

Formação de
Professores
Henrieta D.
Arruda

PREFEITURA MUNICIPAL DE CURITIBA
DEPARTAMENTO DO BEM ESTAR SOCIAL
DIRETORIA DE EDUCAÇÃO
SERVIÇO DE SUPERVISÃO PEDAGÓGICA

DOCUMENTO 05 - OPERAÇÃO SUBTRAÇÃO

Elaboração: HENRIETA D. ARRUDA

COORDENADORA DE MATEMÁTICA

de 1ª a 4ª Série

Outubro/ 1974

S U B T R A Ç Ã O: Fundamentação

A subtração tem relação direta com a operação com conjuntos "diferenciação", mais particularmente com o caso especial da diferenciação que é a complementação.

A operação com conjuntos, diferenciação, pode se apresentar de três maneiras. diferentes.

1º - Quando os conjuntos são disjuntos

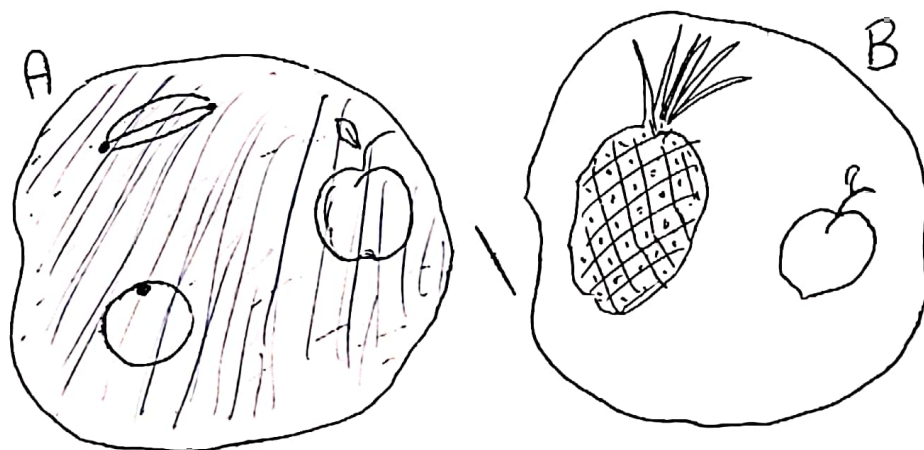
Conjunto A = {banana, laranja, mamão} ou $A = \{b, l, m\}$
Conjunto B = {abacaxi, pessego} ou $B = \{a, p\}$

Ao analisarmos a qualidade dos elementos dos conjuntos A e B, ou seja, quais são os elementos destes dois conjuntos, verificamos que são disjuntos, isto é, não possuem elementos comuns (banana, laranja, mamão, abacaxi e pessego)

Na operação diferença $A \setminus B$ (lê-se: conjunto A menos o conjunto B), a resposta desta operação é o conjunto formado pelos elementos que pertencem ao conjunto A e não pertencem ao conjunto B

$$A \setminus B = \{b, l, m\} \setminus \{a, p\} = \{b, l, m\} = A$$

Através do diagrama, temos:



$$A \setminus B = \left\{ \text{banana}, \text{orange}, \text{mango} \right\} = A$$

1.º -- Sejam os conjuntos:

$$C = \{ \text{Banana, laranja, mamão, abacaxi} \} \text{ ou } C = \{ b, l, m, a \}$$

$$D = \{ \text{pessego, goiaba, abacaxi, banana} \} \text{ ou } D = \{ p, g, a, b \}$$

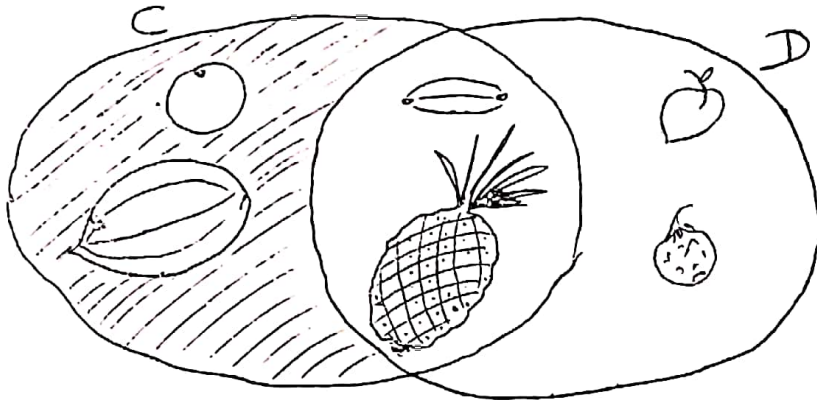
Os conjuntos C e D tem elementos comuns: abacaxi e banana

A diferença entre eles, será:

$$C \setminus D = C - D = \{ b, l, m, a \} \setminus \{ p, g, a, b \} = \{ l, m \}$$

Temos que retirar o conjunto D e mais os elementos comuns em A :
pessego, goiaba, abacaxi e banana.

Através do diagrama, temos:



A diferença $C \setminus D$ é o conjunto formado pelos elementos ^{de}_C que não pertencem ao conjunto D, ou seja, laranja e mamão.

Espaço para exercícios

3º - Sejam os conjuntos

$$E = \{ \text{banana, laranja, abacaxi, mamão, pessego} \}$$

$$E = \{ b, l, a, m, p \}$$

$$F = \{ \text{banana, laranja, abacaxi} \} = F = \{ b, l, a, \}$$

Todos os elementos do conjunto F são comuns ao conjunto E

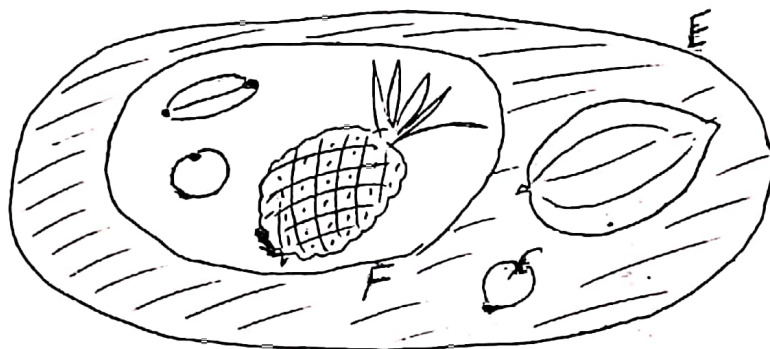
A diferença entre os conjuntos é:

$$E \setminus F = \{ b, l, a, m, p, \} \setminus \{ b, l, a \} = \{ m, p \}$$

Temos que retirar o conjunto F (banana, laranja, abacaxi)

A diferença é o conjunto formado pelos elementos do conjunto E que não pertencem ao conjunto F.

Através do diagrama, temos.



O conjunto F está contido no conjunto E.

Quando um conjunto contém outro, a diferença entre eles é chamada de conjunto complementar ou conjunto diferença $\{ m, p \}$

Neste caso, o conjunto F transforma-se em subconjunto de E.

Espaço para exercício

8

Cada vez que se forma um subconjunto, aplica-se uma propriedade ^{ou atributo} e resulta que se forma um conjunto com esta propriedade, e outro, de elementos que não pertencem a esta propriedade. É de grande importância aqui, a palavra não: Na Operação complementação, ela deve ser empregada a cada momento para que determine que elementos pertencem ao subconjunto formado, e, conseqüentemente; os que não pertencem a este último.

São estes últimos elementos que irão constituir o conjunto complementar ou conjunto diferença.

Vejamos outro exemplo.

Se uma criança tiver um conjunto de bolas onde se destacam bolas grandes e bolas vermelhas (que são subconjunto do conjunto dado), a operação complementação é dada quando a criança quer saber quais são as bolas que não são vermelhas ou quais são as bolas que não são grandes.

Com este mesmo exemplo, um conjunto de bolas, onde se destacam / bolas grandes e bolas vermelhas -, a operação subtração ^{quântas} é dada quando a quer saber ^{quântas} são as bolas que não são vermelhas ou são as bolas que não são grandes.

Espaço para exercícios

Agora, vamos analisar as três maneiras como se apresentam os conjuntos na operação diferença, mas sob outro aspecto, ou seja, a quantificação de seus elementos isto é, quantos eu tenho em cada conjunto.

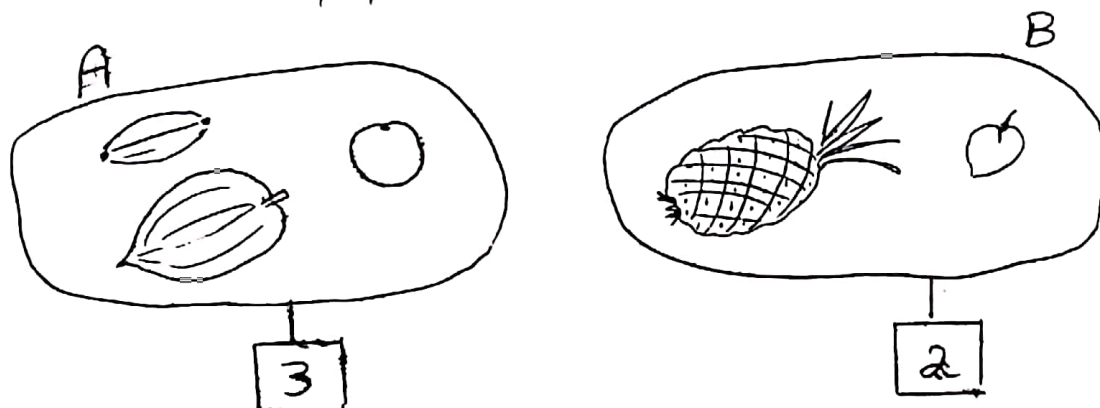
1º caso: Conjuntos formados por elementos disjuntos

$$A = \{ \text{banana, laranja, mamão} \}$$

$$B = \{ \text{abacaxi, pessego} \}$$

$$A \setminus B = \{ \text{abacaxi, pessego} \}$$

b, l, m.



Operação subtração $3 - 2 = 1$

Mas, a resposta da operação diferença entre conjuntos

$A \setminus B = \{ \text{b, l, m,} \}$ \rightarrow 3 elementos em vez de 1. Portanto .
não é esta a operação diferença que dá origem à subtração.

Espaço para Exercícios

2º caso: conjuntos com alguns elementos comuns:

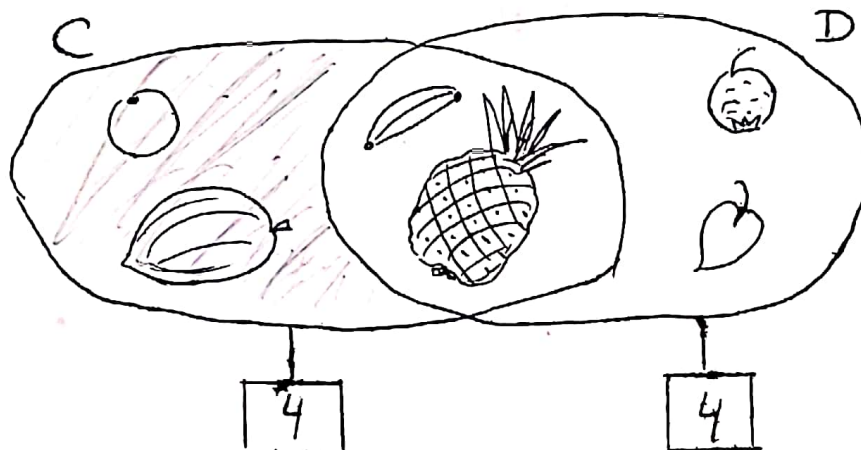
$$C = \{ \text{banana, laranja, mamão, abacaxi} \}$$

$$D = \{ \text{pessego, goiaba, abacaxi, banana} \}$$

Elementos comuns: { abacaxi e banana }

$$C \setminus D = \{ \text{pessego, goiaba} \}$$

l, m



Ao efetuarmos a subtração teremos $4 - 4 = 0$, mas, a resposta desta operação é:

$$C \setminus D = \{ \text{laranja, mamão} \} \longrightarrow 2 \text{ elementos em vez de zero.}$$

Portanto, também não é esta a operação que vai dar origem à subtração.

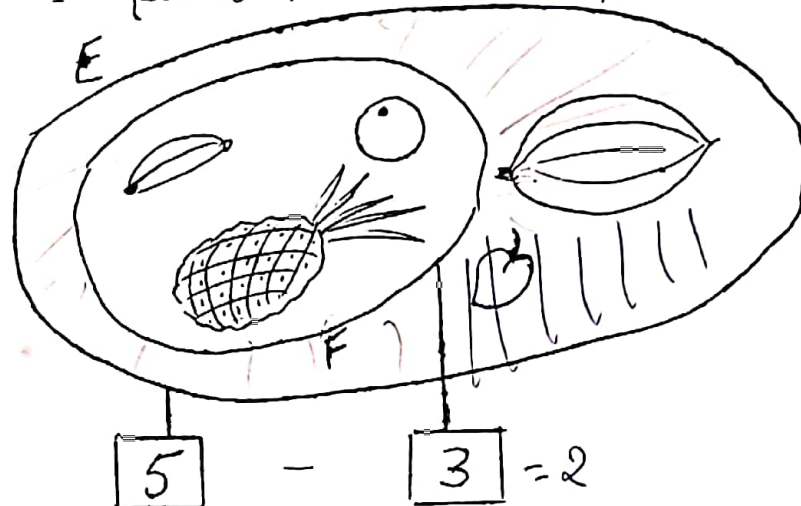
Espaço para exercícios

3º caso: Quando um conjunto contém todos os elementos de outro - conjunto, ou seja:

$$E = \{ \text{banana, laranja, abacaxi, mamão, pessego} \}$$

O conjunto E contém o conjunto F, isto é, todos os elementos de F são também elementos de E

$$F = \{ \text{laranja, banana, abacaxi} \}$$



Assim, efetuarmos a subtração, teremos $5 - 3 = 2$. Portanto, é este o caso de operação diferença entre conjuntos, que dá origem à operação subtração.

$$\text{pois } E \setminus F = \{ \text{mamão, pessego} \}$$

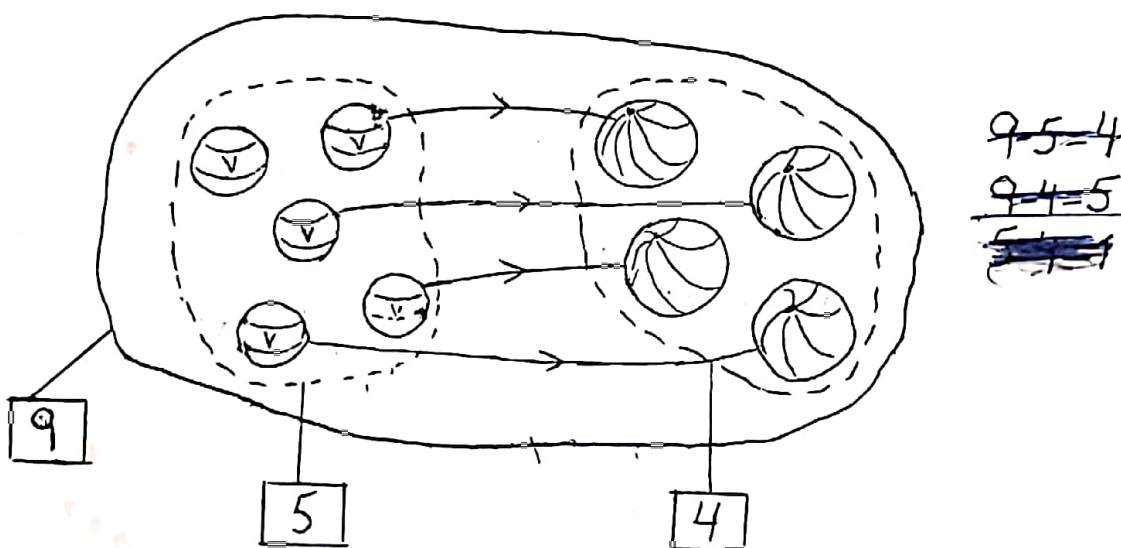
Na subtração, o subtraendo está contido no minuendo, da mesma forma que o conjunto F está contido no conjunto E.

Espaço para exercícios

Mas, a subtração é dada, não só quando os conjuntos, ou melhor, os subconjuntos se separam, mas também quando se comparam.

Exemplificando: num conjunto de bolas, onde se destacam bolas - grandes e bolas vermelhas, tirando as bolas vermelhas, a diferença é o número de bolas que não são vermelhas.

No caso exposto mais acima, comparam-se os subconjuntos de bolas vermelhas e não vermelhas e a diferença é o número de bolas vermelhas - ou não vermelhas que um subconjunto tem a menos que o outro. Exemplo abaixo:



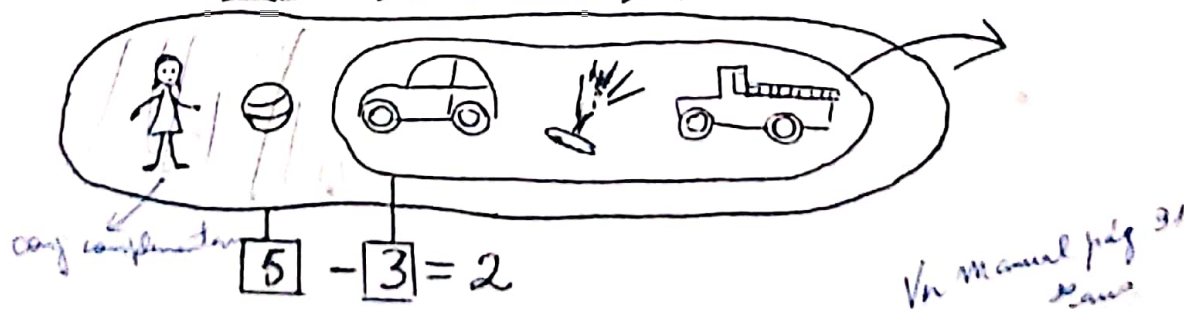
É possível identificar três situações que exigem subtração. São elas:

- 1º - Achar o resto (idéia subtrativa) conj. compl.
- 2º - Achar a diferença (idéia comparativa) → ~~conj. compl.~~
- 3º - Achar o que falta (idéia aditiva)

A subtração por resto permite achar a diferença depois que uma certa quantidade é retirada de uma quantidade maior ou igual.

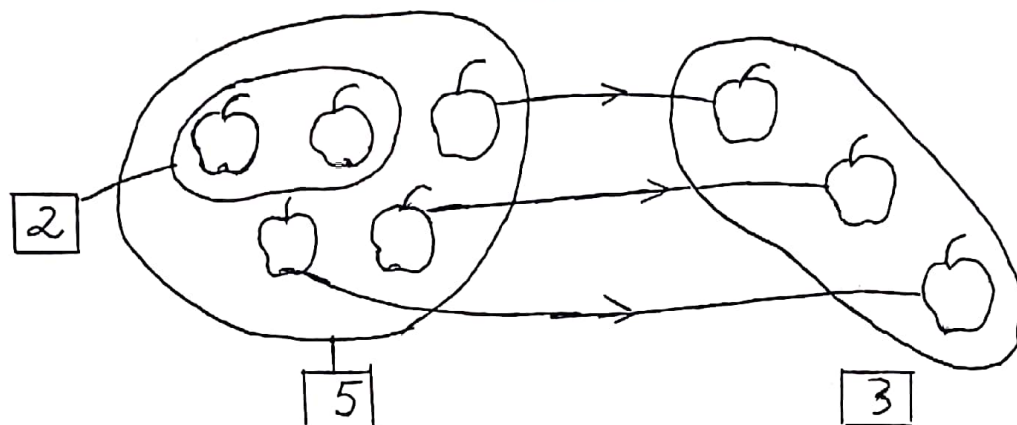
A situação é a seguinte:

Quanto resta de 5 se tirarmos 3 ?



A subtração por diferença permite encontrar a diferença entre duas quantidades que são comparadas.

Por exemplo: Qual é a diferença entre 5 e 3



$$5 - 3 = 2$$

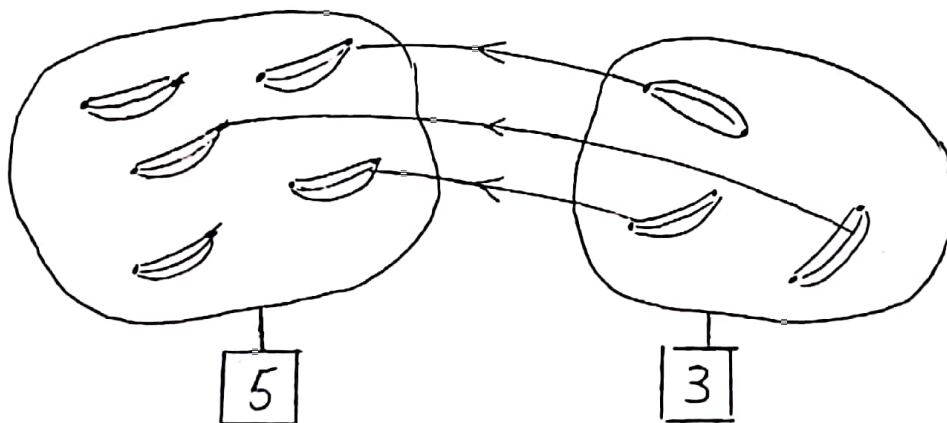
pag. 74

A subtração por falta permite encontrar a diferença entre uma certa quantidade e outra quantidade menor.

A diferença é o número que falta à menor para atingir a maior.

É a seguinte situação: quanto falta a 3 para chegar a 5?

*Os dois exemplos
são iguais*



$$5 - 3 = 2$$

É de grande importância para compreensão da subtração, o uso correto dos termos comparativos: "diferença", "a mais que" e "a menos que".

A respeito das quantidades 5 e 3, pode-se dizer:

- que de um conjunto de 5 elementos, tiram-se 3 elementos e restam 2.

- que a diferença entre um conjunto de 5 elementos e um conjunto de 3 elementos são 2 elementos.
- que um conjunto de 3 elementos tem 2 elementos a menos que um conjunto de 5 elementos.
- que, para se obter o conjunto de 5 elementos, faltam 2 elementos a um conjunto de 3 elementos.

Contudo, embora a situação se apresente de formas diferentes, o conteúdo é o mesmo e o fato é escrito sempre da mesma forma.

$$5 - 3 = 2$$

Esta forma de escrita significa que 5 - 3 e 2, são numerais do mesmo número "dois"

2 é o numeral simples

5 - 3 é o numeral composto por subtração

Eis porque, vale o sinal de igualdade

$$5 - 3 = 2$$

Pelo exposto, podemos dizer que a subtração é a operação em que cada par ordenado de números naturais, cujo primeiro elemento é maior ou igual ao segundo, é associado um resultado que representa a diferença do 1º para o 2º.

Não existe diferença entre dois números se o 2º é maior que o 1º: é condição ^{que} invalida a subtração. Na subtração, ao 1º termo, chamamos minuendo, e ao 2º termo, chamamos subtraendo. Ao resultado da operação subtração, chamamos diferença.

A subtração não possui qualquer uma das propriedades conhecidas: fechamento, comutativa, associativa, e elemento neutro.

Senão, vejamos:

Se tirarmos 3 de 4, a diferença é dada pela quantidade 1. Mas se tirarmos 4 de 3, a diferença não será possível uma vez que a condição para que se efetue a subtração no conjunto dos números naturais, é ser o 1º elemento maior ou igual ao 2º.

Assim sendo:

$$4 - 3 = 1 \quad \text{Mas } 3 - 4 = ?$$

Desconhecemos um resultado para 3 - 4 no conjunto dos números naturais.

O resultado pode ser o número negativo - 1

Logo, a subtração não possui a propriedade do fechamento, isto é, nas duas operações efetuadas acima, um dos resultados é no conjunto dos números naturais e o outro não.

Vamos agora analisar a propriedade comutativa, isto é, vamos trocar a ordem dos termos na subtração.

$$4 - 3 \neq 3 - 4$$

Prova-se assim, que a subtração não possui a propriedade comutativa.

Veremos agora a propriedade associativa.

Se considerarmos as subtrações.

$$(5 - 2) - 1 \text{ e } 5 - (2 - 1)$$

Teremos os seguintes resultados.

$$\begin{array}{l} (5 - 2) - 1 \\ \quad \swarrow \quad \downarrow \\ \quad 3 - 1 = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5 - (2 - 1) \\ \quad \quad \quad \swarrow \quad \downarrow \\ 5 - 1 = 4 \end{array}$$

Ora, os resultados são diferentes: 2 e 4, logo, se :

$$(5 - 2) - 1 = 2 \text{ e}$$

$5 - (2 - 1) = 4$, a subtração não possui a propriedade associativa.

Por último, vamos analisar a propriedade do elemento neutro
O único subtraendo que conserva o mesmo minuendo é o zero.

Mas, se:

$$8 - 0 = 8$$

$0 - 8$ é impossível no conjunto dos números naturais. Assim, o conjunto dos números naturais não possui a propriedade do elemento neutro em relação à subtração.

icas

PROPRIEDADES DA SUBTRAÇÃO

Propriedade invariante do resto.

Se adicionarmos ou subtrairmos um mesmo número de dois termos de uma subtração, o resto não se altera.

Exemplo: $15 - 8 = 7$

Adicionando-se 3 ao ^{ozi número} número e ao subtraendo, teremos:

$$\begin{array}{r} (15 + 3) - (8 + 3) \\ 18 \quad - \quad 11 \\ \hline \end{array}$$

Subtraindo-se outro número qualquer, por exemplo 5, dos mesmos termos, teremos:

$$\begin{array}{r} (15 - 5) - (8 - 5) \\ 10 \quad - \quad 3 = 7 \end{array}$$

Você já observou que, nos dois exemplos, o resto não variou - é o mesmo ou seja: 7

ORIENTAÇÃO DIDÁTICA

O ENSINO DA SUBTRAÇÃO NAS CLASSES DO 1º ANO PRIMÁRIO;

Mesmo não conhecendo a terminologia matemática, nem os símbolos, a criança é capaz de fazer as operações práticas correspondentes às operações práticas - complementação.

Porém, antes que a professora iniciê com a aprendizagem formal da subtração, faz-se necessário que o aluno tenha atingido certas condições.

É sabido que a noção de subtração repousa sobre a operação complementação. Desta forma, é indispensável uma grande quantidade de exercícios variados, que envolvam a complementação de conjuntos.

A criança só está apta a compreender a subtração quando ela apresenta os seguintes pré-requisitos:

P R É - REQUISITOS

- Tem firme a "relação de pertinência"
- Joga com o conjunto e o subconjunto
- Reconhece o conjunto complementar em todas as situações.
- Usa a Terminologia, "pertence" e "não pertence" e "diferença."
- Outra condição indispensável para que a criança possa subtrair, é conhecer o número (quantidade).

Sómente quando a criança começa a:

- pensar em termos numéricos
- Conhecer o valor do número e sua ordem no sistema de numeração é que a professora a iniciará na aprendizagem da subtração.

No início a criança só trabalhará com os fatos básicos até 9 não minuendo.

Os algoritmos ("contas armadas") da subtração com quantidades maiores de dez, só aparecerão quando a criança já tiver conhecimento da formação de ~~esse~~ sistema de numeração, com a idéia básica da dezena e do valor posicional dos números.

A criança pode aprender as operações subtração e adição simultaneamente.

Isto não implica em qualquer dificuldade, ao contrário, favorece a compreensão, levando a criança a verificar que as duas operações são processos opostos, implicando no ato de juntar (adição) e separar (subtração).

É bom que a criança veja cada um dos fatos numéricos em uma variedade de situações. Assim, quando se apresentar à criança o fato $7 - 3$, deverão ser apresentados os fatos $7 - 4$ e $3 + 4$ e $4 + 3$.

Desta forma, a criança compreenderá a relação fundamental da subtração:

diferença + subtraendo = minuendo

$$3 + 4 = 7$$

$$4 + 3 = 7$$

A operação subtração pode se iniciar através de material real-social.

Partindo de um conjunto de 5 crianças sendo 2 meninos e 3 meninas, a professora pede para se retirarem todos os meninos. A atividade deve ser verbalizada e pode ser introduzido o termo "menos". As crianças deve não concluir qual é a diferença entre o conjunto de 5 crianças.

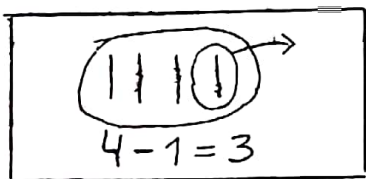
A professora, usando situações reais, pode variar as atividades.

Pode pedir às crianças que constituam um grupo na classe e que se separem, usando atributos quaisquer, como por exemplo: "Ter feito oito anos", "ser menino", "ser menina" "estar com sapatos brancos", etc...

As crianças ao procederem a decomposição do grupo, irão redescobrir os fatos básicos da subtração.

Deve-se insistir na terminologia: um grupo (ou um conjunto) de 5 crianças menos 3 crianças, etc.

- Partindo de um grupo de 4 crianças, a professora pede que uma delas se retire do grupo. Os alunos serão convidados a formar nas cartelas, conjuntos com fichas ou palitos que representem a quantidade inicial e a quantidade tirada, respectivamente 4 e 1, representando com numerais a situação surgida: $4 - 1$



Após terem os alunos verificado a quantidade restante, escreverão o numeral correspondente ao resultado da operação: $4 - 1 = 3$

Os alunos poderão representar este fato, com desenhos no caderno, Outros fatos envolvendo o total 4, depois qualquer total podem ser representadas concretamente, depois no flanelógrafo, no quadro negro e nos cadernos dos alunos.

Sempre que a criança tiver de descrever uma atividade ^{envolvendo situações} de subtração, ^{teve} será levada a expressar-se usando a terminologia matemática correta.

Assim, ela dirá: 4 crianças menos 1 criança é igual a 3 crianças e que tirando-se 1 criança de um conjunto de 4 crianças, restam 3 crianças.

Não será difícil introduzir o sinal menos; uma vez que a criança já vem trabalhando com simbologia e já deve ser do seu conhecimento o sinal de adição e o de igualdade.

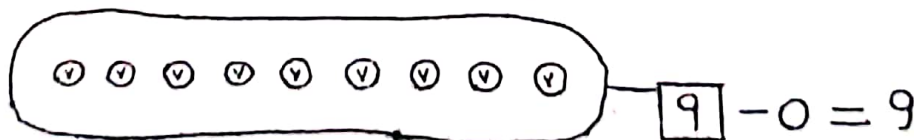
Embora seja difícil encontrar uma situação de subtração com zero no minuendo, a professora pode em determinado momento, introduzir os fatos com zero, considerando que esta subtração vai aparecer mais tarde - na subtração com dois algarismos.

Aproveitando uma situação real, como por exemplo, retirar ^{de um con-} ~~em gru-~~ ^{junto} po de 9 bolas vermelhas, as bolas pretas; a criança não irá encontrar / as bolas pretas, não tendo quantidade nenhuma para retirar; $\bar{1}$ a quantidade inicial permanecerá a mesma.

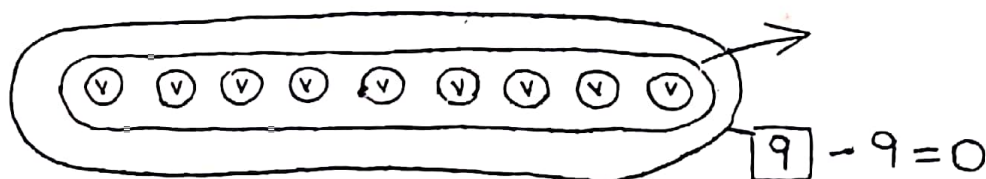
As crianças se defrontarão com as seguintes perguntas:

- Nós tínhamos 9 bolas e tiramos quantas? Nenhuma? Que numeral representa ^{as bolas brancas} nenhuma bolinha?

- Vamos escrever no quadro o que fizemos.?



A atividade pode também ser de outra forma. Se todas as bolas solicitadas fossem vermelhas, as crianças a^stirarão todas e o resto será zero. Por exemplo.



As crianças deverão trabalhar intensamente ~~com atividades~~ com material concreto. Trabalhando os fatos numéricos em grande variedade de situações, antes que possa abstrair com segurança. Na fase de abstração, as crianças demonstrarão nos cadernos a operação, com o resultado, utilizando-se problemas orais.

Por exemplo:

- Maria tinha 6 fichas amarelas. Perdeu 2.

Quantas fichas lhe restam? (situação subtrativa)

- Um chocolate custa 10 cruzeiros: Outro custa 5 cruzeiros. Qual é a diferença entre eles? (situação comparativa).

- Ana quer desenhar 7 flores no seu caderno. Já desenhou 4 flores
Quantas ainda precisa desenhar
(situação aditiva).

Podem ser apresentados às crianças, cartazes contendo situações subtrativas. Por exemplo: crianças que saem do grupo, animais que saem do ninho, etc. para que as crianças descubram a situação verbalizando e demonstrando numericamente.

Da mesma forma, os alunos poderão realizar jogos e exercícios usando cartões relâmpagos, jogando com fatos da subtração e da adição relacionados.

A criança precisa, para subtrair um número de dois algarismos de outro número, ter trabalhado intensamente com a dezena e com o valor posicional do algarismo no numeral.

As crianças deverão trabalhar com material concreto, utilizando o "cartaz lugar-valor", seguindo uma graduação na sua aprendizagem, a fim de vencer passo a passo as dificuldades que se apresentarem.

Essas subtrações, também podem ser efetuadas; tomando-se o minuendo como um todo, sem efetuar o recurso do empréstimo, isto é, de quatorze unidades, vou tirar seis unidades:

Exemplo: $14 - 6 =$

$$\begin{array}{r} \textcircled{14} \\ - 6 \\ \hline 8 \end{array}$$

5º Passo: Subtração com recurso; de números formados de unidades e dezenas: Ex: $62 - 38$; $64 - 59$; $82 - 36$; $75 - 17$; etc.

$62 - 38 = \dots$

C	D	U
	 	

$50 + 12$

$$\begin{array}{r} 60 + 2 \\ - 30 + 8 \\ \hline 20 + 4 = 24 \end{array}$$

D	U
5	12
6	2
-3	8
2	4

A medida que se amplia o conhecimento do sistema de numeração, aumentam-se as quantidades a serem trabalhadas, efetuando-se:

- Subtração sem recurso
- Subtração com recurso na ordem das dezenas ou centenas
- Subtração com recurso na ordem das centenas
- Subtração com recurso na ordem das dezenas e centenas.

Exemplos:

6º) Subtrações com números acima de 100, sem recurso do "empréstimo."

Ex: $286 - 145$; $376 - 123$; $453 - 231$; etc.

$286 - 145 =$

C	D	U
 	 	
 	 	

$70 + 16$

$$\begin{array}{r} 200 + 80 + 6 \\ - 100 + 40 + 5 \\ \hline \dots + \dots + \dots \end{array}$$

C	D	U
	7	16
2	8	6
-1	4	5

7º) Subtrações com números acima de 100, e "empréstimo" na ordem das dezenas.

Ex: 246-139; 473-258; 845-718; etc.

246 - 139 = ...

C	D	U

30 16

$$\begin{array}{r} 200 + 40 + 6 \\ -100 + 30 + 9 \\ \hline \end{array}$$

C	D	U
	3	16
2	4	6
1	3	9

8º) Subtrações com número acima de 100 e "empréstimo" na ordem das centenas.

Ex: 528-366; 232-151; 328-156; etc.....

528 - 366 = ...

C	D	U

400 120

$$\begin{array}{r} 500 + 20 + 8 \\ -300 + 60 + 6 \\ \hline \end{array}$$

D	D	U
4	12	8
3	6	6

9º) Subtrações com números acima de 100 e "empréstimo" na ordem das dezenas e centenas.

Ex: 423-165; 533-285; 643-488; etc..

423 - 165 = ...

C	D	U

300 110 13

$$\begin{array}{r} 400 + 20 + 3 \\ -100 + 60 + 5 \\ \hline \end{array}$$

C	D	U
3	11	13
4	6	5
1	6	5

Nessas subtrações, prepara-se inicialmente todo o minuendo e só depois se efetua a subtração.

Aparecem ainda as seguintes subtrações:

10) De um número composto de centenas, dezenas e unidades, subtraem-se as dezenas e unidades, com "empréstimo" na ordem das dezenas.

Ex: 951-49; 953-55; 364-38; etc...

11) De um número formado de centenas exatas, subtraem-se dezenas e centenas.

Ex: 300-36; 400-54; 500-92; 200-37, etc.

12) De um número formado de centenas exatas, subtraem-se unidades, dezenas e centenas:

Ex: 400-186; 300-254; 500-126; 200-131; etc.

A medida que se aumenta a aprendizagem do sistema de numeração, aumentam-se os números com que se opera.

Sempre se deve dar o apoio no uso de material concreto ao se efetuarem as subtrações, principalmente quando o minuendo é formado de centenas exatas.

Exemplo: $300-145 = \dots$

C	D	U
III III III	IIII IIII	
IIII IIII		

$$\begin{array}{r}
 200 + 90 + 10 \\
 200 \quad 10 \quad 10 \\
 300 + \ominus + \ominus \\
 - 100 + 40 + 5 \\
 \hline
 \end{array}$$

C	D	U
2	9	10
2	9 0	10
-1	4	5

DOCUMENTO ELABORADO POR:

HENRIETA D. ARRUDA

COORDENADORA DE MATEMÁTICA de 1ª a 4ª série

SEÇÃO DE ORIENTAÇÃO TÉCNICO-PEDAGÓGICA.

PREFEITURA MUNICIPAL DE CURITIBA

(Proibida reprodução sem citar a origem)

HDA/aah.

- X V I I I -