



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS REITOR JOÃO DAVID FERREIRA LIMA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

AKAUÃ FLORES ARROYO

**VIOLÊNCIA E SEGURANÇA PRIVADA: uma análise de simultaneidade usando
cópulas bivariadas.**

Orientador: Dr. Francis Carlo Petterini Lourenço

Florianópolis
2020

AKAUÃ FLORES ARROYO

**VIOLÊNCIA E SEGURANÇA PRIVADA: uma análise de simultaneidade usando
cópulas bivariadas.**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em
Economia da Universidade Federal de Santa Catarina para
obtenção do grau de Mestre em Economia. Orientador: Prof.
Dr. Francis Carlo Petterini Lourenço.

Florianópolis
2020

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Arroyo, Akauã Flores
Violência e segurança privada : uma análise de
simultaneidade usando cópulas bivariadas / Akauã Flores
Arroyo ; orientador, Francis Carlo Petterini Lourenço, 2020.
60 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Sócio-Econômico, Programa de Pós-Graduação em
Economia, Florianópolis, 2020.

Inclui referências.

1. Economia. 2. Violência. 3. Segurança Pública. 4.
Segurança Privada. 5. Correlação Condicional. I. Lourenço,
Francis Carlo Petterini. II. Universidade Federal de Santa
Catarina. Programa de Pós-Graduação em Economia. III. Título.

AKAUÃ FLORES ARROYO

VIOLÊNCIA E SEGURANÇA PRIVADA: uma análise de simultaneidade usando cópulas bivariadas.

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora, no dia 18 de Março de 2020, composta pelos seguintes membros:

Prof^a Marianne Zwilling Stampe, Dr^a
Universidade do Estado de Santa Catarina

Prof Guilherme de Oliveira, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof Helberte João França Almeida, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em Ciências Econômicas.

Prof. Francis Carlo Petterini Lourenço, Dr.
Orientador

Prof Marcelo Arend, Dr.
Coordenador do Programa de
Pós-Graduação em Economia

Florianópolis, 2020

Agradecimentos

Primeiramente, eu gostaria de agradecer aos meus pais, Andreia Flores e Alexandre Arroyo, que sempre me apoiaram ao longo desta jornada, agradeço também ao meu padrasto José Gade que nos apoiaram, eu e minha mãe, ao longo desses dois anos cheios de infortúnios.

Agradeço a CAPES pela manutenção da bolsa de mestrado que viabilizou a elaboração desta pesquisa.

Um agradecimento muito especial aos meus amigos Emily e Thiago que me ajudaram e me ensinaram muito, tanto em discussões sobre as mais diversas matérias quanto em todo o suporte emocional, além de tornar essa jornada acadêmica mais divertida.

Agradeço ao meu orientador Francis que efetivamente atuou como um orientador ao longo desta dissertação e vem me ensinando tanto desde a minha graduação, muito obrigado.

Agradeço a todos os professores e colegas do PPG Eco e da UFSC que, de alguma maneira, contribuíram para a realização deste trabalho.

Agradeço a toda a minha família e amigos.

*"Devemos julgar um homem mais pelas suas perguntas que pelas respostas."
(Voltaire)*

Resumo

Os indicadores de violência no Brasil só aumentaram nos últimos anos gerando um cenário de extrema insegurança para os brasileiros. Diante deste cenário, o que se observa é a população tendo uma percepção cada vez maior sobre a criminalidade e uma percepção cada vez menor sobre o policiamento público, implicando em uma maior contratação de serviços de segurança privada. No entanto, não está claro como se comporta a relação entre uma maior concentração de seguranças privados e os índices de violência, dado que uma maior presença dos vigilantes pode desestimular a prática de crimes violentos ou aumentar a violência diante de possíveis ações ostensivas que estes vigilantes sejam forçados a realizar. Diante disso, o objetivo desta dissertação é avaliar como se comporta a correlação entre a violência, representada pela taxa de homicídios a cada 100 mil habitantes, e uma maior concentração de vigilantes, representada pela taxa de vigilantes a cada 100 mil habitantes, condicionada a fatores socioeconômicos. Para mitigar o viés de simultaneidade entre a taxa de homicídios e a taxa de vigilantes e cumprir o objetivo anteriormente citado, estimou-se uma cópula (FGM) utilizando-se dos dados do censo do IBGE de 2010, do Sistema de Informações sobre Mortalidade (SIM), dos Demonstrativos de Contas Anuais do municípios (SICONFI/FINBRA) e da Relação Anual de Informações Sociais (RAIS). Encontrou-se indícios de que nos estados menos violentos do Brasil (São Paulo, Paraná e Santa Catarina) tem-se uma maior ocorrência de correlações positivas indicando que, nestes municípios, conseguiu-se combater efetivamente um aumento da violência com um aumento no número de vigilantes. Enquanto que nos estados menos urbanos (estados da região Norte do país, Tocantins e Goiás) identificou-se uma maior concentração de correlações negativas, indicando que existe uma potencial redução da violência, nestas localidades, caso seja realizado um aumento da contratação de vigilantes. Neste trabalho, também encontrou-se indícios de que: um aumento da proporção urbana é positivamente correlacionado com a taxa de homicídios; um aumento da população jovem, na faixa etária de 15 a 24 anos, é positivamente correlacionado com a taxa de homicídios e que municípios com uma maior renda *per capita* são menos violentos. Logo, o estudo conclui que um aumento na contratação de serviços de segurança privada, aliado à políticas públicas que visem um aumento da renda *per capita*, podem ser eficientes no combate à violência.

Palavras-chaves: Violência; Segurança Pública; Segurança Privada; Correlação Condicional

Abstract

Indicators of violence in Brazil have only increased in recent years, generating a scenario of extreme insecurity for Brazilians. Faced with this, what is observed is the population having an increasing perception of criminality and an lower perception of public policing, implying in a greater hiring of private security services. However, it is not clear how the relationship between a greater concentration of private security guards and violence rates behaves, given that a greater presence of security guards may discourage the practice of violent crimes or increase violence in the face of possible ostensible actions that these guards are forced to do. Therefore, the objective of this thesis is to evaluate how the correlation between violence, represented by the homicide rate per 100 thousand inhabitants, and a higher concentration of security guards, represented by the security rate per 100 thousand inhabitants, behaves conditioned to socioeconomic conditions. In order to mitigate the simultaneity bias between the homicide rate and the vigilante rate and to fulfill the previously mentioned objective, a coupla model (FGM) was estimated using data from the 2010 IBGE census, from the Mortality Information System (SIM), the Annual Accounts Statements of the municipalities (SICONFI / FINBRA) and the Annual List of Social Information (RAIS). Evidence was found that in the less violent states of Brazil (São Paulo, Paraná and Santa Catarina) there is a greater occurrence of positive correlations, indicating that, in these municipalities, it was possible to effectively combat an increase in violence with an increase in the number of private guards. While in the more rural states (states in the northern region of the country, Tocantins and Goiás) a greater concentration of negative correlations was identified, indicating that there is a potential reduction in violence in these locations if an increase in the hiring of security guards is carried out. In this work, evidence was also found that: an increase in the urban proportion is positively correlated with the homicide rate; an increase in the young population, aged 15 to 24, is positively correlated with the homicide rate and that municipalities with a higher income *per capita* are less violent. Therefore, this study concludes that an increase in the hiring of private security services, in alliance with policies that aim to increase the income *per capita*, can be effective in combating violence.

Keywords: Violence; Public Safety; Private Security; Conditional Correlation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Número de trabalhadores na segurança privada, 2006 a 2017	15
Figura 2 – Taxa de seguranças privados a cada 100 mil habitantes por UF, ano 2017	16
Figura 3 – Taxa de seguranças privados a cada 100 mil habitantes por município, ano 2017	17
Figura 4 – Taxa de homicídios de 2004 a 2017 do Brasil, América e Mundo . .	22
Figura 5 – Taxa de homicídios de 2017 a cada 100 mil habitantes por UF . . .	23
Figura 6 – Taxa de homicídios de 2017 a cada 100 mil habitantes por Município	24
Figura 7 – θ estimado por município	44
Figura 8 – Histogramas das estimativas dos parâmetros do Monte Carlo	56

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Número de homicídios por CID-10	27
Tabela 2 – Número de trabalhadores por CBO/CNAE	28
Tabela 3 – Variáveis utilizadas e bases de dados correspondentes	29
Tabela 4 – Estatísticas descritivas	30
Tabela 5 – Matriz de correlação das variáveis	30
Tabela 6 – Resultados cópula FGM sem inflar em zeros	37
Tabela 7 – Valor estimado de $\frac{\partial \lambda_1 / Pop}{\partial Z_k}$ e $\frac{\partial \lambda_2 / Pop}{\partial Z_k}$ para diferentes faixas populacionais.	41
Tabela 8 – Valor estimado de $\frac{\partial \lambda_1 / Pop}{\partial Z_k}$ e $\frac{\partial \lambda_2 / Pop}{\partial Z_k}$ para diferentes faixas de desigualdade de renda.	41
Tabela 9 – Valor estimado de $\frac{\partial \lambda_1 / Pop}{\partial Z_k}$ e $\frac{\partial \lambda_2 / Pop}{\partial Z_k}$ para diferentes faixas de proporção urbana.	42
Tabela 10 – Valor estimado de $\frac{\partial \lambda_1 / Pop}{\partial Z_k}$ e $\frac{\partial \lambda_2 / Pop}{\partial Z_k}$ para diferentes faixas de proporções de população entre 15 a 24 anos.	42
Tabela 11 – Valor estimado de $\frac{\partial \lambda_1 / Pop}{\partial Z_k}$ e $\frac{\partial \lambda_2 / Pop}{\partial Z_k}$ para diferentes faixas de taxa de analfabetismo.	43
Tabela 12 – Valor estimado de $\frac{\partial \lambda_1 / Pop}{\partial Z_k}$ e $\frac{\partial \lambda_2 / Pop}{\partial Z_k}$ para diferentes faixas de renda <i>per capita</i>	43
Tabela 13 – θ médio estimado para diferentes perfis de municípios	44
Tabela 14 – Estatísticas descritivas dos parâmetros com 200 simulações	57
Tabela 15 – Resultados cópula FGM sem zeros.	58
Tabela 16 – Resultados cópula FGM inflada em zeros	59
Tabela 17 – Categorias do CID-10 caracterizadas como um homicídio	60

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	MERCADO DE SEGURANÇA PRIVADA	13
2.1	Formação do mercado de segurança privada brasileiro	13
2.2	Panorama atual do mercado de segurança privada	13
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE CRIMINALIDADE	18
3.1	Panorama atual da violência no Brasil	21
4	METODOLOGIA	26
4.1	Dados	26
4.2	Análise preliminar dos dados	29
4.3	Estratégia de especificação	31
5	RESULTADOS ENCONTRADOS	37
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	46
	REFERÊNCIAS	48
A	ESTIMADOR DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA	51
B	MONTE CARLO	55
C	RESULTADOS AUXILIARES	58
D	TABELAS AUXILIARES	60

1 Introdução

O direito à segurança é garantido a todos pela Constituição Federal de 1988 em seu artigo 6º e tal segurança deve ser assegurada pelo Estado conforme o artigo 144 da Constituição. No entanto, o que observa-se é uma constante quebra desse direito fundamental no Brasil. Apenas no ano de 2017, de acordo com dados do Sistema de Informação sobre Mortalidade (SIM), 61.002 pessoas foram vítimas de homicídio no país o que resultou em uma taxa de homicídios, para cada 100 mil habitantes, de 29,38, quase cinco vezes superior a taxa registrada em todo o mundo¹ (6,142)

Além disso, de acordo com informações disponibilizadas no anuário brasileiro de segurança pública de 2018, apenas no ano de 2017 foram registrados: 61.032 casos de estupro; 221.238 registros de violência doméstica e 2.460 casos de latrocínio. Esses dados extremamente alarmantes refletem um cenário de extrema insegurança para todos os brasileiros gerando danos materiais e psicológicos para milhões de pessoas.(CARDIA, 1997)

Além de todos os danos sociais que a violência causa, esta também é responsável por grandes danos econômicos para o país. Londoño (1998) estimou os custos econômicos causados pela violência em 6 países da América Latina (Brasil, Colômbia, El Salvador, México, Peru e Venezuela) no ano de 1997. Nas estimativas para o Brasil, Londoño (1998) encontrou que tais custos correspondiam a: 1,9% do PIB (de 1997) no tocante aos danos na saúde (gastos relacionados a serviços requeridos como resultado de um ato violento); 3,6% do PIB em danos materiais (gastos com processos judiciais, e contratação de serviços de segurança); 3,4% do PIB em danos intangíveis e 1,6% do PIB em transferências de ativos (bens materiais perdidos devido a roubos, sequestros e extorsões).

Diante deste cenário de insegurança e dos danos que a violência pode causar, temos que a percepção dos cidadãos acerca do policiamento público seja a de que este não é suficiente para combater a violência. Logo, estes fatores implicam que as pessoas tendem a aumentar a contratação de serviços de vigilância e segurança privada como um mecanismo de proteção adicional, ou substituto, ao policiamento público, principalmente nas localidades onde os índices de violência são elevados.

No entanto, não está claro qual a direção da correlação entre o índice de violência e o índice de concentração de trabalhadores de segurança privada, dado que um aumento da concentração dos trabalhadores de segurança pode, por um lado, diminuir a violência pois aumenta-se o custo de se cometer um ato violento em áreas cobertas pelos vigilantes, por outro lado, pode aumentá-la devido a ações ostensivas realizadas pelos vigilantes ou simplesmente porque, *ceteris paribus*, as localidades mais violentas

¹ De acordo com dados da United Nations Office on Drugs and Crime (UNODC).

são as mais propícias a terem um aumento na concentração dos vigilantes.

Diante do exposto, o objetivo desta dissertação é avaliar como se comporta a correlação entre o índice de violência e o índice de concentração de vigilantes condicionada à diferentes variáveis socioeconômicas. Aproveita-se esta etapa para analisar quais variáveis socioeconômicas impactam na violência e no mercado de segurança privada.

Para cumprir com o objetivo citado, coletou-se dados dos trabalhadores em empresas de segurança privada da Relação Anual de Informações Sociais (RAIS), dados socioeconômicos do censo do IBGE de 2010, dados referentes aos homicídios do Sistema de Informação sobre Mortalidade do Ministério da Saúde (SIM) e gastos municipais com segurança pública (como *proxy* da taxa de policiais). Para controlar os vieses de simultaneidade entre as taxas de homicídios e taxas de seguranças privados e estimar como os fatores socioeconômicos impactam na dependência entre a taxa de seguranças privados e a taxa de homicídios, estimou-se uma cópula (FGM) supondo que o número de homicídios e o número de seguranças privadas seguem distribuições Poisson. Estimou-se três modelos: um considerando que o número de seguranças privados e o número de homicídios seguem uma *Zero Inflated Poisson* (ZIP); outra estimação não inflando-se em zeros, e um modelo retirando todos os zeros da amostra. Dado que a estimação aonde não se inflou em zeros mostrou um melhor ajuste, utilizou-se esse modelo para construir os demais resultados desta dissertação.

A presente dissertação está dividida em seis capítulos, o primeiro capítulo é composto desta introdução. O capítulo dois contém uma revisão bibliográfica acerca das principais características do setor de segurança privada e também uma análise da situação atual do mercado de segurança privada. O terceiro capítulo é composto por uma revisão bibliográfica dos fatores que influenciam na criminalidade e de uma análise da violência no país nos últimos anos, utilizando como indicador de violência a taxa de homicídios. O capítulo quatro é composto pela metodologia adotada para a construção do estudo empírico desta dissertação, desde a coleta dos dados até a estratégia de especificação do modelo. O quinto capítulo contém todos os resultados obtidos pelo modelo especificado no capítulo quatro e também uma análise dos resultados obtidos. Por fim, o sexto e último capítulo conterá as considerações finais deste trabalho.

2 Mercado de segurança privada

2.1 Formação do mercado de segurança privada brasileiro

O mercado de segurança privada na Europa e nos Estados Unidos iniciou-se antes do mercado de segurança privada brasileiro, tendo-se indícios de organizações voltadas para à prática de vigilância e segurança privada, mas ainda de uma maneira incipiente e desorganizada, a partir da Idade Média. De acordo com Zanetic (2010) os mercados de segurança europeu e norte-americano, relativamente incipientes até os anos 1950, sofreram uma grande expansão devido aos seguintes fatores: um aumento do número de espaços corporativos 'semi-públicos' e 'propriedades privadas de massa' (por exemplo, shoppings e condomínios) impulsionado por incentivos econômicos; um aumento na sensação de insegurança causada por um aumento na criminalidade; e demais fatores que surgem inerentemente dos fatores anteriores.

O mercado de segurança brasileiro só foi regulamentado a partir da lei nº 7102/83 que dispõe sobre as normas para a constituição e funcionamento das empresas de vigilância e segurança privada e também para as empresas de transporte de valores. A expansão do setor, à partir dos anos 80, no Brasil ocorreu por razões similares as expansões ocorridas no cenário internacional, alguns destes fatores são: um aumento da percepção da insegurança, por parte dos brasileiros, diante de um cenário onde tem-se um aumento constante da violência; expansão da área urbana e mudanças no padrão de circulação destes centros urbanos; e uma especialização do crime marcada por uma intensificação de crimes corporativos (sequestros, roubo de veículos, contrabando e etc). (ZANETIC, 2015)

Estes fatores, aliados a: uma impotência do Estado em resolver os problemas relacionados com a segurança pública; aumento da criminalidade; e uma maior renda *per capita* da classe média, criou os incentivos necessários para que a população pudesse adquirir serviços especializados de vigilância e segurança privada ao invés de realizarem sua própria segurança, a chamada segurança orgânica¹. (ZANETIC, 2015)

2.2 Panorama atual do mercado de segurança privada

Antes de iniciar-se a análise do mercado de segurança privada, convém fazer uma nota metodológica. Todos os resultados elaborados nesta seção foram feitos utilizando-se dados da Relação Anual de Informações Sociais (RAIS) dos anos de 2006 a 2017. A delimitação deste período é devida a disponibilidade de informações, a partir

¹ Segurança orgânica é aquela na qual a própria empresa possui um órgão ou departamento responsável pelos serviços de vigilância e segurança do seu patrimônio

de 2006, sobre a subclasse do Cadastro Nacional de Atividade Econômica (CNAE) principal da empresa. A partir destes dados foi possível realizar a coleta somente para empresas cujos CNAE 2.0 fossem um dos seguintes: i) Atividades de Vigilância e Segurança Privada (80.111-01); ii) Atividades de Transporte de Valores (80.129-00) e iii) Atividades de Monitoramento de Sistemas de Segurança (80.200-00). Caso essa delimitação não fosse adotada, teria-se que filtrar os dados pelo grupo 80.111 do CNAE, impossibilitando a desagregação dos dados de empresas de adestramento de cães de guarda (80.111-02) dos dados das empresas de atividades de vigilância e segurança privada (80.111-01). Além disso, só foram considerados trabalhadores cujo vínculo estivesse ativo no mês de dezembro da competência correspondente a da declaração. Por fim, considerou-se como 'vigilante' todos os trabalhadores cuja função fosse um dos seguintes CBO: i) Agente de Proteção de Aeroporto (517.305); ii) Agente de Segurança (517.310); iii) Agente de Segurança Penitenciária (517.315); iv) Vigia Florestal (517.320); v) Vigilante (517.330); vi) Porteiro de Edifícios (517.410); vii) Porteiro de Locais de Diversão (517.415) e viii) Vigia (517.420).

Dito isso, temos que o mercado de segurança privado brasileiro é caracterizado por uma intensa utilização de seus serviços por parte do Estado² nas atividades de vigilância e conservação dos patrimônios públicos, o que o torna dependente das decisões de gasto da Administração Pública.

Nos últimos anos ocorreram duas medidas que tiveram um considerável impacto no setor. Primeiramente, tem-se a criação da lei nº 12.740/12 que estabelece uma adicional de periculosidade³ para todos os trabalhadores cuja função implica uma exposição permanente do trabalhador a, pelo menos, um dos seguintes fatores:

- Inflamáveis, explosivos ou energia elétrica;
- Roubos ou outras espécies de violência física nas atividades profissionais de segurança pessoal ou patrimonial.

Dado que profissionais do mercado de segurança privada estão constantemente expostos ao segundo item acima mencionado, isto implica em um aumento considerável no custo da atividade, dado que alterações no salário de uma categoria reverberam em diversos outros custos para o empregador (férias, 13^o salário e FGTS, por exemplo).

O segundo fator que gerou impactos no setor, segundo o relatório da FENAVIST⁴, é a constante evolução da tecnologia no setor que possibilitou a adoção de sistemas

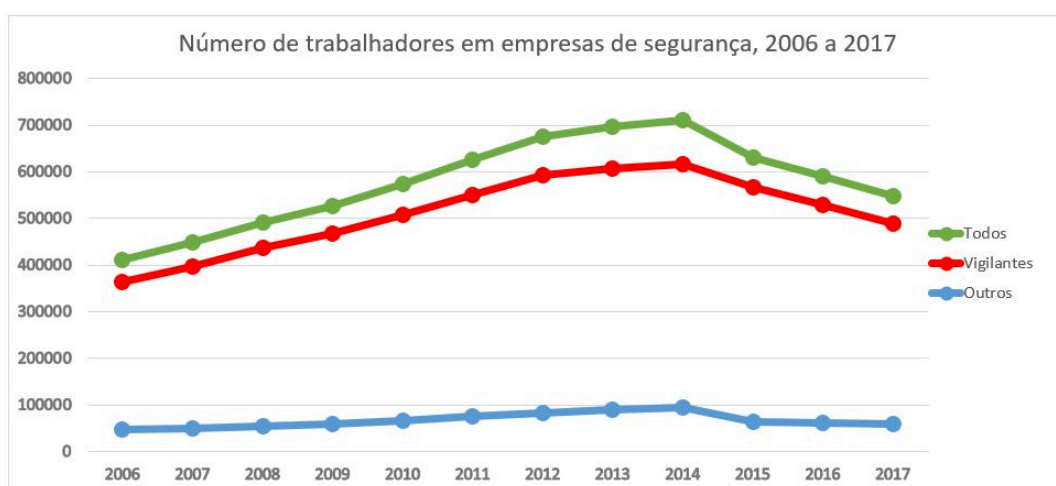
² Conforme último relatório publicado (em 2019) pela Federação Nacional de Empresas de Seguranças e Transporte de Valores (FENAVIST) disponível em <http://fenavist.org.br/wp-content/uploads/2019/07/ESSEG-19_WEB1.pdf>.

³ De acordo com o parágrafo terceiro desta mesma lei, todos os adicionais de periculosidade já concedidos mediante convenção coletiva serão compensados. Desta forma, essa medida tem um maior impacto nas localidades aonde não se tinha um adicional de periculosidade estabelecido via convenção coletiva.

⁴ Disponível em <http://fenavist.org.br/wp-content/uploads/2019/07/ESSEG-19_WEB1.pdf>.

cada vez mais presente nestas atividades, principalmente no tocante a vigilância. Essa evolução, devido aos custos, incentivou as empresas a reduzir o número de trabalhadores ostensivos e intensificar a adoção de sistemas de vigilância. No entanto, mesmo que essa evolução na tecnologia tenha facilitado e aprimorado o trabalho dos vigilantes, a presença destes no local ainda é imprescindível para que um eventual delito seja ou evitado (devido a presença do vigilante no local, o que desestimula o potencial infrator a cometer um crime) ou imediatamente remediado devido à resposta do vigilante no começo do ato. Logo, mesmo que a adoção de tecnologias estimule uma menor contratação de profissionais da área de vigilância, eles ainda são necessários para que o combate a um possível delito seja mais eficaz.

Figura 1 – Número de trabalhadores na segurança privada, 2006 a 2017



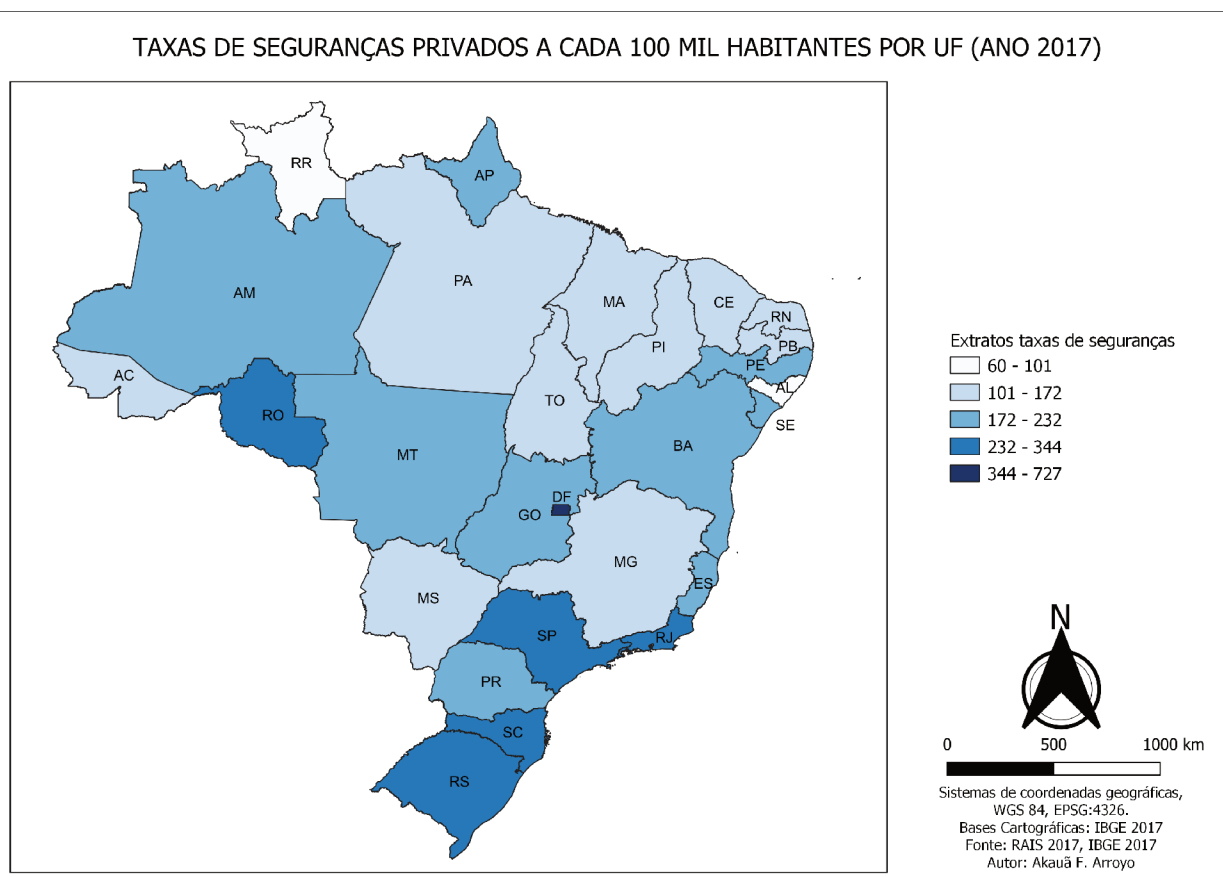
Nota: Elaborado pelo autor, Fonte: RAIS.

Todos esses fatores, aliados ao fato que a contratação dos serviços de segurança por parte da Administração Pública é baseada fortemente no fator custo (a empresa que apresentar a licitação com o menor valor, é contratada para realizar o serviço), incentivou as empresas do mercado de segurança privada a reduzir o quadro de trabalhadores nos últimos anos, conforme observa-se na Figura 1 onde o número de trabalhadores reduziu nos últimos três anos (2014 a 2017) passando de 711.262 trabalhadores em 2014 para 548.017 em 2017, sendo assim, uma queda de aproximadamente 22,95% no quadro de funcionários.

No tocante a distribuição destes trabalhadores (apenas dos "vigilantes") ao longo do país, temos na Figura 2 a distribuição das taxas de seguranças privados para cada 100 mil habitantes por Unidade Federativa.

Analisando esse mapa percebe-se que as Unidades Federativas que possuem uma maior concentração de seguranças privados são os estados da região Sudeste (São Paulo e Rio de Janeiro) e Sul (Santa Catarina e Rio Grande do Sul), além do

Figura 2 – Taxa de seguranças privados a cada 100 mil habitantes por UF, ano 2017



Nota: Elaborado pelo autor, Fonte: RAIS 2017; IBGE 2017.

estado de Rondônia e do Distrito Federal (já esperado, devido as suas idiossincrasias). Em contraste, temos que os estados da região Nordeste, a mais violenta do país, possuem menores taxas de seguranças privados com exceção dos estados do Sergipe, Pernambuco e Bahia.

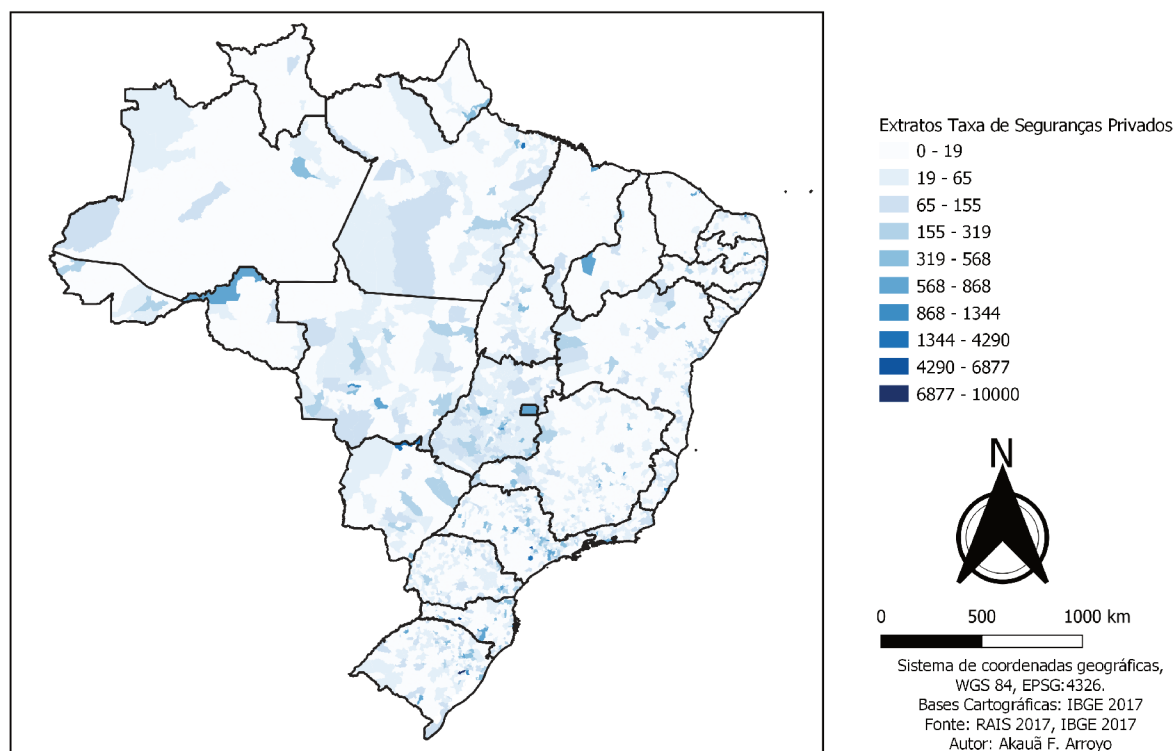
Com o intuito de se analisar como é distribuída as taxas de seguranças privados ao longo do país a nível municipal, elaborou-se o mapa representado na Figura 3.

Ao analisar esse mapa, temos que a distribuição das taxas é extremamente heterogênea, aonde identifica-se municípios com altíssimas taxas de seguranças geralmente cercados por municípios com baixas taxas, sugerindo que, apesar de a RAIS possuir um campo (a partir de 2002) para que as empresas informem o município de trabalho do trabalhador, boa parte das empresas estão informando o município aonde a filial ou matriz esta registrada⁵ ao invés do município aonde o trabalhador efetivamente está trabalhando.

⁵ A filial ou matriz pela qual o trabalhador esta vinculado.

Figura 3 – Taxa de seguranças privados a cada 100 mil habitantes por município, ano 2017

TAXAS DE SEGURANÇA PRIVADOS A CADA 100 MIL HABITANTES POR MUNICÍPIO (ANO 2017)



Nota: Elaborado pelo autor, Fonte: RAIS 2017; IBGE 2017.

3 Revisão bibliográfica sobre criminalidade

A discussão acerca de fatores socioeconômicos que incentivam ao crime, utilizando-se de instrumentais econômicos, foi intensificada após a publicação do clássico artigo de Becker (1968). Em seu artigo, Becker (1968) desenvolve um modelo onde a probabilidade do indivíduo incorrer em um delito é dependente dos custos e benefícios do crime em potencial. Becker (1968) também discute possíveis medidas que possam ser tomadas de maneira a maximizar o bem estar social, sua análise aborda tanto os custos com o delito em si, quanto os custos e benefícios em prevenir o delito, capturar e julgar o "criminoso" e aplicar a punição. Um fato interessante observado por Becker (1968) é que muitos dos métodos de punição e prevenção podem, na verdade, diminuir o bem estar social ao invés de aumentá-lo. Isto ocorre pois o custo social de se aplicar a punição e o dano social gerado por esta punição é maior do que os benefícios que a prática dessa medida traz ao diminuir a probabilidade de ocorrência dos delitos.

Esta análise de custo benefício é fortemente influenciada pela aversão ao risco dos potenciais infratores, dado que isto afetará a sua utilidade esperada de um crime em potencial. Caso os mesmos sejam avessos ao risco, em relação a probabilidade de condenação, os efeitos de um aumento na probabilidade de condenação na probabilidade de ocorrência de um crime serão maiores do que um efeito no aumento no tempo de detenção sobre o mesmo. Logo, considerando-se os altos custos de encarceramento, caso os indivíduos sejam avessos ao risco o aumento de gastos em medidas de prevenção e investigação tendem a trazer um maior bem estar social do que em gastos que visem o aumento de detenção. No entanto, conforme observado por Levitt (1996), análises econométricas que não consideram a simultaneidade entre o aumento do número de encarcerados com o aumento (ou redução) do número de crimes¹, podem subestimar o efeito do encarceramento sobre a probabilidade de ocorrência de um crime vis a vis o efeito de medidas preventivas sobre o número de crimes. Logo, estudos que identificam uma aversão ao risco a probabilidade de encarceramento sem considerar o viés de simultaneidade podem subestimar a elasticidade do indivíduo em relação a probabilidade de encarceramento. (LEVITT, 1996)

Após o trabalho de Becker (1968) diversos trabalhos com uma abordagem empírica surgiram buscando identificar quais fatores estão relacionados com a criminalidade. Dentre estes destacam-se as contribuições de Ehrlich (1973) e Levitt e Lochner (2001), onde esta última busca analisar os determinantes e ganhos/perdas de bem estar social dos crimes cometidos por jovens, dado que os jovens (18 anos) tem uma maior

¹ Se por um lado o aumento no número de encarcerados pode gerar um maior custo ao incorrer em um crime e portanto reduz a probabilidade de o mesmo ocorrer-lo, por outro lado um aumento do número de crimes geram, naturalmente, um aumento no número de encarcerados

probabilidade de serem presos do que pessoas na idade adulta (35 anos), nos Estados Unidos. Os autores concluem que os determinantes do crime juvenil são: i) Alta concentração de crianças pobres e desigualdade social; ii) Estabilidade familiar e iii) Sistema criminal mais severo.

Já no trabalho de Fajnzylber *et al.* (2000) diversos fatores relacionados ao crime foram identificados. Primeiramente, estes identificam que em sociedades onde se tem uma maior confiança social percebe-se uma menor taxa de homicídios, no entanto os autores não identificam sobre qual é o mecanismo de atuação onde essa confiança social maior se reflete em uma menor taxa de homicídios. Os autores também encontram uma relação positiva entre o índice de Gini e a taxa de homicídios: para um aumento de 10 pontos no índice de Gini, tem-se um aumento em 50% na taxa de homicídios. Por fim, os autores também identificaram uma relação negativa entre o nível do produto e indicadores diversos de criminalidade.

Outro fator socioeconômico frequentemente utilizado em estudos sobre criminalidade é o da escolaridade, intuitivamente atribui-se uma possível correlação negativa entre o nível educacional de uma sociedade e a ocorrência de crimes. De fato, alguns estudos encontram indícios que corroboram essa hipótese. Dentre esses trabalhos, podemos citar os estudos de Ehrlich (1975), Groot e Brink (2010), Lochner (2007) e Chioda, Mello e Soares (2016). Perceba que, conforme os modelos macroeconômicos tradicionais, um aumento no nível de escolaridade também traz um aumento do capital humano traduzindo-se em um maior nível de produtividade do trabalho. Logo, políticas públicas que visem combater o crime através do aumento da escolaridade, como por exemplo, medidas que desestimulem o abandono escolar, impactam o desenvolvimento econômico por duas vias: diminuindo o número de crimes e portanto diminuindo os custos sociais causados pelos mesmos e aumentando o capital humano o que permite um crescimento econômico, de médio e longo prazo, maior. No entanto, conforme observado por Ehrlich (1975), o nível educacional pode ter um efeito inverso, dado que aumentando-se o nível educacional se reduz o custo de aprendizado de uma atividade ilícita.

Além destes fatores socioeconômicos já citados, outro fator relevante apontado por Wilson e Kelling (1982) é que as patrulhas policiais, principalmente as realizadas a pé, e um melhor estado de conservação da localidade podem diminuir o número de crimes violentos naquela região. Este mecanismo ocorre, de acordo com Wilson e Kelling (1982), pois os moradores daquela região sentem mais a presença policial e tomam medidas de segurança, não deixar as janelas de suas casas abertas à noite por exemplo, o que diminui as ocorrências de crimes naquela localidade. Além disso, para uma determinada região, uma maior presença das patrulhas policiais a pé não só desestimula a ocorrência de um crime como também faz com que os moradores desta localidade tenham mais empatia pelos policiais e acabem denunciando os cri-

mes com mais frequência, desestimulando o crime. Neste sentido, é possível que os trabalhadores de segurança privada, vigilantes e porteiros, tenham um papel fundamental no combate a crimes violentos, dado que a presença destes pode desestimular a ocorrência de um crime em uma área muito próxima.

Ao longo dos últimos anos houve um número significativo de trabalhos nacionais analisando quais seriam as variáveis impactantes no nível de violência, dentre eles destacamos os trabalhos de Chioda, Mello e Soares (2016), Cabral (2016), Soares (2007), Sachsida e Mendonça (2013) e Peixoto *et al.* (2008).

Chioda, Mello e Soares (2016) analisam o impacto de programas sociais de distribuição de renda (Bolsa Família) na criminalidade, utilizando dados de todos os crimes de 2006 a 2009 da Secretaria de Segurança Pública de São Paulo (base de dados do INFOCRIM) e de dados escolares do Censo Escolar e da Secretaria de Educação da Cidade de São Paulo. Eles encontram que há um efeito negativo do Bolsa Família na probabilidade de ocorrência de crimes, estudantes cujos pais recebiam o Bolsa Família tinham uma menor probabilidade de incorrer em um delito. Neste trabalho também encontrou-se evidências de que o tempo gasto na escola não teve um impacto estatístico significativo na redução dos crimes.

Cabral (2016) analisa se a implantação do Sistema de Informações Criminais (INFOCRIM) em alguns municípios paulistas é um fator impactante na redução da taxa de homicídios no estado de São Paulo registrada entre os anos de 2000 a 2010. Através de uma abordagem de modelo de diferenças-em-diferenças espacial, Cabral (2016) encontra que o INFOCRIM foi responsável pela redução em 6,183 na taxa de homicídios do estado no período. Além disso, o trabalho encontrou indícios de que crime e educação são negativamente correlacionados, crime e desemprego são positivamente correlacionados e uma melhor equidade social é negativamente correlacionada com o crime.

Soares (2007) investiga quais fatores impactam na probabilidade de ser vítima por homicídio através de dados da PNAD (1999, 2001 a 2004), do Sistema de Informações sobre a Mortalidade do Ministério da Saúde (SIM/MS) e do Censo do IBGE de 2000. Utilizando-se de uma regressão logística, Soares (2007) encontra indícios de que a taxa de homicídios de mulheres é quase dez vezes inferior que a dos homens, que negros possuem uma maior chance de serem assassinados, que jovens na faixa etária de 16 a 36 anos possuem uma maior chance de serem vítimas de homicídios e que o grau de escolaridade reduz o risco de ser vítima de homicídio.

Sachsida e Mendonça (2013) investigam quais são os principais determinantes na taxa de homicídios, utilizando-se de dados de 2001 a 2009 eles encontram, segundo os próprios autores, seis resultados relevantes:

- Existe um impacto "inercial" na taxa de homicídios, ou seja, existe um *feedback* (autocorrelação) positivo de forma que um aumento em $t-1$ da taxa de homicídios

incide em um aumento em t na taxa de homicídios.

- Aumentar (em 10%) o número de presos em t faz com que a taxa de homicídios caia (0,5%) em $t + 1$.
- Aumentar em 10% o número de policiais efetivos faz com que a taxa de homicídios caia em 0,8% no caso da Polícia Militar e caia em 3,4% no caso da Polícia Civil.
- Não houve evidências de uma relação entre a desigualdade de renda e a taxa de homicídios.
- Um aumento do número de homens jovens pode impactar na taxa de homicídios em alguns casos específicos.
- Não foi identificada uma relação entre desemprego e taxa de homicídios.

Por fim, Peixoto *et al.* (2008) analisam se o programa "Fica Vivo", implementado em Belo Horizonte, é eficiente no controle da criminalidade. Utilizando dados do Censo do IBGE de 2000 e de dados da Polícia Militar de Minas Gerais de 2000 a 2006. A metodologia utilizada pelos autores foi um modelo de diferenças-em-diferenças com *Propensity Score Matching* (pareamento por score de propensão). Os autores identificam que a política utilizada no programa analisado, que combina ações preventivas com ações repressivas (ou seja, uma aliança entre proteção social e atuação policial) reduz a taxa de homicídios e também reduz a criminalidade, porém, o seu efeito é espacialmente heterogêneo.

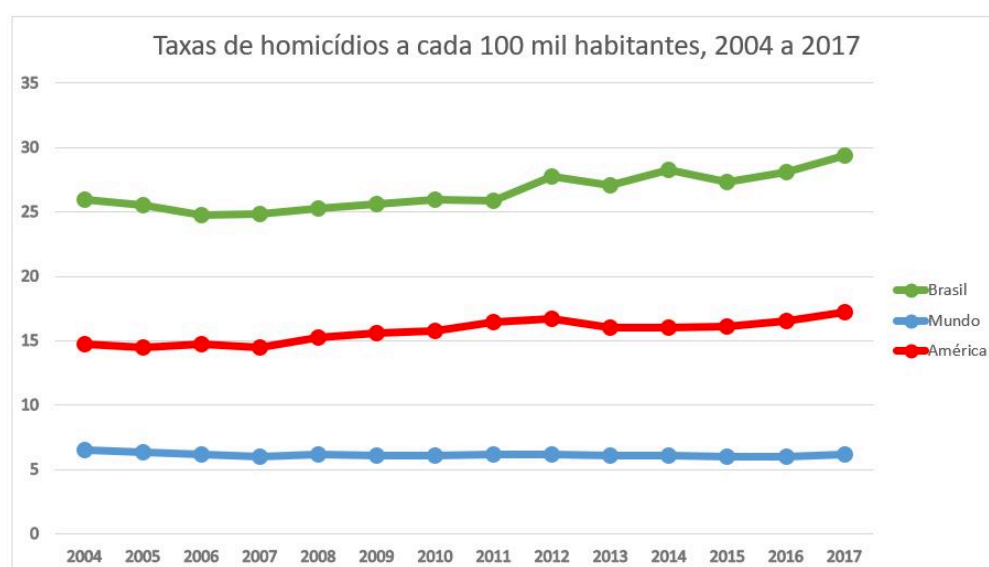
3.1 Panorama atual da violência no Brasil

Os indicadores de violência para o Brasil são preocupantes. De acordo com dados do Sistema de Informação de Mortalidade (SIM) e dados do IBGE, ao longo dos últimos 15 anos foram registradas taxas de homicídios para cada 100 mil habitantes acima de 25 em todos os anos. Destaca-se o ano especialmente violento em 2017 exibindo uma taxa de 29,38, sendo esta uma das maiores taxas de todo o continente americano (menor apenas que as taxas registradas para a Venezuela, Bahamas e El Salvador). Conforme observa-se na Figura 4 essa taxa é, aproximadamente, 4 a 5 vezes maior do que a média mundial, cuja taxa oscila entre 6 a 7 nos últimos anos segundo dados da United Nations Office on Drugs and Crime (UNODC), registrada no mesmo período e quase duas vezes a média registrada para o continente americano. Além disso, também observa-se uma alarmante alta da taxa de homicídios nos últimos anos compreendidos por esta pesquisa, onde esta foi de 27,33 no ano de 2015, enquanto que a taxa registrada para o ano de 2017 foi de 29,38, sendo assim

um aumento aproximado de 7% em apenas dois anos, implicando em um aumento de 9,18% no número de ocorrências de homicídios em apenas dois anos.

Para ilustrar a gravidade da situação, apenas no ano de 2017 foram registrados 61002 homicídios², este valor implica que, em média, 167 pessoas são assassinadas por dia, ou ainda que se ocorreu um homicídio a cada 9 minutos. Apenas para efeitos de comparação, o conhecido Massacre do Carandiru³, ocorrido em Outubro de 1992, registrou 111 mortes, ou seja, no Brasil de 2017 temos, em média, um Massacre do Carandiru a cada 16 horas, ou três Massacres do Carandiru a cada dois dias.

Figura 4 – Taxa de homicídios de 2004 a 2017 do Brasil, América e Mundo



Nota: Elaborado pelo autor, Fonte: DATASUS/SIM; IBGE e UNODC.

Pode-se argumentar que essas magnitudes e elevadas taxas devem-se a proporção continental do país e que, conseqüentemente, possui uma alta população sendo assim mais propenso a exibir uma maior ocorrência de homicídios. No entanto, é improvável que essas sejam as causas deste cenário alarmante. Países com dimensões tão elevadas quanto ao Brasil possuem taxas de homicídios registradas⁴ menores que a brasileira, por exemplo: Canadá com uma taxa de 1,8, Estados Unidos com uma taxa de 5,33, China com uma taxa de 0,57 e Rússia com uma taxa de 9,23. O mesmo ocorre para países com uma elevada população, dado que estes também registraram taxas menores que a brasileira, por exemplo: a própria China, Índia com uma taxa de 3,22 no ano de 2016⁵ e Paquistão com uma taxa de 4,18.

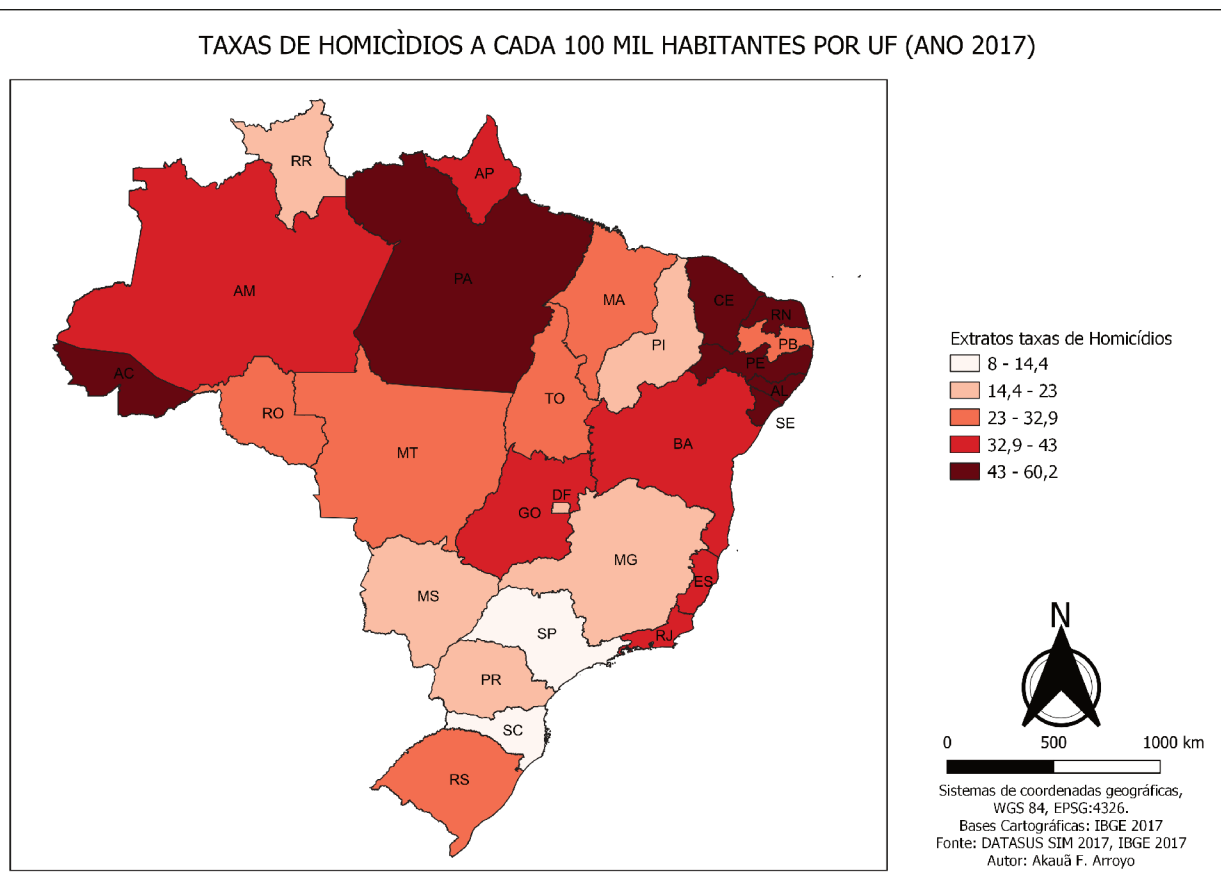
² Mortes cuja causa esteja compreendida entre as categorias X85 a Y09 do CID-10 e que houve a intenção da agressão por terceiros, para mais detalhes ver tabela 17 localizada no apêndice.

³ Uma rebelião de detentos na Casa de Detenção de São Paulo.

⁴ Dados da United Nations Office on Drugs and Crime (UNODC), disponível em <https://dataunodc.un.org/GSH_app.>

⁵ A taxa referente ao ano de 2017 ainda não encontra-se na base de dados.

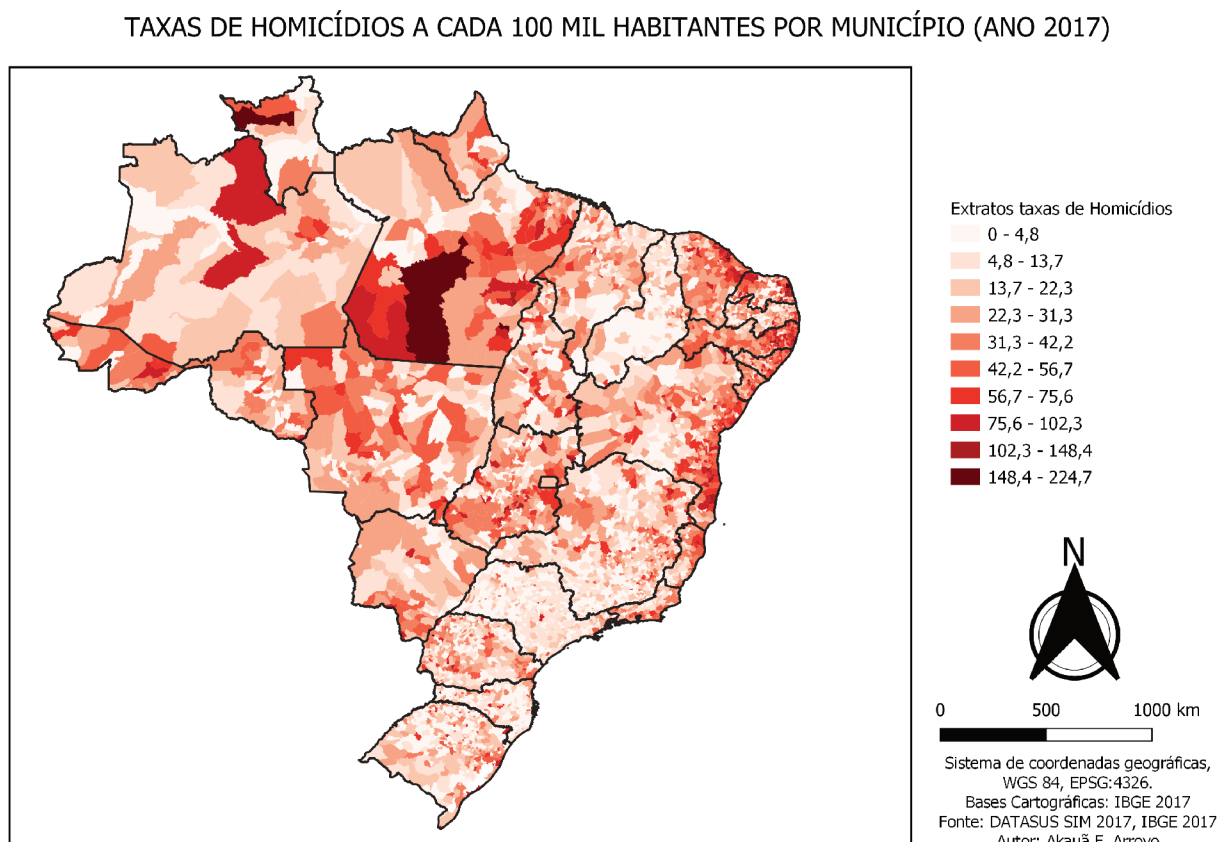
Figura 5 – Taxa de homicídios de 2017 a cada 100 mil habitantes por UF



Nota: Elaborado pelo autor, Fonte: DATASUS/SIM 2017; IBGE 2017.

Diante disso, temos que as prováveis causas dessas elevadas taxas de homicídios são questões estruturais relacionadas a características socioeconômicas do país e também relacionadas as (faltas de) medidas de prevenção e combate a violência adotadas pelo Estado e pela população. Um indicativo disto encontra-se na Figura 5 que evidencia a heterogeneidade da taxa de homicídios entre as Unidades Federativas. Primeiramente, observa-se que no ano de 2017 os estados no litoral da região Nordeste são os mais violentos, juntamente com os estados do Pará e do Acre. Também percebe-se as elevadas taxas de homicídios dos estados do Amazonas, Amapá e nos estados do litoral da região Sudeste, Rio de Janeiro e Espírito Santo. Em contraste, surpreendentemente, o estado de São Paulo é o estado menos violento (em termos de taxas) do Brasil, possuindo uma taxa de homicídios de 8,04 para cada 100 mil habitantes. Por fim, ao comparar o mapa representado na Figura 5, com o mapa da taxas de seguros privados exibido no capítulo anterior (Figura 2) percebe-se uma certa correlação negativa entre a taxa de seguros privados com a taxa de homicídios, indicando que em estados onde tem-se uma intensificação da contratação dos serviços de vigilância e segurança privada são mais eficientes no combate e prevenção de crimes violentos.

Figura 6 – Taxa de homicídios de 2017 a cada 100 mil habitantes por Município



Nota: Elaborado pelo autor, Fonte: DATASUS/SIM 2017; IBGE 2017.

No entanto, apesar de os resultados exibidos na Figura 5 dar bons indicativos do quão segregada são as taxas de homicídios, só se é possível visualizar corretamente o problema quando analisamos as taxas por município. Isto ocorre, pois é um fato estilizado na literatura que os crimes, incluindo crimes violentos, são excessivamente concentrados em alguns locais específicos, os chamados *hot spots*. Logo, quanto menos agregados os dados forem, mais precisas serão as análises pois os *hot spots* não ficam mascarados pelas localidades próximas. Sendo assim, uma mapa com as taxas de homicídios para cada município pode ser visualizado na Figura 6.

Ao analisar-se a Figura 6 vários padrões se tornam aparentes. Primeiramente, as taxas de homicídios são heterogeneamente distribuídas ao longo do país. Logo, mesmo nos estados com baixas taxas de homicídios, tem-se ocorrências de taxas, para determinados municípios, bem elevadas. Outra característica aparente são os municípios que fazem divisa com a Venezuela (segundo país mais violento do continente americano) possuem altas taxas de homicídios, em particular os municípios de Alto Alegre e Amaraji, no oeste de Roraima, e o município de Barcelos no norte do Amazonas. Vale lembrar que o estado de Roraima possui uma taxa de homicídios relativamente baixa, portanto essa característica não teria sido identificada se os dados

não fossem analisados a nível municipal. Outro fator aparente é a 'mancha' no litoral brasileiro, a partir do Rio de Janeiro até a divisa do Ceará com o Piauí, possuindo diversas cidades com uma taxa de homicídios elevadíssima, como por exemplo, os municípios de Itaitinga (região metropolitana de Fortaleza) e Ceara-Mirim (próximo a região metropolitana de Natal) no Rio Grande do Norte com taxas de 183,16 e 178,74 respectivamente. Indicando que municípios próximos as áreas litorâneas (ou simplesmente, municípios com uma maior proporção urbana) possuem uma maior taxa de homicídios. Destacam-se as altíssimas taxas de homicídios observadas no Pará, particularmente na região centro e sudoeste do estado, e as altas taxas de homicídios registradas nos municípios de Fortaleza e Rio Branco, sendo essas as capitais mais violentas do país com taxas de homicídios de 85,21 e 83,98 respectivamente.

4 METODOLOGIA

Neste capítulo apresenta-se a metodologia proposta no trabalho, o mesmo está dividido em três seções, a primeira seção é referente a coleta dos dados utilizados. A segunda seção contém uma análise preliminar dos dados, e a última seção contém a estratégia de especificação utilizada.

4.1 Dados

Dado que o objetivo do presente trabalho é analisar a relação entre violência e a segurança privada e também a relação destas com características socioeconômicas, sendo assim estas características, dos 5565 municípios brasileiros, foram coletadas do censo do IBGE de 2010¹.

Quanto a violência, escolheu-se como medida de violência os homicídios, pois eles apresentam uma menor sub-identificação em relação a outros delitos violentos. Dado que, de acordo com as leis nº 15 de 31/12/1973 e nº 6216 de 30/06/1975 é necessário que haja uma certidão de óbito do indivíduo para que o mesmo possa ser sepultado, sendo a certidão emitida apenas com a declaração de um médico ou na ausência deste, de duas pessoas capacitadas que tenham constatado a morte. No caso de mortes violentas ainda é necessário um laudo cadavérico geralmente expedido pelo Instituto Médico Legal (IML). Essas declarações são enviadas ao Ministério da Saúde para posteriormente serem contabilizadas e disponibilizadas no Sistema de Informações sobre Mortalidade (SIM) juntamente com informações sobre o que ocasionou o falecimento e demais características do indivíduo (gênero, idade e etc). (WAISELFISZ, 2013)

Estes microdados do SIM são disponibilizados no site do datasus² e utilizou-se como medida de homicídios todos os óbitos, do ano de 2010, cuja causa esteja entre as categorias X85 e Y09 do Código Internacional de Doenças (CID-10) e tenha ocorrido intencionalmente por terceiros. A descrição de cada categoria encontra-se na Tabela 17 no apêndice e a composição destes homicídios de acordo com cada CID-10 encontra-se na Tabela 1.

No tocante aos seguros privados, extraiu-se o número de seguros privados por município da Relação Anual de Informações Sociais (RAIS). Primeiramente considerou-se apenas o universo de empresas cujo CNAE³ (2.0) principal fosse um dos seguintes:

¹ Disponível em <<https://ww2.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/censo2010>>.

² Disponível em <<http://www2.datasus.gov.br/DATASUS/index.php?area=0901item=1acao=26pad=31655>>

³ Classificação Nacional de Atividades Econômicas.

Tabela 1 – Número de homicídios por CID-10

CID	Ocorrências	Prop
X85	10	0,02%
X86	0	0,00%
X87	2	0,00%
X88	0	0,00%
X89	4	0,01%
X90	11	0,02%
X91	687	1,39%
X92	57	0,11%
X93	3.132	6,32%
X94	222	0,45%
X95	32.111	64,78%
X96	3	0,01%
X97	181	0,37%
X98	4	0,01%
X99	8.001	16,14%
Y00	2.400	4,84%
Y01	11	0,02%
Y02	15	0,03%
Y03	28	0,06%
Y04	593	1,20%
Y05	19	0,04%
Y06	7	0,01%
Y07	146	0,29%
Y08	176	0,36%
Y09	1.753	3,54%
Total	49.573	100%

Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados do SIM.

- 80.111-01: Atividades de Vigilância e Segurança Privada;
- 80.129-00: Atividades de Transporte de Valores;
- 80.200-00: Atividades de Monitoramento de Sistemas de Segurança.

O objetivo de considerar apenas empresas com os CNAEs citados anteriormente é selecionar apenas trabalhadores de empresas de segurança privada cuja presença, ao realizar as atividades de segurança patrimonial e de vigilância, possam estar relacionadas ao número de crimes violentos, no caso deste trabalho, homicídios. Após esta primeira filtragem, selecionou-se apenas os empregados cujo vínculo estivesse ativo em dezembro de 2010 e cujo Código Brasileiro de Ocupação (CBO) seja um dos seguintes:

- 517.305: Agente de Proteção de Aeroporto;
- 517.310: Agente de Segurança;
- 517.315: Agente de Segurança Penitenciária;
- 517.320: Vigia Florestal;
- 517.330: Vigilante;

- 517.410: Porteiro de Edifícios;
- 517.415: Porteiro de Locais de Diversão;
- 517.420: Vigia.

Outro fator relevante, referente aos trabalhadores de segurança privada, é que as empresas são obrigadas a informar, a partir da RAIS referente ao ano de 2002, em qual município o trabalhador efetivamente trabalhou ao longo daquele ano, assim mitiga-se o problema de se ter os trabalhadores excessivamente concentrados nos grandes municípios, fato este que dificultaria a análise. Este problema ocorre pois as empresas de segurança privada geralmente estão instaladas em uma grande cidade e a partir dela realizam os serviços (disponibilizam seus trabalhadores) para as cidades vizinhas. Logo, ao se considerar o município de trabalho do trabalhador ao invés do município da filial ou matriz da empresa aonde ele está registrado, o problema de excessiva concentração dos trabalhadores no grandes municípios é amenizado. Assim, contou-se o total de trabalhadores por município baseando-se no município trabalhado, caso o município trabalhado não tenha sido informado considerou-se o município aonde o CNPJ, que declarou a RAIS daquele trabalhador, está estabelecido. Nos casos em que não há nenhum trabalhador (dentro os critérios antes descritos) declarado naquele município, considerou-se que esse município não possui seguranças privados⁴. A distribuição dos trabalhadores de acordo com os CBOs e CNAEs considerados, encontra-se na Tabela 2.

Tabela 2 – Número de trabalhadores por CBO/CNAE

CNAE 2.0		CBO							
		517.305	517.310	517.315	517.320	517.330	517.410	517.415	517.420
80.111	Trabalhadores	36	8.770	213	695	400.225	7.321	582	28.180
	Proporção	0,01%	1,97%	0,05%	0,16%	89,73%	1,64%	0,13%	6,32%
80.129	Trabalhadores	0	281	0	0	43.216	8	5	10
	Proporção	0,00%	0,65%	0,00%	0,00%	99,30%	0,02%	0,01%	0,02%
80.200	Trabalhadores	0	2.766	2	10	9.555	4.017	258	1.455
	Proporção	0,00%	15,31%	0,01%	0,06%	52,90%	22,24%	1,43%	8,06%
Total	Trabalhadores	36	11.817	215	705	452.996	11.346	845	29.645
	Proporção	0,01%	2,33%	0,04%	0,14%	89,24%	2,24%	0,17%	5,84%

Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados da RAIS do ano de 2010.

Além das variáveis socioeconômicas dos municípios, do número de seguranças privados e o número de homicídios, outra variável relevante para o presente estudo é o total de policiais por município. No entanto, não é possível coletar este dado pois todos os policiais, exceto os municipais, estão registrados na RAIS na capital de cada estado.

⁴ Perceba que isso não impede que hajam trabalhadores exercendo uma função de vigilante, naquele município, de maneira informal ou registrados em um CBO diferente daquele pelo qual ele foi contratado.

Isto ocorre devido a lei de Segurança Nacional que impede a divulgação, de maneira pública, da distribuição dos policiais militares e civis pelo país a nível municipal. Para contornar este problema, coletou-se o total gasto com segurança pública, no ano de 2010, de cada município⁵ que está presente nos dados contábeis dos municípios (FINBRA) disponíveis no site do tesouro nacional⁶, com o intuito de usa-lo como uma *proxy* do total de policiais por município. Além disso, todos os 63 municípios que não estavam na base de dados do FINBRA (exceto Brasília) foram excluídos da amostra, logo, temos que a análise foi realizada com 5503 municípios.

Segue na tabela 3 a base de dados utilizada para a coleta de cada variável e como cada variável será chamada a partir deste ponto, no presente trabalho.

Tabela 3 – Variáveis utilizadas e bases de dados correspondentes

Sigla	Variável	Base de dados
Pop	População por município dividido por 100 mil	IBGE
Hom	Número de homicídios	Datasus
TxHom	Hom/Pop	-
SegPriv	Número de Seguranças Privados	RAIS
TxSegPriv	SegPriv/Pop	-
SegPub	Gasto em segurança pública por habitante	FINBRA
PropUrb	Proporção da população urbana	IBGE
Pop15a24	Proporção da população entre 15 a 24 anos	IBGE
TxAnalf	Taxa de analfabetismo 15 anos ou mais	IBGE
RPC	Renda per capita media	IBGE
Desig	Desigualdade de renda	IBGE

Fonte: Elaborado pelos autores.

4.2 Análise preliminar dos dados

A Tabela 4 apresenta as estatísticas descritivas dos dados que serão utilizados na estimação.⁷

Analisando-se a Tabela 4 temos algumas características aparentes. Primeiramente percebe-se o excesso de zeros nas taxas de homicídios, seguranças privados e gasto com segurança pública por habitante, discutiremos as implicações deste excesso de zeros e como trata-lo, sob certas hipóteses, na seção a seguir.

Outro fator aparente é a ocorrência de alguns valores extremamente altos na taxa de homicídios e na taxa de segurança privados. No caso dos seguranças privados, chegou-se a observar que o número destes registrados em um município em particular (Morungaba, no estado São Paulo) equivalia à cerca de um sexto da população do município (2.091 seguranças registrados em uma população de 11.769 habitantes).

⁵ Os gastos de Brasília com segurança pública foram coletados do documento do fórum brasileiro de segurança pública de 2011, que reportavam os dados de 2010.

⁶ Disponível em <<http://tesouro.fazenda.gov.br/contas-anuais>>

⁷ As taxas de seguranças privados e de homicídios são para cada 100 mil habitantes.

Tabela 4 – Estatísticas descritivas

Variável	Mín	1º quartil	Mediana	3º quartil	Máx	μ	σ	Prop zeros
TxHom	0	0	7,8768	21,0460	273,0375	13,7275	18,5438	41%
TxSegPriv	0	0	0	4,0760	17.767,02	37,0652	378,4837	73,89%
SegPub	0	0	0	2,7405	578,7834	4,2550	15,7841	59,95%
Desig	40	86	121	166	1055	136,15	71,3646	-
PropUrb	4,18	47,24	64,82	82,29	100	63,9362	22,0281	-
Pop15a24	10,41	16,56	17,79	19,23	30,66	17,8562	1,8994	-
TxAnalf	0,95	8,05	13,08	24,22	44,40	16,0984	9,8330	-
RPC	116	261	422	572	1700	438,5108	198,2484	-
População	805	5.231	10.943	23.726	1,13e+07	34.497,14	204.235,1	-

Nota: Elaborado pelo autor.

Quanto as taxas de homicídio, chegou-se a registrar, no município de Sertãozinho no Pernambuco, uma taxa de homicídios de 273,04 para cada 100 mil habitantes (12 homicídios em um município com 4.395 habitantes), sendo esse valor quase 20 vezes superior a média nacional⁸.

Com o intuito de pré-identificarmos possíveis relações entre as variáveis aqui analisadas, calculou-se a matriz de correlação apresentada na Tabela 5.

Tabela 5 – Matriz de correlação das variáveis

	População	Prop.Urb	pop15a24	TxAnalf	RPC	Desig	TxHom	TxSegPriv	SegPub
População	1,0000								
Prop.Urb	0,1579	1,0000							
pop15a24	0,0073	-0,1249	1,0000						
TxAnalf	-0,1062	-0,4562	0,5187	1,0000					
RPC	0,1947	0,4873	-0,5466	-0,8300	1,0000				
Desig	0,3137	0,4211	-0,3467	-0,6109	0,8388	1,0000			
TxHom	0,1123	0,1363	0,1655	0,0445	-0,0480	0,0661	1,0000		
TxSegPriv	0,1028	0,0951	0,0013	-0,0862	0,1279	0,1572	0,0578	1,0000	
SegPub	0,0940	0,1855	-0,0705	-0,1817	0,2678	0,2671	0,0348	0,0935	1,0000

Nota: Elaborado pelo autor

Analisado-se a Tabela 5 temos algumas evidências interessantes. Primeiramente, observa-se que os sinais das correlações das covariadas em relação a taxa de homicídios e a taxa de seguranças privados estão de acordo com a literatura. Além disso, também observa-se uma fraca correlação positiva entre a taxa de homicídios e a taxa de seguranças privados indicando uma fraca dependência positiva entre essas variáveis. No entanto, vale observar que a magnitude dessas correlações é mascarada pelo excesso de zeros observados nos homicídios e nos seguranças privados, logo, esses valores apenas nos dão indícios entre as relações entre essas variáveis, sendo necessário uma análise mais robusta para que essas relações sejam analisadas de maneira mais fidedigna. Esta questão será exhaustivamente discutida na seção a seguir.

⁸ Perceba que a média das taxas registradas nos municípios e a taxa registrada para o Brasil são coisas distintas (pois essa média é uma média aritmética não ponderada).

4.3 Estratégia de especificação

Para que se possa explicar a estratégia de especificação adotada, é necessário que se explique as principais características dos dados e suas consequências.

A primeira característica é que as variáveis dependentes (homicídios e número de seguranças privados) são variáveis de contagem, logo o número de funções de massa de probabilidade conhecidas para se fazer o ajuste aos dados (estimar a verossimilhança) é limitado, sendo as principais distribuições a distribuição Poisson e a Negativa Binomial.

Outra característica que se mostra aparente é o excesso de zeros dos homicídios e do número de seguranças privados (conforme já discutido, vide Tabela 4). Existem, pelo menos, duas origens para a ocorrência de um zero em dados de contagem. A primeira é que esse zero ocorreu de maneira degenerada (zero degenerado), ou seja, a ocorrência deste zero não segue a distribuição 'original' dos dados, dado que ele teria 100% de chance de ocorrer para aquela observação. E a segunda explicação é que esse zero ocorreu respeitando a função de massa dos dados, sendo este um zero estrutural. Por exemplo, suponha que um pesquisador está interessado em ver quais os fatores que afetam o número de filhos por mulher, e esse pesquisador se depare com um excesso de zeros na sua base de dados, é possível que uma mulher não possa ter filhos por qualquer razão fisiológica ou que ela simplesmente escolheu por não ter nenhum filho até a data da coleta dos dados. Neste caso, temos que o primeiro zero é um zero degenerado, pois esta mulher tem 100% de probabilidade de não ter nenhum filho, e no segundo caso o zero faz parte da função de massa de probabilidade na qual a variável 'números de filhos por mulher' segue, sendo este um zero estrutural. (CAMERON; TRIVEDI, 2013)

Outro fator relevante é que provavelmente há simultaneidade entre o número de homicídios e o número de seguranças privados. Isto ocorre porque espera-se que conforme o número de homicídios aumente, aumente-se a contratação de seguranças privados e conforme aumente-se o número de seguranças privados, espera-se que isso impacte em uma redução do número de homicídios. Caso esta simultaneidade não seja levada em conta (ou seja, estimando-se cada equação pra cada variável dependente separadamente) temos um viés de simultaneidade que torna as estimativas do estimador de máxima verossimilhança inconsistentes. Além disso, o objetivo do presente trabalho é não apenas identificar quais fatores afetam a violência, representada por homicídios, ou o mercado de segurança privado, representado pelo número de seguranças, mas sim quais fatores impactam na dependência entre essas duas variáveis e como esta dependência se comporta para diferentes perfis de municípios.

Diante destes fatores, uma abordagem natural seria utilizar uma distribuição Poisson bivariada inflada em zeros para realizar as estimativas. No entanto, o grande problema desta abordagem, para o presente caso, é que: ou estas especificações não

permitem uma covariância negativa⁹ pois as distribuições marginais Poisson são "juntadas" em uma distribuição bivariada, através de um processo chamado convolução, aonde, por hipótese, a própria covariância segue uma distribuição Poisson e portanto não pode assumir valores negativos¹⁰; ou infla-se a diagonal¹¹, conforme método proposto por Karlis, Ntzoufras *et al.* (2005), mesmo que não se tenha nenhuma evidência que os dados são inflados em toda a diagonal.

Devido a tudo que foi discutido acima, utilizou-se uma Cópula (uma Farlie Gumbel Morgenstern ou simplesmente FGM¹²) assumindo que ambas as variáveis (homicídios e SegPriv) seguem uma distribuição ZIP (*Zero Inflated Poisson*). Dado que o fato de inflar-se em zeros, onde não se tem razões para se acreditar que o zero possa ser degenerado, pode ser questionável, também estimou-se a mesma Cópula não inflando em zeros e da mesma forma estimou-se outro modelo excluindo-se todas observações onde o número de homicídios (Hom), o número de seguranças privados (SegPriv) ou o gasto em segurança pública por habitante (SegPub) são iguais a zero.

Mas o que é uma Cópula? Resumidamente, uma cópula é 'uma distribuição conjunta parametricamente especificada através de distribuições marginais dadas' (TRIVEDI; ZIMMER *et al.*, 2007, p.7). Especificamente, para o caso bivariado, sendo $C(x, y)$ uma Cópula bivariada, x e y duas variáveis aleatórias, $F(x)$ e $F(y)$ duas distribuições marginais acumuladas de x e y respectivamente, u_1 e u_2 duas distribuições uniformes¹³ e $F^{-1}(x)$ e $F^{-1}(y)$ duas funções quantis, e de acordo com o teorema de Sklar temos que: (TRIVEDI; ZIMMER *et al.*, 2007)

$$\begin{aligned} F(x, y) &= F(F^{-1}(x), F^{-1}(y)); \\ &= P(U_1 \leq u_1, U_2 \leq u_2); \\ &= C(u_1, u_2), \end{aligned} \tag{4.1}$$

com o resultado da equação 4.1 e sabendo que $C : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ temos que:

$$F(x, y) = C(F(x), F(y), \theta), \tag{4.2}$$

onde θ é um parâmetro que mede a dependência entre $F(x)$ e $F(y)$, conseqüentemente um θ positivo implica em uma correlação positiva entre x e y e um θ negativo implica uma correlação negativa entre x e y .

Com isto em mente, adaptando para o caso do presente trabalho, utilizando a hipótese de que homicídios e SegPriv seguem distribuições Poisson e denotando Hom $\equiv X$ e SegPriv $\equiv Y$, temos que:

⁹ Por exemplo, os trabalhos de Kocherlakota e Kocherlakota (2001), Wang *et al.* (2003) e Wang (2003).

¹⁰ Para mais detalhes ver Kawamura (1973).

¹¹ Inflar a diagonal implica fazer o mesmo procedimento de inflar em zeros, porém em todas as i observações (sendo X e Y duas variáveis Poisson) aonde $X_i = Y_i$.

¹² Pois esta especificação permite que se tenha uma dependência negativa ou positiva, pois $\theta \in [-1, 1]$.

¹³ Como, por exemplo, uniformes definidas entre $[0, 1]$.

$$f(x) = P(X = x) = \frac{e^{(-\lambda_1)} \lambda_1^{(X)}}{X!}; \quad (4.3a)$$

$$f(y) = P(Y = y) = \frac{e^{(-\lambda_2)} \lambda_2^{(Y)}}{Y!}, \quad (4.3b)$$

ao inflar em zeros, temos que as equações 4.3 ficam:

$$f(x) = P(X = x) = \left[p_1 + (1 - p_1)e^{-\lambda_1} \right]^{(1-d_1)} \left[(1 - p_1) \frac{e^{(-\lambda_1)} \lambda_1^{(X)}}{X!} \right]^{d_1}; \quad (4.4a)$$

$$f(y) = P(Y = y) = \left[p_2 + (1 - p_2)e^{-\lambda_2} \right]^{(1-d_2)} \left[(1 - p_2) \frac{e^{(-\lambda_2)} \lambda_2^{(Y)}}{Y!} \right]^{d_2}, \quad (4.4b)$$

onde d_1 e d_2 são funções indicadoras que assumem valor igual a 1 quando $X \neq 0$ e $Y \neq 0$ respectivamente e 0 caso contrário e p_1 e p_2 são regressões *logit* onde p_1 representa a probabilidade de X ser igual a zero de maneira degenerada e p_2 representa a probabilidade de Y ser igual a zero de maneira degenerada.

No entanto, é necessário normalizar o número de homicídios e o número de seguranças privados pela população do município de maneira a não viesar a análise. Logo, utilizou-se como variável de exposição a população dos municípios dividido por 100 mil (assim, tem-se a convencional taxa de homicídios e taxa de seguranças privados para cada 100 mil habitantes) denotado por Pop . Disto e de 4.3 temos que:

$$\text{Ln} \left(\frac{E(X_i|Z')}{Pop} \right) = \text{Ln} \left(\frac{\hat{\lambda}_{1i}}{Pop} \right) = \hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11}Z_{1i} + \dots + \hat{\beta}_{1k}Z_{ki} = Z' \hat{\beta}_1; \quad (4.5a)$$

$$\text{Ln} \left(\frac{E(Y_i|Z')}{Pop} \right) = \text{Ln} \left(\frac{\hat{\lambda}_{2i}}{Pop} \right) = \hat{\beta}_{20} + \hat{\beta}_{21}Z_{2i} + \dots + \hat{\beta}_{2k}Z_{ki} = Z' \hat{\beta}_2. \quad (4.5b)$$

De 4.5, temos que cada λ será estimado da seguinte maneira¹⁴:

$$\hat{\lambda}_{1i} = \exp \left(\text{Ln}(Pop) + \hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11}Z_{1i} + \dots + \hat{\beta}_{1k}Z_{ki} \right) = \exp(Z' \hat{\beta}_1 + \text{Ln}(Pop)); \quad (4.6a)$$

$$\hat{\lambda}_{2i} = \exp \left(\text{Ln}(Pop) + \hat{\beta}_{20} + \hat{\beta}_{21}Z_{2i} + \dots + \hat{\beta}_{2k}Z_{ki} \right) = \exp(Z' \hat{\beta}_2 + \text{Ln}(Pop)), \quad (4.6b)$$

onde cada Z é uma covariada normalizada¹⁵ e cada $\hat{\beta}$ é o parâmetro associado a aquela covariada, e temos que p_1 e p_2 serão estimados por regressões *logit*, ou seja:

¹⁴ Perceba que garante-se a positividade de λ para quaisquer valores de $Z' \hat{\beta}$.

¹⁵ O motivo de as covariadas estarem normalizadas ainda será discutido nesta seção.

$$\hat{p}_{1i} = 1 - \frac{\hat{\lambda}_{1i}}{1 + \hat{\lambda}_{1i}}; \quad (4.7a)$$

$$\hat{p}_{2i} = 1 - \frac{\hat{\lambda}_{2i}}{1 + \hat{\lambda}_{2i}}. \quad (4.7b)$$

Com base na equação 4.4, as respectivas distribuições marginais acumuladas serão as seguintes¹⁶:

$$F(x) = \mathbb{P}(X \leq x) = p_1 + (1 - p_1)e^{(-\lambda_1)} + (1 - p_1) \sum_{X=1}^{X=x} \frac{e^{(-\lambda_1)} \lambda_1^{(X)}}{X!}; \quad (4.8a)$$

$$F(y) = \mathbb{P}(Y \leq y) = p_2 + (1 - p_2)e^{(-\lambda_2)} + (1 - p_2) \sum_{Y=1}^{Y=y} \frac{e^{(-\lambda_2)} \lambda_2^{(Y)}}{Y!}. \quad (4.8b)$$

Utilizando-se das equações 4.8 e adotando-se uma cópula FGM, temos:¹⁷

$$C(F(x), F(y), \theta) = F(x)F(y) (1 + \theta(1 - F(x))(1 - F(y))). \quad (4.9)$$

Dado que o θ em uma Cópula FGM é restrito ao intervalo $[-1, 1]$, estimou-se θ da seguinte maneira:

$$\hat{\theta}_i = \frac{\exp(\hat{\beta}_{30} + \hat{\beta}_{31}Z_{1i} + \dots + \hat{\beta}_{3k}Z_{ki}) - 1}{\exp(\hat{\beta}_{30} + \hat{\beta}_{31}Z_{1i} + \dots + \hat{\beta}_{3k}Z_{ki}) + 1} = \frac{\exp(Z'\hat{\beta}_3) - 1}{\exp(Z'\hat{\beta}_3) + 1}. \quad (4.10)$$

Perceba que, ao se especificar θ_i conforme a equação 4.10, a direção do impacto de uma variação em Z_k em θ depende exclusivamente do sinal de $\hat{\beta}_{3k}$, conforme ilustrado na equação 4.11.

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_i &= \frac{\exp(\hat{\beta}_{30} + \hat{\beta}_{31}Z_{1i} + \dots + \hat{\beta}_{3k}Z_{ki}) - 1}{\exp(\hat{\beta}_{30} + \hat{\beta}_{31}Z_{1i} + \dots + \hat{\beta}_{3k}Z_{ki}) + 1} = \frac{\exp(Z'\hat{\beta}_3) - 1}{\exp(Z'\hat{\beta}_3) + 1} \\ \frac{\partial \theta}{\partial Z_k} &= \left[(e^{Z'\beta_3} \beta_{3k})(e^{Z'\beta_3} + 1)^{-1} \right] + \left[(-1)(e^{Z'\beta_3} + 1)^{-2} (e^{Z'\beta_3} \beta_{3k})(e^{Z'\beta_3} - 1) \right] \\ &= e^{Z'\beta_3} \beta_{3k} \left(\frac{1}{e^{Z'\beta_3} + 1} - \frac{e^{Z'\beta_3} - 1}{(e^{Z'\beta_3} + 1)^2} \right) \\ &= e^{Z'\beta_3} \beta_{3k} \left(\frac{e^{Z'\beta_3} + 1 - (e^{Z'\beta_3} - 1)}{(e^{Z'\beta_3} + 1)^2} \right) \\ \frac{\partial \theta}{\partial Z_k} &= e^{Z'\beta_3} \beta_{3k} \left(\frac{2}{(e^{Z'\beta_3} + 1)^2} \right), \end{aligned} \quad (4.11)$$

¹⁶ Perceba que os valores de $X = 0$ e $Y = 0$ saíram dos somatórios.

¹⁷ Retirado de Trivedi, Zimmer *et al.* (2007).

No entanto, ainda é necessário derivar a função de massa conjunta, geralmente denotada por $c(F(x), F(y))$, desta cópula para que se possa estimar a máxima verossimilhança (TRIVEDI; ZIMMER *et al.*, 2007), neste caso temos que:

$$c(F(x), F(y), \theta) = \frac{d}{dxdy} C(F(x), F(y); \theta), \quad (4.12)$$

lembrando que x e y são dados de contagem e portanto discretos. Disto e de 4.12 segue que:

$$\begin{aligned} c(F(x), F(y), \theta) &= \frac{d}{dxdy} C(F(x), F(y), \theta) \\ &= \frac{d}{dy} [C(F(x), F(y), \theta) - C(F(x-1), F(y), \theta)] \\ &= [C(F(x), F(y), \theta) - C(F(x-1), F(y), \theta)] - \\ &\quad [C(F(x), F(y-1), \theta) - C(F(x-1), F(y-1), \theta)] \\ &= C(F(x), F(y), \theta) - C(F(x-1), F(y), \theta) - \\ &\quad C(F(x), F(y-1), \theta) + C(F(x-1), F(y-1), \theta). \end{aligned} \quad (4.13)$$

De 4.13, e adicionando a hipótese de que os dados são i.i.d, temos:¹⁸

$$L(\beta_1; \beta_2; \beta_3 | x; y; Z^l) = \sum_{i=1}^n \text{Ln}(c(F(x_i | \beta_1; Z_i^l), F(y_i | \beta_2; Z_i^l), \theta_i | \beta_3; Z_i^l)). \quad (4.14)$$

Definindo-se o método utilizado, é necessário que se discuta quais variáveis foram escolhidas como covariadas e o porquê.

Primeiramente, tem-se que uma variável extremamente relevante para o presente estudo, é o número de policiais em cada município. Esta variável é relevante pois espera-se, assim como indicado pelas políticas públicas e estudos apresentados no capítulo 3, que uma intensificação do policiamento público contribua para um menor número de crimes violentos. No entanto, conforme já discutido na seção 4.1, não foi possível obter o número de policiais por município devido a lei de Segurança Nacional. Logo, utilizou-se como *proxy* da taxa de policiais para cada 100 mil habitantes, o gasto municipal por habitante com segurança pública.

Além das variáveis já mencionadas, também utilizou-se as seguintes variáveis:

- Proporção da população urbana;
- Proporção da população entre 15 e 24 anos;
- Taxa de analfabetismo de pessoas com 15 anos ou mais;

¹⁸ Encontra-se no apêndice um resumo e principais características do estimador de Máxima Verossimilhança.

- Renda *per capita* média;
- Desigualdade de renda, medida pela diferença entre a renda *per capita* média e a renda *per capita* mediana.

As variáveis, acima descritas, foram escolhidas pelos seguintes motivos: primeiramente, espera-se que quanto maior a densidade populacional (caracterizada por um aumento da proporção urbana) também aumente-se o número de crimes violentos. A inclusão da variável da proporção da população entre 15 e 24 anos, deve-se ao fato de que alguns estudos¹⁹ indicam que jovens tem uma maior propensão a cometer crimes violentos do que pessoas das demais faixas etárias, logo, espera-se uma correlação positiva entre a taxa de homicídios e a proporção da população do município que esteja nesta faixa etária.

Como de praxe em estudos sobre violência²⁰, adicionou-se uma medida acerca do nível educacional da população, aqui representada pela proporção das pessoas com 15 anos ou mais e que sejam consideradas analfabetas. Também espera-se encontrar uma correlação positiva entre esta variável com a taxa de homicídios e uma relação negativa com a taxa de segurança privados.

No tocante ao nível de renda, espera-se que um maior nível de renda não só desestimule a prática de crimes violentos, como possibilite que as pessoas tenham mais condições de evitar serem vítimas de um crime violento através da contratação de serviços de segurança privada. Logo, espera-se uma relação negativa desta variável com a taxa de homicídios e uma relação positiva com a taxa de seguranças privados. Além destas variáveis, também é esperado que uma maior desigualdade de renda aumente o número de crimes violentos, portanto, espera-se uma correlação positiva entre esta variável e a taxa de seguranças privados.

Por fim, temos que cada variável teve que ser normalizada²¹ (exceto as taxas de homicídios e seguranças privados) devido ao uso das funções exponenciais nas especificações o que torna computacionalmente inviável o cálculo da verossimilhança. Porém, percebe-se que apesar de isso mudar a interpretação das variáveis em termos de unidades de medida isto não altera a interpretação dos sinais obtidos.

¹⁹ Vide Sachsida e Mendonça (2013).

²⁰ Vide Ehrlich (1975), Groot e Brink (2010), Lochner (2007) e Chioda, Mello e Soares (2016)

²¹ $Z_i = \frac{X_i - \mu}{\sigma}$ Aonde X é a variável original, μ a média de X , σ o desvio padrão de X e Z é X normalizado.

5 Resultados Encontrados

A Tabela 6 mostra os resultados da cópula FGM não inflando-se em zeros.

Tabela 6 – Resultados cópula FGM sem inflar em zeros

	Variável	$\hat{\beta}$	IRR	Erro Padrão	Teste Z	$\mathbb{P}(Z) > 0$
Hom	Intercepto	2,6459	-	0,0680	38,9103	<1e-30***
	Z.Desig	0,2012	1,2229	0,1345	1,4959	0,1348
	Z.SegPub	-0,0108	0,9893	0,0955	-0,1131	0,9099
	Z.PropUrb	0,3607	1,4343	0,1085	3,3244	0,0009***
	Z.Pop15a24	0,1459	1,1571	0,0828	1,7621	0,0781*
	Z.TxAnalf	0,1409	1,1513	0,0914	1,5416	0,1231
	Z.RPC	-0,2576	0,7729	0,1261	-2,0428	0,0410**
SegPriv	Intercepto	1,5707	-	0,2067	7,5989	<1e-30***
	Z.Desig	0,3124	1,3667	0,2175	1,4363	0,1509
	Z.SegPub	0,107	1,1129	0,1295	0,8263	0,4089
	Z.PropUrb	0,3501	1,4192	0,1575	2,2229	0,0263**
	Z.Pop15a24	0,1344	1,1439	0,1507	0,8918	0,3728
	Z.TxAnalf	-0,1614	0,8510	0,186	-0,8677	0,3856
	Z.RPC	0,5284	1,6962	0,2344	2,2543	0,0242**
θ	Intercepto	0,1415	-	0,2197	0,6441	0,5194
	Z.Desig	-0,7108	-	0,2955	-2,4054	0,0162**
	Z.SegPub	-0,1181	-	0,2411	-0,4898	0,6242
	Z.PropUrb	0,8178	-	0,2856	2,8634	0,0042***
	Z.Pop15a24	-0,3472	-	0,2745	-1,2648	0,2060
	Z.TxAnalf	0,8750	-	0,2946	2,9701	0,0030***
	Z.RPC	0,4525	-	0,2538	1,7829	0,0746*
Z.Pop	-0,7695	-	0,3203	-2,4024	0,0163**	
	LR	6529,37		P valor LR (χ^2)	<1e-30	
	Pseudo R^2	0,0964		n	5503	

Nota: Elaborado pelo autor. Um, dois e três asteriscos significa que rejeita-se a hipótese nula com, pelo menos, 10%, 5% e 1% de significância respectivamente. Os erros padrões foram estimados por um *bootstrap* de 100 amostras de 500 observações.

Primeiramente, no modelo onde se retirou todos os zeros de Hom, SegPriv e SegPub da amostra (tabela 16 contida no Apêndice) aparentemente teve um bom ajuste com um alto Pseudo R^2 se comparado aos outros modelos. Porém, possuía poucos parâmetros significantes aos níveis de significância usuais (1%, 5% e 10%) indicando que estes modelos não foram capazes de identificar as possíveis relações presentes nesta amostra. Além disso, iremos considerar o modelo onde não se inflou em zeros utilizando uma cópula FGM (Tabela 6) dado que este modelo obteve o maior Pseudo R^2 ¹ dentre os modelos estimados considerando-se toda a amostra. Todos os resultados dos demais modelos são apresentados no apêndice.

¹ O Pseudo R^2 é uma medida de grau de ajuste similar ao R^2 dos Mínimos Quadrados Ordinários. O Pseudo R^2 é definido como $PR^2 = 1 - \frac{LV_m}{LV_0}$, aonde PR^2 é o Pseudo R^2 , LV_0 é a log-verossimilhança (maximizada) sem nenhuma variável explicativa e LV_m é a log-verossimilhança do modelo.

Na tabela 6 tem-se que LR é a razão verossimilhança², o p valor LR significa a probabilidade de que a hipótese nula é verdadeira, de que a inclusão de todas as covariadas no modelo gerou um aumento insignificante na log-verossimilhança, funcionando assim, como um teste de validade do modelo alternativo ao teste de Wald. Como estes testes, para todos os modelos, geraram um p valor extremamente baixo tem-se um indício de que esses modelos são significantes, ou seja, conseguem explicar parte da variabilidade da taxa de homicídios, da taxa de seguros privados e também da dependência entre estas duas variáveis. Tem-se também que a coluna IRR³ (*Incident-Rate Ratios*) nada mais é do que quantas vezes maior é a taxa de homicídios (ou de seguros privados) dado uma variação de uma unidade em uma variável explicativa. Logo, subtraindo-se 1 da IRR temos o impacto percentual médio estimado.

No tocante a interpretação dos parâmetros, grande parte deles possuem o sinal esperado. Primeiro, identifica-se a esperada relação positiva, entre a desigualdade de renda do município com a taxa de homicídios onde, em média, um aumento de um desvio padrão na desigualdade de renda (aproximadamente 144 reais) gera um aumento de 22,29% na taxa de homicídios. No entanto, esta relação não é significativa a níveis de significância usuais (de no máximo 10%). Da mesma forma, obteve-se uma relação positiva entre a desigualdade de renda e taxa de seguros privados, porém esta relação também não se mostrou significativa a níveis de significância usuais

Quanto aos gastos com segurança pública, não foi possível identificar uma relação entre os gastos com segurança pública (*proxy* do número de policiais) com a taxa de homicídios ou com a taxa de seguros privados que fosse estatisticamente significativa.

No referente a proporção urbana identificou-se uma relação positiva, estatisticamente significativa, entre a proporção da população urbana de um município e a taxa de homicídios, aonde um aumento de um desvio padrão na proporção urbana da população (aproximadamente 22,03 p.p) causa um aumento de 43,43%, em média, na taxa de homicídios, ou seja, para um aumento de 1 p.p na proporção da população urbana em um município gera, em média, um aumento de 1,97% na taxa de homicídios. Este resultado é um indício de que centros urbanos, com uma maior densidade populacional, são mais violentos. Além disso, também identificou-se uma relação estatisticamente significativa entre a proporção urbana e a taxa de seguros privados, onde um aumento de um desvio padrão na proporção urbana gera um aumento, em

² $LR = 2(L_m - L_0)$, aonde LR é a razão verossimilhança, L_m a log-verossimilhança do modelo irrestrito, ou seja, a log-verossimilhança do modelo, enquanto que L_0 é a log-verossimilhança do modelo restrito, ou seja, supondo que todos os parâmetros (exceto os interceptos e a variável de exposição) são simultaneamente iguais a zero. A LR segue uma distribuição χ_k^2 aonde k é o número de restrições.

³ A IRR estimada para a variação em uma unidade da variável Z_k é definida como $IRR_k = \frac{e^{\beta_0 + \ln(Pop) + \dots + \beta_k(Z_k + 1) + \dots + \beta_6 Z_6}}{e^{\beta_0 + \ln(Pop) + \dots + \beta_k(Z_k) + \dots + \beta_6 Z_6}} = e^{\beta_k}$.

média, de 41,92% na taxa de seguranças privados, indicando que em cidades mais urbanas há uma maior concentração de seguranças privados.

Encontrou-se indícios de que um aumento na proporção de jovens na população de uma localidade é positivamente relacionado com a taxa de homicídios (a um nível de significância de 5%). Porém, não conseguiu-se uma significância estatística da relação com a taxa de seguranças privados á níveis usuais de significância. Estimou-se que, um aumento de um desvio padrão (aproximadamente 1,90 p.p) na proporção da população na faixa etária de 15 a 24 anos causa um aumento de 21,96% na taxa de homicídios. Isto ocorre, provavelmente, porque a faixa etária dos jovens adultos é uma das maiores responsáveis por crimes violentos, logo, *ceteris paribus*, um município com mais pessoas nesta faixa etária, tende a ser mais violento.

Quanto ao nível educacional, representado pela taxa de analfabetismo, não encontrou-se indícios, neste modelo para esta amostra, de uma relação estatisticamente significativa entre o nível educacional de um município e sua taxa de homicídios ou sua taxa de seguranças privados.

No tocante ao nível de renda, representado pela renda *per capita* média, encontrou-se indícios de uma relação negativa, e estatisticamente significativa a 5% de significância, entre o nível de renda e a taxa de homicídios, onde estimou-se que um aumento de um desvio padrão na renda *per capita* (aproximadamente 198 reais) causa, em média, um redução de 77,29% na taxa de homicídios. Além disso, também encontrou-se indícios, estatisticamente significantes, de que um aumento de um desvio padrão na renda *per capita* gera um aumento médio de 69,62% na taxa de seguranças privados. Esta evidência ilustra como um maior nível de renda *per capita* gera os meios necessários para a contratação de seguranças privados.

Analisando-se a Tabela 6 encontrou-se uma relação negativa entre a desigualdade de renda de um município e θ a um nível de significância de 2%. Essa evidência indica, possivelmente, que em municípios mais desiguais, um aumento da taxa de homicídios se move em uma direção oposta a concentração dos seguranças privados. Adicionalmente, também encontra-se outra evidência, estatisticamente significativa, de que um aumento na renda *per capita* de um município causa um impacto positivo na dependência entre a taxa de seguranças privados e a taxa de homicídios, indicando que conforme aumenta-se o nível de renda médio da população de uma localidade, possibilita-se o combate de uma alta na taxa de homicídios através da intensificação da contratação de seguranças privados (aumentando a taxa de seguranças privados).

Outra três evidências encontradas foram as relações, estatisticamente significantes, entre população e θ , proporção urbana e θ e a taxa de analfabetismo e θ , aonde encontrou-se uma relação negativa entre o porte populacional de um município e θ , uma relação negativa entre o nível educacional (representado pela taxa de analfabetismo) e θ e uma relação positiva entre a proporção urbana e θ

No tocante as demais variáveis, não se conseguiu encontrar uma relação estatisticamente significativa, a níveis de significância usuais, destas variáveis com a dependência entre a taxa de homicídios e a taxa de seguranças. No entanto, identificou-se um problema de eficiência em relação a estimação destes parâmetros, tornando mais difícil a identificação de uma relação estatisticamente significativa entre uma covariada e θ neste modelo. A simulação de Monte Carlo que foi realizada para ilustrar esta característica encontra-se no apêndice.

Contudo, apesar de o modelo fornecer estimativas de um impacto percentual nas taxas via aumento de uma covariada, ele não estima diretamente um impacto da alteração de uma covariada nas taxas propriamente ditas. Assim, temos na equação 4.6 o impacto da variação de uma variável explicativa Z_k no valor esperado da taxa de homicídios:

$$\frac{\partial \lambda_1 / Pop}{\partial Z_k} = \exp(Z' \beta_1) \beta_{1k}. \quad (5.1)$$

Analogamente, temos que o impacto estimado da variação de Z_k na taxa de seguranças privados é o seguinte:

$$\frac{\partial \lambda_2 / Pop}{\partial Z_k} = \exp(Z' \beta_2) \beta_{2k}, \quad (5.2)$$

perceba que ambos os impactos são dependentes das idiosincrasias do município (representado por $\exp(Z' \beta)$).

Entretanto, perceba que realizar inferências através do impacto médio nas taxas em um país com municípios tão heterogêneos pode-se levar à conclusões equivocadas ao analisar esses impactos em casos específicos. Com o intuito de mitigar esse fator, realizou-se os cálculos indicados nas equações 5.1 e 5.2 para diferentes faixas de frequência das covariadas e do número de habitantes do município, calculando-se a média de cada covariada para cada faixa de frequência daquela variável (tendo assim, um 'município representativo' desta categoria) e substituindo as mesmas nas equações 5.1 e 5.2. Por exemplo, o impacto estimado de um aumento na renda *per capita* nos municípios 5% menos populosos (com população menor que 2482 habitantes) na taxa de homicídios é de -2,4891 (Tabela 7). Outro exemplo, o impacto estimado na taxa de seguranças privados causado por um aumento na renda *per capita*, nos municípios com uma desigualdade entre 86 e 121 reais, ou seja, entre os percentis 25% e 50%, foi de 1,8037 (vide tabela 8). Tais resultados encontram-se nas Tabelas 7 a 12.

No tocante a estas estimações observa-se, primeiramente, que nas estimações para diferentes portes populacionais, expostos na Tabela 7, que os municípios menos populosos, 5% menos populosos, são os municípios onde as taxas de homicídios e a taxa de seguranças privados são menos sensíveis a variações nas covariadas. Porém, mesmo estes municípios sendo os menos sensíveis, estimou-se que um aumento de

Tabela 7 – Valor estimado de $\frac{\partial \lambda_1 / Pop}{\partial Z_k}$ e $\frac{\partial \lambda_2 / Pop}{\partial Z_k}$ para diferentes faixas populacionais.

Variável	Percentil								Todos	
	<5% <2.482	10% 3.169	25% 5.231	50% 10.943	75% 23.726	90% 53.828	95% 100.840	> 95% >100.840		
Hom	Z.Desig	1,9441	2,1698	2,4442	2,7491	3,0272	3,3195	3,5790	3,5321	2,8361
	Z.SegPub	-0,1044	-0,1165	-0,1312	-0,1476	-0,1625	-0,1782	-0,1921	-0,1896	-0,1522
	Z.PropUrb	3,4853	3,8899	4,3817	4,9284	5,4270	5,9510	6,4163	6,3322	5,0845
	Z.Pop15a24	1,4098	1,5734	1,7724	1,9935	2,1952	2,4071	2,5953	2,5613	2,0566
	Z.TxAnalf	1,3615	1,5195	1,7116	1,9252	2,1200	2,3246	2,5064	2,4735	1,9861
	Z.RPC	-2,4891	-2,7780	-3,1293	-3,5197	-3,8758	-4,2500	-4,5823	-4,5222	-3,6312
Seg Priv	Z.Desig	3,0186	3,3690	3,7950	4,2685	4,7003	5,1541	5,5571	5,4842	1,5026
	Z.SegPub	1,0339	1,1539	1,2998	1,4620	1,6099	1,7653	1,9034	1,8784	0,5147
	Z.PropUrb	3,3829	3,7755	4,2530	4,7836	5,2675	5,7761	6,2277	6,1461	1,6840
	Z.Pop15a24	1,2986	1,4494	1,6327	1,8364	2,0222	2,2174	2,3908	2,3594	0,6465
	Z.TxAnalf	-1,5595	-1,7406	-1,9607	-2,2053	-2,4284	-2,6629	-2,8711	-2,8334	-0,7763
	Z.RPC	5,1057	5,6984	6,4190	7,2198	7,9502	8,7178	9,3994	9,2762	2,5416

Nota: Elaborado pelo autor com base nas equações 5.1 e 5.2 e nos resultados da tabela 6.

Tabela 8 – Valor estimado de $\frac{\partial \lambda_1 / Pop}{\partial Z_k}$ e $\frac{\partial \lambda_2 / Pop}{\partial Z_k}$ para diferentes faixas de desigualdade de renda.

Variável	Percentil								Todos	
	<5% <63	10% 70	25% 86	50% 121	75% 166	90% 217	95% 256	> 95% >256		
Hom	Z.Desig	3,0236	3,0131	3,0966	2,9746	2,6592	2,7687	2,6197	2,1775	2,8361
	Z.SegPub	-0,1623	-0,1617	-0,1662	-0,1597	-0,1427	-0,1486	-0,1406	-0,1169	-0,1522
	Z.PropUrb	5,4206	5,4017	5,5515	5,3327	4,7672	4,9636	4,6964	3,9036	5,0845
	Z.Pop15a24	2,1926	2,1849	2,2455	2,1570	1,9283	2,0077	1,8997	1,5790	2,0566
	Z.TxAnalf	2,1175	2,1101	2,1686	2,0831	1,8622	1,9389	1,8346	1,5249	1,9861
	Z.RPC	-3,8712	-3,8577	-3,9647	-3,8084	-3,4046	-3,5448	-3,3540	-2,7879	-3,6312
Seg Priv	Z.Desig	0,3542	0,3979	0,5129	1,0664	2,0524	3,6362	7,7107	14,8545	1,5026
	Z.SegPub	0,1213	0,1363	0,1757	0,3652	0,7030	1,2454	2,6410	5,0878	0,5147
	Z.PropUrb	0,3969	0,4460	0,5748	1,1951	2,3001	4,0751	8,6412	16,6471	1,6840
	Z.Pop15a24	0,1524	0,1712	0,2206	0,4588	0,8830	1,5644	3,3173	6,3907	0,6465
	Z.TxAnalf	-0,1830	-0,2056	-0,2650	-0,5509	-1,0604	-1,8786	-3,9837	-7,6745	-0,7763
	Z.RPC	0,5991	0,6731	0,8675	1,8037	3,4715	6,1504	13,0420	25,1252	2,5416

Nota: Elaborado pelo autor com base nas equações 5.1 e 5.2 e nos resultados da tabela 6.

um desvio padrão na renda *per capita* causa, *ceteris paribus*, em média uma queda de 2,4891 na taxa de homicídios, enquanto um aumento de um desvio padrão na proporção urbana da população causa, *ceteris paribus*, um aumento de 3,4853 na taxa de homicídios. Em contraste, temos que os municípios cujas taxas são mais sensíveis a variações nas covariadas são justamente municípios populosos, mais especificamente municípios com mais de 100.840 habitantes.

Já nas estimações para diferentes níveis de desigualdade de renda apresentadas na Tabela 8, temos que os municípios com menor desigualdade de renda (até o percentil 50%) tendem a sofrer um maior impacto na taxa de homicídios perante uma variação nas covariadas. Porém, quando analisamos os impactos estimados nas taxas de segurança privada, os municípios mais desiguais tendem a sofrer um impacto muito maior na taxa de seguranças privados se comparados a municípios menos desiguais.

Tabela 9 – Valor estimado de $\frac{\partial \lambda_1 / Pop}{\partial Z_k}$ e $\frac{\partial \lambda_2 / Pop}{\partial Z_k}$ para diferentes faixas de proporção urbana.

Variável	Percentil									
	<5% <26,67	10% 32,97	25% 47,24	50% 64,82	75% 82,29	90% 92,76	95% 96,55	> 95% >96,55	Todos	
Hom	Z.Desig	1,5645	1,8374	2,1972	2,7232	3,2532	3,6600	3,7780	3,6732	2,8361
	Z.SegPub	-0,0840	-0,0986	-0,1179	-0,1462	-0,1746	-0,1965	-0,2028	-0,1972	-0,1522
	Z.PropUrb	2,8047	3,2939	3,9389	4,8820	5,8322	6,5615	6,7730	6,5851	5,0845
	Z.Pop15a24	1,1345	1,3324	1,5933	1,9747	2,3591	2,6541	2,7396	2,6636	2,0566
	Z.TxAnalf	1,0956	1,2867	1,5387	1,9070	2,2782	2,5631	2,6457	2,5723	1,9861
	Z.RPC	-2,0030	-2,3524	-2,8131	-3,4865	-4,1651	-4,6860	-4,8371	-4,7028	-3,6312
Seg Priv	Z.Desig	0,4479	0,5468	0,6309	0,9444	1,8306	3,8176	6,5616	9,8728	1,5026
	Z.SegPub	0,1534	0,1873	0,2161	0,3235	0,6270	1,3075	2,2474	3,3815	0,5147
	Z.PropUrb	0,5019	0,6127	0,7071	1,0584	2,0515	4,2782	7,3535	11,0643	1,6840
	Z.Pop15a24	0,1927	0,2352	0,2714	0,4063	0,7875	1,6424	2,8229	4,2475	0,6465
	Z.TxAnalf	-0,2314	-0,2825	-0,3260	-0,4879	-0,9458	-1,9723	-3,3900	-5,1008	-0,7763
	Z.RPC	0,7575	0,9248	1,0672	1,5975	3,0963	6,4571	11,0985	16,6991	2,5416

Nota: Elaborado pelo autor com base nas equações 5.1 e 5.2 e nos resultados da tabela 6.

Tabela 10 – Valor estimado de $\frac{\partial \lambda_1 / Pop}{\partial Z_k}$ e $\frac{\partial \lambda_2 / Pop}{\partial Z_k}$ para diferentes faixas de proporções de população entre 15 a 24 anos.

Variável	Percentil									
	<5% <14,75	10% 15,43	25% 16,56	50% 17,79	75% 19,23	90% 20,31	95% 20,89	> 95% >20,89	Todos	
Hom	Z.Desig	1,5341	1,9831	2,4158	2,7897	3,1519	3,4017	3,4817	3,6784	2,8361
	Z.SegPub	-0,0823	-0,1064	-0,1297	-0,1497	-0,1692	-0,1826	-0,1869	-0,1974	-0,1522
	Z.PropUrb	2,7503	3,5552	4,3309	5,0012	5,6506	6,0985	6,2417	6,5944	5,0845
	Z.Pop15a24	1,1125	1,4381	1,7518	2,0229	2,2856	2,4668	2,5247	2,6674	2,0566
	Z.TxAnalf	1,0743	1,3888	1,6918	1,9536	2,2073	2,3822	2,4382	2,5760	1,9861
	Z.RPC	-1,9641	-2,5390	-3,0930	-3,5717	-4,0355	-4,3553	-4,4576	-4,7095	-3,6312
Seg Priv	Z.Desig	2,1305	2,2619	2,6963	2,3570	1,2641	0,7233	0,6134	0,6548	1,5026
	Z.SegPub	0,7297	0,7747	0,9235	0,8073	0,4330	0,2477	0,2101	0,2243	0,5147
	Z.PropUrb	2,3876	2,5349	3,0217	2,6415	1,4167	0,8105	0,6875	0,7339	1,6840
	Z.Pop15a24	0,9166	0,9731	1,1600	1,0140	0,5438	0,3112	0,2639	0,2817	0,6465
	Z.TxAnalf	-1,1007	-1,1686	-1,3930	-1,2178	-0,6531	-0,3737	-0,3169	-0,3383	-0,7763
	Z.RPC	3,6036	3,8259	4,5605	3,9867	2,1381	1,2233	1,0376	1,1076	2,5416

Nota: Elaborado pelo autor com base nas equações 5.1 e 5.2 e nos resultados da tabela 6.

Este mesmo padrão é observado nas estimações para diferentes níveis de renda *per capita* conforme exposto na Tabela 12, onde as taxas de homicídios dos municípios com uma menor renda *per capita* são mais sensíveis a alterações nas covariadas, enquanto que as taxas de seguranças são mais sensíveis nos municípios mais ricos.

Quanto a proporção urbana referente a tabela 9, identificou-se que os municípios com maior proporção urbana possuem taxas de homicídios e de seguranças privados mais sensíveis a alterações nas covariadas.

No tocante as estimações para diferentes níveis educacionais ilustrados na Tabela 11 percebeu-se que, em média, municípios com um menor nível educacional (taxas maiores) possuem taxas de homicídios mais sensíveis a alterações nas covariadas. Porém, identificou-se uma taxa de seguranças privados muito mais sensível a alterações

Tabela 11 – Valor estimado de $\frac{\partial \lambda_1 / Pop}{\partial Z_k}$ e $\frac{\partial \lambda_2 / Pop}{\partial Z_k}$ para diferentes faixas de taxa de analfabetismo.

	Variável	Percentil								Todos
		<5% <3,97	10% 5,1	25% 8,05	50% 13,08	75% 24,22	90% 30,81	95% 33,97	> 95% >33,97	
Hom	Z.Desig	2,4844	2,6358	2,6328	2,6028	2,9074	3,2834	3,3373	3,2397	2,8361
	Z.SegPub	-0,1334	-0,1415	-0,1413	-0,1397	-0,1561	-0,1762	-0,1791	-0,1739	-0,1522
	Z.PropUrb	4,4538	4,7253	4,7199	4,6661	5,2122	5,8863	5,9830	5,8080	5,0845
	Z.Pop15a24	1,8015	1,9113	1,9092	1,8874	2,1083	2,3810	2,4201	2,3493	2,0566
	Z.TxAnalf	1,7398	1,8458	1,8438	1,8227	2,0360	2,2994	2,3371	2,2688	1,9861
	Z.RPC	-3,1808	-3,3747	-3,3708	-3,3324	-3,7224	-4,2038	-4,2728	-4,1479	-3,6312
Seg Priv	Z.Desig	12,3508	7,0599	4,1598	2,2328	0,9277	0,4919	0,3919	0,3072	1,5026
	Z.SegPub	4,2303	2,4181	1,4248	0,7648	0,3177	0,1685	0,1342	0,1052	0,5147
	Z.PropUrb	13,8413	7,9119	4,6618	2,5022	1,0396	0,5512	0,4392	0,3443	1,6840
	Z.Pop15a24	5,3135	3,0373	1,7896	0,9606	0,3991	0,2116	0,1686	0,1322	0,6465
	Z.TxAnalf	-6,3810	-3,6475	-2,1491	-1,1536	-0,4793	-0,2541	-0,2025	-0,1587	-0,7763
	Z.RPC	20,8904	11,9413	7,0359	3,7766	1,5691	0,8319	0,6628	0,5196	2,5416

Nota: Elaborado pelo autor com base nas equações 5.1 e 5.2 e nos resultados da tabela 6.

Tabela 12 – Valor estimado de $\frac{\partial \lambda_1 / Pop}{\partial Z_k}$ e $\frac{\partial \lambda_2 / Pop}{\partial Z_k}$ para diferentes faixas de renda *per capita*.

	Variável	Percentil								Todos
		<5% <192	10% 212	25% 261	50% 422	75% 572	90% 698	95% 778	> 95% >778	
Hom	Z.Desig	2,9649	3,0200	3,2694	2,9793	2,6373	2,7707	2,6197	2,1775	2,8361
	Z.SegPub	-0,1592	-0,1621	-0,1755	-0,1599	-0,1416	-0,1487	-0,1406	-0,1169	-0,1522
	Z.PropUrb	5,3154	5,4140	5,8612	5,3411	4,7280	4,9672	4,6964	3,9036	5,0845
	Z.Pop15a24	2,1500	2,1899	2,3708	2,1604	1,9125	2,0092	1,8997	1,5790	2,0566
	Z.TxAnalf	2,0763	2,1149	2,2895	2,0864	1,8469	1,9403	1,8346	1,5249	1,9861
	Z.RPC	-3,7961	-3,8665	-4,1859	-3,8144	-3,3766	-3,5474	-3,3540	-2,7879	-3,6312
Seg Priv	Z.Desig	0,2911	0,3600	0,4731	0,8777	2,1996	4,6206	7,7107	14,8545	1,5026
	Z.SegPub	0,0997	0,1233	0,1620	0,3006	0,7534	1,5826	2,6410	5,0878	0,5147
	Z.PropUrb	0,3262	0,4034	0,5302	0,9836	2,4650	5,1782	8,6412	16,6471	1,6840
	Z.Pop15a24	0,1252	0,1549	0,2035	0,3776	0,9463	1,9879	3,3173	6,3907	0,6465
	Z.TxAnalf	-0,1504	-0,1860	-0,2444	-0,4535	-1,1364	-2,3872	-3,9837	-7,6745	-0,7763
	Z.RPC	0,4924	0,6089	0,8002	1,4846	3,7204	7,8154	13,0420	25,1252	2,5416

Nota: Elaborado pelo autor com base nas equações 5.1 e 5.2 e nos resultados da tabela 6.

nos municípios com um maior nível educacional.

Uma análise semelhante foi feita para identificar como se comporta θ perante vários perfis de municípios, assim calculou-se a média de cada covariada para cada intervalo de quantis de cada covariada, inclusive população, e estimou-se um θ médio utilizando os resultados do modelo na tabela 6.

Analisando-se a Tabela 13 percebe-se que tem-se um θ médio estimado positivo para os municípios mais populosos, com maior desigualdade, maior proporção urbana, menor taxa de analfabetismo e maior renda *per capita*. Consequentemente, estimou-se um θ médio negativo para os municípios menos populosos, com uma maior taxa de analfabetismo, menor renda *per capita*, menor proporção urbana e uma menor desigualdade de renda.

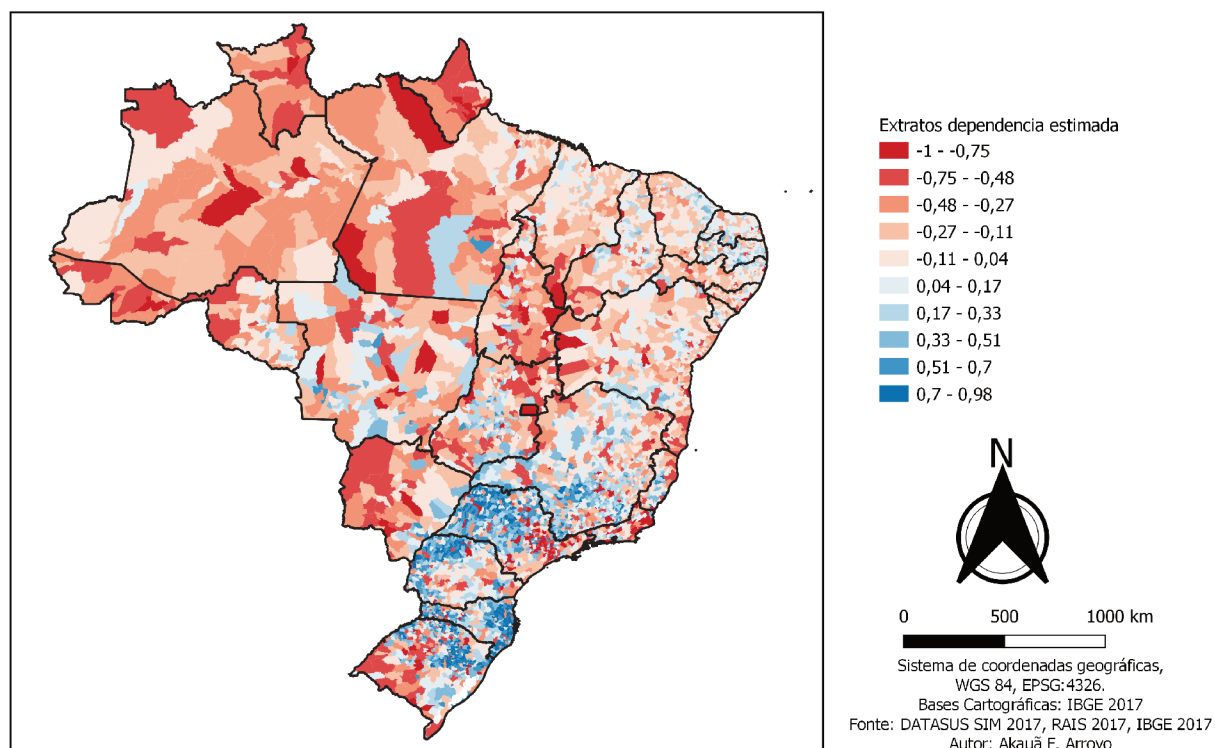
Tabela 13 – θ médio estimado para diferentes perfis de municípios

Variável	Percentil							
	<5%	10%	25%	50%	75%	90%	95%	> 95%
População	-0,1550	-0,0608	0,0569	0,1253	0,1679	0,1562	0,0693	-0,5072
Desig	0,2562	0,3004	0,3080	0,1578	-0,0422	-0,0230	-0,2675	-0,6416
PropUrb	-0,3827	-0,2598	-0,0680	0,1290	0,2555	0,2119	0,0696	-0,3633
Pop15a24	-0,1916	-0,0821	-0,0216	0,0166	0,1641	0,2255	0,1577	-0,0057
TxAanf	-0,6158	-0,3624	-0,2061	-0,0502	0,1679	0,4049	0,5223	0,5895
RPC	0,2472	0,2851	0,3962	0,2159	-0,0168	-0,1528	-0,2697	-0,5881
θ médio				0,0706				

Nota: Elaborado pelo autor com base na tabela 6.

Figura 7 – θ estimado por município

DEPENDENCIA ESTIMADA ENTRE TAXA DE HOMICÍDIOS E TAXA DE SEGURANÇAS PRIVADOS POR MUNICÍPIO



Nota: Elaborado pelo autor através dos resultados da tabela 6.

Com o intuito de se analisar como θ se comporta espacialmente, elaborou-se a Figura 7. Analisando-se a mesma, percebe-se que os estados aonde se registrou as menores taxas de homicídios, foram os estados aonde se teve uma maior ocorrência de θ positivos: São Paulo, Paraná e Santa Catarina. Outra evidência relevante é que nas unidades federativas com as mais altas taxas de homicídios tiveram poucas ocorrências de θ positivos. Esses dois fatores combinados sugerem que nas localidades onde o nível de violência está relativamente controlado, responde-se um aumento do nível de violência com uma intensificação da contratação dos serviços de seguranças privados, e provavelmente um maior policiamento público, e que essa resposta é eficaz no combate a violência.

Apesar de todos esse resultados, vale a pena fazer algumas ressalvas. Primeiramente, todos os resultados exibidos acima são dependentes de todas as covariadas e parâmetros do modelo, logo, mesmo parâmetros que não foram estatisticamente diferente de zero, a níveis de significância usuais, também estão influenciando os valores estimados acima, portanto, as análises devem ser feitas com cautela.

Além disso, tem-se que o θ nada mais é do que uma medida de dependência (no caso do presente trabalho, condicional) entre as duas taxas (de homicídios e de seguranças privados) e portanto, em nenhum momento indica a direção da relação entre essas duas variáveis.

E por último é no tocante aos gastos com segurança pública, o ideal seria que a simultaneidade entre o policiamento público, policiamento privado (os vigilantes) e a taxa de homicídios, fosse considerada. No entanto, devido a impossibilidade de se obter o número de policiais por município, este problema foi mitigado colocando os gastos com segurança pública como variável explicativa, embora esta não seja a solução ideal. Portanto, sugere-se para que estudos futuros, que consigam obter as informações de policiamento público, realizarem alguma metodologia que considere todas as simultaneidades. Uma possibilidade seria adotar uma cópula trivariada com especificações semelhantes as usadas no presente trabalho.

6 Considerações Finais

O cenário atual de violência no país é preocupante, apresentando a maior taxa de homicídios registrada nos últimos anos no ano de 2017. Paralelamente, observou-se um cenário onde as pessoas se sentem mais inseguras e com uma menor percepção acerca do policiamento público. Logo, as pessoas sentem-se motivadas a contratar serviços de segurança privada.

Diante disso, buscou-se estimar quais variáveis socioeconômicas estão relacionadas com o nível de violência, representado pela taxa de homicídios, e como as correlações condicionadas se comportam para diferentes perfis socioeconômicos. Para mitigar os vieses de simultaneidade que nascem da relação entre a taxa de seguranças privados e a taxa de homicídios, estimou-se uma cópula (FGM) assumindo que ambas as variáveis, número de homicídios e número de seguranças privados, seguem uma distribuição Poisson.

Devido ao excesso de zeros apresentados nessas variáveis, estimou-se três modelos distintos: um assumindo que cada uma das variáveis são infladas em zeros (ou seja, respeitam uma ZIP (*Zero Inflated Poisson*)), outro assumindo que o excesso de zeros é estrutural (ou seja, não inflando em zeros) e um terceiro modelo retirando todas as observações aonde o gasto com segurança pública por habitante, a taxa de homicídios ou a taxa de seguranças privados fosse igual a zero.

Dado que o modelo onde não inflou-se em zeros exibiu um melhor ajuste, construiu-se os demais resultados baseado neste modelo. Identificou-se uma relação negativa entre a renda *per capita* de um município e a sua taxa de homicídios, uma relação positiva entre a taxa de homicídios e a taxa de analfabetismo e uma relação positiva entre a proporção de população jovem, 15 a 24 anos, com a taxa de homicídios. No tocante a dependência, encontrou-se que, em geral, os municípios mais violentos, geralmente são aqueles com menor renda *per capita* e menor proporção urbana, possuem uma dependência negativa entre a taxa de homicídios e a taxa de seguranças privados, indicando que existe uma potencial redução na taxa de homicídios caso a concentração de seguranças privados, nesses municípios, aumente. Também identificou-se uma alta concentração de dependências positivas nos estados menos violentos do país, indicando que um aumento da violência nesses municípios foi, eficientemente respondido, por um aumento na taxa de seguranças privados.

Diante destes resultados, este trabalho encontra indícios, alguns deles já apontados pela literatura, de que políticas públicas voltadas para um aumento da educação e na renda, principalmente voltada para os jovens na faixa de 15 a 24 anos, e uma maior contratação de vigilantes tendem a ser eficientes no combate a violência.

No entanto, apesar destes resultados promissores, é necessário considerar o poli-

ciamento público, representado pela taxa de policiais a cada 100 mil habitantes, como uma terceira variável dependente no modelo, de maneira a mitigar os vieses de simultaneidade que esta variável possui com a taxa de seguranças e com a taxa de homicídios. Devido a impossibilidade de se obter os dados de policiais civis e militares a nível municipal, amenizou-se esse problema incluindo uma *proxy* desta variável, gasto com segurança pública por município, como uma variável explicativa no modelo, mas esta solução não é a ideal.

Diante do exposto anteriormente, tem-se como uma possibilidade para estudos futuros a realização de um trabalho semelhante ao realizado nesta dissertação, mas colocando-se a taxa de policiais, a cada 100 mil habitantes por município, como uma terceira variável dependente.

Referências

- BECKER, G. S. Crime and punishment: An economic approach. In: *The economic dimensions of crime*. [S.l.]: Springer, 1968. p. 13–68.
- BRASIL. *Lei nº 7.102*. [S.l.]: Diário Oficial da União, 20 de Junho, 1983.
- BRASIL. *Lei nº 6.216*. [S.l.]: Diário Oficial da União, 30 de Junho, 1975.
- BRASIL. *Lei nº 6.015*. [S.l.]: Diário Oficial da União, 31 de Dezembro, 1973.
- BRASIL. *Lei nº 12.740*. [S.l.]: Diário Oficial da União, 8 de Dezembro, 2012.
- CABRAL, M. V. d. F. Avaliação do impacto do infocrim sobre as taxas de homicídios dos municípios paulistas: uma aplicação do método de diferenças em diferenças espacial. Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), 2016.
- CAMERON, A. C.; TRIVEDI, P. K. *Microeconometrics: methods and applications*. [S.l.]: Cambridge university press, 2005.
- CAMERON, A. C.; TRIVEDI, P. K. *Regression analysis of count data*. [S.l.]: Cambridge university press, 2013. v. 53.
- CARDIA, N. A violência urbana e a escola. *Contemporaneidade e educação*, v. 2, n. 2, p. 26–69, 1997.
- CHIODA, L.; MELLO, J. M. D.; SOARES, R. R. Spillovers from conditional cash transfer programs: Bolsa família and crime in urban brazil. *Economics of Education Review*, Elsevier, v. 54, p. 306–320, 2016.
- EHRlich, I. Participation in illegitimate activities: A theoretical and empirical investigation. *Journal of political Economy*, The University of Chicago Press, v. 81, n. 3, p. 521–565, 1973.
- EHRlich, I. On the relation between education and crime. In: *Education, income, and human behavior*. [S.l.]: NBER, 1975. p. 313–338.
- FAJNZYLBER, P.; LEDERMAN, D.; LOAYZA, N.; REUTER, P.; ROMAN, J.; GAVIRIA, A. Crime and victimization: An economic perspective [with comments]. *Economia*, JSTOR, v. 1, n. 1, p. 219–302, 2000.
- GREENE, W. H. *Econometric analysis*. [S.l.]: Pearson Education India, 2003.
- GROOT, W.; BRINK, H. M. van den. The effects of education on crime. *Applied Economics*, Taylor & Francis, v. 42, n. 3, p. 279–289, 2010.
- KARLIS, D.; NTZOUFRAS, I. *et al.* Bivariate poisson and diagonal inflated bivariate poisson regression models in r. *Journal of Statistical Software*, Foundation for Open Access Statistics, v. 14, n. 10, p. 1–36, 2005.
- KAWAMURA, K. The structure of bivariate poisson distribution. In: DEPARTMENT OF MATHEMATICS, TOKYO INSTITUTE OF TECHNOLOGY. *Kodai Mathematical Seminar Reports*. [S.l.], 1973. v. 25, n. 2, p. 246–256.

- KOCHERLAKOTA, S.; KOCHERLAKOTA, K. Regression in the bivariate poisson distribution. Taylor & Francis, 2001.
- LEVITT, S. D. The effect of prison population size on crime rates: Evidence from prison overcrowding litigation. *The Quarterly Journal of Economics*, 1996.
- LEVITT, S. D.; LOCHNER, L. The determinants of juvenile crime. In: *Risky behavior among youths: An economic analysis*. [S.l.]: University of Chicago Press, 2001. p. 327–374.
- LOCHNER, L. Education and crime. 2007.
- LONDOÑO, J. L. Epidemiología económica de la violencia urbana. *Trabajo presentado a la Asamblea del Banco Interamericano de Desarrollo, Cartagena de Indias*, v. 14, 1998.
- MJ. Forum brasileiro de. *Anuário Brasileiro de Segurança Pública*, 2011.
- NEWBY, W. K.; MCFADDEN, D. Large sample estimation and hypothesis testing. *Handbook of econometrics*, Elsevier, v. 4, p. 2111–2245, 1994.
- OLSSON, D. M.; NELSON, L. S. The nelder-mead simplex procedure for function minimization. *Technometrics*, JSTOR, p. 45–51, 1975.
- PEIXOTO, B. T.; ANDRADE, M. V.; AZEVEDO, J. P. *et al.* Prevenção e controle de homicídios: uma avaliação de impacto no brasil. *Belo Horizonte: UFMG, Cedepiar*, 2008.
- PÚBLICA, A. B. D. S.; ESPECIAIS, R. São paulo, 2018. *Fórum Brasileiro de Segurança Pública. Disponível em* < http://www.forumseguranca.org.br/wpcontent/uploads/2018/08/FBSP_Anuario_Brasileiro_Seguranca_Publica_Infogr%C3%A1fico_2018.pdf>. Acesso em, v. 31, n. 10, p. 2018, 2018.
- SACHSIDA, A.; MENDONÇA, M. J. C. de. *Evolução e determinantes da taxa de homicídios no Brasil*. [S.l.], 2013.
- SOARES, S. S. D. Educação: um escudo contra o homicídio? Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea), 2007.
- TRIVEDI, P. K.; ZIMMER, D. M. *et al.* Copula modeling: an introduction for practitioners. *Foundations and Trends® in Econometrics*, Now Publishers, Inc., v. 1, n. 1, p. 1–111, 2007.
- WASELFISZ, J. J. Mapa da violência 2013: homicídios e juventude no brasil. Secretaria Nacional da Juventude, 2013.
- WANG, K.; LEE, A. H.; YAU, K. K.; CARRIVICK, P. J. A bivariate zero-inflated poisson regression model to analyze occupational injuries. *Accident Analysis & Prevention*, Elsevier, v. 35, n. 4, p. 625–629, 2003.
- WANG, P. A bivariate zero-inflated negative binomial regression model for count data with excess zeros. *Economics Letters*, Elsevier, v. 78, n. 3, p. 373–378, 2003.
- WILSON, J. Q.; KELLING, G. L. Broken windows. *Atlantic monthly*, v. 249, n. 3, p. 29–38, 1982.

- ZANETIC, A. *A relação entre as polícias e a segurança privada nas práticas de prevenção e controle do crime: impactos na segurança pública e transformações contemporâneas no policiamento*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2010.
- ZANETIC, A. A segurança privada no brasil: alguns aspectos relativos às motivações, regulação e implicações sociais do setor. *Revista Brasileira Adolescência e Conflitualidade*, n. 3, 2015.

A Estimador de Máxima Verossimilhança

Grosseiramente falando, o estimador de máxima verossimilhança (EMV) baseia-se na ideia de que ao se observar uma amostra $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ os valores mais prováveis de serem observados dessa amostra, serem exatamente os valores observados pelo pesquisador, logo a probabilidade de que sejam observadas todas essas observações simultaneamente (a amostra coletada pelo pesquisador) é

$$\mathbb{P}\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) = \mathbb{P}(A_1)\mathbb{P}(A_2|A_1)\mathbb{P}(A_3|A_2 \cap A_1) \dots \mathbb{P}(A_n|\bigcap_{i=1}^{n-1} A_i), \quad (\text{A.1})$$

$$\text{Aonde } A_i \equiv (Y_i = y_i), \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}.$$

Sob a hipótese de que as observações da amostra são independentes entre si, ou seja que um valor observado não é influenciado por nenhum outro valor observado, temos que $\mathbb{P}(A_i|A_j) = \mathbb{P}(A_i), \forall (i \neq j)$ (perceba que $\mathbb{P}(A_i|A_i) = 1$), logo podemos reescrever a equação A.1 da seguinte forma:

$$\mathbb{P}\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) = \prod_{i=1}^n \mathbb{P}(A_i), \quad (\text{A.2})$$

$$\text{Aonde } A_i \equiv (Y_i = y_i) \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}.$$

Adicionando-se a hipótese de que cada y_i é identicamente distribuído, temos que¹

$$V(\beta|y_1, y_2, \dots, y_n) = \prod_{i=1}^n f(y_i|\beta), \quad (\text{A.3})$$

$$\text{Aonde } \beta \in \Theta.$$

Na equação A.3 temos que β é um vetor de parâmetros, Θ é o conjunto de todos os valores possíveis de β (Θ é importante pois nos permite mostrar certas propriedades da função verossimilhança, caso Θ possua propriedades desejáveis, isso será visto adiante) $V(\cdot)$ é a função de verossimilhança definida como a função de densidade conjunta $f(y_1, y_2, \dots, y_n|\beta)$, aonde essa função verossimilhança terá como argumento o vetor de β . Assim, da hipótese de que as funções de densidade são corretamente definidas, além da hipótese de i.i.d entre $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, temos que a função de verossimilhança representa a probabilidade de o pesquisador ter observado exatamente

¹ Para dados discretos essa passagem é correta, porem para dados contínuos ela é errada pois a probabilidade no ponto é igual a zero, porem $f(\cdot)$ maiores implicam uma maior frequência na vizinhança de (\cdot) , logo a intuição continua válida.

aquela amostra², esse conceito aliado a hipótese de que a amostra observada é a mais provável, temos que caso $V(\beta_1) > V(\beta_2)$ implica que β_1 é mais verossímil que β_2 (pois faz com que a probabilidade de que os dados observados, sejam efetivamente observados, seja maior), ou seja, no limite temos que há um β^* que seja o maximizador de $V(\cdot)$ sendo esse β^* o mais verossímil possível, porém essa intuição traz dois trabalhos adicionais, primeiro provar que existe pelo menos um ponto de máximo em $V(\cdot)$, segundo provar que $\text{argmax}V(\beta) = \hat{\beta}$ é um bom estimador de β^* ³.

A prova de que existe pelo menos um ponto de máximo na função verossimilhança é simples pois basta utilizar o teorema de Weierstrass, tal teorema postula que caso uma função $f(x)$ seja contínua e compacta (ou seja, fechada e limitada) então existem m e M , pertencentes a reta real, tais que $m \leq f(x) \leq M$, logo como $V(\cdot)$ é uma probabilidade, ela é limitada em $[0, 1]$ e o seu complementar é aberto⁴, assim $V(\cdot)$ é fechado e limitado e portanto compacto, logo $V(\cdot)$ possui pelo menos um ponto de máximo.

Antes de falarmos sobre as propriedades estatísticas de $\text{argmax}V(\beta) = \hat{\beta}$ convém fazer o logaritmo da verossimilhança de forma a facilitarmos as contas, lembrando que $\text{argmax}V(\beta) = \hat{\beta}$ continua o mesmo pois fazer transformações monotônicas em uma função não altera o seu *maximizer*⁵. Disto e de A.3 temos o log-verossimilhança representado a seguir:

$$L(\beta|y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n \ln(f(y_i|\beta)). \quad (\text{A.4})$$

Sendo a equação A.4 a equação usada para encontrarmos o vetor de $\hat{\beta}$ que maximiza a mesma.

Voltando as propriedades estatísticas de $\hat{\beta}$, no que se refere a consistência (ou seja $\hat{\beta} \xrightarrow{p} \beta^*$) Newey e McFadden (1994) listam quatro condições necessárias para que haja consistência.

Primeiro é a condição da **identificação**⁶, essa condição postula que para que o vetor de $\hat{\beta}$ seja identificado temos que qualquer outro $\hat{\beta}^* \neq \hat{\beta}$, e sendo $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ a amostra coletada, implica que $L(\hat{\beta}|y_1, y_2, \dots, y_n) \neq L(\hat{\beta}^*|y_1, y_2, \dots, y_n)$. A ideia por trás dessa condição é que se β^* é o *maximizer* de $L(\cdot)$ e se $L(\hat{\beta})$ converge em probabilidade para $L(\beta^*)$ para todo β pertencente a Θ , então $\hat{\beta}$ converge em probabilidade para β^* . Porém, caso essa condição não seja atendida, poderá haver β^* e β^{**} diferentes tais

² Isso para dados discretos, em casos contínuos vale a observação da nota de rodapé anterior.

³ Dado que o estimador de máxima verossimilhança é um "estimador limite" convém mostrar as propriedades "no limite", ou seja, mostrar que esse estimador é assintoticamente sem viés (consistente) e assintoticamente eficiente.

⁴ $V^c(\cdot) = (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$, lembrando que toda união de conjuntos abertos, também será aberta.

⁵ Conforme mostrado em Newey e McFadden (1994) outra transformação bem comum é dividir a log-verossimilhança pelo tamanho da amostra n gerando a log-verossimilhança normalizada.

⁶ Segundo Greene (2003), essa condição também é necessária para que o parâmetro seja estimável.

que $L(\beta^*) = L(\beta^{**})$. Logo, há mais de um valor "verdadeiro" de tal forma, que não é possível garantir que $L(\hat{\beta})$ converge em probabilidade para $L(\beta^*)$ (GREENE, 2003) (NEWKEY; MCFADDEN, 1994).

Segundo é a condição de que Θ é **compacto** (fechado e limitado), essa condição é importante pois caso Θ não seja compacto, é possível que haja $\lim_{\beta \rightarrow -\infty} L(\beta)$ ou $\lim_{\beta \rightarrow +\infty} L(\beta)$ tais que $L(\beta) \rightarrow L(\beta^*)$. Assim, essa condição aliada a primeira condição, garante que existe um e apenas um máximo global em $L(\cdot)$ (NEWKEY; MCFADDEN, 1994).

A terceira e a quarta condição se referem as chamadas condições de regularidade, são elas a condição da **continuidade** de $L(\cdot)$ e da **dominância**, essas condições são necessárias para que se consiga provar (através da lei dos grandes números) que o máximo estimado em $L(\hat{\beta})$ converge para o máximo "verdadeiro" em $L(\beta^*)$ ⁷. Segundo Newey e McFadden (1994) na imensa maioria dos casos essas condições são provadas quando "os momentos de certas funções existirem, ou houver certa continuidade nos dados ou em $L(\hat{\beta})$ " (NEWKEY; MCFADDEN, 1994).

No tocante a eficiência assintótica do EMV, vamos mostrar que a distribuição do vetor de parâmetros $\hat{\beta}$ converge assintoticamente para uma distribuição normal cuja variância é a menor possível⁸, mas para isso convém mostrar primeiramente a desigualdade de Cramér-Rao, tal desigualdade postula que para um estimador não viesado $\hat{\beta}$, sendo $L(\cdot)$ suficientemente suave e sendo o estimador $\hat{\beta}$ assintoticamente normalmente distribuído, temos que:

$$Var(\hat{\beta}) \leq \frac{1}{I(\beta)}, \quad (\text{A.5})$$

aonde

$$I(\beta) = -\mathbb{E} \left[\frac{\partial^2 L(\beta)}{\partial \beta^2} \right]. \quad (\text{A.6})$$

Assim, a desigualdade A.5 nos traz um critério para eficiência assintótica do parâmetro, lembrando que $I(\beta)$ representado em A.6 nada mais é do que a matriz de informação de Fisher.

Voltando a parte da distribuição assintótica do parâmetro, segue a prova a seguir adaptada de Greene (2003).

Por definição o gradiente avaliado no *maximizer* é igual a zero, logo, definindo o gradiente como $g(\hat{\beta})$ temos que:

$$g(\hat{\beta}) = 0. \quad (\text{A.7})$$

⁷ Mais precisamente, elas provam que $\sup_{\hat{\beta}, \beta^* \in \Theta} |L(\hat{\beta}) - L(\beta^*)| \xrightarrow{p} 0$. (NEWKEY; MCFADDEN, 1994).

⁸ Isso se o vetor de parâmetros $\hat{\beta}$ for um estimador não viesado de β^* .

Da suposição de que $L(\cdot)$ é suficientemente suave, faremos a expansão de Taylor de $g(\cdot)$ até o segundo termo, assim do teorema do valor médio (pois estamos truncando a expansão no segundo termo) e de A.7 temos que:

$$g(\hat{\beta}) = g(\beta^*) + H(\bar{\beta})(\hat{\beta} - \beta^*) = 0. \quad (\text{A.8})$$

Aonde $H(\bar{\beta})$ é o Hessiano avaliado em $\bar{\beta}$ sendo $\bar{\beta} = w\hat{\beta} + (1-w)\beta^*$ tal que $w \in (0, 1)$. Disto, de A.8, multiplicando ambos os lados da equação por \sqrt{n} e rearranjando os termos (lembrando que $g(\hat{\beta}) = 0$), temos que:

$$\sqrt{n}(\hat{\beta} - \beta^*) = [\sqrt{n}g(\beta^*)][-H(\bar{\beta})]^{-1}. \quad (\text{A.9})$$

Assim, supondo que as distribuições limites a seguir existam e de A.9 temos que:

$$\sqrt{n}(\hat{\beta} - \beta^*) \xrightarrow{d} [\sqrt{n}g(\beta^*)][-H(\bar{\beta})]^{-1}. \quad (\text{A.10})$$

Multiplicando o lado direito por $\frac{n}{n}$ e rearranjando os termos (lembre-se que $(\frac{1}{n})^{-1} = n$) temos que:

$$\sqrt{n}(\hat{\beta} - \beta^*) \xrightarrow{d} [\sqrt{n}\bar{g}(\beta^*)][-\frac{1}{n}H(\bar{\beta})]^{-1}. \quad (\text{A.11})$$

Na equação A.11 temos que $\bar{g}(\beta^*)$ é simplesmente a média de $g(\beta^*)$. Do teorema do limite central (dado que $\sqrt{n}\bar{g}(\beta^*)$ nada mais é do que \sqrt{n} vezes a média de uma variável aleatória) temos que a variância assintótica de $\sqrt{n}\bar{g}(\beta^*)$ é $-\mathbb{E}[(1/n)H(\beta^*)]$, logo:

$$\sqrt{n}\bar{g}(\beta^*) \xrightarrow{d} N(0, -\mathbb{E}[\frac{1}{n}H(\beta^*)]). \quad (\text{A.12})$$

Como $-(1/n)H(\beta^*) \xrightarrow{p} -\mathbb{E}[(1/n)H(\beta^*)]$ e $\mathbb{E}[(1/n)H(\beta^*)]$ é uma matriz constante, temos que disto, de A.12, de A.11 a seguinte relação:

$$\sqrt{n}(\hat{\beta} - \beta^*) \xrightarrow{d} N(0, \{-\mathbb{E}[\frac{1}{n}H(\beta^*)]\}^{-1}), \quad (\text{A.13})$$

de A.13 e da definição de matriz de informação de Fisher, temos que:

$$\hat{\beta} \xrightarrow{a.s.} N(\beta^*, I(\beta^*)^{-1}). \quad (\text{A.14})$$

Finalmente, de A.14 e A.5 (desigualdade de Cramér-Rao) temos que $\hat{\beta}$ é assintoticamente eficiente.

B Monte Carlo

Com o intuito de se analisar o comportamento do estimador, discutido na seção 4.3, realizou-se o seguinte experimento de Monte Carlo.

Primeiramente, gerou-se 200 amostras aleatórias de $X; Y; Z_1; Z_2; Z_3; Z_4; Z_5$, de 2000 observações cada amostra, aonde X e Y respeitam uma distribuição conjunta que é uma cópula FGM, assumindo que $F(X)$ e $F(Y)$ são distribuições acumuladas marginais Poisson, sem inflar em zeros, de X e Y e que Z_1 a Z_5 seguem uma distribuição normal padrão. Esses dados foram gerados de acordo com os seguintes critérios

$$E(X) = \lambda_1 = \exp(1 + 0,1Z_1 - 0,1Z_2 + 0,2Z_3); \quad (\text{B.1a})$$

$$E(Y) = \lambda_2 = \exp(1 + 0,5Z_1 - 0,2Z_3 + 0,3Z_4 + 0,2Z_5); \quad (\text{B.1b})$$

$$\theta = \frac{\exp(1 + 1Z_1 + 0,5Z_2 + 0,3Z_3 - 0,8Z_4 - 1Z_5) - 1}{\exp(1 + 1Z_1 + 0,5Z_2 + 0,3Z_3 - 0,8Z_4 - 1Z_5) + 1}. \quad (\text{B.1c})$$

No tocante ao estimador, utilizou-se o estimador de máxima verossimilhança discutido da seção passada e especificado conforme a equação 4.14 (com a exceção de não se inflar em zeros). Nomeou-se β_{1j} os parâmetros relacionados a λ_1 , β_{2j} os parâmetros relacionados a λ_2 e β_{3j} os parâmetros relacionados a θ . Para otimizar a verossimilhança utilizou-se o algoritmo de Nelder-Mead (também conhecido como *suplex*), desenvolvido por Olsson e Nelson (1975)¹, pois o mesmo se adapta a forma complexa que a função que queremos estimar possui (em relação aos parâmetros).

Definiu-se como a iteração inicial um vetor de zeros nos parâmetros relacionados a θ (β_{30} a β_{35}) e para os demais parâmetros utilizou-se os parâmetros obtidos por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) conforme as equações B.2²

$$\text{Ln}(\hat{X}_i + 1) = \hat{\beta}_{10} + \hat{\beta}_{11}Z_{1i} + \hat{\beta}_{12}Z_{2i} + \hat{\beta}_{13}Z_{3i}; \quad (\text{B.2a})$$

$$\text{Ln}(\hat{Y}_i + 1) = \hat{\beta}_{20} + \hat{\beta}_{21}Z_{1i} + \hat{\beta}_{22}Z_{3i} + \hat{\beta}_{23}Z_{4i} + \hat{\beta}_{24}Z_{5i}. \quad (\text{B.2b})$$

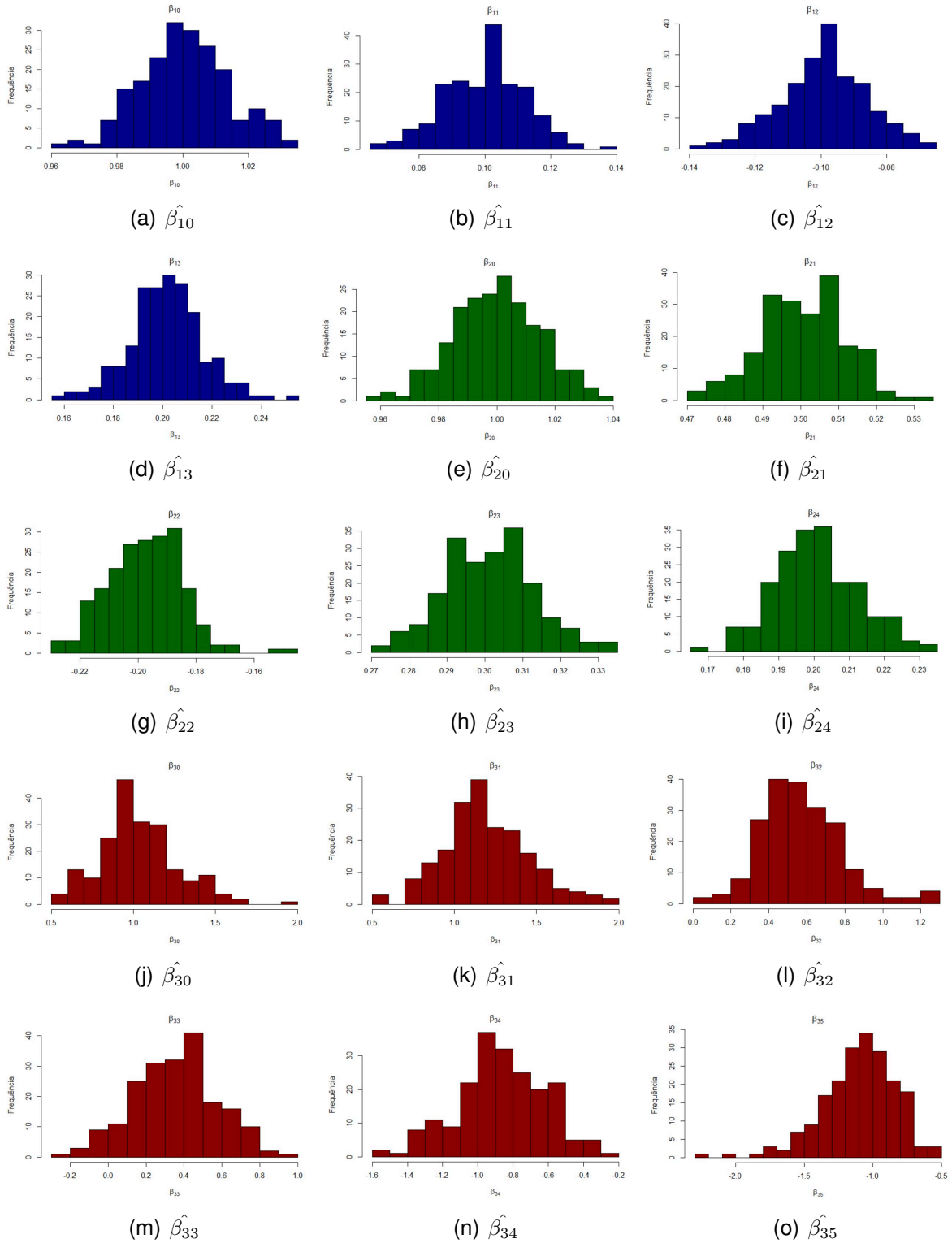
Com isso, obteve-se os seguintes resultados descritos na tabela 14 e nas figuras 8

Primeiramente, analisando a tabela 14, temos indícios de que o estimador utilizado é consistente, principalmente quando analisamos as médias obtidas em relação aos parâmetros β_{1j} e β_{2j} em comparação aos valores verdadeiros, aonde o maior viés obtido (o do parâmetro β_{22} , sendo o viés aproximadamente 1,35%) ocorreu devido a ocorrência de um *outlier* a 3,81 desvios padrões da media, assim aumentando a média

¹ Já embarcado nas funções otimizadoras padrões do R-Studio.

² Somou-se 1 a X e Y pois X e Y podem assumir um igual a zero, impossibilitando o cálculo.

Figura 8 – Histogramas das estimativas dos parâmetros do Monte Carlo



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 14 – Estatísticas descritivas dos parâmetros com 200 simulações

	Parâmetro	Mínimo	Mediana	Máximo	σ_{ij}	μ_{ij}	Viés
X	β_{10}	0,9650	1,0009	1,0314	0,0133	1,0008	0,08%
	β_{11}	0,0667	0,1016	0,1359	0,0122	0,1002	0,20%
	β_{12}	-0,1382	-0,0991	-0,0663	0,0132	-0,0992	0,80%
	β_{13}	0,1570	0,2017	0,2502	0,0148	0,2016	0,80%
Y	β_{20}	0,9579	1,0004	1,0391	0,0150	1,0000	0,00%
	β_{21}	0,4736	0,5008	0,5306	0,0112	0,5005	0,10%
	β_{22}	-0,2267	-0,1976	-0,1482	0,0129	-0,1973	1,35%
	β_{23}	0,2719	0,3015	0,3339	0,0119	0,3012	0,40%
	β_{24}	0,1674	0,2000	0,2344	0,0120	0,2007	0,35%
θ	β_{30}	0,5311	1,0079	1,9597	0,2367	1,0328	3,28%
	β_{31}	0,5874	1,1717	1,9805	0,2618	1,1992	19,92%
	β_{32}	0,0595	0,5469	1,2306	0,2165	0,5727	14,54%
	β_{33}	-0,2010	0,3582	0,9631	0,2183	0,3532	17,73%
	β_{34}	-1,5762	-0,8584	-0,2802	0,2507	-0,8648	-8,10%
	β_{35}	-2,2475	-1,0793	-0,5024	0,2680	-1,1014	-10,14%

Nota: Elaborado pelo autor. Lê-se μ_{ij} como a média obtida de $\hat{\beta}_{ij}$ no experimento e σ_{ij} como o desvio padrão do mesmo.

das simulações para esse estimador. Outro fato animador são os baixos desvios padrões nas estimativas dos estimadores β_{1j} e β_{2j} , indicando uma boa eficiência do estimador em relação a esses parâmetros. No entanto, quando analisamos a desempenho do estimador para os parâmetros contidos em θ , observa-se um viés considerável, gerado, provavelmente, pelo alto desvio padrão das estimativas indicando que há uma perda de eficiência na estimação destes parâmetros, o que torna os testes de hipóteses acerca destes parâmetros muito suscetíveis ao erro do tipo 2, ou seja, tem-se uma maior probabilidade de se não rejeitar a hipótese nula, mesmo ela sendo falsa.

O padrão analisado no parágrafo anterior pode ser observado nos histogramas das estimações para cada parâmetro. Nas figuras 8 temos que os histogramas azuis são os referentes aos parâmetros da equação B.1a, os histogramas verdes são referentes aos parâmetros da equação B.1b e os histogramas vermelhos são referentes aos parâmetros da equação B.1c. Percebe-se que as estimativas referentes a β_{1j} e β_{2j} possuem uma menor variância quando comparadas aos estimadores dos parâmetros da equação B.1c e um comportamento próximo ao da distribuição normal (conforme vimos na seção sobre Máxima Verossimilhança, é o que se espera do estimador conforme a amostra aumenta), exceto β_{22} devido a ocorrência do *outlier*, enquanto que os histogramas das estimativas dos parâmetros β_{3j} , apesar da alta variância, possuem um comportamento relativamente moderado, indicando que um aumento da amostra talvez seja suficiente para amenizar o problema do viés.³

³ Ou seja, apesar da ineficiência, esse estimador é consistente.

C Resultados Auxiliares

Tabela 15 – Resultados cópula FGM sem zeros.

	Variável	$\hat{\beta}$	IRR	Erro Padrão	Teste Z	$P(Z) > 0$
Hom	Intercepto	2,8709	-	0,1191	24,1050	<1e-30***
	Z.Desig	0,3431	1,4093	0,2416	1,4201	0,1556
	Z.SegPub	-0,0967	0,9078	0,1400	-0,6907	0,4895
	Z.PropUrb	0,2812	1,3247	0,1645	1,7094	0,0873*
	Z.Pop15a24	0,1481	1,1596	0,0871	1,7003	0,0892*
	Z.TxAnalf	-0,0526	0,9488	0,1275	-0,4125	0,6800
	Z.RPC	-0,5154	0,5973	0,2417	-2,1324	0,0329**
SegPriv	Intercepto	3,3384	-	0,2252	14,8242	<1e-30***
	Z.Desig	0,4309	1,5386	0,3785	1,1384	0,2550
	Z.SegPub	0,0402	1,0410	0,2846	0,1413	0,8876
	Z.PropUrb	-0,0694	0,9330	0,2125	-0,3266	0,7440
	Z.Pop15a24	-0,0013	0,9987	0,1769	-0,0073	0,9939
	Z.TxAnalf	-0,0278	0,9726	0,1856	-0,1498	0,8808
	Z.RPC	0,3490	1,4176	0,3338	1,0455	0,2959
θ	Intercepto	0,0510	-	0,2806	0,1818	0,8558
	Z.Desig	0,3921	-	0,3897	1,0062	0,3142
	Z.SegPub	0,2575	-	0,3975	0,6478	0,5170
	Z.PropUrb	0,0063	-	0,3847	0,0164	0,9869
	Z.Pop15a24	-0,1041	-	0,3919	-0,2656	0,7905
	Z.TxAnalf	0,0968	-	0,3332	0,2905	0,7714
	Z.RPC	0,1349	-	0,3882	0,3475	0,7282
Z.Pop	-0,3143	-	0,6158	-0,5104	0,6097	
	LR	7353,68		P valor LR (χ^2)	<1e-30	
	Pseudo R^2	0,2437		n	683	

Nota: Elaborado pelo autor. Um, dois e três asteriscos significa que rejeita-se a hipótese nula com, pelo menos, 10%, 5% e 1% de significância respectivamente. Os erros padrões foram estimados por *bootstrap*.

Tabela 16 – Resultados cópula FGM inflada em zeros

	Variável	$\hat{\beta}$	IRR	Erro Padrão	Teste Z	$P(Z) > 0$
Hom	Intercepto	2,8471	-	0,0704	40,4418	<1e-30***
	Z.Desig	0,1133	1,1200	0,1134	0,9991	0,3179
	Z.SegPub	-0,0288	0,9716	0,0744	-0,3871	0,6987
	Z.PropUrb	0,2241	1,2512	0,099	2,2636	0,0237**
	Z.Pop15a24	0,0473	1,0484	0,0807	0,5861	0,0558*
	Z.TxAnalf	0,1267	1,1351	0,0910	1,3923	0,1636
	Z.RPC	-0,1417	0,8679	0,1349	-1,0504	0,2934
SegPriv	Intercepto	2,3044	-	0,0878	26,2460	<1e-30***
	Z.Desig	-0,0166	0,9835	0,2174	-0,0764	0,9393
	Z.SegPub	0,0214	1,0216	0,1100	0,1945	0,8455
	Z.PropUrb	0,0196	1,0198	0,0976	0,2008	0,8412
	Z.Pop15a24	-0,0104	0,9897	0,0953	-0,1091	0,9128
	Z.TxAnalf	-0,1311	0,8771	0,1197	-1,0952	0,2733
	Z.RPC	0,4645	1,5912	0,1984	2,3412	0,0192**
θ	Intercepto	3,4749	-	0,6356	5,4671	4,56E-08***
	Z.Desig	0,4076	-	0,4893	0,8330	0,4048
	Z.SegPub	-0,1408	-	0,7408	-0,1901	0,8493
	Z.PropUrb	-0,2079	-	0,4559	-0,4560	0,6485
	Z.Pop15a24	0,9692	-	0,3965	2,4444	0,1450
	Z.TxAnalf	-0,6455	-	0,4415	-1,4621	0,1437
	Z.RPC	-0,5748	-	0,448	-1,2830	0,1995
Z.Pop	-2,2952	-	0,5343	-4,2957	0,0002***	
	LR	3972,16		P valor LR (χ^2)	<1e-30	
	Pseudo R^2	0,0491		n	5503	

Nota: Elaborado pelo autor. Um, dois e três asteriscos significa que rejeita-se a hipótese nula com, pelo menos, 10%, 5% e 1% de significância respectivamente. Os erros padrões foram estimados por *bootstrap*.

D Tabelas Auxiliares

Tabela 17 – Categorias do CID-10 caracterizadas como um homicídio

Categoria	Descrição
X85	Agressão por meio de drogas, medicamentos e substâncias biológicas
X86	Agressão por meio de substâncias corrosivas
X87	Agressão por pesticidas
X88	Agressão por meio de gases e vapores
X89	Agressão por meio de outros produtos químicos e substâncias nocivas especificados
X90	Agressão por meio de produtos químicos e substâncias nocivas não especificados
X91	Agressão por meio de enforcamento, estrangulamento e sufocação
X92	Agressão por meio de afogamento e submersão
X93	Agressão por meio de disparo de arma de fogo de mão
X94	Agressão por meio de disparo de espingarda, carabina ou arma de fogo de maior calibre
X95	Agressão por meio de disparo de outra arma de fogo ou de arma não especificada
X96	Agressão por meio de material explosivo
X97	Agressão por meio de fumaça, fogo e chamas
X98	Agressão por meio de vapor de água, gases ou objetos quentes
X99	Agressão por meio de objeto cortante ou penetrante
Y00	Agressão por meio de um objeto contundente
Y01	Agressão por meio de projeção de um lugar elevado
Y02	Agressão por meio de projeção ou colocação da vítima diante de um objeto em movimento
Y03	Agressão por meio de impacto de um veículo a motor
Y04	Agressão por meio de força corporal
Y05	Agressão sexual por meio de força física
Y06	Negligência e abandono
Y07	Outras síndromes de maus tratos
Y08	Agressão por outros meios especificados
Y09	Agressão por meios não especificados

Fonte: Elaboração própria com base nas informações disponibilizadas no site do datasus.