

# Quadrante

Associação de Professores de Matemática

Volume XXIII | N.º 1 | 2014

Revista de Investigação  
em Educação Matemática

# Quadrante

Revista de Investigação em Educação Matemática



Volume XXIII | N.º 1 | 2014

# Quadrante

Revista de Investigação em Educação Matemática

Volume XXIII | N.º 1 | 2014

**Directora:** Joana Brocardo

**Subdirectorias:** Fátima Mendes, Helena Martinho

**Conselho Editorial** Ana Maria Boavida, Instituto Politécnico de Setúbal; Darlinda Moreira, Universidade Aberta; Fátima Mendes, Instituto Politécnico de Setúbal; Helena Martinho, Universidade do Minho; Hélia Oliveira, Universidade de Lisboa; Henrique Manuel Guimarães, Universidade de Lisboa; Isolina Oliveira, Universidade Aberta; Joana Brocardo, Instituto Politécnico de Setúbal; João Pedro da Ponte, Universidade de Lisboa; José Carrilho, Universidade de Huelva; Leonor Santos, Universidade de Lisboa; Maria Cecília Monteiro, Escola Superior de Educação de Lisboa; Maria de Lurdes Serrazina, Escola Superior de Educação de Lisboa.

**Conselho Consultivo** Ana Paula Canavarro, Universidade de Évora; António Domingos, Universidade Nova de Lisboa; José António Fernandes, Universidade do Minho; Beatriz D'Ambrosio, IUPUI, EUA; Dario Fiorentini, UNICAMP, Brasil; Floriano Viseu, Universidade do Minho; Guida de Abreu, Oxford Brookes University, Inglaterra; Jaime Carvalho e Silva, Universidade de Coimbra; Jeremy Kilpatrick, University of Georgia, EUA; José Manuel Matos, Universidade Nova de Lisboa; Juan Díaz Godino, Escuela Universitaria del Profesorado, Granada, Espanha; Julio Mosquera, CENAMEC, Venezuela; Leandro Almeida, Universidade do Minho; Luís Menezes, Escola Superior de Educação de Viseu; Manuel Vara Pires, Escola Superior de Educação de Bragança; Maria Isabel do Vale, Escola Superior de Viana do Castelo; Michèle Artigue, Université Paris VII, França; Paulus Gerdes, Universidade Pedagógica, Moçambique; Pedro Palhares, Universidade do Minho; Peter Gates, University of Nottingham, Inglaterra; Rómulo Campos Lins, UNESP, Brasil; Rosa Antónia Tomás Ferreira, Universidade do Porto; Salvador Llinares, Universidad de Alicante; Susana Carreira, Universidade do Algarve; Teresa Assude, Instituto Universitário de Formação de Professores de Aix Marselha; Ubiratan D'Ambrósio, UNICAMP, Brasil.

**Propriedade** Associação de Professores de Matemática

**Periodicidade** Semestral

**Correspondência** Associação de Professores de Matemática, Rua Dr. João Couto, n.º27-A, 1500-236 Lisboa

**Endereço electrónico** [quadrante@apm.pt](mailto:quadrante@apm.pt)

**Página URL** <http://www.apm.pt/portal/quadrante.php>

**Data de publicação** Junho de 2014

**Tiragem** 400 exemplares

**Paginação e Pré-impressão** Gabinete de Edição da APM

**Impressão** Colorpoint, Soluções gráficas, Unip. Lda.

**ISSN** 0872-3915

**Registo ICS** 124373

**Depósito legal** 98253/96

**Preço para sócio da APM e da SPCE** 6,30 € (nos termos do protocolo entre as duas organizações)

**PVP** 12,60 €

A revista Quadrante está indexada na Latindex e ZDM.

## Índice

<b>Editorial</b> .....	1
------------------------	---

### Artigos

A importância das tarefas de investigação, da resolução de problemas e dos materiais manipuláveis no ensino e aprendizagem de perímetro, área e volume no 5.º ano de escolaridade .....	3
<i>Daniela Filipa Martinho Mascarenhas, João Sampaio, Maia, Tomás Sola Martinez, Francisco Javier Hinojo Lucena</i>	
A Reforma Curricular da Matemática Moderna no Ensino Primário: um estudo entre escolas .....	29
<i>Joseane Pinto de Arruda, Cláudia Regina Flores, José Manuel Matos</i>	
Desempenho em probabilidade condicionada e probabilidade conjunta de futuros professores do ensino básico .....	43
<i>José António Fernandes, Carmen Batanero, Paulo Ferreira Correia, Maria M. Gea</i>	
Revisiting understanding in mathematics .....	63
<i>Jesús Gallardo Romero, José Luis González Mari, Verónica Aurora Quintanilla Batallanos</i>	
Manuais Pedagógicos do Brasil e de Portugal: um estudo da Matemática Moderna nas séries iniciais .....	79
<i>Rosimeire Aparecida Soares Borges, Aparecida Rodrigues Silva Duarte, Tânia Maria Mendonça Campos</i>	
O desenvolvimento da argumentação matemática no estudo das funções racionais ...	99
<i>Maria da Graça Magalhães, Maria Helena Martinho</i>	

# A Reforma Curricular da Matemática Moderna no Ensino Primário: um estudo entre escolas<sup>1</sup>

Joseane Pinto de Arruda

Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Santa Catarina (CA/UFSC)

Cláudia Regina Flores

Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

José Manuel Matos

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

## Situando a investigação

Ao longo da década de 50 do século passado, estendendo-se à primeira metade dos anos de 1970, a ideia de reformar o currículo do ensino de matemática é abarcada por vários países europeus, pelos Estados Unidos da América (EUA), Canadá e países da América Latina (Búrigo, 1989; Guimarães, 2007). Essa reforma curricular da matemática, situada no Movimento da Matemática Moderna (MMM), envolvia a inserção de novos tópicos e metodologias aos diferentes graus de ensino, engendrando expectativas no âmbito pedagógico, psicológico e político. Buscava-se a unificação dos conhecimentos matemáticos, a compatibilização do currículo de matemática com os estudos de Jean Piaget<sup>2</sup>, a renovação dos métodos favorecendo as abordagens centradas no aluno e, assim, uma formação científica e tecnológica (Matos & Valente, 2010).

No Brasil e em Portugal, por exemplo, iniciativas para a difusão da reforma curricular da matemática adjetivada moderna também foram lançadas às escolas primárias e, ainda, aos cursos de formação de professores e educadoras de infância (Borges, 2007; Candeias, 2007; Matos, 1989; Medina, 2007). É sobre estas iniciativas produzidas para a difusão das ideias da reforma da matemática moderna e sua recepção em escolas primárias, nos dois países, que se articula o propósito deste texto.

Entende-se aqui que trazer para discutir como esse processo reformador da matemática foi difundido e acolhido em escolas primárias de países distintos, permitirá novos *insights* acerca deste processo e contribuirá para os estudos históricos comparados que vem sendo desenvolvidos no âmbito da história da educação matemática. Em particular, os estudos que consideram a escola como espaço de reinvenção de práticas e normas específicas, tais como de Chervel (1991, 2003), Frago (2007) e Julia (2001). E, ainda,

os estudos comparados que propõem pensar a história como a história dos contatos, dos encontros, das aculturações, das mestiçagens e das *connected histories*<sup>3</sup> (Chartier, 2007; Gruzinski, 2003).

Nestes breves termos justifica-se o interesse deste estudo em escolas e no âmbito histórico comparativo para a produção de conhecimento sobre um ensino de matemática não condicionado a um tempo e a um território homogêneo e estável, mas marcado por discontinuidades e heterogeneidades construídas mediante diferentes elementos. Ou seja, busca-se entender “[...] os processos pelos quais são apropriadas as referências compartilhadas, os modelos impostos, os textos e os bens que circulam em escala planetária [...]” (Chartier, 2007, p. 81), no caso aqui, a reforma da matemática moderna, seu acolhimento em escolas de países distintos.

Para este estudo, portanto, escolheram-se duas escolas: o Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Santa Catarina (CA-UFSC) no Brasil e a Associação de Jardins-Escolas João de Deus (AJEJD) em Portugal. Tais escolhas ocorrem devido a estudos anteriores apontando a presença das ideias da reforma curricular da matemática moderna nestas escolas (Arruda & Flores, 2010; Arruda *et al.*, 2010 – mimeo).

As considerações aqui apresentadas foram extraídas da análise de fontes de dados envolvendo documentos e pesquisas sobre o MMM no ensino primário e fontes encontradas nos arquivos e bibliotecas das escolas. As fontes analisadas nas escolas investigadas foram as seguintes: Planos de Ensino das séries primárias do CA-UFSC (1980–1989); Objetivos Gerais para o Ensino da Matemática do CA-UFSC; Relatórios e Contas da Gerência da AJEJD (1965–1978); Programas Oficiais de SC, Brasil (1970–1982); Livros da coleção *Constrói a tua Matemática*, sem data de publicação; e Livros sobre o MMM no ensino primário, tais como de Zoltan Paul Dienes. Ao coletar as informações fornecidas por estes documentos, buscou-se analisá-las levando em conta o tema estudado e sua difusão nos dois países, a fim de criar uma rede de referências cruzadas ou contrastações entre diferentes documentos: da escola e externos à escola.

Este artigo é dividido em duas seções. A primeira seção apresenta uma proposta da reforma curricular da matemática moderna às escolas elementares (educação pré-escolar e primária), em nível internacional, destacando suas características principais e sua difusão nos dois países. A segunda seção situa as escolas investigadas e analisa as fontes documentais encontradas em seus arquivos, discutindo o processo de recepção das inovações curriculares ao ensino da matemática. Por fim, tecem-se algumas considerações do estudo, discutindo sobre uma possível conexão entre as escolas referidas e países, a partir da presença (e marcas atuais) do ideário da matemática moderna.

## Um programa de matemática moderna para a escola primária

Embora a década de 1950 seja considerada o período de gestação da reforma curricular da matemática moderna para todos os níveis de ensino, é ao longo da década de 1960 e de 1970 que publicações emergem internacionalmente em torno de um novo programa curricular de matemática para a escola primária ou elementar.

Uma dessas publicações é o artigo dos pesquisadores Zoltan P. Dienes, Claude Gaulin e Dieter Lunkenbein do Centro de Pesquisas em Psico-matemática, intitulado *Un Programme de Mathématique pour le Niveau Élémentaire* (1969)<sup>4</sup>. O referido programa apresenta os propósitos, os novos conteúdos e as etapas para a aprendizagem da nova matemática na escola primária, reivindicando uma aproximação profícua entre a matemática e a psicologia cognitiva (psicogênese).

Entre as reivindicações provenientes do novo programa, uma nova pedagogia, apoiada na concepção da matemática como uma unidade estruturada idealizada pelos boubarkistas<sup>5</sup>, e nos estudos de Jean Piaget sobre a existência de estágios cognitivos<sup>6</sup> na infância no âmbito da psicologia da aprendizagem. Propõe-se, assim, considerar três campos dialogando entre si, quais sejam: o matemático, o psicológico e o pedagógico.

A partir desses três campos o novo programa à escola primária apresenta como tópicos modernos, antes não previstos no currículo: as estruturas matemáticas e lógicas, as noções unificadoras dos conjuntos, de relações, funções (operadores) e morfismos. Destes tópicos modernos, articulava-se o ensino e a aprendizagem da linguagem dos conjuntos, o trabalho com diferentes bases de numeração, as propriedades das operações, as potências, a introdução aos números negativos e análise combinatória, medidas, noções topológicas com a geometria euclidiana, projetiva e das transformações (Dienes *et al.*, 1969).

Para a aprendizagem dos referidos conteúdos, defende-se ensinar, colocando as crianças em presença de concretizações<sup>7</sup> das estruturas matemáticas, apresentando-as sob diferentes situações voltadas para a vida diária, jogos, contos, manipulações de materiais, interpretação e construção de gráficos. Sob essa ideia, os autores entendem que, gradualmente, as crianças se aproximarão da abstração dos conceitos matemáticos.

O que se propõe ao ensino primário ou elementar, então, é uma interação com a realidade material, de modo que as crianças possam abstrair progressivamente conceitos tais como os de conjunto, pertinência, intersecção, grupo de Klein<sup>8</sup>. Nessa direção, o novo programa aconselha que apenas quando esse processo de concretização estiver avançado é que se introduzem os simbolismos e a linguagem falada ou escrita, correspondentes a esses conceitos. Em resumo, o estudo dos novos tópicos se desenvolve inicialmente em um nível concreto, considerado o suporte para desenvolver a abstração e o formalismo dos conceitos.

Daí a ideia das novas metodologias pautadas em etapas cognitivas e associadas, sobretudo, ao uso de materiais manipuláveis estruturados para ensinar os novos tópicos e conteúdos da matemática moderna. Estes materiais são confeccionados levando em conta uma estrutura pré-definida fundada em regras matemáticas e atributos que permitem classificar, seriar, conservar, contar etc. Dentre os materiais estruturados, orientados pelo novo programa, pode-se citar os Blocos Lógicos e os Blocos Aritméticos Multibase. Ambos os materiais são idealizados por Dienes que defende seus usos para ensinar a nova matemática desde os Jardins de Infância (Dienes, 1967).

Os Blocos Lógicos são feitos de madeira maciça, contendo peças coloridas, formatos e espessuras diferenciadas<sup>9</sup>. Dienes (1974) vai chamar este material de um jogo, que estabelece regras e regularidades para internalizar semelhanças entre propriedades presentes em uma estrutura lógica. Os Blocos Aritméticos Multibase ou MAB (*Multibase Arithmetic*

*Blocks*) são indicados para explorar diferentes bases numéricas. Dienes vai divulgar estes materiais internacionalmente, em um dos seus primeiros livros sobre a nova matemática, chamado de *Building up mathematics* (1960), traduzido no Brasil por *Aprendizado moderno da matemática* (1970) e, em Portugal, *Construindo as matemáticas* (1967).

Assim como os livros de Dienes e o artigo com Gaulin e Lunkenbein (1969), outras publicações também circularam em nível internacional, defendendo pressupostos similares a este novo programa de matemática para a escola primária. Há que se citar, por exemplo, a iniciativa de Caleb Gattegno, professor na Inglaterra e ligado ao MMM, que publicou no início dos anos de 1960 o método e material *Cuisenaire*, criado por Émile G. Cuisenaire Hottelet (1891–1980), para trabalhar com crianças a percepção de forma, cor e tamanho; sequência numérica; frações, usando os conjuntos. Ainda, também disseminando na Europa, há os trabalhos de George Papy, Frederique Papy e Lucienne Felix, propondo materiais e recursos pedagógicos para trabalhar matemática moderna na escolaridade infantil. Nos EUA, pode-se citar, por exemplo, as publicações do *School Mathematics Study Group* (SMSG).

No Brasil e Portugal, as ideias do novo programa de matemática moderna difundida em livros de personagens internacionais ligados ao MMM na escolaridade inicial, como já citado, Gattegno, Dienes e George Papy. Igualmente, também, a difusão de suas ideias por meio de manuais e revistas pedagógicas (Borges, 2008; Búrigo, 1989; Candeias, 2007; Matos, 1989; Medina, 2007).

Ainda, se no Brasil é a partir de 1969, caso do Estado de São Paulo (Medina, 2007), em Portugal é, em meados da década de 1970 que são publicados oficialmente os novos Programas ao Ensino Primário e às Escolas do Magistério, trazendo as orientações metodológicas e os tópicos modernos para a matemática (Candeias, 2007; Matos, 1989). E, no ano de 1980, em Portugal, também é publicado o Programa de Matemática para as Escolas de Educadores de Infância (Idem).

Embora esses aspectos da reforma do ensino da matemática moderna na escolaridade inicial apontem para uma visibilidade comum aos dois países, sua concretização pode ter sido diferenciada em tempo e lugar. Provavelmente, houve um período de adaptação das ideias estrangeiras para os currículos e políticas educacionais nacionais. Mas, como estas ideias foram recebidas nas escolas? Dito de outro modo, como se deu o processo de recepção dos novos tópicos, novas metodologias e materiais estruturados, documentalmente, em uma escola primária brasileira e outra portuguesa? A seguir, um exemplo de traços deste processo de recepção em duas escolas.

### As escolas

*O Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Santa Catarina (CA-UFSC)*<sup>10</sup> Localizado em Florianópolis, capital do Estado de Santa Catarina (SC), Brasil, o CA-UFSC está inserido no Centro de Ciências da Educação da Universidade Federal de Santa Catarina (CED-UFSC). É uma unidade educativa da rede pública federal que atende o Ensino Fundamental e Médio. Embora tenha sido fundado em 1961, foi apenas em 1980 que esta escola implantou as quatro primeiras séries do 1.º Grau. No entanto,

desde sua fundação, o CA-UFSC, possui o legado histórico de ser uma escola experimental, assumindo práticas de socialização inovadoras no ensino e servindo como campo de estágio para as licenciaturas da UFSC.

Em investigação nos arquivos e na biblioteca desta escola, em busca de rastros do processo de recepção do ideário da reforma curricular da matemática moderna, podem-se encontrar documentos que confirmam a presença de tópicos e metodologias ao tempo do MMM. Os documentos são os planos de ensino de matemática para as quatro séries primárias do CA-UFSC de 1980–1989 e os objetivos gerais do ensino da matemática, disponibilizados nos arquivos da escola.

Analisando estes planos e, ainda, os objetivos gerais, constata-se a intensificação ao longo dos anos de 1980 de algumas propostas da reforma curricular da matemática moderna, desencadeada nas décadas de 1960 e 1970. Dessas propostas, tomando como referência o programa internacional para a matemática moderna (Dienes, Gaulin & Lunkenbein, 1969), pode-se citar: “a linguagem da teoria dos conjuntos como unificadora para a aprendizagem dos conceitos matemáticos, tais como de número e numeral e quatro operações aritméticas; as propriedades estruturais como atributos de objetos ou de conjuntos e as propriedades das relações bijetoras, em especial nas 1ª e 2ª séries; os operadores envolvendo as propriedades e as relações entre as operações matemáticas como a comutatividade, associatividade, distributividade, notadamente na 3ª e 4ª séries; e a adequação de outros conceitos matemáticos como fração, decimais e medidas à representação dos conjuntos”.

Além desses tópicos, também se constata arranjos pedagógicos e psicológicos nos objetivos gerais e nos planos de matemática para o ensino primário do CA/UFSC da década de 1980. Por exemplo, há uma preocupação com a metodologia empregada, orientando ensinar a partir de etapas de aprendizagem da criança que se articulam também com o grau de complexidade dos conceitos matemáticos por séries. O que está em jogo nesses planos parece ser a aprendizagem destes conceitos matemáticos pela criança, envolvendo a intuição e considerando o nível de concretização como suporte para desenvolver a abstração.

Daí observar nos planos das quatro séries primárias o indicativo para uso de materiais manipuláveis e do tipo estruturado como os Blocos Lógicos, jogos e atividades lúdicas que permitissem explorar os conceitos matemáticos (estruturas) por meio do palpável, concreto. É nos planos de ensino das 1ª séries que o uso dos Blocos Lógicos de Dienes é mais bem explicitado. Ou seja, inicialmente, previam-se atividades de descoberta pela criança das estruturas presentes neste material, tais como cor, volume, tamanho e forma. Após, exploravam-se com esse material as relações de pertinência, inclusão, seriação, união e intersecção entre conjuntos, envolvendo o conceito de número, operações básicas e figuras geométricas (Arruda & Flores, 2010).

Exemplares de Blocos Lógicos ainda podem ser encontrados presencialmente no armário de materiais para matemática no CA-UFSC. A seguir, a título ilustrativo, uma fotografia deste material (Figura 1).

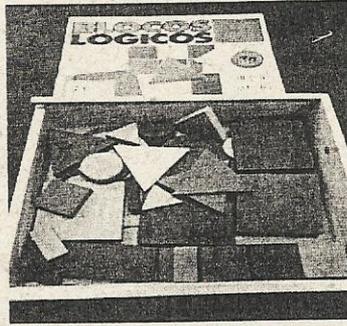


Figura 1: Blocos Lógicos no CA-UFSC  
 Fonte: Arruda, setembro, 2009 [Fotografia Digital].

A respeito de Dienes, além dos Blocos Lógicos, outro indício que denota a presença de suas ideias no ensino primário do CA-UFSC são oito livros seus<sup>11</sup>, encontrados na biblioteca da escola e do CED-UFSC. Quatro destes livros são da Coleção *Os Primeiros Passos em Matemática*, em parceria com o Edward William Golding<sup>12</sup>. Nesses locais, há ainda outros livros que citam o material de Cuisenaire e de Dienes, porém com meras indicações e ilustrações, caso das coleções de Didática para o Ensino Primário, publicadas durante a década de 1970.

Todavia, de acordo com a análise realizada nos planos do ensino para as quatro séries primárias do CA-UFSC, as referências que se destacam são as ideias de Dienes e Piaget. Da mesma forma que, averiguaram-se nos objetivos do ensino da matemática, a preocupação em seguir os estágios ou etapas cognitivas piagetianas para aprender. Pode-se perceber que tais referências identificadas nestes documentos da escola, objetivos e planos do CA-UFSC (1980-1989), baseavam-se nos Programas Oficiais Catarinenses da década de 1970 que, por sua vez, defendiam como mote as ideias dos referidos personagens internacionais ligados ao MMM (Arruda, 2009).

Vale dizer que no Brasil, além das obras de Dienes serem traduzidas durante a década de 1970, este autor realizou cursos e conferências nos anos de 1971 e 1975, a convite do Grupo de Estudos em Educação Matemática (GEEM) e, em 1972, a convite do Grupo de Estudos sobre o Ensino da Matemática de Porto Alegre (GEEMPA). Ainda, segundo Búrigo (1989, p. 171) e Medina (2007, p. 91), em termos de metodologia proposta pela reforma curricular da matemática moderna, a influência que mais se destaca no Brasil à escola primária é a de Dienes e do seu material, os Blocos Lógicos.

O que se percebe, portanto, no caso do ensino primário do CA-UFSC, é a recepção de algumas ideias da reforma curricular consideradas, provavelmente, as mais importantes para esta escola. Assim, a presença de alguns tópicos da matemática moderna e modos de ensiná-la no CA-UFSC não é casual, mas fruto da onda modernizadora e oficial que antecede o ano de 1980 também em SC, por meio de Programas escolares, livros e currículos. Contudo, como averiguado, esta presença é de algumas propostas da reforma, levando a crer que a escola as escolheu e refutou outras, produzindo e inculcando em suas práticas saberes e modelos ensináveis (Chervel, 1990; Frago; 2007; Julia, 2001).

### *A Associação de Jardins Escolas João de Deus (AJEJD)*

Deve-se ao lisboeta e republicano João de Deus Ramos (1878–1953)<sup>13</sup>, a idealização e a fundação da Associação de Jardins Escolas João de Deus (AJEJD). Desde 1911 esta instituição particular atende crianças na faixa-etária dos 3 aos 6 anos e, a partir de 1987, oferece também o 1º Ciclo de Ensino Básico. A AJEJD é, atualmente, uma rede de estabelecimentos de ensino espalhados pelo território português<sup>14</sup>, que possui um diretor geral e normas comuns para todos os seus estabelecimentos de ensino.

Identificada, até os dias de hoje, por meio do Método e da Cartilha Maternal do poeta pedagogo do século XIX, João de Deus (1830–1896), pai de João de Deus Ramos, a AJEJD é uma escola bem conhecida dos portugueses. Sua história está entrelaçada com a da educação no período republicano português, oscilando entre a afirmação nacionalista com a necessidade de combater o analfabetismo e a influência do movimento da Escola Nova (Arruda *et al.*, 2010 – mimeo).

A respeito do ensino de matemática na AJEJD, anterior à década de 1960, pode-se dizer que havia nestas escolas a presença dos materiais de Fröebel e Montessori<sup>15</sup> na Educação Pré-Escolar, trazidos e adaptados por João de Deus Ramos (Idem). Tais materiais, a saber, os *Dons* de Fröebel, cuja ideia é despertar a representação da forma de beleza, da estética, da cor, do movimento e da matéria, e o *Dourado* de Montessori, associado ao trabalho do sistema decimal, serviam como suportes para iniciar as primeiras noções matemáticas e geométricas com as crianças da AJEJD (Idem).

Particularmente sobre a recepção das ideias associadas à reforma curricular da matemática moderna (1960/1970) na AJEJD, em uma análise nos Relatórios e Contas da Gerência da AJEJD (RCG-AJEJD), constata-se que no ano de 1965 ocorria o primeiro curso sobre o Método Cuisenaire ministrado por João António Nabais. O relato aponta dois dias de cursos, realizados no mês de julho, para as professoras dos Jardins-Escolas, sobre o *Método Cuisenère* e sobre *Os métodos a empregar* (RCG-AJEJD, 1965, p.8). Registro semelhante pode ser encontrado um ano depois, no evento denominado de Conferência Pedagógica, realizado no Colégio Vasco da Gama (Meleças-Sintra-Portugal), confirmando a continuidade dos trabalhos desenvolvidos pelo mesmo Sr. Nabais.

Nos RCG-AJEJD dos anos de 1967, 1968, 1969, 1971, 1977 e 1978, cursos ministrados pelo mesmo Sr. Nabais continuam a ser registrados, porém passam a ser denominados por *Atualização de Matemáticas Modernas*. Conforme os registros eram Conferências Pedagógicas que participavam alunas, ex-alunas do Curso Pré-Primário e da 1ª fase Primária e professoras da AJEJD. Essas Conferências pautavam-se na importância de a escola incorporar as novas tendências modernas ao ensino da matemática. Quais sejam: as estruturas matemáticas, a linguagem dos conjuntos, as diferentes bases de numeração, as propriedades das operações e noções de topologia.

Outro rastro de Nabais na AJEJD são suas publicações referentes à década de 1960, com os novos tópicos e metodologias aplicadas ao uso de materiais estruturados. Trata-se dos três livros da coleção *Constrói a tua Matemática*, sem data de publicação e encontrados na biblioteca da ESEJD, a saber: *À Descoberta da Matemática com os Cubos-Barras de Cor* (adaptado do livro *cores de Cuisenaire*); *À Descoberta da Matemática com o Calculador Multibásico: cálculo elementar com diferentes bases de numeração*; *Conjuntos Lógicos: para a*

*introdução da criança na lógica (dos 4/5 anos aos 12)*. Cada livro apresenta etapas organizadas para aprender aplicando o material, tendo em vista a prática de exercícios por meio da linguagem dos conjuntos, o trabalho com diferentes bases de numeração e o rigor na apresentação dos termos e simbologias.

Em um dos livros da coleção *Constrói tua Matemática*, por exemplo, Nabais esclarece que a expressão “construir as matemáticas” é defendida pelo professor Dienes, a partir de dois sentidos implícitos. O primeiro refere-se a construir uma filosofia, uma metafísica, de modo abstrato e dedutiva e, o segundo, lugar e significado da expressão, no sentido de construir a matemática com materiais concretos e reais como concretos e reais são os blocos e tijolos e materiais da construção civil. Inspirado, então, nos pressupostos de Dienes, Nabais divulga também os Blocos Lógicos de Dienes, recriando-o com o nome de Conjuntos Lógicos<sup>16</sup>.

Embora não se possa afirmar que estes livros de Nabais foram utilizados pelas professoras e educadoras de infância da AJEJD, durante a década de 1960 e de 1970, vale dizer que, provavelmente, serviram de referência para planejar o ensino da matemática moderna nesta escola. Igualmente, pode-se supor que as ideias de Dienes também foram recebidas na AJEJD, não apenas por Nabais, mas por meio de seus livros sobre matemática moderna no ensino primário, editados na década de 1970, e encontrados na mesma biblioteca.

No âmbito de divulgação das ideias e materiais de Dienes, outras iniciativas paralelas as de Nabais<sup>17</sup>, no ano de 1967, também são acolhidas em Portugal. Por exemplo, conforme registros do Boletim Bibliográfico e Informativo do Centro de Investigação Pedagógica da Fundação *Calouste Gulbenkian*, em 1965 até meados de 1970, circulavam revistas, cursos, seminários, experiências pedagógicas, envolvendo a demonstração de materiais estruturados como os de Dienes (Candeias, 2007).

Não obstante às iniciativas de Nabais e referências de Dienes em Portugal, envolvendo os novos tópicos e metodologias da reforma internacional da matemática moderna na escola elementar, também rastros desta reforma foram acolhidos na AJEJD. Rastros que podem ser associados, sobretudo, aos cursos de Nabais disseminando e adaptando ideias e materiais estruturados (*Cuisenaire*, Blocos Lógicos, Multibase) de personagens internacionais ligados ao MMM, tais como Gattegno e Dienes.

Assim, parece que a recepção de ideias da matemática moderna na AJEJD estava mais voltada à inserção da nova metodologia e uso de materiais do tipo estruturado para ensinar os novos tópicos modernos. A título de informação, cumpre dizer que estes mesmos materiais estruturados do tempo do MMM e, também, de tempos anteriores, como os *Dons* de Fröebel e o material *Dourado* de Montessori, são incentivados e podem ser encontrados na escola até os dias de hoje. Pode-se dizer que são heranças de um ensino de matemática do passado, acolhidas e, provavelmente, redimensionadas na AJEJD. Com efeito, ao discutir a recepção das reformas educativas, Frago (2007) entende que o exercício cotidiano das práticas engendradas na escola institui modelos ao ensino e os conforma/conforta em uma cultura que lhe é própria.

## **Algumas considerações sobre o estudo**

Que os reflexos de um programa internacional de matemática para a escola elementar serviram como referência, fomentando iniciativas para a difusão da matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal, não há dúvida. Que as escolas analisadas acolheram “elementos” das propostas difundidas por seus países, também parece não haver dúvida. O que se deflagra com o estudo aqui proposto são os movimentos diferenciados deste acolhimento, ou melhor, o modo como iniciativas da modernização da matemática foram recebidas nas escolas investigadas.

Nesse sentido, em uma microinterpretação, em ambas as escolas, observam-se singularidades quanto às expectativas e otimismo em relação ao novo emergente, repercutidos no seu país de origem.

Se na escola brasileira, “algumas” iniciativas parecem adentrar por meio da necessidade de se adequar ao novo currículo da matemática proposto em programas escolares, então é possível considerar uma adesão parcial das ideias da matemática moderna. Provavelmente porque não se encaixavam na cultura da escola, esta identificada por oferecer práticas inovadoras focando o conteúdo a ser apreendido. Nesse caso, pode-se ainda associar a reflexão que emerge na década de 1980, acerca do fracasso das ideias da matemática moderna no Brasil e, ainda, mundialmente, também para o ensino primário<sup>18</sup>.

Concernente à escola portuguesa, se iniciativas do moderno na matemática nesta escola são disseminadas principalmente por meio de cursos ministrados por Nabais, incentivando e adaptando ideias de outros personagens ligados ao MMM, é porque também adequações ao que é tomado como “novo” são importantes. Contudo, “adequações” que não substituem ou negam práticas e modelo instituídos em uma cultura escolar anterior à década de 1960. Ou seja, como se discutiu, a escola incorpora os novos elementos trazidos com a reforma, tais como a linguagem dos conjuntos, simbologias, materiais estruturados, aos que já possui e, nesse movimento, renova hibridizando suas práticas no ensino da matemática.

A partir dessas considerações, construídas de acordo com as fontes analisadas, pode-se dizer que a recepção das ideias da reforma da matemática moderna nas duas escolas ocorreu de modo distinto, para além de uma perspectiva de um tempo único e fixo. Ao que tudo indicou, portanto, tal recepção destas ideias nas escolas tomou contornos próprios. Ou seja, embora situadas e incentivadas por um tempo de MMM, as escolas fizeram uso de certa autonomia relativa para acolher o que de mais significativo ou marcante contribuíam para resignificar e remodelar suas práticas.

Nesse âmbito, em um nível macro e, no caso, dos traços das propostas advindas da reforma da matemática moderna, pode-se destacar nas duas escolas: a) a preocupação em se valer de estágios cognitivos para planejar o ensino da matemática com as crianças pequenas; b) priorizar o ensino da aritmética e geometria, a partir da linguagem dos conjuntos com ênfase à lógica e às estruturas matemáticas; c) empregar o uso de materiais manipuláveis e do tipo estruturado como os Blocos Lógicos de Dienes, entre outras coisas, mitigando a passagem do concreto da matemática para o abstrato.

Destas características, como ponto de ligação entre as escolas, moldaram-se traços da reforma curricular da matemática moderna, absorvidos e incorporados junto às culturas das escolas, que ainda podem ser identificados até os dias de hoje. O que permite, por exemplo, interrogar formas, modelos quase naturais de priorizar o ensino da matemática na escolarização inicial.

Assim, muito mais do que identificar características acolhidas e sua recepção nas duas escolas, pode-se ponderar que não são as propostas da matemática moderna que se misturam entre as escolas, mas as escolas que se encontram e se misturam em seu interior por meio de suas expectativas, movendo-se, alterando e propondo elementos para constituir suas culturas. O que expandiria, por exemplo, a discussão não apenas acerca de como os professores e estudantes vivenciaram nas referidas escolas as tais características acolhidas da reforma da matemática moderna, mas também para discutir por que ainda hoje é possível encontrar marcas desta reforma, ainda que em movimentos entre escolas.

Essas investigações nas e entre escolas, que poderiam ser denominadas de estudos diálogo, alargariam um universo ainda pequeno de pesquisas sobre o processo de recepção das propostas da matemática moderna na escolarização inicial. A importância dessas pesquisas serviria para provocar novas representações sobre este processo, desmistificando certa ideia de homogeneidade no processo de aplicação do ideário do MMM. Pois, conforme Guimarães (2007, p. 43), “a matemática moderna terá sido, certamente, a primeira grande reforma no ensino da Matemática no século XX e, porventura, a última a merecer consenso, em termos de sua necessidade e urgência, e grande adesão a nível internacional, independentemente da diversidade das suas concretizações”.

Buscou-se nesse estudo, portanto, não emitir um olhar definitivo e parcial às escolas investigadas e, conseqüentemente, às suas culturas e países, como problematizam Charrier (2007), Gruzinski (2003), mas dar visibilidade a possíveis conexões, encontros, hibridizações decorrentes do acolhimento de propostas modelando um ensino de matemática na escola. Isso significa considerar que, mesmo em diferentes histórias (países), heranças de um tempo coabitam, misturam-se e dialogam, expandindo fronteiras que algumas, ou muitas vezes, enxergam-se nítidas, fixas e incomunicáveis.

## Notas

- 1 Este estudo foi desenvolvido no âmbito do projeto de doutorado sanduíche, intitulado *As Inovações Metodológicas para a Linguagem da Matemática Moderna no Ensino Primário: elementos para um estudo histórico comparativo entre Brasil e Portugal*, e contou com o auxílio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Cumpre dizer ainda que este estudo foi apresentado no 1º Congresso Ibero-Americano de História da Educação Matemática, realizado na Universidade da Beira Interior, Covilhã, Portugal, 2011.
- 2 Epistemólogo (1896–1980) que enfatizava a correspondência entre as estruturas operatórias da inteligência e as estruturas matemáticas (algébricas, de ordem e topológicas).
- 3 Expressão utilizada pelo historiador Sanjay Subrahmanyam, levando a entender que as histórias podem ser múltiplas, em vez de falar de uma única e unificada história (Gruzinsky, 2003).

- 4 Traduzido no Brasil na década de 1970, pelo Grupo de Estudos do Ensino da Matemática de São Paulo, liderado por Osvaldo Sangiorgi.
- 5 Pseudônimo adotado por um grupo de matemáticos, em sua maioria franceses, que, em meados da década de 1930, publicam obras a respeito de aspectos fundamentais da matemática.
- 6 Sensorio Motor (nascimento até 18/24 meses); Pré Operatório ou intuitivo (de 2 aos 6/7 anos); Operatório Concreto (de 7 aos 10/11 anos); Operatório Formal (de 11 aos 14/15 anos). Para maiores detalhes consultar, especialmente, o livro *Seis estudos de psicologia* de Jean Piaget, traduzido e publicado em 1967, no Brasil, pela Forense Universitária.
- 7 Os autores distinguem os termos concretização e concreto de materialização e material. Concretizações seriam as possibilidades empregadas em um processo concreto envolvendo a abstração, sendo que tal abstração pode ser o concreto, em relação a outro processo de abstração (DIENES *et al.*, 1969, p. 32).
- 8 Conjunto munido de uma lei de composição interna associativa, para a qual existe um elemento neutro e no qual cada elemento admite um simétrico. Quatro elementos compõem o grupo de Klein:  $a, b, c, e$  (elemento neutro), tais que, se a operação do grupo é notada multiplicativamente, temos:  $aa=bb=cc=e$ ,  $ab=ba=c$ ,  $ac=ca=b$ ,  $bc=cb=a$ .
- 9 São 48 peças de madeira, distribuídas em formas circulares, triangulares, retangulares e quadradas, nas cores amarelo, azul e vermelho, em dois tamanhos (grandes e pequenos) e duas espessuras (fina e grossa).
- 10 Os Colégios de Aplicação (CAPs) foram regulamentados no Brasil a partir do Decreto Decreto-Lei N.º 9.053 de 1946, sob a denominação de Ginásios de Aplicação. Atualmente há 15 CAPs ligados às Universidades Federais, destes, 11 possuem os anos iniciais do Ensino Fundamental.
- 11 Dienes, Z. P. (1970). *Aprendizado Moderno da Matemática*. Rio de Janeiro: Zahar, 191p.; Dienes, Z. P. (1975). *Frações*. São Paulo: EPU; Brasília: INL, 55p. (Instituto Nacional do Livro — Brasil); Dienes, Z. P. (1975). *O Poder da Matemática*. São Paulo: EPU; Brasília: INL, 174p.; Dienes, Z. P. (1972) *As Seis Etapas do Processo de Aprendizagem em Matemática*. São Paulo: Helder, 72p.
- 12 Dienes, Z. P.; Golding, E. W. (1969). *Conjuntos, Números e Potências*. São Paulo: Helder, 162p.; Dienes, Z. P.; Golding, E. W. (1974). *Exploração do Espaço e Prática da Medição*. 2ª ed. rev. São Paulo: EPU; Brasília: INL, 89p.; Dienes, Z. P.; Golding, E. W. (1975). *A Geometria pelas Transformações*. São Paulo: EPU; Brasília, DF: INL, v.3. (Matemática Moderna); Dienes, Z. P.; Golding, E. W. (1974). *Lógica e Jogos Lógicos*. 2. ed. rev. São Paulo: E. P. U; Brasília: INL, 105p.
- 13 Filho do poeta João de Deus e Guilhermina de Bataglia Ramos, era bacharel formado em Direito pela Universidade de Coimbra. Em 1911, redigiu, em parceria com João de Barros, a primeira Reforma da Instrução Primária da República (1911) e a Reforma do Ensino Normal (1914) de Portugal.
- 14 Das 40 AJEJD existentes em Portugal, 32 possuem o 1º Ciclo de Ensino Básico, isto é, atende crianças entre 6 aos 9 anos. [http://www.joaodeus.com/jardins\\_escola/jejd.asp](http://www.joaodeus.com/jardins_escola/jejd.asp) [Acesso em 17/03/2010].
- 15 Para saber mais, ver Fröebel, F. W. (s.d). *Dons de Fröebel*. Lisboa: s.d.; Montessori, M (1984). *La descoberta de l'infan* (El método de la Pedagogia Científica aplicado a la educación de la infancia em la case dei Bambini). Eumo (Espanha): Editora Vic, 1984;
- 16 Uma fotografia deste material pode ser encontrada em Candeias, 2007, p. 231.
- 17 Nabais não explica os motivos que o levaram a adaptar os Blocos Lógicos, apenas cita obras em que se apoiou: *Logique et jeux logiques* (Z. P. Dienes/E. W. Golding); *Des ensembles à la découverte du nombre* (N. Picard); *L'apprentissage de la logique* (Z. P. Dienes).
- 18 Consultar, por exemplo, o livro do americano Morris Kline (1973), intitulado *Why Johnny can't add: the failure of the New Math*, traduzido no Brasil por *O fracasso da matemática moderna*, em 1976. Ainda, consultar: Brasil (1997); Soares, (2001).

## Referências

- Arruda, J. P. de. (2009). *Matemática Moderna no Ensino Primário de Santa Catarina: dos programas oficiais aos planos de ensino*. In: Seminário Temático: o movimento da matemática moderna nas escolas do Brasil e Portugal 7, 2009, Florianópolis. Disponível em <http://www.smmmfloripa.ufsc.br/anais/.htm>. Acesso em: 29/04/2009.
- Arruda, J. P. (2009). *Blocos Lógicos no CA-UFSC*. Color, Máquina Digital. (Fotografia tirada no dia 10/09/2009, Brasil)
- Arruda, J. P. & Flores, C. R. (2010). A linguagem dos conjuntos no ensino de Matemática: um estudo de caso em uma escola primária. In: *Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)*. Rio Claro: UNESP, edição 35b, vol.23, p. 405-424.
- Arruda, J. P. et al.. (2010, mimeo). *Métodos e Materiais Manipuláveis para Iniciação Matemática: tecendo histórias do ensino a partir dos Jardins-Escola João de Deus*.
- Associação de Jardins-Escolas João de Deus. (1965, 1966, 1967, 1968, 1969, 1971, 1977 e 1978). *Relatório e Contas da Gerência e Parecer do Conselho Fiscal*. [Consulta em 2010]
- Associação de Jardins-Escolas João de Deus. *Regulamento Interno para as Valências de Jardins de Infância e 1º Ciclo do Ensino Básico João de Deus*. (2010). Publicação Interna, 2010. [Consulta em 2010]
- Borges, R. A. S. (2008). A Matemática moderna no Magistério Primário de Portugal: primeiros estudos. In: Búrigo, E. Z.; Fischer, M. C. B.; Santos, M. B. (Orgs). *A Matemática Moderna nas Escolas do Brasil e de Portugal: novos estudos*. Porto Alegre: Redes Editora, p. 164-181.
- Búrigo, E. Z. (1989). *Movimento da Matemática Moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60*. 1989. 286 f. Dissertação (Mestrado em Educação) — Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS.
- Candêias, R. P. C. B. B. (2007). *Contributo para a história das inovações no ensino da matemática no primário: João Antônio Nabais e o ensino da matemática no colégio Vasco da Gama*. 2007. 386 f. Dissertação (Mestrado em Educação e Didática da Matemática) — Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa/Portugal.
- Chartier, R. (2007). *La historia o la lectura del tiempo*. Tradução: M. Polo. Barcelona (Espanha): Editorial Gedisa S.A., 2007.
- Chervel, A. (1991). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. Tradução: G. L. Louro. *Teoria & Educação*. Porto Alegre, RS: Panonica, n.2, 1990, p. 177-229.
- Chervel, A. (2003). En quoi une culture peut-elle être scolaire? In: Jacquet-Francillon, F.; Kambouchner, D. (Org.). *La crise de la culture scolaire*. PUF. Paris, 2003.
- Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Santa Catarina. (1980-1989). *Planos de Ensino do Primário*. Acervo do CA/UFSC. [Consulta 2009]
- Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Santa Catarina (1980). *Objetivos Gerais por Série do ano de 1980*. Acervo do CA/UFSC. [Consulta 2009]
- Dienes, Z. P. (1967). *A matemática moderna no ensino primário*. Tradução: A. S. Neto. Rio de Janeiro: Editora Fundo de Cultura, 1967.
- Dienes, Z. P. (1974). *Aprendizado moderno da matemática*. Tradução: Jorge E. Fortes. 2ª ed., Rio de Janeiro: Zahar editores.
- Dienes, Z. P.; Gaulin, C. & Lunkenbein, D. (1969). Un Programme de Mathématique pour le Niveau Élémentaire (1ère partie). *Bulletin de l'A.M.Q. (Association Mathématique du Québec)*, Canadá, automne-hiver, 1969, p. 29-51.
- Frago, A. V. (2007). *V. Sistemas educativos, culturas escolares e reformas*. Tradução: M. A. Vieira. Mangualde, Portugal: Edições Pedagogo LDA, 2007.

- Gruzinski, S. (2003). O Historiador, o Macaco e a Centaureia: a "história cultural" no novo milênio. In: *Revista Estudos Avançados*, São Paulo, v.17, n.º. 49, p. 321-342.
- Guimarães, H. M. (2007). Por uma matemática nova nas escolas secundárias — Perspectivas e orientações curriculares da matemática moderna. In: Matos, J. M.; Valente, W. R. (Orgs). *A Matemática Moderna nas Escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos*. São Paulo: Da Vinci, 2007, p. 22-45.
- Julia, D. (2001) La culture scolaire comme objet historique. Tradução de Souza, G. de. A cultura escolar como objeto histórico. *Revista Brasileira de História da Educação*, n. 1, p. 9-43, jan./jun. 2001.
- Matos, J. M. (1989). *Cronologia recente do ensino da Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Matos, J. M. & Valente, W. R. (2010). *A Reforma da Matemática Moderna em contextos Ibero-Americanos*. Lisboa: Várzea da Rainha Impressores S.A., Faculdade de Ciência e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2010, p. 9-40. (Coleção Educação e Desenvolvimento).
- Medina, D. (2007). *A produção oficial do Movimento da Matemática Moderna para o ensino primário do estado de São Paulo (1960-1980)*. 2007. 272 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, SP.
- Nabais, J. A. (s.d.). *À Descoberta da Matemática com os Cubos-Barras de Cor (cores de Cuisenaire)*. Lisboa: Centro de Psicologia Aplicada à Educação, vol.1. Coleção "Constrói a tua Matemática".
- Nabais, J. A. (s.d.). *À Descoberta da Matemática com o Calculador Multibásico*. Lisboa: Centro de Psicologia Aplicada à Educação, vol. 2. Coleção "Constrói a tua Matemática".
- Nabais, J. A. (s.d.). *Conjuntos Lógicos: para a introdução da criança na lógica (dos 4/5 anos aos 12)*. Meleças: Educa material didáctico.

**Resumo.** O propósito deste artigo se articula sobre as iniciativas produzidas para a difusão das ideias da reforma curricular da matemática moderna, desencadeada no final da década de 1950, e sua recepção em escolas primárias do Brasil e de Portugal. Para esta análise utilizam-se fontes documentais disponibilizadas nos arquivos educativos e nas bibliotecas anexas às escolas investigadas. Da mesma forma, a pesquisa se apoia em estudos realizados acerca da temática nos referidos países. Como resultados, pode-se dizer que enquanto a escola brasileira acolheu "algumas" iniciativas advindas da reforma da matemática moderna como, por exemplo, a linguagem dos conjuntos, as etapas cognitivas piagetianas e o material de Dienes; a escola portuguesa acolheu ainda outras iniciativas, incorporando-as aos modelos de ensino, com destaque para o uso de materiais estruturados, disseminados em cursos para professoras. Concluímos, assim, que a recepção das ideias da reforma da matemática moderna nas duas escolas ocorreu de modo distinto, para além de uma perspectiva de um tempo único e fixo.

**Palavras-chave:** Matemática Moderna, Escolaridade Inicial, História da Educação Matemática, Cultura escolar.

**Abstract.** The purpose of this article is articulated on initiatives produced to spread the ideas of modern mathematics curriculum reform, initiated in the late 1950s, and its reception in elementary schools of Brazil and Portugal. For this analysis, documentary sources provided in educational files and libraries attached to the schools under investigation are used. Likewise, the research is based on studies about the issue in those countries. As a result, it can be said that while the Brazilian school received "some" initiatives arising from the reform of modern mathematics, as for example, the language of sets, Piagetian cognitive stages and Dienes's material, the Portuguese school also welcomed other initiatives, incorpora-

ting them into the teaching models, highlighting the use of structured materials, disseminated in courses for teachers. We therefore conclude that the reception of the reform ideas of modern mathematics in the two schools occurred differently, apart from a perspective of a single, fixed time.

*Keywords:* Modern Mathematics, Education and Elementary School, History of Mathematics Education, School Culture.

■ ■ ■

JOSEANE PINTO DE ARRUDA

Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Brasil

jarruda@ca.ufsc.br

CLÁUDIA REGINA FLORES

Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Brasil

claugreginaflores@gmail.com

JOSÉ MANUEL MATOS

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

jmm@fct.unl.pt

(recebido em fevereiro de 2012, aceite para publicação em setembro de 2013)