

CIHEM



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

MEMORIAS

ISSN: 978-85-89097-68-0

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

BOGOTÁ, COLOMBIA, 12 AL 15 DE NOVIEMBRE DE 2019





**V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019**



**UNIVERSIDAD DISTRICTAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS**

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA



**V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019**

ISSN: 978-85-89097-68-0

Editores:

GERT SCHUBRING

JHON HELVER BELLO CHÁVEZ

HAROLD VACCA GONZÁLEZ



**UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS**

PRESENTACIÓN

Actualmente es recurrente reflexionar sobre la evolución -o no- de las características de la *sociedad en la que se vive*: aquellas que le han conferido una identidad particular, singular, propia en todo caso.

En esa perspectiva, aparecen múltiples elementos de análisis: el proceso cultural y político que le dio origen; las formas comunicativas por ella asumidas; la génesis y contenidos de la memoria escrita desarrollada y sus formas situadas de transmisión; las relaciones de poder emergidas y la autoridad en la escogencia de lo divulgable y divulgado; los principios para conservar su cohesión en el tiempo; los principios propicios para apelar a la razón y sostenerse en coyunturas específicas. Todas, y más, seguramente emergen cuando se requiere auscultar sistemáticamente la relativa situación local, regional o internacional de una disciplina en tal o cual momento histórico georeferenciado: trasciende, entonces, a su cuerpo conceptual, a su enseñanza o a su aprendizaje.

Desde lo anterior, semejante tarea intelectual ha requerido la creación de comunidad: organización y organizaciones, medios, recursos, información, esfuerzos individuales o colectivos de comunicación, pero en cualquier consideración aparece la necesidad de un escenario para intercambiar, transar, deliberar, escrutar. Tal es el andamiaje que se ha abierto paso en Iberoamérica: conocer y desarrollar caminos científicos para abordar la identidad de la Educación Matemática a partir de la historia de la Educación Matemática, o la Historia y Educación Matemática como herramientas para diseñar una mejor Educación Matemática en nuestras sociedades.

Como consecuencia de lo expuesto, la construcción del escenario académico: **Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática (CIHEM)** ha evoluiconado hacia un evento académico bianual, de carácter científico y tecnológico, continuando la idea de consolidar una comunidad en auge, muy amplia y con diversidad de intereses. Concretar la convergencia de Historiadores, Educadores, Matemáticos, o una integración total o parcial de los anteriores, con la finalidad de divulgar organizadamente resultados de investigación de alto impacto a través de iniciativas institucionales o individuales de distintas comunidades especializadas en Iberoamérica, es un hecho evidenciado por el **CIHEM**.

Los anteriores congresos: 2011 en Covilhã (Portugal); 2013, en Cancún (México); 2015, en Belém do Pará (Brasil); en 2017 en Murcia (España), se han constituido, por lo tanto, en eventos importantes de divulgación y discusión de actividades y proyectos en este refrescante campo de estudios e investigación.

Es así que el interés sobre la Historia de la Educación Matemática (**HEM**) se ha manifestado en estos años a través de diversos indicadores que han implicado socializar comisiones internacionales temáticas, formación y consolidación de grupos de trabajo y de investigación, seminarios, tesis de maestría y doctorado, líneas o mesas temáticas en Educación Matemática, publicaciones de memorias, revistas de investigación, revistas específicas, libros especializados, o números especiales de revistas científicas indexadas.

Es decir: el **CIHEM** además de propiciar el intercambio académico, profesional y disciplinar de los educadores matemáticos Iberoamericanos que tienen como objeto de investigación a

la Historia de la Educación Matemática en estos espacios sociales y políticos bien referenciados, ha auspiciado compartir miradas, posturas, temáticas, y metodologías *validadas* por tales investigadores y grupos de investigación, lo cual garantiza una capacidad de evolución y consolidación a futuro, pensando en escenarios dinámicos propios de la esfera cultural de nuestros pueblos.

En síntesis, y dando continuidad a esta trayectoria, el V Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática 2019 (**V CIHEM 2019**), centralizó su organización en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia, en la Biblioteca Aduanilla de Paiba, del 12 a 15 de noviembre.

Como objetivos, la organización se trazó los siguientes:

1. Integrar Historiadores, Educadores, y Matemáticos, como comunidades nacionales convergentes en numerosos focos de interés académico e investigativo.
2. Profundizar en el intercambio entre investigadores de la Historia de la Educación Matemática en América Latina, en Portugal y España.
3. Dar a conocer las diversas tendencias, perspectivas, temas y metodologías propias de la Historia de la Educación Matemática.
4. Facilitar la producción y difusión de conocimiento en el amplio ámbito de la Historia de la Educación matemática.
5. Promover la formación de grupos de trabajo, de investigación, profundizar la colaboración entre los ya existentes, y actualizar y ampliar la red de Historiadores de la Educación Matemática existente en Iberoamérica.

Los cuales, a través de la amplia convocatoria a nivel nacional e internacional a toda la comunidad académica de historiadores de la Educación Matemática y contando con una alianza institucional e interinstitucional, puede decirse que se cumplieron a cabalidad.

De otro lado, la participación se orientó en dos categorías fundamentales: *Investigación en Historia de la Educación Matemática*; y *la Historia de la Educación Matemática y Educación Matemática*.

Para la primera, se tuvieron temáticas relativas a:

- La **HEM** como campo disciplinar y de investigación: perspectivas, variantes e invariantes.
- Las Fuentes para el estudio de la **HEM**: manuales y libros para el profesorado y el alumnado, Cuadernos, trabajos de alumnos, exámenes, material didáctico, ilustraciones.
- Las Metodologías de investigación en **HEM**.
- La **HEM** y su relación con la Historia de la Matemática.

Para la segunda, se tuvieron temáticas relativas a:

- La transición del conocimiento científico al saber pedagógico.
- La **HEM** en la profesionalización de los educadores matemáticos.
- La **HEM** y narrativas docentes.
- La **HEM** y su relación con los currículos de matemáticas.
- Los Centros de Estudio y Documentación, sus experiencias y organización.

Dado lo anterior, y surtida la acreditación de los asistentes, las palabras protocolarias estuvieron a cargo del Dr. Enrique Forero González, Presidente de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (**ACCEFYN**), organización oferente, a su vez, del Coctel de bienvenida a las delegaciones nacionales e internacionales.

La conferencia inaugural fue dictada por el profesor emérito de la Universidad Nacional de Colombia Dr. Carlos Eduardo Vasco, titulada: **INTERACCIONES ENTRE LAS CONCEPCIONES EPISTEMOLÓGICAS: LA LABOR DE HACER HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS Y LA PRAXIS COTIDIANA DEL EDUCADOR MATEMÁTICO**, en la cual reveló que ... *es oportuno mostrar la estrecha relación entre las teorías filosóficas más abstractas, tanto las ontológicas, antropológicas, gnoseológicas y semiológicas generales como las epistemológicas particulares de las distintas ciencias fácticas y de las ciencias formales o matemáticas con la praxis cotidiana de las personas que nos consideramos también practicantes asiduos, aprendedores permanentes, historiadores curiosos, y educadores, formadores o pedagogos matemáticos cuidadosos y cuidadores de nuestros aprendices.*

En adelante se tuvieron cerca de una veintena de conferencias centrales y cuarenta comunicaciones. Dos paneles, el primero: **líneas de investigación en Historia de la Educación Matemática**, con los Drs. Bertrand Eychenne, Freddy González, Luis Carlos Arboleda y Carlos Vasco; y el segundo: **metodologías en Historia de la Educación Matemática**, con los Drs. Gert Schubring, Wagner Rodrigues Valente, Renaud D'Enfert y Clara Helena Sánchez. Y dos lanzamientos, el primero: la versión en español del libro del profesor Marco Panza (Université Paris 1/Panthéon Sorbonne y Chapman University, USA): **Números. Elementos de matemáticas para filósofos**. Traducción del original en francés, cuyos comentaristas fueron los Drs. Maribel Anacona, Fernando Gálvez, y Luis Carlos Arboleda, de la Universidad del Valle; el segundo: el libro de la Dra. Jeannette Vargas Hernández (Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca, Colombia): **Enseñanza de la función exponencial: investigación y práctica. De la Básica al precálculo en la Universidad**, cuyos comentaristas fueron los Drs. María Teresa González (Universidad de Salamanca, España), y el Dr. Rodolfo Vergel Causado (Doctorado Interinstitucional en Educación (**DIE**)). Se exhibieron una docena de pósteres; y se gozó plenamente de la interacción con todos los invitados acogidos por la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Vale mencionar, además, la posibilidad que se tuvo en el **V CIHEM** de escuchar al profesor Gert Schubring, recién ganador de la **Medalla Hans Freudenthal** con la que la International Commission on Mathematical Instruction –**ICMI**– reconocía su contribución a la

investigación, de más de cuatro décadas, en muchos campos científicos de las Matemáticas, particularmente en *Historia de la Educación Matemática*. El profesor Schubring tituló su conferencia: **EL CONCEPTO DE DECOLONIALIDAD, UN MEDIO PARA ANALIZAR LA HISTORIA INTERNACIONAL DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**, en la cual reveló que... *la enseñanza matemática no solo es parte de la política nacional de cada país y, por lo tanto, también debe analizarse desde el punto de vista del poder, sino que existen movimientos y políticas internacionales que demuestran la importancia de analizar aspectos del poder colonial y las prácticas decoloniales.*

Para finalizar esta presentación de las memorias del evento, afirmar y reiterar la búsqueda - desde la Investigación, la Formación y la Extensión- por consolidar una comunidad académica que emerja y se fortalezca por las necesidades de tener en la memoria colectiva la sistematicidad de los procesos educativos matemáticos como parte de la cultura y el vigor científico de una sociedad que como la colombiana, parte de la comunidad Iberoamericana, lo necesita para terminar de consolidar su entrada a la modernidad.

En el anterior sentido, los reconocimientos a las universidades colombianas: del Valle, Pedagógica Nacional, Nacional de Colombia, Antonio Nariño, de Nariño, Colegio Mayor de Cundinamarca, Konrad Lorenz, Externado de Colombia, del Cauca. Su concurso fue fundamental para el éxito del evento.

Igualmente, reconocer a la **ACCEFYN** su oportuna colaboración. Al Centro de Relaciones Interinstitucionales (**CERI**), al Centro de Investigaciones y Desarrollo Científico (**CIDC**), a la Facultad Tecnológica, a la Dirección de Bienestar Universitario -por la Tuna y su presentación de bienvenida-, al Fondo de Publicaciones -por el diseño y diagramación de la publicidad y certificaciones-. Dependencias de la **UDFJ de C** que, debido a su gestión eficaz y profesional - siempre bajo la orientación de la Vicerrectoría Académica y la Rectoría- resolvieron y actuaron colectivamente para el éxito del **V CIHEM 2019** .

Harold Vacca González

Coordinador General



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

COPYRIGHT

Derechos de Autor y Permiso de Reimpresión:

Se permite extraer partes del libro siempre y cuando se den los créditos a la fuente. Se permite alojar y acceder el material desde los repositorios de las bibliotecas para su uso público y privado, sin costo, para fines académicos no comerciales.

ISSN: 978-85-89097-68-0

Los artículos de esta serie constituyen las **MEMORIAS** del **V CIHEM 2019** mencionado en la portada y en el título.

Los artículos reflejan las opiniones de los propios autores con el propósito de una distribución oportuna; se publican como fueron presentados, salvo circunstancias de originalidad. La inclusión de dichos artículos en esta publicación se entiende posible por la cesión que los autores hicieron de los derechos patrimoniales de los mismos a la organización del evento para efectos exclusivamente académicos, y conservando –en todo caso- para ellos los derechos morales.



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

El equipo estructurado para el **V CIHEM** fue el siguiente: coordinador general; **Comité Organizador Interinstitucional**; **Comité Científico**; **Comité de Programa**; y **Conferencistas Nacionales e Internacionales**.

Coordinador General

Harold Vacca-González. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.

Comité Organizador Interinstitucional

Andrés Chaves Beltrán (Universidad de Nariño – Colombia)

Carlos Alberto Díez Fonnegra (Universidad Konrad Lorenz – Colombia)

Edgar Alberto Guacaneme-Suárez (Universidad Pedagógica Nacional – Colombia)

Fabio Hernando Ortiz-Guzmán (Universidad Externado de Colombia – Colombia)

Gabriela Inés Arbeláez-Rojas (Universidad del Cauca – Colombia)

Gilberto de Jesús Obando-Zapata (Universidad de Antioquia – Colombia)

Harold Vacca-González. (Universidad Distrital Francisco José de Caldas-Colombia)

Jeannette Vargas Hernández (Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca – Colombia)

Jhon Helver Bello-Chávez. (Universidad Distrital Francisco José de Caldas- Colombia)

Jorge Enrique Fiallo-Leal (Universidad Industrial de Santander Colombia)

Luis Carlos Arboleda-Aparicio (Universidad del Valle – Colombia)

Maribel Patricia Anacona (Universidad del Valle – Colombia)

Mauricio Bogoya-López (Universidad Nacional de Colombia – Colombia)

Oswaldo Jesús Rojas-Velázquez (Universidad Antonio Nariño – Colombia)

Yolima Álvarez-Polo (Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Colombia)

Comité Científico

Alexander Maz Machado (U. de Córdoba – España)

Alexandra Rodrigues (**E. P.** Gouveia – Portugal)

Ana Paula Aires (U. de Trás-os-Montes e Alto Douro – Portugal)

Ana Santiago (**ESE** Coimbra | **UIED** – Portugal)

António Domingos (U. Nova de Lisboa – Portugal)

Antonio Vicente Marafioti Garnica (**UNESP** – Brasil)

Antonio Viñao Frago (U. de Murcia – España)

Cecília Costa (**UTAD** – Portugal)

Cecília Monteiro (**I. P.** de Lisboa – Portugal)

Clara Helena Sánchez-Botero (Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales – Colombia)

David Antonio da Costa (**UFSC** – Brasil)

Dilma Gladys Fregona (U. Nacional de Córdoba – Argentina)

Dolores Carrillo Gallego (U. de Murcia – España)

Edgar Alberto Guacaneme-Suárez. (Universidad Pedagógica Nacional – Colombia)

Elisabete Zardo Búrigo (**UFRGS** – Brasil)

Encarna Sánchez Jiménez (U. de Murcia – España)

Gabriela Inés Arbeláez-Rojas (Universidad del Cauca – Colombia)

Helena Henriques (**I. P.** do Porto – Portugal)

Henrique Manuel Guimarães (U. de Lisboa -Portugal)

Iran Abreu Mendes (**UFRN** – Brasil)

Isabel Torres (Perú)

Jaime Carvalho e Silva (U. de Coimbra – Portugal)

Jeannette Vargas Hernández (Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca – Colombia)

José Manuel Matos (U. Nova de Lisboa – Portugal)

Luis Carlos Arboleda (U. del Valle – Colombia)

Luis Carlos Arboleda-Aparicio (Universidad del Valle – Colombia)

Luis Español González (U. de La Rioja – España)

Luis Rico Romero (U. de Granada – España)

Luís Saraiva (U. de Lisboa – Portugal)

Maria Célia Leme da Silva (**UNIFESP** – Brasil)

Mária Cristina Almeida (**UIED** – **AE** Casquilhos, Portugal)

Maria Cristina Araújo de Oliveira (**UFJF** – Brasil)

Maria Ednéia Martins Salandim (**UNESP** – Brasil)

María Falk de Losada (Universidad Antonio Nariño – Colombia)

Maria Laura Magalhães Gomes (**UFMG** – Brasil)

María Teresa González Astudillo (U. de Salamanca – España)
Maribel Patricia Anacona (Universidad del Valle – Colombia)
Miguel Picado Alfaro (U. Nacional de Costa Rica – Costa Rica)
Neuza Bertoni Pinto (**PUC-PR** – Brasil)
Olga Lucia León Corredor (Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Colombia)
Pedro Luis Moreno Martínez (U. de Murcia – España)
Pilar Orús Báguena (U. Jaime I – España)
Tomás Ortega del Rincón (U. de Valladolid – España)
Wagner Rodrigues Valente (**UNIFESP** – Brasil)
Walter Otto Beyer (**UNA** – Venezuela)
Yolima Álvarez-Polo (Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Colombia)

Comité de Programa

Andrés Chaves Beltrán (Universidad de Nariño – Colombia)
Asdrúbal Moreno-Mosquera (Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Colombia)
Carlos Alberto Díez Fonnegra (Universidad Konrad Lorenz – Colombia)
Carmen Leonor Pulido-Segura (Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Colombia)
Clara Helena Sánchez-Botero (Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales – Colombia)
Edgar Alberto Guacaneme-Suárez (Universidad Pedagógica Nacional – Colombia)
Edilberto Sarmiento-Sarmiento (Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Colombia)
Fabio Hernando Ortiz-Guzmán (Universidad Externado de Colombia – Colombia)
Gabriela Inés Arbeláez-Rojas (Universidad del Cauca – Colombia)
Gilberto de Jesús Obando-Zapata (Universidad de Antioquia – Colombia)
Jaime Francisco Pantoja-Benavides (Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Colombia)
Javier Alberto Olarte-Torres (Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Colombia)
Jeannette Vargas Hernández (Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca – Colombia)
Jhon Helver Bello-Chávez. (Universidad Distrital Francisco José de Caldas- Colombia)
Jorge Adelmo Hernández-Pardo (Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Colombia)
Jorge Enrique Fiallo-Leal (Universidad Industrial de Santander Colombia)

Juan Nepomuceno Zambrano-Caviedes (Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Colombia)

Luis Carlos Arboleda-Aparicio (Universidad del Valle – Colombia)

Maribel Patricia Anacona (Universidad del Valle – Colombia)

Olga Lucia León Corredor (Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Colombia)

Osvaldo Jesús Rojas-Velázquez (Universidad Antonio Nariño – Colombia)

Pablo Andrés Acosta-Solarte (Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Colombia)

Wilmar Alberto Díaz-Ossa (Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Colombia)

Yolima Álvarez-Polo (Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Colombia)

Conferencistas centrales internacionales

María Teresa González Astudillo (España)

Fredy Enrique González (Venezuela)

Gert Schubring (Alemania, Brasil)

Wagner Rodrigues Valente (Brasil)

José Manuel Leonardo Mattos (Portugal)

Renaud d'Enfert (Francia)

Bertrand Eychenne (Francia)

Conferencistas centrales nacionales

Carlos Eduardo Vasco (Profesor Emérito Universidad Nacional de Colombia)

Clara Helena Sánchez (Universidad Nacional de Colombia)

Luis Carlos Arboleda (Universidad del Valle)

María Falk de Losada (Universidad Antonio Nariño)

Edgar Alberto Guacaneme Suárez (Universidad Pedagógica Nacional)

Lorena María Rodríguez Rave (Universidad de Antioquia)

Andrés Chaves Beltrán (Universidad de Nariño)

Gloria Inés Neira Sanabria, Colombia (Universidad Distrital Francisco José de Caldas)

Weimar Muñoz Villate (Universidad Distrital Francisco José de Caldas)

Jaime Humberto Romero (Universidad Distrital Francisco José de Caldas)

Jhon Helver Bello (Universidad Distrital Francisco José de Caldas)

Wilson Gordillo Thiriat (Universidad Distrital Francisco José de Caldas)

Para la Logística general se contó con cerca de una veintena de estudiantes de la Facultad Tecnológica de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, particularmente los programas de Tecnología en Electrónica, Ingenierías en Control, y en Telecomunicaciones, coordinados por Paola Molina, Ingrith Guevara, y Angie Paola Obando. Especial reconocimiento para el estudiante de Ingeniería en Control y Automatización Manuel Alejandro Góngora Reyes quien realizó la diagramación y organización del presente texto y fungió como Web master administrando la página del **V CIHEM 2019**: <https://comunidad.udistrital.edu.co/cihem/>



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

ÍNDICE GENERAL

| | |
|--|-----------|
| I. Conferencias centrales | 18 |
| Interacciones entre las concepciones epistemológicas, la labor de hacer Historia de las Matemáticas y la praxis cotidiana del Educador Matemático..... | 19 |
| Consideraciones históricas para la enseñanza de la derivada..... | 20 |
| La internacionalización de la Matemática polaca..... | 21 |
| Relaciones entre Historia de las Matemáticas y formación de ingenieros: el caso del Teorema Fundamental del Cálculo..... | 22 |
| Carlo Federici pionero de la Educación Matemática..... | 24 |
| O conceito de decolonialidade: um meio para analisar a História Internacional do Ensino da Matemática..... | 25 |
| Visões da modernidade: a Matemática moderna nos diários de Lisboa..... | 26 |
| Elementa curvarum linearum: más Apolonio que Descartes..... | 27 |
| Sociohistoria de la Educación Matemática venezolana: elementos para un balance actualizado..... | 28 |
| Algunas consideraciones históricas y epistemológicas sobre límite y derivada..... | 29 |
| Una breve historia de las Olimpiadas de Matemáticas Iberoamericanas desde una perspectiva colombiana..... | 31 |
| Historia de la Matemática en la historia de la Enseñanza del Álgebra..... | 32 |
| La introducción del movimiento <i>New Math</i> en Colombia..... | 33 |
| Los problemas en el tratado de Geometría Analítica de Juan Cortázar..... | 35 |
| El profesor de Matemáticas en Colombia 1998-2018: del saber científico al conocimiento especializado..... | 36 |
| II. Investigación en Historia de la Educación Matemática | 38 |
| Historia de las Matemáticas: incidencia en la formación de profesores..... | 39 |
| Sistemas de medición de tierras y su relación con la restitución de tierras en Colombia: una visión desde la Historia de la Educación Matemática..... | 48 |

| | |
|--|-----|
| Recursos didácticos que favorecen la resolución de Problemas Geométricos | 57 |
| Aprendizaje creativo a través de las Inferencias Lógicas | 69 |
| Uso de Historia en el Currículo escolar de Matemáticas de Costa Rica: diseño e implementación..... | 82 |
| Desenvolvendo a Geometria Analítica enquanto tópico escolar | 97 |
| Enseñanza de Matemáticas en Colombia y Venezuela en el siglo XIX: un estudio de caso del concepto de transmisión de idea | 110 |
| La comunidad colombiana de Educación Matemática: diversidad y evolución | 124 |
| Fontes para a escrita da História da Educação Matemática paranaense | 139 |
| El contador mecánico de Pestalozzi y su aplicación en el aula por los profesores de Alagoas/Brasil | 150 |
| O concreto e o abstrato lidos nos manuais didáticos de geometria do início do século XX..... | 159 |
| Albores de la Investigación en Educación Matemática en Colombia..... | 173 |
| Recorrido histórico de las subseries de la Serie Armónica..... | 189 |
| Pedagogia de la imaginación: diálogo de imaginaciones en la Enseñanza del Razonamiento Matemático..... | 196 |
| Potencialidades educativas de la Historia en la Educación Matemática | 209 |
| Programa de asistencia a la docencia en la graduación: dificultades de los pasantes en Cálculo I..... | 218 |
| <i>Matemáticas</i> sistematizadas por Irene de Albuquerque no manual “ <i>Metodologia da Matemática</i> ” (1951)..... | 230 |
| Uma análise do “ <i>Manual Matemática</i> ” na escola primária..... | 243 |
| Geometría dinámica y la cuadratura del círculo en Hobbes..... | 258 |
| Aspectos históricos de la Reforma Matemática en Colombia | 265 |
| Influências de José Bosco no Ensino de Matemática catarinense | 266 |
| Produção acadêmica na História da Educação Matemática no Brasil | 272 |
| Teorema de Pitágoras su historia, demostraciones e impacto en la Educación Matemática..... | 278 |
| El Currículo de Matemática en educación primaria de Panamá y Japón: área Aritmética (1° a 3°).... | 288 |

| | |
|--|------------|
| La Historia de la Matemática en el aprendizaje del Cálculo Diferencial: una experiencia de aula | 294 |
| A Matemática recreativa numa revista portuguesa em finais do século XIX..... | 296 |
| Los Números Reales y la noción de convergencia: una historia de su Enseñanza a través de algunos textos universitarios..... | 312 |
| Historia de la Educación Matemática en Colombia a través de la revista <i>Quipu</i> y el conocimiento del profesor de matemáticas: un meta estudio de artículos de Historia de las Matemáticas en Colombia | 313 |
| III. Historia de la Educación Matemática y Educación Matemática | 314 |
| Direção da aprendizagem em Matemática – saberes para Ensinar Matemática no Instituto de Educação Eeneral Flores da Cunha..... | 315 |
| A Matemática por militares maranhenses no período oitocentista | 326 |
| Análise Matemática na faculdade de filosofia da Bahia: um curso superior do ponto de vista elementar, 1943-1968..... | 337 |
| La Enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral en España: un análisis de los libros de texto del siglo XVIII..... | 345 |
| Lugar de Geometría en el currículo de la Escuela Normal maceioense | 358 |
| La disciplina dibujo en la Escuela Normal de Maranhão | 369 |
| Sección del centro de decromentación pedagógica: una caracterización de la Aritmética para enseñar | 381 |
| Historia de la profesionalización de profesores que enseñan Matemática: una lectura de la producción de enem - Reunión Nacional de la Educación Matemática (1987-2017)..... | 391 |
| Os saberes para Ensinar Matemática: a prática de ensino na formação | 404 |
| Documentos escolares com problemas: uma análise dos saberes profissionais (São Paulo, 1940-1950) | 418 |
| Alda Lodi y la circulación de los Saberes Matemáticos | 430 |
| La influencia del Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique en la educación secundaria en la España posterior a la guerra civil..... | 442 |
| Enseño de Matemática en clases multigrado del RN , Brasil..... | 456 |

| | |
|---|------------|
| Formação matemática para a Educação Básica no Brasil: um recorte da trajetória | 468 |
| Los materiales didácticos utilizados para la Enseñanza de Aritmética | 482 |
| Relatos colectivos: testimonio, experiencia y historia..... | 502 |
| Cadernos de Aritmética de estudiantes brasileiros (1950-1970)..... | 512 |
| Historia de las Matemáticas en Colombia a través de la revista <i>Quipu</i> y la relación conocimiento de profesor de matemáticas-Historia de las Matemáticas | 517 |
| A álgebra no ensino primário em propostas estadunidenses..... | 519 |
| Espaços de formação e modernização do Ensino de Matemática | 525 |
| Concepciones sobre la Historia de las Matemáticas en primaria..... | 537 |
| El concepto de número real en las prácticas matemáticas: una breve historia por los estructuralismos del siglo XX. | 538 |
| La noción de Número Natural desde una perspectiva estructuralista: la tensión entre estructura, intuición y platonismo | 540 |
| Reconocimiento al trabajo de profesores de Matemática cubanos..... | 541 |
| IV.Registro fotográfico | 560 |





V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019

CONFERENCIAS CENTRALES



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

INTERACCIONES ENTRE LAS CONCEPCIONES EPISTEMOLÓGICAS: LA LABOR DE HACER HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS Y LA PRAXIS COTIDIANA DEL EDUCADOR MATEMÁTICO

INTERACTIONS BETWEEN EPISTEMOLOGICAL CONCEPTIONS: THE WORK OF MAKING MATHEMATICAL HISTORY AND THE DAILY PRACTICE OF THE MATHEMATICAL EDUCATOR

*Carlos Eduardo Vasco-Uribe**

Resumen: en un país en donde la Vicepresidenta de la República y Directora de la Nueva Misión de Sabios sostiene públicamente que la teoría pura es sola una *vanidad* de los que se creen muy sabios, es oportuno mostrar la estrecha relación entre las teorías filosóficas más abstractas, tanto las ontológicas, antropológicas, gnoseológicas y semiológicas generales como las epistemológicas particulares de las distintas ciencias fácticas y de las ciencias formales o matemáticas con la praxis cotidiana de las personas que nos consideramos también practicantes asiduos, aprendedores permanentes, historiadores curiosos, y educadores, formadores o pedagogos matemáticos cuidadosos y cuidadores de nuestros aprendices. En la conferencia se tratan estas relaciones a través de tres ejemplos de esa praxis pedagógica cotidiana, derivados de varias tesis doctorales que he dirigido en los últimos diez años: la enseñanza y el aprendizaje de los fraccionarios, quebrados o fracciones de los grados 4º y 5º; del álgebra de los grados 8º y 9º, y de la geometría analítica y el cálculo de los grados 10º y 11º y los dos primeros semestres de la universidad.

Palabras clave: interacciones, Epistemología de la ciencia, Educación matemática, Historia de las matemáticas y práctica matemática.

Abstract: in a country where the Vice President of the Republic and Director of the New Mission of Wise Men publicly maintains that pure theory is only a *vanity* of those who believe themselves to be very wise, it is opportune to show the close relationship between the most abstract philosophical theories, both ontological and anthropological, The aim of this project is to develop a series of general gnoseological and semiological studies as well as the particular epistemological studies of the different factual sciences and the formal or mathematical sciences with the daily practice of people who also consider themselves to be assiduous practitioners, permanent learners,

* Licenciado en Filosofía y Letras, Pontificia Universidad Javeriana, Colombia. Doctorado en Matemáticas, Universidad de Saint Louis, Estados Unidos. Profesor Emérito y Doctor *Honoris Causa*, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia. E-mail: carlosevasco@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5752-6474>.

curious historians, and educators, trainers or mathematical pedagogues who care for and look after our apprentices. In the conference, these relationships are dealt with through three examples of this daily pedagogical practice, derived from several doctoral theses that I have directed in the last ten years: the teaching and learning of fractionals, fractions of 4th and 5th grades; of algebra in 8th and 9th grades, and of analytical geometry and calculus in 10th and 11th grades and the first two semesters of university.

Key Words: interactions, Epistemology of science, mathematics Education, History of mathematics and mathematical practice.

CONSIDERACIONES HISTÓRICAS PARA LA ENSEÑANZA DE LA DERIVADA

HISTORICAL CONSIDERATIONS FOR THE TEACHING OF THE DERIVATIVE

V *Wilson Gordillo-Thiriat* Wilson Jairo Pinzón-Casallas*** DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019

Resumen: se presentan algunos métodos desarrollados a través de la historia para encontrar derivadas desde Apolonio de Perga hasta Cauchy; luego, se proponen itinerarios para la introducción de la derivada en el plan de estudios: abordando posiciones de la teoría de la Acción, Proceso, Objeto y Esquema (APOE); y las herramientas propuestas por el conocido como el enfoque Onto-Semiótico (EOS), para los elementos de la derivada antes del límite y los límites antes de las derivadas. A partir de estos, se plantean representaciones semióticas que permiten abordar la derivada (numérica, algebraica, formal, geométrica, infinitesimal, aproximación afín local, variacional y computacional), encontrándose que el concepto, como se enseña en la actualidad, no coincide con el desarrollo de su

* Licenciado en Matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Magíster en Docencia de las Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional, Colombia. Doctor en Educación Matemática, Universidad de Los Lagos, Chile. Profesor Asociado de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. E-mail: wgordillot@udistrital.edu.co. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3856-4691>.

** Licenciado en Matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Magíster en Docencia de las Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional, Colombia. Profesor Asociado de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. E-mail: wjpinzonc@udistrital.edu.co. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0258-6810>.

génesis y que una forma de comprender el concepto de derivadas es a partir del uso de tratamientos y conversiones de registros de representación.

Palabras clave: enseñanza de la derivada, Acción-Proceso-Objeto-Esquema, enfoque Onto-Semiótico, representaciones.

Abstract: some methods that were developed throughout history to find derivatives from Apolonio de Perga to Cauchy are presented; then itineraries are proposed for the introduction of the derivative in the curriculum: addressing positions of the theory of Action, Process, Object and Scheme (APOE); and the tools proposed by the known as the Onto-Semiotic Approach (OSA), for elements of the derivative before the limit and limits before derivatives, from these, semiotic representations are proposed that allow to approach the derivative (numerical, algebraic, formal, geometric, infinitesimal, local, variational and computational related approximation), finding that the concept as taught today does not coincide with the development of its genesis and that a way of understanding the concept of derivatives from the use of treatments and conversions of registers of representation.

Key Words: derivative teaching, Action-Process-Object-Scheme, Onto-Semiotic approach, representations.

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019

LA INTERNACIONALIZACIÓN DE LA MATEMÁTICA POLACA

THE INTERNATIONALIZATION OF POLISH MATHEMATICS

Andrés Chaves-Beltrán Vicente Erdulfo Ortega-Patiño***

Resumen: se presenta una historiografía de la Matemática polaca centrándose en el periodo *Entreguerras*, durante el cual centros matemáticos como Varsovia y Leópolis pasaron de ser consideradas periferias matemáticas a centros de investigación de punta. En concreto, se analizarán los factores, internos y externos a las matemáticas, que incidieron para que la Matemática polaca

* Matemático, Universidad del Valle, Colombia. Magister en Ciencias Matemáticas, Universidad del Valle, Colombia. Doctor en Historia de la Ciencia, Universidad Autónoma de Barcelona, España. Docente Universidad de Nariño, Colombia. E-mail: ancbel@yahoo.es. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7505-4159>

** Licenciado en Matemáticas, Universidad de Nariño, Colombia. Magister en Educación Matemática, Universidad del Valle, Colombia. Docente Universidad de Nariño, Colombia. E-mail: veortegap@hotmail.com.

lograra reconocimiento internacional entre 1918 y 1939. Los factores a destacar son los siguientes: un alto grado de sentimiento nacionalista, la publicación en idiomas internacionales (para la época: francés, alemán, italiano e inglés) y la especialización en una rama de las matemáticas como la teoría de conjuntos, que por entonces estaba en proceso de consolidación. Finalmente se presentará una reflexión sobre qué aspectos del modelo polaco deben tenerse en cuenta en una periferia matemática para obtener un reconocimiento o impacto a nivel de diversas comunidades. Los resultados presentados son extraídos de la tesis doctoral de A. Chaves (2014).

Palabras clave: periodo *Entreguerras*, Sierpinski, Teoría de conjuntos, Matemática polaca.

Abstract: a historiography of polish Mathematics is presented focusing on the *Entreguerras*, period during wich Mathematical centers such as Warsaw and Lviv went from being considered mathematical peripheries to leading research centers. Specifically, the factors, internal and external to mathematics, which affected Polish mathematics achieved international recognition between 1918 and 1939 is analyze. The factors to highlight are the following: a high degree of nationalist sentiment, publication in international languages (for the time: French, German, Italian and English) and specialization in a branch of mathematics such as set theory, which at the time was in the process of consolidation. Finally, a reflection will be presented on which aspects of the polish model should be taken into account in a mathematical periphery to obtain recognition or impact at the level of various communities. The indicated results are extracted from the doctoral thesis of A. Chaves (2014).

Key Words: *Entreguerras* period, Sierpinski, set Theory, polish Mathematics.

RELACIONES ENTRE HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS Y FORMACIÓN DE INGENIEROS: EL CASO DEL TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO

RELATIONS BETWEEN HISTORY OF MATHEMATICS AND TRAINING OF ENGINEERS: THE CASE OF THE FUNDAMENTAL THEOREM OF CALCULUS

Weimar Muñoz-Villate *

* Matemático, Universidad Nacional de Colombia, Colombia. Magister en Docencia e Investigación Universitaria, Universidad Sergio Arboleda, Colombia. Profesor Universidad de La Salle y Estudiante Doctoral del **DIE**, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. E-mail: wmunozv@correo.udistrital.edu.co. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4947-5600>

Resumen: integrar aspectos históricos y epistemológicos de las matemáticas de Newton y Leibniz en lo que actualmente conocemos como Teorema Fundamental del Cálculo (**TFC**), permite mejorar la accesibilidad (entendiéndola en el contexto universitario como una *herramienta para la preparación de profesionales* (Castiblanco & León, 2018)) de los estudiantes de ingeniería a este concepto matemático, por cuanto Newton y Leibniz se relacionaron con este teorema como un resultado que emergió al resolver un problema (Bressoud, 2011; Guicciardini, 2008; Panza, 2000), en concordancia con la necesidad de la ingeniería de diseñar artefactos que funcionaran en la práctica, cumpliendo con el propósito y especificaciones que lo motivaron (Olaya, 2013). En efecto, para Newton el TFC emergió cuando el algoritmo inverso que resuelve el problema de las tangentes resolvió el problema de las áreas, (Panza, 2000). Para Leibniz las cosas fueron diferentes, su Cálculo inició con la idea que la suma y la diferencia son operaciones inversas (Katz, 2008, p. 572); sin embargo, pudo encontrar el área bajo una curva construyendo una curva auxiliar cuya pendiente es proporcional a la altura de la curva original (Bressoud, 2011). Este escrito, busca colaborar con el tránsito del conocimiento científico de Newton y Leibniz al saber pedagógico actual (Fauvel & Van Maanen, 2002; Roy, 2006), proponiendo una nueva entrada vía las ideas geométricas, dinámicas y algorítmicas de estos dos genios matemáticos, adaptadas a la notación moderna y utilizando el software Geogebra (Clark & Schorcht, 2018; Fauvel & Van Maanen, 2002).

Palabras clave: Teorema Fundamental del Cálculo, accesibilidad, Newton, Leibniz.

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019

Abstract: integrating historical and epistemological aspects of Newton and Leibniz's mathematics to what is generally known as Fundamental Theorem of Calculus (**FTC**), allows to improve accessibility to engineering students (understanding it in the university context as *a tool for the preparation of professionals* (Castiblanco & León, 2018)) to this mathematical concept, indeed, the way Newton and Leibniz found this theorem was a result that emerged when they were solving a problem (Bressoud, 2011; Guicciardini, 2008; Panza, 2000) this is in conformity with the need of engineering to design artifacts that work in practice, fulfilling the purpose and specifications that motivated it (Olaya, 2013). Certainly, for Newton the FTC was born when the inverse algorithm that solves the problem of tangents, solved the problem of areas, (Panza, 2000). For Leibniz FTC was different, since his original idea of calculus was the addition and the difference are inverse operations (Katz, 2008, p. 572), he could find the area beneath a curve; he demonstrates how to construct an auxiliary curve for which the slope is proportional to the height of the original curve (Bressoud, 2011). This paper, seeks to collaborate with the transit of the scientific knowledge of Newton and Leibniz to the current pedagogical knowledge (Fauvel & Van Maanen, 2002; Roy, 2006), by proposing a new entry, via the geometric, dynamic and algorithmic ideas of these two geniuses mathematicians, adapted to modern notation and using Geogebra software (Clark & Schorcht, 2018; Fauvel & Van Maanen, 2002).

Key Words: Fundamental Theorem of Calculus, accessibility, Newton, Leibniz.

CARLO FEDERICI: PIONERO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA

CARLO FEDERICI: PIONEER OF MATHEMATICS EDUCATION IN COLOMBIA

*Clara Helena Sánchez-Botero**

Resumen: creo no equivocarme al afirmar que el arribo a Bogotá, la víspera del 9 de abril de 1948, del profesor italiano Carlo Federici Casa (1906-2005) marcó un punto de corte en la historia de las matemáticas en Colombia. Llegó a ser parte de la antigua Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional, instancia creada apenas un año antes con el fin de estimular el estudio de las ciencias en nuestro país. Llegó con la esperanza de dedicarse al estudio de la lógica, desconociendo la realidad del estado de la ciencia y en particular de la Matemática en Colombia. En varios documentos hemos destacado su labor como fundador de la primera carrera de matemáticas. Su trabajo en pro de *bajar la matemática del pedestal en la que la tenían los ingenieros*, como afirmó Carlos Lemoine uno de los primeros graduados, no se limitó a la formación de matemáticos, sino que dedicó buena parte de sus esfuerzos para mejorar la enseñanza de la matemática en los niveles básico y medio de formación. Le correspondió, entre otras tareas, liderar la introducción de la Matemática moderna en esos niveles. En el nivel universitario realizó varios cursos sobre lógica y metodología un primer paso en la enseñanza de la lógica en Colombia. En esta charla me propongo hacer un homenaje, en un Congreso dedicado a la Historia de la Educación Matemática en Iberoamérica, a quien merece un lugar muy importante en esa historia.

Palabras clave: Historia de la Matemática, Carlo Federici, enseñanza de la Matemática, Matemática moderna.

Abstract: i believe I am not mistaken when I say that the arrival of Italian professor Carlo Federici Casa (1906-2005) in Bogotá on the eve of April 9, 1948 marked a turning point in the history of mathematics in Colombia. He became part of the former Faculty of Science of the National University, an institution created just a year earlier with the aim of stimulating the study of science in our country. He arrived with the hope of dedicating himself to the study of logic, ignoring the reality of the state of science and in particular of mathematics in Colombia. In several documents we have highlighted his work as the founder of the first mathematics degree. His work to *take mathematics down from the pedestal on which engineers had it*, as Carlos Lemoine, one of the first graduates, stated,

* Matemática, Universidad Nacional de Colombia, Colombia. Doctora en Lógica y Filosofía de la Ciencia, **UNICAMP**, Brasil. Miembro correspondiente de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Colombia. E-mail: chsanchezb@unal.edu.co. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2044-5667>

was not limited to the training of mathematicians, but he dedicated a good part of his efforts to improve the teaching of mathematics at the basic and intermediate levels of education. It was his responsibility, among other tasks, to lead the introduction of modern Mathematics at these levels. At the university level, he took several courses on logic and methodology, a first step in the teaching of logic in Colombia. In this talk, I propose to make a tribute, in a Congress dedicated to the history of mathematical education in Latin America, to someone who deserves a very important place in that history.

Key Words: History of Mathematics, Colombia, teaching of Mathematics, modern Mathematics.

O CONCEITO DE DECOLONIALIDADE: UM MEIO PARA ANALISAR A HISTÓRIA INTERNACIONAL DO ENSINO DA MATEMÁTICA

THE CONCEPT OF DECOLONIALITY: A WAY TO ANALYZE THE INTERNATIONAL HISTORY OF MATHEMATICS EDUCATION

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019
*Gert Schubring**

Resumen: este artigo propõe o uso do conceito de descolonialidade de Catherine Walsh para estudar as relações entre processos globais de colonialidade do poder e práticas descoloniais, com base em histórias locais. O conceito denuncia as práticas da colonialidade em vigor mesmo após o final da era do colonialismo e quer enfatizar e fortalecer as práticas de descolonização. A existência da matemática universal é questionada e estudada através de exemplos históricos, práticas educacionais da colonialidade e descolonialidade. Finalmente, a partir desses conceitos, a existência de novos elementos colonizadores, como o sistema avaluativo, é discutida a partir do teste do **PISA**.

Palabras clave: colonialidade, descolonialidade, práticas de descolonização, matemática universal

Abstract: this article proposes the use of Catherine Walsh's concept of decoloniality to study the relationships between global processes of coloniality of power and decolonial practices, based on local histories. The concept denounces the practices of coloniality in force even after the end of the era of colonialism and wants to emphasize and strengthen decolonization practices. The existence of

* Matemático, Universidad de Bonn, Alemania. Doctor en matemáticas, Universidad de Bielefeld, Alemania. Profesor Universidad de Bielefeld, Alemania; y Universidad Federal do Rio de Janeiro, Brasil, E-mail: gert.schubring@uni-bielefeld.de. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4093-1091>

universal mathematics is questioned and studied through historical examples, educational practices of coloniality and decoloniality. Finally, from these concepts, the existence of new colonizing elements such as the evaluative system is argued from the **PISA** test.

Key Words: coloniality, decoloniality, decolonization practices, universal mathematics.

VISÕES DA MODERNIDADE: A MATEMÁTICA MODERNA NOS DIÁRIOS DE LISBOA

VISIONS OF MODERNITY: MODERN MATHEMATICS IN LISBON DIARIES

*José Manuel Matos**

Resumen: as propostas de renovação do ensino da matemática ocorrem em todos os graus de ensino portugueses, especialmente durante a década de 1960. As suas ideias, no entanto, exercem uma influência que vai para lá da esfera educacional e o estudo dos jornais diários de Lisboa permite-nos observar as reações de diferentes correntes de opinião. Apesar da vigilância da censura prévia em vigor na época, conseguimos descortinar nas notícias daqueles periódicos duas grandes perspectivas. Por vezes, a reforma é vista como sinónimo de modernidade, de progresso e de desenvolvimento. Noutros momentos, trata-se de uma inevitabilidade a ser adoptada com as maiores cautelas. Observamos ainda, da parte de alguns matemáticos e educadores, o gradual desencanto à medida que se vai compreendendo o desajuste das novas propostas curriculares à realidade escolar. .

Palabras clave: ensino da Matemática, diários de Lisboa, propostas curriculares, História da Educação.

Abstract: proposals to renew the teaching of mathematics occur at all levels of Portuguese education, especially during the 1960s. Their ideas, however, exert an influence that goes beyond the educational sphere and the study of Lisbon's daily newspapers allows us to observe the reactions of different currents of opinion. Despite the vigilance of previous censorship in force at the time, we were able to discover in the news of those periodicals two great perspectives. At times, reform is seen as synonymous with modernity, progress and development. At other times, it is an inevitability to be adopted with the utmost caution. We also observe, on the part of some mathematicians and

* Licenciado en Matemática, Universidad de Lisboa, Portugal. Doctorado en Educación Matemática, Universidad de Georgia, Estados Unidos. profesor visitante en la Universidad Federal de Juiz de Fora, Brasil. E-mail: jmm@fct.unl.pt. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2809-6561>

educators, the gradual disenchantment as the new curricular proposals are understood to be out of step with the school reality.

Key Words: teaching of Mathematics, Lisbon diaries, curricular proposals, History of Education.

ELEMENTA CURVARUM LINEARUM: MÁS APOLONIO QUE DESCARTES

ELEMENTA CURVARUM LINEARUM: MORE APOLLONIUS THAT DESCARTES

*Jhon Helver Bello-Chávez**

Resumen: este documento muestra un análisis sobre el segundo libro de “*Elementa Curvarum Linearum*” escrito por Jan de Witt, publicado por primera vez en la segunda edición de la “*Geometría*” (R. Descartes 1659-1661). Este escrito es considerado por algunos historiadores como el primer libro de texto de geometría analítica. Se estudia la influencia del trabajo realizado por Apolonio en su libro *cónicas*, específicamente se debate el uso y la interpretación que hace el autor de los diagramas. También se estudia la influencia de la “*Geometría*” (R. Descartes, 1637), el desarrollo del método analítico y la generación de curvas por medio de movimiento. Algunas proposiciones fueron versiones renovadas en términos de las matemáticas del siglo XVII, usaron simbología, técnicas algebraicas y se clasificaron curvas por medio de sus representaciones simbólicas. El libro de texto está organizado por capítulo para cada cónica, la primera parte está dedicada a las propiedades de la curva que se estudió, en estas proposiciones se ve un trabajo más cercano a Apolonio, la cónica no se genera, se supone su existencia, su naturaleza es geométrica. La segunda parte, soluciona problemas, en algunas ocasiones se usó el método analítico. El estudio concluye que, aunque el libro de texto se publicó en la segunda edición de la “*Geometría*” la génesis de las curvas sigue siendo geométrica. Las cónicas aparecen como objetos de estudio en acto inmersas en la práctica simbólica y algebraica característica de la época.

Palabras clave: historia de la Geometría, textos antiguos, diagramas, Método Cartesiano, cónicas.

* Licenciado en Matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Magister en Docencia de las Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional, Colombia. Candidato a Doctor en Educación, Universidad del Valle, Colombia. Profesor, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. E-mail: jhonhelver@gmail.com jhbelloc@udistrital.edu.co. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4370-9995>.

Abstract: this document shows an analysis of the second book by “*Elementa Curvarum Linearum*” written by Jan de Witt, first published in the second edition of “*Geometry*” (R. Descartes 1659-1661). This writing is considered by some historians as the first textbook of analytical geometry. The influence of the work done by Apollonius in his Conics book is studied, specifically the use and interpretation made by the author of the diagrams is discussed. The influence of “*Geometry*” (R. Descartes, 1637), the development of the analytical method and the generation of curves through movement are also studied. Some propositions were renewed versions in terms of mathematics of the fifteenth century, used symbology, algebraic techniques and curves were classified by means of their symbolic representations. The textbook is organized by chapter for each conic, the first part is dedicated to the properties of the curve that was studied, in these propositions a work closer to Apollonius is seen, the conic is not generated, its existence is assumed, and its nature is geometric. The second part solves problems, sometimes the analytical method was used. The study concludes that, although the textbook was published in the second edition of “*Geometry*”, the genesis of the curves remains geometric. The conics appear as objects of study in act immersed in the symbolic and algebraic practice characteristic of the time.

Key Words: history of Geometry, ancient texts, diagrams, Cartesian Method, conics.

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019

**SOCIOHISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA VENEZOLANA: ELEMENTOS PARA UN
BALANCE ACTUALIZADO**

***SOCIOHISTORY OF VENEZUELAN MATHEMATICAL EDUCATION: ELEMENTS FOR AN UPDATED
BALANCE***

Fredy Enrique González*

Resumen: este documento contribuye con una reconstrucción histórica del proceso de constitución, como campo disciplinario, de la Educación Matemática en Venezuela. Tiene la pretensión de aportar información que haga posible la elaboración de una respuesta aceptable a la interrogante: *¿Cómo hemos llegado hasta aquí?* , en relación con la situación de la Educación Matemática en este país. Se trata de apreciar desde una perspectiva actual, los acontecimientos, situaciones y procesos que han tenido lugar durante el pasado histórico venezolano, así como también aquellos que están ocurriendo actualmente, asociados con los

* MSc. En Matemática, mención docencia, y Doctorado en Educación, Universidad de Carabobo, Venezuela. Profesor Visitante en la Universidad Federal de Rio Grande do Norte, Brasil. E-mail: fredygonzalezdem@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8079-3826>.

procesos de formación en Matemática de los ciudadanos venezolanos, y con las circunstancias que han propiciado la emergencia, desenvolvimiento y consolidación de las prácticas y reflexiones teóricas sobre dichos procesos y que han permitido su conversión en un campo académico con especificidades propias.

Palabras clave: Sociohistoria, Educación Matemática, Venezuela, práctica matemática, campo académico.

Abstract: this document contributes to a historical reconstruction of the constitution process, as a disciplinary field, of Mathematical Education in Venezuela. It is intended to provide information that makes it possible to develop an acceptable answer to the question: *how have we got here?*, in relation to the situation of Mathematical Education at this country. It is about appreciating from a current perspective, the events, situations and processes that have taken place during the Venezuelan historical past, as well as those that are currently happening, associated with the processes of training in Mathematics of Venezuelan citizens, and with the circumstances that have led to the emergence, development and consolidation of practices and theoretical reflections on these processes and that have allowed their conversion into an academic field with its own specificities.

Key Words: Sociohistory, Mathematical Education, Venezuela, mathematical practice, academic field

ALGUNAS CONSIDERACIONES HISTÓRICAS Y EPISTEMOLÓGICAS SOBRE LÍMITE Y DERIVADA

SOME HISTORICAL AND EPISTEMOLOGICAL CONSIDERATIONS ON LIMIT AND DERIVATIVE

*Gloria Inés Neira-Sanabria **

Resumen: el concepto de límite es uno de los más complejos de las matemáticas que se enseñan en los cursos de las carreras universitarias; en tal sentido, es de esperarse tropiezos de los estudiantes, dadas las complicaciones que Newton y Leibniz no lograron sobrepasar -como lo muestra Neira en su tesis doctoral-. Uno y otro procedían intuitivamente, por lo que del mismo modo habría que proceder inicialmente en los cursos de Cálculo, en los que se emplean expresiones como *tenderá, acercarse*, y otras por el estilo que deberían desaparecer

* MSc. En Ciencias Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia, Colombia. PhD. En Educación, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Docente Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. E-mail: gineiras@correo.udistrital.edu.co.

progresivamente del lenguaje del estudiante a medida que madure bien el manejo del proceso. Históricamente, el retiro de tales expresiones ha sido forzado por la mejor comprensión del proceso: Cauchy respecto de Newton, o Weierstrass respecto de Newton y Cauchy. Ciertamente el curso de Cálculo no es un curso de historia, pero el profesor que conoce el concepto genéticamente está más preparado para el desarrollo de sus estudiantes en dicho aprendizaje que aquel que basa su enseñanza en el conocimiento refinado del cálculo y reduce su enseñanza al esquema: definición, teorema, demostración. Por lo anterior, en el documento se presentan algunos de los problemas del Cálculo Diferencial tratados por Newton: fluxiones, fluentes (cantidades que varían con respecto al tiempo), que actualmente equivalen a hallar la derivada y hallar la primitiva de una función dada; y las ideas fundamentales que guiaron a Leibniz en su creación del Cálculo Diferencial: la construcción de una *Characteristica generalis*, un incipiente Cálculo Infinitesimal de sumas y diferencias de ordenadas, y el uso del *Triángulo característico* en las transformaciones de cuadraturas.

Palabras clave: límite, derivada, Newton, Leibniz, historia, Cálculo.

Abstract: the concept of limit is one of the most complex of mathematics taught in university degree courses; in this sense, the stumbling blocks of the students are to be expected, given the complications that Newton and Leibniz did not manage to overcome -as Neira shows in her doctoral thesis-. One and the other proceeded intuitively, so in the same way it would be necessary to proceed initially in the Calculus courses, in which expressions such as *will tend, to approach*, and others like that should progressively disappear from the student language when has matured well the process management. Historically, the withdrawal of such expressions has been forced by the better understanding of the process: Cauchy with respect to Newton, or Weierstrass with respect to Newton and Cauchy; certainly the Calculus course is not a history course but the teacher who knows the concept genetically is more prepared for the development of his students in such learning than who bases his teaching on the refined knowledge of Calculus and reduces his teaching to the scheme: definition, theorem, proof. Some of the problems of Differential Calculus treated by Newton are presented: fluxions, fluents (quantities that vary with respect to time), which currently amount to finding the derivative and finding the primitive of a given function. And the fundamental ideas that guided Leibniz in his creation of Differential Calculus; the construction of a *Characteristica generalis*, an incipient infinitesimal calculus of sums and differences of ordinates and the use of the *Characteristic triangle* in quadrature transformations.

Key Words: limit, derivative, Newton, Leibniz, history, Calculus.



UNA BREVE HISTORIA DE LAS OLIMPIADAS DE MATEMÁTICAS IBEROAMERICANAS DESDE UNA PERSPECTIVA COLOMBIANA

A BRIEF HISTORY OF THE IBEROAMERICAN MATHEMATICS OLYMPICS FROM A COLOMBIAN PERSPECTIVE

*María Falk de Losada**

Resumen: ha sido demostrado el impacto que han tenido -y seguirán teniendo- las competencias de solución de problemas matemáticos en el estudiante, el profesor, la comunidad académica, la comunidad en general y la Matemática misma. Desde esa perspectiva, las olimpiadas de matemáticas son un instrumento de impacto favorable en el proceso de maduración y transformación individual y colectiva de la matemática en una sociedad. Por lo anterior, el presente estudio analiza la evolución histórica de las diferentes Olimpiadas Iberoamericanas, especialmente en América Latina, desde el punto de vista de las iniciativas colombianas, la participación colombiana y su desenvolvimiento, así como los logros y puntos a mejorar.

Palabras clave: Olimpiadas de Matemáticas, historia, Olimpiadas Iberoamericanas, perspectiva Colombiana.

Abstract: the impact that mathematical problem solving skills have had -and will continue having- on the student, the teacher, the academic community, the community in general and mathematics itself has been demonstrated. From this perspective, the Mathematical Olympiads are an instrument with a favorable impact on the maturation process and the individual and collective transformation of mathematics in a society. Therefore, at this study the historical evolution of the different Ibero-American Olympics is analyzed, especially in Latin America, from the point of view of the initiatives Colombian participation and its development, as well as the achievements and points to improve.

Key Words: Mathematical Olympiads, history, Iberoamerican Olympics, Colombian perspective

* Bachelor of Arts, Manhattanville College, Estados Unidos. Doctorado en Matemáticas, University Of Illinois At Chicago Circle, Estados Unidos. Directora de los programas de Doctorado y Maestría en Educación Matemática de la Universidad Antonio Nariño, Colombia. E-mail: mariadelosada@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6380-0481>.

HISTORIA DE LA MATEMÁTICA EN LA HISTORIA DE LA ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA

HISTORY OF MATHEMATICS IN THE HISTORY OF TEACHING OF ALGEBRA

Wilson Gordillo-Thiriat. Wilson Pinzón-Casallas** Jhon Helver Bello-Chávez ****

Resumen: esta comunicación analiza el uso que algunas investigaciones han realizado de acontecimientos históricos de la matemática en cada etapa de la enseñanza del Álgebra. Las etapas asumidas para el análisis son: transición Aritmética al Álgebra; uso de herramienta tecnológicas focalizadas en la representación; modelación de situaciones y álgebra temprana. Estos periodos no son cronológicos, se han desarrollado en muchos momentos de manera simultánea y correlacionada. Hay que entenderlos como una forma de organización del conocimiento que se ha desarrollado sobre enseñanza y aprendizaje del Álgebra. La muestra que se analiza permite ver que los acontecimientos históricos han contribuido en el desarrollo de modelos de enseñanza, la construcción de materiales didácticos y el tipo de problemas que se han abordado con los estudiantes. Aparecen los trabajos de Euclides, Arquímedes, Descartes y Fermat, como puntos de lanza para la construcción de estos usos. En las reflexiones de todos los periodos de la enseñanza del Álgebra existe contribución de la Historia de la Matemática. Se concluye que la enseñanza del Álgebra tiene un eje de desarrollo que está anclado en el análisis de acontecimientos históricos, por lo tanto, un modelo para analizar la historia de la enseñanza es la trazabilidad de los usos de la historia.

* Licenciado en Matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Magíster en Docencia de las Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional, Colombia. Doctor en Educación Matemática, Universidad de Los Lagos, Chile. Profesor Asociado de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. E-mail: wgordillot@udistrital.edu.co. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3856-4691>.

** Licenciado en Matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Magíster en Docencia de las Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional, Colombia. Profesor Asociado de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. E-mail: wjpinzonc@udistrital.edu.co. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0258-6810>.

*** Licenciado en Matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Magister en Docencia de las Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional, Colombia. Candidato a Doctor en Educación, Universidad del Valle, Colombia. Profesor Asistente de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. E-mail: jhonhelver@gmail.com, jhbelloc@udistrital.edu.co. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4370-9995>

Palabras clave: Didáctica del Álgebra, Historia de la Matemática, representaciones semióticas, propuestas didácticas.

Abstract: this communication analyzes the use that some research has made of historical events in mathematics at each stage of the teaching of Algebra. The stages assume for the analysis are: Arithmetic transition to Algebra; use of technological tools focused on representation; situation modeling and early algebra. These periods are not chronological, they have developed in many moments in a simultaneous and correlated manner. They must be understood as a form of knowledge organization that has been developed on teaching and learning of Algebra. The sample analyzed shows that historical events have contributed to the development of teaching models, the construction of teaching materials and the type of problems that have been addressed with students. The works of Euclid, Archimedes, Descartes and Fermat appear as spear points for the construction of these uses. In the reflections of all periods of the teaching of Algebra there is a contribution from the History of Mathematics. It is concluded that the teaching of algebra has an axis of development that is anchored in the analysis of historical events, therefore, a model to analyze the history of teaching is the traceability of the uses of history.

Key Words: Algebra Didactics, History of Mathematics, semiotic representations, didactic proposals.

LA INTRODUCCIÓN DEL MOVIMIENTO *NEW MATH* EN COLOMBIA

THE INTRODUCTION OF THE NEW MATH MOVEMENT IN COLOMBIA

Luis Carlos Arboleda-Aparicio *

Resumen: en esta intervención se analiza el contexto social y político en el que tuvo lugar la primera Conferencia Interamericana en Educación Matemática (**CIAEM**), realizada en Bogotá del 4 al 6 de diciembre de 1961. Se empieza por examinar los discursos inaugurales de las dos autoridades más importantes presentes en la reunión. Una por parte del gobierno colombiano en cabeza del ministro de educación de Jaime Posada Díaz, uno de los voceros más conspicuos de la

* Licenciado En Matemáticas y Física, Universidad del Valle, Colombia. Posdoctorado en Historia Social de las Ciencias, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, España. Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Colombia. E-mail: luis.carlos.arboleda@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0444-1383>.

Alianza para el Progreso, el programa de la administración Kennedy para asegurar el control geopolítico de los **EUA** en el hemisferio en la nueva era del desarrollismo económico. Y la otra por parte de la emergente comunidad académica de educadores matemáticos, en cabeza del célebre matemático Marshall Stone, quien por entonces ya se destacaba como uno de los protagonistas del movimiento internacional de modernización de la enseñanza de las matemáticas o *New Math*. Se mostrarán las concepciones más significativas de los matemáticos presentes en la reunión de Bogotá (Stone, Choquet, Schwartz, Begle, Fehr, Santaló), en cuanto a fines, criterios y procedimientos para impulsar la constitución del campo intelectual de la Educación Matemática y promover la reforma de la enseñanza de las matemáticas en las Américas.

Palabras clave: movimiento *New Math*, Historia de la Matemática, Colombia, cooperación internacional.

Abstract: in this intervention we analyze the social and political context in which the first Interamerican Conference on Mathematics Education (**CIAEM**) took place in Bogotá on December 4-6, 1961. It begins by examining the opening speeches of the two most important authorities present at the meeting. On behalf of the Colombian government, the Minister of Education of Jaime Posada Díaz, one of the most conspicuous spokesmen for the Alliance for Progress, the Kennedy administration's program to ensure **U.S.** geopolitical control in the hemisphere in the new era of economic development. On behalf of the emerging academic community of mathematics educators, the famous mathematician Marshall Stone, who by then already stood out as one of the protagonists of the international movement of modernization of mathematics education or *New Math*. The most significant conceptions of the mathematicians present at the Bogotá meeting (Stone, Choquet, Schwartz, Begle, Fehr, Santaló) will be shown, in terms of aims, criteria and procedures to promote the constitution of the intellectual field of mathematical education and to promote the reform of mathematical teaching in the Americas.

Key Words: *New Math* movement, History of Mathematics, Colombia, international cooperation.



LOS PROBLEMAS EN EL TRATADO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA DE JUAN CORTÁZAR

PROBLEMS IN THE TRATADO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA BY JUAN CORTÁZAR

María Teresa González- Astudillo Isabel Sánchez-Sierra** Eliete Grasiela-Both ****

Resumen: en este documento se caracterizan, describen y analizan los problemas que aparecen en el “*Tratado de Geometría Analítica*” escrito por Juan Cortázar cuya primera edición es del año 1855. Cortázar presenta cuatro tipos de problemas: gráficos, numéricos, teóricos y aplicados (J. Cortázar, 1862). Además se escogen algunos problemas representativos de cada uno de esos tipos para describir su solución y explicar cuáles son los elementos en los que se basa esa solución. Entre los aspectos más interesante que subyacen a la resolución de estos problemas se encuentran: la construcción gráfica de algunas expresiones algebraicas, la necesidad de que las ecuaciones sean homogéneas que en este libro esta limitación está siendo superada, el tratamiento de las cantidades negativas para lo que Cortázar plantea un enunciado más general del problema en el que aparecen dichas soluciones. Este libro constituye, entonces, un punto de inflexión: desde la visión más cartesiana de los libros publicados hasta entonces en España, hacia una más actual.

Palabras clave: Geometría analítica, Juan Cortázar, problemas, libros de texto.

Abstract: This document characterizes, describes and analyzes the problems that appear in the “*Treaty of Analytical Geometry*” written by Juan Cortázar whose first edition is from 1855.

* Licenciada en ciencias (sección Matemáticas), Universidad de Salamanca, España. Doctora, Universidad de Salamanca, España. Profesora, Universidad de Salamanca, España. E-mail: maite@usal.es. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4800-365X> .

** Licenciada en Ciencias (sección matemáticas), Universidad de Salamanca, España. Doctora en Educación Matemática. Universidad de Salamanca, España. Profesora, IES Francisco Salinas. Consejería de Educación. Junta de Castilla y León. España. E-mail: imsanchez@educa.jcyl.es. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1396-7408>.

*** Licenciatura en Matemáticas, Universidad Federal de Mato Grosso (UFMT), Brasil. Mestrado en Matemáticas, Universidad Estadual Paulista (Unesp), Brasil. Profesora, Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT), Brasil. E-mail: eliete.both@bag.ifmt.edu.br, lyaboth@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6945-3441>.

Cortázar presents four types of problems: graphical, numerical, theoretical and applied (J. Cortázar, 1862). In addition, some representative problems of each of these types are chosen to describe their solution and explain what the geometrical elements are presented in the solution. Among the most interesting aspects that underlie the resolution of these problems are the graphical construction of some algebraic expressions, the need for the equations to be homogeneous although in this book this limitation is being overcome, the treatment of negative quantities for what Cortázar raises a more general statement of the problem in which these solutions appear. This book thus constitutes a turning point between: the most Cartesian vision of the books published until then in Spain, towards a more current vision.

Key Words: analytic Geometry, Juan Cortázar, problems, textbook.

**EL PROFESOR DE MATEMÁTICAS EN COLOMBIA 1998-2018: DEL SABER CIENTÍFICO AL
CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO**

**V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
THE MATHEMATICS TEACHER IN COLOMBIA 1998-2018: FROM SCIENTIFIC KNOWLEDGE TO
SPECIALIZED KNOWLEDGE**

Lorena María Rodríguez-Rave* Jhony Alexander Villa-Ochoa**

Resumen: se presenta la Categoría saber del profesor de matemáticas como avance de resultados de una investigación en curso que indaga por los fundamentos que estructuran y sustentan los programas de formación inicial de profesores de matemáticas en Colombia desde 1998 hasta 2018. Para identificar y describir esta categoría se realizó un análisis histórico a un conjunto de documentos relacionados con la formación del profesor desde la perspectiva teórica y metodológica de historia del presente (H. Fazio, 2010). Los resultados permiten

* Candidata a Doctora en Educación por la Universidad de Antioquia (**UdeA**), Colombia. Magíster en Educación (**UdeA**), Licenciada en Educación Básica Matemáticas por la **UdeA**, Colombia. Profesora en la Facultad de Educación, Departamentos de Pedagogía y Enseñanza de las Ciencias y las Artes, **UdeA**. Medellín, Antioquia, Colombia. E-mail: lorena.rodriguez@udea.edu.co. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3584-2502>.

** Doctor en Educación – Línea Educación Matemática, Universidad de Antioquia (**UdeA**). Coordinador Grupo de investigación **MATHEMA**. Profesor de la Facultad de Educación, Departamento de Enseñanza de las Ciencias y las Artes, **UdeA**. Medellín, Antioquia, Colombia. E-mail: jhony.villa@udea.edu.co. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2950-1362>.

informar que el saber del profesor se establece y transforma asociado a varias condiciones de posibilidad, entre ellas: la creación de una institución especializada, el proceso de institucionalización de la docencia como profesión y la consolidación de la Educación Matemática como campo de saber propio del profesor de matemáticas. Estos eventos tienen efectos en los programas de formación inicial actuales, pues los programas son escenarios para el desplazamiento de la pedagogía como saber fundante de la formación del profesor y la consolidación de la Educación Matemática como referente de las propuestas formativas y base para su saber profesional.

Palabras clave: profesor de Matemáticas, programas de formación inicial, conocimiento especializado, enseñanza de las Matemáticas.

Abstract: the mathematics teacher's knowledge Category is presented as an advance of the results of an ongoing investigation that investigates the fundamentals that structure and sustain the initial training programs of mathematics teachers in Colombia from 1998 to 2018. To identify and describe this category, a historical analysis was carried out of a set of documents related to teacher training from the theoretical and methodological perspective of current history (H. Fazio, 2010). The results allow to inform that, the knowledge of the teacher is established and transformed associated to several conditions of possibility, among them: the creation of a specialized institution, the process of institutionalization of teaching as a profession and the consolidation of Mathematics Education as a field of knowledge of the mathematics teacher. These events have effects on current initial training programs; because the programs are scenarios for the displacement of pedagogy as a fundamental knowledge of teacher training and the consolidation of Mathematics Education as a reference of the formative proposals and basis for their professional knowledge.

Key Words: Math teacher, initial training programs, specialized knowledge, Mathematics teaching.





II
INVESTIGACIÓN EN HISTORIA
DE LA EDUCACIÓN
MATEMÁTICA

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
HISTORIA DE LA DIDÁCTICA MATEMÁTICA 2019



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS: INCIDENCIA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES

HISTORY OF MATHEMATICS: INCIDENCE IN TEACHERS' TRAINING

Carlos Rondero-Guerrero^{1} Aarón Reyes-Rodríguez^{2**}*

Resumen: en este artículo, de carácter teórico, se analiza mediante dos ejemplos cómo la Historia de las matemáticas puede aportar elementos para apoyar la formación docente. Particularmente, se argumenta que la historia de las matemáticas es una fuente rica de conocimientos epistemológicos y didácticos, entre los que destacamos a los referentes epistemológicos como ideas que pueden promover la articulación de saberes y el proceso de entendimiento de conceptos o saberes matemáticos. Mediante un análisis documental, se describe cómo una idea matemática que denominamos *relación fundamental del cálculo Leibniziano* y el *Teorema de Pitágoras* se constituyen en referentes epistemológicos a través de los cuales se pueden articular diversos conceptos. En este contexto, se da cuenta de cómo se lleva a cabo el proceso de articulación de ideas matemáticas y cuáles son las implicaciones didácticas de dicho proceso de articulación en la formación de profesores de matemáticas. Análisis como el presentado pueden ser de utilidad para que estudiantes y profesores de matemáticas identifiquen que el conocimiento matemático es parte de una herencia cultural.

Palabras clave: historia, Matemática, formación de profesores, referente epistemológico.

Abstract: in this paper, of a theoretical nature, we analyze through two examples how the History of mathematics can provide elements to support teacher training. Particularly, it is argued that the history of mathematics is a rich source of epistemological and didactic knowledge, among which we highlight epistemological benchmarks as ideas that can promote the articulation of knowledge and the process of understanding mathematical concepts or knowledge. Through a documentary analysis, it is described how a mathematical idea that we call *the fundamental relation of Leibnizian calculus* and the *Pythagorean Theorem* constitute epistemological benchmarks through which various concepts can be articulated. In this context, it describes how the process of articulation of mathematical ideas is carried out and, some of the didactic implications of such articulation

* Licenciado en Física y Matemáticas, Instituto Politécnico Nacional, México. Doctor en Ciencias, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, México. Área Académica de Matemáticas y Física: Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México. E-mail: ronderocar@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0663-8366>

** Actuario, Universidad Nacional Autónoma de México, México. Doctor en Ciencias, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México. Área Académica de Matemáticas y Física: Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México. E-mail: aaronr@uaeh.edu.mx. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8294-9022>

process, in the training of mathematics teachers. Analysis such as the one presented can be useful for students and mathematics teachers to identify that disciplinary knowledge is part of a cultural heritage.

Key Words: history, Mathematics, teachers' training, epistemological benchmarks.

1. Introducción

En lo que corresponde a la formación de profesores de matemáticas, un aspecto que ha sido descuidado es el correspondiente a la relevancia de la historia de la disciplina en la construcción de competencias pedagógicas y didácticas, además de lo concerniente a la ampliación de la cultura general de los docentes. Por otra parte, el estudio de la Historia de las Matemáticas posibilita que los saberes que se enseñan en el aula, estén contextualizados en un marco amplio, que permita a las personas reconocerlos como parte de su herencia cultural. Mostrar a los estudiantes, al menos en parte, algunas de las ideas básicas y fundamentales que dan origen al conocimiento matemático es un hecho relevante que puede permitirles interesarse en el aprendizaje de tales ideas.

Los ejemplos son muchos, en este trabajo se muestran algunas aportaciones relevantes de grandes pensadores como Pitágoras, Leibniz y otros, además de saberes tan reveladores como el triángulo aritmético, los números figurativos, el triángulo armónico y el binomio de Newton y por supuesto la presencia del promedio. Nuestra perspectiva incorpora además de aspectos históricos, otros de carácter epistemológico, lo que permite ampliar el desarrollo conceptual del conocimiento matemático. El constructo teórico básico de este trabajo se denomina *articulación de los saberes matemáticos*, en el que se considera que durante el proceso de aprendizaje se requiere explicitar algunas de las diferentes articulaciones entre los saberes, en contraposición a lo que tradicionalmente se realiza al presentarlos en forma descontextualiza, aislada, desconectada y sin mostrar las diferentes interrelaciones que existen entre ellos.

Como se indicaba, el llevar a cabo una revisión histórica de diversos conceptos matemáticos puede permitir a los estudiantes darse cuenta que las matemáticas no son la *ciencia exacta y acabada* que nos hacen creer en la escuela, sino que es una creación humana similar al resto de las ciencias, que ha transitado por un proceso de desarrollo que ha conducido al refinamiento de las ideas desde aproximaciones iniciales, que actualmente pudiéramos considerar como burdas. Por ejemplo, la Historia del álgebra permite darnos cuenta de la dificultad de entender los números negativos, los cuales, incluso algunos renombrados matemáticos pensaban que *no existían*, a pesar de aparecer como soluciones a cierto tipo de ecuaciones; así como las dificultades epistemológicas que involucra el realizar operaciones con números racionales; hasta las dificultades para utilizar e interpretar el símbolo igual, cuya invención, como lo conocemos, es relativamente reciente (1557).

Al respecto, Liu [1] considera cinco razones por las cuales la historia de las matemáticas debiera integrarse en los salones de clase: (i) la historia puede ayudar a incrementar la motivación y ayudar a desarrollar una actitud positiva hacia el aprendizaje, (ii) los obstáculos pasados en el

desarrollo de las matemáticas pueden ayudar a explicar por qué los estudiantes de hoy las encuentran difíciles, (iii) los problemas históricos pueden propiciar que los estudiantes desarrollen un pensamiento matemático, (iv) la historia revela la faceta humanística del conocimiento matemático y (v) la historia proporciona a los profesores una guía para la enseñanza.

2. Desarrollo del tema

En esta sección se muestra, mediante un ejemplo, cómo la Historia de las matemáticas (**HM**) proporciona condiciones para obtener ricas experiencias y entendimiento del desarrollo de los conceptos matemáticos [2], así como articular estas ideas en una estructura conceptual amplia. A partir de dos ejemplos que hemos abordado en otros artículos, argumentamos que la historia de las matemáticas es útil para identificar referentes epistemológicos, es decir ideas básicas que permiten articular una estructura de conceptos, así como fenómenos que limitan el aprendizaje de un concepto como el reduccionismo didáctico, es decir la falta de articulación entre objetos o relaciones que permean todas áreas de la disciplina o de otras ciencias, como es el caso del teorema de Pitágoras, considerado por algunos como el teorema individual más importante en matemáticas, [3].

2.1. La Historia de las Matemáticas como fuente de referentes epistemológicos

Un referente epistemológico es un saber, a partir del cual es posible articular diferentes objetos matemáticos en una estructura conceptual, [4]. En esta sección ejemplificamos cómo la revisión de la historia de las matemáticas permite la identificación de tales referentes, particularmente abordaremos lo concerniente a un referente epistemológico del cálculo leibniziano, el cual pudimos identificar al realizar un detallado análisis de algunos de los sustentos epistemológicos expresados por el propio Leibniz.

Adoptar una perspectiva histórica para llevar a cabo una reflexión didáctica resulta relevante ya que la historia de las matemáticas juega un papel de gran importancia dentro de la educación matemática [5-7] porque, entre otros aspectos, puede apoyar a una mejor comprensión de los conceptos o ideas, además de situar a los nuevos conocimientos en el contexto amplio de la disciplina [7] y en el de la cultura humana. Por otra parte, la historia de las matemáticas puede dar pautas acerca de enseñarnos cómo enseñar [8] y por esta razón los profesores deberían ser capaces de analizar el desarrollo histórico de las matemáticas, en busca de ideas de alto valor pedagógico.

En este contexto, se considera que la Relación Fundamental del Cálculo Leibniziano (abreviada como **RFCL**) es una idea de gran valor pedagógico, como trataremos de mostrar en este trabajo. Baron [9] y Serfati [10] refieren que Leibniz derivó la **RFCL** a partir de la idea fundamental del principio de identidad. Este saber en apariencia elemental, e incluso trivial, tiene una enorme trascendencia en el desarrollo del cálculo. La Relación Fundamental del cálculo Leibniziano (**RFCL**) es un referente epistemológico para el cálculo diferencial e integral, lo que lleva a considerar que la identificación de este referente, realizada desde una perspectiva histórico-epistemológica, tiene diversas implicaciones didácticas, incidentes en los aprendizajes de los estudiantes.

El principio considera que *cada cosa que posee magnitud es igual a sí misma*, es decir, $A=A$, la cual es denominada la propiedad de identidad, que para Leibniz es *el origen de los orígenes*. Desde un punto de vista lógico esta afirmación, podría parecer irrelevante ante un observador poco analítico; sin embargo, en las manos de un genio como Leibniz, es la fuente de una gran cantidad de resultados matemáticos no triviales. Este resultado es poco conocido por los profesores de matemáticas, pero al reflexionar sobre el conjunto de articulaciones conceptuales que se desprenden del mismo se puede obtener una gran diversidad de aprendizajes de carácter epistemológico y didáctico. En nuestro caso, un aprendizaje didáctico que identificamos fue: es recomendable el profesor esté atento a rescatar las ideas expresadas por los estudiantes, por simples que parezcan.

Partiendo de este principio y realizando las operaciones de resta y suma, que se muestran a continuación, se obtiene la **RFCL**, es cual es un resultado que ya no es trivial.

$$\begin{aligned} A &= A \\ A - A &= 0 \\ A - A + B - B + C - C + D - D + E - E &= 0 \\ A + (B - A) + (C - B) + (D - C) + (E - D) - E &= 0 \\ (B - A) + (C - B) + (D - C) + (E - D) &= E - A \end{aligned}$$

Con base en el desarrollo algebraico previo, Leibniz hace notar que dada una sucesión finita de magnitudes, la suma de las primeras diferencias de términos consecutivos de la sucesión original es igual a la diferencia entre el último y el primer término de la sucesión. No cabe duda de que una vez extraída e identificada la relación fundamental, ésta se convierte en el eje central de la construcción que Leibniz hace del cálculo, viéndose reflejada en muchos de sus desarrollos matemáticos, es decir que el cálculo de Leibniz tiene su origen en gran medida en este resultado que si bien es cierto es de carácter numérico, no se queda sólo en éste ámbito, sino que lo trasciende. Entonces, los conceptos fundamentales del cálculo infinitesimal desarrollados por Leibniz, se van extrapolando al ámbito de lo infinito de los conceptos y resultados obtenidos a partir del análisis de las sucesiones finitas [10-14].

En forma general dada la sucesión, $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$; su correspondiente sucesión de diferencias es:

$$d_1 = a_1 - a_0, d_2 = a_2 - a_1, d_3 = a_3 - a_2, \dots, d_n = a_n - a_{n-1},$$

Leibniz, obtiene el resultado,

$$\sum_{k=1}^n d_k = a_n - a_0$$

El cual identificamos como un referente epistemológico, que denominamos **RFCL**. Un primer resultado que se deriva de la **RFCL** es:

$$\sum_{k=1}^n d_k + a_0 = a_n$$

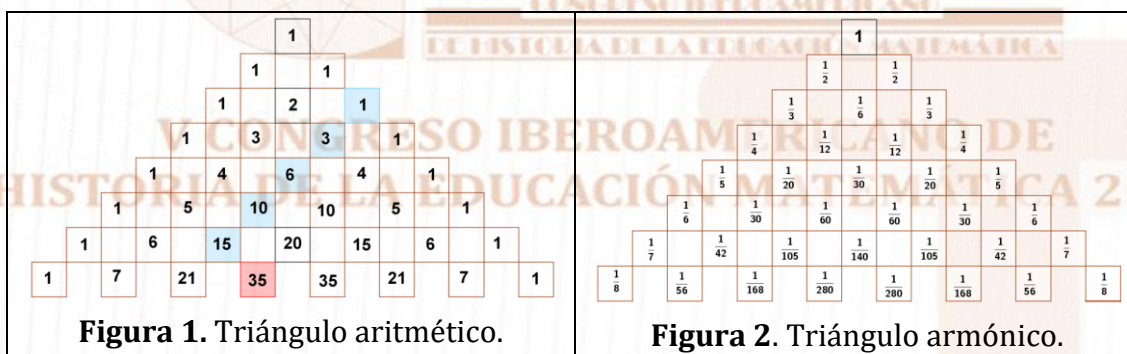
Ambas expresiones, se interpretan en forma complementaria. La primera nos dice que la suma de la sucesión de diferencias, es igual a la diferencia total, entre el último y el primer valor de la sucesión original; la segunda se interpreta como el hecho de que el último valor de la sucesión,

está dado como el primer valor, más la suma (acumulación) de todas las diferencias (cambios). Dicho de otro modo, es posible predecir el valor final, si se conoce el valor inicial, más el valor acumulado de las diferencias. Este referente predictivo se encuentra, por ejemplo, en el movimiento rectilíneo uniforme, cuya expresión básica es:

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0).$$

La interpretación que se le puede dar a la expresión anterior es: para predecir la posición de una partícula, cualquier instante de tiempo t , se requiere conocer la posición inicial y agregar la variación de la posición producida por la velocidad v , en el intervalo de tiempo transcurrido, $t - t_0$.

Durante el análisis de las dos primeras expresiones, lo que pareciera ser un simple despeje, se traduce en una nueva interpretación del resultado. Es decir, se está llevando a cabo un proceso de articulación, al integrar al campo de interpretaciones, de la primera expresión, la idea de predicción, con lo que se obtiene una estructura conceptual más amplia.



De tal manera que el análisis de una de las ideas centrales del cálculo de Leibniz han permitido identificar a la **RFCL** como un referente epistemológico trascendente para el cálculo, ya que es un saber que propicia la articulación y la ampliación de algunas propiedades de la suma de diferencias numéricas que pueden extenderse al ámbito de lo continuo como un medio para entender diversas ideas fundamentales en esta área de las matemáticas.

Es un hecho que estas ideas están plasmadas en los desarrollos matemáticos que aparecen en los libros de historia de las matemáticas, sin embargo, la riqueza conceptual del análisis emerge cuando se lleva a cabo una reflexión didáctica precisamente, con el propósito de identificar el valor pedagógico de tales ideas y su posible impacto en los procesos de aprendizaje.

La **RFCL**, está presente en otros objetos matemáticos, como el triángulo aritmético y triángulo armónico. Es posible identificar varias relaciones entre los triángulos aritmético y armónico. Los denominadores de cada elemento de la n -ésima diagonal del triángulo armónico se obtienen al multiplicar por n , los respectivos elementos de la $n+1$ -ésima diagonal del triángulo aritmético: figuras 1-2.

2.2. La Historia de las Matemáticas en la identificación de fuentes de reduccionismo didáctico

Generalmente, los profesores de matemáticas presentan a los estudiantes los saberes matemáticos descontextualizados de sus orígenes y evolución histórica, lo que trae como consecuencia el que vea a la matemática como un conjunto de recetas que, en el mejor caso, tienen que memorizar; y no como una disciplina que tiene una estructura lógica-deductiva.

Las matemáticas son un legado cultural de la humanidad. La presencia de diferentes niveles de desarticulación, como el anteriormente mencionado, lo hemos denominado: *reduccionismo didáctico de los saberes matemáticos*. Este fenómeno de reduccionismo tiene diversas implicaciones en la didáctica, lo que generalmente se convierte en un obstáculo para la obtención de aprendizajes con entendimiento profundo que le vaya dando sustento al desarrollo de un pensamiento crítico.

En principio se presentan algunas perspectivas sobre el teorema de Pitágoras (**TP**) que dan muestra de enorme trascendencia de este conocimiento. Existen diversas evidencias del reduccionismo didáctico con el que se presentan los saberes, por ejemplo: la indicación a los profesores fue que enunciaran el **TP**, siendo la forma más común: *en un triángulo rectángulo, la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma del cuadrado de los catetos*. Sin embargo, en algunos casos, los profesores no hicieron referencia al triángulo rectángulo y mencionaron que el enunciado del **TP** es $c^2 = a^2 + b^2$, sin dar mayor explicación, lo cual es muestra de una simplificación conceptual excesiva o la falta de entendimiento de que un teorema es un enunciado condicional que debe ser probado. En este caso, el reduccionismo didáctico se expresa al considerar al **TP** como una fórmula o una ecuación, sin que intervengan otros elementos de reflexión, como la condición de que las variables se refieren a las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo. Lo anterior concuerda con lo mencionado en la literatura de investigación donde se ha identificado que los conocimientos de los estudiantes sobre el **TP** se reducen a conocer el nombre del teorema, e incluso llegan a memorizarlos sin mayor significado e interpretación.

De otro lado, también se ha identificado que los conocimientos histórico-epistemológicos de estudiantes y profesores son muy reducidos, y ello tiene implicaciones con una serie de creencias persistentes -muchas veces sesgadas- acerca de la trascendencia formativa de los saberes matemáticos, lo que se convierte en una presentación en el aula sumamente reduccionista de los mismos al quitarles mucho de su esencia conceptual que tienen desde sus orígenes.

En la literatura [15] se reportan acercamientos muy pobres, por ejemplo, acerca de los aspectos históricos del teorema de Pitágoras. Algunos de estos conocimientos son los siguientes: (i) "este teorema fue descubierto por la escuela pitagórica"; (ii) *[Conozco a] su creador: Pitágoras*. Con tal tipo de respuesta se puede inferir que los profesores consideran, equivocadamente, que los antecedentes históricos y epistemológicos no son relevantes en la construcción del saber matemático, lo que podría ser un elemento motivador para propiciar el aprendizaje de los estudiantes.

Otro aspecto que se requiere remarcar, por su relevancia, es el hecho de que muchos profesores consideran que las diferentes áreas de la matemática no tienen relación entre sí, por lo cual el reduccionismo didáctico en este sentido se presenta al exponer contenidos fragmentados sin un manifiesto interés por articularlos. En este sentido, cuando se estudia el **TP** los profesores reconocen o podrían mencionar que es importante estudiarlo y aprenderlo, porque permite calcular distancias que no se pueden medir directamente, lo cual es relevante en disciplinas como astronomía e ingeniería. O bien que la distancia entre dos puntos es un invariante en la transformación de un sistema de referencia desde la perspectiva Galileana. Es decir, difícilmente los profesores identifican al **TP** como uno de los teoremas más importantes y trascendentes de la matemática, fundamental para describir el espacio en el que vivimos y que, por supuesto, tiene relación con muchos otros saberes de diferentes áreas de las matemáticas: en trigonometría, geometría analítica, vectores y el cálculo, sólo por mencionar algunos de ellos.

Por otra parte, es un hecho lamentable el darnos cuenta que en el devenir del tiempo, el **TP** ha sufrido un reduccionismo didáctico que se expresa como una especie de decantamiento epistemológico, reflejado en las respuestas de los profesores en las que el **TP** se reduce a la expresión $c^2=a^2 + b^2$, la cual conlleva una carencia de significados y relaciones que son base del entendimiento matemático. Este decantamiento es análogo al fenómeno de la invisibilidad de las tecnologías identificado por Moreno-Armella y Sriraman [16]. En este caso el **TP**, al ser una de las herramientas fundamentales de la matemática, se ha incorporado de forma estrecha al saber matemático, aunque durante la educación escolarizada se reproduce ese carácter de invisibilidad del saber de manera que el teorema se incorpora acríticamente a la cultura matemática como una serie de creencias socialmente compartidas, despojándolo de sus elementos conceptuales históricos y epistemológicos, los cuales son de gran trascendencia en la construcción del conocimiento matemático.

Reflexionar respecto al tema del reduccionismo didáctico, asociado a su decantamiento epistemológico, es importante porque la educación matemática debiera proporcionar a los estudiantes un sentido holístico de los conceptos, de su alcance, lo cual permitiría potenciar, tanto el uso e historia de los mismos adecuados a la experiencia y al nivel de entendimiento particular de los estudiantes, [17].

3. Conclusiones

El poner en el escenario didáctico los referentes epistemológicos puede permitir modificar la perspectiva de los reduccionismos didácticos tan dominantes en las prácticas matemáticas presentes en las aulas. Aquí se han mostrado sólo dos ejemplos de referente epistemológico (**RFCL**), y algunas de las implicaciones que su conocimiento tiene para la didáctica. Por supuesto, existen otros referentes: la diferencia de cuadrados y los promedios, entre otros. En un aula de clase donde está presente un reduccionismo didáctico es difícil que se promueva el entendimiento de las ideas matemáticas ya que éste depende, en gran medida, de la construcción de conexiones robustas entre previos y nuevos conocimientos.

La articulación de los saberes matemáticos, expresada desde sus antecedentes históricos y epistemológicos, es un sustento conceptual que al incorporarse a las prácticas matemáticas posibilita el rompimiento del reduccionismo didáctico y el decantamiento epistemológico con el que se presentan, por parte de los profesores, los saberes, de tal forma que dicha articulación debería ser un eje fundamental en la formación de los mismos. En lo que se refiere a la disciplina de la Educación Matemática es conveniente dar un giro importante sobre investigaciones acerca de las diversas implicaciones que tiene el atender en forma sistemática la formación de profesores sobre estas dos vertientes teóricas: la historia y epistemología de las matemáticas, y el reduccionismo didáctico de los saberes matemáticos.

Referencias

- [1] P.-H. Liu, "Do Teachers Need to Incorporate the History of Mathematics in their Teaching?". *The Mathematics Teacher*, vol. 96, no. 6, pp. 416-421, september 2003.
- [2] R. M. Panasuk and L. B. Horton, "Integrating History of Mathematics into the Classroom: Was Aristotle Wrong?". *Journal of Curriculum and Teaching*, vol. 2, No. 2, pp. 37-46, 2013.
- [3] J. Bronowski, "The ascent of man", 4th ed. London: BBC Books, 2011.
- [4] C. Rondero et al., "Aspectos históricos del cálculo de Leibniz: incidencia y aplicación en la didáctica de las matemáticas". *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, vol. 89, pp. 55-68, 2015.
- [5] J. Fauvel, "Using history in mathematics education". *For the Learning of Mathematics*, vol. 11, no. 2, pp. 3-6, 1991.
- [6] R. C. Laubenbacher and D. Pengellery, "Mathematical masterpieces: teaching with original sources" in *Vita Mathematica: historical research and integration with teaching*. Washington: The Mathematical Association of America, 1996, pp. 257-260.
- [7] V. F. Rickey, "My favorite way of using history in teaching calculus" in *Learn from the masters*. Washington: The Mathematical Association of America, 1997, pp. 123-134.
- [8] S. Avital, "History of mathematics can help improve instruction and learning" in *Learn from the masters*. Washington: The Mathematical Association of America, 1997, pp. 3-12.
- [9] M. A. Baron, "The origins of the infinitesimal calculus". New York: Dover, 2003.
- [10] M. Serfati, "The principle of continuity and the 'paradox' of Leibnizian mathematics" in *the practice of reason: Leibniz and his controversies*. Amsterdam: John Benjamins Publishing Company, 2010, pp. 1-32.
- [11] H. J. M. Bos, "Differentials, higher order differentials and the derivative in the Leibnizian Calculus". *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 14, no. 1, pp. 1-90, 1974.
- [12] H. J. M. Bos, "Newton, Leibniz and the Leibnizian tradition" in "From the calculus to set theory 1630-

- 1910: *An introductory history*". Princeton: Princeton University Press, 1980, pp. 49-92.
- [13] P. Mancosu, *"Philosophy of mathematics and mathematical practice in the seventeenth century"*. New York: Oxford University Press, 1996.
- [14] M. Serfati, *"On 'the sum of all differences' and the origin of mathematics according to Leibniz: mathematical and philosophical aspects"* in *"Perspectives on theory of controversies and the ethics of communication: Explorations of Marcelo Dascal's Contributions to Philosophy"*. Dordrecht: Springer, pp. 69-80, 2014.
- [15] A. Reyes et al., *"Reduccionismo Didáctico y Creencias de Profesores acerca del Teorema de Pitágoras"*, *BOLEMA*, vol. 31, no. 59, pp. 968-983, 2017.
- [16] L. Moreno, B. Sriraman, *"The articulation of symbols and mediation in mathematics education"*, *ZDM Mathematics Education*, vol. 37, no. 6, pp. 476-486, 2005.
- [17] A. Schoenfeld, *"Toward a theory of teaching-in-context"*. *Issues in Education*, vol. 4, no. 1, pp. 1-94, 1998.



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



SISTEMAS DE MEDICIÓN DE TIERRAS Y SU RELACIÓN CON LA RESTITUCIÓN DE TIERRAS EN COLOMBIA: UNA VISIÓN DESDE LA HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

LAND MEASUREMENT SYSTEMS AND ITS RELATION TO LAND RESTITUTION IN COLOMBIA: A VIEW FROM MATHEMATICAL EDUCATION

*Fabio Hernando Ortiz-Guzmán **

Resumen: el Consejo de Estado de la República de Colombia al analizar -en 2015 [1]- un asunto sobre la Agencia Nacional de Restitución de Tierras como parte de la actividad de consolidación del proceso de paz reciente, encontró que existían predios en el país involucrados en dicho proceso, cuyas escrituras utilizaban unidades de medición que se remontaban hasta el siglo XII de acuerdo a su origen en España y Francia, los que se habían establecido en Colombia desde la época de la colonia [2]; estas formas de medición también se designaron como *medidas costumbristas*. El Consejo determinó que el Instituto Nacional de Metrología (**INM**) se encargara de realizar el estudio, tanto histórico como técnico, para unificar estos sistemas de medidas con el sistema internacional SI. En el presente trabajo se propone explicar brevemente el valioso trabajo realizado por **INM** y, paralelamente, analizar aspectos como diferentes fuentes no citadas por el **INM** en dicho trabajo -que son consideradas complementarias- sobre las medidas usadas en la época colonial y que perduraron aun después de la incorporación del sistema Internacional (**SI**) en la Gran Colombia, así como también analizar el papel de la agrimensura como parte de la formación en geometría y trigonometría a nivel secundario y a nivel superior como parte electiva de la formación en matemáticas que recibían los ingenieros de caminos, militares y civiles en el siglo XIX.

Palabras clave: medidas costumbristas agrarias, agrimensura, Educación Matemática.

Abstract: the Council of State of the Colombian Republic by analyzing - in 2015 [1]- an issue on the National Agency for the Restitution of Lands within the peace process in the country, found the existence of land titles of property related with the aforementioned matter, according to its liaison, in which diverse measure units had been used since the colony times [2], also named *agrarian customs measures*. The Council took the view that the National Institute of Metrology (**NIM**) was to be appointed to develop the task of unifying the different measurements of lands under the International System (**IS**). In this work we will try to make a description of the account obtained by the **NIM** and also we try to compliment the references given by the **NIM** with the purpose of widening the sources

* MSc. En matemáticas, Universidad de los Andes, Colombia. Profesor Universidad Externado de Colombia, Colombia. E-mail: fabio.ortiz@uexternado.edu.co

for further information but also with the purpose of getting pedagogical support that can be useful for the teaching of geometry and measurement units within a context of social and historical aspects. Moreover we try to stress the importance of Agrimensure for the historic study of the teaching of mathematics in the secondary school in Colombia and we will try to analyze the role of agrimensure either both in the basic education schools during the XIX century and the earliest 20's and also on how it took part in the plan of studies for civil and military engineers as a part of the mathematics syllabus.

Key Words: agrarian customs measures, surveying, history, Mathematics Education.

1. Introducción

El estudio del equipo del **INM** tomó como principal fuente para el tema de las medidas antiguas a [3] y consideró dentro de esta denominación las que aparecen en documentos públicos y privados que provienen del sistema francés y español usados en territorio de Colombia desde el año 1.500 aproximadamente y bajo cuyo nombre se entendían distintas convenciones según la época y la región del país, es decir la multiplicidad dada por el **INM** a este término es amplia. Entre estas se tienen: almud, alzada de caballo, cabuyada o cabullada, estatal, celemín; aunque el intento de la corona española en el siglo XIV por imponer la vara de Castilla era aun muy lejano en su propósito [4].

Por otra parte, para las unidades de área se consolidó hacia el siglo XIX -no definitivamente- el uso de la vara cuadrada y la fanegada con las mismas características; y ante tal variedad la conclusión a la que se llegó era que no se podía establecer una sola equivalencia por la multiplicidad de documentos que indicaban la mencionada pluralidad y porque muchos predios no tenían linderos claramente definidos o habían sido modificados a lo largo del tiempo por convenciones informales en las sucesiones de unos a otros dueños, entre otras circunstancias.

El estudio manifiesta: “... la metodología se basó en la recopilación, selección y análisis de documentos en centros de documentación y archivos regionales, nacionales e internacionales de donde se obtuvieran datos que permitieran disminuir el margen de incertidumbre y error mínimo aceptable. Además, para darle consistencia al estudio desde el punto de vista estadístico, tuvo como complemento metodológico la aplicación de la Minería de datos o Data mining, que corresponde al proceso que tiene como propósito, extraer y almacenar amplias bases de datos a través de programas de búsqueda e identificación de patrones y relaciones globales, tendencias, desviaciones y otros indicadores. Al final, se esperaba tener un número suficientemente grande de datos del cual se eliminarían los valores extremos y se tendría un valor promedio con una menor dispersión. Conforme a lo anterior, se describió la evolución desde el ámbito histórico y metrológico de estas unidades llegando a establecer algunos valores de referencia durante épocas históricas.

Como ejemplo, de [3], se describen las siguientes equivalencias:

| Vara de Castilla (m) | Vara de Santa Fe (m) | Vara Granadina (m) |
|----------------------|----------------------|--------------------|
| 0.8359 | 0.8957 | 0.8000 |

De otro lado, el **INM** explica cómo se incorporó el **SI** hacia 1856, y la forma como fue el inicio [5] que operó lentamente en la disposición oficial pero no en la práctica en muchas regiones del país. Téngase en cuenta, por ejemplo, en el estudio sobre el desarrollo histórico de la producción del café en Colombia que dice que para la segunda mitad del siglo XIX la medición de tierras era muy heterogénea en la misma región cafetera, [6].

Continua el estudio en su parte concluyente : *“[...Proponemos distintas perspectivas que se relacionan con la cuestión de la revisión de sistemas de medición de tierras a propósito de la Restitución de tierras.]. De los documentos y textos revisados, es claro que, se presentan equivalencias entre algunas medidas costumbristas agrarias y el SI, como es el caso de la vara de Castilla, sin embargo, casos como la caballería no las presenta. También es notoria la confusión por el uso de algunas de ellas en dimensiones de área y capacidad, como la fanega, que comienza siendo una medida de capacidad y luego aparece asociada a la superficie. Otras, como el tabaco, requieren utilizar una metodología diferente a la descriptiva, debido a que, por la característica de la medida, no permite realizar mediciones directas y obtener un "valor de referencia"... como la caballería no las presenta. También es notoria la confusión por el uso de algunas de ellas en dimensiones de área y capacidad, como la fanega, que comienza siendo una medida de capacidad y luego aparece asociada a la superficie. Otras, como el tabaco, requieren utilizar una metodología diferente a la descriptiva, debido a que, por la característica de la medida, no permite realizar mediciones directas y obtener un "valor de referencia ...", como es el caso de la vara de Castilla, sin embargo, La vara fue la medida de mayor uso histórico de todas las que se exploraron, sin que ello signifique que se haya podido otorgar un valor único de medición que permitiese fundamentar su equivalencia al SI, la cual, se empleó como unidad en largos periodos de la Conquista y la Colonia. Se tiene como hipótesis, que la variabilidad de los valores de medida que presenta, se relaciona al uso particular en cada una de las regiones, y a la procedencia del conquistador o colono. Utilizar la vara como patrón de medida puede generar duda o ambigüedad por la cantidad de varas existentes en Colombia como: la vara de Castilla, la vara de Granada o granadina, la vara de Santa Fe o la vara de las Indias, entre otras. Se pueden encontrar alrededor de cincuenta y dos (52) denominaciones de varas, algunas con valores cercanos entre sí y otras con valores dispersos, [4].*

Y en un sentido más preciso, expresa la imposibilidad de realizar una parte de la labor propuesta si no se asumen previamente otras aristas del problema:

También, supone enfrentarse al problema de la falta de métodos de medición adecuados en el pasado (vista de ojo y cuerpo cierto) que no permiten contar con una fuente de información fidedigna. Esto nos permite concluir que los problemas asociados al uso de medidas costumbristas en la definición de las extensiones de tierra en algunas propiedades en Colombia, tienen como solución de fondo, la definición clara de los linderos de las propiedades, ya que es la única manera de reconocer las proporciones de tierra que pertenecen a cada propietario, para luego realizar las mediciones que correspondan bajo el sistema de medición oficial actual, [4].

2. Bibliografía complementaria a la ofrecida por el estudio INM.

Se considera pertinente agregar algunas referencias -con lo cual de ninguna manera se pretende que las conclusiones de aquel cambiarían- confirmándose la diversidad en los valores designados para los diferentes términos como vara, fanega o fanegada y caballería, pero se complementan en el sentido de su utilidad para un desarrollo pedagógico de este tema en particular de lo que se designó en el siglo XIX como geometría práctica o Agrimensura. En este sentido se considera que el valor de las múltiples unidades y equivalencias en el transcurso de los siglos de la colonia y la República tiene un valor pedagógico para ser tratado en cuanto a la relación de la agrimensura con las matemáticas aplicadas pero también a distintos componentes de la cultura y la sociedad en estas épocas. Es decir, puede considerarse con un valor especial en la enseñanza de las matemáticas el hecho de que las medidas de longitud y área de tierras ofrecieran un interesante terreno (y valga el juego de significados de la palabra) para relacionar el problema que llega a ser objeto de una decisión del Consejo de Estado, y pasa no solo por el problema de las equivalencias sino por la importancia de un fenómeno social tal como es la disputa de las comunidades, o de los individuos por varias generaciones, para el derecho a la posesión de la tierra como algo cuantificable, determinado como objeto existente y con un valor inherente. En este orden de ideas puede decirse que aquí vale la pena citar al notable matemático Henry Lebesgue quien justamente en su trabajo *La medida de las magnitudes* [7] en donde además de ir tras la génesis de ideas y conceptos de área y volumen en varias direcciones, no solo la del Cálculo, como pocas veces lo hacen los matemáticos de ese nivel; o al menos en la forma de divulgarlo desde su conocimiento y desde las reflexiones nacidas en su evocación de la escuela primaria y básica -tal es el caso cuando se refiere a la práctica pedagógica de los profesores de matemáticas de secundaria respecto a cuestiones sobre las magnitudes medibles p. 95-96- para luego concluir: *el profesor de matemáticas, el de Enseñanza Media en particular debe contribuir a modelar hombres razonables y para esto debe ocuparse no solo de razonamientos lógico sino de la adquisición de premisas de estos razonamientos y de la aplicación de estos resultados a lo concreto.. ..De no indicarse la partida de lo concreto y el regreso a él se correría el riesgo de hacer adquirir a los alumnos en el espíritu geométrico, en el sentido peyorativo del término, de incitarlos a razonar imperturbablemente a partir de datos no verificados. Hay que hacer comprender a los alumnos que fuera de las matemáticas no se demuestra nada matemáticamente y que, sin embargo, la lógica es útil en toda circunstancia... Las matemáticas las crearon los hombres para sus necesidades y le son, en efecto, un auxiliar precioso, el profesor de matemáticas debe permanecer como un profesor de acción. No creo que sea mucho exigir que los futuro profesores...solos o con ayuda de algún sistema de enseñanza [reflexionen] en lo que concierne a la medida de las magnitudes, [7, p.139].* En tal sentido, se considera aquí que las circunstancias propias de las medidas agrarias se pueden complementar con estas referencias que ofrecen aún otros puntos de vista distintos a los de [3] dados por el INM. Aunque Páez menciona [8] y hace una precisión sobre la equivalencia de caballerías y varas cuadradas de aquel, hay que puntualizar las diferencias dadas por el tipo de vara usada, es decir la de castilla, la granadina y otra; y con mayor razón se puede decir lo mismo del artículo [9] porque este último se refiere a las medidas usadas en la región de Cartagena, como la caballería y peonía (no mencionado por el INM, estos dos términos se refieren a las primeras asignaciones dadas a soldados

y peones de la Corona en Nuevo Reino), en donde precisamente hay predios que se contemplan en la decisión del Consejo de Estado. También consideramos de interés [10] donde incluye la aranzada, medida de longitud, y además aclara que aunque el libro es editado en París incluye las medidas de uso en Colombia y varias usadas en España. La obra [11], aun siendo de inicios del siglo XIX, muestra la diversidad de tipos de vara usados en distintas regiones de España. En [12] se muestra un aspecto muy interesante porque además de que es ordenada por el poder ejecutivo para divulgar la incorporación del SI por la ley de 1853 de Mosquera, hace referencia a la anterior admisión en Colombia de la vara (por ley de 1836) como la fracción de una parte de 12.500.000 que hay entre el Ecuador y el Polo y explica sus unidades menores y luego habla del papel que tuvieron Laplace, Lagrange, Condorcet y Monge en la incorporación del SI en Francia- Esto también está tratado por Arboleda como cita el estudio del INM. En tanto Pareja en [13] es prolijo en ejemplos de variedades de medidas agrarias, y se refiere al sistema granadino *no legal* indicando que aún en 1870 pese a estar aceptado el SI sigue siendo muy común el uso de medidas del siglo anterior (p.23). Ahora, en [14] el autor siendo uno de los primeros ingenieros formados por misiones traídas por Mosquera de Europa, citado en [15, p.65-68], se propuso escribir un libro de agrimensura adecuado a la realidad del país en donde se notan los sistemas de medida para la época y que siguen predominando actualmente; además enseñó en el Colegio San Bartolomé, en Bogotá: Matemáticas y Agrimensura, como lo demuestra [16]. Los tres artículos mencionados en los primeros números de [17] hacia 1887, podría decirse que dan cuenta de que la asimilación del SI es aún lenta y que las unidades agrarias como la vara y la fanegada se niegan a ceder espacio al SI.

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019

3. La agrimensura en la enseñanza de las Matemáticas en el siglo XIX.

La necesidad de revisar las medidas antiguas dentro del proceso de medición de tierras trae consigo otro aspecto interesante y es el papel de la Agrimensura en el siglo XIX e inicios del siglo XX. En las referencias que se dan enseguida se muestra cómo la agrimensura hizo parte de los programas de educación que hoy llamaríamos secundaria pero que realmente viene a corresponder a la Educación Superior de entonces y que sirvió también de base para la formación de ingenieros civiles y militares [18]; aunque hubo textos como el de Lacraís que exponía el sistema métrico en su edición castellana de 1821 y que se observan aun en [19] citado por [15, p.33], donde en la práctica otras eran usadas como lo evidencian las siguientes fuentes de agrimensura y de algunos exámenes de los colegios.

(a) Textos sobre agrimensura:

- Bourdon, M. "*Application de l'algebre a la geometrie*" [20]. Es de los pocos textos citados como referencia para los exámenes de agrimensura del Colegio San Bartolomé de Bogotá en 1865.
- Sonnet, H. "*Primeros elementos de geometría con las principales aplicaciones al dibujo lineal, al levantamiento de planos, á la agrimensura*" [21].
- Escoda y Rom, E. "*El agrimensor práctico o sea Guía de Agrimensores*" [22].
- Peña Manuel. "*Geometría práctica. Lecciones de Agrimensura, topografía y nivelación dictadas en la Escuela de Ingenieros*". Según el texto de M. Peña el libro de

Salnauve en francés citado abajo, es el usado en la formación de matemáticas y agrimensura pero él se propone dar uno apropiado para Colombia lo cual logra en buena medida siendo el único defecto que las figuras que anuncia y numera, en el texto nunca aparecen realmente [14].

- Lleras, Lorenzo. “*Catecismo de Agrimensura apropiado al uso de los granadinos*” [23].
- Peña, Manuel. “*Geometría práctica. Lecciones de Agrimensura, topografía y nivelación dictadas en la Escuela de Ingenieros*” (Ver sección anterior en referencia a este autor) [14].
- Royo, José. “*Lecciones de agrimensura arregladas según los principios jenerales del arte i dedicadas a la juventud*” (sic) [10].
- Salneuve J.F. “*Cours de topographie et de geodesie Paris Librairie militaire*”. 1857 [24].

Adicionalmente, puede agregarse que el libro de Lacroix, edición castellana 1821, incluía problemas de agrimensura con el sistema métrico en forma parecida a la que se dará hasta entrado el año 1940 con obras como [19] citado por [15, p.33].

(b) Las convocatorias de certámenes públicos en donde se examina a los estudiantes en Agrimensura.

Los certámenes o actos literarios de los colegios de bachillerato eran eventos públicos en los que se anunciaba de forma solemne la información sobre las materias a defender el profesor encargado y la lista de los estudiantes que presentaban la prueba que contenía una sustentación pública.

Según los documentos que reposan en la Biblioteca Nacional en Bogotá, se da cuenta de estos certámenes en los colegios de barones y de señoritas, aunque para el tema de la agrimensura solo se anunciaba en los primeros, ésta materia también designada geometría práctica se incluye generalmente como vemos a continuación.

Colegio Mayor de San Bartolomé Bogotá. Colección de asertos de la materia que defenderán en certámenes públicos, julio de 1835. Catedrático Isidro Arroyo. Agrimensura: Nociones preliminares, medidas longitudinales y agrarias, (sic).

De los instrumentos del agrimensor, de las mediciones con cadena y escuadra trapezoides, rombos, polígonos, medidas de terreno cuyos linderos sean irregulares o curvos, reglas para calcular los segmentos, partición de tierras de comunidad, medición de tierras de comunidad, medición de tierras montuosas (sic), medición de grandes haciendas, medición de resguardos [...] de los indígenas (sic), [25].

Colegio Mayor de Nuestra Señora Del Rosario; acto literarios 1836, acto 3 Agrimensura.

Descripción y uso de instrumentos en la geometría práctica (sic). Medir la distancia de dos lugares accesibles o inaccesibles, medir la altura de un edificio accesible o inaccesible. Levantar el plano de un terreno, resolución de triángulos oblicuángulos.

Colegio San José de Marinilla, Antioquia, exámenes de 1850, exámenes públicos (sic), Dr. Vicente Arbeláez catedrático, incluye agrimensura o geometría practica (sic), imprenta de A. Balcázar.

Colegio de la Independencia, Bogotá, 1850, serie de geometría práctica, agrimensura, topografía, agrimensura, geometría analítica plana y del espacio.

Colegio San José de Guanentá, Bogotá, 1853. Certámenes públicos imprenta de Echeverría hermanos, geometría práctica.

Colegio de Nuestra Señora del Rosario, 1867. Agrimensura, [26].

Colegio del Sagrado Corazón de Chiquinquirá. Agrimensura, geometría practica (sic), 1865.

Colegio Mayor de San Bartolomé, Bogotá, 1867. (Este es el reporte más completo pues cita el texto de donde se toma la materia de Agrimensura, el de Bourdon [20], muy posiblemente se trata de "Aplicaciones del algebra a la Geometría", pues en el examen también se mencionan en otra parte con este mismo texto como en efecto sucede en los completos capítulos IV y V sobre este tema en dicha obra y también porque el profesor citante es Manuel Peña quien posteriormente escribiera en 1887 un libro completo sobre Agrimensura, que será materia de otra revisión.

Temas: Agrimensura, proyección de una línea, ángulo de elevación y de depresión Instrumentos de medición: cadena, piquetes, cuerda, percha, nivel de aire, nivel de agua, grafómetro, nivel de aire, círculo repetidor escuadra del agrimensor, brújula, teodolito, nonio o vernier, sextantes, entre otros. Proyección de un terreno, división para medirlo. Unidad de medida: varias según la extensión (sic), unidad de medida oficial y unidad usual, modo de reducir hectáreas a fanegadas y viceversa (sic). Descripción y uso del cartabón. Teorema de Tomas Simpson para área irregular, medición de distancias inaccesibles. Medida de alturas por la sombra y por la reflexión sobre un espejo. Triangulaciones geométricas y trigonométricas, orientación respecto al plano y puntos cardinales. Medidas de ángulos inaccesibles, planos topográficos, corográficos, orográficos, hidrográficos, puntos fijados trigonométricamente.

(c) Decretos relativos a la agrimensura en el pènsum de educación secundaria.

A este respecto se encontró el decreto orgánico de los colegios nacionales firmado por el presidente de la república José María Obando artículo 8, numeral 2,3 que incluye la agrimensura y la topografía, Agosto 1853. En este se incluye dicha materia en el plan de estudios en todos de tales colegios.

También, finalmente, se tiene el decreto de Tomás Cipriano de Mosquera por el cual se crea el Instituto Caldas en 1847 [15, p.69] el cual también incluía en su plan de estudios la agrimensura (ver Actos literarios de los colegios mayores de Bogotá, Biblioteca Nacional de Bogotá, 1834, 1856, 1867).

Referencias:

[1] CONSEJO DE ESTADO, Octubre 22 de 2015, Consejero German Bula E. p. 1-40. 2015.

- [2] El Tiempo: Actualizarán escrituras con medidas [de tierras] del siglo XII. Bogotá. p. 3. Enero 11 del 2016.
- [3] C. Paez, *“Historia de las medidas agrarias antiguas: legislación colonial y republicana y el proceso de su aplicación en las titulaciones de tierras”*. (Ed. Librería Voluntad, Ed.). 1940.
- [4] A. Bermudez, et al. *“Informe técnico frente a la decisión del Consejo de Estado sobre medidas costumbristas agrarias”*. INM. 2019.
- [5] L. C. Arboleda, *“Introducción del sistema métrico decimal en Colombia a mediados del siglo XIX”*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 73-86. 2014.
- [6] A. Palacios, *“El café en Colombia 1850-1970”*. Cap 14-15. Planeta-Uniandes. 2002
- [7] H. Lebesgue, *“La medida de las Magnitudes”*. Traducción al español García, Guillermo. Limusa. Mexico. 1995.
- [8] P. Ossa, *“Medidas agrarias antiguas”*. Caballería de tierra. Tipografía Voto Nacional, 1939.
- [9] S. Gomez de la Valle, *“Medidas agrarias antiguas. Boletín de historial de Cartagena, p. 46-48, 1970.*
- [10] J. Royo, *“Lecciones de agrimensura arregladas según los principios jenerales del arte i dedicadas a la juventud americana”* (sic). París, Librería de A. Bouret e hijo, 1874.
- [11] J. Ferré, *“Agrimensura”*. Manuales Gallach CIII, Consejo de ciencia Barcelona (sin fecha exacta pero se ubica a inicios del siglo XX según Sánchez, 2014).
- [12] G. Obregón, *“Manual de metrologia o Cuadros comparativos de las medidas i monedas extranjeras con las nacionales granadinas”* (sic). Edición oficial ordenada por el poder ejecutivo. Imprenta del Estado, Bogotá, 1856.
- [13] M. Pareja, *“Compendio de metrologia francesa i colombiana i su comparación reciproca i del sistema monetario de los Estados Unidos de Colombia i sus relaciones con algunas monedas extranjeras”*. Imprenta de Gaitán, Bogotá, 1870.
- [14] M. Peña, *“Geometría práctica. Lecciones de Agrimensura, topografía y nivelación dictadas en la Escuela de Ingenieros”*. Imprenta de la luz. 1887
- [15] Poveda, G. *“Historia de las Matemáticas en Colombia”*. Ediciones **UNAULA**. Medellín. 2012.
- [16] Actos literarios del Colegio Mayor de San Bartolomé 1834 y 1865. Biblioteca Nacional de Colombia, Bogotá.
- [17] s.a. Sistema métrico y vocabulario técnico. Anales de ingeniería. Sociedad Colombiana de Ingenieros. Bogotá. v. 1(3) p.70. 1887.

- [18] Poveda, G. *"Ingeniería e historia de las técnicas"*. Historia social de las ciencias (4). Colciencias. 1993.
- [19] G.M. Bruño, *"Geometría curso superior. Levantamiento de planos y Agrimensura"*. 4 ed. Editorial Bedout. Madrid. 1941.
- [20] M. Bourdon, *"Application de l'algebre a la geometrie"*. 4 ed. Imprimerie libraire. Paris. 1837.
- [21] H. Sonnet, *"Primeros elementos de geometría con las principales aplicaciones al dibujo lineal, al levantamiento de planos, á la agrimensura, etc"*. 3a. ed, 1889.
- [22] E. Escoda y Rom, *"El agrimensor práctico o sea Guia de Agrimensores"*. Imprenta de Gaitán. Bogotá. 1874.
- [23] L. LLeras, *"Catecismo de Agriensura apropiado al uso de los Granadinos"*. Imprenta de la Universidad por G. Morales año de 1834. Bogotá. 1834.
- [24] J.F. Salneuve, *"Cours de topographie et de geodesie"*. Paris Librairie militaire, 1857.
- [25] Fuentes, C. *"Algunas posturas con respecto al sistema de numeración muisca"*. Números. Revista de didáctica de las matemáticas. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. v. 83. p. 89-93. Julio 2013
- [26] Certámenes públicos del Colegio Mayor de Nuestra Señora del Rosario, (Agrimensura) 1867. Biblioteca Nacional de Colombia, Bogotá.



RECURSOS DIDÁCTICOS QUE FAVORECEN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS

DIDACTIC RESOURCES THAT FAVOR THE RESOLUTION OF GEOMETRIC PROBLEMS

Osmany Alfredo Carmenates-Barrios Kirya Tarrío-Mesa***

Resumen: este artículo pretende presentar algunos recursos didácticos que favorecen la resolución de problemas geométricos. En él se presenta una panorámica de la esencia del método de interconexión significativa, el cual relaciona las distintas clasificaciones de problemas que ofrece el autor con las diferentes creencias que se manifiestan en los estudiantes dentro del proceso de enseñanza aprendizaje desde la Geometría, que si bien considera la resolución de problemas, como su base, debe ser desplegado en todas sus dimensiones pedagógicas atendiendo a su naturaleza externa e interna. El método se construyó en su primera idea a partir de la relación de los cuatro componentes que aporta H. Schoenfeld, recursos, heurística, control y sistema de creencias. Sus resultados principales se manifiestan por su carácter dialéctico, pues permite la constante relación entre cada una de los componentes que lo conforman, los procedimientos asociados al sistema de creencias, enriquecen la teoría para favorecer la resolución de problemas geométricos, es importante apreciar la creencia como eje dinamizador del proceso de enseñanza aprendizaje. Su relevancia está en la integración de cuatro componentes: los recursos, la heurística, el control y el sistema de creencias, esta última como eje dinamizador de todo el sistema que activa el proceso de resolución de problemas geométricos, e implica que los profesores y estudiantes en su concreción metodológica utilicen los conocimientos geométricos en función de un aprendizaje desarrollador, que tiene características específicas de funcionar como un sistema, flexible, contextualizado y dinámico.

Palabras clave: Interconexión significativa, resolución de problemas, enseñanza aprendizaje, sistema de creencias.

Abstract: this document seeks to present some didactic resources that favor the resolution of geometric problems. In him a panoramic of the essence of the method of significant interconnection it is presented, which relates the different classifications of problems that the author offers with the

* Licenciado en Educación, especialidad Matemática- Computación, Universidad Las Tunas, Cuba. Doctor en Ciencias Pedagógicas, Universidad Las Tunas, Cuba. Profesor Universidad de Cienfuegos, Cuba. E-mail: osmanycb1974@gmail.com, carmenates@ucf.edu.cu. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9242-2419>

** Licenciada en Sociología, Universidad de La Habana, Cuba. Máster en Ciencias Sociales, Universidad de La Habana, Cuba. Profesora Universidad de Cienfuegos, Cuba. E-mail: ktarrio@ucf.edu.cu. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8971-3853>

different beliefs that are manifested in the students inside the process of teaching learning from the Geometry that although it considers the resolution of problems, as his base, it should be deployed in all his pedagogic dimensions assisting to his external and internal nature. The method was built in its first idea starting from the relationship of the four components that H. Schoenfeld contributes, resources, heuristic, control and system of beliefs. Their main results are manifested by their dialectical character, because it allows the constant relationship among each one of the components that conform it, the procedures associated to the system of beliefs, they enrich the theory to favor the resolution of geometric problems, it is important to appreciate the belief like axis revitalizing of the process of teaching learning. Their relevance is in the integration of four components: the resources, the heuristic one, the control and the system of beliefs, this last one as axis revitalizing of the whole system that activates the process of resolution of geometric problems, and it implies that the professors and students in their methodological concretion use the geometric knowledge in function of a learning developer that has characteristic specific of working as a system, flexible, context and dynamic.

Key Words: Significant interconnection, resolution of problems, teaching learning, system of beliefs.

1. Introducción

El objetivo de la educación es preparar el individuo para la vida social, su función humana y su tarea en la sociedad; esto está indisolublemente vinculado al trabajo, a la actividad que ese ser humano tiene que desempeñar a lo largo de su vida. La resolución de problemas se manifiesta en el centro de la enseñanza de la Matemática en la época actual, por lo que es necesario contar con una concepción de su enseñanza que ponga en primer lugar la capacidad de resolución y el desarrollo del pensamiento lógico.

Antes de abordar la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos es necesario delimitar qué es lo que entendemos por problema. Por tanto, se hace necesario ilustrar qué entendemos por resolución de problemas: es un tipo de actividad en la que se estimula el desarrollo del pensamiento lógico, pues en la misma entran en juego varios tipos de procesos del pensamiento que propician el desarrollo del sistema de relaciones que caracterizan la lógica del pensamiento.

Las habilidades que una persona requiera para resolver con éxito un problema matemático son variadas y dependen del tipo de problema a resolver, estas incluyen procesos de reflexión, de ensayo y error, de conjetura, de búsqueda de patrones y de relaciones, de razonamiento inducción y deducción, entre otras.

Particularmente, estos procesos se evidencian en una gran variedad de problemas geométricos. Estos problemas son calificados usualmente por distintos autores como los más difíciles, quizás porque no se haya trabajado lo suficiente para trazar un camino y llegar a resolverlos. En su resolución se distinguen dos componentes principales: la escritura y los procesos a seguir para resolverlo. El primer componente se debe caracterizar por su rigurosidad y formalidad. El otro componente requiere educar la intuición y el ordenamiento de ideas, para deducir intuitivamente la manera de resolver el problema.

En los currículos de las enseñanzas en los diferentes países la resolución de problemas constituye hoy una prioridad, así es reconocido por distintos investigadores como una necesidad, y la tendencia es abarcar las áreas de los diferentes modelos educativos, pues como se sabe permite una educación del hombre para enfrentar los desafíos que la sociedad le condiciona.

Cuando se está ante el reto de resolver un problema son disimiles las preguntas que salen a colación: ¿qué entender por problema matemático en el ámbito escolar?, ¿qué acciones tienen lugar durante la resolución de problemas?, ¿qué procesos psíquicos se asocian a esta actividad humana?, ¿qué papel juegan las creencias y concepciones que el sujeto tiene sobre la Matemática?, ¿qué relación existe entre el proceso de resolución de problemas y otros procesos como la imaginación espacial, la formulación de problemas, el razonamiento y la búsqueda de relaciones?. Se podrían seguir enumerando otras preguntas, esto es solo una muestra de cuan amplia, rica y dinámica es la Didáctica de la Matemática.

Algunas de las preguntas se responden de los propios conceptos o de sus definiciones, otras múltiples respuestas a estas interrogantes se cuestiona el gran problema de la calidad del aprendizaje cuando:

1. Todo problema es relativo a un resolutor específico. En un sentido más práctico lo que constituye un problema para un resolutor puede no serlo para otro.
2. Todo problema representa una situación inaceptable para el resolutor que lo percibe, en ese sentido el problema se convierte en un elemento propulsor de la acción para resolverlo, modificarlo o atenuarlo.
3. Todo problema es por definición solucionable, por el contrario, si la situación no tiene solución entonces deja de ser problema y se convierte en una restricción para el resolutor.

De otro lado, la Geometría, por sus características y posibilidades educativas, puede contribuir a satisfacer las demandas de preparación del hombre para su inserción en el mundo contemporáneo. La resolución de problemas geométricos en la Educación Preuniversitaria tiene la tarea de contribuir a la preparación de los jóvenes para la vida laboral y social.

La resolución de problemas geométricos constituye un fenómeno que se manifiesta en múltiples formas de la práctica social y a niveles muy diferentes. Es un proceso complejo, dialéctico, que sufre cambios periódicos en aras de dar respuesta a las crisis que surgen a partir de las nuevas necesidades que la sociedad condiciona. Con ello queremos expresar que la educación debe nutrirse de conocimientos científicos, y más que todo, de los métodos científicos de la obtención y transmisión de los conocimientos de acuerdo con las propias leyes de la Educación.

En la anterior perspectiva, en Cuba distintos investigadores se han dedicado al estudio de la resolución de problemas matemáticos, y utilizan diferentes concepciones.

Labarrere en [1] ha trabajado durante años la resolución de problemas matemáticos, abordándolos desde el punto de vista psicológico. Ha profundizado en la función de la metacognición en la resolución de problemas matemáticos. Torres en [2] se ha dedicado a profundizar en el aspecto de los métodos polémicos en la enseñanza de la Matemática. Campistrous y Rizo en [3] profundizan en lo relacionado con procedimientos para la resolución de clases de problemas, los aritméticos. Delgado en [4] considera la resolución de problemas como una habilidad Matemática. Martínez en [5] plantea

que la resolución de problemas constituye una vía efectiva para el desarrollo de la creatividad. Rebollar en [6], trabaja lo relativo a la enseñanza de clases de problemas en la enseñanza de la Matemática. Cruz en [7], se dedica al trabajo de la formulación de problemas para la enseñanza de la Matemática con el uso de estrategias metacognitivas. Palacio en [8], se refiere a la búsqueda de relaciones entre las figuras geométricas esencialmente en la Educación Primaria. Carmenates en [9], se dedica a la resolución de problemas geométricos con el uso del sistema de creencias y la relación con los diferentes tipos de problemas.

Por otra parte, diferentes autores internacionales abordan esta problemática desde inicio del siglo 20: Wallas en [10], Polya en [11] y [12], Fridman en [13], Santos en [14], De Guzmán en [15], Rico en [16], Schoenfeld en [17].

Después de un estudio exhaustivo de documentos normativos, programas, participación en preparaciones metodológicas, análisis de los objetivos formativos, planes de estudios, entre otros se pudo determinar el problema científico: ¿Cómo contribuir a solucionar las insuficiencias en la preparación de los estudiantes para la resolución de problemas geométricos?; el objeto de investigación se considera el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría. Como objetivo, la elaboración de una metodología, sustentada en el método de interconexión significativa, para desarrollar la resolución de problemas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría y su campo de acción la resolución de problemas geométricos.

Para realizar esta investigación se utilizaron métodos del nivel teórico como el histórico y lógico, análisis y crítica de fuentes, sistémico estructural funcional, hipotético deductivo; del nivel empírico, la observación, la encuesta, la entrevista, el criterio de expertos y el pre-experimento.

2. Método de interconexión significativa para el desarrollo de la resolución de problemas geométricos

El método de interconexión significativa tiene como función básica servir de patrón referencial para la resolución de problemas geométricos en el proceso de enseñanza aprendizaje, donde se articulen lógicamente las conexiones que se dan en el contexto de aprendizaje. La elaboración del método se sustenta desde la integración de las siguientes ideas:

1. La combinación de cuatro componentes: recursos, heurística, control y sistema de creencias aportados por [17], para la resolución de problemas geométricos.

2. Sistema de creencias como eje dinamizador del proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría.

El método de interconexión significativa es una abstracción del proceso de enseñanza aprendizaje matemático o parte de este que, fundamentado teóricamente, permite interpretarlo y establecer nuevas relaciones en otros conocimientos en función de lograr perfeccionar este proceso, a partir del análisis de los conocimientos tanto prácticos como teóricos.

Para [17], los recursos: son como los conocimientos previos que posee el individuo, conceptos, formulas, algoritmos, intuiciones, en general, todas las nociones que considere necesario saber para enfrentarse a un determinado problema. Son los recursos los que facilitan la estructuración del contenido geométrico, en dependencia de la interpretación del papel de la resolución de problemas, a partir de que el estudiante razone que considera como núcleo de la actividad, y, por tanto, con que identifica el aprendizaje de la Geometría, [9].

La relación de los recursos en la elaboración de las clases exhibe un carácter de búsqueda por el estudiante, pues se le propone un sistema de habilidades que posibilite el desarrollo de los procesos lógicos del pensamiento y de independencia cognoscitiva, además, que valore para que aprende el contenido geométrico en lo natural, en lo social e individual. Este componente tiene una estrecha relación con la heurística.

Para Schoenfeld en [17], la heurística: son las estrategias y técnicas que permiten progresar en la solución de un problema no familiar (no estándar), reglas de manejo para resolver problemas de forma efectiva: dibujo de figuras, introducción de notación apropiada, exploración de problemas relacionados, reformulación de problemas, trabajo hacia atrás, examen y verificación de procedimientos.

Al realizar la crítica al método con que se enseña actualmente en la resolución de problemas geométricos nos percatamos que las heurísticas, tal como las propone el método actual, son generales, por lo que tienen definiciones amplias que son vagas como para ser implementadas; pues, por ejemplo, no en todo problema se puede dar como heurística hacer dibujos, [12]. El éxito de las heurísticas para Schoenfeld, está en conocerlas, saber cómo usarlas y tener la habilidad para hacerlo, pero esto es solo uno de los aspectos a considerar en la resolución de problemas.

Desde el método, la heurística tiene la misión de entrelazar los aspectos aislados, es decir, analizar en detalle los conceptos, estudiar las relaciones entre los datos y los instrumentos y producir las consecuencias lógicas y consecuencias heurísticas, los casos particulares y, consecuentemente, lograr una mayor asimilación – socialización del sistema de conocimientos geométricos, [9].

Para Schoenfeld, el control: son decisiones que permiten un uso eficiente de los recursos y estrategias disponibles, es decir, cuales son pertinentes en la solución del problema tratado. Por la importancia que tiene el planteamiento de los problemas, su comprensión y solución se adecuen a las condiciones previas de desarrollo de los estudiantes. En este componente es preciso analizar que los problemas elaborados tengan asequibilidad y la accesibilidad para la totalidad de los sujetos implicados en la investigación, en las clases de presentación, elaboración, fijación y resolución de problemas, [9].

Para Schoenfeld, el sistema de creencias: es nuestra perspectiva con respecto a la naturaleza de las Matemáticas y como trabajar en ella. Las creencias sobre las Matemáticas inciden notablemente en la forma en que los estudiantes y profesores abordan la resolución de problemas.

Las creencias en nuestro método buscan el carácter protagónico del estudiante, en la búsqueda de su propio conocimiento, bajo la guía del profesor para dar solución a los problemas, el postulado fundamental en que se sustenta el método es lograr una mayor asimilación y socialización de los estudiantes desde el primer momento, a partir de comprender el problema en toda su complejidad y como encontrar los fundamentos de la vía de solución a través del contenido geométrico.

El sistema de creencias de los estudiantes sobre las Matemáticas lo hemos ligado a tres componentes esenciales: la educación Matemática, de manera particular el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría; el contexto de aula, a partir del papel y función del profesor, de sus compañeros de clase, sobre sí mismo, el valor de su trabajo, su control y su eficacia. Para que estos se cumplan, el estudiante debe desplegar determinados procedimientos internos y externos en los diferentes niveles que componen las creencias.

Para que el sistema de creencias se convierta en el componente que dinamiza al resto y se pueda lograr la interconexión significativa en el interior de cada uno de los niveles determinados, el estudiante debe lograr los siguientes procedimientos:

1. Que interactúe con los problemas.
2. Que determine sus posibilidades de resolver el problema con los recursos que posee.
3. Que determine qué le falta para resolver el problema y cómo va a incorporar los recursos que no posee.

Se trata de considerar dentro de los aspectos más importantes: que el estudiante manipule los objetos matemáticos, que active su propia capacidad mental, que ejercite su creatividad, que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente, que, de ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental, que adquiera confianza en sí mismo, que se divierta con su propia actividad mental, que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana, y que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia.

Para lograr la interconexión significativa en el exterior de cada uno de los niveles determinados, el estudiante debe lograr los siguientes procedimientos:

1. Tener la creencia que a pesar de lo fácil o difícil que puede resultar un problema debe hacer su mayor esfuerzo para lograr solución arlo.
2. La repetición, para lo cual la técnica de preguntas y respuestas es muy útil, así como restablecer y parafrasear el discurso propio del conocimiento geométrico.
3. Elaborar conexiones de las ideas principales, organizándolas en estructuras tales como redes y árboles.
4. Establecer analogías con el conocimiento de otras ciencias, de tal manera que el conocimiento geométrico sea un vehículo que permita la solución de problemas reales.

5. El pensamiento deductivo y axiomático para entender y comprender el enunciado de problemas y las demostraciones de teoremas geométricos, y poder así identificar la creencia que favorezca la solución en cada uno de ellos que involucre el conocimiento geométrico más adecuado.

6. El pensamiento creativo, orientador del trabajo para la solución de problemas, aplicando las diferentes creencias que mejor se adapten a las diferencias individuales. Los procedimientos para producir interconexiones significativas por parte de los estudiantes del preuniversitario, se presentan como la proposición de una serie de pautas para la resolución de problemas mediante el trabajo metodológico a aplicar, en atención a la diversidad de estudiantes y al contexto donde se desarrollan.

Este problema esencial se concreta en un conjunto de problemas que constituyen las direcciones o condiciones específicas en que se manifiesta el perfeccionamiento del sistema de conocimientos, habilidades y valores, es decir, la situación problema que se plantea a los estudiantes teniendo en cuenta su nivel de desarrollo y el objetivo previsto para el aprendizaje geométrico. Por esta razón se hace necesario clasificar cuatro tipos de problemas que respondan a los procedimientos, así como las creencias para desarrollarlo:

Los problemas tipo P1: son aquellos que el estudiante puede resolver rápidamente.

Los problemas tipo P2: son aquellos que el estudiante con el intercambio con otros compañeros puede resolver.

Los problemas tipo P3: son aquellos que el estudiante con una estrategia de búsqueda de informaciones complementarias, puede resolver a mediano plazo.

Los problemas tipo P4: son aquellos que el estudiante con una estrategia de búsqueda de informaciones complementarias, puede resolver a largo plazo.

A partir de estos procedimientos para lograr la interconexión significativa en el exterior de cada uno de los niveles determinados, el estudiante debe lograr la creencia para poder enfrentarse al tipo de problema que le plantea el profesor:

Creencia 1: Existen problemas que puedo resolverlos con cierto esfuerzo. Esta creencia resuelve la dificultad de quienes creen que saber Matemáticas es conocer de memoria muchos procedimientos que sirven para resolver problemas, piensan, mayoritariamente, que un problema geométrico es un ejercicio que el profesor pone para saber si el estudiante ha aprendido una definición, una fórmula o un procedimiento. Por lo tanto, cuando el estudiante se enfrenta al problema y tiene los recursos para resolverlos en clases, ha cumplido con la primera creencia y ha podido resolver el tipo de problemas P1.

Creencia 2: Existen problemas que puedo resolverlos con cierto esfuerzo, pero necesito intercambiar con otros para poderlos resolver completamente. Hay una correlación positiva entre las creencias de que un problema solo tienen una respuesta correcta y la de que al resolver un problema todos los datos en el enunciado son necesarios o relevantes; que se

resuelve solo efectuando operaciones; que importante para resolver un problema geométrico es descubrir cuál es la operación correcta en unión de sus compañeros; que la operación correcta para resolver un problema geométrico se descubre analizando las palabras claves que están en el enunciado.

Cuando el estudiante se enfrenta al problema geométrico y no tiene los recursos para resolverlos, pero solicita la cooperación de sus compañeros o profesor en clases, ha cumplido con la segunda creencia y el tipo de problemas P2.

Creencia 3: Existen problemas que pudiera resolverlos con cierto esfuerzo, pero no poseo los conocimientos necesarios para resolverlos, por lo que debo planificar ciertas actividades de búsqueda y estudio para resolverlos. Quienes piensan que saber Matemáticas es aplicar procesos creativos a diferentes situaciones creen, mayoritariamente, que un problema es una situación que puede proponer el profesor para que el estudiante desarrolle nuevas habilidades. Cuando el estudiante se enfrenta al problema y no tiene al igual que sus compañeros los recursos para resolverlos y necesita, en clases, de otros medios como software, libros, entre otros ha cumplido con la tercera creencia y el tipo de problemas P3 y P4.

Creencia 4: Existen problemas que para resolverlos necesito de un gran esfuerzo y además no poseo los conocimientos necesarios para resolverlos y es posible que, para alcanzar las habilidades generales, tenga que planificar a largo plazo actividades de búsqueda y estudio para resolverlos. Cuando el estudiante se enfrenta a problemas de tipo P1, P2, P3 y P4, fuera de la clase y busca los recursos para resolverlos ha cumplido con la creencia 4.

El método de interconexión significativa en los estudiantes supone un proceso de enseñanza aprendizaje para la Geometría que, si bien considera la resolución de problemas, como su base, tal y como se explica en párrafos anteriores, debe ser desplegado en todas sus dimensiones pedagógicas atendiendo a su naturaleza externa e interna, pero potenciando su aspecto externo como establecen los programas de Matemática de la Educación Preuniversitaria.

Buscando la calidad del aprendizaje de los estudiantes se necesita un sistema de creencias que se erija en organizador del proceso de enseñanza aprendizaje para la Geometría. Desde esta idea se sustenta que las creencias se convierten en un eje dinamizador del proceso. El eje dinamizador es aquel que por su nivel de jerarquía y esencialidad en la estructuración del sistema de contenidos se convierte en un elemento organizador en el proceso de comprensión de los conocimientos geométricos que se enseñan, garantizando la apropiación consciente de las habilidades y la formación los valores.

Cuando se afirma que la creencia se convierte en un eje dinamizador del proceso de enseñanza aprendizaje para la Geometría en la Educación Preuniversitaria es porque el tratamiento didáctico

riguroso de este componente del contenido posibilita la comprensión de la Geometría y la perdurabilidad de lo aprendido por parte de los estudiantes.

Que las creencias ocupen ese rango en el proceso de enseñanza de la Geometría implica revelar las relaciones que establece con los diferentes componentes, los que al interactuar sistémicamente provocan el resultado esperado. Por lo tanto, la resolución de problemas geométricos desde la integración de los recursos, la heurística, el control y el sistema de creencias, potencian el aprendizaje desarrollador a partir del carácter contextualizado, sistémico, dinámico y flexible que deben tener los problemas.

1. El carácter contextualizado de la resolución de problemas permite tener presente la variedad de componentes que contextualizan el proceso de enseñanza aprendizaje desarrollador, integra la diversidad de aspectos de la actividad humana en la vida social, donde interactúan protagonistas colectivos e individuales, que facilita la explicación, argumentación, comparación, valoración y reflexión de posibles vías de solución de un problema.

La persona que aprende está expuesta a diferentes realidades, sus procesos en el orden instructivo-educativo forman parte de su existencia la que transcurre en sus diferentes contextos de actuación.

La relación con la vida le da un carácter consciente, lleno de variadas influencias que permite ser más activo en su aprendizaje por los vínculos con el medio social al cual pertenece.

2. El carácter de sistema de la resolución de problemas. La enseñanza basada en problemas geométricos ilustra la necesidad de la consideración de objetos, simples y aislados o sumas de ellos a totalidades organizadas, a grupos de relación integrados que forman un conjunto de elementos que tienen relaciones y conexiones entre si y que forman una determinada integridad y unidad para lograr un fin.

Como sistema la enseñanza basada en problemas desarrolla determinadas habilidades, el sistema integrará todos los necesarios y suficientes para ello, estarán además ordenados en orden de complejidad e integralidad y diseñados bajo una misma concepción teórica y metodológica.

3. El carácter dinámico de la resolución de problemas se basa en que estos son capaces de poder establecer diferentes relaciones, reflejan de una manera activa, el potencial educativo que subyace en cada uno de ellos, se mueven asociados con la vida, como vía dialéctica, reflexiva, dialógica, participativa y de orientación, posible a la realidad contextual, esto permite revelar con mayor exactitud y precisión las necesidades diagnosticadas y las que se generan.

El carácter dinámico sitúa en un primer plano el papel protagónico del estudiante, las acciones de autocontrol y autoevaluación constantes que influyen en la resolución de problemas geométricos. En él se integran las características especiales de los implicados y las demás condiciones del contexto

donde se ejecutará. Entonces se ajusta a las particularidades de los estudiantes, al contexto de aprendizaje, y cambia con la dinámica que se transforman estas particularidades.

4. El carácter flexible en la resolución de problemas. El carácter flexible en la resolución de problemas geométricos permite al estudiante la capacidad de adaptarse y acomodarse a diferentes situaciones dentro de un marco o estructura general, que respondan a la compleja e inevitable dinámica que la sociedad impone a la educación en la actualidad.

En este sentido la flexibilidad sirve de herramienta a los estudiantes para procesar y apropiarse de conocimientos, tales como, conceptos, categorías y las relaciones esenciales entre estos y habilidades intelectuales para aplicar dichos conocimientos a la hora de ejecutar tareas y resolver problemas de diferentes naturalezas y en diferentes contextos.

Desde las anteriores perspectivas, la concreción de estos objetivos se logra en la solución de los problemas, a través del contenido que se le enseña a los estudiantes buscando el ideal social que se exige estatalmente. Esto confirma la necesidad de que la enseñanza de la Geometría basada en el método de interconexión significativa contribuya al desarrollo del pensamiento, de su cultura y se erija en el marco propicio de reflexión sobre las propiedades de las figuras y cuerpos geométricos para enfrentar por sí los desafíos que la vida le impone.

De acuerdo con lo expuesto, comprender esta interrelación es, para el profesor, una tarea básica porque le permite deslindar lo inmediato y lo mediato en el cumplimiento de los objetivos y la vía para lograrlo a través del trabajo con los problemas y la estructuración del contenido geométrico a partir de los componentes recurso, heurística, control y sistema de creencias.

En consecuencia, los cuatro tipos de problemas junto con las creencias favorecen la implementación de los procedimientos generales.

En la figura 1, se expresan las acciones que se elaboran a partir de estos procedimientos y que son desarrolladas por los estudiantes y docentes a partir del proceso de enseñanza aprendizaje desarrollador.



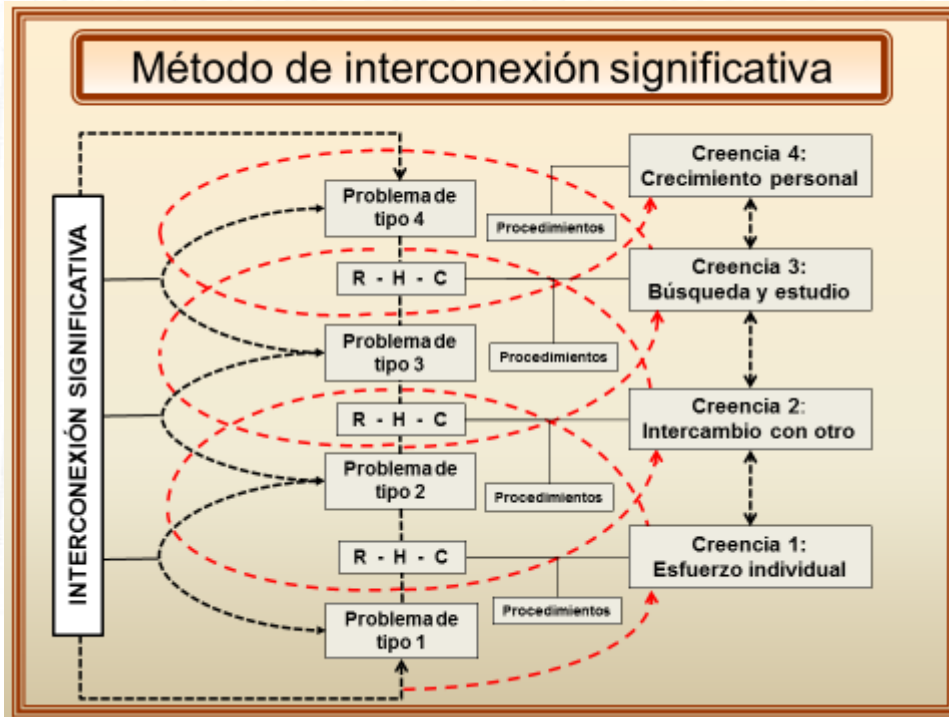


Figura 1. Representación del método de interconexión significativa. **Fuente:** elaboración propia de los autores.

3. Conclusiones

A partir del análisis de los resultados de la puesta en práctica del método se arriban a las siguientes conclusiones según la evidencia reflejada por los estudiantes:

1. Poseen una mayor motivación, actitud, curiosidad e interés hacia la búsqueda de la solución de los problemas.
2. Atienden de forma concentrada durante la actividad de aprendizaje, son capaces de seleccionar datos, establecer reflexiones y llegar a conclusiones.
3. Aplican la experiencia anterior al análisis y solución de situaciones nuevas, realizan una mayor producción de consecuencias de los datos.
4. Analiza sus errores y los de sus compañeros en función de aprender, logran discutir y socializar la solución es de diferentes vías para una mejor consolidación en los conocimientos.
5. Los estudiantes se orientan en el problema y son capaces de emprender una vía de solución, expresan sus ideas con coherencia y precisión.
6. Un número significativo de estudiantes resuelven el problema con independencia, relacionan lo que aprenden con su contexto personal.

Referencias

- [1] A. F. Labarrere. Pensamiento. *“Análisis y Autorregulación en la Actividad Cognoscitiva de los Alumnos”*. México. Ed. Ángeles Editores, 1994.
- [2] P. Torres. *“La Enseñanza Problémica de la Matemática en el nivel Medio General”*. Tesis doctoral. ISP “Enrique José Varona”. La Habana, 1993.
- [3] L. A. Campistrous & C. Rizo. *“Aprende a resolver problemas aritméticos”*. La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1996.
- [4] J. R. Delgado. *“La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: la estructuración sistémica del contenido de estudio y el desarrollo de las habilidades generales matemáticas”*. Tesis doctoral. Ciudad de la Habana, 1999.
- [5] M. Martínez. *“Calidad educacional, actividad pedagógica y creatividad”*. La Habana: Editorial Academia, 1998.
- [6] A. Rebollar. *“Una variante para la estructuración del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, a partir de una nueva forma de organizar el contenido, en la escuela media cubana”*. Tesis doctoral. Santiago de Cuba, 2000.
- [7] M. Cruz. *“Estrategia metacognitiva en la formulación de problemas para la enseñanza de la Matemática”*. Tesis doctoral. Holguín, 2002.
- [8] J. Palacio. *“Didáctica de la Matemática: Búsqueda de relaciones y contextualización de problemas”*. Perú: Ed. Pedagógico San Marcos, 2003.
- [9] O. A. Carmenates. *“El método de la interconexión significativa en la estructuración del proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría en la educación preuniversitaria”*. Tesis doctoral. Las Tunas, 2011.
- [10] G. Wallas. *“The art of thought”*. NY: Harcourt Brace Jovanovich, 1926.
- [11] G. Polya. *“How to solve it”*. Princenton: Ed. Princenton University press, 1945
- [12] G. Polya. *“Cómo plantear y resolver problemas”*. México: Ed. Trillas, 1965.
- [13] L.M. Firdman. *“Metodología para enseñar a resolver problemas matemáticos”*. Revista. La Matemática en la escuela N° 5. Moscú: Ed. Pedagógica, 1991.
- [14] L. M. Santos. *“La resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas”*, en Cuadernos de Investigación, N° 28, año VII. México, 1996.
- [15] M. De Guzmán. *“Valor heurístico de los ejercicios de San Ignacio, su influencia en las reglas de Descartes”*. Artículo publicado en Razón y Fe, 2000.
- [16] L. Rico. *“Base teórica del currículo de Matemáticas en la educación secundaria”*. Madrid: Ed. Síntesis, S.A, 2006.
- [17] A. H. Schoenfeld. *“La metacognición en la resolución de problemas”*. Evento Universidad. La Habana, 2010.



APRENDIZAJE CREATIVO A TRAVÉS DE LAS INFERENCIAS LÓGICAS

CREATIVE LEARNING TO INCLINATION OF THE LOGICAL INFERENCES

*Osmany Alfredo Carmenates-Barrio, *Kirya Tarrío-Mesa***

Resumen: en el trabajo se muestra una serie de inferencias lógicas que contribuyen al desarrollo del pensamiento lógico del estudiante, de manera que puedan enfrentar exitosamente los contenidos con mayores dificultades en la secundaria básica, tal es el caso de la Geometría Plana, quedando explicadas en detalles y con ejemplos que ilustran lo que hemos planteado. Tiene como objetivo contribuir a la formación de los estudiantes de un conocimiento matemático a través de las inferencias lógicas, que se realizan en todo razonamiento sobre la base de la estructura lógica de las premisas y conclusiones. Lo relevante radica en que la inferencia es el proceso por el cual se derivan conclusiones a partir de premisas. Cuando una proposición se sigue de otras de ese modo, se dice que estas implican aquella. La inferencia es el objeto de estudio tradicional de la lógica (así como la materia es de la química y la vida es de la biología). La lógica investiga los fundamentos por los cuales algunas inferencias son aceptables, y otras no. Cuando una inferencia es aceptable, lo es por su estructura lógica y no por el contenido específico del argumento o el lenguaje utilizado. Por esto se construyen sistemas formales que capturan los factores relevantes de las deducciones como aparecen en el lenguaje natural.

Palabras clave: Lógica, inferencias lógicas, pensamiento lógico, aprendizaje creativo.

Abstract: in the work they are shown a series of logical inferences that contribute to the development of the student's logical thought, so that they can face the contents successfully with more difficulties in the basic secondary it is the case of the Plane Geometry, being explained in details and with examples that illustrate what we have outlined. He has as objective to contribute to the formation of the students of a mathematical knowledge through the logical inferences that are carried out in all reasoning on the base of the logical structure of the premises and conclusions. The excellent thing resides in that the inference is the process for which you are derived conclusions starting from

*Licenciado en Educación, especialidad Matemática- Computación, Universidad "Holguín", Cuba. Doctor en Ciencias Pedagógicas, Universidad Las Tunas, Cuba. Docente, Universidad de Cienfuegos, Cuba. E-mail: osmanycb1974@gmail.com, carmenates@ucf.edu.cu. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9242-2419>

**Licenciada en Sociología, Universidad de La Habana, Cuba. Máster en Sociología, Universidad de La Habana, Cuba. Docente, Universidad de Cienfuegos, Cuba. E-mail: ktarrio@ucf.edu.cu. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8971-3853>

premises. When a proposition is continued of others in that way, it is said that these they imply that. The inference is the object of traditional study of the logic (as well as the matter is of the chemistry and the life is of the biology). The logic not investigates the foundations for which some inferences are acceptable, and other. When an inference is acceptable, it is it for its logical structure and not for the specific content of the argument or the used language. For this reason, formal systems are built that they capture the excellent factors of the deductions like they appear in the natural language.

Key Words: Logic, logical inferences, logical thought, creative learning.

1. Introducción

El trabajo está dirigido fundamentalmente a los estudiantes de Secundaria Básica en Cuba, que contempla los grados desde séptimo hasta noveno; aunque se han trabajado estos contenidos en la Educación Media Superior que contempla los grados desde décimo hasta duodécimo. Se abordan aspectos esenciales a la historia de la enseñanza de la lógica matemática, aunque se exponen ejemplos de cómo deben ser tratados estos contenidos en estos grados, los que pueden contribuir al desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes.

A partir de la necesidad de contar, clasificar y organizar durante mucho tiempo como ciencia formal del espacio y la cantidad, las matemáticas constituyen hoy un conjunto amplio de modelos y procedimientos de análisis, de cálculo, medida y estimación acerca de relaciones necesarias entre muy diferentes aspectos de la realidad. A semejanza de otras disciplinas, constituyen un campo en continua expansión y de creciente complejidad, donde los constantes avances dejan anticuadas las acotaciones y concepciones tradicionales. Los más recientes progresos, así como un mejor conocimiento de la naturaleza misma del conocimiento matemático, tienen también consecuencias sobre la educación en matemáticas, un área que, si bien ha estado presente tradicionalmente en la enseñanza académica, sin embargo, puede y merece ser enseñada con contenidos y mediante procedimientos a menudo bien distintos de los tradicionales. La misma introducción y aplicación de nuevos medios tecnológicos en matemáticas obliga a un planteamiento diferente, tanto en los contenidos como en la forma de enseñanza.

Las Matemáticas deben parte de su prestigio académico y social al doble carácter que se les atribuye de ser una ciencia exacta y deductiva. La cualidad de la exactitud, sin embargo, representa solo una cara de la moneda, la más tradicional en las matemáticas, que en la actualidad comprenden también ámbitos tales como la teoría de la probabilidad, la de la estimación o la de los conjuntos borrosos en los que la exactitud juega un papel diferente. De modo semejante, la tradicional idea de las matemáticas como ciencia puramente deductiva (idea ciertamente válida para el conocimiento matemático en cuanto producto desarrollado y ya elaborado) ha de corregirse con la consideración del proceso inductivo y de construcción a través del cual ha llegado a desarrollarse ese conocimiento. La especial trascendencia que para la educación matemática tiene el proceso, tanto histórico como personal, de construcción empírica e inductiva del conocimiento

matemático, y no solo formal o deductiva, invita a resaltar dicho proceso de construcción.

Conviene tener en cuenta, por lo anterior, que en el desarrollo del aprendizaje matemático en el niño y el adolescente desempeña un papel de primer orden la experiencia y la inducción. A través de operaciones concretas como contar, comparar, clasificar, relacionar, el sujeto va adquiriendo representaciones lógicas y matemáticas, que más tarde valdrán por sí mismas, de manera abstracta, y serán susceptibles de formalización en un sistema plenamente deductivo, independiente ya de la experiencia directa. Por otra parte, la perspectiva histórica pone de manifiesto que las matemáticas han evolucionado en interdependencia con otros conocimientos y con la necesidad de resolver determinados problemas prácticos.

Es preciso, por tanto, que el currículo refleje el proceso constructivo del conocimiento matemático, tanto en su progreso histórico como en su apropiación por el individuo. La formalización y estructuración del conocimiento matemático como sistema deductivo no es el punto de partida, sino más bien un punto de llegada de un largo proceso de aproximación a la realidad, de construcción de instrumentos intelectuales eficaces para interpretar, representar, analizar, explicar y predecir determinados aspectos de la realidad.

Para tener éxito, adquirir nuevos conocimientos y de forma general para aproximarse a la verdad, se necesita el conocimiento profundo de las leyes del pensamiento correcto. Solo entonces, cuando se logren aplicar conscientemente estas leyes, se podrán lograr resultados óptimos.

La palabra *lógica* proviene del griego *logos* que significa idea, palabra, razón, razonamiento, por lo que, aquí, nos ocuparemos de problemas que desde hace siglos son objeto de investigación por parte de los científicos.

La lógica como ciencia existe desde hace más de 2.000 años. Se tienen indicios de que ya en el siglo V a.n.e. los chinos, los hindúes y los hebreos se ocuparon de las cuestiones de la lógica, y en la antigua Grecia, Xenón, Sócrates y Platón hicieron grandes aportes a esta ciencia. Ahora bien, como el creador de la lógica formal se considera al filósofo griego Aristóteles (384-322 a.n.e.). Este compiló sistemáticamente los conceptos, sus relaciones mutuas, los juicios y conclusiones deducibles, y creó con los silogismos una clara estructura formal.

Producto de las investigaciones de los fundamentos de la Matemática y de otras disciplinas, la lógica formal se siguió desarrollando hacia la lógica Matemática actual. Esta nueva disciplina es un nivel cualitativamente superior a la lógica formal y se caracteriza por un mayor grado de abstracción y por nuevos conocimientos. La influencia de la Matemática en la Lógica consiste en que exige de esta, una teoría del concepto matemático y la comprensión más exacta y completa posible de los modos de conclusión de la Matemática clásica. Cuando observamos hoy nuestra Educación Secundaria nos percatamos que existen irregularidades en el continuo y necesario seguimiento de la Lógica Matemática que no favorecen el desarrollo del pensamiento. En esta investigación se aborda el problema relacionado con las dificultades de los estudiantes en la Educación Secundaria en el uso de

la lógica matemática, lo que hace necesario a los docentes que imparten esta materia hacer uso de las inferencias lógicas. Aunque este contenido no aparece en los programas, se considera que es de vital importancia su aplicación por parte de los educadores, debido a los logros que se pueden alcanzar en el desarrollo del pensamiento en estos años tan especiales de la vida del individuo.

La Lógica Matemática como disciplina científica surgió al principio como una aplicación de los medios matemáticos a las investigaciones lógicas. El objeto de las matemáticas y el objeto de la lógica formal tienen puntos comunes. Esa comunidad entre los objetos de esas dos ciencias consiste en que ambos reflejan relaciones extremadamente generales de la realidad, que se expresan en abstracciones cuyo vínculo con el mundo objetivo ofrece carácter complejo. Las matemáticas analizan el proceso del pensamiento matemático, plantean el problema de la estructura y las peculiaridades de las demostraciones aritméticas.

La Lógica matemática ha evolucionado y se ha desarrollado como una disciplina parcial de la Matemática, que para las demás disciplinas Matemáticas tiene carácter de fundamento, penetra en todos los campos matemáticos, en todo pensamiento humano y adquiere cada vez más importancia, toda vez que su desarrollo no ha concluido.

La Lógica Matemática se ocupa del análisis de las proposiciones y demostraciones, proporciona ideas claras y precisas sobre la naturaleza de la conclusión deductiva, desarrolla el pensamiento funcional y hace una contribución esencial al desarrollo del pensamiento científico y creador.

El dominio de los términos matemáticos, la formulación exacta de las circunstancias, y una demostración clara, entre otras cosas, se requieren en todas las disciplinas matemáticas. El análisis de un teorema de geometría requiere, al igual que la formulación de una ley, claridad y precisión en la expresión; por lo que es muy importante el estudio de la lógica matemática.

La Matemática no tiene una lógica propia, aunque se hable de lógica matemática, pero sí tiene un estilo propio de razonamiento. La brevedad en la expresión, el proceso de reflexión estructurado con exactitud, la ausencia de saltos lógicos y la exactitud en la simbología son características de este estilo de pensar. En la Matemática se aspira a la concordancia óptima con un esquema lógico formal. El estilo matemático de pensar posibilita en grado sumo, a causa de su concordancia, controlar la exactitud en el proceso del pensamiento. Con esto se pueden evitar los errores. El estilo matemático de pensar es una forma racionalizada del pensamiento, y con ello la educación en este tipo de pensamiento es de una importancia extraordinaria para todas las esferas de las ciencias y para la vida diaria.

La Lógica Matemática es imprescindible para todos: para los profesores, pues no podrán desarrollar de modo eficaz la mentalidad de sus estudiantes sin dominar la lógica. Ayuda a los estudiantes a asimilar la variada información en el estudio de diversas ciencias y en la actividad práctica. En su estudio autodidacta posterior los ayuda a separar lo fundamental de lo secundario, a percibir de modo crítico las definiciones y las clasificaciones de los más diversos conceptos que encuentren en

diferentes textos, a seleccionar formas de demostración de sus raciocinios verdaderos y de refutación de los falsos.

La Lógica Matemática es un ejemplo de que con la participación de la Matemática se puede lograr grandes progresos y contribuir al desarrollo del pensamiento lógico. El pensamiento lógico se mantendrá mientras exista la humanidad.

Una de las tareas que tradicionalmente se ha planteado a la Enseñanza de la Matemática es la de contribuir al desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes, esta debe desarrollar la movilidad de los procesos lógicos del pensamiento, la comprensión de estructuras formales, el reconocimiento de analogías y diferenciaciones, la rápida generalización, la observación del proceso de reflexión y la abreviación de la solución de problemas; en fin debe racionalizar la actividad mental y práctica de los estudiantes.

El pensamiento lógico no es congénito, se puede y se debe desarrollar de diferentes modos. El estudio sistemático de la lógica es una de las vías más eficientes de desarrollo del pensamiento lógico, [1].

2. Desarrollo del tema

El concepto de pensamiento lógico ha sido objeto de estudio de distintas escuelas psicológicas destacándose en ello el propio Jean Piaget, fundador de la Psicología Genética y los integrantes de la escuela de la Psicología Histórico-Cultural fundada por Vigotski. Al referirse a este concepto, Piaget [2] sentenció que la lógica del pensamiento la constituye el sistema de relaciones que permiten al sujeto la coordinación de sus propios puntos de vista entre sí y con los puntos de vista de los demás. Piaget estudió con profundidad la génesis de este sistema de relaciones en el que dio gran importancia a la reversibilidad, variable que también ponderó la escuela fundada por Vigotski para diagnosticar el grado de desarrollo del pensamiento lógico.

En la frase *pensamiento lógico* se atribuye una cualidad (la de ser lógico) al pensamiento. Atendiendo al uso corriente del término lógico, podemos decir que lógico es sinónimo de natural o adecuado, pero también se utiliza el término lógico para calificar el pensamiento en el sentido de su validez y corrección, en ese caso se entiende como lógico el pensamiento que es correcto, es decir, el pensamiento que garantiza que el conocimiento mediato que proporciona se ajuste a lo real. Es en ese sentido que se pretende *formar en los niños*, [3].

En el uso común del lenguaje frecuentemente se encuentra la frase *esto es lógico*, con lo cual se expresa, por ejemplo, una afirmación es clara y consecuente y puede ser considerada como razonable. Por el contrario, cuando una asociación de ideas se nos manifiesta como algo sin sentido, o inconsecuente, la calificamos de ilógica, o sea, que no corresponde a la lógica.

Naturalmente que estas explicaciones dependen frecuentemente de los sentimientos y son deducidas de la experiencia sobre un concepto, por lo cual no bastan para cumplir las exigencias de un planteamiento científico. Sin embargo, a través de la relación con la vida diaria reconocemos la importancia que se le da a esta disciplina, así como al objeto de estudio de la lógica, que es el pensamiento, la forma superior de la actividad psíquica del hombre.

Evidentemente que otras ciencias se ocupan también de la cuestión relacionada con el razonamiento. A causa del constante desarrollo y perfeccionamiento de la sociedad humana y a la ampliación cuantitativa y cualitativa del conocimiento a que esto da lugar, surgieron, y surgen en la actualidad, nuevas disciplinas que están relacionadas con los procesos del pensamiento.

Para poder entender lo que es pensamiento lógico es necesario conocer que es la lógica, que estudia, cuáles son sus conceptos y fundamentos; es por ello que aquí trataremos algunos conceptos y elementos de la Lógica Matemática.

2.1 Proposiciones y formas proposicionales

Se reconoce por la dialéctica materialista la acción recíproca entre el hombre y el medio como un importante factor de desarrollo. En este constante enfrentamiento a su medio, el hombre se expresa sobre determinadas cosas y fenómenos. Al mismo tiempo, además de las preguntas, deseos y exigencias, surgen las proposiciones. Estas son proposiciones en el sentido del lenguaje familiar, pues realmente se enuncia algo sobre una determinada circunstancia. En estas proposiciones se refleja la realidad objetiva que rodea al hombre. Como el pensamiento y el lenguaje constituyen una unidad dialéctica, estas expresiones se producen a través de los medios lingüísticos (hablados y escritos).

Las proposiciones son estructuras lingüísticas con sentido, y de las cuales se puede decir que son verdaderas o falsas. Sobre el contenido de verdad de una proposición, a través de los axiomas o principios de la lógica, se han hecho las siguientes consideraciones:

Toda proposición o es falsa o es verdadera, según el principio de la bivalencia. De este principio se pueden deducir los dos teoremas siguientes.

El teorema de la tercera posibilidad excluida, que expresa: Toda proposición es falsa o verdadera. El teorema de la contradicción excluida, que expresa: ninguna proposición es falsa y verdadera al mismo tiempo.

Cuando en una sucesión de signos, con alguna relación, aparece una variable, evidentemente esta no es una proposición, pero si se sustituye esa variable por elementos de un dominio básico, entonces se pueden formar proposiciones verdaderas y falsas. Las cuales se llaman formas proposicionales.

Una estructura lingüística que contiene por lo menos una variable libre y se convierte en una

proposición cuando se sustituyen todas las variables por símbolos, que denotan objetos del dominiobásico, recibe el nombre de forma proposicional.

2.1.1 Operaciones lógicas

A partir de dos o más proposiciones podemos formar los enlaces de proposiciones utilizando los conectores lógicos (y, o, si ... entonces, si y solo si, entre otros). En el lenguaje común se utiliza un procedimiento similar; a partir de las oraciones más sencillas formamos oraciones compuestas utilizando conjunciones.

Mediante el enlace de proposiciones se obtienen proposiciones compuestas que su valor de verdad depende tanto del tipo de enlace, como de los valores de verdad de las proposiciones enlazadas.

I. NEGACIÓN

Con la negación de una proposición queremos expresar la idea de que esto no se refiere a la circunstancia que a ella corresponde. Cuando negamos una proposición A , entonces obtenemos otra proposición "no A ", tabla 1. Se llama negación a la función veritativa de un lugar, cuyos valores se fijan de la siguiente manera:

| A | $\sim A$ |
|-----|----------|
| V | F |
| F | V |

Tabla 1. Operación lógica negación. **Fuente.** Elaboración propia.

II. CONJUNCIÓN

La conjunción corresponde a la función proposicional de dos lugares A y B . Un enlace de proposiciones A y B es verdadera cuando ambas proposiciones son verdaderas, tabla 2.

Se llama conjunción a la función veritativa de dos lugares cuyos valores se fijan de la siguiente forma:

| A | B | $A \wedge B$ |
|-----|-----|--------------|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | F |

Tabla 2. Operación lógica conjunción. **Fuente.** Elaboración propia.

III. ALTERNATIVA Y DISYUNCIÓN

El punto central de esta parte lo constituye el uso de la palabra "o", la cual puede ser utilizada en un sentido exclusivista ("o ... o ...") o no exclusivista.

a) La alternativa

La alternativa corresponde a la función proposicional bivalente "A o B". Es verdadera cuando, como mínimo, una de las proposiciones enlazadas es verdadera, tabla 3.

Se llama alternativa a la función veritativa bivalente cuyos valores se fijan de la siguiente manera:

| A | B | $A \vee B$ |
|---|---|------------|
| V | V | V |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

Tabla 3. Operación lógica alternativa. **Fuente.** Elaboración propia.

b) La disjunción

La disjunción corresponde a la función proposicional de dos lugares "o A o B". Es verdadera cuando una de las dos proposiciones es verdadera, tabla 4.

Se llama disjunción a la función veritativa de dos lugares cuyos valores se fijan de la siguiente forma:

| A | B | $A \vee B$ |
|---|---|------------|
| V | V | F |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

Tabla 4. Operación lógica disjunción o función veritativa. **Fuente.** Elaboración propia.

IV. IMPLICACIÓN

La implicación corresponde a la función proposicional de dos lugares " Si A, entonces B". Es falso cuando A es verdadero y B falso, en los demás casos es verdadera, tabla 5. Se llama implicación a la función veritativa de dos lugares cuyos valores se fijan de la forma siguiente:

| A | B | $A \rightarrow B$ |
|---|---|-------------------|
| V | V | V |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | V |

Tabla 5. Operación lógica implicación. **Fuente.** Elaboración propia.

V. EQUIVALENCIA

La equivalencia corresponde a la función proposicional de dos lugares " A exactamente cuando B". Son verdaderas cuando ambas proposiciones son verdaderas o ambas son falsas, tabla 6. Se llama

equivalencia a unión veritativa de dos lugares, cuyos valores se fijan de la siguiente forma:

| A | B | $A \leftrightarrow B$ |
|---|---|-----------------------|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | V |

Tabla 6. Operación lógica equivalencia. **Fuente.** Elaboración propia del autor.

2.1.1.1 Formas lógicas

El conocimiento solo existe en nuestra conciencia a través de formas lógicas y puede ser adquirido, también, por medio de formas lógicas. Como forma lógica fundamental para la adquisición de conocimiento tenemos el razonamiento. La relación lógica que se establece entre las premisas y la conclusión, que constituye la estructura lógica del razonamiento, se conoce como regla de inferencia, en virtud de que a partir del conocimiento contenido en las premisas nos permite inferir un nuevo conocimiento que es el contenido gnoseológico de la conclusión.

Aunque el proceso de inferencia que se realiza en todo razonamiento se efectúa sobre la base de la estructura lógica de las premisas y conclusión, sin atender a su contenido cognoscitivo, de hecho el conocimiento contenido tanto en las premisas como en la conclusión quedan relacionados gracias al razonamiento, por lo que esta forma lógica está presente, como fundamento lógico, en diferentes operaciones lógicas, como son la definición y la demostración que permiten la sistematización del conocimiento en una nueva forma lógica, la teoría científica.

Además, el razonamiento posee un valor heurístico, es decir, constituye una vía para la obtención de nuevos conocimientos por lo que aparece también, como el fundamento lógico de todo método de obtención de conocimiento.

Es precisamente en este último sentido en que nos interesa profundizar en el estudio del razonamiento, en tanto que al estar enfrascado en la tarea de la dirección y control del proceso de aprendizaje por parte de los estudiantes y al ser todo proceso de aprendizaje, de hecho, un proceso de adquisición de conocimientos, debemos seleccionar adecuadamente el método por medio del cual el estudiante se apropiará de determinados conocimientos.

En todo método debe existir al menos un razonamiento en cuyas premisas quedar expresado el conocimiento que posee, en la conclusión encontraremos el nuevo conocimiento que no se poseía antes de ser obtenido por el razonamiento y que de ahora en adelante formará parte del caudal de conocimientos y que puede ser utilizado como premisa de otros razonamientos para obtener otros nuevos conocimientos, [4].

Al decir que las premisas contienen el conocimiento que se posee se asegura que en las premisas queda estructurado lógicamente en forma de proposiciones determinados conocimientos, es decir, informaciones que tenemos como verdaderas, pero ¿podemos asegurar lo mismo en relación con la conclusión?; ¿podemos garantizar que la conclusión contendrá una información verdadera siempre con solo garantizar la veracidad de la información contenida en las premisas?.

Puede constatarse que, siendo las premisas verdaderas, la conclusión puede ser verdadera o falsa. El hecho de que las premisas sean consideradas como verdaderas se desprende de que en estas proposiciones queda expresado el conocimiento existente y en nuestro caudal de conocimiento se incluyen solo aquellas proposiciones que se tienen como verdaderas. Pero la conclusión que se obtiene contiene una nueva información que es necesario determinar si es verdadera o no, para en el caso de ser verdadera incluirla como un nuevo conocimiento.

Atendiendo a diferentes puntos de vista se pueden clasificar los razonamientos como sigue.

La explicación de que la conclusión puede ser verdadera o falsa, aunque las premisas sean verdaderas las debemos encontrar en las reglas de inferencia que se aplican en cada caso con lo cual podemos diferenciar tres tipos de razonamientos:

- 1) **Razonamiento necesario.** De premisas verdaderas se obtiene una conclusión verdadera siempre.
- 2) **Razonamiento imposible.** De premisas verdaderas se obtiene una conclusión falsa.
- 3) **Razonamiento probable.** De premisas verdaderas se obtiene una premisa que puede ser verdadera o falsa.

Al ser la conclusión de los razonamientos necesarios siempre verdadera, nos garantiza el incluirlo como un nuevo conocimiento sin tener la menor duda, por lo que siempre que sea posible trataremos de recurrir a esta forma de razonamiento.

Una distinción más conocida entre los tipos de razonamientos se realiza sobre la base de la comparación del grado de generalidad entre las premisas y la conclusión:

- 1.- **Razonamiento deductivo.** La conclusión aporta un conocimiento menos general que la premisa, es decir, al menos una de las premisas es más general que la conclusión.
- 2.- **Razonamiento inductivo.** La conclusión es más general que las premisas, es decir, la conclusión es más general que al menos una de las premisas.
- 3.- **Razonamiento analógico.** La conclusión posee el mismo nivel de generalidad que las premisas, es decir, a partir del conocimiento de que un objeto posee una determinada propiedad se infiere que otro debe poseer esa propiedad en virtud de que ambos objetos son análogos con respecto a otras propiedades. Un método de obtención de conocimientos es deductivo si todo razonamiento que aparezca en él es deductivo.

Ejemplo 1:

Todos los rombos son paralelogramos, el cuadrado es un rombo

El cuadrado es un paralelogramo

La estructura de todo razonamiento incluye las premisas (sobre la raya), la conclusión (debajo de la raya) y el nexos lógico entre aquellas y esta.

Un caso importante de razonamiento es la deducción en la cual se garantiza que la conclusión es verdadera cuando las premisas de partida lo son; en otras palabras, la deducción es el razonamiento que garantiza pasar de juicios verdaderos a otros también verdaderos. Nosotros centraremos la atención en estos razonamientos deductivos.

Dado que en la deducción se pasa de juicios verdaderos a otros juicios también verdaderos, se comprende que el paso de unos a otros debe hacerse atendiendo a reglas estrictas que garanticen la veracidad, estas son las reglas de inferencias deductivas y el proceso de pasar de unos juicios a otros se llama inferencia.

Se analizarán algunas **reglas de inferencia** fundamentales, que tienen una relación directa con los procedimientos lógicos del pensamiento que es necesario formar en la escuela.

Es bueno destacar que existen varias reglas de inferencia las cuales se clasifican en:

a) Inmediatas que son las que parten de un solo juicio o premisa (ver cuadro lógico en lógica y procedimientos lógicos del aprendizaje, [3].

b) Mediatas tienen más de una premisa, [5].

Para nuestro trabajo solamente analizaremos tres reglas de inferencias que son las más usadas o necesarias. Estas reglas son:

a) Contraposición $p \rightarrow q \text{ - } \sim q \rightarrow \sim p$

b) Separación $(p \rightarrow q) \text{ - } p \text{ - } q$

c) Suspensión $(p \rightarrow q) \text{ - } \sim q \text{ - } \sim p$

Se analizará la regla de inferencia inmediata que en algunos textos se denomina contraposición simple: $p \rightarrow q \text{ - } \sim q \rightarrow \sim p$ (de p implica q se deduce no q implica no p) y está asociada a la implicación del Álgebra de la lógica $(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$ la cual si se construye su tabla de verdad se puede comprobar que es una tautología (siempre es verdadera).

Ejemplo 2:

Cuando se clasifican los triángulos y se estudian las propiedades que cumplen los triángulos equiláteros se puede deducir lo siguiente.

Si ABC es un triángulo equilátero (p)

Entonces

ABC es un triángulo equiángulo (q)

Si el triángulo ABC no es equiángulo ($\sim q$) entonces tampoco es equilátero ($\sim p$).

A pesar de que en ningún programa de la enseñanza media está establecido que se trabaje con el contrarrecíproco de un teorema, sí es posible que el profesor utilice esta regla de inferencia para contribuir al desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes de la enseñanza media y específicamente con los de séptimo grado.

Es bueno destacar que aquí se puede realizar una doble implicación, es decir, una equivalencia ($p \rightarrow q \leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$) que también es una tautología la cual tiene mucha aplicación en la Matemática a la hora de determinar un teorema y su contrarrecíproco, esto permite, si se requiere demostrar un teorema, es posible sustituirlo por su contrarrecíproco y demostrar este último.

Ejemplo 3:

En la página 57 del texto de séptimo grado aparece el teorema 3 que plantea:

Si dos triángulos tienen sus tres lados respectivamente iguales (p), entonces estos triángulos son iguales (q).

El cual puede sustituirse por su contrarrecíproco que sería:

Si dos triángulos no son iguales ($\sim q$), entonces sus tres lados no son respectivamente iguales ($\sim p$).

Una regla de inferencia fundamental es la regla de separación: $p \rightarrow q, q$ (de p y de p implica q se deduce q).

En este caso la implicación asociada es $(p \rightarrow q) \rightarrow q$ la cual si se construye la tabla de verdad vemos que es una implicación lógicamente verdadera, lo que permite afirmar que su tesis ($\sim q$) se deduce lógicamente de la premisa $p \rightarrow q$

Esta regla de inferencia se conoce en la lógica aristotélica como *modus ponendo ponens* (modo de afirmar afirmando) pues se afirma la conclusión afirmando la premisa.

Ejemplo 4:

En la clasificación de los triángulos atendiendo a sus lados se puede utilizar la regla cuando ellos conocen que todo triángulo equilátero es isósceles.

Es decir, el triángulo ABC es equilátero y como todo triángulo equilátero es isósceles, entonces puedo afirmar que el triángulo ABC es isósceles.

Todo triángulo equilátero (p) es isósceles (q)

El triángulo ABC es equilátero (p)

El triángulo ABC es isósceles

2. Conclusiones

1. El análisis de los fundamentos razonados del desarrollo del pensamiento permitió fundamentar la posibilidad de contribuir a su perfeccionamiento a partir de la asimilación de los procedimientos programas vigentes.
2. El razonamiento posee un valor heurístico, pues constituye una vía para la obtención de nuevos conocimientos y es también el fundamento lógico de todo método de obtención de conocimiento.
3. Los estudiantes han acumulado una gran experiencia, a lo largo de su vida escolar y de sus propios aprendizajes espontáneos, en cuanto a conceptos y habilidades matemáticas se refiere.

Referencias

- [1] J. Piaget, “*Las operaciones intelectuales*”, J. Piaget, B. Inhelder. Folleto, Universidad de la Habana, 1982.
- [2] O. A. Carmenates, “*Las inferencias lógicas: una vía para desarrollar el aprendizaje del escolar de secundaria básica*”. CIVE. V Congreso Internacional Virtual de Educación, ISBN: 84-7632-917-2. Palma de Mallorca, 2005.
- [3] L. A. Campistrous, “*Lógica y Procesos Lógicos del Aprendizaje*”. La Habana. Ed. CDIP ICP, 1993.
- [4] O. A. Carmenates, “*El método de la interconexión significativa en la estructuración del proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría en la educación preuniversitaria*”. Tesis doctoral. Las Tunas, 2011.
- [5] A. Guetmanova, “*Lógica: En Forma Simple sobre lo Complejo*”. Diccionario. Moscú. Ed. Progreso, 1991.



USO DE HISTORIA EN EL CURRÍCULO ESCOLAR DE MATEMÁTICAS DE COSTA RICA: DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN

THE USE OF HISTORY IN MATHEMATICS SCHOOL CURRICULUM IN COSTA RICA: DESIGN AND IMPLEMENTATION

*Luis Armando Hernández-Solís**

Resumen: en mayo del 2012 las autoridades costarricenses de educación aprobaron nuevos programas de estudio de Matemática para toda la educación preuniversitaria de ese país. Este nuevo currículo establece como uno de sus ejes disciplinares el Uso de la Historia para la Enseñanza de la Matemática. El proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (**PREMCR**) del Ministerio de Educación Pública (**MEP**), principal ente orientador de este desarrollo curricular, diseñó recursos y acciones para apoyar a los docentes en la implementación de este eje. Aquí se precisan los elementos teóricos que componen este eje curricular y las acciones realizadas por el **PREMCR**: documentos, cursos bimodales (presencial - virtual), cursos virtuales (**MOOC** y Mini **MOOC**). Asimismo, se consignan resultados obtenidos, ventajas y limitaciones de estas estrategias en el contexto de un país en vías de desarrollo como Costa Rica; en particular se considera que esta experiencia adquirida puede ser de utilidad a otros países en condiciones similares.

Palabras clave: Reforma Matemática Costa Rica, Capacitación docente, Implementación curricular, Educación Matemática, Historia de las Matemáticas.

Abstract: in May 2012, Costa Rican authorities of education approved new Mathematics syllabi for all preuniversity education in that country. This new curriculum establishes the Use of History for the Teaching of Mathematics as one of its disciplinary key points. The Project, Reform of Mathematics Education in Costa Rica (**PREMCR** is the acronym in Spanish), of the Ministry of Public Education (**MEP**: the acronym in Spanish) designed resources and actions to support teachers in the implementation of the issue cited above. **MEP** is the main institution guiding this curricular development. As a matter of fact, this curricular issue consists of the theoretical elements that are detailed in this abstract as well as the actions carried out by **PREMCR**: documents, bimodal courses (face-to-face and online), on line courses (**MOOC** and Mini **MOOC**). Likewise, obtained results, advantages and limitations of these strategies are registered in the context of a developing country such as Costa Rica. This experience in particular is considered to be useful to other countries in similar conditions.

*Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica, Ministerio de Educación Pública, Costa Rica. Docente de la Universidad Estatal a Distancia, Costa Rica. E-mail: lhernandez@uned.ac.cr. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2956-8102>

Key Words: Mathematical Reform Costa Rica, teacher training, curricular implementation, Mathematics Education, History of Mathematics.

1. Introducción

En Mayo del 2012 el Consejo Superior de Educación de Costa Rica³ aprobó nuevos programas de estudio de Matemáticas para toda la educación primaria y secundaria de ese país. El nuevo currículo establece una nueva estrategia pedagógica: *Resolución de problemas con énfasis en contextos reales*, con lo cual se busca potenciar mayores capacidades cognitivas en el abordaje de los nuevos retos que plantea una sociedad moderna. Entre otros componentes, formula cinco ejes disciplinares que atraviesan de distintas maneras y énfasis de acuerdo al área matemática y los niveles educativos del plan de estudios. Estos se operacionalizan en la malla curricular de manera precisa mediante diversas indicaciones puntuales y generales.

Uno de estos ejes es el *Uso de la historia de las Matemáticas*, el cual pretende brindar un rostro humano a las Matemáticas y lograr una acción sinérgica entre los demás ejes.

En el texto se explicará la perspectiva teórica y pragmática de este eje disciplinar en el currículo costarricense de Matemáticas; así como las acciones realizadas por el **PREMCR** para favorecer su implementación. Asimismo, se consignan algunos resultados obtenidos y las conclusiones que se desprenden de su respectivo análisis.

2. Desarrollo del tema

En los últimos tiempos, la enseñanza tradicional de las Matemáticas se ha enfocado en transmitir un contenido terminado y abstracto, desligado del contexto socio histórico y de los procesos de construcción que le dieron origen. Ruiz [1] explica:

Con el correr de la historia humana, las matemáticas de las abstracciones, acciones y operaciones sobre ellas mismas, llegaron a ocupar su corazón: conjuntos de construcciones mentales cada vez más alejadas de lo intuitivo y empírico. Tanto que, hoy en día, a veces, nos da la impresión que nunca tuvieron contacto con ese mundo.

Respecto a esta perspectiva *etérea* de presentar los tópicos matemáticos Droeven [2] señala que se incurre en una *amnesia histórica*, pues al no tomar en cuenta los procesos de construcción del conocimiento y sus diferentes obstáculos, se induce a los estudiantes a una *amnesia conceptual*.

³ Órgano de carácter constitucional responsable de orientar y dirigir desde el punto de vista técnico los diferentes niveles, ciclos y modalidades del Sistema Educativo Costarricense

La enseñanza tradicional de las Matemáticas ha centrado esfuerzos en la memorización de algoritmos, fórmulas y resultados. Fauvel [3] establece que una de las razones más importantes para emplear la historia de las matemáticas en la enseñanza, es la de cambiar la percepción que tienen los estudiantes de las matemáticas; es decir, romper con el esquema de que son solo una colección de axiomas, teoremas y pruebas en donde lo esencial es la rigurosidad lógica.

Lakatos [4] considera las Matemáticas como resultado de una práctica social e histórica, lo que subraya su carácter humano y colectivo. Consecuentemente, el plan de estudios costarricense [5] concibe a las Matemáticas como construcción humana y social. Respecto al uso de la historia de las Matemáticas como un eje transversal del currículo, [5, p.39] establece *La Historia de las Matemáticas apunala una visión humanista de las Matemáticas en cuanto subraya su carácter de construcción sociocultural.*

2.1. Marco referencial: perspectiva del uso de la historia en el Currículo

Las Matemáticas a lo largo de la historia tuvieron un influjo empírico y práctico (cálculo de terrenos, construcción de altares, comercio, calendarios, astronomía, navegación, recolección de impuestos, etc.) en donde objetos matemáticos estuvieron inmersos en diversos escenarios concretos.

En [5] se enfatiza el trabajo con problemas asociados a entornos reales, por lo que la historia de las Matemáticas puede generar insumos útiles para el diseño de situaciones de aprendizaje en concordancia con su enfoque principal del Currículo. Se debe aclarar que la historia no es un contenido más del currículo o un nuevo objeto de estudio, sino que tiene una perspectiva pragmática de carácter metodológico.

González [6, p.27] afirma que la historia de las Matemáticas "(...) es una fuente inagotable de material didáctico, de ideas y problemas interesantes.". Específicamente [5, pp. 64-65] considera que este eje disciplinar permitirá mostrar distintas formas de pensamiento y acción matemática y así potenciar las conexiones entre las diferentes áreas matemáticas, logrando enriquecer el enfoque de resolución de problemas. Asimismo, la implementación de este eje permitiría la atención de grupos con particularidades socioculturales, así como estudiantes con talento; especialmente apoyaría el desarrollo de actitudes y creencias positivas sobre las Matemáticas al presentar una perspectiva más cercana al estudiante.

En [7] se plantea que no debe minimizarse la acción de la historia como un elemento motivacional para introducir algún tema, sino que debe enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje. En [3], [8], y [9] se plantean varios usos de la historia como recurso didáctico. En el currículo costarricense de Matemáticas [5, p.65] se proponen las siguientes opciones didácticas:

- Como un reservorio de anécdotas para motivar y sensibilizar. Una anécdota puede ser la referencia que permita a un sujeto recordar un objeto o resultado matemático.

- Descripción de situaciones matemáticas, que sitúan un contexto y circunstancias individuales y socioculturales.
- Para determinar la secuencia o lógica de la presentación de algunos tópicos, pues la lógica histórica puede sugerir caminos semejantes en los aprendizajes.
- Uso de fuentes primarias, problemas o textos de matemáticos que pueden permitir el tratamiento de ciertos tópicos con las herramientas teóricas que se disponían en el momento histórico.

Con respecto al enfoque principal del currículo, se pueden identificar problemas interesantes (en fuentes primarias o secundarias) para ser resueltos usando conocimientos de la época. Esto se puede hacer en varios pasos, lo que se consigna en la tabla 1.

| | |
|---------------------|---|
| Primer paso | Ubicar el contexto social, geográfico y cultural. <ul style="list-style-type: none"> • Se pueden usar mapas, pasajes de libros históricos, películas, etc. |
| Segundo paso | Plantear el problema y el significado del mismo en las Matemáticas de esa época. <ul style="list-style-type: none"> • Se puede empezar por poner estudiantes a trabajar procedimientos sencillos relacionados con el problema. • Identificar el problema en forma matemática precisa. |
| Tercer paso | Resolver el problema <ul style="list-style-type: none"> • Por medio de las heurísticas, analogías y estrategias disponibles en la época, etc. |
| Cuarto paso | Analizar y comparar las soluciones <ul style="list-style-type: none"> • Estudiar aquellas que se dieron históricamente y compararlas con las soluciones en el contexto actual. |

Tabla 1. Uso de problemas históricos originales. **Fuente:** Ministerio de Educación Pública (2012, p.67).

En [5] aparecen indicaciones metodológicas generales por área y ciclo, en total hay 400. Algunas refieren al uso de la Historia de las Matemáticas. Ver figura 1.

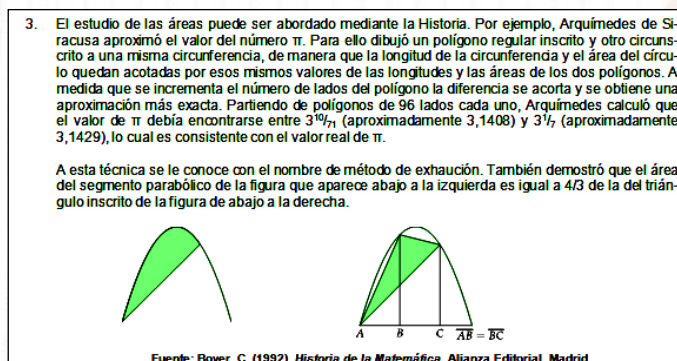



Figura 1. Fragmento de indicaciones metodológicas para el primer año del Ciclo diversificado, Geometría (área matemática). **Fuente:** MEP (2012, p. 401).

Para brindar mayor orientación respecto a la implementación de este eje, se consignaron en la malla curricular indicaciones puntuales asociadas a conocimientos y habilidades específicas. Por medio de estas indicaciones se promueve un progreso de la *competencia matemática*⁴ a partir del logro de las habilidades; aquí se subraya esa relación por medio de estrategias pedagógicas. En todo el currículo aparecen 1115 indicaciones puntuales, de las cuales 38 refieren al uso de la historia. Estas se distinguen por el ícono . Ver figura 2.




| | | |
|---|---|--|
| <p>Distribuciones de frecuencia</p> <ul style="list-style-type: none"> • Clases o intervalos • Frecuencia absoluta • Frecuencia relativa y porcentual • Representación tabular • Representación gráfica - Histogramas - Polígonos de frecuencia | <ol style="list-style-type: none"> 3. Reconocer la importancia de agrupar datos cuantitativos en clases o intervalos. 4. Resumir un grupo de datos cuantitativos por medio de la elaboración de un cuadro de distribuciones de frecuencia absoluta y relativa (o porcentual). 5. Interpretar la información que proporciona un cuadro de distribución de frecuencias al resumir un grupo de datos cuantitativos. 6. Resumir la información proporcionada por una distribución de frecuencias mediante un histograma o un polígono de frecuencias (absolutas o relativas), e interpretar la información que proporcionan estas representaciones gráficas. 7. Utilizar algún software especializado o una hoja de cálculo para apoyar la construcción de las distribuciones de frecuencia y sus representaciones gráficas. | <p>▲ Para continuar con el análisis de las variables continuas, se recomienda plantear la siguiente situación.</p> <p> En la Antigüedad se utilizaban unidades de medida que estaban relacionadas con el cuerpo humano, dos de ellas son el palmo y el codo. El palmo es la longitud entre el pulgar y el meñique con la mano abierta (también conocida como cuarta),</p> <div style="text-align: center;">  <p>Imagen con derechos adquiridos por el MEP</p> </div> <p>y el codo correspondía a la longitud desde el codo hasta el extremo de los dedos.</p> <div style="text-align: center;">  <p>Imagen con derechos adquiridos por el MEP</p> </div> |
|---|---|--|

Figura 2. Fragmento de la maya curricular de noveno año de Educación General Básica, Estadística y Probabilidad (área matemática). **Fuente:** MEP (2012, p.363).

2.2 Planteamiento del problema: Implementación

D'Ambrosio [10] señala que el profesor de matemáticas no solo debe tener conocimiento de su disciplina; sino que para la transmisión de ese conocimiento a través de la enseñanza, es necesario que conozca cómo este se originó y cuáles fueron las principales motivaciones para su desarrollo, así como cuáles son las razones de su presencia en los currículos escolares. En [6] se subraya que la Historia de las Matemáticas proporciona al docente una mayor comprensión de la disciplina y sus dificultades, esto hace que se sensibilice el tratamiento de los diferentes conceptos, permitiendo plantear activamente el aprendizaje como un redescubrimiento.

⁴ MEP (2012, p.14): La competencia matemática se interpreta aquí como una capacidad de usar las matemáticas para entender y actuar sobre diversos contextos reales, subraya una relación de esta disciplina con los entornos físicos y socioculturales y también brinda un lugar privilegiado al planteamiento y resolución de problemas.

Sin embargo, [6] plantea varias razones por las que no resulta fácil concretar las formas de aplicar la historia de las Matemáticas en los procesos de enseñanza - aprendizaje, entre ellas señala algunas debilidades que puede presentar el profesor: conocimientos históricos, interés por la interdisciplinariedad, iniciativa y capacidad para diseñar una tarea matemática o situación de aprendizaje a partir de elementos históricos.

En [11] se apunta que una de las debilidades para el proceso de implementación curricular en Costa Rica es la formación inicial de docentes, y la ausencia hasta hace poco tiempo de procesos continuos de capacitación.

Aunque en Costa Rica la mayoría de currículos de formación inicial docente poseían en su plan de estudios alguna asignatura referente a la Historia de las Matemáticas (en pregrado o posgrado), su orientación no había sido metodológica ni práctica, sino en esencia de carácter teórico, por lo que era importante brindar un apoyo a los docentes en servicio, los cuales son los principales actores de llevar a cabo la implementación curricular a las aulas. Pero, ¿cómo hacer esto viable de tal forma que el apoyo educativo llegara a gran cantidad de la población docente, sin que el costo fuera muy alto, y que el mismo verdaderamente favoreciera la implementación curricular con recursos útiles y prácticos para la acción de aula?

Para responder esta pregunta se tuvo que acudir con bastante fuerza a los recursos de las tecnologías de la información y comunicación (**TIC**) de tal forma que apoyaran estos procesos de implementación curricular.

2.3 Diseño y metodología

Aunque se brindaron indicaciones puntuales y generales en el Currículo respecto a la ejecución correcta de este eje, se consideró necesario realizar otras acciones complementarias: elaboración de documentos de apoyo curricular, diseño y ejecución de cursos bimodales (parte presencial, parte virtual) y cursos virtuales en la modalidad **MOOC** y Mini **MOOC**.

2.3.1. Documentos de apoyo curricular

En 2013 se elaboraron cuatro textos de apoyo curricular (uno por cada ciclo escolar) para mostrar a docentes y asesores pedagógicos regionales de matemáticas, ejemplos de problemas en las distintas áreas matemáticas que pudieran ser implementados en el aula para la construcción de aprendizajes (generación de nuevas habilidades) y para la movilización de las habilidades adquiridas (refuerzo y fortalecimiento). Su principal objetivo es servir de apoyo al docente para hacerle frente de la mejor manera al nuevo enfoque presentado en los programas de estudio.

Estos materiales fueron diseñados de acuerdo al enfoque curricular y al modelo de gestión de aula que propone el currículo. También se designan apartados específicos referentes a la implementación

de los ejes disciplinares (tecnología, historia, actitudes y creencias). En particular, para todos los ciclos educativos en cada área matemática, aparece una sección sobre el uso de la historia como recurso didáctico, en donde se presentan varios problemas o pasajes históricos que pueden servir de insumos para el diseño de situaciones de aprendizaje. Los detalles pueden consultarse en [12], [13], [14] y [15].

2.3.2. Cursos bimodales de capacitación docente

Para el 2013 las capacitaciones giraron en torno a dos ejes disciplinares del currículo: i) el uso inteligente y visionario de tecnologías digitales y ii) el uso de la Historia de las Matemáticas. El objetivo general de esta capacitación fue según [16] y [17]: *Ofrecer elementos sobre el uso de Historia de las Matemáticas y el uso de la tecnología para la enseñanza de las Matemáticas, en concordancia con el enfoque de Resolución de Problemas que establecen los programas oficiales de estudio para Matemáticas.*

A partir de este objetivo general se desarrollaron dos cursos distintos, uno dirigido a docentes de primaria y otro a docentes de secundaria. Cada curso fue estructurado con cinco sesiones presenciales de ocho horas, en donde se realizaba una discusión y síntesis de las actividades planteadas en los módulos, aclaración de dudas y desarrollo de talleres en subgrupos para analizar y construir situaciones didácticas utilizando la historia y/o la tecnología. Por último, se dedicaban tiempos para socializar las situaciones construidas en el taller.

Los cursos se componían de 80 horas (40 horas presenciales y 40 horas de trabajo independiente en la plataforma educativa virtual). Los contenidos del curso se encontraban organizados en módulos en la plataforma educativa. Hay diez módulos, numerados del 0 al 9 (los módulos 1 a 5 en primaria y del 1 al 4 de secundaria eran específicos al uso de la historia). Cada módulo, excepto el 0, contenía: un documento con una actividad en la que se propone un problema que se analiza desde el punto de vista metodológico, ítems de autoevaluación, ítems de evaluación y un foro de consultas. En la Tabla 2 aparece el objetivo específico y contenidos referentes al tema de uso de la historia para cada uno de los cursos de capacitación.

| | Capacitación para docentes de primaria | Capacitación para docentes de secundaria |
|----------------------------|--|--|
| Objetivo específico | Brindar algunos elementos sobre el uso de la historia de las Matemáticas para ser utilizados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de Números, Geometría, Probabilidades y Medidas. | Brindar algunos elementos sobre el uso de la historia de las Matemáticas para ser utilizados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de Geometría, Probabilidades y Relaciones y álgebra. |
| Contenidos | Módulo 1. Elementos de Números y el uso de la historia en la enseñanza y aprendizaje en esta área: Fracciones | Módulo 1: Elementos de Relaciones y algebra y el uso de la historia en la enseñanza y aprendizaje en esta área: Resolución de |

| | |
|---|---|
| <p>unitarias. Suma de fracciones. Problemas de reparto. Representación de números en el antiguo Egipto.</p> <p>Módulo 2. Elementos de Medidas y el uso de la historia en la enseñanza y aprendizaje en esta área: Concepto de medida. Estimación de medidas. El metro.</p> <p>Módulo 3. Elementos de Probabilidad y el uso de la historia en la enseñanza y aprendizaje en esta área: Resultados favorables a un evento. Eventos más probables, menos probables e igualmente probables.</p> <p>Equiprobabilidad.</p> <p>Módulos 4 y 5. Elementos de Geometría y el uso de la historia en la enseñanza y aprendizaje en esta área: Sólidos regulares. Área de un polígono. Traslaciones. Simetría.</p> | <p>ecuaciones de segundo grado. Problemas babilonios. Problemas de Al-Khwārizmī. Problemas de los Elementos de Euclides.</p> <p>Módulo 2: Elementos de Estadística y probabilidades y el uso de la historia en la enseñanza y aprendizaje en esta área: Probabilidad de un evento. Propiedades de las probabilidades.</p> <p>Módulos 3 y 4: Elementos de Geometría y el uso de la historia en la enseñanza y aprendizaje en esta área: Inicio histórico de la geometría analítica. Ecuación de la circunferencia. Teorema de Pitágoras. Criterios de semejanza de triángulos.</p> |
|---|---|

Tabla 2. Objetivos específicos y contenidos referentes al tema de uso de la historia de las Matemáticas: capacitación para docentes de primaria y capacitación para docentes de secundaria.

Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013e, 2013f).

Se trataba de una estrategia novedosa que involucraba dos tiempos, uno para trabajar con docentes líderes y otro para capacitar a poblaciones de las Direcciones Regionales de Educación (**DRE**) del país. Los detalles se pueden ver en [18].

2.3.2. Cursos virtuales de capacitación docente

En [19] se indica que las necesidades de la reforma matemática obligaban a atender a la comunidad educativa de una forma más amplia: se quería llegar a poblaciones que no habían recibido los cursos bimodales, atender a aquellos que había reprobado esos cursos, y a los que querían complementar su preparación. Es por esto que durante el 2014 y 2015 se ofrecieron cursos absolutamente virtuales mediante la modalidad **MOOC** (Massive Open Online Courses).

Los **MOOC** son cursos en línea de inscripción libre que se enfocan a poblaciones masivas. Los temas se desarrollan por medio de videos cortos y se proponen prácticas de autoevaluación. Estos tienen

como principal propósito la actualización profesional y formación continua, no la certificación de conocimientos.

Entre el 2014 y 2015 se impartieron en total 19 **MOOC** para docentes. Aunque estos desarrollaron contenidos matemáticos de cada área matemática del currículo, de forma integral y articulada las actividades propuestas contemplaban diferentes componentes del currículo, entre ellos el uso de la historia.

La experiencia de los años 2014 a 2016 condujo a una nueva modalidad: los Mini **MOOC**. Se tratan en esencia de **MOOC**, pero más cortos y orientados a temas específicos. Pretenden crear espacios flexibles que respondan más a necesidades individuales. Entre el 2017 y el 2018 se diseñaron y ejecutaron más de 50 de estos mini cursos. Los Mini **MOOC** se agrupan en colecciones temáticas, dos de ellas refieren al uso de la historia. Ver Tabla 3.

| Colección | Educación Primaria: recursos para docentes, Historia | Educación Secundaria: recursos para docentes, Historia |
|-----------|--|---|
| Mini MOOC | <ul style="list-style-type: none"> • EP-H01: Escher y la simetría • EP-H02: Sólidos platónicos • EP-H03: Fracciones en el antiguo Egipto • EP-H05: Uso de la historia en la enseñanza de la matemática para primaria | <ul style="list-style-type: none"> • ES-H01: Descartes y la Geometría Analítica • ES-H03: Evolución de las ecuaciones de segundo grado • ES-H04: Al-Biruni y la medida del diámetro de la tierra • ES-H05: Usos de la historia de las Matemáticas en la Enseñanza Media |

Tabla 3. Colecciones de Mini **MOOC** referentes al uso de la historia, educación primaria y secundaria.

Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. Ver <http://cursos.reformamatematica.net/colecciones-completo>

2.4. Resultados

2.4.1 Respecto a los documentos de apoyo curricular

Aunque estos documentos siempre han estado disponibles en el sitio web del **PREMCR**, no ha sido posible cuantificar el uso de estos documentos en todas las **DRE**, por lo que una tarea pendiente es establecer con mayor precisión esa utilización. En [20] se subraya la importancia de que el **MEP** brinde directrices claras y precisas respecto a su utilización.

También [20] advierte la necesidad de implementar desde cada **DRE** una política de trabajo cooperativo en la que los asesores pedagógicos del país compartan materiales y experiencias exitosas documentadas que podrían servir de apoyo a docentes y estudiantes.

2.4.2. Respeto a los cursos bimodales 2013

En el curso para docentes de educación primaria, en la primera etapa participaron en total 276 docentes de todas la **DRE** (excepto Sulá) y 23 entre funcionarios de oficinas centrales del **MEP** y Especialistas de la Universidad de Costa Rica. Hubo una aprobación del 89%. Para la segunda etapa participaron 24 de las 27 **DRE**, con un alcance de 5262 educadores en el que 3213 (el 61%) aprobaron el curso.

Para el curso de docentes de educación secundaria participaron 129 en la primera etapa, con una aprobación del 83%. En la segunda etapa participaron todas las **DRE** (excepto Liberia) con un alcance total de 1566 educadores, de los cuales aprobaron 943 (el 60%).

Respecto a estos procesos de capacitación bimodal, [20] afirmó que la estrategia de dos fases fue efectiva, novedosa y propició habilidades de autocapacitación.

2.4.3. Respeto a los cursos virtuales MOOC y Mini MOOC

En los cursos virtuales modalidad **MOOC** impartidos en 2014, hubo una matrícula total de 1114 docentes (primaria y secundaria), en donde se tiene registro de que 342 participaron (31% de la matrícula) y de ellos aprobaron solo 148 (43% de los participantes). En 2015 hubo una matrícula total de 2359 docentes (primaria y secundaria), de los cuales realizaron las actividades 1521 (64% de la matrícula) y de ellos aprobaron solo 899 (59% de los participantes). En [21] se menciona que internacionalmente la retención en este tipo de cursos suele ser baja, en la mayoría de los casos de apenas un 10%.

Entre el 2017 y 2018 se ofertaron dos cursos de primaria de la colección referente al uso de la historia (EP-H01, EP-H02. Ver tabla 3) y dos cursos de la misma temática en educación secundaria (ES-H01, ES-H04. Ver tabla 3). En primaria se obtuvo una matrícula total de 301 docentes y en secundaria de 434 docentes. En este tipo de modalidad no se establece la aprobación. De todos los Mini **MOOC** ofertados, estos fueron los de menor matrícula.

Según [20] estos cursos virtuales cortos y enfocados vienen a sufragar la necesidad de formación sobre algunos temas vinculados con los programas de estudio pero de manera flexible, debido a que el docente puede seleccionar su Mini **MOOC** de interés y desarrollar el curso en el momento que considere pertinente mientras se esté ofertando.

Los **MOOC** y Mini **MOOC** generaron colecciones de videos disponibles en el canal de YouTube del **PREMCR** (reformamatematicacr). Referentes al uso de la historia en la enseñanza de las Matemáticas se elaboraron 31 videos, de los cuales 15 competen a Educación Primaria y 16 a Educación Secundaria.

3. Conclusiones

Lupiañez [9] señala que aunque ha adquirido gran relevancia a nivel internacional el tema del uso de la historia vinculado a la enseñanza, los esfuerzos han tenido poco carácter práctico. Cada vez son más los proyectos y eventos académicos que consideran a la historia de la matemática como una línea de investigación, sin embargo, en [7] se afirma que existe una carencia de la historia de las Matemáticas en los planes y programas de estudios en la educación escolar.

Por lo anterior, es relevante subrayar la experiencia de Costa Rica cuyo modelo de currículo consigna como uno de los ejes disciplinares el uso de la historia en la enseñanza de las Matemáticas. Es valorable el hecho que este eje no solo sea parte de la fundamentación teórica de los programas de estudio, sino que también posea carácter activo en la planificación de tareas y situaciones de aprendizaje para la acción de aula.

Así mismo, es relevante señalar el papel de la columna de *Indicaciones puntuales* en la malla curricular, las cuáles se consideran una forma novedosa de ofrecer breves sugerencias de cómo emplear el uso de la historia para el desarrollo de habilidades matemáticas identificadas. Éstas, a su vez, están englobadas por indicaciones metodológicas generales que orientan la implementación de este eje.

Aunque en Costa Rica existen diferentes empresas que producen libros de texto para la educación primaria y secundaria, no existe en el país un sistema de control de los mismos, por lo que no es posible asegurar su consistencia con los nuevos programas. Además, aunque algunos elementos o pasajes históricos han estado presentes en varios textos, esta inclusión ha sido de forma accesoria al inicio de un capítulo o tema, sin ninguna vinculación metodológica con el contenido. Por tal razón, los documentos elaborados por el **PREMCR** han sido una fuente de orientación confiable para docentes en temas como el uso de la historia en la enseñanza de las Matemáticas. Sin embargo, por la novedad de este elemento curricular, se deberán elaborar nuevos textos y recursos multimediales que brinden un apoyo más enfocado en la ejecución del eje en la planificación de las lecciones.

En el contexto de un país en vías de desarrollo como Costa Rica, la estrategia seguida en los cursos bimodales y virtuales (**MOOC** y Mini **MOOC**) aporta enseñanzas que pueden servir a otros países en condiciones similares. Presenta varias ventajas: impacta a gran cantidad de docentes a un bajo costo, permite gran flexibilidad tomando en cuenta la diversidad de características y disponibilidades de poblaciones docentes (diferentes edades, regiones, horarios, etc.). Esta estrategia es nueva en este país. Como señala Ruiz [18]: modifica drásticamente lo que había sido usual en los procesos de capacitación que se venían dando en Costa Rica y abre nuevos horizontes que utilizan inteligentemente las tecnologías de la comunicación.

Se debe concientizar a la población docente de la importancia de la historia de las Matemáticas para la labor docente, más allá de un conocimiento histórico básico, se debe trascender a su

implementación en la acción de aula. Es importante diseñar estrategias que motiven la matrícula de cursos de actualización que refieran al tema del uso de la historia. Aunque los Mini **MOOC** se consideran una herramienta potencialmente poderosa para la formación continua de docentes, los concernientes a esta temática fueron los que presentaron menor registro respecto a los demás cursos que se ofertaron.

Al respecto, [20] recomienda continuar con los procesos de formación docente en ambas modalidades (bimodal y virtual). Sin embargo, se debe tener claro que estas capacitaciones no alcanzan a solventar los vacíos o debilidades en el tema de historia de la Matemáticas; por lo que las instituciones de formación inicial deberían crear o ajustar cursos referentes a este tema, que se adapten a los requerimientos de este Currículo.

Hasta el momento no se ha podido medir el impacto global de estos apoyos para la implementación directa de este eje en la acción de aula; sin embargo, se puede consignar como evidencia positiva que docentes en servicio hayan hecho públicas experiencias exitosas (por ejemplo [22]); y que también algunas asesorías pedagógicas regionales de Matemáticas generaran materiales didácticos que apoyen la incorporación de este eje a los planeamientos didácticos (por ejemplo [23]).

El sustento teórico y práctico de este eje es producto de una síntesis meticulosa de investigaciones y resultados internacionales que se han articulado de forma original con los elementos curriculares establecidos. En [19] se consigna que la riqueza teórica y esta perspectiva internacional del currículo han potenciado en los últimos años gran cantidad de investigaciones, múltiples trabajos de grado y posgrado en diversos temas de educación matemática.

En conclusión, este currículo permite ser un pivote para impulsar la investigación educativa en el país y fuera de él, en particular en el uso de la historia en la enseñanza de las Matemáticas.

Reconocimientos

Al proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica del Ministerio de Educación Pública.
Sitio web: <http://www.reformamatematica.net>

Referencias

- [1] A. Ruiz, *“El desafío de las matemáticas”*. Heredia, Costa Rica: EUNA, 2000.
- [2] E. Droeven, *“Propuesta para un aprendizaje no ahistórico de las Matemáticas”*. Actas del Simposio sobre *“La Historia de las Ciencias y la Enseñanza”*, 1980, pp. 53-56.
- [3] J. Fauvel, *“Using History in Mathematics Education”*. 1991. [En línea]. Disponible en:
<https://flm-journal.org/Articles/5B7A202B26495E83D7655D943808FF.pdf>.

- [4] I. Lakatos, *“Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático”*. Alianza Universidad n.º 206. Madrid, España: Alianza, 1994.
- [5] Ministerio de Educación Pública MEP, *“Programas de estudio de Matemáticas I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y el Ciclo Diversificado”*. San José, Costa Rica: Imprenta Nacional, 2012.
- [6] P.M. González, *“La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza”*. **SUMA**, febrero, 2004. [En línea]. Disponible en:
<https://revistasuma.es/IMG/pdf/45/017-028.pdf>
- [7] J. Chavarría y R. Hidalgo, *“La historia e interdisciplinariedad en la educación matemática: una experiencia con profesores de secundaria”*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 2009. [En línea]. Disponible en:
<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6919/6605>
- [8] C. Maza, *“Historia de las Matemáticas y su enseñanza: un análisis”*. **SUMA**, 1994. [En línea]. Disponible en: <https://revistasuma.es/IMG/pdf/17/017-026.pdf>
- [9] J.L. Lupiáñez, *“Reflexiones didácticas sobre la Historia de la Matemática”*. **SUMA**, junio, 2002. [En línea]. Disponible en: <https://revistasuma.es/IMG/pdf/40/059-063.pdf>
- [10] U. D’Ambrosio, *“Priorizar História e Filosofia da Matemática”*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 2013. [En línea]. Disponible en:
<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/14724/13969>
- [11] A. L. Alfaro, M. Alpizar, Y. Morales, O. Ramírez y O. Salas, *“La formación inicial y continua de docentes de Matemáticas en Costa Rica”*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, Noviembre, 2013. [En línea]. Disponible en:
<http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/12225>
- [12] Ministerio de Educación Pública **MEP**, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica **PREMCR**. *“Apoyo curricular en Matemáticas: Primer ciclo de la Educación General Básica”*. San José, Costa Rica: autor, 2013a. [En línea]. Disponible en:
<https://www.dropbox.com/s/8ecbe36wp2yioft/20180818%20Apoyo%20curricular%2C%20I%20Ciclo-min.pdf?dl=0>
- [13] Ministerio de Educación Pública MEP, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica **PREMCR**. *“Apoyo curricular en Matemáticas: Segundo ciclo de la Educación General Básica”*. San José, Costa Rica: autor, 2013b. [En línea]. Disponible en:

<https://www.dropbox.com/s/ccmrtoj895x2fbm/20180818%20Apoyo%20curricular%2C%20II%20Ciclo-min.pdf?dl=0>

- [14] Ministerio de Educación Pública **MEP**, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica **PREMCR**. “*Apoyo curricular en Matemáticas: Tercer ciclo de la Educación General Básica*”. San José, Costa Rica: autor, 2013c. [En línea]. Disponible en:

<https://www.dropbox.com/s/grewczvcugy72zd/20180818%20Apoyo%20curricular%2C%20III%20Ciclo-min.pdf?dl=0>

- [15] Ministerio de Educación Pública **MEP**, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica **PREMCR**. “*Apoyo curricular en Matemáticas: Ciclo diversificado*”. San José, Costa Rica: autor, 2013d. [En línea]. Disponible en:

<https://www.dropbox.com/s/b1zgxuc612e28ci/20180818%20Apoyo%20curricular%2C%200Diversificado-min.pdf?dl=0>

- [16] Ministerio de Educación Pública **MEP**, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica **PREMCR**, “*Programa del curso Grupo 80. Curso bimodal de capacitación para docentes de Secundaria: Uso de tecnología y Uso de historia de las Matemáticas*”. 2013e, San José, Costa Rica: autor.

- [17] Ministerio de Educación Pública **MEP**, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica **PREMCR**, “*Programa del curso Grupo 300. Curso bimodal de capacitación para docentes de Primaria: Uso de tecnología y Uso de historia de las Matemáticas*”. 2013f, San José, Costa Rica: autor.

- [18] A. Ruiz, “*Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. Perspectiva de la praxis*”. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, julio, 2013. [En línea]. Disponible en: <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/issue/view/1186>.

- [19] L. Hernández & P. Scott, “*Review of agents and processes of curriculum design, development, and reforms in school mathematics in Costa Rica*”. **ICMI** Study 24: School mathematics curriculum reforms: challenges, changes and opportunities, Tsukuba, Japón, 2018. [En línea]. Disponible en: <https://drive.google.com/file/d/1za-llip112xg53NrZ1szjAOK3rOeTWc0/view>

- [20] Ministerio de Educación Pública **MEP**. “*Informe de implementación 2012-2017*”. San José, Costa Rica: autor, 2018. [En línea]. Disponible en:

<https://www.reformamatematica.net/wp-content/uploads/2019/04/Informe-MEP-Reforma-Matematica-hasta-2017.pdf>

- [21] A. Ramírez, “*MOOCs para capacitación docente en Matemáticas*”. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, diciembre, 2014. [En línea]. Disponible en: <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/18933/19045>

- [22] G. Vargas, "Uso de la historia y la tecnología en la enseñanza de matemáticas en una escuela de atención prioritaria". Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 2015. [En línea]. Disponible en:

<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/19157/19214>

- [23] Y. Rojas. "Implementación de los Programas de estudio de matemática: experiencia en la Dirección Regional de Educación San Carlos", Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 2015. [En línea]. Disponible en:

<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/19152/19208>



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

DESENVOLVENDO A GEOMETRIA ANALÍTICA ENQUANTO TÓPICO ESCOLAR

ANALYTIC GEOMETRY AS A SECONDARY SCHOOL SUBJECT

Maria Cristina Araújo-de Oliveira, José Manuel Matos***

Resumo: ao longo dos séculos XIX e XX, a Geometria analítica incorporou os currículos das escolas secundárias em muitos países. A sua finalidade abrange tanto a expressão de entidades geométricas por métodos algébricos, quanto a interpretação geométrica de expressões algébricas e essas duas perspectivas estão enraizadas nas abordagens de Descartes e Fermat. Trabalhos anteriores estudaram a abordagem de Lacroix ao tema, ou o estudo de livros didáticos relevantes. Neste texto, estudamos os modos como a geometria analítica foi desenvolvida como tópico escolar para a escola secundária através de um estudo comparativo explorando manuais utilizados em dois sistemas educacionais distintos, Brasil e Portugal. A análise se concentra em livros didáticos do final do século XIX até meados do século XX, conhecidos por serem usados nas escolas.

Palavras chave: Geometria Analítica, interpretação geométrica de expressões algébricas, História da Educação Matemática, Estudos Comparativos.

Abstract: throughout the 19th and 20th centuries, analytical Geometry was incorporated into the curricula of secondary schools in many countries. Its purpose encompasses both the expression of geometric entities by algebraic methods, and the geometric interpretation of algebraic expressions, and these two perspectives are rooted in Descartes and Fermat's approaches. Previous works on the subject has studied Lacroix's approach, or the study of relevant textbooks. In this article, the ways in which analytic geometry was developed as a school subject for secondary school are studied, through comparative research that explores the manuals used in two different educational systems: that of Brazil and that of Portugal. The analysis focuses on textbooks from the late 19th to mid-20th century, which are known to have been used in schools.

Keywords: Analytical Geometry, geometric interpretation of algebraic expressions, History of Mathematical Education, Comparative Studies.

1. Introdução, Geometria analítica nos programas brasileiros

No Brasil a escolarização em nível secundário somente se estrutura, em termos de sequência e obrigatoriedade de conclusão para ingresso no ensino superior, a partir da Reforma Francisco

* Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil. Professora Universidade Federal de Juiz de Fora, Brasil. E-mail: mcrisoliveira6@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3346-1578>.

** Doutorado em Educação Matemática, University of Georgia, Athens, Estados Unidos da América. Professor Universidade Federal de Juiz de Fora, Brasil. E-mail: jmm@fct.unl.pt. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2809-6561>.

Campos em 1931. Essa legislação, sobretudo relativamente à matemática, foi sustentada pelo Colégio Pedro II⁵, até então referência de ensino. As propostas para o ensino de matemática já haviam sido implantadas nesse Colégio pela influência do professor e diretor, Euclides de Medeiros Guimarães Roxo⁶, então assessor do ministro Francisco Campos. Roxo propunha uma mudança estrutural, tanto no conteúdo quanto nos métodos, baseada nas discussões advindas do primeiro movimento internacional de modernização do ensino de Matemática sistematizado pela Comissão Internacional de Instrução Matemática, sob a presidência do matemático alemão Felix Klein, no início do século XX. Tal proposta visava acabar com a matemática ensinada em partes como: álgebra, geometria, aritmética trigonometria e geometria analítica. Baseando-se nas ideias de Klein, Roxo defendia o ensino de matemática, que reuniria todos os ramos – geometria, aritmética, álgebra – trigonometria, geometria analítica – numa única disciplina. O conceito central para tal unificação era a noção de função, que passou a integrar os manuais didáticos a partir do primeiro ano do ensino secundário.

Contudo, em relação aos cursos complementares, nos quais a Geometria Analítica era ministrada, não se caracterizou uma padronização que permitisse configurar uma disciplina de Matemática [1]. Esses cursos tinham a finalidade de preparar os jovens para prestar os exames que davam acesso aos cursos superiores majoritariamente de: Direito, Medicina e Engenharia.

Em 1942, a Reforma Capanema reorganiza o ensino secundário em dois ciclos, o primeiro de 4 anos denominado curso ginásial e o segundo de 3 anos, denominado curso colegial. Este último antecedia os estudos superiores e se dividia em clássico, voltado às humanidades e às línguas; e científico, voltado às ciências biológicas e exatas.

A Geometria Analítica fazia parte do Programa para os cursos clássico e científico no 3º ano do curso Colegial. Os assuntos a serem abordados eram: coordenadas (reta orientada, coordenadas retilíneas no plano); distância entre pontos; divisão de segmentos; determinação de uma direção, ângulo entre duas direções. E ainda, equações de lugares geométricos: reta, círculo, elipse, hipérbole e parábola.

No início da década de 1950, publicou-se a Portaria Ministerial nº 966 de 02 de outubro de 1951, que instituiu, por intermédio do então Ministro da Educação e Saúde, Simões Filho, uma revisão dos currículos e das orientações das disciplinas do ensino secundário tanto ao nível do ginásio, quanto do colégio. A referida portaria tinha como um de seus objetivos suprir a escassez ou ausência de considerações curriculares e metodológicas dos programas anteriores – Reforma Capanema –, instaurando em toda federação, progressivamente a partir de 1952, um programa denominado Programas Mínimos. Elaborado por membros do Colégio Pedro II, indicava os conteúdos básicos, ou mínimos que todas as instituições deveriam ministrar.

⁵ Tradicional instituição de ensino público federal, localizada no estado do Rio de Janeiro. É o segundo mais antigo dentre os colégios em atividade no país, fundado em 1837, na época do período regencial brasileiro. Tinha como um de seus objetivos no período imperial, formar as lideranças nacionais. E nesse sentido supervisionava e influenciava as demais instituições educacionais funcionando como se fosse um ministério da educação.

⁶(1890 – 1950), nascido no estado de Sergipe, foi professor de matemática e um dos líderes do Colégio Pedro II na década de 1920.

Observa-se uma mudança significativa na abordagem dada a Geometria Analítica na legislação: seja na localização, passando do final do 3º ano na década de 1940 para o início entre o estudo de limites e derivadas nas obras do 3º ano na década de 1950; seja na retirada do estudo das cônicas, ficando o conteúdo restrito a abordagem de coordenadas para retas e circunferências.

No final da década de 1950, novo debate opõe dois grupos: de um lado os educadores comprometidos com os ideais da Escola Nova, e de outro, os defensores da rede privada de ensino, que achavam que as famílias deveriam ser livres para escolher o tipo de ensino de seus filhos.

Em dezembro de 1961, através da lei nº4024/61 a União apresenta a versão final da 1ª Lei de Diretrizes e Bases da Educação brasileira (**LDB**). A lei contemplou o ideário dos defensores da rede privada em detrimento das ideias escolanovistas. A **LDB** apresentada em 1961 em linhas gerais promovia a descentralização e a liberdade para estados, municípios e escolas de forma a se adequarem às necessidades e especificidades de cada localidade.

Com respeito ao ensino de matemática, ocorriam, sobretudo a partir da década de 1950, discussões mundiais, principalmente na Europa e nos Estados Unidos, sobre a necessidade de uma nova estrutura curricular e metodológica para o ensino dessa disciplina.

Uma das principais propostas era que o currículo contemplasse os avanços da ciência matemática, principalmente concernentes à inclusão no ensino secundário do estudo das estruturas algébricas, da teoria dos conjuntos, da geometria vetorial e transformações, entre outros, de modo a aproximar a matemática desenvolvida nos cursos superiores da ensinada no ensino secundário. Tal proposta baseou-se nas concepções Bourbakistas de Matemática e ficou conhecida como Matemática Moderna (**MM**).

Quanto aos métodos, as orientações se aproximam do processo de ensino e de aprendizagem, do papel do professor e do aluno. Entre as recomendações estão a valorização:

- i) da compreensão em detrimento à mecanização;
- ii) da aprendizagem por descoberta;
- iii) da intuição como algo que deve preceder o ensino dedutivo;
- iv) importância dada ao trabalho experimental como uma etapa anterior à abstração.

O seminário de Royaumont, que se realizou no final de 1959, na França, e reuniu em torno de 50 representantes de 18 países é considerado um marco para o Movimento da Matemática Moderna (**MMM**). Deste seminário e do encontro de Dubrovnik, realizado em 1960, emergiram orientações sobre o ensino de Matemática tanto com relação aos conteúdos matemáticos como aos métodos de ensino de tais conteúdos, [2].

A Matemática Moderna foi discutida por educadores brasileiros a partir do III Congresso Brasileiro do Ensino de Matemática, realizado no Rio de Janeiro, em 1959. Embora tenha surgido uma primeira

argumentação brasileira em favor dessa nova concepção, já no II Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática realizado no Rio Grande do Sul, [3].

Em 1962, no IV Congresso, realizado no Pará, tal movimento foi o tema central das discussões a respeito da reestruturação curricular para o ensino da Matemática, sobretudo por influência do **GEEM**. Nesse evento, o grupo propôs uma lista de assuntos mínimos para um programa moderno de Matemática em todos os níveis do ensino secundário. Essa lista ficou conhecida como *Assuntos Mínimos*.

Nesse programa havia ainda algumas sugestões sobre o que deveria ser explorado. E no programa de geometria analítica as sugestões eram: recordar, sistematizando, os elementos de Geometria Analítica já introduzidos no curso ginásial (coordenadas cartesianas dos pontos, representação da reta como função de primeiro grau no plano cartesiano; examinar as equações como sub-conjuntos de pontos do plano. Poder-se-ia iniciar, inclusive, um tratamento de geometria analítica com álgebra vetorial, [4].

Pela proposta do **GEEM**, além do estudo da reta e da circunferência, retorna o estudo das cônicas a partir das equações cartesianas. Embora os Assuntos Mínimos não fossem oficializados, o programa vigorou em grande medida pela força dos seus difusores no Brasil e pela *abertura* que a **LDB/1961** concedia aos estados e municípios. A busca pela padronização e organização continuou na segunda **LDB**, publicada em 1971, que remodelou o ensino primário e secundário, dando origem ao ensino de 1º e 2º graus.

1. Geometria analítica nos programas portugueses

Desde meados do século XIX, o ensino secundário português compreendia 7 anos após o ensino primário. Tratava-se de um sistema centralizado em que os programas para as diversas disciplinas eram definidos pelo governo. A geometria analítica é mencionada pela primeira vez em 1886 no programa da disciplina de *Matemática elementar* do 6.º ano do curso dos liceus que correspondia ao atual 10.º ano de escolaridade, [5]. Marcando precisamente essa inovação, o tópico denomina-se *Primeiras noções de geometria analítica* e especifica os seguintes temas⁷:

1.1. Primeiras noções de geometria analítica

Representação geométrica das quantidades negativas.

Equações do ponto; equação da linha reta.

Problemas relativos à linha reta.

Equação do círculo referido ao centro ou a uma extremidade de um diâmetro como origem.

Tangentes ao círculo. [5, p. 3.391, negrito no original].

Trata-se do último tópico do programa e a sua inclusão é feita à custa do encurtamento do espaço dedicado à geometria descritiva. O programa não contém mais nenhuma menção de temas de geometria analítica, nem conhecemos outra documentação que orientasse de algum modo

⁷ A grafia foi atualizada em todas as citações.

professores e autores de manuais. Ficava pois ao critério de cada um a concretização do tópico. Foi de curta duração esta inclusão pois no final de 1888 o tópico é retirado dos programas, [6], e só regressa em 1895. A tabela 1 lista os momentos em que o tópico faz parte dos programas relacionando-os com as alterações curriculares relevantes e com momentos base do ensino secundário.

| Ano | Geral | Matemática (secundário) | Geometria Analítica |
|------|-----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------|
| 1836 | Criação dos liceus | | — |
| 1860 | | Primeiros programas | — |
| 1886 | | | Incluída |
| 1888 | | | Retirada |
| 1895 | Consolidação do ensino secundário | | Pequena referência |
| 1905 | | Análise incluída nos programas | Incluída, cónicas |
| 1926 | | | — |
| 1930 | | | Incluída, cónicas |
| 1936 | | Simplificação dos programas | — |
| 1947 | | Alargamento. Incluída a análise | Incluída, cónicas |
| 1963 | | Matemática Moderna (experiência) | Incluída, espaços vetoriais |
| 1973 | | Matemática Moderna | Incluída, espaços vetoriais |

Tabela 1. Cronologia da inclusão da geometria analítica nos programas do ensino secundário português. **Fonte:** Legislação.

Em 1895, com a reforma Jaime Moniz que estabiliza o ensino liceal, e após um hiato de sete anos, a geometria analítica regressa, passando a ocupar um lugar em muitos dos programas de Matemática (com exceção dos períodos 1926-1930 e 1936-1948). Nesse ano de 1895 o tema merece uma curta referência quase no final do 5.º ano liceal (atual 9.º ano de escolaridade):

Coordenadas rectilíneas. Determinação da posição de um ponto pelas suas distâncias a dois eixos fixos: equação do ponto. Lugar geométrico de uma equação a duas variáveis: construção da curva por pontos. O lugar geométrico da equação $y=ax+b$ é uma linha reta, [7, p. 2.518].

Embora explicitando menos temas do que nos programas anteriores, sublinha-se a abordagem centrada nos lugares geométricos das equações a duas variáveis, bem como a quase total ausência de temas usuais próprios da geometria, perspectiva diferente da anteriormente adoptada. Aparentemente, o legislador não tinha como prioridade que os alunos apreciassem os modos como a álgebra esclarecia a geometria, mas o seu inverso, usar a representação geométrica para ilustrar a álgebra.

A reforma de 1905 apresenta, pela primeira vez, em toda a sua extensão o conjunto dos temas de geometria analítica que se repetirão, embora com algumas interrupções, como mencionámos, até ao princípio da década de 1970. Esta inovação é tanto mais significativa por estar integrada numa

alteração legislativa que procurava modificar alguns aspetos do decreto de 1895, nomeadamente integrando o ensino da análise, [8].

O programa de 1905 inclui, para além das noções elementares, o estudo da reta (sua equação, interseção de duas retas, condição de paralelismo e perpendicularidade, equação da reta determinada por dois pontos, ângulo de duas retas), a distância entre dois pontos, a equação de lugares geométricos, circunferência e estudo das outras cónicas e a representação gráfica das funções circulares, [9, p. 3.872].

A geometria é recolocada no centro, sendo discriminados diversos assuntos dotando temas geométricos de uma linguagem algébrica. Por exemplo a equação da reta já não aparece como um lugar geométrico, nem se discutem representações gráficas genéricas de equações de duas variáveis, mas surgem equações das cónicas. Esta opção é mais visível quando reparamos que o tópico está no final do programa imediatamente após a interpretação geométrica do conceito de derivada. Para os autores do programa, parece que a geometria analítica é um aprofundamento de temas geométricos enquanto que o estudo da análise, e em particular, a sua interpretação geométrica, é feito de forma independente.

Todos os programas posteriores até 1931 [10-13] mantêm esta perspectiva sendo o tópico lecionado após o estudo de gráficos de funções. Mais tarde, entre 1931 e 1936, o tópico é colocado antes do estudo das funções. Nas suas “Observações” o programa de 1931

[reconhece] a necessidade de iniciar o estudo da matemática na 6.^a classe por algumas noções de geometria analítica, em ordem a facilitar a fixação de determinadas questões pelo emprego do método gráfico feito a seguir ao analítico, [13, p. 2.202].

O tópico é pois usado como meio de aprofundar o estudo de representações cartesianas que depois facilitarão o estudo gráfico de funções.

O programa de 1930 vai delimitar os problemas relativos à reta que merecem ser estudados: equação da reta definida por dois pontos, coordenadas do ponto de intersecção de duas retas, ângulo de duas retas e condições de perpendicularidade e de paralelismo. Esta listagem de problemas vai-se repetir com uma formulação idêntica em todos os programas estudados a partir daquela data.

O estudo de lugares geométricos, normalmente de equações de duas variáveis é incluído em todos os programas até 1931, sendo apenas retomado em 1947. Nesse ano, o estudo de funções e a geometria analítica regressam aos programas, mas este segundo tópico é ensinado depois do primeiro não tendo pois uma função preparatória da representação gráfica de funções.

A geometria analítica encontra-se quase sempre num dos dois últimos anos de escolaridade antes da universidade. Em geral, o tópico, posicionado como o último tópico do programa, aparece depois da utilização de sistemas de eixos para estudar a representação gráfica de funções. A intenção do legislador seria pois que a geometria analítica revelasse como temas usuais da geometria euclidiana podiam ser tratados por meios algébricos.

A partir de 1973 a Matemática Moderna faz a sua entrada nos programas portugueses após ter sido experimentada desde 1963 num número cada vez mais alargado de escolas secundárias. Agora o tópico vai ser estudado inserido num espaço vetorial em R^2 .

2. Geometria Analítica em livros de texto brasileiros

2.1. A abordagem de Thales Mello Carvalho

Um manual representativo da matemática em nível secundário no Brasil, entre as décadas de 1940 e 1950, é *Matemática, terceira série. De acordo com os programas dos cursos Cursos Clássico e Científico* da autoria de Thales Mello Carvalho, [14]. Atuante autor de livros didáticos de matemática para o ensino secundário, Thales foi também professor do Instituto de Educação e da Faculdade Nacional de Ciências Econômicas no Rio de Janeiro.

Na obra de Thales Mello Carvalho a Geometria Analítica é abordada no volume destinado ao último ano do ensino secundário, nos dois últimos capítulos. Os temas tratam do estudo da reta, da circunferência, das cônicas – elipse, hipérbole e parábola – com tratamento em coordenadas cartesianas.

Inicialmente o autor apresenta vários sistemas de coordenadas – cartesianas, polares, bipolar, polo-diretriz – e explora o sistema cartesiano em situações em que os eixos possuem uma inclinação qualquer. Deduz algumas relações, como a distância entre dois pontos, a partir de coordenadas cartesianas num sistema de eixo não ortogonais e indica como caso particular quando as coordenadas são retangulares. A reta, a circunferência e as cônicas são tratadas como lugares geométricos e as equações cartesianas são trabalhadas a partir das propriedades específicas dessas curvas.

Os temas são apresentados em itens, que fazem referência aos antigos pontos, por exemplo, Equação da Hipérbole é o ponto 15. Após uma explanação teórica, segue uma lista de exercícios para resolver. Em alguns tópicos, como, por exemplo, no ponto 7 Reta que passa por dois pontos, o autor traz um exemplo numérico da dedução sintetizada numa fórmula.

Cabe mencionar que esses mesmos tópicos tratados nessa obra são atualmente estudados no último ano do ensino médio brasileiro.

2.2. A abordagem de Euclides Roxo, Haroldo Cunha, Roberto Peixoto e Dacorso Netto

Representativo do período em que o currículo se organizou a partir dos Programas Mínimos de 1951, a 5ª edição do livro de Euclides Roxo, Haroldo Cunha, Roberto Peixoto e Dacorso Netto, *Matemática 2º ciclo* [15] apresenta o programa relativamente à matemática nas primeiras páginas. Acompanhando a normativa, a obra faz uma breve introdução às coordenadas cartesianas, já estabelecendo eixos ortogonais, e explicitando numa perspectiva cartesiana as equações como representações algébricas dos lugares geométricos.

O estudo da reta e da circunferência a partir de uma abordagem analítica se situa entre os capítulos que tratam de limites de funções e derivadas.

A disposição do conteúdo na obra acompanha o estilo praticado em décadas anteriores, tópicos que são numerados num contínuo, nesse livro são 160, que assemelham-se a *pílulas de conhecimento*, entremeados por exercícios resolvidos e ao final de cada capítulo exercícios propostos. Cabe destacar que não há referências às cônicas e suas equações.

2.3. A abordagem de Luiz Mauro Rocha e Ruy Madsen

A coleção Matemática – Curso Colegial Moderno de Luiz Mauro Rocha e Ruy Madsen Barbosa [16] foi uma das primeiras representativas da apropriação brasileira das propostas do **MMM** para o ensino secundário. Ambos autores atuavam tanto em universidades paulistas, quanto em escolas de ensino secundário.

O volume 3 destinado ao 3º ano do Colegial (1970) é dividido em três partes, sendo a segunda relativa à Geometria Analítica. A abordagem da Geometria Analítica acompanha as discussões da Matemática Moderna, estabelecendo uma correspondência entre o plano cartesiano e os vetores representados por matrizes colunas. Inicialmente são retomadas as noções de coordenadas, distâncias entre pontos e equação da reta em coordenadas cartesianas para o estabelecimento da nova abordagem.

Nesta perspectiva são apresentadas algumas transformações geométricas – translação, simetria, rotação e homotetia. Por fim, o estudo das cônicas conclui a Geometria Analítica contida na obra: circunferência, parábola, elipse e hipérbole.

Dentro de um mesmo capítulo os temas estudados são apresentados de maneira formal, com definição, propriedade, demonstração; e para cada um deles há ao menos um exercício resolvido que é chamado de ilustração. Ao final de cada capítulo consta uma lista de exercícios com as respectivas respostas.

3. Geometria Analítica em livros de texto portugueses

3.1. A abordagem de Serrasqueiro

José Adelino Serrasqueiro (1835-?) foi professor de Matemática no Liceu Central de Coimbra. A partir de 1869 Serrasqueiro escreve uma série coerente de livros destinados a todos os anos do ensino secundário sob a denominação geral de *Curso de Matemáticas Elementares*. Foi a primeira vez que um autor português publicou um conjunto de obras ambicionando abranger toda a matemática do ensino secundário.

Analisaremos a 8.ª edição do seu “*Tratado de Elementar de Trigonometria Retilínea*” [17] que termina com o capítulo “*Noções de geometria analítica relativas à reta e ao círculo*”. Apesar de publicado em 1927, este livro representará as primeiras abordagens à geometria analítica para o ensino secundário que surgiram na sequência do programa de 1886, [18].

Quanto à estrutura, o capítulo reproduz a estrutura do programa de 1886, [5]. Serrasqueiro esclarece logo no início que a geometria analítica é *a ciência que ensina a resolver por meio da álgebra as*

questões relativas às grandezas geométricas [17, p. 131]. Depois, após uma apresentação das coordenadas cartesianas, o autor discute demoradamente (quatro páginas) a interpretação geométrica dos sinais em especial dos negativos.

Após apresentar as “equações do ponto” ($x = a, y = b$), Serrasqueiro apresenta a proposição seguinte:

Uma equação entre duas variáveis $f(x,y) = 0$, em geral representa uma curva, cujos pontos têm por coordenadas os valores de x e y , que satisfazem a equação. [17, p. 135, itálicos no original]

O tema, que remete para uma geometria analítica *no sentido de Fermat* [19], figurou nos programas entre 1895 e 1926, com uma breve menção em 1930 que foi retirada logo em 1931. O autor acrescenta que construindo pares de pontos e unindo os pontos através de uma curva contínua se obtém a *curva da equação* (explicando que a recíproca seria a *equação da linha*). As linhas dividem-se ainda em algébricas e transcendentais. O livro consagra muito pouco espaço a este tema que é apenas abordado através de afirmações genéricas.

Após esta primeira secção, o autor discute as equações das retas paralelas aos eixos. Segue-se o caso de uma reta passando pela origem das coordenadas cuja forma é justificada recorrendo à semelhança de triângulos. O coeficiente a da equação $y = ax$ é associado à tangente trigonométrica do ângulo que a reta faz com o eixo dos x . A equação de uma reta que não passa pela origem é depois discutida, bem como a representação da equação geral do primeiro grau a duas incógnitas e é apresentado um exemplo.

A terceira secção trata de *Problemas relativos à linha reta*: 1) achar a equação de uma reta que passa por dois pontos dados; 2) calcular o ângulo de duas retas, incluindo a condição de perpendicularidade; 3) por um ponto *tirar* uma reta paralela ou perpendicular a uma reta dada; 4) por um ponto dado *tirar* uma reta que faça um ângulo dado com uma reta dada; 5) achar a interseção de duas retas; 6) achar a distância entre dois pontos; 7) achar a distância de um ponto a uma reta.

A quarta secção do livro de Serrasqueiro foca-se na determinação da equação da circunferência. Inicia-se com o estabelecimento da equação de uma circunferência com centro na origem seguida do desenvolvimento da *equação do círculo referida à extremidade de um diâmetro* [17, p. 147]. A secção termina mostrando como *as principais propriedades do círculo* (p. 149) se deduzem da equação de uma circunferência centrada na origem com eixos perpendiculares: a perpendicular baixada do centro sobre uma corda divide a corda em dois segmentos de igual comprimento; a ordenada de qualquer ponto sobre a circunferência é a meia proporcional entre os dois segmentos do diâmetro determinados pela abscissa do ponto; a corda tirada pela extremidade de um diâmetro é a meia proporcional entre o diâmetro e a sua projeção sobre ele; e o ângulo inscrito no semicírculo é reto.

Estas quatro proposições são bem conhecidas da geometria euclidiana e Serrasqueiro demonstra-as recorrendo apenas a manipulações algébricas e não a propriedades de igualdade e semelhança de triângulos. Reconheça-se aqui o *estilo de Descartes* de que falava Boyer, [19].

A última secção do capítulo de geometria analítica do livro de Serrasqueiro trata da tangente à circunferência.

Em suma, as propostas didáticas de Serrasqueiro constituem-se como uma das primeiras abordagens ao tema da geometria analítica para o ensino secundário português. O seu capítulo de geometria analítica quase não contém exemplos e não encontramos nele nenhum exercício. Embora o autor não tenha optado por uma abordagem lógica formal, o seu texto está ancorado em definições e demonstrações detalhadas.

3.2. A abordagem de Albuquerque adaptada por Martins

Como segunda proposta estudámos a obra *Geometria analítica para o Curso Complementar de Ciências* de Joaquim de Azevedo Albuquerque adaptada por Augusto Martins, [20]. Joaquim Albuquerque (1839-1912) foi um professor do Liceu e da Academia Politécnica do Porto, autor de um conjunto de livros únicos aprovados após as reformas de 1895 e 1905. O autor principal deste livro faleceu em 1912 e Augusto Martins (1885-1932), professor de um dos liceus do Porto é um dos autores que leva a cabo a adaptação das suas obras de trigonometria e geometria analítica a novos programas a partir de 1920.

Tal como a proposta de Serrasqueiro, o texto inicia-se com uma discussão detalhada sobre o significado das coordenadas negativas no sistema de eixo cartesiano. Logo a seguir, no entanto, os autores optam por discutir as representações geométricas associadas a equações lineares, embora o tema não fizesse parte do programa. Demonstra-se genericamente como lugares geométricos produzem curvas, associando-os a equações e a funções:

Assim, cada lugar é caracterizado por uma certa dependência que tem ordenada para cada valor da sua abcissa. Este facto exprime-se, como se sabe, dizendo que y é uma *função* de x para cada lugar; dependência que se representa pela equação $y = f(x)$, *y igual a uma função f de x* . [20, p. 8, itálicos no original].

E mostra-se também como, reciprocamente, uma equação representa um lugar geométrico. Esta correspondência entre equações e lugares geométricos (*correlação íntima*, p. 10) é depois abordada no caso da equação $y = 4x^2$, seguindo-se uma longa discussão (11 páginas) da correspondência entre retas e equações lineares. O tópico termina com uma observação:

Os alunos devem exercitar-se no traçado de lugares geométricos de equações; para o que convém servirem-se de papel *quadriculado*, que muito facilita a representação linear dos valores numéricos das abcissas e ordenadas. [20, p. 17, itálicos no original].

Após esta secção, o manual prossegue discutido os problemas sobre a linha reta exigidos pelo programa. Esta secção termina com 18 exercícios.

Passa-se então para o estudo das cónicas e o livro termina com o estudo da representação gráfica das funções circulares.

3.3. A abordagem de Souto Rodrigues

Contrariamente aos outros autores, João José Souto Rodrigues (1841-1929) não leccionou no ensino secundário, tendo o seu percurso decorrido no ensino superior. Foi professor de diversas disciplinas do curso de Matemática da Universidade de Coimbra, entre elas a Geometria Analítica. Autor de diversos livros para o ensino superior, a partir de 1897 publicou também manuais para o ensino secundário. Analisaremos aqui a sua obra “*Noções elementares de geometria analítica plana*” [21] publicada em 1931.

Tal como os outros dois livros anteriores, o autor começa por uma discussão do sistema cartesiano discutindo os quatro quadrantes e os sinais das coordenadas dos pontos em cada um deles. Segue-se o estudo da representação da reta primeiro o caso de retas paralelas ao eixo dos x , depois o das retas que passam pela origem, onde o autor introduz o conceito de declive, e finalmente o caso geral que é estudado com o apoio de diversos exemplos.

O capítulo seguinte trata de problemas envolvendo retas requeridos pelo programa e cada um destes problemas é acompanhado por um exemplo. As cónicas são discutidas em dois capítulos. O primeiro centrado na circunferência definida como um lugar geométrico, e o segundo onde são tratadas as restantes cónicas.

3.4. A abordagem de Matemática Moderna

Logo em 1973, quando são aprovados novos programas que incluem a Matemática Moderna, é publicado o “*Compêndio de matemática 1º ano Curso Complementar*” da autoria de Garcia, Anjos e Osório [22] que se constitui como livro único de facto para o ano correspondente ao atual 10º ano de escolaridade. A geometria analítica continua a fazer parte do programa, mas a abordagem do tema recorre a uma linguagem baseada na lógica e em conjuntos. Por exemplo, o problema de *definir analiticamente o conjunto dos pontos que distam da origem menos de três unidades e cuja ordenada é maior ou igual à abcissa* [22, p. 131] é resolvido através da interseção de dois conjuntos, cada um deles definido por condições lógicas (que também são designadas de *relações binárias*). O problema geométrico converte-se na resolução de uma conjunção lógica. Depois o livro explora outras relações lógicas entre condições e as consequentes representações no plano.

Após um estudo *clássico* das diversas equações da reta, o estudo do paralelismo é feito de novo recorrendo à interseção de conjuntos. O tópico termina com um estudo das cónicas que é feito de uma forma *clássica*, recorrendo ocasionalmente à lógica, a conjuntos e a transformações geométricas.

4. Concluindo

O trabalho que ora apresentamos permite-nos conhecer algumas das diferentes formas como o tópico geometria analítica foi abordado nos dois sistemas estudados. No caso brasileiro observamos como, nos livros estudados e apesar das alterações legislativas, existe a permanência de temas fundamentais, frequentemente associados ao que poderíamos designar de propedêutica do estudo das funções. No caso português esta ligação é ocasionalmente estabelecida, mas predomina uma visão

da geometria analítica como um tópico que permite recorrer à álgebra para resolver problemas clássicos de geometria.

Esta visão permanece no currículo português mesmo no tempo da grande reforma da Matemática Moderna. O tópico é visto como uma possibilidade de aplicação da teoria de conjuntos e da lógica a problemas de geometria. No caso brasileiro, embora, por exemplo, mantendo o estudo das cónicas, o tópico aparece mais entrosado com o estudo de espaços vetoriais.

Referências

- [1] M.C. Otone e Silva, M.C. “*A Matemática do Curso Complementar da Reforma Francisco Campos*”. São Paulo: PUC-SP, 2006. Dissertação de mestrado.
- [2] H.M. Guimarães, “*Por uma Matemática nova nas escolas secundárias – perspectivas e orientações curriculares da Matemática Moderna*”. In: MATOS, J. M. & VALENTE, W. R. (orgs). “*A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos*”. São Paulo: Da Vinci, 2007.
- [3] M. C. Leme da Silva, “*Movimento da matemática moderna - possíveis leituras de uma cronologia*”. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Brasil. Revista Diálogo Educacional, vol. 6, núm. 18, mayo-agosto, 2006, pp. 49-63
- [4] GEEM, “*Matemática Moderna para o Ensino Secundário*”. 2ª Edição. São Paulo: L.P.M Editora. 1965
- [5] PORTUGAL. Programas do ensino secundário. *Diário do Governo*, 267, 23/11/1886, Lisboa, p. 3389-3394, 1886.
- [6] PORTUGAL. Programas do ensino secundário. *Diário do Governo*, 198, 31/11/1888, Lisboa, p. 2435-2440, 1888.
- [7] PORTUGAL. Programas do ensino secundário. *Diário do Governo*, 208, 16/9/1885, Lisboa, p. 2509-2528, 1895.
- [8] J.M. Matos, “*Mathematics education in Spain and Portugal*”. Portugal. In: KARP, A. e SCHUBRING, G. (Ed.). “*Handbook on the History of Mathematics Education*”. London: Springer, 2014. p. 291-302.
- [9] PORTUGAL. Decreto n.º 3, Programas dos liceus. *Diário do Governo*, 250, 4/11/1905, Lisboa, p. 3866-3873, 1905.
- [10] PORTUGAL. Decreto n.º 5.002, Programas do Ensino Secundário. *Diário do Governo*, 257, 28/11/1918, Lisboa, p. 2015-2034, 1918.
- [11] PORTUGAL. Decreto n.º 6.132, Programas e quadros de distribuição das disciplinas do Ensino Secundário. *Diário do Governo*, 261, 23/12/1919, Lisboa, p. 2562-2576, 1919.

- [12] PORTUGAL. Decreto n.º 18.885, Programas do Ensino Secundário. *Diário do Governo*, 225, 27/9/1930, Lisboa, p. 1995-2037, 1930.
- [13] PORTUGAL. Decreto n.º 20.369, Programas para todas as classes do Ensino Secundário. *Diário do Governo*, 232, 8/10/1931, Lisboa, p. 2166-2207, 1931.
- [14] T.M., Carvalho, “*Matemática, terceira série. De acordo com os programas dos cursos Cursos Clássico e Científico*”. 3ª Ed. SP: Companhia Editora Nacional. 1950.
- [15] E. Roxo, et al. “*Matemática 2º ciclo*”. 2ª Ed. Rio de Janeiro: Editora Paulo, Azevedo LTDA. 1956.
- [16] L.M. Rocha, R.N. Barbosa, “*Matemática Curso Colegial Moderno*”. São Paulo: **IBEP**, 1970.
- [17] J.A., Serrasqueiro, “*Tratado Elementar de Trigonometria Rectilínea e Noções de Geometria Analytica*”. 8.ª edição. Coimbra: Livraria Central de J. Diogo Pires, 1927.
- [18] J.M. Matos, “*A introdução da geometria analítica no ensino secundário português — a contribuição de José Adelino Serrasqueiro*”. **RIDEMA** - Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática (em impressão).
- [19] C. Boyer, “*History of Analytic Geometry*”. Mineola: Dover Publications, 1956/2012.
- [20] J.D.A. Albuquerque, A. Martins, “*Geometria analítica para o Curso Complementar de Ciências*”. Porto: Imprensa Nacional de Jaime Vasconcelos, 1924.
- [21] J.J.D.S. Rodrigues, “*Noções elementares de geometria analítica plana para uso da 7.ª classe dos liceus*”. Braga: Liv. Cruz, 1931.
- [22] M.M. García, A.O.D. Anjos, A.F. Ruivo, “*Compêndio de matemática 1º ano Curso Complementar 1º volume*”. Porto: Empresa Literária Fluminense, 1973.

Outras fontes

PORTUGAL. Decreto n.º 24.526, Programas do Ensino Secundário. *Diário do Governo*, 235, 6/10/1934, Lisboa, p. 1793-1837, 1934.

PORTUGAL. Decreto n.º 25.414, Programas do Ensino Secundário. *Diário do Governo*, 121, 28/5/1935, Lisboa, p. 750-781, 1935.

S. Ribeiro, “*Um estudo sobre as “quantidades negativas” em José Joaquim Rivara*”. Dissertação de mestrado. Braga: Universidade do Minho, 2009.

J.L. Valentim Jr, “*A geometria analítica como conteúdo do ensino secundário: análise dos livros didáticos utilizados entre a Reforma Capanema e o MMM*”. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, 2013.



ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS EN COLOMBIA Y VENEZUELA EN EL SIGLO XIX: UN ESTUDIO DE CASO DEL CONCEPTO DE TRANSMISIÓN DE IDEA

TEACHING OF MATHEMATICS IN COLOMBIA AND VENEZUELA IN THE 19TH CENTURY: A CASE STUDY OF THE CONCEPT OF IDEA TRANSMISSION

Carlos A. Oliveira, Gert Schubring***

Resumen: Este artículo analiza qué conocimiento se transmitió a la enseñanza de las matemáticas por las metrópolis europeas: España y Francia, a los países periféricos: Colombia y Venezuela, durante el siglo XIX; comenzando el análisis en los años posteriores a las guerras de independencia y finalizando en los primeros años del siglo XX. Para lograr este objetivo se utiliza el concepto de *transmisión* para hacer explícitas tales influencias. Además, se analizan algunos libros de texto de matemáticas de autores franceses, Lacroix y Legendre, que fueron ampliamente utilizados en estos países. En tales análisis se identifican los cambios realizados por españoles o latinos en las traducciones al español, donde algunos traductores dicen que se ha mejorado la exposición de algunos contenidos. Este hecho, muestra la importancia del polo de recepción en la transmisión del conocimiento, lo que demuestra que los receptores no son solo agentes pasivos en este proceso.

Palabras clave: Lacroix, Legendre, libros de matemáticas del Siglo XIX, transmisión, libros de matemáticas en Colombia y Venezuela.

Abstract: This article discusses what knowledge was transmitted to mathematics teaching by European metropolises: Spain and France, to peripheral countries: Colombia and Venezuela, during the 19th century, beginning the analysis in the years after the wars of independence and ending in the early years of the 20th century. To achieve this goal, the concept of *transmission* is used to make such influences explicit. In addition, some mathematics textbooks by French authors is analyzed, Lacroix and Legendre, which were widely used in these countries. In these analyzes, changes made by Spanish or Latinos in the Spanish translations is identified, where some translators say they have improved the exposure of some content. This fact, shows the importance of the reception pole in the transmission of knowledge, showing that the receptors are not only passive agents in this process.

* Licenciado em Matemática, Universidad do Estado de Río de Janeiro (UERJ), Brasil. Mestrando em Ensino de Matemática, IM-UFRJ, Brasil. E-mail: carlosroot4@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1457-7962>.

** Matemático, Universidad de Bonn, Alemania. Doctor en matemáticas, Universidad de Bielefeld, Alemania. Profesor Universidad de Bielefeld, Alemania; y Universidad Federal do Rio de Janeiro, Brasil. E-mail: gert.schubring@uni-bielefeld.de. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4093-109>

Keywords: Lacroix, Legendre, 19th century mathematics books, transmission, mathematics books in Colombia and Venezuela.

1. Introdução

Nos últimos vinte anos, vemos um crescente interesse na área de História da Educação Matemática (**HEM**), interesse este que é evidenciado pelo aumento significativo do número de pós-graduações referentes a essa temática, assim como a criação de eventos e grupos de pesquisa, que tem como objetivo promover um maior, e melhor, entendimento, do ponto de vista histórico, sobre os desenvolvimentos da Educação Matemática. Esse empenho deve estar relacionado ao fato da **HEM** poder contribuir significativamente para entendermos quais foram, e são, as influências que os sistemas de ensino do passado tem, ou tiveram, no atual. Assim, vemos a demasiada importância da realização de estudos sobre a **HEM**.

Apesar do aumento no interesse sobre **HEM**, não podemos observar uma tão crescente reflexão metodológica acerca dos processos envolvidos. Por isso, não é incomum encontrarmos pesquisas que, apesar de terem seu grau de relevância para o desenvolver histórico, aplicam seu arcabouço metodológico de maneira superficial ou, até mesmo, na pior das hipóteses, de maneira não apropriada, [1]. Devemos considerar que a **HEM** tem por natureza a utilização de métodos histórico-sociais e que por isso seu desenvolvimento se dá de maneira mais complexa do que quando comparamos com a da História da Matemática, que não é simples, mas que pode evitar o uso de tais métodos. Entretanto, não podemos deixar de comentar sobre a possibilidade de se confeccionar análises sobre os conteúdos matemáticos que eram trabalhados, [2].

A América Latina constitui um terreno muito fértil para a realização de pesquisas em **HEM** devido a sua grande dimensão territorial, assim como sua variedade étnica e cultural. Podemos perceber que a **HEM** não goza da mesma situação historiográfica que a História da Matemática [1], ou seja, as obras até agora realizadas, salvo algumas exceções, não investigam, com a devida profundidade e sistematicidade [3], toda a história da educação de um determinado país, nem promovem estudos comparativos entre os diversos sistemas de ensino que existiram na América Latina. No geral, temos apenas trabalhos com fins restritos e que costumam tratar da história num só país, [4]. Por essas tais restrições, optamos por considerar apenas os desenvolvimentos ocorridos, após suas independências, em dois países latinos: A Colômbia e a Venezuela.

Na tentativa de tornar esta tarefa menos trabalhosa, e de realizar uma abordagem mais profunda, decidimos nos focar nos processos de criação e institucionalização do ensino secundário. Isso é motivado pelo fato de estarmos lidando com professores que têm alguma formação em matemática [1], mesmo não sendo uma formação em matemática propriamente dita, mas em áreas afins. Entretanto, temos que considerar que não é uma tarefa simples fazer uma linha demarcatória entre o ensino secundário e o ensino superior, um problema que é inerente quando trabalha-se com **HEM** até o meado do século XIX, [5].

Assim, pode-se dizer que nosso objetivo é analisar as transmissões [3] e as influências de metrópoles europeias, nesse caso a Espanha e a França, na criação e consolidação dos sistemas de ensino secundário de países periféricos localizados na América Latina, nesse caso a Colômbia e a Venezuela, após suas respectivas independências.

Na segunda seção, temos a descrição da metodologia que será utilizada para alcançar nosso objetivo. Aqui, discutimos de forma minuciosa tanto a definição dos conceitos que serão usados quanto a adequação dos mesmos ao tema em estudo.

Na terceira seção, damos um breve panorama histórico sobre os acontecimentos ocorridos nas últimas décadas de suas fases como colônias. Discutimos, também, os fatos acontecidos durante as guerras de independência e suas implicações para o período posterior.

Na quarta seção, fazemos uma análise sistematizada dos processos de transmissão das metrópoles para as periferias, onde buscamos obter informações que nos permita que sejamos capazes de comparar, contrastar e analisar estruturas que são cruciais para o entendimento do desenvolvimento do ensino secundários nos respectivos países.

Na quinta seção, analisamos alguns livros didáticos de matemática—não nos restringindo à determinada disciplina matemática—que foram utilizados, uns mais amplamente, outros nem tanto, durante o decorrer do século XIX.

2. Método

Como um dos problemas, mencionados acima, é a falta da utilização de uma metodologia adequada para a realização de estudos, pertinentes, sobre a História da Educação Matemática, discorreremos um pouco sobre a adequação da metodologia escolhida ao tema em análise. Além disso, cabe ressaltar que, deve-se ter noção da complexidade em questão, ou seja, que os estudos sobre a **HEM** requerem tanto conhecimentos específicos de conteúdo matemático, quanto de questões de natureza sócio político-cultural.

O tópico responsável pelo nível de complexidade metodológica é, sem dúvida, a parte que refere-se ao aspecto social do tema, que, não podemos esquecer, é inerente à **HEM**. Grande parte desses problemas advém do seguinte motivo: grande parte dos trabalhos da **HEM** têm como autores pesquisadores com uma formação acadêmica, muita das vezes, voltada para o conteúdo matemático em si, o que dificulta uma reflexão mais aprofundada sobre os processos historiográficos. O tópico referente à análise de conteúdo matemático não apresenta grandes problemas, a não ser quando olha para a matemática do passado de forma hierarquizadora. Para solucionar tais impasses, propomos dois conceitos para realizar tal tarefa: o de Transmissão e o de Análise histórica de livros de matemática.

Queremos nos aprofundar nas relações e influências, exercidas pelas metrópoles europeias, existentes entre a criação dos sistemas educacionais e a função social atribuída ao ensino de

matemática no período subsequente às respectivas independências. Para isso, utilizaremos o conceito, muito familiar na História das Ciências, de *transmissão*, [6]. O conceito de *transmissão* é uma metodologia dinâmica e flexível que será utilizada como um processo bipolar, ou seja, um polo sendo o conhecimento transmitido e o outro sendo sua transformação de acordo com a “identidade cultural” dos receptores, enfatizando o papel ativo, e não passivo, como se é de costume conceber, do polo da recepção. Consideramos que toda transmissão tem um objetivo ou uma intenção e que, por isso, não existe um processo de transmissão que seja neutro.

A análise de livros didáticos utilizados durante o século XIX será o maior enfoque desta pesquisa. Pois analisar esse material nos ajuda a revelar estruturas dos sistemas de ensino que não ficam tão claras [7] quando levamos apenas em consideração os decretos ministeriais (consideraremos *decretos ministeriais* qualquer atividade que o estado tenha desempenhado na intenção de institucionalizar os sistemas de ensino), o que já nos dá uma pista sobre qual era a função atribuída à educação por estes países, [8]. Com isso, podemos entender um pouco mais sobre quais eram as reais funções exercidas no dia a dia pelas escolas ou colégios.

3. A situação antes dos processos de independência (Contextualização Histórica)

É importante sabermos como era tratado o ensino, em particular de matemática, nas últimas décadas do século XVIII, pois muitas das características presentes neste período foram perpetuadas após os processos de independência, na maioria das vezes por motivo de força maior, como será melhor explicado na seção posterior.

Nessa última fase da época colonial, a matemática ensinada, nas poucas instituições de ensino, era tratada de maneira marginal, assim como várias outras disciplinas, com exceção de direito, medicina e teologia. Grande parte da explicação desse fato vem do interesse da coroa espanhola em manter um sistema de ensino precário, para que os moradores nativos do continente se mantivessem na situação de colônia. Além disso, a importação de livros só era permitida mediante autorização dos funcionários da coroa.

Por isso, apenas em 1762, no Colegio Mayor de Nuestra Señora del Rosario, atualmente Universidad del Rosario, em Santafé, antiga Nova Granada, foi criada a primeira cátedra de matemática [9], que tinha como objetivo melhorar os níveis de educação de seus estudantes. Essa cadeira foi ocupada por José Celestino Mutis (1732-1808), que permaneceu titular até sua morte, médico espanhol e considerado hoje em dia um dos cientistas mais importantes da época. Devido ao seu interesse em diversas outras áreas, que resultavam em muitas viagens, a cadeira de matemática era constantemente interrompida.

Em suas aulas, alguns anos depois da criação da cátedra, Mutis, baseava-se nos livros de Benito Bails, um importante autor e matemático espanhol. Os livros utilizados eram “*Elementos de matemáticas*”, em 10 volumes, publicados entre 1772 e 1783 e *Princípios de matemáticas*, em 3 volumes, primeira edição em 1776, [10]. Alguns historiadores relatam que as partes que tratam da aritmética e álgebra são cópias dos livros de E. Bézout [11], considerado um dos best-sellers franceses da época.

4. O contexto das transmissões após as independências

Como análise chave para o conceito de transmissão, temos que o período da independência marca o início da fase em que nota-se um aumento significativo da utilização de livros-texto oriundos da Espanha e da França. Essa nova concepção é ocasionada pela mudança de papel que tem a educação no período pós independência.

Nos primeiros anos após as independências, podemos perceber um discurso que vê na educação uma importante ferramenta para o desenvolvimento do país, [3]. Vemos nas primeiras constituições, artigos que estabelecem a criação de escolas e colégios, a princípio visando todos os níveis de ensino. Mas, apesar dessa tentativa, a instabilidade política e os abalos econômicos provocados pelas guerras tornaram a consolidação dos sistemas de ensino colombiano e venezuelano inviáveis. As poucas instituições existentes eram mantidas com escassos recursos e o ensino era de péssima qualidade.

Durante muito tempo, o método de Lancaster foi utilizado como a principal forma de ensino em ambos os países [3], e na América Latina como um todo. Esse método consiste em uma metodologia de aprendizagem mútua, isto é, os alunos que estivessem em séries mais avançadas ficariam incumbidos de ensinar aos alunos das séries mais elementares. Esse fato consiste em um exemplo de como o polo receptor da transmissão pode ressignificar os saberes passados, pois o método era utilizado na Europa num contexto envolvendo trabalhadores industriais.

Em 1777, no vice-reinado de Nova Granada, foi criada a imprensa real. Sua principal função era a publicação de calendários, reformas administrativas, informações sobre higiene, dentre outras coisas de natureza burocrática. Até o fim do século XVIII, a publicação de livros, neste contexto, os didáticos, era feita como uma tarefa secundária.

O surgimento da imprensa no território venezuelano, em 1808, também contribuiu para o desenvolvimento tardio do ensino da matemática, [4]. Em 1826, o livro "*Lecciones de Aritmética*", de Lucas María Romero y Serrano, foi o primeiro a ser publicado em Caracas, sendo uma reimpressão de uma obra espanhola de 1797. Seguido, dois anos depois, do livro "*Aritmética teórico-práctica*", de Ramón Aguilar, também em Caracas, esta é uma obra genuinamente venezuelana. Já o primeiro manual de álgebra a ser publicado na Colômbia foi "*Lecciones de aritmética y álgebra*", de Lino de Pombo, publicado em Bogotá em 1858, [10].

Em 1839, temos a primeira edição venezuelana do livro *Aritmética*, de Lacroix, [12]. Esta versão é uma reimpressão da tradução feita por Don José Rebollo y Morales em 1812 e que foi publicada em Valencia, na Espanha. Esta primeira edição foi feita por Valentín Espinal.

A primeira edição feita em Caracas de "*Éléments de géométrie*" de Legendre foi publicada com o nome de "*Geometría y Trigonometría*", em 1855, impressa por Juan de Dios Morales. Nesta versão, não fica claro que foi o tradutor, porém supõe-se que esta seja uma versão revisada da tradução espanhola foi por Gilmán publicada em 1827, [13].

Podemos perceber a utilização de traduções feitas por espanhóis, tanto de livros de Lacroix quanto de Legendre, com uma maior frequência durante a primeira metade do século XIX. Já na segunda metade, temos uma inversão: a maioria das traduções utilizadas foram feitas por nativos dos respectivos países. Temos que essa mudança se deu pela crescente procura por tais livros, o que gerou uma demanda e, conseqüentemente, uma mobilização para supri-la.

Um ano importante para a matemática venezuelana foi o de 1831, pois foi criada a Academia Matemática de Caracas, fundada, e também dirigida por um longo período, por Juan Manuel Cagigal, [9]. Cagigal estudou na França e é responsável pelo fornecimento de alguns livros em francês para a composição da primeira biblioteca da academia.

No ano de 1847, a Colômbia criou uma academia militar [9], o famoso Colegio Militar, seguindo os moldes da École Polytechnique, o que pode ser visto como um outro exemplo de transmissão, já que apesar de terem a mesma finalidade, a formação de engenheiros, funcionaram de maneiras muito diferentes. Pode-se dizer que é a partir daí que a matemática na Colômbia começa a ter um maior protagonismo, afastando-se da marginalidade que se tinha até então.

Por todo o decorrer do século XIX, podemos notar uma interferência indireta muito grande da Espanha e da França no processo de institucionalização do ensino, [11]. A Espanha tem uma influência em todos os níveis de ensino enquanto que a França tem no ensino secundário e superior, ressaltando, mais uma vez, a importância dessas duas metrópoles não só para a Colômbia e a Venezuela mas para toda a América Latina espanhola.

5. Análise histórica dos livros didáticos

Para desenvolvermos um pensamento mais sistematizado dessas transmissões, veremos em que medida foram utilizados best-sellers franceses, e suas respectivas traduções, nos países em questão. As mudanças feitas nas traduções são um ótimo objeto para entendermos qual foi o real alcance dessas obras.

Os livros de Lacroix e Legendre foram concebidos dentro do contexto da Revolução Francesa, conhecida por transformar radicalmente as estruturas sociais e políticas francesas do final do século XVIII. Esses livros foram escolhidos, num primeiro momento, por concursos criados com esse propósito, para ajudar no estabelecimento de um novo modelo de ensino, baseado no Iluminismo francês, que visava uma melhor divulgação científica na sociedade, [14].

Esse ideal iluminista teve sua parte de influência nas lutas de independência dos países da América Latina, no início do século XIX. Por isso, é importante buscarmos entender quais foram as contribuições que esses livros tiveram na consolidação do Ensino de Matemática nestes países [11], constituindo um bom exemplo do processo de transmissão.

Para entender melhor esse processo, acessamos aos catálogos das Bibliotecas Nacionais da Colômbia, Espanha e Venezuela, na busca de exemplares tanto em francês quanto em espanhol. A presença

desses livros nos catálogos nos dá evidência de sua utilização no período analisado. Dessa pesquisa, pudemos obter informações importantes sobre a produção técnica (ano, tradutor, editor, presença de notas e etc.) e aspectos educacionais (figuras no decorrer do texto ou no final e etc.).

5.1. Os usos e impactos dos livros de Lacroix

Os livros de Lacroix tiveram uma ampla utilização na França, considerando que ele foi um dos ganhadores do concurso e que só se poderia usar tais livros em sala de aula. Seus livros tiveram muitas edições em um curto espaço de tempo. Lacroix foi o primeiro autor a tornar explícito que certas passagens de seus livros eram fortemente baseados em trechos de outros autores [7]—o que é uma característica relativamente comum entre autores latinos—, o que não diminui a originalidade de seus livros. Suas obras foram utilizadas em todos os níveis de ensino. Na América Latina, seus livros foram utilizados até as primeiras décadas do século XX, [12].

Nas tabelas 1 e 2, vemos as versões encontradas nas bibliotecas nacionais da Colômbia e da Venezuela. Infelizmente, nem todas as informações técnicas estão disponíveis nos catálogos, o que torna a análise um pouco dificultosa.

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



| Título | Lugar e ano da publicação | Editor | Localização | Observações |
|--|---------------------------|--|--|---|
| Versões Originais | | | | |
| Eléments d'algèbre a l'usage de l'école centrale des quatre nations/ par S. -F. Lacroix | Paris, 1842 | Bachelier | Biblioteca Nacional da Colômbia (BNC) | 374 pág. 17ª Ed. |
| Elémens d'algèbre: a l'usage de l'Ecole Centrale des Quatre-Nations/ par S. F. Lacroix | Paris, 1847 | Bachelier | BNC | 375 pág. 18ª Ed. |
| Traité élémentaire d'arithmétique, a l'usage de l'école centrale des quatre-nations/ par S. -F. Lacroix | Paris, 1848 | Bachelier | BNC | 160 pág. 20ª Ed. |
| Traduções em Espanhol | | | | |
| Tratado elemental de aritmética: compuesto em francés para uso de la Escuela Central de las Cuatro Naciones/ S. F Lacroix; y traducido segunda vez por don Josef Rebollo y Morales | Madrid, 1839 | Imprenta Nacional | BNC | 368 pág. 5ª Ed. (notas na página) |
| Curso completo elemental de matemáticas puras/ compuesto em francés por S. F. Lacroix; traducido al castellano por D. José Rebollo y Morales | Madrid, 1840 | Imprenta Nacional | BNC | ? pág. 5ª Ed. (notas no final) |
| Tratado elemental de aritmética/ por S. F. Lacroix | Caracas, 1894 | Librería Española de L. Puig Ros y Hermano | Biblioteca Nacional da Venezuela (BNV) | 216 pág. 7ª Ed. |
| Algebra escrita em francés/ por S. F. Lacroix; traducida al castellano por José Rebollo y Morales | Caracas, 1896 | L. Puig Ros y Hermano | BNV | 390 pág. 21ª Ed. |

Tabela 1. Esquematização dos livros, originais e traduções, de Álgebra e Aritmética de Lacroix em Bibliotecas colombianas e venezuelanas. **Fonte:** Elaboração dos Autores.

Temos um período bem demarcado no que diz respeito às versões publicadas pela Espanha e pela América Latina. O que pode ser interpretado como evidência que as transmissões feitas pela França para a Espanha e países latinos ocorreram por diferentes períodos.

Podemos ver que livros de diferentes edições quando são traduzidos, costumam ter seu número de páginas completamente alterados. Algumas dessas modificações são realizadas com a intenção de baratear os custos da produção, mas, algumas outras, têm uma relevância maior quando olhada da perspectiva da transmissão de saberes. Podemos citar, por exemplo, notas feitas pelos tradutores, acréscimos ou alterações de conteúdos no corpo do texto buscando uma melhor explicação dos temas em questão.

| Título | Lugar e ano da publicação | Editor | Localização | Observações |
|--|---------------------------|------------------------|-------------|---------------------------------------|
| Versões Originais | | | | |
| Essais de géométrie sur les plans et les surface courbes: élémens de géometrie descriptive/ par S. F. Lacroix | Paris, 1822 | Bachelier | BNC | 119 pág. 5ª Ed. (fig. no final) |
| Elémens de géométrie: a l'usage de l'Ecole Centrale des Quatre-Nations/ par S. F. Lacroix | Paris, 1822 | Bachelier | BNC | 305 pág. 7ª Ed. (fig. no final) |
| Traité élémentaire de trigonométrie rectiligne et espherique et d'application de l'algèbre a la géométrie/ par S. F. Lacroix | Paris, 1822 | Bachelier | BNC | 304 pág. 7ª Ed. (fig. no final) |
| Elémens de Géométrie: al'usage de L'Ecole Centrale des Quatre Nations/ par S.L. Lacroix | Paris, 1837 | Bachelier | BNC | 224 pág. 15ª Ed. |
| Tradução em Espanhol | | | | |
| Manual de agrimensura, por S. F. Lacroix; traduzida al castellano por el ciudadano J.A. Freire. | Caracas, 1834 | Imprenta de A. Damirón | BNV | 114 pág. 20ª Ed. |

Tabela 2. Esquematização dos livros, originais e traduções, de Geometria e Trigonometria de Lacroix em Bibliotecas colombianas e venezuelanas. **Fonte:** Elaboração dos Autores.

Os livros de Lacroix receberam muitas reedições, tanto na França quanto na Espanha. Seus livros tinham a vantagem de serem utilizados em todos os níveis de ensino, o que faz deste autor um dos mais bem-sucedidos vendedores de livros-textos de matemática de todos os tempos. Sabemos que suas obras viraram referência para escritores de livros-texto de toda a América Latina, [12].

Os livros de geometria escritos por Lacroix não tiveram a mesma utilização que os escritos por Legendre. Mesmo ambos podendo ser caracterizados como livros de sucesso, os de Legendre tiveram uma maior circulação, pelo menos na América Latina.

5.2. Os usos e impactos dos livros de Legendre

O livro “*Éléments de Géométrie*” de Adrien-Marie Legendre, mesmo não preenchendo todos os critérios burocráticos para participação no concurso de livros-texto, conseguiu entrar na disputa e recebeu uma menção honrosa por sua nova maneira de tratar a geometria euclidiana. Legendre teve a oportunidade de editar várias edições durante sua vida, onde mudava muitas das notas de rodapé ou acrescentando um apêndice de trigonometria já na primeira década do século XIX. Em alguns locais da América Latina, esse apêndice foi publicado como um livro independente. Além disso, muitos livros não continham as notas, sendo uma maneira de tornar a publicação mais barata.

Após a morte de Legendre, seu livro continua recebendo novas edições. A mais conhecida delas foi feita por Blanchet, que mudou a exposição de vários conceitos, algumas vezes reformulando, ou refazendo a explicação contida nos livros. Na sua primeira edição, publicou, num mesmo livro, a edição original do Legendre junto com a edição com as modificações feitas por ele. Configurando o primeiro caso de livro duplo.

O creditado a este livro ser um dos responsáveis por ajudar a mudar o conceito de rigor na geometria durante o século XIX, tendo influência em vários países tanto europeus quanto americanos.

Na tabela 3, vemos algumas edições dos livros de Legendre encontradas nas bibliotecas colombianas e venezuelanas, incluindo as versões que foram adulteradas por Blanchet. Além disso, encontramos, também, traduções feitas na América Latina.



| Título | Lugar e ano da publicação | Editor | Localização | Observações |
|--|---------------------------|-----------------------|--|-------------------------------------|
| Versões Originais | | | | |
| Eléments de géométrie, avec des notes/par A. M. Legendre | Paris, 1809 | Firmin Didot | Biblioteca Nacional da Colômbia (BNC) | 421 pág. Ed.? (fig. no final) |
| Éléments de géométrie avec des notes/ par A. M. Legendre | Paris, 1843 | Firmin Didot | BNC | 431 pág. 14ª ed. |
| Éléments de géométrie/ A. M. Legendre | Paris, 1849 | Firmin Didot | BNC | 271 pág. Ed.? |
| Éléments de géométrie/ par A. M. Legendre; avec additions et modifications, par M. A Blanchet | Paris, 1854 | Firmin Didot | BNC | 284 pág. Ed.? |
| Eléments de géométrie/ par A. M. Legendre; avec additions et modifications par M. A. Blanchet | Paris, 1861 | Firmin Didot | BNC | ? pág. 9ª Ed. |
| Traduções em Espanhol | | | | |
| Elementos de jeometría/ por A. M. Legendre; con adiciones i modificaciones por M.A. Blanchet; traducidos de la décima edición por Luis M. Lleras | Bogotá, 1866 | Gaitán | BNC | 200 pág. Ed.? |
| Elementos de geometría, con notas/ escritos en francés por Adrien Marie Legendre | Caracas, 1879 | Alfred Rothe | Biblioteca Nacional de Venezuela (BNV) | 147 pág. Ed. ? (sem fig.) |
| Elementos de trigonometría, escritos en francés/ A.M Legendre; revisada por Jesús Muñoz Tébar. | Caracas, 1895 | L. Puig Ros y Hermano | BNV | 77 pág. Ed. ? |

Tabela 3. Esquematização dos livros, originais e traduções, de Legendre em bibliotecas colombianas e venezuelanas. **Fonte:** Elaboração dos Autores.

Em termos de comparação, analisar a obra de Legendre é uma tarefa relativamente mais fácil se comparada à de Lacroix. Isso deriva do fato de que os livros de Lacroix cobrem várias matérias,

enquanto que de Legendre trata apenas de geometria. É claro que analisar o impacto dos livros de determinada matéria também seria um bom trabalho. Mas, neste artigo, fazemos apenas um estudo sobre as transmissões de determinados autores, já que nosso objetivo é analisar os saberes transmitidos de uma maneira geral.

Nessa época era comum colocar a geometria como uma matéria secundária nos currículos, esse fato ajudar a explicar o motivo de nos primeiros anos após as independências, nós apenas encontramos versões em francês dos livros de Lacroix e Legendre. A maioria das traduções foram feitas na segunda metade do século XIX, sendo todas traduzidas na América Latina, [15]. Uma forma de compreendermos melhor as funções exercidas pelos polos de recepção das transmissões, é analisar a vida e obra dos tradutores responsáveis. Com isso, podemos esclarecer algumas lacunas referentes às transmissões.

Observando apenas os anos e os locais de publicação das tabelas acima, pode-se ter noção do período de tempo, pelo menos oitenta anos, que os livros de Lacroix e Legendre tiveram alguma influência nos saberes transmitidos pelas metrópoles europeias. Se considerarmos outras fontes históricas, teremos registro da edição de tais livros até quase o final da primeira década do século XX. Esse ocorrido mostra como o conceito de transmissão pode tornar-se uma boa ferramenta para entender tais processos.

Isso nos revela a importância de pesquisarmos em **HEM** utilizando outras perspectivas metodológicas. Para que possamos compreender, em maior totalidade, as mudanças ocorridas no âmbito educacional, durante o século XIX, na América Latina. Considerando que este período é de extremamente relevante para a consolidação dos Países Latinos, além de influenciarem muitos dos modelos do século seguinte.

Já em relação às editoras, podemos notar que ambos autores foram importantes para o crescimento do comércio de livros didáticos, o que mostra a relevância de tais livros para a construção de um objeto tão importante nos dias atuais, o livro-texto. As publicações feitas nos últimos anos do século XIX mostram a importância comercial de tais obras.

De maneira geral, percebemos que nas bibliotecas venezuelanas, encontram-se muitas versões que foram publicadas no país. Enquanto que as versões encontradas nas bibliotecas colombianas estão, na maioria das vezes, em francês. Servindo de exemplo para motivar análises feitas sobre os processos de transmissão, visto que tais países são vizinhos e compartilham muitas heranças culturais, mas que fizeram usos distintos dos saberes que lhes foram transmitidos.

6. Considerações finais

Com o que foi apresentado no decorrer do artigo, podemos ver que as transmissões das metrópoles europeias foram de extrema importância para institucionalização dos sistemas educacionais tanto colombianos quanto venezuelanos. Ressaltamos que mesmo com o compartilhamento de uma herança cultural muito grande, já ambos foram colônias espanholas,

vemos que cada país se desenvolveu com suas especificidades. Temos que a criação ou adoção de políticas semelhantes, geraram resultados distintos nos respectivos países. O que frisamos é a atuação ativa, e não passiva, como se é de costume assumir, dos polos receptores nos processos de transmissão.

Um resultado que obtemos de tais estudos é que se transmitiu obras modernas, a partir da revolução, e não o Best-seller francês anterior, de 1760 até 1790: o livro de Bézout. O que configura algo notável, pois os livros de Bézout continuaram sendo utilizados por alguns outros países Europeus. Com isso, podemos destacar a valorização que esses países para com a modernidade.

É importante ressaltar, também, que Lacroix e Legendre tiveram influências distintas nos respectivos países, o que visa desconstruir a ideia de que, como ambos os livros foram escritos por franceses e publicados no mesmo período, eles teriam a mesma influência em outros países. Além disso, estudar, em específico, as transmissões motivadas pelas obras de Lacroix e Legendre são de grande importância para a historiografia da HEM, visto que tais obras tiveram impacto em diversos países.

Além disso, paralelamente ao desenvolvimento das pesquisas referentes a Lacroix e Legendre, são feitas análises de Best-sellers espanhóis que também foram transmitidos durante o século XIX, mas por motivos de limitação de espaço, tais análises não são incluídas neste artigo, mas não deixam de ser relevantes.

É claro que a análise de tais processos, de transmissão, não se esgota com este artigo, pelo contrário, ele é apenas o início de uma pesquisa que tem por objetivo tentar esclarecer questões, muitas vezes subjacentes, que envolvem todo o continente latino-americano.

Agradecimentos

À **CAPES** pelo apoio financeiro, sem o qual essa pesquisa não poderia ser realizada.

Ao **PEMAT** (Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática) pelo acolhimento e suporte prestado durante esta jornada.

Referências

- [1] G. Schubring, *“Pesquisar sobre a História do Ensino de Matemática: metodologia, abordagens e perspectivas”*. Sociedade Portuguesa de Ciência da Educação, pp. 5-20, 2005.
- [2] W. O. Beyer, *“Algunos libros de Aritmética usados en Venezuela en el período 1826-1912”*. Revista de Pedagogía, vol. 27, nº. 078, pp.71-110, enero-abril 2006.
- [3] J. B. P. de Carvalho, *“Mathematics Education in Latin America. Handbook on the History of Mathematics Education”*. New York: Springer Science+Business Media, 2014, pp.335-359.

- [4] W. O. Beyer, "Un paseo histórico por la educación matemática venezolana: una visión a través de los textos escolares". *Revista de História da Educação Matemática*, vol. 1, nº .1, pp.32-49, setembro-dezembro 2015.
- [5] G. Schubring, "Theoretical Categories for investigations in the Social History of Mathematics Education and Some Characteristic Patterns". *Mathematics, Education, and Society*. 1988. pp. 6-8.
- [6] G. Schubring, "The first international curricular reform movement in mathematics and the role of Germany—A case study in the transmission of concepts". In *Learning and assessment in mathematics and science*, ed. A. Gatatsis, pp. 265-287. Nicosia: Department of Education, University of Cyprus. 2000
- [7] G. Schubring, "Análise histórica de livros de matemática". São Paulo: Editora Autores Associados, 2003, pp. 3-163.
- [8] G. Schubring, "On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbook author". *For the learning of mathematics*, vol. 7, nº. 3, p.41-51, novembro 1987. ("Errata", idem, 1988, vol. 8, p. 51).
- [9] C. H. S. Botero, V. A. González, "Historia de la enseñanza de las matemáticas en Colombia. De Mutis al siglo XXI". *Quipu* vol. 14, nº. 1, pp.109-157, enero-abril 2012.
- [10] D. Y. C. Galvis, "Los libros de álgebra escritos por colombianos en el siglo XIX". Tesis MSc. Universidad de los Andes, Bogotá, 2008
- [11] J. B. P. F. de Carvalho, "Livros de matemática na América Espanhola, durante o século XIX". *Zetetiké*, vol. 25, no. 2, pp.240-253, maio-agosto 2017.
- [12] W. O. Beyer, "La influencia de Sylvestre-François Lacroix en la matemática venezolana decimonónica". *Revista de História da Educação Matemática*, vol. 2, nº. 3, 2016.
- [13] W. O. Beyer, "Ediciones y traducciones venezolanas de los *Éléments de Géométrie de Legendre*. Un preámbulo para el estudio de su impacto en Venezuela". Ainda não publicado.
- [14] G. Schubring, "A origem da geometria de Legendre e o seu impacto internacional". Rio de Janeiro: Editora LIMC, 2009, pp. 353-384.
- [15] V. A. González, C. H. S. Botero, "Luis María Lleras, su traducción de los *Éléments de Géométrie de Legendre* y su correspondencia con Hermite", pp.1-11, julho 2016.

LA COMUNIDAD COLOMBIANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA: DIVERSIDAD Y EVOLUCIÓN

THE COLOMBIAN MATHEMATICS EDUCATION COMMUNITY: DIVERSITY AND EVOLUTION

Paola Castro Pedro Gómez***

Resumen: en este documento se presentan los resultados de la caracterización de la comunidad colombiana de Educación Matemática en términos de la diversidad y evolución de su documentación. Se analizaron 3252 documentos de acceso abierto, producidos por la comunidad entre 1983 y 2016. Los documentos se clasificaron de acuerdo con el tipo de trabajo que abordan (ensayo, investigación o innovación). Se establecieron las características de la evolución de la comunidad en términos del comportamiento diacrónico de los tipos de trabajos, el comportamiento de la cantidad total de documentos publicados por año, los focos temáticos de la comunidad —en términos del nivel educativo, nociones pedagógicas y contenido matemático— y el comportamiento de las proporciones en las que la comunidad trata los focos temáticos. Los resultados ponen de manifiesto una relación permanente entre la investigación y la innovación. La cantidad de documentos producidos en el tiempo, en ambos casos, tiene un crecimiento exponencial. La proporción de investigaciones tiende a aumentar, mientras que la de ensayos disminuye. La proporción de innovaciones es permanente en el tiempo. El crecimiento de la cantidad de documentos publicados por año evidencia que la Educación Matemática en Colombia se consolida como un frente de estudio. Los focos de interés que caracterizan la comunidad corresponden a los niveles educativos pregrado, media, secundaria y primaria; las nociones pedagógicas aprendizaje, aula y enseñanza; y los temas de matemáticas geometría, álgebra y números. Se evidencia cómo en la comunidad colombiana de Educación Matemática, tanto la investigación como la innovación educativa cobran un papel fundamental en el desarrollo de la disciplina.

Palabras clave: comunidad, documentación, Educación Matemática, innovación, investigación.

* Licenciada en Matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Magister en Educación —concentración en Educación Matemática—; candidata a Doctora en Educación, Universidad de los Andes, Colombia. Universidad de los Andes, Colombia. E-mail: dp.castro116@uniandes.edu.co. ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3333-2461>

** Matemático e Ingeniero Industrial, Universidad de los Andes, Colombia. Doctor en Matemáticas —especialidad Didáctica de la Matemática—, Universidad de Granada, España; Máster of Arts en Economía, University of Kent at Canterbury, Inglaterra; Máster of Science en Lógica y Método Científico, the London School of Economics, Inglaterra. Universidad de los Andes, Colombia. E-mail: argeifontes@gmail.com. ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9929-4675>

Abstract: in this document results of the characterization of the Colombian community of Mathematics Education in terms of the diversity and evolution of its documentation are presented. The analysis of 3252 open access documents, produced by the community between 1983 and 2016 are presented. The documents are classified according to the type of work they develop (research, essay or innovation). The characteristics are established of the evolution of the community in terms of the diachronic behavior of the types of work, the behavior of the total number of documents published per year, the thematic focuses of the community —about educational level, pedagogical notions and mathematical content— and the behavior of the proportions in which the community studies its thematic focuses. The results show a permanent relationship between research and innovation. The number of documents produced over time in both cases has exponential growth. The proportion of research documents tends to increase, while the proportion of essays decreases. The proportion of innovations is permanent over time. The growth in the number of documents published per year shows that Mathematics Education in Colombia has consolidated as a study front. The focuses of interest that characterize the community correspond to the degree of university, middle, secondary and primary, the pedagogical notions of learning, classroom, teaching, and the topics of geometry, algebra and numbers. We see how in the Colombian community of Mathematics Education, both research and educational innovation play a fundamental role in the development of the discipline.

Key Words: community, documentation, Mathematics Education, innovation, research.

1. Introducción

Puede afirmarse que la Educación Matemática se ha consolidado como disciplina científica en Colombia, en tanto es investigada y enseñada, tiene publicaciones académicas específicas y se desarrollan encuentros de carácter internacional, nacional y regional en torno a ella. Se percibe un crecimiento importante de la producción documental en esta disciplina como resultado de la consolidación de una comunidad de investigadores y educadores matemáticos. Por tanto, resulta relevante hacer un balance de esta producción respecto a sus focos de interés.

En la actualidad, se han realizado estudios relacionados con la investigación y su papel en la práctica pedagógica, [1]. Otros trabajos dan cuenta de la evolución de la disciplina de acuerdo con hechos históricos que marcan el desarrollo de la comunidad, [2-4]. En lo que respecta al análisis de la documentación, se han realizado algunos estudios relacionados con las memorias del Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, [por ejemplo, 5, 6, 7], pero no se identifican resultados que den cuenta del comportamiento de la globalidad de la producción ni de los énfasis de trabajo de la comunidad. Es importante analizar la diversidad de trabajos que surgen respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Al respecto, la documentación de acceso abierto se convierte en una posibilidad de acercarse a diferentes tipos de documentos, tanto de investigación como de innovación curricular.

En este estudio, se caracteriza aquí la comunidad colombiana de Educación Matemática en términos de la diversidad y evolución de su documentación producida entre 1983 y 2016. Establecemos el comportamiento diacrónico de la producción y los focos temáticos de interés de la comunidad.

2. Marco teórico

En una disciplina que surge desde y para la práctica, como las disciplinas educativas, se deben vincular la innovación y la investigación —vistas como la práctica pedagógica y la generación de conocimiento, respectivamente—. Resulta indispensable la colaboración entre la investigación y la enseñanza, [8]. Si bien los investigadores producen conocimiento mediante la realización de estudios en los que incorporan saberes y cuestionamientos provenientes de la práctica, los profesores son profesionales que generan un saber desde la acción y la reflexión. El conocimiento que proviene de la investigación y el que se deriva de la práctica deberían articularse, dialogar entre sí y apoyarse recíprocamente, [9].

Desde un enfoque sociológico, la Educación Matemática es una disciplina que está consolidada en y por una comunidad, académica y de práctica, que tiene espacios propios de comunicación y difusión del conocimiento. Los sistemas de conocimiento en la disciplina evolucionan de acuerdo con las prácticas de la comunidad, [10]. En la comunidad de Educación Matemática, se emplean diversos medios de divulgación de sus hallazgos, [11]. La comunidad produce artículos y libros que resultan de investigaciones, pero también produce documentación que surge de reflexiones y posturas teóricas, o de innovaciones curriculares. Por lo tanto, caracterizar su evolución y avances, a partir de la documentación que produce, requiere atender a la diversidad de sus trabajos, a sus intereses y a sus focos temáticos.

2.1. Tipos de trabajos en una disciplina

Se clasifica la documentación producida por la comunidad de acuerdo con tres tipos de trabajos que hacen referencia a su propósito [12]: ensayo, investigación e innovación. El ensayo es el trabajo que presenta una opinión o postura y que no requiere procesos sistemáticos de justificación. En un ensayo, el autor expone ideas y opiniones sin que utilice puntualmente una metodología científica, [13]. Una investigación es aquel trabajo que surge de un proceso sistemático de indagación, cuya metodología es clara y da cuenta de coherencia. Una investigación puede ser una contribución empírica o teórica al conocimiento. La investigación corresponde a un proceso de sistemático que lleva al descubrimiento del conocimiento, [14, 15]. Una innovación es un trabajo que expone un diseño curricular de una actividad o curso, y que da cuenta del uso del conocimiento disciplinar (pedagógico, didáctico, contenido). Los resultados de la innovación educativa aportan de manera empírica al desarrollo de las teorías y de las prácticas en la disciplina, [15].

2.2. Estudio de la ciencia

La cienciometría, denominada la ciencia de la ciencia, permite cuantificar actividades científicas en una disciplina [16] y posibilita la evaluación del desarrollo de la producción científica de una comunidad [17], al ofrecer una visión panorámica y cuantificada en un contexto, un tiempo y un campo científico, [18]. Entre las unidades de análisis que emplea la cienciometría para el estudio de una disciplina, se destaca el estudio de las publicaciones. Los artículos de investigación son la materia prima principal; sin embargo, otros documentos merecen ser investigados, [19]. En ese sentido, pueden incluirse como fuente de información otros documentos como comunicaciones, actas de congresos, trabajos de grado, tesis y documentos de trabajo.

Las leyes cienciométricas actúan como criterios normativos que describen el comportamiento de los procesos de producción científica, [20]. Estas leyes permiten identificar comportamientos regulares en el tiempo en relación con la producción y el consumo de la información científica. La evolución de cada disciplina se da en tres etapas: precursores, crecimiento exponencial y crecimiento lineal. En la etapa de precursores, se generan las primeras publicaciones de la disciplina; en la etapa de crecimiento exponencial, la disciplina se convierte en un frente de estudio; y, en la etapa de crecimiento lineal, el crecimiento de la producción se desacelera, [21]. La ley de crecimiento exponencial se concibe como una regla fundamental para cualquier análisis de la ciencia, [22].

2.3. Términos específicos en Educación Matemática

Para determinar los focos temáticos de la comunidad objeto de estudio, seleccionamos la taxonomía de términos clave, específica a la Educación Matemática, propuesta por Gómez y Cañadas, [12]. Esta taxonomía se basa en la organización de la base de datos *MathEduc* [23] y proporciona una estructura jerárquica de términos clave constituida por categorías.

2.3.1. Nivel educativo

La categoría denominada nivel educativo se centra en el tipo de formación a los que hace referencia el documento. Los términos clave incluidos en la categoría son educación infantil (0 a 6 años), educación primaria (7 a 12 años), educación secundaria (13 a 16 años), educación media (17 y 18 años), título de grado universitario, estudios de posgrado, formación profesional, educación de adultos, todos los niveles educativos, otro nivel educativo y ningún nivel educativo.

2.3.2. Temas de teoría curricular

Los autores presentan una categoría que está basada en un marco conceptual específico a la Educación Matemática y en un enfoque curricular que aborda cuatro cuestiones: el conocimiento, el aprendizaje, los métodos de enseñanza y la valoración de los aprendizajes, [24]. A partir de la teoría, se proponen los siguientes términos clave: sistema educativo, centro educativo, aula, alumno, profesor, aprendizaje, enseñanza, evaluación y currículo. Los autores incluyen otros términos clave

en esta categoría: otras nociones en Educación Matemática, Educación Matemática y otras disciplinas, e investigación e innovación en Educación Matemática. Dada la diversidad de los términos incluidos en la categoría de teoría curricular, nos referimos a ellos como nociones pedagógicas en lo que sigue del documento.

2.3.3. Temas de matemáticas

Los autores diferencian las matemáticas escolares de las matemáticas superiores. La categoría de matemáticas escolares incluye los términos clave cálculo, estadística, geometría, medida, números, probabilidad, álgebra y otros temas de matemáticas escolares. La categoría de matemáticas superiores incluye los términos álgebra, análisis, combinatoria, cálculo, ecuaciones diferenciales, estadística, geometría, lógica matemática, matemática discreta, probabilidad, teoría de conjuntos, teoría de grafos, teoría de la medida, teoría de números, topología y otros temas de matemáticas superiores. Consideramos que estos términos se pueden agrupar de acuerdo con el contenido matemático global, sin diferenciarlos por nivel educativo.

Con base en la taxonomía que presentamos previamente, analizamos el contenido de la documentación producida por la comunidad colombiana de Educación Matemática en términos de los niveles educativos, las nociones pedagógicas y el contenido matemático que abordan.

3. Objetivos

El objetivo de este trabajo es caracterizar la comunidad colombiana de Educación Matemática en términos de la diversidad y evolución de su documentación. Los siguientes son los objetivos específicos:

- Establecer el comportamiento diacrónico de la cantidad y la proporción de documentos de ensayo, investigación e innovación producidos por la comunidad.
- Identificar el modelo al que se ajusta el comportamiento de la cantidad total de documentos publicados por año.
- Establecer los focos temáticos de la comunidad, en términos del nivel educativo, las nociones pedagógicas y el contenido matemático que se trata en la documentación, y su comportamiento en el tiempo.

4. Método

El análisis cuantitativo de una disciplina se realiza a partir de su documentación en un estudio documental ex post facto.

4.1 Fuentes de información

Se toma como población del estudio la producción documental digital de acceso abierto de la comunidad colombiana de Educación Matemática que es difundida de manera abierta en páginas web

de eventos académicos y revistas, y en repositorios institucionales de universidades, grupos de investigación e instituciones gubernamentales y no gubernamentales. La muestra corresponde a 3252 documentos publicados entre 1983 y 2016.

Los documentos que fueron analizados corresponden a memorias de 17 eventos de docentes e investigadores liderados por agremiaciones que difundieron su documentación de manera abierta. Algunos de estos eventos son el Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, el Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones de Colombia, el Encuentro Nacional de Educación Matemática y Estadística, y el Coloquio Regional de Matemáticas y Simposio de Estadística. Así mismo, tomamos artículos de 24 revistas editadas en Colombia que han publicado trabajos de investigación e innovación curricular en Educación Matemática. De estas revistas, cuatro son específicas en la disciplina (Revista EMA, Revista Ejes, Revista Latinoamericana de Etnomatemática y Revista Colombiana de Matemática Educativa). Accedimos a trabajos de grado de licenciatura y tesis de posgrados (especialización, maestría y doctorado) en Educación Matemática difundidos en repositorios institucionales de 12 universidades públicas y privadas. Otros documentos corresponden a libros, capítulos de libros y avances de trabajos o resultados de investigación compartidos por investigadores y educadores matemáticos de manera autónoma. Algunos de estos autores también compartieron sus contribuciones a eventos y artículos que no fueron publicados en revistas del país.

El muestreo no es probabilístico, sin embargo respaldamos la representatividad de la muestra debido a la diversidad de los documentos que se encuentran en ella y a la cantidad de fuentes consultadas. De las 20 fuentes identificadas, que difunden documentación exclusiva de Educación Matemática en la web, no contamos con las actas de 3 congresos. En la tabla 1, presentamos la cantidad de documentos analizados en este estudio por tipo de fuente y la proporción de la muestra a la que corresponde esta cantidad.

| Tipo de documento | Cantidad | Proporción |
|---------------------------------|-----------------|-------------------|
| Contribución a actas de eventos | 1343 | 41,30% |
| Artículo | 738 | 22,70% |
| Capítulo de libro editado | 443 | 13,62% |
| Conferencia, comunicación | 221 | 6,80% |
| Tesis | 214 | 6,58% |
| Licenciatura | 202 | 6,21% |
| Documento de trabajo | 45 | 1,38% |

| | | |
|-----------------------|----|-------|
| Libro | 41 | 1,26% |
| Recursos de enseñanza | 5 | 0,15% |

Tabla 1. Distribución de documentos por tipo de fuente. **Fuente:** elaboración propia de los autores.

4.2 Variables

El año de publicación de los documentos es la variable principal del estudio, pues nos permite analizar el comportamiento diacrónico de los tipos de trabajos y de los focos temáticos de la comunidad. Definimos cuatro conjuntos de variables dicotómicas para las siguientes categorías de acuerdo con el marco conceptual del estudio: tipo de trabajo, nivel educativo, nociones pedagógicas y contenido matemático. En la tabla 2, presentamos las variables organizadas por categorías.

| Categoría de variables | Variables |
|------------------------|--|
| Tipo de trabajo | Ensayo, investigación, innovación |
| Nivel educativo | Preescolar (0 a 6 años), primaria (7 a 12 años), secundaria (13 a 16 años), educación media (17 y 18 años), educación de adultos, formación continua/técnica, pregrado, posgrado, todos los niveles (en general), otro nivel educativo y ningún nivel educativo |
| Nociones pedagógicas | Sistema educativo, centro educativo, aula, alumno, profesor, aprendizaje, enseñanza, evaluación, gestión curricular, análisis de contenido (historia de los contenidos, sistemas de representación y fenomenología), resolución de problemas, otras disciplinas, metodología de investigación y otras nociones |
| Contenido matemático | Álgebra, cálculo, estadística y probabilidad, geometría, medida, números, otros temas y todos los temas |

Tabla 2. Variables del estudio organizadas por categorías. **Fuente:** elaboración propia de los autores.

4.3 Procedimientos

Se realiza una aproximación semántica a la documentación con el propósito de identificar el tipo de trabajo y los fenómenos y problemas de Educación Matemática que trata cada documento. Codificamos los documentos en términos de las variables dicotómicas que presentamos en la tabla 2. Un documento solo podía ser codificado en una de las variables de la categoría tipo de documento, pero podía ser codificado en una o más variables de las categorías nivel educativo, nociones pedagógicas y contenido matemático. Organizamos los resultados de la codificación en bases de

datos. Establecimos un éxito si el documento está codificado en una variable (p. ej., ensayo, valor 1) y un fracaso, si no lo está (valor 0).

Un equipo de codificadores, con conocimiento en Educación Matemática, registró la información bibliográfica de cada documento y determinó los términos clave que describen su contenido de acuerdo con las variables del estudio. Posteriormente, un revisor, con maestría en Educación Matemática, verificó la validez y precisión de la codificación de cada documento. Por último, un segundo revisor, doctor en Educación Matemática, revisó aleatoriamente el trabajo realizado por el revisor de primer nivel de la codificación.

Luego de organizar los resultados de la codificación, realizamos procedimientos estadísticos que nos permitieron satisfacer los objetivos del estudio. En primer lugar, determinamos la distribución porcentual de documentos de ensayo, investigación e innovación que fue producida por la comunidad entre 1983 y 2016. Con una prueba de bondad de ajuste, identificamos si la producción de los tres tipos de trabajos distribuye de manera uniforme. Para confirmar si el comportamiento en el tiempo de la proporción de los trabajos de ensayo, investigación e innovación evidencia o no alguna tendencia, analizamos cada serie temporal. Realizamos la prueba de Phillips-Perron (**PP**) para rechazar o no la hipótesis nula de que cada serie no es estacionaria en media.

Con el propósito de establecer el comportamiento diacrónico de la cantidad de documentos de ensayo, investigación e innovación, empleamos gráficos de líneas e identificamos el modelo que mejor se ajusta a los datos, de acuerdo con el coeficiente de determinación. Usamos este mismo procedimiento para identificar el modelo al que se ajusta el comportamiento de la cantidad total de documentos publicados por año. A partir de esta información, verificamos si la documentación de la comunidad colombiana, en cada tipo de trabajo o de manera conjunta, satisface la ley de crecimiento de la ciencia, [22]. También, verificamos si las etapas evolutivas de la Educación Matemática en Colombia [4] se evidencian en el desarrollo de la documentación la comunidad que configura la disciplina.

Se determinan los focos temáticos de la comunidad en las categorías nivel educativo, nociones pedagógicas y contenido matemático. En cada categoría, hallamos la frecuencia de cada variable. Por ejemplo, identificamos cuántos documentos, de los 3.252 que fueron estudiados, trataron la noción aprendizaje o cuántos documentos trataron el contenido cálculo. Empleamos un diagrama de Pareto que nos presenta, de mayor a menor, la medida en la que se trata cada variable en los documentos y su porcentaje acumulado. Finalmente, realizamos pruebas Phillips-Perron (**PP**) para establecer si, en términos de las variables del estudio, los focos temáticos se comportan o no como series temporales estacionarias.

5. Resultados

Organizamos los resultados en tres secciones, de acuerdo con los objetivos específicos del estudio.

5.1 Comportamiento diacrónico de los documentos organizados por tipo

Los 3252 documentos producidos por la comunidad de Educación Matemática entre 1983 y 2016 no están distribuidos de manera equitativa en términos de su tipo. Existe suficiente evidencia muestral para aseverar que la distribución de documentos de investigación, ensayo e innovación no es uniforme (P -valor = $2,95 \text{ E-}123$). La comunidad difunde más documentación de investigación que de otro tipo (52% de los documentos). El 30% de los documentos corresponde a innovaciones y el 18% a ensayos.

5.1.1 Cantidad de documentos por tipo en el tiempo

Se analiza el comportamiento diacrónico de los trabajos de ensayo, investigación e innovación simultáneamente. Tomando 1996 como el año de inicio para este análisis, pues solo a partir de ese momento la comunidad difundió trabajos de los tres tipos. En la figura 1, se expone el comportamiento diacrónico de la cantidad de documentos que fueron producidos en Colombia entre 1996 y 2016 en cada tipo.

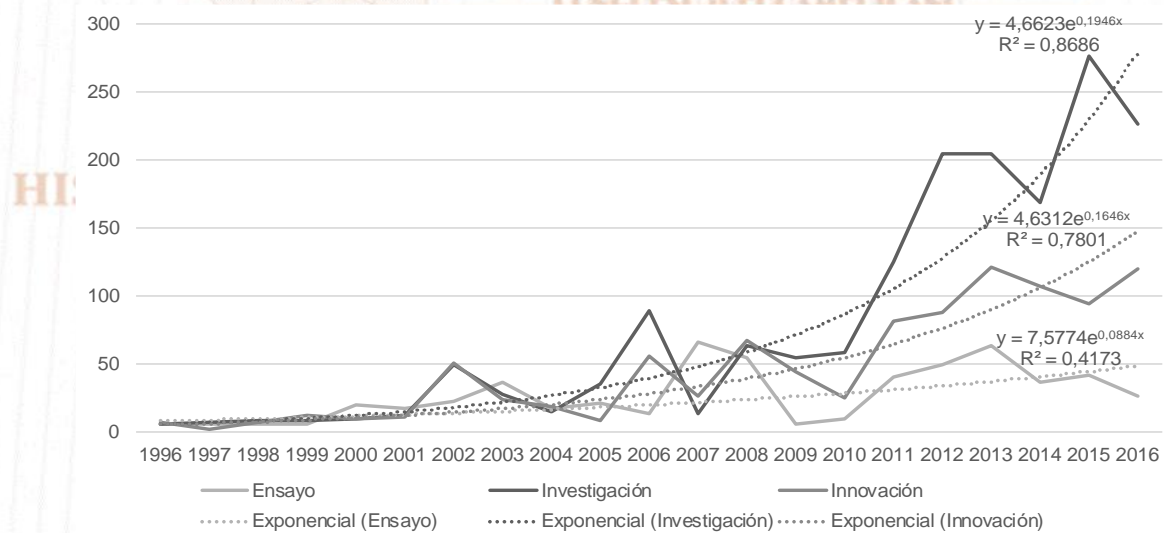


Figura 1. Documentos por tipo de trabajo por año. **Fuente:** elaboración propia de los autores.

El modelo que mejor se ajusta al comportamiento de la documentación en los tres tipos de trabajo es el exponencial. Los coeficientes de determinación muestran que la variación en la cantidad de los trabajos de investigación y de innovación se explica por la variación en el tiempo en un 87% y 78%, respectivamente. La cantidad de documentos de investigación se incrementa en 19 por año y el incremento de documentos de innovación es de 16 por año. La tasa de crecimiento de los documentos de ensayo es la más baja (alrededor de 9 documentos por año).

5.1.2 Porcentaje de documentos por tipo en el tiempo

Con el propósito de verificar si la proporción de documentos de cada tipo por año se mantiene en el tiempo, se analiza el comportamiento de las series temporales correspondientes a cada tipo de trabajo (figura 2).

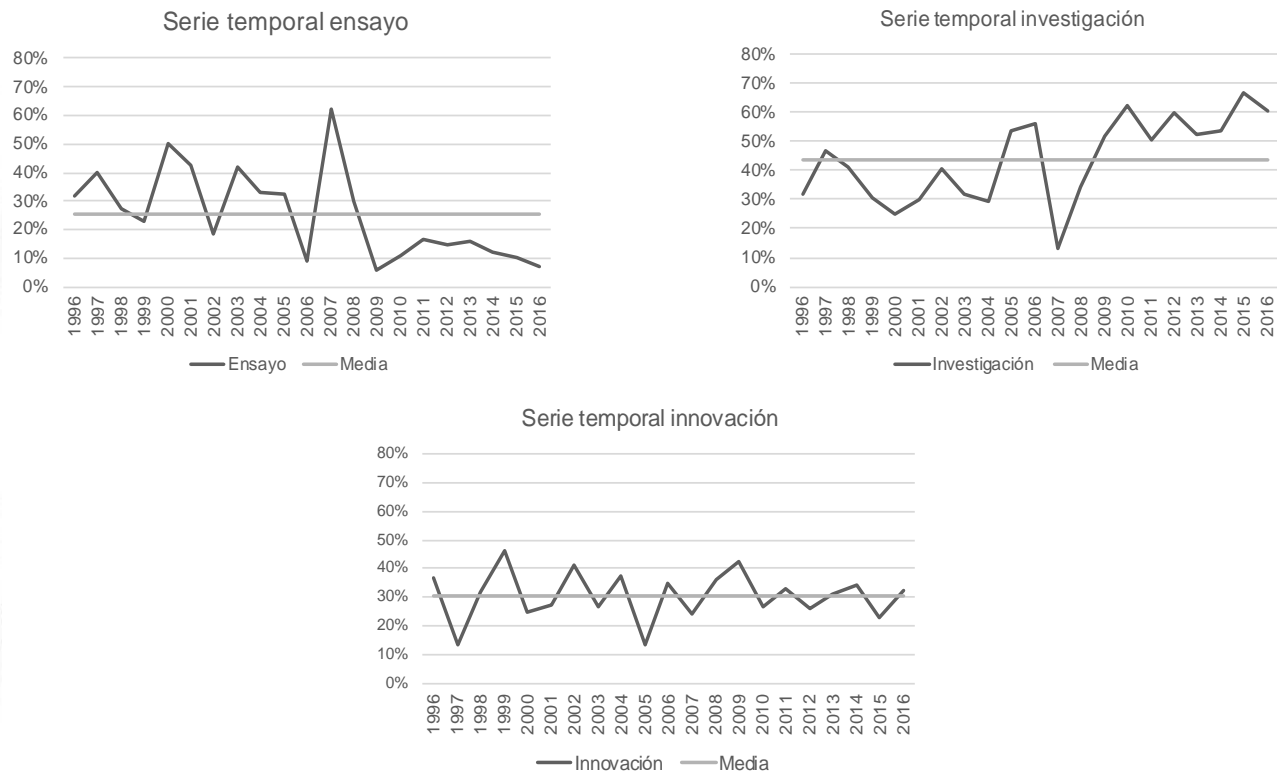


Figura 2. Series temporales de los tipos de trabajo. **Fuente:** elaboración propia de los autores.

La evolución diacrónica de la documentación evidencia que el porcentaje de trabajos de ensayo producido por año tiende a disminuir, mientras que el porcentaje de trabajos de investigación aumenta. Desde 2008, el comportamiento de estos tipos de trabajo sugiere una relación inversamente proporcional entre sus porcentajes. Los resultados ponen de manifiesto que, con el tiempo, la comunidad colombiana de Educación Matemática tiende a formalizar y justificar de manera sistemática sus posturas. Con un nivel de significatividad de 0,01, podemos afirmar que existe suficiente evidencia muestral para afirmar que las series temporales de ensayo e investigación no son estacionarias en media ($P = 0,0171$ y $P = 0,1839$, respectivamente). Además, rechazamos la hipótesis nula de no estacionariedad de la serie temporal de innovación ($P = 0,0000$). Esto implica que la producción de innovaciones se mantiene, en el tiempo, cercana a la media, lo que evidencia su relevancia en la disciplina.

5.2 Comportamiento de la cantidad total de documentos publicados por año

En la figura 3, se representa el total de documentos publicados por año por la comunidad.

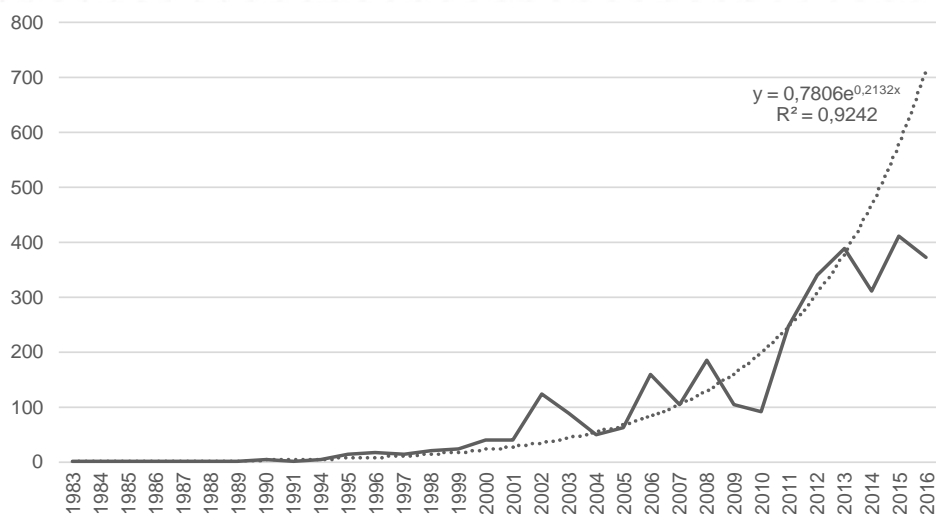


Figura 3. Cantidad total de documentos por año. **Fuente:** elaboración propia de los autores.

Encontramos que la línea de tendencia a la que mejor se ajusta el comportamiento de la documentación en el tiempo es de tipo exponencial. El 92% de la variación de la cantidad de documentos por año se explica por la variación en el tiempo. La tasa de crecimiento del conjunto de la documentación es de 21 documentos por año, de acuerdo con la función que representa la cantidad de documentos.

Entre 1983 y 1995, identificamos un comportamiento que sugiere el desarrollo de la etapa de precursores o de pioneros en la Educación Matemática como disciplina [4, 21]. El comportamiento exponencial del conjunto de la documentación producido por la comunidad ratifica la consolidación de la Educación Matemática como disciplina de estudio en el periodo comprendido entre 1996 y 1999, [22]. El análisis de la documentación confirma que, en este periodo de tiempo, se dio el despegue de la disciplina en Colombia. Este despegue es atribuible al surgimiento de grupos de investigación, agremiaciones, eventos y publicaciones específicas en Educación Matemática; así como al ajuste de programas de formación de pregrado y al inicio de programas de posgrado — especializaciones, maestrías y doctorados—, [4].

Como cuestiones adicionales, se observan algunos descensos en la línea de producción documental en los años 2009, 2010 y 2014. En 2009 y 2010 hubo una reducción importante de contribuciones a eventos. En 2014, la reducción se dio en la cantidad de artículos publicados. Esto se puede explicar debido a que en 2013 una revista no especializada en la disciplina produjo una edición especial exclusiva para Educación Matemática.

5.3 Focos temáticos de la comunidad

En relación con los focos temáticos de la comunidad, vemos que los niveles educativos que más trata la comunidad en su documentación son pregrado, educación media, secundaria y primaria. Encontramos que 983 de los 3252 documentos analizados abordan el nivel pregrado y 956 de la

misma cantidad se centran en educación media. Los niveles menos tratados son educación de adultos, preescolar y posgrado.

En el caso de las nociones didácticas, los intereses principales de la comunidad están en la noción aprendizaje (1583 documentos), aula (1155 documentos) y enseñanza (1076). Las nociones didácticas que menos se tratan son evaluación, currículo y alumno. El análisis del contenido matemático (historia, sistemas de representación y fenomenología) tiene una importancia destacable en la comunidad. Estos resultados complementan y confirman información obtenida de otros estudios sobre la comunidad, en los que se concluyó que la investigación se enfoca en el aprendizaje más que en la enseñanza, [1].

Respecto al contenido matemático, se destaca la cantidad de documentos de la disciplina que abordan cuestiones genéricas, que resultan relacionadas con todos los temas (972 documentos). El contenido de matemáticas con mayor frecuencia es geometría (836 documentos). Le siguen álgebra (614 documentos) y números (552 documentos). La medida es el tema que menos se aborda en la documentación analizada en este estudio (121 documentos). La figura 4 expone el diagrama de Pareto para la categoría de contenido matemático.

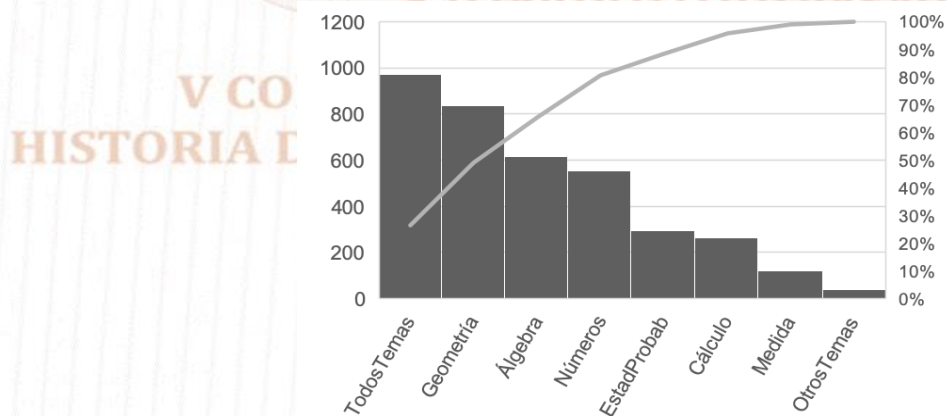


Figura 4. Documentos que tratan el contenido matemático. **Fuente:** elaboración propia de los autores.

5.3.1 Proporciones en las que la comunidad trata sus focos temáticos

Analizamos el comportamiento diacrónico de los focos temáticos de la comunidad de acuerdo con la proporción en la que trata cada variable de las categorías nivel educativo, nociones pedagógicas y contenido matemático. No identificamos grandes variaciones en la medida en la que la comunidad ha tratado las variables en el tiempo. En las tres categorías de variables, los focos temáticos se conservan en el tiempo. A partir de 1995, año en el que finaliza la etapa de precursores, observamos que la distribución porcentual de las variables por año se estabiliza.

En general, las series temporales correspondientes a cada variable, entre 1996 y 2016, no evidencian una tendencia de crecimiento o decrecimiento. Con un nivel de significancia de 0,01, no rechazamos

la hipótesis de no estacionariedad de las series correspondientes a las siguientes variables: secundaria, alumno, otras disciplinas, metodología de investigación, cálculo y todos los temas de matemáticas.

6. Discusión

La caracterización de la comunidad de Educación Matemática en Colombia de acuerdo con la diversidad de la documentación que produce evidencia el interés por formalizar los conocimientos e impactar las prácticas. La generación de ensayos disminuye a medida que la producción de investigaciones aumenta proporcionalmente y el porcentaje de innovaciones se mantiene constante de manera importante. En la comunidad, la cantidad de documentos de investigación y de innovación aumenta en el tiempo de manera exponencial. Podemos afirmar entonces que, de acuerdo con la ley de Price, la disciplina se consolida como frente de estudio en términos de estos dos tipos de trabajo. Identificamos una relación simbiótica en la que el desarrollo de la comunidad académica impulsa el desarrollo de la comunidad de práctica y viceversa. El crecimiento de la disciplina, en términos de la cantidad de documentos de investigación, puede explicarse parcialmente por la formación posgradual en la comunidad (maestrías y doctorados). Los profesores universitarios crean e impulsan el desarrollo de programas de formación de profesores en los que se promueve la reflexión sobre la práctica en el aula y la publicación de estas experiencias.

Algunos estudios señalan que, en lo que respecta a investigación, no hay continuidad en los temas de estudio [4]; sin embargo, los resultados ponen de manifiesto que, desde la diversidad de la documentación de la comunidad, sus focos temáticos se mantienen en el tiempo. Podemos conjeturar que la comunidad tiende a especializarse en sus focos de interés.

7. Conclusiones

El estudio desarrollado identificó características de la comunidad de investigadores e innovadores en Educación Matemática de Colombia a partir de su documentación de acceso abierto. Tuvimos en cuenta diversos tipos de trabajos difundidos en diversas fuentes de información. Con base en una taxonomía específica en Educación Matemática, hicimos una aproximación semántica al contenido de los documentos y los codificamos en relación con sus categorías.

Se determinó el comportamiento diacrónico de la producción documental de la comunidad, se realizaron pruebas de bondad de ajuste para determinar si la producción de ensayos, investigaciones e innovaciones curricular es uniforme. Identificamos los focos temáticos de acuerdo con las categorías nivel educativo, nociones pedagógicas y contenido matemático.

El trabajo realizado genera nuevas oportunidades de investigación en la comunidad. Se podrían definir algunas subvariables para especificar los intereses de la comunidad en lo que respecta, por ejemplo, a aprendizaje, que es la noción pedagógica más tratada. Consideramos que también hay posibilidad de comparar instituciones (programas académicos o grupos de investigación) en relación

con los documentos que producen. Además del estudio del contenido de los documentos, sería posible establecer índices de autoría y colaboración en la comunidad.

El estudio evidencia la necesidad de caracterizar la Educación Matemática a partir de la diversidad de su documentación, no solo desde artículos de investigación. Dada la naturaleza de esta disciplina, es importante que los profesores sean innovadores, compartan y debatan sus trabajos con colegas y expertos.

Reconocimientos

Este trabajo se realizó con el apoyo de la Facultad de Educación y la Vicerrectoría de Investigaciones de la Universidad de los Andes (Colombia) —PDI-CIFE 2016–2020—, y del Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación Colciencias —proyecto código 80740-179-2019—.

Agradecemos el apoyo de Marcela Carranza en el proceso de búsqueda y codificación de la documentación.

Referencias

- [1] S. Valbuena, R. Conde, y J. Ortiz, "La Investigación en educación matemática y Práctica Pedagógica, perspectiva de licenciados en Matemáticas en formación". *Educación y Humanismo*, vol. 20, no. 34, pp. 201-215, 2018, doi: <http://dx.doi.org/10.17081/eduhum.20.34.2593>.
- [2] C. Sánchez y V. Albis, "Historia de la enseñanza de las matemáticas en Colombia. De Mutis al siglo XXI". *Quipu*, vol. 14, no. 1, pp. 109-157, 2012.
- [3] M. E. Murcia y J. C. Henao, "Educación matemática en Colombia, una perspectiva evolucionaria". *Entre Ciencia e Ingeniería*, vol. 9, no. 18, pp. 23-30, 2015.
- [4] A.-S. Gómez-Mulett, "La educación matemática en Colombia: origen, avance y despegue". *Fides et Ratio-Revista de Difusión cultural y científica de la Universidad La Salle en Bolivia*, vol. 16, no. 16, pp. 123-146, 2018.
- [5] M. Bonilla y G. Obando, "ASOCOLME – 20 años". 2018.
- [6] P. Castro y P. Gómez, "Avances de la caracterización de la comunidad colombiana de Educación Matemática". 2018.
- [7] L. D. López-Castañeda y J. M. Cortés-Suárez, "Estudio sobre el pensamiento numérico". Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas Pregrado, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia, 2015.
- [8] P. Freire, "Pedagogía de la autonomía. Saberes necesarios para la práctica educativa". Siglo XXI editores, 1997.
- [9] J. M. Muñoz, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M. L. Callejo, y J. Carrillo, Eds, "Investigación en Educación Matemática XXI". Zaragoza: SEIEM, 2017.

- [10] P. Ernest, "A postmodern perspective on research in mathematics education" in *Mathematics education as a research domain: A search for identity*. A. Sierpiska y J. Kilpatrick Eds. Dordrecht, Holanda: Springer, 1998, pp. 71-85.
- [11] G. Waldegg, "La educación matemática ¿una disciplina científica?". *Colección Pedagógica Universitaria*, vol. 29, pp. 13-44, 1998.
- [12] P. Gómez y M. C. Cañadas, "Development of a taxonomy for key terms in mathematics education and its use in a digital repository". *Library Philosophy and Practice (e-journal)*, 2013. [Online]. Available: <http://digitalcommons.unl.edu/libphilprac/903/>.
- [13] C. Sabino, "Cómo hacer una tesis". Segunda ed. Caracas, Venezuela: Editorial Panapo, 1994, p. 240.
- [14] E. Navarro-Asencio, E. Jiménez-García, S. Rappoport-Redondo, y B. Thoilliez-Ruano, "Fundamentos de la investigación y la innovación educativa". Universidad Internacional de La Rioja, 2017.
- [15] X. M. Souto-González, "Investigación e innovación educativa: el caso de la Geografía escolar". *Scripta Nova. Revista Electrónica de Geografía y Ciencias Sociales*, vol. XVII, no. 459, 2013. [Online]. Available: <http://www.ub.es/geocrit/sn/sn-459.htm>.
- [16] C. A. Macías-Chapula, "Papel de la informetría y de la cienciometría y su perspectiva nacional e internacional". *ACIMED*, vol. 9, no. 4, pp. 35-41, 2001. [Online]. Available: http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1024-94352001000400006.
- [17] E. Spinak, "Diccionario enciclopédico de bibliometría, cienciometría e informática". Caracas, Venezuela: UNESCO, 1996.
- [18] J. M. Medina, "La investigación odontológica en la base science citation index: un estudio cuantitativo 1974-2003". Tesis doctoral, Universidad de Granada, Granada, España, 2005.
- [19] M. Callon, J.-P. Courtial, y H. Penan, "Cienciometría. El estudio cuantitativo de la actividad científica: de la bibliometría a la vigilancia tecnológica". Gijón, España: Ediciones TREA, 1995.
- [20] J. D. Millán, F. Polanco, J. C. Ossa, J. S. Béria, y J. N. Cudina, "La cienciometría, su método y su filosofía: Reflexiones epistémicas de sus alcances en el siglo XXI". *Revista Guillermo de Ockham*, vol. 15, no. 2, pp. 17-27, 2018, doi: <https://doi.org/10.21500/22563202.3492>.
- [21] J. Ardanuy, "Breve introducción a la bibliometría." [Online]. Available: <http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/30962/1/breve%20introduccion%20bibliometria.pdf>
- [22] D. J. Price, "Hacia una ciencia de la ciencia". Barcelona, España: Editorial Ariel, 1973.
- [23] FIZ Kalruhe. "MathEduc Database." <http://www.zentralblatt-math.org/matheduc/classification/> (accessed 5/9/2010).
- [24] L. Rico, "Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria". Madrid, España: Síntesis, 1997.

FONTES PARA A ESCRITA DA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARANAENSE

FUENTES PARA LA ESCRITURA DE LA HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA DEL PARANÁ

*Reginaldo Rodrigues-da Costa**

Resumo: o presente texto tem como objetivo apresentar uma sistematização acerca de um conjunto de materiais elaborados pelo governo paranaense durante as décadas de 1960 e 1970 que orientavam o trabalho pedagógico dos professores primários quanto ao ensino da matemática. Esse conjunto de materiais foram produzidos, inicialmente, pelo Centro de Pesquisas Educacionais – **CEPE** e, posteriormente, pelo Centro de Treinamento e Aperfeiçoamento de Pessoal do Paraná – **CETEPAR**. As fontes descritas permitem identificar os objetivos pretendidos para o ensino da matemática para os anos iniciais do ensino primário e, ao mesmo tempo, indicam os saberes a serem ensinados para que tais objetivos fossem atingidos. Além disso, são indicadas estratégias de ensino e de aprendizagem pautadas no uso de materiais concretos, considerados na época, a via pela qual a criança poderia construir noções e conceitos matemáticos. Também de forma geral, o uso de situações reais ou problemas do cotidiano são indicados como a forma para dar significado ao que se ensina na escola no que se refere à disciplina de matemática. Cabe ressaltar que mesmo em se tratando de fontes oficiais e que sabe-se que essas tem como função veicular e fazer circular o ideário predominante de quem está na condução da política estadual, essas fontes, permitem dar uma pista, pelo menos, no âmbito oficial, dos propósitos do ensino da matemática na escola primária paranaense e o meios para que essas intenções se materializassem no âmbito das escolas e nas práticas dos professores primários.

Palavras-chave: Fontes, ensino primário, saberes a ensinar, Paraná, materiais de ensino, matemática escolar.

Resumen: the objective of this text is to present a systematization of a material set produced by the government of Paraná during the 1960s and 1970s, that guided the pedagogical work of primary school teachers in the teaching of mathematics. This material set was produced initially by the Educational Research Center - **CEPE** and later by the Training and Improvement Center for Paraná - **CETEPAR**. The sources allow us to identify the objectives for teaching mathematics in the first years of primary education and, at the same time, indicate the knowledge that must be taught to achieve these objectives. In addition, the teaching and learning strategies based on the use of concrete materials, considered at the time, the way in which the child could build mathematical concepts and notions are indicated. Also in general, the use of real situations or everyday problems is

*
Licenciado en Ciencias y Matemática por la Universidad Estatal de Maringá - **UEM**, Brasil. Doctor en Educación, Pontificia Universidad Católica de Paraná, Brasil. Profesor adjunto en la Pontificia Universidad Católica de Paraná, Brasil. E-mail: reginaldo.costa@pucpr.br.
Número ORCID <https://orcid.org/0000-0003-3882-0015>.

indicated as the way to make sense of what is taught in school regarding the subject of mathematics. It must be emphasized that even in the case of official sources and that they are known to have the function of circulating and circulating the predominant ideology of those who are in the conduct of state policy, these sources provide a clue, at least, in the official context of the purposes of teaching mathematics in the primary school in Paraná and the means for these intentions to materialize within the scope of the schools and in the practices of primary school teachers.

Palabras clave: Fuentes, ensino primario, conocimiento para enseñar, Paraná, materiales didácticos, matemáticas escolares.

1. Introdução

A escrita da História da Educação Matemática tem se mostrado um campo fértil para a produção de conhecimento e, ao mesmo tempo, uma tendência da educação matemática que vem contribuindo de forma significativa com a área de pesquisa para se estabelecer tanto como campo profissional como campo científico.

Trazer narrativas acerca dos processos educativos realizados no ensino da matemática escolar ao longo do tempo nos permite identificar e reconhecer dinâmicas e encaminhamentos metodológicos similares a aqueles do passado e que atualmente estão presentes no ambiente escolar permite-nos *prever* resultados próximos daqueles obtidos no passado ou até mesmo intervir de forma a não repetir os mesmos erros cometidos em situações semelhantes que, neste caso nos referimos aos ensino da matemática. Essa é a maior contribuição dos trabalhos históricos no âmbito educacional e da educação matemática, ou seja, não seria meramente saber o que e quando ocorreu mas, identificar formas de organização dos processos pedagógicos e seus constituintes (programas de ensino, formação de professores, materiais, métodos de ensino) apontando semelhanças na atualidade e intervir de forma adequada.

Para tanto, o historiador em educação matemática necessita de material que permita realizar a escrita e a narrativa dos processos educacionais relativos ao ensino e a aprendizagem da matemática escolar, nesse sentido, destacamos a importância das fontes para o trabalho historiográfico em educação matemática. Dada a importância a esse aspecto, ações coletivas e integradas relativas ao acesso de fontes para a história da educação matemática já é uma realidade. O Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática no Brasil (**GHEMAT**) vem se constituindo, primeiramente, num exemplo de trabalho coletivo de localização, identificação e socialização de fontes que subsidiam as pesquisas desenvolvidas por pesquisadores pertencentes ao grupo e, segundo, o conjunto dessas fontes constituído pelo **GHEMAT** vem se ampliando, seja, em relação ao tipo ou, em relação ao quantitativo de materiais oriundos das diversas regiões do país.

No que se refere aos tipos o grupo insiste na identificação e na variedade de fontes para a constituição de seus trabalhos. Nesse sentido, seus seminários temáticos já trataram de cadernos de alunos e professores, de manuais e livros didáticos, de fontes oficiais como documentos de governos e legislação de ensino, programas e currículos de ensino, revistas pedagógicas, arquivos pessoais de educadores matemáticos, fotos, ~~anais~~ de eventos relativos ao ensino da matemática, enfim, o grupo se

ocupou em considerar os mais diversos tipos de materiais relacionados ao ensino da matemática que pudessem dar vestígios e sinais sobre como ocorreu ensino da matemática escolar nos mais diversos períodos históricos que seus integrantes vem pesquisando.

Além disso, o grupo estabeleceu uma sistemática de organização de fontes em um repositório que permite o acesso aos materiais inventariados e organizados por qualquer pesquisador que tenha acesso à rede mundial de computadores, pois, basta visitar o site da Universidade Federal de Santa Catarina para acessar uma vasta quantidade de fontes e utilizar em seus estudos. Esse repositório foi constituído coletivamente por pesquisadores das diversas unidades da federação brasileira e dessa forma constitui-se, também, um conjunto de fontes relativo a cada estado participante do grupo de pesquisa.

Uma parte dessas fontes que está disponível nesse repositório se refere ao estado do Paraná que foi e ainda está em constituição por meio do trabalho desenvolvido por pesquisadores de diferentes regiões do estado e que atuam de desenvolvem suas pesquisas em história da educação matemática em diversas instituições de ensino superior, atuando também como professores em cursos de formação inicial onde têm espaço para abordar questões relativas à história do ensino da matemática proveniente dos resultados de suas pesquisas como também do grupo nacional.

Ressaltando a importância da localização, identificação, descrição e, principalmente, a necessidade de disponibilizar as fontes para outros pesquisadores o presente texto tem como objetivo apresentar uma sistematização de fontes relacionadas com o ensino da matemática que foram materiais elaborados e distribuídos pelo governo do estado do Paraná nas décadas de 1960 e 1970. Essas fontes foram obtidas durante a pesquisa de doutoramento que tinha como objeto de investigação a formação de professores relativa ao período já mencionado, mas, neste texto nossa atenção atualmente volta-se para a potencialidade dessas fontes em revelar trações e vestígios do ensino da matemática na escola primária paranaense na época.

2. O contexto educacional, as instituições, o ensino da matemática e as fontes

Mesmo em se tratando de um trabalho que tem como escopo as fontes para a história da educação matemática no ensino primário acredita-se que seja necessário estabelecer uma caracterização da dimensão política-educacional da época para compreender os motivos e propósitos de tais materiais no contexto do ensino da matemática, sendo assim, apresentamos uma contextualização a partir das leis nº 4.024/61 e 5.692/71.

A partir dessas duas leis, durante esse período delimitado neste estudo, a Secretaria do Estado da Educação do Paraná possuía em sua estrutura um setor responsável pela elaboração de materiais que orientavam o ensino no estado do Paraná. Na década de 1960 esse setor era denominado de Centro de Estudo e Pesquisas Educacionais (**CEPE**) e na década de 1970 tal atividade é transferida para o Centro de Treinamento e Aperfeiçoamento de Pessoal do Paraná (**CETEPAR**). As duas instituições elaboravam e distribuíam esses materiais que, neste estudo se configura como as fontes de pesquisa. Decorrente disso, faz-se uma caracterização dessas duas instituições e do papel desempenhado por elas no contexto educacional paranaense.

E por fim, apresentamos uma descrição das fontes relacionadas com o ensino da matemática na escola primária destacando que vestígios podem ser encontrados a partir desse conjunto de fontes elaborados pelo **CEPE** e pelo **CETEPAR** durante as décadas de 1960 e 1970 no estado do Paraná

2.1. O contexto educacional brasileiro e paranaense nas décadas de 1960 e 1970

Talvez para um estudo que intencione tratar dos aspectos educacionais a partir das legislações, nº 4.024/61 e nº 5.692/71, esse texto pode parecer limitado para uma descrição que permita esclarecer, de forma satisfatória, os rumos traçados para a educação brasileira e, conseqüentemente paranaense no tocante à dimensão legal. Devido a isso nossa intenção não é discutir princípios e nem objetivos expressos por esses dois dispositivos legais, mas, trazer aspectos que possam aproximar as duas leis que permitam estabelecer pontos que mostram uma relação entre as ações educacionais do âmbito nacional com as ações estaduais.

Já antecipando, Costa [1] assinalou que, no período em que a lei nº 4.024/61 estava em vigor, houve uma verticalização das ações entre o governo federal e o paranaense, ou seja, as ações no âmbito educacional no estado do Paraná pouco se diferenciavam do que se pensava e se executava no âmbito do Ministério da Educação na época. Muitos educadores brasileiros concordam que, essa lei (4.024/61) quando foi promulgada já não atendiam as necessidades educacionais: *o seu trâmite no congresso durou 13 anos*, [1]. No Paraná a nova lei motivou a organização e a instituição do seu sistema de ensino ainda no ano de 1961 constituído pelo ensino primário, secundário (ginásial + colegial) e superior.

Na década de 1970 há uma nova organização da educação brasileira que se dá pela lei 5.692/71 denominada de reforma de 1º e 2º graus. O 1º grau, agora com oito séries e contínuo, ou seja, não havia mais a obrigatoriedade do exame de admissão para que o aluno continuasse seus estudos no ginásio. Após esse nível tinha-se o ensino de 2º grau regular ou técnico com diversas propostas de formação de mão de obra. Uma das características marcantes da lei 5.692/71 era a integração curricular proposta pela reforma, principalmente nas séries iniciais, o que exigiu um movimento significativo no processo de capacitação e aperfeiçoamento do professorado paranaense na década de 1970.

2.2 O CEPE e as fontes para a História da Educação Matemática paranaense na década de 1960

O Centro de Estudos e Pesquisas Educacionais foi criado e instalado junto a Secretaria do Estado da Educação do Paraná na capital do estado, cidade de Curitiba no ano de 1948, mas, somente em 1952 pelo decreto nº 4.387/52 teve seu regulamento aprovado [2], e suas atividades se tornam oficiais.

De forma semelhante ao que Costa [1] afirmou sobre a verticalização entre o estado do Paraná e a Federação, as atividades relativas à dimensão educacional e que, neste caso são de responsabilidade do **CEPE**, segundo Bencosta [2], havia uma relação muito estreita entre o que se pensava e executava pelas ações da Secretaria do Estado da Educação com as ações e projetos da época desenvolvidos pelos órgãos federais, ou seja, tinha-se uma intenção, tanto na esfera estadual como na nacional, de

atualizar e modernizar o ensino primário e para isso o caminho seria o contínuo aperfeiçoamento técnico e pedagógico dos professores paranaenses, sob a responsabilidade do **CEPE**, [2].

Decorrente disso os estudos desenvolvidos por este órgão resultaram em diversos manuais e materiais que serviram de orientação ao trabalho pedagógico no ensino primário nas escolas paranaenses, diga-se de passagem, de forma rigorosa e até mesmo por imposição durante a década de 1960.

A produção do **CEPE**, no caso das pesquisas seguiam as orientações metodológicas que o Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos (**INEP**) aplicava aos seus estudos. Já os materiais apresentam vestígios de que as orientações para o ensino primário estavam muito alinhadas com as concepções do Ministério da Educação e Cultura (**MEC**), pois, em muitos deles havia a indicação de materiais e referências que também incidiam sobre os materiais produzidos pela federação. Neste trabalho o conjunto de materiais que o **CEPE** elaborou se configura como fontes intimamente relacionadas com história da educação matemática.

| Título | Ano | Descrição |
|---|-------------------|--|
| Escolas Isoladas: Experimental | 1953 ⁸ | Indicação dos conteúdos para cada série do ensino primário, orientações didáticas, indicações de materiais didáticos e atividades. |
| Programas: Ensino Primário Elementar | 1960 | Muito semelhante ao programa de 1953. |
| Ensino Pré-Primário: Regimento dos Jardins de Infância - Planejamento de Atividades | 1963 | Portaria nº 56/63 que aprovava o regimento dos jardins de infância, apresentava seus objetivos, orientações psicopedagógicas e o planejamento a ser elaborado. |
| O Ensino Primário no Paraná: Nova Seriação e Programas para os Grupos e Casas Escolares | 1963 | Portaria nº 109/63 que instituía os programas de ensino de linguagem, matemática, estudos sociais, ciências naturais e higiene para as seis séries do ensino primário. O documento apresentava os objetivos, mínimo essencial, os hábitos e atitudes que deveriam ser desenvolvidos em cada matéria de ensino, além, de orientações didáticas. |
| O Ensino Primário no Paraná: Nova Seriação e Programas para as Escolas Isoladas | 1963 | Portaria nº 110/63 que instituía os programas de ensino de linguagem, matemática, estudos sociais, ciências naturais e higiene para as quatro séries do ensino primário em escolas isoladas. O documento apresentava os objetivos, mínimo |

⁸ Mesmo não sendo do período que este estudo se debruça, consideramos essa fonte pelo fato de evidenciar a ação do **CEPE** ao longo do tempo como instituição que fez circular no meio educacional paranaense ideias e concepções sobre o ensino e a aprendizagem muito próximas daquelas apropriadas pelos órgãos federais, ou seja, o entrosamento entre o Paraná e o governo Federal no que tange a Educação perdurou por décadas (1940-1980).

| | | |
|---|------|---|
| | | essencial, os hábitos e atitudes que deveriam ser desenvolvidos em cada matéria de ensino, além, de orientações didáticas. |
| Manual do Professor Primário do Paraná Volume 1 - 1ª série | 1963 | Orientações para o trabalho do professor primário em sala de aula com adequação aos programas de ensino. |
| Prática de Ensino nas Escolas Normais de Grau Colegial | 1964 | Orientações para a formação pedagógica de normalista para atuação no magistério no ensino primário. |
| Manual do Professor Primário do Paraná Volume 2 - 2ª série | 1965 | Orientações para o trabalho do professor primário em sala de aula com adequação aos programas de ensino. |
| Preparando Sabidões | 1966 | Guia e sugestões de atividades para auxiliar a aprendizagem anterior a alfabetização: prontidão para a leitura e escrita, educação perceptiva e lógica. |
| O Ensino Primário no Paraná: Programas para a escolas primárias do estado | 1967 | Portaria nº 8.276/67 que reorganizava e redistribuía o conteúdo programático das diversas disciplinas nas escolas oficiais do estado. |

Tabela 1. Materiais elaborados pelo **CEPE** na década de 1960. **Fonte:** elaboração própria do autor.

Os materiais expressos na Tabela 1 são aqueles que têm relação direta com o ensino da matemática na escola primária. Vale destacar a importância e a significativa contribuição dessas fontes para a escrita da história da educação matemática paranaense uma vez que essas se configuram como materiais que expressam a apropriação de concepções e abordagens consideradas adequadas para se ensinar matemática e, ao mesmo tempo, se converteram em um instrumento que fez circular essas ideias em meio ao professorado paranaense. Entende-se que essas fontes podem expressar traços e vestígios dos propósitos pretendidos para o ensino da matemática, seja, no ensino pré-primário ou no ensino primário. Além disso, elas também expressam os saberes a serem ensinados nas primeiras séries do ensino primário, ou seja, esses materiais indicavam o mínimo essencial a ser ensinado quanto aos campos numérico, de grandeza e da geometria.

Já as orientações e os encaminhamentos das práticas a serem desenvolvidas eram apresentadas com a indicação e o uso de diversos materiais e recursos que deveriam ser empregados pelo professor. Nesse sentido, permite-se identificar traços de abordagens pedagógicas que valorizavam o intuitivo e a manipulação de materiais concreto.

Para sustentar a indicação de qual abordagem incidiam sobre as propostas oficiais para o ensino da matemática, a partir dessa época, os referenciais utilizados pelos técnicos do **CEPE** eram indicados ao final no “*Manual do Professor Primário do Paraná*”, por exemplo.

2.3. Os materiais produzidos pelo CETEPAR como fontes para a História da Educação Matemática paranaense da década de 1970

Com a reforma do ensino de 1º e 2º graus motivada pela lei 5.692/71 o Centro de Seleção, Treinamento e Aperfeiçoamento de Pessoal do Estado do Paraná (**CETEPAR**) passa ter destaque nas ações empreendidas pelo governo paranaense para garantir o êxito na implantação da reforma. Segundo Costa [1] o **CETEPAR** é criado no ano de 1969, mas, somente no ano de 1971 com o Decreto 1.083/71 é que oficialmente instituído. Esse órgão desempenhava importante função, no que diz respeito ao acesso de apropriação dos propósitos e intenções da reforma do ensino de 1º e 2º graus e, ao mesmo tempo, fez circular os princípios e as concepções visando mudanças pretendidas com a nova forma de organizar e conceber o ensino.

Durante a década de 1970 as ações do **CETEPAR** envolveram cursos para disseminação dos princípios da lei 5.692/71 e da importância do planejamento para o ensino, para tanto, era necessário material suficiente e capaz de fazer circular essas representações no meio educacional em todas as regiões do estado, tabela 2. Para isso, o **CETEPAR** contava com uma equipe de programadores que eram responsáveis por elaborar os materiais que seriam utilizados nos cursos de capacitação e aperfeiçoamento dos professores paranaenses. Esses materiais contemplavam desde os temas mais gerais sobre a reforma do ensino de 1º e 2º graus, como por exemplo, os princípios e concepções da reforma, o planejamento e as formas de motivação em sala de aula, como também, elementos mais específicos, como por exemplo, o planejamento e a organização do ensino das diversas disciplinas. Mais especificamente relacionado aos objetivos deste texto, os materiais destinados aos professores que ensinavam matemática, estavam agrupados num mesmo conjunto onde se encontravam orientações de todas as disciplinas do currículo da escola de 1º grau.

| Título | Ano | Descrição |
|---|--------------|---|
| Currículo: primeiras sugestões de diretrizes curriculares para o ensino de 1º grau | 1973 1976 | Fundamentação das áreas, objetivos das atividades de 1ª a 4ª séries, objetivos das áreas de estudo de 5ª a 8ª séries. |
| Currículo: elementos para o planejamento curricular na 1ª série do ensino de 1º grau. | 1977 | Orientações metodológicas, objetivos e sugestões de atividades por bimestres para a iniciação à matemática na 1ª série, apresenta referências. |
| Módulos de ensino de matemática | 1976 | 23 apostilas com conteúdo de matemática do Projeto Hapront destinado à formação e certificação de professores leigos atuantes no estado do Paraná. |
| Módulos de Didática e prática da Matemática | 1976 | 9 apostilas com conteúdo relativo ao processo de ensino e aprendizagem da matemática do Projeto Hapront destinado à formação e certificação de professores leigos atuantes no estado do Paraná. |

| | | |
|---|------|---|
| Currículo: educação pré-escolar | 1978 | Orientações metodológica para o trabalho e atividades com o raciocínio lógico-matemático. |
| Currículo: elementos para o planejamento curricular na 4ª série do ensino de 1º grau. | 1979 | Orientações metodológicas, objetivos e sugestões de atividades por bimestres para matemática na 4ª série, apresenta referências. |
| Sugestões de Atividades para professores de 1ª a 4ª séries (Zona Rural) - 1ª série | 1979 | Orientações metodológicas, objetivos e conteúdo de ensino de matemática para a 1ª série. |
| Tratado metodológico de matemática: curso de aperfeiçoamento para professores de 5ª a 8ª séries de 1º grau. | 1979 | Objetivos do ensino da matemática no 1º grau, o ensino da matemática através da resolução de problemas, atividades com material concreto, atividades de recreação, referências. |
| Sugestões de Atividades para professores de 1ª a 4ª séries | 1979 | Orientações sobre os procedimentos a serem adotados pelos professores das escolas rurais nas disciplinas de Língua Portuguesa, Matemática, Ciências e Estudos Sociais (4 volumes) |

Tabela 2. Materiais elaborados pelo **CETEPAR** na década de 1970. **Fonte:** elaboração própria do autor.

2.4 Usos e contribuições para a História da Educação Matemática das fontes produzidas pelo CEPE e CETEPAR

As fontes por nós inventariadas apresentam uma grande quantidade de informações relativas ao ensino da matemática e, acreditamos que sejam úteis para a constituição de informações quanto à organização e indicação acerca dos saberes matemáticos a serem ensinados na escola primária paranaense. Relativo a isso os programas de ensino do período apresentam uma constância quanto ao que se deveria ser ensinado, ou seja, na década de 1960 o mínimo a ser ensinado é sempre o mesmo, não havia modificação quanto aos conteúdos que deveriam ser abordados pelo professor nas séries iniciais do ensino primário.

Uma outra característica em relação aos saberes a serem ensinados se refere ao grau de dificuldade dos conteúdos. Na época por influência da vaga pedagógica da escola nova que apresentava a máxima de que deveria se ensinar do fácil para o difícil e do simples para o complexo, o “*Manual do Professor Primário do Paraná*” [3] apresentava uma sequência de atividades relativas à Aritmética que expressava essa perspectiva de que o aluno deveria iniciar seus estudos dos fatos fundamentais das operações aritméticas de forma gradual, ou seja, fatos mais simples inicialmente para que depois fossem introduzidos fatos mais complexos, [4].

A partir desse mesmo manual, é possível identificar os materiais indicados para se ensinar matemática na escola primária. De acordo com nossa avaliação é possível perceber a preocupação de

orientar o professor a desenvolver os conteúdos com o uso de uma variedade de material *concreto*. Na época circulava nas propostas para o ensino da matemática de forma muito constante as ideias relativas à objetivação que, segundo Albuquerque [5], o ensino da matemática deveria se dar por situações que envolvessem objetos que pudessem auxiliar no processo de aquisição de noções, fatos, regras e relações matemáticas.

Em relação aos materiais elaborados pelo **CETEPAR** é importante destacar que todos eles estavam subordinados e alinhados com as concepções e princípios expressos pela reforma do ensino de 1º e 2º graus, ou seja, além dos materiais apresentarem aos professores orientações relativas ao ensino da matemática nas primeiras séries do ensino de 1º grau (que na década de 1960 era denominado de ensino primário) os materiais reforçavam os objetivos e a forma de organização do ensino a partir de matérias e atividades, [6]. Nesse sentido, as fontes veiculavam a fundamentação teórica da disciplina de matemática, seus objetivos quanto ao desenvolvimento de habilidades, capacidades, hábitos e espírito de investigação.

Quanto aos saberes a serem ensinados é importante destacar que as fontes nos mostram a relação entre a lógica, a geometria e o campo numérico com o auxílio da teoria dos conjuntos. Ora, isso é importante de ressaltar pelo fato de que mesmo não estando sobre a égide do Movimento da Matemática Moderna podemos identificar vestígios dessa tendência anos depois de sua incidência sobre o ensino da matemática no Brasil, [6].

Esses mesmos vestígios podem ser observados nos materiais elaborados e utilizados na formação de professores leigos que eram aqueles docentes que já pertenciam ao quadro de professores do estado e que não tinham a formação certificada necessária para atuar. Em relação a isso o **CETEPAR** elaborou e desenvolveu o Projeto **HAPRONT** que segundo Costa [1] iniciou suas atividades no ano de 1975 e se estendeu até 1979 certificando professores leigos em todo o estado do Paraná a partir de um processo formativo em forma de módulos instrucionais [7]. Sobre isso é possível localizar informações nos materiais elaborados e nos permitem identificar os saberes matemáticos *para* [8] e *a* [9] ensinar o Projeto **HAPRONT** fez circular no meio educacional da época.

Em se tratando tanto dos materiais do **CEPE** quanto do **CETEPAR** ao observar os referenciais utilizados na sua elaboração podemos estabelecer relações entre o que se preconizava a partir desses documentos com abordagens que incidiram sobre o ensino de matemática na escola primária. É possível também identificar orientações do Ministério da Educação e de autores que foram utilizados tanto nos documentos do **CEPE** como também nos materiais do **CETEPAR**, ou seja, a continuidade e a manutenção de uma mesma perspectiva de ensino e de aprendizagem em matemática se mantiveram mesmo com a instituição da reforma do ensino na década de 1970.

3. Conclusões

O trabalho com fontes na escrita da história da educação matemática é um princípio que não se pode colocar em questão, ou seja, se não tivermos fontes não podemos instituir questionamentos e, por conseguinte não poderemos apresentar respostas para eles.

Obter, localizar e identificar uma fonte é algo prazeroso para o pesquisador da história da educação matemática, mais ainda, é poder utilizar uma fonte em diversos momentos da pesquisa por ele desenvolvida e disponibilizar essas fontes para outros pesquisadores.

A partir dessa premissa podemos afirmar com veemência que sem fontes não há história da educação matemática e este texto vem com o intuito, primeiramente, de apontar materiais que possam auxiliar aqueles que desejam construir sua escrita da história da educação matemática no ensino primário na década de 1960 e nas séries iniciais durante os anos de 1970. Nossa intenção foi identificar materiais e o que eles poderiam nos mostrar ou revelar quanto ao ensino da matemática nas escolas paranaenses durante o período definido neste estudo.

Assim, verificar os programas nos permitem identificar os objetivos e as motivações para o ensino da matemática nas escolas paranaenses, além disso, os programas nos revelam os saberes a serem ensinados e que aprofundamentos eram pretendidos. Nesse sentido, o valor deste tipo de fonte está na possibilidade de estabelecer um contato com os aspectos legais, pois eles nos apresentam a legislação vigente e com isso podemos verificar se há uma adequação entre as intenções com as propostas de ensino veiculadas.

Há ainda os manuais e as orientações mais detalhadas que nos dá ideia de como desenvolver o ensino, seja pelo aprofundamento dado aos saberes a serem ensinados como pelo tratamento pedagógico indicado. Neste caso, é possível observar e até mesmo estabelecer conjecturas da incidência de uma determinada vaga pedagógica sobre o ensino da matemática. Essas conjecturas poderiam ser confirmadas ou não quando nos valem da interpretação mais sistemática das orientações ao observar as indicações dadas sobre forma de abordar os conteúdos, as situações sugeridas e os materiais concretos que são indicados.

As fontes que localizamos e que aqui sugerimos sua utilização apresenta todos esses indícios e a partir deles acreditamos que seja possível construir narrativas acerca do processo de ensino da matemática e, paralelamente a isso estabelecer relações com os saberes para ensinar que de forma indireta nos saltam aos olhos quando analisamos essas fontes. E da mesma forma, elas permitem também relacionar elementos com a expertise necessária dos autores ou elaboradores desses materiais a quem podemos chamar de experts.

Reforçamos novamente que não era nossa intenção fazer análises exaustivas e profundas dos materiais que consideramos como fontes, mas, apresentar alguns materiais e destacar a potencialidade deles quanto aos mais variados objetos de investigação em história da educação matemática paranaense.

Referências

- [1] R. R. Costa. *“A capacitação e aperfeiçoamento dos professores que ensinavam matemática no estado do Paraná ao tempo do movimento da matemática moderna – 1961 a 1982”*. Curitiba: CRV, 2013, 200.
- [2] M. L. A. Bencosta, *“O instituto nacional de Estudos Pedagógico (INEP) e o Centro de Estudos e Pesquisas Educacionais (CEPE): a experiência de um laboratório de ensino primário no Paraná”*

- (1952-1964)". Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2006, pp. 51-58.
- [3] Paraná. *"Manual do Professor Primário do Paraná"*. Curitiba, Secretaria da Educação e Cultura, 1963.
- [4] E. L. Thorndike. *"A nova metodologia da aritmética"*. Porto Alegre: Globo, 1936.
- [5] I. Albuquerque. *"Metodologia da matemática"*. Rio de Janeiro: Conquista, 1964.
- [6] Paraná. *"Currículo: Primeiras sugestões de diretrizes curriculares para o ensino de 1º grau"*. Curitiba: **SEEC/CEPE**, 1973.
- [7] Paraná. *"Relatório: Hapront I"*. Curitiba: **SEED/CETEPAR**, 1980.
- [8] Paraná. *"Didática da matemática"*. Curitiba: **SEEC/CETEPAR**, 1975.
- [9] Paraná. *"Matemática"*. Curitiba: **SEEC/CETEPAR**, 1975.

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



EL CONTADOR MECÁNICO DE PESTALOZZI Y SU APLICACIÓN EN EL AULA POR LOS PROFESORES DE ALAGOAS/BRASIL

THE MECHANICAL COUNTER OF PESTALOZZI AND ITS APPLICATION IN FIRST GRADE CLASSROOM BY TEACHERS OF ALAGOAS/BRAZIL

*Miriam Correia da-Silva**

Resumen: en este documento se presentará un estudio sobre el material de enseñanza *Contador mecánico de Pestalozzi*, que aparece en el "*Compendio de Pedagogía Práctica*", descrito metodológicamente por Joaquim José de Araújo (un pedagogo e instructor educativo) en el año 1886 -en el estado de Alagoas/Brasil-, como un recurso para el aula utilizado por profesores en su primera clase. Para la producción y análisis teórico sobre este material educativo se consideraron algunas aproximaciones de expertos europeos como Aurelio R. Charentón, Margarita Comas y Jose Maria Eyarabas, entre otros, que para mediados del siglo XIX se interesaron por discutir la importancia del uso de materiales didácticos y procedimientos de enseñanza. Como resultado, notamos la variación de la intencionalidad del uso a través del material de enseñanza dentro de los diferentes periodos históricos de enseñanza abordados desde 1886 hasta la actualidad.

Palabras clave: materiales didácticos, contador mecánico, Alagoas, procedimientos de enseñanza.

Abstract: in this document we will be presenting a study on the teaching material *Mechanical Accountant of Pestalozzi*, which consists in the "*Compendium of Practical Pedagogy*", described methodologically by Joaquim José de Araújo (an educator and teaching instructor) in the year 1886 -in the state of Alagoas / Brazil-, as a resource for classroom used by teachers in their 1st class. For the production and theoretical analysis about this teaching material, we have considered some approaches of European experts such as Aurelio R. Charentón, Margarita Comas and José Maria Eyarabas, among others, which for mid-nineteenth century took an interest, from their studies by discussing the importance of the use of teaching materials and teaching procedures. As a result, we have noticed the variation of the intentionality of usage through teaching material within the different historical periods of teaching approached from 1886 to the present day.

Keywords: teaching materials, mechanical accountant, Alagoas, teaching procedures.

* Graduação em Matemática, Universidade Norte do Parana, Brasil. Mestrado em Educação, Universidade Federal de Alagoas, Brasil. Professora Mestre em Educação, integrante do grupo de pesquisa **GPHEM**, Universidade Federal de Alagoas, Brazil. E-mail: miriam_am13@hotmail.com. ORCID <https://orcid.org/0000-0003-0707-0389>.

1. Introdução

Para este artigo estamos realizando um estudo sobre o *Cóntador Mecânico de Pestalózzi* um material didático citado e recomendado nas orientações metodológicas do Compêndio de Pedagogia Prática (material publicado para apresentar orientações educacionais no estado de Alagoas/Brasil no século XIX), descrito por Joaquim José de Araújo (pedagogo da época) no ano de 1886, tendo como foco nesta pesquisa levantar respostas as seguintes indagações que tratam das diferentes formas de manipular este material didático: Como foi manipulado metodologicamente o Contador Mecânico de Pestalozzi em tempos passados no uso de sala de aula em Alagoas/Brasil? Por que os professores atuais sentem dificuldades em manipular materiais similares ao Contador Mecânico (uso do ábaco) após anos de apresentação do material didático em sala de aula e formação docente? Que práticas e metodologias poderíamos resgatar na utilização de materiais didáticos como O Contador Mecânico feitos por professores que atuaram no passado, para que venham contribuir na formação dos professores atuais?

Tendo em vista estas ansiedades acadêmicas no que diz respeito a utilização deste material didático de forma prática e metodológica adotamos como suporte teórico algumas abordagens de estudiosos europeus como Aurélio R. Charentón, Margarita Comas e José Maria Eyarabas, entre outros, que durante meados do século XIX se interessaram, a partir de seus estudos, discutir sobre a importância do uso de materiais didáticos e os procedimentos metodológicos utilizados com tais recursos.

Além destes teóricos citados, encontramos algumas análises mais específicas que atendem aos registros do Compêndio de Pedagogia Prática, que foram descritos [1], que abordam quais materiais eram utilizados a partir dos temas ou unidades de matemática ensinados em sala de aula e quais procedimentos metodológicos eram adotados com os alunos.

Toda esta busca se dar através de documentos, livros, registros, artigos e outros materiais de forma historiográfica que viabilizem na composição da veracidade dos dados que apontarão os resultados almejados, e que visem responder as problemáticas levantadas no início deste estudo.

Por fim, não poderíamos deixar de priorizar a apresentação de uma abordagem histórica sobre a utilização do Contador Mecânico de Pestalozzi como um recurso utilizado para desenvolver os procedimentos metodológicos na 1ª Classe durante a aplicação dos conteúdos matemáticos no tocante ao estudo do sistema de numeração decimal e exercícios de cálculo verbal, no estado de Alagoas/Brasil.

2. O uso do Contador Mecânico de Pestalozzi em Alagoas/Brasil no século XIX

No documento descrito como "*Compêndio de Pedagogia Prática*" observamos que *O Contador Mecânico de Pestalozzi*, apresentado como material didático para uso em sala de aula, somente aparece descrito no capítulo VIII com orientações específicas sobre a utilização metodológica deste recurso [2], tratando sobre o conteúdo de sistema de numeração, algo direcionado especificamente a

contagem. Também foram encontradas mais algumas orientações no capítulo XXIII sobre o Cálculo Verbal, onde apresenta a finalidade do ensino do cálculo verbal adaptado ao uso deste material didático realizando descritivamente seu uso em sala de aula, discorrendo sobre dois pontos relevantes: sua utilização metodológica e a relevância desse recurso para o ensino de Aritmética.

No capítulo que trata sobre a classificação dos alunos encontramos a maneira de como as matérias de ensino são divididas, geralmente em quatro seções, subdivididas em oito classes. Os Saberes Matemáticos se encontram na 3ª seção, onde estão representados por Contabilidade, Desenho Linear e Sistema Métrico-decimal:

3ª SECCÃO

Contabilidade, desenho linear e sistema métrico-decimal

1ª Classe. – Numeração seguida até 100, exercícios do cálculo verbal, mediante o contador de PESTALOZZI.

2ª Classe. – Estudo das pequenas taboadas de sommar, exercícios práticos de leitura de números compostos de 2 e 3 algarismos.

3ª Classe. – Continuação do estudo das taboadas de sommar, exercícios práticos de leitura de números compostos de 3 a 6 algarismos, pratica de sommar pequenas parcelas.

4ª Classe. – Estudo das taboadas de diminuir, pratica de sommar com prova dos 9.

5ª Classe. – Estudo das taboadas de multiplicar, pratica de diminuir com a prova.

6ª Classe. – Estudo das taboadas de dividir pratica de multiplicar com a prova.

7ª Classe. – Estudo da arithmetica, do desenho linear e pratica de dividir com a prova.

8ª Classe. – Continuação do estudo da arithmetica, fracções, cálculos superiores e systema métrico-decimal. [2].

Como foi possível observar, suas orientações são para usar *O Contador Mecânico de Pestalozzi* na 1ª classe com conteúdos referentes a numeração até 100 e no exercício de cálculo verbal, destacando que o objetivo do cálculo verbal é instruir as crianças a contarem de 1 a 100 e realizarem cálculos mentais de adição, subtração, multiplicação e divisão sem a necessidade de conhecer os algarismos escritos.

O interessante é a descrição sobre os procedimentos que deveriam ser realizados pelo professor, onde deveria colocar o Contador Mecânico de Pestalozzi sobre um cavalete em uma altura que possibilite que todas as crianças tivessem a oportunidade de observar e diferenciar as esferas e os movimentos realizados. Ainda com a classe organizada em frente ao material didático, o monitor inicia o ensino exercitando a contagem da primeira dezena, nesse momento todas as esferas são passadas para o lado direito e uma a uma são recitados seus respectivos valores.

Dando continuidade ao uso com este material didático, somente após alguns dias de estudo sobre a primeira dezena é que se passa a dezena seguinte até chegar a décima dezena, e posteriormente deve exercitar a classe, pedindo-lhes que recitem o valor de cada esfera até que consigam contar seguidamente de 1 a 100. Por fim, somente após esse entendimento é que as crianças passam ao exercício das quatro operações.

Araújo [2] encerra o capítulo afirmando que: *é incontestável a utilidade do ensino do cálculo verbal, mediante o contador de PESTALOZZI, e só com a prática se pode apreciar sua importância.*

Observa-se ainda que a utilização do *Contador Mecânico de Pestalozzi* em Alagoas, estava em consonância aos interesses da época no Brasil, tratando-se do século XIX, que visava a aplicação metodológica no ensino de todas as matérias pelo Método Intuitivo, onde demandava a utilização de uma grande quantidade de materiais didáticos nos procedimentos de ensino dentro da sala de aula com os alunos.

Entende-se, desse modo, como se tornou imperiosa a necessidade de materiais didáticos para a adoção do método intuitivo e porque ocorreu uma proliferação vertiginosa de objetos industrializados para uso nas escolas a partir de meados do século XIX. Nesse processo, não podemos deixar de mencionar o importante papel desempenhado pelas exposições pedagógicas realizadas no interior das Exposições Universais na difusão e circulação dessas inovações materiais, [3].

Portanto, tomamos como observação que a utilização do *Contador Mecânico de Pestalozzi* neste período histórico atendia a um modelo de utilização de materiais didáticos que veiculavam na época por todo o Brasil, corroborando com a ideia do método intuitivo de ensino, pois se evidencia nos procedimentos orientados por Joaquim José de Araújo no *Compêndio de Pedagogia Prática* que a criança estabelece uma relação entre os objetos elencados (as esferas) e as palavras relacionadas (os numerais).

2.1. Materiais Didáticos: contexto teórico

Como embasamento teórico, estamos nos respaldando em iniciais leituras sobre alguns teóricos europeus como Aurélio R. Charentón, Margarita Comas e José Maria Eyarabas, professores de escolas normais que realizaram vários estudos na Europa sobre a aplicação de metodologias matemáticas, pelo qual estes defendem o uso de materiais concretos como um potenciador da aprendizagem dos alunos nas aulas, visto como uma ciência experimental. Segundo, as habilidades desenvolvidas com o uso de materiais didáticos são várias e destacam [1]: a capacidade de comprovar intuitivamente uma propriedade matemática, descobrir novas propriedades matemáticas, descobrir outras propriedades ao passo que capacita deduzir as regras, dar definições, desenvolver a capacidade de relacionar a geometria com a aritmética e a álgebra, além de outras aplicabilidades.

Os tipos de materiais didáticos citados podem ser utilizados de acordo com os temas ou unidades trabalhadas no ensino de matemática [1]:

- Em geometria, pode-se utilizar o compasso, esquadro, papel quadriculado, polígonos, cubos de madeira, entre outros materiais;
- Em aritmética, pode-se utilizar materiais agrupados (como o material dourado), ábaco, fichas de dominó, inclusive o *Contador mecânico de Pestalozzi*, etc.;
- Em medidas, pode-se utilizar cordas, pesos, fita métrica, balança, entre outros materiais didáticos propícios a este tema matemático.

Portanto, o uso de materiais didáticos se deve ao interesse de se empregar diferentes propostas metodológicas de ensino, buscando apresentar atividades variadas de acordo com o interesse dos alunos, permitindo assim a construção do conhecimento de forma mais significativa. Percebe-se ainda que a preocupação dada aos materiais didáticos quanto a sua aplicação em sala de aula se deve a importância em relacionar o ensino de matemática com a vida diária dos alunos, atendendo assim ao método intuitivo desenvolvido neste período histórico para o ensino de matemática. As lições de coisas deveriam partir, portanto, dos objetos familiares à criança, ampliando do conhecido para o desconhecido [3].

2.2. A utilização do contador mecânico em Alagoas e seu contexto histórico aos dias atuais

Em nossas buscas e estudos históricos sobre o uso do Contador Mecânico de Pestalozzi, este aparece como material didático recomendável ao uso em sala de aula nas orientações de formação de professores na Escola Normal de Alagoas/Brasil, com abordagem metodológica e como recursos didáticos indicado ao ensino dos saberes elementares matemáticos.

A Escola Normal de Alagoas (1869), em relatório de 1866, faz alusão ao livro didático e a indicação de aderir à obra de Daligault⁹, o que demonstra a relevância dos estudos deste teórico para a formação do futuro professor e o interesse acerca do método mútuo de ensino.

Em relatório ao presidente da província de Alagoas Dr. Esperidião Eloy de Barros Pimentel de 1866, o Inspetor Geral dos Estudos Dr. Thomás do Bonfim Espíndola afirma:

Enquanto não é satisfeita a primeira medida (instalação da primeira escola normal), seria útil e conveniente que V. Excia. Se dignasse a comprar uns cem exemplares do Curso Prático de Pedagogia, de M. Daligault, traduzido por J. P. M. P., e outros cem do ensino Mútuo, de M. Sarazin, professor de curso especial do ensino mútuo de Paris e traduzido por J. Alves Portella, para serem distribuídos pelos professores, afim de que se ponham a par dos deveres do seu magistério e dos diversos métodos de ensino, [4].

⁹ Mr. Daligault foi diretor de uma Escola Normal renomada da França e sua obra "*Curso Prático de Pedagogia*" foi utilizada para instruir e formar professores em Províncias como São Paulo, Santa Catarina e Alagoas.

Apesar da recomendação do inspetor, o livro de Daligault somente foi adquirido em Alagoas no ano de instalação da Escola Normal, 1869 [4]. Cabe salientar que, o professor do Curso Normal da Província de Alagoas Joaquim José de Araújo publica em Maceió/Alagoas/Brasil no ano de 1886 a tradução da obra de Daligault denominada “*Compendio de Pedagogia Prática*”, pelo qual segue as doutrinas de Daligault, porém o autor o resumiu e adequou ao programa de ensino da época. Ao fazermos leitura e estudo sobre o *Compêndio de Pedagogia Prática*, encontramos indicações sobre o ensino de Aritmética e um material didático é apontado: O Contador Mecânico de Pestalozzi, conforme descrição:

Compõe-se este aparelho de um quadro de madeira, sem fundo, tendo dez fios de arame paralelos e transversalmente dispostos, contendo cada um dez esferas de madeira enfiadas com espaço bastante, para que possam mover-se, com facilidade, de um lado para outro lado, [2].

Ao visualizar imagens do contador mecânico bem como analisar sua estrutura, foi possível estabelecer uma relação com o que hoje se conhece hoje como ábaco. Ainda na busca de informações que pudessem confirmar ou refutar tal semelhança, nos deparamos com o artigo: “*História dos aritmômetros escolares no ensino primário da matemática no Brasil (1883 - 1927)*” [5], que discorre sobre a produção e disseminação de materiais didáticos voltados para a Educação Matemática no contexto brasileiro. Assim, de maneira explícita o autor afirma que há referência para a utilização do ábaco ou contador mecânico para exercícios de contagem, figura 1, [5].

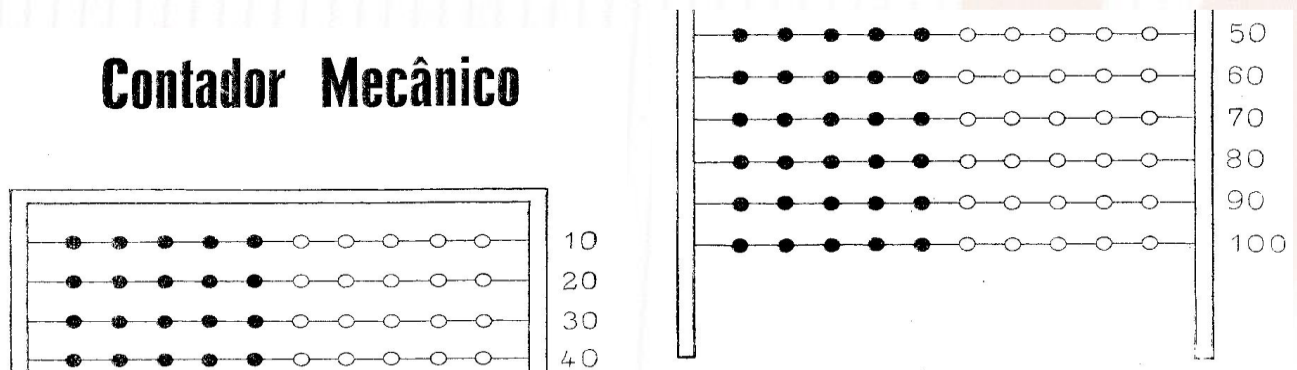


Figura 1: Contador mecânico. Fonte: [6].

Já Pinheiro [7], é outro autor que argumenta que o contador mecânico, possivelmente se refere a diferentes tipos de ábaco e suas variantes, corroborando com a ideia apresentada, figura 2, [5].

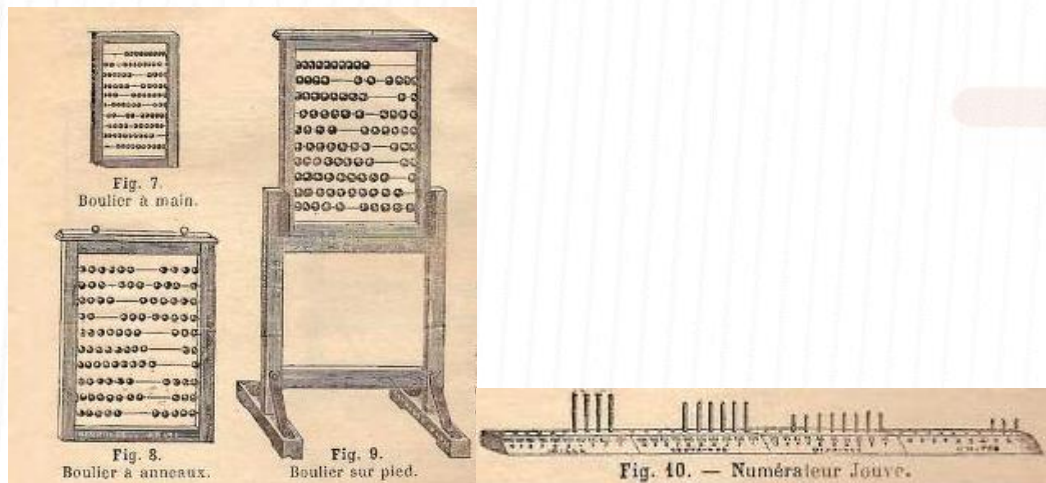


Figura 2. Contador mecânico. **Fonte:** LES FILS D'ÉMILE DEYROLLE

<https://archive.org/details/CatalogueDeMobilierEtMaterielScolairesLesFilsDemileDeyrolle/page/n1>

1

Tomando como base esta semelhança entre o Contador Mecânico de Pestalozzi e o atual Ábaco, observamos na prática em sala de aula e na formação de professores da atualidade uma grande dificuldade em manipular ou aplicar procedimentos didáticos na sala de aula com este recurso nos conteúdos de aritmética.

Nas observações práticas de formação docente e monitoramento em sala de aula, realizado por meio de observação em algumas escolas do interior alagoano/Brasil, constatamos que o professor usa apenas o ábaco para representar os números e trabalhar as classes e ordens numéricas. Não apresentam um procedimento sequenciado e não mostram um domínio em utilizar este material para efetuar contagem e operações fundamentais.

Este procedimento de observação foi realizado a partir de formações docentes e monitoramento em sala de aula com professores de uma rede municipal em Alagoas/Brasil com a finalidade de verificar e responder aos anseios desta pesquisa sobre a utilização do ábaco, pelo qual foi percebido nos momentos de manipulação em sala de aula um procedimento vago e diferenciado da aplicação do material, em relação as orientações recebidas no Compêndio de Pedagogia Prática de 1886, que na época dava outros apontamentos na formação de professores, enfatizando sobre a relevância de sua aplicabilidade na contagem até 100, sua forma de manipular e seu aproveitamento no cálculo mental.

3. Conclusão

Não há dúvidas que a utilização de matérias didáticos se tornou um instrumento essencial para que o ensino ocorra de forma eficaz e promova o desenvolvimento de diferentes habilidades. Nota-se também que a preocupação em utilizar esses recursos didáticos está relacionada ao intuito de tornar a aprendizagem mais significativa para o alunado.

Logo, ao analisar as recomendações para a formação de professores em Alagoas no século XIX por meio do Compêndio de Pedagogia Prática se evidencia a relevância do uso de materiais didáticos,

como o Contador Mecânico de Pestalozzi para o estudo dos saberes matemáticos, mas especificadamente da Aritmética.

Com isto, o manual corroborando com a ideia trazida pelo método intuitivo, enfatiza que o contador mecânico de Pestalozzi permite que a criança estabeleça relações entre o objeto concreto e o assunto abordado como no sistema de numeração decimal, que possibilita desenvolver no manuseio de passar cada esfera para o lado direito, a capacidade da criança relacionar a contagem numérica de 1 a 100, desenvolvendo habilidades de cálculo mental envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão mesmo antes do conhecimento sobre os numerais escritos.

Desta feita, observa-se, com as indicações encontradas no “*Compêndio de Pedagogia Prática*”, que ao trazer o contador mecânico de Pestalozzi como importante material didático a ser utilizado no ensino da Aritmética em Alagoas [2], faz apontamentos claros de sua finalidade e de como esse recurso deve ser utilizado no ensino de matemática do estado corroborando com outras discussões sobre a relevância do Método Intuitivo em destaque na época.

Por fim, apontamos como inicial e parcial resultado que as orientações de manipulação deste material: O Contador Mecânico, visto atualmente como o Ábaco, feitas no passado não são considerados nas orientações metodológicas e procedimentos dos professores no uso deste recurso na atualidade. Para isto, fica uma reflexão sobre a necessidade de resgatar muitas das orientações dadas aos professores em outra época e apresentar em formações docentes do presente momento, para que possamos melhor aproveitar este material didático, valorizando o resgate histórico dos procedimentos metodológicos como ponte entre o passado e o presente na formação docente.

Agradecimentos

Ao Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática Nacional (Brasil) – **GHEMAT**, sob liderança do Professor Dr. Wagner Rodrigues Valente, Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática do Estado de Alagoas ao qual sou integrante - **GPEM**, sob liderança das Professoras Mercedes Carvalho e Edlene Cavalcanti e Rede Municipal de Educação de São José da Laje (foco da pesquisa de campo), sob direção da Secretária de Educação Ana Paula Mendes.

Referências

- [1] D. Carrillo Gallego, E. Dolores; Sánchez Jiménez, “*El uso de materiales en la enseñanza de la matemática escolar (1925-1936)*”. In: Anais... III Foro Ibérico de Museísmo Pedagógico – V Jornadas Científicas de la SEPHE. Universidade de Murcia, ES, nov. 2012, p. 181-196.
- [2] J. Araújo, “*Compêndio de Pedagogia Prática. Maceió, 1886*”. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/180010> Acesso em: 02/02/2019.

- [3] R. Souza, “Objetos de ensino: a renovação pedagógica e material da escola primária no Brasil, no século XX”. *Educar em Revista*, Curitiba, Brasil, n. 49, p. 103-120, jul/set. 2013. Editora **UFPR**.
- [4] H. Vilela, “A Escola Normal de Maceió (1869 – 1937)”. Maceió: **EDUFAL**, 1982.
- [5] L. Pais. *História Dos Aritmômetros Escolares No Ensino Primário Da Matemática No Brasil (1883 – 1927)*. Em **TEIA** – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – vol. 5 - número 2 - 2014. Disponível em:
<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2201> Acesso em: 02/02/2019.
- [6] M. Kuhn; A. Bayer, “Recursos Didáticos nas Aritméticas da Série Ordem e Progresso e da Série Concórdia”. ALEXANDRIA: R. Educ. Ci. Tec., Florianópolis, v. 10, n.2, p. 147-170, novembro. 2017. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5007/1982-5153.2017v10n2p147> Acesso em: 02/02/2019.
- [7] N. Pinheiro, “Escolas de práticas pedagógicas inovadoras: Intuição, escolanovismo e matemática moderna nos primeiros anos escolares”. Nara Vilma Lima Pinheiro. – Guarulhos, 2013.

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



O CONCRETO E O ABSTRATO LIDOS NOS MANUAIS DIDÁTICOS DE GEOMETRIA DO INÍCIO DO SÉCULO XX

CONCRETE AND ABSTRACT READED IN EARTH-CENTURY 20TH GEOMETRIC TEXTBOOKS

*Maria Célia Leme-da Silva**

Resumen: o presente artigo tem por objetivo analisar a circulação e apropriação de propostas educacionais internacionais para o ensino de geometria, em particular, como o concreto e o abstrato são abordados, no curso primário do início do século XX. Examinam-se o livro “*First Steps in Geometry*”, escrito por George Albert Wentworth e G. A Hill em 1901 e o livro “*Geometria (Observação e Experiência)*” do brasileiro Heitor Lyra da Silva, publicada em 1923 e que inclui em suas referências a obra estadunidense. Pode-se dizer que o debate entre concreto e abstrato, vincular ou não o estudo da geometria com a realidade e as consequências que tais articulações podem provocar no processo de aprendizagem não é de hoje. Ele se faz presente desde há muito tempo e já circulou por diferentes países. A história nos ensina que já existiram propostas para levar os alunos a transitarem com segurança na marcha pedagógica que parte do concreto em direção ao abstrato, como a discussão sobre a igualdade geométrica.

Palavras-chave: Método intuitivo, Ensino primário, História da geometria escolar, manuais.

Abstract: this article aims to analyze the circulation and appropriation of international educational proposals for the teaching of geometry, in particular, how the concrete and the abstract are addressed, in the primary course of the early 20th century. We examine the book “*First Steps in Geometry*”, written by George Albert Wentworth and G. A Hill in 1901 and the book “*Geometry (Observation and Experience)*” by the Brazilian Heitor Lyra da Silva, published in 1923 and which includes in his references the American work. It can be said that the debate between concrete and abstract, whether or not to link the study of geometry with reality and the consequences that such articulations can cause in the learning process is not new. It has been around for a long time and has been in different countries. History teaches us that there have already been proposals to take students to move safely in the pedagogical march that starts from the concrete towards the abstract, such as the discussion about geometric equality.

Key Words: Intuitive method, Primary education, History of school geometry, manuals.

* Matemática Bacharelado e Licenciatura (Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil. Doutorado em Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil. Professora Associada da Universidade Federal de São Paulo, Brasil. E-mail: celia.leme@unifesp.br ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6029-0490>

1. Considerações Iniciais

O presente artigo tem por objetivo analisar a circulação e apropriação de propostas educacionais internacionais para o ensino de geometria no curso primário no início do século XX. Entende-se, em acordo com Barbin e Menghini [1], que o período é marcado pela circulação em âmbito internacional de novas metodologias e reformas educacionais para o ensino de geometria.

Em particular, o recorte temporal corresponde a inserção do método intuitivo ou também designado por lições de coisas nas propostas de ensino em âmbito internacional, embasado em princípios como colocar um objeto concreto sob os olhos do aluno como exemplo, com o intuitivo de levá-lo a adquirir uma ideia abstrata; fazer ver, observar, tocar, discernir as qualidades dos objetos por meio dos sentidos, [2]. Ou seja, as propostas evocam a presença dos objetos e das imagens dos objetos, de forma concreta, para o interior das salas de aulas.

Pesquisa anterior [3] analisou manuais escolares para o ensino de geometria que foram traduzidos e adaptados para o português a partir de obras estrangeiras durante o século XIX. O estudo indicou duas propostas para o ensino de geometria, ambas associadas ao ensino do desenho, a primeira, o desenho à mão livre e a segunda, o desenho geométrico. Identificou-se, no desenho à mão livre, pressupostos do método intuitivo, ao propor aos alunos a cópia de figuras geométricas a partir da observação e identificação de propriedades, enquanto que no desenho geométrico, a produção das figuras é feita por meio de instrumentos, em particular a régua e o compasso, em que o aluno deve reproduzir passos de construção sem explorar as características e propriedades das figuras em si.

De todo modo, o século XIX, não somente nos poucos e raros manuais escolares, mas igualmente nas normatizações, apresenta uma forte relação entre o ensino de geometria e de desenho para escola de primeiras letras no Brasil. Somente no final do século XIX e início do século XX as duas matérias escolares, Geometria e Desenho, iniciam trajetórias independentes e distintas, [4].

Pode-se constatar que as primeiras produções brasileiras de manuais escolares para o ensino de geometria, desvinculadas do desenho, datam do final do século XIX e início do século XX, em particular, duas obras significativas merecem destaque: o livro *“Noções Intuitivas de Geometria Elementar”* de Gabriel Prestes (1895) e *“Geometria (Observação e Experiência)”* de Heitor Lyra da Silva (1923). Considera-se ainda que mesmo as produções brasileiras que não se caracterizam como traduções ou adaptações do estrangeiro, indicam vinculações com produções do exterior. Matasci [5] ressalta o papel importante do contato internacional na constituição dos sistemas escolares modernos do século XIX:

Os contextos são, de qualquer forma, muito complexos, pois a aceleração do comércio e a intensificação das conexões entre os países do mundo no momento da *primeira globalização* refletem-se em áreas da vida social - como a educação - intimamente associada à criação de identidades nacionais. [...] O

sentimento de pertencer ao país é também baseado na escola, sendo os livros escolares um dos principais vetores de construção de identidade do povo, [5].

Desta forma, a análise de manuais escolares insere-se em um contexto amplo de trocas, transferências e apropriações culturais, no qual os respectivos autores de livros são considerados agentes mediadores e participantes de uma proposta educacional nacional. É neste sentido, que trazemos para o exame duas obras: o livro *First Steps in Geometry*, escrito por George Albert Wentworth e G. A Hill em 1901 e o livro *Geometria (Observação e Experiência)* [6] do brasileiro Heitor Lyra da Silva, publicada em 1923 e que inclui em suas referências a obra estadunidense. Considera-se os livros em análise propostas inovadoras para a introdução de uma geometria escolar ou como explícito na obra estadunidense para os primeiros passos do ensino de geometria, ambas produzidas no início do século XX.

O exame das obras comparativamente busca responder à questão: quais os elementos presentes nas duas obras que sustentam a abordagem moderna e inovadora para o ensino de geometria? Quais propostas podem ser identificadas como convergentes nas duas obras e quais aspectos podem ser indicados como distintos? Como as duas obras abordam a inter-relação dos aspectos concretos e abstratos para o ensino de geometria? Acredita-se que a resposta a tais questões nos permite refletir acerca dos pilares atuais sobre os quais se discutem o ensino de geometria dos anos iniciais.

2. E autores dos manuais de Geometria

A primeira obra analisada, o livro "*First Steps in Geometry*" (1901) é assinada por George Albert Wentworth (1835-1906) e G.H. Hill (1842-1916). Sobre os autores do livro não encontramos informações acerca de G.H. Hill, além das datas de nascimento e morte que consta da ficha catalográfica da obra. A respeito de George Albert Wentworth foi possível identificar uma breve biografia sobre sua trajetória profissional e uma lista significativa de obras¹⁰ produzidas por ele, que envolvem Aritmética, Geometria, Álgebra, Geometria Analítica, Geometria Plana e Sólida, Trigonometria, Logaritmo entre outras.

De acordo com a biografia [7], Wentworth estudou em Harvard e em 1858, foi chamado pela Phillips Exeter Academy como instrutor em línguas antigas. Um ano depois, ele foi eleito para a presidência de Matemática na Universidade de Washington em St. Louis, posição que ocupou com habilidade até sua renúncia em 1892. Na primavera de 1899 foi eleito membro do conselho de administração da Academy, prestando valioso serviço nesta função até sua morte. Formou uma geração de jovens americanos, consciente de seu dever para com seus alunos. Além de grande reputação como professor, seu reconhecimento repousa em grande parte por sua capacidade de escrever livros

¹⁰ A lista pode ser encontrada em:

<https://onlinebooks.library.upenn.edu/webbin/book/lookupname?key=Wentworth%2C%20G%2E%20A%2E%20%28George%20Albert%29%2C%201835-1906>

didáticos de ensino, sendo considerado um dos principais escritores de livros didáticos matemáticos elementares na América, com circulação generalizada.

O livro brasileiro *“Geometria (Observação e Experiência)”* [8] é escrito por Heitor Lyra da Silva (1879-1925) e sua trajetória profissional e política é apresentada por Gomes [9]. Lyra estudou no Colégio Pedro II e formou-se engenheiro na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, em 1901. Viajou para a Europa em 1919 com o objetivo de pesquisar e estudar malhas ferroviárias, mas na sua volta ao Brasil, dedicou-se efetivamente às questões educacionais e sociais. Ao longo de sua carreira, Heitor dirigiu a *“Revista de Educação”*, foi colaborador da *“Revista Brasileira de Engenharia”* e membro da comissão editorial da revista *Architectura*. Teve papel de destaque na Associação Brasileira de Educação (ABE), criada em 1924, com o objetivo de “levar o Brasil à condição de nação civilizada, numa década marcada pelo esforço da intelectualidade brasileira em dar respostas aos problemas por ela identificados no país e assim, consolidar a nação” [9]. O livro *“Geometria (Observação e Experiência)”* foi publicado no âmbito da coleção Biblioteca da Educação Geral, no ano de 1923, dois anos antes de sua morte.

A obra *“First Steps in Geometry”* de 1901 é uma das referências citadas por Heitor Lyra da Silva, em sua obra *“Geometria (Observação e Experiência)”* publicada em 1923. Para analisar os processos de apropriação¹¹ de propostas estrangeiras para o ensino de geometria parte-se do princípio de que o autor brasileiro, no caso Heitor Lyra da Silva, cria e elabora o seu próprio modelo pedagógico para o ensino de geometria, porém como ele mesmo anuncia no prefácio, a sua criação é fruto de reelaborações de outras obras, de contatos com textos e propostas estrangeiras. No artigo de Silva & Leme da Silva [11] analisamos apropriações de obras francesas e neste presente estudo, tomamos como fonte o livro estadunidense referenciado, de George Albert Wentworth e G. A Hill.

3. First Steps in Geometry e Geometria (Observação e Experiência)

O livro *“First Steps in Geometry”* como expressa no título, busca os primeiros passos na geometria, em outras palavras, tem por objetivo introduzir os alunos à geometria elementar, proporcionando o significado exato dos conceitos, como de uma linha reta, figuras equivalentes, medidas, entre outros. Os autores destacam, no prefácio, que a obra visa tornar o aprendiz familiar com os principais teoremas e ensiná-los a desenhar, com instrumentos e à mão livre.

O livro tem 156 páginas, incluindo o index e respostas de exercícios e é organizado em sete capítulos, distribuídos em: (1) Magnitudes geométricas, (2) Magnitudes geométricas e movimento, (3) Triângulos e Quadriláteros, (4) Circulo e Polígonos Regulares, (5) Áreas, (6) Figuras Semelhantes e

¹¹ A apropriação, tal como a entendemos, tem por objetivo uma história social das interpretações, remetidas para as suas determinações fundamentais (que são sociais, institucionais, culturais) e inscritas nas práticas específicas que as produzem. Conceder deste modo atenção às condições e aos processos que, muito concretamente, determinam as operações de construção do sentido (na relação de leitura, mas em muitas outras também) é reconhecer, contra a antiga história intelectual, que as inteligências não são desencarnadas, e, contra as correntes de pensamento que postulam o universal, que as categorias aparentemente mais invariáveis devem ser construídas na descontinuidade das trajetórias históricas, [10].

(7) Sólidos Geométricos comuns. O primeiro capítulo faz uma apresentação geral da geometria, tanto dos corpos geométricos como das figuras planas, introduz os conceitos de superfícies, linhas e pontos, ângulos, paralelismo, perpendicularismo, principais sólidos e o conceito de medida, incluindo exercícios com unidades não padronizadas e o sistema métrico decimal. No segundo capítulo, acrescenta-se o conceito de movimento, figuras circulares, o compasso, o lugar geométrico como parte de pontos em movimento que obedecem a uma lei, elipse, parábola, ângulos, transferidor e simetrias. A partir do capítulo 3 inicia-se propriamente o estudo das figuras geométricas.

Já o livro *“Geometria (Observação e Experiência)”*, Heitor Lyra da Silva anuncia, na introdução, a pretensão de um ensino da Geometria elementar com a adoção de novos métodos, não seguidos no Brasil. A exposição da matéria é feita segundo o critério denominado de círculos concêntricos¹² (proposta que se opõe ao estudo primeiramente da Geometria plana para só depois abordar o da Geometria no espaço). Esclarece, ainda, que pretende dar à matéria um caráter concreto e intuitivo, que muitos teoremas serão enunciados sem demonstrações e que as definições são reduzidas ao mínimo:

Mantendo a correlação dos factos geométricos estudados com outros que pertencem a classes diversas de phenomenos, evita-se que se forme no espirito do alumno a noção falsa de que cada sciencia constitue um campo isolado e não, parte de um todo harmônico qual é o conjunto de phenomenos naturales, [8].

O livro contém 179 páginas distribuídas em 42 capítulos. Os cinco primeiros capítulos trazem uma apresentação geral dos conceitos a serem estudados na obra: (1) extensões geométricas, (2) dimensões – medidas, (3) ângulos, (4) posições de retas e planos entre si e (5) posição de retas e planos em relação à terra. A partir do capítulo 6, inicia-se o estudo das figuras geométricas, o qual se alterna entre figuras espaciais e planas (em acordo com os círculos concêntricos), como se pode observar no título dos próximos cinco capítulos: (6) cubo, (7) paralelepípedo, (8) quadriláteros, (9) prisma triangular e (10) triângulos.

A análise da obra brasileira se debruça sobre os cinco primeiros capítulos que correspondem aos dois primeiros capítulos do livro estadunidense, de modo a identificar como o autor brasileiro se apropria da abordagem norte-americana, buscando identificar o caráter criativo e limitador do autor brasileiro ao tomar o livro de Wentworth e Hill como uma das referências¹³. Considera-se ainda os ditames do historiador Roger Chartier [12]:

O objeto fundamental de uma história que se propõe reconhecer a maneira como os atores sociais dão sentido a suas práticas e a seus enunciados se situa, portanto, na tensão entre, por um lado, as capacidades inventivas dos indivíduos ou das comunidades e, por outro, as restrições e as convenções que

¹² Uma análise detalhada sobre o método de círculos concêntricos pode ser lida, [11].

¹³ A análise da apropriação feita por Silva em relação aos autores franceses referenciados pode ser lida, [11].

limitam – de maneira mais ou menos clara conforme a posição que ocupam nas relações de dominação – o que lhes é possível pensar, dizer e fazer. [10].

Muitas são as possibilidades de realizar um exame comparativo e interpretativo entre as obras, no entanto, seleciona-se três categorias relevantes para a análise do embate entre o concreto e o abstrato, como princípios a serem introduzidos nos primeiros capítulos e que sustentam a abordagem empregada no desenvolvimento das propostas pedagógicas de um ensino de geometria modernizador.

a. Caráter prático e associado à vida real

Um dos princípios identificados nas duas obras é a preocupação explícita ou implícita de que para os primeiros passos ou ainda as primeiras atividades dos alunos no ensino de geometria, seja priorizado um ensino concreto, prático, intuitivo, experimental, em que os aprendizes possam compreender a ideia ou noção dos conceitos, em acordo com o método intuitivo. Nenhum dos livros tem a preocupação de definir conceitos exclusivamente do ponto de vista formal ou com a linguagem matemática, elencar propriedades ou formalizar ideias nos primeiros capítulos.

Assim sendo, em muitas situações as explicações e definições dos conceitos procuram trazer situações práticas, concretas da vida cotidiana. Por exemplo, para explicar o conceito de linha reta, os autores fazem uso de uma corda presa por dois pontos, e comentam: “Se nós puxarmos a extremidade livre da corda (figura 6), a parte entre A e B torna-se menor e menor, quando ela for a menor possível, ela é uma linha reta. Portanto, uma linha reta é a menor linha de um ponto até o outro” [6].

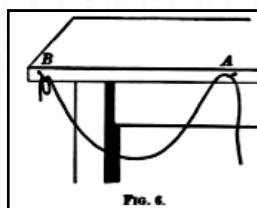


Figura 1. Linha reta, [6].

Apesar do movimento ser tema do capítulo 2, pode-se identificar nas primeiras explicações acerca de conceitos básicos, como de uma linha reta, que a ideia de movimento se faz presente.

O caráter concreto e intuitivo proposto pelo autor brasileiro é igualmente evidenciado pela associação dos conceitos geométricos com situações concretas da vida cotidiana. Para apresentar o conceito de linha reta, a figura usada é muito semelhante ao da obra estadunidense (Figura 1), porém a abordagem do movimento (esticar a linha curva até obter a menor distância) não é comentada:

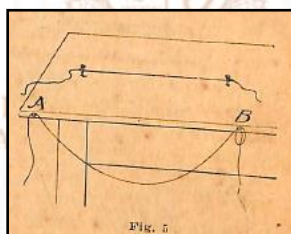


Figura 2. Linhas retas e curvas, [8].

A figura 2 para distinguir linhas *as linhas podem ser rectas (ex. um fio de barbante esticado) ou curvas (ex. um fio de barbante bambo)* [8], relaciona as arestas do dado como linhas retas e mais a frente enuncia *a linha recta é o caminho mais curto entre dois pontos dados*, [8].

Para a linha vertical, os autores mostram a régua de prumo como instrumento usado pelos pedreiros na construção das paredes: *A parede dos edifícios deve ser vertical, pois se não for esse o caso, eles correm o risco de cair. Os pedreiros, quando constroem uma parede de tijolos, testam se é vertical, segurando-a contra uma régua de prumo*, [6], conforme a figura 3:

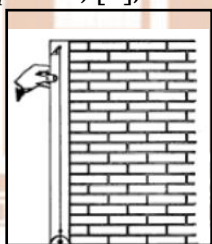


Figura 3. Régua de prumo, [6].

Pode-se dizer que o vínculo estabelecido no exemplo da figura 3 associa o conceito geométrico à atividade social, em particular, vinculado ao mundo profissional, do trabalho operário. Também de maneira muito parecida, a versão brasileira apresenta o fio de prumo (Figura 4) para a compreensão da ideia de vertical, *Uma recta e um plano paralelos ao fio de prumo chama-se recta vertical, e plano vertical. Ex.: as quinas e paredes de uma casa. É por meio do fio de prumo que os pedreiros verificam se os muros e paredes estão verticais* [8]. Assim como a proposta de Wentworth e Hill, o livro brasileiro procura relacionar os conceitos geométricos com objetos e situações reais, incluindo aspectos profissionais.



Figura 4. Fio de prumo, [8].

Outra *novidade* para os livros da época é a presença de fotografias, que são usadas para ilustrar e estabelecer relações com conceitos matemáticos ou instrumentos de construção, como o compasso, apresentado no capítulo 2 da obra estadunidense, pela Figura 46 como *Círculos são descritos sobre o*

papel através do compasso [6] e logo em seguida, insere-se uma foto de um jardineiro traçando grandes círculos em um parque, como se observa na figura 5. Novamente verifica-se a importância de associar conceitos e instrumentos com situações da vida real e profissional:

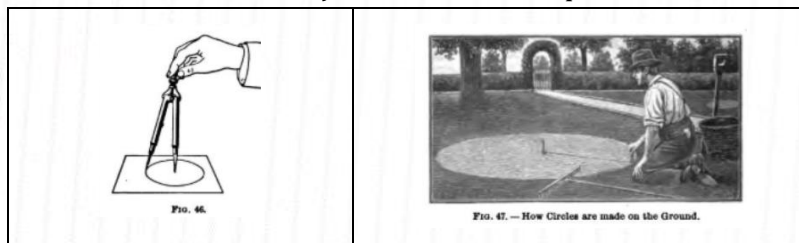


Figura 5. Compasso, [6].

No livro de Heitor Lyra, neste exemplo, não se faz uso da fotografia, mas o desenho feito corresponde a mesma situação profissional relacionada por Wentworth e Hill, acrescida de exemplos de moedas, rodas de carros etc. Explica-se ainda a possibilidade de realizar o traçado circular de maneira experimental *este mesmo traçado se pôde fazer no papel com um alfinete e um fio de linha*, [8].



Figura 6. Círculo, [8].

Ainda no uso das fotografias como contribuição para a compreensão de conceitos geométricos, o livro faz uso de imagens de locais conhecidos das crianças para tomar como exemplos de conceitos geométricos, como a noção de horizontal e vertical, trabalhada em um exercício do livro estadunidense: *Como você descreveria a superfície de uma lagoa quando a água estiver tranquila (Fig. 26)? Que tipo de linha representa um poste flutuante na água? Será que fará alguma diferença se o vento levar o poste a uma nova posição?* [6]. A figura 7 citada é uma fotografia:



Figura 7. Superfície de água tranquila, [6].

Wentworth e Hill comentam, antes do exercício proposto que *A superfície da água tranquila, se for pequena na extensão, é próxima da horizontal; mas a superfície do oceano ou de um grande lago é curva porque a terra é redonda*, [6].

O uso da fotografia de lugares conhecidos dos alunos é também uma estratégia metodológica empregada por Heitor Lyra, adaptando-os para a cidade do Rio de Janeiro, local em que o livro foi publicado. A fotografia do Rio de Janeiro com o Pão de Açúcar é escolhida como exemplo do plano horizontal, como uma superfície da água tranquila, de um lago.

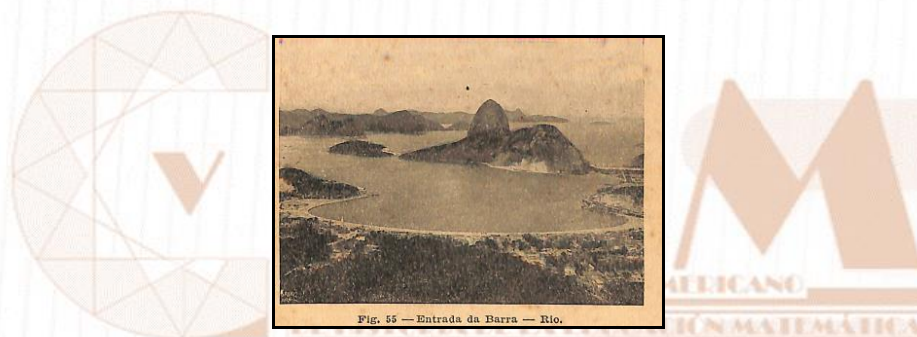


Figura 8. Plano horizontal, [8].

Os exemplos aqui examinados e comentados indicam a tendência de romper com os aspectos formais e abstratos, característicos de um ensino tradicional de geometria, para uma aproximação e vinculação com objetos, situações, lugares da vida do aluno, ou seja, para uma abordagem qualificada como prática, concreta e intuitiva. Os vestígios ora apontados reforçam que as produções dialogam com a vaga pedagógica do período em questão, um ensino intuitivo, no qual a observação do concreto é uma marca imperativa.

b. Medidas de comprimento

As medidas ou magnitudes geométricas são inseridas logo no início do livro *“First Steps in Geometry”*. Apresenta-se as unidades de comprimento mais comuns (considerando o contexto dos EUA), como polegada, pé, jarda e milha e depois, como exercício, os autores propõem que os alunos estimem comprimentos de objetos da sala com os olhos, como o comprimento da mesa do professor, a largura da sala etc. Há ainda dois exercícios práticos sugeridos:

1. Encontre a média do comprimento de seu passo. Para tanto, dê 10 passos como você usualmente caminha, medindo a distância em pés e divida-a por 10. Repita e se o resultado for diferente, encontre a média somando os dois e tomando a metade da soma;
2. Encontre, em passos, a distância da sua casa até a sua escola. [6].

As unidades do sistema métrico são exibidas – milímetro, centímetro, decímetro, metro e quilometro – juntamente com as regras de conversão (multiplicando ou dividindo por 10) e os exercícios propostos envolvem a conversão entre as unidades e o convite para que os alunos meçam

comprimentos e larguras de figuras desenhadas, assim como de objetos da sala de aula, como as medidas (comprimento e largura) das carteiras escolares.

Diferentemente da primeira categoria analisada, dos exemplos práticos presentes em ambos os livros, no conceito de medida, a parte prática ou ainda intuitiva, como realizar medidas por estimativa, com as partes do corpo, como polegadas, passos etc., é trabalhada somente nos exercícios e não na apresentação do capítulo, que exhibe diretamente as unidades de medidas convencionais e suas conversões. Há um deslocamento da abordagem prática para os exercícios. O mesmo procedimento pode ser observado no livro “*Geometria (Observação e Experiência)*”.

O autor brasileiro inclui as medidas de comprimento no segundo capítulo do livro. As unidades do sistema métrico decimal são apresentadas sem rodeios, juntamente com os respectivos submúltiplos e múltiplos e as suas relações de conversão ao metro. Acrescenta-se ainda as unidades antigas usadas no Brasil (palmo, vara, braça e légua, assim como as principais medidas inglesas (polegada, pé, jarda e milha), todas com a correspondência para metros ou centímetros.

Nos exercícios propostos, Silva solicita a estimativa dos alunos pela vista antes de verificar a medida dos comprimentos e propõe uma atividade prática, muito similar à de Wentworth e Hill:

9. Trace uma recta qualquer. Avalie o seu comprimento. Verifique.
10. Divida, à simples vista, uma recta em tres partes eguaes. Verifique.
12. Marque no terreno o comprimento de 10 passos seus. Meça esse comprimento com uma trena; dividia por 10 para achar o comprimento medio de seu passo.
13. Contando o numero de passos, meça a distancia entre dous pontos marcados no terreno. [8].

Os dois livros sugerem exercícios em que o aluno deve primeiro realizar uma estimativa de medidas de comprimentos e num segundo momento utilizar instrumentos para verificar o valor estimado, ou seja, uma prática de medir com os olhos é estimulada. Entretanto, a estimativa de medidas apresenta-se desvinculada do desenho¹⁴, em que os alunos deveriam realizar cópias de desenhos à mão livre e para tanto, estimavam pela visão as medidas de comprimento, [3].

Percebe-se ainda, que as medidas de comprimento são introduzidas nos primeiros capítulos como um dos pilares das duas obras, de modo a instrumentalizar o trabalho com elas para mais a frente, explorando e compreendendo as propriedades de figuras geométricas, em que muitas delas, envolvem igualdade de medidas. Trata-se de um aspecto relevante na prática de observar e distinguir propriedades geométricas, uma vez mais, atendendo as demandas do método intuitivo.

3.3 Igualdade geométrica

Um dos subitens do primeiro capítulo do livro *First Steps in Geometry* que merece atenção é o denominado “Igualdade Geométrica”. Os autores explicam que a igualdade geométrica não significa

¹⁴ A estimativa de medidas era necessária para realizar as atividades propostas no livro “*Principios do desenho Linear compreendendo os de geometria pratica*”, publicado no Brasil em 1829 (Leme da Silva, 2018).

estar de acordo somente com o tamanho, ou estar de acordo apenas com a forma, mas com ambos, sintetizando a noção da seguinte maneira: *Duas figuras planas são iguais se uma delas pode ser sobreposta a outra de modo que elas coincidam em todas as suas partes formando uma única figura*, [6].

Para exemplificar a ideia, é proposto que os alunos façam em uma folha de papel um desenho ou diagrama de uma face do cubo (Figura 9). O aluno deve colocar o cubo sobre o papel e traçar com um lápis o contorno da face que se encontra no papel: *O diagrama assim feito, ABCD, é uma representação verdadeira da face do cubo, tanto em tamanho quanto em forma. É geometricamente igual a face. De fato, enquanto construímos este diagrama, demos uma ideia do que significa igualdade geométrica*, [6].

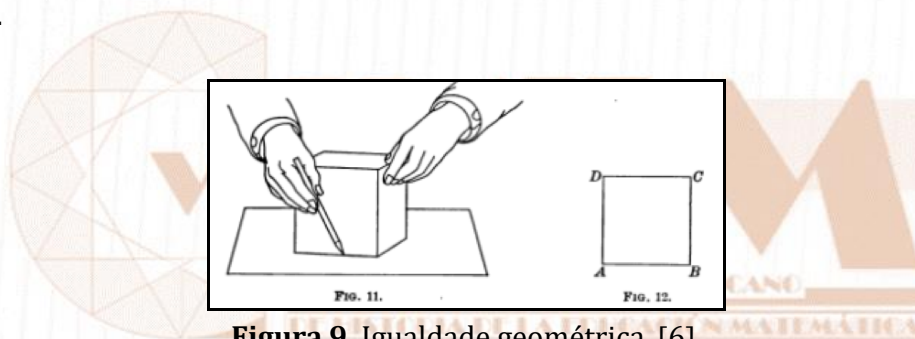


Figura 9. Igualdade geométrica, [6].

A ideia de *igualdade geométrica* é um conceito chave para os autores estadunidenses, visto que a noção ganha destaque como um item a ser estudado, logo no primeiro capítulo. A noção é retomada em outros conceitos ao longo do livro, como no item 23, último do capítulo 1. Transcreve-se, por uma longa citação, como os autores explicam o conceito de Corpos Geométricos:

No estudo da geometria, uma nítida distinção é traçada entre a forma e a matéria da qual ela é composta. A forma pode ser a de um cubo, um prisma, uma esfera etc.; o material pode ser madeira, ou ferro, ou vidro ou alguma outra substância.

Mais está implícito nessa distinção o que aparece à primeira vista. Pegue dois cubos, um feito de madeira, e outro de ferro. Eles não apenas diferem em suas propriedades porque são compostos de materiais diferentes, mas também é verdade que nenhum deles, por mais cuidadosamente que seja feito, é um cubo perfeito. A habilidade humana é incapaz de fazer suas faces planas perfeitas, suas bordas linhas retas perfeitas, seus cantos pontos perfeitos, ou seus ângulos como perfeitos ângulos retos. [...]

Esse cubo geométrico, como podemos chamar, existe apenas na mente; mas é um objeto de estudo mais simples do que qualquer cubo material; pois não tem outras propriedades além daquelas que estão conectadas com sua forma. E essas propriedades quando descobertas podem ser declaradas como verdades absolutas, porque o cubo que estudamos é um cubo perfeito.

A geometria é uma ciência na qual estudamos os corpos em relação apenas à forma e posição. Para tornar o estudo possível, substituímos por corpos materiais as formas ideais que envolvem o espaço, conhecidas como corpos

geométricos. Quando assim se constrói uma ciência da geometria, as verdades descobertas podem ser aplicadas a um propósito útil, substituindo os corpos materiais reais pelas formas ideais que os corpos reais mais se assemelham. [6, p. 26] (tradução nossa, grifos nossos).

Pode-se dizer que os autores procuram enfatizar, desde os primeiros passos do ensino de geometria, a diferenciação entre o conceito abstrato de figuras geométricas em si e as respectivas representações materiais (objetos, desenhos ou diagramas) das mesmas. Não se utiliza a palavra “semelhante” e nem “congruente” e sim igualdade geométrica, no sentido de destacar a importância da forma geométrica em detrimento de outros atributos inerentes nas representações. Será preciso deixar claro aos alunos a precisão das propriedades na geometria e a impossibilidade de representar a perfeição. A noção de “igualdade geométrica” é tratada pelos autores na página 7, ou seja, antes de efetivamente iniciar o estudo dos conceitos, figuras e propriedades geométricas e é retomada ao longo do livro.

Diferentemente que nas análises anteriores, para esta categoria, o item ou subcapítulo *Igualdade geométrica* não está presente no livro brasileiro. Também não se encontra nenhum comentário explícito a respeito de quando podemos usar o termo *igual* na geometria. Por outro lado, a Figura 10 (em que se coloca o cubo sobre uma folha e traça-se o contorno de uma de suas faces) é usada por Heitor Lyra, com outra função, a de apresentar a ideia de superfície plana, da seguinte forma: *Tóda figura que pode ser traçada em um plano chama-se figura plana. Ex.: o contorno de uma face de um dadó (Fig. 18)* [8], sem empregar nem trabalhar com a ideia de igualdade geométrica:

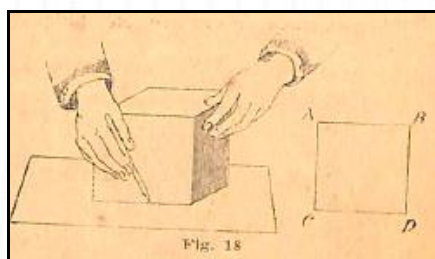


Figura 10. Superfície plana, [8].

Não é possível inferir as razões para Heitor Lyra optar por não inserir a “igualdade geométrica” na sua produção. No entanto, os exemplos aqui apontados e analisados sugerem que o autor brasileiro tenha se apropriado da estrutura inicial do livro de Wentworth e Hill. Percebe-se a intenção de Lyra em trazer a abordagem adotada pela obra estadunidense para a sua produção, sem, no entanto, deixar de imprimir suas próprias ideias e contextualizá-las à realidade brasileira. Pode-se, inclusive, dizer que Lyra procura trazer mais exemplos práticos comparativamente aos dos autores dos EUA, além de não se preocupar, na introdução, em discutir princípios matemáticos como a igualdade geométrica.

4. Considerações finais

Retoma-se o objetivo do presente estudo, distinguir elementos, traços característicos que sustentam a abordagem inovadora das duas obras examinadas, identificando pontos convergentes, assim como diferenciações. As categorias elencadas para conduzir as análises procuraram abordar o embate entre aspectos concretos e abstratos considerados como centrais nas propostas, em especial nos primeiros capítulos, como princípios relevantes para as propostas metodológicas.

Um primeiro resultado importante diz respeito ao distanciamento da vinculação entre o ensino de geometria e de desenho, observada nos estudos de manuais do século XIX. O desenho à mão livre ou o desenho geométrico não se constituem mais como determinantes para um ensino de geometria prática, intuitiva e experimental.

No lugar da prática do desenho de figuras geométricas são introduzidos os objetos da vida cotidiana, instrumentos profissionais, espaços do convívio dos estudantes como ponto de partida para as noções geométricas. Tais marcas podem ser caracterizadas ou lidas como decorrentes da vaga intuitiva que circula no período, e assim sendo, o papel predominante do aspecto concreto nos exemplos e conceitos abordados. Contudo, tais interpretações não ficam explícitas, visto que nenhum dos autores (nem os estadunidenses, nem o brasileiro) faz referência ao método intuitivo, as ideias pedagógicas ou ainda aos livros que transitam no período acerca da abordagem metodológica.

Como já dito, para Valdemarin [2], o método intuitivo tem por proposição que a escola deve ensinar coisas vinculadas à vida, objetos presentes no cotidiano dos alunos, a concretização dos objetos para a compreensão do abstrato. Ou seja, a associação das ideias iniciais da Geometria aos objetos do mundo da criança vem ao encontro dos princípios do método intuitivo.

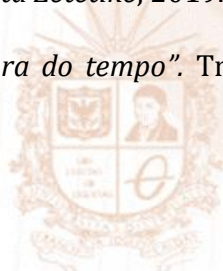
De outra parte, o trabalho com a ideia de *igualdade geométrica* inserida na obra [2] parece ser um aspecto relevante no sentido de ao mesmo tempo aproximar a Geometria dos objetos da vida sem, contudo, deixar de esclarecer que o papel do concreto, dos objetos, dos desenhos é uma maneira de substituir os corpos materiais reais pelas formas ideais da Geometria, sem esquecer que a forma ideal e perfeita só existe na mente, de maneira abstrata.

Pode-se dizer que o debate entre concreto e abstrato, vincular ou não o estudo da Geometria com a realidade e as consequências que tais articulações podem provocar no processo de aprendizagem não é de hoje. Ele se faz presente desde há muito tempo, pelo menos início do século XX, e já circulou por diferentes países, com maneiras e formas distintas. A história nos ensina que já existiram propostas para levar os alunos a transitarem com segurança na marcha pedagógica que parte do concreto em direção ao abstrato, como a discussão sobre a igualdade geométrica.

Aposta-se que conhecer a história do ensino da geometria seja mais um instrumento para repensarmos propostas e práticas pedagógicas para o ensino de geometria dos anos iniciais.

Referências

- [1] E. Barbin; M. Menghini, "History of Teaching Geometry". In: KARP, A.; SCHUBRING, G. "Handbook on the History of Mathematics Education". Springer Science + Business Media New York, 473-492, 2014.
- [2] V. Valdemarin, "Estudando as Lições de coisas: análise dos fundamentos filosóficos do Método de Ensino Intuitivo". Campinas, SP: Autores Associados, 2004.
- [3] M. Leme da Silva, "Práticas de desenho e saberes geométricos nos manuais escolares do século XIX. Pro-Posições", v. 29, n. 2(87), p. 352-369, maio/ago., 2018.
- [4] M. Leme da Silva, "Desenho e geometria na escola primária: um casamento duradouro que termina com separação litigiosa. História da Educação", (UFPel), v. 18, n. 42, p. 61-73, jan./abr. 2014.
- [5] D. Matasci, "L'école républicaine et l'étranger. Une histoire internationale des réformes scolaires en France 1870-1914 ». ENS ÉDITIONS, 2015.
- [6] G. Wentworth; G. Hill, "First Steps in Geometry". Boston, USA. Ginn & Company Publishers, 1901.
- [7] B. Finkel, "Biography of George Albert Wentworth". School Science and Mathematics, v.7, n.6, p. 485-488, 1907.
- [8] H. Silva, *Geometria (Observação e Experiência)*. Rio de Janeiro: Livraria Editora Leite Ribeiro, 1923.
- [9] C. Gomes. *Os engenheiros da Associação Brasileira de Educação (ABE): confluências entre as ideias educacionais e urbanas na cidade do Rio de Janeiro nos anos iniciais do século XX*. Dissertação de Mestrado em Educação. Universidade Estadual de Campinas, 2015.
- [10] R. Chartier, *A história cultural: entre práticas e representações*. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil S.A., 1990.
- [11] C. Silva; M. Leme da Silva, "Observação e experiência como fio condutor da Geometria de Heitor Lyra da Silva". Campinas, SP: Revista Zetetiké, 2019.
- [12] R. Chartier, "A história ou a leitura do tempo". Tradução: Cristina Antunes. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.



ALBORES DE LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA

DAWN OF MATHEMATICS EDUCATION RESEARCH IN COLOMBIA

*Leonardo Ceballos-Urrego**

Resumen: estudiar matemáticas implica estudiar la historia de la humanidad; probablemente esto resulte igual para las demás ciencias naturales; pero, justamente, por tratarse de una ciencia creada y moldeada por el hombre, es su relación con la historia la que resulta inevitablemente natural. Se presenta una visión sobre el nacimiento y evolución de la Educación Matemática en Colombia, desde la segunda mitad del siglo XX y hasta el momento actual, en la que se consideran diferentes aspectos centrados en enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, tales como: Teorías desde la filosofía, la epistemología, pasando por las corrientes pedagógicas y los modelos y estrategias de enseñanza y aprendizaje, hasta llegar a estudiar la conformación de la comunidad académica: profesores, investigadores y estudiantes, que se han venido formando en esta disciplina, con sus características de procedencia, productividad, y proyección, en un país en el que sus ciudadanos han tenido que convivir y superar diferentes y muy particulares conflictos sociales durante los últimos setenta años. Este artículo es un subproducto de la investigación titulada *Educación Matemática: génesis, evolución y proyección en Colombia*, actualmente en fase de culminación.

Palabras clave: Educación, Matemática, historia, Colombia, elementos, proyección.

Abstract: studying math means studying human history, probably it is the same with natural sciences, but because of math is a science created and shaped by humans, its relation with human history is inevitably natural. This time, a vision of the origin and evolution of Mathematical Education in Colombia is presented, from the second half of the 20th century until now, and in this new vision are considered different aspects, based on teaching and learning math such philosophy theories, epistemology, going through pedagogical exercises and teaching and learning strategies, until studying the formation of the academic community: professors, researchers and students, who have been training in this discipline (Math), with its origin features, productivity, and projection, in a country which its citizens have had to live together and overcome different and very particular social conflicts during the last seventy years. This article is a secondary product of the research entitled *Mathematics Education: genesis, evolution, and projection in Colombia*, currently in the culmination phase.

Key Words: Education, Mathematics, history, Colombia, elements, projection

* Licenciado en Educación de la U. de Medellín, Colombia. Magister en Educación de la U. de Antioquia, Colombia. Universidad de Antioquia, Colombia. E.mail: lceballos@tdea.edu.co.

1. Introducción

El marco temporal de los temas tratados en el desarrollo de este apartado se sitúa, mayoritariamente, en la segunda mitad del siglo XX y hasta el momento actual (año 2019), concretamente los últimos 70 años en la historia de la comunidad académica mundial, según la cosmovisión occidental.

Durante los primeros años del período mencionado, gran cantidad de las naciones existentes, especialmente las del continente europeo estaban: unas apenas reorganizándose, social, económicamente e institucionalmente, como consecuencia del reciente final de la segunda guerra mundial; otras asiáticas como Corea, Vietnam y Japón, así como la misma Alemania, al quedar constreñidas bajo los convenios establecidos por las denominadas naciones aliadas, continuarían padeciendo durante una o dos décadas más la inestabilidad nacional surgida de continuos conflictos internos propiciados por el interés ajeno de ubicar a sus pobladores en uno de dos bandos: capitalista o socialista, en el que como consecuencia de la confrontación, terminaron distribuidos la mayoría de los países del planeta.

Al asumir la educación como elemento fundamental para el desarrollo y permanente transformación de la sociedad, las preocupaciones por avanzar de la mano del conocimiento científico motivaron en las sociedades de la postguerra europea y americana el surgimiento de comunidades académicas conformadas alrededor de diferentes áreas del conocimiento científico, la mayoría creadas en el interior de las universidades, y consolidadas a partir de la inclusión, en su accionar, de teorías con fundamento en la filosofía, la epistemología, la psicología y la sociología, disciplinas estas en las cuales encontraron sus fundamentos y potenciaron el autodesarrollo en sus campos de conocimiento, durante las dos o tres últimas décadas del siglo veinte. Dentro de estas comunidades, las constituidas por los académicos dedicados al estudio de las matemáticas o a los procesos de enseñanza y aprendizaje de ellas no se mostraron ajenas al interés por aportar, tanto en la comprensión como en la explicación del mundo circundante; algunos elementos teóricos y conceptuales que con fundamento filosófico o epistemológico, pueden brindar sustento a los diversas acciones en el campo de la Educación Matemática (**EM**), término este que como tal se emplea desde hace cerca de 2 siglos [1]; pero la actividad de producción científica en cuanto investigaciones, modelos, textos, artículos y eventos de divulgación, se ha dinamizado y mantenido relativamente continua a partir de 1950 hasta la actualidad, ya sea considerando la producción propia, o con aportes y vinculaciones interdisciplinarias con otros campos del conocimiento científico dentro de los que sobresale la psicología cognitiva, con los trabajos de Piaget (1886-1980); Ausubel (1918-2008) y Vygotsky (1896-1934).

La investigación en Educación Matemática (**IEM**) se ha venido convirtiendo en una fuente frecuente de motivación para enfrentar problemáticas como: la formación docente, la didáctica y el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de los diferentes niveles educativos. Sobre dichas problemáticas se han gestado propuestas académicas en universidades del Caribe, Centro y Suramérica, fomentando la conformación de comunidades científicas que emergen a su alrededor, a partir de las cuales se ofertan maestrías, doctorados, teorías, modelos y metodologías, que mediante diversas formas de producción e intercambio académico, gradualmente han venido aportando soluciones a muchos de

los problemas abordados en el campo de la **EM** y trascendiendo a otros campos del conocimiento científico.

2. Las Matemáticas y la Historia

Al emprender el estudio de Las Matemáticas se aborda paralelamente el estudio de una parte de la historia de la humanidad, al respecto: ... *la Historia de la Matemática muestra la transformación de los conceptos y procesos en esta disciplina, así como el contexto socio-cultural en donde ella aparece y se desarrolla, considerando también su pertinente influencia tanto sobre su enseñanza y aprendizaje como sobre la investigación que se realiza en torno a estos procesos...*, [2].

Estos mismos autores llegan a la conclusión: ...*que en los estudios y trabajos de investigación en EM se debe explicitar la perspectiva histórica desde la cual se abordan tanto el objeto matemático en estudio como el asunto de interés indagatorio que, en relación con tal objeto, esté siendo tratado.*

Además, indagar sobre los aspectos históricos del momento en el que se produce cualquier tipo de conocimiento, permite, a quien lo hace, obtener una mejor comprensión de los elementos que lo generan y, en consecuencia, se nutre de los fundamentos y argumentos necesarios para aplicarlo y difundirlo con solvencia.

2.1. Referentes Filosóficos y Epistemológicos que propician el desarrollo de la EM en occidente

Siguiendo la clasificación de la historia de la humanidad que se presenta en Occidente [3]... *entendida esta como la región y los pueblos del globo terráqueo en los que se desarrollaron las naciones que en común son herederas del pensamiento y las culturas Greco-Romana y Judío-Cristiana*, se considera a la Postmodernidad cómo el último de los siguientes 4 períodos que conforman dicha historia:

- Antiguo: Siglo V a.C. a Siglo II d.C
- Edad Media: Siglo III a Siglo XIV.
- Modernidad: Siglo XV a mediados Siglo XX. Época caracterizada por un pensamiento fundamentado en el Principio de la razón suficiente: *Todo lo que es, tiene una razón* (Leibniz).
- Postmodernidad: 1945 hasta hoy.
- Las características generales que distinguen a la Postmodernidad, de acuerdo con [3], se resumen a continuación:
 1. Concepción del Mundo: Expansionismo.
 2. Concepción Filosófica: Centrada en el Ser.
 3. Sistema Económico: Capitalismo en transición al Imperialismo y a la Economía de Mercados.
 4. Sistema Religioso: Transición Monoteísmo – Ateísmo.

Entre estas características, por la trascendencia que tienen para el desarrollo de la **EM** en Colombia, se describen en la tabla 1 las principales corrientes epistemológicas bajo las cuales se desarrolla o enmarca el pensamiento científico de la postmodernidad, así como sus principales fundadores y seguidores; no sin antes observar sobre los evidentes riesgos interpretativos y conceptuales que propician una simplificación como la que se asume en ella.

| Corriente Epistemológica | Representantes | Verdad Filosófica | Fundamentos | Dispositivo Vinculante Con El Conocimiento | Acceso Al Conocimiento |
|---------------------------------|--|--------------------------|---|---|--|
| Positivismo lógico | Círculo de Viena | La razón | Hechos observables | Observación de la realidad fáctica | La observación provee un conocimiento seguro |
| Racionalismo Crítico | Karl Popper | La razón | La teoría precede a la observación La falsabilidad del conocimiento | La fundamentación, y el contraste | Las hipótesis y la deducción |
| Pragmatismo | Thomas Kunt; William James | La razón | Relación del hombre con los hechos y las cosas, a través de la acción. | Interacción entre el hombre y el objeto de conocimiento | La analogía y la comparación |
| Nueva Hermenéutica | F. Nietzsche M. Heidegger J. Dewey George Gadamer Gianni Vattimo | El ser | La realidad es inagotable | La interpretación y explicitar lo implícito | La interpretación como proceso cognitivo de des-ocultamiento |
| Realismo Hipotético | Merlo Ponti Konrad Lorenz | El ser | El realismo hipotético resumido así: por extraña que sea una hipótesis, siempre habrá | La observación participante | La observación haciendo parte intelectual y corporal del objeto de investigación |

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | en la naturaleza o tres casos que la verifican | | |
|--|--|--|--|--|--|

Tabla 1. Características de las principales corrientes epistemológicas. **Fuente:** Elaboración propia.

Consecuentemente, las corrientes epistemológicas descritas en la tabla 1, impactan directamente en la **EM** y en la **IEM**, generándose, inicialmente en Europa y Norteamérica, teorías, corrientes, vertientes y nuevos modelos de enseñanza y aprendizaje, interrelacionados entre sí a través de una red o “telaraña” de vínculos que las hace converger o divergir bien sea en sus orígenes, fundamentos ontológicos, principios filosóficos, teorías epistemológicas, procesos de enseñanza o de aprendizaje, y métodos de aplicación; como se describe a continuación.

2.2. Corrientes filosóficas, predominantes en occidente, durante el siglo XX

Desde una mirada filosófica, para la primera mitad del siglo XX se puede decir que en Europa occidental y el continente americano una de las corrientes con más presencia en el comportamiento social fue el pragmatismo, a través de expositores como Charles Peirce, John Dewey y Thomas Kunt.

Paralelamente, el constructivismo de Piaget¹⁵ fue creciendo a su lado, y probablemente no tanto como corriente filosófica sino como teoría psicológica, y su desarrollo desembocó tanto en una filosofía del comportamiento como en una corriente epistemológica. Desde los inicios de la década de 1950 la visión aportada por el racionalismo tradicional del siglo XVII encuentra en el racionalismo crítico¹⁶ de Popper¹⁷ un nuevo aire, tanto en sus fundamentos¹⁸ como en las formas de acceder al conocimiento.

Al mismo tiempo, corrientes filosóficas como la fenomenología, definida como: *Estudio de los diferentes modos en que las cosas aparecen o se manifiestan en la conciencia de los individuos*, [4], lo que para uno de sus últimos exponentes, E. Husserl, significa *atenerse a lo dado*; reemergen¹⁹ con inusitada fuerza para proveer la oportunidad de nuevas formas de analizar la vida o de abordar el conocimiento: *La realidad y el conocimiento surgen en la mente de cada persona y se manifiestan, dialécticamente, en una cultura*, [5].

¹⁵ Jean Piaget (1896-1980), epistemólogo, psicólogo y biólogo suizo, investigador del desarrollo de la inteligencia, principalmente en la infancia, y autor de una epistemología genética.

¹⁶ Racionalismo Crítico: Mezcla de posiciones racionales, empiristas y marxistas.

¹⁷ Karl Raimund Popper. Viena 28 de julio de 1902 – Londres 17 de septiembre de 1994; fue un filósofo y teórico de la ciencia, de origen judío, nacido en Austria aunque más tarde se convirtió en ciudadano británico.

¹⁸ Una característica en los fundamentos del racionalismo crítico consiste en considerar que: la teoría precede a la observación; y una característica en relación con el conocimiento, consiste en considerar que el acceso a este se desarrolla por conjeturas y refutaciones.

¹⁹ El término se conoce desde J.F. Lamber 1764 en el “*Nuevo Organon*”.

Por la década de 1960, las contradicciones acumuladas del sistema económico predominante, sumadas al desarrollo de una toma de conciencia social, sintetizada en lo que puede definirse como pensamiento social, propician el surgimiento de la sociología crítica, de la que surgen corrientes representativas en los campos religioso y educativo como la teología de la liberación y la pedagogía crítica; además se van configurando perspectivas de pensamiento, tales como:

- **Perspectiva Constructivista:** ... *tiene en los escritos de Piaget su principal fuente; el énfasis está en el sujeto epistémico: el niño construye de un modo activo el conocimiento a través de la interacción con el medio y la organización de sus propios constructos mentales* [8];... *el profesor no transmite conocimiento, hace que el estudiante le enseñe cómo desarrollar su cognición,* [8].
- **Perspectiva Socio-Culturalista:** *Bajo esta perspectiva el énfasis debe estar en las dimensiones sociológicas,* [8]. *Toda alta función mental fue externa y social, antes de ser interna. Fue primero una relación social entre dos personas,* [8]. Con esta perspectiva, se pretende que las **IEM** no desconozcan los contextos social, humano e interpersonal, en el que se desenvuelven docentes y estudiantes.
- **Perspectiva Interaccionista:** *En Sierpinska y Lerman* [9] *esta perspectiva tiene su énfasis en las interacciones entre sujeto y objeto; entre estudiante y profesor, lo relevante son las interacciones entre individuos de una cultura (sic) y se le da un papel central al lenguaje...* [8]. Con esta tendencia, se potencian **IEM** que rescaten la importancia de las relaciones conocimiento matemático, lenguaje matemático e interacción comunicativa.
 - Cerrando el siglo XX se publican en Francia, y en menos de una década, dos obras de Edgar Morín, en las que se resume la concepción del mundo del autor, y se difunde a la sociedad occidental como propuesta filosófica de vida: *“Introducción al pensamiento complejo* [6]. y *“Los siete saberes necesarios para la educación del futuro”* [7]. Estas obras vienen no solo orientando muchos de los procesos educativos básicos del mundo occidental, sino revisando y revertiendo varios de los comportamientos humanos anteriormente justificados por la sociedad de consumo.



2.3. Algunas características del Estado Colombiano.

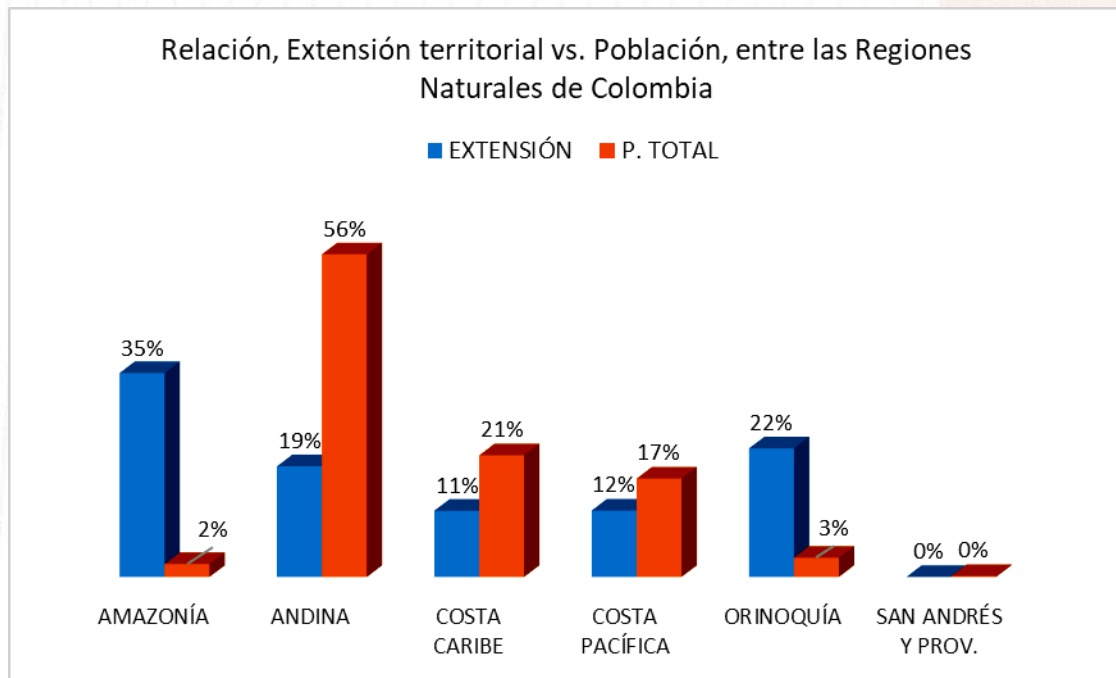


Figura 2. Datos estadísticos sobre la composición regional de Colombia **Fuente:** Elaboración propia.

Con un somero análisis de la Fig. 2 puede deducirse que:

- La región Amazónica ocupa el 35% de la extensión territorial y solo alberga el 2% de la población total, en tanto que la región Andina con solo el 19% del territorio nacional concentra el 56% de la población total del país.
- Uniendo las regiones Amazónica y Orinoquía, se observa que en el 57% del territorio, solo hay un 5% de la población total del país; en tanto que en el 42% de extensión geográfica, que comprende las zonas Andina y las Costas Caribe y Pacífica, se concentra el 94% de la población colombiana.
- Un representativo 39% de la población ocupa las zonas costeras del país, incluyendo las islas de San Andrés, Providencia y Santa Catalina.

En la figura 3, se resalta, en forma de porcentajes, la manera como se establece la relación entre la extensión de las regiones colombianas, su población y la cantidad de Universidades oficiales que existen en ellas. Son evidentes las diferencias y contrastes.

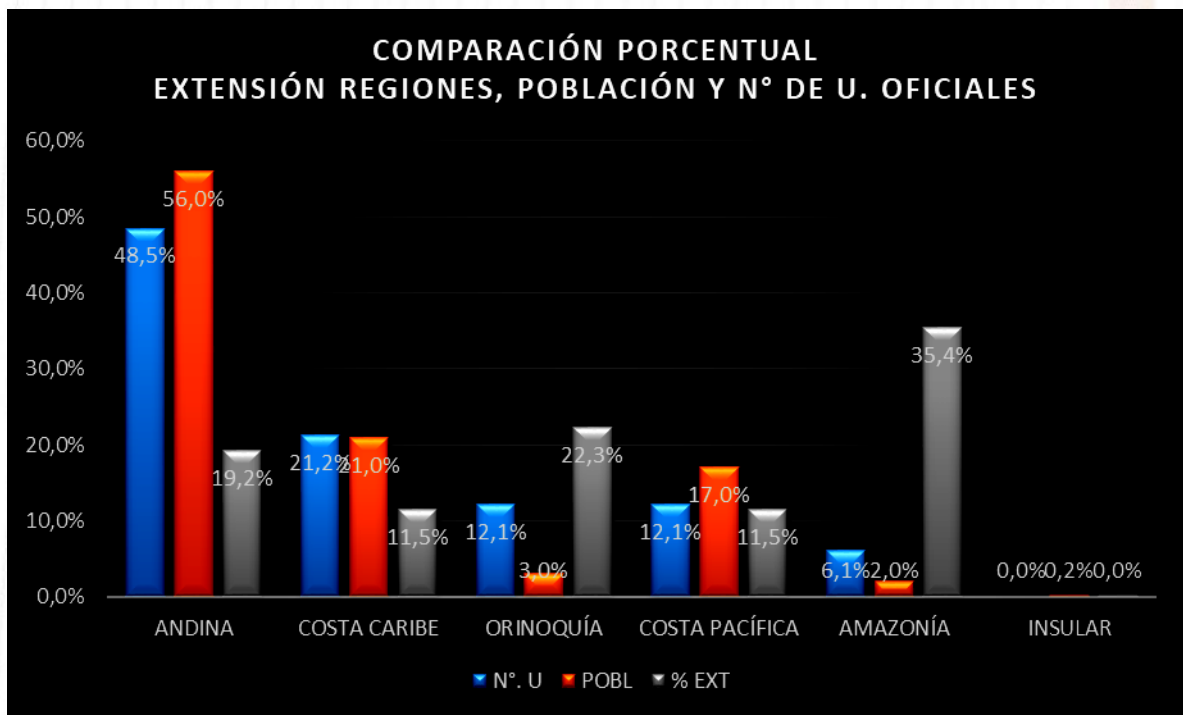


Figura 3. Relación entre la extensión de las regiones colombianas, su población y la cantidad de Universidades oficiales. **Fuente:** Elaboración propia.

2.3.2. Síntesis cronológica del desarrollo de la sociedad en Colombia

Conocer las cartas constitucionales bajo las cuales se ha orientado el desarrollo de una nación da claridad sobre la forma como se abordan los procesos esenciales de ella, tales como la salud, la educación y el bienestar de los ciudadanos. Tomar en cuenta cuántas veces se ha intervenido o cambiado la constitución, refleja los momentos históricos en los que las naciones han sufrido cambios estructurales, dicho de otro modo, es una forma de entender cuando los ciudadanos de un país se han visto en la necesidad de redefinir el rumbo del estado. Por ello la siguiente síntesis se toma como punto de partida para caracterizar algunos aspectos históricos relevantes para el desarrollo de la educación en Colombia.

Durante los años 1810-1821, se presenta el proceso definitivo de Independencia y establecimiento de la república de Colombia. Partiendo desde su independencia de España, y sin considerar otras constituciones en las que se promulgó la libertad de estados federales, tales como Tunja, Cundinamarca, Antioquia, etc., se listan a continuación las principales constituciones²⁰ sobre las que se ha erigido el actual Estado Colombiano:

²⁰ <http://historiaconstitucionalcolombiana.blogspot.com/>

- 1810: Constitución del Estado Libre e Independiente del Socorro. Consagra el federalismo, la libertad de los esclavos y la abolición de resguardos.
- 1821: Constitución de la República de Colombia, conformada por tres grandes departamentos: Cundinamarca, Venezuela y Quito.
- 1830: Disolución de la Gran Colombia y se promulga la Constitución de la República de Colombia. Siguió los parámetros de la anterior, pero disminuyó sus rasgos centralistas.
- 1832: Constitución de la república de la Nueva Granada [10].
- 1863: Constitución de los Estados Unidos de Colombia firmada en Ríonegro, Antioquia, de carácter federalista. El preámbulo invoca al pueblo como fuente de autoridad.
- 1886: Constitución de la República de Colombia. Carácter centralista, presidencialista, autoritario y confesional.
- 1991: Sancionada nueva Constitución. Énfasis en derechos y libertades fundamentales.

Como puede observarse, entre 1886 y 1991, durante 105 años Colombia se rigió por una misma constitución, bajo la cual la vida política de la primera mitad del siglo XX estuvo marcada por la sucesión en el poder de solo dos grupos políticos [11]: Los conservadores con 12 períodos entre presidentes, y encargados, desde 1900 hasta 1930, y de 1946 a 1950, y los liberales, con 4 períodos, entre 1930 y 1946, en lo que se llamó el período de la república liberal, [12].

2.3.3. Reseña histórica del Sistema Educativo Colombiano.

Según Patiño [13], en los inicios del siglo XIX Francisco de Paula Santander organizó el sistema de escuelas públicas, en las que: *... se enseñaba lectura, escritura, aritmética y moral cristiana, se expidieron leyes educativas y se redactaron planes de estudio* (p.262). En el gobierno de Mariano Ospina Rodríguez, se expidió el Código de instrucción pública (1844) a través del cual el estado empieza a intervenir en los asuntos educativos promoviendo la formación humanística y técnica, [13]. En 1870, se crea la Dirección Nacional de Instrucción pública, como resultado de una reforma radical del sistema educativo que se bautizó como: *Paz, caminos y escuela*, a partir de la cual se introduce la enseñanza de la moralidad, se da organización administrativa a las instituciones educativas, y se propicia el surgimiento de métodos de enseñanza, y la proliferación de nuevas instituciones escolares, [13].

Los elementos básicos de la enseñanza y el aprendizaje de la educación primaria y secundaria entre 1890 y 1904, se centraban en el buen uso del lenguaje, el manejo de la escritura y las operaciones con números. Para el nuevo siglo el desarrollo de ciencias sociales y humanas como la psicología, la sociología y la antropología, le abrieron paso a la *escuela nueva activa*, [13].

Según [10], las políticas públicas que enmarcaron la educación entre los años 1900 y 1930, estuvieron signadas por los intereses de los gobiernos conservadores que controlaron al Estado en esa época, y se caracterizó entre otros aspectos, *por la profundización del sentido práctico de la educación, su carácter religioso y la instrumentalización alrededor de un renovado espíritu de identidad y unidad nacional de inclusión ciudadana y democrática*, (p. 20).

Según Herrera [12], el proceso de modernización del aparato educativo que vivieron los países latinoamericanos al inicio del siglo XX, estuvo centrado en la inculcación ... *de valores ciudadanos acordes con la construcción de los estados nacionales* (p.1), y para ese propósito, los gobiernos sucesivos del llamado partido liberal en Colombia, que estuvieron entre 1930 y 1946 [12], jugaron un papel fundamental, al considerar la educación como un problema de orden nacional, frente al cual actuaron implementando acciones que se concretaron en: la reorganización del Ministerio de Educación Nacional (MEN); la difusión cultural; el establecimiento de los niveles educativos; la educación femenina; la profesionalización del magisterio; el movimiento estudiantil, y debates frente a la reforma educativa. Si bien muchas de las acciones emprendidas para la modernización del sistema educativo durante el período señalado, no fructificaron o sus resultados no fueron significativos hasta después de 1950, como lo reconoce la autora, al menos... *se trazaron las pautas de sus modificaciones, alcances y limitaciones...* (p.20) [12], lo que permite señalar la época como importante para la consolidación del sistema educativo colombiano durante el siglo XX.

Con el asesinato del candidato presidencial, por el partido liberal, Jorge Eliécer Gaitán, el 9 de abril de 1948, cuando ejercía como presidente el conservador Mariano Ospina Pérez, se marca un punto de inflexión en la historia política y social del estado colombiano, con implicaciones posteriores en el desarrollo económico, la educación y en especial, la pérdida de la estabilidad en la vida civil de los colombianos. Se inicia una primera época de violencia, con origen en el bipartidismo político que, entre otros resultados, propiciaría el surgimiento de grupos armados al margen de la ley los cuales, desde entonces, encabezarían la oposición contra los gobiernos posteriores, incluso hasta el momento actual. En las décadas de 1960 y 1970, con el advenimiento de las políticas norteamericanas, y el aval de los gobiernos de turno, de persecución a la marihuana y la cocaína, productos alucinógenos de fácil producción en Colombia, surgieron mafias alrededor del lucrativo negocio que se generó con su producción y exportación. Paralelamente con los hechos que propiciaron las épocas de violencia en Colombia entre 1948 y el momento actual, la educación básica se estructura por niveles que inician con la primaria, de cinco grados básicos, y seis en un segundo ciclo llamado bachillerato. Su metodología ha sido caracterizada como conductista y enmarcada por el desarrollo de la agricultura en lo rural y la industrialización en las principales ciudades del país. No sufrió grandes transformaciones entre 1950 y 1970, cuando se reconoce la importancia del derecho a la educación para niños y jóvenes, por encima de su inclusión en la vida laboral, hecho que incide en la ampliación de la cobertura para el ingreso a la educación superior. A partir de 1976, se reorganizan los niveles de la educación básica en los mismos 11 años, pero en los siguientes niveles: básica primaria de 1° a 5°; básica secundaria de 6° a 9° y media vocacional 10° y 11°. Esta estructura ha sufrido otras modificaciones, especialmente el reconocimiento a la importancia de la formación inicial: pre-jardín, jardín y pre escolar; así como la inclusión en el sistema educativo de las poblaciones vulnerables.

Como resultados de la nueva constitución de 1991, en materia educativa se promulgaron la ley 30 de 1992 que reglamentó la Educación Superior en Colombia y dos años más tarde la ley 115 de 1994 o ley general de la Educación en Colombia. Nuevamente se evidencian la falta de fundamentación para la administración del estado y el nivel de improvisación de los dirigentes, dado que primero se reglamentó la Educación Superior y luego el Sistema Nacional de Educación.

Dentro de los aspectos positivos de estas leyes, se promueve la creación de diferentes entidades encargadas de reglamentarlas y hacerlas operativas en cada uno de los niveles de la Educación. En particular la ley 115 propició la reorganización del currículo y los contenidos para los niveles de educación básica, media y vocacional, con la promulgación, en 1998, de los Lineamientos curriculares, luego los estándares básicos de aprendizaje y por último los derechos básicos de aprendizaje, así como la reglamentación de las prácticas de aula. De igual forma la ley 30 propicia la transformación de Colciencias, entidad del estado Colombiano, creada en 1968, como Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología y Fondo Colombiano de Investigaciones Científicas y Proyectos Especiales *Francisco José de Caldas*; que a partir de 1991 se reorganiza como Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, y en 2009 pasa a ser el Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación. Colciencias reúne en la actualidad, formalmente, toda la reglamentación, actividad y productividad de la investigación, así como a la comunidad de investigadores, colombianos o extranjeros, dedicados a ella.

Revisando los resultados de las últimas convocatorias de Colciencias para clasificar los grupos de investigación en Colombia (693 de 2014, 737 de 2015 y 781 de 2017), tabla 1.

| AÑO | CONV. N° | REGIS | AVALA | RECON | CUMPL | CATEG | CLASIF | CLAS INV. |
|------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-----------|
| 2014 | 693 | 5953 | 5869 | 3970 | 3840 | 3774 | 3840 | |
| 2015 | 737 | 6768 | 5796 | 4638 | 4458 | 4458 | 4458 | |
| 2017 | 781 | 7362 | 7362 | 5207 | 4566 | 4566 | 4566 | 13001 |

Tabla 4. Resumen Convocatorias Colciencias. **Fuente:** Colciencias y elaboración propia.

Luego de una primera lectura sobre las investigaciones reportadas, es posible apreciar que son pocos (menos de 50 en cada convocatoria), los grupos “reconocidos” dedicados a los asuntos de la investigación relacionada con las Matemáticas y menos aun los que aborden su enseñanza o aprendizaje. Además, sin profundizar en el volumen de la producción investigativa en Colombia antes de 1950, se podrá apreciar que el crecimiento de dicha producción a partir de 1970, y particularmente la relacionada con la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, está en proporción directa con el crecimiento de los programas de Maestría y Doctorado, ofrecidos por las universidades públicas y privadas, acciones incentivadas, fundamentalmente, por la legislación colombiana en materia educativa, y en forma particular por las leyes 30 (Ministerio de Educación Nacional, 1992) y 115 (Ministerio de Educación Nacional, 1994); de tal manera que la motivación por las **EM** parecen obedecer más a políticas y acciones gubernamentales, que al desarrollo y florecimiento natural de una cultura educativa o social alrededor de la formación y estudio de las matemáticas.

2.4. Elementos que propician el surgimiento de la EM en Colombia

Un recuento de los aportes más significativos en **EM** desde la década del 50, centrado en la productividad de investigadores europeos, norteamericanos, latinoamericanos, y cerrando con la producción de los personajes más visibles en Colombia, se entrega a continuación. Empezando con las teorías relacionadas con la forma de acceder al conocimiento, son varios los aportes que se han generado desde la segunda mitad del siglo 20, desde 1957 con los esposos Holandeses Piere y Dina van Hiele [14], quienes a partir de su experiencia con la enseñanza de la geometría, proponen un modelo con el que explican la forma como se produce el razonamiento en los educandos, alrededor de la adquisición y/o apropiación de un concepto, y que es adoptado y potenciado en el modelo de los profesores norteamericanos Susan Pirie y Thomas Kieren. [15], que fundamentan su propuesta en el constructivismo social de Vitgosky y la epistemología genética de Piaget; propuesta en la que, además, se adopta el concepto de comprensión²¹ [16]. Entre los aportes más significativos desde la filosofía para la **EM** se encuentra la propuesta de Hans Freudenthal (Holanda) [4], teoría en la que se soportan muchas de las más recientes investigaciones que sobre la didáctica de la matemática se vienen realizando. También en Europa (Francia), y en el mismo campo de la didáctica, surgen la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau [17], la misma que se empieza a gestar iniciando la década de 1970 así como la teoría de la transposición didáctica [18], dada a conocer en 1992, y los aportes sobre campos conceptuales y espacios de representación generados por el psicólogo cognitivo Gerard Vergnaud [19], quien es reconocido, más por sus innumerables aportes a la didáctica de las matemáticas, que en el campo de la psicología.

En relación con los aspectos motivacionales, desde lo eminentemente técnico y teórico en la enseñanza de las matemáticas, resulta relevante el aporte de la Psicología Constructivista sobre los aprendizajes significativos [20], del norteamericano David Ausubel, quien propone y trabaja sobre *el aprendizaje por exposición o recepción* por la década de 1970 y como respuesta a la propuesta sobre *el aprendizaje por descubrimiento* [21], que para ese entonces trabajaba Jeromy Brunner, de cuyos trabajos se derivan, en la actualidad, teorías como Enseñanza para la Comprensión (**EPC**), y la teoría **APOE**.

Desde los aspectos *actitudinales y de contexto*: la propuesta sobre Educación Matemática Crítica, del danés Ole Skovsmose [22], se constituye en una idea sobre la forma independiente con la que se deben asumir tanto el conocimiento matemático como su estudio y la forma de abordar los procesos de enseñanza y aprendizaje acordes con la época, y las situaciones socioculturales que rodeen al individuo. Para Skovsmose [22], la actitud del maestro y el contexto en el que se desenvuelve, es fundamental para mejorar la actitud de los educandos, el ejemplo expresado en la coherencia entre la

²¹ *El organismo de la experiencia se convierte en un constructor de estructuras comunicativas, que pretende resolver dichos problemas conforme el organismo los percibe o los concibe... entre los cuales se encuentra el problema interminable de las organizaciones consistentes de dichas estructuras que podemos llamar comprensión*

formación recibida, el adecuado ejercicio de la docencia y el estilo de vida que se lleve es, sin pensarlo o proponérselo, la herramienta más poderosa que tiene el maestro para trascender la vida de los educandos, y para provocar en ellos actitudes positivas o negativas frente al conocimiento y la educación.

A finales del siglo 20 y en los comienzos del 21 aparecen nuevas teorías sobre las que se soportan otros tipos de investigaciones en **EM**; surgen los trabajos [23], la reivindicación de la semiótica en los trabajos de los españoles Vicent Font [21] y Juan Díaz Godino [24]; los aportes de Bruno D'Amore [25]; [26], la Teoría sobre la habilidad para el cambio de Registros de Representación [27]; y en Latinoamérica, desde la última década del siglo XX ya se destacaban los trabajos del brasilero Ubiratan D'Ambrosio en Etnomatemática, y las adaptaciones de esta al caso mexicano donde, actualmente, el profesor Ricardo Cantoral se empodera y robustece la línea iniciada por sus coterráneos Carlos Imaz Jahnke y Eugenio Filloy Yague [28] en lo que decidieron llamar Matemática Educativa, con soporte en la Socioepistemología.

Inicialmente, de manera aislada, en Colombia contribuyeron de diferentes formas al paulatino pero continuo posicionamiento de la **EM** docentes e investigadores, vinculados con las Universidades oficiales y privadas del país, como Victor Albis, de la U. Nacional sede Bogotá; Carlos Eduardo Vasco [29] vinculado con las U. del Valle, del Cauca, y la Distrital Francisco José de Caldas de Bogotá; Martha Isabel Fandiño destacada por sus trabajos con D'Amore [25], Luis Carlos Arboleda [30] de la Universidad del Valle; Paola Valero desde la Universidad de Aalborg en Dinamarca; y con los inicios del nuevo milenio emergen otros investigadores vinculados con Universidades oficiales como la Universidad de Antioquia; la Universidad del Quindío; la Universidad Industrial de Santander (UIS); la Universidad Pedagógica Nacional; o privadas como, la Universidad de los Andes y la Universidad Antonio Nariño en Bogotá; **EAFIT**, y la Universidad de Medellín, en Medellín; investigadores fundadores o integrantes de grupos en **EM**, cuyos trabajos se han centrado en el fortalecimiento de tres líneas de investigación, dos de ellas que propenden por mejorar la motivación hacia el estudio y enseñanza adecuada de las matemáticas: la ya mencionada Enseñanza para la Comprensión [31], y la Modelación Matemática [32]; y la tercera, de trabajo social con las comunidades en las que la Etnomatemática se presenta con muchos investigadores adeptos, quienes no encuentran coherencia entre el conocimiento matemático que se ofrece y la realidad en la que se desenvuelven los estudiantes; tendencia esta, que se evidencia cada día más en Congresos Internacionales o en eventos Nacionales y Regionales sobre **EM** e **IEM**, bajo la constante preocupación y desarrollo de actividades de divulgación de experiencias significativas, en las que se promueve la enseñanza de las matemáticas en el contexto del alumno buscando con ello, más que reducir la deficiente formación matemática en las comunidades, presentar un conocimiento matemático pertinente y socialmente útil para sus integrantes.

3. Conclusiones

- La influencia, tanto en los inicios como en el desarrollo de la **EM** en Colombia, proviene, fundamentalmente de tres países Europeos: España con la formación de Doctores, y su continuos congresos centrados en la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática

(SEIEM); Francia, con la generación de teorías de aprendizaje como las de Vergnaud (TSD) y Brouseau (TTD); y, en la misma línea Dinamarca, con la propuesta de O. Skosmov sobre la EM. Crítica. En Latinoamérica, la influencia del profesor Brasileiro D'Ambrosio con la propuesta de la Etno - matemática, continuada e implementada con modificaciones por los Mejicanos liderados por Fillol, Yanke, bajo la asesoría de Dubinsky, con la llamada Matemática Educativa, sostenida y reactivada por Ricardo Cantoral, al fundamentarla en la socio-epistemología.

- Una de las principales motivaciones para la conformación de grupos de investigación en las distintas áreas del conocimiento en Colombia, está relacionada con la promulgación al inicio de la década de los 90, de las leyes 30 y 115, con las cuales se fijaron los parámetros para la organización del sistema educativo en todos sus niveles, y con las consecuentes reglamentaciones posteriores, así como con la implementación de las políticas de autoevaluación con fines de acreditación, a las cuales *libremente* debieron acogerse las instituciones de educación superior del país, so pena de perder su reconocimiento, más que ante la sociedad que previa y naturalmente las reconocía, ante los entes de vigilancia y control designados por el MEN²².
- La actividad de la EM en Colombia, exceptuando la ciudad de Barranquilla, ubicada en la Costa Caribe, está concentrada en cuatro ciudades de las zonas centrales del país, donde a su vez se tiene la mayor presencia poblacional: Bogotá, Medellín, Cali y Bucaramanga.

Referencias:

- [1] J. Kilpatrick; P. Gómez; y L. Rico, *“Investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. Educación Matemática”*: Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación Historia. Bogotá: Una Empresa Docente e Universidad de los Andes, 1-18, 1998.
- [2] A. Belisario; y F. González, *“Historia Social de la Educación Matemática en Iberoamérica: Historia de la Matemática”*, Educación Matemática e Investigación en Educación Matemática. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, N° 31 septiembre, 161-182, 2012.
- [3] N. Candelero, *“Elementos tomados de los Cursos Epistemología I y II; orientados por el profesor en Colombia”* en el marco del Doctorado en Artes, mención en Educación, ofrecido por la Universidad de Rosario Argentina, 2015.
- [4] H. Freudenthal, *“Didactical Phenomenology of Mathematical Structures”*. Mathematics Education Library 1; Springer, 1986, ISBN 9789027722614.
- [5] P. Berger; T. Luckmann; y S. Zuleta, *“La construcción social de la realidad”*. (Vol 975) Buenos Aires: Amorrortu, 1968.

- [6] E. Morín, M. Pakman, *“Introducción al pensamiento complejo”*. Barcelona: Gedisa. (1994).
- [7] E. Morín, *“Los siete saberes necesarios para la educación del futuro”*. Francia, Unesco, 1999.
- [8] S. Castillo; L. Arrieta; y M. E. Rodríguez, *“Epistemología y Método en Educación Matemática”*. Revista, Copérnico, III (4), 51-58, 2006.
- [9] A. Sierpiska; y S. Lerman, *“Epistemologías de las matemáticas y de la educación matemática”*. International Handbook of Mathematics Education, 827-876, 1996.
- [10] R. H. Torrejano, *“Historia de la Educación en Colombia: Un siglo de reformas (1762-1870)”*. Bogotá: Temis S.A. Corporación Universitaria Republicana, 2012.
- [11] A. Alvarez, *“Los Partidos Políticos y la Violencia en Colombia entre 1948 y 1953”*. Medellín, UPB. Facultad de Ciencias Políticas, 2013.
- [12] M. C. Herrera, *“Historia de la educación en Colombia. La República Liberal y la modernización de la educación: 1930-1946”*. Revista colombiana de educación, (26), 1 - 22, 1993.
- [13] M. C. Patiño, *“Apuntes para una historia de la educación en Colombia”*. Actualidades Pedagógicas, 1(64), 261-264, 2014.
- [14] A. De la Torre, *“Modelización del espacio y el tiempo”*. Medellín Editorial de la Universidad de Antioquia, 2003.
- [15] S. Pirie; y T. Kieren, *“A recursive theory of mathematical understanding”*. For the Learning of Mathematics, 9(3), 7-11, 1989.
- [16] E. Glasersfeld, *“The Construction of Knowledge”*. Seaside: Intersystems Publications, 1987.
- [17] C. A. Broitman, *“Didáctica de la matemática”*. La Plata. Universidad Nacional de la Plata. Depto. Ciencias de la Educación, 2013.
- [18] Y. Chevallard, *“La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado”*. Buenos Aires: Aique, 1997.
- [19] G. Vergnaud, *“La teoría de los campos conceptuales”*. Recherches en didactique des mathématiques, 10(2), 3, 133-170, 1990.
- [20] V. Font, *“Una organización de los programas de investigación en didáctica de las matemáticas”*. Revista **EMA**, 7(2), 127-170, 2002.
- [21] M. De Guzmán, *“Tendencias innovadoras en educación matemática”*. 1992.

²² MEN: Ministerio de Educación Nacional

- [22] O. Skovsmose, *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Una empresa docente. Traducción de Paola Valero. Universidad de los Andes. (1999)
- [23] F. Arzarello, y M. G. Bussi, "*Italian trends in research in mathematical education: A national case study from an international perspective*". In *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (243-262). Netherlands: Springer, 1998.
- [24] J. Godino, "*Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica*". Documento de trabajo del curso de doctorado «Teoría de la educación Matemática». Recuperado, vol. 6, 2003.
- [25] B. D'Amore, B. y M. I. Fandiño, "*Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes*". *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1), 39-68, 2007.
- [26] B. D'Amore, y J. Godino, "*El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática*". *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 10(2), 191-218, 2007.
- [27] R. Duval, "*Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación*". *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168.
- [28] C. I. Jahnke, *¿Qué es la matemática educativa?* Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN, *Memorias de la Primera Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*, (1987), 267-272, 2006.
- [29] C. E. Vasco, "*Siete retos de la educación colombiana para el periodo de 2006 a 2019*". *Pedagogía y Saberes* (24) 33-41, 2006.
- [30] L. C. Arboleda, "*Historia y Enseñanza de las Matemáticas*". *Revista de la Universidad Nacional de Colombia*. Bogotá, 1983.
- [31] L.E. Farías, "*Enseñanza para la comprensión: una experiencia en el aula universitaria*". *Educere*, 16(55), 283-291, 2012.
- [32] M. S. Biembengut; y N. Hein, "*Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática*". *Educación matemática*, 16(2), 105-125, 2004.



RECORRIDO HISTÓRICO DE LAS SUBSERIES DE LA SERIE ARMÓNICA

HISTORICAL DEVELOPMENT OF THE SUBSERIES OF THE HARMONIC SERIES

*Edilberto Sarmiento-Sarmiento * Carmen Pulido-Segura ** Andrés Riaño-Pulido ****

Resumen: se hace un recorrido histórico de las subseries de la serie armónica que son convergentes, ya que es bien conocido que esta serie diverge. Se presentan las series de Kempner (1914) e Irwin (1916) que se obtienen eliminando de la serie armónica una cierta cantidad de números naturales que contengan el dígito 9; desde entonces, varios autores han analizado las variaciones de esta idea, determinando la convergencia de subsumas similares de las series armónicas y calculando o estimando las sumas cuando son convergentes, hasta que Lubeck y Ponomarenko (2018) obtienen un resultado que caracteriza las subseries convergentes de la serie armónica.

Palabras clave: Serie armónica, series de Kempner, subsumas de la serie armónica.

Abstract a historical development of the harmonic series subseries that are convergent is made, since it is well known that this series diverges. The series of Kempner (1914) and Irwin (1916) which are obtained by removing from the harmonic series a certain amount of numbers containing the digit 9; since that, several authors have analyzed the variations of this idea, determining the convergence of similar sub-sums of the harmonic series and calculating or estimating the sums when they are convergent, until Lubeck and Ponomarenko (2018) obtain a result that characterizes the converging subsums of the harmonic series.

Key Words: Harmonic series, Kempner series, subsums of harmonic series.

1. Introducción

Se hace una revisión histórica de las subseries de la serie armónica, comenzando con el artículo de Kempner 1914 [6] donde el autor prueba que la serie obtenida eliminando todos los términos que contienen el dígito nueve de la serie armónica esta nueva serie contrario a lo que sucede con la

* Lic. En matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Maestría en matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Profesor Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. E-mail: edsarmientos@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2585-5983>.

** Lic. En Matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Magister En Ciencias Matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Profesora, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6893-8930>.

*** Matematico, Universidad Nacional de Colombia, Colombia. Maestría en Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia, Colombia. Profesor Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. E-mail: ajrianop@unal.edu.co. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2641-8750>.

armónica resulta convergente y prueba que su suma es menor de 90. Luego Irwin en 1916 [5] generaliza el resultado de Kempner y prueba la convergencia de subseries obtenidas de la armónica eliminando cualquier otro dígito un número fijo de veces y acota más precisamente la serie de Kempner. Después Farhi [4] estudia la convergencia y la suma de series de recíprocos de números que contienen un dígito d exactamente un número de veces n . Posteriormente Baillie [1,8] generaliza las series de Kempner al eliminar de la armónica los términos que contengan cualquier cadena de dígitos fija y obtiene algoritmos para calcular con precisión la suma de este tipo de subseries de la serie armónica. Por último, en 2018 Ponomarenko [7] encuentra un resultado que caracteriza la convergencia de las subseries de la serie armónica.

1. Desarrollo del tema

La serie armónica es la suma de los recíprocos de los números enteros positivos.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots$$

Su nombre se deriva del concepto de armónicos en la música: las longitudes de onda de los armónicos de una cuerda vibrante son $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, etc., de la longitud de onda fundamental de la cadena. Cada término de la serie después del primero es la media armónica de los términos vecinos.

El hecho de que la serie armónica sea divergente fue probado por primera vez en el siglo XIV por Nicole Oresme. Otras pruebas fueron dadas en el siglo XVII por Pietro Mengoli, Johann Bernoulli, y Jacob Bernoulli [3].

Históricamente, la serie armónica ha tenido cierta popularidad entre los arquitectos en particular en el período barroco, cuando la usaron para establecer las proporciones de los planos de planta, de las elevaciones, y para establecer relaciones armónicas entre los detalles arquitectónicos interiores y exteriores de iglesias y palacios.

En 1737 Euler demostró que la serie obtenida de la serie armónica eliminando algunos recíprocos de números enteros positivos y dejando únicamente los recíprocos de los números primos

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{11} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{23} + \dots$$

Es divergente.

Existen series obtenidas de la armónica eliminando algunos recíprocos de enteros positivos que son convergentes, por ejemplo

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} + \dots = 1$$

Para cada $b > 1$, las series geométricas de base entera $\frac{1}{b}$, son convergentes.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} + \dots = 1$$

1.1. Series de Kempner

La serie de Kempner es una modificación de la serie armónica, en la cual se omiten todos los términos cuyo denominador expresado en base 10 contiene al menos un dígito 9, es decir, es la serie

$$\sum_{n \in N_9} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{18} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{28} + \frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{88} + \frac{1}{100} + \dots$$

donde N_9 indica que n toma sólo valores enteros positivos cuya expresión en base decimal no contiene ningún 9. Esta serie fue estudiada por A. J. Kempner en 1914, [6]. Esta serie es interesante porque, al contrario que la serie armónica y en contra de la intuición (ya que aparentemente se eliminan pocos enteros positivos), es una serie convergente (Kempner demostró que su valor es menor que 90).

1.1.1. Prueba de Kempner

Escribiendo inicialmente:

$$\sum_{n \in N_9} \frac{1}{n} = \underbrace{\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right)}_{\alpha_1} + \underbrace{\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{88}\right)}_{\alpha_2} + \underbrace{\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{101} + \dots + \frac{1}{888}\right)}_{\alpha_3} + \dots$$

Puede notarse que la fracción más grande en α_n es el primer término $\frac{1}{10^{n-1}}$ y que α_n contiene menos de 9^n términos así que:

$$\alpha_n < \frac{9^n}{10^{n-1}}$$

$$\sum_{n \in N_9} \frac{1}{n} < \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n < \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n}{10^{n-1}} = 90.$$

Irwin en 1916 [5] Probó que al eliminar de la serie armónica aquellos términos cuyos denominadores contienen el dígito 9 al menos a veces y, al mismo tiempo, el dígito 8 al menos b veces, el dígito 7 al menos c veces, y así sucesivamente, el dígito 0 al menos j veces (donde a,b,c,d,e,f,j,h,i,j son enteros

mayores o iguales a cero dados), la serie así obtenida es convergente, para lo cual usó argumentos combinatorios.

También mejoró la cota para la suma de la serie de Kempner pues probó que

$$22.4 \leq \sum_{n \in N_9} \frac{1}{n} \leq 23.3$$

De otra parte, Baillie [1] y Wadha [9] obtienen el resultado de la serie de Kempner con una precisión de 20 decimales. El resultado de la serie es 22.92067 66192 64150 34816 (sucesión A082838 en OEIS)).

Schmelzer y Baillie [8] demuestran que las subseries de la serie armónica obtenidas eliminando los enteros que contengan una cadena fija X de dígitos converge y obtuvieron un algoritmo eficiente para el cálculo de la suma de estas series. Por ejemplo, la suma de $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ para los n que no contengan la cadena "42" en su expresión decimal es 228.44630 41592 30813 25415. Otro ejemplo más complicado, en el que se calcula la suma de $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ para los n que no contengan la cadena "314159" es 2302582.33386 37826 07892 02376. (Todos los valores numéricos aquí dados están redondeados en su última cifra decimal).

Se puede usar exactamente el mismo argumento con cualquier otro dígito omitido y el resultado también es cierto si se omiten sumandos que contengan cadenas de k dígitos en su expresión decimal. Por ejemplo, en el caso en el que omitimos todos los términos cuyos denominadores contengan la cadena "42". Este resultado puede demostrarse casi de la misma manera. Lo primero es darse cuenta que puede trabajarse con números en base 10^k en lugar de en la base 10 usual. En esta nueva base, cada conjunto de k dígitos de la expresión en base 10 representa a un solo dígito en la base 10^k , por lo que ahora la cadena de caracteres a sustraer está dada por un sólo "dígito" en la base utilizada. Adaptando la demostración dada arriba en base 10 a la base 10^k , se demuestra que estas series también convergen. Volviendo a la base 10, vemos que esta serie contiene todos los denominadores que se omiten para cualquier cadena de caracteres dada, así como denominadores que incluyen dicha cadena si esta no se encuentra representada por un "k-dígito" en una base 10^k . Por ejemplo, si se omiten los términos con un "42", en base 100 se puede omitir los términos 4217 y 1742, pero no el término 7421. Por tanto, el valor de esta serie siempre será mayor que el de la serie en la que se omitan todos los "42".

Farhi [4] estudió series de Kempner generalizadas. En particular, estudió las series de recíprocos de enteros positivos que tienen exactamente n veces un dígito, por ejemplo, la serie de los recíprocos que contienen exactamente 1 nueve:

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{19} + \frac{1}{29} + \frac{1}{39} + \frac{1}{49} + \frac{1}{59} + \frac{1}{69} + \frac{1}{79} + \frac{1}{89} + \dots + \frac{1}{91} + \frac{1}{92} + \dots + \frac{1}{98} + \frac{1}{109} + \frac{1}{119} + \dots + \frac{1}{189} + \dots$$

Por lo anterior, consideró la serie de Kempner generalizada, a saber, las sumas $S(d, n)$ de los recíprocos de los enteros positivos que tienen exactamente n veces del dígito d donde $0 \leq d \leq 9$ (de modo que la serie Kempner original es $S(9, 0)$). Mostró que para cada d la familia de sucesiones $S(d, n)$ para $n \geq 1$ es decreciente y converge al valor exacto $10 \ln 10$. Curiosamente, la sucesión no es decreciente comenzando en $n = 0$; por ejemplo, para la serie Kempner original se tiene:

$$S(9, 0) \approx 22.921 < 23.026 \approx 10 \ln 10 < S(9, n) \text{ para } n \geq 1.$$

La serie de Kempner $S(9, 0)$ converge muy lentamente. Baillie [1] mostró que, tras sumar 10^{27} términos, el error es aún mayor que 1.

En 1978 Baillie [1] publicó un método eficiente para calcular las diez sumas que surgen cuando se eliminan los términos que contienen cada uno de los dígitos "0" a "9". La suma con "9" eliminado es aproximadamente 22.92067. Pero la suma de todos los términos con denominadores hasta 10^{27} todavía difiere de la suma final en más de 1.

Luego en 2008 Baillie [8] desarrolló un método recursivo que permite expresar la contribución de cada bloque de $k+1$ dígitos en función de las contribuciones de los bloques de k dígitos para cualquier elección de dígitos omitidos. Esto permite un cálculo más rápido con mucho menor tiempo de cómputo y lo usa calcular sumas cuyos denominadores omiten cadenas de dos o más dígitos y $\frac{1}{s}$

también sumas de $\frac{1}{s}$ donde s no contiene dígitos impares, ni pares ni cadenas como "42" o "314159" o

incluso combinaciones de esas restricciones. Para el análisis de la convergencia de estas subseries en 2018 Ponomarenko [7] encuentra un resultado que caracteriza las subseries convergentes de la serie armónica.

Define que un subconjunto A de \mathbb{N} es r -convergente si la serie $\sum_{n \in A} \frac{1}{n^r}$ converge.

Para $x \in \mathbb{R}$, define $A(x) = |\{a \in A : a \leq x\}|$, el número de elementos de A menores o iguales a x .

Una medida comúnmente usada del tamaño de A es su densidad asintótica definida como:

$$d(A) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{A(x)}{x}$$

El resultado principal es que si $d(A) = 0$, entonces

$$\sum_{a_k \geq 1} \frac{1}{a_k} = \int_1^{\infty} \frac{A(x)}{x} dx.$$

En particular:

A es r -convergente si y solo si $\int_1^{\infty} \frac{A(x)}{x} dx$ converge.

También generalizó los resultados relativos a la convergencia de series tipo Kempner de la siguiente forma:

si $\lambda \in [0, 1]$, denota:

$$A^\lambda = \{n \in \mathbb{N} : (\#9 \text{ en } n) \leq \lambda(\# \text{ digitos en } n)\}$$

El caso especial A^0 está incluido y corresponde con las originales series de Kempner, A^1 es la serie armónica.

Además, prueba que A^λ es r -convergente y sólo si $\lambda < \frac{1}{10}$ y el resultado se generaliza para cualquier otro dígito d en vez de 9.

3. Conclusiones

1. Es impresionante que aunque la serie armónica diverge, existen muchas subseries de la serie armónica que son convergentes al eliminar algunos términos con características particulares por ejemplo, la serie de Kempner que elimina todos los elementos de la serie que contengan al menos un nueve.
2. Es sorprendente como un tema tan particular produzca una gran cantidad de trabajo para los matemáticos durante casi 100 años.
3. Es interesante ver cómo, a partir de cada artículo, se empiezan a generalizar resultados de tal forma que el tema avanza históricamente a partir del planteamiento de Kempner 1914 hasta 2018 con la caracterización de las subseries convergentes.
4. En cada artículo quedan problemas abiertos en términos del cálculo de este tipo de sumas y la implementación de algoritmos efectivos para el cómputo de la suma de las subseries.

Referencias

- [1] R. Baillie, "*Sums of reciprocals of integers missing a given digit, Amer*". Math. Monthly 86, 372-374, 1979.
- [2] G. H. Behforooz, "*Thinning out the harmonic series*". Math. Mag. 68 no. 4, 289-293, 1995.
- [3] C. H. Edwards, Jr. "*The Historical Development of the Calculus*". Springer-Verlag New York, Inc. 1979.
- [4] B. Farhi, "*A curious result related to Kempner's series*". Amer. Math. Monthly 115, 933-938, 2008.
- [5] F. Irwin, "*A curious convergent series, Amer*". Math. Monthly 23, 149-152, 1916.
- [6] A. J. Kempner, "*A curious convergent series*". Amer. Math. Monthly 21, 48-50, 1914.
- [7] B. Lubeck, V. Ponomarenko, "*Subsums of the Harmonic Series*". Amer. Math. Monthly 125:4, 351-355, 2018.
- [8] T. Schmelzer, R. Baillie, "*Summing a curious, slowly convergent series*". Amer. Math. Monthly 115, 525-540, 2008.
- [9] A. D. Wadhwa, "*Some convergent subseries of the harmonic series*". Amer. Math. Monthly 85 661-663, 1978.



PEDAGOGÍA DE LA IMAGINACIÓN: DIÁLOGO DE IMAGINACIONES EN LA ENSEÑANZA DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

PEDAGOGY OF IMAGINATION: DIALOG OF IMAGINATIONS IN THE TEACHING OF MATHEMATICAL REASONING

Luis Mauricio Rodríguez-Salazar Guillermo Samuel Tovar-Sánchez***

Resumen: ante la necesidad de diseñar nuevas estrategias para el desarrollo del razonamiento matemático, la epistemología de la imaginación se presenta como una opción actual al considerar como concepto fundamental el razonamiento simbólico-imaginativo en docentes y discentes. A través del método psico-sociogenético, el trabajo presenta algunas bases teóricas y epistemológicas que pueden servir a los docentes en la elaboración de nuevas estrategias de aprendizaje en su relación con los discentes. Los principales resultados que se ofrecen son la utilización del de lo que proponemos como diálogo de imaginaciones en el proceso enseñanza aprendizaje de la geometría en la educación básica y el razonamiento geométrico en la enseñanza de la medicina.

Palabras clave: Pedagogía de la imaginación, diálogo de imaginaciones, razonamiento matemático, razonamiento simbólico-imaginativo, método psico-sociogenético.

Abstract: given the need to design new strategies for the development of mathematical reasoning, the epistemology of the imagination is presented as a current option when considering as a fundamental concept the symbolic-imaginative reasoning in teachers and attendance. Through the psycho-sociogenic method, the work presents some theoretical and epistemological bases for the teachers in the development of new learning strategies with its attendance. The main results offered are the use of our proposal of dialog of imaginations on the teaching-learning process of geometry and geometric reasoning in the teaching of medicine.

Key Words: pedagogy of imagination, dialog of imaginations, mathematical reasoning, symbolic-imaginative reasoning, psycho-sociogenic method.

* Doctor en Matemática Educativa (**CINVESTAV-IPN**), México. Posdoctorado en Representación Cognitiva del Instituto de Investigaciones Filosóficas de la (**UNAM**), México. Docente-Investigador del Instituto Politécnico Nacional (**CIECAS-IPN**), México. E-mail: luismauriciors@gmail.com ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5472-4950>.

** Licenciado en Psicología, Universidad Autónoma de Puebla, México. Maestro en Ciencias en Metodología de la Ciencia, **CIECAS-IPN**, México. Participante de proyecto SIP- 20195356 **CIECAS-IPN**, México. E-mail: guillermo.sts@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0711-3257>.

1. Introducción

La epistemología de la imaginación fue propuesta hace más de una década por Rodríguez-Salazar [1], [2], basada en el enfoque de Piaget sin agotarse en ella, sino que va más allá en tanto propuesta post-piagetiana o piagetianismo del siglo XXI. Desde esta posición, la epistemología se entiende como una reflexión que emana de los propios científicos, es decir ya no como una especulación filosófica. Esto indica su autonomía como disciplina diferente de la filosofía de la ciencia.

Por su parte, el razonamiento matemático y la capacidad aparecen hoy como una capacidad previa para fortalecer la creatividad matemática en los niños [3], [4], [5]. Stolte, Kroesbergen y Van Luit, argumentan que la creatividad matemática "se opera comúnmente como pensamiento divergente" [4] compuesto por fluidez, flexibilidad y originalidad. Si bien la habilidad matemática es un necesario para la creatividad matemática, no es suficiente. Por lo tanto, se necesitan nuevas estrategias que vinculen ambos aspectos.

Al respecto, hay teorías post-piagetianas que podrían ayudar a una mejor comprensión de los procesos cognitivos en la creatividad matemática y el talento [6], [7], así como nuestra reciente propuesta post-piagetiana [8], [9]. De ese modo, es necesario abordar, desde un enfoque epistemológico actual, las bases teóricas para elaborar programas y estrategias de acción. En este sentido, la epistemología de la imaginación permite explorar nuevas formas teórico-pedagógicas enfatizando el componente simbólico, de donde surge la propuesta de una pedagogía de la imaginación.

Por lo tanto, el presente trabajo inicia abordando los aspectos fundamentales de la epistemología de la imaginación, para sentar las bases que permitirán esbozar la relación docente-discente como la entre el razonamiento simbólico-imaginativo y el matemático desde un diálogo de imaginaciones. Para ello se ofrecen algunos ejemplos, con el fin de configurar las bases teóricas sobre la enseñanza de los aspectos básicos de la geometría y su repercusión en el pensamiento geométrico en la enseñanza de la medicina, con énfasis especial en la medicina veterinaria. Finalmente, se presenta una breve reflexión a manera de conclusión abierta a la discusión.

2. ¿Qué es la epistemología de la imaginación?

La epistemología de la imaginación argumenta que el pensamiento simbólico es el vínculo que une las acciones operatorias con las acciones materiales: es la experiencia simbólico-imaginativa que permite la creación de realidades posibles sobre cómo resolver los problemas de la realidad tangible. Por lo tanto, el sujeto que observa el funcionamiento de algún artefacto (experiencia material) lo relaciona con su conocimiento y experiencia de fondo, creando imágenes o escenarios de realidades materialmente posibles (experiencia simbólica-imaginativa), para posteriormente diseñar algún producto que cumpla con una función generalizada (experiencia formal).

Esta propuesta de la epistemología de la imaginación se vincula con la idea kantiana de formas puras de comprensión, en donde la imaginación es un esquema libre de experiencia que, por un lado, se concibe como un pensamiento racional y, por otro, desempeña un papel mediador entre las intuiciones y los conceptos. [2].

En la misma línea kantiana, la imaginación, además de ser reproductiva, es también productiva en tanto facultad que sintetiza el conocimiento a priori. De esta manera, la imaginación no es una copia directa de la realidad, como tampoco producto de la fantasía o la especulación metafórica y filosófica de la realidad, sino el ápice del conocimiento que configura las posibles realidades en la cognición para ser devueltas a la realidad material en forma de solución.

Esta forma de entender la imaginación aún es limitada, por lo que la epistemología de la imaginación [1], [2] se remonta a las etapas de Piaget de la teoría del desarrollo psicógeno y los tres conjuntos de acciones que ilustran la relación sujeto-objeto, a saber: 1) materiales, que se refieren al acto del sujeto sobre los objetos de la realidad; 2) evocaciones, prolongaciones mentales de las acciones materiales que dan forma a la realidad; y, 3) operativa, organización de la realidad externa a través de representaciones formales.

La propuesta supone una noción extendida de experiencia para integrar la esfera simbólica en esta relación. Por lo tanto, sostiene *que los tres conjuntos de acciones coexisten en cada sujeto y continúan funcionando coordinados durante toda la vida, formando una estructura general de comportamiento cognitivo, es decir, una estructura cognitivo-conductual*, [1, p.164]. Esta nueva forma de relación se puede expresar en la siguiente figura:

$$\frac{MAO}{MAM} MAE \leftrightarrow \frac{A}{R} \leftrightarrow CIRP \frac{CIEF}{PIR}$$

FIGURA 1. Propuesta de Rodríguez-Salazar de la relación Sujeto-Objeto bajo la noción ampliada de experiencia. **Fuente:** Adaptación propia de la figura presentada en Rodríguez-Salazar [1, p.165]

En dicha figura, las abreviaturas MAO= Mecanismo de Acciones Operatorias; MAM= Mecanismos de Acciones Materiales; MAE= Mecanismos de Acciones Evocadas; A= Acciones; R= Realidad; CIRP= Configuraciones Imaginarias de Realidades Posibles; CIEF= Configuración en Imágenes de Estructuras Formales; PIR= Propiedades Intrínsecas de la Realidad.

Por lo tanto, la Figura 1 representa un modelo extendido de relación sujeto-objeto, donde los mecanismos de acción del sujeto impactan en la realidad material produciendo un conjunto de configuraciones cognitivas para estructurar formalmente la realidad. Así, cuando se presenta algún problema al sujeto, las configuraciones cognitivas producen algunas realidades posibles para resolverlo. Por lo tanto, esos escenarios imaginarios configuran los mecanismos de acción del sujeto para probarlos en la realidad para reestructurar la realidad. Esto produce un nuevo conjunto de configuraciones cognitivas y este proceso continúa.

Sin embargo, las acciones evocadas tienen un valor epistemológico especial que consiste en *crear las configuraciones imaginarias de realidades materialmente posibles*, [1, p.167]. Por lo tanto, se interpreta en este trabajo que la imaginación es el vínculo entre la realidad material y la realidad formal, pero también entre las esferas mental y social. Dicho de otra manera, el sujeto individual llega al mundo social mediante el paso de lo material a lo formal. Por lo tanto, a través de estas configuraciones mentales, el sujeto organiza formalmente la realidad material, lo cual es obvio en la matemática, pero en cuanto a la realidad socialmente aceptada, implica que la subjetividad se objetiva a través de dicha organización. Se observa así que la epistemología de la imaginación ofrece un modelo para comprender la realidad social a través de las acciones con las que el sujeto estructura formalmente su realidad.

Rodríguez-Salazar [2, p.89] argumenta que este proceso de estructuración es *llevado al campo social y en el marco de la epistemología genética, Piaget establece un paralelismo entre las estructuras de inteligencia práctica y las operaciones formales, con las estructuras de los grupos sociales*. Así, Rodríguez-Salazar y Rosas-Colín [10] también sostienen desde una posición post-piagetiana que la forma y la función del pensamiento son de naturaleza social, mientras que el contenido del pensamiento es individual. En este trabajo, se argumenta que, aunque el factor social no es unideterminante para la estructura y función del pensamiento, adquiere un carácter co-evolutivo con el valor cognitivo que tienen las estructuras imaginativas de símbolos, así como su intermediario.

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019

3. El pensamiento simbólico y la Matemática

Según Piaget, la explicación psicogenética oscila entre las esferas fisiológica y lógica, que consiste en explicar cómo es posible y de qué manera se lleva a cabo la estructuración de las etapas operatorias. Lo que significa que este tipo de explicación se basa en conocer el proceso evolutivo cognitivo del sujeto en la superación de las etapas iniciales a terminales.

Piaget [11] propone dos etapas generales de desarrollo cognitivo. El primero es el sensorial-motor, donde las estructuras se basan en la satisfacción de las necesidades. El segundo es el operativo, que se compone de tres momentos: 1) preoperatorio [aunque esto se considera más como un vínculo entre la primera y la segunda etapa], que consiste en la adquisición del lenguaje y en las primeras configuraciones de acciones intencionales sin conformar un todo estructurado. 2) Operaciones concretas, donde el sujeto establece la relación directa con el entorno y regula esta relación en base a esquemas mentales de acción. Y, 3) operaciones formales, donde el sujeto puede lograr la abstracción de la realidad desarrollando un pensamiento hipotético-deductivo.

En consecuencia, el hecho psicológico consta de tres aspectos inseparables: 1) estructura de comportamiento (aspecto normativo-cognitivo); 2) economía o energía (aspecto afectivo [valores]); y 3) sistemas de símbolos (significantes de las estructuras operatorias). Por lo tanto, se observa que el hecho psicológico puede estudiarse desde los aspectos estructurantes de la realidad, lo que lleva a determinar cuáles son los valores del sujeto; significa cuáles son esas cosas que causan placer o

desagrado y las observa más tarde con sus estructuras y valora los significados que el sujeto asigna a los objetos.

En ese sentido, Piaget [12] en sus lecciones de *“La psychologie de l’intelligence”* publicados en 1947 sostiene que existe mucho trabajo por hacer *entre la inteligencia preverbal y el pensamiento operatorio para que se constituyan los agrupamientos reflexivos y, si hay continuidad funcional entre los extremos, es indispensable construir una serie de estructuras intermedias en niveles múltiples y heterogéneos*, [12, p. 156].

Derivado de la función semiótica [13], (p. 64) que aparece al final de la etapa sensorial-motora, el sujeto configura un conjunto de operaciones que se dividen en dos tipos de instrumentos: el símbolo y el signo. Piaget [12] (pp. 160-161) establece que todo tipo de actividad motora o cognitiva es simbólica en la medida en que consiste en relacionar un significante con una realidad significada, mientras que el signo consiste en convenciones arbitrarias sobre la realidad; es decir, los signos, como unidad conceptual, son sociales mientras que el símbolo es individual. Sin embargo, cualquier símbolo puede ser colectivo ya que se socializa con un grupo, por lo que está configurado como mitad símbolo y mitad signo. De esa manera, el lenguaje matemático corresponde a los signos, mientras que el razonamiento matemático constituye una especie de configuraciones simbólicas colectivas.

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019

4. Diálogo de imaginación docente-discente en el razonamiento geométrico

De acuerdo con la propuesta psicogenética de Piaget, la cual retoma la epistemología de la imaginación, antes del lenguaje hablado el sujeto adquiere construye un lenguaje simbólico, en el que los esquemas de acciones materiales comienzan a convertirse esquemas de acciones que evocan situaciones ausentes dando origen a los esquemas simbólicos. Estos esquemas aparecen en un juego de imaginaciones que contribuyen a la comprensión de los signos a través de este lenguaje simbólico que puede definirse como una función simbólica general, base de nuestra propuesta de diálogo de imaginaciones.

Esta propuesta se materializa con el caso del triángulo, que es una figura geométrica de tres ángulos, cuando en realidad estamos hablando de un trilátero, que es una figura geométrica de tres lados, que desde el punto de vista conceptual, nos lleva a una configuración imaginaria distinta, como se puede observar en la figura 2. Los tres lados, por lo que sería un trilátero, se representan con las letras a, b, c, mientras que los ángulos, por lo que entonces sería un triángulo, están representados por las letras griegas α , β , γ , en donde A, B, C corresponden a los vértices. Estaríamos hablando entonces de un triángulo y un trilátero integrados en el mismo polígono.



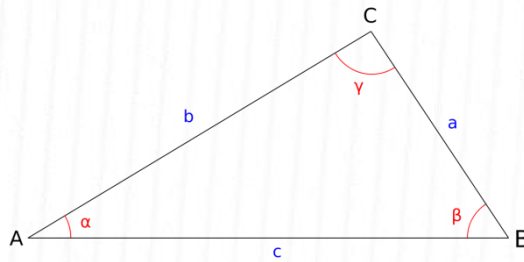


Figura 2. En geometría, un ángulo interior o ángulo interno es un ángulo formado por dos lados de un polígono que comparten un vértice común, contenido dentro del polígono. Un polígono simple tiene sólo un ángulo interno por cada vértice. En la figura, A, B y C son los vértices del triángulo, mientras que a, b y c son los lados del triángulo, mientras que los ángulos están representados por las letras griegas (α , β , γ) alpha, beta, gamma. **Fuente:** Fundación Wikimedia Inc. [12].

No obstante, su definición de diccionario es *Figura geométrica de tres lados y tres ángulos*, que desde nuestra propuesta el gran problema de la educación es que se enseñan definiciones rígidas y no conceptos moldeables que permiten llegar de mejor manera a su comprensión. Su concepción como figura de tres lados, triláteros, pueden ser, de acuerdo con la forma de sus lados: equilátero (sus tres lados iguales); isósceles (dos lados iguales y uno desigual) y escaleno, como el de la figura 3, pero con una variabilidad de acuerdo con los ángulos que lo forman.

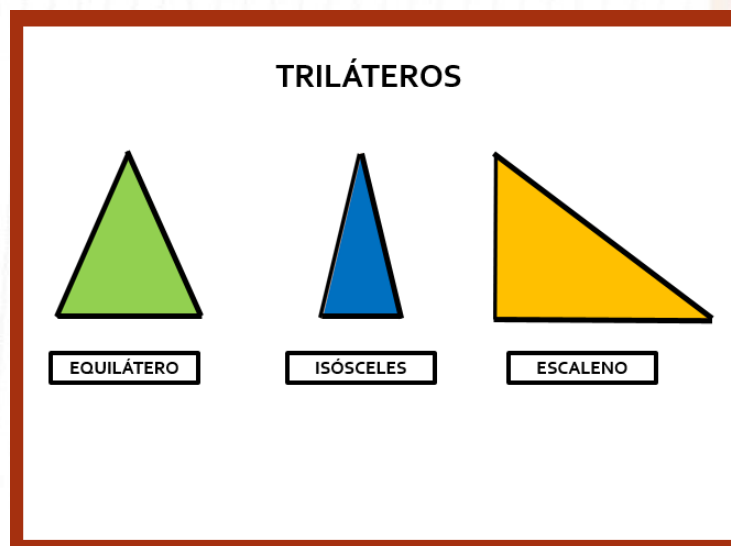


Figura 3. Triláteros equilátero, isósceles y escaleno. **Fuente:** elaboración propia.

Esto nos lleva a su conceptualización como de triángulo, que varía de acuerdo con la forma de sus ángulos en: rectángulo, también llamado ortogonio (uno de sus ángulos es recto: 90°); obtusángulo en el que uno de sus ángulos es obtuso (mayor que uno recto pero menor que uno llano: más de 90° y menos de 180°) y acutángulo, el que sus tres ángulos son agudos (miden menos de 90°), como el de la figura 4, como acabamos de señalar.

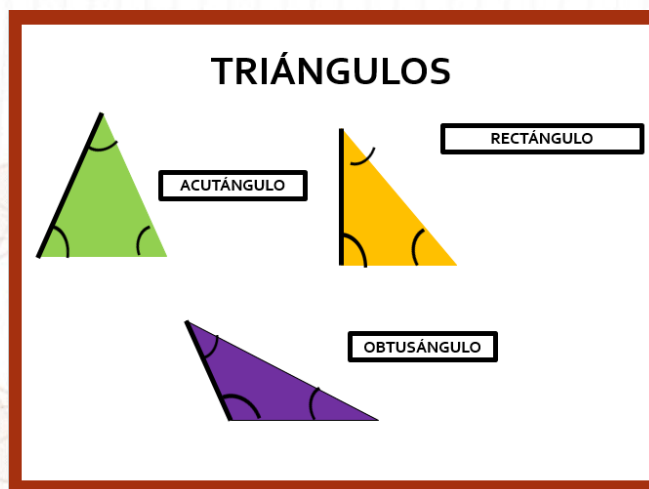


Figura 4. Triángulos acutángulo, rectángulo y obtusángulo. **Fuente:** elaboración propia.

La primera impresión es que esto en lugar de ayudar complica su comprensión. Sin embargo, desde nuestra propuesta epistemológica llevada a la enseñanza de la ciencia, nos lleva a romper con la educación memorística y visual, por lo que no presentamos figuras ni pedimos que lo memoricen, que se sitúen en una educación conceptual, en donde las imágenes mentales las construye el sujeto a través de los conceptos, a lo que llamamos configuraciones imaginarias de realidades posibles. Esta disertación, que no es una digresión, se hizo para exponer algo más cercano a lo que venimos presentando, el cuadrilátero, que de manera general puede ser definido como una figura de cuatro lados, que si los lados son paralelos dos a dos, se trata de un paralelogramo cuadrilátero equilátero y si sus ángulos son rectos, sería entonces un paralelogramo cuadrángulo rectángulo equilátero (figura 5).

En cambio, el rectángulo que conocemos, como si ese fuera su nombre, sería un paralelogramo cuadrángulo rectángulo isósceles, ya que sólo dos de sus lados son iguales, aunque sí paralelos dos a dos (figura 5).

De ese modo, el pensamiento simbólico ayuda a la conceptualización de los objetos, a su estructuración cognitiva para contrastar con los objetos de la realidad. Por consiguiente, el proceso enseñanza-aprendizaje en el aula se da desde un lenguaje simbólico que permitan la conceptualización y no sólo sus definiciones por medio de lo que proponemos como un diálogo de imaginaciones en la enseñanza de los conceptos básicos de la geometría.



Figura 5. Paralelogramos equilátero e isoscélico. **Fuente:** elaboración propia.

Lo anterior se puede trasladar como generalización y grado de abstracción realizada de la geometría como pensamiento geométrico en la enseñanza de la anatomía veterinaria como se propuso en un trabajo reciente [14]. De ese modo, se puede decir que la cavidad oral en los gatos, para su descripción anatómica, puede ser considerada como un cubo por su poca profundidad (Figura 6 B). En cambio, en el caso del perro, esto depende de la raza, como en el caso de los Pug (Figura 6A) que los huesos de la cara se desarrollan poco quedando el rostro con menor longitud que el cráneo y técnicamente se les identifican a esas razas como perros braquicéfalos, en los que también la cavidad oral es como un cubo.

En el caso del Pastor Alemán (Figura 6C), los huesos de la cara tienen mayor desarrollo y se extienden dando mayor longitud a la cara que la del cráneo. Por la forma de la cara de estas razas de perros se identifican como dolicocefalos, en este caso la cavidad oral es más bien un ortoedro: un paralelepípedo ortogonal, también llamados paralelepípedo rectangular, que es una figura tridimensional en forma de caja, en donde la dimensión que predomina es la longitud (Figura 6C). En cambio, el cubo es un caso especial de ortoedro, en el que sus seis caras son cuadrados iguales, no predomina ninguna dimensión (Figuras 6A, 6B).

Una vez descrita su ubicación espacial de la lengua al interior de la cavidad oral, pasaremos a la descripción anatómica de este órgano, en donde el pensamiento geométrico nos ayuda a describirla como un cuerpo tridimensional, por lo que su forma presenta una longitud, anchura y altura o espesor. Se puede decir entonces que la lengua está formada por tres partes denominadas raíz, cuerpo y ápice. La raíz forma el extremo caudal que se funde con la musculatura extrínseca y se continúa con la faringe en la parte más profunda de la cavidad oral en su límite caudal. El cuerpo forma la parte media y se ubica entre las piezas dentales premolares y molares de ambos lados al

estar cerrada la boca y el ápice forma el extremo rostral libre que tiene forma de espátula o de punta (Figura 6C).

El ejemplo que manejamos fue la cavidad oral, que en los perros dolicocefalos (cara alargada) tiene forma de ortoedro alargado, o en los braquicefalos (cara corta) que tiene forma de cubo. Ambas figuras tienen seis lados, por lo que en anatomía se estudian los límites de esos seis lados, como se describió en cavidad oral (Figura 6). Como se sabe, los tres ejes X, Y, Z, son producto del razonamiento formal, para poder trabajar en esas tres dimensiones, no sólo en anatomía e histología, sino también para representar la ubicación espacial de cualquier cuerpo en un espacio determinado. Son configuraciones imaginarias, desde la propuesta de la epistemología de la imaginación, que en geometría los tres ejes son tres líneas imaginarias que se cortan perpendicularmente en un punto denominado origen.

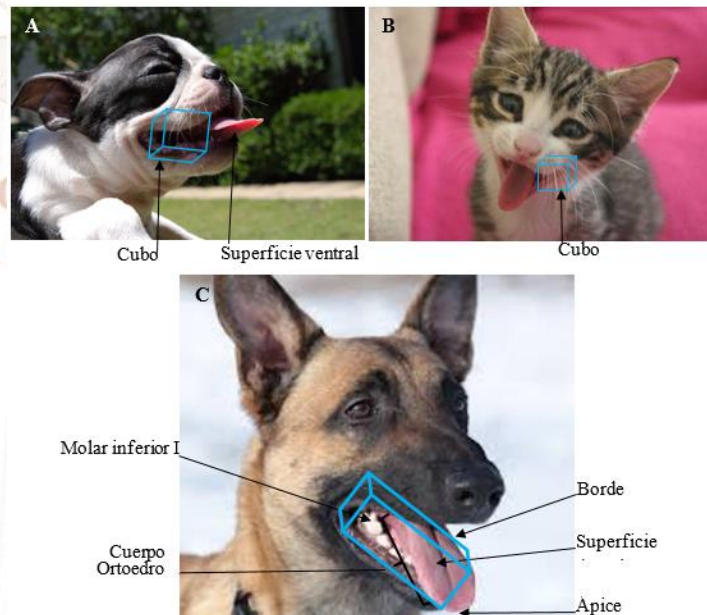


Figura 6. Lengua parcialmente fuera de la cavidad oral de perro y gato. Con el pensamiento geométrico de la anatomía, la cavidad oral recuerda la forma de un cubo como en los perros braquicefalos (A) que tienen la cara más corta que el cráneo o en los gatos (B) pero en los perros dolicocefalos que tienen la cara más larga que el cráneo, es de forma ortoédrica (C) o sea como una caja alargada. En las tres imágenes la lengua está expuesta parcialmente fuera de la cavidad oral. La parte más profunda, la raíz, no se alcanza apreciar, así como la superficie ventral por su ubicación en B y C. Al cerrar la boca los animales, la lengua queda dentro de la cavidad oral y no se puede ver por lo cual se debe generar la configuración imaginaria de la lengua en la mente del docente y del

discente. Fuente: MR. Oliver González, CG. García Tovar, CI, Soto Zárate, G. Garrido Fariña y LM. Rodríguez Salazar, [14].

Las posiciones se calculan midiendo la posición lateral, la altura y la profundidad para nuestra ubicación espacial. Así tenemos que el eje X va de izquierda a derecha, el eje Y de abajo arriba y el eje Z de atrás a delante. Aplicando esto en lengua, el eje X sería lo ancho, de borde a borde, el eje Y sería el espesor, de superficie ventral a dorsal el eje Z la longitud, del ápice a la raíz [15], citado en [14].

Una vez descrito este ejemplo, se puede inferir la propuesta de este trabajo, esta se resume en que desde el nivel básico, la educación debería de partir del aforismo del pórtico por el que se accedía al templo de Apolo en Delfos: conócete a ti mismo. Para el caso de la anatomía, no se debe enseñar en el nivel básico como si se tratara de algo externo y hasta ajeno al niño, sino como un proceso de irse conociendo a sí mismo, aumentando en el nivel de profundidad en los niveles subsecuentes, lo cual conlleva el aumento en el nivel de abstracción.

5. Reflexión final a manera de conclusión

La epistemología de la imaginación propuesta por el primer autor, postula que al generar configuraciones imaginarias de realidades posibles en la mente de un sujeto, diseña sus estrategias experimentales y selecciona o crea los instrumentos necesarios para reproducir los fenómenos artificialmente, y así llevar la configuración imaginaria de la realidad a modelos elaborados como razonamiento formal. Ahí se refleja la triada de acciones cognitivas: las acciones simbólico-imaginativas, acciones prácticas y acciones formales. Si en los procesos de investigación se configuran realidades posibles, se desarrollan metodologías para representar esas configuraciones para llevar la imaginación a la realidad.

Por tanto, se puede argumentar que con la coordinación y comunicación de las esferas que conforman la tríada cognitiva y con los mecanismos de acción (figura 1), se pueden desarrollar esquemas y estructuras fortalecidos en el niño, también extendiendo la experiencia hacia lo simbólico, para lograr la formalización de dichas imágenes en signos matemáticos. Si la práctica del maestro toma en consideración que el desarrollo del pensamiento simbólico ocurre a través del desarrollo de estructuras sensorio-motoras configuradas en imágenes que luego se llevan a formas de acciones evocadas, se pueden organizar estrategias que fortalezcan estas asimilaciones considerando el desarrollo evolutivo de la inteligencia en el niño. La afirmación anterior podría ser el principio de enseñanza del razonamiento matemático y la creatividad. Esta propuesta alienta al juego de la construcción a superar la inhibición en el razonamiento matemático, utilizando lo simbólico como un vínculo entre, no solo la creatividad y la capacidad matemática [4], sino también las esferas social y cognitiva.

De ese modo, se sostiene que el caso de la geometría en la educación básica, no debería ser enseñada como figuras geométricas con nombres propios, sino como el diálogo de imaginaciones para crear

imágenes a partir de los conceptos, en donde el alumno forma la imagen mental de la figura y la expresa en la realidad, o bien, la identifica cuando se la muestran. De esta manera, la educación tradicional de la geometría por visualización, busca enseñar las definiciones a partir de las imágenes y no la construcción de imágenes a partir de los conceptos, por lo que es necesario reforzar y abordar desde este enfoque el proceso de enseñanza aprendizaje haciendo énfasis en los aspectos simbólicos del concepto.

Así el diálogo de imaginaciones corresponde con indagar sobre las maneras en las que los sujetos configuran imágenes sobre la realidad, cómo las configuran, lo que permitiría contestar cómo los niños resuelven problemas. El caso del rectángulo nos muestra un claro ejemplo de esto, pues cuando se enseña la definición nominalista (el nombre de las cosas) de rectángulo, inmediatamente el sujeto configura en su mente la imagen de un cuadrilátero isoscelico, sin que aquel tenga claro el concepto dirigiéndolo hacia una confusión conceptual considerada obstáculo epistemológico. En cambio, si se enseña al sujeto a comprender los conceptos y así poder configurar en su mente las imágenes que corresponden con el concepto, puede desencadenar la configuración geométrica correcta. Así, el docente, para enseñar la geometría, puede empezar por conceptualizar lo trilateros, luego los triángulos y finalmente la combinación de estos para su resultado en un paralelogramo con x ángulos de x tipo y x lados, como se muestra en las figuras 3, 4 y 5.

En cuanto al pensamiento geométrico aplicado a la anatomía, no se restringen a la ubicación espacial de los órganos en sus cavidades, sino que ayuda a la mejor ubicación espacial del sujeto en el entorno, que junto con la categoría de tiempo, es una de las grandes categorías kantianas. Por tanto, en la educación básica, la geometría no debería ser enseñada como figuras geométricas con nombres propios, sino como la configuración imaginaria a partir de los conceptos, en donde el alumno forma la imagen mental de la figura y la expresa en la realidad, o bien, la identifica cuando se la muestran.

En resumen, el trabajo tiene el objetivo de contribuir en la modificación de los procesos de enseñanza-aprendizaje desde el diálogo de imaginaciones entre docentes y discentes. No obstante, hay mucho todavía por hacer en el campo simbólico del desarrollo cognitivo de los seres humanos. Por tanto, la sistematización teórica del razonamiento matemático desde el diálogo de imaginaciones puede ser un primer paso para avanzar hacia otras dimensiones del razonamiento. De esa forma, este trabajo presenta uno de los argumentos propuestos por nuestro grupo de investigación Novo Cimento, cuyo objetivo es proponer una alternativa epistemológica en el estudio del conocimiento y sus mecanismos en el tema y su relación con el entorno. Por lo tanto, es el esfuerzo colectivo el que desarrolla las ideas de una epistemología que toma una posición desde la reflexión científica para ubicarse al este del paradigma tradicional y enfrentar los desafíos del siglo XXI [17].

Reconocimientos

Los autores dan reconocimiento al apoyo a los Proyectos **SIP** 20195356 del Instituto Politécnico Nacional, México y **PAPIIT IN** 400319 de la Universidad Nacional Autónoma de México, México.

Referencias

- [1] L. M. Rodríguez-Salazar “*Epistemología de la imaginación.*” El trabajo experimental de Ørsted. México: Corinter. 2015
- [2] L. M. Rodríguez-Salazar “*La imaginación en Kant y la epistemología de la imaginación.*” En Monroy-Nasr & Rodríguez-Salazar (Editores), “Imaginación y conocimiento de Descartes a Freud.” México: Corinter, 2016, 75-96
- [3] P. S. Huang, S.L. Peng, H.C. Chen, L.C. Tseng & L.C. Hsu, “*The relative influence of domain knowledge and domain-general divergent thinking on scientific creativity and mathematical creativity.*” Thinking Skills and Creativity. 2017 <http://dx.doi.org/10.1016/j.tsc.2017.06.001>
- [4] M. Stolte, E. H. Kroesbergen & J. E. H. Van-Luit, “*Inhibition, friend or foe? Cognitive inhibition as a moderator between mathematical ability and mathematical creativity in primary school students.*” Personality and Individual Differences, 2018 <https://doi.org/10.1016/j.paid.2018.08.024>
- [5] E. M. Schoevers, P. M. Leseman, E. M. Slot, A. Bakker, R. Keijzer & E. H. Kroesbergen, “*Promoting pupils’ creative thinking in primary school mathematics: A case study.*” Thinking Skills and Creativity. 2019 <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2019.02.003>
- [6] F. Guénolé, M. Speranza, J. Louis, P. Fournieret, O. Revol & J. M. Baleyte, “Wechsler profiles in referred children with intellectual giftedness: Associations with trait anxiety, emotional dysregulation, and heterogeneity of Piaget-like reasoning processes.” European journal of paediatric neurology 19, 402-410 2015. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejpn.2015.03.006>
- [7] N. Kivkovich, “*A tool for solving geometric problems using mediated mathematical discourse (for teachers and pupils)*” Procedia - Social and Behavioral Sciences 209, 519 – 525 2015 doi: 10.1016/j.sbspro.2015.11.282.
- [8] L. M. Rodríguez-Salazar & G. S. Tovar-Sánchez, “*What is epistemology of the imagination? Theory-epistemological bases to mathematical reasoning*”. In Marianne Nolte (Editor) Including the Highly Gifted and Creative Students – Current Ideas and Future Directions. Proceedings of the 11th International Conference on Mathematical Creativity and Giftedness (MCG 11), 22.08.2019 – 24.08.2019, Universität Hamburg, Germany, 2019 pp. 79-85
- [9] L. M. Rodríguez-Salazar, C. P. Rosas-Colín & R. D. Martínez-García, “*Pedagogy of imagination: epistemological foundations to develop mathematical thinking in preschool students*”. In Marianne Nolte (Editor) Including the Highly Gifted and Creative Students – Current Ideas and Future Directions. Proceedings of the 11th International Conference on Mathematical Creativity and Giftedness (MCG 11), 22.08.2019 – 24.08.2019, Universität Hamburg, Germany, 2019 pp. 311-318

- [10] L. M. Rodríguez-Salazar & Rosas-Colín, "Bases teórico-metodológicas de una epistemología de la imaginación: ¿por qué Piaget?" En Rodríguez-Salazar, Quintero-Zazueta & Hernández-Ulloa (coord.) "Razonamiento Matemático Epistemología de la Imaginación (Re)pensando el papel de la epistemología en la Matemática Educativa." Barcelona, España: Gedisa Cinvestav-IPN. 2011, pp. 33-92.
- [11] J. Piaget, "Introducción a la epistemología genética. 3. El pensamiento biológico, psicológico y sociológico." México: Paidós Psicología Evolutiva. 1950/1994.
- [12] J. Piaget, "La psicología de la inteligencia. Lecciones en el collegè de france." Argentina: Siglo veintiuno editores. 1947/2013.
- [11] J. Piaget. B. Inhelder, "Psicología del niño." Madrid: Editoriales Morata S.L. 1969/2000.
- [12] Fundación Wikimedia Inc. (2017). Ángulo interior. Wikipedia. https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81ngulo_interior Recuperado el 8 de octubre de 2017.
- [13] S. Trifu, A. Trifu & I. Trifu, "Psychic functions and processes with princeps role in learning." Procedia - Social and Behavioral Sciences 217, 421 - 429, 2016 doi: 10.1016/j.sbspro.2016.02.003.
- [14] MR. Oliver González, CG. García Tovar, CI, Soto Zárata, G. Garrido Fariña y LM. Rodríguez Salazar, "Epistemología de la imaginación: el pensamiento geométrico en la enseñanza de la anatomía y la histología", Lat. Am. J. Sci. Educ. 4, 22061 (2017).
- [15] A. Viarouge, O. Houdé & G. Borsta, "The progressive 6-year-old conserver: Numerical saliency and sensitivity as core mechanisms of numerical abstraction in a Piaget-like estimation task." Cognition 190, 137-142, 2019 <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2019.05.005>
- [16] D. Garrosa-Sastre, "El concepto de dimensión. Los ejes XYZ." 1998 <https://www.infor.uva.es/~descuder/proyectos/animacion/Ejes.htm>. Recuperado el 5 de oct 2017
- [17] L. M. Rodríguez-Salazar & F. Díaz-Barriga, "Al este del paradigma: Miradas alternativas en la enseñanza de la epistemología." México: Gedisa, 2018



POTENCIALIDADES EDUCATIVAS DE LA HISTORIA EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

EDUCATIONAL POTENTIAL OF HISTORY IN MATHEMATICS EDUCATION

Miguel Escalona-Reyes Laura Givelly Peña-Garzón** Osvaldo Jesús Rojas-Velázquez ****

Resumen: los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la Matemática, han sido a lo largo de los años objeto de investigación, debido a las insuficiencias que históricamente presentan los estudiantes para su aprendizaje; son disímiles las propuestas y tendencias existentes para la enseñanza de esta materia, las cuales priorizan elementos importantes del proceso, en dependencia de la teoría o enfoque que asuma el investigador. Una de ellas es conocida como el historicismo en la Educación Matemática, la cual consiste en emplear recursos históricos relacionados con aquellos que fundaron las bases científicas de la cultura matemática que hoy se disfruta. Por otra parte, la Historia de la Matemática como disciplina, generalmente considera en sus textos a reconocidos matemáticos que han realizado aportes significativos a esta ciencia, descuidando las potencialidades educativas que tienen la vida y obra de matemáticos, que han realizado contribuciones importantes al desarrollo de esta ciencia o a su enseñanza en localidades mucho más cercanas a los educandos. Es por ello, que en el presente trabajo, se hace un análisis de la utilización de la historia de la matemática en los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta materia en la actualidad. En este proceso se reconoce la vida y obra de algunos matemáticos de la región, que han dedicado su vida al desarrollo de esta ciencia o a su enseñanza en los últimos años, resaltándose los principales resultados y aportes a la Educación Matemática.

Palabras clave: Educación Matemática, Historia de la Matemática, enseñanza, aprendizaje.

* Licenciado en Educación Especialidad Matemática Computación, Instituto Superior Pedagógico “José de la Luz y Caballero”, Cuba. Máster en Didáctica de la Matemática, Doctor en Ciencias Pedagógicas, Universidad de Ciencias Pedagógicas “José de la Luz y Caballero”, Cuba. Afiliación: Universidad de Holguín, Cuba. E-mail: miguelescalrey@gmail.com, mescalonar@uho.edu.cu. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4120-7310>

** Licenciada en Matemáticas, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Colombia. Especialista en Informática para la Docencia, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Colombia. Magister en Educación Matemática, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Colombia. Afiliación: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Colombia. E-mail: laurgiv13@gmail.com, lauragivelly.pena@uptc.edu.co. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4488-9393>

*** Licenciado en Matemáticas, Universidad de Ciencias Pedagógicas “José de la Luz y Caballero”, Cuba. Doctor en Ciencias Pedagógicas, Universidad de Ciencias Pedagógicas “José de la Luz y Caballero”, Cuba. Afiliación: Universidad Antonio Nariño, Colombia. E-mail: orojasv2301@gmail.com, orojasv69@uan.edu.co. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9015-2400>

Abstract: the teaching and learning of mathematics, have been over the years under investigation, because of the inadequacies that historically students present their learning; are dissimilar proposals and trends for the teaching of this subject, which prioritize important elements of the process, depending on the theory or approach that assumes the researcher. One of them is known as historicism in mathematics education, which is to use historical resources related to those who founded the scientific basis of mathematical culture that enjoys today. Moreover, the history of mathematics as a discipline, usually considered in their texts recognized mathematicians who have made significant contributions to this science contributions, neglecting the educational potential with the life and work of mathematicians who have made significant contributions to the development of this science or teaching in places much closer to learners. That is why, in the present work, an analysis is made of the use of the history of mathematics in the teaching and learning processes of this subject at present. This process recognizes the life and work of some mathematicians in the region, who have dedicated their lives to the development of this science or its teaching in recent years, highlighting the main results and contributions to Mathematics Education.

Key Words: Mathematics Education, History of Mathematics, teaching, learning.

1. Introducción

Afrontar los retos que actualmente se le imponen a la Educación Matemática en todas partes del mundo resulta tarea difícil, debido entre otros factores, a los constantes avances de la ciencia y la técnica; para lograr éxito en esta empresa es necesario reconsiderar los métodos de enseñanza y de aprendizaje tradicionales, así como valorar la posibilidad de buscar nuevas formas, que sean de interés para los estudiantes y profesores, de acuerdo a los contenidos que se imparten y el nivel educacional en que se labore.

En este sentido, existen varias tendencias en la enseñanza de la Matemática, así como disímiles formas en que los estudiantes aprenden esta materia; no obstante, a ello, se deben seguir destinando esfuerzos para continuar profundizando en ellas, y generalizar las mejores experiencias. Para el logro de tales objetivos, la preparación de los profesores constituye un factor de vital importancia.

Específicamente, en el proceso de enseñanza y de aprendizaje de la Matemática, a nivel internacional, aún persisten rasgos de la escuela tradicional, predomina un enfoque disciplinar que implica la división y descontextualización del contenido; así como la desvinculación con la historia del desarrollo de esta ciencia, y de los principales matemáticos que han realizado grandes contribuciones a la misma. Por lo que los profesores deben buscar vías y métodos más activos, donde puedan relacionar los contenidos de estas asignaturas con su desarrollo histórico, con los diferentes hechos de la vida de matemáticos y de profesores de matemáticas, entre otros.

Entre las tendencias de la enseñanza de la Matemática, se destaca el historicismo, cuyo objetivo esencial es el de emplear recursos históricos relacionados con aquellos que fundaron las bases científicas de la cultura matemática que hoy se disfruta. No obstante, en la actualidad, esta tendencia no es muy explotada por los profesores de los diferentes niveles de enseñanza, en el mejor de los

casos, se utilizan matemáticos célebres o elementos de la historia de su desarrollo, relacionado con los contenidos matemáticos; sin embargo, no se aprovechan las potencialidades del contexto en que se desarrollan los procesos de enseñanza y de aprendizaje, donde pueden existir personalidades que han dedicado su vida a la enseñanza de esta ciencia y han realizado aportes valiosos tanto a la Matemática como a su enseñanza, es en esta línea que se enfoca el presente trabajo.

2. La Historia de la Matemática para su enseñanza y aprendizaje

Son varios los trabajos investigativos que abordan la temática en cuestión, algunos de ellos se centran en la búsqueda de autores que han hecho aportes en la utilización de elementos de la historia de la matemática en los procesos de enseñanza y aprendizaje, otros ofrecen estrategias, recomendaciones de cómo utilizar la historia para la enseñanza de esta ciencia, y hay quienes presentan sus experiencias en este sentido.

Se reconoce uno de los trabajos más significativos en esta tendencia a González [1], quien resalta la función didáctica de la historia de la matemática, ya que en esta última aparecen reflejados los problemas que enfrentaron los grandes matemáticos de la antigüedad para el desarrollo de esta ciencia, así como las soluciones novedosas e interesantes que se fueron dando a los mismos a través de los años; de modo que ello se convierte en una fuente de motivación tanto para profesores como estudiantes, así como favorece su crecimiento personal y profesional.

Por otra parte, Anacona [2], propone evidenciar, desde el estudio de la historia, que la Matemática es una construcción humana, por lo que ella está relacionada con el contexto social en que se desarrolla; lo cual favorece un dinamismo en su enseñanza, ya que posibilita relacionar los contenidos matemáticos con las diversas actividades del hombre, con otras disciplinas y campos del conocimiento.

Por otro lado, Martínez y Chavarría [3], aportan algunas formas en que el profesor puede utilizar la historia de la matemática como recurso didáctico, así como también dan algunas sugerencias y recomendaciones de cómo proceder en el aula, utilizando este recurso.

Almidón [4], hace referencia a que en la actualidad los estudiantes encuentran la Matemática, además de difícil, apartada de la realidad en que viven; por lo que propone una serie de ideas, a través de las cuales tratar de contextualizar los contenidos de estas a través de su historia.

Un ejemplo práctico lo ofrecen Chávez y Salazar [5], quienes muestran los cambios de aptitudes de los estudiantes ante la Matemática y su aprendizaje, al utilizar la historia de la matemática como recurso metodológico para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática en estudiantes de un colegio público de la modalidad técnica profesional en Costa Rica.

En esta misma línea se centra el trabajo de Arteaga [6], quien refuerza la idea de la función didáctica de la historia de la matemática, a través de la sistematización de varios investigadores que aportan un grupo de potencialidades de esta disciplina para la Educación Matemática.

Por otro lado, responden a la pregunta ¿Por qué utilizar la Historia de la Matemática como estrategia? reconocidas personalidades como: Protti [7], expresando que ... *el uso apropiado de su historia de la*

matemática en el proceso de enseñanza permite poner en perspectiva el papel integral de la Matemática en el desarrollo social de la humanidad; Salinas [8], exponiendo que ... permite un acercamiento a la Matemática que no se restringe a sus contenidos disciplinarios, sino que hace posible relacionarla con las ciencias y con la cultura en general y, finalmente Almidón [4], es del criterio que ... promueve un cambio de actitud y de creencias hacia la Matemática. Ayuda a explicar y superar obstáculos epistemológicos. Incentiva la reflexión y una actitud crítica en el estudiante. Relaciona a las Matemática con otras disciplinas.

Como se puede apreciar, son variadas las propuestas existentes que fundamentan, de una u otra forma, la necesidad e importancia del uso de la historia de la matemática para la enseñanza y el aprendizaje de esta materia; sin embargo, la mayoría de estos trabajos se enfocan en los aportes de matemáticos célebres o en el desarrollo histórico de contenidos de la Matemática, descuidando la historia más reciente y mucho más cercana a los estudiantes, es decir, no se aprovechan las potencialidades del contexto en que se desarrollan los procesos de enseñanza y de aprendizaje, donde pueden existir personalidades que han dedicado su vida a la enseñanza de esta ciencia y han realizado aportes valiosos tanto a la Matemática como a su enseñanza.

Debido a lo anterior, en el presente trabajo se hace un estudio para caracterizar el estado actual de la utilización de la historia de la matemática en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en algunas escuelas de diferentes niveles de enseñanza de Cuba y Colombia.

3. Metodología

En el desarrollo del estudio se aplicaron diferentes métodos científicos, tantos del nivel teórico como empírico. Entre los teóricos se destacan elementos del enfoque sistémico y la modelación, para el diseño y elaboración del instrumento utilizado para el estudio del empleo de la historia de la matemática en los procesos de enseñanza y aprendizaje; el análisis y crítica de fuentes, apoyados en los procesos del pensamiento lógico análisis y síntesis e inducción deducción, posibilitó profundizar en el estudio teórico realizado, así como la interpretación de los resultados obtenidos.

Dentro de los métodos empíricos utilizados se tienen la revisión de documentos, la realización de encuestas y entrevistas; los que permitieron recopilar un gran número de informaciones relacionadas con los profesores de Matemática, los estudiantes de los diferentes centros que formaron parte del estudio y los resultados de los documentos normativos de la enseñanza de la Matemática en estos centros.

El instrumento elaborado, ver Figura 1, se dirige a caracterizar la utilización de la historia de la Matemática en la enseñanza y el aprendizaje de esta materia, el mismo consta de tres momentos fundamentales: caracterización de los profesores, análisis de los estudiantes y valoración de los documentos normativos. Para el primer momento se tienen en cuenta el nivel científico y profesional, la preparación didáctica y la utilización de la historia de la matemática en la enseñanza; para el segundo momento se consideran las características personales, los resultados académicos y el conocimiento de la historia de la matemática. El último momento se concentra en los elementos de la historia de la matemática dentro del currículo y las indicaciones didácticas o metodológicas para su

tratamiento.

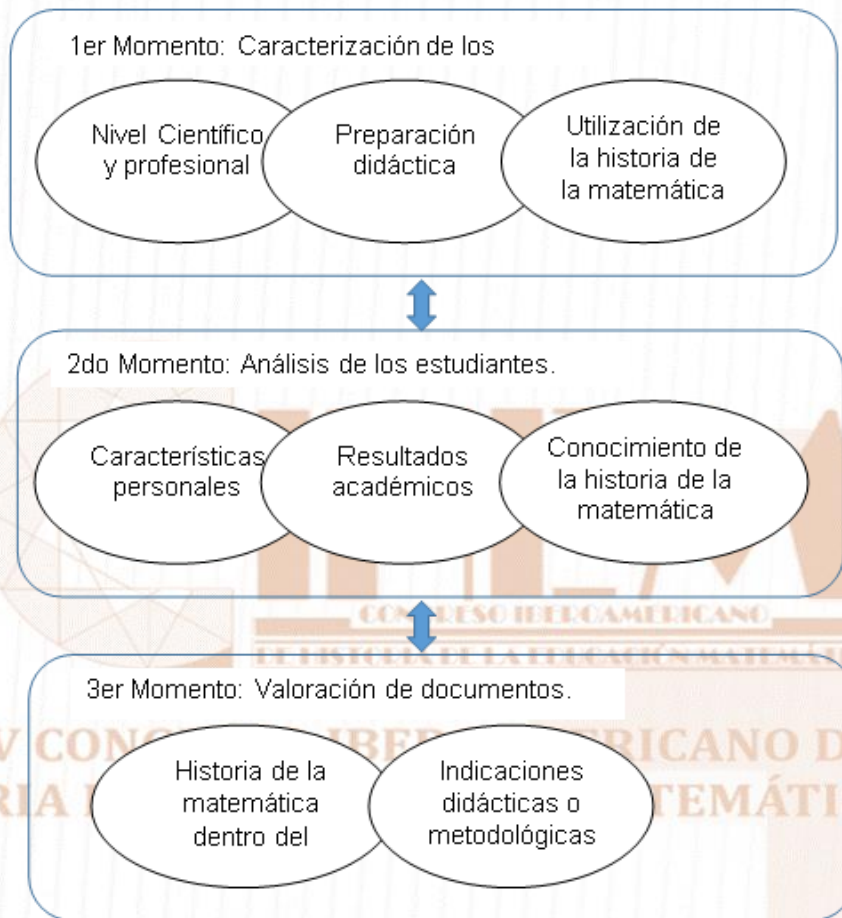


Figura 1. Instrumento para caracterizar la utilización de la historia de la matemática en su enseñanza. **Fuente:** Elaboración propia.

4. Análisis de los resultados

La aplicación de los métodos y técnicas de investigación, durante el desarrollo del estudio, permitió obtener los resultados siguientes:

Caracterización de los profesores

Se tomó una muestra de 27 profesores, 15 de la provincia de Holguín, Cuba, y 12 de las ciudades Bogotá y Tunja, Colombia. De los 15 profesores de Cuba, 8 imparten docencia en la Educación Superior, 4 en el Bachillerato y 3 en el nivel secundario. Entre ellos había 2 doctores en ciencias y 7 ostentaban el título de máster. La mayoría de ellos (11) contaba con varios años de experiencia en la enseñanza de la Matemática, y el resto tenían entre 1 y 3 años de graduado. De los 12 profesores de Colombia, 5 son solo profesores universitarios, 4 son profesores de universidad y de colegio a la vez, y 3 son docentes de colegios oficiales.

Se pudo comprobar, a través de la aplicación de los instrumentos empíricos, el buen dominio de los contenidos matemáticos que poseen los profesores involucrados en el estudio; no obstante, existe gran diversidad en los métodos de enseñanza que emplean en sus clases, destacándose los métodos problémicos. Además, en la mayoría de los casos se evidenció la existencia de dificultades en el aprendizaje de los estudiantes de la asignatura que imparten (matemáticas de la escuela, cálculos, álgebra, geometría, estadística, epistemología e historia de las matemáticas, entre otras).

En cuanto a los interrogantes relacionados con la historia de la matemática, y su utilización en sus clases, el 73.3 % refiere que tienen algún conocimiento de ella pues en su etapa de estudiante recibieron cursos relacionados con Epistemología e Historia de la Matemática, pero luego no han visto la necesidad de retomarla a no ser por curiosidad o algún interés personal, excepto 11 profesores que la recibieron en cursos de posgrado.

Casi la totalidad de los profesores, excepto tres de ellos que ha impartido la asignatura Historia de la Matemática en pregrado, aseguran no haber utilizado regularmente elementos de la historia de la matemática en sus clases, solo en aislados casos para referirse a algún matemático que tuviera relación con un teorema, concepto o procedimiento matemático que estuviera desarrollando en clases. Es de destacar, que desde la reforma a las Licenciaturas por parte del Ministerio de Educación Nacional de Colombia como se describe en [8], se ha insistido en la modificación de los contenidos programáticos implementando tópicos como: dominio de un idioma extranjero; implicaciones didácticas para Educación Básica y Media, de los contenidos matemáticos tratados en las asignaturas; utilización de software; investigación formativa en el desarrollo de tareas y actividades de aula; competencias comunicativas y la importancia de la historia en la construcción del conocimiento matemático.

A pesar de lo planteado sobre el tema, la indagación en este último aspecto mostró que la mayoría de los docentes, solo se centra en la búsqueda de la biografía de ciertos matemáticos en algunas temáticas o teoremas que se prestan para ello y que este proceso se realiza como si fuera un requisito por cumplir y mostrar, más que por entender la importancia que tiene inducir el estudio del contenido, desde los aspectos históricos que haya podido desenvolver la temática.

Por otra parte, con el trabajo en la resolución de problemas se mencionan diferentes autores o investigadores de la parte internacional (Polya [9], Schoenfeld [10], Miguel de Guzmán [11]) haciéndose caso omiso a los trabajos que aportan estrategias y procedimiento de diferentes escuelas de Colombia y Cuba. Estos trabajos han aportado valiosas experiencias en esta temática y son reconocidos a nivel internacional. Por citar algunos, vale mencionar el trabajo con las competencias matemática de la Universidad Antonio Nariño, el meritorio desempeño académico e investigativo de Vasco citado en [12] quien por más de cincuenta años ha aportado a la Matemática y a su educación y, Campistrous y Rizo [13].

Por último, reconocen la existencia de varias personalidades vinculadas a la Matemática y Educación Matemática que con su labor contribuyeron al desarrollo de la Matemática en el territorio, incluso en la formación de muchos de ellos como docentes de Matemáticas; cuyos aportes pudieran ser utilizados en las clases, en los diferentes niveles de enseñanza, como elementos motivadores, así como destacar las potencialidades educativas de sus vidas.

Análisis de los estudiantes

En el caso de los estudiantes, fueron seleccionados de las clases donde impartían docencia los profesores objeto de estudio, de la Educación Superior 36 estudiantes de las carreras Educación Matemática, Licenciatura en Matemáticas, Ingeniería Mecánica y Licenciatura en Economía; además 48 estudiantes de Bachillerato y 42 de Secundaria Básica.

El 71.1 % de ellos asegura tener dificultades en el aprendizaje de esta asignatura, entre las razones que ofrecen están las siguientes:

- Son contenidos muy abstractos y complicados.
- No le ven ninguna importancia para su vida futura.
- No existe ninguna razón para aprender matemáticas, a no ser para aprobar la materia.

En cuanto al conocimiento de la historia de la matemática, refieren no conocer casi nada de ella, algunos estudiantes mencionan que en ocasiones los profesores les hablan de algunos matemáticos famosos cuando van a tratar un contenido nuevo; manifiestan también que desconocen la vida y obra de matemáticos de la región, y que tal vez eso les motivaría para estudiar carreras afines a la Matemática y su enseñanza en el futuro.

Valoración de documentos

Entre los principales documentos que se valoraron están los planes de estudio, programas de las asignaturas de Matemáticas, orientaciones metodológicas, bibliografía y demás documentos de la planificación curricular de los profesores; es de destacar que en estos documentos, en muy escasas ocasiones, se hace referencia a la historia del desarrollo de la matemática. Solo en algunos objetivos se revela, aunque superficialmente, la necesidad de retomar el papel de la historia para lograr un mayor aprendizaje de los estudiantes.

No obstante, en los libros de textos de cada uno de los niveles de enseñanza, aparecen notas históricas del desarrollo de los contenidos matemáticos que abordan la mayoría de los capítulos del libro, así como de matemáticos famosos o ejemplo de las aplicaciones que tienen dichos contenidos en la sociedad. Como es de suponer, en estos espacios no es posible que puedan aparecer la vida y obra de matemáticos más cercanos al contexto de los estudiantes; tampoco se evidencia indicaciones específicas para el tratamiento de la historia de la matemática en la enseñanza y el aprendizaje de esta materia, en los diferentes niveles de enseñanza.

5. Conclusiones

Los resultados alcanzados en el presente estudio permitieron arribar a las conclusiones siguientes.

La utilización de la historia de la matemática en los procesos de enseñanza y de aprendizaje es una tendencia que reviste una gran importancia en la actualidad.

En los casos analizados se evidencia una escasa utilización de los recursos de la historia de la matemática en los procesos de enseñanza y de aprendizaje, lo que evidencia la necesidad de realizar trabajos que aporten elementos novedosos para su utilización.

Los docentes deben buscar relacionar la historia de la matemática con la enseñanza de las temáticas, motivando a los estudiantes con anécdotas y análisis de la solución de problemas que hayan tenido profesores de matemáticas de las localidades cercanas.

Se reconoce el valor de la vida y obra de matemáticos cercanos a los contextos en que se desarrollan los estudiantes, así como las potencialidades educativas presente en ellos para perfeccionar la enseñanza y el aprendizaje de esta materia en los diferentes niveles educacionales.

Referencias

- [1] P. M. González, *“La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza”*. Revista Suma, vol. 45, pp. 17-28, febrero 2004. Disponible en: <https://revistasuma.es/IMG/pdf/45/017-028.pdf>
- [2] M. Anacona, *“La historia de las matemáticas en la educación matemática”*. Revista EMA, vol. 8, no. 1, pp. 30-46, 2003. Disponible en: http://funes.uniandes.edu.co/1516/1/94_Anacona2003La_RevEMA.pdf
- [3] M. Martínez y J. Chavarría, *“Usos de la historia en la enseñanza de la matemática”*. VIII FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA, Costa Rica, 2012. Disponible en: <http://www.cientec.or.cr/matematica/2012/ponenciasVIII/Margot-Martinez3.pdf>
- [4] I. R. Almidón, *“Enseñar Matemática incorporando su Historia”*. Red Iberoamericana de comunicación y divulgación científica, 17 de diciembre de 2013. Disponible en: <http://www.oei.es/divulgacioncientifica/?Ensenar-Matematica-incorporando-su>
- [5] E. Chávez y J. Salazar, *“La historia de la matemática como recurso metodológico en los procesos de enseñanza aprendizaje: una experiencia en secundaria (ING)”*. Revista Uniciencia, vol. 20, no. 2, pp. 259-266, julio 2003. Disponible en: <https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/5743>
- [6] E. Arteaga, *“La historia de la matemática en la educación matemática”*. Revista Conrado, vol. 13, no. 59, pp. 62-68, septiembre 2017. Disponible en: <https://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado/article/view/521>
- [7] O. Protti, *“La historia de las matemáticas como instrumento pedagógico”*. Revista Uniciencia, vol. 20, no. 2, pp. 251-257, 2003. Disponible en: <http://www.centroedumatematica.com/aruiz/libros/Uniciencia/Articulos/Volumen2/Parte10/articulo19.html>

- [8] Resolución 2041. Ministerio de Educación Nacional, Colombia, 3 de febrero de 2016. Disponible en: https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-356144_recurso_1.pdf
- [9] G. Polya, *“Cómo plantear y resolver problemas”*. México: Ed. Trillas, 1965.
- [10] A. Schoenfeld, *“A brief and biased history of problem solving”*. Berkeley: University of California, 1987.
- [11] M. Guzman, *“Para pensar mejor: desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos”*. Ed. Pirámide, 1995.
- [12] M. Molano, *“Carlos Eduardo Vasco Uribe. Trayectoria biográfica de un intelectual colombiano: una mirada a las reformas curriculares en el país”*. Revista Colombiana de Educación, no. 61, pp. 161-198, 2011. Disponible en: <https://www.redalyc.org/pdf/4136/413635254008.pdf>
- [13] L. Campistrous y C. Rizo, *“Estrategias de resolución de problemas en la escuela”*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME, vol. 2, no. 2-3, pp. 31-45, noviembre 1999. Disponible en: <https://www.redalyc.org/pdf/335/33520304.pdf>

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



PROGRAMA DE ASISTENCIA A LA DOCENCIA EN LA GRADUACIÓN: DIFICULTADES DE LOS PASANTES EN CÁLCULO I

PROGRAM OF ASSISTANCE TO TEACHING IN GRADUATION: DIFFICULTIES OF THE PRACTITIONERS IN CALCULUS I

Tiely Virgínio da Hora-Lima Liliane dos Santos-Gutierre***

Resumen: En este trabajo se presenta la investigación que tuvo por objetivo general analizar cómo se dio la Etapa Docencia, en el período de 2008 a 2018, de estudiantes de Postgrado que participaron del Programa de Asistencia a la Docencia en la Graduación (**PADG**), actuando en la asignatura de Cálculo I, en los cursos de Graduación de la Universidad Federal de Rio Grande do Norte (**UFRN**), en el *campus* Natal/RN. La investigación fue desarrollada a través de una exploración documental [1] y se utilizó el análisis del contenido [2] para la lectura de cada informe. Se inició la recolección de datos, a través del sitio www.sigaa.ufrn.br, cuyo primer paso fue identificar los cursos que ofrecen la asignatura, luego buscamos en los 127 cursos de Postgrado en la modalidad *stricto sensu*, para el *campus* Natal, los que tuvieron los pasantes ministrando la referida disciplina e identificamos que 7 Programas tenían los pasantes. Concluida esta etapa de identificación y selección, obtuvimos 29 planes de asistencia a la docencia y 29 informes semestrales. Después de las lecturas de los documentos, se observó que los pasantes mostraron más interés en su formación docente y una preocupación por la formación de los alumnos en la asignatura. Los aspectos sobre la metodología utilizada y la no participación de los estudiantes en los turnos ofrecidos para resolver dudas también estaban presentes en los documentos. El estudio de los informes nos muestra la importancia de la formación de profesores en el Postgrado de la **UFRN**.

Palabras-clave: Enseñanza, cálculo, pasantía docencia, **PADG**, Formación de profesores.

Abstract: In this work, we will present our research, whose general objective is to analyze how the Teaching Internship took place, from 2008 to 2018, of postgraduate students who participated in the Program of Assistance to Teaching in Graduation (**PADG**), acting in the discipline of Calculus I, in the undergraduate courses of the Federal University of Rio Grande do Norte (**UFRN**), at the Natal *campus*. The research was done through a documentary research [1] and we used content analysis [2] to read each report. We began our data collection, through the site www.sigaa.ufrn.br, whose first step was to identify the courses that offer the discipline, then we searched 127 graduate courses in the mode *stricto sensu*, for the Natal *campus*, those who had the trainees ministering the said discipline and we identified that 7 programs had interns. After this stage of identification and

*Licencianda em Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Brasil. E-mail: tielyvirginio@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8876-8844>.

** Matemática Licenciatura Plena, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Brasil. Doutorado em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Brasil. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Brasil. E-mail: lilianegutierrez@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6124-7769>

selection, we obtained 29 assistance plans for teaching and 29 semiannual reports. After reading the documents, we observed that the trainees show more interest in their teacher training and a concern with the students' training in the discipline. Aspects as methodology used and the students' non-participation in the workshops of doubts offered were also present in the documents. The study of the reports shows us the importance of teacher training at **UFRN** Post-Graduation.

Keywords: Teaching, Calculus, Internship, Teaching, **PADG**, teacher training

1. Introdução

No atual cenário da educação, percebe-se que existem dificuldades em sistematizar métodos de ensino, quando se tratam de disciplinas em Cursos de Graduação cuja ementa contenha conteúdos relacionados à derivação e integração de funções reais de uma variável real. Os desafios e dificuldades do ensino da Matemática vêm desde o Ensino Básico e se evidenciam nos anos iniciais da graduação, conforme nos apontam estudiosos da área, quando nos dizem que não é difícil ouvir de professores e pesquisadores que *os alunos estão ingressando nas universidades cada vez mais despreparados*, [3].

Pesquisas recentes vêm mostrando a necessidade de se estudar cada vez mais sobre este tema [4] e [5], entender o que está acontecendo com o aluno e mostrar o que faz com que ele não esteja aprendendo os conteúdos da disciplina Cálculo I são alguns dos objetivos destas pesquisas. Para [5], a falta de comprometimento dos alunos seria um dos principais fatores, para o índice de reprovação, trancamentos e evasão serem tão altos nestas disciplinas, tendo em vista que se trata de uma disciplina extensa e com um considerável volume de conteúdo, deveria haver por parte do discente uma dedicação maior.

Em sua trajetória, como professor de matemática e aluno de graduação, [5] percebeu que uma das maiores dificuldades apresentadas pelos alunos seria também o fato de não terem uma base em matemática básica que os proporcionasse cursar Cálculo I com mais eficácia, reafirmando assim a ideia de, [3].

Ao estudarmos [4] observamos que a preocupação em seu estudo é entender as dificuldades apresentadas pelos alunos, em Cálculo I, e o que observou em se tratando de tais dificuldades foi que,

Nesse período, trabalhando com os alunos que apresentavam dificuldades de aprendizagem em Cálculo, percebi que os obstáculos, não vencidos estavam relacionados à Matemática estudada no Ensino Médio (principalmente funções) e também Ensino Fundamental (em grande parte, as manipulações algébricas) [4, p.7]

Para o autor, o nível de aprendizagem dos alunos é influenciado por diversos fatores, dentre eles, hábitos de estudo, aspectos psicoemocionais e a situação socioeconômica, em relação aos hábitos de estudo, nos remetemos a Santos [5] quando ele trata do comprometimento dos alunos com a disciplina, ou seja, a falta de compromisso estaria afetando também de modo considerável a

aprendizagem da disciplina, ou seja, o estudo mais aprofundado sobre o tema é de fundamental importância para toda a sociedade, porque se buscamos no meio acadêmico identificá-las, devemos assim dar este retorno á sociedade, mostrando com os resultados de nossas pesquisas que há uma urgente necessidade de se olhar de modo diferenciado para o ensino de Matemática na Educação Básica, para que assim, o ensino na educação superior vem melhorar cada vez mais, pois vemos que o que os estudos mais apontam seria, esta falta de familiaridade com os conteúdos do ensino básico.

Podemos agora olhar então sob outra perspectiva, que seria como os docentes estão se comportando diante deste fato e o que eles estariam fazendo para modificar tal cenário. Entender a formação deste docente e quais metodologias vem aplicando para diminuir, os índices de evasão, reprovação e trancamentos, são importantíssimos para este estudo.

Desse modo, entendemos ser fundamental estudar sobre as práticas e os métodos de ensino abordados na Graduação, principalmente, nas disciplinas, como a de Cálculo I²³, que normalmente, é oferecida no primeiro semestre dos cursos, aos ditos calouros. Nossa motivação em desenvolver essa pesquisa partiu de um convite da professora líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em História da Educação Matemática (**GPEP**) da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (**UFRN**), quando, em agosto de 2018, fomos contemplados com uma bolsa de Iniciação Científica (**IC**) e começamos a frequentar o referido grupo.

Posto isto, o objetivo geral da pesquisa é analisar como se deu o estágio à docência, no período de 2008 a 2018, de estudantes de Pós-Graduação que participaram do Programa de Assistência à Docência na Graduação (**PADG**), atuando na disciplina de Cálculo I, nos cursos de graduação da **UFRN**, no *campus* Natal. Na expectativa de atingir esse objetivo, lançamos mão da pesquisa documental, que será descrita melhor nos próximos capítulos.

Por meio de um estudo aprofundado, minucioso e exaustivo dos relatórios, respondemos aos seguintes objetivos específicos: (1) Selecionar os cursos de graduação do *campus* Natal que tenham em sua grade curricular o componente de Cálculo I. (2) Comparar os resultados dos cursos que tiveram a presença do estudante de pós-graduação ministrando a disciplina com os cursos que não tiveram. (3) Confrontar a realidade e a expectativa que se tem em relação ao Programa de Assistência à Docência na Graduação (**PADG**), sendo esse financiado pela **CAPES**. (4) Identificar nos planos de atuação a metodologia de ensino utilizada pelos estagiários; (5) Identificar nos relatórios como se deu a metodologia proposta, caso tenha cumprido; (6) Analisar os índices de aprovação, reprovação e evasão da turma.

2. Metodologia da pesquisa

Em nossa pesquisa nos valem os conceitos da pesquisa documental para analisarmos cada relatório (documento) do Estágio Docência dos pós-graduandos, verificando, assim, o que nos diz cada relatório, os conteúdos presentes, a partir da perspectiva dos estagiários da docência assistida.

²³ Neste texto, nos remeteremos ao nome Cálculo I a toda e qualquer disciplina que tenha em sua ementa o conteúdo de limites, derivadas e integrais de função real de variável real.

Para chegarmos aos relatórios, percorremos um caminho de intensa leitura e busca por suporte teórico buscando primeiro entender o que seria a pesquisa documental e com os documentos *em mãos* usar as técnicas usuais para análise de conteúdo, como veremos mais adiante, nossa base teórica para a metodologia é composta por [6], [2] dentre outros.

Segundo [6], documentos são as realizações produzidas pelo homem que se mostram como indícios de sua ação, podendo revelar suas ideias, opiniões e formas de atuar e viver. Desta forma, os documentos não se restringem apenas aos escritos, podendo ser ainda os numéricos ou estatísticos, os de reprodução de som e imagem e os documentos-objeto. [7]

De acordo com [1], a pesquisa documental é definida como um procedimento que se utiliza de métodos e técnicas para apreensão, compreensão e análise de documentos dos mais variados tipos. Ainda de acordo com [2] a análise documental é transformar um documento primário (bruto) em um documento secundário, representação do primeiro, fazendo uso da técnica de análise do conteúdo que tem por finalidade a exploração de documentos a partir de um conjunto técnicas, identificando assim os temas ou conceitos abordados no texto, para assim atribuir significado ao que esta sendo analisado e entender o que há por trás de tais palavras, no nosso caso os relatórios dos Pós-Graduandos.

A análise de conteúdo é para [6] a técnica mais elaborada e de maior prestígio no campo da observação documental, a constituir um meio para estudo das comunicações entre os homens, enfatizando assim o conteúdo de suas mensagens.

Em relação à análise do conteúdo, citado anteriormente, [2] diz que esta deve seguir três etapas fundamentais que são elas: a pré-análise; a exploração do material; o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

- 1) A pré-análise: Esta fase compreende a organização do material que compõem o *corpus* da pesquisa, a operacionalização e sistematização das ideias iniciais.
- 2) A exploração do material: Aqui se deve estudar o *corpus* com mais profundidade para poder ser definida as unidades de registro a ser utilizada pelo pesquisador.
- 3) O tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação: Os dados obtidos ganharam significado e validade nesta fase, para tanto se pode valer do uso de porcentagens, quadros etc. Nesta etapa são definidas as categorias.

A categorização é tida como uma operação de classificação de elementos que constituem um conjunto, por diferenciação e, seguidamente, por reagrupamento segundo o gênero, com a utilização de critérios previamente definidos, ou seja, podemos agrupar os dados analisados em aspectos que se apresentem semelhantes entre si.

Com as falas dos teóricos sobre a análise de conteúdo e pesquisa documental, observamos que todos corroboram com as fases que são utilizadas por [2], ou seja, quando temos documentos nunca analisados, devemos selecionar, separar e formular nossas hipóteses, em nosso caso já havia sido estabelecido os objetivos e fomos norteados por eles para fazer a leitura, que obviamente, podemos encontrar muito mais do que o que foi posto inicialmente.

Posteriormente, tivemos a fase de exploração, classificação, codificação e categorização dos dados, que por sua vez se trona uma fase extensa e por vezes exaustiva, tendo em vista o número de documentos, e por fim a etapa de inferências e interpretações a partir das análises obtidas pelos dados, que de modo geral trata-se de um procedimento analítico das categorias que mais apareceram (emergentes) nos relatórios.

Percorremos para tanto, o seguinte caminho, para ter acesso a cada relatório. Acessamos o *site* SIGAA na aba cursos de graduação, *campus* Natal, na modalidade presencial e a distância, onde localizamos 84 e 10 nas respectivas modalidades, verificamos um a um os cursos que tinham a disciplina de Cálculo I, tivemos como resultado que 34 cursos presenciais ofertam a disciplina e 4 cursos a distância também ofertam, que pode ser acessado por meio do link (<https://sigaa.ufrn.br/sigaa/public/curso/lista.jsf?nivel=G&aba=p-graduacao>). O seguinte passo foi acessar **SIGAA** – *stricto sensu* - Planos de Docência Assistida - Programa e *status* (Concluído) estes foram selecionados para efeito da pesquisa, nesta etapa buscamos em cada programa (99 no *campus* Natal), nos cursos de mestrado e doutorado, no qual foram localizados 29 relatórios semestrais e, conseqüentemente, 29 planos de assistência a docência a serem analisados, no período de 2008 a 2018. Para acessarmos os relatórios, contamos com a ajuda da professora líder do **GPEP** que tinha acesso pelo sistema de modo que pudemos fazer o download dos documentos, foram necessários dois dias para a coleta de tais documentos, que estão distribuídos nos seguintes programas e nas correspondentes quantidades, Ciências Biológicas (1), Ciências Climáticas (6), Ensino De Ciências Naturais e Matemática (9), Matemática Aplicada E Estatística (5), Engenharia Civil (6), Engenharia Mecatrônica (1) e Neurociências (1), sendo 22 do curso de mestrado e 7 do curso de doutorado.

Posto isto, enfatizamos que *pesquisas elaboradas a partir de documentos são importantes não porque respondem definitivamente a um problema, mas porque proporcionam melhor visão desse problema ou, então, hipóteses que conduzem à sua verificação por outros meios*, [8]. Entender a fala de [8] nos auxilia no fato de que podemos não apenas achar o que procuramos nos relatórios, mas compreender o que acontece, em especial, nas disciplinas de Cálculo I no contexto da **UFRN**.

3. Sobre o Estágio à Docência na UFRN

Os Programas de Pós-Graduação vêm sendo cada vez mais visados pelos ingressantes dos cursos de Graduação em todo o Brasil. Sabemos que em 1965, foi criado o parecer nº 977, que institui o Programa de Pós-Graduação no Brasil e atribui uma nova característica às universidades Brasileiras. O “pai” da Pós-Graduação foi o Newton Sucupira, que proporcionou, com este parecer, contribuições relevantes à educação, pesquisa, cultura e ao aperfeiçoamento profissional [9]. No Brasil, a Pós-Graduação é dividida em *strictu sensu* e *lato sensu*, abrangendo, respectivamente, mestrado e doutorado, especialização e aperfeiçoamento.

No contexto da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (**UFRN**), verificamos um grande interesse a nível nacional pelos cursos de mestrado e doutorado oferecidos pela instituição. Atualmente, temos, na **UFRN**, 127 cursos *Stricto Sensu* e 63 cursos *Lato Sensu*, conforme consta no

SIGAA. Vale dizer que o Portal da **UFRN** nos mostra que o primeiro curso de Pós-Graduação foi o que hoje em dia é conhecido por Programa de Pós-Graduação em Saúde Coletiva, criado em 1977 [10].

Em 1999, com o propósito de atender ao aperfeiçoamento docente dos mestrados (as) e doutorandos (as) foi criada a Resolução nº 100/99-**CONSEPE**, em 05 de outubro, na qual dá início ao Programa de Estágio a Docência na Graduação, entretanto, foi revogada pela Resolução nº 063 de 2010, que por sua vez recentemente foi revogada pela resolução de número 041/2019 que tem por objetivos:

I – contribuir com a formação para a docência de estudantes de Pós-Graduação em nível de mestrado e doutorado por meio de atividades acadêmicas na Graduação; II – contribuir para a melhoria da qualidade de ensino nos Cursos de Graduação; III – contribuir para a articulação entre Graduação e Pós-Graduação. (**UFRN**, 2019, p. 2).

Participação no **PADG** da **UFRN** é obrigatória para os estudantes Bolsistas de Demanda Social e para aqueles cujo regimento do programa deles exija. Na Resolução nº 041/2019 – **CONSEPE**, e em seu artigo oitavo, consta que o estudante tem que ser aprovado em componente didático-pedagógico (concomitante ou não ao semestre de realização do estágio) para poder estagiar. A importância deste estágio e, principalmente, a conclusão do **CID**²⁴ ou da disciplina, faz com que os estagiários confrontem suas expectativas sobre a prática docente, como expõem [13] a partir do que diz [14],

Pimenta e Lima (2006) advogam que a formação para a profissão docente tem, indubitavelmente, uma dimensão prática, sendo comum uma aprendizagem para a docência marcada pela observação, imitação, reprodução e, mais raramente, pela reelaboração da prática – habitual em processos de estágio. Contudo, esta perspectiva de formação docente nascida apenas da observação de modelos parece insuficiente, na medida em que o aluno nem sempre dispõe de elementos para a ponderação crítica das práticas pedagógicas observadas durante o estágio. (MAGALHÃES *et al*, 2016, p.567).

Sob a perspectiva de qualificar mais e mais o professor em sua formação iniciada e continuada, faz-se necessário um investimento de caráter contínuo, em todos os aspectos. Os estudos em torno deste tema vêm se destacando em toda a sociedade, pois se vê a indiscutível necessidade de formação de professores, sejam os de ensino básico ou de ensino superior.

A formação destes estagiários no **CID**, sua atuação nas disciplinas, planejamento das aulas, o contato com os seus orientadores, professores das disciplinas e estudantes fazem com que eles iniciem a construção de sua identidade docente, tal identidade é construída de modo que o estagiário comece a identificar seu estilo e particularidades ao ensinar, não apenas reproduzindo, mas criando e interagindo com os envolvidos.

²⁴ Na atual resolução a de número 041/2019 em seu artigo sexto diz que *Será dispensado da obrigatoriedade de participar do Programa de Assistência à Docência na Graduação - PADG da UFRN o estudante que comprovar: I - ter experiência como docente do ensino superior em curso de Graduação, ou II - ter cursado, em nível de Pós-Graduação em outra Instituição de Ensino Superior (IES), uma disciplina didático-pedagógica e, também, ter cumprido, sob supervisão docente, Estágio Docência em componente curricular de curso de Graduação.*

De acordo com [15] o princípio da formação de professores universitários se fundamenta no diálogo entre a atividade prática docente e sua formação teórica, sendo assim o professor terá condições de construir uma prática pedagógica crítica ou, em outros termos, uma *práxis* crítico-reflexiva.

Para [16], a formação docente vai muito além do modelo que se tem hoje. Esse autor nos diz que ainda há muita formação e pouca mudança, isso se deve ao fato de predominarem políticas e formadores que praticam com afinco uma formação transmissora e uniforme, muitas vezes, caracterizada por uma teoria descontextualizada, válida para todos sem diferenciação, que não abrange os problemas práticos e reais, sendo fundamentada em um educador ideal que não existe.

Buscar mudanças no ensino é uma tarefa diária para todos que se empenham em formar professores. Segundo [17] na formação permanente dos professores, o principal momento é o da reflexão crítica sobre a prática, por meio do pensamento crítico de hoje ou de ontem podemos então melhorar a próxima prática.

É do nosso entendimento que a universidade, em seu caráter formativo, traz aos alunos um pensar crítico, durante a Graduação e que se acentua à medida que há o ingresso nos Programas de Pós-Graduação. Assim, podemos dizer que é de fundamental importância o **PADG** na formação desses novos pesquisadores e docentes, uma vez que podem atuar no ensino superior na condição de professores.

Para tanto, vemos que no atual cenário da educação, existem dificuldades em sistematizar métodos de ensino, quando se tratam de disciplinas em cursos de Graduação, cuja ementa contenha conteúdos relacionados à derivação e integração de funções reais de uma variável real [18].

Segundo [19] esse cenário é mundial, ou seja, em todos os cursos que possuem conteúdos matemáticos no currículo, tais como derivação e integração de funções reais de uma variável real, ocorre um elevado número de reprovação e não se restringe apenas aos estudantes brasileiros.

Podemos aqui elencar algumas dificuldades que estes estagiários encontram tais como: (i) os conhecimentos que os alunos ingressantes já trazem consigo; (ii) o interesse desses pelos cursos no qual ingressaram, tendo em vista que alguns alunos *entram* em cursos de baixa concorrência, apenas para ingressar na instituição pública; (iii) a resistência dos alunos às novas formas de ensino.

Os relatórios nos ajudaram a entender como está sendo um pouco da formação destes docentes, ou seja, a relação orientador-estagiário e estagiário-aluno, assim como o andamento da disciplina e os resultados obtidos. A análise dos índices de não aprovação, aprovação e trancamentos servirão para se termos um entendimento de como está o ensino desta disciplina na **UFRN**, tendo em vista que já existem estudos que mostram os mesmos índices em outras universidades, como o estudo de [20], que nos trás números de três instituições de ensino superior no centro-oeste brasileiro.

Para o meio acadêmico e para a sociedade entender a formação docente em seu processo e consequências, entendemos que nossa pesquisa nos fará ter um olhar diferenciado o ser professor e como esta profissão deve ser cuidada por todos, para que o docente em sua formação inicial e continuada seja valorizado e, principalmente, pelos órgãos políticos que fazem as legislações que regem esta profissão.

Nesse sentido, buscamos aqui neste estudo mostrar a importância dos Programas de Pós-Graduação no processo de construção dos futuros docentes e pesquisadores, além de mais verificar que os dois andam juntos e são igualmente importantes para a formação dos futuros profissionais.

4. Análise dos dados

Apresentaremos os resultados da leitura dos 29 Planos de Docência Assistida e dos 29 Relatórios Semestrais. Nos planos de docência se encontram as justificativas, os objetivos, as atividades que eles pretendem realizar e como vão realizá-las; já nos relatórios semestrais têm-se os resultados das atividades propostas nos planos, as análises da contribuição para formação docente e as sugestões que os estagiários por ventura queiram fazer. Fizemos algumas tabelas para mostrar os resultados destas análises. Na tabela 1, são mostrados os conceitos chave que para [2] reúne certo número de unidades de significação (palavras, fórmulas, frases) e representa uma variável da teoria do analista, ou seja, mostramos nesta tabela, os conceitos, categorias e as unidades de significação, que podem ser palavras ou frases, que apareceram nas seguintes categorias: **justificativa, objetivos, atividade, análises da contribuição para formação docente, sugestões**, nos 29 planos de docência e relatórios semestrais.

Já falamos, nesse texto, sobre como foi feita a seleção dos relatórios e a nossa motivação para as escolhas destes relatórios, a partir da leitura dos documentos, pudemos entender um pouco da fala dos estagiários e o que eles esperam do estágio docência. A leitura minuciosa de tais documentos nos trouxe muito mais do que estávamos buscando inicialmente, como a relação que há entre os estagiários e os professores da disciplina, a impressão que o estagiário tem sobre o curso de iniciação a docência e a prática docente tendo em vista que para alguns é o primeiro contato.

Outros pontos observados que nos chamaram a atenção foi sobre a questão de alguns relatórios estarem escrito do mesmo modo para turmas e semestres distintos, foram 5 relatórios semestrais e planos de docência assistida feitos pelo mesmo estagiário que continham exatamente as mesmas palavras para turmas, períodos, quantidades e cursos distintos, é importante para o estagiário entender que a contribuição que ele irá dar a universidade e aos alunos da disciplina e até mesmo para a sua própria formação docente depende do comprometimento e estudo que é proporcionado durante sua formação.

Podemos elencar ainda outros pontos citados pelos estagiários, tais como, turmas de Ciência e Tecnologia (**C&T**) com elevado número de alunos, alguns estagiários chamam a atenção para a formação dos professores, que por sua vez deveriam passar por treinamento também, e eles sugerem que haja bolsista para a disciplina de matemática elementar/básica. A metodologia é predominantemente aula expositiva/dialogada com o apoio de plantões de dúvidas e em poucos casos o uso de software. Nesse sentido, vimos que a metodologia foi cumprida na maioria dos relatórios semestrais. Com estas observações pudemos identificar que alguns de nossos objetivos específicos, foram atendidos.

Consideraremos as seguintes siglas: Ciências Biológicas – **CB**; Ciências Climáticas – **CC**; Ensino de Ciências Naturais e Matemática – **ECNM**; Matemática Aplicada e Estatística – **MAPE**; Engenharia Civil – **EC**; Engenharia Mecatrônica – **EM** e Neurociências – **NC**.



**V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019**



**UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS**

| Unidades de significação /Categorias | C B | C C | C C | C C | C C | C C | C C | E N M | E N M | E N M | E N M | E N M | E N M | E N M | E N M | E N M | MA pE | MA pE | MA pE | MA pE | MA pE | E C | E C | E C | E C | E C | E C | E M | N C | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| Formação docente | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Contribuir para minha formação | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Preocupação com a formação do aluno | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Planejamento das aulas | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Contribuir com processo de Ensino-Aprendizagem | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Cálculo I | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Alto índice de reprovação, evasão e trancamento | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Metodologia | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Resolução de exercícios | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aula expositiva/ dialogada | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Lista de Exercícios | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Software | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Dificuldades em matemática básica | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Mostram autonomia na disciplina | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Desinteresse dos alunos pelos plantões de dúvidas | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Tabela 1. Unidades de Significação mais recorrentes. **Fonte:** Planos de Docência Assistida e Relatórios Semestrais.

5. Considerações finais

Com os resultados obtidos após as leituras dos documentos e dos teóricos, entendemos que a Pós-Graduação da **UFRN** vem cumprindo seu papel de formar pesquisadores e oportuniza um olhar desses para a docência no ensino superior, de modo que eles possam atuar em qualquer âmbito de cunho educacional. Além disso, vale dizer que a continuação de pesquisas em tal tema é de fundamental importância para a universidade. Vale ressaltar ainda que a pesquisa realizada só foi possível devido a concessão da bolsa de iniciação científica e ao Grupo Potiguar de Estudos e Pesquisas em História da Educação Matemática (**GPEP**).

Referências

- [1] J. R. Sá-Silva, C. D. Almeida, J. F. Guindani, “*Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas*”. Revista Brasileira de História & Ciências Sociais Ano I - Número I - Julho de 2009 www.rbhcs.com ISSN: 2175-3423
- [2] L. Bardin, “*Análise de conteúdo*”. Tradução de Luís Antero Reta e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 1977.
- [3] W. J. Masola, N. S. Allevato, “*Dificuldades de aprendizagem matemática de alunos ingressantes na educação superior*”. **REBES** - Rev. Brasileira de Ensino Superior, 2(1): 64-74, jan.-mar. 2016 - ISSN 2447-3944
- [4] M. Cavasotto, “*Dificuldades na aprendizagem de Cálculo: o que os erros cometidos pelos alunos podem informar*”. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.
- [5] G. M. T. Santos, “*O comprometimento do estudante e a aprendizagem em cálculo diferencial e integral I*”. 217 f. Dissertação (mestrado em Educação) – Centro Universitário La Salle, Canoas, 2014.
- [6] R. S. Bravo, “*Técnicas de investigação social: Teoria e exercícios*”. 7 ed. Ver. Madrid: Paraninfo, 1991.
- [7] L. R. C. Silva, A. D. Damaceno, M. C. R. Martins, K. M. Sobral, I. M. S Farias, “*Pesquisa Documental: Alternativa Investigativa Na Formação Docente*”. IX congresso Nacional de Educação – EDUCERE. III Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia 26 a 29 de outubro de 2009 – PUCPR.
- [8] A. C. Gil, “*Como elaborar projetos de pesquisa*”. 4^a Ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- [9] E. M. A. Boaventura, “*construção da universidade baiana: objetivos, missões e afrodescendência*” [online]. Salvador: **EDUFBA**, 2009. Newton Sucupira, a Pós-Graduação e a universidade. pp. 143-153. ISBN 978-85-2320-893-6. Available from **SciELO** Books: <http://books.scielo.org>.

- [10] **UFRN**. *Programa de Pós-Graduação em Saúde Coletiva*. Apresentação. Natal, RN: © 2006-2019. Disponível em: https://sigaa.ufrn.br/sigaa/public/programa/apresentacao.jsf?lc=pt_BR&id=5670. Acesso em: 19 de dezembro de 2018.
- [11] **UFRN**. *Resolução nº 063/2010 - CONSEPE*. Estabelece normas e regulamenta as atividades de Assistência à Docência na Graduação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. 2010. Disponível em: http://www.ppged.ufrn.br/arquivos/resolucoes/resol_063_2010_consepe.pdf. Acesso em: 15 de setembro de 2018.
- [12] **UFRN**. *Resolução nº 041/2019 - CONSEPE*. Estabelece normas e regulamenta as atividades de Assistência à Docência na Graduação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. 2019. Disponível em: <http://www.ppg.ufrn.br/documento.php?id=155166883>. Acesso em: 28 de junho de 2019.
- [13] R. C. B. P. Magalhães, F. N. Raffin, L. S. Gutierre, A.F. Azevedo, “*Formação docente na pós-Graduação stricto sensu: experiências na Universidade Federal do Rio Grande do Norte*”. **RBPG**, Brasília, v.13, n. 31, p. 559 - 582, maio/ago. 2016.
- [14] S. G. Pimenta, M. S. L. Lima, “*Estágio e docência: diferentes concepções*”. *Revista Poiesis*, Catalão, v. 3, n. 3 e 4, p. 5-24, 2006.
- [15] A. M. Longarez, A. T. T. Nunes, E. H. C. N. Salge, N. C. A. Pinheiro, “*A unidade teoria e prática no contexto da formação de professores*”. *Revista Profissão Docente* (Online), v. 07, p. 01/15-08, 2007. Disponível em: http://www.uniube.br/propep/mestrado/revista/vol07/15/artigos/Artigo_15_010.pdf Acesso em: 27 maio 2019.
- [16] F. Imbernón, “*Formação continuada de professores*”. Porto Alegre: Artmed, 2010.
- [17] P. Freire, “*Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*”. São Paulo: Editora Paz e Terra, 2014.
- [18] A. P.C. Silva, E. F Nascimento, A. R. L. Vieira, “*Cálculo diferencial e integral: obstáculos e dificuldades didáticas de aprendizagem*”. *Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online*, v. 7, n. 2, 2017 – ISSN 2358-4750
- [19] L. Nasser, “*Ajudando a superar obstáculos na aprendizagem de cálculo*”. **IM/ UFRJ e CETIQT/SENAI**, 2009.
- [20] K. B. Alvarenga, R. C. Dorr, V. D. Vieira, “*O ensino e a aprendizagem de cálculo diferencial e integral: características e interseções no centro-oeste Brasileiro*”. **REBES** - Rev. Brasileira de Ensino Superior, 2(4): 46-57, out.-dez. 2016 - ISSN 2447-3944.

MATEMÁTICAS SISTEMATIZADAS POR IRENE DE ALBUQUERQUE NO MANUAL “METODOLOGIA DA MATEMÁTICA” (1951)

“MATHEMATICS” SISTEMATIZED BY IRENE ALBUQUERQUE IN “METODOLOGIA DA MATEMÁTICA” (1951) MANUAL

*Rosilda dos Santos-Morais**; *Nathalia Guedes-Theodoro***

Resumo: o presente trabalho apresenta uma primeira análise de parte do livro “*Metodologia da Matemática*” de autoria de Irene de Albuquerque [1]. Para esta comunicação, foram analisados os temas *treino de raciocínio* e *problemas de matemática* buscando caracterizar, em perspectiva histórica, elementos dos saberes profissional docente em termos de uma *matemática a ensinar* e uma *matemática para ensinar*. Tais categorias teóricas, a primeiro objeto de trabalho do professor e a segunda ferramenta de seu trabalho, são embasadas por estudos [2], [3], [4], [5]. A expertise de Albuquerque é indicadora da produção de saberes na formação e professores, saberes específicos da docência, constituídos com referências vindas do campo das ciências da educação.

Palabras clave: saberes profissionais, matemática a ensinar, matemática para ensinar, História da Educação Matemática, treino de raciocínio, problemas de matemática.

Abstract: this communication presents a first analysis of part of the book “*Methodology of Mathematics*” by Irene de Albuquerque [1]. The themes *reasoning training* and *math problems* were analyzed, seeking to characterize, in historical perspective, elements of professional teaching knowledge in terms of *mathematics to teach* and *mathematics for teach*. Such theoretical categories, the teacher's first object of work and the second tool of his work, are based on studies [2], [3], [4], [5]. Albuquerque's expertise is indicative of the production of knowledge in teacher-training, specific knowledge of teaching, constituted with references from the field of educational sciences.

Key Words: professional knowledge, math to teach, math for teach, History of Math Education, reasoning training, math problems.

1. Introducción

Uma pesquisa que leva em conta processos e dinâmicas de constituição, de sistematização e de objetivação de saberes da formação de professores e do ensino vem sendo levada a cabo pelo Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática no Brasil, o **GHEMAT**. Ela é amparada por um

* Licenciatura em Matemática, Universidade Metodista de Piracicaba, Brasil; Pós-doutorado em História da Educação Matemática, Université de Limoges, França. Professora na Universidade Federal de São Paulo (**UNIFESP**), Brasil. E-mail: rosildamorais7@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7029-0515>

** Aluna do curso de Licenciatura em Ciências – habilitação em Matemática, na Universidade Federal de São Paulo (**UNIFESP**), Diadema, Brasil. e-mail: nathguedes@gmail.com

Projeto Temático estruturado em quatro diferentes eixos de investigação estreitamente relacionados, pois perseguem o mesmo objetivo geral, qual seja, *analisar os processos constituintes da matemática a ensinar e da matemática para ensinar e suas dinâmicas de transformação*, [3, p. 33]. A proposição a tal análise, reitere-se, análise das *matemáticas* (plural) e de suas dinâmicas de transformação, é amparada por aportes teóricos que consideram a existência do plural *matemáticas*.

Cite-se como exemplo a conferência proferida [5]²⁵ no décimo terceiro *International Congress on Mathematical Education* (ICME-13) sob o título *What is Mathematics? And why we should ask, where one should experience and learn that, and how to teach it*. Ziegler e Loos afirmam que as impressões e experiências do tempo que um professor passou na universidade quando aluno envelhecerão e estarão desatualizadas algum dia. Ainda que ele, o professor, esteja ativo por décadas, a matemática muda²⁶! Tudo o que é provado em matemática, dizem eles, se mostra como verdadeiro; claro, e se sabe que os padrões de rigor não mudam mais como no século XIX, por exemplo. No entanto, os estilos de provas são alterados; veja os casos de provas por computador, bem como a verificação delas por esse mesmo recurso, por exemplo. Supondo que um professor pudesse nomear seu trabalho por *tópicos atuais de pesquisa*, ainda assim isso mudaria em dez ou vinte anos, [5].

Para [5], as discussões acerca da classificação da matemática mostram que é difícil *cortar* uma ciência em *pedaços* e é até discutível se existe algum significado em separar pesquisa aplicada de matemática pura, por exemplo. Para eles, provavelmente a maneira mais diplomática seria reconhecer que existem *muitas matemáticas*, ou seja, para a pergunta *What is mathematics?* Caberiam muitas respostas, que revelariam muito sobre quem responde na medida em que consegue caracterizar o assunto. Concordando com Ziegler e Loos, do plural *matemáticas* destaque-se a *matemática escolar* caracterizada [4], com base em diferentes estudos, como diferente da *matemática acadêmica* a julgar pelos saberes do campo disciplinar e aqueles que os professores da educação básica mobilizam em sua prática profissional. Dizem eles que, enquanto a matemática acadêmica se ocupa do discurso axiomático dedutivo, por exemplo, a matemática escolar, aquela que será ensinada pelo professor da educação básica, por seus múltiplos condicionamentos relativos à instituição escolar, à sala de aula, à prática educativa dos professores, representa *um amálgama de saberes regulado por uma lógica que é específica do trabalho educativo, ainda que envolva uma multiplicidade de condicionamentos*, [4, p. 358]. Do exposto, assume-se neste trabalho a existência de *matemáticas* e, corroborando [5], que elas mudam ao longo do tempo.

Tendo assumido tais referências teóricas, a investigação que interessa pelos responsáveis por tais mudanças – os *experts em educação* – e, sobretudo, pelas matemáticas por eles produzidas em perspectiva histórica, a qual fez parte do rol de saberes da formação e do ensino, revela-se como veio fértil de pesquisa – proposta do eixo 1 - *Os experts e os ensinamentos de matemática nos primeiros anos escolares* do Projeto Temático citado no início deste texto. Esta comunicação insere-se nesse eixo 1 e traz primeiros resultados de uma pesquisa que vem analisando *as matemáticas* sistematizadas por Irene de Albuquerque no manual *“Metodologia da Matemática (1951)”*, [1] a partir da seguinte

²⁵ Plenária ICME 13, disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-62597-3_5 Acesso em 11 set. 2019.

²⁶ Muda, substantivo feminino que indica movimento, mudança, transferência.

interrogação: *Que(ais) matemática(s) terá(ão) sido sistematizada(s) por Irene de Albuquerque em sua obra "Metodologia da Matemática (1951)"?*

1.1. A professora Irene de Albuquerque

Irene de Albuquerque nasceu no Distrito Federal²⁷ no ano de 1915. Foi, catedrática da disciplina Prática de Ensino do Instituto de Educação do Distrito Federal, professora de Metodologia da Matemática dos Cursos de Aperfeiçoamento do Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos (**INEP**) e professora de Curso Primário [1]. Formada pelo Curso Normal da Escola de Professores (1934), foi também licenciada em Didática (1940) pela Faculdade Nacional de Filosofia [6].

Segundo, [6] Irene de Albuquerque percebeu que as possibilidades de aprendizagem no campo da prática de ensino no Brasil eram restritas e então se candidatou a uma bolsa de estudos por um período de quatro meses no *George Peabody College for Teachers* nos Estados Unidos. Após seu retorno, encontrou no Brasil um cenário diferente do que havia deixado. Na conjuntura da redemocratização, o governo manifestou de forma intensa o interesse na formação e aperfeiçoamento de professores [6]. Sendo assim, Irene de Albuquerque encontrou novas oportunidades no seu campo de atuação profissional e para a formação de professores, passando também a atuar no **INEP**, Instituto Nacional de Pesquisas, onde ministrou cursos de aperfeiçoamento para professores de escolas primárias²⁸ [7].

On [6] afirma que um novo estágio de Irene de Albuquerque nos Estados Unidos em 1953 rendeu, em seu retorno, novos rumos aos estágios supervisionados do Instituto de Educação. Ela propôs que as futuras professoras fizessem visitas em outras escolas, não somente na Escola Primária do Instituto de Educação ou nas "escolas-modelo", pois limitadas a esse contexto não teriam contato com a realidade que encontrariam no início de suas carreiras. Propôs levar os alunos a áreas mais afastadas, como as zonas rurais e periféricas, de forma que "as futuras professoras compreendessem que um bom trabalho educativo não existia apenas nos grandes centros, onde normalmente eram realizados os estágios" [6, p. 264]. Por sua iniciativa, deu-se início a essa nova prática no Instituto de Educação, fortalecendo-se como prática pedagógica.

Os limites deste texto impedem estas autoras de descrever, em detalhes, a produção intelectual de Irene de Albuquerque para além de sua atuação como professora. Ressalte-se, entretanto, que suas publicações circularam pelo Brasil e inscreveu marcas por onde passou, como citam Villela *et al.* [8, p. 265]:

No Paraná, por exemplo, a autora [Irene de Albuquerque] era referência nos programas de 1953 e 1960 e que se materializavam nas orientações metodológicas destinadas aos professores primários contidas no manual do professor primário do paraná entre os anos de 1963 a 1965. Além disso, ao analisarmos os anais do 3º congresso brasileiro do ensino de

²⁷ Na época, o Distrito Federal era localizado na cidade do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

²⁸ Neste momento o Ministério da Educação (**MEC**) passou a oferecer bolsas de estudo para aperfeiçoamento de professores e administradores escolares por intermédio do **INEP**, [6, p. 263] e as pesquisas educacionais ganharam maior visibilidade.

matemática, realizado no rio de janeiro em 1959, verificamos sua participação na comissão técnica do ensino normal primário.

Seus livros, *“Jogos e Recreações Matemáticas”*; *“Tudo é fácil”* – em parceria com o professor Julio Cesar de Mello e Souza (Malba Tahan); *“Prática do Ensino Primário”* – em colaboração com as professoras Circe de Carvalho Pio Borges, Brisolva de Brito Queirós, Haydée Gallo Coelho e Josefina de Castro e Silva Gaudenzi; e *Metodologia da Matemática* foram, em alguma medida objetos de análise em pesquisas dos campos História da Educação e História da Educação Matemática. O primeiro, por exemplo, foi analisado [7] quem afirmou que a abordagem apresentada pela autora, está em conexão com os princípios idealizados pela Escola Nova, propondo a utilização de materiais concretos para o ensino de matemática, defendendo a importância do prazer do aluno ao estudar e do mesmo ser um elemento ativo da aprendizagem, além de recomendar uma aproximação entre a realidade do aluno e a Matemática. A obra *“Metodologia da Matemática”*, manual que vem se constituindo como fonte da pesquisa que deriva este estudo, será mais detalhado no tópico seguinte.

A partir do exposto nas páginas anteriores, pode-se afirmar que a produção de Irene de Albuquerque é vasta. Do levantamento realizado por estas autoras, identificou-se que o livro *“Metodologia da Aritmética”* carece de análise com vista aos saberes matemáticos sistematizados por Irene de Albuquerque para a formação de professores, como antes esboçado neste texto. Em realidade, interessa a estas autoras as matemáticas objetivadas por Irene de Albuquerque no manual em análise a fim de caracterizar tais saberes em atendimento aos objetivos deste estudo, analisar processos e dinâmicas das matemáticas a ensinar e para ensinar na formação de professores e no ensino [2]. Ressalte-se, em tempo, que para os limites deste texto interessa mais os saberes produzidos por Albuquerque que situá-la como expert em educação, exercício que ficará para pesquisa futura; primeiro, pelos limites deste texto, e, segundo, em respeito às referências teóricas orientadoras deste estudo, que levam em conta a institucionalização da expertise em educação, ou seja, o Estado que, responsável pelo ensino público, convoca a expertise em educação para adentrar à escola e obter elementos concretos de sua avaliação a fim de uma tomada de decisão [2]. A identificação de um expert em educação é um exercício teórico de pesquisa o qual demanda exaustiva análise de saberes produzidos por esses sujeitos em diferentes fontes, convocatórias do Estado, entre outros. A pesquisa que visa identificar experts em educação tem, de partida, como objeto a caracterização desses saberes produzidos, sendo o expert consequência e não causa.



2. O manual "Metodologia da Matemática" de Irene de Albuquerque, figura 1.

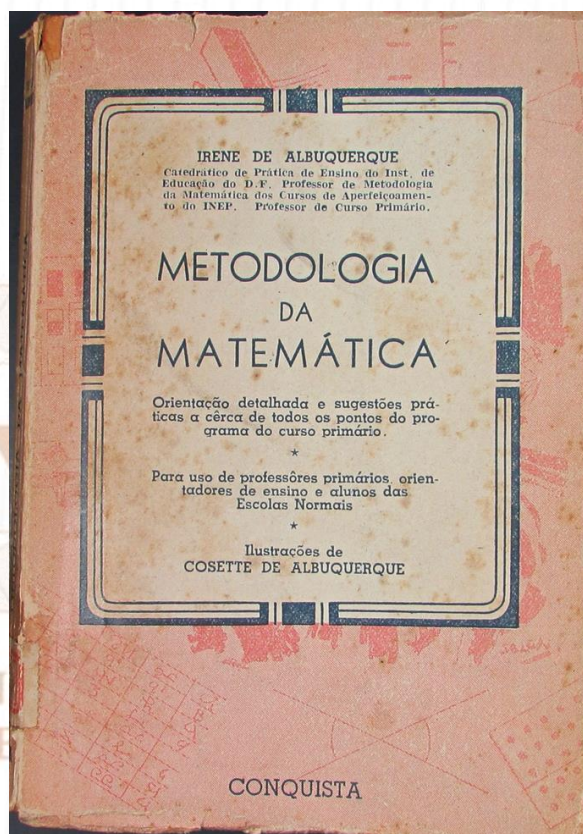


Figura 1. Capa manual Metodologia da Matemática, [1].

A versão digital da obra *Metodologia da Matemática*, disponível no Repositório de Conteúdo Digital da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), foi analisada por estas autoras. Ela contém 190 páginas, capa, contracapa e um adendo final intitulado *Novidades para o Curso Normal*. A contracapa traz informações sobre outras obras de Irene de Albuquerque e logo abaixo do nome da autora pode-se ler sua ficha técnica: *Catedrático de Prática de Ensino do Instituto de Educação do Distrito Federal. Professor de Metodologia da Matemática dos Cursos de aperfeiçoamento do INEP. Professor de Curso Primário*; bem como as seguintes informações concernentes à obra: *de acordo com o programa do curso de formação do professor primário; Orientação detalhada e sugestões práticas a cerca de todos os pontos do programa do curso primário; para uso de professores primários, orientadores de ensino e alunos das Escolas Normais*. Conforme se pode ler na capa, as ilustrações são de Cosette de Albuquerque, editora Conquista, cidade de publicação é o Rio de Janeiro datada de 1951.

Após o sumário, um tópico nomeado de *Introdução*, assinado por Irene de Albuquerque, constitui-se em si mesmo um rico material de estudo. Nele se pode observar as preocupações da autora com a criança, com a idade psicológica correta para aprender, com o ensino de matemática que, *não é difícil, mas ensinar Matemática é uma das tarefas que exigem maior dose de reflexão, de bom senso e cuidado*, [1, p. 7], com o interesse da criança, com o cuidado que deve ter o professor em sondar aquilo que ela já sabe. Identifica-se nesse tópico a preocupação de Albuquerque com respeito à graduação do ensino

de matemática, que *por ser uma ciência lógica, certas noções precisam ser dadas antes de outras, a fim de que os alunos possam jogar com elas*, [1].

Irene de Albuquerque diz, ainda na Introdução, que a matemática que se exige na escola primária é viva e concreta e que ao levá-la para o quadro negro, o professor a mata, tira-lhe a vida, torna-a abstrata e que é essa uma das razões pela qual a criança, cujo raciocínio não pode ser ainda abstrato, é incapaz para essa *matemática do quadro-negro*.

Avançando na introdução, Albuquerque mostra sua relação com o estrangeiro dizendo que em universidades norte americanas vinha aumentando o número de clínicas pedagógicas que, por meio dos testes de inteligência, classificava a criança em *normal* ou *superior* concedendo-lhe o direito de estagiar na clínica.

Sem esgotar as observações de Albuquerque na Introdução, mas dada a necessidade de avanço no livro, chega-se ao sumário, que indica haver oito capítulos na primeira parte e doze na segunda. A primeira é toda orientadora do trabalho docente, não fazendo referência a temas e/ou conteúdos específicos de matemática, mas dando orientações ao professor sobre como deveria ser conduzido o ensino de matemática. Cite-se alguns desses temas: *Tarefas desnecessárias em Matemática; Fixação da Aprendizagem: jogos didáticos – sugestões práticas; O treino do raciocínio e os problemas de matemática; Verificação da Aprendizagem e do progresso do aluno*, entre outros. A parte II destina-se mais especificamente aos conteúdos matemáticos que deverão ser trabalhados, quais sejam, *Noções de Geometria; Noção de Número; Contagem; Numeração; Sugestões Práticas*, etc.

HISTORIA DE LA EDUCACION MATEMATICA 2019

2.1. Recortes, referencias teóricas, apropriações, uma teia a ser tecida...

O Capítulo VII *O treino do raciocínio e os problemas de matemática* tem 18 páginas. Em todas elas, a narrativa orienta o trabalho sobre *o treino de raciocínio e os problemas de matemática* como unidades indissociáveis. Organizado por tópicos, perfazendo o total de treze, cada um deles foi comentado, com exemplos, e com orientações que objetivam a formação do professor no desenvolvimento do “treino de raciocínio” nos seus alunos para o sucesso nos problemas de matemática. Segue um breve resumo do que trata cada um dos treze tópicos: 1) o treino de raciocínio não se faz apenas através dos problemas de matemática, mas, pelo contrário, qualquer ensino, de qualquer matéria, deve levar sempre a criança a pensar, a refletir; 2) o problema de matemática exige um raciocínio envolvendo dados numéricos ou relações matemáticas; forma, ainda, métodos de raciocínio que podem ser úteis em situações fora da matemática; 3) é preciso, entretanto, que, resolvendo um problema de matemática, esteja a criança realmente raciocinando; isso depende muito do professor; *ensinar a raciocinar exige cuidado, para não mecanizar formas de resolução de problemas-tipo, as quais nem desenvolvem os métodos de pensamento, em geral, nem habilitam a criança a resolver outros problemas de matemática*, [1, p. 44]; 4) o primeiro cuidado do professor consiste no planejamento do problema, isto é, na sua escolha e organização; 5) motivação do problema; 6) redação do problema no quadro-negro; 7) leitura do problema; 8) métodos de resolução do problema; 9) resolução do problema no quadro negro; 10) resolução individual do problema; 11) vocabulário usado nos problemas; 12)

Erros em solução de problemas; 13) medida do raciocínio, em Aritmética. O último tópico do capítulo é nomeado de *Sugestões Práticas*.

Em razão dos limites deste texto, não será possível trazer aqui uma discussão mais alargada sobre cada uma das orientações dos 13 tópicos. Assim, optou-se por comentar e analisar, aqui, apenas alguns deles. Talvez a motivação por uns e não por outros tenha sido em função de uma evidência mais imediata – e isso interessa pela agilidade do tema – da produção de saberes profissionais.

Concernente ao tópico 3, Albuquerque chama atenção ao cuidado que o professor deve ter com os *problemas-tipo*, que ela define como sendo aqueles comuns nas escolas, isto é, *problemas que apresentam certas situações estandardizadas; para treino, aproveita-se o mesmo enunciado, a mesma redação, mudam-se os dados, até a criança aprender, isto é, mecanizar a solução*, [2, p. 50]. Diz a autora que

A definição de problemas é a de situação nova, não há problemas-tipo em número suficiente para apresentar todas as situações da vida, e as crianças ensinadas por tal processo falham fora da escola e, inúmeras vezes, dentro da própria escola, desde que os problemas apresentados numa prova fujam aos *tipos* solucionados em classe [2, p. 50, negrito nosso].

Ao que parece, os problemas-tipo podem levar a uma ação mecânica na qual o raciocínio não é parte dela. É nessa direção que advoga Albuquerque quando pede cuidado no tópico 3 e atribui a responsabilidade por tal processo ao professor. Essa responsabilidade, lida nas orientações dada pela autora e nos termos que interessa a este texto pode ser traduzida como elementos do saber profissional do professor, ou seja, tornar-se o responsável pelo desenvolvimento do raciocínio das crianças é ter competência para tal, é dispor de saberes profissionais que possibilitem atingir a esse objetivo. Como a autora propõe tais orientações? Como ela *prepara* os professores em termos de eles virem a dispor, no exercício da docência, desses saberes profissionais? Reitere-se que o livro "*Metodologia da Aritmética*" é, como informa a capa, *para uso de professores primários orientadores de ensino e alunos das Escolas Normais*, ou seja, é destinado ao professor que irá ensinar Matemática nos primeiros anos.

O tópico 4 é um dos mais longos. Albuquerque afirma que o primeiro cuidado que deve ter o professor consiste no planejamento do problema, isto é, em sua escolha e organização. Tentando fugir dos problemas-treino, ela diz que *o melhor problema é aquele que resolve uma situação ocorrida na classe, em relação à unidade de trabalho ou projeto, ou em relação a qualquer outra atividade, como, por exemplo, compra de material, despesa de uma excursão etc.*, [2, p. 44]. Diz a autora, que *mesmo esse problema, assim tão real, pode e deve ser previsto pelo professor, ao pensar a sua aula, para aquele dia*. Ao propor um problema de um livro de exercício, por exemplo, o professor deve pensar:

- a) Esse problema interessará aos meus alunos? Tem relação com a sua vida infantil? É relativo à vida adulta mas tem, realmente, probabilidades de ocorrer?

- É, em suma, um problema da vida real? Constituirá uma atividade interessante para os meus alunos?
- b) É adequado à minha classe e corresponde às necessidades dos meus alunos:
- quanto às noções de matemática, cujo treino envolve?
 - quanto à dificuldade de raciocínio?
 - quanto à dificuldade dos cálculos?
 - quanto ao número de cálculos?
- c) a linguagem a que está redigido o problema é clara, correta (*sic*), adequada, simples?
- d) Em relação aos problemas anteriores dados em classe, há uma variedade de tipos? [2, p. 45]

Note-se que, ao dizer que o planejamento do problema é importante, Albuquerque apresenta a direção para essa ação, os passos, as etapas, as interrogações, mostra como planejar, em outras palavras, trabalha no sentido de construir em seus leitores, futuros professores, saberes constitutivos das ferramentas de trabalho do professor, saberes *para* ensinar, saberes profissionais, conforme afirmam [2]:

Formar, como qualquer atividade humana, implica em dispor de saberes para sua efetivação, para realizar seu ofício específico. E esses saberes constituem ferramentas de trabalho, neste caso, saberes *para* formar ou saberes *para* ensinar [...]. Tratam-se principalmente de saberes sobre “o objeto” do trabalho de ensino e de formação (sobre os saberes *a* ensinar e sobre o aluno, o adulto, seus conhecimentos, seu desenvolvimento, as maneiras de aprender etc.), sobre as práticas de ensino (métodos, procedimentos, dispositivos, escolha dos saberes *a* ensinar, modalidades de organização e de gestão) e sobre a instituição que define o seu campo de atividade profissional (planos de estudos, instruções, finalidades, estruturas administrativas e políticas etc.) [2, p. 134].

Ainda no tópico 4, Albuquerque afirma que os problemas de matemática servem ao treino de raciocínio e não do cálculo, que deveriam ser abandonados por desviarem a atenção da criança do raciocínio para o cálculo. Diz, ainda, que *o raciocínio deve ser treinado em situações diferentes* e, para isso, *o próprio tipo de problema oferece uma forma dessa variedade*. Além disso, diz Albuquerque, *cada tipo satisfaz melhor a certos objetivos do que outros*. Uma lista deles é apresentada pela autora na “*Metodologia da Matemática*”, capítulo VII, tópico 4, e, para cada um deles, é dada uma explicação minuciosa sobre suas finalidades. Em resumo, os tipos de problemas são: Problema comum da vida

real; problema-historieta; problema sem números; problema incompleto; problema em série; problema sugerido por gravura; problema para vestir; problema para encontrar um dado numérico; problemas orais. No último tópico do capítulo, nomeados *sugestões práticas*, Albuquerque oferece ao professor uma lista com dez tipos problemas. O que pode uma lista de tipos de problemas significar em um livro de Metodologia da Matemática?

Nos termos do que vem sendo estudado por estas autoras, ela pode ser lida como mais uma ferramenta de trabalho do professor. Se existe um método universal para resolver problemas de todos os tipos, e isso será abordado mais adiante, as finalidades de cada problema mudam, uma preocupação de Albuquerque. Há, neste ponto, a produção de um saber específico da docência, próprios para o exercício da profissão docente constituídos como referências vindas do campo ciências da educação. Assim, ambos os saberes [saberes *a* ensinar e saberes *para* ensinar] se organizam como saberes da formação de professores, mas a *expertise* profissional, o que caracteriza a profissão de professor, o seu saber profissional, está dada pelos saberes *para* ensinar. Mas, reitere-se, esses saberes estão em articulação [9, p. 378].

Avançando no tópico 7 - *leitura do problema*, Albuquerque afirma que ensinar o tipo de leitura usada no problema é tarefa do professor (grifo nosso). Diz a autora que a leitura silenciosa do problema é completamente diferente da leitura empregada para histórias ou para, até, assuntos de estudo em ciências físicas ou sociais e que ela difere grandemente da leitura oral. Sobre esse último tema, Albuquerque afirma que

Não vamos ensinar às crianças a ler histórias como se fossem problemas, da mesma maneira que não podemos permitir que leiam problemas como se fossem histórias. A leitura do problema é meditada, vagarosa, com uma fixação de olhos aproximadamente para cada palavra, pois todas são importantes; há ainda a leitura dos números, que constituem um bloco com muitas fixações. O movimento dos olhos, entretanto, deve ser feito sempre da esquerda para a direita, sem voltar atrás; apenas nos números permitem-se regressões. Geralmente, é aconselhável fazer uma primeira leitura para apreender o sentido, sem grande preocupação com os números; numa segunda leitura, dar-se-á atenção aos números. Na leitura silenciosa dos problemas há certo grau de vocalização [1, p. 49].

Albuquerque afirma que o professor deve dar exemplo da **leitura aconselhável**, fazendo-a oral e pausadamente, para que o aluno compreenda **o mecanismo a usar na sua leitura silenciosa**. A leitura oral feita por um aluno logo depois do professor é sempre valiosa, diz a autora. Ao proceder a leitura **silenciosa aconselhável**, deve o professor recomendar sempre de que maneira deve o aluno fazê-la. Até que a criança adquira o treino da leitura silenciosa, pode o professor levá-la a uma nova leitura silenciosa a fim de que ela mesma perceba que pode obter, dessa nova leitura, todo o significado que o problema apresentava.

Irene de Albuquerque é enfática ao afirmar que a *técnica da leitura silenciosa* se difere de outras leituras: *todos os professores conhecem casos de alunos que raciocinam bem, que são ótimos leitores de textos recreativos, mas incapazes de resolver um problema que não lhes seja apresentado oralmente. Trata-se simplesmente de falha no mecanismo da leitura especial para o problema*, [1, p. 50].

Esse tópico 7 é bastante representativo do que foi dito antes sobre os saberes profissionais da docência. O rigor com que Albuquerque exige que seja trabalhada a leitura silenciosa é expressivo de uma formação que visa a expertise profissional para além daqueles saberes trabalhados disciplinarmente. Não se referem eles, por exemplo, ao saber sobre leitura que dispõe um professor de literatura, mas a um saber sobre leitura que é específico do professor que ensina matemática, como ela bem destacou ao dizer *não vamos ensinar às crianças a ler histórias como se fossem problemas, da mesma maneira que não podemos permitir que leiam problemas como se fossem histórias*. Em palavras, ao ter dito que *A leitura do problema é meditada, vagarosa, com uma fixação de olhos aproximadamente para cada palavra, pois todas são importantes; há ainda a leitura dos números, que constituem um bloco com muitas fixações. O movimento dos olhos, entretanto, deve ser feito sempre da esquerda para a direita, sem voltar atrás; apenas nos números permitem-se regressões*, Albuquerque está trabalhando no sentido de produzir um saber sobre o que entende por *leitura silenciosa*. Note-se que não se trata de uma leitura silenciosa como outra qualquer, mas ela explicita cada etapa com um rigor que está para além da técnica.

Um último tópico escolhido para discussão neste texto é o de número 8, *Métodos de resolução do problema*. A finalidade da leitura silenciosa parece confluir na análise oral do problema, no entender destas autoras, e, esta, em sua resolução. Albuquerque afirma que qualquer que seja o problema, quaisquer as noções com que lide ou as situações que apresente, a única maneira de resolvê-lo é estabelecendo um método que se aplique indiferentemente a todos. Esse método, diz a autora, é o verdadeiro raciocínio aplicado à matemática. Para ela, o método é único e eficaz, porque habilita, realmente, a pensar e a atacar qualquer problema novo. Nesse tópico ela retoma a crítica que faz aos problemas-tipo, comum nas escolas, e reforça a importância da **análise oral do problema**, repudia a análise escrita, pois considera que ela implica em perda de tempo.

Albuquerque considera que a **rígida análise oral**, sempre orientada pelo professor, irá auxiliar o aluno na **formação do método de ataque a qualquer problema**. Ela apresenta uma ordem de resolução do problema matemático que envolve seis alternativas, quais sejam:

- a). Que pede o problema? Há alguma coisa que queremos encontrar e, portanto, precisamos saber que coisa é esta, antes de nos entregarmos à tarefa de procurá-la. Geralmente, é a pergunta quem nos diz isso, portanto devemos começar por compreendê-la;
- b). Que precisaríamos saber, para resolver tal problema?;
- c). Que nos diz êle? Que dados nos dá para ajudar a procurar o que êle pede?;
- d). Que relação há entre esses dados, para nos habilitar a encontrar o que procuramos?; há algumas questões que ainda precisam ser resolvidas antes de chegarmos à fase final? Quais são? Em que ordem podem ser resolvidas?;
- E). Como podemos, então, organizar a nossa marcha para resolução?;
- f). Que

resposta daremos ao problema? (É preciso ler novamente a pergunta, para responder correta e adequadamente) [1, p. 51].

Seguida a essas orientações, um problema matemático é apresentado e explorado, minuciosamente, a partir de cada uma das alternativas de a) à f).

A apropriação destas autoras concernente aos tópicos aqui apresentados, culminando nesse tópico 8 *Método de resolução do problema*, considera que o futuro professor que ensina matemática, terá, na obra Metodologia da Matemática, não só orientação de como devem conduzir suas aulas de matemática, mas sua expertise profissional vai sendo cuidadosamente elaborada em cada uma das etapas do livro. Que saberes teriam sido *decantados* das orientações de Albuquerque? Este ensaio de análise mostrou que eles são muitos e de natureza diversa. A resolução de um problema matemático pelos alunos parece estar em dependência, logo ela é uma consequência, da *expertise* profissional do professor que ensina matemática no trabalho com *treino de raciocínio*. A finalidade do *treino de raciocínio* objetiva a elaboração de um *método que se aplique indiferentemente a todos*, a todos os tipos de problema. As orientações de Albuquerque são dadas no sentido de preparar o futuro professor no sentido de bem saber como auxiliar seus alunos na elaboração desse método, ou seja, de munir o futuro professor em termos desse saber profissional.

Analisar os processos constituintes da matemática a ensinar e da matemática para ensinar e suas dinâmicas de transformação, [3, p. 33], conforme antes exposto neste texto.

Maciel realizou uma ampla pesquisa em pedagógicos de aritmética e de pedagogia buscando caracterizar um saber constitutivo da docência para o exercício profissional do professor que ensina matemática, um saber *para ensinar*, matemática *para ensinar*. Essa pesquisadora afirma que, diferente do que possa parecer, os saberes matemáticos não estão explícitos nos manuais como numa lista de conteúdos e interroga *como deve o pesquisador agir no sentido de 'decantar' saberes das orientações dadas aos professores nesses documentos?* Diz essa pesquisadora que das orientações aos professores encerrada nos livros, ou manuais, inicia-se um primeiro nível de objetivação de saberes e que a partir desse primeiro nível, outros podem se sedimentar, novas análises podem ser realizadas como forma de organizar as informações a fim de que elas sejam analisadas e interpretadas, confluindo na sistematização que visa captar elementos do saber profissional.

Por certo que a pesquisa em um manual, sobretudo efetuando-se recortes, apresenta limitações. Contudo acredita-se que o aqui trazido intenta expressar um primeiro movimento dessa confluência que parte de uma orientação encerrada em um manual a uma sistematização do saber profissional. Nesse sentido, a partir das referências que orientam este estudo e das apropriações destas autoras, acredita-se ser possível realizar uma *asespsia* de elementos subjetivos e conjunturais lidos nas orientações com vistas a caracterizá-los como um saber profissional.

Do exposto, o capítulo VII do livro Metodologia da Matemática mostra-se como um elemento formador para além de uma metodologia da Matemática, mas indica processos de produção de saberes profissionais que objetivam melhor formar o professor em termos daquelas que são as ferramentas de seu trabalho. Cite-se, por exemplo, as orientações de Albuquerque

3. Conclusiones

Este trabalho, conforme dito no início, é resultado de pesquisa vinculada a um projeto temático que tem como objetivo *analisar os processos constituintes da matemática a ensinar e da matemática para ensinar e suas dinâmicas de transformação*. Do aqui exposto acredita-se terem sido trazidos resultados, ainda que iniciais, de uma pesquisa que visa caracterizar tais saberes – que não estão encerrados nos livros, mas são produto de um exercício de análise que visa tornar inteligíveis orientações metodológicas, a começar pelo título da obra analisada – em termos de um saber que é específico da docência, os saberes para ensinar, uma matemática para ensinar, aquela específica da profissão do professor.

Referências

- [1] I. Albuquerque, “*Metodologia da matemática*”. 2. ed. Rio de Janeiro: Conquista, 1954. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159572>>. Acesso em: 24 jul. 2019.
- [2] R. Hofstetter, B. Schneuwly, “*Knowledge for teaching and knowledge to teach: two contrasting figures of New Education: Claparède and Vygotsky*”. Paedagogica Historica: International journal of the history of education, ISSN 0030-9230, Vol. 45, Nº. 4-5, 2009 (Ejemplar dedicado a: New Education at the heart of knowledge transformations / coord. por Rita Hofstetter, Bernard Schneuwly), págs. 605-629.
- [3] W. R. Valente, et al. “*A Matemática na Formação de Professores e no Ensino: procesos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990*”. Projeto Temático. Financiamento: Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP). 2017-2022.
- [4] J. V. S. Santos, R. C. Lins, “*Uma discussão a respeito da(s) matemáticas na formação inicial de profesoress de matemática*”. In: Educação Matem. Pesq., São Paulo, v. 18, n. 1, pp. 351-372, 2016.
- [5] G. M. Ziegler, A. Loos, “*What is Mathematics? And why we should ask, where one should experience and learn that, and how to teach it*”. In: G. Kaiser (ed.), Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education, ICME-13 Monographs, DOI 10.1007/978-3-319-62597-3_5 pp. 66-77
- [6] P. Gurgel, “*Professores-Normalistas do Instituto de Educação do Rio de Janeiro (1930-1960): um estudo sobre trajetórias profissionais*”. 2016. 157 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016. Disponível em: <<https://ppge.educacao.ufrj.br/dissertações2016/dpatriciagurgel.pdf>>. Acesso em: 3 ago. 2019.
- [7] C. Schneider, “*Jogos para o ensino de aritmética em manuais pedagógicos de 1930-1960 no Brasil*”. 2017. 203 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2017.

Disponível

em:

<<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/186990/PECT0337-D.pdf?sequence=-1&isAllowed=y>>. Acesso em: 24 jul. 2019.

- [8] X. Vilella, "*Algunes claus del desenvolupament competencial a l'aula. Perspectiva Escolar*", 367, 54-59, 2013.
- [9] W. R. Valente, "*Processos de Investigação História da Constituição do Saber Profissional do Professor que Ensina Matemática*". In: *Acta Scientiae*. Canoas. v. 20. n. 3. p. 377-385. Maio/jun. 2018.



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

UMA ANÁLISE DO MANUAL "MATEMÁTICA NA ESCOLA PRIMÁRIA"

AN ANALYSIS OF THE MANUAL "MATEMÁTICA NA ESCOLA PRIMÁRIA"

Eliana Maria de-Jesus Janice Cassia-Lando***

Resumo: neste artigo objetiva-se divulgar parte dos resultados de uma pesquisa de mestrado apresentando uma breve análise do manual de ensino "*Matemática na Escola Primária*", utilizado no ensino de matemática no Grupo Escolar Castro Alves, em Jequié-BA, na década de 1960. Este trabalho fundamenta-se no referencial teórico-metodológico da história cultural, conforme Roger Chartier [3], e na história das disciplinas escolares, segundo André Chervel [14]. Esse manual foi produzido com intuito de auxiliar o professor de matemática primária apresentando possibilidades para que o docente pudesse refletir e melhorar o seu desempenho nas aulas de matemática no ensino primário. O manual "*Matemática na Escola Primária*" foi elaborado com base no ideário difundido pelo Escolanovismo, em que o ensino de matemática era abordado por meio de jogos didáticos, problemas com situações do cotidiano, valorizando a criança como ser ativo no processo de ensino e aprendizagem, sendo que as atividades matemáticas deveriam acontecer a partir do interesse da criança e através de situações práticas do cotidiano. Com a análise percebe-se que mesmo o texto do manual reforçando a importância do aluno desenvolver o conhecimento matemático por meio de situações práticas, envolvendo conteúdo de seu interesse e a partir de situações do cotidiano, não é descartado o ensino apoiado na memorização.

Palavras-chave: Ensino de matemática, Manual de ensino, "*Matemática na Escola Primária*"

Abstract: this article aims to disclose part of the results of a dissertation research presenting a brief analysis of the teaching manual "*Matemática na Escola Primária*" used in mathematics teaching at Castro Alves school group, in jequié-BA, in the 1960s. This research is based on the theoretical-methodological framework of cultural history, according to Chartier [14], and on history of school subjects, according to Chervel [3]. This manual was produced to help primary math teachers by presenting possibilities for them to reflect and improve their performances in primary school math classes. "*The manual Matemática na Escola Primária*" was

* Licenciada em Matemática pela Universidade do Estado da Bahia (UNEB), Brasil. Mestre em Educação Científica pelo Programa de Pós-Graduação Educação Científica e Formação de Professores (PPG-ECFP) da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), Brasil. E-mail: elianamat.uab@gmail.com.

** Licenciada em Matemática pela Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT), Brasil. Doutora em Ensino, Filosofia e História das Ciências pela Universidade Federal da Bahia (UFBA), Brasil. Professora do Departamento de Ciências e Tecnologias e do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores (PPG-ECFP) da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), Brasil. E-mail: janicelando@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9995-3706>.

elaborated based on the ideas spread by Escolanovismo, in which the teaching of mathematics was approached through didactic games, problems with everyday situations, valuing children as being active in teaching and learning process. Mathematical activities should take place from children's interest and through practical everyday situations. With the analysis it is clear that even manual text reinforcing the importance of students to develop mathematical knowledge through practical situations involving content of their interest and from everyday situations, the teaching supported by memorization is not discarded.

Keywords: Mathematics Teaching, Teaching Manual, "Matemática na Escola Primária".

1. Introdução

O manual de ensino "Matemática na Escola Primária" faz parte da lista de livros e manuais utilizados por professores do Grupo Escolar Castro Alves, em Jequié-BA, que consta no Memorial dessa Instituição [1]. O referido grupo escolar foi o primeiro estabelecimento de ensino público de Jequié nos primeiros anos de 1930. A implantação do Grupo Escolar Castro Alves na cidade de Jequié, em 1934, buscou atender aos anseios e necessidades da sociedade local por uma instituição de ensino pública. Assim, neste artigo objetiva-se divulgar parte dos resultados de uma pesquisa de mestrado [2], apresentando uma breve análise desse manual de ensino.

No que tange ao livro como fonte histórica para construção de uma história do ensino de matemática, entendemos os livros e impressos em conformidade com o que expressa Chartier [3], ao defini-los como objetos de circulação que oportunizam a circulação de ideias, valores e comportamentos. Nessa perspectiva, propiciando uma produção histórica consonante com a sua definição de história cultural que [...] *tem por principal objeto identificar o modo como em diferentes lugares e momentos uma determinada realidade social é construída, pensada, dada a ler*, [3, pp. 16-17].

Ainda em relação aos manuais pedagógicos enquanto fontes históricas, destaca-se a sua relevância, na época, para o desenvolvimento de novas estratégias didáticas nas aulas de matemática. Nesse sentido, Valente [4, p. 1] assevera que os manuais pedagógicos representam:

[...] um conjunto de normas, diretrizes, recursos e técnicas consideradas necessárias para assegurar aos docentes uma atuação educativa eficaz, encontram-se subordinados a um contexto educativo e à realidade sócio-econômica de uma determinada época, de modo que, o estudo dessas obras pode revelar vestígios das transformações ocorridas nas práticas escolares e possibilitar a compreensão dos processos de renovação teórica educacional.



A obra em análise faz parte da *Biblioteca da Professora Brasileira*²⁹ e trata-se de uma reedição publicada na década de 1960 durante o mandato de Darcy Ribeiro³⁰ no Ministério da Educação, cuja primeira edição é de 1934. A este respeito Souza *et al.* [5, p. 237] afirmam que *este material foi elaborado em 1934, quando Anísio Teixeira era diretor-geral do Departamento de Educação do Distrito Federal – Rio de Janeiro, com o objetivo de contribuir para a qualificação e o aperfeiçoamento profissional do magistério primário*. Essas autoras indicam ainda que em 1955 esses manuais foram reeditados pelo INEP, e em 1962, são revistos e reeditados pela *Biblioteca da Professora Brasileira*.

De acordo com o que consta no manual analisado, a reedição de 1962 teve como objetivo atender aos professores do primário que não tinham nem a 4ª série primária, assim essa obra foi elaborada buscando contemplar um *Programa de Emergência* que tinha em vista auxiliar a prática educativa das professoras primárias de todos os estados do Brasil [7]. Foram responsáveis por essa reedição Maria dos Reis Campos, Atalá Aguirre Blackman, Augusta Q. de Carvalho Oliveira, Consuelo Pinheiro, Iza Goulart Bueno, Marina de Menezes Pádua, Oneida de Almeida e Sebastiana Henriqueta de Carvalho.

Esse manual de ensino está estruturado em duzentas e dezesseis páginas, a capa tem duas cores, preta e verde, na parte superior consta o nome da obra *Matemática na Escola Primária* e no centro um quadro com os sinais das quatro operações fundamentais da matemática, além de uma figura geométrica com algumas letras em suas faces, seguido pela sigla MEC e o nome *Programa de Emergência* e na parte inferior o nome *Biblioteca da Professora Brasileira*.

O manual de ensino *Matemática na Escola Primária* foi utilizado pelos professores que faziam parte do corpo docente do Grupo Escolar Castro Alves dentro do recorte temporal escolhido para realização da pesquisa, mais precisamente na década de 1960. Concordamos com Valente quando afirma que *os manuais pedagógicos são assim documentos de um tempo, de seu tempo de circulação e apropriação, portadores de indícios de apropriações de diferentes concepções pedagógicas para o ensino da matemática*, [4, p. 1]. Nessa perspectiva, surge como inquietação analisar a proposta pedagógica e os conhecimentos matemáticos elencados no referido manual.

2. Anísio Teixeira e Darcy Ribeiro e as possíveis influências na elaboração e reedição do Manual *Matemática na Escola Primária*

Conforme já citado, a primeira versão do manual “*Matemática na Escola Primária*” foi elaborada na década de 1930, quando o cenário brasileiro apresentava alguns problemas em diversos setores. Dificuldades que não eram exclusividade do nosso país, visto que outros países, como por exemplo os Estados Unidos, estavam vivenciando uma crise devido a queda da Bolsa de Valores em Nova York em 1929, fator que causou instabilidade em todos os setores; “a gravidade da depressão econômica da década de 1930 obrigou o Estado a intervir na economia e substituir o capitalismo liberal pelo capitalismo de organização” [8, p. 241].

²⁹ A *Biblioteca da Professora Brasileira* compôs-se inicialmente das seguintes obras: *Atlas histórico e geográfico brasileiro*; *Dicionário escolar do professor*; *edições da Campanha Nacional do Material de Ensino*; e *seis Guias para o ensino de Linguagem, Matemática, Estudos Sociais, Ciências, Jogos e Música na escola primária*, [5, p. 238].

Esse período foi marcado pela reforma Francisco Campos no ensino secundário, em 1931, e pelo *Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova* que tratava de novas propostas para a educação, trazendo mudanças também para o ensino primário.

A partir do *Manifesto*, os educadores buscavam atender a demanda da sociedade por uma educação que contribuísse para o desenvolvimento,

[...] porque a situação vigente era de conflito entre o novo e o velho, entre o novo regime político e as velhas oligarquias, entre o capitalismo industrial e o predomínio da economia agrícola. A sociedade estava mudando. Urgia que a educação escolar refletisse essas mudanças [9, p. 146].

Esse *Manifesto* foi mais do que um documento que pregava a renovação no ensino, pois a proposta elencada pelos educadores buscava *vislumbrar a educação como um problema social*, [9, p. 146].

Os ideais de Anísio Teixeira eram voltados para empreender esforços em prol dos menos favorecidos, considerando que foram muitos os obstáculos enfrentados durante esse período de luta em favor de minimizar a desigualdade social, política e econômica, existente na sociedade. Suas ações foram de encontro com governantes e demais pessoas que não comungavam de seus ideais.

[...] esse grau de desigualdade refletia-se na educação, que na verdade era tratada como um objeto de privilégio das elites. Contrapondo-se a essa situação, a vida de Anísio Teixeira foi sempre marcada pelo entendimento segundo o qual a educação é um direito de todos e não é jamais um privilégio. Esse entendimento atravessa de ponta a ponta toda a sua obra [...]. [10, p. 222].

Teixeira, como já ressaltamos anteriormente, ocupou vários cargos na carreira pública no setor educacional nos quais realizou diversas atividades, como, implementação da inspeção escolar, construção de prédios escolares, participou da elaboração de documentos e projetos voltados para a educação, edição de materiais didáticos dentre outras ações. Segundo Saviani [10, p. 221], *Apesar de ter tido oportunidades tentadoras de se projetar em outras atividades, Anísio Teixeira optou pela educação, elegendo-a como a questão central no plano de reforma da sociedade e de constituição da nacionalidade brasileira que ele sempre acalentou.*

No que se refere à década de 1960, o contexto brasileiro foi influenciado por diversas transformações que interferiram no âmbito educacional, no qual o regime ditatorial que afetou diversos países da América Latina, dentre eles o Brasil, ocasionou mudanças efetivas no setor econômico, político e social da época. Essas alterações interferiram diretamente o sistema educacional, fazendo com que estudiosos refletissem sobre modificações que influenciassem na educação com intuito de atender a demanda social da época, considerando de suma importância para o processo de civilização e transformações da sociedade brasileira.

³⁰ Em 1962, assumiu o cargo de ministro da Educação no governo de João Goulart. Posteriormente, foi ministro-chefe da Casa Civil, em 1963. Darcy Ribeiro foi também secretário de Cultura, coordenador do Programa Especial de Educação, e senador da República de 1991 até sua morte, em 1997 [6, p.1].

O contexto educacional na década de 1960 estava vivenciando diversos problemas, tendo em vista a busca por melhorias no âmbito educacional, alguns estudiosos e pesquisadores adotaram estratégias para minimizar as dificuldades enfrentadas pelo setor educacional.

Segundo nossos cálculos, cerca de 2 milhões de crianças estão sendo educadas neste momento, no Brasil, por professoras que não têm sequer a 4ª série primária. Aquelas que, mais felizes, conseguiram completar cursos normais, ressentem-se igualmente de deficiências na sua formação profissional, de falta de amparo e estímulo ou de meios e materiais necessários à boa execução de sua nobre tarefa educacional. Essa é uma situação extremamente grave e que perdura há longos anos. Para fazer face a ela, Anísio Teixeira, à frente de um grupo de educadores, já tentava, em 1934, no Rio de Janeiro, realizar uma reforma do ensino, cuja pedra angular era o aperfeiçoamento técnico e profissional do magistério primário e o preparo de professoras do mais alto nível [7, p. 9].

Inserido nesse panorama brasileiro, o manual *Matemática na Escola Primária* foi reeditado devido às necessidades de transformações no cenário educacional, com objetivo de oferecer uma educação que abarcasse a maioria das classes sociais, tendo a intenção de servir de suporte pedagógico para os professores que ensinavam matemática na escola primária e que enfrentavam diversas dificuldades entre elas a falta de formação para exercer a profissão de professor.

3. A Proposta para o ensino de Matemática presente no manual *Matemática na Escola Primária*

O manual *Matemática na Escola Primária* foi organizado com orientações pedagógicas que contemplavam as séries do 1º ao 5º ano do ensino primário. Foi estruturado em capítulos, sendo o primeiro denominado de parte geral composto por objetivos, análise dos objetivos e prática de ensino (I- preceitos particularizados relativos aos métodos de ensino, II- material usado a classe, III- resolução de problemas, IV- aplicação do método de projetos, V- testes). Já os demais capítulos abordam as séries de 1º ao 5º ano e foram estruturados em: a) objetivos, b) análise dos objetivos e c) prática de ensino (I- assunto e divisão da matéria, II- hábitos e disposições de espírito que convêm formar, III- matéria de ensino, IV- jogos, V- problemas, VI- atividades).

Nessa perspectiva, são apresentados métodos de ensino para auxiliar na prática dos professores, além de sugestão de materiais e jogos que poderiam ser usados durante as aulas de matemática.

Ainda na proposta do manual, em cada um dos anos são expostos os objetivos do ensino da matemática primária compreendendo os conhecimentos de aritmética e geometria, e os objetivos são apresentados de forma geral no início do manual e por ano, conforme apresentado a seguir:

ÍNDICE

BIBLIOTECA DA PROFESSORA BRASILEIRA

INTRODUÇÃO

DISTRIBUIÇÃO DA MATÉRIA

PARTE GERAL

a) Objetivos



- b) Análise dos objetivos
- c) Prática de ensino
 - I – Preceitos particularizados relativos ao método de ensino
 - II – Material usado na classe
 - III – Resolução de problemas
 - IV – Aplicação do método de projetos
 - V – Testes

PRIMEIRO ANO

- a) Objetivos
- b) Análise dos objetivos
- c) Prática do ensino
 - I – Assuntos e divisão da matéria
 - II – Hábitos e disposições de espírito que convém formar
 - III – Matéria de ensino
 - IV – Jogos
 - V – Problemas
 - VI – Atividades

SEGUNDO ANO

- a) Objetivos
- b) Análise dos objetivos
- c) Prática do ensino
 - I – Assuntos e divisão da matéria
 - II – Hábitos e disposições de espírito que convém formar
 - III – Matéria de ensino
 - IV – Jogos
 - V – Problemas
 - VI – Atividades

TERCEIRO ANO

- a) Objetivos
- b) Análise dos objetivos
- c) Prática do ensino
 - I – Assuntos e divisão da matéria
 - II – Hábitos e disposições de espírito que convém formar
 - III – Matéria de ensino
 - IV – Jogos
 - V – Problemas
 - VI – Atividades

QUARTO ANO

- a) Objetivos
- b) Análise dos objetivos
- c) Prática do ensino
 - I – Assuntos e divisão da matéria



II – Hábitos e disposições de espírito que convém formar

III – Matéria de ensino

IV – Jogos

V- Problemas

VI- Atividades

QUINTO ANO

a) e b) Objetivos e análise dos objetivos

c) Prática do ensino

I – Assuntos e divisão da matéria

II – Hábitos e disposições de espírito que convém formar

III – Matéria de ensino

IV – Jogos

V – Problemas

VI – Atividades [7, pp. 7- 8].

Na introdução do manual é destacado o objetivo do programa que consiste na proposta de auxiliar os professores de matemática do primário no desenvolvimento de atividades que contribuíssem para o processo de ensino e aprendizagem da criança. Assim, o professor estava livre para adaptar as atividades de acordo com o nível de aprendizagem do aluno, considerando a série em que esse aluno se encontrava [7].

O manual apresenta também algumas sugestões de conteúdos considerando o desenvolvimento intelectual do aluno. Partindo dessa premissa, noções de raiz quadrada, potência e “grande parte da geometria” são sugestões de conteúdos para as *crianças bem dotadas*, [7, p. 11]. Em contrapartida, para as *crianças menos dotadas*, segundo a proposta apresentada no manual de ensino,

[...] o essencial será habilitá-las a resolver os problemas matemáticos apresentados pelas situações de vida comum – envolvendo as 4 operações com inteiros e decimais (compra de metros, quilos etc.) o sistema monetário, o sistema legal de peso e medidas, percentagem aplicada a juros, abatimentos etc [7, p. 11]

Ainda na introdução do manual *Matemática na Escola Primária* vem sendo reforçada a necessidade de valorizar a formação mental do indivíduo, cabendo ao professor elaborar atividades que auxiliassem o aluno na aquisição do conhecimento. A proposta desenvolvida no manual está voltada para que o aluno aprenda a pensar e agir em situações do cotidiano. Nessa perspectiva [...] *êste programa apresenta não só a lista de conhecimentos que parecem necessários aos alunos, mas também a de hábitos e disposições de espírito que convirá formar, através da própria aquisição de conhecimentos*, [7, p. 13].

No que se refere à criança, os autores do manual enfatizam que:

Sendo a espontaneidade, a oportunidade e o interesse da criança condições essenciais de ensino, os projetos ou atividades apresentados para as diversas séries devem ser compreendidos como simples sugestões, guias ou exemplos e não, absolutamente, como modelos rígidos, para serem seguidos tal qual. Quem deve escolher o projeto, de preferência,

são as crianças e, por isso, determinado o assunto, isto é, escolhido o que se vai fazer, serão as condições especiais da classe, o desejo manifestado pelas crianças e o interesse particular que tenham por isto ou por aquilo, que irão determinar o que se fará particularizadamente e como se fará, compreendendo-se que o professor deverá guiar, proveitosamente, os períodos de escolha, plano, etc. [7, p. 13].

Com base nas informações contidas no manual e nas citações anteriores interpretamos que o mesmo foi elaborado com base nos princípios da Escola Nova, em que a criança era considerada como o centro da aprendizagem. Era valorizada a participação da criança nas aulas de matemática através de atividades com jogos, além de situações do cotidiano. Para Vidal [11, p. 498], um dos princípios defendido pelo Movimento da Escola Nova era que, *o aluno assumia soberanamente o centro dos processos de aquisição do conhecimento escolar: aprendizagem em lugar de ensino.*

O manual é repleto de sugestões de atividades, jogos, projetos, material de uso em classe e problemas matemáticos que podiam ser adequados pelo professor de acordo com o desenvolvimento da aprendizagem do aluno, considerando a realidade da região em que o referido manual de ensino seria utilizado.

O manual *Matemática na Escola Primária* apresentava a proposta de ensino de matemática com a utilização de problemas envolvendo situações do cotidiano do aluno, como elencado por Albuquerque no livro *Metodologia da Matemática*, sendo que esse livro foi indicado no Decreto de lei 16.693/1956³¹ do Estado da Bahia para ser utilizado pelos professores de matemática primária. Assim, esses documentos também se constituíram fontes históricas da pesquisa anteriormente mencionada [2].

No que se refere à *parte geral* do manual *Matemática na Escola Primária* o objetivo geral do ensino de matemática primária consiste em [...] *dotar a criança de um instrumento para resolver da melhor maneira, as situações da vida relacionadas com as questões de quantidade e de número (aritmética) e de forma, extensão e posição (geometria)*, [7, p. 17].

No que tange à *análise do objetivo*, o texto ressalta a função da matemática nos primeiros anos escolares, enfatizando a relevância do conhecimento matemático para a formação do aluno. Sendo necessário que o aluno compreenda a vantagem dos conteúdos matemáticos para a vida cotidiana.

A matemática no ensino primário é menos uma ciência cujo conhecimento tenha valor por si mesmo do que pela utilização que lhe damos na resolução de questões que se nos apresentam na vida prática. A matemática é, principalmente, um instrumento de que a criança se vai utilizar nos demais trabalhos escolares, aí incluídos os próprios conhecimentos que haja de adquirir de outras matérias [7, p. 18].

Dessa forma, no manual os autores indicam a necessidade do ensino da matemática primária contextualizado com situações práticas como forma de contribuir para o processo de aprendizagem do aluno.

³¹ Aprovou os programas de ensino das escolas primárias e pré-primárias do estado da Bahia [12].

A necessidade de conhecimento de ordem matemática surge quando precisamos avaliar despesas, conhecer um número de objetos, reconhecer e utilizar formas, determinar dimensões, superfícies ou volumes, etc. O seu ensino, pois, deve ser ministrado com aproveitamento de situações reais da vida, utilizando problemas, diretos ou indiretos, dessa própria vida. Êste é um princípio básico para que haja o interesse indispensável à integração do aluno no trabalho que estiver executando e daí decorre, entre outras, a recomendação de não serem utilizados como assuntos para exercício escolar exemplos longes, irreais e estranhos às necessidades das crianças [7, p. 18].

Em diversas partes do manual fica evidente a valorização da matemática em situações que envolvam o cotidiano da criança, como forma de desenvolver a aprendizagem. A esse respeito a catedrática Irene de Albuquerque contribui:

A criança gosta de ver, pegar, sentir as cousas.

Quanto mais nós apelamos para os seus sentidos, melhor é a aprendizagem. Usar objetos do mundo real, desenhos, massa plástica, papel e tesoura, etc., ajudam muito mais do que longas explicações ou infundas decorações. Apelar mais para o raciocínio e a evidência do que para a memória, é o papel do professor. A objetivação da aprendizagem é de grande valor para seu êxito [13, p. 13].

Apesar do texto do manual reforçar a importância do aluno desenvolver o conhecimento matemático por meio de situações práticas envolvendo conteúdo de seu interesse e a partir de situações do cotidiano, não é descartado o uso da memorização. Como podemos perceber na citação a seguir.

Aprender, porém, raciocinando e compreendendo o porquê das coisas, não implica, de modo algum, abandonarem-se quaisquer preocupações com a memorização. Ao contrário. Há conhecimentos de aritmética, como o de certos processos e de certas combinações de números, que é indispensável ter perfeitamente de cor. Assim o que chamamos vulgarmente tabuada. Esta não pode ficar no domínio *vago e do pouco mais ou menos* e sim pede seguro conhecimento até o automatismo das respostas. [7, p. 20, grifos dos autores]

Mesmo com indícios da vaga pedagógica do escolanovismo na proposta de ensino abordada no manual, não são abandonados os velhos métodos de ensino. Dessa maneira, os novos métodos são utilizados simultaneamente com os antigos, assim,

Quando uma nova vulgata³² toma o lugar da precedente, um período de estabilidade se instala, que será apenas perturbado, também ele, pelas inevitáveis variações. [...]. O antigo sistema

³²Segundo Chervel, *Em cada época, o ensino dispensado pelos professores é, grosso modo, idêntico, para a mesma disciplina e para o mesmo nível. Todos os manuais ou quase todos dizem então a mesma coisa, ou quase isso. Os conceitos ensinados, a tecnologia adotada, a coleção de rubricas e capítulos, a organização do corpus de conhecimentos, mesmo os exemplos utilizados ou os tipos de exercícios praticados são idênticos, com variações aproximadas*, [14, p. 203, grifo do autor].

ainda continua lá, ao mesmo tempo em que o novo se instaura: período de maior diversidade, onde o antigo e o novo coabitam, em proporções variáveis [14, p. 204].

Na parte do manual denominada *prática do ensino* são apresentados os *princípios fundamentais relativos ao método de ensino* abordando algumas instruções para que o professor desenvolvesse o processo educativo durante as aulas de matemática no primário de maneira que ocorresse a aprendizagem do aluno, abordando aspectos metodológicos. Como por exemplo:

2.º). Exercitar poucos conhecimentos de cada vez [...] 4.º) insistir nas noções em que as crianças encontrem dificuldade, e não, por igual, em quaisquer questões, não fatigando os alunos com exercícios a respeito de matéria na qual já tenham adquirido conveniente habilidade [...] 6.º) habituar os alunos a dizer prontamente os resultados das operações de números simples e a relação das medidas do sistema métrico 7.º) escolher meios rápidos para calcular. [7, pp. 23-24].

Já quanto ao *material usado na classe* o texto aborda a utilização de [...] *objetos [que] representam para a criança o apoio em realidades concretas, indispensável a seu espírito como base de pensamento e de compreensão de fenômenos e auxílio à fixação*, [7, p. 25]. Enfatiza-se a utilização de material que tenha significado concreto para a criança, sendo que *manejando objetos ela conseguirá, com grande facilidade, reconhecer suas formas e propriedades geométricas, aprenderá a contar e guardará logo os resultados das combinações dos números [...]*, [7, p. 25]. Assim, os materiais concretos são indicados nas aulas de matemática com intuito de auxiliar no processo de aprendizagem da criança.

No manual de ensino, a *resolução de problemas* refere-se a situações do cotidiano que despertem o interesse da criança.

As condições dos problemas devem ser as mesmas da vida real. Os problemas devem ser propostos de acordo com as ocupações e interesses da classe, de modo que os alunos, sentindo a necessidade de resolvê-los, se apliquem à solução movidos por verdadeiro interesse. [7, p. 26]

Outras situações são elencadas com intuito de possibilitar que o aluno chegue ao resultado correto, caso [...] *o resultado não esteja certo é necessário verificar em que ponto por que motivo se deu o erro, o que indicará, corretamente, o remédio que deve ser aplicado*", [7, p. 28].

Ainda no que tange à resolução de problemas, o manual *Matemática na Escola Primária* aborda que *a linguagem usada no enunciado dos problemas precisa ser simples e sem qualquer ambiguidade; os termos técnicos, aí como em qualquer outra parte do estudo de matemática, devem ser nitidamente compreendidos [...]*, [7, p. 26].

Sendo assim, segundo o texto, os problemas *devem ser orais e escritos. Os alunos devem frequentemente exercitar-se em resolver rapidamente problemas orais simples*, [7, p. 29].

Os problemas matemáticos são elencados no manual *Matemática na Escola Primária* por meio de situações do cotidiano do aluno, buscando desenvolver situações que estimulem a aprendizagem. Para ilustrar apresentamos um trecho do que foi indicado para o conteúdo de percentagem:

Porcentagem – Muitos problemas de porcentagem podem ser dados, além dos relativos a quantias: porcentagem de freqüência escolar em dado dia, porcentagem de meninos e meninas numa classe, porcentagem de erros e palavras certas em ditados, porcentagem de produção em um ano, porcentagem de diminuição quando vários artigos são postos a secar, ou moídos, ou batidos, porcentagem de aumento de população, porcentagem de jogos ganhos por partida escolar.

CASTELO DO RIO – Chama a atenção dos seus fregueses e do público em geral para grande remarcação com o abatimento de – 35% – em todos os seus artigos.

Preciso de um capote que custa comumente Cr\$ 4.000,00.

- 1) Qual será a minha economia se o comprar nesta casa?
- 2) Quanto pagarei pelo capote?
 1. Os alunos da escola ... esperam vencer 65% das partidas que jogarem e perder somente 35%. a). Quantas partidas poderão ganhar em 20 jogos realizados? b). Quantas partidas perderão nos 20 jogos?
 2. Eles jogaram 25 partidas ao todo. Ganharam 14; 2 partidas foram anuladas; perderam 9.
 - a) Quanto por cento de 25 partidas venceram?
 - b) Quanto por cento foi anulado?
 - c) Quanto por cento perderam? [7, p. 181].

Assim, encontramos indícios de que o manual *Matemática na Escola Primária* apresentava a proposta de ensino de matemática com a utilização de problemas envolvendo situações do cotidiano do aluno. Wagner Valente, ao escrever sobre o uso de problemas no ensino de matemática primária em meados do século XX, quando o ideário da Escola Nova estava vigorando no Brasil, destaca:

Notar-se-á que, para o ensino de aritmética surge fortemente a concepção que ele deverá ser realizado por meio da *resolução de problemas*. E esses problemas são considerados como situações da vida real do aluno. Eles, os problemas, farão a ligação do ensino com a vida, com a nova filosofia orientada da escola ativa. [15, p. 21, grifo do autor].

Sobre a *aplicação do método de projetos* o manual de ensino trata que *os assuntos que constituem o programa de matemática devem estar estreitamente ligados às situações da vida da criança*, [7, p. 30]. Mais uma vez o manual *Matemática na Escola Primária* apresenta a proposta de trabalhar a matemática de forma relevante para o aluno, por meio de situações que sejam relacionadas com o cotidiano.

A matemática não deve ser tratada como disciplina isolada da vida e de suas necessidades e, sim, ligada estreitamente a essa vida e a essas necessidades. Não se aprende aritmética senão para tê-la como instrumento, como meio de realizar uma série de atos da vida cotidiana. Os projetos apresentam excelente oportunidade para que os alunos sintam necessidade de conhecimentos de matemática. São, portanto, ótimos pontos de partida para o estudo de

questões numéricas que poderão estar no programa, mas que se apresentarão de modo natural e irão sendo tratadas à medida que forem surgindo [7, p. 31].

Ainda na parte geral do manual, são abordados os *testes* pedagógicos que têm grande relevância como meios de auxiliar o ensino de matemática [7]. *Em matemática os testes têm grande e fácil aplicação, por isso que seus processos apuradores muito bem se ajustam à textura da própria matéria de ensino, são, por isso, altamente recomendáveis, como meio de verificação*, [7, p. 32]. Assim, os testes servem como meios de verificar a aprendizagem do aluno para que o professor possa elaborar atividades com intuito de facilitar o processo de ensino e aprendizagem.

Os testes, segundo o Manual, têm grande contribuição para diagnosticar o nível de conhecimento do aluno. Sendo que *aplicados inicialmente, revelam ao professor, de modo geral, a situação da classe e, individualmente, as condições particulares de preparo de cada aluno e as dificuldades especiais neste ou naquele ponto*, [7, p. 32]. De acordo com Albuquerque:

Nem tôdas as crianças têm a mesma velocidade de aprendizagem; as dificuldades encontradas por umas são diferentes das encontradas por outros; o professor precisa conhecer a situação de cada indivíduo em particular; cada aluno, em determinadas situações, precisa da atenção individual do professor [13, p. 35].

Em seguida, no manual de ensino *Matemática na Escola Primária* são apresentados os aspectos referentes as séries de 1º ao 5º ano. Sendo que os objetivos e análise dos objetivos são detalhados em cada nível de ensino enfatizando a finalidade da matemática para o aluno, como já mencionamos anteriormente. Posteriormente, são destacados os conteúdos matemáticos em cada série, sendo elencadas algumas sugestões de como o professor pode conduzir a aula para que o aluno compreenda esses conteúdos.

Os conhecimentos de aritmética e de geometria são abordados no manual "*Matemática na Escola Primária*" em todas as séries por meio de atividades envolvendo compra, venda, moeda corrente, agricultura, jardinagem dentre outras situações. É pertinente salientar que a partir do 1º ano *os conhecimentos do ano anterior são enriquecidos com alguns fatos matemáticos novos e com a continuação e terminação dos estudos que já estavam sendo feitos*, [7, p. 145]. Então, o conhecimento adquirido em uma série é considerado importante para a outra.

Ressaltamos que no manual de ensino são apresentados os exemplos de jogos de fácil compreensão que poderiam ser utilizados pelo professor durante as aulas de matemática no primário e com material simples como: bolas, livros, quadro-negro, cartões de papel, feijão, cartolina, baralho entre outros materiais.

Assim, em todas as séries do 1º ao 5º ano os jogos são exibidos como forma de contribuir para o desenvolvimento da aprendizagem da criança. Dessa forma, os jogos didáticos são como um mecanismo que auxilia na fixação do conteúdo durante o processo de ensino e aprendizagem do aluno. Para Albuquerque [13, p. 36] *O jogo didático serve para fixação ou treino da aprendizagem. É uma variedade de exercício, que apresenta motivação em si mesma, pelo seu objetivo lúdico.*

Observamos que em todo o manual *Matemática na Escola Primária* o jogo é indicado de acordo com o conteúdo proposto para cada série. E há alguns jogos que podem ser adaptados para outros

conteúdos, de acordo com a necessidade do professor em trabalhar determinado conteúdo matemático.

Albuquerque no livro *Jogos e Recreações Matemática* [16, p. 39] preconiza que [...] os Jogos didáticos servem também à aprendizagem e, assim encarados, serão aplicados atendendo a três objetivos diferentes: motivação de uma aprendizagem, fixação ou simples recreação, incluindo aplicações de Matemática (Grifo da autora). Portanto, os jogos didáticos propostos no manual *Matemática na Escola Primária* estão de acordo com essas características elencadas por Albuquerque [16].

Nesse prisma, percebemos que os jogos didáticos sugeridos no manual analisado se apresentavam como possibilidade de trabalhar os conteúdos matemáticos de forma lúdica para que o aluno do ensino primário desenvolvesse o raciocínio matemático brincando.

4. Considerações finais

O manual de ensino *Matemática na Escola Primária*, teve a primeira edição elaborada por uma equipe coordenada por Anísio Teixeira na década de 1930 e foi reeditado em 1962 por solicitação de Darcy Ribeiro. Esse manual apresentava diversas propostas metodológicas para que o professor pudesse adequar e elaborar atividades com conteúdos matemáticos com objetivo de contribuir com o desenvolvimento da aprendizagem e do raciocínio lógico do aluno, de forma que os mesmos pudessem participar do processo de formação, além de relacionar o aprendizado com situações vivenciadas no cotidiano.

O manual *Matemática na Escola Primária* apresenta indícios do ideário difundido pela Escola Nova, sendo o ensino de matemática abordado por meio de jogos didáticos, problemas com situações do cotidiano, método de projetos, dentre outras atividades que possibilitassem ao aluno participar do processo de ensino e de aprendizagem da matemática. Assim, observamos no manual a valorização da criança como ser ativo nesse processo, sendo que as atividades matemáticas deveriam acontecer a partir do interesse da criança e por meio de situações práticas do cotidiano.

Com base na análise realizada no manual *Matemática na Escola Primária* foi possível inferir que esse manual foi produzido com intuito de auxiliar o processo de ensino e de aprendizagem da matemática primária apresentando possibilidades para que o professor pudesse refletir e melhorar o seu desempenho nas aulas de matemática no ensino primário daquela época.

Agradecimento

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB) pelo auxílio financeiro na modalidade de bolsa de pesquisa.

Referências

- [1] Memorial do Grupo de Escolar Castro Alves, 19-- , 22º Núcleo Regional de Educação (NRE 22), Jequié-BA.

- [2] E. M. Jesus, "O grupo escolar Castro Alves em Jequié-Bahia (1934-1971): uma investigação histórica sobre o ensino de matemática". Dissertação mestrado, Departamento de Ciências Biológicas, Univ. Estadual do Sudoeste da Bahia, Jequié-BA, Brasil, 2017.
- [3] R. Chartier, "A história cultural: entre práticas e representações". Lisboa, Portugal: Difel, 1990.
- [4] W. R. Valente, "Metodologias para o Ensino da Matemática nas Séries Iniciais: 1853, 1930-1967" in A Educação Matemática na Escola de Primeiras Letras (1850-1960): um inventário de fontes, W. R. Valente, Org., São Paulo, Brasil, 2010. 1 DVD-ROM.
- [5] R. F. Souza, et al., "Guias curriculares: materiais de orientação docente ou de controle do Estado?" R. bras. Est. pedag. vol. 80, no. 195, pp. 233-243, maio/ago. 1999.
- [6] Fundação Darcy Ribeiro, *Biografia*, 2010. [Online]. Disponível em: <http://www.fundar.org.br/controller.php?pagina=12>. [Acessado: 12 dez. 2016]
- [7] Brasil, Ministério da Educação e Cultura, *Matemática na Escola Primária. São Paulo, Brasil: Companhia Editora Nacional, 1962.* [Online]. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/129898>.
- [8] M. L. A. Aranha, "História da educação e da pedagogia: geral e do Brasil". 3a ed. São Paulo, Brasil: Moderna, 2006.
- [9] O. O. Romanelli, "História da educação no Brasil". 32a ed. Petrópolis, RJ, Brasil: Editora Vozes, 2007.
- [10] D. Saviani, "História das idéias pedagógicas no Brasil". 2a ed. rev. e ampl. Campinas, SP, Brasil: Autores Associados, 2008.
- [11] D. G. Vidal, "A escola Nova e processo educativo," in *500 anos de educação no Brasil*, E. M. T. Lopes, L. M. Faria Filho e C. G. Veiga, Org. 4a ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010, pp. 497-517.
- [12] Bahia, Secretaria de Educação, *Decreto de Lei 16.693, de 31 de dezembro de 1956*. Programa de Ensino das Escolas Primárias e Pré- Primárias do Estado. Salvador, Brasil: Imprensa Oficial da Bahia, 1956.
- [13] I. Albuquerque, "Metodologia da Matemática". 5a ed. Rio de Janeiro, Brasil: Conquista, 1951. [Online]. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/134314>.
- [14] A. Chervel, "História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa". Teoria & Educação, n. 2, pp. 177-229, 1990.

- [15] W. R. Valente, "A aritmética na escola ontem". In "A aritmética nos primeiros anos escolares: história e perspectivas atuais", W. R. Valente, Org., São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016, pp. 11- 40.
- [16] I. Albuquerque, "Jogos e Recreações Matemáticas". V. 1, 3a ed. Rio de Janeiro, Brasil: Conquista, 1958. [Online]. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/161042>.



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



GEOMETRÍA DINÁMICA Y LA CUADRATURA DEL CÍRCULO EN HOBBS

DINAMIC GEOMETRY AND THE CIRCLE SQUARING IN HOBBS

Campo Elías Flórez-Pabón Jenny Patricia Acevedo-Rincón.***

Resumen: la cuadratura del círculo ha sido estudiada desde diferentes perspectivas. La historia de la matemática, hasta ahora, no ha reconocido el aporte hecho por el filósofo Thomas Hobbes [3]. Este escrito pretende presentar la reconstrucción de las argumentaciones por él realizadas en aquella época, pero con el apoyo de la geometría dinámica. Esto es, se realizará una integración de aquí concepto históricamente abordado, pero con el objeto matemático a través de la Geometría Dinámica-**GD**. Esta investigación es de tipo cualitativa, la cual se desarrolla usando el experimento de enseñanza con la participación de futuros profesores dentro del curso de didáctica de la Geometría. Este abordaje permite identificar los aprendizajes teniendo por base la modelación matemática, bajo la construcción de *applets* en *GeoGebra*. Finalmente, esta investigación en desarrollo pretende dar respuesta a la pregunta: ¿cómo los argumentos usados en la demostración de la cuadratura del círculo en Hobbes pueden contribuir para la enseñanza de conceptos propios de la didáctica de la geometría en licenciados en matemáticas? El uso de **GD**, en particular la modelación, permitirá a los licenciados llegar a las argumentaciones y conclusiones que el propio Hobbes no llegó en aquella época, por la falta de instrumentos que dieran sustento a sus propuestas de demostración. Esto es, la propuesta que era irresoluble según Lindemann en 1882 para resolver con regla y compás, la cual sólo fue validada por eminentes matemáticos de la época, como John Wallis de la *Royal Society*.

Palabras clave: Geometría dinámica, Thomas Hobbes, Cuadratura del círculo, modelación, Filosofía.

Abstract: the Square of the circle has been studied from different perspectives. The history of mathematics, until now, has not recognized the contribution made by the philosopher Thomas Hobbes [3]. This letter aims to present the reconstruction of the arguments made by him at that time, but with the support of dynamic geometry. That is, an integration will be made here historically addressed concept, but with the mathematical object through Dynamic Geometry-**DG**. This research is qualitative, which is developed using the teaching experiment with the participation of future teachers within the course of didactics of Geometry. This approach allows to identify the learnings based on mathematical modeling, under the construction of *applets* in *GeoGebra*. Finally, this research in development is intended to answer the question: how can the arguments used in the demonstration of the squareness of the circle in Hobbes contribute to the teaching of concepts typical

* Licenciado en filosofía, Universidad San Buenaventura, Colombia. Doctor en Filosofía, Unicamp, Brasil. Facultad de Artes, Universidad de Pamplona, Colombia. E-mail: ceflorez@unipamplona.edu.co. <https://orcid.org/0000-0003-0443-8432>.

** Licenciada en matemáticas, UIS, Colombia. Doctora en Educación, Unicamp, Brasil. Instituto de Estudios en Educación/Universidad del Norte. E-mail: pjacevedo@uninorte.edu.co. <https://orcid.org/0000-0003-3872-5130>.

of the didactics of geometry in graduates in mathematics? The use of **DG**, in particular modeling, will allow graduates to come to the arguments and conclusions that Hobbes himself did not arrive at the time, because of the lack of instruments that would support his demonstration proposals. That is, the proposal that was unsolvable according to Lindemann in 1882 to solve with rule and compass, which was only validated by eminent mathematicians of the time, such as John Wallis of the Royal Society.

Key Words: Dynamic geometry, Thomas Hobbes, Circle square, modeling, Philosophy.

1. Introducción

Esta investigación parte del hecho que dentro de la historia de la matemática se han incluido muchos filósofos que a lo largo de la historia han aportado directa o indirectamente a los diferentes problemas que se tocan en el área del saber matemático. Sin embargo, algunos de ellos han pasado desapercibidos, como en el caso de Thomas Hobbes. En su libro [3] trata de resolver el problema de la cuadratura del círculo -con regla y compas-. Pero que, por falta de herramientas adecuadas en la época, no pudo solucionar estos problemas clásicos en la matemática y en la geometría hasta ese momento.

Basta con decir que en la época abordar el problema de la cuadratura del círculo era una muestra de la capacidad intelectual que se tenía por parte de los matemáticos de inicios de la modernidad. Algunos autores como John Wallis afirmaban pero por ejemplo en el caso de Hobbes este no logró avanzar por falta de conocimiento de geometría, como lo propone Flórez-Pabón [9].

Por otra parte, la cuadratura del círculo ha sido estudiada desde diferentes perspectivas como la de Arquímedes, Hipócrates, Hobbes, da Vinci Leibniz, Lindemann, ente otros. Pero, la historia de la matemática, hasta ahora, no ha reconocido el aporte hecho por el filósofo Thomas Hobbes en su libro *De Corpore* respecto del tema [7]. Esta investigación pretende presentar parte de la reconstrucción de las argumentaciones por él realizadas en aquella época, pero con el apoyo de la geometría dinámica (G.D.), junto con estudiantes de la licenciatura en Matemáticas, dentro de una experiencia en el curso de didáctica de la geometría en octavo semestre de formación, como futuros profesores de matemática.

1.1. Hobbes y la Matemática

Según Tuck, al referirnos a Thomas Hobbes, y para poder realizar un estudio sistematizado de su obra se hace necesario abordar el corpus de su "*Elementa philosophiae*", en el cual se presenta de forma completa su sistema filosófico y científico en el siglo XVII [4]. Este se encuentra conformado por tres secciones, y cada una de ellas se propone describir y fundamentar todo el edificio del conocimiento de su época. Ya que este trabajo retoma desde los principios geométricos y físicos del movimiento de los cuerpos materiales en *De Corpore* [3] (en el cual se ocupa este escrito), hasta los principios psicológicos [5] y antropológicos del movimiento como comportamiento en los seres humanos en *De Homine*. Finalmente, este llegará a los principios de las leyes de la naturaleza que dirigen el comportamiento de los cuerpos sociales y políticos en *De Cive*, para así conformar su cuerpo lógico de pensamiento.

1.2. Materiales y métodos

La investigación, se fundamentó en cuatro fases:

- Primero el diseño del experimento de enseñanza en el aula [1] para poder hacer la reconstrucción del argumento hobbesiano en cuanto conocer qué es la cuadratura del círculo. Esto implicó, por parte de los estudiantes que tuvieron que leer, el libro De Corpore, sobre todo en la tercera parte, exactamente el capítulo XIX. El cual expone los corolarios para saber cómo intentó solucionar el problema el autor (Ver figura 1 y 2).

Posteriormente, la discusión de los argumentos hobbesianos por parte de los estudiantes, para que pudieran identificar, en dónde estaba la falla en la propuesta de Hobbes.

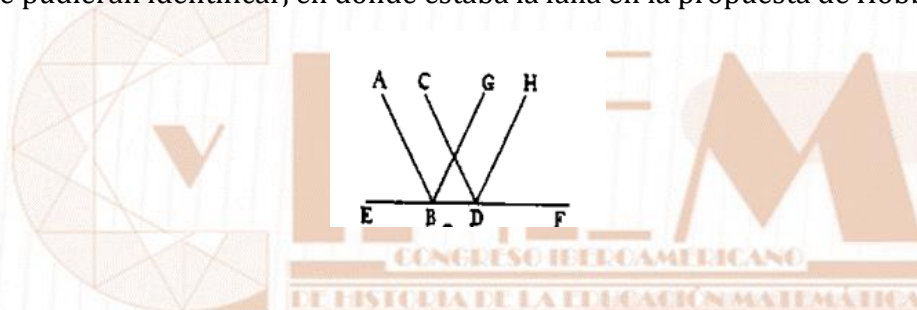


Figura 1. Proposición 1: Si dos rectas que inciden sobre la misma recta son paralelas, también sus líneas reflejas serán paralelas, [3].

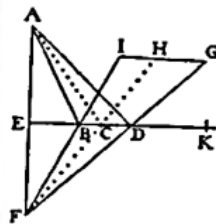


Figura 2. Proposición 2. Si dos rectas que parten de un mismo punto inciden en otra recta, sus líneas reflejas prolongadas hacia la otra parte concurrirán en un ángulo igual al ángulo formado por las rectas incidentes, [3].

- En un segundo momento, se debió verificar qué tanto conocen los estudiantes, el uso de GeoGebra, e intentar solucionar algunos vacíos en cuanto la modelación de los siete corolarios expuestos por el filósofo de Malmesbury. Para esto se acudió a las pautas expuestas por Sandoval-Cáceres, I. T. [1].
- Como tercera fase se procedió a la implementación de conceptos en el software, a partir de la Geometría Dinámica (GD). [2].
- Finalmente, en la última etapa se procedió al análisis de resultados y respectivo feedback.

2. Resultados

Los resultados preliminares de la aplicación de este experimento en matemática pretendieron que los estudiantes reconocieran:

- La importancia de la historia de las matemáticas para el futuro licenciado en matemáticas.
- Distinguir algunos de los problemas más representativos de la historia de la matemática, los cuales también son tratados por algunos filósofos, y que incluso en el siglo XXI se tornan irresolubles como lo planteaba Lindemann: la cuadratura del círculo es imposible si como únicas herramientas tenemos una regla y un compás y solamente podemos utilizar las normas que se establecieron en la antigua Grecia. Pero que tendrán solución con las nuevas tecnologías.
- Aprender a usar GeoGebra en casos específicos, o problemas que parten de un contexto histórico (Ver figuras 1 y 2, archivo personal).
- Aprender a utilizar los procesos de modelación dinámica geométrica [2] para enunciar la solución de un problema clásico. Implicando que los estudiantes tuvieron que realizar una integración de conceptos históricos de la matemática, pero reflejados con las nuevas tecnologías.
- Que los estudiantes aprendieran qué es un experimento de enseñanza y su aplicación.

Esto quiere decir, que desarrollar un experimento de enseñanza basado en el concepto científico del siglo XVII para la aplicación en las nuevas tecnologías permite presentar el desarrollo de las matemáticas a través del uso de software libre especializado como es el caso de GeoGebra, el cual se convierte en una herramienta importante para la enseñanza de la matemática pero sobre todo de la geometría clásica. Es de evidenciar también que con estas propuestas el estudiante debe movilizar el conocimiento aprendido a lo largo de la carrera. Donde se demuestra que no hay asignaturas menos importantes que otras, sino que todo hace parte de un currículo integrador e integral en la enseñanza de la ciencia. Este sentido se torna importante lo que plantea Flórez [8] en su tesis, quien afirma que en los procesos de enseñanza ni siquiera la religión que fuera enseñada en la ciencia carece de sentido para dar una explicación viable en determinado momento a lo que se consideró como verdad.

Así mismo, vale la pena plantearse lo que se considera como verdad, pues si se mira la historia hasta autores como Boyle han sido cuestionados en su desarrollo elemental a la hora de producir ciencia [6]. Por otra parte, el mismo Hobbes es cuestionado por Wallis a la hora de desarrollar o acercarse al problema clásico de la cuadratura del círculo, pues no tiene los elementos geométricos necesarios para solucionar este problema. Solo hasta el siglo XIX con Lindemann, se podrá plantear tal solución, siempre y cuando no se optó por la regla y el compás, generando esa crítica a lo planteado como un camino de resolución de problemas pre-establecido [10]. Quizá, así como lo hizo Hobbes al criticar al mismo Aristóteles y Tomás de Aquino en sus formas de confrontar el mundo es que se logra el avance; descartando en muchas ocasiones los caminos posibles y trillados para proponer nuevas

ideas como los números trascendentales que con ayuda de la **GD** nos permitirán solucionar el problema de la cuadratura griega

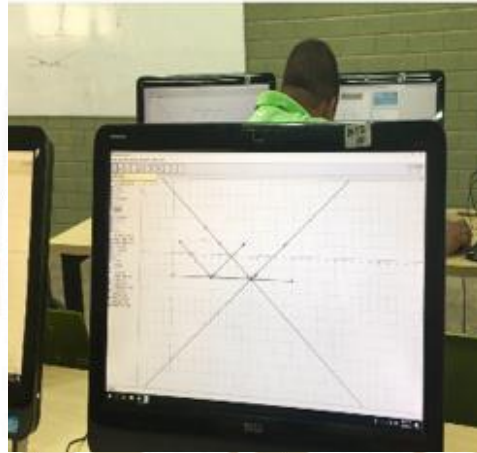


Figura 1. Implementación. **Fuente:** elaboración propia.

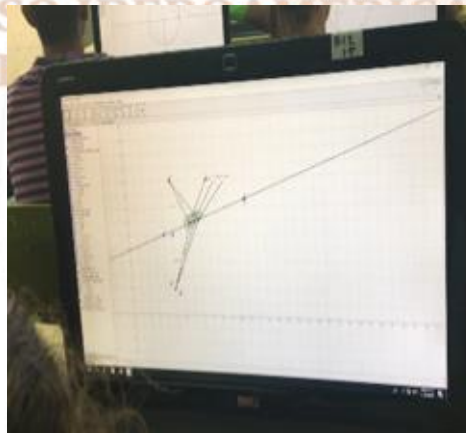


Figura 2. Implementación. **Fuente:** elaboración propia.

Finalmente, antes de proponer cinco conclusiones básicas de este experimento de enseñanza, vale la pena recordar como es la naturaleza importante para las ciencias, la matemática y la filosofía [11], pero sobre todo, y en este caso particular para las matemáticas pues se torna una fuente inagotable para la investigación, estudiar sus leyes naturales, siempre comportaran una pregunta para investigar, para enseñar de acuerdo al contexto en que vivimos.

3. Conclusiones

- A pesar de encontrarse en la etapa inicial, este trabajo permite aproximarnos a los argumentos dados por Hobbes a comienzos de la modernidad.
- Frente al uso de GeoGebra y la GD, esta se constituye en un camino diferente para llegar a las proposiciones de postulados importantes en la construcción de una demostración formal de la cuadratura del círculo.
- Finalmente, podemos afirmar que los problemas clásicos de la historia de la matemática y la filosofía contribuyen de forma didáctica al desarrollo del pensamiento espacial de los futuros profesores de matemática.

Reconocimientos

La presente investigación hace parte de una iniciativa transdisciplinar desarrollada entre la Universidad de Pamplona y la Universidad del Norte. Perteneciente al grupo de investigación Conquiro de la Facultad de Artes y Humanidades, y al grupo Informática Educativa del **IESE**, quienes patrocinan esta investigación en curso dentro de la convocatoria interna de investigación.

Referencias

- [1] E. Castro, "Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza". *Investigación didáctica*, 29 (1), 2011, pp. 75-88.
- [2] I. T. Sandoval-Cáceres, "La geometría dinámica como una herramienta de mediación entre el conocimiento perceptivo y el geométrico". *Educación Matemática*, 21 (1). Julio-diciembre 2009., pp 05-27.
- [3] Th. Hobbes, "El cuerpo, primera sección de los elementos de filosofía". Edición de Baromeu Forteza. Valencia: Pre-textos: Filosofía clásicos. Molina, M.; Castro, E.; Molina, J.L. 2010.
- [4] R. Tuck, Hobbes. "A very short introduction". Oxford: Oxford University Press, 2002.
- [5] C. E. Flórez, "Materialismo mecanicista, y psicología hobbesiana", en *Filosofia, comunicação e subjetividade*. Covilhã. Portugal: Editora LabCom.IFP, 2018, cap 9, pp. 271-286. http://www.labcom-ifp.ubi.pt/ficheiros/201901031356-201812_filcomsubjectividade2_agradimabaratafxaraojcorreia.pdf.
- [6] S. Shapin, S. Schaffer, "Leviathan and the Air-Pump. Hobbes, Boyle, and the experimental life". Primera edición. ed. Princeton: Princeton University Press, 1985.
- [7] F. Tönnies, "Vida y doctrina de Thomas Hobbes". Tercera edición. ed. Madrid: Alianza, 1932.

- [8] C. E. Flórez, “*Política y Religión en Thomas Hobbes*”, tesis Ph. D., Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Sao Paulo, Brasil, 2018. http://repositorio.unicamp.br/jspui/bitstream/REPOSIP/331132/1/Pabon_CampoEliasFlorez_D.pdf.
- [9] C. E. Flórez-Pabón, “*Hobbes e a Matemática*”, XX EBRAPEM, Curitiba: Universidade Federal de Paraná. Novembro, 2016. [En línea]. Disponible en: http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd11_Campo_Pab%C3%B3n.pdf.
- [10] Th. Pangle, L. Th. Burns, W. Timothy, “*The Key Texts of Political Philosophy (An Introduction) // Hobbes’s Leviathan*”, volume 10.1017/CB, 2018. [En línea]. Disponible en: 10.1017/CBO9781139047555.012.
- [11] T.Fuller, “*Kody W. Cooper: Thomas Hobbes and the Natural Law*”, The Review of Politics, volume, 81, 2019. [En línea]. Disponible en: 10.1017/S0034670518001122.



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



ASPECTOS HISTÓRICOS DE LA REFORMA MATEMÁTICA EN COLOMBIA

HISTORICAL ASPECTS OF MATHEMATICAL REFORM IN COLOMBIA

*Dario Xavier Puetate-Malte**

Resumen: este documento se motiva en el proyecto de trabajo de grado de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño denominado Aspectos Históricos de la Introducción de la Teoría de Conjuntos y de la Reforma Matemática en Colombia. En el poster se pretende presentar apartes de la historia de la introducción de la matemática moderna a nivel mundial, de Latinoamérica y de Colombia utilizando los siguientes referentes: [1], [2], [3] y [4] teniendo en cuenta que este movimiento ejerció gran influencia en la enseñanza de las matemáticas preuniversitarias, permeando también la enseñanza de las mismas. En ese sentido se presenta algunos de los factores de discusión por los cuales la matemática moderna no dio frutos como se esperaba y se le ha considerado como un fracaso desde un punto de vista educativo. El trabajo de grado mencionado se enmarca en un proyecto de innovación denominado Historia de las Matemáticas en Colombia: una innovación en el currículo del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño, del cual se ha identificado la reforma a la matemática moderna como un suceso al que poca atención se le ha prestado al interior de la Universidad de Nariño y que se debe estudiar en el marco de la historia de la educación matemática.

Palabras clave: Historia de las Matemáticas, Matemática Moderna, Reforma, Educación Matemática.

Referencias

- [1] A. Ruiz and H. Barrantes, *“En los orígenes del CIAEM”*. Cuad. Investig. y Form. en Educ. Matemática., vol. Número 7, p. pp.13-46, 2011.
- [2] A. Ruiz and H. Barrantes, *La historia del Comité Interamericano de Educación Matemática*. Bogotá, Colombia: Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 1998.
- [3] C. Vasco, *“Reformas de los currículos escolares en matemáticas en las Américas: el caso colombiano”*. Cuad. Investig. y Form. en Educ. Matemática., vol. Número 17, p. pp.223-229, 2018.
- [4] C. H. Sánchez, (2002). *“Cien años de historia de la matemática en Colombia 1848-1948”*. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 26(99), 239-260.

* Estudiante de Licenciatura en Matemáticas, Universidad de Nariño, Colombia. djdario34@gmail.com

INFLUÊNCIAS DE JOSÉ BOSCO NO ENSINO DE MATEMÁTICA CATARINENSE

INFLUENCES OF JOSÉ BOSCO IN THE MATHEMATICS TEACHING CATARINENSE

Anieli Joana de Godoi* Jeremias Stein Rodrigues** Yohana Taise Hoffmann***

Resumo: este trabalho faz parte de uma pesquisa em andamento, que objetiva identificar possíveis *experts* que contribuíram para o ensino de matemática no estado de Santa Catarina. Com base em [1, p. 57] pode ser caracterizado como *expert* a pessoa que é chamada para buscar a solução a um problema, por escolha direta ou indireta de autoridades do ensino, devido aos seus conhecimentos e experiência. Assim, foram realizadas buscas em teses e dissertações, em específico na produção dos grupos de pesquisas **GHEMAT-SC** (Grupo de pesquisa de História da Educação Matemática em Santa Catarina) e **GECHEM** (Grupo de Estudos Contemporâneos e Educação Matemática), a fim de observar potenciais nomes de pessoas que contribuíram para o ideário da educação matemática. Neste momento destacamos a figura de Pedro José Bosco, foi professor de matemática e teve influência na inserção da Matemática Moderna (**MM**) no estado. A materialidade da sua atuação pode ser encontrada no jornal “*O Estado de Florianópolis*”, no início dos anos 1960, em anúncios e publicações que se diferenciavam entre postagens de caráter educacional ou social. Entre elas a nomeação de Bosco para a *Comissão Municipal para Assuntos Executivos* de Florianópolis, em 1961 e sua designação para um grupo que deveria estudar a reforma do ensino normal no estado, em 1962. Desta maneira, podemos realizar alguns questionamentos: Quais são os lugares/escolas que Bosco circulou? Quais são suas influências teóricas? Quais contributos esse professor realizou para o ensino da matemática? É possível caracterizá-lo como um *expert*?

Palavras-chave: *Expert*, ensino normal, formação de professores, História da Educação Matemática.

Abstract: this work is part of an ongoing research that aims to identify possible *experts* who contributed to the teaching of mathematics in Santa Catarina. Based in [1, p.57] an *expert* can be characterized as a person who is asked to search for a solution to a problem, directly or indirectly chosen by the teaching authorities, because of their knowledge and experience. Thus, searches were made in thesis and dissertations, particularly in the production of the research groups **GHEMAT-SC**

* Licenciada em Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil. Mestranda em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil. E-mail: anieligodoi@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0001-8396-2958>.

** Licenciatura em Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil. Doutorando em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina - **UFSC**, Brasil. Professor de matemática do Instituto Federal de Santa Catarina - **IFSC**, Brasil. E-mail: jeremias.stein@ifsc.edu.br. <https://orcid.org/0000-0002-7869-5856>.

*** Licenciada em Ciências Sociais, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil. Doutoranda em Educação Científica e Tecnológica, UFSC, Brasil. Mestra em Educação Científica e Tecnológica, **UFSC**, Brasil. E-mail: yohana.thc@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0002-3590-315X>.

(Group of research of History of Mathematics Education in Santa Catarina) and **GECEM** (Group of Contemporary Studies and Mathematics Education), in order to find possible names of people who contributed to the field of mathematics education. At this moment we highlight the figure of Pedro José Bosco, who was a mathematics teacher and had an influence on the introduction of Modern Mathematics (**MM**) in the state. The materiality of its performance can be found in the newspaper “*O Estado de Florianópolis*” (The State of Florianópolis), in the early 1960s, in advertisements and publications that differed between educational or social posts. Among them was the appointment of Bosco to the *Municipal Commission for Executive Affairs* of Florianópolis, in 1961, and his appointment to a group that should study a reform of the normal education in the state, in 1962. Then, some questions can be made: Where and in which schools did Bosco transit? What are his theoretical influences? What contributions has this teacher made to the teaching of mathematics? Is it possible to characterize him as an *expert*?

Keywords: *Expert*, normal teaching, teachers training, History of Mathematics Education.

1. Introdução

Este trabalho apresenta resultados parciais de uma pesquisa que dialoga com o projeto coletivo do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil (**GHEMAT**), intitulado “A Matemática na Formação de Professores e no Ensino: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990”. O projeto possui eixos temáticos, a pesquisa realizada está associada ao eixo “Os *experts* e os ensinos de matemática nos primeiros anos escolares”.

O referencial teórico que mobilizamos para definir o conceito de *expert* são dos autores Hofstetter and Valente [1, pp. 57], pode ser caracterizado como *expert* a pessoa que é chamada para buscar a solução a um problema, por escolha direta ou indireta de autoridades do ensino, devido aos seus conhecimentos e experiências.

Desta forma, realizamos buscas em teses e dissertações de Santa Catarina, em específico na produção dos grupos de pesquisas do GHEMAT-SC (Grupo de pesquisa de História da Educação Matemática em Santa Catarina) e GECEM (Grupo de Estudos Contemporâneos e Educação Matemática), a fim de observar potenciais nomes de pessoas que contribuíram para o ideário da educação matemática no estado [2].

Objetivo Geral

Temos como objetivo, analisar os saberes que foram sistematizados por possíveis *experts* no desenvolvimento do ensino de matemática no estado brasileiro de Santa Catarina.

Objetivos Específicos

- Mapear pesquisas do estado de Santa Catarina que possam revelar figuras importantes para a educação matemática no estado;

- Identificar potenciais nomes e os documentos que comprovam a autoria, as referências ao ensino ou à formação de professores de matemática para os primeiros anos escolares;
- Analisar o(s) documento(s) buscando compreender a trajetória desses nomes e como se deu a sistematização da educação matemática no estado.

2. Metodologia

A metodologia da pesquisa baseia-se na perspectiva histórico cultural, utilizando como instrumentalização para análise dos dados, a análise documental. Segundo [3] os documentos históricos são vestígios do passado que se transformam em fontes históricas pela mobilização realizada pelo historiador no decorrer da pesquisa. Os documentos são fontes primárias qualitativas, que foram investigados no Arquivo Público de Santa Catarina (**APESC**), o acervo da Universidade Federal de Santa Catarina (**UFSC**). Os documentos selecionados, operacionalizados e interrogados se transformam em fontes de pesquisa, ou seja, o historiador faz com que aqueles documentos sejam notados. Lembrando que, os documentos não são inocentes e objetivos; eles exprimem o poder da sociedade daquele período estão inscritos num tempo espaço. Le Goff [4, pp. 535] ressalta que o documento “é um produto da sociedade que o fabricou segundo as relações de forças que aí detinham o poder”.

3. Resultados e discussões

A partir da leitura das teses e dissertações, em particular dos grupos de pesquisas **GHEMAT-SC** e **GCEM** [2], a figura de Pedro José Bosco nos chamou atenção, figura 1. E realizamos o seguinte questionamento: é possível caracterizá-lo como um possível *expert* no ensino de matemática em Santa Catarina? Desta forma, buscamos a materialidade por meio dos documentos que comprovam sua trajetória na educação.

A dissertação [5], apresenta entrevistas com professoras da Escola Normal, que relataram que o professor Pedro era um ícone em matemática no estado. *O professor Pedro Bosco esteve, de fato, muito envolvido com o processo de modernização da Matemática em Santa Catarina*, assim como participou do 5º Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática, em 1966, e foi nomeado como Delegado, *o professor Pedro Bosco era o que estava representando Santa Catarina nessa categoria*, [5, pp.91].



Figura 1. Pedro José Bosco. **Fonte:** Arquivo pessoal.

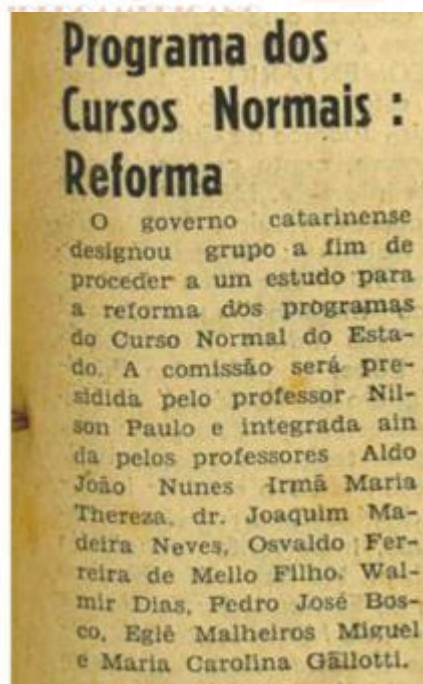
Podemos encontrar a materialidade em relação a sua produção e atuação como professor no jornal “O Estado de Florianópolis” [6], [7] y [8], no início dos anos 1960. Haviam vários anúncios e publicações sobre Pedro Bosco e alguns outros feitos por ele, estes se diferenciavam entre postagens de caráter educacional ou social.

Pedro Bosco foi um professor de matemática muito envolvido na educação do estado de Santa Catarina e professor na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), além de ser uma das maiores influências da inserção da Matemática Moderna (MM) no estado [5].

Em relação a materialidade desse possível *expert*, podemos confirmar que no ano de 1960, podemos observar suas atividades educacionais, com o anúncio do jornal, em que ministraria um curso sobre a metodologia de matemática no curso primário (Figura 2). A nomeação para a “Comissão Municipal para assuntos Executivos” de Florianópolis, em 1961 e sua designação para um grupo que deveria estudar a reforma do ensino normal no estado, em 1962 (Figura 3).



Fonte: 1960 [6]



Fonte: 1962 [8]

Figura 2. [8] y [9].

Foi possível confirmar que também atuou como Diretor geral do Instituto Estadual de Educação (IEE), na edição do ano de 1961 do jornal “O Estado de Florianópolis”. Neste mesmo jornal, em uma edição do ano de 1962, podemos destacar o anúncio de um curso de aperfeiçoamento para professores de Cursos Normais e Regionais, que seria ministrado no início de 1963 e tinha como objetivo adequá-los a Lei de Diretrizes e Bases que mudava os cursos para Ginásios Normais [9]. Podemos destacar que, a partir de documentos encontrados no acervo pessoal do professor, Bosco

teria ministrado aulas neste curso de aperfeiçoamento, deste modo, este fato pode indicar uma produção de saberes deste professor, para os professores destas escolas da época.

4. Conclusão

Observando os elementos encontrados nos jornais da época, podemos caminhar no sentido de que o professor Pedro Bosco pode ser caracterizado como um *expert* no ensino de matemática do estado de Santa Catarina. Desta maneira, podemos realizar alguns questionamentos: Quais são os lugares/escolas que Bosco circulou? Quais são suas influências teóricas? Quais contributos esse professor realizou para o ensino da matemática? É possível caracterizá-lo como um *expert*? Além disso, para a continuação do desenvolvimento da pesquisa, uma segunda etapa é analisar os saberes *a* e *para* ensinar matemática [1] que foram sistematizados por este professor no desenvolvimento de seu trabalho na educação.

Referencias

- [1] R. Hofstetter and W. R. Valente, *Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores*. 1ed.São Paulo: Livraria da Física, 2017.
- [2] Y. T. Hoffmann. D. A. Costa. I. Zimmer, **GHEMAT-SC: Constituição, perspectiva e novos horizontes**, in J. F. Custódio. D. A., da Costa; C. R. Flores. R. C. Grando. (Org.). *Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT): Contribuições para Pesquisa e Ensino*. 1ed.São Paulo: Livraria da Física, 2018, v. 1, pp. 169-189.
- [3] T. R. Luca, *Notas sobre os historiadores e suas fontes*. *Revista Eletrônica Métis*. História e Cultura. UCS, v. 11, n. 21, p. 13-21, 2012.
- [4] J. Le Goff. *História e memória*. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1990.
- [5] C. M. K. Rocco. *“Práticas e discursos: análise histórica dos materiais didáticos no ensino de geometria”*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina,, Florianópolis, Brasil, 2010.
- [6] *O Estado de Florianópolis*, Florianópolis, 1960. Disponível em: <<http://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=884120&pesq=professorado%20primario%20da%20diretoria%20de%20estudos&pasta=ano%20196>>. Acesso em 05 jun. 2019.
- [7] *O Estado de Florianópolis*, Florianópolis, 1961. Disponível em: <<http://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=884120&pesq=pedro%20bosco%20a%20gradeceu&pasta=ano%20196>>. Acesso em 05 jun. 2019.

- [8] *O Estado de Florianópolis*, Florianópolis, 1962. Disponível em: <<http://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=884120&pesq=reforma%20dos%20programas%20do%20curso%20normal>>. Acesso em 05 jun. 2019.
- [9] *O Estado de Florianópolis*, Florianópolis, 1962. Disponível em: <<http://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=884120&pesq=curso%20contemplar%C3%A1%2028&pasta=ano%20196>>. Acesso em 05 jun. 2019.



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



PRODUÇÃO ACADÊMICA NA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL

ACADEMIC PRODUCTION IN THE HISTORY OF MATHEMATICS EDUCATION IN BRAZIL

Yohana Taise-Hoffmann David Antonio da-Costa***

Resumo: Temos como objetivo para este pôster, apresentar uma análise quali-quantitativa da produção acadêmica no campo da História da educação matemática (**HEM**) no Brasil, a fim de identificar o lugar de formação desses investigadores e quais são os diferentes campos que estão formando esses especialistas. Realizamos uma busca no Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (**CAPES**), no dia 07 de maio de 2019, e obtivemos 232 resultados a partir do ano 2000 ao ano de 2018, correspondendo aos níveis de doutorado (62), Mestrado (122), Mestrado Profissional (31) e Profissionalizante (17). O trabalho de Brito e Miorim (2016) realizou uma visão panorâmica das teses e dissertações produzidas no Brasil, na área da **HEM** de 1971 a 2011. No entanto, nosso enfoque é a caracterização das teses no período de 2012 a 2018, totalizando 44 teses nos seguintes anos: 2012 (5); 2013 (4); 2014 (5); 2015 (5); 2016 (8); 2017 (10) e 2018 (7). Os programas de pós-graduação (**PPG**) que mais formam os especialistas em **HEM**, são os **PPGs** em Educação e Educação Matemática (36,4 % do total cada **PPG**) correspondendo a 16 teses cada. Em seguida o **PPG** em Educação em/de ciências e matemáticas, com seis teses, 13,6%. A região do Brasil com mais produção acadêmica é a Sudeste com 70,5%, correspondendo a 31 teses - **ES** (1), **MG** (4), **RJ** (1) e **SP** (25). Em seguida, a região Sul correspondendo a oito teses, com 18,2% - **PR** (6) e **RS** (2).

Palavras-chave: História da Educação Matemática, formação de especialistas, programas de pós-graduação, teses.

Abstract: We aim to present a qualitative and quantitative analysis of the academic production in the field of History of mathematics education (**HEM**) in Brazil, in order to identify the place of formation of these researchers and what are the different fields that are forming these specialists. We conducted a search at the Bank of Theses and Dissertations of Higher Education Personnel Improvement Coordination (**CAPES**) on May 7, 2019, and obtained 232 results from 2000 to 2018, corresponding to doctorate levels (62), Master (122), Professional Master (31) and Professional (17). The work of Brito and Miorim (2016) conducted an overview of theses and dissertations produced in Brazil in the area of **HEM** 1971 to 2011. However, our focus is the characterization of the theses in the 2012 to 2018 period, totaling 44 theses in the following years: 2012 (5); 2013 (4); 2014 (5); 2015 (5); 2016 (8); 2017 (10) and 2018 (7). The postgraduate

* Licenciada em Ciências Sociais, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil. Doutoranda em Educação Científica e Tecnológica, **UFSC**, Brasil. Mestra em Educação Científica e Tecnológica, **UFSC**, Brasil. E-mail: yohana.thc@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3590-315X>.

** Licenciatura Matemática, Faculdade Filosofia Ciências e Letras **MOEMA**, Brasil. Doutor em Educação Matemática, **PUC/SP**, Brasil. Docente do Departamento de Metodologia de Ensino, **UFSC**, Brasil, E-mail: david.costa@ufsc.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4493-9207>.

programs (**PPG**) that most form the **HEM** specialists are the PPGs in Education and Mathematics Education (36.4% of the total each **PPG**) corresponding to 16 theses each. Then the **PPG** in Education in/of Science and Mathematics, with six theses, 13.6%. The region of Brazil with more academic production is the Southeast with 70.5%, corresponding to 31 theses - **ES** (1), **MG** (4), **RJ** (1) and **SP** (25). Then, the southern region corresponding to eight theses, with 18.2% - **PR** (6) and **RS** (2).

Keywords: History of Mathematics Education, specialist training, postgraduate programs, theses.

1. Introdução

Este trabalho é um recorte da pesquisa em andamento para o doutoramento em Educação Científica e Tecnológica, na Universidade Federal de Santa Catarina (**UFSC**). A pergunta norteadora que embasa a tese é: “como se constitui, no Brasil, o campo científico da História da educação matemática, seus processos de criação, representação, legitimação, seus diferentes estilos de pensamento e seu *habitus*?”

Desta forma, mobilizamos o referencial teórico da sociologia da educação, em particular Pierre Bourdieu (1930-2002) e seu conceito de campo. Os campos são espaços sociais constituídos por relações de forças e tensões entre os agentes, os dominados e os dominantes, que realizam estratégias de manutenção e transformação das suas posições dentro dos campos. O campo científico é considerado um microcosmos “que, sob certos aspectos, constituem mundos sociais idênticos aos demais, com concentrações de poder e de capital, monopólios, relações de força, interesses egoístas, conflitos etc.” [1, pp.133].

Mencionamos [2, pp.73], ao tratar o processo de desenvolvimento de um campo científico em dois lugares, o primeiro “a emergência de uma prática de investigação, ou seja, de agentes cuja prática assenta mais na investigação do que no ensino, e a institucionalização da investigação na universidade”, em segundo “a constituição de um grupo reconhecido como socialmente distinto e de uma identidade social, quer disciplinar, através da criação de associações científicas, quer profissional, através da criação de uma corporação”.

Assim, a partir da teoria de Bourdieu, consideramos como elementos que constituem o campo científico da História da educação matemática (**HEM**) no Brasil, os Grupos de Pesquisas (**GPs**), a produção acadêmica como teses e dissertações, os eventos científicos, as revistas na área e as disciplinas. Porém, cabe destacar, segundo [2], que o campo científico busca uma autoridade, um reconhecimento e uma autonomia científica.

Portanto, é necessário realizar uma análise desses elementos para identificar onde a **HEM** se encontra. Dentre esses elementos que constituem a **HEM** no Brasil, elegemos a produção de teses e dissertações para a reflexão neste trabalho.

Objetivos

Temos como objetivo, apresentar uma análise quali-quantitativa da produção acadêmica no campo da História da educação matemática (**HEM**) no Brasil, a fim de identificar o lugar de formação desses investigadores e quais são os diferentes campos que estão formando esses especialistas.

Metodologia

Utilizamos como metodologia de pesquisa a análise quali-quantitativa, segundo [3, pp.103] *essas categorias modificam-se, complementam-se e transformam-se uma na outra e vice-versa, quando aplicadas a um mesmo fenômeno*. São métodos que não se opõem, mas se inter-relacionam, corroborando esse pensamento, Creswell [4] menciona que os métodos mistos combinam formas múltiplas de dados contemplando todas as possibilidades, incluindo análises estatísticas e análises textuais. O pesquisador baseia a investigação supondo que a coleta de diversos tipos de dados garanta um entendimento melhor do problema pesquisado.

Desta forma, realizamos uma busca no Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (**CAPES**), no dia 07 de maio de 2019, e obtivemos 232 resultados a partir do ano 2000 ao ano de 2018. E assim, buscamos caracterizar essas pesquisas, em particular as teses no período de 2012 a 2018.

2. Resultados E Discussão

Destacamos o trabalho [5] que realizou uma visão panorâmica das teses e dissertações produzidas no Brasil, na área da **HEM** de 1971 a 2011. As autoras classificaram os trabalhos em cinco eixos temáticos: História de formação de professores de matemática; História de mudanças curriculares, métodos e práticas educativas em matemática; Histórias de conteúdo e de disciplinas escolares em diferentes níveis de ensino; História de artefatos didáticos relacionados ou dirigidos à educação matemática; e História de grupos culturais ou comunidades de prática envolvidos com educação matemática.

Segundo as autoras, os anos de 2003 a 2011 se caracteriza por uma produção regular, com tendência crescente, que se consolida a partir de 2007, com uma quantidade maior ou igual a dez trabalhos defendidos em todos os anos, [pp. 79]. Corroborando com as autoras apresentamos o resultado de teses e dissertações no Banco da **CAPES** (Figura 1):



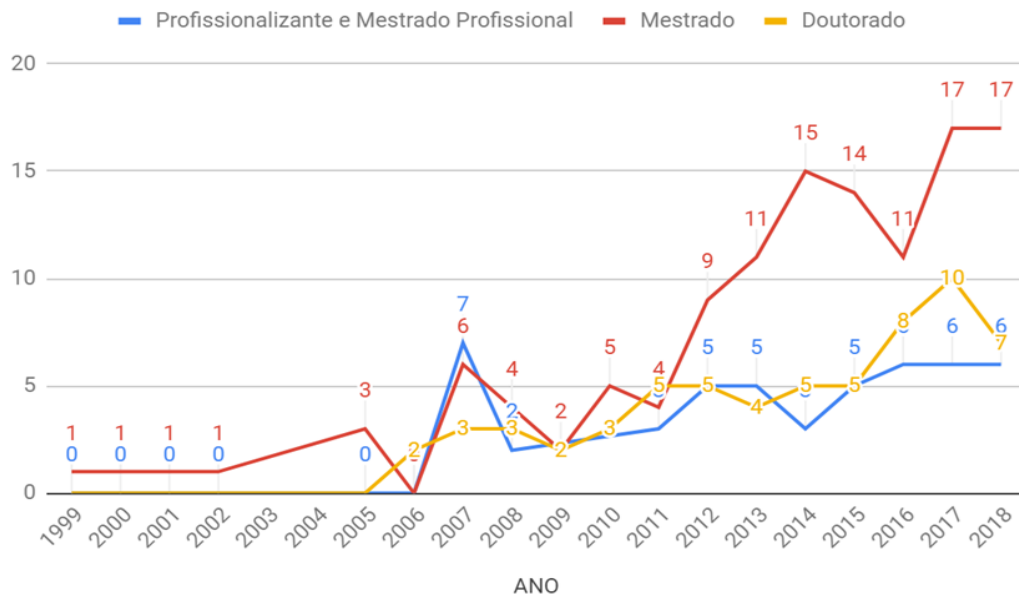


Figura 1. Produção acadêmica na **HEM**. Fonte: os autores.

Obtivemos 232 resultados a partir do ano 2000 ao ano de 2018, correspondendo aos níveis de doutorado (62), Mestrado (122), Mestrado Profissional (31) e Profissionalizante (17). Em relação as teses no período de 2012 a 2018, totalizando 44 teses nos seguintes anos: 2012 (5); 2013 (4); 2014 (5); 2015 (5); 2016 (8); 2017 (10) e 2018 (7).

A região do Brasil com mais produção acadêmica é a Sudeste com 70,5%, correspondendo a 31 teses - **ES** (1), **MG** (4), **RJ** (1) e **SP** (25). Em seguida, a região Sul correspondendo a oito teses, com 18,2% - **PR** (6) e **RS** (2).

Os programas de pós-graduação (**PPG**) que mais formam os especialistas em **HEM**, são os **PPGs** em Educação e Educação Matemática (36,4 % do total cada **PPG**) correspondendo a 16 teses cada. Em seguida o **PPG** em Educação em/de ciências e matemáticas, com seis teses, 13,6%. (Figura 2).



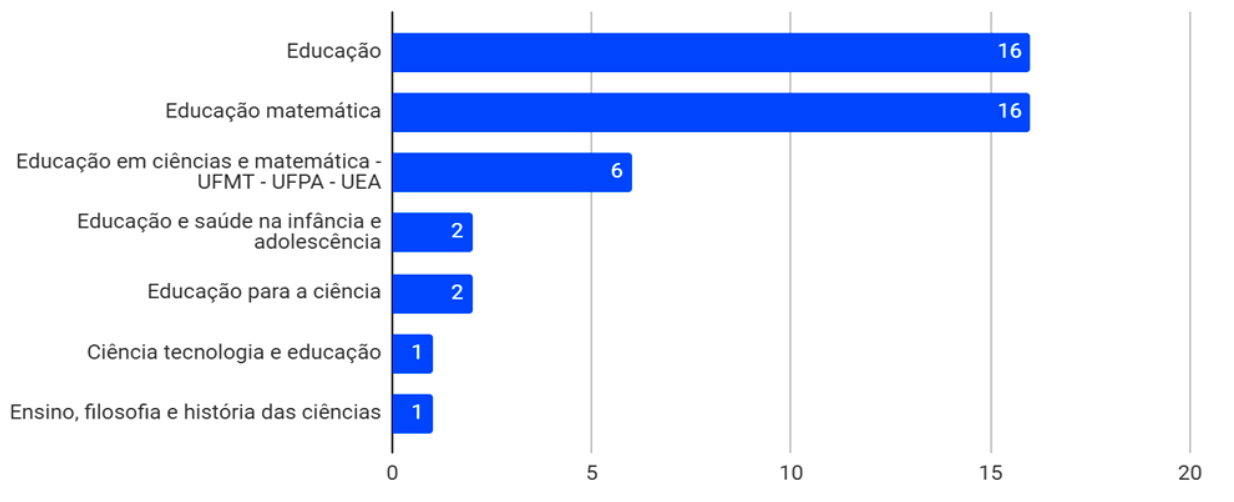


Figura 2. Programas de pós-graduação. **Fonte:** os autores.

3. Conclusão

Podemos observar que os programas de pós-graduação (**PPG**) que estão formando os pesquisadores em História da educação matemática (**HEM**) no Brasil, em sua maioria são os programas em Educação e Educação matemática, sendo que, ainda, não há um programa específico da **HEM**.

Assim, surgem novos questionamentos, o primeiro está relacionado aos agentes, ou seja, quem são os orientadores dessas teses? Um segundo questionamento, podemos relacionar essas teses com os grupos de pesquisas (**GPS**) que investigam a **HEM**? Cruzando os elementos constitutivos do campo científico e, desta forma, o terceiro questionamento, podemos identificar continuidades das temáticas que as autoras [5] elencam e quais são as novas temáticas?

Referências

- [1] P. Bourdieu, "*Meditações pascalianas*". Rio de Janeiro RJ, Brasil: Bertrand Brasil, 2001.
- [2] P. Bourdieu, "*Para uma sociologia da ciência*". Lisboa, Portugal: Ed. 70, 2001.
- [3] S. S. Gamboa, "*Quantidade-qualidade: para além de um dualismo técnico e de uma dicotomia epistemológica*", in *Pesquisa educacional: quantidade-qualidade*, São Paulo SP, Brasil: Cortez, 2013, 8 ed, vol. 46, pp. 83–107.
- [4] J. W. Creswell, "*Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*". Porto Alegre RS, Brasil: Artmed, 2007.

- [5] A. J. Brito and M. A. Miorim, “A institucionalização da História da Educação Matemática”, in *Pesquisa em História da Educação Matemática no Brasil*. São Paulo SP, Brasil: Livraria da Física, 2016, p. 67-92.



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

TEOREMA DE PITÁGORAS SU HISTORIA, DEMOSTRACIONES E IMPACTO EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PITÁGORAS THEOREM ITS HISTORY, DEMONSTRATIONS AND IMPACT ON MATHEMATICAL EDUCATION

Diego Armando Pinzón-Cifuentes Magdalena Pradilla-Rueda***

Resumen: Diego Pinzón es matemático egresado de la Corporación Universitaria Republicana, actualmente vinculado al semillero de investigación Matemáticas y Ciencias de la Información que pertenece al Grupo de Investigación Desarrollo e Innovación Sostenible (**G.I.D.I.S**), desarrollando tareas de estudio relacionadas con el impacto del teorema de Pitágoras en la matemática griega y las consecuencias que esta trajo para el desarrollo de esta ciencia, los cuales serán presentados en este documento. Magdalena Pradilla ha realizado múltiples investigaciones en los campos de lenguaje formal, natural y de computación; lógica y epistemología de la informática. Autora de libros sobre tratados básicos en lógica matemática (evolución histórica, sintaxis y semántica) y geometría.

Palabras clave: Teorema de Pitágoras, ternas pitagóricas, pensamiento inductivo, pensamiento deductivo, triángulo rectángulo

Abstract: Diego Pinzón is a mathematician graduated from the Republican University Corporation, currently linked to the Mathematics and Information Sciences research hotbed that belongs to the Sustainable Development and Innovation Research Group (**GIDIS**), developing study tasks related to the impact of Pythagoras' theorem on Greek mathematics and the consequences it brought to the development of this science, which will be presented in this document. Magdalena Pradilla has conducted multiple investigations in the fields of formal, natural and computer language; logic and epistemology of computer science. Author of books on basic treatises in mathematical logic (historical evolution, syntax and semantics) and geometry.

Key Words: pythagorean theorem, pythagorean triples, inductive thinking, deductive thinking, right triangle.

* Matemático, Corporación Universitaria Republicana, Colombia. Corporación Universitaria Republicana, Colombia. E-mail: diegoar201088@hotmail.com - da.pinzon@urepublicana.edu.co.

** Informática, Universidad de Grenoble, Francia. Maestría y doctorado en matemáticas aplicadas a ciencias sociales, Universidad de Grenoble, Francia. Corporación Universitaria Republicana, Colombia. E-mail: magdapradilla@gmail.com - magdapradilla@urepublicana.edu.co. Número ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6798-3601>

1. Introducción

El objeto de estudio de esta investigación es el desarrollo del teorema de Pitágoras y sus posteriores consecuencias, entendido desde un punto de vista deductivo y epistemológico, debido a su importancia en el desarrollo de otras áreas, así como para la formalización y axiomatización de la matemática. Para el desarrollo de la investigación, se consultaron 10 fuentes primarias de historia de la matemática, y cerca de 50 libros y artículos relacionados con el tema.

Encontramos bastante material bibliográfico relacionado con el objeto de investigación, en la cual la mayoría son libros de historia de la matemática, geometría y teoría de números, en idiomas como el español, inglés y francés. Debido a la cantidad de información, fue necesario hacer un filtro, rescatando aquellos datos que consideramos, tienen relación con la utilización del teorema para la educación matemática de la época, o cómo el teorema cambió de alguna manera la forma de percibir las matemáticas. Así las cosas, autores como Heath, Van der Waerden, Neugebauer, Euclides, Kline, Boyer, entre otros, hacen aportes técnicos e históricos en los cuales se basó gran parte de nuestro trabajo.

Teniendo en cuenta lo anterior, este estudio bibliográfico se organizó en tres partes: la primera es un estudio sobre los antecedentes históricos del teorema de Pitágoras en civilizaciones diferentes a la griega, como los babilonios, los egipcios, chinos e hindúes. La segunda está relacionada con los diferentes tipos de demostraciones, en las que se destacan dos demostraciones geométricas atribuidas a Pitágoras, así como las hechas por Pappus y Bashkara. La tercera parte aborda las consecuencias que se dieron a partir de la demostración, como el surgimiento de las magnitudes inconmensurables, la aparición de los números irracionales y el último teorema de Fermat.

2. Teorema de Pitágoras en civilizaciones antiguas

El teorema de Pitágoras se remonta varios miles de años antes de su demostración formal. En el antiguo Egipto, unos 2000 años a.C., data de un uso netamente práctico, en la construcción de pirámides y en la redistribución de tierras afectadas por las crecientes del río Nilo. En Babilonia también se hicieron hallazgos, donde investigadores como O. Neugebauer y A. J. Sachs [1], relacionan el contenido de las tablillas **YBC 7289** y la **PLIMPTON 322** con el teorema. Varios siglos más adelante, encontramos a los indios, con un uso más práctico que teórico del teorema, que era utilizado para la construcción de altares para adorar dioses; mientras que, en China, se tiene conocimiento de una demostración del teorema de Pitágoras y varios problemas, expuestos por B.L Van der Waerden [2], en donde se exponen 16 problemas geométricos, cuya base teórica para su resolución es el teorema de Pitágoras.

a. Egipto

En épocas de crecientes, el río Nilo se desbordaba y dejaba todas sus riberas inundadas, de tal forma que, al bajar su nivel, todos los terrenos que dejaban descubiertos quedaban fertilizados. Los pobladores de la época vivían de cultivar esas tierras, ya que el resto del país es desértico. No obstante, una vez bajaba en nivel del río, era necesario restituir las tierras a sus respectivos dueños, dado que la

inundación acababa con la división que aquellos terrenos tenían en un principio. Para esto, los egipcios contaban con una herramienta que les era bastante útil: el triángulo rectángulo, conocido como el triángulo sagrado egipcio. La herramienta utilizada era una cuerda o lazo a la que se ataban nudos, de tal manera que cada uno de los nudos eran equidistantes, en la que debían estar atados 3, 4 y 5, es decir, era una terna pitagórica³³. Con estas medidas, se garantizaba el trazo de rectas perpendiculares.

b. Babilonia

La mayoría de textos cuneiformes que han encontrado los arqueólogos en sus investigaciones pertenecen a la época de la dinastía Hammurabi (1800-1600 a.C.), y muestran un sistema de numeración completamente desarrollado. Los textos matemáticos pueden ser separados en dos grandes grupos: “textos de tabla” y “textos de problemas” [3]. El primer grupo hace referencia a aquellas tablillas que contienen tablas, como por ejemplo las tablas de multiplicación o la tablilla Pimpón 322, mientras que el segundo grupo contiene la formulación o solución de problemas algebraicos o geométricos, como el caso de la YBC .7289, apreciada en la Figura 1.

Esta última es parte de la colección babilónica de Yale. En ella se muestra una figura que se acerca mucho a lo que conocemos del Teorema de Pitágoras. La tablilla muestra un cuadrado con sus diagonales y unas marcaciones con su sistema de numeración sexagesimal: el lado del cuadrado está marcada con el número 30, mientras que los números 42; 25,35 y 1; 24,51,10 están marcados a lo largo de la diagonal. Traduciendo estos números a nuestra notación arábica tenemos que $1; 24,51,10 = 1,4142129\dots$, mientras que $42; 25,35 \approx 42,04081633$. La interpretación que hace Neugebauer [1] sugiere que $1; 24,51,10$ es una aproximación muy cercana a $\sqrt{2}$, y $42; 25,35$ es el número que se obtiene de utilizar la fórmula $d = l\sqrt{2}$ ($30 \times 1; 24,51,10 = 42; 35,35$), lo que sugiere que los babilonios ya conocían la relación entre los catetos y la hipotenusa de los triángulos rectángulos.

Por otra parte, la tablilla **PLIMPTON** 322, perteneciente a la Universidad de Columbia, sería de la misma época de la tablilla **YBC** 7289. Consta de una tabla de 4 columnas y 15 filas, como se aprecia en la figura 2. Las columnas se cuentan de izquierda a derecha, desde I hasta IV. Las columnas II y III contienen un listado de catetos b e hipotenusas c , mientras que la columna IV contiene los números del 1 al 15, lo que sería una simple numeración de cada una de las filas. Para completar las ternas hace falta el cateto a . En este punto, el autor [1] sugiere una forma de calcular las ternas, con lo que hoy serían las ecuaciones $a = 2pq, b = p^2 - q^2, c = p^2 + q^2$, donde p y q son enteros arbitrarios que cumplen con las condiciones de ser primos relativos, no ser simultáneamente impares y $p > q$. Por su parte, Boyer [4] menciona que los números de la columna I son una aproximación de los valores de $\sec^2(A)$, para $31^\circ \leq A \leq 45^\circ$.

³³ Una terna pitagórica es una triplete de números enteros x, y, z tal que la relación $a^2 + b^2 = c^2$ se cumple.

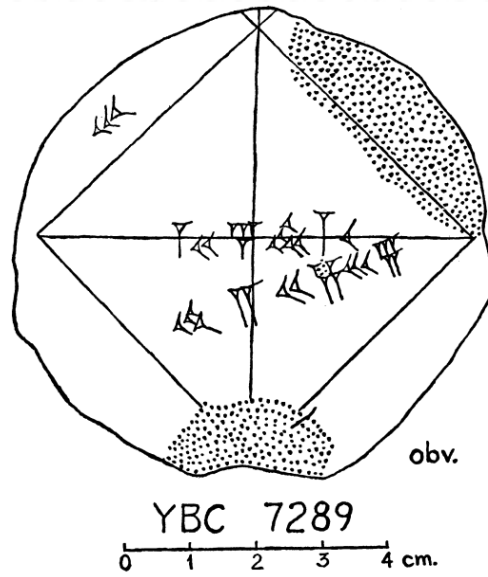


Figura 1. Tablilla YBC 7289. **Fuente:** O. Neugebauer y A. J. Sachs “*Mathematical Cuneiform Text*”.



Figura 2. Tablilla PLIMPTON 322. **Fuente:** https://es.wikipedia.org/wiki/Plimpton_322

c. India

En India, la historia del Teorema de Pitágoras surgió gracias a la religión. La teoría que desarrollaron

se encuentra en un antiguo manual hindú llamado Sulvasutra, que significa “*Manual de la cuerda*”, y tenía como fin la prescripción detallada para la construcción de altares, con formas y tamaños definidos. Se calcula que este manual data de entre los años 500 y 200 A.C, y se destaca entre ellos los Sulvasustras atribuidos a Baudhayana (entre siglo VI y III) y Apastamba (entre siglos VI y III a.C), además de altares famosos basados en el Teorema de Pitágoras como el Altar en forma de halcón y el Mahavedi. Algunas construcciones geométricas usadas en el Sulvasustras, son mencionadas en el texto Satapatha Bramana, que fue escrito, según [5], entre los años 1000 y 800 A.C.

d. China

En china, el Teorema de Pitágoras en China se remonta hasta la dinastía Han (206 A.C - 221 D.C.), en el capítulo 9 de la colección “*Nine chapters on the Mathematical Art*”. De acuerdo con Lui Hui (siglo III D.C.), este escrito se basó en otros trabajos anteriores que fueron quemados en tiempos del emperador Ch'in Shih Huang (221-206 A.C.), cuyos restos fueron recuperados y compilados en el libro anteriormente mencionado. En el capítulo 9, llamado “*Problems concerning Right-Angled Triangles*” aparecen 16 problemas que involucran triángulos rectángulos. En todos los casos, los problemas se dan con números concretos, pero las soluciones se dan de manera general. Van der Waerden [2] clasifica estos problemas en 12 categorías, en función de la información que dan y o que hay que calcular.

3. Demostraciones del teorema

Una vez presentados los antecedentes del teorema en las cuatro civilizaciones mostradas previamente, podemos apreciar un desarrollo empírico y epistemológico de las matemáticas. Tomando como ejemplo el triángulo sagrado egipcio de lados 3-4-5, para ellos no era del todo claro el porqué este da lugar a un ángulo recto, bastaba con saber que servía así y con eso era suficiente, no les interesaba llegar más allá. La mayoría de civilizaciones antiguas comparten esta forma de pensar. Más allá de motivarse por descubrir nuevas matemáticas, las teorías que desarrollaban debían alguna utilidad, ya sea para construir pirámides o altares. En este contexto, los babilonios parecieran ser la excepción, ya que las tablillas **YBC 7289** y **PLIMPTON 322**, según las interpretaciones de Neugebauer [1], pareciera que va más allá y surge la hipótesis de que estas tablillas tuvieran función pedagógica más que practica.

La misma situación encontramos en los chinos. Los 16 problemas de “*Nine chapters on the Mathematical Art*” tienen la particularidad de que a problemas puntuales se da una solución general. Aquí se da un paso hacia la abstracción, pasando de un método inductivo a uno deductivo, en comparación con las otras civilizaciones donde se generalizaban teorías con base en el funcionamiento correcto de varios casos particulares. En este sentido, los griegos dan el salto definitivo para dejar atrás la matemática concebida como un campo de investigación inductivo basado en las generalizaciones a partir de casos particulares, logrando la abstracción de esta ciencia hacia la mente, logrando así trabajar de manera inductiva, para de esta manera dar a luz a las primeras demostraciones matemáticas formales de la historia.

Uno de los personajes más relevantes en el proceso de abstracción de las matemáticas es el matemático y filósofo griego Pitágoras de Samos, a través de su escuela, la Hermandad Pitagórica.

Parte de esta importancia radica en la manera cómo los pitagóricos percibían el mundo. Para ellos, el mundo estaba compuesto por números enteros o relaciones entre ellos, de la misma forma en que la materia está formada por átomos [6]. El teorema de Pitágoras es sin duda el legado más importante que dejaron para el desarrollo de la matemática en la posteridad.

Entendido en un principio como un teorema más geométrico que algebraico, en el que se relaciona las áreas de los catetos y el área de la hipotenusa, se reconoce a través de la historia como la ecuación $a^2 + b^2 = c^2$. Dado el hermetismo con el que trabajaban, es difícil establecer cuál fue la demostración hecha por Pitágoras, además porque los descubrimientos hechos dentro de la hermandad eran, en la mayoría de los casos, atribuidos al mismo Pitágoras, así el no tuviera nada que ver. En virtud de lo anterior, los historiadores han podido reducir a un poco menos de 3 las pruebas desarrolladas por Pitágoras, basado en conceptos de proporción y semejanza de sus lados [7].

En la segunda prueba, Maor [8] expone que hay razones para creer que Pitágoras demostró primero el caso puntual de los triángulos rectángulos isósceles. Se presume que esta prueba ya había sido hecha por los hindúes, y que Pitágoras pudo haber escuchado algo de ella en los viajes que hizo por el Mediterráneo. Para esta prueba se traza el cuadrado $ABCD$ como se muestra en la figura 3, luego se unen los puntos medios de cada uno de los lados, tanto adyacentes como opuestos, mediante una línea recta, lo que forma el cuadrado $KLMN$. Este cuadrado, a su vez se puede dividir en cuatro triángulos congruentes de medidas $45 - 45 - 90$ grados. Cualquiera de los dos tiene un área combinada igual a los cuadrados MC o NC del triángulo MCN . Así, el área total del cuadrado $KLMN$ es igual al área combinada de los

Cuadrados construidos sobre los dos lados.

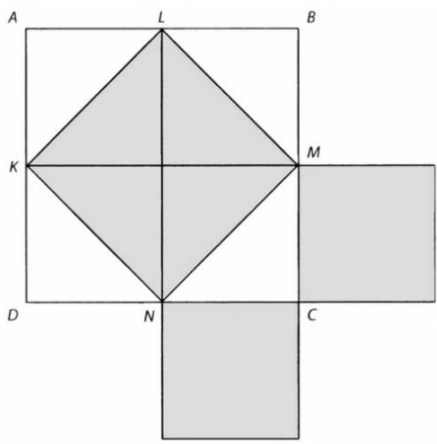


Figura 3. Demostración caso particular triángulo rectángulo. **Fuente:** E. Maor. *“The pythagorean Theorem. A 4000-year history”*.

En la segunda se tiene la Figura 4, un triángulo rectángulo que es dividido en otros dos triángulos rectángulos, mediante una recta que atraviesa el ángulo recto y es perpendicular a la hipotenusa. Esta

demostración, muy al estilo de Euclides, muestra en primer lugar que el cuadrado sobre AB es igual en área al rectángulo formado sobre BD . Acto seguido, muestra que el cuadrado sobre AC es igual en área al rectángulo formado sobre DC . Luego, por la adición de ambas áreas, se concluye que la suma de los cuadrados sobre AB y AC es igual al área sobre BC . Esta es la prueba que más se cree fue desarrollada por Pitágoras.

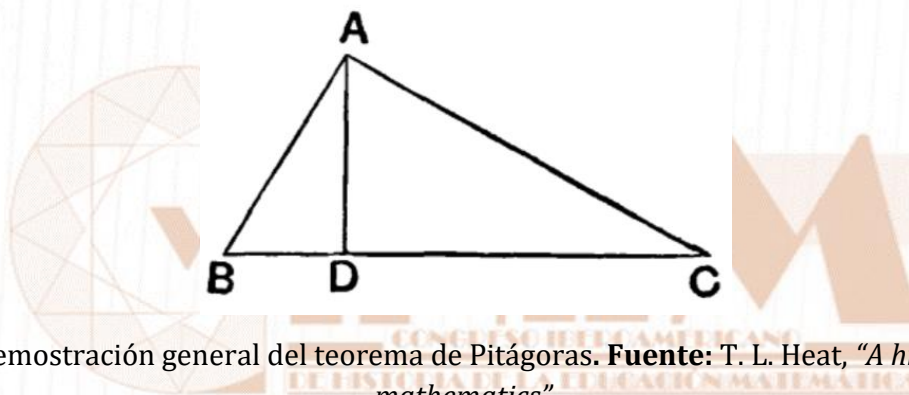


Figura 4. Demostración general del teorema de Pitágoras. **Fuente:** T. L. Heat, *"A history of greek mathematics"*.

Usando la figura 4, vemos que los triángulos en los que se divide el triángulo original son semejantes entre sí y el triángulo original, mientras que los tres triángulos, el original y los internos, tienen como lados correspondientes los catetos y la hipotenusa del triángulo original. La suma de los dos triángulos semejantes anteriores es idéntica al triángulo semejante en la hipotenusa. Así, se puede inferir que lo mismo también sería cierto para los cuadrados descritos en los tres lados correspondientes, respectivamente, porque los cuadrados y los triángulos semejantes están entre sí en la proporción duplicada de los lados correspondientes [7].

Si bien, como señalamos anteriormente, no es posible determinar cuál de estas es la demostración que realizó Pitágoras, se puede analizar de diversas maneras. La primera tiene que ver con la manera como cada quien percibe las matemáticas. Desde este punto de vista, para Pitágoras eran la base de todo lo que conocemos, así que las trató con el respeto y la responsabilidad del caso. Si las matemáticas eran perfectas, entonces de alguna manera la demostración que quería hacer se podía llevar a cabo. El camino que encontró fue utilizar la teoría de semejanza de triángulos disponible en la época y mediante un proceder de pasos lógicos, hacer equivalencia entre áreas.

Desde el punto de vista educativo de las matemáticas, esto nos demuestra que el conocimiento se forja, se construye, así como las demostraciones. Las matemáticas son inherentes al ser humano, surgen de la necesidad de contar, de hacer negocios, de interpretar el mundo. Así mismo se podría decir que es el proceso de aprendizaje, primero como algo empírico en los primeros años de vida, al igual que los egipcios y babilonios, desarrollar el pensamiento numérico en situaciones de la vida diaria, para luego pegar el salto, en el bachillerato y universidad, cuando el pensamiento matemático está más afianzado, hacia la abstracción y trabajar desde allí las Matemáticas.

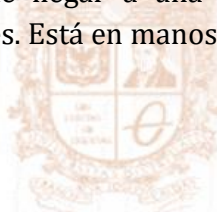
Cada persona es diferente, por eso el desarrollo del pensamiento matemático también lo es, y la historia del teorema de Pitágoras también lo refleja. Pitágoras decidió utilizar teoría de semejanza y equivalencia entre áreas para probarlo, fue su visión, y así como él, cada uno puede tener la suya. Dentro de los miles de demostraciones, tanto geométricas como algebraicas, cada una muy diferente a la otra, rescatamos a dos personajes: Pappus y Bashkara.

Pappus, por ejemplo, hizo su demostración del teorema basado en la proposición I.36 de Los Elementos de Euclides: “Los paralelogramos que tienen las bases iguales y están contenidos entre las mismas paralelas, son iguales entre sí” [9]. Esta es otra construcción desde un punto de vista geométrico, basado en el trabajo que realizó Euclides, que a su vez se basó en otros autores diferentes que vivieron antes de él; esta es una descripción de lo que es la matemática. Tomemos como ejemplo el juego Jenga, en el cual con bloques de madera o plástico se pueden construir torres muy altas; en nuestro caso, cada teoría matemática es un bloque, y sobre ésta se desarrollan nuevas teorías, y sobre estas muchas más teorías derivadas, de aquí la rigurosidad con la que se deben tratar, cada paso debe estar justificado y no debe dejar lugar a dudas o paso a ambigüedades.

Sin embargo, Pappus fue un paso más allá, y logró demostrar una generalización de la proposición I.47 de los elementos, el mismo teorema que venimos tratando. En aquella extensión, se muestra que no necesariamente se deben trabajar con triángulos rectángulos, sino que puede ser un triángulo cualquiera. Las figuras que subtienden los lados del triángulo no deben ser necesariamente cuadrados, en su lugar puede ir un paralelogramo cualquiera. Una visión más amplia desarrollado también geoméricamente, al estilo pitagórico y euclidiano, que abre nuestra perspectiva, mostrándonos una vez más que hay más de un camino para un tema en concreto.

Una última visión que queremos presentar del tema es la demostración hecha por Bhaskara. Esta demostración, una combinación de geometría y álgebra, refuerza la visión expuesta anteriormente. Un poco alejado de la estrategia utilizada en las demostraciones mencionadas, para la demostración del Teorema, Bhaskara toma un cuadrado de lado c y lo divide en cuatro triángulos equivalentes, con catetos a y b , y un cuadrado de lado igual a la diferencia de los cuadrados. Posteriormente, estos elementos son reorganizados de la forma en la que aparecen en la figura x, de tal forma que, la figura original queda transformada en dos cuadrados unidos, uno de área a y el otro de área b , luego se puede concluir que la suma de las áreas de los cuadrados de área a^2 y b^2 es igual c^2 , el área del cuadrado original.

De esta manera presentamos como la matemática, desde el punto de vista de la educación, debe ser una construcción, la misma historia nos lo muestra así. La demostración de este teorema en particular nos muestra que hay muchas formas de llegar a una misma conclusión, cada demostración es auténtica, como también cada persona lo es. Está en manos de todos los que hacemos parte del gremio hacer que así sea.



4. Consecuencias del teorema

El Teorema de Pitágoras marcó un nuevo rumbo en la historia de las matemáticas, al ser una de las primeras demostraciones formales de la historia. Luego de su demostración, el teorema de Pitágoras ha servido como inspiración para posteriores formulaciones matemáticas. Entraremos a detallar 3 consecuencias que impactaron de gran manera a las matemáticas.

4.1. Aparición de los inconmensurables y los números irracionales

No son muy claras la fecha y la forma en que aparecieron los inconmensurables. Como se mostró anteriormente, los babilonios, en su tablilla YBC 7289 dejaron escrita una aproximación muy cercana a $\sqrt{2}$, mientras que los egipcios *llegaron a reconocer el caracter distinto de los irracionales* Kline[6]. Esto muestra que de una u otra forma, las civilizaciones antiguas tenían conocimiento de este tipo de nociones, pero no las desarrollaron de una manera más profunda. Diversos personajes han hablado sobre los orígenes de la teoría de inconmensurabilidad, uno de ellos Pappus, quien le atribuye el descubrimiento de los inconmensurables a los pitagóricos.

El descubrimiento de los inconmensurables se le atribuye en gran medida a Hipaso de Metaponto. Hasta ese momento, la teoría de proporciones por parte de los pitagóricos se limitaba a comparar medidas cuyas magnitudes eran números enteros, es decir, cantidades conmensurables que tuvieran alguna unidad de medida en común, de modo que cada uno de los números era múltiplo de la unidad. Llamaron razones conmensurables a aquellas cantidades que se podían expresar mediante la relación de números enteros, mientras que aquellas que no las llamaron inconmensurables. Este descubrimiento causó un fuerte impacto dentro de la hermandad, hasta el punto que, según cuentan algunos autores, Hipaso fue ahogado en el mar por traer a este mundo objetos que no se pudieran expresar como relación entre dos números enteros.

La demostración dio paso a una nueva clase de números, unos que los pitagóricos no veían en la naturaleza. Fue tan fuerte el impacto que se dice, fue lo que habría generado la primera crisis de las matemáticas. Los números irracionales permanecieron en el limbo más de 2000 años, hasta que Richard Dedekind, mediante cortaduras, logró formalizar el conjunto de números reales en el año 1872.

4.2. Último teorema de Fermat

Conjeturado por el matemático francés Pierre de Fermat e inspirado en el teorema de Pitágoras, planteó si la expresión $x^n + y^n = z^n$ tendría soluciones enteras para $n > 2$. Luego de mas de 300 años en los que cientos de matemáticos intentaron demostrar esta conjetura, en 1995, Andrew Wiles y Richard Taylor lograron demostrar el último teorema de Fermat era cierto y que no hay soluciones para dicha expresión. La importancia de este radica en las teorías surgidas en el casi interminable camino hacia su demostración. Destacando el teorema de Taniyama-Shimura, el cual fue la base para su demostración, donde genios como Euler y Sophie Germain, dieron sus aportes con los que fue posible demostrar el esquivo teorema, [10].

5. Conclusiones

La matemática surge de la necesidad del ser humano. Con el transcurrir de la historia, la matemática fue mutando de una ciencia casi experimental a una ciencia en la cual no se admiten ambigüedades ni errores. El teorema de Pitágoras cambió la forma en la que percibimos las matemáticas, nos da a entender que el desarrollo del pensamiento deductivo puede tomar su tiempo pero el cerebro está capacitado para entender si se hace de la manera correcta. Mostrando la evolución que ha tenido el teorema, se puede tomar como guía para entender que todo hace parte de un proceso. Por otra parte, a partir de la demostración surgieron otras teorías que han sido de gran relevancia para el desarrollo de la humanidad.

Referencias

- [1] O. Neugebauer y A. J Sachs. *“Mathematical cuneiform texts”*. Londres: New Heaven, 1945, pp. 37 – 44.
- [2] B. L. Van der Waerden, *“Geometry and Algebra in Ancient Civilizations”*. Berlin: Springer-Verlag, 1983, pp. 1-66.
- [3] O. Neugebauer, *“The Exact Sciences in Antiquity”*. Nueva York: Dover Publications, Inc., 1969.
- [4] C. B. Boyer, *“Historia de la matemática”*. Madrid: Alianza Editorial, 1987, pp 8-62
- [5] L. Renou y J. Filliozat, *“L'Inde classique I”*. Paris: Editions Belin, 1947,
- [6] M. Kline, *“El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días”*. Madrid: Alianza Editorial, 1992, pp.53-61.
- [7] T. L. Heat, *“A histoy of greek mathematics”*, Vol 1. Oxford: Oxford University Press, 1921, pp. 141-169.
- [8] E. Maor, *“The pythagorean Theorem. A 4000-year history”*. New Jersey: Princeton University Press, 2007.
- [9] Euclides, *“Elementos”*. Barcelona: Gredos, 1991.
- [10] S. Singh, *“El último teorema de Fermat”*. Barcelona: Editorial Planeta, 2015.



EL CURRÍCULO DE MATEMÁTICA EN EDUCACIÓN PRIMARIA DE PANAMÁ Y JAPÓN: ÁREA ARITMÉTICA (1° A 3°)

THE CURRICULUM OF MATHEMATICS IN PRIMARY EDUCATION OF PANAMA AND JAPAN: ARITHMETIC AREA (1° to 3°)

*Vienbenida Igualada-Cortez **

Objetivo de aprendizaje: Presentar el currículo de matemática en primaria de Panamá y Japón: área aritmética, con el fin de tomar decisión pertinente para la mejora del mismo.

1. Introducción:

Es necesario tomar las referencias de las pruebas Pisa [1] indica que nuestro país ocupó el puesto 62 de 65 países, mientras que en Matemática consigue una puntuación de 360, estadísticamente por debajo del promedio de la OCDE que es 496. En la prueba **TERCE** del 2015, el promedio en tercer grado fue de 664 y en sexto 644 de 700 ubicando a Panamá con una media significativamente inferior al promedio de los países involucrados en el estudio [1]. Por otra parte, la Unesco [2] indica que los logros no fueron significativos *La distribución de los estudiantes según nivel de desempeño muestra un patrón bastante estable en las distintas pruebas. En general, los estudiantes se concentran en los dos niveles más bajos (I y II)*, [2, p. 4], estos resultados nos hacen reflexionar: ¿Será que el currículo de matemática en primaria requiere de cambios profundos? Es por ello que se hace un abordaje sobre el análisis curricular en el área de aritmética caso Panamá y Japón.

2. Material y Métodos:

Estudio de corte transversal, se realiza un análisis comparativo sobre el currículo de Matemática específicamente el área de aritmética caso de Panamá y Japón, se compara ambos currículos de primer grado a tercer grado, revisando los programas y libros de textos de ambos países, tablas 1 y 2.

| | Número y cálculo Japón | Área aritmética Panamá |
|----|---|--|
| 1° | Significado del número entero(Positivo) y modo de expresar <ul style="list-style-type: none">• 2 dígitos, <u>3 dígitos simples</u> | El Conjunto de números naturales ≤ 100 . <ul style="list-style-type: none">• Número menores de 10 |

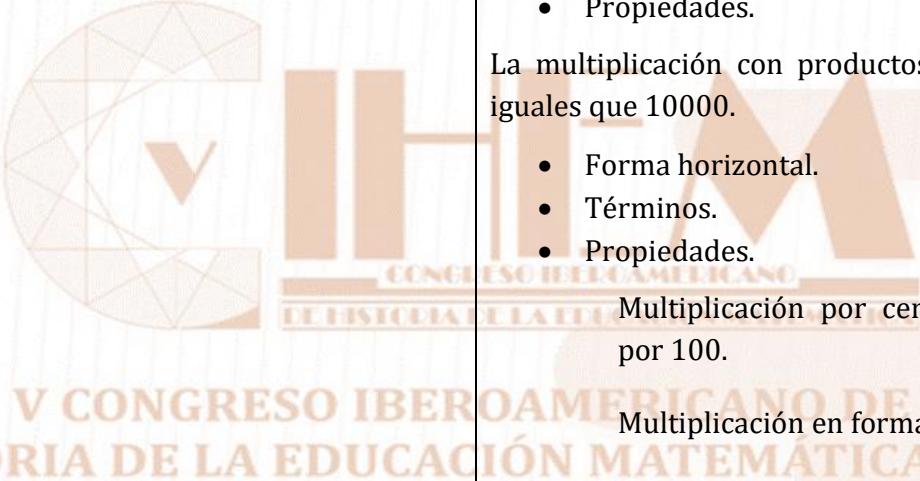
* Ministerio de Educación (MEDUCA)-Universidad de Panamá. Formación de Profesores e Investigadores en matemática Educativa; Nivel Media, Superior; Cuantitativa. E-mail: vienbenida27@gmail.com.

| | | |
|-----------|--|--|
| | | <ul style="list-style-type: none"> • Números mayores que 10. • Forma Simbólica (En palabras. • Comparación utilizando bloques de 10, 5 y la unidad. <p>Operaciones básicas con números naturales</p> <ul style="list-style-type: none"> • (suma y resta) <p>Resolución de problemas sencillos (1 dígito)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resuelve situaciones • Crea situaciones |
| <p>2°</p> | <p>Modo de expresar los números enteros (positivo), etc.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 dígitos, 4 dígitos, 3 dl unidad de diez mil, fracciones simples (1/2, 1/4, etc.,) etc. <hr/> <p>Suma / resta de números enteros (Positivo)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suma y resta de 2 dígitos, suma y resta de 3 dígitos simples etc. <hr/> <p>Multiplicación de números enteros (positivo)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tabla de multiplicación de 2 dígitos simples etc. | <p>Propiedades de las operaciones Básicas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suma y resta <p>Se inicia con la multiplicación</p> <ul style="list-style-type: none"> -La Multiplicación -Construcción del concepto (suma repetida). -Expresión matemática para la multiplicación -Tablas del 1 al 9. -Del 1 al 5. -Del 6 al 9. <p>Multiplicación con factores de un dígito.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Propiedad conmutativa y elemento neutro (con material concreto) • Solución de problemas <p>La División</p> |

| | |
|--|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> • Construcción del concepto (Repartir) • Números cardinales y ordinales <p>Romanos del I al XX.</p> |
|--|--|

Tabla 1. Análisis del área de aritmética. **Fuente:** Elaboración propia, tomando referencia del programa de Matemática de primer grado a sexto grado del Ministerio de Educación. [2] y [3].

| | Número y cálculo. Japón | Área aritmética. Panamá |
|----|---|---|
| 3° | <p>Modo de expresar los números enteros (Positivo)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Unidad de 10 mil, 100 millones, etc <p>Suma / resta de números enteros</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suma y resta de 3 dígitos y 4 dígitos etc. <p>Multiplicación de números enteros</p> <ul style="list-style-type: none"> • Multiplicación de 2 dígitos y 3 dígitos (3 dígitos x 2 dígitos etc.) etc. <p>División de números enteros</p> <p>División simple por 1 dígito (cocientes 1 dígito y 2 dígitos), etc</p> <p><u>Fracción decimal</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • <u>Modo de expresar el significado de la fracción decimal, suma y resta de la fracción decimal (cifra de 1/10)</u> • <u>Modo de expresar el significado de la fracción, suma y resta de fracciones simples</u> <p>Ábaco</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modo de expresar los números y suma y resta | <p>El Conjunto de números naturales ≤ 10000.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lectura y escritura • Valor relativo o posicional de un número natural ≤ 10000. • Decenas de millar. • Centenas de millar • Composición y descomposición <p>La recta numérica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Números < 10000 <p>Relación de Orden entre números naturales ≤ 10000.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comparación • Signo de mayor ($>$), menor ($<$) e igual ($=$) <p>Operaciones aritméticas con números naturales ≤ 10000</p> <ul style="list-style-type: none"> • La adición con 4 dígitos. • Forma vertical y horizontal. • Términos. • Propiedades |

| | |
|---|--|
|  | <p>Conmutativa</p> <p>Asociativa</p> <p>Elemento neutro o modulativa</p> <p>La sustracción con 4 dígitos.</p> <ul style="list-style-type: none">• Forma vertical y horizontal.• Términos.• Propiedades. <p>La multiplicación con productos menores o iguales que 10000.</p> <ul style="list-style-type: none">• Forma horizontal.• Términos.• Propiedades. <p>Multiplicación por cero, por 10 y por 100.</p> <p>Multiplicación en forma vertical</p> <p>Solución de Problemas con multiplicación</p> <p>La División</p> <ul style="list-style-type: none">• Términos• Sin residuo• Con residuo <p>Dividendo hasta 4 cifras y divisor 1 cifra</p> <p>Completar la expresión de la división</p> <ul style="list-style-type: none">• División entre la unidad seguida de ceros• Propiedad Reintegrativa (Teorema del factor)• Teorema del residuo con números pequeños <p>Resolución de problemas</p> <ul style="list-style-type: none">• Expresión matemática asociada a situaciones |
|---|--|


| | |
|---|--|
|  <p>V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Creación de situaciones • Resuelve problemas <p>Números Romanos del I al L.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Simbología • Lectura <p>La unidad y sus fracciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Concepto de unidad • Concepto de fracción • Relación de orden • Tipos de Fracciones <p>Propias</p> <p>Impropias</p> <p>Mixtas</p> <p>Representación gráfica.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Objetos concretos • Figuras geométricas • Ubicación en la Recta numérica de fracciones con denominadores de un dígito |
|---|--|

Tabla 2. Análisis del área de aritmética, [2] y [3].

3. Conclusiones

El programa de Matemática de 1° a 3° en Panamá, es extenso, tal como se refleja en la tabla 1 y tabla 2, mientras que el de Japón es sencillo, corto y lleva secuencia.

Panamá inicia las operaciones básicas desde el primer grado (suma y resta), segundo grado Continúa con suma y resto, multiplicación y división, en cambio Japón inicia las operaciones en segundo grado abarca la suma, resta y multiplicación y en tercer grado se inicia el abordaje de la división-fracción.

Urge que se haga cambios en el currículo de matemática en primaria, tomando en consideración este modelo del programa de matemática de primaria de Japón, donde se estructure los contenidos y que los mismos lleven una secuencia, sencillo, se estructure por etapa y corto.

Referencias

- [1] **OCDE.** (2010). *Resultados PISA 2009: Resumen Ejecutivo*. Recuperado el 25 de agosto de 2018, de <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/Pisa2009.pdf>.
- [2] **UNESCO.** (2016). *Logros de aprendizaje*. Santiago, Chile. Obtenido de <http://unesdoc.unesco.org/images/0024/002435/243532S.pdf>.
- [3] Educación, M. d. (2014). *Programa de Matemática de 1° a 3°*. (t. edición, Ed.) Panamá: Dirección Nacional de Currículo.
- [4] **JICA.** (2014). *Desarrollo de habilidades Pedagógicas de maestros de aritmética elemental*. Japón.
- [5] Educación, M. d. (s.f.). *Matemática quinto grado*. Nicaragua: **MINED-JICA**. Recuperado el 7 de abril de 2019, de https://nicaraguaeduca.mined.gob.ni/nicaragua_educa/wp-content/uploads/Libros/Lmatematicas5to.pdf

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



LA HISTORIA DE LA MATEMÁTICA EN EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO DIFERENCIAL: UNA EXPERIENCIA DE AULA

THE HISTORY OF MATHEMATICS IN LEARNING DIFFERENTIAL CALCULUS: A CLASSROOM EXPERIENCE

Verónica Monsalve-Rangel John Fredy Zabala-Álvarez***

Ésta es una experiencia de aula en una Universidad de la ciudad de Bogotá, donde usamos la Historia de la Matemática, en paralelo a una clase de Cálculo Diferencial, como apoyo en el aprendizaje de esta clase.

Ahora, en esta experiencia de aula, nuestros estudiantes de primer semestre son estudiantes egresados del **SENA**ⁱⁱⁱ, es decir, son tecnólogos que empiezan su profesionalización. Ellos llegan a la universidad como estudiantes que homologan su título de tecnólogo e inician su proceso de profesionalización^{iv}.

Desde la experiencia como docentes en carreras de Ingeniería, hemos observado aquellas falencias en matemáticas con las cuales llegan nuestros estudiantes a afrontar la universidad. Por lo anterior, y desde prácticas de aula que hemos realizado, decidimos en un curso de cálculo diferencial apoyarnos con la creación de un blog. Este blog se trabaja en simultáneo con la clase.

En dicho lugar, se publican momentos de la historia de la matemática relacionados con el tema en desarrollo de la clase de cálculo diferencial. El objetivo principal de esta práctica de aula es el conocimiento por parte de los estudiantes de aquellos acontecimientos en matemáticas, que marcaron en su momento, la importancia de esta Ciencia y su relación con el mundo entero. Allí se les publica artículos, lecturas, reseñas históricas donde pueden evidenciar y relacionar la historia de la matemática y su aplicación en la clase. Los estudiantes realizan inicialmente en el blog apreciaciones sobre su relación con la clase.

De igual manera, en el blog se publican además videos, talleres y laboratorios que se desarrollan en clase y fuera de ella.

En la experiencia de aula los estudiantes también participan en la construcción del blog. Durante el primer corte del proceso evaluativo, nosotros los docentes realizamos todos los aportes al blog. Posteriormente los estudiantes, realizan su propia búsqueda de procesos históricos de la matemática y, suben al blog dicha búsqueda por grupos para los demás compañeros escriban sus

* Licenciada en Matemáticas, Universidad Industrial de Santander. Magister en educación, Universidad de los Andes. Docente Politécnico Gran Colombiano. E-mail: veromonra@gmail.com-

** Ingeniero de Sistemas, Universidad EAN, Colombia. Escuela de Administración de negocios. Especialista en gerencia de proyectos, Universidad Minuto de Dios. Docente Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

apreciaciones.

Con esta experiencia de aula queremos, que nuestros estudiantes se relacionen con la historia de la matemática y cómo esta les ayude en su proceso de aprendizaje del cálculo diferencial. Por medio de sus apreciaciones en el blog, queremos evidenciar esta relación. Al final del curso realizaremos además una encuesta (tipo Likert) para conocer su grado de acuerdo o desacuerdo con la experiencia de aula^V.

iii El Servicio Nacional de Aprendizaje - **SENA**, es un establecimiento público del orden nacional, con personería jurídica, patrimonio propio e independiente, y autonomía administrativa; Adscrito al Ministerio del Trabajo de Colombia. Ofrece formación gratuita a millones de colombianos que se benefician con programas técnicos, tecnológicos y complementarios (Tomado de <http://www.sena.edu.co/es-co/sena/Paginas/quienesSomos.aspx>)

iv Aunque son estudiantes con una tecnología ya aprobada y en su proceso de homologación quedan posicionados en quinto semestre, los consideramos como estudiantes de primer semestre ya que, según la malla curricular del Sena, no tienen un curso formal de matemáticas. No queremos en este documento enfatizarnos en lo anterior, sino mostrar la experiencia de aula.

v Esta experiencia se está desarrollando a la fecha. Se espera al momento de presentar el póster, si es seleccionado, estar terminando esta experiencia.

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



A MATEMÁTICA RECREATIVA NUMA REVISTA PORTUGUESA EM FINAIS DO SÉCULO XIX

RECREATIVE MATHEMATICS IN A PORTUGUESE MAGAZINE AT THE END OF THE 19TH CENTURY

Mária Cristina Almeida* José Manuel Matos**

Resumen: “*A Ilustração Portuguesa: Revista Litterária e Artística*” foi uma revista semanal publicada em Portugal entre 1884 e 1890. Esta publicação, que desde a primeira hora parece ser direcionada para o público feminino, manteve nas suas páginas finais a rubrica *Em família* que incluía problemas de matemática. Foram publicados 108 problemas propostos por Moraes d’Almeida, militar e académico que se destacou especialmente no campo do ensino das ciências físicas e matemáticas durante o período que engloba o fim do século XIX e o princípio do século XX. O presente artigo pretende caracterizar os problemas propostos no que respeita ao conteúdo matemático e observar também a ligação à vida corrente. Serão apresentados alguns exemplos de problemas e a respetiva solução; e a personalidade de Moraes d’Almeida será apreciada através dos episódios encontrados na revista.

Palabras clave: ensino de matemática, matemática recreativa, resolução de problemas, revista portuguesa, finais do século XIX.

Abstract: “*A Ilustração Portuguesa: Revista Litterária e Artística*” was a weekly magazine published in Portugal between 1884 and 1890. This publication, which seemed to be aimed at the female audience from the first hour, kept in its final pages the heading *In family* that included math problems. Moraes d’Almeida, a military man and academic who stood out especially in the field of teaching the physical and mathematical sciences, proposed 108 problems during the period that includes the end of the 19th century and the beginning of the 20th century. The present article tries to characterize the proposed problems regarding the mathematical content and also to observe the connection with daily life. Some examples of problems and their solutions will be presented; and the personality of Moraes d’Almeida will be appreciated through episodes found in the magazine.

* Lic. Em Matemática pela Universidade de Lisboa; Mestre em Ciências da Educação pela Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias; e Doutora em Educação pela FCT da Universidade Nova de Lisboa. Docente da UIED-FCT- Universidade Nova de Lisboa, Portugal. E-mail: ajs.mcr.almeida@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1532-832X>.

** Lic. Em Matemática, ramo de Física-Matemática, pela Facultad de Ciencias de Lisboa; MSc. Em Educação Matemática pela Universidad de Boston; Doutoramento em Educação Matemática, The University of Georgia, Athens, Estados Unidos da América. Docente da UIED- Universidade Nova de Lisboa, Portugal; e da Universidade Federal de Juiz de Fora, Brasil. E-mail: jmm@fct.unl.pt. ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-2809-6561>.

Key Words: mathematics teaching, recreational mathematics, problem solving, portuguese journal, end of the 19th century.

1. Introdução

“*A Ilustração Portuguesa: Revista Litterária e Artística*”, publicada em Lisboa entre 1884 e 1890, aparentemente direcionada para o público feminino, fechava com a rubrica *Em família* que incluía problemas de matemática. A presente comunicação foca a referida rubrica, especialmente os passatempos, que incluíam problemas de matemática. Pretende-se caracterizar os problemas propostos no que respeita ao conteúdo matemático e à ligação à vida corrente. Apresentaremos também alguns exemplos de problemas e a respetiva solução, mantendo a grafia original. A elaboração deste trabalho tem por base o levantamento dos problemas editados em todas as revistas publicadas.

Segundo Mello e Souza (1940), Leibniz considerava a recreação matemática, como uma das fontes mais valiosas para as descobertas científicas. Havendo vários os matemáticos importantes que se interessaram pelas recreações matemáticas. Euler, Fermat, Leibniz, Moivre, Sylvester, Hamilton e muitos outros, deixaram até estudos e análises notáveis sobre questões que envolviam unicamente jogos e recreações numéricas. Para ele, corresponde à *Aritmética recreativa uma série de problemas relacionados com curiosidades sobre os números, operações, enigmas, anedotas, adivinhações, quadrados mágicos, etc.* [1, p.233].

Sobre adivinhações matemáticas, refere que há *questões formuladas, envolvendo relações numéricas ou figuras geométricas, que não constituem propriamente problemas – mas sim verdadeiras adivinhações matemáticas. Essas adivinhações não se apresentam, de modo algum, adstritas a regras fixas ou a processos racionais, as soluções, em geral, são atingidas quando o curioso dispõe de uma habilidade especial e conhece os artifícios comumente empregados pelos inventores de enigmas.* [1, p. 45].

Após a análise do enunciado de cada um dos problemas estabelecemos oito temas: Álgebra, Aritmética, Adivinhações matemáticas, Geometria, Combinatória, Aritmética recreativa, Aritmética indiana, Probabilidades. A distribuição dos problemas por tema revela que o maior número de problemas se situa no campo da Aritmética, em segundo lugar temos as Adivinhações matemáticas, seguindo-se a Álgebra, Geometria, Combinatória, Probabilidades. O número de problemas com contexto ligado à vida real é cerca de metade do número dos problemas.

O colaborador da revista que fornecia os problemas assina Moraes d’Almeida, militar e académico que se destacou especialmente no campo do ensino das ciências físicas e matemáticas durante o período que engloba o fim do século XIX e o princípio do século XX. Os seus comentários e resoluções de problemas evidenciam conhecimentos em diversas áreas disciplinares (Matemática, Geometria, Física). Este foi um indivíduo que se destacou especialmente no campo do ensino das ciências físicas e

matemáticas durante o período que engloba o fim do século XIX e o princípio do século XX; e, que terá contribuído igualmente para o movimento de divulgação científica publicando vários artigos em revistas. Exerceu a docência durante mais de quatro décadas e produziu um conjunto de livros escolares e manuais didáticos que foram muito utilizados nos liceus e no ensino superior. Apreciaremos a personalidade de Moraes d'Almeida através de episódios que encontramos na revista.

2. Contexto educativo

No que concerne ao panorama educativo no período em estudo, o ensino primário era obrigatório e gratuito. Os conteúdos matemáticos compreendiam a aritmética associada ao sistema métrico e alguns assuntos de geometria, [2]. No ensino secundário liceal, a Matemática abarcava aritmética, álgebra, geometria, trigonometria e princípios de escrituração e contabilidade, [3]. No ensino profissional, os planos curriculares do curso industrial e do curso comercial eram distintos, todavia a Aritmética, a Álgebra, a Geometria e a Trigonometria, integravam usualmente aos dois cursos, [4].

3. A revista

"A *Ilustração Portuguesa: Revista Litterária e Artística*"³⁴ foi lançada em Lisboa, em junho de 1884 e publicou-se semanalmente até outubro de 1890, totalizando 260 números nos seus mais de cinco anos de existência. Embora não excluísse o comentário político, a revista não alimentou polémicas e procurou definir-se como uma publicação generalista, sobretudo votada às literaturas, às artes e a outras formas de expressão da cultura, da história e do progresso nacionais, capitalizando na publicação de *ilustrações*.

Esta publicação, que desde a primeira hora parece ser direcionada para o público feminino, manteve a sua estrutura, ou seja, a forma como distribuía as matérias pelas suas páginas. A abrir, uma crónica, seguindo-se os textos literários e não literários, depois vinha a rubrica *As nossas gravuras* e um *Brinde* que consistia numa gravura própria para emoldurar, vindo, por último, a rubrica *Em família* composta por passatempos, jogos, charadas e conselhos diversos, [6].

³⁴ Neste texto, para agilizar a escrita, usaremos *A Ilustração Portuguesa* para referir esta revista, [5].



Figura 1. Cabeçalho da revista *A Illustração Portuguesa*. **Fonte:** Número Prospecto, junho, 1884, p. 1.

Os colaboradores da revista aparecem enumerados junto ao título, tal como podemos observar no cabeçalho da revista que apresentamos na figura 1 (*A Illustração Portuguesa*, Número Prospecto, junho, 1884, p. 1). Segundo [6], o rol de colaboradores é bastante incompleto e pouco rigoroso. Com efeito, Moraes d'Almeida não aparece como colaborador, apesar de terem sido por si propostos 108 problemas na rubrica *Em família*.

4. Carlos Augusto Moraes d'Almeida

Carlos Augusto Moraes d'Almeida ou Carlos Augusto Moraes de Almeida nasceu em 1843 e faleceu em 1919, figura 2. Com 12 anos entrou no Real Colégio Militar em Lisboa, onde se distinguiu pelas altas classificações. Na Escola do Exército concluiu os cursos de Infantaria (1861/62) e de Engenharia (1866/69). Na carreira das armas atingiu o generalato em 1906. Em 1873 era professor interino de Matemática no Colégio Militar, passando a professor efetivo em 1875. Foi um dos homens que em Portugal mais prestigiou o ensino das ciências físicas e matemáticas durante o período que engloba o fim do século XIX e o princípio do século XX. Em 1878 foi nomeado lente substituto de Física na Escola Politécnica de Lisboa, onde, com Adriano Augusto de Pina Vidal (1841-1919), organizou de raiz todo o ensino da física. Em 1898 foi nomeado lente proprietário da então recentemente criada cadeira de Física Matemática. De 1909 a 1910 foi diretor do Observatório Meteorológico Infante D. Luís, [7], [8].





Figura 2. Foto de Carlos Augusto Moraes d'Almeida. **Fonte:** [9].

Após a criação da Faculdade de Ciências de Lisboa em 1911, passou a professor ordinário de Físico-Químicas, tendo sido colocado no grupo de Física. Em 1916, obteve o grau de doutor na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, tendo requerido nesse mesmo ano a sua jubilação. Foi sócio correspondente da Academia das Ciências entre 1875 e 1893, ano em que se tornou sócio efetivo. Contribuiu também para o movimento de divulgação científica, publicando vários artigos em revistas, sozinho ou em colaboração com Pina Vidal, [7].

Moraes d'Almeida exerceu a docência durante mais de quatro décadas em diversas instituições: Colégio Militar, Liceu de Lisboa, Instituto Maynense, Escola Politécnica, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Para além do seu trabalho pedagógico, é importante realçar a publicação de um conjunto de livros escolares e manuais didáticos na área das Ciências, a maioria elaborados em coautoria com Pina Vidal que foram muito utilizados nos liceus e no ensino superior³⁵. Estes textos são úteis para compreender os elementos essenciais da cultura científica ensinada nos liceus portugueses em diversas áreas disciplinares (Matemática, Física, Química, etc.) na segunda metade do século XIX, [8].

Moraes d'Almeida fundamenta a sua colaboração na revista do seguinte modo: *Accedendo a um delicado convite do ex.mo sr. Pedro Corrêa³⁶, tenho dado a público alguns problemas, com o fim unicamente de ser agradável áquelle distinctissimo cavalheiro*, [10, p.6]. Nas transcrições que fazemos de texto da revista, a grafia original foi mantida em benefício da curiosidade dos leitores atuais.

³⁵ Publicamos em anexo os títulos dos seus livros.

³⁶ Editor da revista. Pedro Augusto Correia da Silva (1836-1893) foi jornalista e editor. Como editor desenvolveu uma atividade intensa, quer no universo do livro, quer no da imprensa periódica (Correia, 2012)

5. Os problemas

George Pólya na sua obra “*How to Solve It*” argumentou que o espaço dedicado pelos jornais e revistas populares a palavras cruzadas e outros enigmas parece demonstrar que as pessoas apreciam passar algum tempo a resolver problemas, apenas pelo desafio, pelo triunfo da descoberta [11]. É interessante observar que quebra-cabeças matemáticos fossem apreciados, a par das crónicas, dos contos, das narrativas e das anedotas, pelos leitores de uma publicação periódica de cariz generalista como *A Ilustração Portuguesa*. Com efeito, todas as semanas é apresentado um novo problema. E cada semana também é publicada a solução do problema da semana anterior. Alguns problemas para além da solução têm também a resolução. Podemos destacar que alguns dos leitores enviaram as suas respostas para a revista, houve um problema publicado que foi oferecido a Morais d’Almeida por um leitor de nome Trindade.

Notámos que alguns dos problemas têm a indicação da sua origem, por exemplo, da Faculdade de Ciências de Paris, havendo dois deles que, segundo Morais d’Almeida, se devem a Bhàscara³⁷. Na figura 3 podemos observar um destes últimos. Há também um outro que tem a informação de sido extraído dos antigos jogos de *Casse-tête*. Aparecem vários problemas com contextos que se relacionam com a Física, o que não nos surpreende, pois Moraes d’Almeida era professor desta disciplina.

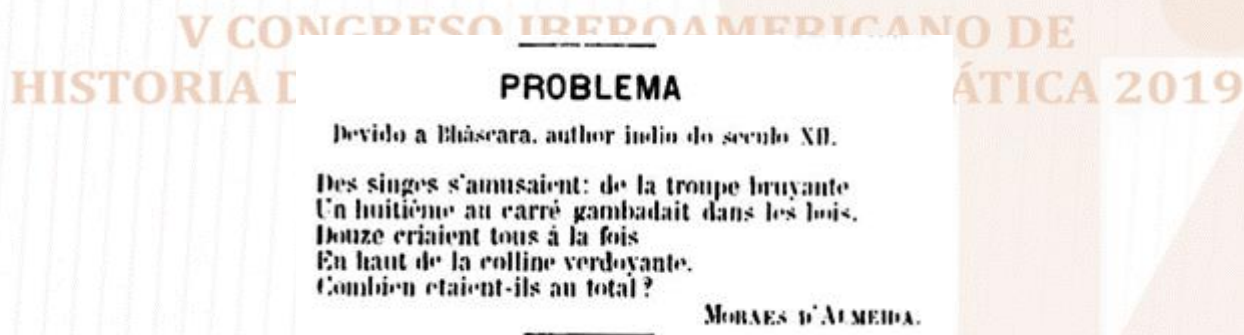


Figura 3. Problema publicado na revista. **Fonte:** [12].

Após a análise do enunciado dos cento e oito problemas recolhidos ressaltou que no que concerne a conteúdos matemáticos o conjunto de problemas analisado compreende a Aritmética, a Álgebra, a Combinatória e as Probabilidades, e que os problemas eram de dificuldade variada. Separámos os problemas de Aritmética em três partes. Usando Mello e Sousa, uma das partes inclui problemas de Aritmética recreativa (problemas relacionados com curiosidades sobre os números, operações, quadrados mágicos), outra parte envolve a Aritmética indiana (denominação dada à obra de Bhàscara), e, uma terceira com os problemas Aritmética que não se incorporam nas duas anteriores.

³⁷ À obra de Bâscara de Acharia é dada a denominação de Aritmética indiana. Traduzida do sânscrito em inglês por João Taylor (Bombaim, 1816) esta obra foi composta entre 1150 e 1160, dando uma ideia exata dos conhecimentos dos Hindus até ao Século XII. Nesse tratado, que contém muitas proposições úteis de geometria e Geodesia, algumas regras são formuladas em verso [1, p.45].

Enquadrámos alguns dos problemas sob a designação de adivinhações matemáticas (questões envolvendo relações numéricas ou figuras geométricas).

Assim, para fazer uma caracterização dos problemas estabelecemos oito temas. Na tabela 1 podemos ver uma distribuição do número de problemas por tema. Como podemos observar, o maior número de problemas situa-se no campo da Aritmética (cinquenta e quatro), em segundo lugar temos as Adivinhações matemáticas, seguindo-se a Álgebra, Geometria, Combinatória, Probabilidades.

| Tema | Nº de problemas |
|--------------------------|-----------------|
| Álgebra | 19 |
| Aritmética | 26 |
| Adivinhações matemáticas | 25 |
| Geometria | 5 |
| Combinatória | 4 |
| Aritmética recreativa | 26 |
| Aritmética indiana | 2 |
| Probabilidades | 1 |

Tabela 1. Distribuição dos problemas por tema. Fonte: os autores.

Apresentamos em seguida um exemplo de problema de Álgebra, de Aritmética, de Adivinhações matemáticas, de Geometria e de Combinatória, respetivamente.

- Quanto possui uma pessoa que diz o seguinte: Se eu juntasse 30 contos ao que tenho ficaria com tantos contos a mais de 85 quantos actualmente tenho a menos. [13, p.7]
- Eleva-se sucessivamente ao cubo os numeros inteiros a partir da unidade, e sommem-se sucessivamente, a partir do primeiro, os numeros obtidos. Dizer qual a expressão geral das sommas obtidas por este modo. [14, p.10].
- Dividir entre Fagundo, Procopio e Seraphim 24 toneis, estando 5 cheios de vinho, 8 vazios e 11 meio cheios, de maneira que cada uma d'aquellas pessoas fique com igual número de toneis e com a mesma quantidade de vinho. [15, p.7]

- Dividir um quadrado em cinco partes eguaes, á excepção de uma, que deverá ser um quadrado cuja superfície seja igual á quinta parte da do primeiro, ficando contudo, todas eguaes em superfície. [16, p.14]
- Quantas combinações se podem formar com 20 consoantes e 6 vogaes, contendo cada combinação 3 consoantes e, 2 vogaes e ocupando estas apenas o 2.º e o 4.º lugar? . [17, p. 7]

Na figura 3 está um exemplo do tema Aritmética indiana. E, exemplos dos temas Aritmética recreativa e Probabilidades podem ser observados no ponto 6, a saber, os problemas publicados na página sete dos números dezanove e vinte e nove da revista *A Ilustração Portuguesa*, de três de novembro de 1884 e de doze de janeiro de 1985, respetivamente.

Atendendo a que os problemas eram publicados numa revista observámos também o seu contexto. O número de problemas com contexto ligado à vida corrente é cinquenta e três, o que representa cerca de metade do número dos problemas.

6. Moraes d'Almeida como comentador de algumas resoluções de problemas

Na primeira página do semanário *O Académico*, de 21 de janeiro de 1903 podemos ler um artigo sobre Moraes d'Almeida, onde podemos vislumbrar alguns traços do seu temperamento. No artigo, o seu colega Júlio Maria Baptista, afirma que ele era *rigorosíssimo na disciplina escolar, a mais leve desconsideração é punida sempre com uma reprehensão violenta, mas que em circunstancias ordinarias é afavel, paternal mesmo, com os alumnos; sempre benevolente. E em qualquer questão academica em que a justiça está do lado dos estudantes, elles contam que o têm ao seu lado.* Continuando, refere que *Nunca, em uma discussão scientifica, Moraes d'Almeida deu a entender, nem de leve, que a sua opinião possa prescindir de argumentos comprovativos, e, salienta Tem uma repugnância manifesta em vexar alguém pela indicação de um erro. Mas o que o encontra sempre desapiedado é o pedantismo e a erudição estéril. Tem a phobia do palavreado* [18, p.1].

A verdade é que os ecos que foram chegando à revista dos que acompanhavam semanalmente os problemas não foram sempre positivos, havendo comentários de leitores sobre a dificuldade e a qualidade de problemas propostos. Apresentamos em seguida um desses casos. O enunciado do problema diz: *Pedro e Paulo vão ao encontro um do outro. Caminham uniformemente e com velocidades taes que o primeiro chega ao ponto d'onde parte o segundo quatro horas depois de se terem encontrado, e o segundo encontra o primeiro nove horas antes de ter chegado ao ponto d'onde parte o primeiro. Quanto tempo empregou cada um para fazer a sua viagem?* [19, p.7], indicando-se como solução que *Pedro empregou 10 horas e Paulo 15 horas na viagem*, [20, p.7]. Moraes d'Almeida escreve que foi recebida uma carta com um comentário ao problema atrás mencionado. Ela é reproduzida na sua resposta à leitora, e o seu conteúdo é o seguinte:

A ilustração de 20 do passado, publicando a solução do problema algebrico proposto em o número antecedente, diz que Pedro empregou 10 horas e Paulo 15 horas na viagem.

Mas, como se encontram em C, Pedro andou AC no mesmo tempo que Paulo precisou para andar CB. Sendo pois t este tempo commum, será

$$AC=Vt \quad 4V=V't$$

Logo

$$9V'=Vt \quad 4V=V't$$

Dividindo estas egualdades ordenadamente vem:

$$\frac{9V'}{4V} = \frac{V}{V'} \quad \text{ou} \quad \frac{9}{4} = \frac{V}{V'} \quad \text{e finalmente} \quad \frac{V}{V'} = \frac{3}{2}$$

Não precisámos, pois de caixinha de phosphoros para resolver a terrivel dificuldade de achar a relação das duas velocidades.

Continuemos já agora com a ardua terefa.

Pedro precisou, para andar AC, evidentemente $\frac{2}{3}$ do tempo que Paulo necessitou para andar esta distancia; e com Paulo percorreu AC em 9 horas, segue-se que Pedro percorreu este mesmo caminho em $\frac{2}{3} \times 9 = 6$. Logo, a distancia AB foi percorrida por Pedro em 10 horas. Paulo precisou, para andar BC, $\frac{3}{2}$ do tempo que Pedro empregou para andar esta distancia; e como Pedro andou BC em 4 horas, segue-se que Paulo precisou de $\frac{3}{2} \times 4 = 6$. Paulo percorreu, pois, a distancia AB em 15 horas.

Não sei se o illustre epistolographo ficará satisfeito com esta solução. Muito desejamos saber-o, pois téamos de pedir a demissão dos nossos logares de professor, se fossemos tão ignorantes como o nosso distincto critico nos suppoz. Apostaríamos como s. ex.^a não se dignaria pôr o seu nome por debaixo do que escreveu, assim como o faz o seu humilde admirador. Moraes D'Almeida, [21, p.6].

Na resposta a outro comentário, a indignação de Moraes d'Almeida é visível no teor da resposta, estando de acordo com os traços da sua personalidade patentes na opinião do seu colega Júlio Maria Baptista que atrás aludimos.

Vou novamente incommodar os leitores inteligentes da *Ilustração Portuguesa* com explicações inuteis àcerca dos meus problemas a fim de responder a umas cartas dirigidas à redacção d'aquelle por um *quidam*, que se intitula *leitor curioso*, e que não passa d'um pacóvio pretenciosissimo, ao qual eu, confesso, não devia dedicar dois minutos d'atención.

Vivo n'um meio bem diferente d'aquelle onde existe esse *insignificante*, que pela segunda vez me apoqueta com as suas disparatadas reflexões.(...)

Fui sempre lacónico nas soluções apresentadas, pois nem era proprio tomar parte da secção destinada aos problemas com calculos desenvolvidos nem desejava que algum suppozesse que eu pretendia fazer propaganda scientifica. Não obstante esta minha opinião, se qualquer a mim se dirigisse delicadamente, pedindo-me um esclarecimento, fal-o-ia da melhor vontade.

É, porém, esta a segunda vez que me acho em conflicto com uns ignorantões, que, nada sabendo, julgam os outros por si, e que nem ao menos teem a delicadeza sufficiente para pedirem explicações em termos habeis e convenientes.

Ainda lhes presto por ultima vez uns minutos d'atenção, respondendo ao tal curioso, e restando-me a gloria de cumprir uma obra de caridade, tal é a de *ensinar os ignorantes*, [23, p.6].

Com efeito, para esclarecimento dos leitores da revista, Moraes d'Almeida apresenta no seguimento do trecho anterior a resolução dos problemas que suscitaram polémica e cujo enunciado, acompanhado da respetiva resposta, transcrevemos em seguida.

Tres homens Pedro, Paulo e André, vão á feira com as mulheres. Os nomes d'ellas são Catharina, Martha e Suzanna. Cada uma d'estas seis pessoas compra um certo número d'objectos, e paga por cada um por um número de tostões igual ao de objectos que compra. Pedro compra 23 objectos mais que Martha, e Paulo 11 mais que Catharina. Cada marido gasta 6\$300 mais que sua mulher.

Pergunta qual a mulher de Pedro, Paulo e de André? [23, p.7].

R: A mulher de Pedro é Suzanna, a de Paulo é Martha e a de André é Catharina, [21, p.6]

Euphrasia e Belarmino vão jantar a casa e D. Segismunda, e teem o máximo empenho em ficar juntos à meza, em consequencia de dedicarem um ao outro uma extrema affeição. São dez os convivas, nem a mesa admite mais. Pergunta-se qual é o grau de probabilidade que elles teem de ver satisfeitos os seus ardentes desejos?, [24, p.7].

R: Dez pessoas podem collocar-se a uma mesa de 362:880 maneiras diferentes. Duas podem ficar juntas, achando-se os convivas de 80:640 modos diversos. Portanto a probabilidade que Euphrasia e Belarmino teem de ficar um ao-pé do outro, é $\frac{2}{9}$, [25, p.7].



7. Considerações finais

Neste trabalho pretendeu-se caracterizar, no que respeita a conteúdo matemático e ligação à vida corrente, todos os problemas de matemática propostos por Moraes d'Almeida na revista "A *Ilustração Portuguesa*" (1884-1889), uma revista generalista. Todas as semanas é apresentado um novo problema. E cada semana também é publicada a solução do problema da semana anterior. Apresentámos também alguns exemplos de problemas e a respetiva solução, mantendo a grafia original para benefício da curiosidade dos alunos.

Após a análise do enunciado de cada um dos problemas estabelecemos oito temas: Álgebra, Aritmética, Adivinhações matemáticas, Geometria, Combinatória, Aritmética recreativa, Aritmética indiana, Probabilidades. A distribuição dos problemas por tema revela que o maior número de problemas se situa no campo da Aritmética, em segundo lugar temos as Adivinhações matemáticas, seguindo-se a Álgebra, Geometria, Combinatória, Probabilidades. O número de problemas com contexto ligado à vida real é cerca de metade do número dos problemas.

Considero que é preciso que o professor se esforce no sentido de dar um carácter concreto aos problemas que apresenta aos alunos. A par de problemas que obriguem a pensar e a encontrar estratégias de resolução nem sempre imediatas. Estes problemas podem ajudar os professores a acautelar que propõem aos discentes problemas que não seguem um padrão que eles já conhecem e que por isso não lhes colocam nenhum desafio. É que o prazer de resolver problemas reside muitas vezes na descoberta de que podemos ir mais além do que aquilo que pensávamos conseguir.

Agradecimentos

Este trabalho foi financiado por fundos nacionais através da **FCT** – Fundação para a Ciência e Tecnologia, no âmbito do projeto **PTDC/CED-EDG/32422/2017**.

Referências

- [1] Mello e Souza, "*Dicionário Curioso e Recreativo da Matemática*". 1.º Vol.-A-B. Rio: Edit. Getulio Costa, 1940.
- [2] M. C. Almeida e R. Candeias, "*Os programas de matemática do ensino primário, da Telescola e do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário*" in A. Almeida e J. M. Matos (eds.). *A matemática nos programas do ensino não-superior (1835-1974)*. Caparica: **UIED** e **APM**, 2014, pp. 39-68.
- [3] J. M. Matos, "*A matemática no ensino não superior em Portugal*". A. Almeida & J. M. Matos (eds.). *A matemática nos programas do ensino não-superior (1835-1974)*. Caparica: **UIED** e **APM**, 2014, pp. 15-35.
- [4] A. S. Rodrigues, "*Os programas de Matemática do Ensino Profissional em Portugal, in A Matemática nos Programas do Ensino Não-Superior (1835-1974)*" in A. Almeida & J. M. Matos

- (eds.). *A matemática nos programas do ensino não-superior (1835-1974)*. Caparica: **UIED** e **APM**, 2014, pp. 95-113.
- [5] A *Ilustração Portuguesa*: Revista Litterária e Artística. [Em linha]. Disponível em: http://hemerotecadigital.cm-lisboa.pt/Periodicos/AllustracaoPortuguesa_Semanario_1884_1890/Web_AllustPort_1884_1890/AllustracaoPortuguesa_1884-1890.htm
- [6] R. Correia, “*A ilustração portuguesa 1884-1890*”. Novembro de 2012. [Em linha]. Disponível em: <http://hemerotecadigital.cm-lisboa.pt/FichasHistoricas/IlustracaoPortuguesa1884-1890.pdf>
- [7] L. M. Bernardo, “*Histórias da Luz e das Cores*”. Volume 1. Porto: Editora da Universidade do Porto, 2005.
- [8] A. Nóvoa e F. Bandeira (coord. geral), “*A educação portuguesa: corpus documental (séculos XIX-XX): dicionário de educadores portugueses*”. Porto: Edições Asa, 1999.
- [9] *Ilustração Portuguesa*, II Série nº 687, 21/04/1919, p. 316. [Em linha]. Disponível em: http://hemerotecadigital.cm-lisboa.pt/OBRAS/IlustracaoPort/1919/N687/N687_master/N687.pdf
- [10] A *Ilustração Portuguesa*: Revista Litterária e Artística. [Em linha]. Disponível em: http://hemerotecadigital.cm-lisboa.pt/Periodicos/AllustracaoPortuguesa_Semanario_1884_1890/1885/Fevereiro/N33/N33_item1/index.html
- [11] G. Pólya, “*Como resolver problemas*”. Lisboa: Gradiva, 2003.
- [12] A *Ilustração Portuguesa*: Revista Litterária e Artística. [Em linha]. Disponível em: http://hemerotecadigital.cm-lisboa.pt/Periodicos/AllustracaoPortuguesa_Semanario_1884_1890/1886/Agosto/N05/N05_item1/P8.html
- [13] A *Ilustração Portuguesa*: Revista Litterária e Artística. [Em linha]. Disponível em: http://hemerotecadigital.cm-lisboa.pt/Periodicos/AllustracaoPortuguesa_Semanario_1884_1890/1884/Julho/N01/N01_item1/P8.html
- [14] A *Ilustração Portuguesa*: Revista Litterária e Artística. [Em linha]. Disponível em: http://hemerotecadigital.cm-lisboa.pt/Periodicos/AllustracaoPortuguesa_Semanario_1884_1890/1885/Outubro/N12/N12_item1/index.html
- [15] A *Ilustração Portuguesa*: Revista Litterária e Artística. [Em linha]. Disponível em:

- http://hemerotecadigital.cm-lisboa.pt/Periodicos/AllustracaoPortuguesa_Semanario_1884_1890/1884/Novembro/N22/N22_item1/index.html
- [16] A Ilustração Portuguesa: Revista Litterária e Artística. [Em linha]. Disponível em: http://hemerotecadigital.cm-lisboa.pt/Periodicos/AllustracaoPortuguesa_Semanario_1884_1890/1885/Julho/N01/N01_item1/index.html
- [17] A Ilustração Portuguesa: Revista Litterária e Artística. [Em linha]. Disponível em: http://hemerotecadigital.cm-lisboa.pt/Periodicos/AllustracaoPortuguesa_Semanario_1884_1890/1885/Abril/N43/N43_item1/index.html
- [18] *O Académico*, II.^a Série, n.º 4, 21/01/1903.
- [19] A Ilustração Portuguesa: Revista Litterária e Artística. [Em linha]. Disponível em: http://hemerotecadigital.cm-lisboa.pt/Periodicos/AllustracaoPortuguesa_Semanario_1884_1890/1884/Outubro/N16/N16_item1/index.html
- [20] A Ilustração Portuguesa: Revista Litterária e Artística. [Em linha]. Disponível em: http://hemerotecadigital.cm-lisboa.pt/Periodicos/AllustracaoPortuguesa_Semanario_1884_1890/1884/Outubro/N17/N17_item1/index.html
- [21] A Ilustração Portuguesa: Revista Litterária e Artística. [Em linha]. Disponível em: http://hemerotecadigital.cm-lisboa.pt/Periodicos/AllustracaoPortuguesa_Semanario_1884_1890/1884/Novembro/N20/N20_item1/index.html
- [22] A Ilustração Portuguesa: Revista Litterária e Artística. [Em linha]. Disponível em: http://hemerotecadigital.cm-lisboa.pt/Periodicos/AllustracaoPortuguesa_Semanario_1884_1890/1885/Fevereiro/N33/N33_item1/index.html
- [23] A Ilustração Portuguesa: Revista Litterária e Artística. [Em linha]. Disponível em: http://hemerotecadigital.cm-lisboa.pt/Periodicos/AllustracaoPortuguesa_Semanario_1884_1890/1884/Novembro/N19/N19_item1/index.html
- [24] A Ilustração Portuguesa: Revista Litterária e Artística. [Em linha]. Disponível em:

http://hemerotecadigital.cm-lisboa.pt/Periodicos/AllustracaoPortuguesa_Semanario_1884_1890/1885/Janeiro/N29/N29_item1/index.html

- [25] A Ilustração Portuguesa: Revista Litterária e Artística. [Em linha]. Disponível em: http://hemerotecadigital.cm-lisboa.pt/Periodicos/AllustracaoPortuguesa_Semanario_1884_1890/1885/Janeiro/N30/N30_item1/index.html

Outras fontes: livros publicados por Moraes d'Almeida

| Título | Edições |
|--|---------------------------|
| Apontamentos de geometria analytica | 1878 |
| Appendice aos elementos de geometria* | 1881 |
| Compendio de trigonometria rectilinea para uso dos lyceus e do Real Collegio Militar* | Edições entre 1875 e 1905 |
| Curso de physica da Escola Polytechnica* | |
| Elementos de geometria no espaço e de geometria descriptiva para uso dos lyceus* | Edições entre 1881 e 1905 |
| Elementos de geometria plana: para uso dos lyceus e escolas municipaes secundárias* | Edições entre 1873 e 1892 |
| Elementos de geometria, aprovados pelo Governo para uso dos Lyceos Nacionaes* | Edições entre 1871 e 1905 |
| Elementos de química: quinto anno de curso dos lyceus* | |
| Elementos de química: terceiro anno de curso dos lyceus | |
| Estudo sobre algumas propriedades dos números e sua applicação à analyse indeterminada | |
| Noções de Mathematica: indispensáveis para a cadeira de física da Escola Polytechnica* | |
| Phenomenos do som e da luz suas analogias | |
| Physica experimental e meteorologia: programa da 5. ^a cadeira* | |

Nota*: Em coautoria com Adriano Augusto de Pina Vidal.

Fonte: Porbase, Henriques (2004), arquivos pessoais.



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

LOS NÚMEROS REALES Y LA NOCIÓN DE CONVERGENCIA: UNA HISTORIA DE SU ENSEÑANZA A TRAVÉS DE ALGUNOS TEXTOS UNIVERSITARIOS.

REAL NUMBERS AND THE NOTION OF CONVERGENCE: A HISTORY OF THEIR TEACHING THROUGH SOME UNIVERSITY TEXTS.

*Maribel Patricia Anacona**

Resumen: El propósito de esta presentación es hacer explícito los elementos de orden epistemológico y pedagógico que se emplean en ciertos textos de enseñanza universitaria para definir el conjunto de los números reales. De manera particular, nos interesa mostrar el tipo de convergencia que se emplea, de forma explícita o implícita, en dichas exposiciones. Para tal efecto, se han seleccionado algunos libros de enseñanza de variada naturaleza: Bourbaki, Choquet, Dieudonné, Dixmier, Spivak, Apostol y Panza. El libro de Topología de los Éléments de Mathématique de Bourbaki es el punto de partida de nuestro estudio. Aunque no es un texto muy empleado en los procesos de formación matemática universitaria, es un referente fundamental por su impacto en el desarrollo de las matemáticas modernas a mediados del siglo XX. Luego se presentan los reales en tres textos muy importantes en la formación universitaria en Francia de los años 1955-1970: el Cours de calcul différentiel et integral de la Sorbonne (1955) del profesor Gustave Choquet, quien sin pertenecer al Grupo Bourbaki, se propuso llevar sus ideas al ámbito educativo universitario; el texto Fondements de l'analyse moderne (1963) de Jean Dieudonné, reconocido miembro de Bourbaki y autor de innumerables artículos y libros donde divulga la propuesta bourbakista; y el Cours de mathématiques du premier cycle (1969) de Jacques Dixmier, cuyo libro fue muy empleado en la enseñanza universitaria de la época. También se muestran los reales en textos muy empleados en la formación matemática en Colombia desde hace unas tres décadas. Se trata de los libros de Cálculo, escritos por Michel Spivak y Tom Apostol, cuyas primeras versiones en inglés son de 1967. Finalmente, se presentan los reales en el libro Nombres: Éléments de mathématiques pour philosophes (2007) de Marco Panza. Se trata de un libro escrito inicialmente para estudiantes de filosofía; sin embargo, lo consideramos de particular utilidad para los estudiantes de matemáticas y de licenciatura en matemáticas, no sólo por la detallada presentación del contenido teórico, sino por sus valiosas observaciones filosóficas y ricas notas históricas que ubican las matemáticas en un escenario vivo, asunto esencial en los procesos de formación a cualquier nivel de la enseñanza.

Palabras clave: números reales, convergencia, prácticas matemáticas, estructuralismo.

* Matemática, Universidad del Valle, Colombia. Doctorado en ciencias, Universidad De Cádiz, España. Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Colombia. E-mail: maribel.anacona@correounivalle.edu.co. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3027-5107>.

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA QUIPU Y EL CONOCIMIENTO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS: UN META ESTUDIO DE ARTÍCULOS DE HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS EN COLOMBIA

HISTORY OF MATHEMATICAL EDUCATION IN COLOMBIA THROUGH THE QUIPU MAGAZINE AND THE KNOWLEDGE OF THE MATH TEACHER: A META STUDY OF ARTICLES IN THE HISTORY OF MATHEMATICS IN COLOMBIA

*Hector E Cabrera-Eraza**

Resumen: Partiendo del proyecto de investigación denominado Historia de las Matemáticas (HM) en Colombia: una innovación en el currículo del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño, avalado por la Vicerrectoría de Investigaciones de la Universidad de Nariño, el cual estipula, entre sus objetivos específicos: “Recopilar y analizar publicaciones relacionadas con la aplicación de la historia de las matemáticas en la educación matemática”, se propone el proyecto de trabajo de grado con el mismo título de esta propuesta de poster. En concreto se apunta a analizar artículos relacionados con la historia de la matemática en Colombia, publicados en la revista Quipu; dicho análisis se desarrolla en permanente cotejo con el sistema de respuestas que [1], da a las siguientes preguntas:

- ¿Por qué se plantea la apropiación del conocimiento histórico de las Matemáticas por parte de los profesores (en formación o en ejercicio)?
- ¿Para qué se procura la apropiación del conocimiento histórico de las Matemáticas por parte de los profesores (en formación o ejercicio)?

A partir del análisis realizado, se discuten las respuestas que [1] y [2] propone a las preguntas planteadas.

Palabras clave: Relación Historia de las Matemáticas-Conocimiento del Profesor en Matemáticas, porque y par que la historia de las matemáticas, Colombia.

Referencias

- [1] E. Guacaneme, *Potencial formativo de la historia de la teoría euclidiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de matemáticas*. Tesis de doctorado. (2016). Universidad del Valle. Colombia
- [2] M. Anaconda, L. Arboleda, *Las geometrías no euclidianas en Colombia. La apuesta euclidiana del profesor Julio Garavito (1865 – 1920)*. Revista Quipu, vol 11 - # 1, (1994).

* Estudiante de Licenciatura en Matemáticas, Universidad de Nariño, Colombia. cabreraerazoector299@gmail.com.

III
**HISTORIA DE LA EDUCACIÓN
MATEMÁTICA Y EDUCACIÓN
MATEMÁTICA**



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

**DIREÇÃO DA APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA – SABERES PARA ENSINAR MATEMÁTICA NO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GENERAL FLORES DA CUNHA**

**LEARNING DIRECTIONS IN MATHEMATICS - KNOWLEDGE FOR TEACHING MATHEMATICS IN THE
INSTITUTE OF EDUCATION GENERAL FLORES DA CUNHA**

Elisabete Zardo-Búrigo* Maria Cecilia Bueno-Fischer**

Resumo: no Brasil, desde meados do século XIX até os anos 1990, as Escolas Normais e os Institutos de Educação são as instituições incumbidas da formação de professores para o ensino primário. Assim como ocorre com o ensino primário, a legislação que organiza e detalha a formação oferecida nessas instituições é definida localmente, no âmbito das províncias ou dos Estados. Mesmo após a padronização estabelecida pelo Decreto-lei Federal nº 8.530, de 2 de janeiro de 1946, os programas de ensino são diversos. São, portanto, diversos os modos pelos quais se constituem, no âmbito das instituições formadoras, programas e práticas formativas que visam a construção de saberes profissionais docentes. No Rio Grande do Sul, a Lei Estadual nº 2.588 de 1955 institui uma Reforma do Ensino Normal. No âmbito dessa reforma, o Instituto General Flores da Cunha, em Porto Alegre, inclui, no currículo do seu Curso Normal, 85 horas dedicadas à Direção da Aprendizagem em Matemática. A partir do estudo da legislação, de documentos oficiais e de documentos escolares, as autoras examinam as condições que precedem e preparam a constituição de uma disciplina dedicada à construção dos saberes docentes para ensinar matemática na escola primária. Dentre as condições elencadas, destacam-se a oferta, desde 1947, de uma disciplina de Metodologia da Matemática em curso para Administradores Escolares e a constituição de um Laboratório de Matemática, no mesmo Instituto, bem como as Missões Pedagógicas promovidas pelo Centro de Pesquisas e Orientação Educacionais (CPOE) em diferentes regiões do Estado, nos anos 1950.

Palavras-chave: História da Educação Matemática, formação de professores, escolas normais, saberes docentes.

Abstract: in Brazil, from the middle of the nineteenth century until the 1990s, the Normal Schools and the Institutes of Education are the institutions entrusted with the training of teachers for primary education. As with primary education, the legislation that organizes and details the training

* Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil. Doutora em Educação pela Universidade de São Paulo, Brasil. Professora associada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail : elisabete.burigo@ufrgs.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1532-7586>.

** Licenciada em Matemática pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS), Brasil. Doutora em Educação pela UNISINOS, Brasil. Professora adjunta da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail : mceciliabfischer@gmail.com, cecilia.fischer@ufrgs.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0537-4111>

offered at these institutions is defined locally, within the provinces or states. Even after the standardization established by Federal Decree-Law No. 8,530, of January 2, 1946, the teaching programs are diverse. Therefore, there are several ways in which training programs and practices are built into training institutions that aim to build professional teacher knowledge. In Rio Grande do Sul, State Law No. 2,588 of 1955 establishes a Reform of Normal Education. In the context of this reform, the Institute of Education General Flores da Cunha in Porto Alegre includes 85 hours dedicated to Learning Directions in Mathematics in the curriculum of its Normal Course. From the study of legislation, official documents and school documents, the authors examine the conditions that precede and prepare the constitution of a discipline dedicated to the construction of teaching knowledge to teach mathematics in primary school. Among the listed conditions, we can mention the offer, since 1947, of an ongoing Mathematics Methodology course for School Administrators and the constitution of a Mathematics Laboratory, in the same Institute, as well as the Pedagogical Missions promoted by the Center for Research and Educational Orientation (CPOE) in different regions of the state, in the 1950s.

Key Words: History of Mathematics Education, teacher training, normal schools, teacher knowledge.

1. Introdução

Desde o final do século XIX, e ao longo do século XX, em diferentes países, ocorre um processo de institucionalização da formação de professores para o ensino elementar, no seio do qual se ampliam, progressivamente, os cuidados com a formação profissional, contemplando o compartilhamento de saberes pedagógicos, a identificação e a didatização de saberes *para ensinar* e, em particular, dos saberes *para ensinar* cálculo, aritmética e geometria [1].

No Brasil e, mais precisamente, em São Paulo, os saberes *para ensinar* matemática emergem como componentes da formação de professores primários nas últimas décadas do século XIX, em meio à vaga pedagógica do método intuitivo, e são reconfigurados a partir dos anos 1920, pelo escolanovismo, e sob o impacto do movimento da matemática moderna nos anos 1960 e 1970 [1], [2].

Os modos pelos quais esses saberes são institucionalizados nos cursos de formação de professores, contudo, variam segundo as instituições e nos diferentes estados, que gozam de autonomia para regulamentar o ensino primário e o ensino normal. Essa autonomia é restringida, mas preservada pelo Decreto-Lei nº 8.530, de 1946, conhecido como Lei Orgânica do Ensino Normal.

Em 1955, no Estado do Rio Grande do Sul, a reforma do ensino normal é decretada por meio da Lei Estadual nº 2.588; e é no âmbito dessa reforma que se institui, no Instituto de Educação General Flores da Cunha, a disciplina de *Direção da Aprendizagem em Matemática*, como componente do curso dedicado à construção dos saberes *para ensinar* matemática.

O presente estudo integra o projeto *Estudar para ensinar: práticas e saberes matemáticos nas Escolas Normais no Rio Grande do Sul (1889-1970)*, iniciado em 2017, com financiamento da agência de fomento brasileira CNPq. A partir do estudo de documentos oficiais, e considerando resultados de trabalhos que investigaram práticas formativas nas escolas normais do Rio Grande do Sul, discute as condições que precedem e preparam a institucionalização da disciplina *Direção da Aprendizagem em Matemática*, precursora da disciplina *Didática da Matemática*.

2. A incipiente formação profissional na Escola Normal de Porto Alegre

A Escola Normal de Porto Alegre é criada em 1869, no tempo do Império. Nos primeiros tempos da República, tem seu nome e estatuto modificado: em 1901, é convertida em Colégio Distrital; em 1906, é transformada em Escola Complementar; em 1929, é renomeada Escola Normal de Porto Alegre. Ao longo desse período, de 1869 a 1929, é a única instituição oficial dedicada à formação de professores do ensino elementar no Rio Grande do Sul.

Os arquivos escolares da antiga Escola Normal estão inacessíveis para consulta devido a obras de restauro do prédio do Instituto Estadual de Educação General Flores da Cunha, iniciadas em 2016. A partir da legislação, de relatórios e de outros documentos³⁸ é possível, contudo, identificar elementos iniciais de um processo de constituição de uma formação docente no âmbito da instituição, nesse período.

No século XIX, o currículo da Escola Normal pouco se diferencia dos programas dos estabelecimentos de ensino secundário; traços de formação profissional se fazem presentes na inclusão de uma disciplina de Pedagogia e na criação de uma escola elementar anexa, na qual os alunos-mestres deveriam realizar práticas, [3], [4].

O regulamento de 1906 enfatiza o *caráter pratico e profissional* do curso complementar, dedicado à formação de professores, e atribui ao professor de Pedagogia, ministrada na terceira série, a orientação da prática na escola anexa. A intenção formadora deveria estar presente em todas as matérias: *o professor não deve ter em vista somente ser bem compreendido pelos alunos; cumpre dar-lhes o modelo de ensino que terão a transmittir aos seus discipulos* (Art. 201, Decreto nº 874, de 1906).

O Decreto nº 1.479, de 1909, atualiza o programa do ensino complementar. A disciplina de Pedagogia inclui *sua historia, educação physica, intelectual e moral, methodologia e pratica do ensino*” (Art. 9º do Decreto nº 1.479, de 1909).

³⁸ Os documentos da coleção digital *A constituição dos saberes elementares matemáticos: a Aritmética, a Geometria e o Desenho no curso primário em perspectiva histórico-comparativa, 1890-1970 - RS* podem ser consultados em <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/98894>>.

Em 1916, a duração do curso complementar é estendida de três para quatro anos (Decreto nº 2.224 de 1916). Uma das motivações alegadas é a de dar *tempo aos alunos de melhor se prepararem no exercício da pedagogia*, [5, p. x].

Em 1926, é instituída a disciplina de Psicologia, ministrada pela professora Natércia Cunha. Segundo, Lima, nos primeiros anos do século XX, a Psicologia era apresentada, na formação de professores, *como uma ciência nova e promissora, cujo estudo forneceria bases seguras à organização das práticas educativas* [6, p.29].

Em 1929, a instituição – então redenominada Escola Normal de Porto Alegre - tem seu estatuto modificado. Além do curso complementar, posterior ao ensino elementar, passa a ofertar também o Curso Normal ou de Aperfeiçoamento, com duração de dois anos, tendo por fim *completar o preparo dos alunos-mestres diplomados pelo Curso Complementar* (Art. 10, Decreto nº 4.277 de 1929). É nesse novo curso, mais avançado, que emergem embriões da disciplina de Didática, como componentes da cadeira *Pedagogia, Didática e Legislação do Ensino*. O regulamento prevê o ensino de Didática no primeiro e no segundo ano do curso (Art. 12, Decreto nº 4.277).

O Curso de Aplicação da Escola Anexa é destinado ao ensino prático dos alunos do Curso Complementar e do Curso Normal (Art. 17, Decreto nº 4.277).

Como observam Silva e Dalcin, *podemos conjecturar que na disciplina de Didática e Legislação do Ensino e/ou na disciplina de Pedagogia e Didática, possivelmente o ensinar a ensinar a matemática escolar se fez presente*, [7, p.4].

Entre 1929 e 1930, são criadas escolas complementares nas cidades de Pelotas, Passo Fundo, Alegrete, Cachoeira, Santa Maria e Caxias.

3. Os Institutos de Educação e os saberes para ensinar

Na década de 1930, na esteira da tentativa de introdução das ideias renovadoras dos anos 1920 na legislação escolar, são criados o Instituto de Educação do Distrito Federal e o Instituto de Educação de São Paulo [8]. São personagens em destaque na implantação de tais Institutos nomes como os de Anísio Teixeira, Lourenço Filho e Fernando de Azevedo [9].

De acordo com [8], a estruturação curricular dos Institutos recém-criados no Rio de Janeiro e em São Paulo define-se como um *modelo a ser adotado progressivamente por outras unidades da Federação*, que excluía o conteúdo de formação geral das escolas normais, *substituindo-o pela exigência do curso secundário fundamental como condição para ingresso* (p. 74). Nesse sentido, *a preocupação central do currículo da escola normal deslocava-se dos conteúdos a serem ensinados – o que caracterizou os primórdios da instituição – para os métodos e processos de ensino* [8, p.74], o que poderíamos referir como um deslocamento dos *saberes a ensinar aos saberes para ensinar*, ao considerarmos os conceitos utilizados por Hofstetter e Schneuwly [10], que têm sido tomados como referência nos recentes estudos do grupo GHEMAT.

Leme da Silva [8], ao tratar dos dois Institutos de formação de professores primários, ressalta que

Vale também considerar que, apesar dos dois Institutos terem programas e regimentos distintos, a duração do curso de formação de professor primário era de dois anos em ambos, sendo que no Instituto do Rio de Janeiro, o ingresso se dava após a aprovação do exame para a Escola Secundária e no Instituto de São Paulo, era exigido como pré-requisito o curso secundário fundamental completo e complementar, sendo o exame somente quando o número de candidatos era superior ao de vagas. Nos dois Institutos partia-se do pressuposto de que a *matemática a ensinar* estava assegurada, sendo o foco da formação para as questões de ordem metodológica e didática, ou seja, na *matemática para ensinar* (p. 894).

Nas duas instituições formadoras, desde os anos 1930 já há uma disciplina que vai tratar dos *saberes para ensinar matemática*. No Instituto de Educação do Rio de Janeiro, essa disciplina é denominada Matéria de Ensino de Cálculo, cujo programa considera já serem do domínio do professor primário os conhecimentos específicos do cálculo, como operações, tabuadas, frações, e passa a privilegiar a *matemática para ensinar* como objetivo da formação oferecida pelo Instituto [10].

No Instituto de São Paulo, a disciplina responsável pelos *saberes a ensinar* matemática denomina-se *Matérias e Práticas de Ensino*, cujo programa apresenta *Cálculo, Aritmética e Geometria, sem tratar especificamente de tais conteúdos, mas tópicos como "histórico" do ensino na matéria; estudo de programas e compêndios; métodos e verificação do aprendizado; centros de interesse; situações vitais; ensino globalizado; projetos; jogos; problemas e exercícios; motivação; hábitos a dar no ensino de cálculo [...]*, [11, p.44].

Em 1939, por meio do Decreto Estadual nº 7.681, a Escola Normal de Porto Alegre - renomeada como Escola Normal General Flores da Cunha -, é também convertida em Instituto de Educação, *um centro de estudos e investigações pedagógicas que forneçam bases científicas e pedagógicas à administração e organização da educação*, compreendendo uma Escola de Educação e uma Escola Secundária, tendo por finalidade *proporcionar cultura geral e oferecer oportunidade para a seleção de elementos para a Escola de Educação*, [12]. A formação docente é incumbência da Escola de Educação e é, portanto, postergada, devendo ser precedida do curso secundário, que a partir de 1942 será denominado ginásial.

A partir de 1941, as escolas complementares são convertidas em Escolas Normais.

O Decreto Estadual nº 775A, de 1943, estabelece um novo regulamento para o Instituto de Educação e para as novas Escolas Normais.

No Instituto de Educação General Flores da Cunha, a Escola de Educação passa a ser denominada Escola de Professores, e abriga o curso de formação de professores primários, com duração de dois anos, além do curso de administradores escolares e dos cursos de especialização, dedicados à formação de professores de Desenho, Música e Artes Aplicadas.

O currículo do curso de formação de professores, estabelecido pelo referido Decreto, contempla as ciências da educação – Psicologia Educacional, Filosofia da Educação, História da Educação, dentre outras – e, ainda, a Didática e Prática de Educação Primária. O Artigo 19 especifica que *A Secção de Didática e Prática da Educação Primária fundamentará o trabalho nos princípios gerais de educação fornecidos pelas demais matérias do currículo profissional e funcionará como centro de estudos diretos e científicos dos problemas escolares, cujas soluções serão objeto de aplicação didática*. A Escola Primária e o Jardim de Infância do Instituto são considerados *campo de observação e experimentação pedagógica* (Art. 19, Decreto Estadual nº 775A). Desse modo, a sala de aula da escola primária torna-se, ao mesmo tempo, objeto e motivação de estudos; pela disciplina de Didática, a ação docente é cientificizada.

O Decreto prevê, ainda, a constituição de um Museu de Didática, que contará com a contribuição dos alunos, *seja mediante a preparação e colheita do material, seja mediante a sua seleção e classificação* (Art. 126, Decreto Estadual nº 775A, de 1943).

Para as novas Escolas Normais, o Decreto nº 775A estabelece as mesmas diretrizes pedagógicas prescritas para o curso de formação de professores primários do Instituto de Educação, com a ressalva de que *o trabalho na cadeira de Didática e Prática da Educação Primária visará o ajustamento da escola à criança e às características regionais, já pela direção impressa à aprendizagem, já pelo relevo de determinados aspectos do conteúdo programático das matérias do currículo primário, já pela consideração das atividades dominantes do meio* (Art. 185, Decreto Estadual nº 775A, de 1943).

Em 1946, o Decreto-lei nº 8.530 estabelece uma regulamentação de âmbito nacional para a formação de professores primários. Para o curso de formação de professores primários, posterior ao ginásial e denominado como segundo ciclo do ensino normal, o Decreto prescreve a disciplina de Metodologia do Ensino Primário, a ser ofertada na segunda e na terceira série do curso. O Decreto também estabelece que *nas aulas de metodologia deverá ser feita a explicação sistemática dos programas de ensino primário, seus objetivos, articulação da matéria, indicação dos processos e formas de ensino* (Art. 14, Decreto-lei federal nº 8.530). O Decreto prevê a autonomia dos estabelecimentos para ofertarem outras disciplinas, além daquelas ali prescritas.

Para o curso de formação de regentes de ensino primário, também denominado primeiro ciclo do ensino normal – equivalente ao antigo curso complementar – o Decreto prevê a disciplina de *Didática e Prática de Ensino*, a ser ofertada no quarto ano.

O Decreto estadual nº 2.329, de 1947, adapta a organização do ensino normal aos dispositivos do Decreto-lei federal nº 8.530. No Decreto estadual não consta a disciplina de Metodologia do Ensino Primário, mas mantém-se, para o curso de formação de professores primários, a disciplina de Didática e Prática da Educação Primária, conforme estipulado anteriormente pelo Decreto nº 775A, de 1943 e, para o curso de regentes do ensino primário, a disciplina *Didática e Prática da Educação Primária*.

4. Emergência de uma Didática da Matemática no Instituto de Educação de Porto Alegre

A constituição da disciplina de Didática e Prática da Educação Primária, em 1943, pode ser considerada um passo na didatização dos saberes *para* ensinar matemática ou, como propõem Silva e Dalcin [7], na disciplinarização do ensinar a ensinar matemática, nas instituições formadoras de professores do Rio Grande do Sul.

As demandas de uma didatização dos saberes *para* ensinar decorrem, também, da implementação de um novo programa para o ensino primário, aprovado em 1939, inspirado pela vaga escolanovista e redigido sob a supervisão de Lourenço Filho. O Decreto nº 8.020, de 1939, que estabelece o novo programa mínimo para as escolas, detalha orientações metodológicas, intituladas *normativas*, para o ensino de cada matéria: no caso da Matemática, o programa prescreve o uso de materiais concretos, a evocação de experiências vividas pela criança, a articulação com outras disciplinas.

Em 1943, constitui-se o Centro de Pesquisas e Orientação Educacionais (**CPOE**), como organismo da Secretaria de Educação e Cultura, tendo como uma de suas missões o desenvolvimento profissional do magistério para aplicação do novo programa [13].

O curso de administradores escolares, oferecido pelo Instituto de Educação, será o lugar privilegiado de uma formação especializada para aqueles que integrarão a equipe do **CPOE**. Oferecido a professores diplomados pelo Instituto de Educação, por Escolas Normais ou Complementares, visa habilitar *delegados de ensino, orientadores da educação primária, diretores de escola, professores-fiscais, auxiliares estatísticos e encarregados de provas e medidas escolares* (Art. 1º, Decreto estadual nº 2.329 de 1947). Ato administrativo de 1949 estabelecerá limite de 30 alunos para cada turma do curso e diversos requisitos e obrigações a serem atendidos pelos interessados (Portaria nº 550, de 19 de fevereiro de 1949).

Em 1947, como prescrição do Decreto estadual nº 2.329, encontramos o primeiro registro de uma disciplina intitulada *Metodologia da Matemática*, como componente do curso de administradores escolares [7]. A partir de 1949, a disciplina é ministrada por Odila Barros Xavier³⁹ [14].

Em 1951, o **CPOE** oferece um Curso de Matemática para os professores do ensino normal, ministrado pelos professores Ary Nunes Tietbohl e Antonio Rodrigues, da Faculdade de Filosofia da Universidade do Rio Grande do Sul [15].

Em 1952, ocorre um Curso Intensivo de Preparação de Professores Primários Contratados, ministrado por técnicos do **CPOE** a 135 alunos, que contempla, além de outras rubricas, a Didática Geral, Didática da Linguagem, da Matemática e de Estudos Sociais e Naturais [16]. Temas correlatos,

³⁹ A professora Odila Barros Xavier teve papel destacado na formação de professores no Instituto de Educação Flores da Cunha. É responsável pela criação do Laboratório de Matemática do Instituto, no início da década de 1950, [18].

tais como *fazer a criança raciocinar* ou *como levar a criança a ler os problemas*, foram tratados em estágio dos orientadores de educação primária do interior do Estado, realizado em 1953, [17].

De maio a junho de 1954, 180 candidatos a vagas de professor primário em escolas de difícil provimento assistiram um curso de maio a julho que incluiu as disciplinas de Didática Geral e Didática da Matemática, ministradas por Sydia Sant'Anna Bopp e Noelly Sagebin [19]. No mesmo ano foram promovidas, pelo **CPOE**, missões pedagógicas a Santana do Livramento, Bagé e Uruguaiana, que incluíram a Metodologia da Matemática no seu temário, ao encargo das professoras Maria Fernandes de Oliveira e Noelly Sagebin [20].

Vemos, assim, que, aos poucos, a Didática se desdobra e professores se especializam na abordagem das diferentes matérias do ensino primário; a Didática da Matemática ou Metodologia da Matemática é oferecida a um público mais amplo e compõe as ações de formação continuada de professores primários.

5. Direção da Aprendizagem em Matemática

Em janeiro de 1955, o ensino normal no Rio Grande do Sul é reformado pela Lei nº 2.588, que prevê a organização das instituições em departamentos, por sua vez organizados em divisões. Novo regulamento é fixado pelo Decreto nº 6.004, flexibilizando o currículo, composto por uma ampla variedade de disciplinas semestrais [21].

Cada Instituto de Educação ou Escola Normal deverá contar com um Departamento de Cultura Geral e com um Departamento de Cultura Profissional. O Departamento de Cultura Profissional abriga as divisões de Fundamentos da Educação, Direção da Aprendizagem e Divisão de Administração de Classes e Escolas. O ensino normal é organizado em unidades: para o curso de formação de professores (segundo ciclo), o Decreto prevê 14 unidades no âmbito da Divisão de Direção da Aprendizagem.

Segundo Lhullier [21], o currículo do curso normal do Instituto de Educação é organizado em períodos semestrais; em acordo com o novo regulamento, contempla 50 e 35 horas de Direção da Aprendizagem em Matemática, respectivamente, no segundo e no terceiro período do curso, 35 horas de Direção da Aprendizagem em Leitura, Escrita e Matemática em classes de 1º e 2º anos e 35 horas em Direção da Aprendizagem em Leitura, Escrita e Matemática em classes de 3º, 4º e 5º anos, no quarto período. Também estão previstas unidades de Direção da Aprendizagem em Estudos Naturais, no segundo período, em Estudos Sociais, no terceiro período, e em Linguagem, no terceiro e no quarto período.

Por relato de Odila Xavier [14], sabemos que o componente intitulado Direção da Aprendizagem em Matemática contemplava leituras de textos teóricos, como trechos da obra "La genèse du nombre chez l'enfant" de Piaget, e o planejamento de atividades práticas, como o da simulação de *Fábrica e Loja de Brinquedos* com uma turma de primeiro ano primário.

6. Considerações finais

A institucionalização de um componente da formação de professores primários dedicado aos saberes *para* ensinar matemática, nas instituições formadoras do Rio Grande do Sul, é relativamente tardia quando comparada com a especialização que se constitui nos Institutos de Educação do Rio de Janeiro e de São Paulo, desde os anos 1930. Ela é precedida de uma progressiva especialização da formação docente: no âmbito da Escola Normal de Porto Alegre, uma vaga disciplina de Pedagogia passa a contemplar elementos de Didática; posteriormente, no Instituto de Educação General Flores da Cunha, a Didática constitui-se em disciplina, para mais tarde se desdobrar em Direção da Aprendizagem em Matemática e demais matérias.

Antes de se constituir como disciplina do curso normal, a Metodologia da Matemática ou Didática da Matemática é componente da formação de administradores escolares e da formação continuada de professores. Nesse processo, também se constituem os especialistas dedicados à Metodologia da Matemática ou Didática da Matemática.

Nos anos 1960, a Didática da Matemática será institucionalizada como disciplina dos cursos de formação oferecidos pelas Escolas Normais e pelos Institutos de Educação. Mas esse é tema para outros trabalhos.

Referências

- [1] W. R. Valente, “A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: os saberes para a formação do educador matemático”. In: R. Hofstetter, W. R. Valente, “Saberes em (trans) formação: tema central da formação de professores”. São Paulo: Editora da Física, 2017. p. 201-228.
- [2] M. C. Leme da Silva, W. R. Valente, “Uma breve história do ensinar e aprender matemática nos anos iniciais: uma contribuição para a formação professores”. *Educação matemática e pesquisa*, v. 15, n. especial, p. 857-871, 2013.
- [3] C. M. Silva, “A Escola Normal na Província de São Pedro do Rio Grande do Sul e os saberes matemáticos para futuros professores (1869-1889)”. *HISTEMAT*, n. 3, p. 27- 53, 2016.
- [4] F. O. Werle C., “Escola normal no Rio Grande do Sul, século XIX”. In: J. C. Araújo S., A. Freitas G., A. C., Lopes, (orgs.), “As escolas normais no Brasil: do império à república”. Campinas: Alínea, 2008. p. 123-144.
- [5] RIO GRANDE DO SUL. *Relatório apresentado ao Exmo. Sr. Dr. Antonio Augusto Borges de Medeiros, presidente do Estado do Rio Grande do Sul, pelo Dr. Protasio Alves, Secretário de Estado dos Negócios do Interior e Exterior, em 1º de agosto de 1917*. v. I. Porto Alegre: Oficinas Graphics d’A Federação, 1917. Disponível em: <<http://www2.al.rs.gov.br/memorial/Acervo/tabid/6351/Default.aspx>>. Acesso em: 5 dez. 2018.

- [6] A. L. Lima G., "A psicologia ensinada a normalistas: um estudo de manuais de ensino". *Psicologia Escolar e Educacional*, v. 20, n. 1, p. 23-31, jan./abr. 2016. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/pee/v20n1/2175-3539-pee-20-01-00023.pdf>>. Acesso em: 27 ago. 2019.
- [7] S. R. Silva, A. Dalcin, "O processo de disciplinarização do ensinar a ensinar a matemática escolar no Instituto de Educação de Porto Alegre"/RS. In: *ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 4, Campo Grande, 2018. *Anais...* Campo Grande: 2018.
- [8] M. C. Leme da Silva, "Saberes para ensinar matemática: um olhar para a formação do professor primário". *Acta Scientiae*. v.19, n. 6, p.889-901, nov. /dez. 2017.
- [9] L. M. Tanuri, "História da formação de professores". *Revista Brasileira de Educação*, n.14, p.61-88, maio/jun./jul. /ago. 2000.
- [10] R. Hofstetter, B. Schneuwly, "Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação". In: R. Hofstetter, W. R. Valente, "Saberes em (trans) formação: tema central da formação de professores". São Paulo: Editora da Física, 2017. p. 113-172.
- [11] D. H. de Almeida, "A matemática na formação do professor primário nos Institutos de Educação de São Paulo e Rio de Janeiro (1932-1938)". Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, São Paulo, 2013.
- [12] RIO GRANDE DO SUL. Decreto nº 7.681, de 9 de janeiro de 1939. *Jornal do Estado*, p. 5, 11 jan. 1939.
- [13] C. de Quadros, "Reforma, ciência e profissionalização da educação: o Centro de Pesquisas e Orientação Educacionais do Rio Grande do Sul". 429f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.
- [14] O. B. Xavier, "Sugestões para programas de Matemática e de Direção da Aprendizagem em Matemática para Professores Primários". In: *CONGRESSO NACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA*, 2, 1957, Porto Alegre. *Anais...* Porto Alegre: Universidade do Rio Grande do Sul, 1959. p. 169-205.
- [15] Cursos de Aperfeiçoamento para Professores. *Boletim do CPOE*, Porto Alegre, p. 80-87, 1950-1951.
- [16] Cursos de Aperfeiçoamento para Professores de Nível Normal e Primário. *Boletim do CPOE*, Porto Alegre, p. 44-50, 1952-1953.
- [17] Estágio dos orientadores de educação primária do interior do Estado - 1953. *Boletim do CPOE*, Porto Alegre, p. 51-56, 1952-1953.
- [18] E. M. Bonfada, "A matemática na formação das professoras normalistas: o Instituto de Educação General Flores da Cunha em tempos de Matemática Moderna". Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2017.

- [19] Cursos de Aperfeiçoamento para Professores de Nível Primário, Secundário e Normal. *Boletim do CPOE*, Porto Alegre, p. 49-59, 1954-1955.
- [20] Estágios. *Boletim do CPOE*, Porto Alegre, p. 63-67, 1954-1955.
- [21] C. Lhullier, "As ideias psicológicas e o ensino de psicologia nos cursos normais de Porto Alegre no período de 1920 a 1950". Dissertação de mestrado (Psicologia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1999. Disponível em: <<https://lume.ufrgs.br/handle/10183/2716>>. Acesso em: 29 ago. 2019.



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

A MATEMÁTICA POR MILITARES MARANHENSES NO PERÍODO OITOCENTISTA

MATHEMATICS BY MILITARIES MARANHENSES IN THE EIGHTH CENTURY PERIOD

*Waléria de Jesus Barbosa-Soares**

Resumo: apresentamos uma investigação sobre os maranhenses, professores de matemática, autores de livros de matemática e ainda, militares que estiveram envolvidos com o ensino de matemática no período oitocentista. Nesse contexto, apresentamos: Fernando Luiz Ferreira, Alfredo Cândido de Moraes Rego e Antônio Gabriel de Moraes Rego. Através de suas histórias de vida objetivamos construir um texto biográfico até onde os dados permitiram resgatar, além de tecer considerações sobre suas vidas profissionais envolvidas pela publicação de suas obras. O presente texto, de metodologia qualitativa, constitui uma pesquisa de abordagem documental, que utiliza fontes primárias dos arquivos da Biblioteca Pública Benedito Leite, do Arquivo Público do Estado do Maranhão, do Liceu Maranhense e do Arquivo Nacional do Rio de Janeiro. Estamos pautados teoricamente em Bittencourt (2004), Ferrarotti (2010), Paulilo (1999) e Valente (2008). Acreditamos que descortinar histórias de vida de autores de livros de matemática aproximamos do entendimento de como se construiu o ensino de matemática por militares no local e tempo investigados – contribuindo, portanto, para compor um quadro do Brasil.

Palavras-chave: militares, autores/professores de matemática, História de vida, História de vida profissional.

Abstract: we present an investigation about maranhenses, math teachers, math book authors and even military men who were involved in math education in the nineteenth period. In this context, we present: Fernando Luiz Ferreira, Alfredo Cândido de Moraes Rego and Antonio Gabriel de Moraes Rego. Through their life stories we aim to build a biographical text as far as the data allowed to rescue, besides making considerations about their professional lives involved in the publication of their works. This text, of qualitative methodology, constitutes a research with a documentary approach, which uses primary sources from the archives of the Benedito Leite Public Library, the Maranhão State Public Archive, the Maranhense High School and the Rio de Janeiro National Archive. We are theoretically based on Bittencourt (2004), Ferrarotti (2010), Morais (2017), Paulilo (1999) and Valente (2008). We believe that unveiling the life histories of math book authors brings us closer

* Licenciada em Matemática, Universidade Federal do Maranhão, Brasil. Doutora em Ciências e Matemática, Universidade Estadual de Campinas, Brasil. Secretaria Municipal de Educação de São Luís-MA, Brasil. E-mail: walleria_soares@hotmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6022-9670>.

to understanding how military teaching was built at the time and place investigated - thus contributing to a picture of Brazil.

Key Words: Military, Mathematics Authors / Teachers, Life History, Professional Life History.

1. Introdução

Imaginemo-nos em um processo de formação em que todos abram seus diários de vida e diários de vida profissional. Ali, escondidas nas entrelinhas, encontram-se autobiografias que podem contribuir para o entendimento do outro e de suas práticas. Podemos aprender com nossa biografia, mas também podemos aprender com a biografia dos outros, daqueles que foram os antepassados profissionais dos professores de matemática atuais [1]. Nesse sentido, construir um texto biográfico nos possibilita tomar alguém como personagem.

Para a construção do texto aqui apresentado precisou-se voltar ao Maranhão do século XIX e encontramos uma sociedade com problemas não muito diferentes daqueles que atingiam o resto do país. O Maranhão, neste século, alcançou momentos de picos no desenvolvimento econômico, devido à agricultura de produtos, como arroz, algodão, cana-de-açúcar e café. A prosperidade foi refletida principalmente na capital, São Luís. A arquitetura da cidade ficou caracterizada pela construção de casarões revestidos de azulejos, semelhantes aos da Europa, que na maioria serviam de casas para os grandes fazendeiros. São Luís também concentrava a riqueza comercial da cidade. Nela se encontrava o maior centro comercial e cultural do Estado, conhecido como Praia Grande.

A educação foi impulsionada a partir da lei de 15 de outubro de 1827, que determinava a criação de escolas primárias ou de primeiras letras em todas as cidades, vilas e lugarejos populosos.

Em 1838, foi inaugurado o Liceu Maranhense, segunda escola de ensino secundário no Brasil. O Liceu abrangia principalmente a elite, assim, em 1841, através da Lei Provincial Nº 105, de 23 de agosto de 1841, foi fundada a Casa dos Educandos Artífices, destinada aos meninos pobres.

Posteriormente, outros colégios foram sendo criados, como o Colégio Nossa Senhora da Glória (1844), destinado às meninas, mas que tinha um espaço também para meninos que pretendiam entrar para o Liceu Maranhense.

O desenvolvimento social e intelectual ficou mais evidente em meados do século XIX. Os ludovicenses acompanhavam o crescimento das livrarias e das tipografias. Jornais, livros, revistas e periódicos eram publicados na cidade e serviam como instigadores de pensamentos. São Luís se tornou o centro editorial das províncias e de importância nacional, pois a qualidade das impressões era consideravelmente melhor que a da própria cidade do Rio de Janeiro.

A literatura fez São Luís ficar conhecida no século XIX como Athenas Brasileira, devido ao grande número de literários que ali viveram, como Gonçalves Dias, João Lisboa, Cândido Mendes, Odorico Mendes, Sousândrade, Humberto de Campos, nomes bastante conhecidos por volta de 1880. Neste ano, Aluísio Azevedo publica o seu livro, “*O Mulato*”.

Nesse contexto, também encontramos uma produção literária de matemática, consideravelmente relevante. Foram 36 livros publicados no Maranhão ou por maranhenses neste século [2]. Ao buscarmos conhecer os autores destas obras, deparamo-nos com professores de matemática com formações diversas, entre as quais militares.

A presença de maranhenses militares desempenhando outras funções, como autores de livros didáticos, refletia a situação do Brasil da época. Segundo Silva em [2]:

Há de saber que a diversidade de funções acontecia não só no Maranhão, mas em todo o Brasil. Na Academia Militar do Rio de Janeiro – o professor desempenhava, na maioria das vezes, diferentes funções na sociedade: ele era professor de Matemática, ele era militar, ele era editor, ele era político. [2]

Nesse sentido, sobre os autores de livros didáticos no século XIX, [3] esclarece que *os perfis variam (vam) de acordo com as idades, níveis, disciplinas, tipo de educação, etc.* Portanto, encontrar militares como autores, professores, ou outras funções, não era difícil.

Assim, o objetivo deste texto é apresentar uma breve história de vida e de vida profissional de Alfredo Cândido de Moraes Rego, Antonio Gabriel de Moraes Rego e Fernando Luiz Ferreira, que foram maranhenses militares e professores/autores de livros de matemática no período oitocentista.

Para isso, seguimos pistas em busca da construção destas biografias, pois acreditamos que *o tempo não passa sem deixar rastros, resíduos*, [4, p.12]. Vemos a biografia como um documento relevante no que diz respeito ao conhecimento sobre a história de vida de uma pessoa, incluindo nomes, locais, fotos e datas dos principais acontecimentos. Sobre a importância da história de vida, concordamos com Paulilo, para quem,

A história de vida pode ser, desta forma, considerada instrumento privilegiado para análise e interpretação, na medida em que incorpora experiências subjetivas mescladas a contextos sociais. Ela fornece, portanto, base consistente para o entendimento do componente histórico dos fenômenos individuais, assim como para a compreensão do componente individual dos fenômenos históricos. [5, p. 142-143].

No campo de construção de um texto biográfico, enveredamo-nos por fontes primárias dos arquivos maranhenses, como: Biblioteca Pública Benedito Leite, Arquivo Público do Estado do Maranhão e Liceu Maranhense. Envolvemo-nos em histórias contidas em textos, livros, notícias de jornais,

documentos escolares e concordamos com [6, p.45], quando diz que *se todo o indivíduo é reapropriação singular do universal social e histórico que o rodeia, podemos conhecer o social a partir da especificidade irredutível de uma práxis individual.*

Aceitamos a subjetividade e a historicidade pulsantes nessa gama de materiais, o que fez com que aceiássemos que a história de uma sociedade pode estar contida na história de vida de cada docente, e aqui apresentamos a história de vida dos professores de matemática no Maranhão do século XIX.

2. O que nos dizem as histórias de vida e de vida profissional

Para conhecermos os professores militares que produziram livros didáticos de matemática na cidade de São Luís do século XIX foi preciso primeiro definir o que seria um *autor* para nos apropriarmos de sua função. Tomamos Souza, para quem o autor seria aquele,

[...] responsável pelo que *diz* no livro didático; pelo conteúdo que ele seleciona; pela forma de apresentação desse conteúdo selecionado e pela forma de apresentação desse conteúdo; a sua competência enquanto autor é, geralmente, medida pelo caráter de clareza didática, avaliada em termos da linguagem utilizada no livro, linguagem essa capaz de *traduzir* de modo acessível ao aluno, o que disseram *os grandes nomes* do saber. [7, p.29].

Mas os professores autores não exerciam seu trabalho de forma completamente independente. Os editores tiveram uma forte ligação com a produção e divulgação das obras. Para Bittencourt [8, p. 482], *compêndios, cartilhas, eram textos que precisavam da aprovação institucional para que pudessem circular nas escolas, o que acabava por direcionar as opções dos editores na seleção dos autores.* E ainda, segundo a autora, o autor deveria ser “um seguidor dos programas oficiais propostos pela política educacional”, [8, p.479].

Desta forma, partimos da premissa de que a materialidade vem embebida de ideias sociais, mas também de pensamentos pessoais. Portanto, um livro traz, em sua materialidade, impressões do próprio autor. Conhecer-las ajuda a compreender o contexto no qual um livro é escrito. Assim, tão importante quanto saber sobre os autores de livros didáticos produzidos no Brasil no século XIX, é conhecer aqueles que utilizavam o livro em sala de aula: os professores, mesmo aqueles que não escreveram livros. Para Silva,

Sobre os grandes nomes de matemáticos, há bibliografia suficiente e às vezes farta nas enciclopédias, dicionários biográficos e outras fontes especializadas, mas e sobre a vida desses autores de livros-texto? Quem são esses ilustres desconhecidos? Que informações podemos encontrar sobre eles? A resposta a essas perguntas é – dispomos de pouquíssimas informações, ou na melhor das hipóteses, informações parciais e algumas pouco fidedignas. Afinal, o autor de

um livro-texto, em geral, não está incluído na elite produtora do conhecimento. [9, p. 110-111].

Essa situação do livro didático no Brasil oitocentista manifestava-se em todas as províncias. No Maranhão não foi diferente. Autores e professores se dedicavam à produção de livros didáticos, que em meio aos de autoria estrangeira, configuravam materialidade escolar que daria suporte ao professor em sala de aula.

Para Schubring [10, p.17], existe um *método histórico que se oferece para ampliar a compreensão de textos: a prosopografia, isto é, descobrir a respeito de características comuns das biografias dos autores em questão, seus precursores, etc.* Comungando com o autor, vemos a importância de conhecer os sujeitos que escreviam os livros didáticos na cidade de São Luís oitocentista; e, nesse meio, os militares.

Acreditamos que as relações construídas durante a trajetória de vida estão carregadas dos conhecimentos e vivências adquiridos pelas pessoas durante a história de vida profissional: logo, cada um é um conjunto de fragmentos. As emoções, os desejos, as histórias fazem parte do ser sujeito em sua totalidade.

3. Alfredo Cândido de Moraes Rego e Antonio Gabriel de Moraes Rego

De família predominantemente militar, Alfredo Cândido de Moraes Rego e Antonio Gabriel de Moraes Rego nasceram em São Luís, no ano de 1859. Irmãos gêmeos, eram filhos de Horácio Leal de Carvalho Reis e Maria Luiza Leal Rego. Sabe-se que Alfredo Cândido casou-se com Maria dos Prazeres dos Reis, teve seis filhos e um de seus netos, Gustavo Moraes Rego Reis, foi general e homem de confiança dos presidentes do Brasil, Castello Branco e Ernesto Geisel. Temos ainda que, em 1878, Antonio Gabriel tinha endereço em São Luís, situado à Rua do Alecrim, nº 17.

A carreira profissional dos dois irmãos aconteceu de forma bem semelhante. Os dois irmãos foram enviados ao Rio de Janeiro, onde se tornaram guardas da Marinha, tendo frequentado o curso na Escola da Marinha. Posteriormente, entraram para a Escola Militar do Rio de Janeiro. A matrícula deles, nesta escola, foi autorizada pelo governo por meio de Decreto N. 2865 - de 7 de junho de 1879, que se encontra na Coleção de Leis do Império do Brasil, ano de 1879.

Sobre as diversas funções que os irmãos Moraes Rego desempenharam, destacamos os serviços prestados ao Ministério da Guerra, principalmente como professores. Em 1890, Alfredo Cândido foi lente catedrático da 2ª cadeira, do 1º ano, do curso de Artilharia da Escola Superior de Guerra. Em 1891, Antonio Gabriel foi lente da 1ª seção da mesma escola.

Ainda em 1891, ambos os irmãos foram condecorados pela Ordem de São Bento de Avis ou Ordem de Avis.

Foi também em 1891, que publicaram o livro “*Geometria Diferencial*”. Em 1882, os irmãos Moraes Rego publicaram outro livro, intitulado “*Tratado de Mecânica Geral*”. E, em 1885, publicaram “*Elementos de Álgebra ou Cálculo das Funções Diretas*”. Todos os livros foram publicados no Rio de Janeiro, os dois primeiros através da Imprensa Nacional, e o último por J. J. de Souza Peixoto.

Em 1893, ambos trabalharam no 7º Distrito, referente ao Estado do Mato Grosso, onde Alfredo Cândido era o secretário e Antonio Gabriel, assistente do quartel-mestre general. No mesmo ano, e nos anos de 1894, 1895 e 1896, Alfredo Cândido foi novamente lente catedrático da 2ª cadeira, do 1º ano, do curso de Artilharia da Escola Superior de Guerra. Em 1898, ambos foram lentes da 1ª seção da Escola Militar da capital federal (Rio de Janeiro) e Alfredo Cândido permanecia como lente da Escola Superior de Guerra.

Em 1899, ambos entraram em disponibilidade dos estabelecimentos militares, em vista da reorganização dos institutos militares de ensino. Foram então encaminhados ao departamento da Intendência de Guerra no Rio de Janeiro, desempenhando as funções de chefe de gabinete (Alfredo Cândido) e Adjunto do chefe de gabinete (Antonio Gabriel), onde permaneceram até o ano de 1900.

Nos anos de 1901 e 1902 foram encaminhados ao 4º Distrito do Ministério da Guerra, que envolvia os estados de São Paulo, Goiás, Minas Gerais, Espírito Santo e Distrito Federal. Alfredo Cândido era encarregado da seção do pessoal, enquanto Antonio Gabriel era o encarregado da seção do material. Entre 1903 e 1905, Alfredo Cândido foi secretário do Ministro de Guerra e Antonio Gabriel, oficial de gabinete do Ministro de Guerra. No ano de 1906, continuavam em disponibilidade, e seus nomes constavam dos catálogos do Ministério da Guerra apenas como professores de ciências e geometrias. A partir do ano seguinte, o nome de Antonio Gabriel desaparece das páginas dos catálogos do Ministério da Guerra, levando à hipótese de que, ou ele faleceu ou deixou de trabalhar por algum motivo, permanecendo apenas o nome de Alfredo Cândido.

Entre 1909 e 1911, Alfredo Cândido foi diretor da Escola do Estado Maior do Exército. E, ainda em 1911, foi subchefe do Estado Maior do Exército, último registro que temos sobre ele.

Algumas considerações merecem ser feitas sobre o ensino de matemática desenvolvido na Escola Militar do Rio de Janeiro. Podemos destacar que teve forte influência do Positivismo. Isto porque Benjamin Constant e Roberto Trompowsky, positivistas e professores da Escola Militar, influenciaram diretamente seus alunos com os pensamentos comteanos. Segundo [11, p.68] *é de imaginar que as lições da Escola Militar seguissem o mesmo espírito.*

Alguns alunos acabaram seguindo a mesma linha de pensamento de Constant e Trompowsky, ao se tornarem professores, mas houve outros que trabalharam com outros pensadores cientificistas. É nesse grupo que estavam os irmãos Moraes Rego. Segundo Castro [11, p.70], ao escreverem “*Elementos de Álgebra ou Cálculo das Funções Diretas*”, *são mencionados os pontos essenciais da filosofia de Comte, mas surgem referências também à classificação das ciências de Spencer.* Ainda segundo o autor, isso demonstrava que *apesar de abertamente comteanos, os irmãos Moraes Rego não*

são (eram) ortodoxos: admitem (iam) certos defeitos na classificação das ciências de Comte. Essas posições demonstravam que eles foram intelectualmente mais heterogêneos e diversificados que os seus professores.

Alfredo Cândido de Moraes Rego faleceu no ano de 1917. Não temos informações sobre a data de morte de Antonio Gabriel de Moraes Rego.

4. Fernando Luiz Ferreira

Nascido em São Luís, em 01 de agosto de 1803, Fernando Luiz Ferreira era filho do tenente-coronel Miguel Ignacio Ferreira e de dona Catharina de Senna Ferreira de Mendonça. Seus avós paternos eram Alexandre Ferreira da Cruz e Mariana Clara de São José de Assunção Parga, e seus avós maternos eram Joaquim Isidoro Freire de Mendonça e Maria de Santa Ana e Oliveira.

Ferreira foi casado com dona Luiza Rita Vieira da Silva e Sousa (já viúva de Honório Pereira da Silva), desde 23 de fevereiro de 1834, e juntos tiveram três filhos: Luiz Vieira Ferreira, Miguel Vieira Ferreira e Joaquim Vieira Ferreira. Ressaltamos que a esposa de Ferreira, segundo Barrera Rivera [12, p.80], *era maranhense, filha do coronel Luiz Antonio Vieira da Silva, de origem portuguesa, e de dona Maria Clara de Souza Vieira, brasileira e filha de outro coronel, José Antonio Gomes de Souza, tio do famoso "Souzinha"*. Residia na Rua da Viração, nº 01, em São Luís.

Tinha um lado poeta, demonstrado através de suas poesias que enalteciam a sua família, como o que fez por ocasião do nascimento de seu primeiro filho, que retratava também como nutriu o sentimento que tinha pela esposa.

Ferreira pediu licença em 1823 para estudar em Portugal. No Brasil, frequentou a Academia Militar do Rio de Janeiro, de 10 de dezembro de 1825 a 22 de novembro de 1831, onde se formou em Matemática e Ciências Físicas e *serviu ao corpo de engenheiros, reformando-se em 1848*, [13, p. 340].

Sua vocação pedagógica ficou evidente quando instruiu pessoalmente os filhos. O fato é que era comum na época, em São Luís, os pais educarem os filhos, como Ferreira o fez.

Abolicionista e dedicado à luta pela independência do Brasil, sua carreira militar foi marcada por alguns acontecimentos. Servindo em Caxias, no Maranhão, em 1822, Ferreira já era 2º Tenente. Posteriormente, passou a 1º Tenente, até que, em 1824, foi determinado por ordem do governo de D. Pedro I, agora imperador, que retornasse novamente ao posto de 2º Tenente. Porém, Ferreira não obedeceu. Em sua defesa, seu filho Miguel Ferreira, declarou que após a independência, os mais perseguidos, abandonados ou esquecidos pelo imperador, foram aqueles que mais se dedicaram à liberdade da pátria, Prado em [2].

Sobre as atitudes rebeldes em prol da independência do Brasil, escreveu também [14], em que para ele, Ferreira era,

[...] aquele que, na sua mocidade, em verdes anos, pugnou pela Independência do Brasil no Maranhão, naquele recanto em que se achava e que, expondo sua vida como Independente e contemplado Rebelde perante o que era então a legalidade - porque era militar - já na luta que se travou pela liberdade, alcançou, por merecimento, as patentes de tenente e capitão que Dom Pedro I não lhe quis depois confirmar, porque, feita a independência, os mais perseguidos, abandonados ou esquecidos, por esse príncipe, já Imperador, foram justamente aqueles que mais trabalharam pela libertação da pátria. [14, p.195].

O posto de capitão só lhe veio em 22 de novembro de 1831.

Em 1840, Ferreira esteve encarregado da missão que viria a fundar a *Colônia Indígena de São Pedro do Pindaré* (hoje, cidade de Pindaré), no interior do Maranhão, e que visava civilizar os índios Guajajaras, que lá moravam. Esta experiência rendeu-lhe o texto "*Informação acerca da missão dos Guajajaras no Rio Pindaré, no Maranhão*", escrito em 1842.

Em 1844, era Comandante do Exército em Pernambuco. De 1857 a 1867, Ferreira esteve como presidente do Conselho Administrativo no Maranhão. O cargo só foi deixado com a extinção dos Conselhos do Império. Nesse meio tempo, foi anunciado a *tabella das mensalidades dos alumnos do Collegio do bacharel Fernando Luiz Ferreira, as quaes tem de regular no anno de 1858* [15, p.4]. O anúncio no jornal indica assim que Ferreira era dono de um colégio privado, porém não encontramos mais informações sobre essa instituição.

Em janeiro de 1864, Ferreira foi orador na solenidade de posse da nova diretoria da Associação Luso-Maranhense, em São Luís. Em 09 de março do mesmo ano, tornou-se sócio efetivo do *Atheneu Maranhense*, e em 03 de junho, passou a integrar a diretoria. Em 28 de Março de 1865 foi nomeado diretor de obras públicas do Maranhão.

Como professor, desempenhou várias funções. Em 1858 foi lente de *Mecânica* na Casa dos Educandos Artífices. Mais tarde, em 1864 foi o responsável pela cadeira de *Geometria e Mecânica Aplicada às Artes*. Ainda no mesmo ano, no dia 27 de agosto, foi nomeado diretor da Escola Prática de Aprendizizes Agrícolas do Cutim.

Em 13 de outubro de 1864, foi anunciado que sairia em breve o "*Jornal Agrícola*", cujo proprietário e editor seria o Sr. Belarmino de Mattos. Dedicado à agricultura e com especialidade à Escola Prática de Aprendizizes Agrícolas do Cutim, a redação do jornal seria de Ferreira e seu filho Miguel.

Entre suas obras de matemática, em 1868, publicou uma das mais conhecidas, "*Arithmetica Prática*", que foi aprovada para ser adotada pela instrução pública. No mesmo ano, também publicou "*Novo Systema Metrico*". Ambas as obras eram vendidas pela Livraria Universal, que ficava na Rua da Palma, nº 03, em São Luís, e eram divulgadas em jornais.

O jornal também era espaço para o autor comentar sobre o método utilizado na escrita de suas obras. Assim, sobre “*Novo Systema Métrico*”, Ferreira ressaltava que a mesma tinha necessidade de ser muito concisa e ao mesmo tempo não menos clara e que servisse de manual prático sobre o novo sistema métrico de pesos e medidas, em qualquer problema ou situação da vida. O autor ainda declarou que não era sua intenção saber mais do que outros autores que já haviam trabalhado com a temática, mas acreditava que a sua obra seria relevante não só para os meninos como também para o povo.

Sobre “*Arithmetica Prática*”, Ferreira apresentava-na como destinada aos meninos que não tinham nenhuma noção de aritmética, logo os conteúdos envolveriam desde numeração até as frações. Assim, o autor enfatizava que conteúdos como cálculo dos complexos, formação e extração de raízes, regra de companhia, razão, proporção e juros estariam em outra obra, ainda a ser organizada. Esta seleção de conteúdos é compreensível, já que a obra era destinada às escolas de primeiras letras.

A metodologia utilizada pelo autor neste livro indicava que o mesmo não incluiria demonstrações, o que não quer dizer que o aluno não pudesse descrever por extenso como chegaria aos resultados obtidos nas operações. Ferreira acreditava que, *dar simplesmente os exemplos, e não descrever como eles se executam, é deixar o alumno na dependencia absoluta do ensino verbal do professor*, [16, p.3].

As obras de matemática de Ferreira continuaram, posteriormente, a serem utilizadas na Província do Maranhão e também no Amazonas. Doações das mesmas para as escolas públicas também eram feitas.

Ferreira foi ainda, dono do Jornal “*O Artista*”, publicado somente a partir de 1868, mas fundado em 1862. *Era publicação assaz interessante e de muita utilidade. Suscitou porfiada lucta em favor das classes operarias, e instituiu largo e luminoso debate sobre os variados assumptos de interesse provincial* [17, p.1]. Suas páginas eram dedicadas à indústria e principalmente às artes, e tinha como redatores, além de Ferreira, seus três filhos.

A carreira de Ferreira como docente ainda envolveu ter sido professor de *Desenho de Máquinas* do Colégio Pedro II, na Corte, por nomeação do Governo Imperial; professor da aula de *Escultura e Desenho* da Casa dos Educandos Artífices; e, lente do Colégio Episcopal Nossa Senhora dos Remédios, nomeado pelo Exmo. Bispo Diocesano D. Fr. Luiz da Conceição Saraiva.

Vale ainda destacar que o tempo que Ferreira passou em Portugal rendeu-lhe o seu nome no documento “*Memoria historica da Faculdade de Mathematica nos cem annos decorridos desde a reforma da Universidade em 1772 até o presente*”, por Francisco de Castro Freire, publicado em 1872 pela Universidade de Coimbra. Na página 135 da sessão *Bibliografia Mathematica desde 1772 até outubro de 1872*, encontramos *Arithmetica: compendio para instrucção primaria, por Fernando Luiz Ferreira, tenente-coronel reformado do corpo de engenheiros e professor de Mechanica nas aulas dos educandos artífices. Maranhão, Typographia de J. C. de C. M. Torres, 1856.*

Fernando Luiz Ferreira faleceu no Rio de Janeiro em 28 de Outubro de 1877.

5. Considerações finais

Ao longo da escrita deste texto, pudemos perceber Alfredo Cândido de Moraes Rego, Antonio Gabriel de Moraes Rego e Fernando Luiz Ferreira, constituídos em seus tempos, a partir das relações familiares e profissionais.

Sobre suas obras, pela quantidade de publicações ou por quantidade de edições demonstrava o quanto eram interessantes para a educação. Enquanto os irmão Moraes Rego publicaram 5 obras para serem utilizadas na Academia, as obras de Ferreira chegavam até a 5ª edição, o que era considerado relevante para a realidade da época. A compra das mesmas pelo governo, as indicações, os agradecimentos por homens importantes, do convívio dos professores e de suas profissões, também nos mostraram o quanto tinham influencia em seu meio.

Todo esse contexto nos faz acreditar que Alfredo Cândido de Moraes Rego, Antonio Gabriel de Moraes Rego e Fernando Luiz Ferreira eram reconhecidos pela comunidade a que pertenciam e pela sociedade em que viveram. Percebemos assim, os autores por sua totalização, como professores de escolas de elite, principalmente.

Conhecer a história desses militares que eram professores de matemática e autores de obras destinadas principalmente às suas aulas, leva-nos a acreditar que *seguimos o nosso caminho profissional na expectativa de melhor utilizar a herança que esses parentes nos deixaram profissionalmente, construindo novas práticas e saberes com esse legado*, [1].

Assim, descortinar histórias de vida de autores de livros de matemática aproxima-nos do entendimento de como se construiu o ensino de matemática por militares no local e tempo investigados – contribuindo, portanto, para compor um quadro do Brasil.

Referencias

- [1] W. R. Valente, “*Quem somos nós, professores de matemática?*” Cad. Cedes, Campinas, Vol. 28, num 74, pp. 11-23. jan/abr, 2008.
- [2] W. J. B. Soares, “*XIX – uma história, uma cidade e os primórdios da matemática escolar*”. Curitiba: Appris, 2018.
- [3] A. Choppin, “*Passado y presente de los manuales escolares*” in J. R. Berrio, “*La cultura escolar de Europa - Tendências históricas emergentes. (Memória y critica de La Educacióón)*”. Madrid: Biblioteca Neva, 2000. pp. 107-141.
- [4] E. José, “*Memória, cultura e literatura – O prazer de ler e recriar o mundo*”. São Paulo: Paulus Editora, 2012.

- [5] M. A. S. Paulilo, "A Pesquisa Qualitativa e a história de vida" em Serviço Social em Revista, Londrina, vol 2, num 1, pp. 1-153, jul/dez, 1999.
- [6] F. Ferrarotti, "Sobre a autonomia do método biográfico" in A. Nóvoa e M. Finger, (Org.). "O método (auto) biográfico e a formação". Natal, RN: EDUFRRN; São Paulo: Paulus, 2010.
- [7] D. M. Souza, "Autoridade, autoria e livro didático" in Coracini, M. J. (Org.) Interpretação, autoria e legitimação do livro didático. Campinas: Pontes, 1999.
- [8] C. M. F. Bittencourt, "Autores e editores de compêndios de livros de leitura (1810-1910)", Educação e Pesquisa, 30(3), pp. 475-491, set/dez 2004.
- [9] C. M. S. Silva, "O livro didático de Matemática no Brasil no século XIX" in A. F. John, "Facetas do diamante: Ensaios sobre educação Matemática e história da Matemática". Rio Claro - SP: Editora SBHMAT, 2000. pp. 109-161.
- [10] G. Schubring, "Análise histórica de livros de matemática: notas de aula". Campinas: Autores Associados, 2003.
- [11] C. Castro, "Os militares e a república: um estudo sobre cultura e ação política". Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed, 1995.
- [12] P. A. Barrera R., "A reinvenção de uma tradição no protestantismo brasileiro: a Igreja Evangélica Brasileira entre a Bíblia e a Palavra de Deus". REVISTA USP, São Paulo, n.67, p. 78-99, setembro/novembro 2005.
- [13] A. V. A. S. Blake, "Diccionario Bibliographico Brasileiro". Vol 7. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1883-1902.
- [14] C. A. Marques, "Diccionario histórico, geográfico da província do Maranhão". Rio de Janeiro: Fon-Fon e Seleta, 1870.
- [15] Jornal Diário do Maranhão, São Luís, 04/01/1858, p. 4.
- [16] Jornal Publicador Maranhense, São Luís, 16/09/1868, p. 3.
- [17] Jornal Pacotilha, São Luís, 15/01/1885, p.1.



ANÁLISE MATEMÁTICA NA FACULDADE DE FILOSOFIA DA BAHIA: UM CURSO SUPERIOR DO PONTO DE VISTA ELEMENTAR, 1943-1968

MATHEMATICAL ANALYSIS IN BAHIA'S PHILOSOPHY COLLEGE: ADVANCED MATHEMATICS FROM AN ELEMENTARY STANDPOINT, 1943-1968

Eliene Barbosa-Lima. Wagner Rodrigues-Valente.***

Resumo: este trabalho apresenta uma análise histórica sobre o ensino do cálculo diferencial e integral ministrado na cadeira de Análise Matemática pelo Professor Moura Bastos no curso de matemática da Faculdade de Filosofia da Bahia no período de 1943 a 1968. Tal recorte temporal, tem como início o ano letivo em que se deu o funcionamento da cadeira de análise matemática nessa faculdade, que englobava o ensino do cálculo diferencial e integral e, como término, o ano em que o curso foi transferido para o Instituto de Matemática da Universidade Federal da Bahia. Para tanto, apropriamo-nos dos debates teóricos, metodológicos e epistemológicos do campo da história, em particular, de uma história da educação e fizemos uso de fontes, como programas de ensino e diários escolares. A partir desse diálogo, constatamos que Moura Bastos subverteu a orientação oficial do decreto 1.190/1939, que estabelecia a Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil como modelo oficial de todas as instituições de ensino congêneres a ela, inclusive em relação aos programas. Ele conduziu o ensino do cálculo diferencial e integral em conformidade à sua identidade profissional, especialmente, para sua experiência como professor de matemática em uma escola secundária da capital baiana. Tal aspecto, parece-nos relevante na discussão que problematiza uma jurisdição profissional docente padronizada.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial e Integral, Matemática, Bahia, Profissionalização Docente.

Abstract: this paper presents a historical analysis of the teaching of differential and integral calculus taught in the chair of Mathematical Analysis by Professor Moura Bastos in the mathematics course of the Faculty of Philosophy of Bahia from 1943 to 1968. The study period analyzes since the beginning of the existence of the mathematical analysis chair in this faculty, which included the teaching of differential and integral calculus and, as a final step, the year in which the course was transferred to the Institute of Mathematics of the Federal University of Bahia. In this study we consider the theoretical, methodological and epistemological debates of the field of history, in

* Licenciatura em Matemática, Universidade Estadual de Feira de Santana, Brasil. Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia/Universidade Estadual de Feira de Santana, Brasil. Filiação institucional: Universidade Estadual de Feira de Santana. Email: elienebarbosalima@gmail.com. ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6928-5217>

** Livre Docente em Educação, Universidade Federal de São Paulo. Doutorado em Educação, Universidade de São Paulo, Brasil. UNIFESP – Campus Guarulhos, São Paulo, Brasil. E-mail: ghemat.contato@gmail.com ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-2477-6677>

particular, of a history of education and made use of sources such as teaching programs and notebooks. We find that Moura Bastos subverted the official orientation of decree 1.190 / 1939, which established the National Faculty of Philosophy of the University of Brazil as the official model of all higher education institutions. Professor Bastos conducted the teaching of differential and integral calculus in accordance with his professional identity, especially for his experience as a math teacher in a secondary school in the Bahian capital. Such aspect seems relevant to us in the discussion that problematizes a standardized teaching professional jurisdiction.

Key Words: Differential and Integral Calculus, Mathematics, Bahia, Teaching Professionalization.

1. Introdução

Em 1942, o curso de matemática da Faculdade de Filosofia da Bahia (**FF**), foi autorizado a funcionar pelo Conselho Nacional de Educação, mediante parecer de Manuel Bergström Lourenço Filho (1897-1970). O curso, com duração de três anos, teve a seguinte organização: Primeira série: análise matemática; geometria analítica e projetiva; física geral e experimental. Segunda série: análise matemática; geometria descritiva e complementos de geometria; mecânica racional; física geral e experimental. Terceira série: análise superior; geometria superior; física matemática e mecânica celeste, [1]. Desse modo, as aulas, em particular, aquelas da cadeira de análise matemática, foram iniciadas no ano letivo de 1943.

Antes, na Bahia, até o ano de 1941, era comum o exercício de ensinar matemática nas escolas secundárias por engenheiros formados na Escola Politécnica da Bahia (**EP**). Essa instituição foi fundada em 1896. Não havia, portanto, uma formação específica, institucionalizada em matemática. Nesta fase, o ensino de matemática tinha um forte vínculo com a prática do engenheiro. Foram estes engenheiros que constituíram o primeiro corpo docente do curso de matemática da **FF**.

Dessa forma, para a cadeira de Análise Matemática, que englobava o ensino do cálculo diferencial e integral, foi responsável o engenheiro Luiz de Moura Bastos (1903-1988), diplomado engenheiro civil em 28 de março de 1926, [2].

O ensino de disciplinas matemáticas por engenheiros, ao longo do tempo, configurou um tipo de profissionalização do professor, com certa autonomia relativa àquela da profissão do engenheiro. Tendo em vista essa autonomia relativa, caberia a interrogação: Que elementos distinguem a profissão docente de outras profissões? Que elementos, em particular, os presentes no ofício do professor que ensina matemática o distinguem de outros professores? Sabe-se, em termos gerais, que [...] *cada tempo histórico-pedagógico estabelece e sedimenta ideários de formação de professores* [...], [3].

De outro modo, posto isto, sob uma perspectiva mais ampla, no processo de profissionalização há um predomínio, decerto padrão comum a todas as profissões, o qual diz respeito à constituição de um corpo de especialistas, que compartilham, não apenas, determinados conhecimentos e técnicas,

submetidos a treinamentos em espaços específicos à especialidade, mas também certo conjunto de valores e códigos de ética, [4]. Tais aspectos também estão presentes nos processos de profissionalização docente compreendido por Nóvoa, [5].

Assim, um elemento que parece ter um papel importante para a demarcação da especificidade de cada profissão, inclusive a do professor, seja aquele referente à constituição de um corpo de conhecimentos e técnicas que foram sendo legitimados em cada período histórico para o exercício profissional. Dito de outro modo, os saberes profissionais, os quais foram tratados neste texto sob a perspectiva dos estudos históricos desenvolvidos pela Equipe de Pesquisa em História das Ciências da Educação (ERHISE) da Universidade de Genebra.

Esses saberes profissionais, atrelados aos *saberes a ensinar* e os *saberes para ensinar*, na perspectiva da equipe suíça, se distanciam das abordagens que normalmente vinculam os saberes sob o ponto de vista da prática. Eles dizem respeito sobre a ação do professor na formação e no ensino, passíveis de serem compreendidos fora do contexto em que ocorreram. Tratam-se, portanto, de saberes construídos historicamente, os quais foram teorizados, sistematizados, generalizados e que foram objetivados, enfim, formalizados em determinada época para o exercício da docência, [6].

Os *saberes a ensinar*, para além de serem objetos de ensino, devedores dos campos disciplinares, ainda, podem ser constituídos como [...] *o resultado dos processos complexos que transformam fundamentalmente os saberes a fim de torná-los ensináveis. Esse processo pode até conduzir à criação de saberes próprios às instituições educativas, necessárias a elas para assumirem as suas funções*, [7].

Já os *saberes para ensinar*, *a priori*, traduzidos como ferramentas de trabalho na formação do professor e do ensino, não estão restritos às didáticas e metodologias de ensino. Neles, fazem parte, também, os estudos pedagógicos [...] *principalmente os ensinamentos de pedagogia teórica e prática, de psicologia, de ciências da educação* [...], [8]. Além disso, os *saberes para ensinar* tratam:

[...] de saberes sobre 'o objeto' do trabalho de ensino e de formação (sobre os saberes *a ensinar* e sobre o aluno, o adulto, seus conhecimentos, seu desenvolvimento, as maneiras de aprender etc.), sobre as práticas de ensino (métodos, procedimentos, dispositivos, escolha dos saberes *a ensinar*, modalidades de organização e de gestão) e sobre a instituição que define o seu campo de atividade profissional (planos de estudos, instruções, finalidades, estruturas administrativas e políticas etc.). [7].

Assim, sob esses elementos, neste texto, fizemos uma análise histórica sobre o ensino do cálculo diferencial e integral ministrado na cadeira de Análise Matemática pelo Professor Moura Bastos, como era mais conhecido, no curso de matemática da Faculdade de Filosofia da Bahia no período de 1943 a 1968. Tal recorte temporal, tem como início o ano letivo em que se deu o funcionamento da cadeira de análise matemática nessa faculdade, que englobava o ensino do cálculo diferencial e integral e, como término, o ano em que o curso foi transferido para o Instituto de Matemática da Universidade Federal da Bahia.

Essa análise ganha relevância em uma historiografia, em particular, da educação matemática, que dá uma significação dos desenvolvimentos internos da matemática imbricados com os seus aspectos sócio históricos, fazendo uso das mais diversas abordagens teóricas, dos mais variados recursos metodológicos, [9].

2. Os saberes profissionais ministrados na cadeira de Análise Matemática

Na época da criação da FF estava em vigência o Decreto 1.190 de 04/04/1939, que organizou a Faculdade Nacional de Filosofia (**FNFI**) da Universidade do Brasil como modelo oficial de todos estabelecimentos de ensino congêneres a ela, a partir do ano escolar de 1940, [10].

Sob esse contexto, o programa, de 1943, para a cadeira de Análise Matemática da **FF**, referente ao primeiro e segundo anos, era idêntico ao ministrado do curso de matemática da **FNFI**. Tal programa, que continuou sendo aprovado pela Congregação da **FF** até o ano de 1968, convergia com o que passou a ser institucionalizado na análise matemática a partir do séc. XIX. Sua fundamentação reside na concepção discreta numérica, centrada na noção de limite, impulsionada por Cauchy, Weierstrass e Dedekind, [11]. Assim, nele, constava uma parte introdutória, englobando uma revisão das teorias dos números reais, dos números complexos e de aprofundamento sobre a teoria dos determinantes e das formas e equações lineares. Na sequência, foram estabelecidos analiticamente os seguintes conteúdos: elementos da teoria dos conjuntos (espaço ordinário); sucessões e séries numéricas; limites e continuidade (funções de uma variável real); derivadas e primitivas; fórmula de Taylor e aplicações; pontos singulares e variação das funções de uma variável real; integral de Riemann; séries de funções; funções de mais de uma variável; integrais dependentes de um parâmetro; linhas contínuas e integrais curvilíneas; áreas, volumes e integrais múltiplas; superfícies curvas e equações diferenciáveis, [12]. Em suma, o programa explicitava apenas os conteúdos matemáticos, isto é, os *saberes a ensinar*, que deveriam ser ministrados na cadeira de análise matemática, desvinculados de quaisquer orientações metodológicas de como poderiam ser abordados, apropriados, neste texto, como *saberes para ensinar*.

Contudo, em sua prática docente, Luiz de Moura Bastos, não seguiu o que foi preconizado no Decreto 1.190 de 1939 e institucionalizado na **FF**.

De fato, em seu diário de classe de 1956, Moura Bastos trabalhou nas aulas de análise matemática, para o primeiro ano, os seguintes conteúdos: recordação da teoria dos números reais (introdução); teoria dos números complexos (propriedades e complexos conjugados); transformações de complexos sob forma trigonométrica, algébrica e exponencial; operações com complexos sob forma algébrica; multiplicação de complexos; fórmula de Moivre; radiações de complexos; raízes enésimas dos números reais; derivação (interpretação geométrica e cinemática); regras de L'Hôpital; aplicações aos limites $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, 0^0 , 1^∞ , ∞^0 ; derivadas das funções implícitas; raízes múltiplas; sucessões e séries (propriedades); contatos das curvas e curvaturas; integrais, [13].

Conforme lembranças de Eunice Guimarães⁴⁰, que fazia parte da turma de 1956, tais conteúdos tinham maior proximidade ao que estava em vigência no último ano do ensino secundário. Nas próprias palavras de Eunice Guimarães:

O curso de matemática... Uma coisa que eu estranhei muito foi que o professor Moura Bastos dava uma aula bonitinha, certinha, mas uma colega minha do 3º científico disse que ele estava praticamente repetindo o que ele deu no 3º ano científico. Isso eu não esqueci, ela chegou e disse, não é possível, ela levou os cadernos do 3º ano científico, aquele [sic] parte do 3º ano científico limite e derivadas, e era a mesma coisa! Era quase a mesma coisa.

Em uma análise preliminar, ainda que admitamos a possibilidade de Moura Bastos não ter feito registros de todos os conteúdos trabalhados em sala de aula, pelo menos no ano de 1956, interpretamos que ele parece ter conduzido suas aulas em conformidade a sua identidade profissional de engenheiro.

Para as escolas de engenharias brasileiras era suficiente a matemática vigente em seus cursos, como aquela que era vista nos cursos de cálculos. Neles, não se via mais do que o estudo das regras de derivação e integração, seguindo prioritariamente, as teorizações de Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716) e Isaac Newton (1642-1727), centradas nas noções infinitesimais [14-15]. Assim, os alunos que ingressavam nas escolas politécnicas deveriam dominar uma matemática de nível secundário que era considerada suficiente para os engenheiros.

Dessa forma, parece que foi natural para Moura Bastos ministrar *saberes a ensinar* aos licenciandos em matemática da FF que eram objetivados nas escolas secundárias. Algo que ele próprio, conforme a citada lembrança de Eunice Guimarães, já fazia em uma escola pública de ensino secundário da capital baiana⁴¹, como catedrático de matemática desde o ano de 1938, [2].

Tal lembrança é bastante plausível, na medida em que estava em vigor a Lei Orgânica do Ensino Secundário de 1942, mais conhecida como Reforma Gustavo Capanema. Sob essa lei, que criou os cursos colegiais (clássico e científico) [16-17], foram expedidos os programas de ensino de matemática para esse nível escolar. Em equiparação ao excerto de Eunice Guimarães, para o terceiro ano científico, na parte algébrica, foram estabelecidos os seguintes conteúdos: sucessões, séries, limites, funções de uma variável real, derivadas, números complexos e equações algébricas, [18].

Ainda que esses programas recebessem críticas dos professores, no I Congresso do Ensino da Matemática no Curso Secundário, ocorrido em 1955 na cidade de Salvador, capital baiana, foram sugeridas poucas alterações para o programa de matemática do terceiro ano colegial. Especificamente, na parte de análise matemática em substituição ao tópico álgebra, foram estabelecidos os seguintes conteúdos: conceitos elementares de variável e de função – funções

⁴⁰ Entrevista concedida a Laís Viena de Souza em Salvador, no dia 06 set. 2002.

⁴¹ Trata-se do Colégio Estadual da Bahia, popularmente conhecido como Colégio Central. Nos dias de hoje, nele, há um pavilhão em homenagem ao professor Moura Bastos [2].

algébricas, limites, noções de derivadas e suas aplicações ao estudo da variação de uma função e estudo do trinômio do segundo grau; introdução à teoria das equações – polinômios, equações algébricas e números complexos, [19].

3. Conclusões

Há cerca de 110 anos o matemático Felix Klein (1849-1925) manifestou preocupações relativamente ao ensino de matemática no curso secundário. Suas aulas para os professores desse nível escolar foram sistematizadas e publicadas em dois volumes, em inglês, pela editora Dover, em 2004: *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint: arithmetic, algebra, analysis* e *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint: geometry*, [20-21]. As preocupações de Klein ligavam-se ao distanciamento crescente entre os progressos da matemática e a matemática do ensino secundário. Assim, a natureza dos escritos de Klein visavam as conexões que deveriam ser estabelecidas entre a matemática superior e a matemática elementar. A matemática elementar deveria ser ministrada de um ponto de vista superior.

A análise deste texto mostrou um novo processo: a força da cultura escolar do ensino secundário relativamente ao ensino superior. Tem-se o curso do professor Moura Bastos ministrando a matemática superior de um ponto de vista elementar. O *saber a ensinar*, o cálculo diferencial e integral, como integrante do campo disciplinar matemático, sofre transformações. Tais transformações têm origem no ensino secundário. Assim, é possível dizer que ocorreu o ensino do cálculo, em nível superior, de um ponto de vista elementar.

Agradecimentos

Este estudo foi realizado no âmbito do projeto temático *A matemática na formação de professores e no ensino: processos e dinâmicas de constituição de um saber profissional, 1890-1990*, financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) e coordenado por Wagner Rodrigues Valente. Acrescente-se, também, o projeto coordenado por Eliene Barbosa Lima intitulado *Tecendo o processo histórico de profissionalização docente, no âmbito da matemática, nos seus diferentes níveis de formação na Bahia*, fomentado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). Em particular, trata-se de um resultado preliminar produzido durante o pós-doutoramento de Eliene Barbosa Lima, realizado no Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência da Universidade Federal de São Paulo, sob a supervisão do Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente.

Nossos agradecimentos a Déborah Kelman de Lima, professora do Colégio Estadual da Bahia (Central), responsável pelo patrimônio histórico e autora do projeto que deu origem ao Centro de Memória Escolar desse Colégio. E, ainda, a Dilzaná Oliveira Santos, responsável pelo setor de arquivo da Biblioteca Isaías Alves da Faculdade de Filosofia e Ciências Humanas da UFBA.

Referências

- [1] *Faculdade de Filosofia da Bahia*. Regimento interno. Bahia: Imprensa Vitória, 1942.
- [2] P. R. F.M. Bastos, Luiz de Moura Bastos: vida e obra do professor. Campina Grande: MAXGRAF, 2008.
- [3] W. R. Valente, "Sobre a investigação dos saberes profissionais do professor de matemática: algumas reflexões para a pesquisa", *Caminhos da Educação Matemática em Revista*, v. 6, n. 1, pp. 1-13, 2016. [Online]. Disponível em: https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/index.php/caminhos_da_educacao_matematica/articloe/view/96.
- [4] M. S. Larson, "The rise of professionalism: monopolies of competence and sheltered markets", Ed. rev. New Brunswick, New Jersey: Transaction Publishers, 2013.
- [5] A. Nóvoa. "O passado e o presente dos professores", in *Profissão professor*. A. Nóvoa, Org. 2. ed. Porto: Porto Editora, 1999, pp. 13-34.
- [6] E. B. Lima e W. R. Valente, "O saber profissional do professor que ensina matemática: considerações teórico-metodológicas", *Argumentos Pró-Educação*, v. 4, n. 11, maio-agosto 2019, pp. 928-943.
- [7] R. Hofstetter e B. Schneuwly, "Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação", in *Saberes em (trans) formação: tema central da formação de professores*. R. Hofstetter e W. R. Valente, Orgs. São Paulo: Livraria da Física, 2017, pp. 113-172.
- [8] V. L. Borer, "Os saberes: uma questão crucial para a institucionalização da formação de professores", in *Saberes em (trans) formação: tema central da formação de professores*. R. Hofstetter e W. R. Valente, Orgs. São Paulo: Livraria da Física, 2017, pp. p. 173-199.
- [9] U. Bottazzini e C. Fraser, "At the turn of the millennium: New Challenges for the History of Mathematics and for *Historia Mathematica*", *Historia Mathematica*, n.27, 2000, pp.1-3
- [10] Decreto-lei nº 1.190/39 de 4 de abril. Diário Oficial da União – Seção 1. Rio de Janeiro: Ministério da Educação. Disponível em: <http://www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1930-1939/decreto-lei-1190-4-abril-1939-349241-publicacaooriginal-1-pe.html>.
- [11] R. R. Baldino, "Cálculo Infinitesimal: Passado ou Futuro?", *Temas & Debates*, ano VIII, n.6, 1995, pp.5-13.
- [12] L. M. Bastos, "Programa da IX Cadeira de Análise Matemática", Faculdade de Filosofia da Bahia, Salvador, 1943.

- [13] L. M. Bastos, *“Diário de classe do curso de matemática”*, Faculdade de Filosofia da Bahia, Salvador, 1956.
- [14] A. L. M. Dias, *“Engenheiros, mulheres, matemáticos: Interesses e disputas na profissionalização da matemática na Bahia, 1896-1968”*, Tese de doutoramento, Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002
- [15] E. B. Lima, *“Dos infinitésimos aos limites: a contribuição de Omar Catunda na modernização da análise moderna no Brasil”*, Dissertação de mestrado, Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Bahia, 2006.
- [16] W. R. Valente, *“A matemática do ensino secundário: duas disciplinas escolares?”*, Revista Diálogo Educacional, v.11, n.34, setembro-dezembro 2011, pp. 645-662.
- [17] D. F. C. Ribeiro e C. M. C. Pires, *“Uma análise de livros didáticos de matemática consultados no curso colegial – 1943 a 1961”*, Revista Brasileira de História da Matemática, v.13, n.27, 2013, pp.55-75.
- [18] Portaria ministerial nº 177/43, de 16 de março. Diário Oficial da União – Seção 1. Rio de Janeiro: Ministério da Educação. Disponível em: <https://www.jusbrasil.com.br/diarios/2211640/pg-18-secao-1-diario-oficial-da-uniao-dou-de-18-03-1943>.
- [19] 1º Congresso nacional de ensino da matemática no curso secundário, Salvador, Bahia, 1955.
- [20] F. Klein, *“Elementary mathematics from an advanced standpoint: arithmetic, algebra, analysis”*, New York, NY, USA: Dover Publications (em Inglês), 2004.
- [21] F. Klein, *“Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint: geometry”*, New York, NY, USA: Dover Publications (em Inglês), 2004.



LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL EN ESPAÑA: UN ANÁLISIS DE LOS LIBROS DE TEXTO DEL SIGLO XVIII

THE TEACHING OF DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS IN SPAIN: AN ANALYSIS OF THE TEXTBOOKS OF THE XVIII CENTURY

Carmen León-Mantero Alexander Maz-Machado** Carmen López-Esteban****

Resumen: Los libros de texto han sido fundamentales para divulgar los avances científicos alcanzados en cada época y transmitir conocimientos, saberes y destrezas. Además, hasta hace poco constituían el principal apoyo de profesores y alumnos en las escuelas. Por lo anterior, aquí se presenta un análisis de la estructura conceptual de los contenidos sobre cálculo diferencial e integral de los libros de texto publicados durante el último cuarto del siglo XVIII en España, que constituyeron las primeras obras escritas en castellano que propiciaron la consolidación de la enseñanza del cálculo en los distintos centros en los que se instruía la materia. Se trata de una investigación descriptiva que se enmarca en el enfoque de tipo histórico y que usa el método del análisis de contenido para la interpretación de los datos. Atenderemos a las corrientes científicas, autores u obras en las que se basan cada uno de los libros de texto analizados, a los contenidos matemáticos incluidos y notación utilizada; e identificaremos, asimismo los tipos de ejemplos y proposiciones que los autores emplearon.

Palabras clave: España, siglo XVIII, Cálculo Diferencial e Integral, libros de texto, Historia de la Educación Matemática.

Abstract: Textbooks have been essential when disseminating scientific advances achieved in each period, as well as transferring and exchanging knowledge and abilities. Furthermore, they constituted the main support of teachers and students in school, until recently. Therefore, an analysis of the conceptual structure related to differential and integral calculus that are included within textbooks published during the last quarter of the 18th century in Spain, is presented, which constituted the first works written in Spanish that led to the consolidation of the teaching of calculus in the different centers in which the subject was instructed. This research involves content analysis, as well as a descriptive study containing historical data. We will attend the scientific trends, authors

* Licenciada en Ciencias Matemáticas, Universidad de Sevilla, España. Doctora en el Programa de Ciencias Sociales y Jurídicas de la Universidad de Córdoba, España. Facultad de Ciencias de la Educación: Universidad de Córdoba, España. E-mail: cmleon@uco.es. ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-2870-8807>

** Licenciado en Matemáticas y Física, Universidad del Tolima, Colombia. Doctor en Educación Matemática, Universidad de Granada, España. Facultad de Ciencias de la Educación: Universidad de Córdoba, España. E-mail: ma1mamaa@uco.es. ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4112-4363>

*** Licenciada en Ciencias Matemáticas, Universidad de Salamanca, España. Doctora en Educación Matemática, Universidad de Salamanca, España. Facultad de Educación, Universidad de Salamanca, España. E-mail: lopezc@usal.es. Número ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4683-6706>

or works on which each of the analyzed textbooks are based, the mathematical contents included, and the notation used; and we will also identify the types of examples and propositions that the authors used.

Key Words: Spain, 18th century, Differential and Integral Calculus, textbooks, History of Mathematics Education

1. Introducción

Los investigadores que trabajan en la línea de investigación de la Historia de la Educación Matemática han abordado su estudio desde diferentes perspectivas: desde el estado de las matemáticas en el contexto de la educación general, el papel del profesor de matemáticas, la función del libro de texto en el contexto del proceso de enseñanza, la contribución de los autores de libros de texto, la relación entre conocimiento científico y escolar, la determinación cultural del conocimiento escolar, hasta la transmisión de conocimientos entre diferentes culturas, [1].

En este sentido, en el trabajo de Lines [2] se analiza la evolución de las matemáticas durante el siglo XVI en la Universidad de Bolonia; Kastanis y Kastanis [3], centran su atención en la institucionalización de las matemáticas en la enseñanza griega en la primera mitad del siglo XIX; en el trabajo de Amadeo y Schubring [4] se discute y contrasta si los resultados matemáticos que se le atribuyen tradicionalmente a la *École Polytechnique* de París surgieron realmente desde la institución francesa; y el trabajo de Furinghetti y Giacardi [5], indaga en la evolución de la profesión del profesor de matemáticas en Italia entre 1810 y 1920.

Dirigiendo nuestra atención a aquellas investigaciones realizadas a nivel nacional, destacan las relativas a planes de estudios y legislación [6-7], a las aportaciones a la Educación matemática de personajes relevantes [8], a las instituciones en las que se cultivaba el estudio de las matemáticas [9-10] o a los libros de texto usados para instruir la materia [11-12].

Entre sus distintas temáticas, la que analiza los libros de texto usados para la enseñanza de la materia, ha cobrado especial interés en las últimas décadas debido a que estos han sido hasta hace poco, la principal vía de divulgación de conocimientos y fuente de información en las instituciones escolares para alumnos y profesores. Estos constituyen elementos curriculares, que establecen qué contenido se estudia o no, cómo se estructura ese contenido y qué tipo de problemas se trabaja en cada época [13].

En este sentido su análisis nos permite identificar las bases del diseño curricular y el origen de las dificultades de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas [14].

Centrando nuestra atención en las investigaciones en Historia de la educación matemática a nivel internacional, encontramos la realizada por d'Enfert [15] en los libros franceses para la enseñanza de

las matemáticas publicados durante los siglos XIX y XX o por Beyer [16] en los libros usados en Venezuela para la enseñanza de la aritmética en el periodo 1826-1912.

En España destacan trabajos que usan el análisis de libros de texto para interpretar el tratamiento didáctico dado a un concepto o contenido matemático [17-18], la evolución que ha seguido un concepto o problema matemático a lo largo de la historia [19-20] o identifican criterios de actividad didáctica en los libros de texto [21].

De otro lado, son diversos los autores que han centrado su atención en analizar la introducción del cálculo infinitesimal en España como disciplina científica [22-28]. Para Hormigón [27] *Las Matemáticas del siglo XVIII son el Cálculo Infinitesimal* (p. 48), de tal forma que aquellos libros de texto que no incluían cálculo infinitesimal entre sus contenidos, excepto aquellos dedicados a alguna rama específica, se consideraban obsoletos.

A principios del siglo XVIII, en Europa se vive el conflicto entre Leibniz y Newton por el desarrollo del cálculo infinitesimal. Sin embargo, y a pesar de que la escuela inglesa sigue utilizando el método de fluxiones -de concepción puramente geométrica- y la notación de Newton hasta principios del siglo XVIII, son el trabajo con infinitésimos y la notación de Leibniz los que se expanden rápidamente por toda Europa [26].

Los estudios anteriores nos brindan la oportunidad de conocer a los primeros autores de libros de texto que incluyeron al cálculo infinitesimal entre sus páginas. Estos se usaron en instituciones militares, como los de Pedro Padilla o Jorge Juan, y en instituciones religiosas, como el del Padre Tomás Cerdá [26]. Sin embargo, estos solo representaron un tímido acercamiento a la enseñanza de esta rama de las matemáticas. No fue hasta finales del siglo XVIII, que fueron publicadas obras de amplia difusión y extensión, en las que se incluían contenidos sobre cálculo diferencial e integral. Por ello, el objetivo de este trabajo es analizar el tratamiento dado a los contenidos de cálculo diferencial e integral en los libros de texto publicados durante el último cuarto del siglo XVIII en España.

A continuación, se especifican las características de la metodología llevada a cabo en esta investigación, los resultados obtenidos y las conclusiones que pueden deducirse de estos.

2. Metodología

Se trata de un estudio descriptivo y ex post facto, que se enmarca en el enfoque de investigación de tipo histórico y que usa el método del análisis de contenido para interpretar los datos siguiendo las pautas dadas en [29]. En concreto, nos centraremos en las categorías conceptual, formal y estructural, que consideran el contexto histórico y social en el que se ubica el libro de texto, la finalidad y principales destinatarios de este y los conceptos, definiciones, procedimientos y estructura formal que identifica las relaciones entre los contenidos utilizados [30]. Esta técnica ha sido ampliamente utilizada en investigaciones de esta temática en el área de la Educación Matemática [17, 21, 31-32].

Para la selección de las fuentes documentales, se tomaron como criterios que los libros incluyeran contenidos de cálculo diferencial e integral y estuvieran destinados a la instrucción de esta rama de las matemáticas, que estuvieran escritos en castellano y que hubieran sido publicados durante el último cuarto del siglo XVIII. Finalmente, los libros de texto seleccionados para el estudio fueron:

- *Elementos de Matemáticas* (1775-1894) (Tomo III) de Benito Bails.
- *Elementos de Aritmética, Álgebra y Geometría* de Juan Justo García (1782)
- *Compendio de Matemáticas Puras y Mixtas para instrucción de la juventud* (1794-1802) (Tomo II) de Francisco Verdejo.

Para el análisis de los libros se establecieron una serie de categorías de análisis (Tabla 1) basadas y a adaptadas del estudio realizado por Maz [33].

| | Categorías de análisis |
|----------------------|---|
| Conceptual | Corriente científica |
| | Influencias de cada obra |
| | Finalidad de la obra |
| | Destinatarios |
| Formal y estructural | Definición de cálculo infinitesimal, diferencial e integral |
| | Noción de cantidad infinitamente pequeña |
| | Noción de límite |
| | Aplicaciones del cálculo diferencial e integral |

Tabla 1. Aspectos considerados en el análisis de los libros de texto. **Fuente:** elaboración propia de los autores.

3. Resultados

Este apartado ha sido dividido en dos secciones: la caracterización de las obras y el tratamiento dado a los contenidos sobre cálculo diferencial e integral, según las categorías definidas en el apartado anterior. Los ejemplos que se han incluido en este trabajo se han tomado textualmente, de forma que no se ha adaptado ni la grafía, ni la acentuación, ni la puntuación a las actuales, respectivamente.

3.1. Caracterización de las obras

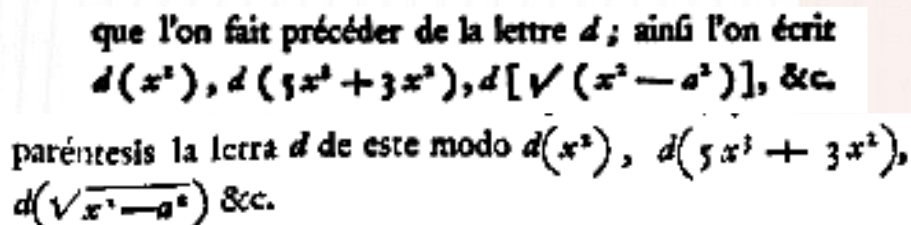
3.1.1. *Elementos de Matemáticas (1775-1894) (Tomo III) de Benito Bails*

En 1759 se aprueba en la Academia de Bellas Artes de San Fernando, una reforma de las enseñanzas de Arquitectura que plantea la necesidad de disponer de libros de texto actualizados y escritos en castellano. Es a Bails al que se le confía la elaboración, bajo la supervisión de Jorge Juan, de una obra de carácter más elemental y otra más amplia y avanzada (los “*Elementos de Matemáticas*”), que sintetizara los conocimientos matemáticos que los futuros arquitectos de la época debían adquirir para alcanzar una adecuada formación, [34].

La obra completa de los *Elementos* está formada por 11 volúmenes en 10 tomos, destinado cada uno a diversas áreas de las Matemáticas, Física, Astronomía, y Arquitectura civil. En el tomo III, de 688 páginas, que fue publicado en 1779, se aborda el Cálculo Diferencial e Integral.

Bails indica que para representar la diferencial usa *la letra d, y no un punto, conforme estilan los Ingleses* [35, p. xviii], lo que es coherente con el hecho de que el autor se formara en universidades francesas y contactara con destacados matemáticos de la época como d’Alembert. Del mismo modo indica que *la letra S. que significa suma, y se pone antes de la diferencial cuya integral se quiere indicar* [35, p. 488].

Para esta parte se basa e incluso copia los ejemplos del “*Curso de Matemáticas*” (Tomo IV) que Bézout [36] había escrito para la instrucción de los Gardes du Pavillon y de la Marina (Figura 1) y en obras de otros autores como L’Hôpital, Bougainville, Simpson, Emerson, Lacaille o Riccati.



que l'on fait précéder de la lettre d ; ainsi l'on écrit
 $d(x^2)$, $d(5x^2 + 3x^2)$, $d[\sqrt{x^2 - a^2}]$, &c.
 paréntesis la letra d de este modo $d(x^2)$, $d(5x^2 + 3x^2)$,
 $d(\sqrt{x^2 - a^2})$ &c.

Figura 1. Extracto traducido del Tomo IV del “*Cours de Mathématiques*” de Bézout, [36].

3.1.2. *Elementos de Aritmética, Álgebra y Geometría de Juan Justo García (1782)*

Tras una polémica oposición para cubrir la recién creada Cátedra de Aritmética, Álgebra y Geometría de la Universidad de Salamanca, Juan Justo García fue nombrado sustituto durante un periodo de seis en el que tendría que demostrar sus conocimientos para continuar en el cargo. Fruto de ocho años de trabajo, y el estudio de libros de matemáticas extranjeros entre los que se encontraban las obras obligatorias para la preparación de su oposición, Wolf y Newton, nace “*Elementos de Aritmética*”,

“Álgebra y Geometría” en 1782 con el objetivo de modernizar el estudio de las matemáticas en la Universidad de Salamanca, que hasta la fecha estaban basadas en antiguas obras de astronomía, [37].

Tal y como indica en el *Resumen histórico del origen, progresos y actual estado de las Matemáticas puras* con el que encabeza la obra, divide al libro de texto en tres ramas de las Matemáticas: Aritmética, Álgebra y Geometría, e incluye en este último los principios del cálculo infinitesimal, diferencial e integral en la que habla del *último semblante que ha tomado la Geometría con los cálculos diferencial é integral* [38, p. xxiii]. En este resumen, incluye las obras de referencia nacional e internacional para el estudio de esta rama de las matemáticas, si bien deja claro que estas no suponen un avance en la materia. Se trata de las obras de l’Hôpital, Bougainville, Simpson, Emerson, Euler, M. Cousin, Le Seur y Jacquier, Riccati, d’Alembert, Bezout o Benito Bails.

Tomando como referencia los “*Elementos de Matemáticas*” de Bails, García denota también la diferencial *con la letra d junta á la cantidad cuya diferencia se quiera espresar* [38, p. 354] y la integral con la letra S, *inicial de la palabra suma; porque integrar viene a ser lo mismo que sumar* [38, p. 385].

3.1.3. “*Compendio de Matemáticas Puras y Mixtas para instrucción de la juventud*” (1794-1802) (Tomo II) de Francisco Verdejo.

Verdejo compuso este libro de texto para que fuera utilizado en las clases que impartía tanto en los Reales Estudios de San Isidro como en la Real Casa de los Desamparados, cuyos tomos se publicaron en 1794 y en 1802 respectivamente [39].

El tomo II, que está dividido en dos partes, incluyen los bloques que hablan “del infinito é infinitamente pequeño, y las cantidades que se reducen á cero, de las Series, Equaciones superiores, aplicacion del Álgebra á la Geometría, Secciones cónicas, Cálculo infinitesimal, Dinámica é Hidrodinámica y la Tabla de las gravedades específicas) [40, portada]. En desacuerdo con Juan Justo García, Verdejo [40] considera que el cálculo diferencial, y el integral, forma parte del álgebra.

El autor recomienda las lecturas de diversos tratados a aquellos lectores que quieran profundizar en cada uno de los temas tratados. Así para los límites, infinitos y cantidades infinitamente pequeñas recomienda los textos de Mr. Cusen y de Antonio Rosell; para la mecánica, el compendio de Benito Bails; para la resolución de ecuaciones superiores, los textos de Clairaut y Euler; o para la Hidráulica, el libro de texto de M. Bossut.

Verdejo indica asimismo que sigue a Newton con respecto a *considerar las cantidades como producidas por la fluxión de uno de sus elementos* [40, p. 119], sin embargo, elige usar la notación de Leibnitz, de forma que expresa con dx , a la fluxión primera de una variable x y la nombra diferencial primera y con el signo S la integral de cualquier cantidad.

3.2. Contenidos matemáticos

3.2.1. Definición de cálculo infinitesimal, diferencial e integral

Tanto Bails como García, quien toma “*Elementos de matemáticas*” como referencia en muchas partes de su tratado, consideran que el cálculo infinitesimal abarca el estudio del cálculo diferencial y del cálculo integral, de hecho, en ambos tratados los autores organizan los contenidos incluyendo un apartado introductorio titulado *Cálculo infinitesimal* que utilizan para definir los conceptos y propiedades fundamentales.

Los tres autores están de acuerdo en denominar al *Cálculo Integral* como el método inverso del Diferencial, de tal forma que el *Cálculo Diferencial* se ocupa de *Dadas las cantidades, hallar que razón hay entre sus incrementos* [35, p. 227] y el *Cálculo Integral* de *Dados los incrementos de las cantidades, averiguar la razón de las cantidades mismas*, [35, p. 227].

Sin embargo, tras estas definiciones intuitivas de los objetivos del *Cálculo Diferencial y del Integral*, Bails quien evidencia un gran interés por aclarar los conceptos involucrados en esta rama de las matemáticas en su capítulo introductorio, utiliza variados ejemplos y propiedades para ello y además concluye, siguiendo a Newton y d’Alembert que el *Cálculo Diferencial* es el que *averigua el límite de la razón entre la diferencia finita de dos cantidades dadas, y la diferencia finita de otras cantidades que tienen con las dos primeras una analogía conocida* [35, p. 238].

Verdejo también opta por considerar el *Cálculo Diferencial* como *el límite de la razón de las cantidades* y la que nos enseña a *conocer las cantidades por medio de sus límites, se llama cálculo integral* [40, p. 7].

3.2.2. Noción de cantidad infinitamente pequeña

Bails hace uso de los *Lemas Newtonianos* para introducir el cálculo diferencial e integral, con el objetivo de aclarar el concepto de *cantidad infinitamente pequeña* es primordial y, para ello, enuncia y demuestra los lemas que ofrecen al lector las propiedades que verifican estas cantidades. Tras ello, considera que el lector ya entiende que *no son cantidades realmente existentes, [...] son cantidades menores que cualesquiera dadas; son el límite al cual se acercan, sin alcanzarse jamás, las cantidades que van menguando*, [35, p. 141].

García y Verdejo optan por definir *cantidad infinitamente pequeña* en contraposición al concepto de *cantidad infinita* o *infinitamente grande* y apoyándose en el uso de ejemplos. Así, García [38] toma q como el cociente de b/a de modo que *si a va aumentando hasta llegar a ser infinita, irá q disminuyendo hasta llegar a ser cero* (p. 350). Verdejo [40] elige un ejemplo similar y amplía el razonamiento anterior afirmando que *el cero es el límite de las cantidades que decrecen continuamente hasta desvanecerse, y dicha cantidad se llama: cantidad infinitamente pequeña* (p. 2).

3.2.3. Noción de límite

Tal y como hemos visto en el apartado anterior, los autores no abordan el concepto de límite de manera directa; lo hacen cuando tratan de aclarar el concepto de cantidad infinita o infinitamente pequeña. Bails elige en primer lugar un ejemplo de tipo geométrico en el que demuestra cómo la tangente a una curva por un punto es el límite de las rectas secantes AB cuando B se va acercando cada vez más al punto fijo A (Figura 2).

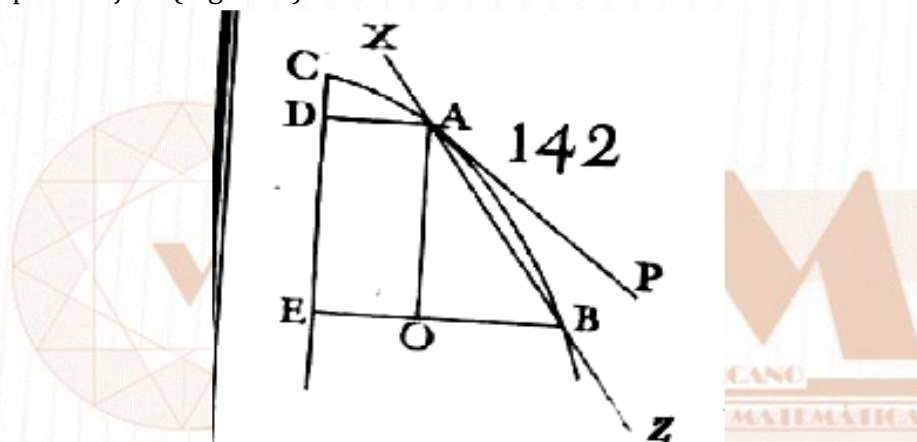


Figura 2. Tangente de una curva como límite de rectas secantes [35, plana 266].

También escoge un ejemplo analítico para aclarar que las rectas secantes se acercarán más a la tangente cuanto más se acerque el punto B al A, al mismo tiempo que explica la diferencia que existe entre la razón de dos cantidades que tienden a cero y la razón entre dos cantidades que son exactamente cero:

Supongamos dos cantidades, tales que la una sea igual al duplo más al cuadrado de la otra, por manera que llamando la primera a y la segunda b sea $a=2b+bb$. Es evidente 1º que la razón entre a y b será siempre mayor que el número 2, mientras a y b tuvieren algún valor 2º que la razón entre a y b se aproximará tanto más a valer 2, quanto se quisiere al número 2, tomando la primera cantidad tan pequeña como fuere menester [...]. Por consiguiente será el número 2 el límite de la razón de dichas dos cantidades; quando llegare á ser nula b , también llegará á ser a evidentemente nula, en cuyo caso no habrá ni podrá haber razón alguna entre a y b . [35, pp. 239-240].

García y Verdejo coinciden en usar otro tipo de ejemplos. En primer lugar, usan la expresión $1/b$ en la que aumentan o disminuyen sucesivamente su denominador para indicar que *el cero es el límite de las cantidades que decrecen continuamente hasta desvanecerse* [40, p.1] y que *el infinito es el límite de lo finito*, [40, p.2].

Usan asimismo los términos de la serie $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$ para demostrar que *quanto mayor sea el número de sus términos, mas se acercará la suma de todos ellos á valer 1*, [40, p.2]. O también indican que el círculo se puede llamar *polygono de infinitos lados, es decir, que el círculo es el límite de quantos*

polygonos se le quieran inscribir ó circunscribir, al qual se acercarán tanto mas, quantos mas lados tengan [38, p.351].

3.2.4. Aplicaciones del cálculo diferencial e integral

Todos los autores coinciden en proponer aplicaciones al cálculo de diferenciales e integrales. La tabla 2 resume los tipos de aplicaciones que cada autor incluye en cada obra.

| | | Bails [35] | García [38] | Verdejo [40] |
|-------------|---|---------------|----------------|-----------------|
| Diferencial | Tangentes y normales de las curvas | X | X | X |
| | Perpendiculares de las curvas | X | X | |
| | Asíntotas de las curvas | X | X | |
| | Límites de abscisas y ordenadas de las curvas | X | X | X |
| | Máximos y mínimos de las curvas | X | X | X |
| | Problemas de máximos y mínimos | X | X | X |
| | Puntos singulares: múltiplos y de inflexión de las curvas | X | X | X |
| | Curvatura de las curvas | X | X | X |
| Integral | Cuadratura de las curvas | X | X | X |
| | Rectificación de las curvas | X | X | X |
| | Solidez de cuerpos | X | X | X |
| | Superficies curvas de los sólidos | X | X | X |
| | Ecuaciones diferenciales | X | | |

Tabla 2. Aplicaciones al cálculo diferencial e integral incluidas por cada autor. **Fuente:** elaboración propia de los autores.

4. Conclusiones

Desde finales del siglo XVIII, las distintas escuelas, academias y universidades españolas se hicieron eco de la necesidad de establecer libros de texto que tanto alumnos como profesores pudieran seguir

en sus clases. Por lo general, fueron los propios profesores los que se marcaron el objetivo de redactarlos y publicarlos de manera que su contenido se ajustara mejor a los fines de la institución en el que se iba a utilizar y a las competencias que debían adquirir los estudiantes. Pero para poder alcanzar el nivel en el que se encontraban las instituciones europeas, en cuanto a los avances científicos, estos autores se propusieron viajar para formarse en centros extranjeros o invertir tiempo y dinero para comprar y estudiar con los libros de texto que se estaban usando en Europa para la instrucción de las matemáticas.

Es por ello por lo que en lo que respecta a la rama del Cálculo Diferencial e Integral, los libros de texto publicados a finales del siglo XVIII que han sido analizados en este trabajo tienen influencias de la escuela inglesa y hablan de los términos como fluxiones o fluentes, aunque a la hora de trabajar eligen la notación de Leibnitz para notar diferenciales e integrales. Los resultados evidencian que los contenidos incluidos en todos los libros son similares, si bien es cierto, en cuanto a la secuenciación de contenidos, a la redacción y a la elección de ejemplos, que García usó los *Elementos de matemáticas* de Bails [35] como referencia para la redacción de su obra.

Llama la atención, así mismo, la presentación intuitiva, el uso y las aclaraciones a través de diversos ejemplos que los autores hacen del término *límite*, a pesar de que el concepto aún no había sido formalizado matemáticamente.

Reconocimientos

Esta comunicación se ha realizado dentro del proyecto de investigación del Plan I+D+i del Ministerio de Economía y Competitividad (Fondos FEDER) EDU2016-78764-P.

Referencias

- [1] A. Karp, A. y F. Furinghetti, *“History of mathematics teaching and learning: Achievements, problems, prospects”*. Switzerland: Springer, 2016.
- [2] D.A. Lines. *“Natural philosophy and mathematics in sixteenth-century Bologna”*. Science & Education, vol. 15, no. 2-4, pp.131-150, marzo 2006.
- [3] I. Kastanis y N. Kastanis, *“The transmission of mathematics into Greek education, 1800–1840: From individual initiatives to institutionalization”*. Paedagogica Historica, vol. 42, n. 4-5, pp. 515-534, enero 2006.
- [4] M. Amadeo y G. Schubring, *“The École Polytechnique of Paris: myths, sources and facts”*. Bolema: Boletim de Educação Matemática, vol. 29, no. 52, pp. 435-451, agosto 2015.
- [5] F. Furinghetti y L. Giacardi, *“Secondary school mathematics teachers and their training in pre- and post-unity Italy (1810–1920)”*. ZDM, vol. 44, no. 4, pp. 537-550, agosto 2012.

- [6] E. Ausejo, *“Quarrels of a Marriage of Convenience: on the History of Mathematics Education for Engineers in Spain”*. International Journal for the History of Mathematics Education, vol. 2, no 1, enero 2007.
- [7] F. Veá y M.A. Velamazán, *“La formación matemática en la ingeniería”*. Técnica e ingeniería en España, Volumen VI. El ochocientos. De los lenguajes al patrimonio. Zaragoza: Real Academia de Ingeniería, 2011, pp. 299-344.
- [8] V. Meavilla y A. Oller, A, *“Los textos matemáticos de Antonio Terry y Rivas”*. Números, no. 90, pp. 89-103, noviembre 2015.
- [9] F.X. Barca, *“The attitude on squares and academics in Barcelona during the 19th century”*. Arbor, vol. 182, no. 718, pp. 219-236, marzo 2006.
- [10] V. Navarro-Brotóns, *“The Teaching of the Mathematical Disciplines in Sixteenth-Century Spain”*. Science & Education, vol. 15, no. 2, pp. 209-233, marzo 2006. Doi: 10.1007/s11191-005-8860-6.
- [11] B. Gómez, O. Figueras y M. Contreras. *“Modelos de enseñanza de los algoritmos de la división de fracciones”*. Avances de Investigación en Educación Matemática, vol. 9, pp. 43-64, enero 2016.
- [12] L. Puig y A. Fernández, *“La Arithmetica Algebraica de Marco Aurel, primer álgebra impresa escrita en español. Preliminares para su estudio”*. Investigación en Didáctica de las Matemática. Homenaje a Encarnación Castro. Granada: Editorial Comares, 2013, pp. 143-150.
- [13] M.T. González y M. Sierra, *“Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas: los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX”*. Enseñanza de las Ciencias, vol. 22, no. 3, pp. 389-408, 2004.
- [14] B. Gómez, B. *“El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas”*. PNA, vol. 5, no. 2, pp. 49-65, 2011.
- [15] R. d'Enfert, R. *“The history of mathematics education and textbooks in France in the 19th and 20th centuries”*. History of Education and Children's Literature, vol. 9, no. 1, pp. 17-26, 2014.
- [16] W.O. Beyer. *“Algunos libros de Aritmética usados en Venezuela en el período 1826-1912”*. Revista de Pedagogía, vol. XXVII, no. 78, pp. 71-110, 2006.
- [17] A. Maz y L. Rico. *“Negative numbers in the 18th and 19th centuries: phenomenology and representations”*. Electronic Journal of Research in Educational Psychology, vol. 17, no. 1, pp. 537-554, 2009.

- [18] M. Sierra, M.T. González y C. López. *“El concepto de continuidad en los manuales españoles de enseñanza secundaria de la segunda mitad del siglo XX”*. Educación Matemática, vol. 15, no. 1, pp. 21-50, 2003.
- [19] B. Gómez Alfonso, *“El uso de la historia en la educación matemática: El caso de los gemelos póstumos”*. Matemáticas educación y Sociedad, vol. 1, no. 1, pp. 11-21, 2018.
- [20] M. Sierra, M.T. González y C. López, *“Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de Bachillerato y Curso de orientación Universitaria (COU)”*. Enseñanza de las Ciencias, vol. 17, no. 3, pp. 463-476, 1999.
- [21] A. Maz-Machado y L. Rico, *“Principios didácticos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX”*. RELIME, Revista latinoamericana de Investigación Educativa, vol. 18, no. 1, pp. 49-76, 2015.
- [22] E. Ausejo y F.J. Medrano, *“La fundamentación del calculus en España: El cálculo infinitesimal en Gabriel Ciscar (1760-1829)”*. Lull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas, vol. 35, no. 76, pp. 305-316, 2012.
- [23] E. Ausejo y F.J. Medrano Sánchez, *“Jorge Juan y la consolidación del cálculo infinitesimal en España (1750-1814)”*. Jorge Juan Santacilia en la España de la Ilustración. Alacant: Publicacions de la Universitat d’Alacant, 2015, pp. 155-178.
- [24] M. Blanco, *“El método de las fluxiones en la academia de matemáticas del cuartel de guardias de corps: una revisión sobre el curso militar de mathematics de Pedro Padilla (1753-1756)”*. XI Congreso de la SEHCYT. Azkoitia, Gipuzkoa: Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas, 2011, pp. 385-395.
- [25] M. Blanco, *“The Mathematical Courses of Pedro Padilla and Étienne Bézout: Teaching Calculus in Eighteenth-Century Spain and France”*. Science & Education, vol. 22, no. 4, pp. 769-788, 2013.
- [26] S. Garma, *“Cultura matemática en la España de los siglos XVIII y XIX”*. Ciencia y sociedad en España. Madrid: Ediciones El Arquero, 1988, pp. 93-127.
- [27] M. Hormigón, *“Las Matemáticas en el siglo XVIII”* (Vol. 24). Madrid: Akal, S.A, 1994.
- [28] J. Navarro, *“La incorporación del cálculo diferencial e integral al Colegio de Artillería de Segovia”*. Lull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas, vol. 36, no. 78, pp. 333-358, 2013.
- [29] A. Maz, *“Investigación histórica de conceptos en los libros de matemáticas”*. Investigación en Educación Matemática XIII. Santander: SEIEM.2009, pp. 5-20.

- [30] L. Rico y A. Fernández-Cano, *“Análisis didáctico y metodología de investigación”*. Análisis didáctico en educación matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular, Granada: Comares, 2013, pp. 1-22.
- [31] C. León-Mantero, A. Maz-Machado, M.J. Madrid y N. Jiménez-Fanjul, *“Estrategias didácticas en libros de matemáticas españoles del siglo XIX: los tratados elementales de Juan Cortázar”*. Unión: revista iberoamericana de educación matemática, no. 52, pp. 34-45, 2018.
- [32] M.J. Madrid, A. Maz-Machado, C. León-Mantero y C. López-Esteban, *“Aplicaciones de las Matemáticas a la Vida Diaria en los Libros de Aritmética Españoles del Siglo XVI”*. Boletim de Educação Matemática, vol. 31, no. 59, pp. 1082-1100, 2017.
- [33] A. Maz, *“Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX”*. Tesis doctoral, Granada: Universidad de Granada, 2005.
- [34] V. Arenzana, *“La enseñanza de las matemáticas en España en el siglo XVIII. La escuela de matemáticas de la Real Sociedad Económica Aragonesa de Amigos del País”*. Tesis doctoral, Universidad de Zaragoza: Zaragoza, 1987.
- [35] B. Bails, *“Elementos de Matemáticas (Tomo III)”*. Madrid: D. Joaquin Ibarra, 1779.
- [36] É. Bézout, *“Cours de mathématiques a l’usage des Gardes du Pavillon et la Marine (Tomo IV)”*. París: Chez Richard, Caille & Ravier, 1767.
- [37] C. Dorce, *“Historia de las Matemáticas en España”*. Sant Cugat: Editorial Arpegio, 2017.
- [38] J.J. García, *“Elementos de Aritmética, Álgebra y Geometría”*. Madrid: D. Joachin Ibarra, 1782.
- [39] G. Die, *“Francisco Verdejo, un matemático olvidado”*. Madrid: Ed. Bubok, 2010.
- [40] F. Verdejo, *“Compendio de Matemáticas puras y mixtas para instrucción de la juventud (Tomo II)”*. Madrid: Imprenta de la Viuda de Ibarra, 1802.



LUGAR DE GEOMETRÍA EN EL CURRÍCULO DE LA ESCUELA NORMAL MACEIOENSE

GEOMETRY PLACE IN THE CURRICULUM OF MACEIÓ NORMAL SCHOOL

Edlene Cavalcanti-Santos Mercedes B. Q. de C. P.-dos Santos***

Resumen: este artículo presenta un recorte de la tesis doctoral de Santos (2019) que investigó las matemáticas para la formación de docentes de la escuela normal, en particular: *la geometría como conocimiento profesional, (1860-1930)*. Aquí se presentan las influencias de las reformas, sus repercusiones en el Currículo de la Escuela Normal, los programas de Matemáticas en la formación de los normalistas y el lugar de la Geometría en este Currículo a partir de la legislación y las políticas educativas. El estudio reveló otro aspecto pedagógico de la enseñanza de la geometría; es decir, para que el alumno sea capaz de formar conocimiento geométrico más cercano al teórico, es necesario que trabajemos en el modelado del espacio físico hasta que alcancemos un nivel más teórico. En este proceso, uno de los conocimientos que se consideró necesario y prescrito para la formación de los normalistas calificados por la Escuela Normal de Maceió, futuros maestros públicos de primaria, fue, por lo tanto, la preparación teórica, metodológica y práctica para la enseñanza inicial de Geometría, que oscilaba entre los conocimientos para enseñar y el conocimiento para enseñar. Los estudios realizados consultaron las colecciones disponibles en los Archivos Públicos del Estado y la Biblioteca Pública de Alagoas, así como los documentos oficiales, revistas, libros de texto y programas de enseñanza que se encuentran en el Repositorio Institucional de la Universidad Federal de Santa Catarina. (<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769>).

Palabras clave: Escuela Normal, Geometria, currículo, Maceió.

Abstract: This article presents a cut of the doctoral thesis of Santos (2019) that investigated mathematics for the training of teachers of the normal school, particularly: *geometry as professional knowledge, (1860-1930)*. Here we present the influences of the reforms, their repercussions in the Normal School Curriculum, the Mathematics programs in the formation of the normalists and the place of Geometry in this Curriculum based on legislation and educational policies. The study revealed another pedagogical aspect of the teaching of geometry, that is, for the student to be able to form geometric knowledge closer to the theoretical one, it is necessary that we work on the modeling of physical space until we reach a more theoretical level. In this process, one of the knowledge that was considered necessary and prescribed for the training of

* Doutora em Educação. Professora Adjunta da Universidade Federal de Alagoas. E-mail. edlenecavalcanti@hotmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2218-7753>

** Doutora em Educação matemática pela PUC-SP. Professora Associada da Universidade federal de Alagoas. E-mail: mbettacs@uol.com.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-001-8895-333X>

the normalists qualified by the Normal School of Maceió, future public elementary teachers, was therefore the theoretical, methodological and practical preparation for teaching Initial Geometry, which oscillated between knowledge to teach and the knowledge to be taught. The studies carried out consulted the collections available in the State Public Archives and the Alagoas Public Library, as well as the official documents, magazines, textbooks and teaching programs found in the Institutional Repository of the Federal University of Santa Catarina. (<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769>).

Key Words: Normal School, Geometry, curriculum, Maceió.

1. Introdução

Esse artigo tem como objetivo descrever alguns aspectos sobre a Escola Normal maceioense, com destaque para a Geometria presente, tendo como área de pesquisa a História da Educação Matemática. A busca por esses trabalhos está inserida nas atividades iniciais da elaboração do projeto de tese para o doutorado, que tem como tema de partida a formação de professores para o ensino primário com o objetivo de discutir a Geometria presente, a partir da Escola Normal de Maceió. Ao estar imerso nas discussões, surgiu à proposta de investigação que buscou entender uma Geometria, posta no contexto da formação de professores da Escola Normal de Maceió, que atuavam no ensino primário.

Nessa intenção, se apresenta a partir de 1860, década da criação da referida Escola, uma construção historiográfica acerca da Geometria presente na Escola Normal de Maceió, por meio da exploração e reorganização de informações presentes em múltiplas fontes históricas e bibliográficas, com a finalidade de explorar a trajetória e as transformações da profissionalização docente, com foco nas discussões dos saberes elementares da matemática. Assim, busca-se inventariar alguns dos estudos sobre a Escola Normal, a partir dos trabalhos apresentados nos eventos que discutem a História da educação matemática no Brasil, que tem à frente o Grupo de História da Educação Matemática – **GHEMAT**. Entre as ações do grupo, que contam com pesquisadores em todo o Brasil, está a realização de encontros/eventos que promovem a divulgação das pesquisas na área.

2. A Escola Normal maceioense e a formação de professores primários

A institucionalização de Escolas Normais no Brasil se dá em muitas Províncias, pela criação inicial de um Curso Normal. São cursos instalados como anexos dos Liceus Provinciais. Eles são constituídos simplesmente por uma cadeira de Pedagogia adicionada ao currículo de formação geral.

Nessa perspectiva, o processo de formação de professores em Alagoas manteve algumas similaridades com o da maioria das províncias do Brasil, resguardando as suas devidas especificidades políticas, sociais, econômicas e culturais da época. Segundo Vilela [1] (p. 42), o presidente da província alagoana, Rodrigo de Souza da Silva Pontes, em 1837 *insiste na ideia de enviar um professor à Corte para praticar o método Lancaster ou mútuo e, mais tarde, criar-se uma escola*

normal. No entanto, esse método em Alagoas não se propagou, pois com a ideia da criação da Escola Normal haveria uma preparação mais específica para o magistério [1, p.43].

Dessa forma, em relatório de 1840, o presidente da Província das Alagoas, João Lins Cansanção de Sinimbu, reconhecendo a inidoneidade dos professores para o exercício do magistério, julga ser necessária a criação de uma Escola Normal destinada à formação docente. Entretanto, as questões pontuadas pelos então presidentes desta Província, entre os anos de 1842 a 1860, revelam que pouco ou quase nada foi realizado pelos gestores provinciais para modificar e/ ou melhorar o setor educacional em Alagoas, em específico, à formação dos professores [2, pp. 24-25].

Assim, em 1864 a legislação da Província oficializa a criação da Escola Normal de Maceió, pela Resolução 424, de 18 de junho, sancionada pelo então vice-presidente Roberto Calheiros de Mello. Mello ressaltava que a instrução e a educação deveriam caminhar juntas. Essa Resolução era composta de 24 artigos, tratando do nº 1 a 18 e do 20 a 24, da diretoria da Instrução Pública, do ensino primário, etc. O artigo 19, que pela sua importância histórica, ora transcrevemos, é todo dedicado à Escola Normal:

Art. 19 – O Governo estabelecerá na capital uma escola normal de instrução primária em que se ensinarão, em curso de dois anos, o desenho linear e todas as matérias exigidas na presente lei para o ensino primário, além dos diversos métodos e processos de ensino, sua aplicação e vantagens comparativas.

§ 1º: A aritmética, geometria prática, gramática nacional e análise dos clássicos da língua portuguesa e as noções gerais de geografia e de história do Brasil serão ensinadas pelos respectivos lentes do Liceu, pelo que não poderão ter aumento de ordenado nem de gratificação. Todas as demais matérias serão ensinadas pelo professor da Escola Normal.

Nesse contexto, estava criada a Escola Normal em Alagoas, conforme Ata de criação, mas a sua instalação só aconteceu cinco anos depois da Lei de implantação. Cabe dizer que, inicialmente, a referida instituição funcionava em anexo ao Liceu Alagoano⁴² e de acordo com o regulamento, para ser admitido como aluno da Escola Normal o candidato deveria: *Ter, pelo menos, 16 anos de idade; provar, em exame, estar instruído em leitura, noções gerais de gramática nacional, escrita, e nas quatro operações aritmética sobre números inteiros*, [1, p.103].

3. O currículo de matemática na escola normal maceioense

O Curso Normal teria duração de dois anos e tendo como parte obrigatória o exercício prático sendo que, posteriormente, deveria apresentar *atestado de frequência, de aproveitamento da escola pratica e de boa conduta, passado pelo professor da dita escola* [1, p.104]. Ao concluir de maneira satisfatória os dois anos de Curso Normal, o aluno receberia o título de aluno-mestre.

⁴² Instituição inicialmente instalada em prédio antigo na Praça Matriz, hoje conhecida como Praça D. Pedro II.

Segundo o regulamento da Escola Normal de 26 de junho de 1869, o currículo do ensino da Matemática é abordado no segundo ano do curso na primeira cadeira com o estudo da aritmética, geometria e sistema métrico decimal. Por se tratar de um curso dividido em dois anos nos quais são duas cadeiras anuais, acreditamos que a carga horária destinada ao desenvolvimento dos saberes matemáticos seja de, no máximo, seis meses. No referido regulamento encontramos:

Art. 4º - O Curso Normal será completo em dois anos, sendo as matérias de ensino distribuídas na razão de duas cadeiras para cada ano, na forma seguinte:

1º ano: 1ª cadeira – Gramática nacional e análise dos clássicos

2ª cadeira – Desenho linear, caligrafia, método de ensino e suas vantagens comparativas, e catecismo.

2º ano: 1ª cadeira – Aritmética, geometria e sistema métrico decimal.

2ª cadeira – Noções gerais de geografia e história do Brasil, com especialidade a desta província. [1] (Regulamento da Escola Normal de 26 de junho de 1869, pp. 103-104)

Vilela argumenta que não tardou para se perceber a precariedade do currículo destinado a formação docente, tanto no número de disciplinas como no aprofundamento das áreas do conhecimento, visto que o objetivo era profissionalizar o aluno normalista. Em 1875, o diretor da Instrução Pública bel. Antônio Martins de Miranda em relatório ao presidente João Vieira de Araújo, declara:

Embora as matérias sejam as mesmas (do Liceu), o ensino daquelas (escola normal) tem de ser, por assim dizer, mais prático e aprofundado em suas especialidades, enquanto que destas (Liceu), mais teórico e geral, como preparatório para admissão nos cursos superiores do Império. [1, p.112].

Posteriormente, algumas reformas surgiram com a finalidade de reformular o ensino. Mas, é em 1888, que o presidente Dr. Antônio Caio da Silva promulga um novo regulamento para a Escola Normal, determinando que o referido curso passaria a ter duração de três anos sendo dois destinados aos estudos pedagógicos, e para a Matemática agora contemplaria apenas o estudo da aritmética e o sistema métrico decimal.

Os normalistas de cada ano do curso serão divididos em três turmas, cabendo a cada uma delas, a prática de ensino em dois dias por semana.

Os normalistas do 1º ano serão exercitados no ensino primário do 1º grau; os do 2º ano, no 2º grau e os do 3º ano no 3º grau. [1, p.133].

Subsequente, em 1906 pelo decreto 401⁴³, o Curso Normal se estende mais uma vez. Agora, ele passa a ser realizado em quatro anos tornando-se fundamentalmente prático. Dessa forma, o curso agora

⁴³ O Decreto nº401 foi promulgado em 26 de novembro de 1906 pelo governador do Estado o qual propõe novo regulamento para a instrução publica. Sua elaboração ficou a cargo do ex-diretor geral da instrução publica o Bacharel Manoel Balthazar Pereira Diegues Julior.

realizado em um período de quatro anos, apresenta diversas matérias distribuídas em nove cadeiras das quais duas correspondem ao ensino de Matemática: o estudo da aritmética (3ª cadeira) sendo realizado nos dois primeiros anos de curso e geometria prática (6ª cadeira) apenas no primeiro ano. Para além das disciplinas descritas nas nove cadeiras, o programa contempla as cadeiras de música, ginástica e trabalhos manuais, [3] (Arts. 112-113).

Ao longo da trajetória da Escola Normal em Alagoas, o exercício da prática de ensino sempre ocupou lugar de destaque na formação do professor primário, sendo assim, continuamente, buscava-se criar em anexo ao Curso Normal escolas modelos para que os normalistas pudessem exercer a prática pedagógica, pois, *a necessidade de se exercitarem os candidatos ao magistério na prática de ensino, levaram os idealizadores das escolas normais a sempre anexarem a estas uma ou mais escolas primárias*, [1, p.134].

É a partir do Decreto de nº 401 que a Escola Normal passa a se organizar e estruturar de maneira mais autônoma, passando a seguir regulamentação própria no que diz respeito ao corpo docente, currículo, concurso, fornecimento de cadeiras, entre outras determinações e normas. Ainda que o decreto tenha propiciado mudanças necessárias à estrutura do Curso Normal ele continuava funcionando em um anexo ao Liceu Alagoano, ou seja, não tinha prédio próprio.

[...] O Curso Normal aparece, pela primeira vez, individualizado: o Estado ministrará o ensino secundário, primário e *normal*. Do artigo 110 ao 171 dá-se nova estrutura ao ensino normal [...] Era o primeiro passo para a autonomia curricular e organização de uma verdadeira escola normal. [1, p. 166 - GRIFO DO AUTOR].

Com o Decreto de nº 601⁴⁴ o Curso Normal passa a condição de Escola Normal⁴⁵ do Estado de Alagoas com estatuto e prédio próprios.

E a partir do nome próprio, o citado regulamento, através de 11 capítulos e 115 artigos, condiciona todo um suporte administrativo-curricular para que a Escola exerça, plenamente, a sua maioridade, conseguida só agora, aos 43 anos de existência. [1, p.191]

Todavia, sua autonomia ainda levaria mais algum tempo até se concretizar, já que somente em 1913, quarenta e quatro anos após a sua fundação é que a Escola Normal se separa do Liceu Alagoano, mas ainda sem instalações próprias. Em 7 de outubro de 1937 é que é inaugurado o prédio da Escola Normal de Alagoas, [1].

Segundo Craveiro Costa [4, p.39] o Decreto nº 601 foi a melhor legislação do ponto de vista pedagógico por ampliar o curso para quatro anos visando um melhor preparo intelectual, moral e técnico dos candidatos ao magistério.

⁴⁴ O Decreto nº 601 foi promulgado em 11 de novembro de 1912 aprovando o novo regulamento da Instrução Pública Primária, Secundária e Normal.

⁴⁵ A primeira casa própria da Escola Normal se encontrava localizada à Rua João Pessoa.

Mediante a promulgação desse decreto a matriz curricular da Matemática sofre algumas alterações. A cadeira geometria prática é substituída pela geometria plana e álgebra. As matérias do curso foram distribuídas em dois grupos:

1º grupo – Português; Francês; Algebra e Geometria; Geografia Geral e do Brasil, especialmente do Estado de Alagoas, e elementos de Cosmografia; Historia da civilização e do Brasil, principalmente de Alagoas; Noções de Historia Natural, Higiene em geral e especialmente escolar; Elementos de Fisica e Quimica e Geologia; Pedagogia e Metodologia; Educação Moral e Civica.

2º grupo – Musica; Caligrafia e Desenho; Trabalhos manuais e economia domestica para o sexo feminino; Trabalhos manuais para o sexo masculino: Ginástica para ambos os sexos. [4, p. 39-40].

Craveiro Costa salienta o importante papel desenvolvido pelo Diretor da Instrução Pública, o Dr. Alfredo Rego, para superação dos desafios impostos a formação dos professores primários em Alagoas. Segundo ele, [...] *a Escola Normal uma instituição destinada a preparar profissionais do ensino, a tecnica especial dessa profissão devia merecer toda a atenção do corpo docente*, [5, p.54].

É importante salientar que durante esse período as Revistas de Ensino tinham grande representatividade na formação dos professores, muitas vezes funcionando como verdadeiros manuais de ensino.

3. O lugar da Geometria na formação de professores da Escola Normal maceioense

Nessa direção, a organização das disciplinas e dos programas de matemática para a Escola Normal possuía mão dupla, havia as disciplinas que instruíam os normalistas numa Matemática para sua formação geral, idêntica à do Liceu alagoano, e que não parece pautada nas necessidades do professor primário para ensinar os conceitos geométricos aos seus alunos. Especificamente para o ofício que os normalistas são preparados, há a aritmética e a Geometria para ensinar nas escolas primárias, trabalhadas nas aulas de Metodologia e Prática de Ensino, onde as lições dessas matérias na Escola Normal são propostas de acordo com os programas da escola primária, de acordo com as orientações advindas do Decreto n. 401 – de 23 de novembro de 1906 e o Plano de Ensino para a Escola Normal.

Embora houvesse ações no sentido de orientar os professores para a sua prática, como a publicação da Revista *Pedagogium Alagoano* (1892), que trazia orientação para os professores, estes precisavam mais do que algumas orientações sobre como ensinar os conteúdos que seriam *cobrados* nesses exames, em especial, a Geometria. A Revista do Ensino *Pedagogium Alagoano* (1891-1892), amparada pelo Orgam do *Pedagogium alagoano*, de publicação quinzenal, foi instalada sob o Decreto n. 89, de 12 de março de 1891, e publicada em 15 de março de 1891. Uma das orientações propunha, que a Revista deveria ser dirigida por uma comissão de redatores, nomeada pelo diretor da Instrução Pública, d'entre os professores públicos e particulares de reconhecida habilitação, e publicada no dia

15 de cada mês. Assim, o Pedagogium, como era conhecida, era elaborada pelos intelectuais alagoanos, Francisco Domingues da Silva, Ignacio Joaquim da Cunha Costa e Joaquim Ignacio Loureiro, que versavam orientações para a sala de aula sobre o curso primário e sua aplicação. Formatado em volume único, contém o periódico, doze Revistas de Ensino, no período de maio de 1891 à abril de 1892, e trazia as instruções necessárias à época sobre a organização do ensino primário e sua administração, [6, pp. 2-6]. O projeto de proporcionar ao magistério alagoano temas relacionados a educação sempre foram muito discutidos por intelectuais alagoanos, [4, p.122].

Quanto ao ensino da Geometria para o curso primário, a Revista publica o Decreto de n.24 de 21 de junho de 1890 na parte que tornou obrigatório para o ensino primário, a seguinte instrução, em seu Art. 1º - O estudo de Geometria. Além disso, há tendências em que os professores vão dos estudos das linhas às superfícies dos sólidos e em seguida às figuras planas. Ainda sobre o curso primário e sua aplicação, em seu Art. 04, a Revista enfatiza sobre o Método intuitivo, lições de cousa e suas aplicações, ciencias physicas e naturaes. Quanto à metodologia de ensino, sugerida aos docentes, estava baseada na apresentação do conteúdo e, em seguida, na aplicação de exercícios como forma de avaliação, [6, p.9]. *O periódico era destinado a oferecer ao público e aos professores os meios de instrução profissional de que possam carecer, a exposição dos melhores Methodos e do material de ensino mais aperfeiçoado constituindo-se, centro impulsor dos melhoramentos de que carece a educação nacional* (Art. 10, p. 2. Pedagogium, n. 1).

Sobre os Programas, destacamos a Revista de Ensino 1928, [7, n.8, p.41], traz o artigo *Programmas da Escola Normal*. Observou-se que, há uma especificidade com relação ao Programma designado ao Curso Normal; nele, se propõe que os conteúdos matemáticos previstos para o curso do 1º ao 4º ano são listados sem indicações metodológicas para o trabalho; para o primeiro e segundo ano não fazem referência ao estudo da matéria Geometria, apenas no 3º ano traz os conteúdos a serem estudados, apresentados a seguir, [7, p.49].

Geometria Plana

1 – Preliminares indispensáveis ao estudo da Geometria: corpo; extensão; volume; superfície, linha e ponto. Objecto da Geometria, sua divisão.

Geometria da Linha

- 2 – A linha e suas espécies: Linha em Geral. Diversas espécies de linha.
- 3 – Da linha recta em relação a direcção.
- 4 – Posições relativas das linhas: linha recta. Circunferência.
- 5 – Ângulos e suas espécies.
- 6 – Variação angular.

Geometria da Superfície

- 7- A superfície e suas espécies. Superfície em Geral. Diversas espécies de superfícies.
- 8 – Polygonos: Polygonos em Geral. Triângulos. Quadriláteros. Número de diagonais de

um polígono. Decomposição de um polígono em triângulos. Soma dos ângulos interiores do polígono. Valor de um ângulo interior. Soma dos ângulos exteriores. Valor dos ângulos centrais.

9 – Círculo e suas partes: Círculos. Partes do círculo.

Em seguida o Programa apresenta ainda **Estudo Complementar**, com a seguinte distribuição de conteúdos, (Revista de Ensino, 1928, p. 49-50).

10 – Medida das linhas: Da linha recta. Da linha quebrada. Da linha curva. Da circunferência. Divisão da circunferência.

11 – Medida dos ângulos.

12 – Medida dos polígonos: Do triângulo. Do quadrilátero. Do polígono regular. Casos particulares. Do polígono irregular.

13 – Medida do círculo e suas partes: Do círculo. Partes do círculo.

Geometria no Espaço

14 – Preliminares: Combinação de Planos. Ângulos diedros e ângulos poliedros.

Geometria do volume

15 – O volume e sua classificação.

16 – Poliedros: Poliedros em geral. Poliedros regulares. Prismas. Pirâmides.

17 – Corpos redondos: Corpos redondos em geral. Cilindro. Cone. Esfera. Partes da esfera. Partes da superfície da esfera.

Estudo Complementar

18 – Medida dos poliedros.

19 – Quadratura: Poliedros regulares. Prismas. Pirâmides. Cilindro. Cone. Esfera. Partes da superfície da esfera.

20 – Cubatura: Poliedros regulares. Prismas. Pirâmides. Cilindro. Cone. Esfera. Partes da esfera.

Nesse contexto, o ensino de Geometria proposto no Programa é bastante extenso como se observa. Trabalha-se com as classificações, nomenclaturas e relações das figuras geométricas, partindo das superfícies planas, formas sólidas geométricas, para uma geometria no espaço e do volume. Para Valente, [8, p.6], observando a forma como os conteúdos programáticos estão detalhados na programação do curso, é possível verificar que a lógica de organização pode estar assentada em matrizes teóricas distintas, ou seja, naquela da Matemática a ensinar (matriz da Ciência de Referência) como na Matemática para formar professores (matriz das Ciências da Educação). Na primeira, a condução do ensino assume um caráter dedutivo; na segunda, indutivo. Para o autor,

O programa contém uma programação; isto é, uma graduação, de acordo com uma visão e finalidade da escola, com uma metodologia, com uma postura do professor em relação ao aluno; uma programação que atende às aulas, ao número delas, a um dado ano ou semestre letivo etc. Esse saber, configurado

numa programação de ensino tenderá a estar presente, de modo mais sistematizado, nos livros didáticos, nos manuais pedagógicos. Assim, uma programação expressa uma graduação, um movimento de progressão que deve ser dado ao ensino e no modo de como deverá caminhar essa graduação – o seu método, [8, p.6].

Dessa forma, para o ensino da Geometria do Programa da Escola Normal são indicados os livros: Lições de Geometria Prática de Laudelineo Freire. Curso de Geometria de Timoteo Pereira. Segundo a Revista, [7, p.50], o professor desta matéria era Dr. Francisco José dos Santos Ferraz. Com relação à metodologia adotada nas aulas de Geometria pelo Professor Francisco Ferraz, não se encontrou até o momento orientação alguma sobre como as alunas estudavam as demonstrações e construções geométricas, assim como elas desenvolveriam essa prática pedagógica em suas futuras salas de aula.

4. Conclusão

Sem a pretensão de encerrar as análises realizadas sobre a Geometria ofertada na Escola Normal Maceioense, primeira instituição pública de ensino na formação de professores de Alagoa, reuniu-se esforços sobre os documentos legislativos educacionais disponíveis para orientação do ensino de Geometria na Escola Normal maceioense. Por meio da leitura e análise desses documentos se procurou verificar como as mudanças nas normativas para o ensino da Geometria foi apresentada aos professores nas diretrizes transmitidas. De modo geral, o estudo revelou uma compreensão dos aspectos históricos da Educação Matemática em Alagoas, de modo que, pode-se compreender o currículo da Matemática referente ao processo de institucionalização da Geometria, a fim de caracterizar esses saberes propostos na formação de normalistas maceioenses.

Nesse contexto, foi possível verificar que os Programas de ensino especialmente o de 1928, e as orientações publicadas nas Revistas de ensino (1891-1892-1927-1928) recomendavam o uso de objetos, como palitos e tornos, para o ensino dos conteúdos matemáticos, principalmente no que diz respeito à contagem, operações e sistema de medidas. As operações ou exercícios práticos são comumente citados e dão ambiguidade de sentido, podendo se referir a exercícios objetivos ou então aqueles realizados na prática, com auxílio de materiais. Observa-se ainda a presença de problemas, que podem ser considerados como o ponto que liga os conteúdos matemáticos com a realidade.

Dessa forma, interessa saber que, os Programas das matérias que eram ministradas na Escola Normal de Niterói e seguida por outras em todo país, em muito se assemelhavam aos conteúdos exigidos pelos concursos públicos, que por sua vez se assemelhavam aos conteúdos da escola primária, observada em nossas análises referentes à Escola Normal maceioense. Por outro lado, a variedade de disciplinas e saberes propostos em seu currículo foi alvo de discussões quanto a sua relevância e necessidade para a formação dos mestres.

O estudo revelou que, de um lado, estão a matriz curricular, as disciplinas, a organização do ensino para a formação do professor, expressos nas diferentes leis e decretos que parametrizam o ensino

alagoano no período. Neles, estão presentes os ensinamentos de aritmética, álgebra e Geometria constituindo conteúdos de referência, que parecem permanecer imutáveis na formação do magistério primário em Alagoas, pelo menos até a década de 1930. De outro lado, estão as metodologias. Seu lugar privilegiado são as escolas de prática, as escolas modelo. O *como ensinar* aparta-se do *o quê ensinar* nos Cursos Normais. Prima-se pela formação geral do professor, com um currículo enciclopédico, que vá capacitá-lo aos ensinamentos através de estágios práticos. Diante do exposto, depreendemos que Alagoas sempre buscou avançar na formação do corpo docente visando assim, alcançar melhorias na qualidade do ensino ofertado.

Agradecimentos:

Obrigada ao Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre a História da Educação Matemática Nacional **GHEMAT** – BRASIL, sob a liderança do Professor Dr. Wagner Rodrigues Valente, Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática do Estado de Alagoas – **GPEM** sob a liderança das Professoras Dra. Mercedes Carvalho, Edlene Cavalcanti (Sub-líder) e a Universidade Federal de Alagoas da qual somos vinculadas, conforme figura 1 dos estudos realizados.



Figura 1. Professoras vinculadas, Universidade Federal de Alagoas. **Fonte:** a autoras

Referências

- [1] H. Vilela, *“A Escola Normal de Maceió (1869 – 1937)”*. Maceió: Edufal, 1982, p. 75; p. 92-96.
- [2] A.M.C. Melo. *“Discurso. Maceió: [s.n.], 1846*, p. 24 – 25. Fala à Assembleia Provincial Alagoas, pelo [...] presidente da província, em 15 de março de 1846.
- [3] DECRETO Nº 401 DE 23 DE NOVEMBRO DE 1906; 424 de 18 de junho 1864. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/122474> Acesso em: 30 de dezembro de 2015.
- [4] C. Costa. *“A instrução pública e instituições culturais de Alagoas. Maceió”*. AL: Imprensa Oficial, 1931.

- [5] REVISTA DE ENSINO, 1927, Anno I, nº 6, nov./dez. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/135356> Acesso em: 30 de dezembro de 2015.
- [6] REVISTA DO ENSINO (PEDAGOGIUM ALAGOANO). Maceió Instituto A e G. Alagoano, 1891-1892, p. 9. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/135359> Acesso em: 30 maio 2018.
- [7] REVISTA DE ENSINO, 1928, Anno II, nº 8, mar./abr. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/135359> Acesso em: 30 de dezembro de 2015.
- [8] W.R. Valente, "A Matemática na Formação do Professor do Ensino Primário". São Paulo, 1875-1930. São Paulo: Annablume; Fapesp, 2017. v.1. p.132.



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



LA DISCIPLINA DIBUJO EN LA ESCUELA NORMAL DE MARANHÃO

THE DISCIPLINE DRAWING IN THE MARANHÃO NORMAL SCHOOL

Marcos Denilson Guimarães, Antonio José da Silva**, David Antônio da Costa****

Resumen: La historia de las disciplinas escolares ha ocupado de manera creciente el escenario de muchas investigaciones en historia de la educación e historia de la educación matemática. La comprensión de los conocimientos presentes en el interior de la escuela en tiempos y espacios distintos han contribuido de modo significativo para el entendimiento de cómo los contenidos son impuestos por la sociedad y por la cultura que se los rodean. En este sentido, esta comunicación pretende discurrir sobre las disciplinas escolares que hicieron parte del currículo de la Escuela Normal de Maranhão (São Luís), específicamente del Dibujo, por constituirse de entre las demás disciplinas del curso aquella que se dedicaba a conceder instrucción general a los profesores en formación. Objetivando la producción de un discurso histórico basado en la Historia Cultural, fueron analizados el Reglamento de la Escuela Normal de 1905 y los Programas aprobados para los cursos normal y complementarios de 1934, localizados en el Archivo digital de la Biblioteca Pública Benedito Leite, con el propósito de comprender los cambios en relación a los contenidos, métodos y recursos que impactaban la formación de los profesores de Maranhão. A partir de esas fuentes fue posible identificar que hubo, dentro de esos espacios temporales distintos, cambios significativos sobre la manera de percibir la importancia y la finalidad de la enseñanza del Dibujo. Los contenidos, los métodos y las finalidades de enseñanza de ese conocimiento fueron modificados con el tiempo y cambiados por la presencia de diferentes movimientos pedagógicos establecidos en el país.

Palabras clave: formación de los profesores, dibujo, Escuela Normal, historia cultural, Maranhão, finalidades.

* Graduado em Licenciatura em Matemática, Universidade Federal de Sergipe, Brasil. Doutor em Ciências, Universidade Federal de São Paulo, Brasil. Pós-doutorado pela Universidade Federal do Maranhão no âmbito do **PROCAD**, Brasil. E-mail: markito_mat@hotmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9967-4624>.

** Graduado em Licenciatura em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão, Brasil. Doutor em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil. Docente Permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Maranhão, Brasil. E-mail: antoniojsilva@ufma.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8054-6817>.

*** Licenciado em Matemática, Faculdade de Filosofia Ciências e Letras MOEMA, Brasil. Doutorado em Educação Matemática, PUC/SP, Brasil. Docente do Departamento de Metodologia de Ensino do Centro de Ciências da Educação da Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil. E-mail: prof.david.costa@gmail.com, david.costa@ufsc.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4493-9207>.

Abstract: the history of school disciplines has increasingly taken the stage of many investigations in the history of education and the history of mathematical education. The understanding of the knowledge present inside the school in different times and spaces has contributed significantly to the understanding of how the contents are imposed by society and by the culture that surrounds them. In this sense, this communication intends to talk about the school disciplines that were part of the curriculum of the Escola Normal do Maranhão (São Luís), specifically of Drawing, because it was constituted among the other disciplines of the course that which was dedicated to granting general instruction to the teachers in training. Objecting the production of a historical discourse based on Cultural History, the Regulations of the Escola Normal of 1905 and the Programs approved for the normal and complementary courses of 1934 were analyzed, located in the Digital Archive of the Public Library Benedito Leite, with the purpose of understanding the changes in relation to the contents, methods and resources that impacted the training of the teachers of Maranhão. From these sources it was possible to identify that there were, within these different time spaces, significant changes in the way of perceiving the importance and purpose of the teaching of Drawing. The contents, methods and purposes of teaching that knowledge were modified over time and changed by the presence of different pedagogical movements established in the country.

Key Words: teacher training, drawing, Normal School, cultural history, Maranhão, purposes.

1. Introdução

A história das disciplinas escolares tem ocupado de maneira crescente o cenário de muitas pesquisas em história da educação e história da educação matemática. Esse campo de estudos tem sido identificado, de modo geral, pela possibilidade de investigação acerca do estudo histórico dos conteúdos de ensino. A compreensão dos saberes presentes no interior da escola em tempos e espaços distintos tem contribuído de maneira significativa para o entendimento de como estes conteúdos chegam à escola e são por ela modificados, [1]. Neste sentido, este texto visa tratar das disciplinas escolares que fizeram parte do currículo da Escola Normal do Maranhão (São Luís), em específico do Desenho, por se constituir dentre as demais matérias do curso aquela que se destinava a dar instrução geral aos professores em formação. Visando a produção de um discurso histórico baseado na história cultural [2], foram analisados o Regulamento da Escola Normal de 1905 e os Programas aprovados para os cursos normal e complementar de 1934, ambos localizados no Arquivo Digital da Biblioteca Pública Benedito Leite. O objetivo é compreender as mudanças em relação aos conteúdos, métodos e recursos que impactavam a formação dos professores maranhenses a partir da análise desses documentos.

Antes de prosseguir cabe mencionar que esta escrita faz parte de um projeto de pós-doutoramento no âmbito do Programa Nacional de Cooperação Acadêmica na Amazônia (PROCAD/Amazônia) a ser desenvolvido junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPECCEM) da Universidade Federal do Maranhão (UFMA). Em linhas gerais, esse projeto visa aprimorar a formação de pessoal e o desenvolvimento das pesquisas nas pós-graduações da Região Amazônica, diminuindo assim as assimetrias entre as outras regiões do país. Um de seus objetivos específicos trata da criação

de novas linhas de pesquisa nas pós-graduações, a saber, Programas de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da **UFMA** e da Universidade Federal do Amazonas (**UFAM**), e do Programa de Pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica (**PPGECT**), da Universidade Federal de Santa Catarina (**UFSC**) e da promoção de melhorias na quantidade e na qualidade das produções científicas e nas dissertações dos grupos envolvidos. O projeto de autoria do primeiro autor está por ora intitulado *História da Educação Matemática e a formação de professores primários de Desenho na Escola Normal de São Luís (1890-1939)*⁴⁶. Tem como objetivo geral produzir uma história da educação matemática a partir da Escola Normal de São Luís (Maranhão), com vistas analisar o processo de formação de professores primários de Desenho, entre os anos de 1890 e 1939. A escolha do Desenho como tema de pesquisa vem dos estudos já desenvolvidos pelo primeiro autor deste trabalho no doutorado, [3].

Nesse sentido, este texto procura respostas para as seguintes questões: Como o ensino de Desenho se fez presente na formação de professores normalistas do estado do Maranhão durante o século XX? Que mudanças foram possíveis identificar em termos de conteúdos, métodos e recursos a partir da análise das fontes tomadas para este estudo?

2. Uma primeira aproximação com as fontes

O decreto que estabelece novo regulamento para as Escolas Normais e Escola Benedito Leite, o curso anexo à essa Escola, os grupos escolares e escolas primárias regidas por normalistas foi assinado em 27 de junho de 1905 pelo então vice-governador do Estado do Maranhão, Alexandre Collares Moreira Junior. A presidência na época estava sob a responsabilidade de Manuel Lopes da Cunha. Esse documento consolidava as disposições de leis e decretos sobre tais estabelecimentos.

Sobre o momento histórico anterior a esse primeiro documento analisado [4], apontam, apoiados em historiadores da educação local, como se deu o nascimento da república maranhense, bem como apresentam as primeiras tentativas frustradas de institucionalização de uma Escola Normal na capital.

Para Saldanha [5], foram iniciativas como essas de habilitar os professores primários que culminaram na criação definitiva da Escola Normal. Apesar de problemas iniciais de funcionamento e também de problemas relacionados à sua fundamentação pedagógica, constituiu-se na iniciativa mais importante no âmbito educacional do período, passando a contribuir de modo significativo para o melhoramento do nível cultural dos professores e das professoras em formação, por meio do aprofundamento das noções de pedagogia, estudos sociais, estudos de ciências e das artes, tais como desenho e música, [5].

⁴⁶ A escolha desse marco cronológico se deve ao fato de que, após algumas tentativas frustradas de implantação de um curso destinado à formação de professores primários na capital (1840 e 1870), em 1890 tem-se a efetiva criação de uma Escola Normal a partir do Decreto n. 21 de 15 de abril de 1890. Já o ano de 1939 fica por conta da data de extinção da Escola Normal que passou a ser chamada de Instituto de Educação do Maranhão, ato colocado em prática pelo Decreto-Lei Estadual nº. 186. Permaneceu em funcionamento até o ano de 1973 quando por meio do Decreto-lei Estadual nº. 5.094 de 10 de agosto de 1973 houve a sua extinção, [6-8].

Ao que tudo indica, tornou-se ainda mais autônoma e legítima quando separou-se do Liceu Maranhense (instituto criado em 1838 e com o propósito de formar a elite econômica local) no ano de 1898, onde passou a ter um diretor próprio, o médico Almir Nina.

A respeito do decreto citado anteriormente, a Escola Normal era vista como "estabelecimento de ensino profissional, de regimen mixto, que se destina ao preparo dos professores que devem ministrar o ensino nas escolas primarias do Estado" [9, p.03] com fins de instrução geral e de instrução técnica. A finalidade do curso de instrução geral era consolidar e ampliar a instrução elementar, verificada pelo exame de admissão, cujos alunos submetidos a ele deveriam provar que podiam *redigir sem erros de orthografía e com precisão e claresa de estylo e que conhece as operações fundamentaes de arithmetica* [9, p.09]. Aprovado nesse exame, caberia ao director matriculá-lo na Escola, independente de outro requerimento. A mesa do exame de admissão era composta por um professor de português, um de aritmética e presidida pelo diretor da Escola, reforçando a não obrigatoriedade do saber *desenhar* para provimento de uma vaga nesta instituição. A instrução técnica visava instruir e adentrar nos métodos e processos de cultura física, mental e moral da mocidade. Sobre a Escola Modelo e seu curso anexo ambos serviam como ambientes de observação e exercício dos futuros professores com caráter complementar ao ensino de algumas disciplinas. O número máximo de alunos matriculados por ano era de 40.

Estendido a ambos os sexos e proposto para ser executado durante quatro anos abrangia o curso de instrução geral no qual, dentre outras, a matemática elementar e o desenho eram disciplinas a serem estudadas. Para o sexo feminino recomendava-se o ensino de desenho aplicado às prendas femininas. Já no curso de instrução técnica estavam história da educação e pedagogia, observação, crítica e prática na Escola Modelo. Todas as matérias do programa estavam distribuídas entre 13 professores, sendo um deles uma adjunta. Havia para facilidade dos estudos dos métodos e processos de ensino um Museu Pedagógico composto de livros, documentos, planos, desenhos, coleções, mobília e material escolar em constante exposição e uma biblioteca que servia de sala de leitura para professores e alunos. Para [10], a existência deste Museu objetivava colocar tanto alunos quanto profesoeres à par das novidades em circulação no Brasil e no mundo. O documento também informa que a escola passaria a publicar em breve uma revista pedagógica destinada à publicação de todos os atos oficiais relativos à instrução pública do Estado, das conferências e lições dos cursos da Escola Normal, Ginásio etc., das memórias de Pedagogia, de juízos críticos sobre os métodos de ensino etc., informações de diferentes naturezas que revelassem a utilidade da educação em âmbito nacional e estrangeiro. De acordo com [10, p.99], isso manteria *os profesores atualizados sobre os fundamentos teóricos e metodológicos em voga naquele momento*. Esta Escola promoveria também exposições de trabalhos de modo a *contribuir para cada vez mais desenvolver o gosto pela instrução do Estado*, [9, p.06].

Na distribuição das matérias por ano consta que no 1º ano seriam ministradas as matérias de aritmética e geometria (carga horaria de 4 horas/semana), Desenho e cartografia (carga horária de 2 horas/semana); no 2º ano as de aritmética e geometria (carga horária de 4 horas/semana) e Desenho

e cartografia (carga horária de 2 horas/semana); 3º ano continua com Álgebra e geometria (carga horária de 4 horas/semana), Desenho e cartografia (carga horária de 2 horas/semana) e no 4º ano Desenho e cartografia (carga horária de 2 horas/semana). Referente aos saberes matemáticos, percebe-se pelo exposto que Desenho e Cartografia é a única disciplina ministrada durante os quatro anos do curso, com uma carga horária fixa de duas horas de aula por semana. De acordo com o documento analisado as lições deveriam durar de 45 a 60 minutos. No caso das meninas, essas também estudavam o desenho de ornato, aplicado às prendas femininas, cadeira essa anexa à de caligrafia, matéria presente em todos os anos. É aconselhado ao professor a não utilização de apostilas nem o emprego qualquer de processos mecânicos de ensino, que se propusessem ao cultivo exclusivo da memória. Ao que tudo indica essa forma de se dirigir aos professores baseava-se numa crítica ao modelo de ensino tradicional que muito apelava para a memorização e para os procedimentos mecânicos de obtenção do conhecimento. Nesta época, estava em voga no país o movimento pedagógico intuitivo que se caracterizava pela substituição do caráter abstrato e pouco utilitário da instrução tradicional. A pretensão de formar alunos mais qualificados para as transformações políticas e econômicas em curso naquela época [11], levava em consideração a observação e o uso dos sentidos como instrumentos determinantes para a aquisição do conhecimento. Consta no documento que os professores nos roteiros de preparação para o ensino anual e na execução dos mesmos devesses *ter em vista o ensino de toda a matéria, preferindo dar aos alumnos noções sobre toda ella a aprofundar apenas parte do assumpto*, [9, p.07].

Os exames eram realizados separadamente por matéria distinguindo-se entre prova escrita, oral e prática. A duração de cada uma delas, respectivamente, era de três horas no máximo, vinte minutos e entre vinte e cento e oitenta no máximo, conforme dinâmica escolhida (individual ou simultânea) e de acordo com a natureza da disciplina. Concernente ao desenho, a prova aplicada era somente gráfica. Era aprovado o candidato que tivesse nota acima de 4 pontos. No geral, o título de professor normalista era concedido aos alunos aprovados em todas as matérias do curso normal, assinado pelo diretor desta escola, o diplomado e o secretário, conforme modelo a seguir, figura 1.

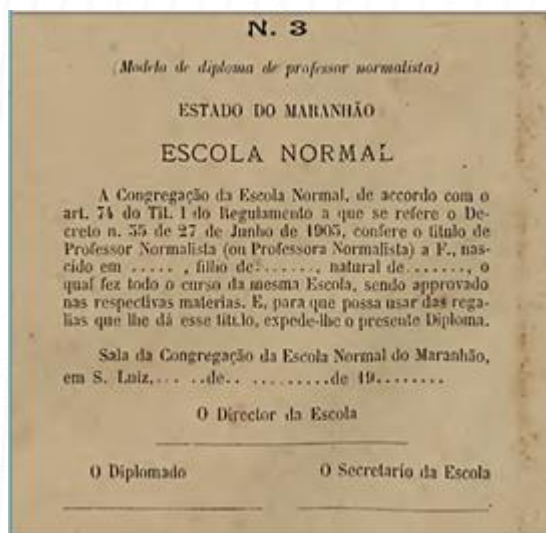


Figura 1. Modelo de diploma de professor normalista. **Fonte:** Regulamento da Escola Normal de 1905.

No anexo 2 do documento é apresentado um quadro intitulado Quadro do pessoal docente da Escola Normal onde consta o quantitativo de 1 professor de Desenho e Cartografia com um total de 8 horas por semana e 1 professor de Caligrafia e Desenho aplicado às prendas femininas perfazendo um total de 5 horas por semana. Já no anexo n. 5 consta a Tabela de vencimentos dos professores na qual os docentes de Desenho e Cartografia teriam um número de 4 aulas com 8 horas semanais e um vencimento mensal de 300\$000 e anual de 3:600\$000; já o professor de Caligrafia e desenho aplicado às prendas teria um quantitativo de 4 aulas por semana com 4 horas por semana e vencimento de 200\$000 mensais e 2:400\$000 anuais.

Devido à ausência das páginas iniciais, a outra fonte examinada pouco ou quase nada informa sobre o contexto mais geral de sua produção. O que foi possível apurar é que se trata de um documento produzido pela Imprensa Oficial para divulgação dos programas aprovados para os cursos normal e complementar do ano de 1934.

3. A presença da disciplina Desenho na formação de professores primários maranhenses: sinais de mudanças nos decorrer dos tempos?

Para analisar como a disciplina Desenho se comportou ao longo dos anos vale-nos atentar para o que disse Chervel [1, p.192]. Segundo esse historiador francês, *a descrição de uma disciplina não deveria então se limitar à apresentação dos conteúdos de ensino, os quais são apenas meios utilizados para alcançar um fim*. De um modo direto e objetivo, recomenda que o historiador detalhe minuciosamente o ensino em cada uma de suas etapas, descreva a evolução da didática que o acompanha, pesquise sobre as justificativas de mudanças e estabeleça a ligação entre o ensino dispensado e as suas finalidades – reais e/ou de objetivos⁴⁷ - que presidem o seu exercício. Em outras palavras, não basta apenas investigar a gênese, as finalidades e o funcionamento de uma disciplina por si só. Faz-se necessário investigar sua organização e transformação na cultura escolar. É por esse entendimento que se alinha este texto.

Os discursos de autoridades maranhenses acerca da necessidade de melhorar a instrução pública do Estado sempre esteve presente desde a primeira metade do século XIX, a partir do Ato Adicional de 1834 [10] o qual *criou as assembleias legislativas provinciais, as quais passaram a ter poder de legislar e organizar vários setores da administração pública, entre eles a instrução primária e secundária*, [12, p.174]. Em se tratando do Maranhão, nas décadas finais desse mesmo século, da transição do sistema imperial para o republicano, houve no nível do discurso político a intenção de construir um projeto modernizador para o Estado, [5].

Inserido neste desejo de reconstrução de um país mais moderno, Maranhão, teve então a criação e instalação definitiva de uma Escola Normal na Capital, por meio da Reforma de 1890 que

⁴⁷ As finalidades de objetivo dizem respeito àquelas presentes no campo teórico, observadas a partir dos objetivos fixados nos documentos; enquanto que as finalidades reais são colocadas em prática pela escola e pensadas a partir das finalidades de objetivo (Chervel, 1990). Para este artigo, a opção foi pelas finalidades de objetivo.

reorganizava o ensino público do Estado. Inicialmente anexada ao Liceu Maranhense, começou a funcionar com dez cadeiras, dentre elas a de Desenho. Nessa época, a referida disciplina esteve sob a responsabilidade de Cândido Jorge Sonher Barbosa, sobre o qual ainda não se tem muitas informações. Vivendo com dificuldades tanto de ordem econômica quanto pedagógica [5], a Escola Normal iniciou seu funcionamento com o currículo determinado pelo Regulamento de 22 de junho de 1890, o qual previa o estudo do Desenho de imitação e Desenho linear, distribuídos nos três anos de curso.

A partir da década de 90 do século XIX, instaura-se no Maranhão uma série de decretos estimulando uma nova organização da instrução pública. O primeiro deles foi o Decreto n. 94 de 1º de setembro de 1891. Elaborado no governo de Lourenço de Sá, tentou municipalizar o ensino primário. Não durou muito e quatro meses depois voltou a vigorar, até 1893, a reforma elaborada no governo de José Thomaz da Porciúncula. Instaura-se então a Lei n. 56, de 15 de maio de 1893, aprovada por Cunha Martins. No entanto, a organização do ensino primário e normal foi notoriamente modificada pela reforma de 1895 de Benedito Leite. Influenciado pelas ideias liberais que concebiam a educação como a solução de todas as mazelas sociais, esse cidadão maranhense de muitas formações, lutou pela revitalização da Escola Normal posicionando-se *firmemente contra as tentativas de extingui-la*, [5, p.90]. Pensada para solucionar o problema de funcionamento da Escola Normal, esta reforma teve ainda o caráter de *valorizar o professor normalista e impedir a extinção do curso*, [5, p.18]. Essa valorização ocorreu por meio do aumento dos salários dos professores e pela renovação do corpo docente, algo considerado por [1] como fator determinante na evolução das disciplinas escolares. Por fim, no ano de 1896, um novo Regulamento da Escola Normal é aprovado. Com duração de três anos, a disciplina de Desenho era ofertada em todos eles, com cargas horárias, respectivamente, de duas, duas e uma hora por semana.

No início do século XX, época em que a *cidade respirava ares de um cosmopolitismo novecentista* [13, p.37], é expedido mais um regulamento em favor de mudanças no âmbito da formação de professores. Em 1905, o Regulamento da Escola Normal do Maranhão traz em seu anexo de número 7 o Programa geral do curso da Escola Normal. A disciplina Desenho se fez presente desde o 1º ano e, no decorrer, dos anos incorpora novos elementos culminando no ensino da cópia do natural à lápis e a esfuminho/esfominho⁴⁸. Diferentemente da apresentação do tópico 2 em que a disciplina Desenho e Cartografia eram disciplinas conjugadas, na análise do anexo n. 7 elas aparecem separadas. Apesar desse leve estranhamento, percebe-se que a disciplina de Cartografia funcionava como uma espécie de *laboratório* para o ensino de Desenho. De um modo geral, interessava à Cartografia a representação, por meio do desenho, da superfície da terra e das cartas geográficas e corográficas. A impressão que se tem é a de que a disciplina Desenho atuava como meio de expressão possibilitando assim a representação de fatos cotidianos por meio de desenhos figurativos.

⁴⁸ Na literatura atual, esfuminho é definido como sendo um tubo de papel prensado com a função de suavizar os traços do grafite no desenho diminuindo assim a sensação de rusticidade no sombreado. De diferentes espessuras, apresenta pontas afuniladas como um cone.

O programa dessa disciplina abrangia inicialmente os exercícios gráficos de figuras geométricas planas e construções geométricas com ênfase nos diagramas. Pelo exposto, os profissionais em formação precisavam ter conhecimento prévio sobre geometria plana. Esse assunto era estudado dentro da disciplina Matemática a qual visava *habilitar o alumno á pratica inteligente do calculo nas questões que o requerem, ocorridas na vida, e ao ensino intuitivo e inductivo da materia* [9, p.105-106]. Tal apelo ao ensino intuitivo era uma marca indelével da pedagogia moderna. Em seguida aprendiam os exercícios de perspectiva linear aérea, aguada, sombra e construções dos principais sólidos. Desta vez, além do estudo da perspectiva linear entra em cena a geometria espacial com a construção de sólidos geométricos. Essa transição de um ensino de geometria plana para a espacial parece remeter à uma das características do método intuitivo que era a de partir, respectivamente, daquilo que era simples para aquilo considerado composto.

No 3º ano é a vez do desenho de ornatos a lápis e a esfominho, cópia do relevo a lápis e a esfominho; e no último ano estudava-se a cópia do natural a lápis e a esfominho. A existência do desenho ao natural como etapa final do proceso revela uma finalidade importante deste seu ensino: o desenvolvimento da memória gráfica por meio da observação e da criatividade dos alunos respaldado pelos estudos anteriores. De modo a educá-los pelo próprio desenho, este método baseava-se na observação direta da natureza, daquilo que a cercava e fosse motivo de interesse de quem estivesse desenhando. Por fim, no final do tratamento das disciplinas, há a informação de que as alunas teriam a mais uma aula de prendas femininas e economia doméstica e desenho de ornato aplicado às prendas femininas, anexa à cadeira de Caligrafia.

Avançando mais um pouco no tempo, chega-se à década de 30 do século XX. Novos ventos trazem consigo o movimento da Escola Nova, que começou a se difundir no Brasil em meados da década de 20. Tal movimento pedagógico buscava *subsidiar a prática docente com um repertório de saberes autorizados, propostos como os seus fundamentos ou instrumentos* [14, p.111]. É, portanto, neste contexto que esteve inserido os Programas aprovados para os cursos normal e complementar do ano de 1934, [15].

Com um conteúdo mais detalhado, neste documento assinado por Arthur Marinho, foi possível notar que o Programa de Desenho estava dividido em 4 anos com 3 aulas por semana nos dois primeiros e 2 aulas por semana nos dois últimos. Com uma divisão em partes, verifica-se que no primeiro ano os normalistas estudavam o desenho à mão livre, o desenho decorativo e o desenho de arte aplicada. No primeiro caso os professores em formação tinham que representar objetos tirados da fauna e da flora brasileiras fazendo apenas uso da observação e da avaliação das distâncias e das grandezas que os representavam. Para a representação ao natural desses objetos poderiam recorrer às noções de luz e de sombra, ao desenho geométrico e à ornamentação vegetal. Na parte do desenho decorativo eram aconselhados a utilizarem noções de estilização de plantas regionais, construir frisos, painéis etc., exercitando assim o desenho ornamental baseado no desenho geométrico. No último caso, aproveitando-se da parte decorativa anterior, escolhiam motivos simples e fáceis, aplicáveis aos trabalhos manuais através de noções de pintura e aquarela aplicada em papel, seda etc. Terminavam com os exercícios de memória.

Pelo que neste primeiro momento é apresentado, a disciplina de Desenho apelava para o traçado do desenho à mão livre de modo a habituar a vista e tornar a mão hábil para os trabalhos posteriores. Esses trabalhos posteriores atendiam pelo nome de desenho decorativo e de arte aplicada, uma espécie de aplicação do desenho na construção de figuras geométricas. Outra finalidade aparente é o estudo do desenho com fins utilitários baseado na ornamentação e na estilização de coisas e objetos usuais.

O segundo ano seguia-se como complemento à 1ª parte do programa do 1º ano, com representação de ornatos desenhados ao natural, desenho decorativo (complemento à 2ª parte do 1º ano), decoração de objetos dados, respeitando as dimensões a decorar e, desenho de arte aplicada como desenvolvimento da 3ª parte do programa do 1º ano. Já no terceiro ano estudava-se o desenho do natural, o desenho ornamental, o desenho de ornato e o desenho decorativo. Neste ano há claramente um estudo mais aprofundado da perspectiva de observação iniciada no primeiro ano. Ademais previa o estudo do desenho funcional do organismo humano e de animais por meio de cópia. Sobre o desenho decorativo ressaltava a importância da pintura à aquarela e desenhos a *crayon*, materiais esses utilizados na passagem da percepção às ideias.

Já no último ano de curso os futuros normalistas estudavam o desenho do natural, desenho ornamental, desenho funcional, desenho esquemático e desenho de arte aplicada. Neste quarto ano fica também evidente o auxílio do desenho às outras disciplinas do curso tais como Trabalhos Manuais e Geografia. Uma observação importante aparece nos esclarecimentos sobre o processo pedagógico. Consta lá que assim que iniciado o curso de desenho fazia-se indispensável por parte dos normalistas em formação o conhecimento da morfologia geométrica, com recapitulação geral da geometria plana. Pelo visto a disciplina de Desenho na formação dos professores maranhenses não se encaminhava sem a ajuda da geometria. Essa disciplina aparecia como suporte ao seu ensino, via pela qual os normalistas desenvolviam a arte do desenho decorativo e aplicado. A respeito do método adotado é citado o prático-teórico, de ordem progressiva. No entanto, sua passagem é apresentada sem muitos esclarecimentos.

4. Conclusões

Ao atentar-se para as recomendações postas por [1] acerca do sentido de destrinchar a estrutura interna dos ensinamentos escolares, este texto buscou compreender como a disciplina de Desenho se fez presente na formação de futuros normalistas maranhenses da primeira metade do século XX. A escolarização do Desenho enquanto disciplina de instrução geral mantém relação com as finalidades, sejam elas reais ou de objetivo, que dirigem o seu ensino.

Analisando as fontes encontradas, identificou-se que no Regulamento de 1905 o interesse final do curso era alcançar a cópia do desenho natural à lápis ou esfuminho. Ao que tudo indica a finalidade desse conteúdo era desenvolver uma memória gráfica sobre aquilo que estava sendo desenhado, levando em conta a observação, a criatividade e a precisão nos traçados executados. Já no exame ao

Programa de Desenho de 1934 esse desenho do natural não é mais tomado como um fim em si mesmo, mas como meio para alcançar outras formas de desenho, tais como o desenho de ornato, desenho decorativo etc.

Em se tratando de aproximações e distanciamentos, notou-se nas duas fontes analisadas que o Desenho servia de auxílio às outras disciplinas do curso, a saber: Cartografia, Trabalhos Manuais e Geografia. Outra similaridade importante é a questão da dependência do saber geométrico para prosseguimento dos estudos em Desenho. A respeito dos distanciamentos, talvez o mais perceptível tenha sido a incorporação dos termos desenho à mão livre e desenho geométrico, bem como bastante ênfase na finalidade utilitária do desenho para fins de ornamentação e estilização de coisas vistos no Programa de Desenho de 1934.

Diante disso, foi possível identificar que houve, dentro desses espaços temporais distantes, mudanças significativas quanto ao modo de perceber a importância e a finalidade do ensino do Desenho. De um modo geral, tais mudanças estiveram atreladas aos conteúdos, aos métodos e às finalidades de objetivo desse saber, as quais foram sendo alteradas com o tempo e transformadas pela presença de diferentes movimentos pedagógicos instaurados no país. O que nos possibilita pensar sobre as justificativas para o ensino de determinado saber presente no ensino ou na formação de professores.

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019

Agradecimentos

À **CAPES/BRASIL** pela concessão da bolsa de Pós-doutorado no âmbito do Programa Nacional de Cooperação Acadêmica da Universidade Federal do Maranhão (**PROCAD/Amazônia**), processo n.º 88887-358325/2019-00.

Referências

- [1] A. Chervel, *“História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa”*. Revista Teoria e Educação, v. 2, pp. 177-229, 1990.
- [2] R. Chartier, *“A história cultural – entre práticas e representações”*. Lisboa: Difel; Rio de Janeiro: Bertrand Brasil S.A., 1990.
- [3] M. D. Guimarães, *“Por que ensinar Desenho no curso primário? Um estudo sobre as suas finalidades (1829-1950)”*. Tese, Departamento de Educação, Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, São Paulo, 2017. [On-line]. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/180323>.
- [4] M. D. Guimarães e C. A. Lima, *“Vestígios do Ensino de Desenho na Escola Normal do Maranhão: uma leitura a partir de revisão de literatura”* (no prelo).

- [5] L. L. Saldanha, *"A instrução pública maranhense na primeira década republicana"*, 1ª. ed. Imperatriz: Ética, 2008.
- [6] S. M. B. A. Melo, *"O Instituto de Educação do Maranhão (1939-1973)"*, 2009. [On-line]. Disponível em: http://www.histedbr.fe.unicamp.br/acer_histedbr/seminario/seminario8/ files/YTcHsryD.pdf.
- [7] S. M. B. A. Melo, *"Percurso histórico da formação de professores para a escola primária no Maranhão: Império e República Velha"* em Anais do IX Seminário Nacional de Estudos e Pesquisas "História, sociedade e educação no Brasil". Universidade Federal da Paraíba – João Pessoa, 2012.
- [8] S. M. B. A. Melo, *"Formação de professores: o Instituto de Educação do Maranhão (1939-1973)"*, InterEspaço: Revista de Geografia e Interdisciplinaridade, v. 1, no. 1, pp. 126-141, jan./jun., 2015.
- [9] DECRETO, 1905. *"Estabelece novo Regulamento para as Escolas Normal e Modelo Benedicto Leite, o Curso Anexo à esta Escola, os Grupos Escolares e Escolas Primarias regidas por normalistas"*. [On-line]. Disponível em: http://www.cultura.ma.gov.br/portal/sgc/modulos/sgc_bpbl/acervo_digital/arq_ad/201509_02144504.pdf.
- [10] C. A. Castro, *Aprender para ensinar: a disciplina Pedagogia nas "Escolas Normais" maranhenses (1840-1930)*, em História da escola: métodos, disciplinas, currículos e espaços de leitura. 1ª ed. São Luís: Editora EDUFMA; Café & Lápis, 2018, cap. 3, pp. xx-xx.
- [11] V. T. Valdemarina, *Estudando as lições de coisas*, 1ª. ed. Campinas: Autores Associados, 2004.
- [12] A. P. Castanha, *"O Ato Adicional de 1834 na história da educação brasileira"*, Revista brasileira de história da educação, n. 11, pp.169-195, jan./jun. 2006.
- [13] M. A. C. Tourinho, *"As normalistas nas duas primeiras décadas do século XX em São Luís do Maranhão: entre o discurso da ordem e a subversão nas práticas"*, Dissertação (Mestrado), Departamento de Ciências Sociais, Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2008.
- [14] M. M. C. Carvalho, *"Modernidade pedagógica e modelos de formação docente"*, São Paulo em Perspectiva, v. 14, no.1, pp. 111-120, 2000.
- [15] *Programas aprovados para os cursos Normal e Complementar, no ano de 1934*. Imprensa Oficial, 1934. [On-line]. Disponível em:

http://www.cultura.ma.gov.br/portal/sgc/modulos/sgc_bpbl/acervo_digital/arq_ad/20161130123010.pdf



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

SECCIÓN DEL CENTRO DE DECROMENTACIÓN PEDAGÓGICA: UNA CARACTERIZACIÓN DE LA ARITMÉTICA PARA ENSEÑAR

SECTION OF THE PEDAGOGICAL DECROMENTATION CENTER: A CHARACTERIZATION OF ARITHMETICS FOR TEACHING

*Juliana Chiarini Balbino-Fernandes**

Resumen: el propósito de este artículo es analizar la *Sección del Centro Pedagógico Decroly*, presente en la revista "*Revista do Ensino*" -publicada en 1928- teniendo en cuenta las propuestas didáctico-pedagógicas de Ovide Decroly a través de la "*Revista do Ensino*". Este estudio investiga la presencia de las matemáticas en medio de una nueva vaga pedagógica: el movimiento *Escola Nueva*, reunió diferentes corrientes y tendencias pedagógicas en un rango que incluye pedagogías no directivas a experiencias pedagógicas estandarizadas y programas de enseñanza definidos. Entre las diversas direcciones de las nuevas propuestas educativas, existe la pedagogía de Decroly, basada en los Centros de Interés. El autor de estos Centros de Interés, Jean-Ovide Decroly, idealizó al individuo como un todo: la forma en que piensa, actúa, percibe y puede relacionarse con el medio ambiente. Este texto se moviliza como una herramienta teórica y metodológica, categorías derivadas de los estudios socio-históricos de la educación, como el conocimiento a enseñar y el conocimiento para enseñar, desarrollado por los profesores investigadores del Equipo de Investigación en Historia de las Ciencias de la Educación (**ERHISE**), Universidad de Ginebra, Suiza. Con respecto a la caracterización de la aritmética, de las propuestas didáctico-pedagógicas de Decroly se destaca el énfasis en números y medidas, actividades propuestas que relacionaron el conteo (del uno al diez) de objetos del centro de interés propuestos por el tema de la clase y con la vida diaria del alumno. Se concentra en situaciones prácticas relacionadas con la vida diaria del estudiante, de tal manera que ella establezca una relación (asociación) con el contenido aprehendido. Estos períodos analizados reflejan el período de renovación / transformación que el estado de *Minas Gerais* estaba experimentando, tanto en cuestiones políticas como educativas, constituyendo un "nuevo" formato de maestro de minería.

Palabras clave: Revista do Ensino, Centros de Interés, Jean-Ovide Decroly, Aritmética.

Abstract: the aim of this paper is to analyze the *Decroly Pedagogical Center Section* present in the magazine "*Revista do Ensino*", published in 1928, taking into account Ovide Decroly's didactic-pedagogical proposals, through the "*Revista do Ensino*". This study investigates the presence of mathematics in the midst of a new pedagogical vacancy: the New School movement that brought together different currents and pedagogical trends in a range that includes non-directive pedagogies, standardized pedagogical experiences and defined teaching programs. Among the various directions, the pedagogy of Decroly, based on the Centers of Interest. The author of these Centers of Interest, Jean-Ovide Decroly, idealized the individual as a whole: the form in which he thinks, acts, perceives and can relate to the environment. This text mobilizes as a theoretical and methodological tool, categories derived from socio-historical studies of education, such as the knowledge to be taught and the knowledge for teaching, developed by the researchers of the Research Team in the History of the Sciences of Education (**ERHISE**), University of Geneva, Switzerland. With respect to the characterization of arithmetic, of the didactic-pedagogical proposals of Decroly, the emphasis on numbers and measures, activities proposed that related counting (from one to ten) of objects of interest proposed by the theme of the class and with the daily life of the student. It focuses on practical situations related to the daily life of the student, in such a way that she establishes a relationship (association) with the content apprehended. These periods analyzed reflect the period of renewal / transformation that the state of *Minas Gerais* was experimenting, both in political and educational issues, constituting a "new" format of mining teacher.

*Licenciada em Matemática, Universidade do Vale do Sapucaí (**UNIVÁS**), Brasil. Doutoranda em Ciências, Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP), Brasil. Docente da Universidade do Vale do Sapucaí (**UNIVÁS**), Brasil. E-mail: juliana-chiarini@hotmail.com.

of the new educational proposals, Decroly's pedagogy, based on the Centers of Interest, stands out. The author of these Centers of Interest, Jean-Ovide Decroly, idealized the individual as a whole, as his way of thinking, acting, perceiving and relating to the environment. This text is mobilized as a theoretical methodological tool, categories derived from socio-historical studies of education, such as knowledge to teach and knowledge to be taught, developed by the research teachers of the Research Team in History of Educational Sciences (ERHISE), University of Geneva, Switzerland. Regarding the characterization of arithmetic didactic-pedagogical proposals, by Ovid Decroly, we emphasize the emphasis on numbers and measures, proposed activities that relate the counting (from one to ten) of objects of the center of interest proposed by the class theme and the student's daily life. Focus on practical situations related to the student's daily life, so that he / she establishes a relationship (association) with the apprehended content. These analyzed periods reflect the period of renewal / transformation that the state of Minas Gerais was going through, both in political and educational issues, constituting a "new" format of Minas Gerais master.

Key Words: Revista do Ensino, Centers of Interest, Jean-Ovide Decroly, Arithmetic.

1. Introdução

No século XX, cenário da Escola Nova, encontravam-se propostas educacionais variadas, buscando contraposição ao ensino dito tradicional. Uma nova concepção de infância, voltada para um desenvolvimento natural, atrelava-se em um novo entendimento dos processos de aprendizagem: *decorrente dessa concepção de infância, o novo conceito de aprendizagem baseia-se nos interesses e necessidades da criança, em que o importante não é aprender coisas, mas aprender a observar, a pesquisar, a pensar, enfim 'aprender a aprender, [1, p.60].*

O chamado movimento escolanovista reuniu diferentes correntes e tendências pedagógicas sob um arco que inclui pedagogias não-diretivas até experiências pedagógicas normatizadas e com programas definidos de ensino [2]. O ensino de matemática se vê atravessado por essas diferentes pedagogias e, com isso, assiste-se à elaboração de novas matemáticas. Este estudo, arrola diretivas para o ensino, revistas pedagógicas e obras didáticas buscando uma recompilação de experiências docentes que tinham por referência a proposta dos Centros de Interesse, investigando a presença da matemática nessas experiências.

O autor desses Centros de Interesse, Jean-Ovide Decroly, formado em medicina pela Faculdade de Medicina de Gand, em 1896, aprimorou os estudos na Universidade de Berlim e, posteriormente, em Paris. Após um estágio em clínicas de neurologia, Decroly retorna à Bélgica, e foi designado chefe do serviço de crianças "retardadas" e médico inspetor das classes especiais de anormais, em Bruxelas. Em 1901, Decroly funda o Instituto para "retardados e anormais", em Uccle, nos arredores da cidade Bruxelas, onde desenvolveu intensas pesquisas sobre criança normais e anormais. Em 1907 ocorreram as primeiras aplicações de criança normais os resultados de observações sobre "retardados e deficientes", em Bruxelas (Ixelles) a escola da rua de Ermitage. Em 1915 esteve na

Espanha, onde realizou um curso especial. Em 1922, Decroly foi chamado nos Estados Unidos, onde teve contato com Dewey, em seguida pela Bolívia, Argentina e Uruguai. A divulgação da pedagogia de Decroly aconteceu graças a colaboração de Amélia Hamaide, Geraldo Boon, L. Dalhem, Mlle. Deschamps e Mlle. Monchamp.

O nome de Decroly está relacionado principalmente a três lemas: Jogos Educativos, Centros de Interesse e Globalização. O primeiro desses, jogos educativos, para o desenvolvimento da inteligência pela atividade. A partir da atividade motriz, com crianças “anormais”, Decroly descobriu a importância dos exercícios de identificação, de percepção, de classificação para o desenvolvimento gradual de abstração. A mesma ideia se mostrou aplicável nos demais lemas; além de possível de relacionar à aprendizagem de matérias como: leitura, cálculo, geografia, história e línguas estrangeiras.

Decroly considerava o *interesse* como sendo algo interno da criança e a *curiosidade* como sendo algo externo da criança. Isto é, a partir daquilo que o aluno demonstra se interessar, decorrente de necessidades naturais e curiosidades *provocadas* (algo externo), é que se desenvolve às atividades educacionais. Ainda, os Centros de Interesse deveriam responder e atender às inquietações e motivações dos sujeitos, pois a partir da observação e associação das ideias abstratas e concretas (no espaço e no tempo) seria possível organizar as informações em conjuntos de conhecimentos.

A Globalização representou uma *revolução* no processo de ensino, pois há cerca de vinte e cinco séculos, a criança aprendia a princípio as letras, depois as sílabas, para chegar às palavras e às frases; Decroly inverteu a ordem da aprendizagem, percebeu, a partir de estudos com crianças “anormais” que primeiro percebe-se o conjunto antes do detalhe, o todo antes da parte.

O sistema Decroly aproxima-se da psicologia da Escola Nova, um sistema de transição, onde idealiza o indivíduo como um todo, sendo um sujeito que pensa, atua, percebe e é capaz de relacionar-se com o ambiente, de tal forma que seja capaz de desenvolver as suas estruturas naturais; nesse ponto as atividades são pensadas como a chave para a educação, para o conhecimento e para o saber.

As referências teórico-metodológicas utilizadas para o desenvolvimento do projeto, no âmbito do **GHEMAT**, incluem o debate sobre o ofício de historiador e as leituras dos trabalhos desenvolvidos pela Equipe de Pesquisa em História das Ciências da Educação (**ERHISE**), da Universidade de Genebra, na Suíça. Os estudos desenvolvidos pelo **ERHISE** revelam que as dinâmicas de constituição dos saberes para a formação de professores no nível primário e no nível secundário estão ligadas à compreensão de como dois tipos de saberes se articulam: saberes a ensinar e saberes para ensinar.

Os saberes a ensinar relacionam-se aos saberes elaborados originalmente pelas disciplinas universitárias, pelos diferentes campos científicos, considerados valiosos para a formação dos professores. Enquanto os saberes para ensinar, têm por especificidade a docência, relacionam-se àqueles saberes próprios para o exercício da profissão docente, constituídos com preceitos vindas do campo das ciências da educação. Assim, os saberes (saberes a ensinar e saberes para ensinar) se

organizam como saberes da formação de professores, mas a expertise profissional, o que caracteriza a profissão de professor, o seu saber profissional, está dada pelos saberes para ensinar, [3, p.279].

Avanços nas apropriações dos estudos do grupo de Genebra, realizada pelos pesquisados do **GHEMAT**, possibilitaram conjecturas teóricas sobre os processos de constituição de uma matemática a ensinar e matemática para ensinar. O estudo dos processos de elaboração da matemática a ensinar e da matemática para ensinar e das dinâmicas que articulam esses saberes coloca em nível de superação as análises que fixam o saber matemático, cercando-o de didáticas especiais que não têm status epistemológico de saber; apontando a existência de determinados saberes pedagógicos e saber didáticos, representam uma fase histórica de promoção do reconhecimento da constituição dos saberes profissionais, [4].

A análise da Revista do Ensino contribui para a formação docente, com o aperfeiçoamento das práticas docentes, com o ensino específico das disciplinas, com a organização dos sistemas, com as reivindicações da categoria do magistério e outros temas que emergem do espaço profissional. Dessa forma, as Revistas do Ensino constituem-se em um corpus documental, um testemunho vivo de metodologias e concepções pedagógicas que circularam em Minas Gerais, de tal forma que a imprensa pedagógica passa a ser analisada como um guia prático do cotidiano escolar.

O historiador Peter Burke, autor do livro “*What is the History of Knowledge?*”, discorre em seus escritos sobre a de uma história do saber, estabelecendo, analogamente a trajetória da informação em saber tal como um processo de cozimento: *crua* ao saber, algo processado, *cozido*. Segundo Burke, conforme determinadas *porções de informações* são descobertas e analisadas, ocorre no processo de *cozimento*; elementos que estão sendo transformados em saber, [5]. Esses elementos quando transformando-se em saber, *processo de prova* conforme [5] designa esse passo, ocorre a elaboração e sistematização de um novo saber.

A partir da reflexão dos processos de sistematização de informações é possível compreender a constituição dos saberes. As práticas de sistematização, ao que parece, conforme aponta Burke [5, p.69] parecerem inalteradas ao longo do tempo, elas dependem *da conjuntura, ocorrem de acordo com diferentes regras e diferentes tipos de apoio em diferentes épocas e meios*.

Burke aponta quatro grandes etapas e seus procedimentos, em seus textos, no âmbito das práticas de sistematização, sendo eles: recompilação, análise, disseminação e emprego, etapas que transformam informações dispersas em saber, [3, p.380].

Na caracterização dos processos, o pesquisador considerará as experiências dos sujeitos a saberes reconhecidos como científicos, etapas na investigação, caracterizadas por procedimentos específicos. A recompilação de experiências docentes, envolve a seleção e separação de informações *relatadas em revistas pedagógicas; organizadas em livros didáticos e manuais pedagógicos; normatizadas em leis do ensino; contidas em documentação pessoal de alunos e professores; materializadas em dispositivos pedagógicos para o ensino, etc.*, documentos possíveis evidenciar informações sobre o trabalho

pedagógico dos professores [3, p.380].

A análise comparativa dos conhecimentos dos docentes promoverá uma nova seleção no âmbito do inventário elaborado anteriormente, com a montagem da coleção de conhecimentos dispersos em um determinado dado tempo da história da educação escolar, em uma determinada vaga pedagógica. A última etapa, o procedimento de sistematização e análise do uso dos conhecimentos como saberes, representa percurso que transforma informações sobre experiências docentes em saber profissional do professor.

Assim, cabe ao pesquisador, organizar a partir dessa última etapa, um rol de elementos subjetivos e de consensos pedagógicos, de modo a que os conhecimentos possam ser vistos com caráter passível de generalização e de uso, isto é, como saber, [3].

Destaca-se *Secção do Centro Pedagógico Decroly*. Nesta secção consta além de orientações pedagógicas (saberes pedagógicos), planos de aula detalhando a Pedagogia Decrolyana; um primeiro movimento de constituição de formação de professores mineiros, de um saber profissional.

A delimitação temporal deste estudo justifica-se pela segunda fase de circulação deste impresso pedagógico (1925-1940), por ser um período contínuo de fontes e estar abrangendo o período de reformas educacionais em âmbito internacional e nacional.

Considerando, então, tais preposições, este artigo pretende responder à questão: ¿como se caracterizou a Aritmética como um saber profissional em termos de uma Pedagogia de Centros de Interesse, a partir da Revista do Ensino em 1928?

1. Centros de interesse: impressos mineiros

A Revista do Ensino, criada pela lei nº 41 de 3 de agosto de 1892, pelo Presidente de Minas Gerais, Afonso Augusto Moreira Pena. Este impresso pedagógico, da Inspeção Geral da Instrução do Estado de Minas Gerais, direcionado aos professores, diretores e técnicos da rede pública do estado, com intuito de se tornar instrumento jurídico-administrativo, de conhecimento e de defesa. A Revista do Ensino circulou por apenas um ano e retornou a ser divulgada no ano de 1925. Devido à Segunda Guerra Mundial (1939-1945), este impresso pedagógico teve sua circulação interrompida entre os anos 1940-1946. Após o ano de 1946 retornou à circulação e foi distribuída até o ano de 1971, [6].

A Revista do Ensino foi criada no final do século XIX no governador Afonso Pena, na época, Silviano Brandão era o Secretário do Interior e responsável pela educação no Estado. Após a implementação da primeira reforma mineira, *Lei nº. 41 de 3 de agosto de 1892, criava, no §18 do artigo 27, a Revista do Ensino mineira. Sua impressão e administração ficaria a cargo da imprensa do Estado tendo uma edição, de acordo com a Lei, mensal ou quincenal*, [7].

A Revista do Ensino, considerada como um dos instrumentos de formação do professorado mineiro nesse período, consistia em um canal de comunicação entre o governo do Estado até as mais distantes e remotas escolas do interior. Além disso, a Revista do Ensino era uma estratégia utilizada para conquistar a adesão dos professores, para que eles participassem e tomassem conhecimento das principais ideias divulgadas pela Reforma. Sua política editorial propunha-se, também, a normatizar as condutas e as práticas escolares, de acordo com os princípios e ideais adotados no ensino mineiro.

A primeira fase de circulação da Revista do Ensino, contou com 25 números e encerrou-a circulação em janeiro de 1928. Nesta fase, a Revista apresentava um formato maior (31,5 cm de comprimento x 22,85 cm de largura), em média com um número de 35 páginas. As edições apresentavam muitas fotografias (média de oito por edição) e muitas ilustrações. As fotografias eram diversificadas, incluindo desde prédios escolares, alunos, professores, solenidades escolares, até figuras como Fröebel, Pestalozzi, ou personalidades históricas do Brasil, [7].

Outra característica, consistia na apresentação de títulos de artigos extensos, indicando claramente o conteúdo do texto, já prenunciando o tema a ser desenvolvido pelo seu autor. Este parece ser um recurso para chamar a atenção do professor, buscando interessá-lo, convidando-o para a leitura. Com a posse de Antônio Carlos, em 1926, a Revista passou por um período de transição. Essa transição compreendeu os meses de setembro e novembro de 1926, a Revista não foi publicada e, durante todo o ano de 1927, circularam apenas 5 números, [8].

No momento de recompilação das Revistas do Ensino de 1928, destaca-se que depois de um período de oito meses sem ser publicada (de fevereiro a setembro de 1928), é que foram realizadas alterações na Revista do Ensino que mudaram, não somente a diagramação da Revista, a apresentação, disposição e organização de seus artigos, como também o entendimento do leitor/educador e a interação com este. A segunda fase, portanto, teve início em outubro de 1928. Outra mudança, a partir de 1928, passaram apresentar algumas seções mais constantes como: A voz da prática; Daqui e dali; Informações úteis; Seção do Centro Pedagógico Decroly e Os nossos concursos.

Ao final da recompilação, um segundo movimento, a análise, começou. Destaca-se uma seção Centro Pedagógico Decroly entre os anos de 1928 a 1930. Neste período, em Minas Gerais, preocupava-se em para formar um Estado *moderno*, o então Presidente Antônio Carlos (1926-1930) e o Secretário do Interior Francisco Campos investiram na organização escolar e na qualificação de professores, enviando um grupo de professoras para Nova Iorque. Segundo Maciel, [9] (p. 18)

A formação acadêmica que Lúcia Casasanta recebeu nos **EUA** (1927-28) deixou marca indelével em sua trajetória profissional. Ao retornar a Belo Horizonte, trazia do Teacher's College, da Universidade de Colúmbia, os conhecimentos científicos e pragmáticos que lhe possibilitaram assumir a cadeira de Metodologia da Linguagem na Escola de Aperfeiçoamento que, no ano de 1929, foi criada em Belo Horizonte, como um curso pós-médio, com duração de dois anos, destinado à formação de uma elite educacional propagadora do movimento escolanovista.

A Escola de Aperfeiçoamento Mineira era considerada *a menina dos olhos* da Reforma Francisco Campos, pois seguia o modelo curricular e estrutural do Teacher's College da Universidade de Colúmbia. *No decorrer do primeiro ano da Escola de Aperfeiçoamento, as alunas observavam aulas nas chamadas 'Classes de Demonstração', contrapondo, desse modo, teoria e prática, [9, p.18].*

Com a criação da Escola de Aperfeiçoamento Mineiro e o retorno das professoras à Minas Gerais, novas propostas de ensino estavam em destaque e precisam ser divulgadas; a Revista do Ensino foi um canal de divulgação dessas novas propostas, desses novos saberes.

A primeira revista analisada, Revista do Ensino, 1928, anno 4, nº2749 é iniciada com a Secção do Centro Pedagógico Decroly a partir dos "Tests Collectivos", com o artigo escrito por Maria da Glória Barros, professora da Classe Decroly, do Grupo Escolar Pedro II. Segundo a concepção adotada por Barros [9], esse tests são denominados collectivos, pois são praticados simultaneamente por uma classe. Após a explicação das vantagens da aplicação desse tests e de como deveria ser executado, na secção seguinte é apresentado ao professor o assunto da semana: Centro de Interesse – a alimentação. O Centro de Interesse (alimentação) é dividido em observação, associação e expressão. A observação consta como uma rubrica **medida e comparação onde é possível identificar a presença Aritmética quando é proposto aos alunos estabelecerem relações gradativas comparando os tamanhos, pesos e aspectos das laranjas. Outro ponto observa a presença da Aritmética é quando sugere ao aluno cortar laranjas; dividir os gomos de uma por um determinado número de colegas**, [10, p.88]. Nesse ponto, o aluno estará realizando mentalmente cálculos para realizar esse processo de partilha, utilizando o processo de divisão mental.

Na associação e expressão não há marcas da presença da Aritmética, entretanto, neste Centro de Interesse, há uma rubrica (se assim pode ser denominada) *Cálculo ocasional mecanico*; são dispostos itens referente sobre o que ensinar (matemática e laranjas): contar laranjas em dezenas até duas; vendas de laranjas na classe, distribuição de nicéis em cartolina, exercícios de somma com os jogos sobre a venda de laranjas, problemas recreativos oraes para o desenvolvimento gradativo do cálculo mental; escrever no quadro algarismos até 10, em ordem arbitrária.

Essa primeira Revista do Ensino apropria as ideias de Decroly ao propor o ensino de Aritmética associado aos Centros de Interesses ocasionais, eventos que surgem espontaneamente, para trabalhar com os exercícios de observação, medição (medida), associação e expressão.

A segunda revista, Revista do Ensino, 1928, anno 4, nº2850 inicia com Secção Pedagógico Decroly – um programma de escola infantil, com um artigo de Júlio de Oliveira. Nesta secção, [11] apresenta um plano de ensino dentro dos quais o professor poderia trabalhar, seguindo os fundamentos estabelecidos por Decroly: necessidade de alimentar-se; defesa contra os perigos e as intempéries; necessidade de trabalhar; tendência para os jogos, ou necessidade de brincar. Além disso, propõe a

⁴⁹ <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/179993>

⁵⁰ <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/179994>

organização do programa escolar, tomando em consideração a necessidade de brincar como ponto de partida para os centros de interesse: I – A Boneca, II – Os animais, nossos amiguinhos, III – O batalhão infantil, IV – o jardim. Os sub-centros: I – A boneca (a boneca e os colegas, a casa da boneca, o vestido da boneca); II – Os animais, nossos amiguinhos (o gatinho, o cãozinho, a galinha e os pintinhos), III – O batalhão infantil (os soldadinhos, o quartel, os instrumentos militares, a bandeira nacional), IV – o jardim (os canteiros e as plantas, o repuxo e o tanque, os peixinhos e os patinhos).

Essa distribuição do programa, apresentada na Revista, de ideias associadas proposto pelo Centros de Interesse, atende aos aspectos biológicos e sociais das crianças, tal como propõem Decroly e Hamaile (1934) em seu livro, desde que elas possam manifestar suas necessidades de atividades e brincadeiras, satisfazendo a curiosidade natural. Essa distribuição de programa de ideias associadas, oferece ocasiões para problemas cujos dados são tomados em exercícios de observação e expressões concretas (manuais, desenhos).

A Aritmética está presente nos sub-centros distribuídas nas rubricas número. No primeiro sub-centro (a boneca e os colegas), a Aritmética está configurada em forma de escala de tamanho, quando o aluno compara o tamanho de uma boneca com a outra; noção de maior e menor, a partir dessa comparação/ associação o aluno iniciará a contar as unidades numéricas dessa escala.

No segundo sub-centro (a casa da boneca) a Aritmética está presente novamente na rubrica número e consta que os alunos deveriam conta todos os objetos mencionados (na caso, nesse mesmo sub-centro o professor deverá trabalhar na observação e expressão verbal o mobiliário de uma casa, que contempla os móveis de uma casa). Observa-se, que o professor trabalhará os números naturais com os alunos.

No terceiro sub-centro (o vestido da boneca), a Aritmética está presente na rubrica *medida e número*, diferente dos sub-centros anteriores. Nesta rubrica, a Aritmética está contemplada na confecção de peças de roupas e gravuras, utilizando como medida a palma da mão da criança; após a confecção, contar as roupas prontas. Novamente a utilização da contagem, dos números.

Os demais centros de interesse, propostos por [11] seguem a mesma estruturação e distribuição, principalmente no que se refere a configuração da Aritmética.

3. Considerações

A análise da “*Revista do Ensino*” contribui para a formação docente, com o aperfeiçoamento das práticas docentes, com o ensino específico das disciplinas, com a organização dos sistemas, com as reivindicações da categoria do magistério e outros temas que emergem do espaço profissional. Dessa forma, as “*Revistas do Ensino*” constituem-se em um corpus documental, um testemunho vivo de metodologias e concepções pedagógicas que circularam em Minas Gerais, de tal forma que a imprensa pedagógica passa a ser analisada como um guia prático do cotidiano escolar.

O período em análise corresponde à mudança de direção sobre o processo de ensino e aprendizagem, caminho de transformação do Método Intuitivo à Escola Nova. Traços intuitivos se fazem presentes nos primeiros anos pesquisados e com o passar do tempo traços da Escola Nova; fato esses que podem ser observados nos artigos que mencionam os Tests.

Em 1928 é criado na Revista do Ensino uma *Secção do Centro Pedagógico Decroly*. Nesta secção consta além de orientações pedagógicas (saberes pedagógicos), planos de aula detalhando a Pedagogia Decrolyana; um primeiro movimento de constituição, de formação de professores mineiros. Nos planos de aula a Aritmética está configurada em rubrica (tópicos) *medida* ou *medida e comparação* ou *cálculo*. Os conteúdos matemáticos privilegiados foram números naturais e as quatro operações.

A Aritmética teve papel importante dentro do novo modelo do Centros de Interesse, modelo esse que buscou ser implantado a partir da reforma. Ele teve destaque nos chamados testes escolares, influenciados pelos avanços na área da Psicologia, que serviam para medir a inteligência com o objetivo de se formar classes homogêneas, prática característica do modelo escolanovista. Além disso, observa-se a predominância de determinados conteúdos/conceitos matemáticos, tais como: sequência numérica, quatro operações; cálculo mental; medidas e áreas; situações problemas.

No que se refere ao processo de sistematização do saber profissional, segundo a categoria de análise de Burke, o saber Aritmético está presente na pedagogia Decrolyana, de forma progressiva e gradual (simples para o complexo) e de forma globalizada (do todo para as partes).

Retomando ao objetivo desse artigo: como se caracterizou a Aritmética como um saber profissional em termos de uma Pedagogia de Centros de Interesse, a partir da Revista do Ensino? O saber profissional em termos de uma Pedagogia Decrolyana existe uma estrutura para a progressão do aprendizado. O saber profissional em termos de uma Pedagogia Decrolyana rejeita da fragmentação das disciplinas.

Referencias

- [1] S.A., Mello, *"Infância e humanização: algumas considerações na perspectiva histórico-cultural"*. Perspectiva, Florianópolis, v. 25, n. 1, 83-104, jan./jun. 2007b.
- [2] D. Saviani, *"vicissitudes e perspectivas do direito à educação no brasil: abordagem histórica e situação atual"*. Educ. Soc., Campinas, v. 34, n. 124, p. 743-760, jul.-set. 2013
- [3] W. R. Valente, *"Processos de Investigação Histórica da Constituição do Saber Profissional do Professor que Ensina Matemática"*. Acta Scientiae Canoas v.20 n.3, maio/jun. 2018. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/viewFile/3906/3178>.

- [4] L. F. Bertini; R. S. Morais; W. R. Valente, *“A matemática a ensinar e a matemática para ensinar – novos estudos sobre a formação de professores*. São Paulo: LF Editorial. 2017.
- [5] P. Burke, *“¿Qué es la historia del conocimiento? Cómo la información dispersa se ha convertido en saber consolidado a lo largo de la historia”*. Buenos Aires: Siglo Veintiuno Editores Argentina. 2017.
- [6] M de S. Biccas, *“O impresso como estratégia de formação: Revista de Ensino de Minas Gerais (1925-1940)”*. Belo Horizonte, MG: Argvmentvm, 2008.
- [7] Legislação Mineira NORMA: LEI 41 DE 03/08/1892. Disponible en: <https://www.almg.gov.br/consulte/legislacao/completa/completa-nova-min.html?tipo=LEI&num=41&comp=&ano=1892&texto=original>
- [8] A. M. L. Cunha. Impressões sobre o methodos de ensinar. Revista do Ensino. Inspectoria Geral da Instrucción. anno 2, n. 20. Minas Gerais: Belo Horizonte, 1926. Disponible en: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/179109>.
- [9] F.I., Maciel P., *“Lucia Casasanta e o Método Global de Contos: Uma Contribuição à História da Alfabetização em Minas Gerais”*. UFMG, Faculdade de Educação, 2001. Tese de Doutorado.
- [10] G. M. Barros. *“Secção do Centro Pedagógico Decroly: Tests Collectivos. Revista do Ensino. Inspectoria Geral da Instrucción”*. anno 4, n. 27. Minas Gerais: Belo Horizonte, 1928. Disponible en: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/179993>
- [11] J. Oliveira. *“Secção do Centro Pedagógico Decroly – um programma de escola infantil. Revista do Ensino. Inspectoria Geral da Instrucción”*. anno. 4, n. 28. Minas Gerais: Belo Horizonte, 1928. Disponible en: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/179994>.



HISTORIA DE LA PROFESIONALIZACIÓN DE PROFESSORES QUE ENSEÑAN MATEMÁTICA: UNA LECTURA DE LA PRODUCCIÓN DE ENEM - REUNIÓN NACIONAL DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA (1987-2017)

PROFESSIONALIZATION HISTORY OF MATHEMATICS TEACHERS: a reading of ENEM production - National Meeting of Mathematical Education (1987-2017)

*Neuza Bertoni Pinto *, Mariliza Simonete Portela***

Resumen: la Reunión Nacional de Educación Matemática (en portugués - **ENEM**), reconocida como uno de los mayores eventos de Educación Matemática celebrada en Brasil, es un importante espacio científico para la **SBEM** (Sociedad Brasileña de Educación Matemática). El evento tuvo su primera edición en 1987 y, en 2017, celebró treinta años de existencia. Su importancia no solo se debe a la difusión de los avances en la investigación en el área, sino también a la estimulación de nuevos entendimientos sobre la historia de la profesionalización docente, un tema que ha estado ofreciendo a los investigadores, especialmente a los docentes de educación básica, una reflexión crítica sobre el conocimiento inherentes a la profesión. Para comprender la historia de la profesionalización del profesor que enseña matemáticas en educación básica, este estudio utiliza las Actas de las 12 ediciones de **ENEM**, disponibles en el sitio web de **SBEM**. En este sentido, hace uso de las categorías históricas señaladas por Burke [1] en la historia del conocimiento y recientemente problematizadas por Lima y Valente [2]. Estas son las cuatro etapas de posibilidad teórico-metodológica para una historiografía que busca sistematizar procesos de profesionalización, es decir, recopilación, análisis, difusión y empleo. Procedimientos que, en el presente estudio, seleccionan las comunicaciones científicas que tratan el tema desde una perspectiva histórica. Los análisis de los estudios seleccionados comparan el conocimiento disperso sobre la profesionalización, que, según Burke [1], favorece la identificación del conocimiento institucionalizado en un momento histórico dado que marca un proceso histórico, una cultura escolar. El conocimiento institucionalizado avala la profesión, consolidando una nueva identidad para el profesor que enseña matemáticas en la educación básica, la del educador matemático.

Palabras clave: **ENEM**, profesionalización docente, Historia de la Educación Matemática.

* Doutora em Educação, USP/SP. Docente Colaboradora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática - **REAMEC**- Rede Amazônica de Matemática e Ciências - **UFMT**. Pesquisadora e Vice-presidente do **GHEMAT** Brasil. E-mail: neuzaabertonip@gmail.com; ppgecem_reamec@ufmt.br ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9224-3020>

** Doutora em Educação, **PUC/PR**. Docente Adjunto da Universidade Estadual do Paraná Campus Paranaguá. Pesquisadora do **GHEMAT** Brasil; vice-líder do **GHEMAT PR**. E-mail: mariliza.portela@unespar.edu.br ; mariliza.portela@gmail.com ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5934-9827>

Abstract: The National Meeting of Mathematical Education (in portuguese - **ENEM**), recognized as one of the largest Mathematical Education events held in Brazil, is an important scientific space for **SBEM** (Brazilian Society of Mathematical Education). The event had its first edition in 1987 and, in 2017, celebrated thirty years of existence. Its prominence is not only due to the dissemination of research advances in the area, but also to the stimulation of new understandings about the history of teacher professionalization, a theme that has been offering researchers, especially teachers of basic education, a critical reflection on the knowledge involved in their profession. In order to understand the professionalization history of mathematic teachers working in basic education, this study uses the Proceedings of the 12 editions of **ENEM**, available on the **SBEM** website. In this sense, this study makes use of the historical categories pointed out by Burke [1] in the history of knowledge and recently problematized by Lima and Valente [2]. Those are the four stages of theoretical-methodological possibilities for a historiography that seeks to systematize processes of professionalization, namely: recompilation, analysis, dissemination and employment. Procedures that, in the present study, cut scientific communications that deal with the theme from a historical perspective. In the analysis of selected studies, it is compared dispersed knowledge about professionalization, which, according to Burke [1], favors the identification of institutionalized knowledge at a given historical time that marks a historical process, such as a school culture. These institutionalized knowledge endorses the profession, consolidating a new identity for the mathematics teacher in basic education, namely that of a mathematical educator.

Key Words: **ENEM**, teaching professionalization, Mathematics Education History.

1. Introdução

Um dos mais importantes encontros científicos promovidos pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (**SBEM**), o Encontro Nacional de Educação Matemática (**ENEM**), realizou sua primeira edição no Centro de Ciências Matemáticas da PUC-SP, no ano de 1987. Ao completar 30 anos, retorna à capital de São Paulo, e realiza sua 12ª edição na Universidade Cruzeiro do Sul, tendo como tema “A Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades”. Nessas três décadas de existência, o referido evento destacou-se, não apenas pela divulgação de pesquisas da área, também pelas reflexões oportunizadas aos professores da educação básica sobre os saberes envolvidos em sua própria profissão.

Sobre a história da profissionalização docente, Nóvoa [3] identificou a presença de conceitos ambíguos que circulam na sociedade que, ao referir-se à pedagogia, falam de uma semi-ciência e de uma semi-profissão para o ofício de professor. Nesse sentido, o historiador sugere que as pesquisas voltem suas análises mais para os saberes envolvidos na profissão, do que para as imagens sociais e *status* econômico dos professores.

A profissionalização é conceituada por Tenorth [4, p. 22] como *conjunto de procesos históricamente analizables mediante los cuales un grupo de profesionales logra demostrar su competencia en una*

actividad de relevancia social y capaz de transmitir a otros tal competencia y de imponer su modelo frente a otros profesionales y profesiones concurrentes con la ayuda del Estado.

Para melhor compreender saberes que identificam a profissão docente, [5] destacam a importância da conexão da história com a sociologia. Inscrita no movimento crítico da história dos anos de 1980, tempos em que vai se tornando mais flexível à construção de categorias, a sociohistória vem contribuindo para a discussão de saberes profissionais, atenta às transformações que marcam o fenômeno histórico ao longo do tempo.

Tratando sobre saberes constitutivos da profissão docente, [6] afirmam que a profissionalização envolve saberes do ensino que, uma vez articulados aos saberes da formação, resultam em saberes profissionais, saberes que passando por um processo de objetivação, institucionalizam-se como saberes para ensinar, qual seja, saberes profissionais, legitimados como indispensáveis ao exercício da profissão docente.

Tais aportes têm fundamentado pesquisas em desenvolvimento no projeto em curso no **GHEMAT Brasil**⁵¹ que buscam características, dinâmicas, processos e transformações ocorridas nos saberes para ensinar matemática, apropriados por professores dos primeiros anos escolares, ao longo de um século de história (1890-1990).

Considerando, portanto, a profissionalização como um processo histórico, partimos da ideia de que aspectos significativos da mesma tenham sido problematizados em inúmeros trabalhos apresentados no **ENEM** contendo fragmentos da história da profissionalização, especialmente vestígios dos saberes mobilizados ou recomendados, na formação de professores que ensinam matemática nos primeiros anos escolares. Nessa direção, este estudo objetiva compreender aspectos dos saberes considerados fundamentais para o professor ensinar matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, localizados em trabalhos apresentados nas edições do [7] **ENEM**⁵² ocorridas entre 1987 e 2017.

1.1 Base Teórico-metodológica

A temática dos saberes profissionais, amplamente discutida no âmbito do Grupo de Pesquisa da História da Educação Matemática - Ghemat Brasil, tem se apoiado, prioritariamente, nos aportes teóricos da equipe suíça⁵³ que destaca a importância de se compreender processos e dinâmicas envolvidos na constituição dos saberes profissionais da docência.

⁵¹ Projeto Temático: “A matemática na formação de professores e no ensino: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990”, coordenado por Wagner Rodrigues Valente e financiado pela **FAPESP**.

⁵² As 12 edições do **ENEM** estão hospedadas na página da Sociedade Brasileira de Educação Matemática **SBEM**, Assim, nela concentramos todas as referências dos **ENEM** [7]. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/>

⁵³ O Grupo de Pesquisa **ERHISE** é coordenado pela pesquisadora Rita Hofstetter da Universidade de Genebra- Suíça. Para maiores informações sobre o grupo e seus estudos consulte-se: <https://www.unige.ch/fapse/recherche/groupes/ssed/culture-organisation/erhise/>.

Para a problematização de conceituações dos saberes profissionais, presentes na obra organizada por Rita Hofstetter e Wagner Rodrigues Valente⁵⁴, valemo-nos de categorias históricas apontadas por [1] e recentemente discutidas por [2]. Segundo [6], os *saberes a ensinar* estão filiados a disciplinas de formação geral e os *saberes para ensinar* a disciplinas de formação pedagógica, oriundas das ciências da educação, como a pedagogia e suas ramificações. Ambos os saberes integram a profissionalidade, afirmam [6], no entanto, o que caracteriza a *expertise* profissional são os *saberes para ensinar*, ou seja, saberes que resultam de processos de objetivação e sistematização e que atestam condições para serem institucionalizados.

Com tais aportes, as pesquisas da história da educação matemática têm apontado diferenças entre ser matemático e ser professor de matemática, mostrando que os saberes mobilizados na profissão docente são de outra natureza, resultado do diálogo entre conhecimentos dos saberes de referência (a matemática) com conhecimentos do campo da educação, ou sejam, conhecimentos sobre a instituição escolar, conhecimento das leis da educação, das finalidades da disciplina, dos métodos e teorias para ensinar matemática para as várias faixas etárias em que se encontram os alunos, dentre tantos outros saberes que, para além de uma instrução matemática, passaram por processos de objetivação e sistematização para serem reconhecidos e considerados indispensáveis na profissionalização do educador matemático.

Assim, os estudos ghematianos dos saberes profissionais dos professores que ensinam matemática ao considerar, em suas análises, categorias históricas recomendadas por [1] têm confirmado *a existência de tempos históricos com concepções próprias e, portanto, diferenciadas, sobre formação de professores, sobre a matemática presente nessa formação, sobre a matemática que será ensinada*, [2] (p. 937). Tais argumentos justificam o lugar diferenciado que historicamente tem sido conferido à escola e à formação do professor, no sentido de que os saberes profissionais da docência estão imbricados na forma escolar, fator que indica que a *expertise* do professor que ensina matemática nos primeiros anos escolares, o professor polivalente, profissional que tem seus saberes de ofício mais diretamente vinculados às ciências da educação, enquanto o professor que ensina no secundário, o professor especialista, tem seus saberes vinculados à ciência de referência, a Matemática.

Para buscar marcas históricas da profissionalização de professores que ensinam matemática nos anos iniciais de escolarização, na produção das 12 edições do ENEM, consideramos colocações do historiador [1] e reafirmadas por [2] de que os processos de sistematização dos saberes contêm historicidade. Assim, consideramos que compreender saberes profissionais de um determinado período requer, como argumentou [1], identificar informações dispersas e procedimentos envolvidos na transição para saberes. Requer, sobretudo, percorrer etapas da sistematização recomendadas pelo historiador quando se refere a momentos de *recompilação, análise, disseminação e emprego*, admitindo que *as quatro categorias são fluidas, não fixas*, (p.74).

⁵⁴ R. Hofstetter, W.R. Valente. *"Saberes em (trans) formação: tema central da formação de professores"*. São Paulo: Editora Livraria da Física, (Coleção contextos da Ciência) 2017.

Nesse sentido, buscar rastros dos saberes para ensinar matemática, em apresentações levadas a efeito entre 1987 a 2017, no referido evento, fundamentalmente permitiu aproximarmos do cenário educacional dos tempos de redemocratização da educação, tempo de críticas ao autoritarismo dos paradigmas conservadores e de abertura à diversidade cultural, à busca da autonomia docente e de propostas inovadoras para enfrentar desafios dos novos tempos.

Problematizando o campo da Educação Matemática, Valente [8, p.3] *sintetiza movimentos, ações coletivas que mobilizam ideias, concepções, práticas e modos de ver a matemática na escola*. De acordo com o autor, um primeiro movimento da história da educação matemática reporta-se a iniciativas pedagógicas de rompimento com a cultura livresca impregnada de processos de memorização. Para modernizar uma contracultura pedagógica é mobilizada pelas contribuições da psicologia educacional, apontando para um modo diferenciado (sem coerção) de conduzir o aluno. Trata-se de uma proposta de ensino intuitivo em uma escola ativa cuja sistematização vai requerendo conhecimentos pedagógicos mais complexos e mais avançados para tornar mais eficaz o ensino da matemática e a formação do professor, [8]. Nesse movimento que busca romper com o conservadorismo, o autor destaca iniciativas e ações de Félix Klein, Euclides Roxo e Francisco Campos, personagens que saindo do nível de instrução deram *status* à educação matemática.

Em período posterior, tempos de matemática moderna, a história aponta para um refluxo da educação matemática, mobilizando novas referências para professores que ensinam matemática nos primeiros anos escolares.

Buscando modernizar o ensino, recomenda-se que a matemática seja ensinada e compreendida através de estruturas. Com destaque especial à teoria de conjuntos, coloca-se o foco nos conteúdos programáticos atrelados à uma linguagem simbólica. Na década de 1970 surgem os primeiros sinais de declínio da matemática moderna, o movimento segue rumo a novos tempos. Tempos de reestruturação curricular, mediada por parâmetros curriculares nacionais portadores de novas sistematizações de saberes para ensinar matemática. A inovação, tema central no processo de profissionalização, se dá nesse período, na perspectiva da criança que aprende, diferentemente da proposta de matemática moderna na qual o aprendiz é um sujeito universal, as singularidades da criança e sua aprendizagem matemática estão no centro das atenções. *A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos*, [9, p.19]. Assim, o tratamento dos conteúdos apresentados numa sucessão linear deve permitir uma abordagem na qual as conexões sejam favorecidas, e destacadas uma vez que para os alunos seu significado seja resultado das conexões por eles estabelecidas entre os diferentes temas matemáticos, entre as disciplinas e estejam no seu cotidiano, [9].

Nesses movimentos, traços de saberes profissionais de um período anterior não desaparecem, totalmente, no ensino da matemática, ao incorporar características de uma *matemática a ensinar*, imprime novos significados a uma vaga predominante em tempos passados, como é o caso da

memorização da tabuada que permanece em uso, porém memorizada de forma mais prazerosa e compreensiva. Nesse sentido, *a matemática para ensinar*, enquanto processo histórico, vai assumindo um *status* de saber profissional, ao articular-se à *matemática a ensinar* de forma mais objetivada, fortalecida com novas contribuições como as advindas das ciências humanas, de modo especial da Psicologia Experimental.

2. O ENEM nas três décadas da SBEM

Nos Anais do I **ENEM**, encontramos logo no início, uma página escrita por Ubiratan D'Ambrósio, professor homenageado do evento, noticiando a presença da delegação brasileira na 6ª Conferência Interamericana de Educação Matemática em Guadalajara, México, em novembro de 1985 e como os onze especialistas brasileiros se conheceram e tomaram iniciativas para, na volta ao Brasil encaminhar a realização de um congresso e criar a Sociedade Brasileira de Educação Matemática. [7] (**ANAIS** do I **ENEM**).

Uma primeira iniciativa foi realizar o **ENEM**. Acolhido pela Faculdade de Ciências Matemáticas e Físicas da PUC-SP, a coordenação e organização de sua primeira edição ficou a cargo da professora da instituição, Tania Maria C. Campos que conseguiu atrair ampla participação nacional favorecendo, com isso, a criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (**SBEM**).

Consultando os **ANAIS** do **ENEM**, disponibilizados no site da **SBEM**,⁵⁵ inicialmente localizamos, dados gerais nas edições elencadas na tabela 1 a seguir.

| EVENTO | ANO | LOCAL | PARTICIPANTES | TRABALHOS |
|------------------|--------------------|-------------------|---------------|-----------|
| I ENEM | 1987 ⁵⁶ | São Paulo/SP | 550 | 136 |
| II ENEM | 1988 | Maringá/PR | não informado | 163 |
| III ENEM | 1990 | Natal/RN | 1041 | 185 |
| IV ENEM | 1992 | Blumenau/SC | não informado | 182 |
| V ENEM | 1995 | Aracaju /SE | 1053 | 277 |
| VI ENEM | 1998 | São Leopoldo/RS | 2390 | 520 |
| VII ENEM | 2001 | Rio de Janeiro/RJ | 2623 | 399 |
| VIII ENEM | 2004 | Recife/PE | 2000 | 479 |
| IX ENEM | 2007 | Belo Horizonte/MG | não informado | 667 |

⁵⁵ Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) hospeda os Anais do ENEM. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem>

⁵⁶ O I ENEM foi realizado em 1987, porém, seus ANAIS foram editados em 1988.

| | | | | |
|-----------------|------|--------------|---------------|------|
| X ENEM | 2010 | Salvador/BA | 4035 | 1179 |
| XI ENEM | 2013 | Curitiba/PR | 4500 | 1503 |
| XII ENEM | 2016 | São Paulo/SP | não informado | 1259 |

Tabela 1. Produção do **ENEM** (1987-2017)⁵⁷. **Fonte :** Elaboração das autoras.

Na primeira consulta, verificamos que a partir da criação da **SBEM**, no II **ENEM**, o evento foi realizado binualmente até 1995. Desta data em diante, passou a ser trianual. Importante lembrar que a categorização dos trabalhos apresentados não permanece uniforme em todas edições do **ENEM**, no período delimitado para o presente estudo. Na primeira, os 136 trabalhos foram distribuídos em 7 conferências, 33 minicursos, 05 mesas-redondas, 77 comunicações e 23 sessões coordenadas. Essa distribuição vai sendo alterada a cada nova edição. No II **ENEM** é incluída a categoria Sessões Especiais; no III **ENEM** os Grupos de Trabalho (GTs); no IV **ENEM**, a categoria Comunicações subdivide-se em Comunicações Científicas e Comunicações de Experiências. No VI **ENEM**, realizado em São Leopoldo/ **RS**, o número expressivo de 2390 participantes implicou aumento significativo do número de trabalhos (520). Nessa edição, o **ENEM** incorporou os Painéis, uma nova categoria para a submissão de trabalhos. No XI **ENEM**, o maior em número de participantes (4500) e de trabalhos submetidos (1503), os GTs foram reconfigurados em quatro eixos: Práticas Escolares, Pesquisa em Educação Matemática, Formação de Professores e História da Educação Matemática, decisão que além de ampliar o espaço para a história da educação matemática e profissionalização do professor, oportunizou novas reflexões acerca do passado profissional dos professores que ensinam matemática na educação básica. Também observamos que, das 12 edições, apenas seis vincularam o evento a uma temática central, com temas acenando ideias da época, tais como: *Educação Matemática & Ciências, Tecnologia e Sociedade* (IV); *Educação Matemática: um compromisso social* (VIII); *Diálogo entre a pesquisa e a prática educativa* (IX); *Educação, Matemática, Cultura e Diversidade* (X); *Educação Matemática: retrospectivas e perspectivas* (XI); *A Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades* (XII).

3. Saberes Profissionais nos 30 anos do ENEM (1987-2017)

Dando continuidade à sistematização, selecionamos num segundo momento 12 estudos (um de cada edição do **ENEM**) representativos da temática em questão para compor o *corpus da pesquisa*. Trabalhos considerados significativos para a compreensão da história da profissionalização do professor que ensina matemática nos primeiros anos escolares. A escolha levou em conta, aspectos da profissionalização contemplados no título, assim como o acesso ao resumo e/ou texto completo nos Anais disponibilizados no site da **SBEM**.

⁵⁷ O inventário e classificação das edições do **ENEM**, contou com o trabalho de pesquisadores do **GHEMAT PR**, professoras doutoras Alexandra Câmara, Lidiane dos Santos Felisberto e Mariliza Simonete Portela.

Nas análises dos trabalhos selecionados, procurou-se comparar conhecimentos dispersos sobre profissionalização [1] que favorecem a identificação de saberes institucionalizados num dado tempo que marca um processo histórico, uma cultura escolar⁵⁸ [10]. Saberes que institucionalizados referendam a profissão, conferindo uma nova identidade para o professor que ensina matemática na educação básica, a de educador matemático. Para [1, p.88] *a análise histórica depende da síntese, a combinação de informações como peças de um quebra-cabeça com o objetivo de elaborar explicações de eventos e tendências.*

O estudo de Schlleman e Carraher [11, p.116] no I **ENEM**, expressa a força alcançada pelas pesquisas da psicologia cognitiva, disseminadas pelo grupo de Pernambuco, nessa década. Destaca a importância do cálculo mental efetuado pela criança na vida cotidiana. Valorizar e interagir com o conhecimento cotidiano da criança apresenta-se, como um saber docente fundamental para o professor que ensina matemática nos primeiros anos escolares, indispensável no processo de articular a matemática da vida com a matemática da escola, um método natural de estabelecer uma ponte entre o intuitivo cotidiano com o formal escolar. Ainda no final dos anos de 1980, criticando a excessiva memorização, de tipos de exercícios, praticada pelo ensino tradicional, Ernesto Rosa Neto [12, p.121] II **ENEM**, propõe que o professor promova um ensino de matemática mais dinâmico, voltado para redescoberta, partindo sempre do concreto para o abstrato. Considerando rápidas mudanças teóricas que chegam ao campo da educação, enfatiza a atualização de saberes didáticos para que o ensino renovado possa dosar adequadamente memória, lógica e criatividade.

Problematizando a separação entre conteúdo e forma, Dione Lucchesi Carvalho [13] (p.129) III **ENEM**, discute no Grupo de Trabalho de Formação de Professores Magistério 2º Grau - GT-3, metodologias alternativas para a formação do futuro professor das séries iniciais, do então ensino de 1º grau (antigo primário). A autora fala do papel da escola em despersonalizar o conhecimento dispensado ao aluno, tornando-o mais abstrato, geral e complexo, portanto, mais científico. A questão central é chamar a atenção para a articulação do conhecimento matemático com o conhecimento didático pedagógico, buscando desnaturalizar a falsa dicotomia entre eles quando se trata de saber profissional. Apesar do resumo não informar detalhes da proposta que parece bem objetivada, a autora referencia o livro de sua autoria que encontrava-se no prelo⁵⁹, possibilitando aos interessados, maior conhecimento da concepção de saber profissional *para ensinar matemática* recomendada para o curso de Magistério, à época, um dos cursos responsáveis pela formação do futuro professor dos primeiros anos do ensino de 1º grau (antigo curso primário).

Um aspecto relevante considerado na formação do professor polivalente foi a questão da interdisciplinaridade, discutida na Sessão de Trabalho – *A prática e a formação do professor de Matemática frente às necessidades da sociedade brasileira* de acordo com o relatório de Daniel Soares,

⁵⁸ O conceito de cultura escolar, aqui entendido, tem por base a definição dada por Julia (2001). Disponível em: <http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/rbhe/article/view/38749>

⁵⁹ CARVALHO, Dione Luckesi de. Metodologia do ensino da matemática. São Paulo: Cortez, 1990 – Coleção magistério. 2º grau. Série formação do professor).

[14, p.61] IV **ENEM**, foi observado no grupo como assunto pouco presente na formação do professor dos anos iniciais. Entretanto, um saber que começa a ser valorizado, nos cursos de formação de professores dos anos iniciais foi o tratado no Grupo GT-3, coordenado por Ocsana Danyluk [15, p.319] V **ENEM**, defendendo a alfabetização matemática como um saber indispensável na formação do professor polivalente. Apesar de não ser um tema novo, na educação matemática ele começa a ser discutido a partir dos anos de 1990. Entretanto, na discussão é ressaltado que o sentido e significado da alfabetização matemática merecem esclarecimentos nesse campo pois, alfabetizar em matemática ainda é um saber disperso a espera de concepções e sistematizações.

Uma comunicação representativa dos debates da década de 1990, em relação as mudanças no ensino da Matemática para o 1º e 2º graus, foi apresentada por Neide Cristina Sabaraense [16, p.501] VI **ENEM**, ao analisar inovações trazidas pela proposta curricular implementada em SP, ao final de 1980. O estudo destaca pontos comuns na forma de abordar os conteúdos e a visão construtivista, entre o material *Atividades Matemáticas*, produzido pela Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas – CENP, vinculada à Secretaria da Educação do Estado de São Paulo e os Parâmetros Curriculares Nacionais [17] (**PCNs**) que teve sua versão preliminar publicada em 1997. Orientadas na linha construtivista, as atividades propostas abordam os conteúdos através de problemas, e não por meio de processos repetitivos que desestimulam os alunos. Iniciando, não por uma definição, mas por um problema que envolve um conteúdo matemático e favorece a discussão e elaboração da estrutura da situação, sem recorrer a fórmulas ou procedimentos convencionais para a busca de solução, dando condições para o aluno construir ativamente seu conhecimento matemático.

Um questionamento importante, trazido por Cristiano A. Muniz [18] VII **ENEM**, foi o uso dos jogos no ensino da matemática. Analisando possibilidades e limites dessa ferramenta cultural para a aprendizagem da matemática, o autor coloca em questão o valor da transferência dos jogos espontâneos das crianças para a sala de aula, assim como do papel e competência do professor como mediador do conhecimento matemático a ser apropriado a partir dos jogos.

Também colocando em questão conhecimentos profissionais para ensinar matemática, ofertados na formação de professores polivalentes por 36 cursos de Pedagogia, de instituições brasileiras, Edda Curi e Célia C. Pires [19] (p.1-17) VIII **ENEM**, constatam, em mesa redonda, a pouca presença de materiais, pesquisas e indicações de livros de educadores matemáticos, destinados ao ensino da matemática nos anos iniciais e também a ausência de temas matemáticos por meio de resolução de problemas, conforme proposta dos PCNs - Matemática, o que, segundo as autoras, vem contrariar princípios das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação em Nível Superior (**DCNs**) [20].

Defendendo um diálogo entre a história da educação matemática e as práticas educativas em Matemática, Maria Laura Magalhães Gomes [21, p.1-17] IX **ENEM**, menciona na palestra proferida, como as novas propostas curriculares vêm prestigiando o uso da história na contextualização dos objetos de conhecimento. Para além de um recurso didático utilizado para despertar a curiosidade do aluno, a autora afirma que ainda há muito o que fazer quando se trata de considerar a importância da história da educação matemática para o educador matemático construir uma consciência histórica.

Ainda sobre a formação em Pedagogia para os anos iniciais, a comunicação científica apresentada por Cordeiro e Gomes [22] X **ENEM** 2010, ao analisar o processo de formação matemática ofertado em um curso de Pedagogia de Recife/PE, mostra uma forte proximidade da formação com a proposta dos PCNs de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental, porém dando maior ênfase aos jogos e resolução de problemas e com ausência de temas transversais, história da matemática e tratamento da informação. Constata que a formação necessita de maior aprofundamento do conhecimento pedagógico do conteúdo além de articulação do conteúdo com outras áreas de conhecimento e com o cotidiano do aluno dos anos iniciais. A memorização da tabuada, um tema geralmente discutido na formação de professores de anos iniciais, é abordado na perspectiva da história cultural por Denis Herbert de Almeida e Maria Célia Leme da Silva [23] XI **ENEM**. O estudo analisa um novo método para ensinar tabuada a partir das dificuldades dos alunos, criado por Alfredina de Paiva e Souza, professora na Escola de Professores, do Instituto de Educação do Rio de Janeiro, na década de 1930. Diferentemente de práticas tradicionais de memorização da tabuada, sempre ensinada numa ordem crescente dos números, o método proposto por Alfredina, fundamentado em princípios escolanovistas, utiliza combinações ordenadas por dificuldades apresentadas pelos alunos. Inovação que traz em seu bojo saberes sistematizados para ensinar tabuada a partir dos novos aportes teóricos da psicologia experimental. Por último, a comunicação de Martha Raíssa Iane Santana da Silva [24] XII **ENEM**, discute saberes aritméticos na formação de normalistas, entre 1950 e 1970, no estado de São Paulo. Visto historicamente, tais saberes são abordados ocupando distintos espaços nos currículos de formação ao longo do tempo, sinalizando disputas entre disciplinas de cultura geral e cultura profissional. Abordando, de forma diferenciada, os trabalhos analisados sinalizam para transformações de diferentes ordens nos saberes para ensinar matemática. Um aspecto predominante dos trabalhos foram as críticas emitidas aos saberes legitimados para ensinar matemática que se apresentavam fechados em suas disciplinas de referência com práticas instrucionais sem propósitos educativos, ou seja, práticas consideradas inadequadas às características e interesses das crianças.

4. Considerações finais

Na produção analisada, os saberes para ensinar matemática nos primeiros anos escolares apresentaram-se como ferramentas imprescindíveis para a docência. Abordados sob diferentes pontos de vista, trazem vestígios de representações de vagas pedagógicas que marcaram presença no cenário educacional brasileiro, ao longo dos tempos. Ora, buscados no campo da Psicologia Cognitiva, ora, no campo da Didática, a análise da produção da história da profissionalização, mostra que os saberes não são fixos e sua compreensão requer análises de suas movimentações em diferentes tempos e contextos educacionais, requer, portanto, análises de processos e dinâmicas que favoreceram sua institucionalização. Seja problematizando propostas curriculares que no passado ajudaram a formar normalistas e pedagogos para ensinar matemática na escola primária, seja mostrando processos inovadores nas práticas de memorização de tabuadas, seja focalizando embates históricos entre disciplinas de cultura geral e de cultura profissional, percebemos que só uma pequena parte desses estudos destacam ações e iniciativas de protagonistas dessa história da

profissionalização docente. Do ponto de vista histórico, a *matemática para ensinar*, ao que indicam estudos apresentados nas XIª e XIIª edições do **ENEM**, ao mostrar processos de articulação entre a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar*, abordam a formação profissional em seu movimento real. Desenvolvidos na perspectiva da história cultural, tais estudos trouxeram maior visibilidade a processos de objetivação e sistematização ao intervirem na formação dos professores do ensino primário. De um modo geral, mesmo orientados por outras abordagens, os demais estudos não ocultam inquietações dos autores em relação a formação de um novo profissional - o educador matemático polivalente. Sinalizando que ainda há muito a se fazer, quando se trata de compreender os saberes profissionais a serem mobilizados pelo educador matemático que atua nos primeiros anos escolares, a história da educação matemática tem um fértil potencial para tal empreendimento.

Referências

- [1] P. Burke, *“O que é história do conhecimento”*. São Paulo: Editora Unesp, 2016.
- [2] E. B. Lima; W. R. Valente, *“O saber profissional do professor que ensina matemática: considerações teórico-metodológicas”*. Argumentos Pró-Educação. Pouso Alegre, v.4, n.11, p. 928-943, maio-ago, 2019. Disponível em:
[http://ojs.univas.edu.br/index.php?journal=argumentosproeducacao&page=issue&op=view&path\[\]=28](http://ojs.univas.edu.br/index.php?journal=argumentosproeducacao&page=issue&op=view&path[]=28) Acesso em 28/08/2019.
- [3] A. Nóvoa, *“Histoire & Comparaison (Essais sur l'Éducation)”*. Lisbonne, Educa, 1998.
- [4] H-E. Tenorth, *“Profesiones y profesionalización. Um marco de referencia para el análisis histórico del enseñante y sus organizaciones”*. Revista de Educación, 285, enero-abril, 77-92, 1988.
- [5] N. B. Pinto, B. D. Novaes, *“Caracterização de saberes profissionais da matemática para ensinar nos primeiros anos escolares: anotações metodológicas”*. **HISTEMAT** – Revista de História da Educação Matemática. Ano 4, N.1, p.139-153, 2018. Disponível em:
<http://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT>. Acesso em 28/08/2019.
- [6] R. Hofstetter, B. Schneuwly, *“Savoirs en (trans)formation. Au coeur des professions de l'enseignement et de la formation”*. Bruxelles, Éditions De Boeck Université, 2009.
- [7] Anais dos ENEMs. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (**SBEM**). Disponível em:
<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem>
- [8] W. R. Valente, *“OS MOVIMENTOS DA MATEMÁTICA NA ESCOLA: do ensino de matemática para a educação matemática; da educação matemática para o ensino de matemática; do ensino de matemática para a educação Matemática; da Educação Matemática para o Ensino de Matemática”*. Pensar a Educação em Revista. Curitiba/Belo Horizonte, v.2, p.3-23, abr.-jun./2016. Disponível em Pensar a Educação em Revista. Acesso em 12/09/2019.

- [9] BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental, *“Parâmetros Curriculares Nacionais- Matemática”*. Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: **MEC/SEF**, p. 19, 1997.
- [10] D. Julia, *“A cultura escolar como objeto histórico”*. Campinas: Autores Associados/**SBHE**, Revista Brasileira de História da Educação, n. 1. jan.-jun., p. 9-43, 2001.
- [11] A.L. D. Schilleman; T. N. Carraher, *“Matemática Intuitiva”*. São Paulo/SP, **ANAIS** do I **ENEM**, p. 116, 1987.
- [12] E. Rosa Neto, *“II ENEM, p. 121. “Aspectos da Didática da Matemática”*. Maringá/Pr, **ANAIS** do II **ENEM**, p. 121, 1988.
- [13] D. L. de Carvalho, *“Metodologias Alternativas para Educação Matemática”*. Natal/RN, **ANAIS** do III **ENEM**, p. 129, 1990.
- [14] D. Soares, *“A formação matemática do professor das séries iniciais”*. Blumenau/SC, **ANAIS** do IV **ENEM**, p. 61, 1992.
- [15] O. Danyluk, *“Alfabetização e experiências no ensino da Matemática nas séries iniciais”*. Aracaju/SE, **ANAIS** do V **ENEM**, p. 319, 1995.
- [16] N.C. Sabaraense, *“Experiências matemáticas e parâmetros curriculares nacionais: uma discussão sobre suas relações contribuições para possíveis mudanças nas práticas docentes”*. São Leopoldo/RS, **ANAIS** do VI **ENEM**, p. 501, 1998.
- [17] BRASIL. Diretrizes curriculares nacionais para a educação básica. / Secretaria de Educação Básica – Brasília: **MEC/SEF**, 2013.
- [18] C. A. Muniz, *“Possibilidades e limites dos jogos para a aprendizagem da matemática”*. Rio de Janeiro/RJ, **ANAIS** do VII **ENEM**, p.1-10, 2001.
- [19] E. Curi; C. C. Pires, *“A formação matemática do professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental face às novas demandas nacionais”*. Recife/PE, **ANAIS** do VIII **ENEM**, p. 1-17, 2004.
- [20] BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática/ Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: **MEC/SEF**, 1997, p. 19.
- [21] M.L.M. Gomes, *“Em favor de um diálogo entre a história da educação matemática e as práticas educativas em matemática”*. Belo Horizonte/MG, **ANAIS** do IX **ENEM**, p. 1-17, 2007.
- [22] R.M.A. Cordeiro; C.R.A.Gomes, *“Formação de Professores para o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: um estudo de caso da Licenciatura em Pedagogia”*. Salvador/BA, **ANAIS** do X **ENEM**, p. 1-12, 2010.

- [23] D.H. de Almeida; M.C.Leme da Silva, "A tabuada de adição em tempos de Escola Nova: uma proposta de Alfredina de Paiva e Souza no Instituto de Educação do Rio de Janeiro". Curitiba/PR, **ANAIS** do XI **ENEM**, p. 1-15, 2013.
- [24] M.R.I.S. da Silva, "Os saberes aritméticos para a formação do professor primário paulista, 1950 a 1970". São Paulo/SP, **ANAIS** do XII **ENEM**, p. 1-15, 2016.



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

OS SABERES PARA ENSINAR MATEMÁTICA: A PRÁTICA DE ENSINO NA FORMAÇÃO

THE KNOWLEDGE TO TEACH MATHEMATICS: THE TEACHING PRACTICE IN TRAINING

*David Antonio da Costa**

Resumo: esta comunicação tem como objetivo apresentar um recorte da pesquisa que investiga os saberes para ensinar aritmética em aulas de práticas no curso de formação de professores. Mais precisamente procuram-se vestígios das prescrições de práticas de um nível de sistematização de saberes que busca tornar-se objetivado em um conjunto de artigos da revista “*A Eschola Publica*” (1893-1894 e 1896-1897), que posteriormente se torna livro “*A Eschola Publica: ensaio de Pedagogia Prática*”, de 1895, publicado pela Typographia Paulista. No final do século XIX, início do século XX, as escolas normais possuíam uma escola modelo anexa destinada para difundir práticas de ensino alinhadas com a renovação dos métodos pedagógicos e se constituem no modelo de formação dos professores primários que ensinam matemática. Em termos teórico-metodológicos, esta pesquisa se baseia nas noções acerca da escrita da história de [1] e da História Cultural de [2] levando em conta a história das disciplinas [3] e ambiência escolar [4]. As análises se fundamentam nos estudos do grupo suíço de Pesquisa em História Social da Educação (**ERHISE**⁶⁰) que tem se debruçado sobre as pesquisas sócio históricas acerca da formação de professores. Para [5], os saberes objetivados são aqueles que nos é dado como natural e necessário, imposto, em geral, por um grupo que passa a dizer a mesma coisa, estabelecendo consensos. As análises de dois artigos da “*A Eschola Publica*” demonstram que os saberes para ensinar se estruturam e incorporam as vagas pedagógicas vigentes em articulação com os saberes a ensinar.

Palavras-chave: história da educação matemática, práticas de ensino, saber para ensinar, formação de professores.

Abstract: This paper aims to present a section of research that investigates the knowledge teach arithmetic in practical classes in the teacher training course. More precisely, we seek traces of the practice prescriptions of a level of systematization of the knowledge that seeks to become objectified in a set of articles in the magazine “*A Eschola Publica*” (1893-1894 and 1896-1897), which

* Licenciado em Matemática, Faculdade de Filosofia Ciências e Letras **MOEMA**, Brasil. Doutorado em Educação Matemática, **PUC/SP**, Brasil. Docente do Departamento de Metodologia de Ensino do Centro de Ciências da Educação da Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil. Email pessoal: prof.david.costa@gmail.com Email institucional: david.costa@ufsc.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4493-9207>.

⁶⁰ **ERHISE** é o acrônimo de Equipe de Recherche en Histoire Sociale de l'Éducation. O grupo é coordenado pela Rita Hofstetter com a colaboração de Joëlle Droux. Para maiores detalhes ver em: <<https://www.unige.ch/fapse/recherche/ssed/culture-organisation/erhise/>>. Acesso em 18 jun. 2019.

later becomes a book: “*A Eschola Public: Pratical Pedagogy Essay*”, 1895, published by Tipographia Paulista. In the late 19th century, early 20th century, the normal schools had an attached model school designed to disseminate teaching practices aligned with the renewal of methods and constitute the training model for primary teachers who teach mathematics. In theoretical-methodological terms, this research is based on the notions about writing the history of [1] and the Cultural History of [2] taking into account the history of the discipline [3] and school ambience [4]. The analyzes are based on studies by the Swiss Research Group on Social History of Education (**ERISHE**), which has focused on social-historical research on teacher education. For [5], the objectified knowledge is that which is given to us as natural and necessary, imposed, in general, by a group that goes on to say the same thing, establishing consensus. The analysis of two articles shows that the knowledge to teach is structured and incorporates the current pedagogical in articulation with the knowledge to teach.

Key Words: History of Mathematics Education, teaching practices, knowledge to teach, teacher training.

1. Introdução

Esta comunicação surge como resultado parcial de pesquisa desenvolvida no decorrer de meu estágio pós-doutoral 2018-2019 na Universidade Federal de São Paulo, sob supervisão do Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente intitulada ***OS SABERES PARA ENSINAR MATEMÁTICA: um estudo histórico-comparativo entre São Paulo e Santa Catarina – dos exercícios práticos de ensino ao estágio supervisionado (1890-1950)***. Esta pesquisa intenta investigar processos e dinâmicas de constituição dos saberes matemáticos objetivados em aulas de práticas no curso de formação do professor que ensina matemática. A pesquisa anunciada dialoga com o projeto guarda-chuva denominado *A MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES E NO ENSINO: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990*, apoiado financeiramente pela **FAPESP**⁶¹, coordenado pelo Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente (**UNIFESP** – Guarulhos) juntamente com outros integrantes: Profa. Dra. Luciane de Fatima Bertini (**UNIFESP** Diadema); Profa. Dra. Neuza Bertoni Pinto (**REAMEC** - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática) e Profa. Dra. Rosilda dos Santos Morais (**UNIFESP** – Diadema).

Esta comunicação tem como objetivo ilustrar o caminho metodológico da pesquisa desenvolvida no estágio pós doutoral anunciada e intenta caracterizar *saberes para ensinar* aritmética na Escola Modelo em São Paulo, início do século XX tomando como fonte privilegiada alguns artigos de autoria de Oscar Thompson publicados na revista pedagógica *A Eschola Publica* (1893-1894 e 1896-1897), que posteriormente se torna livro *A Eschola Publica: ensaio de Pedagogia Prática*, de 1895, publicado pela Typographia Paulista. Este texto está estruturado com as seguintes partes: a) Introdução - aborda aspectos históricos das práticas e estágios no processo e espaços de formação; uma revisão

⁶¹ Ver mais detalhes em: <<https://bv.fapesp.br/pt/auxilios/98879/a-matematica-na-formacao-de-professores-e-no-ensino-processos-e-dinamicas-de-producao-de-um-saber-p/>>. Acesso em 14 fev. 2019.

bibliográfica acerca das pesquisas de formação de professores; e o papel dos saberes na formação dos professores; b) Caracterização da Escola-Modelo e seu papel no curso normal em tempos de vaga pedagógica intuitiva; c) Desenvolvimento das análises dos artigos escolhidos caracterizando os saberes para ensinar aritmética e d) Algumas considerações.

1.1. As práticas e estágios no processo e espaços de formação

Segundo [6], os primeiros vestígios sobre o uso do termo *estágio* foi utilizado na literatura em meados de 1080, na sua forma latina medieval *stagium* cujo significado era *residência* ou *morada*. Um termo semelhante em francês, *stage*, na literatura francesa de 1630 designava o período que um sacerdote deveria residir na igreja antes de ser plenamente empossado em suas atribuições. Esta informação é enfatizada na quarta edição do *Dictionnaire de l'Académie française, 1762*. A autora conclui, apoiada em outros estudos [7] que o conceito de estágio, associado inicialmente a uma simples atividade de acompanhamento prático de um mestre na Idade Média, se transforma para uma atividade curricular dos cursos de formação. Ou seja, o termo estágio esteve associado à aprendizagem, posta em prática em local adequado e aos cuidados de profissionais experientes.

Quando pensamos nos processos de formação profissional, no nosso particular caso, nos processos de formação dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais, os estudos de [8] nos ajudam problematizar os currículos. [8] indica como traços distintivos dos processos de formação profissional a instituição de espaços específicos para aprender, o que quebra a lógica do mimetismo em situação. Retomando suas considerações, *todo o currículo tende a tomar a forma institucional de uma escola*.

[...] trata-se de uma sequência organizada de situações de aprendizagem, planejado. Isso significa que ele [currículo] é projetado de acordo com uma progressão: vai do fácil ao difícil, do simples ao complexo ou em qualquer outra ordem inspirada em um modelo didático, mas sempre de acordo com a progressividade considerada mais favorável ao aprendizado. Essa progressão é combinada: o caminho a que o aluno será restringido é instituído por um ou mais atores que não são mais apenas praticantes especialistas do que se deve ser aprendido, mas que são responsáveis por estabelecer a progressividade e controlá-lo, implementá-lo [8, p. 84].

[8] afirma que a melhor ordem considerada para aprender as operações de uma prática não se aproximam ao das condições do seu exercício efetivo. E isso ocorre não somente porque os critérios de validação dessas práticas não são semelhantes, mas porque a separação do tempo da aprendizagem e o das práticas nas condições sociais comuns são acompanhados por uma diferenciação de *status*, uma vez que o aprendiz não tem as responsabilidades nem prerrogativas do profissional em exercício.

O cenário desta pesquisa se situa no espaço de formação da Escola Normal de São Paulo. A reforma da Instrução Pública paulista capitaneada por Caetano de Campos, alterou o funcionamento da Escola Normal. A formação de professores não poderia mais ater-se somente aos princípios teóricos enciclopédicos e tradicionalistas, mas deveria ser principalmente prática, voltada ao treinamento profissional na busca de resultados rápidos e concretos tão necessários a nação [9].

Por indicação do Prof. Horace Lane, diretor da Escola Americana, Caetano de Campos contrata as professoras Maria Guilhermina Loureiro de Andrade e Miss Márcia Priscilla Browne, ambas formadas nos Estados Unidos com muita afinidade aos novos métodos de ensino - o método intuitivo. Cada uma delas dirige uma das seções da Escola-Modelo. Após o primeiro ano de funcionamento da Escola-Modelo, a diretora Maria Guilhermina Loureiro de Andrade pediu rescisão de contrato permanecendo Miss Márcia Browne na direção das duas seções. As articulações de Caetano de Campos na escolha destas professoras representam a crença no método e consagra a influência americana nesse primeiro período de reforma da instrução pública no Estado de São Paulo [10].

Esta escola transformou-se no centro irradiador do método intuitivo pelas mãos e entusiasmo de Caetano de Campos alinhado ao pensamento positivista segundo o qual as leis físico-químicas e biológicas e as ciências naturais eram determinantes na educação, até mesmo para a formação dos futuros professores. A base sólida dessa formação era fundamentada nos exercícios práticos de ensino realizados nas classes de aplicação, local de preparo dos professores na técnica de transmissão de conhecimentos, a partir da observação como o sentido determinante para a construção de sua própria prática pedagógica.

1.2. As pesquisas de formação dos professores

Há muitas pesquisas e de diferentes perspectivas que se debruçam sobre o tema da formação de professores. [11] indicou algumas tendências dessas pesquisas e apontou sua intensificação a partir dos anos de 1990. Essa autora se valeu de resultados sínteses de Grupos de Trabalho da **ANPEd** (Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação), do **ENDIPE** (Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino) além de outras referências que produziram resultados chamados de estado da arte. Dentre as tendências, a autora destaca grupos de pesquisa ação, participante, colaborativa, ou seja, investigações que colocam professores como colaboradores e investigadores de sua própria prática. Levando em conta o desenvolvimento profissional do professor, destacam-se as pesquisas reflexivas, histórias de vida e a formação pelas pesquisas.

[12] também relaciona os trabalhos realizadas por Marli André sobre tensões e perspectivas de pesquisas sobre formação de professores [13]; assim como aqueles produzidos por Bernadete Gatti sobre a formação inicial de professores para a escola básica [14]. Os estudos de Libânia Xavier sobre a construção da profissão docente [15] e da revisão bibliográfica de Itale Cericato sobre o mesmo tema [16] compõem um panorama das pesquisas educacionais no âmbito geral.

Para as pesquisas acerca da formação de professores que ensinam matemática, Valente [12] destaca aquelas realizadas, desde 2002, pelo Grupo de História Oral e Educação Matemática (**GHOEM**) na elaboração de um mapeamento (histórico) sobre a formação e atuação dos professores de Matemática no Brasil [17]. Indica também as realizadas pelo de Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação de Professores de Matemática (**GEPFPM**), difundidas pela publicação de um *e-book Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001-2012*, [18].

Os levantamentos realizados indicam que, em sua grande maioria, as pesquisas mobilizam os saberes da ação, aqueles que englobam os conhecimentos, as competências, as habilidades (ou aptidões) e as atitudes relacionadas ao saber, ao saber-fazer e ao saber ser. A ênfase na subjetividade ganha destaque nas pesquisas e esta subjetividade, em termos de saber, tem expressão por meio dos saberes da ação.

Conclui-se que há lacunas de pesquisas que tomam a formação inicial uma vez que prevalecem as pesquisas de ação docente, portanto aquelas vinculadas aos processos de formação continuada. Justifica-se a relevância do tema tratado neste artigo na medida que inauguram-se pesquisas que se desviam do foco dos saberes subjetivos, dos saberes da ação e buscam-se novas perspectivas de pesquisas no campo da formação de professores como tratado a seguir.

1.3. O papel dos saberes na formação

De acordo com [8], aprender a prática requer decomposição, uma forma de explicitação, exteriorizada e objetivada. A aprendizagem não se opera por identificação da fala na ação, mas por diferenciação da fala sobre a ação. Essa conclusão é fundamental para a compreensão da forma escolar nos cursos de formação profissional e respectivos currículos, pois as práticas sociais são convertidas em discursos e a sua transmissão torna-se possível por meio desses discursos.

A objetivação, a explicitação e apresentação de uma prática profissional em um currículo são acompanhadas de uma despersonalização do mesmo. Teorizadas e didatizadas tornam-se transmissíveis, reproduzíveis, ensináveis. Esta conversão de uma prática em texto substitui a situação (em ato) por um contexto, isto é, pelo que se pode compreender além das singulares condições estabelecidas pela situação. A prática torna-se um objeto a ser estudado no currículo e não um meio no qual se insere determinado assunto. Em outras palavras, os saberes estão no centro da discussão da formação.

Cabe distinguir duas significações da palavra saber: aquela que se associa ao campo semântico dos saberes incorporados relacionados as capacidades, os conhecimentos, as competências, aptidões, atitudes, profissionalidades e aquela identificada pelos saberes objetivados, que de acordo com Barbier remete:

A realidades com o estatuto de representações [...] dando lugar a enunciados proposicionais e sendo objeto de uma valorização social sancionada por uma atividade de transmissão-comunicação. Elas, essas representações, tem consequentemente uma existência distinta daqueles que as enunciam ou daqueles que delas se apropriam. São conserváveis, acumuláveis, apropriáveis [19, p. 9]

As pesquisas do grupo **ERHISE** apontam que os saberes fazem parte da engrenagem das instituições de ensino e de formação. Assim, segundo [20], os saberes vão se manifestar na forma de objeto e/ou de instrumento de ensino para os profissionais da docência. O foco de reflexão destas pesquisas recai sobre os saberes formalizados que estão associados aos saberes objetivados.

Em outras palavras, são saberes formalizados que se encontram materializados de alguma forma nos livros, documentos normativos de ensino, planos de aula, cadernos escolares, etc. Na visão desses autores, esses materiais fazem parte do cotidiano e dos afazeres pedagógicos e encontram-se presentes nas atividades de transmissão-comunicação feitas pelos docentes. Assim, é possível definir dois tipos constitutivos de saberes referidos a profissão docente: *os saberes a ensinar que são objetos do seu trabalho; e os saberes para ensinar, em outros termos os saberes que são as ferramentas do seu trabalho*, [20, p.131].

Os saberes a ensinar constituem o objeto de trabalho do professor, e estão associados aos saberes que devem ser ensinados ao aluno. Esses saberes estão diretamente ligados à instituição de ensino que de alguma forma define o que se deve ou não ensinar. Manifestam-se principalmente em planos de ensino ou programas/currículos, em livros didáticos do aluno e do professor, em documentos que fornecem prescrições para o ensino e outros tipos de documentos que sistematizam orientações quanto ao que se deve ensinar.

Para Hofstetter e Schneuwly:

A escolha dos saberes e a sua transformação em saberes a ensinar é resultado de processos complexos que transformam fundamentalmente os saberes a fim de torná-los ensináveis. Esse processo pode até conduzir à criação de saberes próprios às instituições educativas, necessárias a elas para assumirem as suas funções [20, p.133].

Apoiado nas prescrições e normativas, nos livros didáticos e outros documentos utilizados no cotidiano escolar procuram-se identificar inicialmente quais seriam os *objetos* de trabalho do professor do curso primário quanto ao ensino de matemática. Para além dos conteúdos prescritos, busca-se olhar para as finalidades e propósitos destes saberes, para se compreender a escolha e a instituição destes saberes a ensinar.

Por outro lado, os saberes para ensinar são saberes que se relacionam com os objetos do trabalho de ensino, as práticas de ensino e as instituições que definem a atividade profissional docente. Quanto aos objetos do trabalho de ensino, os saberes para ensinar podem estar associados aos saberes a ensinar e aos alunos (seus conhecimentos, seus desenvolvimentos, as maneiras de aprender, etc.). Já quanto as práticas de ensino, os saberes para ensinar estão associados aos métodos, procedimentos, dispositivos, escolhas dos saberes a ensinar, modalidade de organização e de gestão. Sobre as instituições, os saberes para ensinar estão associados aos planos de aula, as instruções e prescrições de ensino, as finalidades das instituições de ensino, as estruturas administrativas e políticas que regulamentam e normatizam o sistema de ensino, etc.

A partir das análises e discussões de duas primeiras lições de um conjunto de artigos da revista *A Eschola Publica* e do livro *A Eschola Publica: ensaio de Pedagogia Prática*, de 1895, que tratam das atividades de práticas da Escola Modelo de São Paulo na virada do século XIX-XX, esta comunicação tem como objetivo ilustrar o caminho metodológico da pesquisa desenvolvida no estágio pos doutoral anunciada que intenta **caracterizar saberes objetivados desdobrados nos saberes para ensinar aritmética**.

2. A Escola Modelo em São Paulo, a Prática de Ensino e o método intuitivo - final do século XIX-início do século XX

Concebida como parte integrante da escola normal a Escola Modelo do Carmo (nome que se dava a Escola Normal de São Paulo) é destinada à demonstração de procedimentos didáticos, de observação e prática de ensino para os alunos do terceiro ano do curso normal e, finalmente, ponto de irradiação das técnicas fundamentadas no método intuitivo de ensino [21, p. 179]. O método de ensino intuitivo ganhou expressão na Escola Modelo. A Prática de Ensino na Escola.

Modelo se configurou e avançou nas primeiras décadas do século XX. Entre 1890 e 1920, muitos currículos se sucederam na organização da Escola Normal. Entretanto a Prática de Ensino continuou a ser efetivada na Escola Modelo.

Observar o trabalho de um professor mais experiente na Escola Modelo foi a base da Prática de Ensino. Daí que se pode afirmar acerca das questões apresentadas do funcionamento da Escola Modelo, que [...] *a arte de ensinar torna-se largamente dependente da capacidade de observar* [22, p. 226].

Cumprindo a lógica centrada na reprodução de um modelo escolar, o sistema de ensino público paulista se organiza nas duas primeiras décadas republicanas. Os dispositivos de produção de visibilidade das práticas escolares se materializam nos relatórios de inspeção, nas revistas pedagógicas e publicações fomentadas pela Diretoria da Instrução do ensino paulista.

Tomar as revistas pedagógicas como fontes privilegiadas desta investigação está embasada na ideia de que as publicações periódicas constituem “espaço de afirmação de correntes de ações e do pensamento educacional” [23, p. 246]. Ainda de acordo com a autora, a imprensa exerce influência na “configuração do campo educacional, na afirmativa da profissionalização docente, no debate de ideias pedagógicas e na sua ampliação de práticas educativas e escolares” [23, p. 246].

Um conjunto de artigos de autoria de Oscar Thompson publicados na revista pedagógica *A Eschola Publica* (1893-1894 e 1896-1897) serviu de fonte de pesquisa relativos aos saberes aritméticos tratados na Escola Modelo. Posteriormente este conjunto de artigos se torna livro *A Eschola Publica: ensaio de Pedagogia Prática*, de 1895, publicado pela Typographia Paulista.

Cabe salientar que este mesmo conjunto de dados foi utilizado por [24] para caracterizar as apropriações do método intuitivo por Oscar Thompson a partir de suas recomendações para o ensino de número e cálculo.

Tal estudo permitiu caracterizar a ordem e a marcha do ensino de Aritmética realizada por Thompson seguindo o ensino psicológico da Aritmética, isto é, partindo do uso de objetos concretos e trabalhando mais de um saber simultaneamente. Tal opção de trabalho contraria a ordem lógica, ou seja, aquela que parte do abstrato e segue a ordem sucessiva dos saberes (primeiro ensina-se a contar, depois somar, depois subtrair, multiplicar e dividir...).

A revista *A Eschola Publica*⁶² ...

Surgiu com uma finalidade explícita de atender as necessidades de um sistema educacional em fase de implantação, tendo como aspectos favoráveis a originalidade da iniciativa, a formação intelectual daqueles que se propuserem a editá-la, o prestígio e, conseqüentemente o respaldo político de que gozavam seus editores e o destaque angariado por suas práticas educacionais antes mesmo da criação da revista [25, p. 170] .

Os interesses da investigação repousam nas análises dos processos e dinâmicas de constituição do saber profissional do professor que ensina matemática, considerando os saberes formalizados – os saberes objetivados. Sendo assim, objetiva-se capturar métodos utilizados, didáticas, conhecimentos priorizados, orientações pedagógicas, que se sedimentam e se tornam saberes objetivados

⁶² Os editores da primeira fase da revista (1893-1894), Oscar Thompson, Benedito Maria Tolosa, Joaquim de Sant’Anna e Antonio Rodrigues Alves Pereira, foram alunos da Escola Normal de São Paulo no período de 1880. Oscar Thompson teve intensa participação no movimento educacional do período e, em 1892, atuou como professor adjunto da Escola-Modelo, como diretor da Escola Normal de São Paulo e como diretor-geral da instrução pública do estado, sendo responsável pela continuidade da publicação da Revista de Ensino.

desdobrados nos saberes para ensinar e saberes a ensinar na formação do professor que ensina matemática.

3. Saberes para ensinar aritmética nas orientações da *A Eschola Publica*

O conjunto de artigos intitulado *Arithmetica Elementar* por Oscar Thompson desde o primeiro número da revista *A Eschola Publica*, julho de 1893, organizados em onze lições, apresentam uma série de prescrições e orientações para o ensino de aritmética. Para exemplificar as análises acerca dos saberes para ensinar aritmética, nesta comunicação, são apresentadas análises das duas primeiras lições que tratam do contar e dos primeiros algarismos. No preâmbulo do primeiro artigo intitulado "Arithmetica Elementar" que relata a marcha que o professor deveria seguir na condução de sua classe, é possível depreender o tom que os reformadores paulistas delineavam para as aulas práticas de aritmética.

Outr'ora, crianças de tenra idade eram obrigadas, desde que entravam para a eschola, a decorar algarismos e taboadas, trabalho este que nenhuma forma o entretinha e que muito cansava a sua memoria.

Hoje envidam-se todos os esforços para tornar o ensino de tal matéria attrahente de modo que leve a criança a mostrar-se desde as primeiras lições interessada por elle.

E o melhor meio para se obter esse desideratum é concretisar o estudo dos numeros.

É preciso que a criança não considere os algarismos como meros symbolos, mas como grupos de objectos.

Só assim adicionando, por exemplo, quatro e tres o resultado, sete, não será um esforço de memoria verbal, mas um acto de percepção interior; porque a criança pinta a si mesma, compreende que o resultado – sete, tem um grupo de quatro objectos e outro grupo de tres objectos.

Muitas difficuldades se apresentam sobre o ensino de tal matéria, mas todas essas difficuldades desaparecerão si o professor apresentar objectos, taboinhas ou figuras aos meninos.

Deste modo o estudo torna-se agradável não só ao mestre como aos alumnos.

As primeiras lições não excederão ao numero dez, e consistirão em analyses dos numeros [26, p. 29-30].

A preparação da classe também estava abordada no artigo antes mesmo de iniciar detalhamentos da primeira e segunda lição. Esta preparação é minuciosamente descrita de forma que o professor possa se apropriar das mesmas.

Colloquem-se os meninos de pé ao redor de uma mesa.

No meio desta, taboinhas de um decimetro de comprimento e dois centimetros de largura, figurinhas e outros objectos.

O professor, também conservar-se-á de pé, perto de uma das extremidades da mesa.

Assim a classe estará preparada para a lição [26, p. 30]

Tais orientações escritas por Thompson e objetivadas na circulação da revista pedagógica cristaliza saberes para ensinar aritmética que os professores primários deveriam se apropriar na lida de sua tarefa. Dito de outra forma, era fundamental que os professores soubessem ensinar pelos objetos: e para tal era imprescindível a disposição dos alunos e professores para que mobilizassem adequadamente os objetos.

As duas primeiras lições apresentam exemplos de diálogo entre o professor e aluno. Cada aluno repetirá a mesma ação, mostrando o objeto, exigindo-se sentenças completas e palavras bem pronunciadas. A primeira lição ocorrerá com a manipulação de um único objeto e, as perguntas servirão para ensinar a criança contar, somar, subtrair, multiplicar e dividir. A segunda lição acompanhará a mesma ideia anterior, com a manipulação de dois objetos. Ao final a criança deveria ser capaz de contar a "história do número dois". Exemplo: "Um e um são dous. Dous tirando um fica um. Dous tirando dous fica nenhum. Um dous são dous. Dous um são dous. Dous tem dous um. Dous tem um dous" [26, p. 32].

As análises realizadas por [24] contribuem para dar luz a releitura destas fontes. As primeiras duas lições registradas no artigo inaugural da *A Eschola Publica* mostram os primeiros movimentos do ensino intuitivo dos saberes aritméticos que se dariam por dois processos de ensino: pelo manuseio da coisa concreta (da parte do aluno) e pela oralidade, isto é, pelo processo promovido pelo diálogo professor-aluno a partir das coisas concretas. "A conversação é uma espécie de jogo que se configura entre perguntas e respostas" [24, p. 57]. A partir do saber a ensinar uma aritmética intuitiva, um saber para ensinar se articula nas ações que o professor realiza na medida que se promove o diálogo professor-aluno. Tal assertiva se alinha com a proposição de [20]: os saberes a ensinar se articulam com os saberes para ensinar.

Sendo assim, fazer a criança aprender a contar e calcular é dispor de objetos concretos ao alcance dela, e em seguida, praticar um diálogo. A organização e arranjos espaciais dos objetos que favorecem o aprendizado dos alunos se configura como ingredientes de um saber para ensinar que o futuro professor deve mobilizar na sua lida profissional.

A segunda parte da sequência dos artigos de Thompson [26, p. 33] elucida sobre a necessidade do professor dar alguns exercícios escritos, que deverão se iniciar forçosamente pelos algarismos de 1 a 9. As orientações de Thompson são para que o professor se dirija a classe com os materiais e questione os alunos acerca das quantidades e registre no quadro negro os algarismos respectivos a essas quantidades.

Segure uma taboinha e pergunte às crianças:

-Quantas taboinhas tenho?

-O senhor tem uma taboinha.

Vá ao quadro negro, segure o giz e diga-lhes:

-Uma taboinha se escreve assim, - 1 -

Segure um lapis e pergunte-lhes:

-Quantos lapis tenho?

-O senhor tem um lapis.

-Onde escrevi o algarismo 1?

-Que menino poderá mostrá-lo no quadro negro?

OBS: As perguntas devem ser sempre dirigidas à classe e quando mostrarem as crianças, desejo de responder, o professor chamara então uma delas. Assim procedendo-se acompanharão as crianças com muita atenção e interesse as explicações do professor [26, p. 33].

[24] em sua minuciosa análise indica que diferentemente das lições anteriores, há mudanças do papel do aluno: ao invés de manusear e falar, o aluno agora deve observar e escrever. Os alunos permanecem em contato com a coisa concreta não utilizando a mão e sim a visão. Sendo assim, o ensino privilegia a observação contrariamente ao manuseio de objetos concretos favorecendo o contato dos alunos com a escrita dos algarismos [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9].

Ao atingir o algarismo 9, a lição segue para o estudo do "zero".

Ensinemos agora as crianças a lerem e escreverem o algarismo - 0.

Erga o braço e pergunte-lhes:

-Que tenho na mão?

- O senhor não tem nada na mão.

-Pois bem, nada, também se escreve assim - 0.

-Leiam o que o giz fez no quadro negro.

-Nada.

Segurem o lápis e escrevam esse algarismo [26, p. 34]

O estudo de [24] para esta parte identifica uma significativa mudança: o algarismo "0" sendo antecipado pela palavra nada. Tecnicamente o que se deseja informar é que a partir do estudo concreto de número o termo nada representa o algarismo "0". Caso a ordem de tratamento da aritmética fosse a lógica dos conteúdos, a abordagem seria apresentar este algarismo como zero. Resumidamente, quando se ensina aritmética pela sua parte abstrata, isto é, pela lógica dos conteúdos, 0 é zero; quando se toma o ensino psicológico da aritmética, isto é, quando se ensina por concreto, 0 é nada. Dessa forma, os saberes para ensinar estão fundamentados na compreensão do método que impõe a alteração do papel do aluno: o professor assume o papel de apresentar as quantidades e relacioná-las com o registro dos algarismos feitos no quadro negro. Essa ação do professor em mostrar as quantidades está articulada a um saber a ensinar: a escrita dos algarismos [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,10].

4. Algumas considerações

Analisar as prescrições de Oscar Thompson presente nos artigos publicados na *A Eschola Publica* permitem que nos apropriemos do ideário para o ensino da Aritmética em período de final do século XIX início do século XX na Escola Modelo de São Paulo. A mobilização das categorias analíticas de saber a ensinar e saber para ensinar do quadro teórico de [20] nos ajuda a compreender o entrelaçamento destes dois saberes e melhor caracterizá-los em seus respectivos papéis nas instituições de ensino e de formação.

No exemplo explorado neste texto, os saberes para ensinar aritmética em tempos de Thompson se alinham a vaga pedagógica intuitiva. Ampliar investigações históricas desta natureza subsidiam e potencializam os estudos das práticas nos cursos de formação inicial de professores, no nosso caso, de professores que ensinam matemática.

Reconhecimentos

Agradeço a **CAPES** pelo apoio financeiro que permitiu a participação neste evento científico. Da mesma forma agradeço ao Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente e todos os membros do **GHEMAT-Brasil** pela acolhida no meu estágio pós-doutoral em São Paulo.

Referências

- [1] M. Certeau, *“A escrita da história”*, 2ª. Ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2010. Tradução de: Maria de Lourdes Menezes.
- [2] R. Chartier, *“A história cultural entre práticas e representações”*. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1990. Tradução de: Maria Manuela Galhardo.
- [3] A. Chervel, *“História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa”*. Teoria & Educação. Porto Alegre, v.2, pp. 177-229, 1990.
- [4] D. Julia, *“A cultura escolar como objeto histórico”*. Revista Brasileira de História da Educação. Campinas, n. 1, p. 9-43, 2001.
- [5] R. Hofstetter e W. R. Valente, *“Saberes em (trans) formação: tema central a formação de professores”*, 1ª ed. São Paulo: Editora da Física, 2017.
- [6] I. Zimmer, *“Estágio Curricular supervisionado na licenciatura em matemática: um componente curricular em discussão”*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) PUC, São Paulo, Brasil, 2017.
- [7] I. M. Colombo e M.C. Ballão, *“Histórico e aplicação da legislação de estágio no Brasil”*. Educar em Revista, Curitiba. n. 53, p. 171-186, 2014. [Em linha] Disponível em:

<ojs.c3sl.ufpr.br/ojs/index.php/educar/article/download/36555/23133>.

- [8] B. Rey, "*Les compétences professionnelles et le curriculum: des réalités conciliables?*" in Y. Lenoir e M. -H. Bouillier-Oudot, *Savoirs professionnels et curriculum de formation*. Laval: PUF, 2006. p. 83-108.
- [9] J.S. Almeida, "*Currículos da Escola Normal Paulista (1846-1920): revendo uma trajetória*". *Revista Brasileira Estudos Pedagógicos*. Brasília. v. 76, n. 184, p. 665-689, set./dez. 1995.
- [10] D. A. Costa. "*A aritmética escolar no ensino primário brasileiro: 1890-1946*". Tese (Doutorado) - Curso de Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010. [Em linha], Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1792>.
- [11] J. P. Romanowski, "*Tendências da pesquisa em formação de professores*". *Atos de pesquisa em educação - PPGE/ME*, ISSN 1809-0354 v. 8, n. 2, p.479-499, mai./ago. 2013. [Em linha] Disponível em: <http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2013v8n2p479-499>
- [12] W. R. Valente, "*Saber objetivado e formação de professores: reflexões pedagógico-epistemológicas*". *História da Educação*, 23, e77747. Epub March 28, 2019. [Em linha] Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1590/2236-3459/77747>
- [13] M. André, "*Pesquisas sobre formação de professores: tensões e perspectivas do campo*. In: H. A. Fontoura e M. Silva, (org.). *Formação de professores, culturas: desafios à Pós-graduação em Educação em suas múltiplas dimensões*". *E-book online*. In: Encontro De Pesquisa em Educação da Região Sudeste, 10., 2011, Anped Sudeste. [Em linha] Disponível em: <http://www.fe.ufrj.br/anpedinha2011/sobre.html>. p. 24-36.
- [14] B. Gatti, A. "*Formação inicial de professores para a educação básica: pesquisas e políticas educacionais*". *Est. Aval. Educ.*, São Paulo, v. 25, n. 57, p. 24-54, jan./abr. 2014.
- [15] L. N. Xavier, "*A construção social e histórica da profissão docente uma síntese necessária*", *Revista Brasileira de Educação*, v.19, n. 59, pp. 827-849. [Em linha] Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1590/S1413-24782014000900002>
- [16] I. L.Cericato, "*A profissão docente em análise no Brasil: uma revisão bibliográfica*". *Rev. Bras. Estud. Pedagóg.* [online], v. 97, n. 246, p. 273-289, 2016. [Em linha] Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S2176-66812016000200273&script=sci_abstract&tlng=pt

- [17] A.V.M.Garnica, et al., *“Entre a amnésia e a vontade de nada esquecer: notas sobre Regimes de Historicidade e História Oral”*. Bolema, v. 25, n. 4, p. 213-250, 2011. [Em linha] Disponível em: <http://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514011.pdf>.
- [18] D. Fiorentini et. al (org.). *“Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001-2012”*. Campinas: FE/Unicamp, 2016. [Em linha] Disponível em: <https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/pf/subportais/biblioteca/fev-2017/e-book-mapeamento-pesquisa-pem.pdf>.
- [19] J-M. Barbier, *“Savoirs théoriques et savoirs d’action”*. Paris: PUF, 2014 [1996].
- [20] R. Hofstetter e B. Schneuwly, *“Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação”*, in: R. Hofstetter e W.R. Valente (Org.). Saberes em (trans) formação: tema central a formação de professores. 1ª ed. São Paulo: Editora da Física, 2017, p. 113 – 172.
- [21] C. Monarcha, *“Escola normal da praça: o lado noturno das luzes”*. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 1999.
- [22] M.M.C. Carvalho, *“Reformas da instrução pública”*, in E. M. T. Lopes et al. (Orgs.). 500 anos de educação no Brasil. 2ª. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2000. p. 225 – 252.
- [23] R.A.S. Borges, *“Revistas pedagógicas: fontes para a pesquisa em história da educação matemática”*. In W. R. Valente, (Org.). História da educação matemática no Brasil: Problemáticas de pesquisa, fontes, referências teórico-metodológicos e histórias elaboradas. São Paulo: Livraria da Física, 2014. p. 246-258.
- [24] M. A. Oliveira. *“Circulação”*. In: W. R. Valente. Cadernos de Trabalho II. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018.
- [25] V. T. Valdemarin e A. A. Pinto, *“Das formas de ensinar e conhecer o mundo: lições de coisas e método de ensino intuitivo na imprensa periódica educacional do século XIX”*. Revista Educação em Questão (On line). Natal, v. 39, n. 25, pp. 163-187, set./dez., 2010.
- [26] O. Thompson et.al. *“A Eschola Publica: ensaio de Pedagogia Prática”*. São Paulo: Typographia Paulista, 1895



**DOCUMENTOS ESCOLARES COM PROBLEMAS: UMA ANÁLISE DOS SABERES PROFISSIONAIS
(SÃO PAULO, 1940-1950)**

***SCHOOL DOCUMENTS WITH PROBLEMS: AN ANALYSIS OF PROFESSIONAL KNOWLEDGE (SÃO
PAULO, 1940-1950)***

Andréia Fernandes-de Souza.* Bruna Lima Ramos-Giusti.**

Resumo: o objetivo deste texto é o de alinhar análises de documentos escolares, tais como, caderno de formação de professor, programa de ensino e artigos de revistas pedagógicas com o intuito de esboçar uma caracterização do saber profissional do professor que ensina matemática nas décadas de 1940 e 1950 no estado de São Paulo. O elemento comum dos documentos analisados são os problemas de aritmética como ferramentas para o ensino de matemática. Para isso, após uma seleção das fontes, optou-se por utilizar para a análise: o programa de ensino de São Paulo (1949), artigos de uma revista pedagógica escolar (1951) e um caderno de prática de normalista (1958). Confrontando esses documentos foi possível discorrer sobre o saber profissional do professor que ensina matemática nos primeiros anos escolares. Após a análise nesses documentos observou que os problemas aritméticos estavam presentes como um processo didático, ou seja, eles serviam como metodologia para o ensino.

Palavras-chave: documentos escolares, problemas aritméticos, saberes profissionais, São Paulo.

Abstract: the aim of this paper is to align analyzes of school documents, such as teacher training notebook, teaching program and educational journal articles in order to outline a characterization for the professional knowledge of the teacher who teaches mathematics in the 1940s and 1950 in the state of São Paulo. The common element of the analyzed documents is the arithmetic problems as tools for the teaching of mathematics. For this, after a selection of the sources, it was chosen to use for the analysis: the teaching program of São Paulo (1949/1950), articles of a pedagogical journal (1951) and a normalist practice notebook (1958). By confronting these documents it was possible to discuss the professional knowledge of the teacher who teaches

* Licenciatura em Artes e Pedagogia, **UNICSUL**, Brasil. Doutoranda no programa de pós-graduação de Educação e Saúde, **UNIFESP**, Brasil. Professora dos anos iniciais na rede pública de São Paulo. E-mail: deianandes@hotmail.com.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5429-0280>.

** Licenciada em Pedagogia e Matemática, Universidade Federal de São Paulo (**UNIFESP**), Brasil. Doutoranda no programa de pós-graduação de Educação e Saúde, **UNIFESP**, Brasil. Professora de matemática na rede pública de São Paulo. E-mail: bruna_lramos@hotmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5561-868X>.

mathematics in the early school years. After analyzing these documents, it was observed that the arithmetic problems were present as a didactic process, that is, they served as a methodology for knowledge.

Key Words: school documents, arithmetic problems, professional knowledge, São Paulo.

1. Introdução

Esse artigo está inserido no âmbito da História da Educação Matemática, vinculado às pesquisas do Grupo de pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil – GHEMAT. O objetivo deste texto é analisar alguns documentos próprios da cultura escolar, tais como, caderno de formação de professor, programa de ensino e artigos de revistas pedagógicas, com o intuito de esboçar uma caracterização do saber profissional do professor que ensina matemática nas décadas de 1940 e 1950 no estado de São Paulo. Para isso, selecionou-se alguns documentos com algo em comum: os problemas de aritmética. Para esta análise, utilizou-se um programa de ensino de São Paulo, de 1949, dois artigos de uma revista pedagógica escolar – um de 1951 e outro de 1952 – e um caderno de prática de normalista de 1958.

A escolha desses documentos se deu porque o estado de São Paulo, nos anos finais do século XIX, foi uma grande referência em reformas educacionais produzindo programas de ensino, revistas pedagógicas e investindo em prédios escolares [1-2]. A questão proposta para este artigo foi: *De que formas os problemas aritméticos aparecem em diferentes documentos escolares nas décadas de 1940 e 1950?*

A discussão sobre a formação de professores é abordada em diversas pesquisas, como apontou [3]. O estudo [3] mostrou que entre 2001 e 2012 este tema foi tratado por cerca de 850 trabalhos acadêmicos, entre dissertações e teses. Porém, nesta análise tomamos a constituição de saberes profissionais como central na formação de professores. Apoiados nisto, existem estudos, como [4], que permitem pensar em como os saberes profissionais são construídos e apropriados pelo professor, mais especificamente como o *saber a ensinar* e o *saber para ensinar são constituídos ao longo do tempo*. Esses conceitos foram definidos por [5], e podem ser descritos como sendo os saberes advindos da Ciências da Educação seriam as ferramentas para o trabalho docente, ou seja, os saberes para ensinar e os saberes advindos do Campo Disciplinar seriam os objetos de ensino, entendidos como os saberes a ensinar. Também, por apropriações, esses saberes nos levam a pensar em uma *matemática a ensinar* e uma *matemática para ensinar* [6]. A hipótese é que a partir da análise desses documentos escolares seja possível traçar uma visão de como esses problemas aritméticos constituíram ou estiverem presentes na cultura escolar paulista entre as décadas de 1940 e 1950 e podem caracterizar um saber profissional.

2. Programas com problemas: quais as orientações para o ensino?

Assim como nos aponta [7] o movimento ocorrido em finais do século XIX na Suíça, como o Estado sendo o principal responsável pela educação pública, acontece em outros países, inclusive no Brasil, com suas peculiaridades. O estado de São Paulo, nos anos finais do século XIX, foi uma grande referência em reformas educacionais, produzindo programas de ensino, revistas pedagógicas e investindo em prédios escolares [1-2]. Entretanto essa vanguarda não se mantém intocada e assistimos ao declínio da produção de café no estado, o que para além do mercado, diminui o ritmo de investimento em educação. Neste momento, a capital do país, Rio de Janeiro, sediou a Exposição Universal de 1922 e apresentou alguns objetos interessantes, tais como livros escolares e materiais didáticos, nesta perspectiva havia produção de conhecimentos em relação ao âmbito educacional. São Paulo assistindo a esse movimento de novas tendências educacionais, em 1949, trata de publicar um novo programa de ensino.

Os programas oficiais tendem a disseminar um discurso que compreende em certa medida uma vaga pedagógica, ou seja, as ideias pedagógicas que em determinado momento passam a ser aceitas pelo campo educacional. Um estudo [8] verificou que os problemas, nos programas de ensino paulista publicados de 1894 e 1921, eram apresentados ao final, após adição, subtração, fração, entre outros conteúdos e davam a entender que os problemas poderiam ser utilizados como meios para avalia-los. Já nos programas de 1925 e 1934 os problemas estavam dentro dos conteúdos, tais como: problemas de soma e subtração combinados; problemas de multiplicar e dividir com menos de 100; problemas com abstração de números. A conclusão do estudo [8] é a de que o movimento da Escola Nova, e seu modo de perceber o aluno e o professor, modificou o discurso pedagógico, fato que reverberou na seleção e modo de ensinar os conteúdos, no caso desse texto, dos problemas aritméticos. Os exercícios concretos, ou problemas, aparecem no programa, primeiro de modo mais objetivo, como no exemplo da Figura 1:

Exercícios concretos e problemas acompanhados por desenhos. Exemplo: Paulo tinha 2 bolinhas; comprou mais 2 e ganhou outras 2 numa partida. Com quantas ficou?

| | | | |
|---------|---|----|------------------|
| Tinha | 2 | OO | |
| Comprou | 2 | OO | $3 \times 2 = 6$ |
| Ganhou | 2 | OO | |
| | 2 | | |
| | 6 | | |

Figura 1. Trecho do Programa de ensino de São Paulo, 1949. Fonte: Diário Oficial (1949)

É possível verificar vários exemplos iguais a esse ao longo do programa. A partir desse tipo de problema mais objetivo, percebe-se que o professor deveria ensinar problemas já utilizando a adição mesclando com a multiplicação. Como apoio para a resolução era necessário que os desenhos a complementassem.

Segundo esse programa o objetivo do ensino da matemática (aritmética e geometria) na escola primária é preparar o indivíduo para a vida, tornando-o capaz de resolver os seus problemas todas as vezes que impliquem o uso do cálculo e da medida, [9].

Também havia indicação para que nos primeiros dias de aula o professor investigasse os conteúdos que as crianças sabiam fazendo assim uma boa adaptação ao espaço escolar. O programa defendia que a geometria estaria intimamente ligada com a aritmética. Neste ponto, aparecem cinco itens em relação à aritmética: ideia de quantidade, tamanho e peso; numeração; operações fundamentais; dinheiro; problemas orais e escritos. O leitor pode pensar que novamente os problemas aparecem no final dos conteúdos, entretanto o próprio programa alerta chamando a atenção de que os problemas estariam *acompanhando todos os itens do programa* [9]. No comentário sobre o item problemas orais e escritos a primeira observação complementava a anterior:

“O fato do capítulo implica, problemas aparecer no fim do não implica que, só após a técnica dos cálculos devem ser dados problemas a respeito, mas, os cálculos devem ser ensinados tanto quanto possível. Por meio de problemas. O problema não é mais do que uma aplicação do cálculo e não há vantagem alguma em separá-los uma vez que se complementam.” [9]

Ao longo do item são apontadas orientações de como o professor deveria trabalhar os problemas. A leitura dos problemas pelo professor era tida como importante pois os alunos no 1º ano não tinham domínio da leitura. Do ponto de vista do programa, os problemas deveriam ser *reais, práticos e possíveis*, reais por serem retirados de situações *da vida real*, [9]. Observando a dificuldade dos alunos na leitura e escrita, os problemas deveriam ser mentais. O contexto para a criação dos problemas deveria ser o mais ligado à vida possível, sendo assim vendas, armazéns e lojas seriam ótimos ambientes para prover problemas de todo o tipo.

Chama atenção as tipologias de problemas que são apresentadas na legislação: problemas com historietas (história do cotidiano), problemas com completamento (com todo o enunciado e para completar a resposta), problemas incompletos (no qual os alunos deveriam elaborar a pergunta), problemas formulados pelos alunos (aqueles que o professor daria os dados e os alunos elaborariam todo o problema), problemas formulados livremente pelos alunos (*idem*), problemas em torno de assuntos conhecidos pelas crianças (sugestão a partir de Thorndike) e problemas a partir de listas de objetos (a partir de uma lista com os valores de determinados objetos o professor elaboraria diversos problemas).

Os *problemas incompletos* apresentariam algumas informações, como por exemplo, *tenho 3 laranjas, 2 peras e 4 abacaxis* e os alunos criariam as perguntas. Diferenciando um pouco do anterior, os *problemas formulados pelos alunos* o professor ofereceria somente a operação tal como $6 \times 4 = 24$ e os alunos inventariam o problema.

Os problemas em torno de assuntos conhecidos pelas crianças, indicado no programa segundo orientação de Thorndike, eram sugeridos que fossem aplicados oralmente e sobre compra, venda e troco. Sobre exercícios e problemas, podemos notar que na Figura 2, eles aparecem como sinônimos:

— Exercícios de soma por décadas. (O agrupamento por semelhança de problemas ou casos auxilia a memorização).
Ex.:

$$\begin{array}{r} 4 \\ 14 \\ 24 + 2 \\ 34 \\ \text{etc.} \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ + 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 14 \\ + 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ + 2 \\ \hline \end{array} \quad \text{etc.}$$

Figura 2. Trecho do Programa de ensino de São Paulo, 1949. Fonte: [9]

Podemos notar essa similaridade entre *problemas* e *exercícios* remete ao artigo publicado em 1876 por Arnaldo Barreto no qual ele apresenta os dois como sendo iguais. Para o trabalho de memorização da tabuada no programa se recomenda a utilização de jogos. Outro aspecto importante verificado nesta publicação é um tópico só para explorar a utilização dos problemas.

No final dessas indicações aparecem as bibliografias. Alguns nomes de autores dos livros são conhecidos entre nós como por exemplo, Backeuser, Buchler, Vasconcelos, René Barreto, Antonio D'Ávila, Aguayo, Olavo Freire, Thorndike, Victor Mercante, José Ferraz de Campos, Irene Albuquerque, Margarita Comas e Fernando Sainz.

Foram mencionados além do programa paulista anterior, o de 1934, os programas de ensino do Distrito Federal (RJ), Bahia (1944), Rio Grande do Sul (diversos anos) e Minas Gerais (1941). Entretanto programas e livros oriundos de outros países também serviram de referência tais como os da Argentina, Uruguai, Venezuela, Portugal e Rússia.

Nesse cenário percebemos que o programa de ensino paulista publicado em 1949 dava importância aos problemas relacionando-os com os demais conteúdos e apresentava sugestões de como o professor poderia trabalhar com eles.

Sobre o ensino dos problemas aritméticos, os programas vão aperfeiçoando as orientações de modo a não se limitar ao conteúdo, mas fazendo explicações sobre a metodologia, os conteúdos e as intervenções do professor, e citando de onde vinham tais conhecimentos.

3. Artigos com problemas: sugestões das revistas pedagógicas

As revistas pedagógicas são fontes interessantes para conhecermos a cultura escolar. Elas eram utilizadas para disseminar alguns discursos aceitos e utilizados pelos governos. Mas será que os artigos publicados nas revistas corroboram com o a legislação e o que estava sendo ensinado na formação de professores? Na década de 1950, a Revista de Educação publicou dois artigos sobre o

ensino de aritmética, mais especificamente sobre o ensino de problemas como apresentamos na figura 1 a seguir:

| Título do Artigo | Nome do Autor | Informações da revista |
|-------------------------------------|----------------------------------|---|
| Problemas sobre as quatro operações | Maria Aparecida de Arruda Campos | Revista de Educação, 1951, v. 37, n. 58, mar. SP. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/115838 |
| Didática do cálculo | Benedito Caldeira | Revista de Educação, 1952 v.38, n.62-65, mar/dez. SP Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/128327 |

Figura 1. Artigos de Revistas Pedagógicas que tratam sobre problemas. **Fonte:** elaboração própria das autoras.

Geralmente quem escrevia os artigos das revistas eram pessoas atuantes na área educacional, como inspetores de ensino, diretores, professores entre outros. Nestes artigos Maria Aparecida se identifica como Diretora de um Grupo Escolar na cidade de Ribeiro do Vale e Benedito Caldeira como sendo Inspetor de Ensino em Botucatu. Ambos escreveram artigos em que os problemas aritméticos eram o tema central.

No número 58 da Revista de Educação, publicado em 1951, ano em que o Programa de Ensino de 1949 já estava vigente, o artigo intitulado *Problemas sobre as quatro operações* escrito pela Professora Maria Aparecida de Arruda Campos inicia com uma breve reflexão sobre a pouca vivência das crianças a respeito dos problemas e que dificilmente no 1º ano elas aprenderiam outros problemas para além da adição. Tendo em vista essa problemática a autora em sete passos apresenta uma proposta para trabalhar os problemas.

Nesta proposta [10] a partir da temática *Venda* apresenta problemas orais nos quais o professor abordaria o total (adição), troco (subtração), vários objetos de valor igual (multiplicação), venda de objetos e a divisão do lucro (divisão). Ela [10] afirma que com esta *receita* as crianças conseguiriam ser *senhoras dos símbolos abstratos* e os empregariam quando fosse necessário. A *receita* consistia em desenhar na lousa diversos objetos para venda, tais como, peneira, sabão, e junto com as crianças atribuir valores a esses. Em sete passos, que pela condução parecia não serem feitos em um único dia. Isso segue o que o programa de ensino de 1949 também propunha, o de utilizar problemas reais e possíveis, de acordo com o cotidiano da criança. Utilizar *vendas* ou *armazéns* nos problemas aparentemente faria parte da vida prática da criança.

A autora apresenta neste passo-a-passo sugestões de diálogos entre os professores e alunos. No meio desses diálogos algumas frases como *ajudar os pobres, dramatizar, não há mal algum que as crianças façam barulho, O que é g mesmo? É gasto, resolver mentalmente só depois utilizar caderno e lápis, não perder tempo copiando o enunciado, abolir as laranjas*, vão ajudando a tecer o contexto no qual [10] está inserida, num lugar que é necessário muito mais que saber as operações, há que se ter um conhecimento específico para ensinar. Conforme [7], entendemos que na verdade esse seria um *saber*

que o professor deveria adquirir ao ensinar aritmética, mais especificamente, os problemas aritméticos. Esse saber seria o *saber para ensinar*.

Uma sugestão do artigo é que os professores separem a sala em duas seções, entre os alunos fortes e fracos. Os fortes eram aqueles que tinham grande probabilidade de terminar rapidamente de resolver os problemas e elaborariam outros problemas do mesmo tipo do qual estava sendo proposto enquanto *esperavam os fracos* a terminar a lição.

Já no artigo escrito pelo Inspetor Escolar Benedito Caldeira intitulado *Didática do cálculo* sintetizava as conclusões que o autor apresentou em um Congresso. Esse artigo [11] apresenta seis pontos sobre o ensino de aritmética. Comentou-se sobre a necessidade do professor fazer um planejamento antecipado para as aulas e que se isso ocorresse, o programa de ensino não se mostraria tão extenso. Apresenta uma lógica de conteúdos organizados em quinzenas, nas quais os problemas apareciam a partir do terceiro mês de aula, posteriores aos números, peso, quantidade e tamanho. Diferentemente do que fora apresentado no programa de 1949 e no artigo de Campos, nos quais os problemas vinham por último. Os problemas também viriam acompanhados de jogos e seriam utilizados com a mesma tipologia apresentada no Programa de 1949: problemas com historieta; problemas incompletos; problemas formulados pelos alunos; problemas em torno de assuntos conhecidos pelas crianças.

Washburne e a Comissão dos Sete aparecem [11] para justificar que o domínio das quatro operações transcenderia a idade escolar, o que poderia significar que os alunos teriam uma certa dificuldade ao aprender esse conteúdo. Menciona que o professor precisava compreender a passagem do pensamento concreto para o pensamento abstrato da criança. Entretanto problematiza que o professor não poderia raciocinar pela criança.

Ao longo do texto cita alguns autores como McLellan, Dewey, Faria de Vasconcelos, Condorcet, Hernandez Ruiz, Thorndike e Mercante. Utilizou Thorndike para pensar como os problemas deveriam estar inseridos nas aulas e que partiriam sempre do interesse infantil. Sobre Mercante ele aponta a importância de decompor os problemas em partes que se tornem evidentes a sua resolução.

Finaliza o artigo apresentando o Programa de Ensino do Distrito Federal que contemplava quatro passos importantes para o ensino de problemas: a vida real; situações familiares; variação de conteúdo; linguagem clara e simples. Esses passos não são problematizados no artigo, apenas citados.

4. Caderno com problemas: orientação para uma formação de professores

Em meio ao montante de cadernos disponíveis⁶³ para análise, selecionamos um caderno de Prática de um curso de Aperfeiçoamento de São Paulo. A professora Thereza Pereira Rocha era uma normalista que atuava no ensino primário. Esse caderno pertenceu a ela durante um curso de aperfeiçoamento para professores. Não é um caderno exclusivo de aritmética, pois possui outras disciplinas, como

⁶³ No Repositório de Conteúdo Digital já há cerca de 360 cadernos escolares, que podem ser acessados livremente. Os demais cadernos estão disponíveis em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/160300>>.

Metodologia da Linguagem, Metodologia da História, Metodologia da Geografia, Metodologia das Ciências físicas e naturais, entre outras. O caderno prioriza abordar o ensino da aritmética para o 1º ano do curso primário.

Segundo o que é possível verificar no caderno, na parte de Metodologia da aritmética, há uma crítica ao ensino da aritmética na escola tradicional, pois era “inteiramente abstrato”, pautando-se na cópia da representação gráfica e no decorar sons associados a imagens. Por isso, a autora do caderno afirma que desde meados da década de 1920, o método dedutivo vem sendo substituído pelo indutivo.

Nos tempos primitivos, julgava-se que o ensino da aritmética tinha que ser exclusivamente dedutivo. Baseado nessa concepção, é que até a bem pouco tempo, a subtração se processava do seguinte modo:

$$\text{Ex: } \begin{array}{r} 123 \\ - 98 \\ \hline 25 \end{array}$$

Esta operação se realizava do seguinte modo: de 3 não se pode tirar 8, o 3 empresta 1 do 2, que vale 10, e assim o 3 passa a valer 13; de 13 tira 8 = 5. O 2 passa a valer 1. Não pode tirar 9, empresta 1 da casa seguinte, que vale 10, e assim o 1 passa a valer 11. De 11 tira 9 = 2. O 1 vale zero, e o cálculo está concluído (dedução). [12] (p. 4-5)

Neste caderno tem-se a afirmação: *de acordo com o método indutivo, o cálculo acima apresentado, será levado a efeito da maneira comumente apresentada em nossas escolas*, [12]. Segundo um livro didático utilizado na época, de Theobaldo Miranda Santos, o método indutivo consistia em alguns processos, como análise, intuição, observação e exemplificação, [13]. Seriam esses métodos que a normalista afirma que eram melhores que os processos antes utilizados na escola tradicional.

Esse caderno apresenta fundamentos de Thorndike e Pestalozzi e afirma que o ensino deve ser baseado no interesse do aluno, como também já aparecia no Programa de 1949 e no artigo de Caldeira 1952. É possível ver críticas aos métodos adotados anteriormente, afirmando que apenas com a forma abstrata (números) as crianças não compreendiam o significado de $2+2$ ser igual a 4, por isso justificava-se o uso de desenhos relacionadas com os algarismos, figura 3.

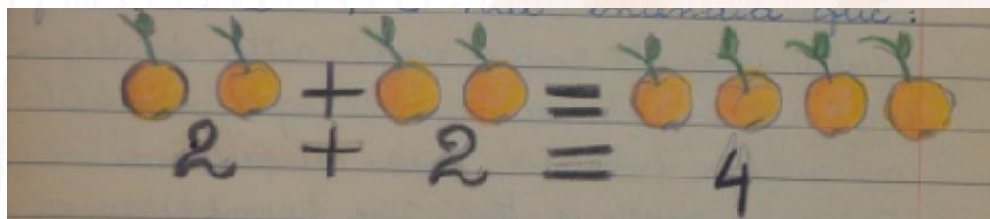


Figura 3. Laranjas no uso da abstração aritmética. **Fonte:** [12].

O ensino das quatro operações, em geral, deveria partir do concreto com os objetos, depois usar os desenhos desses objetos (como no caso as laranjas da Figura 3) e só então colocar os algarismos como forma abstrata.

Em geral, a autora escreve em seu caderno que as crianças devem conhecer os números de forma concreta, a partir de desenhos como estes, exercícios orais baseados na observação etc. Somente depois disso que os algarismos deveriam ser ensinados e relacionados com as figuras. Desta forma o ensino dos “números” seria mais intuitivo, ideias que preconizam em Pestalozzi e Thorndike. Essas afirmações são parecidas com o Theobaldo Santos recomendava em seu manual pedagógico [13], principalmente no que se remete aos processos didáticos indutivos.

O ensino das quatro operações na escola moderna deveria ser ensinado concomitantemente: *a criança soma, subtrai, divide e multiplica, tudo ao mesmo tempo*, [12], porém ela também afirma que a adição e subtração são ensinadas preferencialmente antes da multiplicação e divisão pelos professores. A divisão ainda deveria ser dada antes da multiplicação, pois seria mais fácil da criança compreender a divisão, usando exemplos de se dividir objetos. Diferentemente de [10] e [9], que afirmam que a divisão seria a última operação a ser ensinada.

Os problemas estavam inseridos logo após a criança compreender o conceito dessas operações. Logo após compreender a soma e subtração, já poderia introduzir os problemas. Considera-se, então, que os problemas eram usados como um apoio no ensino do conteúdo, como percebe-se na Figura 4:

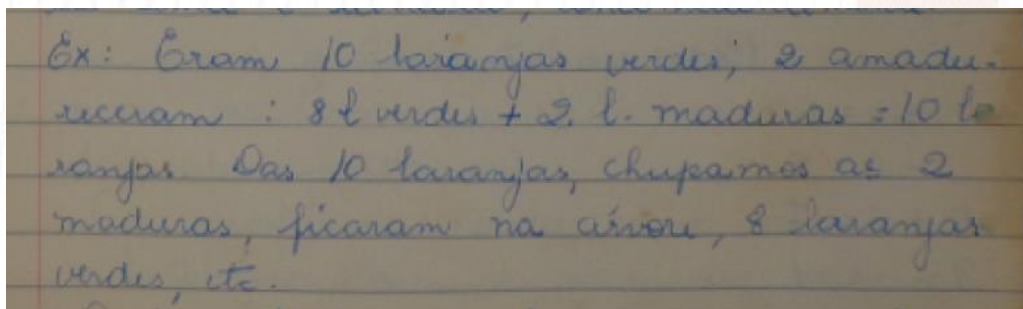


Figura 4. Exemplo de problema a ser aplicado. **Fonte:** [12].

Na Figura 4, segundo [12], esse tipo de problema era algo que fazia parte do cotidiano das crianças, ou seja, eram problemas reais. Após as quatro operações, o conteúdo a ser ensinado era o sistema métrico decimal e o ensino de frações por último. Os problemas também surgiam assim que as crianças aprendiam o conceito.

A autora deste caderno afirma que o ensino deve ser voltado para a vida prática da criança. Por exemplo, está registrado que a escola moderna *organiza o aprendizado segundo as necessidades da vida*, [12]. Isto também estava presente nos artigos de [10] e [11]. Percebe-se que o caderno da normalista está muito adepto ao programa de 1949 de São Paulo, [9].

Para a iniciação matemática [12] afirma adotar as estratégias de Pestalozzi: primeiro verificar o que a criança sabe, segundo dar à criança a noção de número, e terceiro, fazer a criança reconhecer grupo de coisas e objetos, corroborando com [9].

Para o ensino da aritmética o professor poderia usar o contador mecânico ou outro elemento concreto. Para a noção de número, usava objetos ou os dedos, e somente depois usava ilustrações. Isso, segundo a autora, seria deixar o campo do concreto para um início de abstração. Só então seria o momento de ensinar as representações gráficas: os algarismos, pois estes seriam a representação gráfica do número. Igualmente como em [11], o qual afirma que o professor deve auxiliar a criança a compreender a passagem do pensamento concreto para o pensamento abstrato da criança.

Também [12] afirma que *o ensino deve partir do conhecido para o desconhecido, do concreto para o abstrato* e deve-se incluir jogos, pois *“a criança prefere aprender brincando*. Isso está de acordo com [11], que sugere jogos no ensino. Apesar dessa relação da brincadeira com o interesse da criança seja relativa, pois o interesse dela talvez não seja somar duas laranjas com mais duas. A sugestão no caderno é que se fizesse bastante exercícios orais e gráficos, e somente depois passe para os problemas, conforme [10].

A presença de livros é importante nesta época. Os livros sugeridos por [12] são *Raciocine com a criança*, de Claedmar French; *Começando a calcular*, de Lília N. P. Visani; *Nossa vendinha*; e ainda cita o *Programa Escolar*, entre outros. A partir dessas indicações de livro, pode-se concluir que os problemas tendem a apresentarem histórias do cotidiano da criança, como estar numa venda ou armazém. Isso era sugerido pelos artigos [10-11]. Isso pode indicar que os cadernos mostram apropriações dos autores das revistas e dos próprios professores que ensinavam para as normalistas. Ao citar o uso do manual de Miguel Milano [12], afirma que apesar desse manual ter sido *elaborado de acordo com o programa antigo, é de real valor para o professor primário, especialmente a aquele que vai iniciar a profissão*. Como recursos didáticos apresentam-se: a árvore do Cálculo, palitos, quadro de Parker, cartazes, bonecos, mapas, jogos. Para exercícios de fixação, recomenda-se criar jogos nos recreios. Acredita-se, pelo que está escrito no caderno, que esses jogos serviriam para despertar o interesse da criança, segundo indicações de Thonrdike e Pestalozzi.

5. Conclusões: alguns indícios de uma aritmética para ensinar

O objetivo deste trabalho foi verificar de que forma os problemas aritméticos apareciam nos diferentes documentos escolares nas décadas de 1940 e 1950. Foi possível confirmar a importância dos problemas aritméticos para o ensino de matemática nos primeiros anos escolares. Esses documentos analisados apresentaram problemas de aritmética que poderiam ser vistos como ferramentas para o ensino de matemática, segundo [7]. Em [9], os exercícios concretos (problemas) apareceram primeiro de modo mais objetivo, com exemplos. Percebe-se que o professor deveria utilizar problemas já utilizando o conteúdo que iria ensinar ou fazer a introdução. As ilustrações eram um apoio para a resolução. Já em [12], as ilustrações tinham a função de fazer a passagem entre o concreto e o abstrato.

Nos documentos [9-12], o contexto para a criação dos problemas deveria ser o mais ligado à vida possível, sendo assim vendas, armazéns e lojas seriam bons ambientes para prover problemas de todo o tipo. Nas revistas pedagógicas [10-11] os autores argumentavam em favor da utilização dos problemas como um modo de ensinar a aritmética. O interesse do aluno permeia as discussões em [9-12] fundamentados nos princípios de Thorndike e Pestalozzi. Os problemas aritméticos deveriam aparecer em [10,12] apenas após o ensino do conteúdo, como das operações fundamentais, frações etc.

No caso da iniciação à adição e à subtração, a normalista dá um exemplo de problema para ser resolvida com uma laranjeira. Já [10] critica o uso das laranjas. Isso pode representar que nos artigos já se discutia se laranjeiras era algo da vida prática da criança ou se era do seu interesse.

Percebe-se que o caderno da normalista [12] está muito adepto ao programa de 1949 de São Paulo [9]. Os jogos para fixação de conteúdo são recomendados nos quatro documentos analisados. Uma hipótese adotada, a partir de resultados de estudos já realizados, é que cadernos de Prática possibilitam enxergar ferramentas que visam preparar o futuro professor primário, ou seja, evidencia-se, a partir de análises, saberes para ensinar, conforme [7], mais especificamente uma *aritmética para ensinar*. Isto representa que um caderno de Prática como este utilizado permite uma compreensão do ensino da aritmética que estava proposto na década de 1950, e conseqüentemente da marcha de ensino proposta à aritmética.

Confrontando com outros documentos, como programas e artigos de revistas, é possível discorrer sobre o saber profissional do professor que ensina matemática nos primeiros anos escolares. Enfim, após a análise desses documentos foi possível observar que os problemas aritméticos estavam presentes como um processo didático, ou seja, eles serviam como metodologia para fixação do conteúdo aritmético. Os saberes profissionais neste período, sob a ótica dos problemas aritméticos, estariam mais voltados a como o aluno aprende e um pouco distanciados de como os conteúdos se organizam disciplinarmente. O docente precisaria levar em conta em seu planejamento o interesse do aluno. Equilibrar os conteúdos propostos pelo programa de ensino junto com o interesse/cotidiano infantil poderia ser uma caracterização do saber profissional. A profissão docente nestes documentos escolares demonstra que a constituição dos saberes profissionais ao longo do tempo passa a ser reconhecida como detentora de saberes para ensinar.

Agradecimentos

Este trabalho é fruto de uma pesquisa maior, financiada pela **FAPESP**, Processo 2017/15751-2 e apoiada por uma bolsa de doutorado da **CAPES**.

Referências

- [1] R. F. Souza, "Inovação educacional no século XIX: A construção do currículo da escola primária no Brasil". Cadernos Cedes, vol. 20, n. 51, pp. 9-28, Novembro 2000.

- [2] R. F. Souza, *“Alicerces da Pátria: História da escola primária no Estado de São Paulo (1890-1976)”*. Campinas: Mercado de Letras, 2009.
- [3] D. Fiorentini et al., *“O professor que ensina matemática como campo de investigação: um estudo do estado da arte”*. 2016. Disponível em: http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/8102_4251_ID.pdf
- [4] W. R. Valente, *“A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: os saberes para a formação do educador matemático”* em Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores. São Paulo: Livraria da Física, 2017, pp. 201-228.
- [5] R. Hofstetter e W. R. Valente. (Org.). *“Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores”*. 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.
- [6] W. R. Valente, L. F. Bertini, R. S. Morais, *“Novos aportes teórico-metodológicos sobre os saberes profissionais na formação de professores que ensinam matemática”*. Acta Scientiae, v. 19, n. 2, pp. 224-235, Março/Abril 2017.
- [7] R. Hofstetter, B. Schneuwly, *“Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação”* em Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores. São Paulo: Livraria da Física, 2017, pp. 113-172.
- [8] A. F. Souza, *“Problemas Aritméticos nos programas de ensino: uma análise dos saberes profissionais (São Paulo, 1894 - 1934)”* em XIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Anais. Cuiabá, 2019
- [9] SÃO PAULO. *“Programa Oficial do Estado de São Paulo para o Ensino Primário. São Paulo, 13 de março de 1949”*. - programa de 1949 -.
- [10] M. A. A. Campos, *“Problemas sobre as quatro operações”*. Revista de Educação, 1951, v. 37, n. 58, mar. SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/115838>
- [11] B. Caldeira. *“Didático do cálculo”*. Revista de Educação, 1952, v.38, n.62-65, mar/dez. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/128327>
- [12] T. P. Rocha, *“Caderno de Prática, Curso de Aperfeiçoamento”*. São Paulo, 1958. Parte 1. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/163509>
- [13] T. M. Santos, *“Manual do professor primário”*. São Paulo: Companhia Editora Nacional. 4ª edição. 1956.

ALDA LODI Y LA CIRCULACIÓN DE LOS SABERES MATEMÁTICOS

ALDA LODI AND THE CIRCULATION OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE FOR TEACHING

*Ana Cristina Santos-Matos Rocha**

Resumo: em 1927, Alda Lodi viajou para o Teachers College (TC) da Columbia University, onde se especializou na Metodologia do Ensino de Aritmética e na organização de bibliotecas escolares [1-4]. A posição de Alda Lodi como membro de uma missão oficial do governo mineiro e comprometida com a proposta de renovação do sistema de ensino que seria materializada nas iniciativas da Escola de Aperfeiçoamento de Belo Horizonte, a colocava numa posição estratégica em relação ao público alvo do International Institute do TC. E não só: em seu relatório de viagem, Laurence Duggan [5] ressaltou a experiência de intercâmbio das professoras mineiras como um elemento que comprovava o potencial das iniciativas que fomentavam as trocas entre o Brasil e os Estados Unidos. Este trabalho procura analisar a convergência entre a proposta de renovação de Francisco Campos e o movimento de trocas intelectuais que favorece a circulação de novos saberes ligados à educação matemática. Nesse sentido, a experiência de Lodi pode ser encarada aqui como parte do processo de internacionalização do debate educacional [6-7], ao mesmo tempo em que revela como os atores envolvidos se apropriaram dos conhecimentos que ali adquiriram, e como esses foram sistematizados e objetivados em termos de saberes da formação docente em suas atuações posteriores. Alda Lodi construiu um campo de atuação legitimado por essa especialização, como também por uma *expertise* da prática pedagógica que a credenciava para falar de uma aritmética para ensinar [8] com base nesses dois fatores.

Palavras-chave: TC, Alda Lodi, metodologia da Aritmética, Circulação de saberes

Abstract: In 1927, Alda Lodi traveled to Teachers College (TC), Columbia University, where she specialized in Methodology of Arithmetic and the organization of school libraries [1-4]. The position of Alda Lodi as a member of an official mission of the Minas Gerais government and the fact that she was committed to the proposal of renewal of its education system (that we can see in the initiatives of the School of Improvement of Belo Horizonte), placed her in a strategic position in the International Institute of TC. According to Laurence Duggan [5], the exchange of the Minas Gerais teachers proved the potential of the initiatives that fostered the exchanges between Brazil and the United States. This work aims to analyze the convergence between Francisco Campos' reform in Minas Gerais and the intellectual exchange movement that favors the circulation of new knowledge related to mathematical education. In this sense, Lodi's experience can be seen here as part of the process of internationalization of the educational debate [6-7]. At the same time, it reveals how the actors involved in the exchanges could appropriate the knowledge, and how it was systematized and

* Graduação em História, UFBA, Brasil. Doutorado em História das Ciências e da Saúde, Fiocruz, Brasil. Pós-doutorado, Unifesp, GHEMAT, Brasil. Bolsa Fapesp (Processo n. 2019/04525-7), GHEMAT, Brasil. Email: anasmrocha@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5718-1293>.

objectified in terms of the knowledge of teacher training in their later activities. Those actions helped to build a field of action legitimized by this specialization, as well as an expertise of the pedagogical practice that credited them to speak of an arithmetic to teach [8] based on these two factors.

Key Words: TC, Alda Lodi; Circulation of mathematical knowledge for teaching; Circulation of knowledge

1. Introdução

Este trabalho analisa a trajetória profissional de Alda Lodi, com foco na sua atuação em educação matemática. Nascida em Belo Horizonte em 1898, Lodi recebeu o diploma de normalista em 1915. Depois de cerca de dez anos de atuação no magistério, foi apontada por Ignácia Guimarães como uma das quatro professoras que lhe acompanhariam em sua viagem de especialização em educação no Teachers College (TC) da Universidade de Columbia, em Nova Iorque. Alda Lodi passou dois anos estudando no TC e retornou ao Brasil em agosto de 1929, quando assumiu a cadeira Metodologia da Aritmética na Escola de Aperfeiçoamento de Belo Horizonte. Permaneceu nesta instituição até 1946, data em que a Escola foi incorporada ao Instituto de Educação de Minas Gerais e ela passou a lecionar no curso de Administração Escolar [1-4].

A partir do entrecruzamento de sua experiência em Columbia com o trabalho que ela desenvolveu com o ensino da matemática em Minas Gerais, pretendemos analisar o modo como Alda Lodi se apropriou das teorias norte-americanas e contribuiu para a configuração de uma matemática *para* ensinar, a partir de sua atuação como professora formadora no Brasil. Este artigo também procura demonstrar como sua experiência é parte do processo de internacionalização do debate educacional [6-7]. Nesse sentido, cabe notar que a proposta de renovação de Francisco Campos, que decide fomentar os intercâmbios intelectuais como parte da política educacional que adota, favorece à circulação de saberes ligados à educação matemática.

Para situar a experiência de Alda Lodi, exploraremos a bibliografia de referência sobre sua trajetória [1-4], apontaremos as circunstâncias que a levaram ao TC, sua posição aos olhos dessa instituição e as disciplinas que assistiu durante a sua especialização. Depois, analisaremos as ideias sobre a formação de professores de matemática que circulavam no Teachers College, com foco nos artigos de Clifford Upton, professor de Lodi nesta Faculdade. Em seguida, vamos aproximar essas ideias com o programa do curso de Metodologia da Aritmética ministrado por Alda Lodi em seu retorno, já como professora da Escola de Aperfeiçoamento, publicado na *Revista do Ensino* [9]. A partir daí, procuraremos explicitar o que o caso de Lodi pode nos informar acerca das dinâmicas de circulação e apropriação dos saberes matemáticos no Brasil, e mais particularmente em Minas Gerais.

1.1 A circunstâncias da viagem de Alda Lodi

Antes de se voltar para experiência de Lodi no Teachers College, cabe situar brevemente a missão pedagógica mineira de 1927, da qual ela fez parte. Ela é fruto da convergência entre o plano de

reforma educacional de Francisco Campos, secretário do Interior de Minas Gerais, e o convite feito por Isaac Kandel, diretor associado do International Institute do TC, à Ignácia Guimarães, para que esta se especializasse em educação nesta mesma instituição com bolsa Macy.⁶⁴ Em 1926, Kandel visitou 4 países da América do Sul (Argentina, Brasil, Chile e Uruguai) junto com James Doster com o objetivo de conhecer o funcionamento do sistema educacional destes locais [11]. Enquanto estabelecia contatos e dava continuidade aos seus estudos de educação comparada, Kandel também identificou educadores que poderiam ser candidatos ao programa de bolsas do TC que focava em alunos estrangeiros.

Depois de receber o convite de Kandel, Guimarães negociou com Francisco Campos os termos da sua licença, com vencimentos integrais: iria para o TC com outras quatro professoras que integravam o quadro docente do Estado de Minas Gerais, e cujas despesas seriam custeadas pelo governo [1]. Assim, além de Lodi, Amélia Monteiro, Lúcia Casassanta⁶⁵ e Benedicta Valladares Ribeiro também se especializaram em diferentes áreas da educação nesta instituição. Essas professoras viajavam em missão oficial do governo mineiro e usariam a experiência adquirida nos Estados Unidos para auxiliar o plano de reforma do ensino desenvolvido por Campos. Nesse plano, a Escola de Aperfeiçoamento ocupava um espaço estratégico porque ajudava no processo de profissionalização do magistério com foco no *professor já em atividade* [12] e complementava a reformulação do Ensino Normal.

Deste modo, a licença com vencimentos integrais também concedida a Alda Lodi por Campos tinha como contrapartida o seu compromisso com a estruturação da Escola de Aperfeiçoamento de Belo Horizonte, depois de sua experiência de estudos. Em 13 de setembro de 1927, chegaram em Nova Iorque e aguardaram as orientações de Kandel para escolher as disciplinas iniciais que iriam cursar no semestre de inverno [13]. Foi lá que elas escolheram os campos nos quais iriam se especializar e, posteriormente, atuar nesta Escola.

2. O Teachers College e a educação matemática

O fato de Lodi ter se especializado no Teachers College é significativo por dois motivos: primeiro pelo papel que seu quadro de professores desempenhou no debate sobre a reforma do currículo secundário norte-americano [14-15]. Segundo, porque muitos deles ganharam projeção no debate internacional – como John Dewey, Edward Thorndike e William Kilpatrick – tornando-se essenciais para o pensamento educacional no Brasil. Lodi foi ainda recebida pelo International Institute, cuja iniciativa voltada para receber alunos estrangeiros era parte da estratégia de internacionalização da

⁶⁴ As bolsas Macy eram concedidas a professores considerados estratégicos ao projeto de internacionalização do Teachers College. Os bolsistas deveriam ser jovens o suficiente para garantir que essa formação fosse um diferencial em suas carreiras no campo educacional, ao mesmo tempo que já deveriam ocupar posições significativas em seus países de origem, indicando que tinham capacidade de influenciar as decisões ali tomadas nesta área. A seleção dos bolsistas se dava por indicação dos professores do International Institute, como no caso de Ignácia, ou por indicação das autoridades de educação locais. Além dela, Anísio Teixeira e Noemy da Silveira Rudolfer também foram ao TC com bolsas Macy [10].

⁶⁵ Na época, Lúcia Monteiro de Castro.

instituição [16]. No entanto, para o nosso caso, o que vale destacar aqui é o significado do TC no debate sobre educação matemática.

Cabe mencionar que, além de Edward Thorndike, cujo livro *Metodologia da Aritmética* foi uma das referências para o ensino de matemática no Brasil [3], o TC tinha David Eugene Smith em seu quadro docente. Smith foi um dos professores que defenderam a criação de uma comissão internacional relacionada ao ensino da matemática, e que no Quarto Congresso Internacional de Matemática em 1908 se materializou na constituição da *Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique* [17].

Antes disso, ele já trabalhava no TC: em 1901 foi convidado por James Russel para assumir a cadeira de matemática desta faculdade. De acordo com Eileen Donoghue [18], Smith foi um dos pioneiros na criação de um programa de formação de professores voltado para a educação matemática nos Estados Unidos, primeiro na Michigan State Normal School e depois no próprio TC.⁶⁶ Ali, criou o primeiro programa de doutorado em educação matemática do país. A autora identifica três características do programa de Smith: *a importância de uma perspectiva histórica, o aspecto dinâmico do papel do professor, e a necessidade de um ponto de vista internacional*, [18] (p. 563).

Era justamente o modo como ele via o papel que o professor deveria desempenhar na sala de aula que fundamentava sua defesa de uma formação que pensasse uma pedagogia voltada para o ensino da matemática, além de um aprofundamento disciplinar que ultrapassasse os conteúdos ministrados em sala. Smith foi autor de publicações como *The Teaching of Arithmetic* (1913)⁶⁷ que tratavam o ensino da matemática não só a partir dos conteúdos que deveriam ser ensinados, mas de uma perspectiva histórica, ressaltando o sentido do ensino e a necessidade de despertar o interesse do aluno. Seus livros ajudaram a configurar uma matemática *para ensinar*⁶⁸ [8] que era discutida nos Estados Unidos e que foi apreendida por Lodi durante seu período no TC.

⁶⁶ Donoghue identifica dois programas que serviram como modelo para os programas futuros: um seria o de David Smith e o outro seria o desenvolvido na Universidade de Chicago por E. H. Moore, J. W. Young e George Myers. Cf. Donoghue, 2006 [18] p. 561.

⁶⁷ Um exemplar deste livro se encontra na biblioteca pessoal de Alda Lodi. Cf. levantamento feito por Reis, 2014 [2].

⁶⁸ A noção de matemática *para ensinar* que trabalho neste texto está inserida no debate sobre os saberes profissionais do campo do ensino desenvolvida por Rita Hofstetter e Bernard Schneuwly. De acordo com esses autores, estes saberes seriam de dois tipos: “os saberes *a ensinar*, ou seja, os saberes que são objetos do seu trabalho; e os saberes *para ensinar*, em outros termos os saberes que são as ferramentas de seu trabalho” (p. 131-132). Nesta visão, a escola produz um saber específico, a partir da interação entre esses saberes (*para* e *a ensinar*), o que se contrapõe à ideia de que a escola trabalha com uma mera simplificação dos conhecimentos oriundos do campo disciplinar a que se filia. É com base nesse debate que Wagner Valente vai apontar a diferença entre “a matemática do professor e a matemática do matemático” (p. 205), considerando que o professor trabalha com numa matemática escolar, dentro da lógica de Hofstetter e Schneuwly. Ainda que as fronteiras não sejam claramente demarcadas, uma vez que estes saberes estão em constante interação, estamos encarando

No ano em que Alda Lodi chegou ao TC, 1927, David Smith ainda aparece no catálogo da Universidade de Columbia, mas já não ministra disciplina. Em maio de 1926, Smith recebeu o título de professor emérito do TC numa cerimônia presidida por Clifford Upton [19]. É ele que ministra a maior parte das disciplinas relacionadas à educação matemática que Lodi assistiu. Na época, tanto ele como William Reeve eram os professores titulares de matemática da School of Education do TC. Formado pela Michigan State Normal School em 1898, Upton foi aluno de Smith no período em que este desenvolvia seu programa de educação matemática nesta escola. Depois de trabalhar como professor e se formar na Universidade de Michigan em 1902, Upton foi contratado para trabalhar na Horace Mann School, a escola de demonstração do TC. Em 1907 passou a trabalhar no próprio TC [20].

Assim como Smith, Upton também era membro da Comissão Internacional do Ensino da Matemática e escrevia frequentemente para o anuário do National Council of Teachers of Mathematics. Também publicou uma série de *textbooks* voltados para a educação matemática, a exemplo de *Strayer-Upton Arithmetics* (1928) e livros como *Studies in the Teaching of Arithmetic* (1927). Este livro reúne uma série de artigos publicados por Upton entre 1925 e 1926 na revista do TC, o *Teachers College Records*, e que sinalizam suas convicções relacionadas à educação matemática e à formação de professores. Antes de analisar estes artigos, cabe voltar para Alda Lodi.

3. A experiência de Alda Lodi no Teachers College

Os registros que nos levam às disciplinas cursadas por Alda Lodi no TC estão presentes em dois documentos: um caderno de anotações de aula de seu último semestre no TC⁶⁹ e a lista de cursos que Alda Lodi anotou em seu currículo [1]. A partir daí, podemos afirmar que grande parte das disciplinas que ela assistiu não estavam diretamente relacionadas à educação matemática, mas lhe davam subsídios para pensar o trabalho que iria desenvolver na Escola de Aperfeiçoamento.

Seis delas integravam o cardápio de *Courses in Elementary Education for Principals and Supervisors* e outras duas integravam os cursos voltados para *Teachers, Supervisors, and Administrators in Normal Schools and Teachers College*. Dos cursos restantes, dois estavam ligados ao cardápio básico oferecido aos estudantes estrangeiros: *American Education* e *Recent Movements in American Education*. Os outros dois eram cursos *clássicos*, comuns a muitos brasileiros que frequentaram o TC: *Philosophy of Education* e *Psychology of Education*.

Como já mencionamos, aqui nos interessa especificamente os estudos de Lodi no TC voltados à educação matemática. Se cruzarmos a lista de disciplinas encontradas em seu currículo por Fonseca [1, p.85] com os catálogos da Universidade de Columbia [21-22] é possível afirmar que o professor

que Lodi, ao pensar a formação de professores na Escola de Aperfeiçoamento, está lidando predominantemente com uma matemática *para ensinar*. Sobre o assunto ver Hoffstetter e Valente, 2017 [8].

⁶⁹ De fevereiro a maio de 1929. Alda Lodi voltou para o Brasil em agosto de 1929 e os cursos de verão em Columbia foram ministrados entre 8 de julho e 16 de agosto (Columbia University, 1928, p. 541). É pouco provável, portanto, que Lodi tenha assistido algum curso depois deste semestre.

Upton foi central em sua formação. À exceção de (168N) *Laboratory exercises in junior high school mathematics*, ministrada por Carl N. Shuster, as outras quatro disciplinas que cursou relacionadas à temática foram ministradas por ele. São elas: 167H. *Teaching of Arithmetic. For teachers and supervisors in elementary schools*; 167Hx. *Teaching of Arithmetic. Supplementary to Education 167H*;⁷⁰ 168H. *Modern Business Arithmetic*; e 267B-268B. *Advanced Course in Teaching Arithmetic. For Normal School instructors and elementary school supervisors*.

Todas elas faziam parte do grupo de disciplinas voltadas aos *Professores e Supervisores de Matemática* [21, p. 183] e seus códigos indicam que os cursos eram abertos à alunos ainda não graduados, contanto que tivessem um conhecimento prévio da disciplina em questão. A exceção é *Advanced Course in Teaching Arithmetic*, voltado à estudantes de pós-graduação,⁷¹ que Lodi assistiu no primeiro semestre de 1929, de acordo com suas anotações no caderno [1]. Apesar de não ter estudado com Smith, Lodi assistiu disciplinas que compunham o currículo de formação pensado por ele para os professores e supervisores de matemática, e a maior parte das disciplinas que assistiu foi ministrada por seu ex-aluno e colega de profissão: Clifford Upton.

4. Upton, Alda Lodi e a educação matemática: aproximações

Como já afirmamos, um caminho para entender a visão que Upton tinha da educação matemática é olhar para os artigos que ele publicou na Revista do TC. Muito do que ele irá discutir ali se relaciona com as questões ligadas à utilidade do conteúdo ensinado nas escolas para a vida prática e ao apelo a um ensino que considere os estudos de psicologia para a elaboração dos conteúdos e programas escolares. Neste sentido, esses artigos nos fornecem pistas importantes para pensar as interseções entre o debate educacional estadunidense e as questões mais específicas ligadas à matemática escolar neste país.

Em artigo sobre a formação das normalistas em Aritmética, Upton [23] explora as mudanças necessárias nessa formação, considerando especificamente o ensino desta matéria. Além de um estudo mais aprofundado do conteúdo disciplinar, as normalistas deveriam estar

“familiarizadas com o movimento moderno de testes em aritmética e serem capazes de descobrir, a partir de testes padronizados, as fraquezas de seus

⁷⁰ Fonseca (2010, p. 85) afirma que Lodi fez dois cursos das seguintes disciplinas: Philosophy of education, Educational Psychology e Teaching of Arithmetic. Enquanto os catálogos indicam que as duas primeiras disciplinas eram ministradas nos dois semestres, em diferente níveis (203-204; 303-304 e 403-404 no caso de Philosophy of Education e 07-08; 107-108; 407-408 no caso de Educational Psychology); Teaching of Arithmetic aparece como disciplina única (167H). Portanto, estou supondo que o segundo curso a que Fonseca se refere, a partir do currículo de Lodi é a disciplina suplementar, 167Hx.

⁷¹ O catálogo do Teachers College explica a lógica de numeração das disciplinas. Essa explicação nos ajuda a entender o nível das disciplinas ministradas e seu público alvo, além do semestre em que elas são ministradas (números ímpares para inverno e pares para primavera). Uma análise mais detalhada dessas pistas pode nos ajudar a entender a progressão dos estudos de Lodi, o que não cabe nos limites deste artigo. Cf. Columbia University, 1928, p. 132.

pupilos nas operações fundamentais e corrigi-los através de exercícios práticos criteriosamente aplicados” [23, p. 2].

A partir dessa familiaridade, os professores teriam melhores condições de graduar a dificuldade de seus exercícios e entenderiam melhor os métodos de ensino de cada tópico específico. Cabia também ao professor dimensionar a adequação do vocabulário dos problemas ao universo do aluno, pensando se seu conteúdo desperta o interesse das crianças. Muito do que Upton defende se relaciona com o debate sobre uma *aritmética sob medida*, que considera os estudos sobre aprendizagem infantil [24].

Apesar de reconhecer a importância dos testes, Upton teceu críticas às avaliações já existentes em uma palestra no National Council of Teachers of Mathematics, transcrita na revista do **TC** [25]. Esta palestra sinaliza um dos motivos que levavam Upton a defender um ensino que preparasse os professores para olhar criticamente para o movimento de testes que vigorava: a relação entre os testes padronizados e o ensino de aritmética nas escolas. Neste sentido, o problema era duplo. Por um lado, os testes eram preparados por profissionais que tinham *pouca familiaridade com as questões mais amplas do ensino da aritmética* (p. 1), e por outro, os professores passavam a encarar essas avaliações como *um tipo de guia* sobre o que ensinar (p. 1).

Assim, Upton explora a falta de um padrão em relação à dificuldade das questões propostas, critica aspectos relacionados à *organização gráfica das operações* [26], indicando como a apresentação das questões dificultavam sua resolução, mesmo para adultos experientes. Também mencionava a ausência de testes que mediam a habilidade do aluno em resolver problemas, o que tinha como consequência a ênfase que os professores passaram a dar a um ensino mais abstrato. Durante todo o artigo, demonstra a falta de ligação das questões propostas com a vida real, sinalizando a necessidade de pensar na funcionalidade dos conteúdos. Era diante de tudo isso que afirmava que o problema de reformulação do currículo estava ligado também à uma reformulação dessas avaliações, uma vez que o ensino das escolas era também avaliado pelo desempenho de seus alunos nesses testes.

Era também por isso que defendia a necessidade de incentivar o aluno a conferir o resultado das operações efetuadas, num movimento muito comum na vida cotidiana, mas raro no ambiente escolar. Uma vez que a velocidade com que os alunos resolviam as questões passou a ser mais um critério de avaliação influenciado pelos testes, os professores passaram a desestimular essa prática. Em defesa deste procedimento, Upton escreveu dois artigos ressaltando a importância da verificação, e indicando as diversas possibilidades de conferir os resultados obtidos [27-28].

Mais do que pensar na adequação dos testes à realidade escolar, Upton apontava as consequências do desencontro entre a *expertise* pedagógica e a *expertise* psicológica, utilizando a expressão de Nara Pinheiro [24] ao analisar esse conflito no Brasil (p. 79). Sem o conhecimento das especificidades da matemática escolar, os psicólogos que desenvolviam os testes ignoravam fatores simples, como pontuação e disposição das operações, mas que interferiam no desempenho das crianças testadas. Por outro lado, por não dominar os mecanismos de elaboração das avaliações, os professores se viam obrigados a desenvolver estratégias de ensino que atendessem à essas demandas.

Isso não significa dizer que Upton era contra a aplicação de testes de aproveitamento padronizados. Ele mesmo escreveu sobre testes deste tipo, como no caso de *Standardized Tests in Mathematics for Secondary High Schools* (1929). Além disso, discutiu a reformulação do currículo de Aritmética pensando num tipo de organização escolar que tendia a crescer nos Estados Unidos: as classes de alunos fracos, médios e fortes. Nesse sentido, estabelecia tanto uma gradação em relação à dificuldade das operações quanto uma hierarquia que estabelecia o que era fundamental ensinar, mesmo aos alunos considerados mais fracos, porque eram conhecimentos necessários à vida cotidiana [29].

Parte das questões levantadas por Upton em seus artigos serão abordadas por Alda Lodi em suas aulas sobre Metodologia da Aritmética ministradas em 1930, e que faziam parte de um dos cursos de aperfeiçoamento promovidos pela gestão de Francisco Campos na Secretaria de Negócios Interiores. De acordo com o relato publicado na *Revista do Ensino*, a ele compareceram cerca de 200 professoras do ensino primário, público alvo do curso, e Alda Lodi deu 7 aulas sobre o assunto. Mais do que apontar apropriações de Lodi, a intenção aqui é sinalizar como as ideias presentes nos artigos de Upton – que configuram parte do debate sobre Educação matemática nos Estados Unidos – circula em espaços como o dos cursos ministrados na Escola de Aperfeiçoamento de Belo Horizonte, no Brasil.

Em sua primeira aula, Lodi discutiu três aspectos sobre Aritmética: *a utilidade de seu ensino*; *o caráter de utilidade prática* e *seu caráter educativo*, sinalizando que os problemas poderiam ser desenvolvidos a partir de eventos cotidianos, como uma festa de aniversário [9, p.43]. Ali, pensava tanto no sentido prático, a que Upton se referia em suas críticas às exigências dos testes, quanto às questões da Escola Nova ligadas ao interesse da criança.

Lodi também explicou às suas alunas as lógicas de ordenamento dos problemas de adição e subtração em relação à sua dificuldade, seguindo o princípio de que, ainda que com base nos estudos existentes, cabia também aos professores saber graduá-los. Além disso, ela relatava a experiência que havia coordenado na Escola de Aperfeiçoamento no ano anterior, em que avaliou o nível de dificuldade de três tipos de subtração depois de testar 895 crianças [9, p.45]. Tanto o programa da quarta quanto o da quinta aula que deu, se relaciona com o curso descrito e analisado por Fonseca [1] e Pinheiro [24] cuja *ênfase estava na graduação das dificuldades e na apresentação das combinações fundamentais, com a orientação e dosagem no processo de amadurecimento das crianças*, [24, p. 138].

Em suas duas últimas aulas, voltou a ressaltar a importância de um ensino que despertasse o interesse da criança, e que estivesse ligado à vida real. Quando analisou o modo como os professores constroem e apresentam os problemas às crianças, afirmou que

“Um problema não deve ser uma construção abstrata, talhada ao gosto da professora, mas deve ser uma situação real, realmente surgida na vida escolar e cuja solução seja desejada, sentida e procurada pelos alunos” [9, p. 46].

É nos momentos em que Lodi reitera a importância do interesse na aprendizagem que vemos como funcionou a mudança a que Oliveira et. al. [30] (p. 8) se referem quando falam de um *deslocamento da perspectiva do 'o que ensinar' para o 'como ensinar'* no campo da educação matemática. Tanto Upton quanto Alda Lodi estão dialogando com uma reflexão mais ampla sobre o currículo escolar, que se propõe a mensurar a utilidade do ensino da aritmética para a vida adulta, sem deixar de pensar as questões relacionadas à construção de uma matemática *para ensinar*, [8].

5. Viagens, circulação e a construção de uma *expertise pedagógica*

A viagem de Alda Lodi e suas colegas de profissão sinaliza uma convergência de interesses em jogo: se por um lado, Francisco Campos favorece a circulação de saberes matemáticos ao integrar as viagens dentro de seu plano de profissionalização do magistério mineiro [12], por outro, a formação de Lodi no TC é estratégica para o plano de internacionalização desta instituição [16]. Era com base em experiências com a de Lodi que o instituto falava de sua contribuição para o *entendimento entre os povos*, sem deixar de ressaltar que a qualificação ali fornecida habilitava o professor a adaptar as ideias ali veiculadas às diferentes realidades educacionais existentes.

Parece ser neste sentido que Laurence Duggan, do Institute of International Education, destaca como exemplar a experiência das professoras mineiras em Columbia, uma vez que elas teriam *transplantado as mais recentes ideias* norte-americanas para o ensino no Brasil [5, p. 13]. Dentro das iniciativas que buscavam fomentar a circulação de educadores nos Estados Unidos, como as do TC e as organizadas pelo Institute of International Education, do qual Duggan fazia parte, a ideia de que cabia aos norte-americanos o *protagonismo das ideias* era frequente.

Os estudos já realizados sobre as professoras mineiras que foram ao Teachers College mostram como Duggan não está inteiramente correto quando diz que elas *transplantaram* as ideias norte-americanas, tanto pela multiplicidade de significados dessas ideias no campo da educação [14] quanto pelo modo como esses professores se apropriaram do conhecimento que adquiriram. A isso também podemos acrescentar o papel da que a *missão europeia* teve na Escola de Aperfeiçoamento [31].

Portanto, as ideias que Lodi compartilha com suas alunas e que aqui também vemos nos artigos de Upton são parte do movimento de internacionalização [6] e modernização do ensino da matemática [7] e sua experiência mostra parte dessa dinâmica de circulação. Além da viagem, professores como Lodi passaram a ser reconhecidos em uma área de *expertise* pela dupla experiência que possuem: a do ensino e a da especialização. Como Moraes [32] sinaliza, a experiência de Lodi nos Estados Unidos é parte de um processo que “caracteriza a emergência de *experts* da educação” (p. 29) no Brasil, que buscam especialização no exterior e que, neste movimento *produzem novos saberes no campo pedagógico* (p. 29).

De forma geral, Lodi faz parte dessa lógica de circulação não só a partir de sua atuação na Escola de Aperfeiçoamento, mas em sua atuação em cursos de curta duração que ministra, como o que

analisamos aqui. Além dele, sabemos que Alda Lodi ministrou palestras, cursos em outros estados, e atuou em cargos técnicos que tiveram dentre seus resultados a elaboração de programas escolares e orientações aos professores.

6. Considerações finais.

Como o caso de Alda Lodi sinaliza, a atenção às dinâmicas de circulação de ideias e os espaços nos quais essas trocas se desenvolvem é importante porque indica como parte das mudanças que identificamos no ensino da matemática foram feitas por professores formadores que nem sempre deixaram a marca de suas ideias em artigos ou livros relacionados à sua especialidade. Como os trabalhos sobre Alda Lodi indicam [1-4, 12, 24], esses professores produziram uma série de conhecimentos cujas pistas nos foram deixadas pelos seus processos de arquivamento, pelos depoimentos de suas alunas e nos documentos oficiais que tratam de orientações e programas de ensino. Neste sentido, esse conhecimento se materializava no intenso trabalho de formação que empreenderam durante sua prática profissional, que ajudaram a configurar uma matemática *para* ensinar a partir dessa rede.

Reconocimientos:

Este trabalho é parte de um amplo projeto de pesquisa conduzido pelos membros do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil (**GHEMAT**) intitulado: *A matemática na formação de professores e no ensino: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990* (**FAPESP**, Projeto temático n. 2017/15751-2), e é fruto do desenvolvimento do subprojeto intitulado *Os arquivos da professora Alda Lodi: as apropriações estadunidenses para a constituição de uma nova matemática no ensino e na formação de profesores* (Bolsa Fapesp, Processo n. 2019/04525-7). Parte das fontes de pesquisa utilizadas neste artigo foram compiladas com o apoio da Fulbright, Brasil.

Referências

- [1]. N. Fonseca, *“Alda Lodi, entre Belo Horizonte e Nova Iorque: um estudo sobre formação e atuação docentes 1912-1932”*, tesis M. Sc, Departamento de Educación, UFMG, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil, 2010.
- [2]. D. Reis, *“História da formação de professores de matemática do ensino primário em Minas Gerais: estudos a partir do acervo de Alda Lodi (1927 a 1950)”*, disertación para Ph.D, Departamento de Educación, UFMG, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil, 2014.
- [3]. R. Rabelo, *“Destinos e trajetos: Edward Lee Thorndike e John Dewey na formação matemática do professor primário no Brasil (1920-1960)”*, disertación para Ph.D, Departamento de Educación, USP, São Paulo, São Paulo, Brasil, 2016.

- [4]. B. Amorim, "Indicações metodológicas para o ensino da Matemática presentes em livros que circularam em Minas Gerais na primeira metade do século XX: um estudo da biblioteca pessoal da Professora Alda Lodi", tesis M. Sc, Departamento de Educación, **UFMG**, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil, 2018.
- [5]. L. Duggan, "Report on South America visit, June-October, 1929". pp. 1-32. University of Texas, Benson Latin American Collection.
- [6]. D. Matasci, "A França, a escola republicana e o exterior: perspectivas para uma história internacional da educação no século 19". *Hist. Educ.*, v.20, n.50, pp. 139-155, Setembro-Dezembro 2016.
- [7]. W. Valente, "A Matemática no Curso Primário: quando o nacional é internacional, França e Brasil (1880-1960)". *Bolema*, vol.31, n.57, pp. 365-379, abril 2017.
- [8]. R. Hoffstetter e W. Valente (org.), "Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores". São Paulo: Livraria da Física, 2017, 230 p.
- [9]. "Curso de Aperfeiçoamento para o professorado primário". *Revista do Ensino*, ano 5, n. 44, pp. 43-47, abril 1930. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/128283>. Acesso em: 27/05/2019.
- [10]. A. C. Rocha, "Experiências norte-americanas e projetos de educação no Distrito Federal e em São Paulo (1927-1935): Anísio Teixeira, Noemi Silveira, Isaías Alves e Lourenço Filho", disertación para Ph.D, PPGHCS, Fiocruz, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.
- [11]. I. L. Kandel e J. Doster, "Secondary Education in South America, 1925-1926", Rockefeller Archive Center, RG 1.1 100, International Education Board, 1927-1930, Box 9.
- [12]. M. L. Gomes, "O ensino da aritmética na Escola Nova: contribuições de dois escritos autobiográficos para a história da educação matemática (Minas Gerais, Brasil, primeiras décadas do século XX)". *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática educativa*, vol. 14, n.3, pp. 311-334, Novembro 2011.
- [13]. R. Araújo, "Benedicta Valladares Ribeiro (1905-1989): formação e atuação", disertación para Ph.D, Departamento de Artes, **USP**, São Paulo, São Paulo, Brasil, 2010.
- [14]. H. Kliebard, "The Struggle for the American Curriculum: 1893-1958". New York: Rutledge Falmer, 2004, 330 p.
- [15]. L. Cremin, et al, "A history of Teachers College. Columbia University". New York: Columbia University press, 1954, 289 p.
- [16]. M. Warde, "O International Institute do Teachers College, Columbia University, como epicentro da internacionalização do campo educacional". *Cadernos de História da Educação*, v.15, n.1, pp. 190-221, janeiro-abril, 2016.

- [17]. G. Schubring, *“O primeiro movimento internacional de reforma curricular em matemática e o papel da Alemanha”*, em Euclides Roxo e a modernização do ensino de matemática no Brasil. São Paulo: **SBEM**, 2003, pp. 11-45.
- [18]. E. Donoghue, *“The education of Mathematics Teachers in the United States: David Eugene Smith, Early Twentieth-Century Pioneer”*. Paedagogica Historica: International Journal of the History of Education, v.42, n.4-5, pp. 559-573, August, 2006.
- [19]. C. Upton, *“Dinner in honor of professor David Smith”*. The Mathematics Teacher, v.19, n.5, pp. 258-281, May 1926.
- [20]. V. Sanford, *“Clifford Brewster Upton: May 10, 1877-September 25, 1957”*. The Arithmetic Teacher, v. 4, n. 6, p.279, December 1957.
- [21]. Columbia University, Catalogue 1928-1929, New York, 1928.
- [22]. Columbia University, Catalogue 1927-1928, New York, 1927.
- [23]. C. B. Upton, *“The Teachers' Course in Arithmetic in Normal School”*. Teachers College Record, v.27, n.2, pp. 93-93, October, 1925.
- [24]. N. Pinheiro, *“A aritmética sob medida: a matemática em tempos da pedagogia científica”*, disertación para Ph.D, Departamento de Educação, Unifesp, Guarulhos, São Paulo, Brasil, 2017.
- [25]. C. B. Upton, *“The Influence of Standardized Tests on the Curriculum in Arithmetic”*. Teachers College Record, v.26, n. 8, pp. 627-641, April, 1925.
- [26]. E. Peres, *“Cadernos escolares como fonte e objeto da história da educação”*, em Cadernos Escolares e a escrita da história da educação matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2017, pp. 17-61.
- [27]. C.B. Upton, *“Professionalized Subject Matter in Arithmetic for Normal Schools”*. Teachers College Record, v.27, n.3, pp.192-192, November, 1925.
- [28]. C.B. Upton, *“Professionalized Subject Matter in Arithmetic for Normal Schools (continued)”*. Teachers College Record, v.27, n.5, pp.416-416, December 1925.
- [29]. C. B. Upton, *“Changing the curriculum in Arithmetic”*. Teachers College Record, v.28, n.4, p. 341-359, April 1926.
- [30]. M. Oliveira, L. Bertini, M. Carvalho e M. Silva, *“As matemáticas na formação de normalistas brasileiros e franceses em tempos de escola nova: 1920 a 1945”*. Em teia, v.8, n.3, pp. 1-22, julho 2017.
- [31]. M. Prates, *“Uma nova pedagogia para o professorado mineiro: a Escola de Aperfeiçoamento”*. Educação em Revista, n.11, pp. 12-29, julho 1990.
- [32]. R. Morais, *“Cadernos de trabalho II,, volume 6: Experts”*. São Paulo: Livraria da Física, 2016, 45p.

LA INFLUENCIA DEL CENTRE BELGE DE PÉDAGOGIE DE LA MATHÉMATIQUE EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA EN LA ESPAÑA POSTERIOR A LA GUERRA CIVIL

THE INFLUENCE OF CENTRE BELGE DE PÉDAGOGIE DE LA MATHÉMATIQUE IN SECONDARY EDUCATION IN SPAIN AFTER CIVIL WAR

María José Madrid. Carmen López-Esteban***

Resumen: en este trabajo se presenta la influencia que tuvo el *Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique* (1958-1973) en el desarrollo curricular en la Enseñanza Media en España desde el final de la Guerra Civil (1939) hasta la Ley General de Educación (LGE) (1970). Para ello, se situará en la historia de la educación matemática al *Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique*, donde se acuñó el término *Matemática Moderna*, y se analizará cómo esta corriente de la Matemática Moderna influyó en los cambios del currículo de matemáticas en la Enseñanza Media ocurridos en España entre la Guerra Civil (1939) y la Ley General de Educación (LGE) (1970). En esta etapa, se producen transformaciones importantes en la legislación sobre la educación hasta llegar a los cuestionarios para el Bachillerato Elemental publicados en 1967, donde aparecen por vez primera contenidos propios de la llamada Matemática Moderna: conjuntos, correspondencias, aplicaciones; se suprime la enseñanza de la geometría que es sustituida por el álgebra, y todo ello con unas amplias orientaciones metodológicas.

Palabras clave: Historia de la Educación Matemática, Siglo XX, aspectos curriculares, matemáticas en España.

Abstract: this paper presents the influence that the *Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique* (1958-1973) had on the curriculum development in Middle Education in Spain since the end of the Civil War (1939) until the General Law on Education (LGE) (1970). In order to do so, we will place in the History of Mathematics Education the *Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique*, where the term *Modern Mathematics* was created and we will analyse how this trend, Modern Mathematics, influenced the changes in the Mathematics curriculum of Middle education which occurred in Spain between the Civil War (1939) and the General Education Law (LGE) (1970). During this time, important transformations took place in the legislation on education until arriving

* Doctora en Matemáticas por la Universidad de Salamanca (USAL). Profesora de Didáctica de la Matemática en la Universidad Pontificia de Salamanca (UPSA), Salamanca, España. Dirección postal: Facultad de Educación. C/ Henry Collet, 52-70, CP 37007, Salamanca, España. E- mail: mjmadridma@upsa.es. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3582-9738>

** Doctora en Matemáticas por la Universidad de Salamanca (USAL). Profesora de Didáctica de la Matemática en la Universidad de Salamanca (USAL), Salamanca, España. Dirección postal: Facultad de Educación. Paseo de Canalejas, 169, CP 37008, Salamanca, España. E- mail: lopezc@usal.es. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4683-6706>

to the questionnaires for the Elementary Baccalaureate published in 1967, where contents of the so-called Modern Mathematics appear for the first time: sets, correspondences, applications; the teaching of geometry is replaced by algebra, and all of that with important methodological orientations

Key Words: History of mathematics education, curricular aspects, modern Mathematics in Spain.

1. Introducción

En las últimas décadas se ha producido un interés creciente hacia la historia de la educación, en general, y hacia la historia de la educación matemática en particular, motivada, entre diversas razones, por el fracaso que ha seguido la implementación de distintos proyectos de reforma curricular, [1].

En el período de posguerra, después de la Segunda Guerra Mundial, se producen en los **EE.UU.**, en varios países europeos, y en algunas otras partes del mundo desarrollado, diferentes reformas educativas, a veces impulsadas más por razones pedagógicas que por una fuerte voluntad política, para cambiar estructuralmente el sistema educativo, [2]. En Europa, según Teresa Assude y Marie-Jeanne Perrin-Glorian (2009) [3], en la década de los años 50 se comienza a tener en cuenta la dimensión social de la educación: la demanda que emana de las diferentes categorías sociales y profesionales y la forma en la que la institución educativa, en todos los niveles, responde a esta demanda. Así, se plantearon dos problemas principales: el primero era la democratización y la igualdad de acceso a la educación y el segundo era el lugar de la ciencia y las matemáticas en la educación y la cultura.

Las reformas impulsadas por René Billères, Ministro de Educación francés, son un buen ejemplo de estos movimientos reformistas. El proyecto Billères estableció una ambiciosa ley marco partiendo del trabajo de la *Commission pour la démocratisation de l'enseignement du second degré, technique et supérieur*. En las instrucciones complementarias de la reforma impulsada en Francia en enero de 1957, se recoge:

“Le grave danger que fait courir à notre pays, sur le plan intellectuel comme sur le plan économique, le manque de plus en plus sensible d'ingénieurs, de chercheurs, de techniciens [...] l'urgente nécessité d'orienter vers les carrières scientifiques, à des niveaux variés, un nombre croissant de jeunes”. [El grave peligro que enfrenta nuestro país, tanto intelectual como económicamente, la creciente falta de ingenieros, investigadores, técnicos [...] es urgente la necesidad de dirigir hacia las carreras científicas, en varios niveles, a un número creciente de jóvenes], [4].

En este documento se desarrollan, por primera vez, los argumentos propios de la corriente de la Matemática Moderna: las matemáticas están presentes en todas partes, en la vida cotidiana, a nivel material pero también a nivel intelectual para comprender los fenómenos circundantes. Además de este aspecto utilitario y la adquisición de conocimientos, el papel y el alcance de la educación matemática son más amplios: esta enseñanza es un elemento esencial de la formación y el desarrollo de la mente (lógica, rigor, precisión) pues contribuye a la *formación integral del niño*: a desentrañar la verdad de lo falso, a examinar todas las cuestiones relacionándolas con sus principios, a razonar sobre ellas, etc. Las matemáticas aparecen, por tanto, como un elemento fundamental de cualquier *verdadera cultura*. Así, las matemáticas y la ciencia como elementos de la cultura deben aparecer también como esenciales para la formación del hombre y del ciudadano: el modelo de humanidades clásicas debe coexistir con un modelo de las *humanidades modernas*.

2. Contexto histórico mundial

El final de la Segunda Guerra Mundial en 1945 marcó el comienzo de un progreso tecnológico considerable e inseparable de las relaciones conflictivas entre la **URSS** y los **EE.UU**. Así, en los años cincuenta, la Guerra Fría se trasladó a la esfera de la investigación científica. Por ejemplo, el 4 de octubre de 1957 la **URSS** puso en órbita su primer Sputnik, y ese mismo día Moscú anunciaba la prueba de una bomba de hidrógeno. Poco después, en noviembre de ese mismo año, envía un segundo Sputnik con un animal a bordo.

Aunque los **EE.UU** en primera instancia proclamaron que el Sputnik *no tenía valor*, al comprender su error reconocen el peligro representado por él pues, por primera vez, el territorio de los Estados Unidos de Norteamérica dejaría de ser incuestionable. Solo en 1958, después de muchos fracasos, **EE.UU** lanzaría a su vez prototipos exitosos del cohete Júpiter y la máquina Atlas intercontinental. En ese mismo año se crea la **NASA** por el gobierno de los Estados Unidos para intensificar la investigación en el campo aeronáutico.

En la década de 1960, entre tanto, la rivalidad tecnológica entre las dos grandes potencias - **EE.UU** y la URSS - continuaría, mejorándose las técnicas de exploración espacial con sondas, satélites y vehículos planetarios, entre otros aspectos.

Los anteriores datos, en consecuencia, son apenas una muestra de la relevancia que tuvo la ciencia a nivel internacional.

3. La reforma en educación matemática en los años 50 en Europa

Desde comienzos de siglo XX, en Europa hubo una gran preocupación entre los educadores matemáticos que favoreció la creación de asociaciones, la publicación de revistas o la celebración de diferentes congresos y reuniones centradas en la enseñanza de las matemáticas, [5]. En una conferencia dada en 1945 por el psicólogo y pedagogo francés Henri Wallon (París, 1879-1963), que

junto con el suizo Jean Piaget y el bielorruso Lev Vigotsky son considerados figuras clave de la moderna psicología infantil, dice:

“Nos enfrentamos a dos tipos de valores contradictorios que parecen irreconciliables entre ellos: por un lado, las ciencias, que han permitido el progreso considerable de la tecnología, y han aumentado, de manera prodigiosa, el poder del hombre sobre las cosas; por otro lado, [...] aquellas disciplinas que han sido la cuna del espíritu humano”, [6].

Para 1950 fue creada la *Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIAEM)* [7], por matemáticos, psicólogos y maestros de muchos países asolados por la guerra en Europa, todos enfrentando dificultades significativas en la enseñanza de las matemáticas: falta de maestros, falta de materiales y la existencia de multitudes de refugiados, desplazados, huérfanos... Entre sus miembros iniciales se encontraba Gustave Choquet quien introdujo las ideas de una reforma guiada por una reestructurada nueva *arquitectura* de las matemáticas, o Piaget quien presentó sus famosos resultados sobre la investigación en cognición y transmitió nuevos conocimientos sobre las relaciones entre las estructuras operativas mentales y cognitivas y el desarrollo científico de las matemáticas, entre muchos otros que se fueron uniendo. El mérito de la **CIAEM** en esos años fue repensar la enseñanza de las matemáticas afrontando los problemas pedagógicos, [8].

Sin embargo, el inicio de una reforma de la enseñanza de las Matemáticas en profundidad no provino de ningún Ministerio de Educación, sino de una organización económica: la *Organisation Européenne de Coopération Economique (OECE)*, [9]. Esta organización se creó, con 18 países como participantes, el 16 de abril de 1948, a partir de la *Conferencia de los Dieciséis (Conférence de Coopération économique européenne)* que trabajó para el establecimiento de una organización permanente y para asegurar la implementación de un programa de recuperación común y, en particular, supervisar la distribución de la ayuda del Plan Marshall.

La OEEC comenzó a declinar después de 1952 como resultado de la terminación inesperada del Plan Marshall y de un cambio de dirección en la **OTAN**. Así, en septiembre de 1961, la **OEEC** toma su nombre actual de *Organisation de Coopération et de Développement Economique (OCDE)*, como una organización mundial, reconociendo su contribución a la recuperación económica y al progreso de Europa y abriendo nuevas perspectivas para fortalecer la cooperación entre los países y aplicarla a nuevas tareas y objetivos más amplios -no sólo económicos y financieros-, sino también en el campo científico y tecnológico, promoviendo el desarrollo de sus recursos, fomentando la investigación y promoviendo la formación profesional. Canadá y los **EE.UU** se unieron firmando la Convención de la **OCDE** el 14 de diciembre de 1960, y les siguieron otros países, comenzando con Japón en 1964.

Amparado por la **OECE** se celebró en París, entre el 23 de noviembre y el 4 de diciembre de 1959, el Coloquio de Royaumont (Francia) que se tituló: *New Thinking in mathematics education*; y después el Seminario de Dubrownik (Yugoslavia) en el verano de 1960, en los cuales se establecieron las líneas

maestras y los programas para la enseñanza secundaria que serían recogidos en todos los países europeos.

4. La renovación matemática del Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique

El Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique, en adelante **CBPM**, se crea jurídicamente el 24 de mayo de 1961 como una asociación privada, sin ánimo de lucro; en el artículo 1 de sus estatutos se establece que esta asociación tiene como objetivo el estudio y la mejora de la enseñanza de las Matemáticas y que, en particular contribuirá a la promoción, desarrollo y difusión de la enseñanza de la Matemática Moderna.

Siguiendo a Modesto Sierra (2008) [8], pueden considerarse distintos períodos en la historia del **CBPM**: partiendo de un periodo incipiente entre 1958-1961 de reformas en ciertas clases de escuela Normal impulsadas por Frédérique Lenger y W. Servais, al que se incorpora George Papy, profesor de la Universidad de Bruselas a requerimiento de sus promotores. De esta forma, en torno a Georges Papy y su mujer Frédérique Lenger, se aglutinaron una serie de matemáticos, pedagogos, y profesores de Matemáticas, que realizaron una intensa acción innovadora entre los años 1958 y 1973. La influencia del Centro se extendió a todo el mundo occidental, como prueba el hecho de que ciertas obras de su promotor hayan sido traducidas a catorce lenguas y que miembros del CBPM diesen cursos y conferencias en unos cincuenta países. Además, a lo largo de esos años el CBPM acogió en su seno a investigadores de una veintena de naciones que al regresar a sus países de origen difundieron su metodología. Precisamente, G. Papy y sus colaboradores del **CBPM** desarrollaron, a nivel teórico y en el aula, las ideas, programas y líneas metodológicas establecidas en el Coloquio; y posteriormente, a iniciativa de M.H. Stone, presidente del Coloquio de Royaumont, extendieron las reformas a todos los niveles educativos: en el periodo 1961-1964 se llevó a cabo la reforma en el secundario inferior (alumnos entre 12-15 años); en el periodo 1964-1967 se centraron en el secundario superior, sección científica (alumnos entre 15-18 años); y en el último periodo 1967-1973, la reforma se extendió a la enseñanza primaria (alumnos entre 6-12 años).

Una de las ideas motrices de la reforma es la separación cada vez más grande entre la Matemática como ciencia viva y la que se enseñaba en las escuelas. G. Papy y colaboradores consideraban que, así como los Elementos de Euclides desarrollaban la Matemática del tiempo griego, la obra del colectivo de matemáticos agrupados bajo el nombre de Nicolás Bourbaki contenía la base matemática de su tiempo, con el concepto de *estructura* y el *método axiomático* constituyendo la Teoría de Conjuntos y los nuevos lenguajes en el que Papy y colaboradores del **CBPM** cimentaron la reforma como el lenguaje de las cuerdas o el lenguaje de las flechas, y la supresión de la enseñanza de la geometría sustituida por el álgebra. En particular es Jean Dieudonné (1973) [10], miembro fundador del seminario Bourbaki, el autor del famoso eslogan *¡Abajo Euclides!*, para señalar la enseñanza excesiva de la geometría del triángulo en la escuela.

Surgen así dos ideas claves en la reforma del **CBPM**: la primera es la expresión *Matemática Moderna*, como aquella Matemática que ha abandonado el estado artesanal para pasar a la era industrial. En la

conceptualización de Papy y sus colaboradores del **CBPM**, las *estructuras-madre*, según las define Bourbaki, serían análogas a las herramientas de la industria ya que permiten la economía de pensamiento y evitan la repetición de razonamientos; deben ser introducidas progresivamente según se va construyendo el edificio matemático, ya que presentadas al final -cuando este está ya construido- no tiene ningún sentido. El hilo conductor de todo el proceso es el método axiomático progresivo, que consiste en que los axiomas no se dan desde el principio sino que se van introduciendo a lo largo de la teoría, de modo progresivo y motivado.

Y la segunda idea es: *Matemáticas por todas partes*. G. Papy afirma que durante mucho tiempo la Matemática ha sido señalada como elemento de cultura y de formación de la mente, pero que la situación ha cambiado profundamente al invadir todos los dominios del pensamiento racional; de ahí que haya que preparar a las nuevas generaciones en esta Matemática para que puedan comprender el resto de las ciencias. Sin embargo, paradójicamente, a lo largo de la experiencia desarrollada no aparecen aplicaciones de la Matemática a otras ciencias.

La reforma emprendida por el CBPM no fue solo una reconsideración de los contenidos a la luz de la evolución de la Matemática como ciencia; fue también una reforma de los métodos de enseñanza, inspirada en las situaciones matemáticas de C. Gattegno, a través de la creación de medios pedagógicos que se desarrollaban en el aula: actuando por el método error-acierto se iban afinando cada vez más esos medios pedagógicos pero siempre en interacción con los alumnos en las clases experimentales.

5.- El currículo español en la Enseñanza Media en España desde el final de la Guerra Civil (1939) hasta la Ley General de Educación (LGE) (1970)

La presente investigación se enmarca en la investigación en historia de la educación matemática. Para ello, se ha utilizado el método histórico de investigación en educación, que siguiendo a Julio Ruiz Berrio (1976) [11], tiene las siguientes fases: (a) Heurística: búsqueda, selección y clasificación de fuentes documentales, (b) Crítica: análisis histórico y pedagógico de la documentación, (c) Hermenéutica: interpretación de los datos a la luz de los análisis realizados y (d) Exposición.

Cronológicamente, se ha llevado a cabo un análisis del saber institucional de la Enseñanza Media en España desde el final de la Guerra Civil (1939) hasta la Ley General de Educación (**LGE**) (1970).

Se ha tenido presente la legislación vigente, la situación socio-política y los debates internos de la disciplina y se ha realizado una recopilación de los planes de estudio. Para ello, se ha llevado a cabo un proceso de localización, recopilación y estudio de los planes de estudio de la Enseñanza Media. Las fuentes utilizadas han sido: la *Gaceta de Madrid*, el *Boletín Oficial del Estado* (**B.O.E.**), y las *Colecciones legislativas del Ministerio de Educación*.

En la anterior perspectiva, al estudiar los periodos más significativos de la historia sociopolítica y educativa de nuestro país durante el siglo XX, Sierra, González y López [12] recogen que al finalizar la

Guerra Civil transcurren varios años en los que la enseñanza en todos los niveles atraviesa un periodo de máxima precariedad en este periodo sigue vigente el Plan de Estudios anterior a la Guerra Civil de 1938 y habrá que esperar quince años desde que finalizara la Guerra Civil hasta que, siendo Ministro de Educación Nacional Joaquín Ruíz Jiménez, se impulsa la reforma del Bachillerato. En efecto, la Ley de 26 de febrero de 1953, de Ordenación de la Enseñanza Media [13] regula esta etapa educativa lo que dio lugar a un proceso de cierta modernización de la enseñanza con la toma de contacto con organismos educativos internacionales. Es interesante estudiar el preámbulo de esta Ley, donde se expresan las intenciones de legislador:

La experiencia acumulada durante catorce cursos académicos completos permite acometer esta renovación legislativa después de consultada la Jerarquía eclesiástica, sobre los extremos en que correspondía hacerlo, según el Convenio de 7 de Junio de 1941 entre el Gobierno español y la Santa Sede; y después de oídos el competente dictamen del Consejo Nacional de Educación [...] Búscase, además, con esta ley, en el orden técnico, descongestionar los programas para que el alumno aprenda mejor las disciplinas esenciales ; reducir el horario de trabajo intelectual de los estudiantes, para que puedan disfrutar convenientemente del ejercicio deportivo y de la vida de familia, dejando, además a sus profesores margen para una complementaria acción educadora.

En el Capítulo VII de esta Ley se regulan los Planes de Estudio. Las características más importantes son las siguientes:

- Se exigió un examen de ingreso.
- Organizó el bachillerato en dos grados: elemental (cuatro cursos) y superior (dos cursos)
- Diversificó el Bachillerato Superior en Ciencias y Letras.
- Se determinó un examen para obtener el grado de Bachiller Elemental y otro para obtener el de Bachiller Superior.
- Se estableció un curso preuniversitario para los bachilleres de Grado Superior que aspirasen a ingresar en las facultades Universitarias, Escuelas de Ingenieros, Arquitectos o en otros Centros Superiores.
- Se establecieron las materias fundamentales que debían cursarse tanto en el Bachiller elemental como en el Superior.

El Plan de Estudios correspondiente a esta Ley se publicó en el **BOE** por Decreto de 12 de junio de 1953, [14]. Posteriormente, los cuestionarios del citado plan aparecieron en el **BOE** durante el mes de febrero de 1954 (Orden Ministerial de 21 de Enero de 1954). Su innovación más destacable fue la publicación de cuestionarios detallados para cada una de las asignaturas, acompañadas de unas orientaciones Metodológicas extensas, en las que se marcan algunas líneas para el desarrollo de los temas, se señalan posibles errores conceptuales y se indican los límites de algunos de los contenidos.

5.1. Cuestionarios de 1954

En la Orden de 21 de enero de 1954 se aprueban los cuestionarios de Enseñanza Media para las distintas disciplinas incluidas las matemáticas, que vienen además acompañados de orientaciones metodológicas para el desarrollo de los mismos. Esta orden fue publicada en distintos boletines del Estado; en el caso de las matemáticas en los boletines número 37 y 38 del 6 y del 7 de febrero de 1954, respectivamente, [15, 16]. En estas páginas se detallan cada uno de los contenidos para los seis cursos (incluyendo de forma progresiva a lo largo de los cursos aritmética, geometría, álgebra, análisis, trigonometría), junto con una serie de orientaciones metodológicas extensas para cada curso. Por ejemplo para el primer curso inicial de Matemáticas dicen que se omitirá todo razonamiento abstracto; o para el sexto curso: para la mayor sencillez en la comprensión de la correlación, debe ayudarse con la construcción de tablas y gráficos.

5.2. Cuestionarios de 1957

El 18 de junio de 1954 se publica en el BOE el Decreto de 31 de mayo de 1957 [17], por el cual se establece la reducción de asignaturas en el vigente Plan de Bachillerato. Este decreto modificó el anterior Decreto del 12 de junio de 1953 publicado en el **BOE** del 2/07/1953 [14], que establecía el plan de estudios del Bachillerato y proponía 3 horas por curso para matemáticas salvo en el quinto curso en el que las matemáticas para la opción de ciencias disponían de 6 horas. El nuevo decreto planteaba un cambio en la dedicación horaria para matemáticas: esta vendría ahora expresada en unidades didácticas semanales y sería de seis en primero y quinto curso, y de tres en el resto; teniendo en cuenta que la definición de unidad didáctica sería la siguiente:

La unidad didáctica constará de tres cuartos de hora de clase y de media hora de permanencia; durante esta última, el alumno, a la vista del profesor que tenga a su cargo la clase, estudiará y hará ejercicios bajo la dirección del mismo, [17, p. 437].

Además, se publicaron nuevos cuestionarios según la Orden del 5 de junio de 1957 (**BOE** de 2 de Junio de 1957) [18]. Estos cuestionarios presentan para cada curso una estructura clásica de las matemáticas y contenidos de aritmética y álgebra (se incluyen todos los tipos de números hasta el cálculo de radicales y las operaciones de polinomios y las formas de resolver ecuaciones de segundo grado y sistemas de dos ecuaciones); geometría (se propone el estudio sintético del reconocimiento de las formas y cuerpos geométricos elementales y construcciones con regla, compás y escuadra, así como las posiciones en el plano y el espacio); o de análisis (en los últimos cursos se trabajan las Funciones exponencial y logarítmica, Cálculo logarítmico y Progresiones, así como la revisión del concepto de número real y el estudio analítico de las funciones, derivación de las funciones y nociones de función primitiva e integral definida, y aplicaciones sencillas al cálculo de áreas y volúmenes). No aparecen, sin embargo, en esta orden las orientaciones metodológicas que sí aparecieron junto con los cuestionarios en 1954.

5.3. La Ley de Extensión de la Enseñanza Media de 14 de abril de 1962 y la Ley del 8 de abril de 1967.

A partir de los años sesenta se produce una expansión de la enseñanza media, produciéndose una *democratización* de la misma pues se rompe su carácter tradicionalmente minoritario. La Ley 11/1962, de 14 de abril, sobre extensión de la Enseñanza Media (publicada en el **BOE** del 16 de Abril) [19], reguló la creación de estudios nocturnos y secciones filiales en los Institutos Nacionales de Enseñanza Media y permitió establecer nuevas formas y modalidades de centros docentes y de estudios para la extensión de la enseñanza media, permitiendo de este modo multiplicar por todo el país los tipos de centros y las variedades de estudios.

Sin embargo, con el tiempo, el tipo de estudios de bachillerato elemental se había diversificado de tal manera que fue necesaria su unificación; esta vino de la mano de la Ley 16/1967 de 8 de abril, sobre unificación del primer ciclo de la Enseñanza Media (BOE de 11 de Abril), [20]. Esta ley establece *la unificación del primer ciclo de la Enseñanza Media como instrumento de democratización de la cultura y de promoción social*, [20, p. 4806]; indica, además, en su primer artículo que el primer ciclo de la Enseñanza Media, que comprende los estudios del bachillerato elemental, constará de cuatro cursos, de la forma establecida en la Ley de Ordenación de Enseñanza Media de 26 de febrero de 1953 [13], y será único para todos los alumnos de este grado.

5.4. Los cuestionarios del Bachillerato elemental de septiembre de 1967

En 1962, se constituye la Comisión para el ensayo didáctico sobre Matemática Moderna en los Institutos Nacionales de Enseñanza Media, presidida por el Profesor Abellanas, catedrático de la Universidad Central, y cuyo trabajo piloto se desarrollará en los *Institutos Cervantes* (Madrid) por el profesor J.R. Pascual Ibarra; *Milá y Fontanals* (Barcelona) por el profesor J. Casulleras, y *Padre Suárez*" (Granada) por el profesor F. Marcos Lanuza. Además, el Editorial del número 99-102 de la Revista de Enseñanza Media [21] está dedicado a *La Matemática Moderna* en el Bachillerato, donde se apuntan las razones para su introducción en el Bachillerato y son esencialmente las mismas que habían sido expuestas en el Coloquio de Royaumont, en 1959, y en el Seminario de Dubrownik, en 1960, y defendidas por los pioneros de la reforma, y son, de modo abreviado, las siguientes:

- 1^a.- La Matemática Moderna proporciona esquemas más sencillos para poder presentar la materia del Bachillerato.
- 2^a.- Con la Matemática Moderna se pueden organizar dichas materias de modo más racional.
- 3^a.- Los fines esenciales de la enseñanza de la Matemática en la Enseñanza Media son dos: formativo e instrumental.
- 4^a.- Ambos fines pueden lograrse con más eficacia mediante la Matemática Moderna.
- 5^a.- Tanto en la teoría como en los algoritmos, el alumno, con la Matemática Moderna puede llegar a discurrir con más precisión y claridad.

6^a.- Con la Matemática Moderna se estudiarán las materias que tengan carácter fundamental y las que no posean este carácter quedarán relegadas a simples ejercicios a desarrollar por los alumnos.

De este modo, los nuevos cuestionarios van a estar impregnados de *Matemática Moderna*. La Orden del 4 de septiembre de 1967, por la que se aprueban los Cuestionarios del Bachillerato Elemental publicada en el **BOE** del 30 de septiembre de 1967 [22], incluye por primera vez para las matemáticas contenidos propios de la llamada Matemática Moderna: aparecen los conjuntos, correspondencias y relaciones de equivalencia, aplicaciones, etc. y de nuevo con amplias orientaciones metodológicas.

Las orientaciones metodológicas incluyen cuestiones como: proporcionar a los alumnos la posibilidad de adquirir los conceptos y los medios de trabajo de la Matemática actual. Además, se incluyen cuestiones para cada curso indicando que la teoría de conjuntos, las aplicaciones y relaciones constituían nociones básicas sobre las que construir las Matemáticas. Así, por ejemplo, en segundo curso se recoge que la introducción de las relaciones de equivalencia posibilitaría presentar los números enteros como clases de pares equivalentes de números naturales, sin dejar por ello de utilizar recursos intuitivos que ilustren este proceso.

Los cuestionarios para 5^o y 6^o no llegaron a publicarse; se ha hecho una indagación completa en Boletines y documentos ministeriales y no se han localizado. Lo que sí se publicó fueron dos textos piloto para quinto (Ministerio de Educación, 1967) y sexto cursos (Ministerio de Educación, 1969), [23, 24] que pueden considerarse como los nuevos cuestionarios.

En el Cuestionario del Texto Piloto de 5^o curso (Figura 1), se llega a la estructura de espacio vectorial euclídeo y se trabaja en dicho espacio vectorial. En esta reconstrucción se van a emplear a la vez las nociones conjuntistas y el método axiomático progresivo, llegando a la definición del anillo Z de los números enteros y el cuerpo Q de los números racionales. También es importante señalar la desaparición de los casos de igualdad de los triángulos y el inicio de la demostración de algunos teoremas, así como la geometría afín se basa en el álgebra lineal.



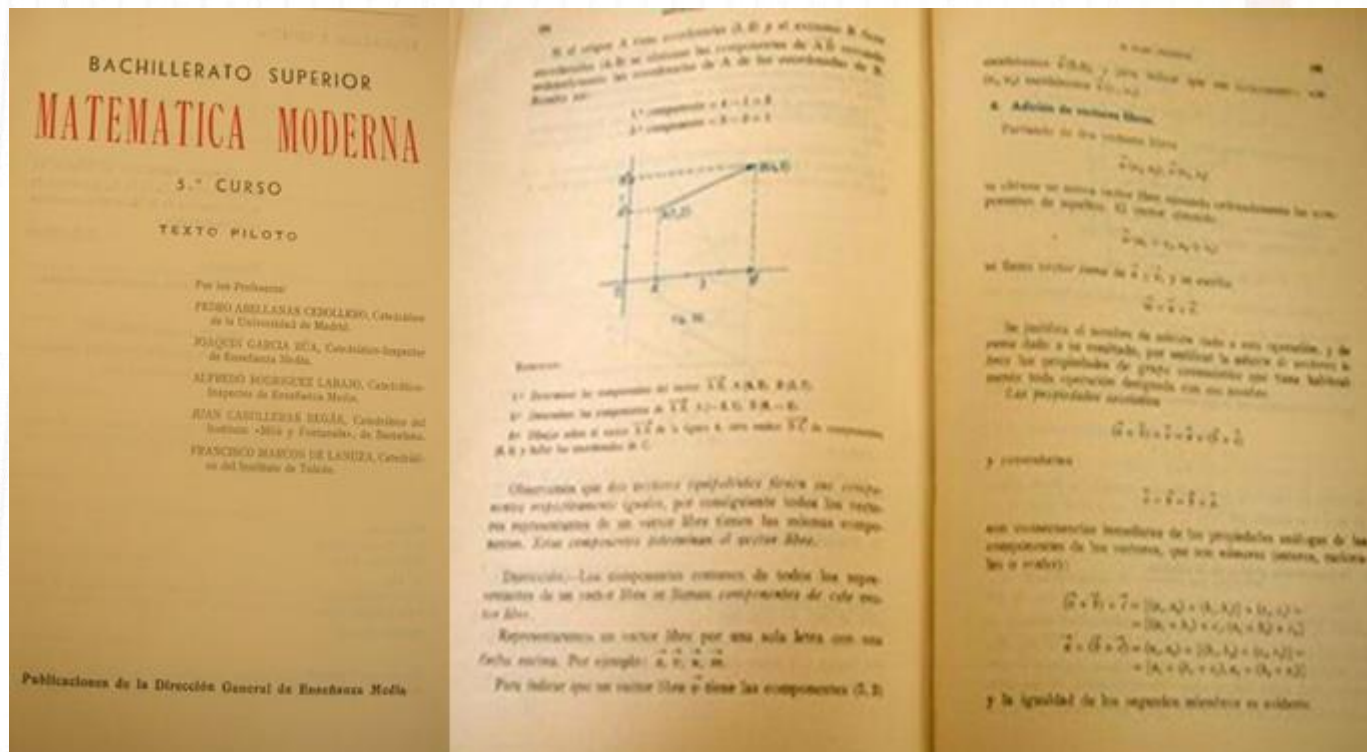


Figura 1. Texto Piloto de 5º curso. Fuente: Ministerio de Educación y Ciencia, 1967.

Por lo que se refiere Cuestionario del texto piloto de sexto curso se desarrollan a lo largo del mismo: Aritmética del número real y de los números complejos; Álgebra lineal de los Espacios vectoriales de dimensión finita; Nociones de Estadística basadas en la noción de Probabilidad en un conjunto finito; y la distribución de contenidos del Análisis: Números reales; Elementos de topología, Cálculo diferencial: continuidad, límites, derivación de funciones, Fórmula de Taylor, continuidad uniforme, Cálculo integral a través de las sumas de Riemann, ecuaciones diferenciales, terminando con la medida de ángulos y funciones circulares.

6. Conclusiones

La preocupación por la enseñanza de las matemáticas tras la Segunda Guerra Mundial da lugar a distintas iniciativas, entre ellas el *Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique*, principales promotores de la Matemática Moderna.

La influencia bourbakista y la corriente de la Matemática Moderna se impone en España en los años 60, con la creación de una Comisión para el ensayo de la introducción de la Matemática Moderna en los Institutos Nacionales de Enseñanza Media, lo que se refleja en los cuestionarios del Bachillerato elemental de septiembre de 1967.

Se prioriza la teoría sobre los ejemplos y ejercicios, el lenguaje de los conjuntos, la representación de conjuntos mediante diagramas de Venn, las relaciones de equivalencia o las aplicaciones son

fundamentales, y en todo momento las definiciones de carácter topológico priman sobre las métricas. En cuanto a la Geometría se produce una algebraización de la misma estudiándose el plano afín en quinto curso y el plano euclídeo en sexto. En ningún momento se exponen aplicaciones a otras ciencias; el punto de vista conjuntista preside toda la enseñanza.

Reconocimientos

Este trabajo se ha realizado al amparo del proyecto **EDU2016-78764-P** del Ministerio español de Economía, Industria y Competitividad y de los Fondos **FEDER**.

Referencias

- [1] M. Sierra, M.T. González y C. López, "Evolución histórica del concepto de "límite funcional" en los libros de texto de Bachillerato y Curso de Orientación Universitaria (COU): 1940-1995", Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, vol. 17, No. 3, pp. 463-476, Noviembre 1999.
- [2] G. M. A. Stanic y J. Kilpatrick, "Mathematics curriculum reform in the United States: A historical perspective". International Journal of Educational Research, vol. 17, No. 5, pp. 407- 417, 1992.
- [3] T. Assude, T. y M.J. Perrin-Glorian, "Editorial". Recherches en didactique des mathématiques, Vol. 29, No. 1, pp. 7-10, marzo 2009.
- [4] L. Decaunes, "Réformes et projets de réforme de l'enseignement français: de la révolution à nos jours (1789-1960) / étude historique, analytique et critique rédigée par Luc Decaunes". Paris: Institut pédagogique national, 1962, p. 196.
- [5] M. Sierra, "La reforma de la enseñanza de las matemáticas después de la Segunda Guerra Mundial: aportación del centre belge de pédagogie de la mathématique (CBPM)", Tesis doctoral, Universidad de Salamanca, Salamanca, 1989.
- [6] P. Boutan y E. Sorel, "Le plan Langevin-Wallon, une utopie vivante. Actes des Rencontres Langevin-Wallon, 6-7 juin 1997 organisées à initiative de La Pensée (Périodique), l'occasion du cinquantenaire du Plan Langevin-Wallon". Paris: Presses Universitaires de France, 1998, p.149.
- [7] CIAEM: History, s.f. [En línea]. Disponible en:
<http://www.cieaem.org/?q=node/18>
- [8] M. Sierra, "El Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique (1958-1973): nota histórica", Revista Diálogo Educativo, vol. 8, No. 25, pp. 633-645, Septiembre-Diciembre 2008.

- [9] ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT (OECD): Organisation for European Economic Co-operation, 2019. [En línea]. Disponible en: <https://www.oecd.org/general/organisationforeuropeaneconomicco-operation.htm>
- [10] J. Dieudonné, "Should we teach "Modern" mathematics?", American Scientist, vol. 61, No 1, pp. 16-19, 1973.
- [11] J. Ruiz Berrio, "El método histórico en la investigación histórica de la educación". Revista española de pedagogía, vol. 34, pp. 449-475, Octubre-Diciembre 1976.
- [12] M. Sierra, M.T. González y C. López, "Evolución histórica de la enseñanza de las Matemáticas a través de contenidos y edades", Memoria inédita, 2006.
- [13] Ley de 26 de febrero de 1953, de Ordenación de la Enseñanza Media. Boletín Oficial del Estado 58, 27 de febrero de 1953, pp. 1119-1130.
- [14] Decreto de 12 de junio de 1953 por el que se aprueba el nuevo plan de estudios del Bachillerato, en cumplimiento de los preceptos de la Ley de Ordenación de la Enseñanza Media. Boletín Oficial del Estado, 183, 02/07/1953, pp. 4010-4012.
- [15] Orden de 21 de enero de 1954 por la que se aprueban los cuestionarios de Enseñanza Media para las disciplinas de Religión, Filosofía, Gramática española y Lengua y Literatura españolas, Griego, Latín, Geografía e Historia, Matemáticas, Física y Química, Ciencias Naturales, Música y Dibujo y las Orientaciones Metodológicas anejas para el desarrollo de los mismos. Boletín Oficial del Estado, 37, 06/02/1954, pp. 709-711.
- [16] Orden de 21 de enero de 1954 por la que se aprueban los cuestionarios de Enseñanza Media para las disciplinas de Religión, Filosofía, Gramática española y Lengua y Literatura Españolas, Griego, Latín, Geografía e Historia, Matemáticas, Física y Química, Ciencias Naturales, Música y Dibujo, y las Orientaciones Metodológicas anejas para el desarrollo de los mismos. Boletín Oficial del Estado, 38, 07/02/1954, pp. 734-735.
- [17] Decreto de 31 de mayo de 1957, por el que se establece reducción de asignaturas en el vigente Plan de Bachillerato. Boletín Oficial del Estado, 158, 18/06/1957, pp. 437-438.
- [18] Orden de 5 de junio de 1957 por la que se aprueban los cuestionarios. Boletín Oficial del Estado, 170, 02/07/1957, pp. 528-536.
- [19] Ley 11/1962, de 14 de abril, sobre extensión de la Enseñanza Media. Boletín Oficial del Estado, 91, 16 de abril de 1962, pp. 5102-5102.
- [20] Ley 16/1967, de 8 de abril, sobre unificación del primer ciclo de la Enseñanza Media. Boletín Oficial del Estado, 86, 11 de abril de 1967, pp. 4805- 4806.

- [21] A. González Labajo, *“La Matemática Moderna en el Bachillerato”*, Revista de Enseñanza Media, pp. 99-102, 1962.
- [22] Orden de 4 de septiembre de 1967 por la que se aprueban los Cuestionarios del Bachillerato Elemental. Boletín Oficial del Estado, 234, 30/09/1967, pp. 13421-13447.
- [23] Ministerio de Educación y Ciencia, *“Matemática Moderna: Quinto Curso: Texto Piloto”*, Madrid: Publicaciones de la Dirección General de Enseñanza Media, 1967.
- [24] Ministerio de Educación y Ciencia, *“Matemática Moderna: Sexto Curso: Texto Piloto”*, Madrid: Publicaciones de la Dirección General de Enseñanza Media, 1969.



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



ENSEÑO DE MATEMÁTICA EN CLASES MULTIGRADO DEL RN, BRASIL

TEACHING MATHEMATICS IN MULTI GRADE CLASSES OF RN, BRAZIL

Bárbara Fernandes-Costa Liliane dos Santos-Gutierre***

Resumen: guiadas por el cuestionamiento: ¿Cómo se enseñan las matemáticas en Clases de multigrado de Rio Grande Do Norte?, se presenta una propuesta del Producto Educativo que está en desarrollo en una investigación de Maestría Profesional: *Un libro iconográfico*, y que tiene como objetivo componer un panorama con informaciones visuales para una mejor comprensión de nuestro pasado y presente, de forma que se registren para el futuro las prácticas de la enseñanza de las matemáticas en las Clases Multigrado de RN. El libro será editado con fotografías cedidas, debidamente autorizadas y con fotografías sacadas por las investigadoras cuyas imágenes retraten esas sesiones, asegurando una mirada intencional del fotógrafo-investigador una vez que la fotografía tiene su origen a partir del deseo de un individuo que vio la necesidad de congelar en imagen un aspecto concedido de lo real, en determinada época. Se hizo necesario crear categorías para direccionar la mirada durante la observación: prácticas en clases, dificultades, momentos de planeamiento, hacer desarrollar a los profesores, fachadas de las escuelas, clases y personas. No obstante, aunque existan esas categorías previamente escogidas, la mirada sensible del investigador es importante para que en el flujo de la observación elija lugares y momentos pertinentes para observar y registrar fotográficamente gestos, comportamientos, hechos que no estén anteriormente en las categorías, pero que son necesarios. Se busca que, por medio de este Producto, el profesor conozca la Historia de la enseñanza de las Matemáticas en las clases multigrado, que sepa cómo funciona, y que comprenda la importancia de la reflexión pedagógica para la superación de posibles dificultades existentes.

Palabras clave: Enseñanza de las Matemáticas, clases multigrado, fotografía, Rio Grande do Norte-Brasil.

Abstract: guided by the questioning 'How they taught/ how they teach Mathematics in Multi Grade Classes of Rio Grande of Norte?', a proposal of the Educational Product research is presented that is under development by Professional Masters: *an iconographic book*, whose objective is to compose a panorama with visual information for a better understanding of our past and present, in order to register for the future the practices of Mathematics' teaching in Multi Grade classes of RN. It will be edited with duly authorized photographs, and with photographs taken by the researcher whose images represent these classes. Assuring the photographer-researcher intentional view, since photography has its origin from the desire of an individual who was motivated to freeze in image a

*Mestranda, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências de Naturais e Matemática (PPGECNM), Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Brasil. E-mail: barbarafecosta@yahoo.com.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2642-3250>.

**Doctorado en Educación, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Brasil. E-mail: lilianegutierre@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6124-7769>.

given aspect of the real, at a certain time. It was necessary to create categories, to direct the eye during observation: classroom practices, difficulties, planning, teacher training, school's layout, classes and people. Although, there are these previously chosen categories, we emphasize the importance of the researcher's sensitive view on the flow of observation to choose pertinent places and moments, to observe and photographically register the gestures, behaviors, events that are not previously in categories, but it is pertinent. We hope that, through our Product, the teacher will know the History of Teaching Mathematics in Multi Grade classes, that knows how it works, and understand the importance of pedagogical reflection in order to overcome possible difficulties.

Keywords: teaching mathematics, multi Grade classes, fotografia, Rio Grande do Norte – Brazil.

1. Introdução

Este artigo tem como objetivo apresentar uma proposta do Produto Educacional que está em desenvolvimento em uma pesquisa de Mestrado Profissional em andamento, no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (**PPGECNM**) da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (**UFRN**).

Nossa pesquisa é voltada ao ensino de Matemática em Salas Multisseriadas de escolas públicas no Estado do Rio Grande do Norte (**RN**). Medeiros [1] define como salas que compreendem alunos de diferentes comunidades, séries, idades, aprendizagem e níveis de conhecimentos. São turmas heterogêneas, que têm como característica central a diversidade.

Soubemos da existência de salas dessa natureza, a partir de membros do Grupo Potiguar de Estudos e Pesquisa em História da Educação Matemática (**GPEP**) da **UFRN**, no qual fazemos parte. Desde então, nos esforçamos para compreender seu contexto histórico, formação docente e, principalmente, práticas de ensino, no qual somos orientados por nossa questão-foco⁷²: Como se deu/dá o ensino de Matemática em salas Multisseriadas no Rio Grande do Norte?

No intuito de responder esse questionamento um dos objetivos de nossa pesquisa é produzir um Produto Educacional, como um dos requisitos exigidos para o cumprimento do Mestrado Profissional, ao qual fazemos parte. Segundo o Comunicado nº 001/2012 – Área de Ensino, da **CAPES**⁷³ o foco desse tipo de mestrado *está na aplicação do conhecimento, ou seja, na pesquisa aplicada e no desenvolvimento de produtos e processos educacionais que sejam implementados em condições reais de ensino*, [2]. Assim, o Produto Educacional serve como uma contribuição que os estudantes de Pós-Graduação apresentam para a sociedade e para o ensino básico brasileiro.

⁷² Segundo Ostermann e Rezende [4], no Mestrado Profissional, podemos pensar na formulação de questões-foco e não em questões de pesquisa. As autoras afirmam que uma questão-foco deve se relacionar a formas de se conceber, implementar e avaliar inovações didáticas e as questões de pesquisa podem se reportar a práticas educativas estudadas à luz de pressupostos sustentados por referenciais teóricos, metodológicos, epistemológicos e terem como principal objetivo orientar a produção de conhecimento científico [4].

⁷³ **CAPES** – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

Dessa maneira, optamos como Produto Educacional elaborarmos um livro iconográfico, consistindo em um conjunto de fotografias organizadas de modo a contar uma história por meio de suas páginas.

Kossoy [3] explica a importância da iconografia fotográfica organizada como fornecedora de um “amplo painel de informações visuais para nossa melhor compreensão do passado em seus múltiplos aspectos”, dessa maneira nosso propósito é formar um panorama com informações visuais para uma compreensão melhor do passado e presente, de forma a registrar para o futuro as práticas efetivas do ensino de Matemática em Salas Multisseriadas do **RN**.

Nos inserimos, então, dentro do contexto de História da Educação Matemática (**HEM**) na qual lança olhares *sobre o passado de práticas relativas ao ensino e à aprendizagem de matemática buscando compreender como certas comunidades, em certos locais e períodos, se organizavam quanto à necessidade de produzir, usar e compartilhar conhecimentos matemáticos*, [5].

Nossa proposta de Livro Iconográfico foi produzida, a partir de uma visita a uma Sala Multisseriada na Escola Municipal Severino Bento Bezerra, localizada na zona rural do Município de Boa Saúde – RN, distante aproximadamente 90km da capital Natal – RN. Tem como título Diário de Bordo: uma visita a Salas Multisseriadas no **RN**.

Segundo Laville e Dionne [6], *a informação constitui sempre a provisão de base dos trabalhos de pesquisa*, sendo assim as informações necessárias para a produção de nosso livro foram coletadas segundo a metodologia de uma técnica intermediária de observação, e foram registrados por meio de fotografias. Para isso, foi necessário criar indicadores) [6], para direcionar o olhar durante a observação, sendo eles: práticas em sala de aula, dificuldades, momentos de planejamento, formação de professores, faixadas das escolas, turmas, pessoas. Embora existam esses indicadores previamente escolhidos, enfatizamos a importância do olhar sensível do pesquisador para no fluxo da observação escolher lugares e momentos pertinentes, para observar e registrar fotograficamente gestos, comportamentos, acontecimentos que não estejam previamente nos indicadores, mas que julgamos ser pertinente para dar sentido à busca por resposta à nossa pergunta de pesquisa [6].

Por fim, este artigo se estrutura em uma apresentação sobre o Produto Educacional, o percurso metodológico utilizado, um breve relato da observação com a caracterização da escola, a apresentação do Livro Iconográfico, uma breve discussão e relações estabelecidas com documentos oficiais que regem a educação brasileira, e a conclusão.

2. Produto Educacional

Como apresentamos na introdução que o Produto Educacional é um dos requisitos exigidos para o cumprimento do Mestrado Profissional, ao qual fazemos parte. Segundo o Comunicado supracitado *o Mestrando deve desenvolver um processo ou um produto instrucional e utilizá-lo em condições reais de sala de aula ou espaços não-formais ou informais de ensino, relatando os resultados dessa experiência*, [2].

O mesmo documento apresenta uma orientação sobre como o produto deva ser acrescentado na dissertação, como a necessidade de ser destacável do corpo da mesma e estar disponível na página *on line* do Programa de origem, e também, uma variedade de sugestões de modalidades e suportes que podem servir de orientação para a escolha do pós-graduando, para que ele use a que mais se adeque ao objetivo de sua pesquisa: *pode ter a forma de um texto sobre sequência didática, um aplicativo computacional, um vídeo (na internet ou em CD/DVD), um equipamento, uma exposição* [2], dentre outros como mídias educacionais (das mais variadas), protótipos educacionais e materiais para atividades experimentais, propostas de ensino, material textual, material interativos, atividades de extensão. Contanto que seja desenvolvido, aplicado e validado pelas esferas competentes.

Com tantas opções e possibilidades decidimos produzir um livro icnográfico, que descrevemos brevemente na introdução, e nos aprofundaremos no decorrer deste trabalho, consistindo em um conjunto de fotografias, que tem a finalidade de contar uma história através de suas páginas. Admitimos que a fotografia *é para historiadores uma possibilidade incontestada de descoberta e interpretação da vida histórica*, [3]. Com essa perspectiva, utilizamos a fotografia como fonte de informações para dar uma interpretação nossa a vida histórica, precisamente a cultura escolar⁷⁴, que acontece dentro das Salas Multisseriadas que são objetos de nosso estudo. Porque temos a compreensão de que não podemos reconstruir a história, mas podemos olhar os vestígios e juntá-los, e por seu intermédio narrar possibilidades de histórias.

Achamos oportuno definirmos fotografia, para Dalcin [7] *é o resultado de um instante, de um momento único, da captura de uma realidade pelo gesto do fotógrafo, que escolhe, decide, enquadra a cena, e deixa o registro fixo da experiência vivida*. Kossoy [3] complementa que toda fotografia é um resíduo do passado, um artefato que contém em si um fragmento determinado da realidade registrado fotograficamente, *a cena registrada na imagem não se repetirá jamais. O momento vivido, congelado no tempo é irreversível*. E, não poderíamos deixar de mencionar as contribuições de Burke [8] que coloca a fotografia dentro de um contexto maior, o de imagens, e comenta seu surgimento como uma revolução na sua produção:

Especialmente duas revoluções na produção de imagens: o surgimento da imagem impressa (gravura em madeira, entalhe, gravura em água forte, etc.) durante os séculos XV e XVI, e o surgimento da imagem fotográfica (incluindo o filme e a televisão) nos séculos XIX e XX, [8].

Assim o autor referenciado defende que o uso de imagens, *assim como textos e testemunhas orais, são uma forma importante de evidência histórica*, desta forma sua utilização como fonte vem se ampliando, como possibilidade inovadora de informação e conhecimento, assumindo um papel significativo de apoio à pesquisa nos diferentes campos da ciência, segundo admite Kossoy, [3].

Para as pesquisas educacionais a fotografia é uma fonte relevante visto que as

Fotografias permitem conhecer aspectos da memória coletiva pois retratam situações, estilos de vida, gestos, costumes, organização do espaço, da

⁷⁴ Conjunto de normas que definem conhecimento a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos [9].

arquitetura, expressões corporais e movimentos que podem expressar relações de poder no grupo, tradições e subversões. Tais elementos são essenciais quando se tem por propósito investigar historicamente a cultura escolar de um ou mais grupos sociais, [7].

Dado o exposto e portando um conhecimento prévio sobre questões importantes como o que é um produto educacional, sua importância para a dissertação, suas possibilidades, e definirmos o nosso produto educacional sendo um livro icnográfico. Foi significativo estabelecer as relações entre fotografia, imagem e pesquisa. Nos deteremos agora a descrever como esse livro será elaborado.

3. Percurso metodológico

A metodologia é o caminho a ser percorrido e implica um processo de construção, um movimento que o pensamento humano realiza para compreender a realidade social, [10].

Nesse sentido foi realizada uma visita à uma Sala Multisseriada da Educação Infantil, com a estratégia de observação como coleta de dados, pois essa *constitui um meio fundamental de colher informação* [6], que teve como registro a fotografia. Utilizamos uma técnica de observação intermediária na qual estabelecemos alguns indicadores, previamente, de forma a conduzir nosso olhar para a responder nossa questão-foco, mas também, nos mantivemos livres para que no fluxo da observação, pudéssemos acumular o máximo possível de fotos sobre os acontecimentos, comportamentos, gestos que podem ter sentido no que se refere a nossa preocupação. Os indicadores por nós criadas foram: práticas em sala de aula, dificuldades, momentos de planejamento pedagógico, formação de professores, faixadas de escolas, alunos indo e vindo da escola, turmas, pessoas. A escolha dos indicadores é essencial para dar valor a pesquisa, sendo realizadas a partir de decomposição dos conceitos, que utilizamos Ensino, Matemática, Salas Multisseriadas, para cada um dos componentes identificados, apelou-se aos *conhecimentos*, por nós estudados para fundamentar a pesquisa, e *experiências para imaginar manifestações concretas dele*, [6].

Percebemos ser necessário esclarecer dois aspectos metodológicos importantes: o primeiro se refere as especificidades do produto em si, que será editado com fotografias cedidas, e devidamente autorizadas o seu uso, pelas professoras entrevistadas e outros colaboradores de nossa investigação, e com fotografias tiradas pela pesquisadora.

Desta forma, buscamos superar a dificuldade em encontrar material disponível para nossa pesquisa, até o presente momento, temos 4 registros fotográficos de faixadas de escolas rurais que se enquadram em fotografias arquitetônicas, frutos de nossas pesquisas em acervos digitais, e algumas fotografias disponibilizadas por uma de nossas futuras depoentes.

Nossa maior motivação em ser a fotógrafa, é a de mostrar a nossa intencionalidade como pesquisadores em mostrar práticas efetivas de ensino de Matemática em Salas Multisseriadas, pois aprendemos em nossos estudos que *toda fotografia tem sua origem a partir do desejo de um indivíduo que se viu motivado a congelar em imagem um aspecto dado do real, em determinada época*, [3].

Durante essa observação, específica, conseguimos vários registros desses indicadores, mas de outros não, como momentos de planejamento. Mas, tiramos fotos de outros aspectos que nos chamaram a atenção como fotos dos cadernos dos alunos. Também fomos preparados com cartas de autorização de uso de imagens impressa, prontas para serem assinadas pelos membros colaboradores da pesquisa.

E o último igualmente importante é a maneira como planejamos avaliar esse produto educacional. O comunicado da **CAPES** 001/2012 – Área de Ensino [2], já mencionado, explicita que: A dissertação do Mestrado Profissional da Área de Ensino deve, necessariamente, apresentar um produto educacional que possa ser disseminado, analisado e utilizado por outros professores envolvidos com o ensino em espaços formais e não-formais.

Nesse sentido, pretendemos oferecer um evento de extensão na **UFRN**, devidamente cadastrado no Sistema Integrado de Gestão de Atividades Acadêmicas (**SIGAA**) sob a coordenação geral da professora orientadora desse trabalho, uma vez que para cadastro no sistema se exige que seja um professor efetivo. Esse evento terá como público alvo os estudantes do curso de Pedagogia, Licenciatura de Matemática, professores da rede básica. Terá quatro horas de duração. Tendo como objetivo reconstruir a historicidade do processo educativo, com um esforço de teorização pedagógica sobre o ensino de Matemática em Classes Multisseriadas. E, ainda, ajudar os participantes a lerem imagens porque as *pinturas não são feitas simplesmente para serem observadas, mas também para serem lidas*, [8]. Com essa compreensão Schnell [11] credita a importância dos professores enquanto formadores de ensinar os estudantes a *ler nas entrelinhas* das fotos.

Os professores devem ensinar os alunos a *ler nas entrelinhas* da fotografia, o que por que e como a mesma foi feita, qual o motivo de sua realização, qual a ideologia do fato retratado, o que de fato ela está representando. Enfim devem-se esgotar todas as possibilidades de análise da foto, possibilitando aos alunos conjecturarem toda uma rede de reflexões e relações, estarão os mesmos assim desenvolvendo seu aspecto cognitivo de investigação e formulação de teorias, contribuindo para a sua formação enquanto cidadãos críticos e conscientes, [11].

Durante o evento, o livro iconográfico será apresentado, e a partir disso será realizada uma discussão teórica a respeito das Salas Multisseriadas, do ensino de Matemática nessas salas e sobre a importância da História da Educação Matemática para a compreensão da construção do processo educativo. Posteriormente, analisaremos o olhar que os participantes do evento tiveram sobre o livro iconográfico, por meio de um registro escrito, que eles farão no final do evento respondendo as seguintes problematizações: como conhecer a História do Ensino de Matemática nas Salas Multisseriadas ajudam a refletir a prática em sala de aula nos dias atuais? Quais os desafios e possibilidades foram encontrados? Esperamos que o professor que ensina matemática e o professor de Matemática conheçam a História do Ensino de Matemática nas Salas Multisseriadas, que saibam, minimamente, como funcionam as salas dessa natureza, e que compreendam a importância da reflexão pedagógica para a superação de possíveis dificuldades existentes.

1. Relato de uma observação

Nossa visita foi realizada no dia 2 de julho de 2019, foi previamente agendada com a professora Izabel Cláudia Duarte Bezerra, na qual tivemos o privilégio de conhecer no final de 2018, em um curso de Formação da Escola da Terra⁷⁵.

Assim, no dia marcado, viajamos para o município de Boa Saúde, que está localizado na microrregião do Agreste Potiguar e fica a aproximadamente 90 km de Natal, capital do Rio Grande do Norte – BR, de acordo com estimativa do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), no ano de 2017, sua população era de 10.096 habitantes. A Escola Municipal Severino Bento Bezerra tem esse nome em homenagem ao avô da professora Izabel. As terras foram por ele doadas para a construção da escola, no início do ano letivo de 2019 passou por uma reforma e ampliação, e está localizada na estrada RN- 002 entre Boa Saúde e o Distrito do Córrego São Mateus, no Sítio Ipoeiras.

Saímos ainda de madrugada de Natal, a fim de chegarmos à escola antes da chegada dos alunos. Foi uma viagem tranquila, chegamos às 6:30 a.m. Fomos recepcionados pela professora e poucos alunos, que chegaram cedo. Conversamos um pouco, ela nos apresentou a escola, e foi preparar a classe para a chegada dos alunos.

A infraestrutura física da escola é constituída de duas salas de aula, dois banheiros (para meninos com um conjunto de vasos sanitários separados por paredes mais chuveiro, e o de meninas com um conjunto de vasos sanitários, mais um vaso sanitário adaptado), cozinha, pátio com refeitório, sala dos professores e diretoria, almoxarifado e cisterna.

As 7:00 a.m. os alunos foram chegando, e a professora foi ajudando-os a se organizarem nas mesas, a sala era disposta por três conjuntos contendo quatro carteiras cada, e um conjunto com seis carteiras, então no dia da visita tinham 18 alunos em classe. Nesse sistema, cada conjunto se referia a uma classe, compreendendo um conjunto de carteiras com alunos do nível III, IV, outro com alunos do nível V da Educação Infantil. No Rio Grande do Norte, existiam 1.181 Salas Multisseriadas, no ano de 2018, de acordo com os dados da Equipe Auxiliar de Estatísticas Educacionais da SEEC – RN, Brasil [12].

Depois que todos os alunos chegaram, a professora deu início a roda, que consiste em um momento em que todos os alunos e a professora ficam em pé no formato de um círculo, em que são cantadas canções de acolhimento e estabelecimento de regras de conduta entre os estudantes. Posteriormente os estudantes sentaram em suas carteiras e a professora iniciou a aula.

O primeiro tópico foi o estabelecimento de correspondência entre as cores em que a professora utilizou um grande tapete na sala de aula com círculos de cores variadas, dispostos em duas colunas, ao final do tapete estavam dispostos no chão, duas fileiras de copos descartáveis com círculos de

⁷⁵ Curso oferecido pela Secretaria de Estado da Educação e da Cultura – SEEC/RN. O projeto Escola da Terra é de âmbito federal e tem como objetivo oferecer apoio à formação de professores que atuam nas turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental compostas por estudantes de variadas idades, e em escolas de comunidades quilombolas, fortalecendo a escola como espaço de vivência social e cultural, de forma a atender às necessidades específicas dos professores que ministram nessa organização de ensino. Disponível em: < <http://portal.mec.gov.br/par/194-secretarias-112877938/secad-educacao-continuada-223369541/18725-escola-da-terra> > Acesso em 10 jun. de 2019.

cores correspondentes aos círculos do tapete. De duas em duas crianças tinham a vez de participar da atividade para realizar a correspondência de cores do copo com a do tapete.

A segunda atividade, também usando o tapete no chão, a professora tirou os círculos coloridos, e dispôs números em ordem crescente (1-9) e cada aluno tinha a chance de colocar os canudos de acordo com a quantidade relacionada pelos números.

A terceira atividade realizada foi de escrita individual com os alunos, ela passava nos conjuntos de carteiras correspondente aos níveis e anos, de sua turma. Logo após, os alunos lancharam, e brincaram primeiro com jogos de montar na própria sala, e depois no pátio da escola que dispunha de um pequeno escorrego, em que as crianças se revezavam na brincadeira.

A manhã foi finalizada com outra atividade que relacionava o número a quantidades, em círculos com números variados de 1 - 5, as crianças precisavam reconhecer o número e colocar a quantidade de pregadores de roupas correspondente.

Logo os pais e meios de transporte foram chegando para levar as crianças para casa.

Julgamos importante a descrição da observação ocorrida no dia 2 de julho, para que o leitor conheça o caminho que trilhamos para obter as fotos que configuram nosso livro iconográfico.

2. O livro iconográfico

Tem como título *Diário de Bordo: uma visita a Salas Multisseriadas no RN*. O livro será em formato de E-book, para acesso livre e gratuito, disponibilizado na página *on line* da plataforma digital *Flipsnack*⁷⁶ e, posteriormente, na página *on line* do **PPGECNM** visando o acesso do público.

A plataforma digital *Flipsnack* é um criador de livros e revistas digitais. Foi por nós escolhida, depois de muita pesquisa por plataformas e softwares de edição e publicação, porque além de editar, podemos criar, compartilhar e incorporar revistas e livros *on line*, transformando os arquivos em formato PDF em livros interativos, dando ao leitor uma experiência semelhante ao de manusear um livro físico, diferentemente de arquivos no formato supracitado. Publicar um livro de até 30 páginas é gratuito, e a cima disso, tem um custo, que consideramos razoável, se relacionarmos com os benefícios que a plataforma oferece.

A nossa proposta de Produto Educacional, o livro iconográfico *Diário de Bordo: uma visita a Salas Multisseriadas no RN*⁷⁷ atualmente está publicado com 30 páginas, com fotos variadas tiradas pela pesquisadora e pelo fotógrafo auxiliar José Joel Alves Fernandes, nas quais tirou as fotos da chegada dos alunos. Ele está apresentado em capa, contracapa, agradecimentos, sumário, prefácio e conteúdo fotográfico, que está subdividido em: chegada, faixa, área externa, dependências internas, banheiros, sala de aula 1, preparando a sala, roda, aula de Matemática, material didático, atividades de Matemática, intervalo, aula de Matemática, Atividades no caderno e saída. Essas subdivisões estão de

⁷⁶ Disponível em: <https://www.flipsnack.com/>

⁷⁷ <https://www.flipsnack.com/barbaracostaprofile/di-rio-de-bordo-uma-visita-a-salas-multisseriadas-no-rn.html>

acordo e ordenadas pelo fluxo da observação e direcionadas por nossos indicadores. Estamos cientes, que esta foi nossa primeira experiência com a visita e observação, por este motivo o álbum está em formação, à medida que formos realizando as observações posteriores, novas fotos serão incluídas até a finalização da pesquisa.

4. Discussões e relações

A Base Nacional Comum Curricular (**BNCC**) é um documento normativo que define o conjunto de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica Brasileira, segundo esse documento a Educação Infantil é a primeira etapa da Educação Básica, compreendendo o início e o fundamento do processo educacional [13].

As Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Infantil (**DCNEI**) [14], em seu Artigo 9º, estabelece que os eixos estruturantes das práticas pedagógicas dessa etapa da Educação Básica são as interações e a brincadeira, experiências nas quais as crianças podem construir e apropriar-se de conhecimentos por meio de suas ações e interações com seus pares e com os adultos, o que possibilita aprendizagens, desenvolvimento e socialização. Nesse sentido percebemos a preocupação da professora Izabel em proporcionar esse tipo de atividade em sua sala de aula.

Outro ponto a ser destacado é que nessa fase o estudante tem direitos de aprendizagem e desenvolvimento que precisam ser considerados no processo de ensino que são: o de conviver, brincar, participar, explorar e conhecer-se. Dentre desses direitos percebemos durante a observação que a participação dos alunos foi ativa, mesmo que em pares, todos participaram pelo menos de duas das atividades propostas na manhã. Eles também foram incentivados a explorar movimentos, gestos e cores.

Com relação as atividades em grupos, percebemos que a professora mesmo dando aula para todos ao mesmo tempo, escolhia alunos que tinham a mesma idade para participar das atividades ao mesmo tempo, não proporcionando a integração entre os pares de níveis diferentes, por exemplo, alunos do nível III, sentavam e participavam de atividades juntos, e assim sucessivamente. Durante a atividade escrita, ela passou em cada mesa explicando e ajudando cada grupo.

A organização curricular da Educação Infantil na **BNCC** [13] está estruturada em cinco campos de experiências: o primeiro é denominado O eu, o outro e o nós, proporciona uma interação com os pares e com adultos para a constituição de um modo próprio de agir, sentir e pensar, é por meio dessa interação que se desenvolve a consciência de que existem outras maneiras de viver e pontos de vistas diferentes; o segundo é gestos e movimentos, trabalha com o corpo, por meio dos sentidos, gestos, movimentos, as crianças podem explorar o espaço e objetos, desenvolvimento conhecimento de si e dos outros; o terceiro é traços, sons, cores e formas, deve proporcionar a participação de crianças em tempos e espaços para a produção, a manifestação e apreciação artística de modo a favorecer o desenvolvimento da sensibilidade, da criatividade e da expressão pessoal; o quarto é escuta, fala, pensamento e imaginação, está imbricado com a necessidade da criança em participar de situações comunicativas, falar, ouvir, contar histórias, descrições, narrações, promover o contato com a leitura escrita mesmo antes delas saberem ler; o quinto e último eixo e o que mais nos interessa, é o

denominado espaços, tempos, quantidades, relações e transformações, pois é neste campo de aprendizagem que a formação matemática será formada:

As crianças também se deparam, frequentemente, com conhecimentos matemáticos (contagem, ordenação, relações entre quantidades, dimensões, medidas, comparação de pesos e de comprimentos, avaliação de distâncias, reconhecimento de formas geométricas, conhecimento e reconhecimento de numerais cardinais e ordinais etc.) que igualmente aguçam a curiosidade. Portanto, a Educação Infantil precisa promover experiências nas quais as crianças possam fazer observações, manipular objetos, investigar e explorar seu entorno, levantar hipóteses e consultar fontes de informação para buscar respostas às suas curiosidades e indagações. Assim, a instituição escolar está criando oportunidades para que as crianças ampliem seus conhecimentos do mundo físico e sociocultural e possam utilizá-los em seu cotidiano, [11].

Nesse sentido a professora Izabel, lança mão da estratégia do brincar para relacionar os números as suas respectivas quantidades e identificando o antes, o depois, e o entre em uma sequência, que é uma habilidade formativa para crianças nesta etapa da educação.

Estabelecer a relação das práticas de ensino de Matemática, que a professora realizou no dia da visita com a norma de conduta determinada por lei, é relevante para inferir o papel dessas normas em conduzir o professor nas escolhas didáticas em suas salas de aula. Também, não somos ingênuos de conjecturar que tudo, o tempo todo deve funcionar dessa maneira, e de maneira intencional. Mas, compreendemos ser relevante destacar o esforço da professora em proporcionar aos seus alunos, diferentes estratégias didáticas para alcançar o objetivo de ensinar Matemática, de acordo com as nossas observações, no dia específico da visita.

5. Conclusões

Para concluir voltaremos a nossa questão-foco: Como se deu/ dá o ensino de Matemática em Salas Multisseriadas no Rio Grande do Norte, Brasil? Destacaremos primeiro, nossa intenção de responder essa pergunta, também, por meio de nosso Produto Educacional, que será um livro iconográfico, com fotos cedidas pelas professoras, e, outras tiradas pela pesquisadora.

Segundo a proposta de livro iconográfico apresentada no artigo, contém fotografias que podem nos ajudar a estabelecer um panorama inicial de como esse ensino de Matemática é realizado, porque uma escola está longe de representar todas as práticas no estado como um todo, e temos ciência disso.

Por último podemos ver indícios que as práticas de ensino de Matemática estão condizentes com as leis que normatizam a educação brasileira, principalmente da Educação Infantil, sala Multisseriada por nós observada.

Temos ciência de que temos um longo caminho de pesquisa pela frente, para responder nosso questionamento, mas entendemos ser significativo as respostas, mesmo que iniciais: que a professora utiliza de estratégias como brincar para ensinar habilidades matemáticas; que a classe mesmo sendo heterogênea, não promove uma integração real entre alunos de níveis diferentes; e que a prática exercida pela professora está condizente com a **BNCC**.

Por fim, almejamos que, por meio de nosso Produto, o professor que ensina Matemática e o professor de Matemática conheçam a História do Ensino de Matemática nas Salas Multisseriadas, que saibam, minimamente, como funcionam as salas dessa natureza, e que compreendam a importância da reflexão pedagógica para a superação de possíveis dificuldades existentes.

Referências

- [1] M. D. Medeiros, *“A escola rural e o desafio da docência em salas multisseriadas: o caso do seridó norterio-grandense”*. Tesis Maestria en Educación, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil, 2010. Disponible en: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/14437>
- [2] **CAPES**. Comunicado Nº 001/2012 – Área De Ensino Orientações Para Novos Pcms – 2012, Brasília, 22 de maio de 2012. Disponible en: https://www.capes.gov.br/images/stories/download/avaliacao/Criterios_APCNs_Ensino.pdf
- [3] B. Kossoy, *“Fotografia e História”*, 2 ed. São Paulo: Ateliê editorial, 2001.
- [4] W. P. A. Cardoso, *“Educação matemática na pós-graduação da UFRN (1995-2015): vozes, imagens e escritos”*. Tesis Maestria en Ensino de Ciencias Naturais e Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil, 2017. Disponible en: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/24025>.
- [5] F. G. Cury, *“Análise Histórica de Livros Didáticos de Matemática com a Hermenêutica de Profundidade e Classificação de Problemas”*. Actas IV Congreso Iberoamericano de la Historia de la Educación Matemática. Universidad de Murcia, 2018. Disponible en: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/188824>
- [6] C. Laville. et al., *“A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas”*. Porto Alegre, Belo Horizonte: **ARTMED** Ed. da **UFMG**, 1999. 340 p.
- [7] A. Dalcin, *“Fotografia, História e Educação Matemática: apontamentos para pesquisa sobre a cultura escolar”*. **HISTEMAT** - año 4, n. 1, 2018.
- [8] P. Burke, *“Testemunha ocular: o uso de imagens como evidência histórica”*. São Paulo: Editora Unesp, 2017.

- [9] D. Julia, "A cultura escolar como objeto histórico". Revista Brasileira de História da Educação, v.1, n.1, 2001. Disponible en: <http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/rbhe/article/view/38749/20279>.
- [10] E. P. Gonsalves, "Conversas sobre Iniciação à Pesquisa Científica". 3 ed. Campinas: Alínea, 2003.
- [11] R. Schnel, "O uso da fotografia em sala de aula palmeira: espaço urbano, econômico e sociabilidades – a fotografia como fonte para a história – 1905 a 1970". Disponible en: www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/5-4.pdf
- [12] RIO GRANDE DO NORTE. Secretaria de Estado da Educação e Cultura. Assessoria Técnica de Planejamento - ATP - Natal- RN, 2018.
- [13] BRASIL. Conselho Nacional de Educação; Câmara de Educação Básica. Resolução nº 5, de 17 de dezembro de 2009. Fixa as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Infantil. Diário Oficial da União, Brasília, 18 de dezembro de 2009, Seção 1, p. 18. Disponible en: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=2298-rceb005-09&category_slug=dezembro-2009-pdf&Itemid=30192
- [14] BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Educação Infantil. Brasília: MEC. Versión digital 2018. Disponible en: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#infantil>.



FORMAÇÃO MATEMÁTICA PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA NO BRASIL: UM RECORTE DA TRAJETÓRIA

MATHEMATICAL TRAINING FOR BASIC EDUCATION IN BRAZIL: A CUTTING OUT OF THE PATH

*Julio Robson Azevedo-Gambarra**

Resumo: O trabalho é resultado de uma investigação teórica sobre a formação do professor que ensina matemática nos primeiros anos da educação básica no Brasil. O objetivo geral foi investigar a formação matemática durante a graduação. O problema foi ancorado na questão: ¿que aspectos são considerados sobre a abordagem do ensino e aprendizagem da matemática nos cursos de graduação que formam professores para ensinar nos primeiros anos da educação básica? Um resgate do processo histórico e da legislação educacional que norteia a formação inicial foi feito. O objetivo foi identificar como, em diferentes momentos da história da educação brasileira, foi contemplada a preparação de professores para ensinar matemática nos primeiros anos da educação básica. Com base em pressupostos teóricos, o estudo permitiu as seguintes indicações: 1. Conhecer o processo histórico sobre a formação do professor que ensina matemática nos anos iniciais da educação básica. 2. Compreender o formato do ensino de matemática proposto pelo poder público brasileiro. 3. Especificar o conteúdo de matemática na legislação que orienta o curso inicial de formação de professores para os anos iniciais da educação básica. 4. Expandir, durante o treinamento de graduação, o foco no conhecimento teórico e na prática docente das disciplinas que abordam a metodologia e o conteúdo matemático. 5. Aumentar a conscientização sobre a possibilidade de trabalhar com projetos, deixando o paradigma do exercício, dentro de uma concepção de educação matemática crítica. 6. focar em conhecimento matemático significativo.

Palavras-chave: Educação Matemática, formação de professores, Matemática, ensino de Matemática.

Abstract: The work is the result of a theoretical research on teacher education that teaches mathematics in the early years of basic education in Brazil. The overall goal was to investigate mathematical training during graduation. The problem was anchored in the question: what aspects are considered about the approach to mathematics teaching and learning in undergraduate courses that train teachers to teach in the early years of basic education? A rescue of the historical process and the educational legislation that guides the initial formation was made. The objective was to identify how, at different times in the history of Brazilian education, the preparation of teachers to teach mathematics in the early years of basic education was contemplated. Based on theoretical

* Graduação em Pedagogia Faculdade de Filosofia Ciências e Letras Professor José Augusto Vieira, Brasil, Doutor em Educação Matemática pelo Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE) da Universidade Estadual Paulista (UNESP)/Campus Rio Claro/SP, Brasil. Departamento Acadêmico de Ciências da Educação da Universidade Federal de Rondônia (UNIR)/Campus Vilhena/RO, Brasil. E-mail: jrobson@uol.com.br.

assumptions, the study allowed the following indications: 1. Know the historical process of teacher education that teaches mathematics in the early years of basic education. 2. Understand the format of mathematics teaching proposed by the Brazilian government. 3. Specify the math content in the legislation that guides the initial teacher education course for the early years of basic education. 4. Expand, during undergraduate training, the focus on theoretical knowledge and teaching practice of disciplines that address methodology and mathematical content. 5. Raise awareness of the possibility of working with projects, leaving the exercise paradigm within a conception of critical mathematics education. 6. focus on significant mathematical knowledge.

Key Words: Mathematical Education, teacher training, Mathematics, mathematics Teaching.

1. Introdução

A delimitação dos períodos históricos citados neste trabalho foi fundamentada a partir de estudos realizados respeito da formação de professores polivalentes no âmbito do sistema educacional brasileiro [1] [2]. Os estudos fazem referência às diferentes características do que se compreende por *competência docente*, nos diferentes momentos da história, [1].

A respeito dos distintos períodos históricos da formação do professor que leciona nos primeiros anos na educação básica brasileira, Curi afirma [2], que o primeiro período começa com a criação do Curso Normal e termina com a sua extinção por força da Lei Federal nº 5.692, de 11 de agosto de 1971 [3]. A lei referenciada estabeleceu a formação de professores polivalentes nos cursos de habilitação para o magistério em nível de segundo grau, atual nível médio, e também possibilitou ao graduado em cursos de Pedagogia fazer opção pela habilitação magistério e lecionar nos anos iniciais do primeiro grau, atual ensino fundamental.

O Curso Normal, foi instituído em 15 de outubro de 1827, pela primeira Lei da Educação no Brasil, de cunho nacional e tinha como finalidade, formar professores para atuar nas escolas das Primeiras Letras. No entanto, o primeiro Curso Normal do país foi instalado apenas, sete anos depois, no ano de 1835.

Em 15 de outubro de 1827, o Imperador D. Pedro I assinou a primeira Lei de Educação no Brasil, de âmbito nacional, criando as Escolas de Primeiras Letras em todas as cidades, vilas e lugares mais populosos do Império. Durante o período inicial do império, as leis e os decretos não tinham numeração, sendo diferenciadas pela data e quanto à natureza da matéria.

O segundo período principia-se com a promulgação da Lei Federal nº 5.692/1971 [3] e termina com a publicação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (**LDB**), Lei Federal nº 9.394/1996, de 20 de dezembro de 1996, que institui a formação de professores para os primeiros anos da educação básica em nível superior.

E ainda, conforme [2], o terceiro período inicia-se com a promulgação da Lei Federal nº

9.394/1996, [4] que entre outras atribuições, orienta a formação dos professores para os primeiros anos da educação básica, até os dias atuais. Entende-se por anos iniciais da educação básica, o ensino fundamental do 1º ao 5º ano.

Foi referente a alguns aspectos da formação do professor no terceiro período histórico que este trabalho se desenvolveu.

2. Desenvolvimento

Com a promulgação da Constituição brasileira, em 05 de outubro de 1988 [5], passou a vigorar no país, um novo formato para a educação nacional, em todos os níveis de ensino. As referências a educação, estão especificadas na Carta Magna brasileira, do Art. 205 ao Art. 214.

Em 20 de dezembro de 1996, foi sancionada a Lei de Diretrizes e Base da Educação Nacional [4], Lei Federal nº 9.394, que estabeleceu a obrigatoriedade da formação do professor para a educação infantil e anos iniciais do ensino fundamental em nível superior.

Art. 62. A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena, em universidades e institutos superiores de educação, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nos 5 (cinco) primeiros anos do ensino fundamental, a oferecida em nível médio na modalidade normal. (Redação dada pela Lei Federal nº 12.796, de 4 de abril de 2013).

A legislação determina que a formação para o exercício da docência seja em nível superior, embora admita a formação em nível médio na modalidade normal, como exigência mínima para a docência na educação infantil e nos 5 (cinco) primeiros anos do ensino fundamental.

A exigência de formação superior em curso de Pedagogia não altera o que já vinha ocorrendo com a formação para ensinar matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, ou seja, um profissional com formação polivalente, domínio e conhecimento em outras áreas do saber humano.

Em 6 de fevereiro de 2006, a Lei Federal nº 11.274 [6] alterou a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional e ampliou a duração do ensino fundamental de oito para nove anos, estabelecendo a obrigatoriedade de a criança adentrar ao ensino formal aos seis anos de idade.

O Art. 32 da **LDB** passou a vigorar com a seguinte redação:

Art. 32. O ensino fundamental obrigatório, com duração de 9 (nove) anos, gratuito na escola pública, iniciando-se aos 6 (seis) anos de idade, terá por objetivo a formação básica do cidadão, mediante: (Redação dada pela Lei Federal nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006).

I - O desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo.

Destaco que o inciso I, do mesmo artigo 32, estabelece para o ensino fundamental o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo. Entendo que a exigência legal do pleno domínio do cálculo requer maior preparo específico na formação do pedagogo para o ensino da matemática. Talvez, isso implique na busca de possibilidades de formação complementar em matemática. Indico, como alternativa, a formação em cursos de pós-graduação *lato sensu*, ou ampliar, durante a formação inicial do pedagogo, o foco no conhecimento teórico e na prática de ensino das disciplinas que abordam o conteúdo matemático que é trabalhado nos anos iniciais do ensino fundamental.

Com relação ao pleno domínio do cálculo, estudos mais recentes a respeito das competências matemáticas, segundo Nacarato, mostram que apenas as competências de cálculo não bastam, pois não atendem às exigências da sociedade contemporânea, [7].

A perspectiva e a visão de Nacarato, a respeito de aprender e ensinar matemática nos anos iniciais é [7]:

O mundo está cada vez mais matematizado, e o grande desafio que se coloca à escola e aos seus professores é construir um currículo de matemática que transcenda o ensino de algoritmos e cálculos mecanizados, principalmente nas séries iniciais, onde está a base da alfabetização matemática.

Dentro de uma visão de educação matemática crítica e do entendimento que o mundo está cada vez mais matematizado, afirma [8]:

Matematizar significa, em princípio, formular, criticar e desenvolver maneiras de entendimento. Ambos, estudantes e professores, devem estar envolvidos no controle desse processo, que, então, tomaria uma forma mais democrática.

Dentro dessa visão crítica, compartilho, mais uma vez, a visão de [8]

a respeito de alfabetização matemática: *A alfabetização não é apenas uma competência relativa à habilidade de leitura e escrita, uma habilidade que pode ser simultaneamente testada e controlada; possui também uma dimensão crítica.*

Skovsmose [8] mostra que a perspectiva crítica nos faz pensar em uma educação matemática como prática de possibilidades de inclusão social.

Para Nacarato, Mengali e Passos [2] *A matemática precisa ser compreendida como um patrimônio cultural da humanidade, portanto um direito de todos. Daí a necessidade de que ela seja inclusiva.*

Para essa visão se consolidar, segundo, é necessário romper com o tradicional paradigma do exercício [8], [9].

Segundo Skovsmose [8], há diferentes formas de romper com esse modelo. Uma de las é através da realização de projetos, cuja dinâmica o autor denomina de *cenários de investigação*.

Conceber a aula de matemática dentro desse ambiente de aprendizagem requer uma nova postura do professor, diferente daquela defendida pelo modelo de aula tradicional, isto é, o professor expõe algumas ideias matemáticas com alguns exemplos e, em seguida, os alunos resolvem uma lista de exercícios.

Em função do exposto, indico a possibilidade de conscientizar o professor a respeito da possibilidade de trabalhar com projetos, deixando o paradigma do exercício, dentro de uma concepção de educação matemática crítica, focando no conhecimento matemático significativo, isto é, com aplicação para o dia-a-dia.

Como nos diz Nacarato, Mengali e Passos [7] dentro desse *cenário de investigação* é requerida do professor uma nova postura. Os autores completam:

Ele continua tendo papel central na aprendizagem do aluno, mas de forma a possibilitar que esses cenários sejam criados em sala de aula; é o professor quem cria as oportunidades para a aprendizagem – seja na escolha de atividades significativas e desafiadoras para seus alunos, seja na gestão de sala de aula: nas perguntas interessantes que faz e que mobilizam os alunos ao pensamento, à indagação; na postura investigativa que assume diante da imprevisibilidade sempre presente numa sala de aula; na ousadia de sair da *zona de conforto* e arriscar-se na *zona de risco*.

Penteado [10], ao falar da noção de *zona de conforto* e *zona de risco*, diz que, enquanto na *zona*

de conforto a prática se pauta na previsibilidade, na *zona de risco* o professor precisa estar preparado para os imprevistos postos pela ação educativa.

Por fim, explicam e defendem que, essa perspectiva sugere que [7]: [...] *a aprendizagem da matemática não ocorra por repetições e mecanizações, mas se trata de uma prática social que requer envolvimento do aluno em atividades significativas.*

Refletindo a respeito dos desafios e perspectivas da formação inicial de professores para ensinar matemática, afirma que [2]:

Tanto no curso de Pedagogia como no curso de Licenciatura em Matemática, os alunos pautam o conhecimento matemático a forma com que aprenderam, com uma relação marcada pela racionalidade técnica, ou seja, o conhecimento que julgam necessitar para ensinar é tido como o que irão receber na formação inicial, supostamente suficiente para o seu desempenho e consideram que tudo o que não foi aprendido na formação inicial carece de “nova” formação.

Um grande desafio que os cursos de licenciatura, tanto em Pedagogia quanto em Matemática, encontra-se, refere-se à questão da motivação dos alunos para a matemática, além da apropriação de conhecimentos. E afirma [2]:

Um grande desafio que esses cursos têm pela frente é que há necessidade de desenvolver nos seus alunos o gosto de ser professor para ensinar Matemática e ainda promover situações para que eles se apropriem de conhecimentos necessários para uma atuação profissional de qualidade.

Ainda, segundo [2], nas últimas 3 décadas, o crescimento da área de Educação Matemática ampliou consideravelmente o número de pesquisas voltadas para o setor, que podem auxiliar a prática do professor, e nos indica que há pelo menos três correntes de pensamento sobre formação matemática do professor no Brasil.

- Uma de las defende o pressuposto que um *sólido* conhecimento matemático é condição necessária e suficiente para ensinar.

Em geral, os defensores dessa linha consideram que a didática se aprende na prática profissional e será bom professor aquele que tem dom para exercer essa profissão.

- Outra linha, talvez na tentativa de contrapor-se à anterior, coloca demasiada ênfase na formação pedagógica, passando a ideia de que um professor não precisa

de grandes conhecimentos matemáticos para ensinar.

- A terceira é a que compreende a importância da articulação entre conhecimentos matemáticos e conhecimentos didáticos pedagógicos na formação de professores de Matemática.

Entendo que dois aspectos devem ser considerados, simultaneamente, na formação matemática do pedagogo.

O primeiro aspecto é que o conteúdo a ser ministrado no componente curricular, que aborda conceitos matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental, esteja diretamente relacionado com a formação e o conhecimento que o professor tem a respeito da matemática.

Freire [11] nos ensina: *Como professor não me é possível ajudar o educando a superar sua ignorância se não supero permanentemente a minha. Não posso ensinar o que não sei.*

Isso implica no que já defendi, anteriormente, neste trabalho: a busca de possibilidades de formação específica complementar em educação matemática em cursos de pós-graduação *lato sensu*.

O segundo aspecto diz respeito à didática e à metodologia do ensino da matemática, que considero atributos agregadores e necessários. Entendo que o futuro professor tem a oportunidade de adquiri-los na formação inicial em curso de licenciatura em Pedagogia.

Entretanto, como já foquei no primeiro aspecto, é necessário o domínio do conteúdo específico de matemática.

A respeito desse assunto, Baumann [12], afirma: *[...] acreditamos que só é possível focar a dimensão didática se há um domínio dos conteúdos a serem trabalhados.*

É, portanto, da terceira compreensão abordada por [2] que comunga o meu pensamento, pois um não nega o outro, senão que se complementam nessa rede de interligação: o conteúdo e a didática.

Entretanto, um fato chama bastante atenção na formação do professor em curso de licenciatura em Pedagogia.

Em uma pesquisa realizada por [2], a respeito da formação nos cursos de Pedagogia, a pesquisadora analisou como as instituições de ensino superior incorporaram as orientações oficiais quanto à formação docente, com ênfase na oferta de disciplinas voltadas à formação matemática dos futuros professores e suas respectivas ementas. Segundo a pesquisa, a disciplina que,

[...] apareceu com mais frequência nas grades curriculares dos cursos analisados foi Metodologia de Ensino de Matemática, presentes em cerca de 66% das grades. Se considerarmos que outros 25% dos cursos têm na grade curricular a disciplina Conteúdos e Metodologia de Ensino de Matemática, é possível afirmar que cerca de 90% dos cursos de Pedagogia elegem as questões metodológicas como essenciais à formação de professores polivalentes.

A partir da pesquisa de [2], posso afirmar que, nos cursos de Pedagogia, as disciplinas que abordam o conteúdo de matemática têm carga horária bastante reduzida.

É claro que não se deve avaliar a qualidade da formação de um curso apenas analisando as ementas das disciplinas, mas esse aspecto não deixa de ser um fator significativo a ser considerado.

A partir de uma proposta de formação continuada, depois que foi sancionada a atual **LDB**, o Ministério de Educação, no ano de 1997, divulgou um conjunto de orientações em nível nacional, intitulado de Parâmetros Curriculares Nacionais (**PCN**), [13], cujo objetivo era auxiliar o professor na execução do seu trabalho.

O volume 3 dos **PCN**, foi dedicado ao ensino de matemática para o ensino fundamental e fez indicações significativas.

A seguir, destaco alguns aspectos legais que considero importantes sobre formação do pedagogo, isto é, aspectos que dizem respeito à formação inicial do docente que, além de receber formação para ensinar matemática nos primeiros anos da educação básica, também recebe formação para lecionar outras disciplinas.

O Conselho Nacional de Educação (**CNE**), através do Conselho Pleno (**CP**) instituiu, por meio da Resolução **CNE/CP** nº 1, de 15 de maio de 2006 [6], as Diretrizes Curriculares Nacionais (**DCN**) para a formação de professores em curso de graduação em Pedagogia, licenciatura.

Art. 5º O egresso do curso de Pedagogia deverá estar apto a:

VI - ensinar Língua portuguesa, Matemática, Ciências, História, Geografia, Artes, Educação Física, de forma interdisciplinar e adequada às diferentes fases do desenvolvimento humano;

Portanto, a fundamentação jurídica, aí exposta, deixa claro que o profissional formado em curso de licenciatura em Pedagogia é o responsável pelo ensino do conteúdo de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, além do domínio do conhecimento em outras áreas do saber

humano.

Para cada uma das disciplinas citadas, e também para a matemática, existe uma formação específica, realizada em curso superior de licenciatura, para professores que atuam do 6º ano do ensino fundamental ao 3º ano do ensino médio.

Nas Diretrizes Curriculares Nacionais (**DCN**) para o curso de licenciatura em pedagogia, aprovadas no ano de 2006, não ficam especificados os conteúdos de matemática. Segundo [12] “Na proposta ora aprovada não fica evidente o estudo dos conteúdos específicos que fazem parte da Educação Básica e, por conseguinte, o estudo dos conteúdos de Matemática”.

Não existindo a especificação dos conteúdos de matemática na legislação que norteia o curso de formação de professores em Pedagogia, isto é, nas Diretrizes Curriculares

Nacionais (**DCN**), as Instituições de Ensino Superior (**IES**), podem sentir-se desobrigadas a ministrá-los. Portanto, indico especificar os conteúdos de matemática na legislação que norteia o curso de formação de professores em Pedagogia, isto é, as Diretrizes Curriculares Nacionais (**DCN**).

Provavelmente, resida nesse fato uma das características da formação matemática do pedagogo: enfrentar o desafio de ensinar o que nem sempre domina ou aprendeu.

Alunos com dificuldades de aprendizagem matemática impõem ao pedagogo, muitas vezes, que domine conhecimentos que ele não possui, porque não teve acesso em sua formação inicial a conteúdos específicos.

Através da Resolução **CNE/CP** nº 2, de 1º de julho de 2015, o Conselho Nacional de Educação (**CNE**), por meio do Conselho Pleno (**CP**), estabeleceu novas Diretrizes Curriculares Nacionais (**DCN**) para a formação em nível superior em cursos de licenciaturas. Ampliou-se as exigências impostas, dentre outras as que se referem ao tempo de estágio supervisionado, que foi aumentado para 400 (quatrocentas) horas.

Nos últimos anos, vários esforços têm sido feitos através de políticas públicas de educação, no sentido de melhorar o ensino e a aprendizagem matemática: Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (**PNAIC**) e Base Nacional Comum Curricula (**BNCC**), são alguns exemplos.

Entendo que as reformas educacionais, em nosso país, sempre foram fixadas tardiamente em relação às reais necessidades dos sistemas de ensino, embora as últimas Constituições promulgadas fizessem referência direta e clara às questões da educação, cultura e esporte.

Feitas estas considerações a respeito da formação inicial do professor que ensina matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, isto é, nos primeiros anos da educação básica, do

percurso histórico e da legislação educacional, passo a refletir sobre as perspectivas futuras de políticas públicas de educação no Brasil, dentro do que preconiza o atual Plano Nacional de Educação (**PNE**), estabelecido através da Lei Federal nº 13.005, de 25 de junho de 2014.

O **PNE** estabeleceu um conjunto de vinte metas para melhorias na educação, a ser cumpridas em um período de dez anos, portanto, até o ano de 2024. Ficou evidente, no novo PNE, que existe um olhar das políticas públicas de educação para a formação de professores, sobretudo no que diz respeito às áreas de ciências e matemática. É o que está estabelecido na Estratégia 12.4, da Meta 12 do **PNE**:

Como referência internacional em aprendizagem matemática para os alunos da educação básica, o **PNE** utiliza o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (**PISA**), figura 1. E determina na Meta 7, Estratégia 7.11:

Melhorar o desempenho dos alunos da educação básica nas avaliações da aprendizagem no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes - **PISA**, tomado como instrumento externo de referência, internacionalmente reconhecido, de acordo com as seguintes projeções:

| PISA | 2015 | 2018 | 2021 |
|---|------|------|------|
| Média dos resultados em matemática, leitura e ciências. | 438 | 455 | 473 |

Figura 1. Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (**PISA**). **Fonte:** Elaborado pelo autor a partir da Lei Federal nº 13.005, de 25 de junho de 2014, [15].

Ressalto que a execução dessas metas vincula-se, estreitamente, à necessidade de regulamentação das políticas a serem implantadas.

Entendo que, nas últimas duas décadas, o Brasil fez uma travessia no campo educacional onde conseguiu levar as crianças, na idade considerada pedagogicamente adequada, para as escolas. Entretanto, não conseguiu um plano estratégico de governo que garantisse uma formação considerada de qualidade dentro dos padrões internacionais, para o docente que atua nos anos iniciais do ensino fundamental.

O padrão internacional de qualidade que o Brasil se espelha é o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (**PISA**), citado no **PNE** e referenciado anteriormente.

O rápido aumento da população escolar, especificamente de crianças de seis a dez anos, quase que exigiu dos sistemas de ensino um recrutamento em massa de professores com baixa qualificação. [16]:

Este recrutamento teve de fazer-se, muitas vezes, com recursos financeiros limitados e nem sempre foi possível encontrar candidatos qualificados. A falta de financiamento e de meios pedagógicos, assim como a superlotação das turmas traduziram-se, frequentemente, numa profunda degradação das condições de trabalho dos professores.

Refletindo a respeito do papel do educador numa sociedade em transição e olhando para o futuro das crianças, nos pergunta [17]:

¿Como age o professor, que é um agente da sociedade com a responsabilidade de preparar as gerações para a vida futura? É importante lembrar que a ação do professor, e dos sistemas educacionais em geral, mostrará seus efeitos somente no futuro. Um futuro que ninguém conhece. Um futuro no qual estarão agindo as crianças que hoje a sociedade confia a nós, educadores.

Nunca é demasiado insistir na importância da qualidade da formação inicial do professor que atua nos anos iniciais da educação básica. Entendo que, quanto maiores as dificuldades que o aluno tiver que ultrapassar, no que diz respeito à pobreza, discriminação no meio social, situação familiar difícil, doenças físicas, mais se exigirá da formação do professor.

A minha atuação como profissional da educação, seja na docência, na gestão ou no campo da pesquisa acadêmica, nos últimos anos, me permite compreender que não é fácil estabelecer políticas públicas para qualquer área que seja em um país com as dimensões continentais como é o Brasil.

3. Considerações Finais

Com o estudo e os meus posicionamentos feitos ao longo deste trabalho, o propósito foi identificar, a partir do conhecimento histórico, do estudo da legislação e das políticas públicas, como a formação inicial do pedagogo contemplou a formação para ensinar matemática. Com o estudo e os meus posicionamentos feitos ao longo deste trabalho, o propósito foi identificar, a partir do conhecimento histórico, do estudo da legislação e das políticas públicas, como a formação inicial do pedagogo contemplou a formação para ensinar matemática.

Investiguei indícios que me permitiram identificar quais eram e como foram tratados os

conhecimentos de conteúdos matemáticos na formação de professores para ensinar matemática para os anos iniciais do ensino fundamental.

Assim, vou assumir pressupostos teóricos, que me permitem fazer as seguintes indicações teóricas a respeito da formação inicial de professores para ensinar matemática nos cinco primeiros anos do ensino fundamental:

- a. Conhecer o processo histórico sobre a formação do professor que ensina matemática nos anos iniciais da educação básica.
- b. Compreender o formato do ensino de matemática proposto pelo poder público brasileiro.
- c. Especificar o conteúdo de matemática na legislação que orienta o curso inicial de formação de professores para os anos iniciais da educação básica.
- d. Expandir, durante o treinamento de graduação, o foco no conhecimento teórico e na prática docente das disciplinas que abordam a metodologia e o conteúdo matemático.
- e. Aumentar a conscientização sobre a possibilidade de trabalhar com projetos, deixando o paradigma do exercício, dentro de uma concepção de educação matemática crítica.
- f. Focar em conhecimento matemático significativo, isto é, com aplicação para o dia a dia.

Entretanto, este estudo não pretende ser nenhum documento conclusivo a respeito da formação inicial do pedagogo, mais especificamente, da formação de professor para ensinar matemática nos anos iniciais da educação básica no Brasil.

Referências

- [1] J. Fusari, “*A formação continuada de professores no cotidiano da escola fundamental*”. São Paulo: **FDE/SEE**, 1992. p. 24-34. (Série Ideias, 12.)
- [2] E. Curi, “*A matemática e os professores dos anos iniciais*”. São Paulo: Musa Editora, 2005.
- [3] Brasil. Lei nº 5.692, de 11 de agosto de 1971. Fixa as diretrizes e bases para o ensino de primeiro e segundo graus e dá outras providências. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*. Brasília: DOFC PUB 12/08/1971 006377 1.

- [4] Brasil. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Fixa as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da República Federativa do Brasil. Brasília: **DOFC PUB** 23/12/1996 02783 1.
- [5] Brasil. Constituição da República Federativa do Brasil. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*. Brasília, 05/10/1988.
- [6] Brasil. Lei Federal nº 11.274, 6 de fevereiro de 2006. Altera a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, ampliando a duração do ensino fundamental de oito para nove anos. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*. Brasília, 07/02/2006
- [7] A. Nacarato; B. Mengali; C. Passos, “*A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender*”. 1. reimpressão. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011. (Coleção Tendências em Educação Matemática).
- [8] O. Skovsmose, “*Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica*”. Campinas, SP: Papirus, 2008.
- [9] H. Alroe; O. Skovsmose, “*Diálogos e aprendizagem em educação matemática*”.
- [11] P. Freire, “*Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*”. 48. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014.
- [12] A. Baumann, “*Características da formação de professores de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental com foco nos cursos de pedagogia e matemática*”. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, SP: Universidade Estadual Paulista (**UNESP**), 2009. 241p.
- [13] Brasil. Parâmetros Curriculares Nacionais: Volume 3, Matemática. Brasília: *Ministério da Educação e do Desporto*. Secretaria de Educação Fundamental, 1997.1.
Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- [14] Brasil. Diretrizes Curriculares Nacionais para o curso de Graduação em Pedagogia. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP nº 1/2006. Brasília: *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*. Brasília: 16/05/2006, Seção 1, p. 11.
- [15] Brasil. Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação - PNE e dá outras providências. Brasília: *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, 26/06/2014.
- [16] J. Delors, (org.), “*Educação: um tesouro a descobrir*”. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2003.

- [17] U. D'ambrosio, "*Educação para uma sociedade em transição*". 2. ed. Natal, RN: **EDUFRN**, 2011.



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

LOS MATERIALES DIDÁCTICOS UTILIZADOS PARA LA ENSEÑANZA DE ARITMÉTICA

THE TEACHING MATERIALS USED FOR THE TEACHING OF ARITHMETICS

*Moysés Siqueira-Filho**; *Renata Cristina Araújo-Gomes***; *Rosiane dos Santos-Feitosa****

Resumen: a partir de las publicaciones de los integrantes de **GHEMAT** Brasil - Grupo Asociado de Investigadores en Historia de la Educación Matemática -, en el período 2013 a 2017, y considerando como objeto de investigación los materiales utilizados para la enseñanza de aritmética en diferentes tiempos y lugares, objetivamos responder a la demanda la siguiente pregunta: ¿Cómo se prescribían los materiales didácticos para la enseñanza de aritmética en la Escuela Primaria brasileña, teniendo en cuenta los programas de enseñanza, las revistas pedagógicas y los manuales y libros didácticos? Conducimos un estudio a partir de los presupuestos de la Historia Cultural, asumiendo como fuentes 4 disertaciones, 1 tesis y 8 trabajos publicados en los anales de los Seminarios Temáticos del referido Grupo, con lo que buscamos identificar los materiales didácticos prescritos para la enseñanza de la enseñanza aritmética y las posibles transformaciones frente a las diferentes vagas pedagógicas y los elementos de distribución y circulación. Verificamos, en esos trabajos, la prescripción - ora en revistas pedagógicas, las cuales se configuraron como un fuerte dispositivo de circulación de las orientaciones vigentes para la enseñanza primaria, ora en programas de enseñanza y libros didácticos - de las tablas de multiplicar, las cartas de Parker, contadores mecánicos, tornos y juegos y sus respectivas funciones didáctico-pedagógicas, entre ellas, el desplazamiento del uso de las tablas, que de Método, así concebida al inicio de la enseñanza activa, pasó a ser un soporte para profesores y alumnos en el aula el desarrollo de las cuatro operaciones.

Palabras clave: educación primaria, Matemáticas, materiales de enseñanza, Aritmética

Abstract: from the publications of the members of **GHEMAT** Brazil - Associate Group of Researchers in the History of Mathematics Education -, in the period 2013 to 2017, and considering as an object of research the materials used for the teaching of arithmetic at different times and places, we aim to answer the demand the following question: How were the teaching materials for the

* Licenciado en Matemáticas, **USP**, Brasil. Doctor en Educación Matemática, **UNICAMP**, Brasil. Institución: Universidad Federal de Espírito Santo. E-mail: siqueira.moyses@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6275-4850>

** Licenciada en Matemáticas, **UFES**, Brasil. Maestría en Enseñanza en la Educación Básica - Área de Concentración: Matemática. Institución: Secretaría Municipal de Educación de Espírito Santo. E-mail: renatacris_araujo@hotmail.com.

*** Licenciada en Matemáticas, **UFES**, Brasil. Maestría en Enseñanza en la Educación Básica - Área de Concentración: Matemática. Institución: Secretaría de Estado de Educación de Espírito Santo. E-mail: rosiane27@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8442-1413>.

teaching of arithmetic taught in the Brazilian Primary School, taking into account the teaching programs, the pedagogical magazines and the manuals and teaching books? We conduct a study based on the budgets of Cultural History, assuming as sources 4 dissertations, 1 thesis and 8 papers published in the annals of the Thematic Seminars of the aforementioned Group, with which we seek to identify the didactic materials prescribed for the teaching of the arithmetic teaching and the possible transformations in front of the different pedagogical vague and the elements of distribution and circulation. We verify, in these works, the prescription - pray in pedagogical journals, which were configured as a strong device for the circulation of current guidelines for primary education, pray in teaching programs and teaching books - of multiplication tables, letters of Parker, mechanical counters, lathes and games and their respective didactic-pedagogical functions, among them, the displacement of the use of the tables, that of Method, thus conceived at the beginning of active teaching, became a support for teachers and students In the classroom the development of the four operations.

Key Words: primary education, Mathematics, teaching Materials, Arithmetic.

1. Introdução

A partir das publicações dos integrantes do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática - **GHEMAT**⁷⁸, realizadas no período de 2013 a 2017, tais como dissertações, teses, artigos, acessadas no Repositório de Conteúdo Digital (**RCD**)⁷⁹, com o intuito de respondermos a questão *Como e quais materiais didáticos foram utilizados, em diferentes tempos e lugares, e prescritos em programas de ensino, revistas pedagógicas, manuais pedagógicos e livros didáticos para o ensino de aritmética na Escola Primária brasileira?*, verificamos alguns dos movimentos realizados acerca do ensino de aritmética, ante aos métodos e processos vigentes em diferentes recortes temporais anunciados pelos autores, bem como os elementos de distribuição e circulação do objeto em voga.

Assim posto, empregamos as palavras-chave materiais/objetos de ensino, materiais didáticos e materiais pedagógicos e identificamos uma tese e quatro dissertações de mestrado, dispostas no Tabela 1, além de oito trabalhos publicados nos anais dos Seminários Temáticos, elencados no Tabela 2, como segue:

⁷⁸ www.unifesp.br/centros/ghemat

⁷⁹ Neste repositório é possível acessar dissertações e teses produzidas em consonância com os projetos de pesquisa desenvolvidos pelo **GHEMAT**. Existem ainda, diferentes tipos de documentos históricos (livros didáticos, revistas pedagógicas, cadernos de aluno e professor, provas e exames, legislação educacional, etc.) de mais de duas dezenas de Estados brasileiros disponíveis gratuitamente. O repositório pode ser acessado em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769>>.

| TÍTULO | AUTOR | ORIENTADOR | TITULO/ANO DE DEFESA | ESTADO |
|---|------------------------------------|----------------------------|--|----------------|
| As Cartas de Parker na matemática da escola primária paranaense na primeira metade do século xx: circulação e apropriação de um dispositivo didático. | Mariliza Simonet e Portela | Neuza Bertoni Pinto | Doutorado em Educação (2014) | Paraná |
| A tabuada em diferentes tempos pedagógicos: do ensino ativo para a escola ativa. | Dirce Lurdes Pires Rodrigues | Wagner Rodrigues Valente | Mestrado em Ciências (2015a) | São Paulo |
| Materiais de ensino e os Saberes Elementares Matemáticos, Sergipe (1911-1931). | Jéssica Cravo Santos ⁸⁰ | Ivanete Batista dos Santos | Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática (2016) | Sergipe |
| Apropriação de tabuadas no ensino de Aritmética da escola primária paranaense: 1903-1932. | André Francisco de Almeida | Neuza Bertoni Pinto | Mestrado em Educação (2016) | Paraná |
| Jogos para o ensino de aritmética em manuais pedagógicos de 1930-1960 no Brasil. | Cintia Schneider | David Antonio da Costa | Mestrado em Educação Científica e Tecnológica (2017) | Santa Catarina |

Tabela 1. Dissertações e Teses produzidas pelos membros do GHEMAT-BRASIL, 2013 a 2017, nas quais são apresentados materiais de ensino de aritmética. **Fonte:** Elaborado a partir do Guia de Pesquisa disponível no Repositório de Conteúdo Digital.

⁸⁰ A autora opta por se referendar por **CRAVO**

| TÍTULO DOS TRABALHOS | LOCAL | AUTOR | ANO |
|--|--|--|-------------------|
| Os Materiais Didáticos Utilizados no Ensino Primário dos Saberes Elementares Matemáticos: uma análise dos documentos oficiais da década de 1930. | XI Seminário Temático Local - UFSC | Jéssica Cravo Santos ⁸¹ | 2014 |
| A trajetória da Tabuada nas séries iniciais: do ensino tradicional às Cartas de Parker. | XI Seminário Temático Local: UFSC | Dirce Lurdes Pires Rodrigues | 2014 ^a |
| Como ensinar a Tabuada? Um estudo dos textos de Francisco Antunes em Revistas Pedagógicas. | II ENAPHEM Local: UNESP | Dirce Lurdes Pires Rodrigues | 2014b |
| As tabuadas e a memorização: o que dizem as revistas pedagógicas paranaenses. | XII Seminário Temático Local: PUCPR | André Francisco de Almeida | 2015 |
| As Cartas de Parker e a aritmética da escola primária na revista "a escola", em tempos de César Prieto Martinez (1920-1924). | XII Seminário Temático Local: PUCPR | Mariliza Simonete Portela e Neuza Bertoni Pinto | 2015 |
| Tabuada em tempos de ensino ativo no estado de São Paulo: Cartas/Mapas de Parker. | XII Seminário Temático Local: PUCPR | Dirce Lurdes Pires Rodrigues | 2015b |
| As tabuadas presentes nos manuais pedagógicos do ensino primário paranaense (1903-1932). | XIV Seminário Temático Local: UFRN | André Francisco de Almeida | 2016 |
| O hibridismo na composição das práticas de ensino de matemática na escola primária paranaense (1960-1970). | XIV Seminário Temático Local: UFRN | Mariliza Simonete Portela e Barbara Winiarski Diesel | 2016 |

Tabela 2. Artigos publicados em Anais pelos autores listados no Tabela 1. **Fonte:** Quadro elaborado a partir do Guia de Pesquisa disponível no Repositório de Conteúdo Digital.

⁸¹ Idem

Note-se que privilegiamos pesquisas que tratassem do ensino de aritmética nas séries iniciais e que trouxessem em seus títulos referências a um mais tipo de material didático utilizado para o ensino de aritmética na escola primária brasileira. Vale destacar que, os autores consideraram material didático todo e qualquer objeto que funcionasse como instrumento facilitador no processo de ensino e aprendizagem dos saberes elementares aritméticos, tais como: Tabuada; Cartas/Mapas de Parker; Contador Mecânico; Tornos; Palitos; Sementes; Botões; Moedas; Pedrinhas; Lápis; Canetas.

Segundo Cravo [1], as reformas e métodos educacionais empregados na legislação escolar apresentavam formas diferenciadas de tratar esses materiais de ensino, pois tais movimentações modificavam a estrutura em que a educação se encontrava, o que muito provavelmente, gerariam possibilidades de resistências.

[...] novos objetos, impostos pela conjuntura política ou pela renovação do sistema educacional, tornam-se objeto de declarações claras e circunstanciadas e, de outro, cada professor é forçado a se lançar por sua própria conta em caminhos que ainda não foram trilhados ou a experimentar as soluções que lhe são aconselhadas.

Conforme [2], a importância dada a esses objetos cresceu com a emergência do método intuitivo, por coincidir com um tempo em que os objetos materiais eram produzidos, industrializados e vistos como símbolos de civilização.


6. As Tabuadas como práticas de memorização

As pesquisas em história da educação matemática, tais como as de Portela [3], Rodrigues [4], Cravo [5] e Almeida [6] sinalizam a interferência de diferentes pedagogias na organização e no ensino da Matemática dos primeiros anos escolares. O ensino de aritmética nas séries iniciais, em função das mudanças sofridas ao longo do tempo, envolveu distintos processos e ferramentas didático-pedagógicas frente às necessidades e as modas temporais.

A tabuada, uma dessas ferramentas que perdura desde o ensino tradicional até os tempos atuais, foi um dos [...] raros dispositivos didáticos a ganhar lugar no ensino da Aritmética, do Cálculo, em tempos de inexistência de livros e materiais didáticos para os alunos, [7]. Todavia, esse material com o decorrer do tempo, passou por alterações significativas, tanto no seu formato de apresentação quanto na metodologia de seu uso para o ensino de cálculo.

Segundo Rodrigues [8], *cantava-se a tabuada*, com o intuito de decorá-la. Ao assumir esse material didático como objeto de estudo, a autora constatou processos marcados por concepções de ensino e aprendizagem inerentes à escola tradicional, configurada por um ensino voltado à simples transmissão do conhecimento, sem nenhuma preocupação com a inserção da cotidianidade na sala de aula; pela autoridade do professor e disciplina do aluno.

Cabia ao professor recorrer, em função de uma [...] *ambiência onde o material didático era praticamente inexistente*, à [...] *Tábua de Pitágoras, pois através dela seria possível obter e memorizar os resultados das multiplicações de números naturais* [7], como podemos ver na figura 1:



| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 | 70 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 | 80 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 | 90 |
| 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |

Figura 1. Tabuada Pitagórica - Multiplicação, [4].

Posteriormente, surgiram manuais que reafirmavam a importância de decorar a tabuada pitagórica para a aquisição das primeiras noções de aritmética, todavia, tal princípio fora questionado. [8]

Uma das queixas desta época é a aprendizagem pela oratória do professor (primeiro aprende e depois descobre para que serve). Este modo de ensino é questionado pela falta de um significado para a criança que passa a apresentar dificuldade na materialização das situações problemas, para uma abordagem natural da utilização do cálculo. Na matemática escolar, o desconhecimento de valor posicional, noção de número, das operações básicas (soma, subtração, multiplicação e divisão) e a dificuldade de interpretar enunciados dos problemas surgem também, como algumas das hipóteses para o aluno não aprender a tabuada.

Uma crítica a este método de ensino, segundo a autora, pautava-se no fato de a criança memorizar o signo numérico sem a interiorização das suas relações numéricas e, dessa forma, não apresentava bom desempenho na aprendizagem, por não conseguir utilizar-se deste conhecimento para resolução dos problemas.

Almeida [6], com o objetivo de compreender como as tabuadas foram apropriadas para o ensino da aritmética no estado do Paraná, constatou que elas prescreveram-se, nos Programas de 1903 e 1916,

como um conteúdo que antecedia as operações; privilegiando práticas de memorização e mecanização em detrimento às ações que contemplassem o contato com a intuição.

7. As Cartas de Parker: recomendações para um ensino mais ativo

O estudo de Rodrigues [4] indica que alguns conteúdos escolares foram abandonados para se promover uma maior liberdade de expressão, substituindo a mecanização por um ensino mais ativo.

Nesse contexto, as ideias de Pestalozzi⁸² foram muito bem vindas, haja vista, preconizarem [4], a observação, o manuseio concreto das coisas e a criação de um sistema mútuo de educação a partir de uma prática pedagógica que tornasse a aprendizagem mais uniforme, independente de quem fosse o professor, pois para esse educador suíço, o ambiente interage com ela, diretamente, por meio das relações sensórias trocadas entre o homem e a natureza.

No ensino do número, cada objeto inicialmente era mostrado em unidade, depois em grupos (agrupando, desagrupando e reagrupando) e em outro momento estabelecendo associações ou fazendo relações. A aprendizagem do cálculo se dá por meio do uso do material didático manipulável, dentre elas variadas coleções de objetos, desenhos ou partes do corpo, utilizadas para as operações de soma, subtração, multiplicação e divisão. Também era comum o uso de tábuas (tablillas), com letras individuais, que agrupadas formavam sílabas e palavras e nelas a criança fazia a relação dos números ao mesmo tempo em que aprendia a ler.

Ainda, conforme [8], a educação seguia um fim e para se chegar a ele com êxito seria necessário um método, neste caso, a intuição. No Brasil, esforços foram impelidos por normalistas republicanos paulistas na busca pela institucionalização do método intuitivo⁸³, a fim de modernizar o ensino; a criança aprenderia utilizando os cinco sentidos: [9]

As coisas darão lições sobre os números, sobre as operações, sobre o modo como devem ser resolvidos os problemas aritméticos. E, sob essa perspectiva, começam a proliferar materiais que objetivam as coisas; as coisas que irão dar lições aritméticas. Talvez o material que melhor simbolize esse tempo de chegada dos materiais didáticos, para o ensino de aritmética nos anos iniciais, sejam as Cartas de Parker. [10]

⁸² Johann Heinrich Pestalozzi (1746 - 1827), educador suíço, adepto da educação pública, [...] defendia a ideia de uma educação para as crianças ancorada sobre a observação dos ritmos de capacidade do desenvolvimento mental dos alunos, [12].

⁸³ O método intuitivo, fundamentado pelos estudos pestalozzianos, também, conhecido por lições de coisas, prescreve, [13], o ensino das coisas antes dos números ou, ainda, a educação pelas coisas e não a educação pelos números. As lições de coisas são, em realidade, a primeira forma de intuição - a intuição sensível. Configurava-se em uma metodologia centrada nas faculdades das crianças e jovens, ou seja, um ensino relacionado com a vida sensível dos alunos, na qual, cada conceito da aritmética precisava ser concretizado.

Como vemos, as Cartas de Parker⁸⁴ surgem com uma nova organização didático-pedagógica, para a condução no ensino do cálculo aritmético pela percepção sensível das *coisas*. O uso desse material difere do da tabuada, *onde está presente a repetição*, pois cada uma das Cartas [...] *tem uma forma própria, e objetivos definidos de ensino e aprendizagem*, [11]. Esse material emerge em meio aos pressupostos do método intuitivo, *como um dispositivo didático para o ensino de Aritmética nos anos iniciais* [11], sendo constituídas, inicialmente, como

[...] um conjunto de gravuras cujo fim era o de auxiliar o professor a conduzir metodicamente o ensino, sobretudo, das quatro operações fundamentais. Junto de cada gravura, havia uma orientação ao professor de como deveria dirigir-se à classe de modo a fazer uso de cada uma delas e avançar no ensino da Aritmética, [10].

Almeida [6] aponta, por meio da análise dos programas paranaenses de 1921 e 1932, que a recomendação para o uso das Cartas Parker, no que se refere ao estudo das quatro operações, um ensino mais visual, intuitivo e cada vez menos memorizado e, nesse mesmo contexto, as tabuadas passam a ser prescritas como um reforço no aprendizado dos conteúdos.

Tanto Rodrigues [4] quanto Almeida [6] sinalizam haver um deslocamento acerca do uso da tabuada, concebida como método no início do ensino ativo, mas que se transfere para uma posição secundária, haja vista a importância dada ao conceito de número e com o qual o aluno operaria aritmeticamente. Dessa maneira as Cartas de Parker tornaram-se importantes aliadas para o ensino de aritmética nas escolas primárias brasileiras, pois,

Na luta entre a velha tabuada a ser memorizada pela simples oratória dos signos numéricos e as Cartas de Parker, estas últimas representam o material, de ensino da aritmética nas séries primárias, que mais favorecem nossa observação de transformações nas orientações para as novas práticas do professorado paulista para o ensino da tabuada dentro da proposta do ensino intuitivo, no início do século XX. [14].

Portela [3, p.29] identificou a circulação desse material didático em nove estados brasileiros: São Paulo, Santa Catarina, Mato Grosso, Sergipe, Rio Grande do Norte, Goiás, Espírito Santo, Alagoas e Paraná. Entretanto,

Ao que indicam os documentos oficiais do Repositório, São Paulo foi o polo irradiador das Cartas aos demais estados brasileiros. Possivelmente isso se

⁸⁴ *Originário da América do Norte, de autoria do professor norte-americano Francis Wailand Parker, o material intitulado Cartas de Parker, constituído por quadros e gráficos acompanhados de explicações e instruções ao professor, também denominado Mapas de Parker no contexto da educação brasileira, foi difundido no Brasil no início do século XX. A utilização do vocábulo 'Mapas' substituindo 'Cartas' [...] Os Mapas Parker nasceram das Cartas de Parker e foram publicados pela Editora Melhoramentos, de 1909 até 1956, [3].*

deve ao fato de ter sido berço dos grupos escolares, modalidade de escola primária organizada em quatro séries [14, p.36].

Por meio de sua investigação, a autora inferiu que [...] ao estabelecer uma ordem para o ensino dos números, [as Cartas de Parker] incluíam o uso de objetos da realidade das crianças, como seixos, canetas, tornos e livros para serem manuseados.

Ao possibilitar um método de ensino diferente daqueles que eram utilizados, tradicionalmente, para o ensino de aritmética, esse dispositivo ia além dos números e dos cálculos, visto que servia de orientação tanto para o aluno quanto para o professor na condução do ensino, a partir da compreensão das quantidades, passando pelos sentidos e compreensão das coisas, antes da sistematização dos números. Sendo dessa maneira tido como uma proposta pedagógica inovadora capaz de reverter a ineficiência escolar, [2, p. 103].

Cravo [5] afirma que não foi possibilitado a todos os professores sergipanos a utilização desse material em sua prática docente, em função de seu alto custo, sendo distribuído apenas nas escolas da capital. Outro fator que impossibilitou a adoção das Cartas de Parker pelos professores primários, não só em Sergipe, mas em vários estados brasileiros, deve-se a ausência da venda desse material durante a primeira década de 1900.

Dada à dificuldade apresentada para a sua aquisição, Rodrigues [4] destaca que uma das soluções encontradas, no Estado de São Paulo, fora a publicação das Cartas na *Revista de Ensino*⁸⁵ (1902). Em sua primeira edição, foram publicadas as dez primeiras Cartas, por Joaquim Brito⁸⁶, com a seguinte orientação:

[...] cada carta que vae acompanhada da respectiva explicação em portuguez, poderá ser copiada pelo professor no quadro negro, á medida que dela fôr precisando, trabalho este que não lhe tomará mais que 5 minutos de tempo, e que será compensado com usura (São Paulo, 1902) [5, p.35]

A *Revista de Ensino* continuou a publicá-las, disponibilizando um total de 42 unidades ao longo de 1902. A Figura 2 expõe as orientações dadas por Parker por meio do manuseio sensível dos objetos (moedas) e o uso simultâneo das operações da adição, subtração, multiplicação e divisão até 15.

⁸⁵ A 'Revista de Ensino', criada pela Associação Beneficente do Professorado de São Paulo, foi publicada entre 1902 e 1918 e atua com destaque na circulação e debates das novas ideias pedagógicas", [4].

⁸⁶ Normalista formado em 1882, membro da diretoria da Associação Beneficente do Professorado Público de São Paulo e redator efetivo da *Revista de Ensino*, [4, p. 27].

CARTA 17

| I | | | II | | | III | | |
|-----|----|----|-----|----|----|-----|----|----|
| 7 | × | 2 | 15 | - | 5 | 4 | × | 3 |
| 15 | + | 2 | 15 | - | 9 | 12 | + | 4 |
| 1/7 | de | 15 | 1/2 | de | 15 | 1/5 | de | 12 |
| 9 | + | 5 | | | | | | |
| IV | | | V | | | VI | | |
| 10 | + | 5 | 3 | × | 5 | 6 | + | 9 |
| 5 | + | 10 | 15 | + | 5 | 15 | - | 6 |
| 15 | - | 5 | 1/3 | de | 15 | 15 | - | 9 |
| 15 | - | 10 | 9 | + | 6 | 5 | × | 3 |
| VII | | | VII | | | IX | | |
| 15 | + | 3 | 7 | + | 8 | 11 | + | 4 |
| 1/5 | de | 15 | 15 | - | 3 | 15 | - | 4 |
| 8 | + | 7 | 12 | + | 3 | 15 | - | 15 |
| 15 | - | 7 | 15 | - | 3 | 15 | - | 3 |

EXPLICAÇÃO

Façam os alumnos taboas de multiplicação e divisão até 15. Moedas de pouco valor podem ser proveitosamente usadas. Ensine as taboas de números denominados até 11, com objectos. Ensine os algarismos romanos pelo uso de recitação. Ensine ler o terceiro grupo (III) e o nono (IX).

Figura 2. Carta de Parker número 17 - Revista de Ensino, SP, 1902. **Fonte:** Rodrigues (2015a, p. 45)

Resta-nos, ainda, verificar se houve evidências de indicação para o uso e/ou orientações aos professores dos dois materiais didáticos até aqui tratados - tabuadas e Cartas de Parker - nos livros didáticos investigados nas pesquisas dispostas no Tabela 1.

Nesse sentido [6], constatou a prescrição da tabuada como um suporte para professores e alunos no desenvolvimento das quatro operações ao analisar quatro livros didáticos⁸⁷.

Büchler [15], utilizando-se de histórias do cotidiano, apresentou os quadros das tabuadas sempre após situações intuitivas que auxiliavam o aluno na construção da ideia do saber proposto, dando-nos a impressão de reforçar ou consolidar um conteúdo/conceito compreendido anteriormente; Trajano (1922) orientou, por meio de imagens, como o professor deveria proceder para o ensino das operações e, dessa forma, introduziu a tabuada de Pitágoras como subsidio para o aprendizado, sendo, retirada gradativamente, à medida que os alunos dessem conta das quatro operações de maneira autônoma; Souza Lobo conduziu o ensino de aritmética de maneira mais formal, não incorporando quase nenhuma das inovações sugeridas, prescrevendo as tabuadas para o ensino das quatro operações sem indícios das lições de coisas.

Segundo Almeida [6], houve um exercício, por parte dos autores, de avanço em relação às práticas tradicionais, nas quais reverberava a memorização sem prévia compreensão. As novas práticas, pela via da intuição, acrescentaram a elas, materiais manipuláveis, gravuras e a resolução de operações envolvendo situações-problema.

⁸⁷ [1] *A Arithmetica Elementar Ilustrada*; [2] *Primeira Arithmetica para Meninos*, ambos de Antônio Bandeira Trajano; [3] *Segunda arithmetica* de Souza Lobo e [4] *Arithmetica Elementar - livro 1* de George Augusto Büchler

Em relação às Cartas de Parker, [5] constatou que a recomendação de seu uso fora intensificada nos cadernos de Ramon Rocca Dordal, referência para o ensino de aritmética em Sergipe no período delimitado por sua pesquisa.

Portela [3, p.170], ao pesquisar como as Cartas de Parker circularam e foram incorporadas às propostas preconizadas para a escola primária do estado do Paraná, no período de 1900 a 1950, identifica que “a descoberta de fatos aritméticos dava-se pela intuição, pela observação de figuras, de problemas e por perguntas diretivas”.

8. Contador Mecânico: um facilitador dos cálculos elementares

As pesquisas [3], [4] e [6] destacam outros dois materiais didáticos prescritos nas legislações do início do século XX e que foram utilizados no ensino de aritmética nas escolas primárias, qual sejam, o Contador Mecânico e os Tornos.

No ensino dos saberes matemáticos, materiais como: Cartas de Parker, palitos, **tornos, contadores**, pesos e medidas, réguas, esquadros, compassos, sólidos geométricos, entre outros, eram prescritos ao ensino primário, além dos objetos pertencentes ao próprio cotidiano dos alunos, como os contidos na sala de aula, por exemplo [5, p. 56].

Conforme Cravo (2016), o contador mecânico era um material de simples manuseio, uma espécie de ábaco aliado às Cartas de Parker, utilizado na construção do conceito de número e no ensino das quatro operações fundamentais da aritmética, seguindo as orientações do método intuitivo.



Figura 3. Contador Mecânico – Revista A Eschola (1896), [5, p. 72].

Existia uma ordem estabelecida, segundo [3, p.41], qual seja, [...] *primeiras coleções de objetos, depois exercícios 'na Carta de Parker', subentendendo-se orais e só depois o contador.* Isso denota, segundo a

autora, que havia “[...] uma preocupação com a sequência que parte da contagem de quantidade dos objetos em si, sua relação com o número e depois o reconhecimento nas Cartas de Parker”.

Cravo [6, p. 74] afirma que ao utilizar o contador mecânico na construção da ideia de número antes dos algarismos, por meio do ensino da contagem de 1 até 100, os alunos percorriam sobre as bolinhas que o compunham, contando uma a uma sobre cada arame, ou melhor, era “[...] utilizado para explorar os aspectos intuitivos envolvidos na numeração e nas quatro operações, isto é, um material facilitador para realizar cálculos elementares, indicados aos anos iniciais escolares”.

A *Revista a Eschola Publica*⁸⁸ apresentou, em 1896, uma proposta de utilização do contador mecânico, conforme apresentado no Tabela 3:

| DESCRIÇÃO |
|---|
| <p>– Julia, que tens em tua mão?</p> <p>– Tenho na minha mão direita um contador.</p> <p>– Para que serve um contador?</p> <p>– O contador serve para se aprender a contar.</p> <p>– Pois bem; vamos contar quantas bolinhas tem na primeira carreira.</p> <p>A alumna depois de contar em voz alta, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, responderá:</p> <p>– Na primeira carreira têm 10 bolinhas.</p> <p>As meninas que diga a côr das bolinhas, mais tarde quando ellas já tiverem tido noções de fórmula se exigirá que deem a fórmula das bolinhas.</p> <p>Deixaremos a disposição das crianças, dizerem tudo o que souberem a respeito de 2 bolinhas.</p> <p>Assim, provavelmente dirá uma:</p> <p>– Uma bolinha mais uma bolinha são duas bolinhas, 2 bolinhas mais uma são 3, etc.</p> <p>Interrogando-se uma outra e encaminhando-a a professora, ella dirá:</p> <p>– 2 bolinhas tira 1 bolinha fica 1 bolinha, $2 - 1 = 1$.</p> <p>Chamando-se uma terceira alumna e mandando-se que ella diga, ainda o que sabe sobre 2 bolinhas, é possível que se obtenha:</p> |

⁸⁸ O periódico *A Eschola Publica* (1890 – 1896) surgiu na intenção de organizar e divulgar o novo modelo de escola primária baseado nas concepções norte-americanas, [4, p. 21].

- Duas uma bolinha, são duas bolinhas ou $2 \times 1 = 2$.

Finalmente uma quarta alumna encaminhada pela professora dirá:

- 2 bolinhas tem dois um $2 \div 1 = 2$.

Tabela 3. Proposta apresentada na Revista a Eschola Publica – 1896, [5, p. 73]

Tal proposta oportunizava, ao aluno, compreender acerca de uma determinada quantidade a partir da exploração do contador mecânico. O professor, ao permitir a exploração desse material, lançava questões que provocavam respostas de modo natural, ao contrário das questões prontas e formuladas.

9. Tornos: entre arranjos e combinações

De acordó com [5, p. 49], [...] *os torninhos ou tornos de sapateiro [...] eram pedaços de madeiras em forma de pauzinhos utilizados por muito tempo como auxílio para o ensino concreto de Aritmética*, por exemplo, para “compreender e memorizar a tabuada, [4, p. 36].

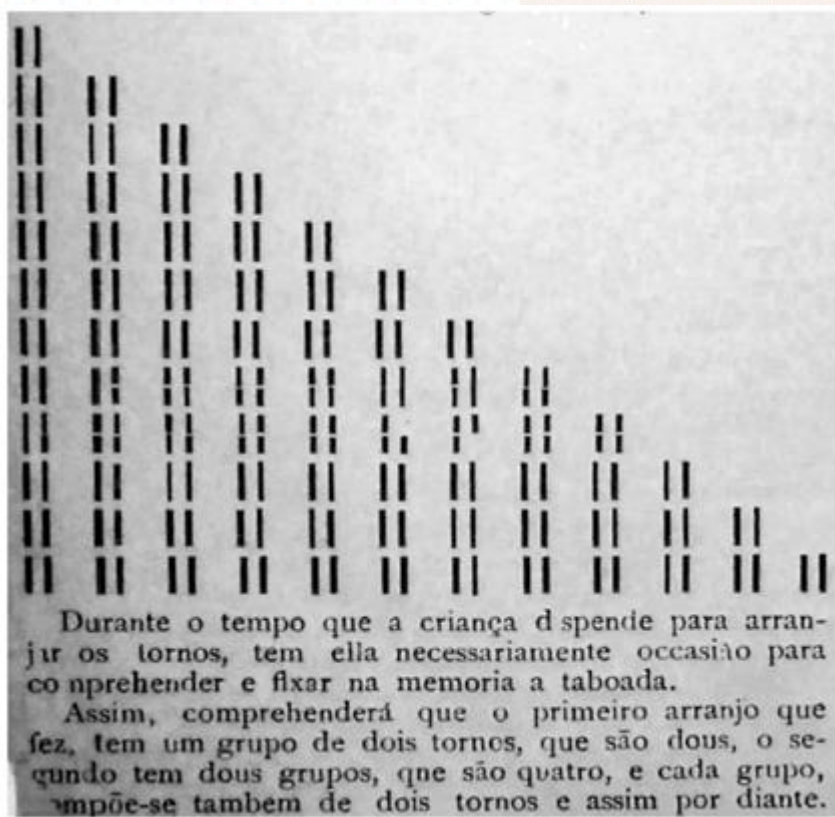


Figura 4. Exemplo para o ensino de tabuada utilizando tornos. **Fonte:** Rodrigues (2015a, p. 37).

Para [4, p. 37], durante a aula de aritmética pela observação e experimentação na abordagem intuitiva, as crianças,

[...] individualmente, dispõem as combinações numéricas. O manuseio das coisas nas diferentes sequencias numéricas favorece o entendimento das quantidades e a similaridades dos agrupamentos. Induzido pelo professor, o aluno diz a tabuada apontando para a linha que contém cada grupo mencionado. Por exemplo, ao proclamar “quatro dois são oito”, com o dedo deve indicar a quarta linha.

Partindo do saber mais simples para o de maior complexidade, com o emprego dos tornos, a autora sinaliza que o aluno obtinha a compreensão dos processos multiplicativos e com isto, de maneira natural assimilava e decorava a tabuada de multiplicar, assim se explicando:

Comparações entre unidade e quantidade, dadas pelo manuseio dos tornos, estabelecem a consciência do número e são ponto de partida para, além de ensinar as operações (firmado no método tradicional), formar o raciocínio infantil. A escrita do signo arábico aparece depois dos conceitos numéricos firmados no pensamento infantil e tem lugar nas aulas seguintes [4, p. 42].

A *Revista a Eschola Publica*⁸⁹, novamente em 1896, apresentou outra proposta, agora, de utilização da tabuada dos tornos, elaborada por Arnaldo Barreto, conforme Tabela 4:

| Operações com Tornos | Leitura oral | Operação Aritmética |
|----------------------|--|---|
| // + / = | “Dous mais um são três” | Adição |
| / + // = | “Um mais dous são três” | Adição |
| //// // // - / = | “De dez tirando-se um, ficam nove” | Subtração |
| // + // = /// - / | “Dous mais dous são quatro” “De três tirando-se um, ficam dous” | Simultânea. Adição e Subtração no mesmo exercício |
| //// // | “Tres grupos de dous tornos, tem seis tornos”, ou simplificando a | Multiplicação |

⁸⁹ O periódico *A Eschola Publica* (1890 – 1896) surgiu na intenção de organizar e divulgar o novo modelo de escola primária baseado nas concepções norte-americanas, (Rodrigues, 2015a, p. 21, grifos da autora).

| | | |
|---------|--------------------------------|---------|
| | linguagem “Tres dois são seis” | |
| /// /// | “Seis tem três dous” | Divisão |

Tabela 4. Proposta apresentada na Revista a Eschola Publica, em 1896 – SP, [4, p. 41].

No quadro negro, o professor escrevia a quantidade em riscos que deveria ser reproduzida pelas crianças nas carteiras usando os tornos. O manuseio desse material possibilitava diferentes agrupamentos, em combinações que facilitavam a interiorização dos conteúdos.

10. Jogos: diferentes abordagens

Analizou quatorze manuais⁹⁰ [16], elencados no Quadro 5, cujo objetivo fora o de compreender quais as diferentes abordagens dos jogos para o ensino de aritmética nos manuais pedagógicos, no período de 1930 a 1960 no Brasil, apoiada em pressupostos da História Cultural e da própria História da Educação Matemática, Tabela 5.

| | MANUAL | AUTOR | ANO | EDITORA | LOCAL DA EDITORA |
|----|---|--|------|----------------------------|-------------------------|
| 01 | A aritmética na –Escola Nova | Everardo Backheuser | 1933 | Livraria Católica | Rio de Janeiro |
| 02 | A nova metodologia de Aritmética | Edward Lee Thorndike | 1936 | Livraria Globo | Porto Alegre |
| 03 | Como se ensina Aritmética | Everardo Backheuser | 1946 | Livraria Globo | Porto Alegre |
| 04 | O ensino primário através da metodologia: programa completo' | Jarbas Resende | 1950 | Gráfica Guimarães | Leopoldina-Minas Gerais |
| 05 | Metodologia da Matemática | Irene de Albuquerque | 1951 | Conquista | Rio de Janeiro |
| 06 | Metodologia do ensino primário – 3ª edição | Theobaldo Miranda Santos | 1952 | Companhia Editora Nacional | São Paulo |
| 07 | Matemática no Curso Primário: sugestões para organização e desenvolvimento de programas (estudo preliminar) | Organizado pelo Ministério da Educação e Saúde | 1952 | INEP | Rio de Janeiro |

⁹⁰ Disponíveis no Repositório de Conteúdo Digital - UFSC

| | | | | | |
|----|--|--|------|----------------------------|----------------|
| 08 | Metodologia da Matemática – 2ª edição | Irene de Albuquerque | 1954 | Conquista | Rio de Janeiro |
| 09 | Jogos Infantis na Escola Elementar | Maria Elisa Rodrigues de Campos, Maria Augusta Álvares da Cunha e Ruth Gouveia | 1955 | INEP | Rio de Janeiro |
| 10 | Metodologia da Matemática – 3ª edição | Irene de Albuquerque | 1958 | Conquista | Rio de Janeiro |
| 11 | Didática Especial da 1ª série | Amaral Fontana | 1958 | Gráfica Editora Aurora | Rio de Janeiro |
| 12 | Manual do professor primário – 5ª edição | Theobaldo Miranda Santos | 1960 | Companhia Editora Nacional | São Paulo |
| 13 | Metodologia da matemática – 4ª edição | Irene de Albuquerque | 1960 | Conquista | Rio de Janeiro |
| 14 | Noções de didática especial | Theobaldo Miranda Santos | 1960 | Companhia Editora Nacional | São Paulo |

Tabela 5. Manuais utilizados por Schneider, [16, p. 77-78].

Como é possível observar, no quadro acima, os quatorze manuais foram escritos por oito autores distintos, os quais, em maioria seguiam os pressupostos escolanovistas. A partir de suas análises, Schneider (2017) agrupou-os em três categorias: [1] os exclusivamente teóricos; [2] os com apenas sugestões de jogos e [3] os que mesclavam as duas propostas anteriores.

A autora considerou os manuais pedagógicos como livros didáticos destinados ao uso do professor, que segundo ela, são elementos da chamada cultura escolar, conceituada por Julia como:

[...] um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas à finalidade que podem variar segundo as épocas.

Constatou haver, nos manuais, a indicação de uma grande diversidade de jogos para o ensino de aritmética, muito embora, destaque que o manual de Thorndike, apesar de, também, prescrever e referenciar, positivamente, o uso dos jogos para o ensino de aritmética,

[...] é comedido em defender que não se pode limitar a aritmética a jogos e ainda, para ele, todos os jogos são jogos de fixação, uma vez que os alunos já devem ter domínio do conteúdo ao jogar. Porém a fixação ocorreria, no trabalho com os jogos, de forma mais agradável e interativa [16, p.118].

Analisando os manuais de Backheuser, a pesquisadora destaca a indicação de um ensino de caráter, preferencialmente, social e que prepara os alunos para as vivências cotidianas vindouras. Além disso, indica que os jogos devem ser utilizados considerando a faixa etária dos estudantes e que

[...] o ensino deve, gradualmente, ir mudando de intuitivo para dedutivo, bem como os jogos devem ocorrer com menor frequência, o ensino deve ir se tornando cada vez mais especializado e a autoridade do professor irá diminuindo à medida que os alunos vão colaborando cada vez mais [16, p.106].

Os manuais de Albuquerque pressupõem, quanto à utilização dos jogos, a participação de todos os estudantes e a duração de um tempo máximo de 30 minutos em sua aplicação ou *corre-se o risco de perder-se a dimensão lúdica do mesmo*, [16, p. 146]. Outro aspecto evidenciado foi o de ser uma atividade de ensino prazerosa, além de favorecer em alguns casos o uso de materiais concretos para o ensino de matemática.

Um exemplo de jogo apresentado [16], e indicado no manual de Albuquerque, foi uma espécie de dominó para a fixação do conceito de equivalência das frações, conforme apresentado na figura 5. Note-se que logo abaixo da ilustração do dominó está prescrito o passo a passo da aplicação do jogo a fim de orientar ao professor como proceder durante sua aula. Entendemos tratar-se de um jogo utilizado para fixação de um conteúdo ministrado anteriormente, visto que demanda do aluno a leitura das frações e o preenchimento das cartas em branco com as frações equivalentes que correspondem a elas.

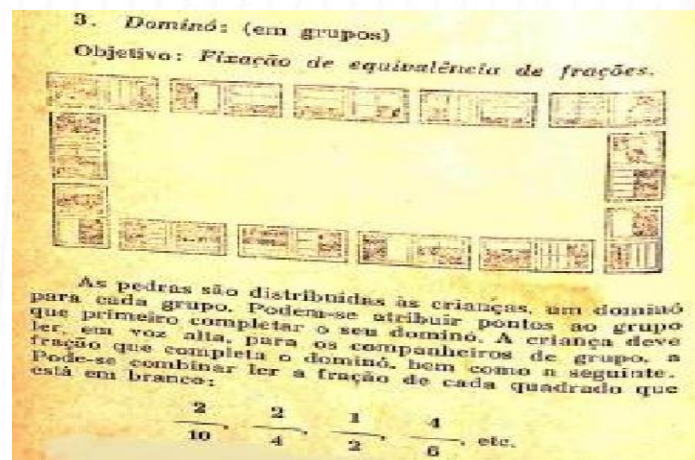


Figura 5. Jogo do Dominó, retirado do manual didático de Albuquerque – 1954, [16, p. 147].

A autora concluiu que [1] o jogo para o ensino de aritmética, assume uma variedade de papéis, que vão desde a fixação, treino, exercício e avaliação dos conteúdos propostos a aspectos de cunho psicológico, como a recreação, superação de dificuldades e promoção da sociabilidade e solidariedade; [2] os manuais analisados e suas indicações de jogos para o ensino de aritmética foram influenciados pelos pressupostos escolanovistas.

11. Algumas Considerações

Empreendemo-nos em responder a questão *Como e quais materiais didáticos foram utilizados, em diferentes tempos e lugares, e prescritos em programas de ensino, revistas e manuais pedagógicos e livros didáticos para o ensino de aritmética na Escola Primária brasileira?*, o que nos oportunizou identificar uma tese, quatro dissertações e oito trabalhos publicados nos Anais dos Seminários Temáticos do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática - **GHEMAT**, com os quais trabalhamos para compreendermos as intencionalidades da/na utilização de materiais didáticos no ensino de aritmética e suas possíveis transformações frente aos diferentes métodos e processos advindos das legislações vigentes, bem como seus elementos de distribuição e circulação.

Constatamos, como esperado, que todas as pesquisas assumiram os pressupostos da História Cultural, pois, trata-se de um referencial já apropriado pelo grupo há algum tempo, cujas fontes congregam documentos oficiais, revistas pedagógicas, manuais e livros didáticos.

Foi-nos possível a elaboração de alguns quadros que nos facilitou observações e análises da movimentação do que fora imputado nos interstícios dos recortes temporais feitos pelos autores selecionados.

A partir dos diferentes períodos e lugares verificamos, nesses trabalhos, a prescrição - ora em revistas pedagógicas, as quais se configuraram como um forte dispositivo de circulação das orientações vigentes para o ensino primário, ora em programas de ensino e livros didáticos - da tabuada, Cartas de Parker, Contadores Mecânicos, tornos e jogos e suas respectivas funções didático-pedagógicas, dentre elas, o deslocamento do uso da tabuada, que de Método, assim concebida no início do ensino ativo, passou a ser um suporte para professores e alunos no desenvolvimento das quatro operações atrelado a outros materiais manipuláveis, por exemplo, as moedas, com o advento do método intuitivo.

Reiteramos que as pesquisas aqui apresentadas denotam de material didático, implícita ou explicitamente, todo e qualquer objeto utilizado como instrumento na condução do processo ensino-aprendizagem dos saberes elementares aritméticos.

Referências

- [1] J. S. Cravo, *“Materiais de ensino e os saberes elementares matemáticos, Sergipe (1911-1931)”*. 118f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2016.

- [2] V. T. Valdemarin, *“Estudando as lições de coisas. Estudo sobre os fundamentos filosóficos do método de ensino intuitivo”*. Campinas: Autores Associados, 2004.
- [3] M.S. Portela, *“As Cartas de Parker na matemática da escola primária paranaense na primeira metade do século XX: circulação e apropriação de um dispositivo didático pedagógico”*. 199f. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba/PR, 2014.
- [4] D. L. P. Rodrigues, *“A tabuada em diferentes tempos pedagógicos: do ensino ativo para a escola ativa”*. 83f. Dissertação (Mestrado em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência). Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2015a.
- [5] J. S. Cravo, *“Os materiais didáticos utilizados no ensino primário dos saberes elementares matemáticos: uma análise aos documentos oficiais da década de 1930”* in XI SEMINÁRIO TEMÁTICO: A CONSTITUIÇÃO DOS SABERES ELEMENTARES MATEMÁTICOS DA ESCOLA PRIMÁRIA (1890-1971), 11, 2014, Florianópolis. Anais... Florianópolis: UFSC, 2014
- [6] A. F. Almeida, *“Apropriação de tabuadas no ensino de aritmética da escola primária paranaense: 1903-1932”*. 88f. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba/PR, 2016.
- [7] N. V. L. Pinheiro, W. R. Valente, *“Chega de decorar a tabuada! As Cartas de Parker e a Árvore do Cálculo na ruptura de uma tradição”*. Educação Matemática em Revista – RS. Ano 16, n. 16, vol. 1. EMR – RS, 2015. Disponível em: http://sbemrs.org/revista/index.php/2011_1/article/viewFile/157/109. Acesso em: 20 mar. 2019.
- [8] D. L. P. Rodrigues, *“A Trajetória da Tabuada nas Séries Iniciais: do Ensino Tradicional às Cartas de Parker”* in XI SEMINÁRIO TEMÁTICO: A CONSTITUIÇÃO DOS SABERES ELEMENTARES MATEMÁTICOS DA ESCOLA PRIMÁRIA (1890-1971), 11., 2014, Florianópolis. Anais... Florianópolis: UFSC, 2014a.
- [9] M. G. Siqueira Filho, *“Methodo Analytico Intuitivo na escola primária Espírito-Santense e o discurso de Carlos Alberto Gomes Cardim”*. Interfaces Científicas – Educação. Aracajú, v. 3, n.2, p. 33-42, fev. 2015.
- [10] W. R. Valente, *“Lourenço Filho e o moderno ensino de Aritmética: produção e circulação de um modelo pedagógico”*. História da Educação [online], Porto Alegre, v. 18, n. 44. set./dez., p. 61-77, 2014. Disponível em: <http://seer.ufrgs.br/index.php/asphe/article/view/46909/pdf_32> Acesso em: 17 jul. 2018.
- [11] W. R. Valente, *“Do Ensino Ativo para a Escola Ativa: Lourenço Filho e o Material de Parker para a Aritmética do curso primário”*. 36ª. Reunião Nacional da ANPED. Goiânia: GO, 2013. Disponível em: http://36reuniao.anped.org.br/pdfs_trabalhos_aprovados/gt02_trabalhos_pdfs/gt02_2746_teto.pdf. Acesso em: 20 mar. 2019

- [12] M. A. Oliveira, *“Antônio Bandeira Trajano e o método intuitivo para o ensino de aritmética – (1879-1954)”*. 142f. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Tiradentes, Aracaju, 2013.
- [13] W. R. Valente, *“Como Ensinar Matemática no Curso Primário? Uma questão de conteúdos e métodos, 1890-1930”*. Revista Perspectivas da Educação Matemática (UFMS). Mato Grosso do Sul, v. 8, n. 17, p. 192-207. 2015.
- [14] D. L. P. Rodrigues, *“Tabuada em Tempos de Ensino Ativo no Estado de São Paulo: Cartas/Mapas de Parker”* in XII SEMINÁRIO TEMÁTICO SABERES ELEMENTARES MATEMÁTICOS DO ENSINO PRIMÁRIO (1890-1970): O QUE DIZEM AS REVISTAS PEDAGÓGICAS? 12., 2015, Curitiba. Anais... Curitiba: PUC-PR, 12., 2015b. v. 1. p. 237-246.
- [15] D. Julia, *“A cultura escolar como objeto histórico”*. Revista Brasileira de História da Educação. Campinas, SP. SBHE/Editora Autores Associados. Jan/jun. no. 1, 2001.
- [16] C. Schneider, *“Jogos para o ensino de aritmética em manuais pedagógicos de 1930-1960 no Brasil”*. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica). Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Santa Catarina, 2017.

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



RELATOS COLECTIVOS: TESTIMONIO, EXPERIENCIA Y HISTORIA

COLLECTIVE NARRATIVES: TESTIMONY, EXPERIENCE AND HISTORY

Cídia Paula da Costa-Alves Liliane dos Santos-Gutierre***

Resumen: este artículo tiene la finalidad de señalar las reflexiones iniciales sobre los puntos en común de los relatos de los coordinadores/profesores y egresados que vivenciaron/vivencian la Maestría Profesional de Enseñanza de Ciencias Naturales y Matemáticas. Estas reflexiones son el resultado de un estudio que produjo ocho relatos (registrados por medio de la Historia Oral) en el cual se revelaron entendimientos sobre el tema. Estamos elaborando nuestra disertación de la Maestría, el cual es vinculado al Programa de Posgraduación de Enseñanza de Ciencias Naturales y Matemáticas (PPGECNM) de la Universidad Federal de Rio Grande do Norte (UFRN), cuyo objetivo general es la elaboración de un estudio historiográfico al respecto del entendimiento sobre la Maestría Profesional del Programa de Posgraduación de Enseñanza de Ciencias Naturales y Matemáticas de la UFRN, en el período que comprende el año 2002 hasta el 2016. El análisis de los testimonios orales que presentamos aquí se basa en el análisis de las narraciones de los relatos. Tal diálogo permitió comprender de qué manera sucede la construcción de sentidos y significados relacionados a la Maestría Profesional para esas personas. Estamos conscientes de que la investigación se encuentra en pleno proceso, sin embargo, sabemos que es de gran relevancia la divulgación de nuestra propuesta y de nuestros esfuerzos para escribir otras versiones sobre el tema, en tan renombrado evento de la Historia de la Enseñanza de las Matemáticas, con el objeto de hallar contribuciones para el progreso de la investigación.

Palabras clave: Relatos, Maestría Profesional, Historia Oral, construcción de experiencias y sentidos.

Abstract: this article aims to point out initial reflections about what commonly appears between the narratives of the coordinators/teachers and alumni that lived/ lives the Teaching Natural Sciences and Mathematics Masters Degree Program. The reflections are the result of a study that produced eight narratives (registered through Oral History) in which revealed understandings about the subject. We are working on our master's dissertation which is linked to the Teaching Natural Sciences and Mathematics Masters Degree Program (PPGECNM) of the Federal University of

* Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Brasil. Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, Brasil. Secretaria de Estado da Educação e da Cultura, Brasil. E-mail: cidiapaula@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2341-0841>

** Matemática Licenciatura Plena, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Brasil. Doutorado em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Brasil. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Brasil. E-mail: lilianegutierre@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6124-7769>.

Rio Grande do Norte (**UFRN**) whose objective is to elaborate a historiographical study about the Professional Master's Program from the Teaching Natural Sciences and Mathematics Masters Degree Program (**PPGECNM**) of the Federal University of Rio Grande do Norte (**UFRN**), from 2002 to 2016. The analysis of oral allowed us to understand how the construction of experiences and meanings relates to the Professional Master's Degree is given to these people. We are aware that the research is still in progress but in order to find contributions to the progress of the research, we believe it is crucial to disclose our proposal and efforts to write other versions on the subject at such a renowned event in the History of Mathematics.

Key Words: narratives; Professional Master's Degree; oral history, construction of experiences and meanings.

1. Introdução

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (**CAPES**) define o Mestrado Profissional em Ensino (**MPE**) como uma modalidade de Pós-Graduação *Stricto Sensu* que oferece cursos de natureza profissional, visando à capacitação científica e aplicada de professores da Educação Básica e/ou profissionais de ensino formal (escolas e instituições educacionais nos diversos níveis de ensino) e não formal (museus e centros de ciências, arte e cultura, centros de saúde e similares, entre outros) nos diferentes campos de conhecimento, [1].

Nesse artigo, trazemos depoimentos orais ligados a história do Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (**CMPECNM**) da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (**UFRN**). Ele é um recorte de uma dissertação de mestrado que tem por objetivo geral: escrever uma historiografia das compreensões dos professores e egressos do referido Curso, no período de 2002 a 2016. Para alcançar esse objetivo, dedicamo-nos aos estudos sobre narrativas, constituídas como *corpus* documental, por primazia, em análises para a pesquisa em História da Educação Matemática.

Na perspectiva de evidenciar a fala dos depoentes, apresentamos, aqui, narrativas sobre a constituição do **CMPECNM** da **UFRN**, a partir, principalmente, das informações fornecidas por sete docentes e um egresso do Curso, para a construção de uma trama. O termo trama aqui é entendido sob a perspectiva de [2, p. 45], de que os [...] *historiadores narram tramas, que são tantas, quantos forem os itinerários traçados por eles*. A trama tece os diferentes pensamentos que compõem a narrativa e, nesse aspecto, todas as ideias têm seu valor de juízo, pois o pesquisador, ao escolher o itinerário para descrever aquilo que se atém aos fatos, deve fazer compreender a trama.

A importância dessa escrita acerca do **CMPECNM/UFRN**, que foi o primeiro Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática efetivado na modalidade profissionalizante no ano de 2002, está na necessidade de contar a sua trajetória no que diz respeito às representações individuais dos professores e dos egressos sobre o **MPE**, como sujeitos imersos no seio de um grupo sociocultural e histórico. Por sua vez, isso nos proporcionou revelar os entendimentos adquiridos, durante esse processo, bem como as adequações necessárias para o fortalecimento do Curso no que

se refere às práticas da pesquisa nessa modalidade de ensino e ao desenvolvimento expressivo que contribuiu para a sua consolidação.

2. Procedimentos de Pesquisa

O presente estudo situa-se no campo das pesquisas educacionais de abordagem qualitativa que privilegia o conhecimento da evolução cultural, a partir de uma aproximação profícua com os atores sociais no próprio contexto institucional. Quanto a esse tipo de pesquisa, [3] esclarece que:

São muitas as interpretações que se tem dado à expressão pesquisa qualitativa e atualmente se dá preferência à expressão abordagem qualitativa. Entre os mais diversos significados, conceituamos abordagem qualitativa ou pesquisa qualitativa como sendo um processo de reflexão e análise da realidade através da utilização de métodos e técnicas para compreensão detalhada do objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou segundo sua estruturação. Esse processo implica em estudos segundo a literatura pertinente ao tema, observações, aplicação de questionário, entrevista e análise de dados, que deve ser apresentada de forma descritiva. [1, p. 37].

Nesse sentido, desenvolvemos o processo de pesquisa, balizando-nos em percepções que nos aproximaram da realidade do tema, a partir de métodos e técnicas que nos possibilitaram a compreensão do que estamos estudando. Segundo [4] *a pesquisa qualitativa é, algumas vezes, definida como pesquisa interpretativa*, por conseguinte, ela exige do pesquisador a sensibilidade de perceber e interpretar aquilo que vê e ouve.

Para realizar o levantamento das informações necessárias à análise da história que queremos contar, optamos principalmente pela utilização de entrevistas de História Oral, com três coordenadores: Bernadete Barbosa Morey, Ivanise Cortez de Sousa Guimarães e Claudianny Amorim Noronha; cinco professores: Francisco Bandeira de Assis, John Andrew Fossa, André Ferrer Pinto Martins, Márcia Gorette Lima Silva e um egresso: Marta Figueredo dos Anjos, pessoas que fizeram/fazem parte do **CMPECNM** da **UFRN**. Esses depoentes dispuseram-se a contribuir com o estudo, narrando sua participação e seus pontos de vista acerca dos diversos desdobramentos, decorrentes da implantação e do andamento do Curso.

A maioria desses depoentes atuava no Curso desde sua fundação, ou seja, cerca de 17 anos, o que nos permitiu considerar que as informações por eles fornecidas eram representativas das principais orientações e mudanças pelas quais o Curso passou ao longo desse período. Com base no roteiro de entrevista, abordamos com os depoentes diversas temáticas com a intenção de perceber a relação deles com o **MPE**; conhecer a importância que atribuíam a sua participação no **MPE**; entender como se deu a trajetória dos professores e egressos no decorrer desse processo; conhecer as concepções dos professores sobre o **MPE**, sobretudo o Produto Educacional.

De posse dessas informações e das encontradas nos documentos oficiais, em especial, os Documentos de Área de Ensino referentes aos anos de 2013 e 2016, a Apresentação de Propostas de Cursos Novos (**APCN**) dos anos de 2016 e 2017, e os Relatórios de Avaliação alusivos as trienais de 2010 e 2013 e

quadrienal de 2017, pudemos, então, contar uma história desse MPE por meio de narrativas. Para análise dessas narrativas, apoiamos-nos nas ideias de [5]. Segundo eles:

As narrativas oferecem em si a possibilidade de uma análise, se concebemos análise como um processo de produção de significados a partir de uma retroalimentação que se inicia quando o ouvinte/leitor/apreciador de um *texto* se apropria deste *texto*, de algum modo, tecendo significados que são seus, mesmo que produzidos de forma compartilhada com o *autor* do *texto*, e constrói uma trama narrativa própria que será ouvida/lida/vista por um terceiro, que por sua vez, retorna ao início do processo. [5, grifo dos autores].

Essa foi a prática na nossa análise, olhar os rastros, os sinais e os resquícios deixados nos registros orais, sem distorcê-los, tampouco, julgá-los quanto sua veracidade e profundidade. Nossa perspectiva foi esclarecer como os coordenadores, os professores e os egressos percebem suas experiências dentro de um mesmo contexto, como se colocam e quais sentidos dão para a história narrada. Na análise procuramos colocar em realce questões, consentimentos e divergências de opiniões que o **CMPECNM** desencadeou durante sua trajetória e, ao mesmo tempo, sugerir pontos de reflexão que possam contribuir para impulsionar o processo de consolidação do Curso.

Em nosso caso, ainda na perspectiva de [6] a elaboração da trama aqui apresentada surgiu de uma explanação oral que depois de gravada e textualizada, acima de tudo, sustentada pelos documentos escritos e orais, pode-se ganhar sentido e ser construída com informações que, por ventura, encontram-se no campo do esquecimento do narrador.

3. A Produção dos Dados

Para se contar uma história precisamos delimitar seu começo. Essa é uma história que ainda não foi contada, até o momento, não na perspectiva que almejamos narrar. Vamos começar pela implementação do **CMPECNM/UFRN**, em 2002, a partir, principalmente, das informações fornecidas pelas pessoas que passaram nos tempos e espaços aos quais vou me referir aqui.

Mas, para falar sobre isso, precisamos destacar que os Programas de Pós-Graduação no Brasil foram regulamentados no ano de 1965, segundo o Parecer CFE nº 977/65. Esse documento apresenta o conceito de Pós-Graduação *Sensu Stricto* como o ciclo de cursos regulares em segmento à graduação, sistematicamente organizados, visando desenvolver e aprofundar a formação adquirida no âmbito da graduação e conduzindo a obtenção de grau acadêmico em nível de mestrado acadêmico e doutorado [7, p. 166].

Naquela época, década de 1960, já havia indícios da necessidade de formação acadêmica sólida para atender a demanda de profissionais aptos a solucionar problemas que surgissem. Os Mestrados Profissionais (**MP**) foram pensados como cursos de Pós-Graduação que formam mestres em diferentes áreas profissionais, qualificando-os cientificamente, a fim de fomentarem a produção do conhecimento no sentido de promoverem o desenvolvimento econômico e social para a sociedade em geral. Os primeiros cursos de MP dirigiram-se as áreas não ligadas à docência como a área de Engenharia, de Administração e da Saúde, [8].

No tocante à docência, temos a área de Ensino que se interessa pelas causas ligadas aos problemas cotidianos que os professores vivenciam em suas práticas. Os **MP**, na época, foram considerados projetos ambiciosos que pretendiam atingir efetivamente o professor. Os nascedouros dos primeiros Cursos de **MP** na área de Ensino foram as regiões Nordeste e Sul, do País. O primeiro curso na área de ensino foi o Mestrado Profissional em Ensino de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (**UFRGS**), com sede em Porto Alegre, capital do Estado do Rio Grande do Sul. O Curso foi aprovado oficialmente pela **CAPES**, em 2002. O seu primeiro coordenador foi o pesquisador em Ensino de Ciências, o então professor Marco Antônio Moreira e coordenador da área 46 da **CAPES**, conhecida como a antiga área de Ensino de Ciências e Matemática. Entretanto, o primeiro Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, efetivado nessa modalidade de ensino, teve suas atividades interrompidas, em 2016, devido ao enfrentamento das dificuldades e das sucessivas mudanças que foram surgindo no processo de implementação da proposta, [9].

Também em 2002, foi implantado o **CMPECNM/UFRN**. Essa Instituição de Ensino Superior fica localizada na cidade Natal, capital do estado do Rio Grande do Norte. A Universidade foi criada em 25 de junho de 1958, 61 anos de tradição em pesquisas acadêmicas. Vale ressaltar que a **UFRN**, até 2017, era a única universidade pública a oferecer este curso de Pós-Graduação, na região Nordeste, segundo os dados publicados na Avaliação Quadrienal (2014-2017) [1]. A população-alvo desse Curso é, prioritariamente, professores em exercício, nas áreas de ensino em Biologia, em Física, em Matemática e em Química, ou áreas afins, como a Pedagogia, a Engenharia. Os primeiros registros das atas de reunião do Colegiado do **PPGECNM/UFRN** começaram a partir de 2005. O professor Ciclamio Leite Barreto foi o primeiro coordenador do Curso.

Esse projeto encontrou um apoio inicial significativo por parte da maioria dos professores de Física, principalmente daqueles que vislumbravam o **MP**, na verdade, partiu da iniciativa deles, a realização dessa modalidade de ensino. Como não era possível começarem sozinhos esse projeto, convidaram os docentes do Departamento de Matemática, para criarem o primeiro Programa nessa modalidade. Embora esses docentes apresentarem interesse em um projeto dessa natureza, nenhum deles possuía tradição na pesquisa em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, pois todos atuavam como pesquisadores em Educação [11]. Bernadete Barbosa Morey orientava dissertações de Mestrado Acadêmico no Centro de Educação da **UFRN**. Professora de Matemática da **UFRN**, desde 1997. Depois de se aposentar, em 2018, ficou como professora voluntária na mesma instituição, orientando pesquisas e participando de bancas examinadoras. Ela foi uma das convidadas a participar desse projeto:

Então, os professores do Departamento de Física se animaram para fazer o mestrado, certo? Foi mais puxado por eles, foram mais entusiastas do que nós do ensino de Matemática... [...] -Vai ser difícil com esse corpo docente, vai ser difícil... Não temos condições. (Entrevista, Bernadete Barbosa Morey).

Bernadete deixa claro que sua maior preocupação era o corpo docente, pois naquele período, só havia três professores de matemática, ela, John Andrew Fossa e Arlete Brito de Jesus.

Em sua declaração, a professora Bernadete deixa explícito as dificuldades que existiam, sobretudo por não terem a devida clareza sobre as finalidades do **MP**. O seu colega de trabalho, o professor John Andrew Fossa, iniciou suas pesquisas na área de ensino sem compreender muito bem do que se tratava: *No início, ninguém sabia de nada. Ninguém sabia o que era. Eu, simplesmente, considerei-o como sendo outro Mestrado Acadêmico.* Não havia clareza quanto as diferenças entre o Mestrado Profissional e o Mestrado Acadêmico, não entendiam a finalidade e a natureza dessa proposta inovadora, sobretudo porque alguns daqueles professores acreditavam que no Mestrado Acadêmico poderiam ser atingidos os mesmos objetivos do Mestrado Profissional.

Aos poucos foram formando o primeiro grupo de docentes do Curso, aqueles que apostavam no projeto incentivaram os outros, que pareciam meio desacreditados com a proposta. Naquela época, eles eram uma minoria, e sabiam das dificuldades que iriam enfrentar. Na opinião dos docentes entrevistados, os primeiros anos do **MP** foram marcados como uma experiência única de um grupo perseguindo uma nova proposta e de grande valor para o ensino de Ciências Naturais e Matemática. O grupo de docentes constitui-se e continuou constituído de forma heterogênea, abarcando não somente pesquisadores com formação específica em Educação, mas também docentes que, apesar de possuírem vasta experiência em pesquisas sobre temas contemporâneos, tinham participação diferenciada no projeto.

As primeiras dificuldades do Curso surgiram logo quando iniciaram as primeiras turmas, como declara a professora Bernadete Morey:

Era muito confuso. Não existia essa modalidade no Brasil. O primeiro Mestrado Profissional a ser implantado foi o do Rio Grande do Sul (**RS**). O segundo a ser criado acho que foi o nosso. Na verdade, nós aceitamos a proposta de Antônio Moreira. Ele acreditava muito nesse modelo, certo? Tanto é que, o Programa deles funcionava muito bem. Mas, o fato é que nós não entendíamos muito bem como funcionava essa modalidade. Nós não tínhamos organizado nenhum outro Programa, nem acadêmico, nem profissional, certo? Todos nós fomos formados em um Mestrado Acadêmico. A nossa concepção era de um Mestrado Acadêmico (Entrevista, Bernadete Barbosa Morey).

Os problemas iam desde o entendimento da modalidade até a formação acadêmica do corpo docente. Os professores que se fizeram presentes, desde o início do curso, relatam as aflições que sofreram para fazer as coisas funcionarem. Por exemplo, a professora da área do ensino de Química, Márcia Gorette, que esteve como vice-coordenadora do Programa diz que:

Foi uma década de construção, do coletivo, até nós podermos entender, porque nós somos formados num Programa Acadêmico, então, por exemplo até no texto em si, nós não entendíamos qual era a característica que tinha que ter o Mestrado Profissional. Nós achávamos que esse formato teria que ser um formato acadêmico. (Entrevista, Márcia Gorette Lima Silva).

Para esses professores, não possuir formação em cursos de **MP** foi um dos obstáculos para conhecer, entender e aplicar as propostas de um MP. Tendo em conta que as ideias do **MP** estavam centradas na mente de um único mentor, foi preciso saber como ele pensava, como lembra a Márcia Gorette:

O Mestrado Profissional foi pensado na cabeça do Marco Moreira, ele era o coordenador da Área, então, nós tínhamos que entender o que o Moreira estava pensando, e partir disso, saber o que nós professores, que estávamos dentro da escola, fazíamos, e assim, saber qual era a nossa identidade. E dali buscar a essência, que era saber qual o objetivo e o papel do Mestrado Profissional, para então, desenvolver ações, estudar e formar os nossos professores (Entrevista, Márcia Gorette Lima Silva).

Entender o sentido que tinha o **MP** para a formação continuada de professores da Educação Básica, foi um grande entrave, também, na orientação das pesquisas. A professora Ivanise Cortez afirma que para suprir a falta de experiência nessa área foi preciso superar os desafios da sua formação:

Isso dificultou, no meu caso, por exemplo, na orientação, pensando nesse referencial teórico da área de ensino. Então, enquanto eu formava alguém, eu estava me formando. [...] fui me formando junto com eles. Essa foi uma grande dificuldade, porque formamos profissionais na área de ensino, quando nossa formação não era em ensino. (Entrevista, Ivanise Cortez de Sousa Guimarães)

Ela sentia que sua prática precisava ser diferenciada para trabalhar com formação de professores. Assim, a prática de desenvolver pesquisas em ensino proporcionou uma busca incessante pelo aprendizado no tocante a formação de professores. De fato, a condução do curso, em termos do docente formar um professor pensando na melhoria da sua prática, parte do pressuposto de que esses docentes precisavam aprender suas metodologias de ensino para efetivamente poder inovar em sua prática.

Os professores contam que, nos primeiros anos de Curso, não havia o entendimento do que fosse o Produto Educacional. Eles salientaram, de modo geral, que o desenvolvimento desse material educacional não se apresentava de maneira explícita nos documentos. Vários relatos, em suas opiniões, descrevem a falta de conhecimento do que realmente significava aquele Produto para uma dissertação de Mestrado Profissional.

Sobre Produto Educacional, alguns deles nem sabiam da sua existência, outros até sabiam, mas não entendiam como deveriam proceder, como nos relata o professor John Fossa: [...] *eu nem sabia que existia esse Produto, então as bancas também não sabiam, não se importavam com isso, não havia problema nenhum*. Com a mesma opinião o professor André Ferrer:

[...] o entendimento foi acontecendo, paulatinamente. Desde o início, nós sabíamos que tinha que ter o Produto, mas, ele ficava, muitas vezes, no meio da dissertação, meio implícito, algo produzido como um texto, mas que ficava dentro dos capítulos. (Entrevista, André Ferrer Pinto Martins);

E a professora Bernadete Morey:

[...] nós cometemos um erro, um erro mais do que infantil. Sabíamos que tinha que ter um Produto Educacional, mas pensávamos assim: *Que o aluno escrevia a dissertação e nos últimos seis meses, sei lá, fazia um produto educacional, extraía da dissertação um produto educacional* (Entrevista, Bernadete Barbosa Morey).

Com o passar do tempo que houve a progressiva tomada de consciência por parte dos pesquisadores em ensino, sobre a complexidade da tarefa. Porém, na opinião de alguns professores, o entendimento sobre o Produto Educacional abrange aspectos variados. No caso da professora Claudianny Amorim Noronha que esteve como coordenadora do Programa por quase dois anos, logo nos primeiros anos de funcionamento, já relata que eles não tinham dúvidas quanto a isso:

Em relação ao Produto, eu não via muito problema, nem os professores. As maiores dificuldades, que nós percebíamos, eram em relação a estética de apresentação desse Produto, então, como eu apresento esse Produto? O Produto precisa ser apresentado no corpo da dissertação e também destacado? Ou basta que ele seja destacado da dissertação? Então, isso era uma dificuldade. Todo mundo era muito perdido nisso. Porque, no Acadêmico, nós não tínhamos essa preocupação de ter algo pronto para uso público. O que nós tínhamos era o desenvolvimento da pesquisa. (Entrevista, Claudianny Amorim Noronha).

No geral, não foi essa percepção, da maioria dos professores, pois eles declararam que não entendiam o que representava esse Produto. Aqui se ver os conflitos que existiram, naquela época, para se chegar a uma conclusão do que realmente significava um Produto Educacional.

Contudo, as discussões sobre o Produto Educacional eram recorrentes entre os professores, inclusive o professor Francisco de Assis Bandeira relembra bem como se davam esses momentos:

Eram discutidas entre o grupo de professores, porém cada professor, em si, tem a sua responsabilidade intelectual e profissional. Então, discutia-se isso entre os pares, mas ninguém podia fazer nada com uma pessoa que também é esclarecida. Ele tinha a concepção de conhecimento pedagógico, mas não direcionado para sala de aula da Educação Básica, era direcionado mais como um pré-requisito para outro conhecimento da matemática. Não tinha como impedir! Não tem uma lei que impeça isso, apenas orientações. (Entrevista, Francisco de Assis Bandeira).

Percebemos que dentro daquele grupo havia aquele profissional que ainda se apresentava resistente a considerar a elaboração do Produto Educacional numa dissertação de **MP**. Precisou de tempo e convencimento de outros professores para que esse profissional admitisse a necessidade de se fazer um Produto. São marcas de lutas e acordos entre grupos no sentido de sustentar o projeto e manter ou alcançar *lugar* na academia. Sem dúvida, o Produto Educacional, para um **MP**, representa o resultado final de pesquisa profissional aplicada, mediante o seu desenvolvimento, ou seja, o trabalho final com a escrita de um relato de experiência que o professor/pesquisador pesquisa no âmbito educacional que resultaria, possivelmente, na melhoria do ensino na área específica.

Entretanto, no início, como essa proposta não estava clara na mente dos professores, alguns de suas orientações deram-se sem o devido desenvolvimento desse Produto. Esse fato ocorreu com alguns professores, como lembra a professora Bernadete Morey:

[...] nas primeiras dissertações não há Produtos Educacionais, isso pela falta da concepção nossa que era muito confusa, não era uma coisa clara, certo? Alguns dos mestrandos iam construindo a

dissertação e depois dava até para tirar dali algumas coisas para fazer o Produto Educacional, só que não tínhamos mais tempo, certo? Fizemos muito isso, fizemos muito isso...(Entrevista, Bernadete Barbosa Morey).

Nesses casos, as pesquisas envolveram estudos não vinculados aos problemas originados na prática profissional dos professores de Ensino Básico, mas próximos das pesquisas desenvolvidas nos Mestrados Acadêmicos. Não raro, o Mestrado Profissional era confundido como o Acadêmico, como diz André Ferrer Pinto Martins: *As pesquisas tinham, muitas vezes, caráter, que eram até um pouco mais acadêmico que profissional, como se caracteriza hoje.*

A seguir, destacamos um depoimento de uma egressa em que é possível perceber essa realidade. Nestes trechos, Marta Figueredo conta como estava sendo desenvolvida sua pesquisa e como ela foi idealizada pelo seu orientador:

O tipo de pesquisa que queríamos realizar não tinha intenção de desenvolver um Produto Educacional, não havia essa ideia. [...] achávamos que a dissertação poderia até ser o próprio Produto Educacional, ou seja, o estudo que desenvolvêssemos na dissertação era o Produto Educacional. No meu caso, o Produto Educacional foi a História dos Números Negativos. Isso, por si só, era o Produto Educacional, essa era a visão que eu tinha, na época. (Entrevista, Marta Figueredo dos Anjos).

4. Conclusões

Nosso trabalho, ainda não concluído, procura dilinear e interpretar a concepção dos docentes e egressos quanto as pesquisas desenvolvidas no âmbito de um **MP**, a partir de suas falas, focalizando, de um lado as dificuldades da tarefa objetiva de construir um programa que de fato conseguisse elevar o desenvolvimento profissional dos professores da rede básica, e de outro lado, o investimento subjetivo necessário para que o grupo de professores conseguisse enfrentar esses desafios e encontrar estratégias de sustentação.

Nossa colaboração poderá ser valiosa para a área de Ensino de Ciências Naturais e Matemática, com a escrita de uma narrativa que possa proporcionar situações de reflexão para os interessados na formação continuada de professores de Ciências Naturais e Matemática, pois o estudo realizado contou com a história de pessoas muito envolvidas nesse processo. De toda forma, os Mestrados Profissionais estão espalhados por todo país e, sem dúvida, merece um olhar mais crítico quanto as contribuições que esses cursos vêm colocando na carreira profissional desses professores.

Referências

- [1] Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, Documento de Área, 2016.
- [2] P. M. Veyne, *Como se escreve a história Foucault revoluciona a história*. 4ª. ed. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2008.
- [3] M. M. Oliveira, *Como fazer pesquisa qualitativa*. 7ª. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2016.

- [4] R. E. Stake, "*Pesquisa qualitativa: estudando como as coisas funcionam*". Tradução: Karla Reis. Porto Alegre: Penso, 2011, 263 p.
- [5] F. G. Cury, L. A. Souza, e H. Silva, "*Narrativas: um olhar sobre o exercício historiográfico na Educação Matemática*", agosto 2014. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v28n49/1980-4415-bolema-28-49-0910.pdf>
- [6] F. G. Cury, "*De narrativas a análises narrativas: reflexões sobre a análise de depoimentos em pesquisa de história da educação (matemática)*", Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, vol. 6, no. 1, pp143-164, abril 2013.
- [7] BRASIL. *Parecer do CFE nº 977/65*, aprovado em 3 dez 1965.
- [8] J. R. RIBEIRO, "*O Mestrado profissional na política atual da CAPES*". Revista Brasileira de Pós-Graduação, v. 2, n. 4, p. 8-15, julho 2005.
- [9] E. Barolli. et al., "*O Mestrado Profissional em Ensino de Física da UFRGS: Reconstrução de uma história*", Revista Ensaio, vol. 19, e. 2595, outubro 2017.
- [10] *Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, Plataforma Sucupira*. Disponível em: <https://www.capes.gov.br/36-noticias/8691-capes-divulga-resultado-final-da-avaliacao-quadrinial-2017>.
- [11] W. P. A. Cardoso, "*Educação Matemática na Pós-Graduação da UFRN (1995-2015): vozes, imagens e escritos*", Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil, 2017.



CADERNOS DE ARITMÉTICA DE ESTUDANTES BRASILEIROS (1950-1970)

CUADERNOS DE ARITMETICA DE ESTUDIANTES BRASILEÑOS (1950-1970)

*Anieli Joana de Godoi.**

Resumo: o objetivo deste poster é apresentar um mapeamento de cadernos escolares de aritmética de alunos do ensino primário brasileiro, que decorre da realização de uma pesquisa no campo da História da Educação Matemática (**HEM**) que investiga os registros feitos por estes alunos, em tempos do Movimento da Matemática Moderna (**MMM**), e se delimita nos anos de 1950 até 1970. De acordo com Antonio Viñao (2008), os cadernos são considerados como um produto da cultura escolar, de modo que ao estudá-los podemos observar quais foram as marcas deixadas por professores e alunos. A busca por estas fontes se deu no Repositório de Conteúdo Digital (**RCD**) da Universidade Federal de Santa Catarina (**UFSC**), acervo digital que armazena diversos materiais para pesquisas históricas. Dos 362 cadernos escolares disponibilizados, 203 são relativos ao período de 1950 até o ano de 1970 (data base julho/2019). Alguns destes cadernos são de outras áreas do conhecimento, como geografia, história, etc., restando 162 cadernos da disciplina de matemática (aritmética, geometria, desenho), dos quais 100 cadernos são específicos de aritmética. Refinando a busca por nível de ensino, finalmente identificamos 29 exemplares do 1º ano, 23 do 2º ano, 7 do 3º ano, 24 do 4º ano, 4 do 5º ano e 13 estão sem a identificação da turma em que foram utilizados. Este levantamento permitiu definir o *corpus* para o andamento da pesquisa em desenvolvimento. A divulgação de tais resultados potencializa outras pesquisas que possam se apoiar no mesmo tipo de documento inserido ou outros diversos disponibilizados no **RCD**.

Palavras-chave: Repositório de Conteúdo Digital, Cadernos escolares, estudantes brasileiros, Aritmética.

Resumen: el objetivo de este póster es presentar un mapeo de cuadernos escolares de aritmética de estudiantes de la escuela primaria brasileña, que resulta de una investigación en el campo de la Historia de la Educación Matemática (**HEM**) que investiga los registros realizados por estos estudiantes, en tiempos del Movimiento de la Matemática Moderna (**MMM**). Según Antonio Viñao [2], los cuadernos son considerados un producto de la cultura escolar, por lo que al estudiarlos podemos ver cuáles fueron las marcas dejadas por profesores y alumnos. La búsqueda de estas fuentes tuvo lugar en el Repositorio de Contenido Digital (**RCD**) de la Universidad Federal de Santa Catarina (**UFSC**), una colección digital que almacena diversos materiales para la investigación histórica. De los 362 cuadernos escolares disponibles, 203 son de los años 1950 hasta 1970 (fecha base julio / 2019). Algunos de estos cuadernos son de otras áreas del conocimiento, como geografía, historia, etc., dejando 162 cuadernos de la disciplina matemática (aritmética, geometría, dibujo), de

*Licenciada em Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil. Mestranda em Educação Cinética e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil. E-mail: anieligodoi@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0001-8396-2958>.

los cuales 100 cuadernos son específicos de la aritmética. Refinando la búsqueda por nivel educativo, finalmente identificamos 29 copias del 1er grado, 23 del 2do grado, 7 del 3er grado, 24 del 4to grado, 4 del 5to grado y 13 no tienen la identificación de la clase en la que se usaron. Esta encuesta permitió definir el *corpus* para el progreso de la investigación en desarrollo. La difusión de dichos resultados mejora otras investigaciones que pueden basarse en el mismo tipo de documento insertado o en varios otros disponibles en el **RCD**.

Palabras clave: Repositorio de Contenido Digital, Cuadernos escolares, Aritmética, estudiantes brasileiros.

Abstract: the objective of this poster is to present a mapping of arithmetics school notebooks of Brazilian primary school students that comes from a research in the field of History of Math Education (**HEM**) that investigates the registries made by these students, in times of the Movement of Modern Math (**MMM**) during the year of the 1950 to 1970. According with Antonio Viñao [2], the notebooks are considered a product of school culture that by studying them is possible to observe the marks left by the teachers and students. The search for these sources were made in the Digital Content Repository (**RCD**) of the Universidade Federal de Santa Catarina (**UFSC**), digital collection that stores materials for historical research. Of the 362 school notebooks available, 203 dated from 1950 to 1970 (base date july/2019). Some of those are from other disciplines like geography, history, etc. remaining only 162 that are related to math (arithmetics, geometry, drawing), and only 100 are specific to arithmetics. Filtering the search by grades we finally identified 29 exemplars from the 1st grade, 23 from the 2nd grade, 7 from the 3rd grade, 24 from the 4th grade, 4 from the 5th grade and 13 don't have the identification from the grade they were used in. This survey allowed to define a **CORPUS** to the development of the ongoing investigation. The propagation of these results potentializes other researches that can take support on the on the same type of document inserted or others available in the **RCD**.

Key Words: Repository of Digital Content, school notebooks, arithmetics.

1. Introdução

Este trabalho decorre da realização de uma pesquisa na formação de professores, no campo da História da Educação Matemática (HEM), que segundo Valente [1, pp. 24] *é um tema de estudos históricos, uma especificidade da história da educação*. Além disso, conforme aborda Valente [1, pp. 28], a importância em se realizar pesquisa neste campo é a de considerar que *um professor de matemática mantenha uma relação a-histórica com seus antepassados profissionais [...] de modo que possa se relacionar de modo menos fantasioso e mais científico com este passado*. Mais especificamente está relacionado a uma pesquisa em desenvolvimento, em nível de mestrado no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina (**UFSC**). Esta, se debruça sobre os registros do conteúdo de aritmética feitos por alunos do ensino primário brasileiro, em cadernos escolares do tempo do Movimento da Matemática Moderna (**MMM**), e se delimita nos anos de 1950 até 1970. Para tanto, aqui é feito um levantamento do *corpus* da pesquisa em desenvolvimento.

Objetivo Geral

Apresentar um levantamento quantitativo de cadernos escolares de aritmética de alunos do ensino primário brasileiro dos anos de 1950 a 1970.

Objetivos Específicos

- Realizar buscas por cadernos escolares de 1950 a 1970 no Repositório de Conteúdo Digital (RCD) da UFSC;
- Separar cadernos que se relacionem ao ensino primário;
- Identificar os cadernos relacionados ao conteúdo matemática;
- Dentre os cadernos de matemática, identificar aqueles que tem relação apenas com o conteúdo de aritmética;
- Separar os cadernos de aritmética do ensino primário por nível/grau de ensino (1º, 2º, 3º, 4º e 5º anos).

2. Materiais e métodos

De acordo com Viñao [2, pp. 22], *o caderno é um produto da cultura escolar, de uma forma determinada de organizar o trabalho em sala de aula, de ensinar e aprender, de introduzir os alunos no mundo dos saberes acadêmicos e dos ritmos, regras e pautas escolares*. Para tanto, segundo Viñao [2], os cadernos de alunos não de ser vistos como o instrumento de aculturação na escrita, de introdução dos alunos na cultura escrita e no mundo dos saberes e das disciplinas escolares, onde fizeram o papel de registro dos saberes transmitidos pelo professor na construção de sua vida escolar. Para tanto, a busca por estas fontes tão importantes se deu no Repositório de Conteúdo Digital (**RCD**) da **UFSC**, que segundo Costa and Valente [3] é um acervo digital que armazena diversos materiais para pesquisas históricas e é um local privilegiado pelo fato de ser um repositório de vários documentos, sendo que os que estão lá - por esforço coletivo do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil - são um conjunto de arquivos que se articulam, pelo fato de tratar de elementos semelhantes - ou que se complementam. Deste modo, buscou-se na coleção de Cadernos Escolares, arquivos por data de documento e que contemplassem o período acima citado, de modo que foram encontrados 203 cadernos escolares. Destes cadernos, foram selecionados todos os cadernos que de algum modo tivessem alguma relação com a matemática, totalizando 162 cadernos. Diante disso, existem cadernos que contém em seu interior conteúdos matemáticos variados, como aritmética, geometria e desenho. Vale destacar que há predominância de cadernos intitulados como Caderno de Aritmética e Caderno de Deveres, e uma pequena parte tem como título Caderno de Provas, Caderno de Matemática e Caderno de Desenho. Abaixo, segue a relação de quantidade por período dos cadernos de matemática encontrados, figura 1:

| Ano | Quantidade |
|--------------|------------|
| 1950 - 1955 | 31 |
| 1956 - 1960 | 33 |
| 1961 - 1965 | 40 |
| 1966 - 1970 | 58 |
| Total | 162 |

Figura 1. Quantidade de cadernos de matemática por período. **Fonte:** a autora.

3. Resultados

Dos 362 cadernos escolares disponibilizados no **RCD**, 203 são relativos ao período de 1950 até o ano de 1970 (data base julho/2019). Alguns destes cadernos são de outras áreas do conhecimento, como geografia, história, etc., restando assim, 162 (Quadro 1) cadernos da disciplina de matemática (aritmética, geometria, desenho). Dos 162 exemplares, temos 14 cadernos de professores ou de futuros professores e 148 cadernos de alunos. Pode-se destacar que os de professores ou futuros professores são cadernos que normalmente abordam os planos de conteúdo dos mesmos, já os de alunos são de vários anos do ensino primário e ginásial. Considerando que esta pesquisa se interessa em cadernos escolares de alunos, reduzimos este total para apenas os cadernos escolares de alunos do ensino primário. Deste modo, este número se reduz para 123 cadernos de alunos. Após a leitura completa de todos estes cadernos, foi possível perceber que alguns deles, tanto dos que indicavam um ano em específico quanto os dos que estavam sem descrição do mesmo, não eram do ensino primário, por tratarem de conteúdos que eram direcionados a anos posteriores como o Ginásio, Escola Normal, Cursos Técnicos, etc. Também foi possível destacar e retirar os cadernos que não eram direcionados ao conteúdo de aritmética, tais como os de geometria e desenho. Assim, resultou em um total de 100 cadernos de alunos do ensino primário voltados ao conteúdo de aritmética. Assim, ao refinarmos a busca por nível de ensino, os identificamos por grau de ensino no quadro abaixo, figura 2:



| Ano | Quantidade |
|---------------|------------|
| 1° | 29 |
| 2° | 23 |
| 3° | 7 |
| 4° | 24 |
| 5° | 4 |
| Sem descrição | 13 |
| Total | 100 |

Figura 2. Cadernos de aritmética de alunos do ensino primário. **Fonte:** a autora.

Deste modo, foi possível a partir destes dados destacar a produção de conteúdo realizada nas escolas no período de 1950 a 1970. Onde se pode destacar que a maior quantidade de cadernos encontrados foi a do 1º ano do ensino primário, seguida do 4º e 3º ano, com valores em quantidades consideráveis para a pesquisa.

4. Discussão e conclusão

Este levantamento permitiu definir o *corpus* para o andamento da pesquisa em desenvolvimento. De modo que a partir disso, pode-se se busca uma aritmética primária que se consolidou a partir da inserção do ideário do Movimento da Matemática Moderna nas escolas primárias brasileiras. A divulgação de tais resultados potencializa outras pesquisas que possam se apoiar no mesmo tipo de documento inserido ou outros diversos disponibilizados no **RCD**.

Referencias

- [1] W. R. Valente, "Oito temas sobre história da educação matemática". **REMATEC** -Revista de Matemática, Ensino e Cultura. Editora Edufrn, Natal/RN. Ano 8, n. 12/Jan-Jun.2013.
- [2] A. Viñao, "Os cadernos escolares como fonte histórica: aspectos metodológicos e historiográficos", in *Cadernos à vista: Escola, memória e cultura escrita*. Rio de Janeiro: Editora da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2008, pp. 15-33.
- [3] D. A. Costa; W. R. Valente, "O repositório de conteúdo digital nas pesquisas de história da educação matemática". **RIDPHE** - Revista Iberoamericana do Patrimônio Histórico-Educativo, v. 1, p. 96-110, 2016.



HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA QUIPU Y LA RELACIÓN CONOCIMIENTO DE PROFESOR DE MATEMÁTICAS-HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS

HISTORY OF MATHEMATICS IN COLOMBIA THROUGH THE MAGAZINE QUIPU AND THE RELATIONSHIP OF KNOWLEDGE OF THE PROFESSOR OF MATHEMATICS-HISTORY OF MATHEMATICS

*Tito Amaury Tapia **

Resumen: Partiendo del proyecto de investigación denominado Historia de las Matemáticas (HM) en Colombia: una innovación en el currículo del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño, avalado por la Vicerrectoría de Investigaciones de la Universidad de Nariño, el cual estipula, entre sus objetivos específicos: *Recopilar y analizar publicaciones relacionadas con la aplicación de la historia de las matemáticas en la educación matemática*, se propone el proyecto de trabajo de grado con el mismo título de esta propuesta de poster. En concreto se apunta a analizar artículos relacionados con la historia de la matemática en Colombia de la revista Quipu, bajo la propuesta de respuestas que (Guacaneme, 2016), da a las siguientes preguntas:

- a. ¿Qué tipo de Historia de las Matemáticas debe ser apropiada por un profesor (en formación o en ejercicio)?
- b. ¿Cómo se llevan a cabo los procesos de apropiación del conocimiento histórico de las matemáticas por parte de los profesores (en formación o ejercicio)?

A partir del análisis realizado, se discuten las respuestas que (Guacaneme, 2016) propone a las preguntas planteadas. Enlace de la revista Quipu: <http://www.revistaquipu.com>

Palabras clave: Relación Historia de las Matemáticas-Conocimiento del Profesor en Matemáticas, Tipologías de análisis, Colombia.

Referencias

- [1] E. A. Guacaneme. *Potencial formativo de la historia de la teoría euclidiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de Matemáticas*. Tesis doctoral. Universidad del Valle. Cali: Colombia. 2016.
- [2] Fernández, S. (2001). *La historia de las matemáticas en el aula*. Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 26, 9-27.

* Licenciatura en Matemáticas, Universidad de Nariño, Colombia. e-mail: tatb050@yahoo.es.

- [3] L.C. Arboleda, M. Anacona, "Las geometrías no euclidianas en Colombia. La apuesta euclidiana del profesor Julio Garavito Armero (1865-1920)". *Quipu*, 11 (1), 7-24, 1996.
- [4] V. Albis, C. H. Sánchez, "Historia de la enseñanza de las matemáticas en Colombia. De Mutis al siglo XXI". *Quipu*, 14(1), 109-157, 2012.
- [5] L. C. Arboleda, "Acerca del problema de la difusión científica en la periferia: el caso de la física newtoniana en la Nueva Granada (1740-1820)". *Quipu*, 4(1), 7-30, 1987.
- [6] L.C. Arboleda, "Sobre una traducción inédita de los Principia al castellano hecha por Mutis en la Nueva Granada circa 1770". *Quipu*, 4(2), 291-314, 1987.
- [7] L. C. Arboleda, D. Soto, "Las teorías de Copérnico y Newton en los estudios superiores del Virreinato de Nueva Granada y en la Audiencia de Caracas". Siglo XVIII. *Quipu*, 8(1), 5-34, 1991.
- [8] F. Gutiérrez, "Civilización, ciencia y movimiento plebeyo (Nueva Granada, 1849-1854)". *Quipu*, 10(1), 7-22, 1993.
- [9] G. Waldegg, "Problem solving, collaborative learning and history of mathematics: Experiences in training in-service teachers". *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 3(1-2), 63-71, 2004.
- [10] S. Fernández, "La historia de las matemáticas en el aula". *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas* (26), 9-27, 2001.
- [11] L. Rico, J. Lupiáñez, M. Molina, "Análisis didáctico en Educación Matemática". Granada: Comares, 2013.
- [12] M. Anacona, "La historia de las matemáticas en la educación matemática". *Revista Ema*, 8(1), 30-46, 2003.



A ÁLGEBRA NO ENSINO PRIMÁRIO EM PROPOSTAS ESTADUNIDENSES

THE ALGEBRA IN THE PRIMARY SCHOOL IN USA PROPOSALS

*Jeremias Stein-Rodriguês **

Resumo: ao fim do século XIX um movimento de propostas para a reforma do ensino primário estadunidense é estabelecido e com isto uma comissão, denominada Comissão dos quinze, é formada para elaborar uma proposta baseada nas respostas de questionários enviados para diversos professores do país. O relatório desta comissão teve sua primeira publicação feita pela revista Educational Review em 1895, sendo cópias enviadas para outras editoras para que estas também pudessem publicar tal material, buscando uma melhor circulação das ideias da comissão no país. Fundamentados nos aspectos teórico-metodológicos da História Cultural e na circulação de ideias, analisamos as publicações do relatório da comissão, assim como as discussões feitas na Associação Nacional de Educação. Em meio aos diversos temas abordados pela comissão, encontramos a proposta de inserção do ensino de álgebra nos dois últimos anos do ensino primário. Tal álgebra não seria a mesma proposta para o ensino secundário, mas uma álgebra própria do ensino primário, voltada para a resolução de problemas complexos de aritmética. Os conteúdos propostos no relatório da comissão para o ensino de álgebra nos últimos anos escolares da escola primária, são as equações do primeiro grau, regra de três, equações do segundo grau e o uso de tais saberes algébricos para a resolução de problemas avançados de aritmética. Tal perspectiva é reforçada por George Albert Wentworth quando este apresenta um livro, publicado em 1894, em Boston, intitulado “Os primeiros passos em álgebra”, voltado para o ensino primário.

Palavras-chave: Álgebra, Circulação de ideias, História da educação matemática, escola primária.

Resumen: a fines del siglo XIX se establece un movimiento de propuestas para la reforma de la educación primaria estadounidense y con esto se forma una comisión, llamada Comisión de los quince, para elaborar una propuesta basada en las respuestas de cuestionarios enviados a diversos docentes del país. El informe de esta comisión fue publicado por primera vez por la revista Educational Review en 1895, y se enviaron copias a otras editoriales para que también pudieran publicar dicho material, buscando una mejor circulación de las ideas de la comisión en el país. Con base en los aspectos teóricos- metodológicos de la Historia Cultural y la circulación de ideas, analizamos las publicaciones del informe de la comisión, así como las discusiones realizadas en la Asociación Nacional de Educación. Entre los diversos temas abordados por la comisión, encontramos la propuesta de incluir la enseñanza del álgebra en los últimos dos años de educación primaria. Tal

* Doutorando em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, Brasil. Professor de matemática do Instituto Federal de Santa Catarina – IFSC, Brasil. jeremias.stein@ifsc.edu.br ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7869-5856>.

álgebra no sería la misma propuesta para la educación secundaria, sino un álgebra propia en la educación primaria, dirigida a resolver problemas aritméticos complejos. Los contenidos propuestos en el informe de la comisión para la enseñanza del álgebra en los últimos años de escuela primaria, son las ecuaciones del primer grado, la regla de tres, las ecuaciones del segundo grado y el uso de dicho conocimiento algebraico para resolver problemas aritméticos avanzados. Esta perspectiva es reforzada por George Albert Wentworth cuando presenta un libro, publicado en 1894, en Boston, titulado "Los primeros pasos en álgebra", dirigido a la educación primaria.

Palabras clave: Álgebra, Circulación de ideas, Historia de la educación matemática, Escuela primaria.

Abstract: At the end of the nineteenth century a movement of proposals for the reform of the American primary education is established and a commission, called Committee of fifteen, is formed to elaborate a proposal based on the answers of questionnaires sent to diverse teachers of the country. The report of this committee was first published by the Educational Review in 1895, copies being sent to other publishers so that they could also publish such material, seeking a better circulation of the commission's ideas in the country. Based on the theoretical-methodological aspects of Cultural History and the circulation of ideas, we analyzed the publications of the committee's report, as well as the discussions made at the National Educational Association. In the midst of the various topics addressed by the committee, we found the proposal to include algebra teaching in the last two years of primary education. Such algebra would not be the same proposed for secondary education, but an algebra of its own in primary education, aimed at solving complex arithmetic problems. The contents proposed in the committee's report for the teaching of algebra in the last school years of primary school, are the equations of the first grade, rule of three, equations of the second grade and the use of such algebraic knowledge to solve advanced arithmetic problems. This perspective is reinforced by George Albert Wentworth when he presents a book, published in 1894, in Boston, entitled "The First Steps in Algebra," aimed at primary education.

Keywords: Algebra, Ideas circulation, History of mathematics education, Primary school.

1. Introducción

A Associação Nacional de Educação (National Education Association – NEA) e seus membros tiveram ampla relação com os movimentos de reforma do ensino estadunidense, na última década do século XIX. Primeiramente, uma comissão intitulada Comissão dos dez teve como objetivo estudar e propor mudanças para o ensino secundário estadunidense. Em meio

a suas conclusões a comissão percebe que também seria necessário reformular o ensino primário do país e com isto uma nova comissão é formada, denominada Comissão dos quinze, que iria elaborar uma proposta de reforma do ensino primário.

Baseado nas respostas de questionários enviados para diversos professores do país, o relatório da Comissão dos quinze teve sua primeira publicação feita pela revista *Educational Review* em 1895. Seria então possível observar se o trabalho realizado por essas comissões circulou pelos Estados Unidos? De forma mais específica, é possível observar a circulação das ideias propostas por essas comissões?

Por mais que as comissões tivessem como objetivo propor reformas para níveis de ensino distintos, algumas de suas propostas apontam em um mesmo sentido, como a inserção do ensino de álgebra nos dois últimos anos do ensino primário. Contudo, tal álgebra seria a mesma proposta para o ensino secundário? Ou seria esta uma álgebra própria do ensino primário? Por qual motivo acreditava-se ser necessária a inserção desta no ensino primário? Por fim, quais seriam os saberes vinculados ao ensino de tal álgebra? Tais questões foram as norteadoras para o desenvolvimento deste trabalho.

2. Objetivos

- Estudar as propostas das comissões quanto a reformulação do ensino e, mais especificamente, do ensino de álgebra;
- Buscar perceber a circulação deste material pelos Estados Unidos e sua repercussão no final do século XIX;
- Determinar quais saberes algébricos estão presentes nas propostas para o ensino primário;
- Determinar sobre quais pressupostos está baseado o ensino destes saberes.

3. Materiales Y Métodos

Para a realização deste trabalho analisamos os seguintes materiais:

Relatório da Comissão dos dez [1];

- Relatório da Subcomissão sobre correlação de estudos, que é parte do relatório da Comissão dos quinze [2];
- As discussões realizadas na entrega do relatório da Comissão dos quinze [3];
- O livro “Primeiros passos em álgebra” [4].

Para a análise dos materiais nos baseamos em aspectos teórico-metodológicos da História Cultural e na circulação de ideias. Oliveira [5] decide não apresentar uma definição fechada de “circulação”,

uma vez que o fazer acabaria limitando o conceito e desconsiderando distinções de cada caso, optando apenas por apresentar formas de caracterização do processo de circulação.

Segundo [5], para que um conjunto de ideias ou mesmo um movimento possa circular em um dado período, é necessário primeiro que as ideias a circular existam. Tal existência não se caracteriza somente pelo seu sentido superficial, como a existência do movimento em si, nesse caso a existência de algo a circular também depende de haver um público que possa recepcionar o que foi difundido.

Burke [6, pp. 113], indica que esta difusão, ou o que ele denomina como “disseminação”, é o “interesse no movimento ou tráfego de conhecimentos”. Na perspectiva de Burke, a circulação não se dá apenas através dos materiais físicos como livros, periódicos ou cartas, mas também pelas pessoas, uma vez que estas levam o conhecimento dentro de si.

Neste sentido, Warde [7, pp. 37] indica que a construção da identidade brasileira, como nação, foi baseada em referenciais externos ao nosso continente, “a Europa e depois os Estados Unidos da América cedo constituíram o espelho onde o Brasil tinha de se mirar”.

A partir de meados do século XIX, portanto duas a três décadas somente após a declaração da independência, começaram a circular no Brasil, particularmente nos e a partir dos centros urbanos do Sudeste (São Paulo, em especial), teses segundo as quais as chances do Brasil trilhar o caminho do progresso estavam em se espelhar não mais no Velho Mundo, mas no Novo Mundo, ou seja, nos Estados Unidos [7, pp. 37].

4. Resultados

O trabalho realizado pelas duas comissões teve ampla circulação nos Estados Unidos. O material elaborado pela Comissão dos dez teve mil cópias distribuídas pelo país [8], já a Comissão dos quinze teve cópias do seu trabalho enviadas para outras editoras, além da revista Educational Review, para que estas também pudessem publicar tal material, buscando uma melhor circulação das ideias da comissão no país. Encontramos três outras editoras que realizaram a publicação de tal material: American Book Company, New England Publishing Company e Public-School Publishing Company.

Segundo o relatório da Comissão dos quinze, o estudante com o domínio sobre os números “aprende a dividir e conquistar”, “torna possível todas as outras ciências da natureza que dependam na medição exata e no registro exato de um fenômeno” [2, pp. 242], assim como outros aspectos, todos definidos com precisão por meio dos números. Em parte dessa aritmética, segundo a subcomissão, existiria uma dificuldade atrelada a esse processo, não no desenvolvimento aritmético da questão, mas na transformação dos dados, uma vez que este processo pertenceria ao campo da álgebra.

Tal álgebra não seria a mesma álgebra do ensino secundário, rigorosa, conforme a subcomissão [2, pp. 248]. Walsh [9, pp. 349] indica que havia um movimento crescente na tendência a introdução de equações nos últimos dois anos do curso de aritmética, substituindo “as muitas aplicações inúteis de porcentagem e alguns tópicos obsoletos”. Nesse sentido, Walsh [9, pp. 350] ainda indica que o ensino de equações não deveria começar com definições ou incógnitas, mas com a resolução de questões.

Com isso, a comissão buscava solucionar dois problemas da educação:

[...] primeiro ajudar os estudantes na escola elementar a resolver, por um método superior, os problemas mais difíceis que agora tem lugar na aritmética avançada; e em segundo lugar, preparar o estudante para o minucioso curso de álgebra pura na escola secundária [2, pp. 248]. Segundo Wentworth [4], o estudante seria capaz de induzir, com base no conhecimento de exemplos da aritmética, como proceder com expressões como $4+(x-1)$ ou $x-(2x+1)$. Segundo a proposta da Comissão dos quinze, no sétimo ano escolar os estudantes deveriam aprender equações do primeiro grau, a solução de problemas de aritmética que “recaem sobre proporção ou da chamada “regra de três”, junto com problemas contendo condições complicadas” [3, p. 299]. No oitavo ano do ensino primário, equações do segundo grau poderiam ser ensinadas, assim como “outros problemas de aritmética avançada resolvidos de maneira mais satisfatória do que por métodos numéricos” [3, pp. 299].

5. Conclusión

Ao fim do século XIX o sistema de educação estadunidense apresentava a necessidade de repensar sua estruturação, visto os baixos níveis de continuidade no percurso escolar, seja do primário para o secundário, ou deste último para o ensino superior. A resposta apresentada pelo país foi a formulação de duas comissões que deveriam realizar estudos sobre as possíveis reformas para o sistema de ensino primário e secundário. Há indícios de que o trabalho realizado pelas comissões tenha circulado de maneira ampla pelo país, indicando uma grande disseminação/circulação das ideias propostas pelas comissões.

Nas duas propostas são feitas indicações para a inserção do ensino de álgebra no ensino primário. Contudo, esta álgebra não deveria ser a mesma álgebra do ensino secundário, mas se constituir como uma disciplina própria do ensino primário, abordando conteúdos que iriam das equações do primeiro grau até as equações do segundo grau.

Referências

- [1] NEA. Report of the committee of ten on secondary school studies. Nova York: American Book Company, 1894.
- [2] W. T. Harris, J. M. Greenwood, C. B. Gilbert, L. H. Jones, W. H. Maxwell, “Report of the sub-committee on the correlation of studies in elementary education”, Educational Review, vol. 9, pp. 230 - 303, 1895.
- [3] National Education Association, “Journal of proceedings and addresses: session of the year 1895 held at Denver”. Colorado, Saint Paul: NEA, 1895.
- [4] G. A. Wentworth, “The first steps in algebra”. Boston: Ginn & company, 1894.
- [5] M. A. Oliveira, “Volume 1: circulação”. São Paulo: Livraria da Física, 2018.
- [6] P. Burke, “O que é história do conhecimento?” Tradução de Cláudia Freire. São Paulo: Editora UNESP, 2015.

- [7] M. J. Warde, "Americanismo e educação: um ensaio no espelho", São Paulo em Perspectiva, vol.14, n.2, pp. 37 - 43, 2000.
- [8] R. Z. Schwartzberg, "A Case Analysis Of Two Major American Reform Proposals: A Nation At Risk And Report Of The Committee On Secondary School Studies", disertación para Ph.D, Universidad de Florida, Florida, 1988.
- [9] J. H. Walsh, "Practical methods in arithmetic". Nova York: D.C. Heath & Co., 1911.



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

ESPAÇOS DE FORMAÇÃO E MODERNIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA

CENTERS OF DEVELOPMENT AND MODERNIZATION OF MATHEMATICS TEACHING

*Inês Angélica Andrade-Freire**

Resumo: Na década de 1960, foram implantados seis centros de ensino de ciências – **CECINE, CECIBA, CECIMIG, CECIGUA, CECISP e CECIRS** – em diferentes capitais do Brasil. Esses centros tornaram-se espaços de tradução, produção de materiais didáticos e formação docente constituídos por meio de parcerias com instituições educacionais brasileiras e agenciamentos financeiros - nacionais e internacionais – e tinham como objetivo materializar uma modernização curricular no ensino secundário das ciências – Física, Química, Biologia e Matemática – em consonância com o movimento educacional internacional que ocorreu em diferentes países, neste período. Este trabalho, que está situado na renovação de objetos e abordagens do fazer científico na história das ciências, na história da matemática, e dialoga com referenciais teórico-metodológicos que transitam entre os campos das Ciências, da Educação e da História; apresenta uma análise histórica dos processos de institucionalização desses centros. Salientamos que a equipe de professores de matemática do centro de ensino baiano (**CECIBA**) dialogou com as referências internacionais que transitavam no processo do movimento da matemática moderna e constituiu relações – nacionais e internacionais – no âmbito desse processo. O centro baiano tornou-se um vetor de produção, modernização e divulgação de um programa curricular de renovação do ensino de matemática para o secundário por meio de cursos de formação docente em serviço, de produção de livros didáticos – Coleção Matemática Moderna para o 1º ciclo e a Coleção Matemática para o 2º ciclo, do ensino secundário – de experimentações desse programa curricular, dentre outras ações, obtendo, assim, um reconhecimento nacional e internacional.

Palavras-chave: centros de ensino de ciências, Ensino de Matemática, programa curricular, Movimento da Matemática Moderna.

Abstract: In the 1960s, six centers of science teaching – **CECINE, CECIBA, CECIMIG, CECIGUA, CECISP** and **CECIRS** – were created at distinct Brazilian capitals. These centers were places of translation, didactic resources production and teacher formation through partnerships with Brazilian educational institutions and financing agencies – national and foreign. The goal was to modernize the curriculum of science subjects at the secondary education – Physics, Chemistry, Biology and Mathematics – in consonance with the educational movement that occurred in several countries, at

* Licenciada em Matemática pela Fundação de Ensino Superior de Olinda (**FUNESO**), Brasil. Doutora em Ensino, Filosofia e História das Ciências pela Universidade Federal da Bahia (**UFBA**), Brasil. Professora do Departamento de Ciências e Tecnologias da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (**UESB**), Brasil. E-mail: inafreire@gmail.com e ines.angelica@uesb.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6361-1616>

the same period. This paper, that is situated on the renovation of objects and approaches of the scientific process in the history of science – specifically the history of mathematics – and has a theoretical-methodological bibliography belonging to the fields of Science, Education and History, presents a historical analysis of the institutionalization of these centers of science teaching. The math teachers at the teaching center of Bahia (**CECIBA**) conferred with foreign references that were part of the modern mathematics movement and built relations in the process. This center became a vector of production, modernization and promotion of the renovation of mathematics teaching in secondary education through teacher formation courses, development of didactic books, curriculum experimentation and other activities, gaining national and international endorsement.

Key Words: centers of science teaching, mathematics teaching, curriculum, Modern Mathematics movement.

1. Introdução

Durante o século XX a ciência e a tecnologia ocuparam papel de destaque na sociedade, ainda que ao longo dos séculos tenham ganhado importância e possibilitado avanços científicos ou mesmo modificado as condições de produção e, conseqüentemente, resultado em novas transformações econômicas e sociais; de acordo com Hobsbawm, “Nenhum período da história foi mais penetrado pelas ciências naturais nem mais dependente delas do que o século XX.” [1] (p. 504). Nesse século, “[...] a ciência transformou tanto o mundo quanto o nosso conhecimento dele” [1] (p. 510). Além disso, esse mesmo autor ressalta que após a Segunda Guerra Mundial, foram tempos de “[...] extraordinário crescimento econômico e transformação social [...]” [1] (p. 15) propiciados por uma tecnologia pautada em avançadas teoria e pesquisa científica.

Diante disso, nessa nova realidade mundial, onde a ciência e a inovação tecnológica assumiram papel relevante – valorização do pensamento científico pela sociedade e um pensamento cada vez mais dependente dos métodos matemáticos –, se fez necessário o redimensionamento da função social da educação e da escola. Segundo Stone [2] a expansão do conhecimento, os avanços científicos alcançados nas áreas da Física, Química, Biologia e Matemática precisavam ser incorporados aos programas curriculares escolares, pois era preciso promover uma melhor educação científica aos estudantes, mas, não só, era preciso uma rápida expansão das oportunidades de educação e, conseqüentemente, obter uma formação de mão-de-obra científica e tecnológica que respondesse as demandas do desenvolvimento científico, tecnológico e industrial, desse período.

De acordo com Matthews [3], nesse período, a sociedade compreendia a ciência imbuída de uma neutralidade científica; distanciada dos condicionantes externos, sejam eles sociais, políticos e econômicos; fornecedora de verdades absolutas – composta por um conjunto de enunciados, teorias e leis – visando ao conhecimento da realidade subsidiada por um código de racionalidade rígido e validada pelo método científico. Com o avanço científico e a ideia de que a ciência e a tecnologia eram garantidores do progresso e do bem-estar social, esforços acadêmicos, técnicos e financeiros foram

implementados no desenvolvimento de novos programas curriculares contendo novos saberes e metodologias e, conseqüentemente, na constituição de novas competências no exercício da docência. Com a preocupação por uma renovação curricular, na década de 1950, foram constituídos em vários países centros e comitês com o objetivo de agregar esforços conjuntos entre cientistas, educadores e professores, pautados na concepção de ciência, descrita acima, na construção de projetos curriculares para o ensino das ciências acompanhados de materiais didáticos inovadores. Esses centros foram importantes espaços de irradiação de ideias e projetos. Podemos destacar os projetos Biological Science Curriculum Study (**BSCS**), Physical Science Study Committee (**PSSC**), Project Harvard Physics, Introductory Physical Science (**IPS**), Chemical Education Material Study (**CEMS**), Chemical Bond Approach (**CBA**), School Mathematics Study Group (**SMSG**), Minnesota School Mathematics Center (**MSMC**) desenvolvidos nos Estados Unidos e, na Inglaterra, os projetos da Fundação Nuffield [3-5].

No Brasil, a circulação dessas ideias e projetos vão se articular com um movimento mais amplo de desenvolvimento que estava em curso no país. Na década de 1950 foram implantados diversos órgãos estatais, tais como, Conselho Federal de Educação e os Conselhos Estaduais de Educação, 1961; Conselho Nacional de Pesquisa, 1951; Campanha Nacional de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, 1951; Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário, 1953; Centro Brasileiro de Pesquisas Educacionais (**CBPE**), 1955; dentre outros. Além dos órgãos estatais, salientamos a importância, nesse mesmo período, das instituições científicas, tais como, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, 1949 e o Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 1952, bem como a criação da Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência, 1948. Esses espaços foram criados no marco de reconhecimento e consolidação da ciência no Brasil.

Contudo, é com a Comissão Paulista do Instituto Brasileiro de Educação, Ciência e Cultura (**IBECC**)⁹¹ que as ideias e projetos internacionais constituíram relação mais estreitas. Inicialmente foi a equipe de profissionais dessa Comissão – subsidiados por agenciamentos nacionais e internacionais – que selecionaram, adotaram, traduziram e adaptaram os diferentes projetos relacionados às diversas áreas de conhecimento, isto é, materiais instrucionais para o ensino da Física, Química, Biologia e Matemática, em seus diferentes níveis do ensino médio⁹². Salientamos que, posteriormente, algumas traduções e adaptações desses materiais didáticos foram realizadas em parceria com universidades brasileiras [5]. Posteriormente, com a criação dos centros de ensino em ciências, no Brasil, esses projetos da Comissão Paulista do **IBECC** alcançaram uma amplitude nacional, agregaram propostas produzidas localmente pelos centros e tornaram-se vetores dessa renovação educacional no ensino das ciências.

⁹¹O IBECC foi criado logo após o fim da Segunda Guerra Mundial como Comissão Nacional da Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) no Brasil, com o objetivo de atuar em projetos nas áreas da educação, ciência e cultura.

⁹² Nessa época o ensino médio era ministrado em dois ciclos, o ginasial e o colegial, e abrangia, entre outros, os cursos secundários, técnicos e de formação de professores para o ensino primário e pré-primário. No ensino secundário o ciclo ginasial teria a duração de quatro séries anuais e o colegial, de três no mínimo.

Este trabalho, que está situado na renovação de objetos e abordagens do fazer científico na história das ciências, na história da matemática, e dialoga com referenciais teórico-metodológicos que transitam entre os campos das Ciências, da Educação e da História; apresenta uma análise histórica dos processos de institucionalização desses centros, bem como busca compreender as relações – nacionais e internacionais – constituídas pela equipe de matemática do CECIBA, e suas produções locais.

Analisar historicamente essas ações articuladas – nacional e internacional – é constatar uma rede onde cada nó conecta atores humanos e não-humanos – cientistas, professores, ideias, programas curriculares, instituições, agências de fomento, visões de mundo, entre outros –, é perceber um movimento e considerar que esse movimento é circular e, de acordo com Ginzburg [6], é norteado por influências recíprocas.

Essa rede de sustentação é um processo de institucionalização de um novo ensino de ciências pautado em novos programas curriculares e em novos materiais instrucionais contendo novos saberes e novas metodologias – nas ciências naturais o método científico e na matemática o método axiomático. Esse processo sendo compreendido com base em Figueiroa [7] (p.24) quando afirma que

[...] processo de implantação, desenvolvimento e consolidação de atividades científicas num determinado espaço-tempo histórico. Esse processo implica, em minha opinião, o estabelecimento de uma rede de sustentação das atividades cujos elementos mais visíveis são as chamadas instituições científicas, mas na qual também estão presentes, igualmente, a “comunidade” científica, os diferentes apoios dos grupos sociais, os interesses do Estado e de particulares (e os mecanismos de efetivação desses interesses), entre outros elementos possíveis.

Para constituir essa narrativa histórica dialogamos com os diferentes registros documentais, buscando elucidar traços, rastros e silêncios, mantendo laços estreitos com a literatura pertinente às temáticas em que se inserem – direta ou indiretamente. Destacamos, como uma das nossas fontes, o Arquivo do Centro de Ensino de Ciências da Bahia (**CECIBA**) que se encontra na Universidade Federal da Bahia (**UFBA**). Salientamos a amplitude dos documentos tais como, convênios, planejamentos, relatórios, correspondências, publicações, avaliações realizadas pelos alunos, entre outros.

A periodicidade dessa pesquisa está circunscrita à década de 1960. Consideramos a inauguração da cidade de Brasília, em abril de 1960 pelo então presidente Juscelino Kubitschek de Oliveira (1902-1976), a nova capital do Brasil, construída no planalto central do país, cujo projeto foi assinado por dois profissionais reconhecidos internacionalmente, Oscar Niemeyer (1907-2012), arquiteto, e Lúcio Costa (1902-1998), urbanista; e a promulgação da Lei nº 4.024, de 20 de dezembro de 1961 – que fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional (**LDB**) – como marco importante, no início dessa década em nosso país; e tomamos 16 de outubro de 1969, data da última reunião do Conselho Técnico Administrativo (**CTA**) do **CECIBA**, como referência de encerramento quando da incorporação da estrutura e das atividades desenvolvidas por esse Centro ao Departamento de Teoria e Prática do

Ensino de Ciências Exatas e Experimentais da Faculdade de Educação (**FACED**) da Universidade Federal da Bahia (**UFBA**) [8].

2. Centros de Ensino de Ciências: mecanismos de divulgação e formação científica.

Em meados do ano de 1965, na XVII Reunião Anual da Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência (**SBPC**), realizada na Universidade de Minas Gerais, o professor pernambucano Marcionilo de Barros Lins (1919-2003) apresentou a conferência “Criação e Finalidades do Centro de Ensino de Ciências do Nordeste (**CECINE**)” [9]. Nessa época, a reunião da **SBPC** representava a maior concentração anual de cientistas e professores, com isso, essa conferência tornava público e dialogado entre seus pares, um projeto de renovação do ensino secundário brasileiro nas disciplinas de Física, Química, Biologia e Matemática. Segundo Schwartzman [10], nesse período, a **SBPC** era um espaço de organização e reunião da comunidade científica.

De acordo com Abrantes e Azevedo [11, p. 478], nesse período, a Comissão Paulista do **IBECC** circunscreveu seus objetivos ao [...] *campo de ação à educação em ciências e à divulgação científica direcionada ao público jovem, para o qual atraiu novos e diferentes agentes do desenvolvimento econômico e social*. E, para tanto, realizou diferentes ações, tais como, a realização de feiras das ciências, constituição de clubes de ciências, cursos de formação de professores em serviço, produção de material para atividades práticas em laboratórios, tradução de livros didáticos, dentre outros. Para Barra e Lorenz [5] (p. 1971) o intuito era [...] *promover a melhoria da formação científica dos alunos que ingressariam nas instituições de ensino superior e, assim, contribuir de forma significativa ao desenvolvimento nacional*.

O **CECINE** foi implantado em janeiro de 1965 e os outros centros foram constituídos na segunda metade do ano de 1965. No momento da implantação dos centros, além dos agenciamentos financeiros – nacional e internacional –, outras instituições foram envolvidas tais como Universidades e Secretarias Estaduais de Educação, possibilitando a materialização por meio de convênios celebrados em diferentes regiões brasileiras, estabelecidos entre as instituições envolvidas. Não foram encontrados elementos que possam indicar os argumentos utilizados na escolha das capitais para sediar os centros. Podemos, contudo, supor que existiu certa relação com os Centros Regionais do **CBPE**.

Essa iniciativa – que tinha como principal finalidade criar um [...] *órgão de pesquisa e desenvolvimento do ensino das ciências básicas* [...] [12], isto é, [...] *órgãos de pesquisa e preparação de material pedagógico para o aperfeiçoamento do ensino das Ciências Experimentais*. [13]; –, inseria-se em um projeto mais amplo de desenvolvimento do país em todos os níveis da educação e coadunava com o projeto de construção de um Brasil desenvolvido e independente que, nesse período, perpassava por uma necessidade premente de formação de especialistas e pesquisadores nas diferentes áreas de conhecimento que respondessem as lacunas quantitativas e qualitativas nos empreendimentos públicos e privados que estavam sendo estabelecidos nas diferentes regiões brasileiras.

Não houve uma homogeneização na denominação dos centros de ensino de ciências, nas várias regiões onde foram instalados, diferentemente dos centros regionais do **CBPE**. Alguns apresentaram na sua nomenclatura uma das suas ações, isto é, formação para os professores em serviço que, nessa época, recebia a denominação de *treinamento e aperfeiçoamento*, como podemos constatar: *Centro de Treinamento para Professôres de Ciências do Rio Grande do Sul (CECIRS)*, em Porto Alegre [14]; *Centro de Treinamento para Professôres de Ciências de São Paulo (CECISP)*, na cidade de São Paulo [15]; *Centro de Treinamento para Professôres de Ciências do Estado da Guanabara (CECIGUA)*, na cidade-estado da Guanabara [16], *Centro de Treinamento de Professôres de Ciências de Minas Gerais (CECIMIG)*, em Belo Horizonte [17]; entretanto, dois centros não apresentam a denominação *treinamento para professores*, os sediados nas cidades de Salvador e Recife, que são o *Centro de Ensino de Ciências da Bahia (CECIBA)* [18] e o *Centro de Ensino de Ciências do Nordeste (CECINE)* [12], respectivamente; sem que as ideias fundantes não tiveram alterações. A ação de denominação dos centros não foi padronizada ou, não foi consensual.

Na historiografia que aborda de forma bastante panorâmica a trajetória desses centros, até há pouco tempo não havia clareza quanto as suas denominações. Até porque, na literatura brasileira os centros eram muito mais reconhecidos e mencionados por suas siglas. É a partir de estudos e pesquisas acerca da trajetória histórica desses centros, desenvolvidos mais recentemente, que essas lacunas vêm sendo preenchidas.

Esses centros, considerando que faziam parte de um mesmo projeto, possuíam muitas semelhanças, principalmente no que tange aos objetivos, organização estrutural, formação científica da sua equipe de trabalho, programas de ação, dentre outras. Contudo, por diversas razões e, até mesmo, para uma melhor adaptação às diferentes regiões brasileiras - onde foram sediados - os centros foram concebidos contendo elementos diferenciados, tais como: parcerias financeiras, produções científicas, planejamentos, relações constituídas com o sistema educacional brasileiro, dentre outras.

No I Encontro de Dirigentes dos Centros, realizado nos dias 16 e 17 de novembro de 1965, na sede do **CECINE**, ficou documentado um registro de apresentação de um breve histórico do **CECIMIG**, de autoria dos professores Jenner Procópio de Alvarenga e Anuar Abas onde comentam que:

Em dezembro de 1963, ao entregarmos os planos do curso de capacitação e orientação para candidatos a exames de suficiência, na sede Inspetoria Seccional de Belo Horizonte, fomos apresentados ao Prof. Gildásio Amado, que lá se encontrava. (...) o professor Gildásio entregou-nos uma cópia do projeto de Regulamento do Centro de Ciências da Guanabara. Basicamente [sic] eram os objetivos do Centro e sua organização administrativa. Sugeriu-nos que estudássemos a viabilidade de instalação de um Centro em Belo Horizonte, (...). Daquela data para cá todas as nossas atividades estão convergidas para a organização do **CECIMIG** [19, p.1].

Assim, constatamos, por meio do registro dos professores, que o projeto dos centros de ciências já estava sendo pensado, delineado, proposto, desde o ano de 1963. Entretanto, os convênios e implantação dos mesmos só foram assinados/estabelecidos a partir de janeiro de 1965. Não podemos

deixar de considerar que esse intervalo de tempo (1963-1965) insere-se na mudança do sistema político brasileiro, isto é, em 31 de março de 1964 foi instaurado o golpe civil-militar.

Para alcançar os objetivos propostos, os centros foram constituídos sob a égide de Conselhos Técnicos Administrativos (CTA), estância maior de deliberação, cujos assentos foram ocupados pelos representantes das instituições que compuseram os convênios, dando forma e conteúdo a cada um dos centros, nas diferentes regiões brasileiras e, para dirigir cada centro, foi constituído o cargo de Diretor Executivo (DE). As equipes que conduziram as ações dos centros de ciências foram formadas pelo DE, por coordenadores de áreas de conhecimento – denominadas de secções científicas – e por funcionários capacitados para assessorar as questões administrativas e financeiras.

Os centros de ensino de ciências tornaram-se espaços de formação para os professores do ensino secundário da rede educacional brasileira. Essa formação docente em serviço, no dizer da época, *treinamento e aperfeiçoamento de professores*, tinha o objetivo de atualizá-los aos novos conteúdos, novos métodos, novos materiais didáticos que estavam sendo difundidos em âmbito nacional. Os centros tinham a finalidade de [...] *introduzir uma renovação no ensino Médio da Matemática e Ciências Experimentais e treinar e aperfeiçoar Professôres nesses novos métodos*, [20, p.4].

O processo de formação dos professores, nos diferentes centros, acontecia tanto nos centros como em outras localidades, em modalidades de curto e longo espaço de tempo, com materiais instrucionais de diferentes matizes, além disso, ocorriam, também, seminários com temáticas específicas relacionada às ciências e ao seu desenvolvimento. Outra atividade desenvolvida pelos centros era a orientação de estagiários, essa ação envolvia tanto professores selecionados da rede pública como alunos dos cursos de graduação das universidades. O planejamento, organização e a realização desses cursos, dentre tantas outras atividades, eram de responsabilidade dos Coordenadores de cada Secção Científica, juntamente com suas equipes de trabalho.

Além disso, podemos destacar os projetos e as publicações editadas pelos centros de ensino de ciências tais como traduções e adaptações de livros didáticos em língua estrangeira, produção de livros didáticos, guias de professores, scripts de filmes, roteiros de experiências em laboratórios, artigos científicos, artigos para a imprensa brasileira, boletins, entre outros.

Ao analisarmos as diversas ações desenvolvidas pelos centros de ensino de ciências no que tange a formação do professor podemos dialogar com as ideias de Nóvoa [21-22] e circunscrever esses movimentos como elementos do processo de profissionalização docente. Novos espaços de formação foram constituídos e novas competências específicas, isto é, novos saberes científicos curriculares e novas metodologias para o ensino secundário que estavam circulando em âmbito nacional e internacional, foram requeridas para a prática docente, neste período.

3. A Secção Científica de Matemática do CECIBA

As reformas educacionais ocorridas no campo das ciências, na década de 1960 e seus desdobramentos em diversos segmentos sociais e educacionais são temas abordados na historiografia das ciências. Circunscritas a historiografia da matemática e do seu ensino, essas reformas convencionou-se chamar de movimento da matemática moderna (**MMM**), cuja expressão traz consigo ações coletivas organizadas que na sua trajetória guardam elementos em movimento pela busca de espaços e de convencimento de suas pautas e argumentos.

Nesse período, pesquisadores, professores, ideias, eventos, correspondências, objetos, dentre outros, circularam permeando as diferentes culturas internacionais. Podemos considerar como marcos desse movimento o Seminário de Royaumont e as Conferências Interamericanas – no cenário internacional – e os encontros nacionais de ensino de matemática – no cenário brasileiro. De acordo com Guimarães, o programa internacional de atualização do ensino de matemática estava pautado em três ideias centrais: a unidade da matemática, o método axiomático e as estruturas matemáticas [23].

Tomando a Bahia como espaço geográfico, constatamos, desde a década de 1950, a constituição de um grupo de matemáticos e de professores de matemática – oriundos das diversas instituições e dos diferentes níveis da educação⁹³ – estudando e discutindo a matemática e seus processos de ensino e de aprendizagem [24].

Com a implantação do **CECIBA**, em finais do ano de 1965, o grupo baiano amplia seus estudos, pesquisas e ações para mais um espaço. Na Secção Científica de Matemática do **CECIBA**, por meio de financiamentos nacionais e internacionais, foi possível realizar estudos e pesquisas que possibilitou na produção, sistematização, experimentação, avaliação e a consolidação de um projeto de reforma curricular para o ensino de matemática [25-26].

Martha Maria de Souza Dantas (1923-2011), coordenadora da Secção Científica de Matemática⁹⁴, em 1966, apresentou uma *Exposição de Motivos*,⁹⁵ solicitando a publicação de textos com editoração do **CECIBA** e, dentre os motivos, ela argumentou que a publicação atenderia às [...] *recomendações, cada vez mais freqüente, feitas pelas Conferências Interamericanas, Congressos Internacionais, Organização Européia de Cooperação Econômica, Seminário de Royaumont.*, [27]. Isso nós indica o entrelaçamento entre o Brasil e os fóruns internacionais das ações e ideias que estavam permeando a comunidade do ensino de matemática, nesse período.

⁹³ Os grupos inicialmente desenvolviam suas atividades de estudo, ensino e pesquisa no âmbito da Universidade Federal da Bahia (**UFBA**) – Instituto de Física e Matemática (**IMF**), Faculdade de Filosofia (**FF**) e o Colégio de Aplicação (**CA**) – e das escolas da rede pública baiana.

⁹⁴ Salientamos que a Secção Científica de Matemática do **CECIBA** era formada por Martha Maria de Souza Dantas, Omar Catunda, Arlete Cerqueira Lima, Eliana Costa Nogueira, Norma Coelho de Araújo, Eunice da Conceição Guimarães, Neide Clotilde de Pinho e Souza, dentre outros.

⁹⁵ destinatário não consta no documento. Possivelmente, foi dirigido ao Diretor Executivo do **CECIBA** para prováveis encaminhamentos.

Os textos mencionados no documento eram apostilas que materializavam a proposta curricular, elaborada pelo grupo baiano, para uma renovação do ensino de matemática. Esse material foi, progressivamente, ano a ano, série a série, sendo avaliado em classes experimentais e, posteriormente, publicado em forma de livros didáticos.

Durante o período do **CECIBA**, precisamente entre os anos de 1966 a 1969, foi publicada, sob a editoração desse centro⁹⁶, a coleção “*Matemática Moderna*”, volumes I, II, III e IV, para o primeiro ciclo do ensino secundário. Em 1971, a editora **EDART** – São Paulo Livraria Editôra Ltda – publica a coleção “*Ensino Atualizado da Matemática*”, Curso Ginásial, volumes 1, 2, 3 e 4, 2ª edição.

Para o segundo ciclo do ensino secundário foi publicado a coleção “*Matemática*”, ensino atualizado, volumes 1, 2 e 3, também, no ano de 1971, pela editora Ao Livro Técnico S. A., Rio de Janeiro, GB. Na introdução do volume 1, dessa coleção, os autores registram que os três livros são a continuidade de um programa curricular já experimentado no curso ginásial e que procura atender as exigências do ensino atualizado da matemática e, justifica, que este programa, materializado em livros didáticos, está baseado em um trabalho de equipe permeado por observações e avaliações, [28].

Diante disso, salientamos que os pesquisadores/professores da Secção Científica de Matemática do **CECIBA** foram além das reproduções e aplicações a partir de livros traduzidos dos projetos internacionais, tais como o **SMSG**. A equipe baiana produziu um programa curricular para o ensino secundário de matemática, abrangendo seus dois ciclos, que foi materializado na produção de livros didáticos. Esses livros guardam as marcas de um trabalho em equipe, de estudos, pesquisas, experimentações e avaliações e, no que tange ao ensino de matemática apresentam traços e escolhas das ideias que estavam em circulação para uma renovação no ensino de matemática, nesse período. Como já foi mencionado, as ideias centrais, em circulação na década de 1960, estavam pautadas na unidade da matemática, no método axiomático e nas estruturas matemáticas.

4. Considerações

Os centros de ensino de ciências, na década de 1960, estiveram inseridos em uma rede – nacional e internacional – de institucionalização de um novo ensino das ciências – Física, Química, Biologia e Matemática –, tornaram-se vetores dessa renovação educacional na formação científica dos jovens brasileiros e, conseqüentemente, nos processos de formação profissional dos professores do ensino secundário.

Consideramos que a equipe da Secção Científica de Matemática do **CECIBA** dialogou com as referências internacionais que transitavam no processo do movimento da matemática moderna e constituiu relações – nacionais e internacionais – no âmbito desse processo. O centro baiano tornou-se um vetor de produção, modernização e divulgação de um programa curricular de renovação do ensino de matemática para o secundário por meio de cursos de formação docente em serviço, de

⁹⁶ Com exceção do volume I que foi publicado pelo Departamento Cultural da Reitoria da **UFBA**.

produção de livros didáticos – Coleção Matemática Moderna para o 1º ciclo e a Coleção Matemática para o 2º ciclo, do ensino secundário – de experimentações e avaliações desse programa curricular, dentre outras ações, obtendo, assim, um reconhecimento nacional e internacional.

Quando consideramos o reconhecimento nacional e internacional registramos que, em maio de 1968, o **CECIBA** recebeu uma missão oficial da **UNESCO** onde foi ressaltado, pelos membros da visita, o papel do **CECIBA**, bem como foi elogiada a qualidade dos trabalhos que estavam sendo realizados, inclusive no âmbito do ensino de matemática [29]. Se considerarmos a Secção Científica de Matemática do **CECIBA**, salientamos que Martha Dantas participou da mesa de abertura do Vº Congresso Nacional de Ensino de Matemática, em São José dos Campos, São Paulo. A Bahia estava representada por 12 participantes em um universo de 350 participantes. Vale destacar, que neste Congresso, pela primeira vez, teve representação de pesquisadores/professores estrangeira tais como Marshall Stone (**EUA**); George Papy, da Bélgica; Hector Merklen, do Uruguai e Helmuth Renato Völker, da Argentina [30]. Além disso, Dantas [31] discursou, como oradora convidada, da Segunda Conferência Interamericana sobre Educação Matemática, em Lima, Peru, em dezembro de 1966.

Referências

- [1] E. Hobsbawm, *“Era dos Extremos: o breve século XX 1914-1991”*, 2ª. Ed. São Paulo: Companhia das Letras, 1995.
- [2] M. H. Stone, *“La Reformé des Études de Mathématiques”* in *Mathématiques Nouvelles*. Paris: OECE, 1961, p.14-30.
- [3] M. R. Matthews, *“História, Filosofia e Ensino de Ciências: a tendêccia atual de reaproximação”*, Caderno Catarinense de Ensino de Física, vol. 12, no. 3, pp. 164-214, dezembro de 1995.
- [4] K. M. Lorenz, *“Ação de Instituições Estrangeiras e Nacionais no Desenvolvimento de Materiais Didáticos de Ciências no Brasil: 1960 -1980”*, Revista Educação em Questão, vol. 31, no. 17, p. 7-23, janeiro-abril de 2008.
- [5] V. M. BarrA e K. M. Lorenz, *“Produção de materiais didáticos de Ciências no Brasil, período: 1950-1980”*, Ciência e Cultura, vol. 38, no. 12, pp. 1970-83, dezembro de 1986.
- [6] C. Ginzburg, *“O Queijo e os Vermes”*. São Paulo: Companhia das Letras, 1987.
- [7] S. F. de M. Figueiroa, *“As ciências geológicas no Brasil: uma historia social e institucional, 1875 – 1934”*. São Paulo: HUCITEC, 1997.
- [8] CENTRO DE ENSINO DE CIÊNCIAS DA BAHIA. [Universidade Federal da Bahia]. [Caderno de Atas do CECIBA, 1965-1969] [Relatório PROTAP - 1969/1974]. Salvador, Arquivo do CECIBA, UFBA.
- [9] O ESTADO DE SÃO PAULO, Jornal impresso, 04/06/1965.

- [10] S. A. Schwartzman, *“Pesquisa Científica no Brasil: Matrizes Culturais e Institucionais”*, in Pesquisa Médica, vol. 1. São Paulo: Editora Pedagógica Universitária; Brasília: Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pp. 137-160, 1982. [Online]. Disponível em: <http://www.schwartzman.org.br/simon/matrizes.htm>
- [11] A. C. S. Abrantes e N. Azevedo, *“O Instituto Brasileiro de Educação, Ciência e Cultura e a institucionalização da ciência no Brasil, 1946-1966”*, Boletim do Museu Paraense Emílio Goeldi. Ciências Humanas. vol. 5, no. 2, pp. 469-489, maio-agosto de 2010.
- [12] CENTRO DE ENSINO DE CIÊNCIAS DO NORDESTE. [Universidade Federal de Pernambuco]. [Portaria nº 4, 20 de jun. de 1966, Criação do Centro de Ensino de Ciências do Nordeste, Publicada no Boletim Oficial da **UFPE**, v.1, n. 2/4, p. 19-44. 16 mai/30 jun]. Recife, Arquivo do **CECINE, UFPE**.
- [13] CENTRO DE ENSINO DE CIÊNCIAS DA BAHIA. [Universidade Federal da Bahia]. [Plano de Orçamento dos Centros de Ciências - Ano 1966, Diretoria do Ensino Secundário, Ministério da Educação e Cultura]. Salvador, Arquivo do **CECIBA, UFBA**.
- [14] CENTRO DE ENSINO DE CIÊNCIAS DA BAHIA. [Universidade Federal da Bahia]. [Relatório do CECIRS, mar/66 – mar/67]. Salvador, Arquivo do **CECIBA, UFBA**.
- [15] CENTRO DE ENSINO DE CIÊNCIAS DA BAHIA. [Universidade Federal da Bahia]. [Boletim do Centro de Treinamento para Professores de Ciências, n. 1, São Paulo, março de 1966]. Salvador, Arquivo do **CECIBA, UFBA**.
- [16] CENTRO DE ENSINO DE CIÊNCIAS DA BAHIA. [Universidade Federal da Bahia]. [Relatório do **CECIGUA**, Apresentado no V Encontro dos Centros de Ciências]. Salvador, Arquivo do **CECIBA, UFBA**.
- [17] CENTRO DE ENSINO DE CIÊNCIAS DA BAHIA. [Universidade Federal da Bahia]. [Relatório do **CECIMIG**, fev. 1967]. Salvador, Arquivo do **CECIBA, UFBA**.
- [18] CENTRO DE ENSINO DE CIÊNCIAS DA BAHIA. [Universidade Federal da Bahia]. [Resolução de implantação do **CECIBA**, 17 de nov. 1965]. Salvador, Arquivo do **CECIBA, UFBA**.
- [19] CENTRO DE ENSINO DE CIÊNCIAS DA BAHIA. [Universidade Federal da Bahia]. [Exposição dos Representantes do **CECIMIG** no I Encontro de dirigentes dos Centros, nov. 1965]. Salvador, Arquivo do **CECIBA, UFBA**.
- [20] CENTRO DE ENSINO DE CIÊNCIAS DA BAHIA. [Universidade Federal da Bahia]. [Boletim do Centro de Ensino de Ciências da Bahia, n. 5, Salvador, março de 1968]. Salvador, Arquivo do **CECIBA, UFBA**.

- [21] A. Nóvoa, "Para o estudo sócio-histórico da gênese e desenvolvimento da profissão docente", *Teoria & Educação*, nº. 4, pp. 109-139, 1991.
- [22] A. Nóvoa, "Profissão professor", 2ª. ed. Porto: Porto Editora. 1999.
- [23] H. M. Guimarães, "Por uma Matemática nova nas escolas secundárias: perspectivas e orientações curriculares da matemática moderna", in *A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos*, São Paulo: **GHEMAT**, 2007, pp. 21-45.
- [24] A. L. M. Dias, "O Instituto de Matemática e Física da Universidade da Bahia: atividades matemáticas (1960-1968)", *História, Ciências, Saúde – Manguinhos*, vol. 15, no 4, pp. 1049-1075, outubro-dezembro 2008.
- [25] I. A. A. Freire e A. L. M. Dias, "Seção Científica de Matemática do **CECIBA**: propostas e atividades de renovação do ensino secundário de matemática (1965-1969)", **BOLEMA** – Boletim de Educação Matemática, vol. 23, no. 35b, pp.363-386, abril 2010.
- [26] I. A. A. Freire e A. L. M. Dias, "Um Encontro Promissor para o Ensino de Matemática na Bahia: pesquisas e realizações na década de 60 do séc. XX" in *A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e Portugal: contribuições para a história da educação matemática*. São Paulo: Annablume, 2010, pp. 143-155.
- [27] CENTRO DE ENSINO DE CIÊNCIAS DA BAHIA [Universidade Federal da Bahia]. [Exposição de Motivos para a publicação dos textos do **SCM**]. Salvador, Arquivo do **CECIBA, UFBA**.
- [28] O. Catunda, et al., "Matemática, segundo ciclo, ensino atualizado", vol. 1. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S. A., 1971.
- [29] CENTRO DE ENSINO DE CIÊNCIAS DA BAHIA. [Universidade Federal da Bahia]. [Boletim do **CECIBA**, n. 6, jun 1968]. Salvador, Arquivo do **CECIBA, UFBA**.
- [30] F. Soares, "Os Congressos de Ensino da Matemática no Brasil nas Décadas de 1950 e 1960 e as Discussões sobre a Matemática Moderna". [Online]. Disponível em: https://app.uff.br/riuff/bitstream/1/1113/1/SPHEM_2005_SOARES.pdf
- [31] H. F. Fehr, "Relatório da Segunda Conferência Interamericana sobre Educação Matemática", Anais. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1969.



CONCEPCIONES SOBRE LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS EN PRIMARIA

CONCEPTIONS ABOUT THE HISTORY OF THE MATHEMATICS IN PRIMARY

Miguel Edison Gómez Brandon Galindo** Beatriz Villarraga - Baquero ****

Resumen: el propósito de este proyecto es determinar el impacto que ha tenido en las aulas de clase de matemáticas las concepciones que tiene el profesor de primaria acerca de la historia de las matemáticas, para poder así determinar algunas alternativas que el docente puede llegar a usar con el fin de mejorar sus prácticas de enseñanza en el aula. Como primera alternativa se desea recoger información sobre la formación del docente, el conocimiento que tiene frente a las matemáticas y en especial en cuanto a la historia de las matemáticas, los usos de la historia de la matemática en su práctica, para posteriormente establecer algunas alternativas donde el uso de la historia en sus diversas expresiones ofrece a los procesos de enseñanza- aprendizaje de las matemáticas.

Palabras clave Historia de las matemáticas, concepciones, primaria, Matemáticas

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019

* Estudiante de Licenciatura en matemáticas y física, Universidad de los Llanos, Colombia.

** Estudiante de Licenciatura en matemáticas y física, Universidad de los Llanos, Colombia. E-mail: brandon.galindo@unillanos.edu.co.

*** Licenciatura en matemáticas y física, Universidad de los llanos, Colombia. Doctorado en educación matemática, Universidad Antonio Nariño, Colombia. Docente Universidad de los Llanos, Colombia. E-mail: bvillarraga@unillanos.edu.co.

EL CONCEPTO DE NÚMERO REAL EN LAS PRÁCTICAS MATEMÁTICAS: UNA BREVE HISTORIA POR LOS ESTRUCTURALISMOS DEL SIGLO XX.

THE CONCEPT OF REAL NUMBER IN MATHEMATICAL PRACTICES: A BRIEF HISTORY BY THE STRUCTURALISMS OF THE 20TH CENTURY.

*Guillermo Ortiz-Rico**

Resumen: se ofrece una visión general del desarrollo del concepto de número real en algunos momentos estructurales significativos de las matemáticas del siglo XX e inicios del XXI. A la luz de este recorrido histórico-epistemológico, se pretende mostrar que el estudio de diversas construcciones de los números reales, constituye una buena alternativa educativa que contrasta con la pretensión de considerar los reales como un concepto acabado. Se presentan cinco instancias de los reales que, a nuestro parecer, dan cuenta significativa de las prácticas matemáticas: Hilbert, Bourbaki, Teoría de Categorías, Schanuel y Weiss. Los reales por Hilbert en 1900 es la primera propuesta estructuralista del siglo XX. Aquí la noción de completitud aparece fuertemente influenciada por la obra de Dedekind y el pensamiento filosófico de la época, muy particularmente en Husserl. Se caracterizan los números reales estructuralmente (salvo isomorfismos) como un objeto terminal de todos los cuerpos arquimedianos totalmente ordenados. Bourbaki en los años 1940 define los números reales por filtros minimales de Cauchy, suprimiendo el uso de clases de equivalencia de la construcción de Cantor. El programa de los Bourbaki caracteriza los números reales estructuralmente (salvo isomorfismos) como un objeto inicial de todos los espacios uniformes que completan al grupo topológico de los números racionales. En la teoría de categorías, y en los topoi particularmente, se definen generalizaciones de los números reales de Cantor y Dedekind que en general no coinciden. El álgebra universal se entrecruza con la teoría de categorías, a través de la noción de co-álgebra, lo cual constituye un novedoso formalismo para caracterizar los números reales como coálgebras finales. La propuesta de Schanuel, que se publica por varios autores en la primera década del siglo XXI, construye los reales a partir de la estructura de grupo abeliano de los enteros, sin requerir la construcción previa del campo de los números racionales. Computacionalmente constituye una construcción eficiente y cercana a ser efectiva. Al igual que Dedekind, la idea se inspira en la antigua teoría griega de proporción de Eudoxo, por lo que en algunas referencias la designan como los “los reales de Eudoxo”. Finalmente, Weiss en el año 2016 juega con la construcción de Bachmann (1892), que presenta los reales por intervalos encajados, y con la de Bourbaki, para producir una construcción de los números reales que por momentos “nos hace creer” que estamos manipulando los números reales. Su mayor aporte es dar explícitamente el orden para comparar filtros de Cauchy

* Matemático, Universidad del Valle, Colombia. Doctorado en ciencias exactas, Pontificia Universidad Católica De Chile, Chile. Departamento de Matemáticas, Universidad del Valle, Colombia. E-mail: guillermo.ortiz@correounivalle.edu.co..

(números reales a lo Bourbaki) aprovechando la aritmética intervalar para definir las operaciones algebraicas..

Palabras clave: números reales, prácticas matemáticas, estructuralismo.



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

LA NOCIÓN DE NÚMERO NATURAL DESDE UNA PERSPECTIVA ESTRUCTURALISTA: LA TENSIÓN ENTRE ESTRUCTURA, INTUICIÓN Y PLATONISMO

THE NOTION OF NATURAL NUMBER FROM A STRUCTURALIST PERSPECTIVE: THE TENSION BETWEEN STRUCTURE, INTUITION AND PLATONISM

*Edgar Fernando Gálvez-Peña**

Resumen: en el curso de los siglos XIX y XX, los desarrollos fundacionales en matemáticas dieron lugar a un cambio cualitativo altamente significativo de la noción de número. Los trabajos de Dedekind, Cantor, Frege, entre otros, se destacan entre los aportes más significativos en este sentido. De manera particular, la definición de Dedekind-Peano otorga a la noción de número natural un estatuto matemático suficientemente sólido. Sin embargo, desde el punto de vista epistemológico y ontológico este desarrollo matemático abrió nuevas preguntas y perspectivas filosóficas. Por ejemplo, la definición de Richard Dedekind 1888 de los números naturales (¿Qué son y para qué sirven los números?), y, de manera especial su muy celebre parágrafo 72, da lugar a la siguiente pregunta: ¿Son los números naturales esencialmente una estructura? Esta pregunta deviene medular en el proceso de consolidación de una nueva perspectiva en la filosofía de las matemáticas, que se concreta a mediados del siglo XX con el trabajo de Paul Benacerraf de 1965 (What numbers not could be). Se trata pues del surgimiento del estructuralismo matemático como enfoque filosófico. El trabajo de Benacerraf puede ser perfectamente interpretado como una nota filosófica sobre el trabajo de Dedekind. En el proceso de desarrollo de esta nueva perspectiva se acentúa el debate acerca del estatuto ontológico y epistemológico de la noción de estructura matemática. A partir de la pregunta anterior se derivan otras tanto de orden ontológico como epistemológico: ¿Es posible articular una explicación coherente de la noción de estructura matemática como objeto matemático abstracto? ¿Cómo es posible para un ser humano acceder a estructuras abstractas? Dos respuestas a las anteriores preguntas constituyen el objeto de este trabajo: el estructuralismo ante rem de Stewart (**ARS**) Shapiro y el estructuralismo post-rem de Charles Parsons (**PRS**). En el seno de estos dos enfoques estructuralistas se reedita la tensión entre intuición sensible y platonismo matemático. El propósito de esta presentación es situar esta discusión en la perspectiva de la definición de número natural ofrecida por Dedekind.

Palabras clave: números naturales, estructuralismo matemático, filosofía de las matemáticas.

* Licenciatura en Filosofía, Universidad del Valle, Colombia. Magister En Educación Matemática, Universidad Del Valle, Colombia. Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Colombia. E-mail: ferchogalvez@yahoo.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7597-0402>.

RECONOCIMIENTO AL TRABAJO DE PROFESORES DE MATEMÁTICA CUBANOS

RECOGNITION OF THE WORK OF CUBAN MATHEMATICS TEACHERS

*René L. Baldriche-Rodríguez.**

Resumen: en el presente trabajo, producto de la tarea de impartir la asignatura Historia de la Matemática a los estudiantes de quinto año de la Carrera Licenciatura en Educación en la especialidad de Matemática Física de la Facultad de Ciencias de la Educación en la Universidad de Artemisa, se decidió en consenso abordar la Historia de las matemáticas en otras épocas y regiones, buscando un estrecho vínculo con la carrera y como Trabajo Final de la asignatura. En dicho proceso se investigó sobre la historia de célebres profesores de Matemática cubanos, quienes con su labor han sido ejemplo para muchas generaciones de cubanos y han logrado despertar e incentivar el amor por esta ciencia en sus alumnos. Por todo lo anterior, se elaboró este material donde se recogen las síntesis biográficas de algunos de estos profesores de Matemática de manera que sirva de base material de estudio para historiadores de la Educación Matemática cubana, de manera que permita ver a estudiantes e incluso para profesores jóvenes cómo en la Isla también se ha desarrollado una cultura Matemática que ha permitido consolidar un camino que se traduce en la pedagogía efectiva que ha contribuido al desarrollo de una ciencia Matemática con prestigio internacional. Vale mencionar que los estudiantes incluyeron a su docente como reconocimiento.

Palabras clave: historia, celebres, profesores, Matemática, cubanos.

Abstract: in the present work, product of the task of imparting the subject History of Mathematics to the fifth year students of the Degree in Education in the specialty of Physical Mathematics of the Faculty of Education Sciences at the University of Artemisa, decided by consensus to approach the History of mathematics in other times and regions, seeking a close link with the career and as Final Work of the subject. In this process, the history of famous Cuban mathematics teachers was investigated, who with their work have been an example for many generations of Cubans and have managed to awaken and encourage love for this science in their students. For all the above, this material was prepared on the biographical syntheses of some of these teachers are collected in a way that serves as a basis for study material for historians of Cuban Mathematics Education, that allows seeing students and even young teachers how a mathematical culture has also developed on the island that has allowed consolidating a path that translates into effective pedagogy that has contributed to the development of a mathematical science with

* Licenciado en Educación en la especialidad de Matemática, Máster en Ciencias. Profesor Auxiliar, Universidad de Artemisa, Cuba. E-mail: baldomercedes@yahoo.es.

international prestige. It is worth mentioning that the students included their teacher as recognition.

Key Words: History, celebrities, teachers, math, Cubans.

1. Introducción

Recientemente el profesor W. O. Beyer destacaba la emergencia de una cultura matemática en Cuba. Fruto de ello, en [1] se describían periodos donde se establecían niveles de madurez científica concreta cuando se crea la *Sociedad Cubana de Ciencias Físicas y Matemáticas*.

Se evidenciaron entonces focos culturales externos a La Habana no documentados o reconocidos que aparecen como esfuerzos aislados sin consolidación colectiva científica suficientemente fuerte y amplia en condiciones adversas. La década los 80's fue fructífera para la comunidad matemática por la *conciencia social de la importancia del saber matemático y sus aplicaciones*, [1].

Se formaron cerca de 80 doctores en Ciencias Matemáticas, activos en la investigación teórica y aplicada, junto a otros primeros formados en la década de los 70's. Surgieron revistas y publicaciones en general en medio del bienestar y condiciones propicias para la socialización del saber en el llamado periodo revolucionario, como muestra el primer Congreso cubano Nacional de Matemática se realiza en 1982.

Desde esa perspectiva, tras esa formación de la cultura matemática en Cuba hay una serie de realizadores ejemplares tanto en la enseñanza como en la socialización de los saberes matemáticos. Aunque hay focos insertos a la comunidad matemática de la Isla, este documento se centra en la búsqueda de profesores destacados para disponer de puntos de partida de investigaciones centradas en ellos para que la generación actual conozca de la riqueza matemática de la Isla, particular en todo caso.

En el anterior sentido, según una opinión mayoritaria de docentes, incluyendo la del autor del presente texto, de la definición dada por el profesor Luis Davidson: *...un maestro, profesor o profesor en formación de cualquier asignatura, y en particular de Matemática, ha de entrar a su aula con un sólido conocimiento del tema que va a exponer; puede inferirse que ha de poseer, además, un buen dominio del programa que debe desarrollar en el grado que imparte y una visión panorámica de la asignatura en el nivel e incluso, en toda la Educación General. Un profesor que entre en su aula con una clase preparada, con deseos de dar lo mejor de sí mismo y de entregarse por completo a sus alumnos y su labor, inspirará confianza y en su tránsito diario por ella ganará el cariño y el respeto de sus discípulos.*

Por otro lado, tratar de que los alumnos quieran aprender Matemática como un deseo dado que los profesores le hicimos comprender su belleza, induce a que se aprenda bien porque agrada y complace los. En tal sentido, la Matemática es una ciencia que exige

entrenamiento intelectual y cultivo del razonamiento lógico, sin esfuerzo mental todo es imposible. En palabras cotidianas: el *vago* del conocimiento, por consiguiente, no aprende Matemática.

En esa perspectiva, los profesores esforzados para que a los ojos de los alumnos la Matemática se vea como algo interesante, bello, que colme sus aspiraciones intelectuales y para que, por encima de todo, adquieran una profunda comprensión del asunto que se explica, resuta de explicaciones e interacciones con el docente y entre los discípulos, empleando diferentes métodos basados en la comunicación.

El profesor intentará captar el interés de los alumnos en todo el transcurso de la clase y de motivarlos. Pretenderá conservar su atención y les dará la máxima participación a todos y a cada uno. Tratará que el enfrentamiento diario con los medios de comunicación se convierta en un proceso de búsqueda sobre cuestiones de actualidad que sea posible vincular a los asuntos de la clase, procurará que sus alumnos lean materiales de todo tipo, en especial sobre la Historia de la Matemática, no solo a nivel mundial sino de su realidad de su país, de Cuba. En tal caso, los asuntos anecdóticos propios de la Historia de la Matemática, así como las vivencias de sus actuales profesores, motivarán y reforzarán la teoría a tratar, enriquecerá la cultura general integral de los estudiantes, [2], [3].

Por otra parte, la selección de ejercicios y problemas ha de ser cuidadosa, teniendo en cuenta su gradualidad y niveles de complejidad. Es conveniente que se elijan de modo que unos desafíen la inteligencia de los más dotados y que la mayoría esté al alcance de todos, con lo cual evitará la frustración o el temor. La actividad reflexiva del alumno propiciará que si no recuerda en alguna ocasión el desarrollo típico o el método estudiado, pueda por sí mismo hallar otra vía para llegar correctamente al resultado. Aprende, además, el estudiante que algunas vías son más rápidas, eficientes y expeditas y que la secuencia de los pasos es más sencilla de fundamentar. En las competencias, concursos u olimpiadas, cuando se va a seleccionar a un ganador, se escoge siempre a aquel que ofrezca la *solución más elegante*, [4].

Y, en otro sentido, la utilización de los medios es también fundamental, particularmente el pizarrón real o virtual - no desapareció ni desaparecerá -; la mediación de: textos, cuerpos geométricos, simulaciones, a través de canales como la televisión, los asistentes matemáticos, los software, el video, han de ser presentados de modo similar a como lo haría un ilusionista en su acto, co en todo caso herramientas computacionales se orientan en cautivar al máximo la atención de los alumnos. En consecuencia, el presente trabajo es fruto de una cuidadosa investigación, basada en iniciar una memoria de la Educación Matemática desde la Historia de los docentes: acopiar sistemáticamente información sobre célebres profesores de Matemática, todos ellos cubanos. Las técnicas de entrevista a

los que aún enseñan en las aulas; así como de fuentes secundarias de archivo para de asignaturas de Historia de las Matemáticas en la Universidad de Artemisa, Cuba, [5].

El hilo conductor se fundamenta, en todo caso, en considerar la enseñanza de la Matemática como un arte, que requiere superación y mejoramiento constante como seres humanos, entendiendo el reconocimiento de los maestros y profesores como una huella para entender en el contexto nacional la propia Matemática y la utilidad en la vida cotidiana.

2. Desarrollo: síntesis biográficas consideradas

Se consideraron, en términos de la viabilidad documental, los siguientes docentes:

- Escalona Almeida Dulce María
- Álvarez Pérez Marta María
- Baldor de la Vega Aurelio Ángel
- Davidson San Juan Luis
- González Rodríguez Mario Octavio
- Miquel Merino Pablo
- Piñeiro Díaz Luis Ramiro
- Torres Fernández Paúl
- González Rangel Miguel Ángel
- Ballester Pedroso Sergio
- Santana de Armas Hilarión Francisco
- Villegas Jiménez Eduardo Víctor
- Almeida Carazo Bernardino Alfredo
- Viera Romero Yusnier
- Baldriche Rodríguez René Leonardo
-

3. Dulce María Escalona

Nacida el 15 de agosto de 1901, en la Provincia de Holguín; fallecida el 22 de febrero de 1976 en ciudad de La Habana. Profesora titular de Matemática y Didáctica de la Matemática y Doctora en Pedagogía en 1924 de la Universidad de La Habana, y desde 1939 graduada como Dra. En Ciencias Físico-Matemáticas, figura 1.





Figura 1. Dulce María Escalona. **Fuente:** propia.

Pedagoga quien dedicó su vida la causa de la educación del pueblo cubano; incansable luchadora afecta a los ideales manifiestos por Julio Antonio Mella por lo que colaboraría como Profesora de Matemática en la Universidad Popular *José Martí*.

En 1934 es nombrada Directora de la Escuela Técnica Industrial de la Fundación Rosalía Abreu y ejerció como Profesora de Matemática.

Después del Triunfo de la Revolución ocupa diferentes responsabilidades todas relacionadas con la enseñanza y en particular de la Matemática:

- En 1962, como Directora de la Escuela de Educación de la Facultad de Humanidades de la Universidad de La Habana, se conserva su ponencia: *Esbozo de Reforma de la Escuela de Educación*.

De su legado pedagógico no quedó nada escrito; no obstante, se destaca su investigación sobre la enseñanza de la *Metodología de la Aritmética en la Escuela Primaria (1937-1951)* cuya orientación de tipo científico-pedagógico-psicológico, puede ser objeto de investigación por historiadores de la Educación Matemática. La investigación no sólo abarcó la parte metodológica, incluyó la confección de textos (preescolar a 6º grado); atendió, además, la confección de medios de enseñanza y orientaciones metodológicas de docentes. En 1972 recibiría la *Categoría de Profesora Emérita* de la Universidad de La Habana.

4. Marta María Álvarez Pérez

Nacida en La Habana el 30 de marzo de 1954. Se graduó de profesora diplomada de Matemática y Física en la Universidad Carlos Marx, de Leipzig, ex - RDA. Posee el grado científico de Doctora en Ciencias Matemáticas, alcanzado en el Instituto Superior Pedagógico de Erfurt - Mühlhausen, Alemania, en 1991. Ostenta la categoría de docente titular desde 2005, figura 2.



Figura 2. Marta María Álvarez Pérez. **Fuente:** propia.

Su experiencia profesional desde 1978 hasta la fecha ha consistido en la dirección del diagnóstico, diseño y evaluación de los planes de estudio, programas y libros de texto de la Licenciatura en Educación y otras carreras. Ha sido profesora de pre y postgrado del otrora Instituto, actual Universidad de Ciencias Pedagógicas *Enrique José Varona*, y por breve tiempo, de otras universidades en Cuba y en el extranjero. Miembro del Comité Académico de algunas maestrías relacionadas con la Didáctica de la Matemática.

Ha recibido distintos reconocimientos otorgados por el **SINTEC** y el Consejo de Estado, como la Medalla Frank País de primer y segundo grado. Desde 2011 es miembro de honor de la Cátedra *Dulce Ma. Escalona* y a partir del 2016 de la Sociedad Cubana de Matemática y Computación.

5. Aurelio Ángel Baldor de la Vega

Nacido el 22 de octubre de 1906 en La Habana. Falleció el 2 de abril de 1978 en Miami, EU. Matemático, docente, escritor y abogado autor del divulgado libro *Álgebra de Baldor* publicado en 1941, reeditado en numerosas oportunidades, y otros, como la *Aritmética de Baldor*, la *Geometría plana y del espacio*, y *Trigonometría de Baldor*, figura 3.



Figura 3. Aurelio Ángel Baldor de la Vega. **Fuente:** propia.

En la década de 1940 fundó en La Habana el Colegio Baldor, del que fue también director. Luego de Nacionalizado, ahora funciona allí el *Colegio Español*, con estudiantes pertenecientes a la Unión Europea.

Después del triunfo de la Revolución Cubana Baldor decide abandonar el país con su familia: el 19 de julio de 1960 partieron a México mientras vendía los derechos de su obra a la editorial *Publicaciones Cultural*; y luego a Estados Unidos, estando primero en Nueva Orleans. Posteriormente docente del *Saint Peters College* de Nueva Jersey. Dedicado a escribir teoremas y ejercicios matemáticos, finalmente fallece a causa de enfisema pulmonar.

6. Luis J. Davidson San Juan

Nacido el 10 de septiembre de 1921, fallecido el 10 de noviembre de 2011. Matemático docente. Doctorado en física y Ciencias Matemáticas de la Universidad de La Habana en 1944 con la tesis titulada *Desarrollos sobre la serie de funciones analíticas*; reconocido igualmente por sus contribuciones a los campos de matemáticas y pedagogía, figura 3.

De 1945 a 1961 impartió clases en el Instituto de Segunda Enseñanza de Matanzas y en 1950 formó parte de la delegación que representó a Cuba en el *Congreso Internacional de Matemáticos de la Universidad de Harvard*. En 1960, ocupó el cargo de Inspector Nacional de Matemáticas. En 1971, representó a Cuba como Jefe de la delegación nacional en la *Olimpiada Internacional de Matemáticas* y, en 1988, como miembro de la organización, se convirtió en el *Vicepresidente del Comité de Sitio de la OMI*.

En 1990 participó en el Primer Congreso de la Federación Mundial de Competencias Nacionales de Matemáticas en Waterloo, y en 1992 recibió el Premio *Paul Erdős* por la Comisión Internacional de Instrucción Matemática (**CIIM**) en Quebec, Canadá; y con la distinción de *Maestro Fundador de Matemáticas en Iberoamérica* por la *Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura*. Fue el Vicepresidente del Comité Internacional del Sitio de Olimpiadas Matemáticas en 1988.

Autor de libros que merecen la atención de historiadores de la Educación Matemática, incluyendo los referentes a *Concursos en matemáticas* (1974), *Problemas de matemáticas elementales* (1987) Editorial Pueblo y Educación; y *Ecuaciones y matemáticos* (1988).

7. Mario Octavio González Rodríguez

Nacido en Matanzas el 14 de septiembre de 1913; fallecido en Coral Gables, Estados Unidos, el 14 de febrero de 1999. Recibió el título de Dr. en Ciencias Físico-Matemáticas en 1938 con la Tesis *Algunos tipos de ecuaciones diferenciales invariantes en ciertas transformaciones infinitesimales*. Recibió una beca Guggenheim para estudios de postgrado en el **MIT** de EEUU y la Universidad de Princeton entre 1939 y 1941, figura 3.



Figura 3. Mario Octavio González Rodríguez. **Fuente:** propia.

Fue profesor de la Escuela de Agrimensura del Instituto de Segunda Enseñanza de Matanzas de 1933 a 1940. Aun siendo estudiante, entre 1933 y 1938, publicó 25 artículos en revistas de Madrid, San Sebastián y Buenos Aires, productos que valen la pena indagarse por parte de los historiadores de la Educación Matemática Cubana.

En 1940, es nombrado Profesor Auxiliar en la Cátedra de Análisis Matemático de la Universidad de La Habana. En 1944 pasa a Profesor Titular de dicha cátedra, cargo que ocupa hasta 1960. Fue profesor invitado en las Universidades de Puerto Rico, Alabama en EEUU, Central de Venezuela y miembro de la Academia de Ciencias de Lima, Perú, de la Unión Matemática Argentina, la Sociedad Matemática Española y la American Mathematical Society. Sus libros de texto *Algebra Elemental Moderna* de la Editorial Selecta Habana 1956-57 en dos volúmenes, sus *Complementos de Aritmética y Algebra 10^a* edición 1960, y sus *Complementos de Geometría y Nociones de Cálculo Diferencial e Integral*, 9^a edición 1960. Todos los anteriores con una incidencia aún no investigada exhaustivamente pero que impactaron la cultura matemática en la Isla y aún sirven para la preparación preuniversitaria de muchos profesionales. Para la enseñanza universitaria escribió, además, un texto sobre *Fundamentos de la Teoría de Funciones de Variable Compleja* (1952).

Tuvo proyección internacional antes de 1959, participando como representante de Cuba en la formación de la *International Mathematical Union*. Pero posteriormente, en 1960, pasa a trabajar como profesor de Matemática en la *Universidad de Alabama* y fue *Professor of Mathematics* de 1961 hasta 1979 año en que se jubila como *Professor Emeritus*. En su Curriculum Vitae aparecen 102 publicaciones.

8. Pablo Miquel Merino

Nacido en La Habana el 20 de septiembre de 1887; fallecido allí mismo el 3 de abril de 1944. Cursó la primera y la segunda enseñanzas en el *Colegio de Belén* de La Habana. Al graduarse de Bachiller viajó a España. De regreso a Cuba, a los 17 años, continuó sus

estudios en la Universidad de La Habana donde se graduó sucesivamente de: Doctor en Ciencias Físico-Matemáticas (1908), Arquitecto (1910) e Ingeniero Civil (1912), figura 4.



Figura 4. Pablo Miquel Merino. **Fuente:** propia.

En 1908, gana por oposición la plaza de Ayudante Facultativo del Gabinete de Astronomía de la Universidad de La Habana, y luego la de Profesor Auxiliar de la Cátedra de Astronomía (1912).

El 20 de mayo de 1913 se hizo cargo de la cátedra de Análisis Matemático de la Universidad de La Habana; y el 1 de septiembre de 1921 fue nombrado Profesor Titular de la misma. Durante los más de 30 años que estuvo al frente de la docencia de esta disciplina ejerció a su vez una saludable influencia sobre la enseñanza de la matemática en el nivel secundario.

En 1979, la Sociedad Cubana de Matemática instituyó el premio *Pablo Miquel* para galardonar a los matemáticos cubanos que han cumplido una labor destacada en su especialidad.

Publicó varios textos, que pueden ser objeto de investigación, entre ellos: Elementos de Álgebra Superior, un volumen sobre Cálculo Diferencial y otro sobre Cálculo Integral.

Lo anterior considerando la ascendencia, por antonomasia, de la escuela cubana por su capacidad, voluntad de servicio, laboriosidad, bondad y sencillez. Fue galardonado con la presidencia de la Sociedad Cubana de Ciencias Físicas y Matemáticas al fundarse ésta en 1942.

9. Luis Ramiro Piñeiro Díaz

Nacido en Nueva Paz el 5 de septiembre de 1953. Licenciado en Matemática, Universidad de La Habana, Cuba, 1976. Doctor en Ciencias Físico-Matemáticas, Universidad Estatal de Moscú "M. V. Lomonosov", URSS, 1985, figura 5.



Figura 5. Luis Ramiro Piñeiro Díaz. **Fuente:** propia.

Trabaja actualmente en el Departamento de Teoría de Funciones, Facultad de Matemática y Computación, de la Universidad de La Habana, como Profesor Titular de la Maestría en Matemática de la Universidad de La Habana. Ha impartido durante más de 30 años contenidos de Análisis Matemático, Variable Compleja, Análisis Funcional, Álgebra, Geometría y Geometría analítica. En postgrado ha abarcado las temáticas de Teoría de números, Teoría combinatoria, Polinomios ortogonales.

Entre los textos publicados destaca: *Comportamiento asintótico de una clase de cuasipolinomios y de algunos polinomios* (1985).

Preside la Sociedad Cubana de Matemática y Computación, desde 2007. Ha recibido múltiples reconocimientos del Consejo de Estado de la República de Cuba, en 1995, 2005, y 2012; así como la docencia destacada de la Universidad de La Habana -en educación- en el curso 1999-2000, y del **SNTECD**, en 2002.

10. Paul Antonio Torres Fernández

Nacido el 23 de marzo de 1957. Doctor en Ciencias Pedagógicas (1993). Doctor en Ciencias (2do. grado) (2016), figura 6.



Figura 6. Paul Antonio Torres Fernández. **Fuente:** propia.

Profesor Titular (2001) e Investigador Titular (2013), del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. Ha ocupado diferentes responsabilidades entre otras: subdirector del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (2013), vicepresidente del Tribunal Permanente de Doctorado en Ciencias Pedagógicas del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (2013), jefe del Programa Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación de Educación

(2015), coordinador Nacional por Cuba en **LLECE**, de la **OREALC/UNESCO** (2015) y miembro de la Latin American Studies Association (2016).

Consultor Internacional en Educación (2001, 2005, 2013, 2014, 2016). Observador Internacional de la **OREALC-UNESCO** (2006). Coordinador Nacional por Cuba de la Investigación Iberoamericana de Eficacia Escolar (2003-2006) y del Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo de **OREALC-UNESCO** (2008-2010).

Par revisor de revistas científicas nacionales e internacionales. Consultor de **FLACSO** (2015).

Por lo anterior, ha recibido numerosos reconocimientos: Premio al Mérito Científico Técnico del Ministerio de Educación (1993), Premio de la Comisión Nacional de Grados Científicos a la Tesis de Doctorado más destacada en Ciencias Pedagógicas (1994) y Premio de Ciencia e Innovación Pedagógica del Ministerio de Educación (2006, 2012 y 2014).

Se ha desempeñado, con resultados satisfactorios, como Docente-Investigador, Investigador y Jefe de Proyecto de Investigación, así como Secretario y Jefe de Programa Ramal del Ministerio de Educación (2005-2012). Ha participado en numerosos eventos científicos, tanto en Cuba como en el extranjero; a los mismos ha asistido en calidad de ponente, panelista y conferencista, así como, en ocasiones, de vicepresidente y presidente de Simposio y como miembro del Comité Científico.

Es asiduo autor de artículos científicos, varios de los cuales han sido publicados en revistas internacionales. Para destacar, como realizador de Educación Matemática, ha publicado textos de Didáctica y de Eficacia Escolar Educativa.

11. Miguel Ángel González Rangel

Nacido en el Central Habana Libre el 9 de septiembre de 1958. Licenciado en Educación en la especialidad de Matemática; Licenciado en Matemática en la Facultad de Matemática de la Universidad de la Habana. Integra el Grupo Beta de Educación Matemática, y en 1997 termina su Maestría, y obtiene el Grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, en el 2002, figura 7.





Figura 7. Miguel Ángel González Rangel. **Fuente:** propia.

Obtuvo la categoría superior de Profesor Auxiliar, el Premio Especial del Ministro, la Distinción por la Educación Cubana, la Condición de Vanguardia Nacional del Sindicato y de la **ANIR** en varias ocasiones, y participa activamente en Eventos Científicos Nacionales e Internacionales publicando artículos donde se revelan sus experiencias en la aplicación de sus ideas en la *enseñanza de la Matemática preuniversitaria*.

Cumpliendo Misión Internacionalista, en la República Bolivariana de Venezuela durante los cursos 2009 - 2010, y 2010 - 11., realiza el proyecto validación del Plan de Estudio D.

Desde el 2012 es profesor de Matemática para los Residentes en Ciencias Básicas Biomédicas.

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019

12. Sergio Ballester Pedroso

Doctor en Ciencias Pedagógicas de febrero de 1981, en Erfurt, República Democrática Alemana. Labora actualmente en la Universidad de Ciencias Pedagógicas *Enrique José Varona* en La Habana, figura 8.



Figura 8. Sergio Ballester Pedroso. **Fuente:** propia.

Docente con más de cuarenta y cinco años de actividad profesional dedicados a la formación de profesores de Matemática y alumno fundador de la Universidad de Ciencias Pedagógicas *Enrique José Varona* (**UCPEJV**). Ha laborado en este centro como: miembro del Consejo Científico, del Tribunal de las Categorías Docentes, del tribunal de grados científicos, del comité académico de la Maestría en Didáctica de la Matemática, de la Comisión de Carrera para la Elaboración de Planes de Estudio y Programas, así con en funciones de Jefe de la disciplina Didáctica de la Matemática.

Ha colaborado en actividades académicas como asesor en la elaboración del *currículo, programas y materiales docentes y cursos de superación en la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua; la Universidad Autónoma de Guerrero (México);* Colombia y el Ministerio del Poder Popular para la Educación en Venezuela. Colaborador del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (ICCP) y del Instituto Latinoamericano y Caribeño (IPLAC).

Entre las líneas de investigación que merecen seguirse desde la Historia de la Educación matemática cubana se distinguen: la formación práctico docente de los profesores de Matemática, la participación activa de los estudiantes en el aprendizaje de la Matemática y la evaluación de la calidad de la educación. Es uno de los autores del texto de *Didáctica de la Matemática vigente en nuestras universidades pedagógicas* y miembro de la Subcomisión nacional de Matemática del MINED.

13. Hilarión Francisco Santana de Armas

Graduado de Profesor Secundario Superior de Matemática (1971, Universidad de La Habana) y Máster en Didáctica de la Matemática (1998, UCP Enrique José Varona). Ya jubilado con 47 años de ejercicio profesional y Consultante, figura 9.



Figura 9. Hilarión Francisco Santana de Armas. **Fuente:** propia.

Profesor fundador del Instituto Pedagógico *Enrique José Varona*, Fue Jefe del Departamento de Metodología de la Enseñanza de la Matemática y Vicedecano de la Facultad de Matemática, presidente del Tribunal de Categoría Docente de Asistente, vicepresidente de la Comisión Metodológica de la universidad, Jefe de Carrera, miembro de la Cátedra Interdisciplinaria de Didáctica de la Facultad de Pedagogía y de la Cátedra Latinoamericana de Didáctica del Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño.

Ha ofrecido cursos de pregrado en la Formación de Licenciados en Educación Primaria y en la Educación Media Superior especialidad de Matemática y Computación y de postgrado en las universidades pedagógicas del país. Ha desarrollado, cursos, talleres y asesorado proyectos curriculares en instituciones educativas de Perú, Colombia, Brasil y México.

La trayectoria en *Metodología de la Enseñanza de la Matemática*, así como en Evaluación Curricular para la Formación de Licenciados en Educación y otras investigaciones, se sugieren como objeto de investigación en Historia de la Educación Matemática cubana

Es Presidente de Honor de la *Cátedra Dulce María Escalona*, Socio Emérito de la Sociedad Cubana de Matemática y Computación, pertenece a la planta académica de la Maestría en Didáctica de la Matemática de la Facultad de Ciencias y es miembro de la Subcomisión Nacional de Matemática del **MINED**.

14. Eduardo Víctor Villegas Jiménez

Graduado de Profesor Secundario Superior de Matemática, egresado de la Facultad de Pedagogía de la Universidad de La Habana en el año 1971; Doctor en Ciencias Pedagógicas, especialista en Educación Matemática, promovido en la Escuela Superior Pedagógica “Dr. Theodor Neubauer” de Erfurt, Alemania, en el año 1981 y Entrenamiento de Postgrado en el año académico 88-89, figura 10.



Figura 10. Eduardo Víctor Villegas Jiménez. **Fuente:** propia.

Ostenta desde el año 1990 la categoría docente de Profesor Auxiliar, y ha acumulado 43 años de experiencia docente en la Educación Superior.

Es miembro de la Subcomisión Nacional de Matemática de la Comisión Nacional de Planes y Programas del **MINED** y miembro externo del Consejo Científico del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (**ICCP**). Ha ofrecido en Cuba y en el extranjero cursos de postgrado. Forma parte del claustro de colaboradores del Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño (**IPLAC**), del **ICCP**, y participa en el desarrollo de diplomados y maestrías de las Universidades de Ciencias Pedagógicas *Enrique J. Varona* (**UCPEJV**) de La Habana y *Juan Marinello* (**UCPJM**) de Matanzas.

Desarrolló en Colombia (1997) dos cursos de Maestría; en Panamá cursos del Diplomado en Didáctica de la Matemática (años 2000 y 2006); en la Universidad de Ciencias Aplicadas de Lima, Perú, dos cursos de Postgrado de Didáctica de la Matemática (2004). Ha colaborado en Venezuela en tres ocasiones en el desarrollo de Doctorados y Maestrías (años 2010, 2012 y 2013). Tiene una amplia producción científica relacionada con la elaboración de planes y programas de estudio, libros de texto relacionados con la

Matemática y su enseñanza, etc.

Ha participado de forma sistemática en numerosos eventos nacionales e internacionales entre ellos: Congreso de la Sociedad de Matemática de la República Democrática Alemana (1979); Eventos internacionales Pedagogía (1995, 1997, 1999, 2001, 2003, 2005, 2007, 2009, 2011, 2013); XII Congreso Mundial de Educación Comparada, La Habana (2004); Eventos Internacionales “Didácticas de las Ciencias” (2008, 2010, 2012); 2da Jornada Científico-Pedagógica del Instituto Universitario de Tecnología de Valencia, Venezuela (2011); Universidad (2008, 2012, 2014).

15. Bernardino Alfredo Almeida Carazo

Nacido en Limonar el 20 de mayo de 1950, Matanzas. Licenciado en Educación, Especialidad Matemática (1984) y Master en Didáctica de la Matemática (2000). Posee la categoría docente de Profesor Auxiliar (2005), figura 11.



Figura 11. Bernardino Alfredo Almeida Carazo. **Fuente:** propia.

Con experiencia en la enseñanza de la Matemática de más de cuarenta años, se ha dedicado a la formación de profesores de Matemática desde 1984, se ha desempeñado como: jefe de colectivo de año, miembro del Consejo Científico (Facultad y Provincial), de la Comisión de Carrera de la especialidad, Jefe de departamento, jefe de la disciplina, presidente de la Comisión Provincial de Matemática. Organizador del proverbial evento internacional sobre *La enseñanza de la Matemática, la Estadística y La Computación (MATECOMPU)* que realiza desde el año 1994, uno de los más antiguos y vigentes de Iberoamérica.

Profesor en el pregrado de Didáctica de la Matemática, asesor de la práctica laboral y tutor de varios trabajos de curso y diplomas, así como del curso para trabajadores. Ha impartido cursos de postgrados para docentes de la **UCP**, del territorio, en diplomados, eventos nacionales e internacionales, maestría de amplio acceso y pasantías. Tutor, oponente y tribunal de varias tesis de maestría.

Ha colaborado en actividades académicas como asesor en Chile (1998); Perú (2004);

México (2007 – 2008) y Panamá (enero 2013). Es colaborador del Instituto Latinoamericano y Caribeño (IPLAC).

Investiga en la autorregulación del aprendizaje de los alumnos en la secundaria básica. Presenta los resultados de investigación en eventos científicos nacionales e internacionales.

Autor de textos y artículos científicos, nacionales e internacionales. Coautor del texto de Didáctica de la Matemática vigente, trabaja actualmente en el colectivo que elabora el nuevo texto de Didáctica de la Matemática para el Plan de estudio D. Miembro de la Subcomisión Nacional de Matemática del MINED. Su reconocida trayectoria puede ser un referente para los historiadores de la Educación matemática cubana.

16. Yusnier Viera Romero

Nacido el 26 de abril de 1982 en Bejucal, La Habana. Es considerado uno de los mejores calculistas de todos los tiempos. Reconocido por quebrar, en múltiples ocasiones, el récord mundial en fechas del calendario. Ha participado en Campeonatos Mundiales de Memorización siendo el único humano con resultados relevantes tanto en el Cálculo Mental, así como la Memorización Mental, figura 12.



Figura 12. Yusnier Viera Romero. **Fuente:** propia.

Fue profesor de Análisis Numérico de la Facultad de Matemática y Computación de la Universidad de la Habana desde 2005 hasta finales del 2007, cuando emigra a los Estados Unidos. En el último campeonato mundial de Cálculo Mental, celebrado en junio de 2010 en la ciudad de Magdeburg, obtiene la medalla de oro y el trofeo al Campeón Mundial de Fechas del Calendario.

Ha obtenido importantes récords en la competencia que consiste en reconocer el día de la semana de cualquier fecha, entre ellos:

- El 31 de octubre de 2005 quiebra en menos de 1 hora dos marcas mundiales de Cálculo Mental en la categoría de fechas del calendario.

Por ejemplo: Pregunta: 26 de abril de 1982. Respuesta: lunes.

Ha participado en varios Eventos, con los siguientes premios:

- Ganó la I, II, III Olimpiadas Nacionales Cubanas de Cálculo y Memorización Mental implantando infinidad de récords nacionales. Actualmente posee los 6 records nacionales vigentes en cada una de las 6 modalidades competitivas.
- Participación en la II Copa Mundial de Cálculo Mental (noviembre de 2006) celebrada en la ciudad de Giessen, Alemania, donde obtiene el 4.º lugar general entre 37 participantes invitados; mejor lugar alcanzado por un representante del continente americano en la historia de estas competencias.
- Participación en la IV Copa Mundial de Cálculo Mental (junio de 2010) celebrada en la ciudad de Magdeburg, Alemania, donde obtiene la medalla de oro en la categoría de Fechas del Calendario convirtiéndose en el Nuevo Campeón Mundial.

17. René Leonardo Baldriche Rodríguez

Nacido el 6 de noviembre de 1954. Licenciado en Educación en la especialidad de Matemática y Máster en Didácticas de las Matemáticas, tiene la categoría docente de profesor auxiliar, figura 13.

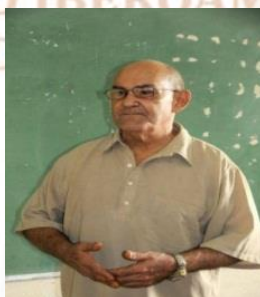


Figura 13. René Leonardo Baldriche Rodríguez. **Fuente:** propia

Con cerca de 45 años de labor ininterrumpida en la docencia comenzó su vida laboral en 1972. Ha ocupado responsabilidades como profesor, jefe de cátedra y colaborador municipal en la enseñanza de la Matemática, Director de la Escuela Secundaria Basica *Magoon Villena* y del Instituto preuniversitario *República Socialista de Rumanía*.

Entre los años 2006 y 2009 se desempeñó como responsable del Grupo de Aprendizaje de la Matemática en la entonces provincia de La Habana.

Contribuyó a la enseñanza de su asignatura en el Programa de Formación de Médicos Latinoamericanos y en la preparación de estudiantes para los Exámenes de Ingreso a la Educación Superior en la ciudad de La Habana.

Ha recibido numerosos reconocimientos: Distinción por la Educación Cubana, el Premio Especial del Ministro de Educación y la Medalla *Rafael María de Mendive*. La Federación Estudiantil Universitaria lo galardonó en dos ocasiones con el reconocimiento *Tiza de Oro*, estudiantes suyos alcanzaron tres medallas de Oro y dos de Bronce en la Olimpiada Nacional de Matemática Raymundo Reguera, que auspicia la Sociedad Cubana de esa disciplina.

Actualmente es Jefe de la disciplina Análisis Matemático en la Universidad de Artemisa, Artemisa, Cuba.

3. Conclusiones

La formación de profesores, y sus realizaciones, son parte integral de las posibles investigaciones de la Educación Matemática cubana en un proceso por reconstruir su historia. Los maestros de Matemática unos de alta, otros de mediana estatura, se evidencia: van más allá con sus discípulos, han recorrido la cultura, y la Matemática como centro de tal cultura.

La comunidad de Historiadores de la Educación iberoamericanos tiene, entonces, como línea de base docentes cuyos trabajos pueden ser objeto de investigación en la Educación matemática cubana gozando de logros importantes que la hacen reconocida a nivel internacional.

Seguramente, de este recorrido incompleto tendrá que incluirse un listado de más realizadores que deben ser señalados como referentes en este camino académico.

Reconocimientos

A los estudiantes colaboradores: Castillo González Yosmany, González Pacheco Andry, González Ferrer Rudy, Paneque Zaldivar Miguel, Pérez Rodríguez Yandri, Pérez Roque Luis Ernesto, Suárez Ruiz Riguar Enrique

Referencias

- [1] C. Sánchez F., C. Valdés C. *"Emergencia de una cultura matemática en Cuba"*. Facultad de Matemática y Computación Universidad de La Habana. Cuba. <http://ciaem-redumate.org/redregional/?q=node/143>
- [2] Ribnikov, K. *"Historia de las Matemáticas"*. Editorial MIR, Moscú, 1987.
- [3] H. Wussing, *"Conferencias sobre Historia de las Matemáticas"*. La Habana. Pueblo y Educación, 1989.

- [4] C. Sánchez F., *"Conferencias sobre problemas filosóficos y metodológicos de la Matemática"*. Facultad de superación en Ciencias Naturales, UM. ENPES, unidad administrativa. Santiago, 1968.
- [5] L. García de la Vega, *"Educadores Matemáticos Destacados en Tesis de Maestría en Didáctica de la Matemática"*. ISPEJV. La Habana, 1998.



V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019





V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019

REGISTRO FOTOGRAFICO



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS



Carlos Eduardo Vasco Profesor Emérito y Doctor "Honoris Causa" de la Universidad Nacional de Colombia en Bogotá.

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



Conferencia central



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS



*Clara Helena Sánchez, docente de la Universidad Nacional de Colombia por más de 40 años, miembro de la Sociedad Colombiana de Matemáticas y de la **ACCEFYN***



*Dr. Enrique Forero, Presidente de la **ACCEFYN**, Harold Vacca González Cordinador General **CIHEM**, docente Universidad Disrtital Francsico Jose de Caldas*



Delegación Brasileña con los Drs. Enrique Forero presidente de la ACCEFYN y Wagner Rodrigues Valente



Carlos Eduardo Vasco, Profesor Emérito y Doctor "Honoris Causa" de la Universidad Nacional de Colombia, y Luis Carlos Arboleda Profesor emérito de la Universidad del Valle. Miembro de la ACCEFYN e investigador emérito de Colciencias



Jhon Helver Bello Docente de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas y **Gert Schubring** Miembro del Institut für Didaktik der Mathematik de la Universidad de Bielefeld, realizador de una extensa investigación en la Historia de las Matemáticas y en la Historia de la Educación Matemática, recién ganador de la **Medalla Hans Freudenthal** otorgada por la International Commission on Mathematical Instruction –**ICMI**



Dr. José Manuel Matos profesor visitante en la Universidad Federal de Juiz de Fora, Brasil, editor de la primera revista de investigación portuguesa *Educación Matemática* y coordinador del centro de investigación en Educación

UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS



Delegación del **DIE** de la **Universidad Distrital Francisco José de Caldas** con los **Drs. Gert Schubring** y **Carlos Eduardo Vasco**

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



Grupo de Logística de la Facultad Tecnológica de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas



Drs. Luis Carlos Arboleda, Maribel Anacona, Fernando Gálvez,
delegación Universidad del Valle

V CONGRESO IBEROAMERICANO DE
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2019



Dr. Freddy González Ex Vicepresidente de la Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática (**FISEM**); Miembro asociado del Comité Latinoamericano de Matemáticas Educativas, **CLAME** (2016-presente). Miembro del Comité Científico de **CIBEM-2021**.

UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS



Dr. Renaud Dénfert Profesor de Ciencias de la Educación
Universidad de Picardie, Jules Verne, **CURAPP-ESS**, Francia.



Dra. María Falk de Losada Fundadora de la Maestría en Educación Matemática de la
Universidad Antonio Nariño, y Rectora de la misma Universidad por cerca de 20 años.



Delegación de la Universidad Surcolombiana con el Dr. Edgar Alberto Guacaneme director del grupo de investigación: Research in Mathematics Teacher Education (RE-MATE).



Delegación Panameña



Foto de clausura en la *Aduanilla de Paiba* sede de la Biblioteca Central de la *Universidad Distrital Francisco José de Caldas*

