variáveis independentes (Modelo 2), demonstrou o menor intervalo para os dados experimentais.

Para os Modelos 3 e 4 foram calculadas incertezas utilizando diferentes valores para os coeficientes de correlação de Pearson. Quando iguais a 1, significa correlação máxima entre as variáveis e é uma abordagem conservadora, ou seja, considera a pior hipótese. Uma escolha sensata é o cálculo dos coeficientes com os valores experimentais, pois assim se obtém o grau de correlação dos dados em estudo.

Comparando as incertezas obtidas pelos Modelos 3 e 4, considerando o coeficiente de correlação de Pearson calculado pelos dados experimentais, verificou-se que o Modelo 4 obteve um valor de incerteza ligeiramente menor que o Modelo 3.

Portanto, retomando a afirmação realizada na Seção 5.1, a escolha da diagonal média por ter menor desvio-padrão que d_1 e d_2 é uma escolha persuasiva a qual induz a erros, pois ao realizar a propagação de incertezas das diferentes definições de dureza, os métodos que consideraram a média das diagonais (Modelos 1 e 3) obtiveram incertezas maiores que os Modelos 2 e 4.

Ao considerar a dependência entre as fontes de incerteza, houve um decréscimo na incerteza de aproximadamente 10,70% do Modelo 1 para o 3. O mesmo comportamento foi observado nos estudos de Mahmoud e Hegazy (2017) e se justifica pelo coeficiente de sensibilidade das variáveis correlacionadas que apresenta peso negativo na equação.

Porém, na análise de incerteza para variáveis dependentes da definição modificada, houve um acréscimo na incerteza do Modelo 2 para o 4 de aproximadamente 4,16%. Esse comportamento já foi previsto nas análises teóricas (ver Figura 28) e ocorre devido aos coeficientes de sensibilidade do Modelo 4 que são mais suscetíveis aos desvios experimentais.

A escolha de um modelo para representação da incerteza da dureza Vickers não deve ser realizada apenas pela magnitude da incerteza obtida, pois uma incerteza alta pode superestimar o valor do erro e uma incerteza baixa pode não alcançar a precisão requerida para representatividade dos dados experimentais.

Pode-se dizer que o Modelo 4 se apresenta como o modelo mais completo em virtude do número de parâmetros avaliados. Assim, destacam-se as seguintes características:

- Os coeficientes de sensibilidade intensificam o peso das incertezas relativas do modelo. Visto que o Modelo 4 apresenta o maior número de parâmetros, torna-se flexível às variações experimentais, em especial reproduz às diferenças entre as diagonais d_1 e d_2 ;
- Os coeficientes de correlação de Pearson medem o grau de dependência entre as variáveis aleatórias, ele quantifica a força de associação linear entre duas variáveis, e portanto descreve quão bem uma linha reta se ajustaria através dos valores experimentais. Desse modo, o Modelo 4 considera a correlação entre a força e as diagonais de indentação e também a dependência entre as diagonais d_1 e d_2 , demonstrando-se adaptável à diferentes cenários experimentais.

Isto posto, indica-se o uso do Modelo 4 para representar as incertezas provenientes da definição matemática da dureza Vickers.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensaio de dureza Vickers é amplamente utilizado na indústria e por pesquisadores para caracterização mecânica de materiais. Visto sua aplicabilidade, é de fundamental importância saber interpretar e estimar com precisão os resultados obtidos por este ensaio mecânico de penetração. Nesse contexto, foi proposto como objetivo geral do trabalho a análise da definição de dureza Vickers na perspectiva da teoria da propagação de incertezas.

Com base no objetivo geral, dividiu-se a revisão da literatura em: (i) ensaios de dureza; (ii) dureza Vickers; (iii) teoria da propagação de incertezas e (iv) estudos relacionados, ou seja, estado da arte.

Relativamente à seção sobre o ensaio de dureza Vickers, foi exposto um contexto histórico, detalhado o método de ensaio, apresentado a dedução matemática da equação para obtenção do valor de dureza e descrito as principais tolerâncias e especificações do método de ensaio. Como resultado dessa seção em conjunto com a normatização apresentada no Apêndice A, foi publicado um artigo no I Congresso Brasileiro Interdisciplinar de Ciência e Tecnologia (GONTARSKI *et al.*, 2020).

6.1 CONCLUSÕES

A proposição da abordagem modificada da definição de dureza Vickers facilitou a visualização de todas as variáveis envolvidas no cálculo da magnitude de dureza.

No que se refere ao tratamento de dados, a estatística descritiva é a metodologia convencional em análises experimentais para a obtenção de valores médios e dos desvios dos dados.

Tendo em vista os histogramas dos dados das diagonais de impressão, sendo o conjunto de 100 indentações, conclui-se que a partir do teorema do limite central, a distribuição dos valores experimentais se aproxima da distribuição Normal. Essa afirmação também é fundamentada pelos estudos realizados por Schneider *et al.* (1999).

A mesma afirmação não pode ser aplicada à distribuição de dados da dureza Vickers. Analisando os histogramas, verificou-se a assimetria dos mesmos. Esse resultado está de acordo com os obtidos por Schneider *et al.* (1999).

Foram desenvolvidos quatro modelos para representar a incerteza da definição de dureza Vickers.

- **Modelo 1:** trata-se da propagação de incertezas referente à definição usual da dureza Vickers considerando variáveis independentes;
- **Modelo 2:** trata-se da propagação de incertezas referente à definição modificada da dureza Vickers considerando variáveis independentes;

- **Modelo 3:** trata-se da propagação de incertezas referente à definição usual da dureza Vickers considerando variáveis dependentes;
- **Modelo 4:** trata-se da propagação de incertezas referente à definição modificada da dureza Vickers considerando variáveis dependentes.

As fontes de incertezas identificadas na definição matemática da dureza Vickers são: (i) força de ensaio; (ii) diagonais de indentação e (iii) ângulo entre faces opostas do indentador.

A fim de avaliar qual fonte de incerteza tem maior influência na incerteza da dureza Vickers, os modelos foram analisados graficamente por dois métodos. Primeiramente foi investigado qual parâmetro tem maior peso relativo na incerteza relativa quadrática da dureza Vickers. Já o segundo método, consistiu na avaliação do efeito da variação das incertezas relativas da força e das diagonais de indentação na incerteza relativa da dureza através de mapas de cores.

Mediante essas análises, conclui-se que a fonte de incerteza que exerce maior influência na incerteza da dureza Vickers é a diagonal de indentação. Com esse resultado, foi possível realizar uma nova análise, foram elaboradas representações gráficas para avaliar o comportamento dos modelos de incerteza a partir da variação das diagonais de indentação e suas incertezas padrão.

Por meio desse estudo teórico, constatou-se que o Modelo 1 superestima o valor da incerteza da dureza Vickers. Em cenários específicos, o Modelo 2 apresentou o menor valor de incertezas para a dureza Vickers. Os Modelos 3 e 4 exibiram comportamentos semelhantes. Para a menor dispersão dos dados e considerando materiais de baixa dureza, o Modelo 3 apresentou o menor valor de incerteza.

Visto a atuação teórica dos modelos, buscou-se expressar o valor de dureza Vickers dos dados experimentais fornecidos por Mikowski *et al.* (2006). Para a comparação dos modelos foi utilizado o intervalo de abrangência dos dados de 95% para a obtenção da incerteza expandida. Desse modo, os valores calculados para expressar o valor da dureza Vickers são:

- **Estatística descritiva:** $5,9479 \pm 1,2566$ GPa;
- **Modelo 1:** $5,9048 \pm 1,1130$ GPa;
- **Modelo 2:** $5,9048 \pm 0,9322$ GPa;
- **Modelo 3:** $5,9048 \pm 0,9939$ GPa;
- **Modelo 4:** $5,9048 \pm 0,97095$ GPa.

Observando os resultados, conclui-se que a abordagem convencional que habitualmente utiliza a estatística descritiva superestima a incerteza da dureza Vickers se comparado aos modelos propostos.

Destaca-se que o valor médio da dureza Vickers calculado pela estatística descritiva difere da média calculada pelas Equações 73 e 74, as quais são obtidas ao utilizar os valores médios das variáveis aleatórias nas definições de dureza.

Ademais, comparando os valores médios calculados para os modelos da definição usual e modificada da dureza Vickers, foram obtidos valores muito próximos. Se considerado notação científica e cinco algarismos significativos, eles apresentam o mesmo resultado.

Confrontando apenas os modelos de propagação de incertezas, o Modelo 1 apresentou o maior valor de incerteza da dureza Vickers e, por outro lado, o Modelo 2 apresentou o menor valor.

Ao avaliar os resultados de incerteza dos modelos considerando a dependência entre as variáveis, percebeu-se que para a definição usual da dureza Vickers houve um decréscimo em sua incerteza de aproximadamente 10,70%, comportamento semelhante ao que foi encontrado na literatura.

Em contrapartida, ao considerar a dependência entre as variáveis nos modelos que avaliam a definição modificada da dureza Vickers, houve um acréscimo em torno de 4,16% de incerteza. Esse comportamento também foi identificado nas análises teóricas.

A apresentação de modelos analíticos para a avaliação de incertezas provenientes da definição matemática de dureza Vickers, deixando de lado avaliações da metrologia, é uma contribuição que preenche a lacuna de pesquisa identificada pela RSL.

Entre os modelos analíticos propostos, aconselha-se o uso do Modelo 4 para descrever as incertezas da definição matemática da dureza Vickers em razão do número de parâmetros avaliados, considerando a forte influência exercida pelos coeficientes de sensibilidade, bem como do coeficiente de Correlação de Pearson. Fatores que agregam maior confiabilidade aos resultados.

Concluindo, destaca-se que os objetivos do trabalho foram alcançados.

6.2 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Como proposta para trabalhos futuros, sugere-se a avaliação de incertezas com o uso dos modelos propostos através da realização de ensaios de dureza Vickers em diferentes classes de materiais, confrontando os resultados teóricos deste trabalho com os dados experimentais.

Outra recomendação de trabalho é a comparação de incertezas dos modelos propostos através da teoria da propagação de incertezas com incertezas obtidas por meio de simulações de Monte Carlo.

REFERÊNCIAS

ALBERTAZZI, Armando; SOUSA, André Roberto de. **Fundamentos de metrologia científica e industrial**. Barueri: Editora Manole, 2008.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM C1327**: Standard Test Method for Vickers Indentation Hardness of Advanced Ceramics. West Conshohocken, mar. 2015.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM E384**: Standard Test Method for Microindentation Hardness of Materials. West Conshohocken, ago. 2017a.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM E92**: Standard Test Methods for Vickers Hardness and Knoop Hardness of Metallic Materials. West Conshohocken, mai. 2017b.

ANSTIS, G.R.; CHANTIKUL, P.; LAWN, B.R.; MARSHALL, D.B. A Critical Evaluation of Indentation Techniques for Measuring Fracture Toughness: I, Direct Crack Measurements. **Journal of the American Ceramic Society**, v. 64, n. 9, p. 533–538, 1981. DOI: 10.1111/j.1151-2916.1981.tb10320.x.

ARAÚJO, Willy Jorge Prudente de; MELLO, Carlos Henrique Pereira. Uma revisão sistemática da literatura para a terceirização de pesquisa & desenvolvimento. **9º Congresso Brasileiro de Gestão de Desenvolvimento de Produtos**, Natal, p. 1–10, set. 2013.

ASKELAND, Donald R.; PHULÉ, Pradeep. **Ciência e engenharia dos materiais**. São Paulo: Cengage Learning, 2008. v. 2.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR ISO 6507-1**: Materiais metálicos — Ensaio de dureza Vickers Parte 1: Método de ensaio. Rio de Janeiro, jun. 2019a.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR ISO 6507-2**: Materiais metálicos — Ensaio de dureza Vickers Parte 2: Verificação e calibração de máquinas de ensaio. Rio de Janeiro, jun. 2019b.

BARBETTA, Pedro Alberto; REIS, Marcelo Menezes; BORNIA, Antonio Cesar. **Estatística para cursos de engenharia e informática**. 3. ed. São Paulo: Editora Atlas S.A., 2010.

BERRY, A.J.; MULHEARN, T.O. Effective case depth: uncertainties in measurement. **Metallography**, v. 1, n. 3, p. 373–385, 1969. ISSN 0026-0800. DOI: [https://doi.org/10.1016/0026-0800\(69\)90046-9](https://doi.org/10.1016/0026-0800(69)90046-9).

BIROLINI, Alessandro. **Reliability engineering: Theory and practice**. 6. ed. New York: Springer Science & Business Media, 2010.

CAGLIERO, Roberto; BARBATO, Giulio; MAIZZA, Giovanni; GENTA, Gianfranco. Measurement of elastic modulus by instrumented indentation in the macro-range: Uncertainty evaluation. **International Journal of Mechanical Sciences**, Elsevier, v. 101-102, p. 161–169, 2015. ISSN 00207403. DOI: [10.1016/j.ijmecsci.2015.07.030](https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2015.07.030).

CALLISTER, William D. **Ciência e engenharia dos materiais: Uma introdução**. Tradução de Sérgio Murilo Stamile Soares. 7. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2008.

CHIU, Chin-Chen. Residual stresses in ceramic coatings as determined from the curvature of a coated strip. **Materials Science and Engineering: A**, v. 150, n. 1, p. 139–148, 1992. ISSN 0921-5093. DOI: [https://doi.org/10.1016/0921-5093\(90\)90017-W](https://doi.org/10.1016/0921-5093(90)90017-W).

CONFORTO, Edivandro Carlos; AMARAL, Daniel Capaldo; SILVA, Sérgio Luis Da. Roteiro para revisão bibliográfica sistemática : aplicação no desenvolvimento de produtos e gerenciamento de projetos. **8º Congresso Brasileiro de Gestão de Desenvolviemnto de Produto - CNGDP 2011**, n. 1998, p. 1–12, 2011. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/cbgdp2011/downloads/9149.pdf>.

COOK, Robert F.; PHARR, George M. Direct Observation and Analysis of Indentation Cracking in Glasses and Ceramics. **Journal of the American Ceramic Society**, v. 73, n. 4, p. 787–817, 1990. DOI: [10.1111/j.1151-2916.1990.tb05119.x](https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1990.tb05119.x).

DÍAZ, Simón Roa. On the propagation of methodological uncertainties in Depth Sensing Indentation data analysis: A brief and critical review. **Mechanics Research**

Communications, v. 105, 2020. ISSN 00936413. DOI:

10.1016/j.mechrescom.2020.103516.

EATON, John W.; BATEMAN, David; HAUBERG, Soren; WEHBRING, Rik. **GNU Octave**: A high-level interactive language for numerical computations. Octave version 5.2.0. Fifth. Boston: [s.n.], jan. 2020. P. 1094. Disponível em:

<https://octave.org/octave.pdf>.

ELIZABETH, Indu; KUMAR, Rajesh; GARG, Naveen; ASIF, Mohammed; MANIKANDAN, R. M.; GIRISH; TITUS, S. S.K. Measurement Uncertainty Evaluation in Vickers Hardness Scale Using Law of Propagation of Uncertainty and Monte Carlo Simulation. **Mapan - Journal of Metrology Society of India**, v. 34, n. 3, p. 317–323, 2019. ISSN 09703950. DOI: 10.1007/s12647-019-00341-9.

ELLIS, Jonathan D.; SMITH, Stuart T.; HOCKEN, Robert J. Alignment uncertainties in ideal indentation styli. **Precision Engineering**, v. 32, n. 3, p. 207–214, 2008. ISSN 0141-6359. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2007.08.004>.

FABRICIO, Daniel Antonio Kapper; HACK, Pedro da Silva; CATEN, Carla Schwengber ten. Estimation of the measurement uncertainty in the anisotropy test. **Measurement: Journal of the International Measurement Confederation**, Elsevier Ltd, v. 93, p. 303–309, 2016. ISSN 02632241. DOI: 10.1016/j.measurement.2016.07.027.

GALVÃO, Taís Freire; PEREIRA, Mauricio Gomes. Revisões sistemáticas da literatura: passos para sua elaboração. **Epidemiologia e Serviços de Saúde**, v. 23, n. 1, p. 183–184, 2014. ISSN 1679-4974. DOI: 10.5123/s1679-49742014000100018.

GARCIA, Amauri; SPIM, Jaime Alvares; SANTOS, Carlos Alexandre dos. **Ensaios dos materiais**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2000.

GARCIA, Marcus; ANGELINI, Thomas E. A method for eliminating the need to know when contact is made with soft surfaces: Data processing and error analysis. **Biotribology**, Elsevier, v. 20, February, p. 100109, 2019. ISSN 23525738. DOI: 10.1016/j.biotri.2019.100109.

GODINA, Andrej; VUHERER, Tomaž; ACKO, Bojan. Possibilities for minimising uncertainty of dissimilar materials gauge blocks calibration by mechanical comparison. **Measurement: Journal of the International Measurement Confederation**, Elsevier

Ltd, v. 45, n. 3, p. 517–524, 2012. ISSN 02632241. DOI: 10.1016/j.measurement.2011.10.018.

GONTARSKI, Thiago L; CASALI, Rafael M; MIKOWSKI, Alexandre. **Dureza Vickers – Definição, normatização e perspectivas de pesquisa**: Uma Revisão. Diamantina (MG) - Online: Even3, Setembro 2020. ISBN 978-65-88243-19-0. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/icobicet2020/265636-DUREZA-VICKERS--DEFINICAO-NORMATIZACAO-E-PERSPECTIVAS-DE-PESQUISA--UMA-REVISAO>.

GRELLMANN, Wolfgang; SEIDLER, Sabine. Mechanical Properties of Polymers. *In*: GRELLMANN, Wolfgang; SEIDLER, Sabine (Ed.). **Polymer Testing**. Second Edition. [S.l.]: Hanser, 2013. P. 73–231. ISBN 978-1-56990-548-7. DOI: <https://doi.org/10.3139/9781569905494.004>.

GÜDER, H. Salih; ŞAHİN, Eda; ŞAHİN, O.; GÖÇMEZ, Hasan; DURAN, Cihangir; ÇETINKARA, H. Ali. Vickers and Knoop indentation microhardness study of β -SiAlON ceramic. **Acta Physica Polonica A**, v. 120, n. 6, p. 1026–1033, 2011. ISSN 1898794X. DOI: 10.12693/APhysPo1A.120.1026.

HACK, Pedro da Silva; CATEN, Carla Schwengber ten. Measurement Uncertainty: Literature Review and Research Trends. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, IEEE, v. 61, n. 8, p. 2116–2124, ago. 2012. ISSN 0018-9456. DOI: 10.1109/TIM.2012.2193694.

HARADA, Kosuke; SHINYA, Akikazu; YOKOYAMA, Daiichiro; SHINYA, Akiyoshi. Effect of loading conditions on the fracture toughness of zirconia. **Journal of Prosthodontic Research**, v. 57, n. 2, p. 82–87, 2013. ISSN 1883-1958. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jpor.2013.01.005>.

HERRMANN, Konrad; JENNETT, Nigel M.; WEGENER, W.; MENEVE, Jan; HASCHE, Klaus; SEEMANN, Reiner. Progress in determination of the area function of indenters used for nanoindentation. **Thin Solid Films**, v. 377-378, p. 394–400, 2000. ISSN 00406090. DOI: 10.1016/S0040-6090(00)01367-5.

JOINT COMMITTEE FOR GUIDES IN METROLOGY. **JCGM 100**: Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement. Sèvres, set. 2008.

- KEIST, Jayme S.; PALMER, Todd A. Development of strength-hardness relationships in additively manufactured titanium alloys. **Materials Science and Engineering A**, Elsevier B.V., v. 693, March, p. 214–224, 2017. ISSN 09215093. DOI: 10.1016/j.msea.2017.03.102.
- KRUPECHACKE, José Eloir. **Incerteza de medição da dureza e do módulo de elasticidade reduzido determinados por nanoindentação instrumentada**. 2014. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica - Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba.
- KUHINEK, Dalibor; ZORIĆ, I.; HRŽENJAK, Petar. Measurement uncertainty in testing of uniaxial compressive strength and deformability of rock samples. **Measurement Science Review**, v. 11, n. 4, p. 112–117, 2011. ISSN 13358871. DOI: 10.2478/v10048-011-0021-2.
- KUMAR, Harish; MOONA, Girija; ARORA, P. K.; HALEEM, Abid; SINGH, Jasveer; KUMAR, Rajesh; KUMAR, Anil. Monte carlo method for evaluation of uncertainty of measurement in brinell hardness scale. **Indian Journal of Pure and Applied Physics**, v. 55, n. 6, p. 445–453, 2017. ISSN 00195596. Disponível em: <http://nopr.niscair.res.in/handle/123456789/42260>.
- LINK, Walter. **Metrologia mecânica**: Expressão da incerteza de medição. Rio de Janeiro: Programa RH-Metrologia, 1997.
- LINK, Walter. **Tópicos avançados da metrologia mecânica**: Confiabilidade metrológica e suas aplicações na metrologia. 1. ed. Rio de Janeiro: INMETRO, 2000.
- LIRA, Francisco Adval de. **Metrologia na indústria**. 9. ed. São Paulo: Editora Érica, 2001.
- LUCCA, Don A.; HERRMANN, Konrad; KLOPFSTEIN, Matthew J. Nanoindentation: Measuring methods and applications. **CIRP Annals - Manufacturing Technology**, v. 59, n. 2, p. 803–819, 2010. ISSN 00078506. DOI: 10.1016/j.cirp.2010.05.009.
- MAHARJAN, Niroj; ZHOU, Wei; WU, Naien. Direct laser hardening of AISI 1020 steel under controlled gas atmosphere. **Surface and Coatings Technology**, v. 385, p. 125399, 2020. ISSN 0257-8972. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2020.125399>.

MAHMOUD, Gouda M.; HEGAZY, Riham S. Comparison of GUM and Monte Carlo methods for the uncertainty estimation in hardness measurements. **International Journal of Metrology and Quality Engineering**, v. 8, p. 1–9, 2017. ISSN 21076847. DOI: 10.1051/ijmqe/2017014.

MCCOLM, Ian John. **Ceramic hardness**. New York: Plenum, 1990.

MICHEL, Milton D.; MIKOWSKI, Alexandre; LEPIENSKI, Carlos M.; FOERSTER, Carlos E.; SERBENA, Francisco C. High temperature microhardness of soda-lime glass. **Journal of Non-Crystalline Solids**, v. 348, p. 131–138, 2004. Proceedings of the 6th Brazilian Symposium of Glasses and Related Materials and 2nd International Symposium on Non-Crystalline Solids in Brazil. ISSN 0022-3093. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.jnoncrysol.2004.08.138>.

MIKOWSKI, Alexandre; SERBENA, Francisco C.; FOERSTER, Carlos E.; LEPIENSKI, Carlos M. Statistical analysis of threshold load for radial crack nucleation by Vickers indentation in commercial soda-lime silica glass. **Journal of Non-Crystalline Solids**, v. 352, n. 32, p. 3544–3549, 2006. Glasses and Related Materials 7. ISSN 0022-3093. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jnoncrysol.2006.02.112>.

MIKOWSKI, Alexandre; SOARES, Paulo; BRAUN, Sandro Elias; BUCHNER, Silvio; NEVES, Etney; LEPIENSKI, Carlos Maurício. Statistical analysis of indentation fracture toughness of high voltage insulator glass. **IV International Symposium on Non-Crystalline Solids, VII Brazilian Symposium on Glass and Related Materials**, Aracaju, p. 1, out. 2007.

MOHAMED, Moenes I.; AGGAG, Gamal A. Uncertainty evaluation of shore hardness testers. **Measurement: Journal of the International Measurement Confederation**, v. 33, n. 3, p. 251–257, 2003. ISSN 02632241. DOI: 10.1016/S0263-2241(02)00087-8.

MONTGOMERY, Douglas C.; RUNGER, George C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**: Tradução de Verônica Calado. 4. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2000.

MOREL, Alexandre *et al.* Correlating diameter, mechanical and structural properties of poly(L-lactide) fibres from needleless electrospinning. **Acta Biomaterialia**, Acta

Materialia Inc., v. 81, p. 169–183, 2018. ISSN 18787568. DOI: 10.1016/j.actbio.2018.09.055.

PENCEA, Ion; SFAT, Catalin; GEANTA, Victor; STEFANOIU, Radu; VOICULESCU, Ionelia. New multiconvolutional approach for measurement uncertainty estimation. case study for vickers hardness test. **Metalurgia International**, v. 18, p. 57–62, 2013. ISSN 15822214.

PENDRILL, Leslie R. Optimised measurement uncertainty and decision-making when sampling by variables or by attribute. **Measurement: Journal of the International Measurement Confederation**, v. 39, n. 9, p. 829–840, 2006. ISSN 02632241. DOI: 10.1016/j.measurement.2006.04.014.

PETIK, Ferenc. Problems of hardness measurement. **Measurement**, v. 1, n. 1, p. 24–30, 1983. ISSN 02632241. DOI: 10.1016/0263-2241(83)90030-1.

SAHA, Ranjana; NIX, William D. Effects of the substrate on the determination of thin film mechanical properties by nanoindentation. **Acta Materialia**, v. 50, n. 1, p. 23–38, 2002. ISSN 1359-6454. DOI: [https://doi.org/10.1016/S1359-6454\(01\)00328-7](https://doi.org/10.1016/S1359-6454(01)00328-7).

SALSBURY, James G.; MORSE, Edward P. Measurement uncertainty in the performance verification of indicating measuring instruments. **Precision Engineering**, v. 36, n. 2, p. 218–228, 2012. ISSN 0141-6359. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2011.10.001>.

SCHNEIDER, Jean-Marc; BIGERELLE, Maxence; IOST, Alain. Statistical analysis of the Vickers hardness. **Materials Science and Engineering: A**, v. 262, n. 1, p. 256–263, 1999. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0921-5093\(98\)01000-4](https://doi.org/10.1016/S0921-5093(98)01000-4).

EL-SHERBINY, M.; HEGAZY, R.; IBRAHIM, M.; ABUELEZZ, A. The influence of geometrical tolerances of Vickers indenter on the accuracy of measured hardness. **International Journal of Metrology and Quality Engineering**, v. 3, n. 1, p. 1–6, 2012. DOI: 10.1051/ijmqe/2012009.

SMITH, Robert L.; SANDLAND, George E. An accurate method of determining the hardness of metals, with particular reference to those of a high degree of hardness. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 102, n. 1, p. 623–641, 1922. DOI: https://doi.org/10.1243/PIME_PROC_1922_102_033_02.

SOUSA, Fábio José Pinheiro; TRIDAPALLI, Daniel; PEREIRA, Milton; FLESCH, Carlos Alberto; ALARCON, Orestes Estevam. Evaluation of measurement uncertainties for a scratching tester. **Measurement: Journal of the International Measurement Confederation**, v. 39, n. 7, p. 594–604, 2006. ISSN 02632241. DOI: 10.1016/j.measurement.2006.02.006.

SOUZA, Sergio Augusto de. **Ensaio mecânicos de materiais metálicos: Fundamentos teóricos e práticos**. 5. ed. São Paulo: E. Blucher, 1982.

TABOR, David. The hardness of solids. **Reviews of Physics in Technology**, IOP Publishing, v. 1, n. 3, p. 145–179, jan. 1970. DOI: 10.1088/0034-6683/1/3/i01.

TASIC, Tadej; ACKO, Bojan. Integration of a laser interferometer and a CMM into a measurement system for measuring internal dimensions. **Measurement: Journal of the International Measurement Confederation**, Elsevier Ltd, v. 44, n. 2, p. 426–433, 2011. ISSN 02632241. DOI: 10.1016/j.measurement.2010.11.002.

VUOLO, José Henrique. **Fundamentos da teoria dos erros**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

WU, Pinghsin H.; LIN, I. Kuan; YAN, Hongyi Y.; OU, Kuang-Shun; CHEN, Kuo-Shen; ZHANG, Xin. Mechanical property characterization of sputtered and plasma enhanced chemical deposition (PECVD) silicon nitride films after rapid thermal annealing. **Sensors and Actuators, A: Physical**, v. 168, n. 1, p. 117–126, 2011. ISSN 09244247. DOI: 10.1016/j.sna.2011.03.043.

APÊNDICE A – NORMATIZAÇÃO DO ENSAIO VICKERS

Neste apêndice serão especificados os principais aspectos referentes ao equipamento e ao procedimento de ensaio de dureza Vickers. Ademais, as informações apresentadas estão baseadas em documentos técnicos (normas) para diferentes aplicações do ensaio.

Segundo a norma ABNT (2019a) o ensaio de dureza Vickers é dividido em três categorias em relação à faixa de força aplicada: (i) o ensaio de dureza Vickers, (ii) o ensaio de dureza Vickers com força baixa e (iii) o ensaio de microdureza Vickers. A Tabela 2 apresenta a faixa de forças para cada método de ensaio.

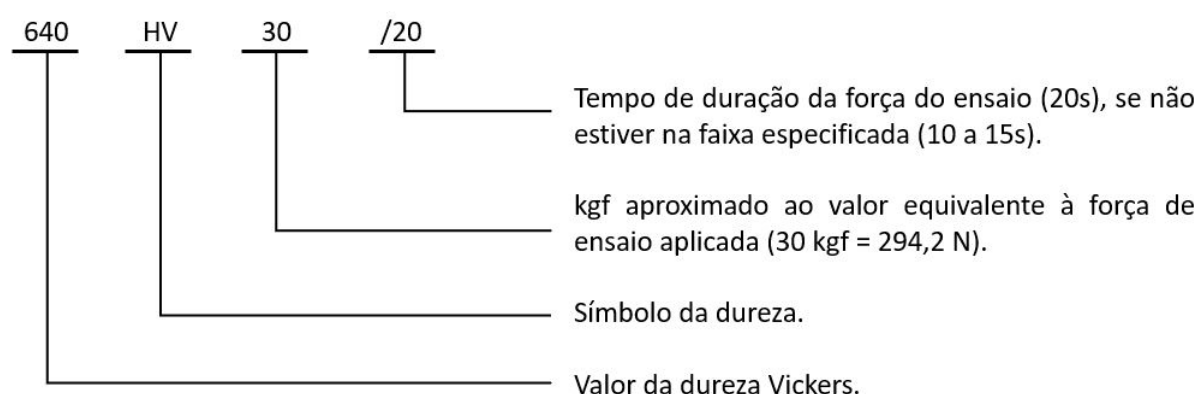
Tabela 13 – Faixas de força de ensaio.

Faixas de força de ensaio, F [N]	Símbolo de dureza	Designação
$F \geq 49,03$	$\geq HV 5$	Ensaio de dureza Vickers
$1,961 \leq F < 49,03$	$HV 0,2 \text{ a } < HV 5$	Ensaio de dureza Vickers com força baixa
$0,009807 \leq F < 1,961$	$HV 0,001 \text{ a } < HV 0,2$	Ensaio de microdureza Vickers

Fonte – ABNT (2019a).

A Figura 31 apresenta um exemplo de designação do número de dureza Vickers conforme a norma ABNT (2019a). Nela, além da magnitude e simbologia (HV), constam informações sobre a força de ensaio e o tempo de duração da força.

Figura 31 – Designação da dureza Vickers.



Fonte – Adaptado de ABNT (2019a).

O equipamento para realização do ensaio se divide basicamente em: máquina de ensaio, indentador (também chamado de penetrador) e sistema de medição da diagonal.

A máquina de ensaio deve ser capaz de aplicar força(s) predeterminada(s) dentro das faixas desejadas das forças de ensaio, conforme Tabela 3.

Tabela 14 – Tolerância da força de ensaio.

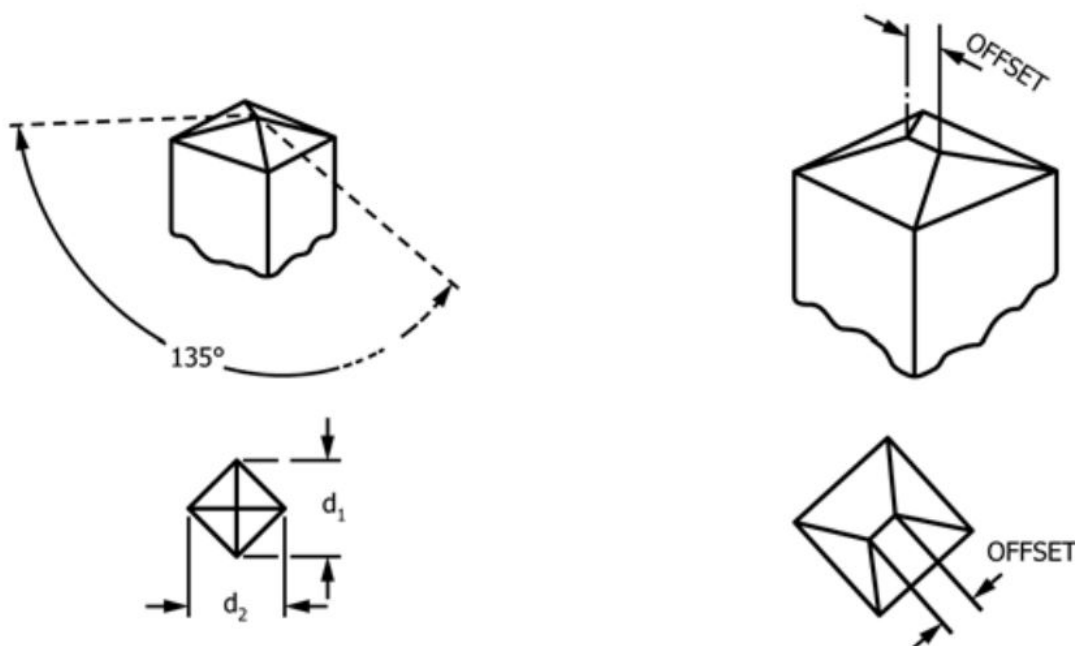
Faixas de força de ensaio nominal, F_{rs} [N]	Erro relativo admissível máximo, ΔF_{rel} [% F]
$0,009807 \leq F_{rs} < 0,09807$	$\pm 2,0$
$0,09807 \leq F_{rs} < 1,961$	$\pm 1,5$
$F_{rs} \geq 1,961$	$\pm 1,0$

Fonte – ABNT (2019b)

O indentador deve ser um diamante na forma de uma pirâmide reta com base quadrada e ângulo entre faces de 136° , sendo que suas faces devem ser polidas e livres de defeitos superficiais.

A Figura 32, apresentada pela ASTM conforme norma ASTM (2017b), descreve a geometria de um indentador (ou penetrador) Vickers. Na pirâmide estão representados o ângulo entre faces, a medida das diagonais Vickers e a linha de junção (*offset*). Define-se linha de junção como a linha de encontro entre as faces opostas da pirâmide, sabe-se que idealmente as quatro faces se encontram em um único ponto, porém, isso não ocorre na prática.

Figura 32 – Geometria indentador: ângulo entre faces, diagonais e linha de junção.



Fonte – ASTM (2017b).

O comprimento da linha de junção deve ser determinado pela medição direta da ponta do indentador ou pela medição da impressão da ponta na peça, que na

prática é realizada com o auxílio de técnicas de microscopia. A Tabela 15 demonstra o comprimento máximo admissível da linha de junção para diversas aplicações.

Tabela 15 – Tolerância da linha de junção.

Aplicação	Comprimento máximo da linha de junção	Referência
Ensaio de dureza Vickers para materiais metálicos	2,0 μm	ABNT (2019b)
Ensaio de dureza Vickers de baixa carga para materiais metálicos	1,0 μm	ABNT (2019b)
Ensaio de microdureza Vickers para materiais metálicos	0,5 μm	ABNT (2019b)
Ensaio de dureza Vickers com indentador Classe B	1,0 μm	ASTM (2017b)
Ensaio de dureza Vickers com indentador Classe A	0,3 μm	ASTM (2017b)
Ensaio de microdureza Vickers	0,5 μm	ASTM (2017a)
Ensaio de dureza Vickers para cerâmica avançada	0,5 μm	ASTM (2015)

Fonte – O Autor (2020).

Com relação ao ângulo entre faces, a Tabela 4 apresenta a tolerância máxima admissível.

Tabela 16 – Tolerância do ângulo entre faces.

Aplicação	Ângulo entre faces	Referência
Ensaio de dureza Vickers para materiais metálicos	$136^\circ \pm 30'$	ABNT (2019b)
Ensaio de dureza Vickers de baixa carga para materiais metálicos	$136^\circ \pm 30'$	ABNT (2019b)
Ensaio de microdureza Vickers para materiais metálicos	$136^\circ \pm 30'$	ABNT (2019b)
Ensaio de dureza Vickers com indentador Classe B	$136^\circ \pm 30'$	ASTM (2017b)
Ensaio de dureza Vickers com indentador Classe A	$136^\circ \pm 6'$	ASTM (2017b)
Ensaio de microdureza Vickers	$136^\circ \pm 30'$	ASTM (2017a)
Ensaio de dureza Vickers para cerâmica avançada	$136^\circ \pm 30'$	ASTM (2015)

Fonte – O Autor (2020).

Ainda, para todas as aplicações listadas na Tabela 4, o ângulo formado entre o eixo da pirâmide de diamante com o eixo do porta penetrador (fixador) deve ser inferior a 30' ABNT (2019b).

Sobre a aplicação da força, o penetrador deve entrar em contato com a superfície do material de ensaio e a força deve ser aplicada em uma direção perpendicular à mesma, evitando choque, vibração ou sobrecarga (força), até que a força atinja o valor especificado. O tempo desde a aplicação inicial da força até que seja alcançada a força final de ensaio é apresentado na Tabela 6 (ABNT, 2019a).

Tabela 17 – Tempo da aplicação inicial da força até atingir a força máxima.

Aplicação	Tempo até a força máxima	Referência
Ensaio de dureza Vickers para materiais metálicos	7^{+1}_{-5} s	ABNT (2019a)
Ensaio de dureza Vickers de baixa carga para materiais metálicos	7^{+1}_{-5} s	ABNT (2019a)
Ensaio de microdureza Vickers para materiais metálicos	7^{+1}_{-5} s	ABNT (2019a)
Ensaio de dureza Vickers com indentador Classe B	10s	ASTM (2017b)
Ensaio de dureza Vickers com indentador Classe A	10s	ASTM (2017b)
Ensaio de microdureza Vickers	10s	ASTM (2017a)
Ensaio de dureza Vickers para cerâmica avançada	10s	ASTM (2015)

Fonte – O Autor (2020).

Em geral, a duração da força de ensaio deve estar entre 10 a 60 segundos. São exceções materiais cujas propriedades dependem do tempo, nesse caso, a duração deve ser especificada como parte da designação da dureza (como no exemplo ilustrado pela Figura 31) e definida no relatório (ABNT, 2019a).

As normas também indicam a velocidade em que o indentador deve entrar em contato com o corpo de prova, descrito na Tabela 18.

Tabela 18 – Velocidade admissível para o indentador entrar em contato com o corpo de prova.

Aplicação	Velocidade [mm/s]	Referência
Ensaio de dureza Vickers para materiais metálicos	$v \leq 0,200$	ABNT (2019a)
Ensaio de dureza Vickers de baixa carga para materiais metálicos	$v \leq 0,200$	ABNT (2019a)
Ensaio de microdureza Vickers para materiais metálicos	$v \leq 0,070$	ABNT (2019a)
Ensaio de dureza Vickers com indentador Classe B	$0,015 \leq v \leq 0,070$	ASTM (2017b)
Ensaio de dureza Vickers com indentador Classe A	$0,015 \leq v \leq 0,070$	ASTM (2017b)
Ensaio de microdureza Vickers	$0,015 \leq v \leq 0,070$	ASTM (2017a)
Ensaio de dureza Vickers para cerâmica avançada	$0,015 \leq v \leq 0,070$	ASTM (2015)

Fonte – O Autor (2020).

Em relação ao sistema de medição das diagonais, a resolução necessária é função da diagonal de impressão. Assim, a Tabela 19 apresenta a resolução necessária conforme a norma ABNT (2019a).

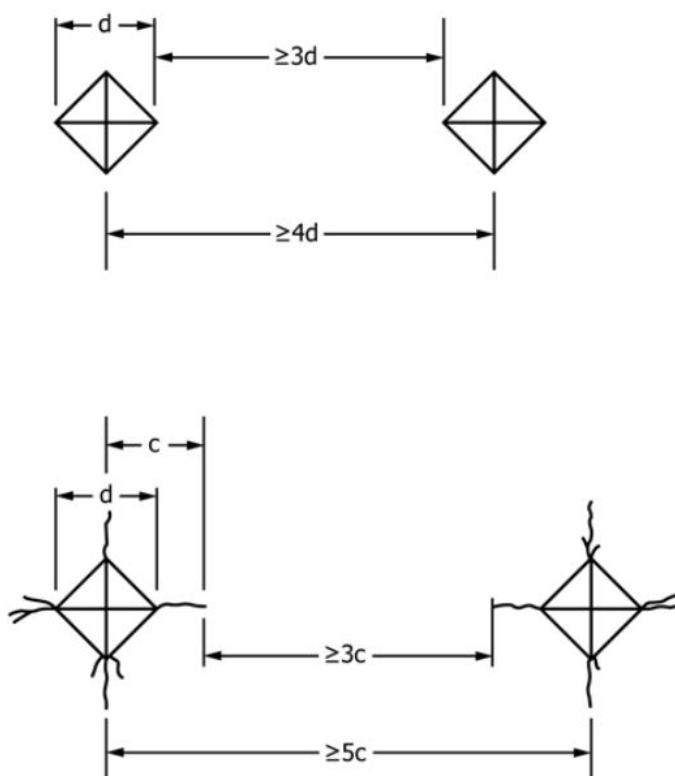
Tabela 19 – Resolução do sistema de medição.

Comprimento da diagonal, d [mm]	Resolução do sistema de medição
$0,020 \leq d < 0,080$	0,0004 mm
$0,080 \leq d \leq 1,400$	0,5 % de d

Fonte – ABNT (2019a)

A distância mínima entre impressões adjacentes é ilustrada pela Figura 33. Normalmente a distância entre impressões é função do comprimento das diagonais. Porém, em casos em que há a geração de trincas, a distância entre impressões é função do comprimento das trincas (c) (ASTM, 2015), em que trincas radiais primárias e secundárias emanam nos corners da impressão (COOK; PHARR, 1990; MICHEL *et al.*, 2004).

Figura 33 – Distância mínima para impressões Vickers.



Fonte – ASTM (2015)

Portanto, a Tabela 20 retrata a distância mínima entre indentações para diversas aplicações.

Tabela 20 – Distância mínima entre impressões adjacentes.

Aplicação	Distância mínima [mm]	Referência
Ensaio de dureza Vickers para materiais metálicos - aço, cobre e ligas de cobre	3d	ABNT (2019a)
Ensaio de dureza Vickers para materiais metálicos - metais leves, chumbo, estanho e suas ligas	6d	ABNT (2019a)
Ensaio de dureza Vickers com indentador Classe B	2,5d	ASTM (2017b)
Ensaio de dureza Vickers com indentador Classe A	2,5d	ASTM (2017b)
Ensaio de microdureza Vickers	2,5d	ASTM (2017a)
Ensaio de dureza Vickers para cerâmica avançada	4d ou 5c	ASTM (2015)

Fonte – O Autor (2020).

O procedimento para realização do ensaio será descrito baseado na norma ABNT (2019a), o qual apresenta o caso mais geral e está em concordância com as outras normas citadas.

Inicialmente, é relatado pela norma que a temperatura para realização do ensaio deve estar na faixa de 10°C a 35°C. Se o ensaio for realizado a uma temperatura fora deste intervalo, deve ser descrito no relatório técnico.

Devem ser realizadas verificações periódicas no equipamento uma semana antes do uso para cada força que será utilizada no ensaio. Também se recomenda a verificação no dia do procedimento. Além disso, a verificação periódica é indicada sempre que a força de ensaio for alterada ou que o penetrador for trocado (ABNT, 2019a).

O CP submetido ao ensaio deve ser colocado sobre um suporte rígido, limpo e livre de substâncias (como oxidação, óleo, sujeira, entre outras). É essencial que o CP fique firmemente apoiado no suporte, evitando que ocorram deslocamentos durante o ensaio que afetem os resultados.

Como mencionado anteriormente, o indentador deve entrar em contato com a superfície de ensaio e a força deve ser aplicada em uma direção perpendicular à mesma, evitando choque, vibração ou sobrecarga (força), até que a força atinja o valor especificado. A força é mantida de acordo com o tempo da Tabela 17.

Após a aplicação da força, os comprimentos das duas diagonais devem ser medidos. É realizado o cálculo da média aritmética das leituras das diagonais, para assim efetuar o cálculo da dureza Vickers.

Vale ressaltar, que o perímetro da impressão deve estar claramente especificado no campo de visão do microscópio óptico. Convém que as ampliações sejam selecionadas de modo que a diagonal possa ser ampliada na faixa de 25% a 75% do campo de visão ótica máxima possível.

Então, calcula-se o valor da dureza (*HV*) de acordo com a Equação 4. O resultado deve ser expresso conforme o exemplo apresentado na Figura 31.

Finalmente, elabora-se o relatório técnico do ensaio. Nele devem constar informações como: identificação do corpo de prova; data do ensaio; resultado da dureza em HV; operações realizadas que não foram especificadas na norma ou consideradas opcionais; detalhes de quaisquer circunstâncias que tenham afetado os resultados; temperatura do ensaio, caso esteja fora da faixa especificada em norma; quando é realizada a conversão para outra escala de dureza, a base e o método dessa conversão.

APÊNDICE B – REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

Sabe-se que uma das vantagens da difusão da internet é a disseminação do conhecimento, um exemplo é a facilidade e praticidade na publicação de artigos e trabalhos científicos. Por outro lado, isso tem gerado um enorme volume de informações, o que deve ser ponderado na elaboração de uma pesquisa. Assim, segundo Araújo e Mello (2013), esses fatos contribuíram para o surgimento de métodos de pesquisa que garantissem a qualidade da base teórica de um novo estudo.

Dessa forma, a fim de otimizar a busca de artigos, sistematização da pesquisa e eliminação de vieses, neste trabalho foi utilizado o método da Revisão Sistemática da Literatura (RSL).

A RSL é definida, de acordo com Higgins e Green (2008 apud ARAÚJO; MELLO, 2013) como um método padronizado de busca que é usado para responder questões específicas da pesquisa com a aplicação de critérios de elegibilidade. Da mesma forma, Galvão e Pereira (2014) citam que o método se trata de uma investigação focada em identificar, selecionar, avaliar e sintetizar as evidências relevantes disponíveis relacionadas ao tema definido.

Além de evitar tendenciosidades, a técnica da RSL possibilita a replicação e análise da qualidade da pesquisa por outros pesquisadores (ARAÚJO; MELLO, 2013). Segundo Conforto *et al.* (2011), a técnica também apresenta vantagens como economia de tempo e recursos, maior confiabilidade e seus resultados permitem identificar lacunas na teoria que podem ser exploradas por outros pesquisadores.

Em relação à aplicação da RSL, neste trabalho será utilizado o método proposto por Conforto *et al.* (2011). Os autores estabeleceram um roteiro para execução da revisão bibliográfica voltado ao setor de desenvolvimento de produtos. Foram realizadas adaptações nos procedimentos propostos, a fim de otimizar o método para as áreas de engenharia mecânica / materiais com foco em estudos de ensaios mecânicos e avaliações de incerteza.

De acordo com Conforto *et al.* (2011), as fases que compõe a RSL são: entrada, processamento e saída, descritas pela Figura 34.

Sobre a fase de entrada, inicialmente se define o problema e os objetivos da RSL, os quais devem estar alinhados com os objetivos do trabalho. Conforto *et al.* (2011) destacam que nessa etapa são selecionadas fontes primárias para se iniciar o procedimento, porém, no presente estudo a seleção de periódicos de referência (fontes primárias) será abordado como um dos resultados da RSL.

Figura 34 – Fases da RSL.



Fonte – Conforto *et al.* (2011).

Ainda em relação à fase de entrada, são definidas as *strings* de busca, critérios de inclusão, critérios de qualificação, métodos e ferramentas utilizadas para a condução das pesquisas (CONFORTO *et al.*, 2011).

Com respeito à etapa de processamento, a Figura 35 ilustra o procedimento adaptado de Conforto *et al.* (2011) o qual contempla 6 passos. De modo geral, os passos se dividem em etapas de busca, análise dos resultados e documentação.

Figura 35 – Procedimento iterativo da fase de processamento.



Fonte – Adaptado de Conforto *et al.* (2011).

Especificadamente os passos 1 e 5 representam as etapas de busca. Em relação à análise dos resultados, estão os passos 2, 3 e 4, os quais representam o momento de leitura dos artigos e aplicação dos filtros. A última etapa, consiste no estágio de documentação e estão contidos os passos 2, 3, 4 e 6.

É importante a organização e registro de cada etapa pois, segundo Conforto *et al.* (2011), contribuirá para o embasamento da síntese da teoria sobre o assunto pesquisado. Ainda, os autores destacam a importância para pesquisadores que investigam assuntos relacionados, indicando um ponto inicial e possibilitando melhor direcionamento e foco na pesquisa.

Após a documentação, encerra-se a fase de processamento e se inicia a fase de saída. Segundo Conforto *et al.* (2011), essa etapa compreende os seguintes procedimentos: inserção de alertas nos principais periódicos identificados; cadastro e arquivamento dos artigos (para isso será usado o programa Mendeley); síntese e resultados; desenvolvimento do modelo teórico.

Os resultados dessa fase, especificadamente o desenvolvimento do modelo teórico, foram apresentados na Seção 2.4.

A seção a seguir, corresponde ao início do desenvolvimento da RSL e descreverá os passos realizados na fase de entrada.

Revisão Sistemática da Literatura - Fase 1

O método da Revisão Sistemática da Literatura foi empregue com o objetivo de identificar trabalhos científicos que avaliem o erro envolvido na definição da dureza Vickers.

Para atingir o objetivo da RSL, o Quadro 1 descreve as *strings* de buscas propostas para o desenvolvimento das pesquisas nas bases de dados.

Quadro 1 – Strings de busca utilizadas na RSL.

Cód.	Strings de busca
1	"Measurement uncertainty" AND "Vickers hardness"
2	"Measurement uncertainty" AND "Vickers indentation"
3	"GUM" AND "Vickers hardness"
4	"GUM" AND "Vickers indentation"
5	"Propagation law" AND "Vickers hardness"
6	"Propagation law" AND "Vickers indentation"
7	"Propagation of uncertainty" AND "Vickers hardness"
8	"Propagation of uncertainty" AND "Vickers indentation"
9	"Uncertainty of measurement" AND "Vickers hardness"
10	"Uncertainty of measurement" AND "Vickers indentation"

Continuação (...)

Cód.	Strings de busca
11	"Measurement uncertainty" AND "GUM" AND "Vickers hardness"
12	"Measurement uncertainty" AND "Propagation law" AND "Vickers hardness"
13	"Measurement uncertainty" AND "Propagation of uncertainty" AND "Vickers hardness"
14	"Measurement uncertainty" AND "Uncertainty of measurement" AND "Vickers hardness"
15	"Measurement uncertainty" AND "GUM" AND "Indentation"
16	"Measurement uncertainty" AND "Propagation law" AND "Indentation"
17	"Measurement uncertainty" AND "Propagation of uncertainty" AND "Indentation"
18	"Measurement uncertainty" AND "Uncertainty of measurement" AND "Indentation"
19	"Propagation of uncertainty" AND "Indentation"
20	"Propagation of error" AND "Indentation"

Fonte – O Autor (2020).

Após a definição das *strings*, foram estipulados os critérios de inclusão que serão aplicados na fase de processamento, mais especificadamente no filtro 1. O Quadro 2 retrata os critérios escolhidos.

Quadro 2 – Descrição da pontuação referente ao nível de adequação ao tema.

Condição	Pontuação	Descrição
Inadequado	1	Não aborda o tema
	2	Erro é tratado de forma secundária / não apresentam cálculos
Adequado	3	Aborda o erro por outro método estatístico / outro tipo de ensaio mecânico
	4	Aborda o erro pela teoria da propagação de incertezas (outro método de dureza)
	5	Aborda o erro pela teoria da propagação de incertezas (dureza Vickers)

Fonte – O Autor (2020).

Em seguida, foram determinados os critérios de qualificação. De acordo com Conforto *et al.* (2011), os critérios de qualificação são essenciais para avaliar a importância do artigo científico para o seu estudo.

Desse modo, o Quadro 3 apresenta o questionário adotado para a qualificação dos artigos. Esse, será utilizado na fase de processamento, no momento da leitura completa dos artigos (aplicação do filtro 3).

Quadro 3 – Critérios de qualificação.

Questionário adotado para a qualificação dos artigos.
Qual o método de pesquisa?
Qual ensaio mecânico é estudado?
Como o erro é avaliado?
Utiliza GUM?
O objetivo principal do trabalho é a avaliação do erro?
Qual o escopo da análise de incertezas?
Qual a contribuição da pesquisa para o meu trabalho?

Fonte – O Autor (2020).

Por fim, em relação ao método de condução das pesquisas, foram seguidos os passos já descritos pela Figura 35.

Revisão Sistemática da Literatura - Fase 2

O início da fase de processamento é dado pela busca de artigos por base de dados. As plataformas escolhidas foram a *Science Direct* e a *Web of Science*. As buscas foram realizadas com as *strings* apresentadas anteriormente no Quadro 1.

Além disso, foram aplicados filtros para buscar apenas artigos científicos da língua inglesa. Não houve restrições quanto ao mecanismo de buscas nas bases de dados, ou seja, foi realizada a busca pelas *strings* em todo o corpo do artigo. Portanto, a Tabela 21 exibe os resultados das buscas.

Tabela 21 – Resultados das buscas por base de dados.

Cód.	Resultados Science Direct	Resultados Web of Science
1	105	2
2	32	1
3	123	1
4	22	0
5	31	0
6	6	0
7	5	1
8	3	0
9	31	2
10	15	0
11	4	0
12	1	0
13	2	1
14	9	1
15	17	0
16	3	0

Continuação (...)

Cód.	Resultados Science Direct	Resultados Web of Science
17	3	0
18	31	0
19	35	0
20	44	0
Total	522	9

Fonte – O Autor (2020).

Interpretando a Tabela 21, o termo "Cód." representa o código de cada *string*, seguido pelo número de artigos encontrados na plataforma *Science Direct* e então na *Web of Science*. Portanto, somando os resultados das plataformas, foram encontrados 531 artigos. Desses, com o uso das credenciais da Universidade Federal de Santa Catarina, foi possível o acesso a 529 artigos.

Então, iniciou-se o segundo passo, o qual consiste na aplicação do primeiro filtro. Basicamente, nessa etapa foi feita a leitura do título e palavras-chave e uma verificação geral sobre os ensaios realizados em cada artigo.

A verificação sobre as informações dos ensaios foi realizada pois, frequentemente em estudos de caracterização de materiais, várias propriedades mecânicas são avaliadas e, muitas vezes, o erro envolvido é tratado de forma secundária ou não são apresentados os cálculos. Como o objetivo da RSL foi encontrar estudos que avaliaram o erro, essa verificação filtrou muitos dos resultados.

Além disso, no passo 2, foram usados os critérios de adequação ao tema. Portanto, após efetuado os procedimentos descritos, a Tabela 22 ilustra o número de artigos classificados por critério.

Tabela 22 – Número de artigos selecionados por critério de adequação.

Critério de adequação	Número de resultados	Porcentagem do total
1	385	72,78%
2	68	12,85%
3	40	7,56%
4	28	5,29%
5	8	1,51%

Fonte – O Autor (2020).

Os artigos classificados com os critérios 1 e 2 foram julgados inadequados para o trabalho, totalizaram-se 453 artigos. Por outro lado, 76 artigos foram julgados adequados de acordo com os critérios 3, 4 e 5 os quais serão analisados na próxima etapa.

Além disso, a Tabela 23 descreve o número de artigos selecionados de acordo com o filtro 1 e organizados pelas *strings*.

Tabela 23 – Artigos selecionados pelo filtro 1.

Cód.	Resultados Science Direct	Resultados Web of Science
1	8	2
2	4	1
3	6	0
4	3	0
5	0	0
6	0	0
7	1	1
8	1	0
9	4	2
10	3	0
11	3	0
12	0	0
13	0	1
14	2	1
15	6	0
16	1	0
17	2	0
18	11	0
19	9	0
20	4	0

Fonte – O Autor (2020).

Vale ressaltar que todas as etapas da fase de processamento foram documentadas em planilhas eletrônicas. Com o auxílio dessa ferramenta, foi possível perceber que muitos artigos selecionados pelo filtro 1 se repetiam para diferentes *strings* de busca. Desse modo, antes de iniciar o passo 3, foram excluídos os artigos repetidos, resultando em 36 artigos para as próximas análises.

Então, os procedimentos do passo 3, limitaram-se à leitura da metodologia e títulos das seções além de análises das equações e tabelas que compõe os artigos. Após a execução dessa etapa, procederam 20 artigos para a próxima fase. A Tabela 24 mostra os resultados por base de dados.

Tabela 24 – Artigos selecionados pelo filtro 2.

Base de dados	Número de artigos
<i>Science Direct</i>	18
<i>Web of Science</i>	2

Fonte – O Autor (2020).

Os artigos da Tabela 24 foram sujeitos a leitura completa (passo 4). Segundo Conforto *et al.* (2011), esse momento exige foco nos objetivos e critérios de qualificação

(Quadro 3), pois os artigos selecionados nessa etapa serão relevantes para compor a dissertação.

Além disso, o passo 4 é importante pois se inicia o procedimento de busca cruzada. Portanto, durante a leitura do artigo, as citações realizadas pelos autores foram analisadas e as referências relevantes anotadas, para que no passo 5 seja realizada a busca.

Ademais, 18 artigos foram selecionados pelo filtro 3 (passo 4 da Figura 35), os quais seguiram para o passo 6. Desses, a partir das análises de suas citações, 25 referências foram designadas para a busca cruzada (passo 5). Na seleção das referências, foram respeitados os filtros aplicados nas primeiras buscas, ou seja, apenas artigos científicos e escritos no idioma inglês.

De acordo com Conforto *et al.* (2011), o objetivo da busca cruzada é encontrar estudos relevantes que não foram localizados durante a busca nas bases de dados.

Entre as 25 referências selecionadas, com o uso das credenciais da UFSC foi possível o acesso a 23, pois as outras 2 não foram localizadas. Então, iniciou-se uma nova iteração, ou seja, os 23 artigos foram avaliados a partir do passo 2 (conforme Figura 35).

Resumidamente, 7 artigos foram julgados adequados de acordo com os critérios de adequação ao tema (critérios 3, 4 e 5). A Tabela 25 apresenta o número de artigos classificados por critério.

Tabela 25 – Número de artigos selecionados por critério de adequação referentes à busca cruzada.

Critério de adequação	Número de resultados
1	12
2	4
3	3
4	3
5	1

Fonte – O Autor (2020).

Então, esses artigos foram avaliados conforme o passo 3 de modo que 6 foram selecionados e seguiram para a próxima etapa. No passo 4, após a leitura completa dos artigos, todos foram julgados adequados e seguiram para o passo 6.

Finalmente, após as avaliações dos artigos, o passo 6 corresponde à etapa final da fase de processamento da RSL. Nesse momento, os 24 artigos (18 artigos referentes à busca em bases de dados e 6 à busca cruzada) foram catalogados e armazenados no Mendeley (programa para gestão de referências).

Além disso, como mencionado anteriormente, planilhas eletrônicas foram utilizadas para documentar cada etapa e contribuirão para a fase seguinte. Portanto, a

próxima seção descreverá a etapa de saída da RSL.

Revisão Sistemática da Literatura - Fase 3

A finalidade da fase de saída consiste na síntese dos resultados e desenvolvimento do modelo teórico. Para isso, com os artigos catalogados no Mendeley em conjunto com as informações contidas nas planilhas eletrônicas, identificou-se os principais periódicos e estabeleceu-se o estado da arte referente aos objetivos da RSL.

A Tabela 26 descreve os periódicos dos artigos catalogados na RSL. Esses, poderão servir como periódicos de referência (fontes primárias) para trabalhos futuros.

Tabela 26 – Periódicos referentes aos artigos catalogados na RSL.

Periódico	Número de artigos
Acta Biomaterialia	1
Biotribology	1
CIRP Annals	1
IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement	1
Indian Journal of Pure & Applied Physics (IJPAP)	1
IntechOpen - Metallurgy	1
International Journal of Mechanical Sciences	1
International Journal of Metrology and Quality Engineering	1
MAPAN-Journal Metrology Society of India	1
Materials Science & Engineering A	2
Measurement	6
Measurement Science Review	1
Mechanics Research Communications	1
Metallography	1
Precision Engineering	2
Sensors and Actuators A: Physical	1
Thin Solid Films	1

Fonte – Autor (2020).

Por fim, os estudos considerados relevantes foram sintetizados e detalhados na Seção 2.4.

APÊNDICE C – BANCO DE DADOS DO ENSAIO HV

Tabela 27 – Dados experimentais do ensaio mecânico de dureza Vickers em um vidro isolador de alta tensão.

ID	d_1 [μm]	d_2 [μm]	ID	d_1 [μm]	d_2 [μm]	ID	d_1 [μm]	d_2 [μm]
1	47,58487	55,29846	35	58,46572	58,79864	69	60,55213	54,52334
2	53,12626	49,34775	36	57,04735	55,50063	70	54,72842	57,62777
3	52,64219	58,59693	37	58,02620	57,44423	71	53,18646	55,71355
4	52,74905	52,64219	38	59,57181	54,94434	72	52,96547	57,8218
5	55,17101	56,27362	39	62,30249	55,10717	73	61,89540	63,26073
6	58,02620	55,50063	40	61,32406	56,07424	74	55,70781	57,25452
7	55,29846	53,18646	41	56,07424	55,10717	75	56,66463	55,71355
8	55,65609	54,72842	42	59,78093	54,52339	76	55,88560	54,94434
9	55,71355	54,72842	43	55,10717	53,97481	77	54,52339	54,94434
10	60,34567	57,25452	44	56,48363	58,59693	78	53,97481	50,6786
11	59,23242	56,85068	45	56,07424	54,52339	79	55,17101	53,66666
12	58,79864	52,20268	46	60,22890	55,29846	80	58,40548	54,59963
13	56,27362	54,92686	47	56,70414	55,8856	81	55,50063	43,14812
14	58,02620	54,94434	48	53,95702	53,55222	82	53,74905	56,74927
15	55,17101	56,27362	49	55,88560	57,27128	83	54,32937	55,17101
16	57,04735	56,07424	50	58,02620	54,17601	84	58,02620	55,50063
17	58,24088	54,19647	51	58,02620	57,04725	85	54,14647	56,07424
18	55,10717	53,74905	52	58,59693	55,71355	86	54,32937	56,07424
19	55,50063	54,17601	53	58,02620	52,00000	87	47,92661	44,72136
20	61,23006	50,45077	54	55,70781	58,0262	88	51,80888	53,74905
21	53,55222	56,48363	55	56,48363	54,52339	89	47,38270	47,92661
22	57,47208	58,22439	56	56,27362	54,72842	90	54,72842	55,29846
23	56,17117	55,93711	57	55,17101	53,36666	91	57,04735	54,94434
24	57,82180	58,0262	58	59,57181	57,8218	92	55,38500	50,25376
25	53,74905	53,55222	59	53,95702	54,32937	93	51,43076	47,15252
26	59,78093	55,10717	60	56,66463	56,07424	94	43,85430	46,9553
27	58,24088	56,07424	61	60,00000	58,53136	95	52,41069	54,52339
28	57,25452	58,79864	62	54,17601	53,40861	96	55,29846	54,72842
29	58,24088	55,70781	63	57,69991	53,95702	97	54,32937	57,10902
30	57,25452	57,47208	64	57,25452	56,48363	98	55,50063	55,10713
31	57,47208	52,20268	65	56,27362	55,29846	99	59,70595	46,17878
32	58,24088	56,07424	66	59,78093	57,8218	100	54,17601	52,36793
33	56,48363	56,27362	67	52,64219	51,03097			
34	58,40548	60,34567	68	58,02620	56,85068			

Fonte – O Autor¹(2020).

¹ A Tabela 27 foi desenvolvida pelo próprio autor a partir de dados publicados por Mikowski *et al.* (2007).

APÊNDICE D – DISTRIBUIÇÃO UNIFORME

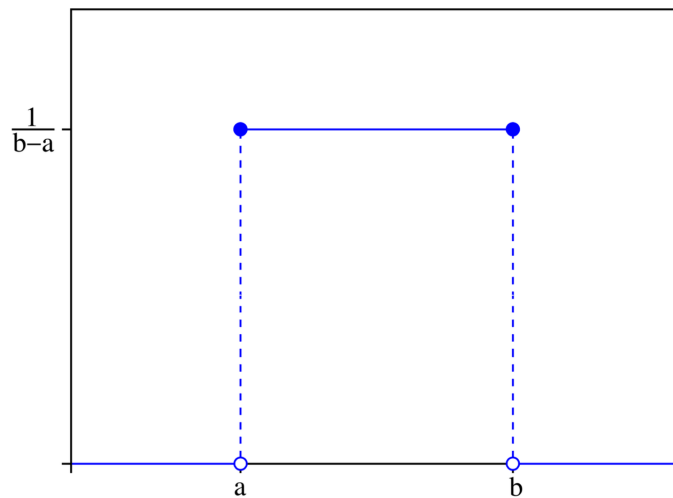
A distribuição de probabilidades Uniforme, também chamada de distribuição Retangular, é considerada um dos modelos de distribuição mais simples e, embora simples, uma das mais importantes e utilizadas dentro da teoria de probabilidades (MONTGOMERY; RUNGER, 2000, p. 49 e 72).

Nesse modelo, a probabilidade de ocorrência é a mesma para todos os valores da variável aleatória. A sua função densidade de probabilidades é representada pela Equação 76 (BARBETTA *et al.*, 2010, p. 148):

$$f(x) = \frac{1}{b-a}, \quad a \leq x \leq b \quad (76)$$

A Figura 36 representa graficamente a PDF da distribuição Uniforme. Assim, é possível perceber que para os valores fora do intervalo especificado na Equação 76, a probabilidade é nula. Já os valores dentro desse intervalo, possuem a mesma probabilidade de ocorrência, conforme relatado por Barbetta *et al.* (2010, p. 148).

Figura 36 – Representação gráfica da função densidade de probabilidade Uniforme.



Fonte – O Autor (2020).

A média ou valor esperado desse modelo de distribuição pode ser obtida conforme a Equação 77 (MONTGOMERY; RUNGER, 2000, p. 72).

$$\mu = \frac{(a + b)}{2} \quad (77)$$

A variância é obtida pela Equação 78 e o desvio-padrão pela Equação 79.

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} \quad (78)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \frac{b-a}{\sqrt{12}} \quad (79)$$

APÊNDICE E – PARÂMETROS DOS MODELOS

Tabela 28 – Valores dos parâmetros para a representação gráfica da Figura 15.

$\sigma_{dmed} = 1,0 \mu\text{m}$			$\sigma_{dmed} = 3,0 \mu\text{m}$		
Diagonal [μm]	Parâmetros [%]		Diagonal [μm]	Parâmetros [%]	
	d_{med}	F		d_{med}	F
30	97,8	2,2	30	99,751	0,249
35	97,029	2,971	35	99,661	0,339
40	96,154	3,846	40	99,558	0,442
45	95,182	4,818	45	99,441	0,559
50	94,118	5,882	50	99,31	0,69
55	92,969	7,031	55	99,167	0,833
60	91,743	8,257	60	99,01	0,99
65	90,447	9,553	65	98,84	1,16
70	89,087	10,913	70	98,657	1,343
75	87,671	12,329	75	98,462	1,538
80	86,207	13,793	80	98,253	1,747
85	84,701	15,299	85	98,033	1,967
90	83,16	16,84	90	97,8	2,2
95	81,591	18,409	95	97,554	2,446
100	80,0	20,0	100	97,297	2,703
105	78,393	21,607	105	97,029	2,971
110	76,775	23,225	110	96,748	3,252
115	75,153	24,847	115	96,457	3,543
120	73,529	26,471	120	96,154	3,846

Fonte – O Autor (2020).

Tabela 29 – Valores dos parâmetros para a representação gráfica da Figura 16.

$\sigma_{d_1} = \sigma_{d_2} = 1,0 \mu\text{m}$				
Diagonal [μm]	Parâmetros [%]			
	d_1	d_2	F	α
30	47,378	47,378	4,264	0,98
35	46,497	46,497	5,697	1,309
40	45,521	45,521	7,2834	1,6746
45	44,463	44,463	9,0038	2,0702
50	43,337	43,337	10,835	2,491
55	42,158	42,158	12,753	2,932
60	40,937	40,937	14,737	3,389
65	39,688	39,688	16,768	3,856
70	38,422	38,422	18,827	4,329
75	37,149	37,149	20,897	4,805
80	35,879	35,879	22,962	5,2797
85	34,619	34,619	25,012	5,7509
90	33,375	33,375	27,034	6,216
95	32,154	32,154	29,019	6,6723
100	30,96	30,96	30,96	7,119
105	29,797	29,797	32,852	7,554
110	28,668	28,668	34,688	7,976
115	27,574	27,574	36,467	8,385
120	26,517	26,517	38,185	8,7798
$\sigma_{d_1} = \sigma_{d_2} = 3,0 \mu\text{m}$				
Diagonal [μm]	Parâmetros [%]			
	d_1	d_2	F	α
30	49,694	49,694	0,4969	0,1143
35	49,585	49,585	0,6749	0,1552
40	49,459	49,459	0,8793	0,2022
45	49,318	49,318	1,1096	0,2551
50	49,16	49,16	1,3656	0,314
55	48,987	48,987	1,6465	0,3786
60	48,8	48,8	1,952	0,4488
65	48,597	48,597	2,2814	0,5246
70	48,38	48,38	2,634	0,606
75	48,149	48,149	3,0093	0,6919
80	47,905	47,905	3,4066	0,7833
85	47,648	47,648	3,8251	0,8795
90	47,378	47,378	4,264	0,9804
95	47,096	47,096	4,7227	1,0859
100	46,802	46,802	5,2002	1,196
105	46,497	46,497	5,6959	1,3096
110	46,182	46,182	6,2089	1,4276
115	45,856	45,856	6,7383	1,5493
120	45,521	45,521	7,2834	1,6746

Fonte – O Autor (2020).

Tabela 30 – Valores dos parâmetros para a representação gráfica da Figura 17.

$\sigma_{dmed} = 1,0 \mu\text{m}$			
Diagonal [μm]	Parâmetros [%]		
	d_{med}	F	$\rho F d_{med}$
30	138,41	3,11	-41,52
35	146,92	4,50	-51,42
40	156,25	6,25	-62,50
45	166,49	8,43	-74,92
50	177,78	11,11	-88,89
55	190,25	14,39	-104,64
60	204,08	18,37	-122,45
65	219,48	23,18	-142,66
70	236,69	28,99	-165,68
75	256,00	36,00	-192,00
80	277,78	44,44	-222,22
85	302,46	54,63	-257,09
90	330,58	66,94	-297,52
95	362,81	81,86	-344,67
100	400,00	100,00	-400,00
105	443,21	122,16	-465,37
110	493,83	149,38	-543,21
115	553,63	183,04	-636,68
120	625,00	225,00	-750,00
$\sigma_{dmed} = 3,0 \mu\text{m}$			
Diagonal [μm]	Parâmetros [%]		
	d_{med}	F	$\rho F d_{med}$
30	110,80	0,28	-11,08
35	112,77	0,38	-13,16
40	114,80	0,51	-15,31
45	116,87	0,66	-17,53
50	119,01	0,83	-19,84
55	121,20	1,02	-22,22
60	123,46	1,23	-24,69
65	125,78	1,48	-27,25
70	128,16	1,74	-29,90
75	130,61	2,04	-32,65
80	133,14	2,37	-35,50
85	135,73	2,72	-38,46
90	138,41	3,11	-41,52
95	141,16	3,54	-44,70
100	144,00	4,00	-48,00
105	146,92	4,50	-51,42
110	149,94	5,04	-54,98
115	153,04	5,62	-58,67
120	156,25	6,25	-62,50

Fonte – O Autor (2020).

Tabela 31 – Valores dos parâmetros para a representação gráfica da Figura 18 e 19.

$\sigma_{d_1} = \sigma_{d_2} = 1,0 \mu\text{m}$							
Diagonal [μm]	Parâmetros [%]						
	d_1	d_2	F	α	$\rho F d_1$	$\rho F d_2$	$\rho d_1 d_2$
30	34,356	34,356	3,092	0,711	-20,614	-20,614	68,712
35	36,355	36,355	4,454	1,024	-25,448	-25,448	72,710
40	38,509	38,509	6,162	1,417	-30,807	-30,807	77,018
45	40,832	40,832	8,269	1,901	-36,749	-36,749	81,664
50	43,337	43,337	10,834	2,491	-43,337	-43,337	86,675
55	46,039	46,039	13,927	3,202	-50,643	-50,643	92,079
60	48,953	48,953	17,623	4,052	-58,744	-58,744	97,906
65	52,093	52,093	22,009	5,061	-67,721	-67,721	104,190
70	55,473	55,473	27,182	6,250	-77,663	-77,663	110,950
75	59,107	59,107	33,248	7,645	-88,661	-88,661	118,210
80	63,006	63,006	40,324	9,272	-100,810	-100,810	126,010
85	67,176	67,176	48,535	11,160	-114,200	-114,200	134,350
90	71,621	71,621	58,013	13,339	-128,920	-128,920	143,240
95	76,335	76,335	68,893	15,840	-145,040	-145,040	152,670
100	81,306	81,306	81,306	18,694	-162,610	-162,610	162,610
105	86,506	86,506	95,372	21,929	-181,660	-181,660	173,010
110	91,894	91,894	111,190	25,566	-202,170	-202,170	183,790
115	97,411	97,411	128,830	29,621	-224,040	-224,040	194,820
120	102,980	102,980	148,290	34,095	-247,140	-247,140	205,950
$\sigma_{d_1} = \sigma_{d_2} = 3,0 \mu\text{m}$							
Diagonal [μm]	Parâmetros [%]						
	d_1	d_2	F	α	$\rho F d_1$	$\rho F d_2$	$\rho d_1 d_2$
30	27,683	27,683	0,2768	0,0637	-5,537	-5,537	55,366
35	28,168	28,168	0,3834	0,0882	-6,573	-6,573	56,337
40	28,665	28,665	0,5096	0,1172	-7,644	-7,644	57,331
45	29,174	29,174	0,6564	0,1509	-8,752	-8,752	58,349
50	29,696	29,696	0,8249	0,1897	-9,899	-9,899	59,391
55	30,230	30,230	1,0161	0,2336	-11,084	-11,084	60,459
60	30,777	30,777	1,2311	0,2831	-12,311	-12,311	61,554
65	31,337	31,337	1,4711	0,3383	-13,580	-13,580	62,675
70	31,912	31,912	1,7374	0,3995	-14,892	-14,892	63,824
75	32,501	32,501	2,0313	0,4671	-16,250	-16,250	65,001
80	33,104	33,104	2,3541	0,5413	-17,655	-17,655	66,208
85	33,722	33,722	2,7071	0,6225	-19,109	-19,109	67,444
90	34,356	34,356	3,0920	0,7110	-20,614	-20,614	68,712
95	35,006	35,006	3,5103	0,8071	-22,170	-22,170	70,012
100	35,672	35,672	3,9635	0,9113	-23,781	-23,781	71,344
105	36,355	36,355	4,4535	1,0240	-25,448	-25,448	72,710
110	37,055	37,055	4,9818	1,1455	-27,174	-27,174	74,110
115	37,773	37,773	5,5505	1,2762	-28,959	-28,959	75,546
120	38,509	38,509	6,1615	1,4167	-30,807	-30,807	77,018

Fonte – O Autor (2020).