

DAS Departamento de Automação e Sistemas
CTC Centro Tecnológico
UFSC Universidade Federal de Santa Catarina

Controle Latero-Direcional de uma Aeronave Utilizando Técnicas de Controle Avançado

*Relatório submetido à Universidade Federal de Santa Catarina
como requisito para a aprovação da disciplina:
DAS 5511: Projeto de Fim de Curso*

Victor Gabriel Kunii Petrassi

Florianópolis, Julho de 2018

Controle Latero-Direcional de uma Aeronave Utilizando Técnicas de Controle Avançado

Victor Gabriel Kunii Petrassi

Esta monografia foi julgada no contexto da disciplina

DAS 5511: Projeto de Fim de Curso

e aprovada na sua forma final pelo

Curso de Engenharia de Controle e Automação

Prof. Julio Elias Normey-Rico

Banca Examinadora:

Ricardo Bacha Borges/EMBRAER S.A.
Orientador na Empresa

Prof. Julio Elias Normey-Rico
Orientador no Curso

Prof. Hector Bessa
Responsável pela Disciplina

Prof. Daniel Ferreira Coutinho, Avaliador

Eduardo Conte, Debatedor

Antônio Carlos Muniz Velho Júnior, Debatedor

Agradecimentos

Primeiramente, gratifico aos meus pais, Elisabete e Claudemir Petrassi, os quais com muito esforço e carinho sempre se dedicaram para assegurar o crescimento profissional e pessoal dos seus filhos. Também gratifico à minha irmã, Bárbara Petrassi, que me serve de inspiração como pessoa e me apoia nos meus momentos mais difíceis.

Ainda gostaria de agradecer aos *Coligantes*, que estiveram grande parte da universidade ao meu lado (principalmente nas bagunças), além de outros colegas de turma, como Marcelo Menezes e Gabriel Goulart, por terem me ajudado em toda trajetória da graduação.

Reconheço todo o suporte do meu orientador Julio Elias Normey-Rico, o qual fomentou o meu interesse por controle, e o time Leis de Controle da *EMBRAER S.A.*, em especial Juliano Gripp pela sua contribuição no desenvolvimento desse trabalho e a Ricardo Bacha Borges pela orientação durante o programa de estágio.

Por fim, sou grato a outras inúmeras pessoas que impactaram na minha vida pessoal e acadêmica, me fornecendo suporte durante esses 5 anos de UFSC, principalmente ao Paulo Nishimoto, Leonardo Soares, Larissa Castilho e Juliana Campelo.

Resumo

O trabalho em questão apresenta uma comparação entre duas técnicas de controle avançado que visam controlar os movimentos de rolamento e guinada de uma aeronave. Embora apresentem suas peculiaridades, ambas estratégias seguem uma metodologia de projeto bem definida: modelagem do processo, identificação de requisitos, definição da estrutura de controle, cálculo dos controladores e análise tanto de robustez quanto de performance do sistema. A primeira técnica, amplamente difundida na indústria aeronáutica, emprega uma variação do Regulador Linear Quadrático (LQR) com ajuste de Zeros de Transmissão para o cálculo dos ganhos de realimentação, enquanto a outra utiliza o Controle Preditivo Baseado em Modelo. Tomando por base um avião da classe executiva, realiza-se o contraste em diversos pontos de operação, utilizando sempre a abordagem no domínio linear. Por fim, os resultados são discutidos com base em critérios das melhores práticas do setor aeronáutico e em quesitos referentes à implementação de cada estratégia retratada.

Palavras-chave: Sistemas de Controle de Voo; Leis de Controle; Regulador Linear Quadrático; Controle Preditivo Baseado em Modelo

Abstract

This work presents a comparison between two advanced control techniques that aim to control the movements of Roll and Yaw of an aircraft. Although they present their peculiarities, both strategies follow a well-defined design methodology: process modeling, requirements specification, definition of control law structure, controllers synthesis and analysis of robustness and performance. The first technique, widely used in the aeronautics industry, employs a variation of the Linear-Quadratic Regulator (LQR) with Transmission Zeros adjustment for the feedback gains calculation, while the other uses the Model Predictive Control. Based on a business aircraft, the comparison is performed at several operation points, always using the linear domain approach. Finally, the results are discussed based on best practices criteria of the aeronautical sector and in questions related to the implementation of each strategy.

Keywords: Flight Control System; Control Laws; Linear-Quadratic Regulator; Model Predictive Control

Lista de ilustrações

Figura 1 – Eixos do avião	23
Figura 2 – Logo oficial <i>EMBRAER S.A.</i>	27
Figura 3 – Croqui de criação da logomarca da Embraer	27
Figura 4 – A empresa se projeta no mercado de ações da Bovespa e da Nyse com o sucesso da família ERJ 145	28
Figura 5 – Comparativo acerca do número de assentos entre as famílias E-JETS e E-JETS E2	29
Figura 6 – Phenom 300E, o jato executivo leve mais vendido durante seis anos consecutivos	30
Figura 7 – Protótipo do cargueiro militar KC-390, o maior avião desenvolvido no Brasil	30
Figura 8 – EMB 203, o modelo mais moderno do Ipanema	31
Figura 9 – Seis graus de liberdade referentes aos eixos da aeronave	33
Figura 10 – Superfícies de controle primárias e secundárias	34
Figura 11 – Esquemático referente aos modos das leis de controle. Retirada de [1]	37
Figura 12 – Esquemático do modo Backup. Retirada de [1]	37
Figura 13 – Fluxograma do processo completo de design. Adaptada de [2] e [3]	39
Figura 14 – Esquemático do LQR com Zeros de Transmissão	48
Figura 15 – Estratégia do Controle Preditivo Baseado em Modelo	49
Figura 16 – Relação entre o NED (A_n) e o Eixo do Corpo (A_b)	56
Figura 17 – Definição dos ângulos aerodinâmicos	57
Figura 18 – Forças atuantes em uma aeronave	63
Figura 19 – Modelagem do motor	66
Figura 20 – Envelope operacional de voo	72
Figura 21 – Visão global do modelo não-linear da aeronave	74
Figura 22 – Módulos <i>Simulink</i> do modelo não-linear da aeronave	75
Figura 23 – Validação da resposta direcional à entrada de degrau unitário de leme	78
Figura 24 – Validação da resposta lateral à entrada de degrau unitário de aileron	78
Figura 25 – Resposta em frequência de β variando a pressão dinâmica	80
Figura 26 – Resposta em frequência de p_b variando a pressão dinâmica	80
Figura 27 – Resposta em frequência de β variando o envelope de massa	81
Figura 28 – Resposta em frequência de p_b variando o envelope de massa	81
Figura 29 – Resposta em frequência de β variando o número de Mach	82
Figura 30 – Resposta em frequência de p_b variando o número de Mach	82
Figura 31 – <i>Atuadores + Aeronave Pura + Sensores</i>	83
Figura 32 – Comparativo entre os modelos de atuadores	84

Figura 33 – Modelo completo junto com FCC	88
Figura 34 – Estrutura de Controle - <i>Padrão da Indústria Aeronáutica</i>	89
Figura 35 – Estrutura de Controle - <i>Método Proposto</i>	89
Figura 36 – Contribuições para a estimação do ângulo de derrapagem via filtro complementar	92
Figura 37 – Módulo da malha de realimentação para a estabilidade lateral	93
Figura 38 – Módulo da malha de realimentação para a estabilidade direcional	94
Figura 39 – Representação do <i>Modelo do LQR</i>	96
Figura 40 – Módulo da malha direta para a estabilidade lateral	99
Figura 41 – Módulo da malha direta para a estabilidade direcional	99
Figura 42 – Esquema de controle final para o <i>Padrão da Indústria Aeronáutica</i>	100
Figura 43 – Esquema de controle para o GPC. Adaptada de [4]	101
Figura 44 – Pseudocódigo do controle implementado no <i>Método Proposto</i>	110
Figura 45 – Resposta ao degrau unitário de $\dot{\phi}_{cmd}$ - <i>Padrão da Indústria Aeronáutica</i>	111
Figura 46 – Resposta ao degrau unitário de $\dot{\phi}_{cmd}$ - <i>Método Proposto</i>	111
Figura 47 – Resposta ao degrau unitário de β_{cmd} - <i>Padrão da Indústria Aeronáutica</i>	112
Figura 48 – Resposta ao degrau unitário de β_{cmd} - <i>Método Proposto</i>	112
Figura 49 – Resposta à perturbação w_Y do tipo degrau - <i>Padrão da Indústria Aeronáutica</i>	113
Figura 50 – Resposta à perturbação w_Y do tipo degrau - <i>Método Proposto</i>	113
Figura 51 – Comparativo referente à resposta temporal de $\dot{\phi}_{cmd}$	115
Figura 52 – Comparativo referente à resposta temporal de β_{cmd}	115
Figura 53 – Comparativo referente à resposta temporal da perturbação w_Y	116

Lista de tabelas

Tabela 1 – Sistemas de Referência de uma Aeronave	55
Tabela 2 – Dados básicos da aeronave para o caso de estudo	71
Tabela 3 – Configurações de peso e centro de gravidade	72
Tabela 4 – Condições de voo e configurações utilizadas para a geração de modelos lineares	73
Tabela 5 – Saídas do modelo não-linear da aeronave	76
Tabela 6 – Entradas do modelo não-linear da aeronave	77
Tabela 7 – Modelos lineares dos atuadores	83
Tabela 8 – Limitações dos atuadores	84
Tabela 9 – Modelos lineares dos sensores	84
Tabela 10 – Requisitos do projeto da lei de controle	87
Tabela 11 – Conformidade dos requisitos para cada abordagem de controle	114

Lista de abreviaturas e siglas

DAS Departamento de Automação e Sistemas

MPC Model Predictive Control

LQR Linear-Quadratic Regulator

GPC Generalized Predictive Control

LQ Linear-Quadratic

CTA Centro Tecnológico da Aeronáutica

FCS Flight Control System

FBW Flight Control System

FCC Flight Control Computer

CLAW Control Law

ALT Modo Alternativo

DIR Modo Direto

CG Centro de Gravidade

FAA Federal Aviation Administration

I Integral

PI Proportional and Integral

PD Proportional and Derivative

PID Proportional, Integral and Derivative

MIMO Multi-Input Multi-Output

SISO Single-Input Single-Output

CSAS Control and Stability Augmentation System

DMC Dynamic Matrix Control

CARIMA Controlled Auto Regressive and Integrated Moving Average

NED North-East-Down

ISA International Standard Atmosphere

MTOW Maximum Take-off Weight

BOW Basic Operational Weight

VMO Velocity Maximum Operating

MMO Mach Maximum Operating

CAS Calibrated Airspeed

MAC Mean Aerodynamic Chord

EAS Equivalent Airspeed

TAS True Airspeed

SVD Singular Value Decomposition

NOM Nominal

LGF Light Forward

LGA Light Aft

HVF Heavy Forward

HVA Heavy Aft

PNMPC Practical Nonlinear Predictive Control

FB Feedback

FF Feedforward

Lista de símbolos

α	Ângulo de ataque
β	Ângulo de derrapagem
β_{est}	β estimado via sensores inerciais
β_{CF}	β do filtro complementar
β_{cmd}	Comando de β referente ao piloto
$\beta_{cmd_{PF}}$	Comando β referente ao pré-filtro
β_{int}	Integral de β
β_{sns}	β medido via sensor
$\dot{\beta}_{est}$	Taxa de β estimado via sensores inerciais
$\delta_{ail_{cmd}}$	Entrada de comando do aileron
$\delta_{ail_{cmd_{FB}}}$	Entrada de comando do aileron devido ao módulo FB
$\delta_{ail_{cmd_{FF}}}$	Entrada de comando do aileron devido ao módulo FF
$\delta_{ail_{dly}}$	Entrada de comando do aileron relativo ao atraso
$\delta_{rud_{cmd}}$	Entrada de comando do leme
$\delta_{rud_{cmd_{FB}}}$	Entrada de comando do leme devido ao módulo FB
$\delta_{rud_{cmd_{FF}}}$	Entrada de comando do leme devido ao módulo FF
$\delta_{rud_{cmd}}$	Entrada de comando do leme
$\delta_{rud_{dly}}$	Entrada de comando do leme relativo ao atraso
ζ_{β}	Coefficiente de amortecimento de β pertencente aos Zeros de Transmissão
ζ_{CF}	Coefficiente de amortecimento do filtro complementar
ζ_{p_s}	Coefficiente de amortecimento de p_s pertencente aos Zeros de Transmissão
$\zeta_{PF_{\beta}}$	Coefficiente de amortecimento do pré-filtro de β
θ	Ângulo de <i>Euler</i> relativo à arfagem
τ_{Roll}	Constante de tempo do modo <i>roll</i>

ϕ	Ângulo de <i>Euler</i> relativo ao rolamento
ϕ_{sns}	ϕ medido via sensor
$\dot{\phi}$	Taxa de ϕ
$\dot{\phi}_{cmd}$	Comando de $\dot{\phi}$ referente ao piloto
$\dot{\phi}_{cmd_{PF}}$	Comando de $\dot{\phi}$ referente ao pré-filtro
$\dot{\phi}_{est}$	$\dot{\phi}$ estimado
ψ	Ângulo de <i>Euler</i> relativo à guinada
ω_{β}	Frequência de β pertencente aos Zeros de Transmissão
ω_{dr}	Frequência natural do modo <i>dutch-roll</i>
ω_{p_s}	Frequência de p_s pertencente aos Zeros de Transmissão
$\omega_{PF_{\dot{\phi}}}$	Frequência de corte do pré-filtro de $\dot{\phi}$
$\omega_{PF_{\beta}}$	Frequência de corte do pré-filtro de β
$\omega_{PF_{\beta}}$	Frequência de corte do pré-filtro de β
ω_{RO}	Frequência de corte do filtro <i>Roll-Off</i>
$\omega_{n_{CF}}$	Frequência do filtro complementar
ω_{WO}	Frequência de corte do filtro <i>Wash-Out</i>
$K_{\beta \rightarrow ail}$	Ganho de FB de β_{CF} para $\delta_{ail_{cmd_{FB}}}$
$K_{\beta \rightarrow rud}$	Ganho de FB: de β_{CF} para $\delta_{rud_{cmd_{FB}}}$
$K_{\dot{\beta} \rightarrow ail}$	Ganho de FB: de $\dot{\beta}_{est}$ para $\delta_{ail_{cmd_{FB}}}$
$K_{\dot{\beta} \rightarrow rud}$	Ganho de FB: de $\dot{\beta}_{est}$ para $\delta_{rud_{cmd_{FB}}}$
$K_{\beta_{int} \rightarrow rud}$	Ganho de FB: da integral do erro de β para $\delta_{rud_{cmd_{FB}}}$
$K_{p_s \rightarrow ail}$	Ganho de FB: de p_s para $\delta_{ail_{cmd_{FB}}}$
$K_{p_s_{int} \rightarrow rud}$	Ganho de FB: de p_s para $\delta_{rud_{cmd_{FB}}}$
$K_{p_s_{int} \rightarrow ail}$	Ganho de FB: da integral do erro de $\dot{\phi}$ para $\delta_{ail_{cmd_{FB}}}$
$K_{FF_{cmd} \rightarrow ail}$	Ganho de FF: de $\dot{\phi}_{cmd}$ para $\delta_{ail_{cmd_{FF}}}$
$K_{FF_{cmd} \rightarrow rud}$	Ganho de FF: β_{cmd} para $\delta_{rud_{cmd_{FF}}}$

$K_{FF_{cmdDot \rightarrow ail}}$	Ganho de FF: $\dot{\phi}_{cmd}$ pra o filtro <i>Wash-Out</i>
N_{y_b}	Aceleração lateral no Eixo do Corpo
$N_{y_{b_{sns}}}$	Aceleração lateral no Eixo do Corpo medida via sensor
p_b	Taxa de rolamento no Eixo do Corpo
$p_{b_{sns}}$	Taxa de rolamento no Eixo do Corpo medida via sensor
p_s	Taxa de rolamento no Eixo de Estabilidade
$p_{s_{int}}$	Integral de p_s
q_b	Taxa de arfagem no Eixo do Corpo
q_s	Taxa de arfagem no Eixo de Estabilidade
r_b	Taxa de guinada no Eixo do Corpo
$r_{b_{sns}}$	Taxa de guinada no Eixo do Corpo medida via sensor
r_s	Taxa de guinada no Eixo de Estabilidade
y_β	Critério de saída para β
y_{p_s}	Critério de saída para p_s

Sumário

1	INTRODUÇÃO	23
1.1	Contextualização	23
1.2	Motivações do Trabalho	24
1.3	Estrutura do Documento	25
2	SOBRE A EMPRESA	27
2.1	Histórico [5]	27
2.2	Produtos Desenvolvidos	28
2.2.1	Aviação Comercial	28
2.2.2	Aviação Executiva	29
2.2.3	Defesa & Segurança	30
2.2.4	Aviação Agrícola	30
2.3	Unidades	31
2.4	Contextualização da Área de Trabalho	31
3	EMBASAMENTO TEÓRICO	33
3.1	FCS – Flight Control Systems	33
3.2	FBW – Fly-By-Wire	34
3.3	CLAW - Control Law	35
3.3.1	Modo Normal	35
3.3.2	Modo Alternativo (ALT)	36
3.3.3	Modo Direto (DIR)	36
3.4	Design de Leis de Controle de Voo	36
3.4.1	Determinação das Faixas de Operação	40
3.4.2	Aspectos de Modelagem da Aeronave	42
3.4.3	Definição de Requisitos de Controle	42
3.4.4	Estruturação da Lei de Controle	43
3.4.5	Sintonia dos Controladores	44
3.4.5.1	Malha de Realimentação	44
3.4.5.2	Malha Direta	45
3.5	Teorias de Controle Avançado	45
3.5.1	LQR com Zeros de Transmissão	45
3.5.1.1	Regulador Linear Quadrático	45
3.5.1.2	Zeros de Transmissão	47
3.5.1.3	Funcionamento do Método	48
3.5.2	MPC	49

3.5.2.1	Controle Preditivo Generalizado	50
3.5.2.2	Restrições	53
4	MODELAGEM DE AERONAVES	55
4.1	Sistema de Referência	55
4.2	Equações de Movimento	58
4.3	Representação da Atmosfera	60
4.3.1	Parâmetros Estáticos	60
4.3.2	Parâmetros Relativos à Velocidade do Ar	61
4.4	Aerodinâmica	63
4.4.1	Forças e Momentos Aerodinâmicos	63
4.4.2	Coefficientes Aerodinâmicos	64
4.5	Motor	66
4.6	Trimagem e Linearização	67
5	CASO DE ESTUDO	71
5.1	A Aeronave Modelada	71
5.1.1	Visão Geral	71
5.1.2	Condições de Voo	71
5.1.3	Representação Não-Linear do Modelo	74
5.1.4	Geração e Validação dos Modelos Lineares	77
5.1.5	Estudo da Aeronave Pura	78
5.2	Modelos Adicionais	83
5.2.1	Atuadores	83
5.2.2	Sensores	84
5.3	Problema de Controle	85
5.3.1	Variáveis de Processo	85
5.3.2	Variáveis de Controle	85
5.3.3	Requisitos	85
5.4	Estruturas de Controle	87
5.5	Módulo de Pré-Processamento	89
5.5.1	Estimação de Variáveis	89
5.5.2	Filtro Complementar	91
5.6	Design dos Controladores	92
5.6.1	Padrão da Indústria Aeronáutica	92
5.6.2	Método Proposto	100
6	RESULTADOS	109
6.1	Aspectos de Implementação	109
6.2	Respostas no Tempo	110

6.3	Avaliação dos Requisitos	114
6.4	Estudo Comparativo	114
7	CONCLUSÕES	117
	REFERÊNCIAS	121

1 Introdução

No contexto dos sistemas de controle de voo, este projeto desenvolve e discute acerca de duas metodologias de design para o controle latero-direcional de uma aeronave da classe executiva.

O presente trabalho é uma monografia de final de curso realizada durante o período de estágio na empresa *EMBRAER S.A.*, em especial no time Leis de Controle. Este documento é exigido pelo Departamento de Automação e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina para a aprovação na disciplina *DAS5511: Projeto de Fim de Curso* e para a obtenção do título de Engenheiro de Controle e Automação.

1.1 Contextualização

Existem três principais maneiras de uma aeronave se movimentar:

- Arfagem - Movimento que o avião realiza ao redor do eixo lateral. Quando o piloto puxa o *side-stick* ou manche para trás, há uma elevação do nariz do avião, ao passo que empurrando-os para frente, o nariz é movido para baixo;
- Rolamento - À medida que o piloto gira o manche ou puxa o *side-stick* para algum lado (esquerdo ou direito), a aeronave se move em relação ao eixo longitudinal;
- Guinada - Para conseguir esse tipo de movimento em torno do eixo vertical, o piloto deve pressionar o pedal direito ou esquerdo, movendo, assim, o avião para o lado correspondente a sua ação.

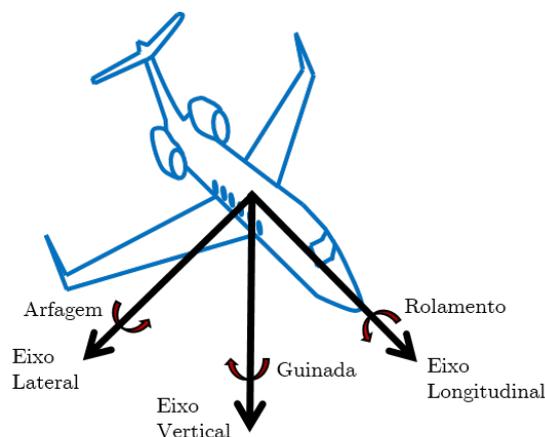


Figura 1 – Eixos do avião

Os eixos citados previamente podem ser identificados na Figura 1. No caso de se considerar a estabilidade de aeronaves, a terminologia utilizada é diferente: o eixo lateral está relacionado à estabilidade longitudinal, o eixo longitudinal é responsável pela estabilidade lateral e o eixo vertical se refere a estabilidade direcional.

A partir disso, sabendo que o escopo deste trabalho faz alusão a um controle latero-direcional, é possível dizer que se deseja controlar os movimentos de rolamento e guinada da aeronave. Ademais, como existe acoplamento entre os eixos, é comum retratar as dinâmicas de forma conjunta, denominando, então, os modos latero-direcionais.

Existem três tipos de dinâmicas latero-direcionais: rolamento (*roll*), *dutch roll* e espiral (*spiral*). O modo de rolamento é de caráter não oscilatório e bem amortecido (polo real), além disso, está diretamente atrelado ao movimento lateral. Posteriormente, o *dutch roll*, apesar de estar acoplado com o rolamento, se relaciona principalmente à guinada do avião, sendo que a sua dinâmica é descrita por um par de polos complexos conjugados. Finalmente, o modo espiral também é de caráter não oscilatório e é determinado por outro polo real, o qual apresenta a dinâmica mais lenta do sistema e pode até mesmo ser instável. Diante disso, a equação característica latero-direcional de qualquer aeronave poderia ser representada por um modelo de quarta ordem.

De forma simplificada, uma outra representação é demonstrada em [6], onde a relação entre a taxa de rolamento (p_b) pelo comando lateral do piloto é uma função de primeira ordem (Equação 1.1), enquanto β (ângulo aerodinâmico que será retratado adiante) por comando de pedal é de segunda ordem (Equação 1.2). Nesse caso, seria utilizado p_b para o controle lateral e β para o controle direcional.

$$\frac{p_b}{\text{comando lateral}} = \frac{K_p \cdot e^{-L_p \cdot s}}{\tau_{Roll} \cdot s + 1} \quad (1.1)$$

onde K_p é o ganho da planta, L_p é o atraso e τ_{Roll} é a constante de tempo do modo *roll*.

$$\frac{\beta}{\text{comando de pedal}} = \frac{K_\beta \cdot e^{-L_\beta \cdot s}}{s^2 + 2 \cdot \zeta_{dr} \cdot w_{dr} \cdot s + w_{dr}^2} \quad (1.2)$$

sendo K_β o ganho da planta, L_β o atraso, ζ_{dr} o coeficiente de amortecimento e w_{dr} a frequência natural do modo *dutch roll*.

Independentemente da modelagem e das variáveis escolhidas para o controle latero-direcional, o projetista da lei de controle de voo deverá se preocupar especialmente com as metodologias de design, que, por sua vez, são as motivações do trabalho em questão.

1.2 Motivações do Trabalho

As aeronaves são de natureza não linear e multivariável, contudo, para resolver os problemas de controle que as envolvem, grande parte da indústria aeronáutica prefere

utilizar modelos lineares, os quais apenas são válidos para regiões de pequenas variações em torno da condição de voo estabelecida. Diante disso, a abordagem convencional de controle é executar o projeto dos controladores no âmbito linear de forma local para um grande número de pontos de operação e, em seguida, construir um método de escalonamento de ganhos de modo a interpolá-los em relação às condições de voo, assim controlando a aeronave por completo. Esse procedimento, apesar de ser demorado e caro, é bem aceito e continua produzindo resultados satisfatórios para diversos programas de aviões.

O principal ponto que diferencia as abordagens acerca das leis controle de voo são os métodos de sintonia dos controladores locais. Um deles se refere ao controle robusto, evidenciado por duas principais técnicas de síntese robusta: H_∞ e μ -synthesis. O primeiro é mais adequado ao domínio da frequência, sendo pertinente às incertezas não estruturadas, vide [7] e [8], enquanto o segundo é apropriado para as incertezas estruturadas [9]. Esses métodos, entretanto, usualmente exprimem controladores de altas ordens, o que acaba por dificultar a implementação dos mesmos nos sistemas de controle de voo. Desse modo, um outro método que teve destaque na indústria se correlaciona com os reguladores LQ, como pode ser visto em [10] e [11], os quais acabam por retornar ganhos constantes somados a integradores.

Por outro lado, originalmente desenvolvido para atender às necessidades de controle de usinas de energia e refinarias de petróleo, o Controle Preditivo Baseado em Modelo (MPC), ainda que vem ampliando as suas áreas atuação, não vingou no setor aeronáutico. Pressupõe-se que isso se deve pelo fato de os controladores de voo serem antiquados para aplicações que exigem cálculos complexos nas leis de controle, que é o caso do controle preditivo.

No entanto, não somente com o imenso avanço tecnológico dos computadores nos últimos anos, mas também sabendo que o sucesso do MPC está fortemente ligado a sua capacidade de lidar com as restrições impostas ao sistema de controle, acredita-se que, em razão do aumento significativo da complexidade dos requisitos das aeronaves, o Controle Preditivo Baseado em Modelo poderia ser uma boa solução para resolver tal problemática.

A partir disso, resolveu-se comparar um dos métodos de sucesso do setor aeronáutico, sendo uma variação dos reguladores LQ (LQR com Zeros de Transmissão) com um algoritmo específico de controle preditivo (GPC).

1.3 Estrutura do Documento

Este trabalho está organizado em capítulos seguindo uma sequência lógica que descreve as principais etapas executadas durante os projetos de controle latero-direcional de um aeronave.

O Capítulo 2 faz comentários em relação à *EMBRAER S.A.*, a qual, durante o programa de estágio ofertado, forneceu toda infraestrutura e instruções para se realizar o Projeto de Fim de Curso

Em seguida, no Capítulo 3, é fornecido o embasamento teórico necessário para auxiliar na concepção dos capítulos seguintes. Retrata-se, especialmente, não só os conceitos do setor aeronáutico relacionados ao contexto do trabalho, como também as formulações das técnicas de controle moderno utilizadas.

O Capítulo 4 provê uma visão geral sobre a modelagem de aeronaves, apresentando os sistemas de referência, as equações de movimento, a representação da atmosfera, o estudo da aerodinâmica, os motores, além de descrever sucintamente os procedimentos de trimagem e linearização.

O caso de estudo foi abordado no Capítulo 5, onde é evidenciado a modelagem completa da aeronave a ser aplicada no projeto, e, em especial, é desenvolvido ambas técnicas de controle propostas na Seção 1.2.

No Capítulo 6, identifica-se os quesitos em relação à implementação e aos resultados obtidos pelas duas técnicas, além de demonstrar uma breve comparação para alguns casos específicos de voo.

Por fim, o Capítulo 7 faz considerações finais relativas a este documento, destacando as principais realizações, bem como citando as oportunidades de trabalhos futuros com base neste projeto.

2 Sobre a Empresa

A *EMBRAER S.A.* é uma corporação transnacional brasileira fabricante de aviões comerciais, executivos, militares e agrícolas. A empresa está sediada em São José dos Campos, uma cidade do interior do estado de São Paulo, e possui diversas unidades no Brasil e no exterior.

Atualmente, é a terceira maior produtora de aeronaves civis do mundo, apenas ficando atrás da Airbus e da Boeing, e uma das maiores exportadoras brasileiras, oferecendo o que existe de mais moderno em tecnologia, versatilidade e conforto.



Figura 2 – Logo oficial *EMBRAER S.A.*

2.1 Histórico [5]

Em 19 de agosto de 1969, nasceu a Empresa Brasileira de Aeronáutica S.A., a atual *EMBRAER S.A.*, uma companhia composta por capital misto e com controle estatal que, desenvolvendo ciência e tecnologia em território nacional, transformou-se em uma das maiores potências da indústria aeronáutica.

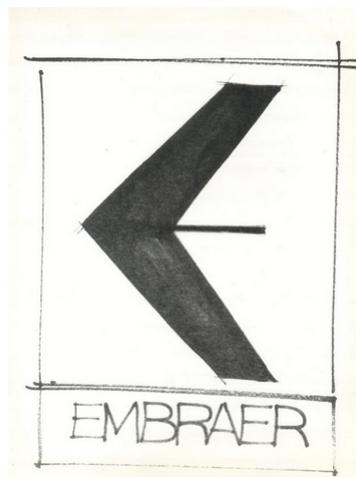


Figura 3 – Croqui de criação da logomarca da Embraer

O primeiro programa era fabricar e comercializar o Bandeirante, um avião turboélice que realizou o seu primeiro voo ainda no mesmo ano de criação da empresa. No final da

década de 70, outros desenvolvimentos foram marcantes: EMB 326 Xavante, EMB 400 Urupema e a aeronave agrícola EMB 200 Ipanema.

Demais produtos como o EMB 312 Tucano e o EMB 120 Brasília, acompanhados pelo programa AMX (caça bombardeiro subsônico desenvolvido em conjunto às empresas italianas Aeritalia, atual Alenia, e Aermacchi) permitiram que a companhia atingisse um novo patamar no cenário internacional.

A privatização da Embraer em 1994 foi um dos marcos mais significativos de sua história. Essa mudança é considerada por especialistas e ex-dirigentes como crucial para a salvação da corporação e do projeto da indústria aeronáutica brasileira.

Posteriormente a sua venda na Bolsa de Valores de São Paulo, passou por uma reestruturação e, não só alcançou grandes conquistas na operação dos jatos comerciais ERJ 145 e E-Jets como também marcou presença no mercado de jatos executivos por meio do lançamento das famílias Phenom, Legacy e do Lineage, estabelecendo, assim, uma base sólida para o futuro da empresa.



Figura 4 – A empresa se projeta no mercado de ações da Bovespa e da Nyse com o sucesso da família ERJ 145

Apesar do cenário desafiador no final dos anos 2000, a Embraer obteve sucesso, a partir da década seguinte, em todos os negócios e serviços. Sempre comprometida com a excelência empresarial e a plena satisfação de seus clientes, continua em processo de evolução, sendo uma das poucas empresas do mundo a dominar na íntegra o ciclo de produção de aeronaves (desde a concepção até o voo) e desenvolver sistemas de alta tecnologia para o setor aeronáutico.

2.2 Produtos Desenvolvidos

2.2.1 Aviação Comercial

A empresa conta com mais de 50 clientes espalhados pelo mundo, refletindo a qualidade de suas aeronaves e demonstrando o fato de que os seus jatos contribuem para o

crescimento internacional do mercado. A aviação comercial se divide em três plataformas:

- ERJS – Divididos em ERJ135, ERJ140, ERJ145 e ERJ 145XR, os EJRS voam em cinco continentes e são operados por mais de 30 companhias aéreas;
- E-JETS – Mais de 1,4 mil jatos dessa família já foram entregues, dos quais o mercado americano é o principal comprador. O E170, E175, E190 e o E195 constituem os E-JETS;
- E-JETS E2 – O E175-E2, E190-E2 e o E195-E2 formam a segunda geração dos E-JETS, os quais são mais modernos e eficazes. A entrega do primeiro modelo, um E-190 E2, ocorreu para a empresa norueguesa Widerøe no dia 4 de abril de 2018.

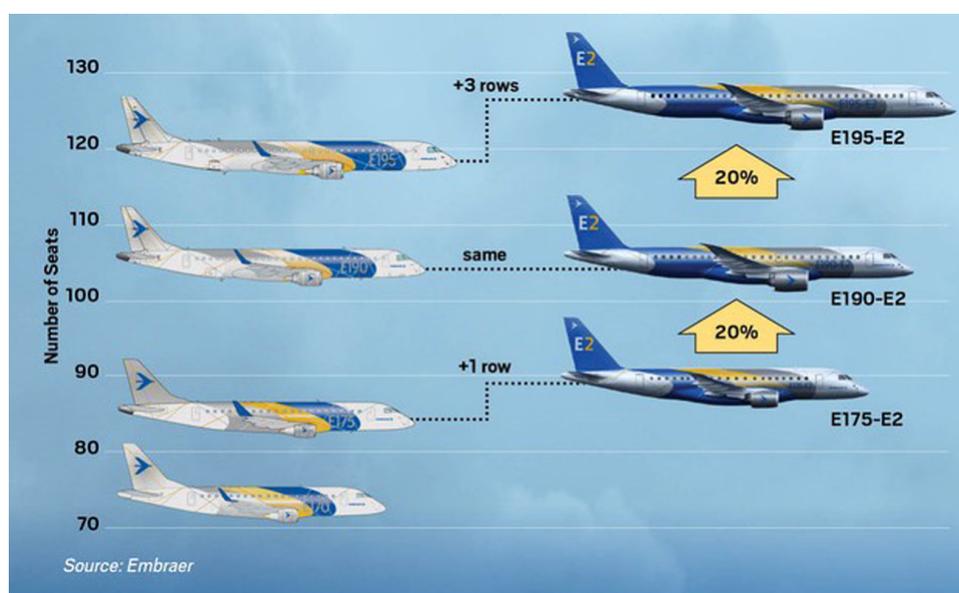


Figura 5 – Comparativo acerca do número de assentos entre as famílias E-JETS e E-JETS E2

2.2.2 Aviação Executiva

A partir do lançamento das primeiras aeronaves executivas, a Embraer investiu pesado em uma rede de suporte *premium* para tais jatos e já possui mais de 75 centros de serviços. Segue abaixo os *Executive Jets*:

- Lineage 1000E;
- Legacy – Legacy 650E, Legacy 500 e Legacy 450;
- Phenom – Phenom 300E e Phenom 100EV.



Figura 6 – Phenom 300E, o jato executivo leve mais vendido durante seis anos consecutivos

2.2.3 Defesa & Segurança

Com crescente presença no mercado internacional, a Embraer Defesa & Segurança desempenha um papel importante no sistema nacional de defesa. Presente em 48 países e atuando em mais de 50 forças armadas espalhadas pelo mundo, as duas principais aeronaves são:

- A29 Super Tucano – Avião de combate que se apresenta como solução para treinamento de pilotos e ataque leve;
- KC390 – Avião cargueiro militar que é considerado um dos mais modernos e completos da sua categoria. Teve o seu primeiro voo em 2015 e está em fase final de certificação.



Figura 7 – Protótipo do cargueiro militar KC-390, o maior avião desenvolvido no Brasil

2.2.4 Aviação Agrícola

Na década de 60, o Ministério da Agricultura brasileiro firmou contrato com a Embraer a fim de produzir no país uma aeronave agrícola. O propósito era modernizar o setor, disponibilizando novas técnicas de produção, além de gerar recursos para a fabricante, que ainda era estatal e havia sido recém-criada.

Com base nisso, o Ipanema, um avião monomotor de asa baixa, foi desenvolvido e, hoje, representa 75% da frota nacional, contando com mais de 50 anos de produção contínua.



Figura 8 – EMB 203, o modelo mais moderno do Ipanema

2.3 Unidades

A Embraer investe significativamente em sua presença global, reunindo as melhores condições tecnológicas e financeiras somadas a recursos de produção, vendas e serviços. Além disso, possui fábricas, escritórios e unidades operacionais em diversos locais do mundo, bem como Estados Unidos, China, Singapura, Portugal e França.

A construção do edifício-sede na Avenida Brigadeiro Faria Lima foi iniciada em uma área ao lado do campus do então CTA (Centro Tecnológico da Aeronáutica) em São José dos Campos-SP. Já as outras unidades brasileiras se situam em grande parte no estado de São Paulo: Taubaté, Gavião Peixoto, Botucatu e Eugênio de Melo.

A *EMBRAER - EUGÊNIO DE MELO* apresenta por volta de dois mil funcionários, servindo de apoio à produção da matriz Faria Lima e executando essencialmente as atividades fabris (desenvolvimento e fabricação de ferramental, tubos, solda, serralheria e grandes cablagens).

Ademais, grande parte da engenharia que cuida do desenvolvimento do cargueiro militar KC-390 está disposta nessa unidade, inclusive o time Leis de Controle, no qual realizou-se o Projeto de Fim de Curso.

2.4 Contextualização da Área de Trabalho

O departamento de Leis de Controle de Voo e AFCS (*Autoflight Control Systems*) do KC-390 trabalha de maneira integrada com o grupo de desenvolvimento de software embarcado.

Formado por mais de 15 engenheiros, o time é responsável por analisar os requisitos de alto nível de projeto, implementar funcionalidades e modelos de controle de voo - principalmente via *Simulink/MATLAB* -, além de testar as leis de controle.

Essas leis são traduzidas por meio de requisitos em detalhes ao time Software Embarcado, o qual é encarregado por implantá-las nos sistemas de hardware (*autopilot* da aeronave). Por fim, os resultados de ambos os times são comparados e validados com a intenção de obter a homologação aeronáutica.

3 Embasamento Teórico

Em primeiro plano, é necessária uma revisão da literatura disponível acerca dos principais conceitos envolvidos durante o desenvolvimento do projeto a fim de garantir uma melhor compreensão do mesmo. Desse modo, este capítulo apresenta especialmente as palavras chaves, teoremas e proposições relacionadas ao setor aeronáutico e às técnicas de controle moderno.

3.1 FCS – Flight Control Systems

Uma prática comum diante dos princípios de mecânica de voo é representar a aeronave como um corpo rígido definido por um conjunto de eixos coordenados, como pode ser visto em [12] e [13]. A dinâmica de tal corpo rígido apresenta seis graus de liberdade, sendo três relativos ao movimento de translação e três à rotação.

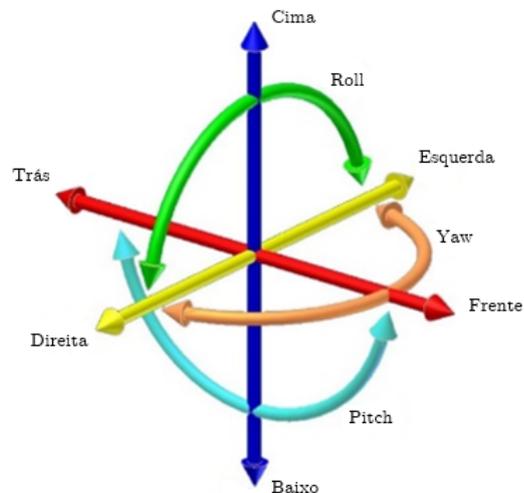


Figura 9 – Seis graus de liberdade referentes aos eixos da aeronave

Para o controle de voo, é preciso controlar as forças e os momentos que atuam em uma aeronave. Por conseguinte, não só a velocidade e a aceleração, mas também a rotação e a translação também podem ser devidamente controladas.

Os Sistemas de Controle de Voo (FCS), estudados em [14], são os mecanismos encarregados para tais funções e conseguem realizá-las através da movimentação das superfícies de controle de um avião.

As superfícies de controle, por sua vez, podem ser separadas em dois grandes grupos:

- Primárias – O profundor, o leme e os ailerons constituem as principais superfícies de controle e, como consequência de suas movimentações, redirecionam o fluxo de ar que passa sobre elas, gerando uma força diferencial para rotacionar a aeronave em relação ao eixo desejado;
- Secundárias – Os dispositivos hipersustentadores (flaps e slats), os spoilers e os estabilizadores (vertical e horizontal) compõem esse grupo.

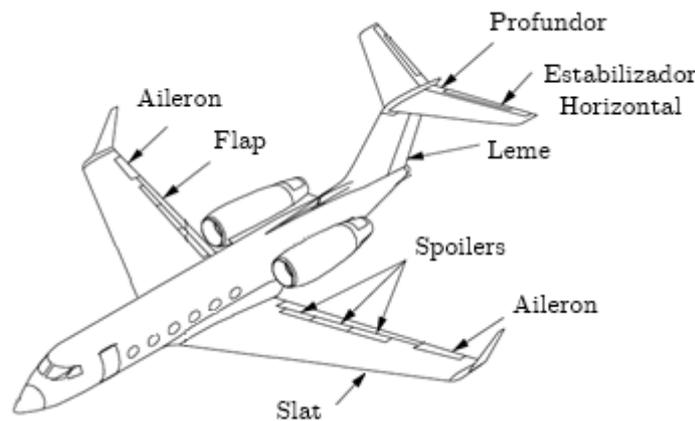


Figura 10 – Superfícies de controle primárias e secundárias

As primeiras gerações dos sistemas de comandos de voo eram puramente mecânicas, em outras palavras, havia cabos que interligavam as superfícies de controle diretamente aos dispositivos de comando do piloto.

Devido ao avanço tecnológico da engenharia e sabendo que tal tipo de configuração não se apresentava muito robusta em termos de controle da aeronave, os cabos mecânicos foram substituídos por sinais elétricos, nascendo, assim, o sistema *fly-by-wire*.

3.2 FBW – Fly-By-Wire

No sistema FBW, os comandos do piloto são convertidos em sinais elétricos transmitidos por fios (daí o termo *fly-by-wire*), e os computadores de controle de voo determinam como mover os atuadores em cada superfície de controle.

Além disso, os sistemas de comandos de voo por *fly-by-wire* permitem que os FCC's realizem tarefas sem uma entrada do piloto, ou seja, os sinais são enviados de forma automática pelos computadores da aeronave.

Essa situação ocorre em sistemas que auxiliam a estabilizar o avião ou impedem a sua atuação fora dos pontos de operação previamente definidos.

Outro ganho significativo desse sistema, se comparado aos aviões controlados manualmente, é a capacidade de o FCS se ajustar a cada ponto do envelope de voo. Em virtude de que as propriedades estruturais das aeronaves variam de acordo com as condições de voo, é necessário modificar os parâmetros do sistema de controle a fim de obter uma melhor qualidade de voo. Esse processo adaptativo é exercido pelas leis de controle.

3.3 CLAW - Control Law

Cada programa de desenvolvimento de uma aeronave detém suas peculiaridades e, com isso, apresenta diferentes tipos de design referentes a leis de controle. No entanto, em um âmbito geral, o funcionamento das leis são análogas e buscam atender uma série de requisitos que também possuem um grau de similaridade.

Diante disso, para retratar a organização de uma lei de controle no ramo aeronáutico tomou como base o FCS da Airbus, especificamente do A330. Nesse modelo, existem três modos que regem o controle de voo: normal, alternativo e direto. Ademais, cada modo apresenta subdivisões: terrestre, voo e *flare*. Por fim, há o backup mecânico, o qual permite que o piloto controle o avião manualmente.

3.3.1 Modo Normal

O modo normal fornece o controle de estabilidade nos três eixos coordenados e provê diversas proteções. Conforme citado anteriormente, as leis de modo normal operam em diferentes submodos:

- Terrestre – Este modo está ativo enquanto a aeronave estiver no chão. A trimagem automática (*autotrim*) está desligada, e existe uma relação direta entre a deflexão de *sidestick* e a resposta do profundor. Imediatamente, após as rodas sair do chão, o modo de voo assume o controle;
- Voo – O modo normal de voo opera desde a decolagem e permanece até o procedimento de pouso. Nesse modo, há cinco tipos de proteção: atitude de arfagem, limitação de fator de carga, de alta velocidade, de alto ângulo de ataque e de ângulo de rolagem;
- Flare – O flare está relacionado ao procedimento de pouso e também apresenta proteção de ângulo de ataque e ângulo de rolagem.

A falha de certos sistemas embarcados ou múltiplas falhas resultará na mudança do modo normal para o alternativo.

3.3.2 Modo Alternativo (ALT)

O modo alternativo ainda pode ser dividido em dois:

- ALT1 – A lei que cuida do controle latero-direcional permanece em modo normal enquanto a lei do controle longitudinal cai para o modo alternativo. Algumas proteções são desativadas, tal como a proteção de atitude de arfagem. A aeronave entra em ALT1 caso ocorrer falhas no profundor, no estabilizador horizontal, sensor de flap/slat ou uma falha de dados referentes ao voo;
- ALT2 – A lei de modo normal para o controle latero-direcional é perdida e substituída pelo modo direto para rolagem e modo alternativo para guinada. Assim como no ALT1, algumas falhas que resultam no ALT2 irão desconectar o piloto automático. Esse submodo é engajado quando há perda dos motores, de todos os spoilers, de alguns ailerons ou falha de pedal.

É importante citar que as alterações comentadas só valem para o submodo Voo. Os outros submodos (terrestre e flare) para a lei de modo alternativo são idênticos ao modo normal.

3.3.3 Modo Direto (DIR)

No modo direto, os modos laterais são os mesmos que o ALT2, entretanto o controle longitudinal degrada-se para a lei de modo direto. O autotrim passa a ser inoperante e o piloto deve ajustar a trimagem manualmente. Todas as proteções são perdidas e o movimento das superfícies de controle está diretamente relacionado ao movimento de stick.

O avião cai para DIR se houver falha nos três referenciais inerciais ou em todos os FCC's. Quando os motores param de funcionar acrescido a não operabilidade dos computadores primários de voo, o avião também entrará no modo direto.

Este modo permite que os pilotos mantenham o nível de voo desejado depois de uma pane elétrica geral. Como não existem cabos ligando o stick até às superfícies de controle, para comandar o avião, o piloto deverá usar a Trim Wheel (roda que atua no estabilizador horizontal) para o controle longitudinal e os pedais de leme para o controle latero-direcional.

3.4 Design de Leis de Controle de Voo

Analogamente retratado em [15], o processo de design para qualquer sistema de controle industrial inclui a seguinte sequência de etapas:

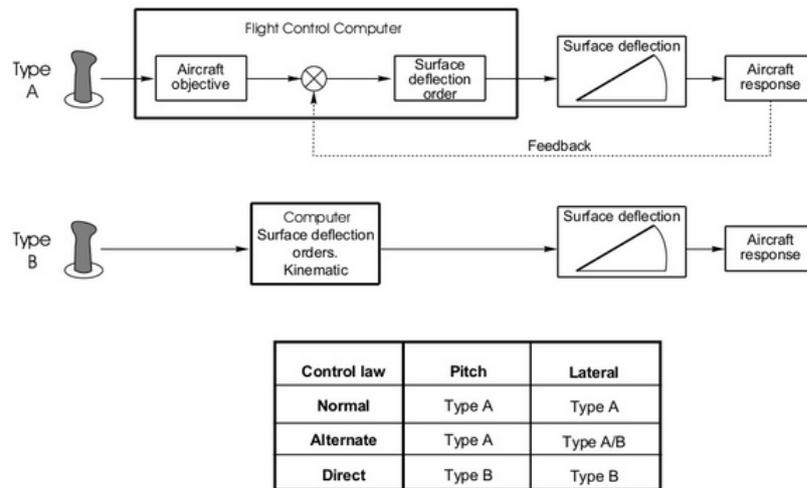


Figura 11 – Esquemático referente aos modos das leis de controle. Retirada de [1]

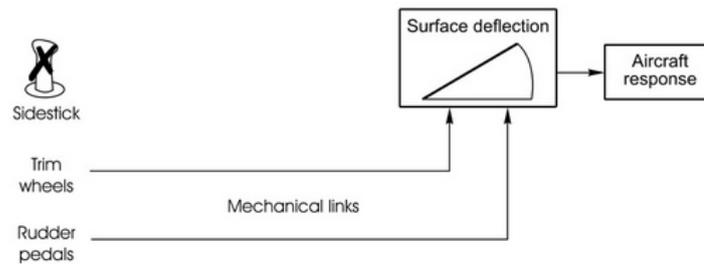


Figura 12 – Esquemático do modo Backup. Retirada de [1]

1. Modelagem do processo – O primeiro passo em um projeto é entender a planta a ser controlada, em termos de suas características e modelagem. Assim sendo, deve-se determinar um modelo matemático para a planta, o qual pode ser através de técnicas de identificação a partir de dados experimentais, de equações físicas ou até mesmo uma combinação das duas hipóteses;
2. Análise de controlabilidade das entradas e saídas da planta – Constatar o que pode ser esperado referente a desempenho no sistema de malha fechada e quais são as limitações existentes;
3. Escolha da estrutura de controle – Decidir quais serão as variáveis de controle e de processo, além de quais conexões serão feitas entre elas;
4. Design da lei de controle – Criar uma formulação matemática que atenda o problema de engenharia e sintonizar o controlador correspondente;
5. Análise do sistema de controle – Avaliar o sistema de controle a partir de simulações e análises em relação aos requisitos de performance ou expectativas de projeto;

6. Implementação da lei de controle – Implementar o controlador projetado, o qual na maioria das vezes será um software embarcado nos controladores;
7. Verificação do sistema de controle – Realizar ensaios e simulações para testar o controlador implementado e efetuar as modificações necessárias antes de certificar que a planta controlada pode operar com segurança.

Apesar disso, sabe-se que cada sistema apresenta suas particularidades, portanto, para fornecer uma explicação mais específica sobre os sistemas de controle de voo, as etapas de design anteriormente descritas são readaptadas seguindo [2] e [3]:

1. Definir os requisitos do sistema;
2. Decidir a estrutura da lei de controle a ser projetada;
3. Especificar os pontos operacionais dentro do envelope de voo;
4. Gerar modelos lineares em cada ponto de operação;
5. Estabelecer modelos para o sistema de controle;
6. Realizar a síntese das leis de controle em cada ponto de operação;
7. Proceder o escalonamento de ganhos para o envelope de voo completo;
8. Efetuar análises de estabilidade e desempenho no domínio linear e não linear em relação às dinâmicas de corpo rígido e flexível;
9. Realizar simulações de *pilot-in-the-loop*;
10. Especificar os requisitos de software de voo;
11. Verificar a performance do software embarcado e executar testes de hardware;
12. Desempenhar testes em voo.

O escopo das atividades realizadas neste trabalho compreende as etapas de 1 até 7 e parcialmente a etapa 8 da lista anterior, na qual é conduzida apenas a análise do corpo rígido no domínio linear. As últimas etapas de design, 9 a 12, não são retratadas, já que requerem alguns recursos além da simulação *offline*, tal como simuladores de voo (hardware) e/ou recursos humanos (pilotos e engenheiros de software).

A Figura 13 ilustra as etapas citadas anteriormente e apresenta um fluxo típico de atividades que ocorrem em um processo de design de leis de controle na indústria aeronáutica.

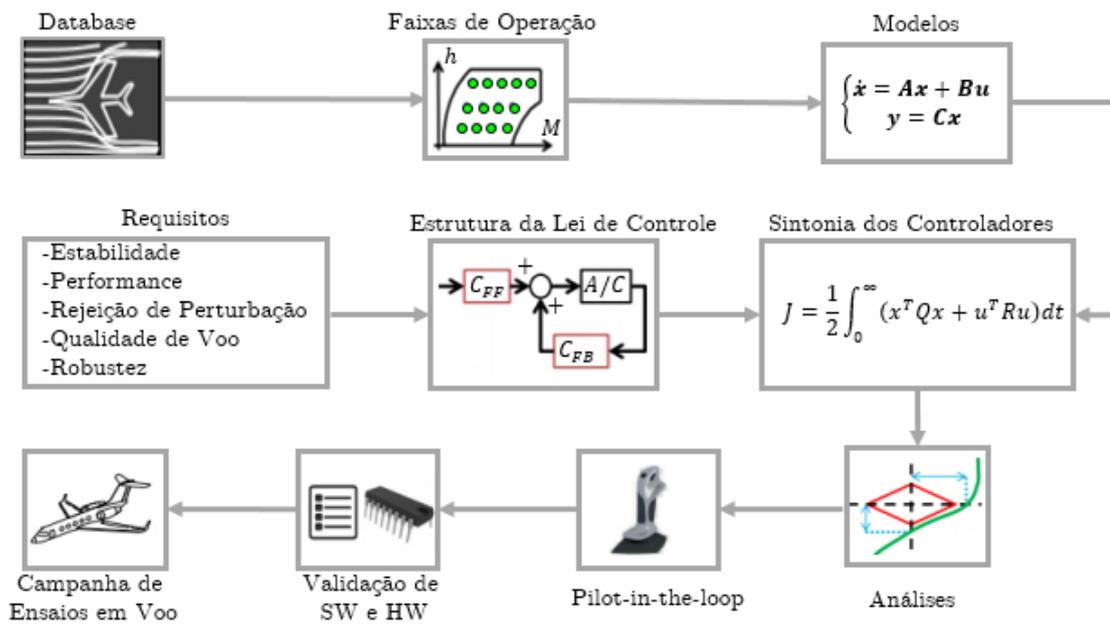


Figura 13 – Fluxograma do processo completo de design. Adaptada de [2] e [3]

Inicialmente, o *Database* é estruturado com parâmetros identificados via ensaios em túnel de vento, dados fornecidos pelos fabricantes de peças de aeronaves, além de outras informações relevantes para modelagem.

As *Faixas de Operação* são definidas com base nas propriedades físicas e nas missões de uma aeronave. Depois, os *Modelos* são estipulados em condições de voo específicas, contendo dados importantes sobre características, dinâmicas, limitações e capacidades da aeronave pura.

Em paralelo à modelagem, os *Requisitos*, que são determinados durante o projeto de concepção das aeronaves, podem ser funcionais e de desempenho. Ademais, podem estar relacionados aos níveis de qualidade de voo, margens de estabilidade, amortecimento do polos do sistema, interação com modos estruturais, rejeição de perturbações, entre outras especificações.

Tais requisitos são avaliados para definir uma *Estrutura de Lei de Controle* capaz de atendê-los, a qual leva em consideração as variáveis manipuladas e controladas. Além disso, alguns modelos adicionais (atuadores, filtros, atrasos, etc.) são incorporados à estrutura para ter um modelo mais representativo da dinâmica a ser controlada.

À vista disso, o problema de controle é formulado, definindo quais ganhos e parâmetros do sistema devem ser calculados em diferentes configurações de voo. De modo geral, algum método de otimização é utilizado para se determinar os ganhos e parâmetros ótimos para atender aos requisitos de projeto, estabelecendo a *Sintonia dos Controladores*.

Como estão relacionados a um conjunto específico de pontos de operação, os ganhos

e parâmetros calculados podem apresentar valores distintos. Desse modo, em grande parte do setor aeronáutico, algumas técnicas de interpolação ou de ajuste polinomial são aplicadas para lidar com esse tipo de situação, garantindo, assim, a operação da aeronave em um envelope de voo previamente definido.

Finalizando a fase de design, *Análises* são desempenhadas para verificar se os requisitos são satisfeitos. Caso algum critério não for atendido em determinadas condições de voo, um ajuste fino dos parâmetros de controle é realizado para obter um resultado aceitável.

Após a verificação das especificações do projeto através de análises, para avaliar o sistema como um todo, são realizados os testes com o *Pilot-in-the-loop*. Em outras palavras, o piloto é incorporado à malha de controle e gera as referências a serem seguidas, dessa maneira retratando condições reais de voo em simuladores.

Devido à vasta experiência dos pilotos, as suas avaliações e classificações são informações importantes para o ajuste final do sistema. De uma forma iterativa, provavelmente outras modificações nas leis de controle podem ser demandadas pelos pilotos a fim de atingir um desempenho mais adequado em configurações de voo específicas.

Quando a extensa campanha de testes é concluída, também é preciso proceder a *Validação de Software e Hardware* para garantir a segurança do controle de estabilidade projetado e o processamento correto dos sinais. Ao término dessa etapa anterior, o Sistema de Controle de Voo está pronto para ser embarcado na aeronave.

Por fim, ocorre a *Campanha de Ensaios em Voo*, a qual é indispensável para alcançar a certificação de aeronaves, compreendendo um time formado por vários engenheiros e pilotos. Em razão de o processo real (avião em operação) apresentar certas diferenças em relação ao modelo utilizado para o cálculo das leis de controle, os testes em voo ainda podem provocar pequenas alterações nos ganhos e parâmetros do sistema.

De acordo com o fluxograma apresentado previamente, nas próximas subseções, são detalhadas as etapas mais importantes do design completo de leis de controle de voo, fornecendo mais informações sobre as individualidades da indústria aeronáutica para o projeto de FCS.

3.4.1 Determinação das Faixas de Operação

Primeiramente, no design das leis de controle de voo, é necessário determinar as faixas de operação da aeronave e, conseqüentemente, das leis de controle de voo. As faixas de operação estão correlacionadas a três itens centrais:

- Envelope de voo;
- Envelope de massa;

- Envelope de perturbações.

A composição do envelope de voo de uma aeronave considera diversas regiões de operação, ou seja, intervalos de altitude pressão, número de Mach, velocidade, ângulo de ataque, entre outros elementos. Exemplificando, uma lei de controle projetada para realizar pouso automático tem um envelope de voo muito mais restrito ao se tratar de velocidade em comparação ao piloto automático que opera na altitude de cruzeiro.

O envelope de massa é representado por várias configurações de peso e posição do centro de gravidade de uma aeronave. Em geral, esse tipo de informação não está disponível para as leis de controle, contudo ainda se apresenta como um fator limitante da faixa de operação. Exemplificando, o mesmo precisa de uma velocidade mínima específica para decolagem dependendo do peso e do CG do avião.

O conhecimento das perturbações que podem atuar na aeronave durante sua operação também é um quesito fundamental para as leis de controle. As perturbações podem ser divididas entre rajadas de vento, turbulência e alterações da configuração da aeronave, como estender o trem de pouso ou os flaps.

Enfatizado em [2], segundo as características aerodinâmicas de um avião, os parâmetros mais importantes para a dinâmica de malha aberta e, portanto, para o design são: pressão dinâmica, número de Mach, velocidade verdadeira, ângulo de ataque, peso e CG.

Já que não é viável realizar o design de controle em todas as possíveis configurações de vôo, normalmente, o projeto se fundamenta na síntese das leis de controle em somente alguns pontos de operação. A seleção desses pontos de operação é orientada com o intuito de capturar todas as características significativas que afetarão diretamente nos ganhos e parâmetros calculados da lei de controle.

Normalmente, as medições de peso e CG não estão disponíveis com integridade suficiente para o FCS, logo as variações a respeito do envelope de massa devem ser tratadas pela robustez de controle, isto é, o desempenho deve ser mantido em qualquer uma das configurações admissíveis de peso e posição do centro de gravidade de uma aeronave. Enquanto isso, em determinado ponto de operação de um envelope de voo preestabelecido, um conjunto fixo de parâmetros de ganhos e de leis de controle devem satisfazer todos os requisitos de projeto.

No trabalho em questão, utilizou-se a abordagem comentada no parágrafo anterior, então foi preciso determinar alguns pontos de operação e, para cada um deles, também definiu-se as configurações de peso e CG. É importante lembrar que tais condições devem estar inclusas no envelope de voo onde a lei de controle deve operar. Uma vez que esse mapeamento é feito, é possível gerar os modelos lineares de aeronaves para todas as condições definidas.

3.4.2 Aspectos de Modelagem da Aeronave

No ramo aeronáutico, a modelagem completa de aeronaves abrange vários assuntos da engenharia, bem como mecânica de voo, aerodinâmica, sistemas aviônicos, entre outros. O entendimento aprofundado de tais tópicos não está relacionado ao domínio de atuação dos engenheiros responsáveis pelo projeto das leis de controle. Em termos práticos, eles só precisam deter uma visão geral dos aspectos de modelagem.

A fim de desenvolver um bom sistema de controle, algum tempo deve ser dedicado para estudar o processo a ser controlado e extrair informações relevantes que podem auxiliar no seu design. Na maior parte dos casos, um bom conhecimento sobre o sistema – aeronave pura em conjunto aos modelos adicionais: atuadores, sensores e filtros – influencia diretamente no projeto de controle, facilitando o desenvolvimento e diminuindo a duração do mesmo.

Algumas noções básicas acerca da aeronave pura, que são essenciais para dar início ao projeto do sistema de controle, estão dispostas a seguir:

- Geometria do avião;
- Envelope de voo;
- Configuração de peso e posição de CG;
- Coeficientes aerodinâmicos;
- Modos e frequências naturais.

Normalmente, essas informações são resultantes de testes em túnel de vento para fins de modelagem ou definidas por engenheiros de diversas áreas do setor de aviação.

Conforme citado anteriormente, a modelagem compreende uma vasta área de engenharia e a sua discussão de forma detalhada está além do escopo deste trabalho. No entanto, o Capítulo 4 fornece algumas ideias de como alinhar modelos para as atividades de projeto e análise das leis de controle.

3.4.3 Definição de Requisitos de Controle

De acordo com [2], os requisitos são essenciais para um processo de design e estão segmentados nas categorias de:

- Mecânica de voo – Compreende as exigências derivadas não somente das regras descritas pela FAA, como também das experiências de diversas empresas do setor aeronáutico, os quais asseguram que a aeronave possa manobrar de modo a realizar a sua missão desejada. Além do mais, geralmente são estáticas ou de regime permanente;

- Controle de voo – Os requisitos descritos nessa categoria lidam com as realimentações empregadas no sistema de malha fechada. Os principais são aqueles que se referem à estabilidade, por exemplo as margens de ganho e de fase, na presença de efeitos operacionais, como a aeroelasticidade;
- Qualidade de voo – Contém os indicadores que garantem o controle da aeronave de maneira fácil e precisa em relação aos comandos executados pelo piloto. Estão contidos em fontes equivalentes dos requisitos de mecânica de voo, contudo podem ser estáticos ou dinâmicos. São obtidos a partir de testes com a presença de pilotos, isto é, *pilot-in-the-loop*.

Do ponto de vista da teoria de controle, as especificações do FCS estão divididas em três categorias. A primeira está associada aos requisitos que envolvem a relação de entrada e saída do sistema de controle de vôo, bem como o comportamento da aeronave em malha fechada e a resposta baseada nas referências desempenhadas pelo piloto. A segunda refere-se à rejeição de perturbações, pois é desejável que a aeronave apresente resistência em sua trajetória quando for atingida por uma rajada de vento ou turbulência. A terceira categoria, aplicável apenas ao controle em malha fechada, está relacionada à rejeição do ruído de sensor, o qual não deve gerar uma amplificação do sinal de controle. Tal representação é discutida em [16].

Independentemente da forma de categorizar os requisitos, é de suma importância definir claramente quais são os objetivos da lei de controle de voo, caso contrário, torna-se difícil estabelecer um projeto de controle bem definido.

3.4.4 Estruturação da Lei de Controle

A decisão sobre quais variáveis devem ser manipuladas e controladas, além de quais tipos de conexões devem ser realizadas entre elas e as entradas da aeronave não é trivial. Um bom ponto de partida é se basear nos requisitos da lei de controle, mais especificamente, na parte de *feedback* dele [17].

Em conformidade com as experiências de diversos programas de desenvolvimento de aeronaves, uma abordagem usual é separar o design de controle em caminho da malha de realimentação e da malha direta. Essa filosofia de projeto, que conta com dois graus de liberdade para atender os requisitos, foi abordada pela primeira vez em [18].

No FCS, a divisão da estrutura de controle em duas partes permite que o projetista da lei de controle de voo categorize os requisitos com mais clareza. A primeira, a qual se refere a malha de realimentação, é projetada a fim de cumprir as considerações acerca de rejeição de perturbação, estabilidade e robustez diante das incertezas do modelo. Já

a segunda parte (malha direta) busca satisfazer os requisitos de qualidade de voo e performance, os quais relacionam às saídas e entradas do sistema de controle.

Em primeiro plano, opta-se por calcular o controle da malha de realimentação. Diversas estratégias para o cálculo do controlador podem ser utilizadas nessa parte inicial, contudo, na indústria aeronáutica, é comum aplicar técnicas de controle avançado que empregam algum tipo de otimização. Depois de escolher a estrutura do loop de *feedback*, o próximo passo é estruturar a malha direta. Tradicionalmente, a mesma possui pré-filtro e controle de pré-alimentação.

A estrutura final da lei de controle dependerá das características específicas da aeronave e dos requisitos de projeto definidos de antemão. Eventualmente algumas alterações estruturais podem ser realizadas para atender as especificações, das quais cada uma apresenta seus benefícios e limitações. O projetista fica encarregado de julgar o que é mais adequado às suas métricas de controle, considerando complexidade, tempo de implementação, viabilidade e eficiência.

3.4.5 Sintonia dos Controladores

3.4.5.1 Malha de Realimentação

Apesar de os sistemas de controle de voo serem MIMO e evidenciarem um certo grau de não-linearidade das variáveis de processo, em alguns casos, as abordagens com base em um PID tradicional somado a um escalonamento de ganho ainda conseguem controlar razoavelmente as aeronaves. No entanto, alguns aviões modernos necessitam de técnicas avançadas de controle, visto que os requisitos são mais rigorosos, e o sistema a ser controlado é mais complexo. O F-16, caça militar, é um exemplo claro disso, pois apresenta um acoplamento severo entre o movimento longitudinal e lateral, além de ser obrigado a possuir uma série de dispositivos de detecção de falhas e de proteção. Por isso, é emergente explorar técnicas avançadas, bem como o controle linear via LQR, controle robusto, controle não-linear de inversão de dinâmica, entre outros tipos. As concepções citadas previamente são exploradas em detalhe em [19].

Publicações sobre sistemas de controle de voo que utilizam o LQ como design de controle são retratadas em [2] e [20], desse modo enfatizando a sua aplicabilidade no ramo da aviação. Neste trabalho, um dos métodos idealizados para o projeto do controlador da malha de realimentação envolve um Regulador Linear Quadrático com Zeros de Transmissão. Em [3] e [21], os autores utilizam tal metodologia, diferenciando apenas em relação a alguns pontos periféricos da estrutura de controle e requisitos do sistema.

A outra técnica abordada para o design do controlador é o Controle Preditivo Baseado em Modelo que, por sua vez, não teve tanto sucesso na indústria, constando

somente em alguns trabalhos presentes na literatura, vide em [22] e [23].

Ambas teorias de controle, LQR com Zeros de Transmissão e o MPC, são detalhadas, respectivamente, nas Seções 3.5.1 e 3.5.2.

3.4.5.2 Malha Direta

O objetivo desse segundo componente da estrutura de controle é aprimorar a relação entre entrada e saída do processo, isto é, a resposta do sistema de malha fechada a partir de comandos do piloto. Em diversas obras publicadas, como visto em [20] e [21], a malha direta é denominada por caminho de *feedforward*, sendo composta por dois elementos: pré-filtro e controle de pré-alimentação.

A ideia de projetar pré-filtros em um CSAS leva em consideração o fato de que o piloto participa ativamente da malha de controle, comandando as referências a serem seguidas pela aeronave. Portanto, a principal razão de existência do pré-filtro é ajustar a relação de entrada e saída do sistema com o intuito de obter bons requisitos de qualidade de voo [3].

Por outro lado, o controlador de pré-alimentação (*feedforward*) possui uma relação direta entre o comando do piloto e a ação de controle. Isso ocorre para que o atraso equivalente do sistema de malha fechada, o qual é percebido pelo piloto, seja diminuído. Tal assertiva é retratada em [24].

Nesse trabalho, há duas estratégias referentes ao caminho de *feedforward*. A primeira segue as boas práticas da indústria aeronáutica e está relacionada quando o LQR com Zeros de Transmissão é utilizado como método de design do *feedback*. Em outras palavras, posteriormente ao projeto referente à malha de realimentação via tal método de otimização, realiza-se o controle da malha direta por meio de ajustes finos na lei de controle, desde que o *feedback* seja bem projetado de modo a atender as especificações. A segunda estratégia é relativa ao MPC, o qual considera os parâmetros tanto da malha de realimentação quanto da malha direta na otimização da função objetivo, assim sendo, o cálculo dos controladores de pré-alimentação e dos filtros são efetuados em conjunto aos da realimentação. Mais detalhes são explicitados no Capítulo 5.

3.5 Teorias de Controle Avançado

3.5.1 LQR com Zeros de Transmissão

3.5.1.1 Regulador Linear Quadrático

Em primeiro plano, com fundamento em [25] é preciso fornecer os principais conceitos por trás do Regulador Linear Quadrático.

Considera-se uma planta formulada por um modelo linear invariante no tempo em espaço de estados:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}.\mathbf{x} + \mathbf{B}.\Delta\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}.\mathbf{x} \end{cases} \quad (3.1)$$

com $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $\Delta\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de entradas de controle e $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^p$ é o vetor de saídas medidas. Nota-se que não há a presença da matriz \mathbf{D} , logo esse sistema não apresenta transmissão direta entre as entradas e saídas.

Define-se também a entrada de controle como uma realimentação linear dos estados:

$$\Delta\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_{LQR}.\mathbf{x}(t) \quad (3.2)$$

onde \mathbf{K}_{LQR} é uma matriz de escalares $m \times n$ que contém os ganhos de controle a serem determinados.

Na problemática do regulador, o objetivo é aplicar uma ação de controle a fim de levar um estado diferente de zero para o estado zero, então garantindo estabilidade. Tal finalidade pode ser alcançada encontrando uma entrada de controle $\Delta\mathbf{u}(t)$ que minimize a seguinte função custo:

$$J(\Delta\mathbf{u}(t)) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\mathbf{x}^T(t).\mathbf{Q}_x.\mathbf{x}(t) + \Delta\mathbf{u}^T(t).\mathbf{R}.\Delta\mathbf{u}(t)]dt \quad (3.3)$$

na qual $\mathbf{Q}_x \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ são as matrizes de ponderação.

Definição 1. Uma matriz quadrada $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ é definida positiva se todos os seus autovalores são positivos e se o escalar da forma $\mathbf{a}^T.\mathbf{M}.\mathbf{a}$ é positivo para todos os vetores não nulos $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^m$.

Definição 2. Uma matriz quadrada $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ é semi-definida positiva se todos os seus autovalores são não negativos e se o escalar da forma $\mathbf{a}^T.\mathbf{M}.\mathbf{a}$ é não negativo para todos os vetores não nulos $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^m$.

A matriz \mathbf{Q}_x é semi-definida positiva e simétrica, enquanto \mathbf{R} também é simétrica, porém é definida positiva. Portanto, por meio dessas assertivas, garante-se que o problema da minimização seja factível, pois J também é não negativo.

Ademais, substituindo o termo $\mathbf{x}^T(t).\mathbf{Q}_x.\mathbf{x}(t)$ por $\mathbf{y}^T(t).\mathbf{Q}_y.\mathbf{y}(t)$, reescreve-se Equação 3.3 como:

$$J(\Delta\mathbf{u}(t)) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\mathbf{y}^T(t).\mathbf{Q}_y.\mathbf{y}(t) + \Delta\mathbf{u}^T(t).\mathbf{R}.\Delta\mathbf{u}(t)]dt \quad (3.4)$$

Essa manipulação é possível, já que $\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}.\mathbf{x}(t)$, logo

$$\mathbf{y}^T(t) \cdot \mathbf{Q}_y \cdot \mathbf{y}(t) = [\mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t)]^T \cdot \mathbf{Q}_y \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}^T(t) \cdot \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{Q}_y \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}^T(t) \cdot \mathbf{Q}_x \cdot \mathbf{x}(t)$$

Com base na notação descrita na Equação 3.4, que é a formulação utilizada neste trabalho, o projetista do sistema de controle acaba tendo uma percepção melhor em relação aos fatores de ponderação de saída (\mathbf{Q}_y) e da ação de controle (\mathbf{R}).

Por conseguinte, a matriz de ganhos pode ser obtida como $\mathbf{K}_{LQR} = -\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P}$, onde \mathbf{P} é a solução da *Equação de Riccati* demonstrada abaixo:

$$\mathbf{0} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} + \mathbf{P} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{Q}_y \cdot \mathbf{C} - \mathbf{P} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \quad (3.5)$$

Sabe-se que o principal propósito do LQR é a garantia de estabilidade de malha fechada, diante disso, de acordo com [26] em conjunto com as Definições 3 e 4, propõe-se o Teorema 1.

Definição 3. *Um sistema é controlável quando, para cada condição inicial $x_0 \in \mathbb{R}^n$ e cada estado final $x_T \in \mathbb{R}^n$, existe uma entrada $u : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^m$ tal que a solução $x : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^n$ do sistema para a condição inicial $x(0) = x_0$ satisfaz $x(T) = x_T$, para algum $T > 0$. Em outras palavras, assumindo qualquer condição inicial, consegue-se levar o sistema para qualquer estado final desejado em tempo finito por meio de uma entrada adequada.*

Definição 4. *Um sistema é observável quando, para todo estado inicial $x_0 \in \mathbb{R}^n$ desconhecido, existe um $T > 0$ tal que o conhecimento da entrada $u(t) \in \mathbb{R}^m$ e da saída $y(t) \in \mathbb{R}^p$ no intervalo de tempo definido como $[0, T]$ é suficiente para definir de maneira única o estado inicial $x(0)$.*

Teorema 1. *Assumindo uma matriz \mathbf{Q}_x tal que $\mathbf{Q}_x = \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{C}$, supõe-se que o par (\mathbf{A}, \mathbf{C}) é detectável (modos instáveis são observáveis e os modos não observáveis são estáveis) e o par (\mathbf{A}, \mathbf{B}) é estabilizável (modos instáveis são controláveis e os modos incontroláveis são estáveis), logo:*

- Há pelo menos uma solução \mathbf{P} semi-definida positiva para a Equação de Riccati;
- Os polos de $\mathbf{A} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{K}_{LQR}$ estão dispostos no semiplano esquerdo.

3.5.1.2 Zeros de Transmissão

Devido a implicações internas, ainda que as suas entradas não sejam nulas, os zeros de um sistema surgem quando a sua saída é zero. Para um sistema SISO, os zeros z_i são soluções para $G(z_i) = 0$, onde G representa a função de transferência de um sistema. Em outras palavras, nesse caso, os zeros são as raízes do polinômio numerador da função de

transferência. Já, nos sistemas MIMO, os zeros são os valores que reduzem o posto da matriz $\mathbf{G}(s)$ [27].

De forma análoga, em [15], apresenta-se uma definição mais formal sobre zeros, a qual é demonstrada na Definição 5.

Definição 5. z_i é um zero de $\mathbf{G}(s)$ se o posto de $\mathbf{G}(z_i)$ é menor quando comparado ao posto normal de $\mathbf{G}(s)$. O polinômio zero é definido como $z(s) = \prod_{i=1}^{n_z} (s - z_i)$, no qual n_z é o número finito de zeros de $\mathbf{G}(s)$.

Essa definição de zeros é baseada na função de transferência matricial relativa a representação mínima do sistema. Na literatura, é comum que os zeros sejam denominados como Zeros de Transmissão.

3.5.1.3 Funcionamento do Método

A ideia do método é adicionar novos Zeros de Transmissão em série com o modelo do processo a fim de atrair os polos para uma região desejada no domínio da frequência. Como a resposta de malha fechada depende da posição dos polos, selecionando os zeros extras de forma apropriada, o projetista da lei de controle tem a capacidade de moldar a resposta do sistema,

O esquemático da Figura 14 retrata o conjunto formado por uma determinada planta e pelos Zeros de Transmissão incorporados, o qual é aplicado na otimização da função custo descrita na Equação 3.4. Essa maneira de como o sistema é submetido à *Equação de Riccati* representa a principal diferença entre o LQR com Zeros de Transmissão e o LQR clássico.

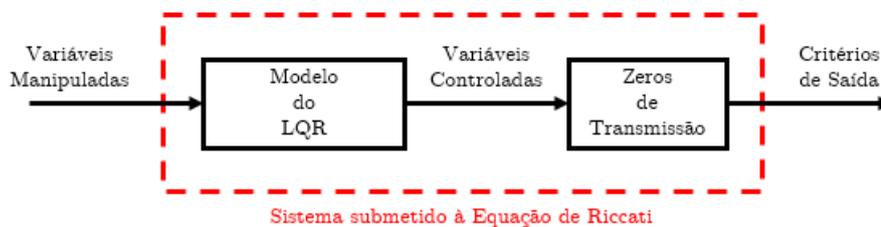


Figura 14 – Esquemático do LQR com Zeros de Transmissão

A estrutura de zeros pode seguir a arquitetura de um PID, isto é, ter uma parte proporcional, integral e derivativa. Então, se os estados do sistema forem manipulados de tal forma que contenham as variáveis de saída e, inclusive, a representação das suas derivadas e integrais, a matriz \mathbf{K}_{LQR} calculada pelo LQR conterá ganhos de controles ótimos referentes a esse tipo de estrutura.

3.5.2 MPC

O Controle Preditivo Baseado em Modelo (MPC) refere-se a uma classe de algoritmos de controle que utiliza um modelo de processo explícito para prever a resposta futura de uma planta. Em cada iteração, um algoritmo MPC tenta otimizar o comportamento futuro da planta, computando uma sequência de valores acerca das variáveis manipuladas. A primeira entrada de controle ótima é, então, enviada para a planta, e todo o cálculo é repetido nos intervalos subsequentes. Tal estratégia básica é representada na Figura 15.

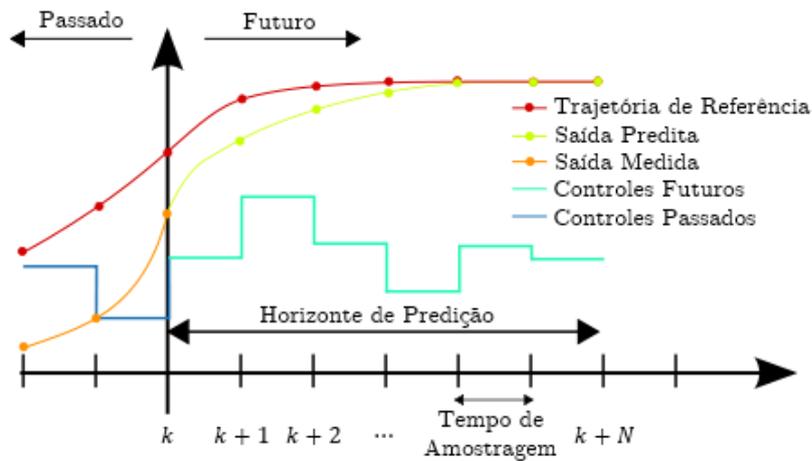


Figura 15 – Estratégia do Controle Preditivo Baseado em Modelo

Todos os algoritmos do MPC possuem elementos comuns, e diferentes ajustes podem ser escolhidos para cada um desses elementos, o que resulta na diferença de cada algoritmo [22]. Os elementos, para um MPC SISO, podem ser divididos em:

- Modelo de predição - É o item mais importante do MPC e deve ser completo o suficiente para representar as dinâmicas do processo, permitindo, assim, que as predições sejam calculadas. Uma das representações utilizadas é o modelo da resposta impulsiva:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} h_i u(t-i) \quad (3.6)$$

no qual a $y(t)$ é a saída do sistema, $u(t)$ é a entrada de controle e h_i é a saída amostrada quando o processo é excitado por um impulso unitário.

- Função objetivo - Os vários algoritmos do Controle Preditivo Baseado em Modelo propõem diferentes funções custo para encontrar a lei de controle. A expressão geral para a função objetivo é dada por:

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (3.7)$$

onde N_1 e N_2 são, respectivamente, os horizontes de predição mínimo e máximo, enquanto N_u é o horizonte de controle. Ademais, $\delta(j)$ e $\lambda(j)$ são os coeficientes de ajuste que afetam a penalização, e o $w(t)$ é trajetória de referência do sistema. Ainda é possível considerar restrições para o problema de controle:

$$\begin{aligned} u_{min} &\leq u(t) \leq u_{max} & \forall t \\ du_{min} &\leq u(t) - u(t-1) \leq du_{max} & \forall t \\ y_{min} &\leq y(t) \leq y_{max} & \forall t \end{aligned} \quad (3.8)$$

- Forma de obter a lei de controle - A fim de obter os valores de $u(t+k | t)$ é preciso minimizar a função J descrita em 3.7. Para isso, os valores das saídas preditas $\hat{y}(t+k | t)$ são calculados fazendo o uso do modelo escolhido em função tanto de valores passados das entradas e saídas, quanto dos controles futuros. Caso o problema não tenha restrições e o modelo for linear, uma solução analítica pode ser obtida, senão um método de otimização deve ser utilizado para a minimização da função custo.

A partir do final da década de 1970, várias técnicas relativas ao MPC surgiram com o interesse de resolver problemas na indústria de petróleo e gás, bem como o *Dynamic Matrix Control* (DMC), o qual se baseia no modelo descrito pela Equação 3.6 e está descrito com mais detalhes em [28]. Enquanto isso, o *Generalized Predictive Control* (GPC) proposto em [29], é um dos métodos mais populares a respeito do controle preditivo e usa modelos de predição com base nas funções de transferência do sistema. Pelo sucesso do GPC, optou-se por empregá-lo neste projeto.

3.5.2.1 Controle Preditivo Generalizado

Um sistema SISO, quando linearizado em torno de um ponto de operação, pode ser representado pelo modelo *CARIMA*:

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t-1) + C(z^{-1})\frac{e(t)}{\Delta} \quad (3.9)$$

onde $u(t)$ e $y(t)$ são, nessa ordem, a ação de controle e a saída da planta, $e(t)$ é um ruído branco gaussiano e d é o atraso do sistema. Já A , B e C são os seguintes polinômios

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_{na}z^{-na} \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_{nb}z^{-nb} \\ C(z^{-1}) &= 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \dots + c_{nc}z^{-nc} \end{aligned}$$

e $\Delta = 1 - z^{-1}$.

Ao se considerar $C(z^{-1}) = 1$, o modelo equivalente da Equação 3.9 pode ser reescrito como:

$$\Delta A(z^{-1})y(t) = z^{-d}\Delta B(z^{-1})u(t-1) + e(t)$$

$$y(t) + [\tilde{A}(z^{-1}) - 1]y(t) = z^{-d}B(z^{-1})\Delta u(t-1) + e(t)$$

$$y(t) = [1 - \tilde{A}(z^{-1})]y(t) + z^{-d}B(z^{-1})\Delta u(t-1) + e(t)$$

Sendo $\tilde{A}(z^{-1}) = \Delta A(z^{-1}) = 1 - \tilde{a}_1 z^{-1} - \tilde{a}_2 z^{-2} + \dots - \tilde{a}_{n_a+1} z^{-n_a-1}$, tem-se:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{n_a+1} \tilde{a}_i y(t-i) + \sum_{i=1}^{n_b+1} b_{i-1} \Delta u(t-d-i) + e(t)$$

Ademais, a melhor predição de $y(t+j)$ em no tempo t é calculada por

$$\hat{y}(t+j | t) = E[y(t+j)]$$

onde E é o operador de esperança matemática.

Sabendo que $y(t+j)$ é tal que

$$y(t+j) = \sum_{i=1}^{n_a+1} \tilde{a}_i y(t+j-i) + \sum_{i=1}^{n_b+1} b_{i-1} \Delta u(t+j-d-i) + e(t+j)$$

e levando em conta que $E[e(t+j)] = 0$, obtém-se a seguinte representação:

$$\hat{y}(t+j) = \sum_{i=1}^{n_a+1} \tilde{a}_i \hat{y}(t+j-i) + \sum_{i=1}^{n_b+1} b_{i-1} \Delta u(t+j-d-i) \quad (3.10)$$

A partir da Equação 3.10, seria possível calcular recursivamente todas as predições necessárias para o problema de otimização do MPC (Equação 3.7). Em [4], para predições de $t+d+1$ até $t+d+N$, verifica-se a seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1 | t) \\ \hat{y}(t+d+2 | t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+N | t) \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix} + \mathbf{G}_l \begin{bmatrix} \Delta u(t-1) \\ \Delta u(t-2) \\ \vdots \\ \Delta u(t-nb) \end{bmatrix} + \mathbf{S} \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d | t) \\ \hat{y}(t+d-1 | t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d-na | t) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

onde \mathbf{G} , \mathbf{G}_l e \mathbf{S} são matrizes constantes de dimensões $N \times N$, $N \times nb$ e $N \times na + 1$.

Reescrevendo a Equação 3.11 na forma de vetores, tem-se:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{G}_l\Delta\mathbf{u}_l + \mathbf{S}\mathbf{y}_l \quad (3.12)$$

Além do mais, as saídas preditas podem ser separadas em resposta forçada e livre, sendo esta última correspondendo à $\mathbf{f}_r = \mathbf{G}_l\Delta\mathbf{u}_l + \mathbf{S}\mathbf{y}_l$.

Se $\hat{\mathbf{y}}$ é aplicado na Equação 3.7, J passa a ser função de $\Delta\mathbf{u}$, $\Delta\mathbf{u}_l$ e \mathbf{y}_l , vide a equação matricial disposta a seguir:

$$\begin{aligned} J &= (\mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{G}_l\Delta\mathbf{u}_l + \mathbf{S}\mathbf{y}_l - \mathbf{w})^T \mathbf{Q}_\delta (\mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{G}_l\Delta\mathbf{u}_l + \mathbf{S}\mathbf{y}_l - \mathbf{w}) + \Delta\mathbf{u}^T \mathbf{Q}_\lambda \Delta\mathbf{u} \\ &= (\mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{f}_r - \mathbf{w})^T \mathbf{Q}_\delta (\mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{f}_r - \mathbf{w}) + \Delta\mathbf{u}^T \mathbf{Q}_\lambda \Delta\mathbf{u} \end{aligned} \quad (3.13)$$

onde \mathbf{Q}_δ e \mathbf{Q}_λ são matrizes diagonais $N \times N$ com os valores das ponderações $\delta(j)$ e $\lambda(j)$, e $\mathbf{w} = [w(t+d+1), w(t+d+2), \dots, w(t+d+N)]^T$.

Realizando novas manipulações matemáticas, rescreve-se a Equação 3.13:

$$J = \frac{1}{2} \Delta\mathbf{u}^T \mathbf{H} \Delta\mathbf{u} + \mathbf{b}^T \cdot \Delta\mathbf{u} \cdot \mathbf{b} + f_0 \quad (3.14)$$

sendo

$$\begin{cases} \mathbf{H} = 2(\mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda) \\ \mathbf{b}^T = 2(\mathbf{f}_r - \mathbf{w})^T \mathbf{G} \\ f_0 = (\mathbf{f}_r - \mathbf{w})^T (\mathbf{f}_r - \mathbf{w}) \end{cases}$$

A minimização de J , assumindo que não há restrições no problema de controle, pode ser encontrada realizando o gradiente de J equivalente a zero, que, por sua vez, retorna o seguinte resultado:

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{u} &= -\mathbf{H}^{-1} \mathbf{b} \\ &= (\mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda)^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{w} - \mathbf{f}) \\ &= \mathbf{K}_{GPC} (\mathbf{w} - \mathbf{f}) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Por fim, o sinal de controle que realmente é enviado para o processo é o primeiro elemento do vetor $\Delta\mathbf{u}$ calculado, logo:

$$\Delta u(t) = \mathbf{K}_{1GPC} (\mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (3.16)$$

sendo \mathbf{K}_{1GPC} a primeira linha da matriz \mathbf{K}_{GPC} .

3.5.2.2 Restrições

Na prática, os atuadores operam não somente em faixas limitadas, mas também contém uma taxa máxima de variação acerca do sinal de controle. As válvulas, por exemplo, podem variar a sua posição de totalmente aberta à totalmente fechada, além apresentarem um *slew-rate* máximo de operação.

A lei de controle pode operar próximo aos limiares estabelecidos ou até mesmo infringir tais limites. Diante disso, a ideia do MPC de tratar as restrições na função objetivo é com o intuito de antecipar tais possíveis violações e corrigi-las de maneira adequada.

Conforme descrito na Equação 3.8, possuindo implicações diferentes para o processo a ser controlado, as restrições podem estar relacionadas às entradas e saídas. As variáveis manipuladas, no que lhe dizem respeito, sempre podem ser mantidas dentro dos seus limites, conduzindo as ações de controle calculadas pela otimização para um valor que satisfaça as restrições. Por outro lado, as restrições das variáveis de processo são usadas, principalmente, por razões de segurança, atuando de forma preventiva no sistema.

A fim de serem aplicadas na função de custo previamente estabelecida pela Equação 3.13, as restrições precisam ser remodeladas na forma matricial, explicitando os termos do incremento de controle ($\Delta \mathbf{u}$). Na lista abaixo, são apresentadas as formulações necessárias para restrições mais comuns do MPC:

- Sinal de controle:

$$u_{min} \leq u(k+j) \leq u_{max}, \quad \forall j = 0, 1, \dots, N_u - 1$$

$$\mathbf{1} \cdot u_{min} \leq \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ \vdots \\ u(k+N_u-1) \end{bmatrix} \leq \mathbf{1} \cdot u_{max}$$

$$\mathbf{1} \cdot u_{min} \leq \begin{bmatrix} u(k-1) + \Delta u(k) \\ u(k-1) + \Delta u(k) + \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ u(k-1) + \Delta u(k) + \dots + \Delta u(k+N_u-1) \end{bmatrix} \leq \mathbf{1} \cdot u_{max}$$

$$\mathbf{1} \cdot [u_{min} - u(k-1)] \leq \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k) + \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k) + \dots + \Delta u(k+N_u-1) \end{bmatrix} \leq \mathbf{1} \cdot [u_{max} - u(k-1)]$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{1} \cdot [u_{min} - u(k-1)] &\leq \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \Delta \mathbf{u} \leq \mathbf{1} \cdot [u_{max} - u(k-1)] \\
\mathbf{1} \cdot [u_{min} - u(k-1)] &\leq \mathbf{T} \cdot \Delta \mathbf{u} \leq \mathbf{1} \cdot [u_{max} - u(k-1)] \\
\begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ -\mathbf{T} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u} &= \begin{bmatrix} \mathbf{1} \cdot (u_{max} - u(k-1)) \\ -\mathbf{1} \cdot (u_{min} - u(k-1)) \end{bmatrix} \tag{3.17}
\end{aligned}$$

- Incremento de controle:

$$\Delta u_{min} \leq \Delta u(k+j) \leq \Delta u_{max}, \quad \forall j = 0, 1, \dots, N_u - 1$$

$$\mathbf{1} \cdot \Delta u_{min} \leq \Delta \mathbf{u} \leq \mathbf{1} \cdot \Delta u_{max}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{I} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \cdot \Delta u_{max} \\ -\mathbf{1} \cdot \Delta u_{min} \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

- Variável de processo (saída predita):

$$y_{min} \leq \hat{y}(k+j) \leq y_{max}, \quad \forall j = N_1, N_1 + 1, \dots, N_2$$

$$\mathbf{1} \cdot y_{min} \leq \hat{\mathbf{y}} \leq \mathbf{1} \cdot y_{max}$$

$$\mathbf{1} \cdot y_{min} \leq \mathbf{G} \cdot \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}_r \leq \mathbf{1} \cdot y_{max}$$

$$\mathbf{1} \cdot y_{min} - \mathbf{f}_r \leq \mathbf{G} \cdot \Delta \mathbf{u} \leq \mathbf{1} \cdot y_{max} - \mathbf{f}_r$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G} \\ -\mathbf{G} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \cdot y_{max} - \mathbf{f}_r \\ \mathbf{f}_r - \mathbf{1} \cdot y_{min} \end{bmatrix} \tag{3.19}$$

4 Modelagem de Aeronaves

As atividades de design e análise de leis de controle necessitam de modelos representativos do processo a ser controlado, os quais descrevem o conjunto de configurações e o comportamento dinâmico relativos ao sistema. Na grande maioria dos casos, quanto melhor o conhecimento sobre o sistema físico, melhor é o desempenho do controle projetado.

Em termos de modelagem de aeronaves, a literatura oferece uma variedade imensa de referências (verificado em [12], [13], [30]), apresentando os principais aspectos a serem considerados durante o estudo da planta. O capítulo em questão contém a modelagem não linear de uma aeronave pura e reforça alguns dos principais conceitos acerca do setor aeronáutico.

4.1 Sistema de Referência

Alguns sistemas de referência são utilizados na formulação das equações de movimento e na navegação de aeronaves. De acordo com [31], a escolha usual é o NED (*North-East-Down*), entretanto há outros dois sistemas de referência bem importantes na aeronáutica: os eixos referentes ao corpo e ao vento (esse último, também conhecido como aerodinâmico). Um resumo é descrito na Tabela 1.

Tabela 1 – Sistemas de Referência de uma Aeronave

Símbolo	Nome	Orientação do Eixo	Origem
A_n	NED	X_n - Apontando para o norte; Y_n - Apontando para o leste; Z_n - Apontando para o centro da Terra	Qualquer ponto na Terra
A_b	Eixo do Corpo	X_b - Apontando para frente; Y_b - Apontando para a asa direita; Z_b - Apontando para baixo	CG
A_w	Eixo do Vento	X_w - Apontando em direção à velocidade do ar; Y_w - Perpendicular à X_w , apontando para a asa direita; Z_w - Perpendicular à X_w e Y_w	CG

A fim de descrever a orientação de uma aeronave em relação à Terra, utiliza-se três ângulos de rotação (ϕ , θ , ψ), os quais são denominados por *Ângulos de Euler*. No ramo da aviação, para obter-se o Eixo do Corpo a partir do NED, há uma sequência de rotações:

1. Rotação para a direita sobre o eixo Z (ψ positivo ou *yaw*);

2. Rotação para a direita sobre o eixo Y (θ positivo ou *pitch*);
3. Rotação para a direita sobre o eixo X (ϕ positivo ou *roll*).

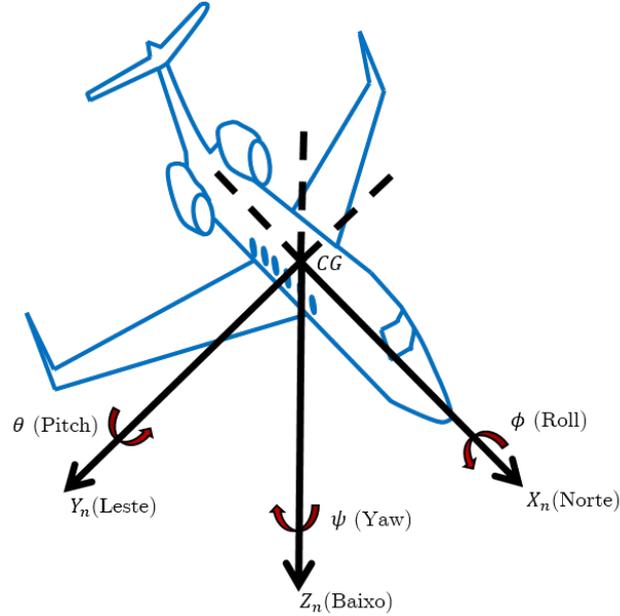


Figura 16 – Relação entre o NED (A_n) e o Eixo do Corpo (A_b)

A relação entre A_n e A_b pode ser verificada na Figura 16, além de ser descrita pela matriz de transformação M_{n2b} , a qual é calculada como o produto das três matrizes individuais referentes a cada uma das rotações citadas anteriormente. Em termos matemáticos:

$$\begin{aligned}
 M_{n2b} &= M_\phi M_\theta M_\psi \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1) \\
 &= \begin{bmatrix} c_\theta \cdot c_\psi & c_\theta \cdot s_\psi & -s_\theta \\ -c_\phi \cdot s_\psi + s_\phi \cdot s_\theta \cdot c_\psi & c_\phi \cdot c_\psi + s_\phi \cdot s_\theta \cdot s_\psi & s_\phi \cdot c_\theta \\ s_\phi \cdot s_\psi + c_\phi \cdot s_\theta \cdot c_\psi & -s_\phi \cdot c_\psi + c_\phi \cdot s_\theta \cdot s_\psi & c_\phi \cdot c_\theta \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

onde

- $c_\phi = \cos(\phi)$ e $s_\phi = \sin(\phi)$;
- $c_\theta = \cos(\theta)$ e $s_\theta = \sin(\theta)$;
- $c_\psi = \cos(\psi)$ e $s_\psi = \sin(\psi)$;

Diante disso, é possível transformar qualquer vetor (posição, velocidade, aceleração e força) de um sistema de coordenada para o outro, utilizando a matriz caracterizada pela Equação 4.1. Supondo dois vetores, \mathbf{v}_n e \mathbf{v}_b , descritos, respectivamente, pelos sistemas A_n e A_b , tem-se a seguinte equação:

$$\mathbf{v}_b = \mathbf{M}_{n2b} \cdot \mathbf{v}_n \quad (4.2)$$

Por outro lado, a seqüência de rotações para obter A_w com base em A_b é dada por:

1. Rotação negativa em torno do eixo Y, ou seja, vento relativo está vindo de baixo e, conseqüentemente, gera um ângulo de ataque (α) positivo;
2. Rotação em torno do novo eixo Z, sendo o vento relativo do lado direito da aeronave, então ocasionando um ângulo de derrapagem (β) positivo.

Tais ângulos comentados previamente, α e β , são conhecidos como ângulos aerodinâmicos e determinam a orientação da aeronave em relação à massa de ar, logo são elementos chaves que compõem as forças e momentos relativos à aerodinâmica. A Figura 17 representa os ângulos de ataque e de derrapagem.

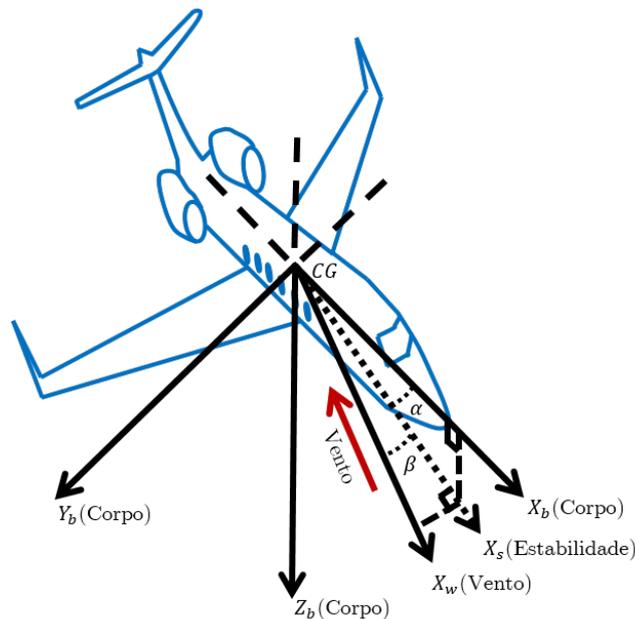


Figura 17 – Definição dos ângulos aerodinâmicos

De forma similar às equações anteriores, determina-se a relação entre A_b e A_w como

a seguinte matriz de transformação:

$$\mathbf{M}_{b2w} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta) & \sin(\beta) & \sin(\alpha)\cos(\beta) \\ -\cos(\alpha)\sin(\beta) & \cos(\beta) & -\sin(\alpha)\sin(\beta) \\ -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Em vista disso, tem-se:

$$\mathbf{v}_w = \mathbf{M}_{b2w}\mathbf{v}_b \quad (4.4)$$

Por fim, para facilitar o entendimento do presente trabalho, algumas considerações pertencentes aos sistemas de referência são apresentadas na lista abaixo:

- O NED, eixo referente à Terra, é fixo (inercial);
- Os eixos comentados nessa seção são os mais utilizados no setor aeronáutico, porém também há o Eixo de Estabilidade (A_s), que se equivale ao Eixo do Vento quando o ângulo de derrapagem (β) é zero;
- As matrizes de transformação, \mathbf{M}_{n2b} e \mathbf{M}_{b2w} , são ortogonais, isto é, as matrizes inversa e transposta de cada uma são equivalentes entre si. Portanto, as relações $\mathbf{v}_n = \mathbf{M}_{n2b}^T \cdot \mathbf{v}_b$ e $\mathbf{v}_b = \mathbf{M}_{b2w}^T \cdot \mathbf{v}_w$ também são válidas.

4.2 Equações de Movimento

Conforme apresentado na Seção 3.1, a dinâmica da aeronave é descrita por seis graus de liberdade - três referentes ao movimento de translação e os outros três relativos à rotação - e, além disso, inclui tanto forças quanto momentos causadas pela gravidade, propulsão e aerodinâmica. A fim de encontrar as equações de movimento que traduzem a dinâmica da aeronave, algumas premissas foram levantadas:

- Modelagem de corpo rígido;
- Propriedades de massa constantes;
- Existência de um plano vertical imaginário que passa pelo eixo longitudinal e divide a aeronave em duas metades simétricas.

Por meio da segunda *Lei de Newton*, em relação ao Eixo do Corpo (A_b), a soma de todas as forças (sustentação, peso, arrasto e empuxo) e a soma dos momentos atuantes no CG da aeronave são dadas por:

$$\mathbf{F} = m \left(\frac{d\mathbf{V}_b}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_b \right) \quad (4.5)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} \quad (4.6)$$

A partir das Equações 4.5 e 4.6, determina-se as seguintes variáveis:

- $\mathbf{F} = [F_x \ F_y \ F_z]^T$ - Vetor de forças;
- $\mathbf{M} = [L_M \ M_M \ N_M]^T$ - Vetor de momentos;
- $\mathbf{V}_b = [u \ v \ w]^T$ - Vetor de velocidades lineares;
- $\boldsymbol{\omega} = [p_b \ q_b \ r_b]^T$ - Vetor de velocidades angulares;
- \mathbf{I} - Matriz de inércias. Por simplicidade, adota-se que I_{XY} e I_{YZ} são desprezíveis, então:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{XX} & 0 & -I_{XZ} \\ 0 & I_{YY} & 0 \\ -I_{XZ} & 0 & I_{ZZ} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Além disso, outra relação importante é entre o vetor de velocidade de rotação e as taxas angulares de *Euler*, vide a Equação 4.8.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi)\tan(\theta) & \cos(\phi)\tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi)\sec(\theta) & \cos(\phi)\sec(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_b \\ q_b \\ r_b \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Diretamente atreladas às equações de movimento, em especial à Equação 4.5, as acelerações da aeronave no eixo do corpo são de grande importância para o design e análise do sistema de controle. Elas são constituídas não apenas pelas taxas de velocidade linear do eixo do corpo, mas também pelo produto vetorial das mesmas com a velocidade rotação, tal como pode ser verificado abaixo:

$$\mathbf{N}_b = \frac{d\mathbf{V}_b}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_b$$

$$\begin{bmatrix} N_{x_b} \\ N_{y_b} \\ N_{z_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{u} + q_b \cdot w - r_b \cdot v \\ \dot{v} + r_b \cdot u - p_b \cdot w \\ \dot{w} + p_b \cdot v - q_b \cdot u \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Essas acelerações são medidas em unidades de g (número de vezes referente a aceleração da gravidade) e com referência no Eixo do Corpo, das quais onde N_{x_b} representa a aceleração longitudinal, N_{y_b} representa a aceleração lateral e N_{z_b} representa aceleração normal com o sentido positivo para baixo.

Para finalizar, é de suma importância comentar que a Equação 4.9 é válida para os casos em que a perturbação proveniente do vento é nula, caso ela seja existente, é preciso trocar o vetor de velocidades lineares pelo vetor de velocidades aerodinâmicas, sendo este apresentado na Subseção 4.3.2.

4.3 Representação da Atmosfera

A representação da atmosfera se refere a dois principais itens: Parâmetros Estáticos e Parâmetros Relativos à Velocidade do Ar. O primeiro retrata a modelagem dos parâmetros estáticos da atmosfera, bem como pressão estática, temperatura, densidade do ar, entre outros. Enquanto isso, o segundo realiza o cálculo dos parâmetros de velocidade da aeronave relativos ao ar, como pressão dinâmica, número *Mach*, velocidade real, ângulo de ataque, ângulo de derrapagem, etc.

4.3.1 Parâmetros Estáticos

A modelagem dos parâmetros estáticos da atmosfera se baseia no modelo ISA (*International Standard Atmosphere*), o qual é definido pela Organização de Aviação Civil Internacional.

A altitude geométrica (h) influencia não somente a densidade do ar (ρ), mas também a velocidade do som (a_s). Ambas variáveis caracterizam as condições atmosféricas, contudo, antes de retrata-las, é preciso citar as relações correspondentes para a temperatura:

$$T = T(h) = T_0 - T_{grad}h \quad (4.10)$$

onde $T_0 = 288.15 \text{ K}$ é a temperatura local no nível do mar e T_{grad} é o gradiente de temperatura devido a variações de altitude, haja vista:

$$T_{grad} = \begin{cases} 0.0065 \text{ K m}^{-1}, & \text{se } h < 11\,000 \text{ m} \\ 0.0 \text{ K m}^{-1}, & \text{se } h \geq 11\,000 \text{ m} \end{cases} \quad (4.11)$$

Nessas condições, as relações de pressão estática (p) são:

$$p = p(h) = \begin{cases} p_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{g}{R \cdot T_{grad}}}, & \text{se } h < 11\,000 \text{ m} \\ p_0 \cdot \exp \left(\frac{-g \cdot (h - 11000)}{R \cdot T_0} \right), & \text{se } h \geq 11\,000 \text{ m} \end{cases} \quad (4.12)$$

sendo $R = 287.05287 \text{ m}^2/\text{s}^2\text{K}$ a constante universal dos gases e $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ a aceleração da gravidade (considera-se constante devido à faixa de altitude restrita a ser utilizada). Além do mais, a pressão estática em torno de $h_0 = 0 \text{ m}$ é calculada por:

$$p_0 = \begin{cases} 101\,325 \text{ Pa}, & \text{se } h < 11\,000 \text{ m} \\ 22\,632 \text{ Pa}, & \text{se } h \geq 11\,000 \text{ m} \end{cases} \quad (4.13)$$

Com isso, é possível deduzir a densidade do ar, descrita na Equação 4.14.

$$\rho = \frac{p}{R \cdot T} \quad (4.14)$$

Nas condições ambientais, a velocidade do som, que também depende da altitude, é apresentada na Equação 3.27, na qual $\lambda = 1.4$ é a taxa de calor específica.

$$a_s = a_s(h) = \sqrt{\lambda \cdot R \cdot T} \quad (4.15)$$

4.3.2 Parâmetros Relativos à Velocidade do Ar

O vetor velocidade da aeronave em relação à massa de ar (aerodinâmica) é obtido a partir da diferença entre o vetor de velocidade inercial da aeronave (\mathbf{V}) e o vetor de velocidade do vento (\mathbf{W}):

$$\mathbf{V}_T = \mathbf{V} - \mathbf{W} \quad (4.16)$$

Sabendo que os vetores de velocidade aerodinâmica e inercial estão referenciados no Eixo do Corpo, e o vetor de velocidade do vento está descrito em NED, é preciso reescrever a Equação 4.16:

$$\begin{bmatrix} u_T \\ v_T \\ w_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} - L_{n2b} \begin{bmatrix} w_N \\ w_E \\ w_D \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_T \\ v_T \\ w_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

A partir da equação anterior e da Figura 17, define-se os ângulos aerodinâmicos como:

$$\alpha = \operatorname{atan} \left(\frac{w_T}{u_T} \right) = \operatorname{atan} \left(\frac{w - w_z}{u - w_x} \right) \quad (4.18)$$

$$\beta = \operatorname{asin} \left(\frac{v_T}{V_T} \right) = \operatorname{asin} \left(\frac{v - w_y}{V_T} \right) \quad (4.19)$$

onde V_T é a velocidade aerodinâmica total, que se representa na Equação 4.20.

$$V_T = \sqrt{(u_T)^2 + (v_T)^2 + (w_T)^2} = \sqrt{(u - w_x)^2 + (v - w_y)^2 + (w - w_z)^2} \quad (4.20)$$

Das definições apresentadas (α , β e V_T), as seguintes relações podem ser escritas:

$$u_T = V_T \cdot \cos(\alpha) \cos(\beta) \quad (4.21)$$

$$v_T = V_T \cdot \sin(\beta) \quad (4.22)$$

$$w_T = V_T \cdot \sin(\alpha) \cos(\beta) \quad (4.23)$$

Ademais, as derivadas em relação ao tempo dos ângulos aerodinâmicos e da velocidade aerodinâmica total são dadas pelas seguintes equações:

$$\dot{\alpha} = \frac{u_T \dot{w}_T - w_T \dot{u}_T}{(u_T)^2 + (w_T)^2} \quad (4.24)$$

$$\dot{\beta} = \frac{\dot{v}_T V_T - v_T \dot{V}_T}{V_T \sqrt{(u_T)^2 + (w_T)^2}} \quad (4.25)$$

$$\dot{V}_T = \frac{u_T \dot{u}_T + v_T \dot{v}_T + w_T \dot{w}_T}{V_T} \quad (4.26)$$

Ainda pode-se obter o número de *Mach* (M) e pressão dinâmica (q). Ambos são apresentados nas Equações 4.27 e 4.28 .

$$M = \frac{V_T}{a_s} \quad (4.27)$$

$$q = \frac{1}{2} \rho V_T^2 \quad (4.28)$$

4.4 Aerodinâmica

A aerodinâmica é uma área da mecânica dos fluidos que está diretamente relacionada com as interações que ocorrem entre um fluido em movimento (ar) e um sólido imerso nele (asa do avião). Considerando constantes não somente as propriedades físicas do fluido, como também a geometria do sólido, o comportamento aerodinâmico de uma aeronave dependerá exclusivamente da velocidade relativa ao ar e da *atitude* (orientação da aeronave) relativa do corpo ao fluido [32].

4.4.1 Forças e Momentos Aerodinâmicos

Para desempenhar com sucesso os seus trabalhos, um engenheiro de mecânica de voo e um projetista de leis de controle precisam de expressões que descrevam as forças e os momentos aerodinâmicos exercidos na aeronave.

A sustentação, arrasto, empuxo e peso são as quatro forças primárias atuantes em uma aeronave, vide Figura 18. A sustentação e o arrasto são as forças aerodinâmicas, que surgem devido ao movimento relativo entre a aeronave e o ar.



Figura 18 – Forças atuantes em uma aeronave

$$\mathbf{F}_{Aw} = qS \begin{bmatrix} -C_D \\ C_Y \\ -C_L \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

na qual

- C_D - Coeficiente de arrasto;
- C_Y - Coeficiente de força lateral;
- C_L - Coeficiente de sustentação;

- q - Pressão dinâmica;
- S - Área da asa da aeronave.

As forças aerodinâmicas apresentadas anteriormente estão representadas no Eixo do Vento (A_w), contudo utilizando a matriz de transformação \mathbf{M}_{w2b} (retratada como a transposta de \mathbf{M}_{b2w}) e assumindo que $\beta = 0$, pode-se reescrever a Equação 4.29 como:

$$\mathbf{F}_{A_b} = qS \begin{bmatrix} -C_D \cdot \cos(\alpha) + C_L \cdot \sin(\alpha) \\ C_Y \\ -C_L \cdot \cos(\alpha) - C_D \cdot \sin(\alpha) \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Já os momentos aerodinâmicos (M_{A_b}), representados no Eixo do Corpo (A_b), são funções dos parâmetros abaixo:

- C_l - Coeficiente do momento de rolagem;
- C_m - Coeficiente do momento de arfagem;
- C_n - Coeficiente do momento de guinada;
- b - Envergadura (maior distância entre as pontas das asas);
- \bar{c} - Corda média aerodinâmica.

Logo, tem-se a seguinte equação:

$$M_{A_b} = qS \begin{bmatrix} b \cdot C_l \\ \bar{c} \cdot C_m \\ b \cdot C_n \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

4.4.2 Coeficientes Aerodinâmicos

Seguindo abordagens semelhantes à [3] e [33], um modo conciso e significativo de modelar os coeficientes aerodinâmicos de uma determinada aeronave é apresentado pelas seguintes equações:

$$C_L = C_{L,WB}(\alpha) + C_{L,\delta_{elev_{pos}}} \cdot \delta_{elev_{pos}} + C_{L,\delta_{hstab_{pos}}} \cdot \delta_{hstab_{pos}} + C_{L,q_b} \cdot \frac{q_b \cdot \bar{c}}{2V_T} \quad (4.32)$$

$$C_Y = C_{Y,WB}(\beta) + C_{Y,\delta_{rud_{pos}}} \cdot \delta_{rud_{pos}} + C_{Y,r_b} \cdot \frac{r_b \cdot b}{2V_T} + C_{Y,p_b} \cdot \frac{p_b \cdot b}{2V_T} \quad (4.33)$$

$$C_D = C_{D,WB}(\alpha) + C_{D,\delta_{elev_{pos}}}\cdot\delta_{elev_{pos}} + C_{D,\delta_{hstab_{pos}}}\cdot\delta_{hstab_{pos}} \quad (4.34)$$

$$C_l = C_{l,WB}(\beta) + C_{l,\delta_{ail_{pos}}}\cdot\delta_{ail_{pos}} + C_{l,\delta_{rud_{pos}}}\cdot\delta_{rud_{pos}} + C_{l,r_b}\cdot\frac{r_b\cdot b}{2V_T} + C_{l,p_b}\cdot\frac{p_b\cdot b}{2V_T} \quad (4.35)$$

$$C_m = C_{m,WB}(\alpha) + C_{m,\delta_{elev_{pos}}}\cdot\delta_{elev_{pos}} + C_{m,\delta_{hstab_{pos}}}\cdot\delta_{hstab_{pos}} + C_{m,q_b}\cdot\frac{q_b\cdot\bar{c}}{2V_T} \quad (4.36)$$

$$C_n = C_{n,WB}(\beta) + C_{n,\delta_{rud_{pos}}}\cdot\delta_{rud_{pos}} + C_{n,r_b}\cdot\frac{r_b\cdot b}{2V_T} + C_{n,p_b}\cdot\frac{p_b\cdot b}{2V_T} \quad (4.37)$$

nas quais os termos de *wing-body* podem ser reescritos como:

$$C_{L,WB}(\alpha) = C_{L,\alpha_0}(\beta) + C_{L,\alpha}\cdot\alpha \quad (4.38)$$

$$C_{Y,WB}(\beta) = C_{Y,\beta}\cdot\beta \quad (4.39)$$

$$C_{D,WB}(\alpha) = C_{D_0} + K[C_{L,WB}(\alpha)^2] \quad (4.40)$$

$$C_{l,WB}(\beta) = C_{l,\beta}\cdot\beta \quad (4.41)$$

$$C_{m,WB}(\alpha) = C_{m,\alpha_0}(\beta) + C_{m,\alpha}\cdot\alpha \quad (4.42)$$

$$C_{n,WB}(\beta) = C_{n,\beta}\cdot\beta \quad (4.43)$$

Com a exceção de C_D (depende de uma variação quadrática acerca de α), verifica-se que a maioria dos coeficientes aerodinâmicos apresentam uma variação linear em relação ao ângulo de ataque ou ângulo de derrapagem, implicando, assim, que as variações de força e momento também sejam lineares.

Apesar disso, essa representação ainda pode ser considerada adequada para a modelagem das forças e momentos aerodinâmicos desde que a aeronave esteja operando em seu envelope normal de voo. Tal fato ocorre no presente trabalho, pois os pontos de operação escolhidos consideram que a aeronave estudada esteja em nível de cruzeiro.

4.5 Motor

Em um primeiro plano, cada modelo do motor é composto por um mapeamento linear da posição do *throttle* (manete de aceleração), denominada por δ_{TH} , referente à demanda de empuxo (δ_{FE}). Na sequência, apresenta-se um sistema realimentado, o qual se constitui por um dinâmica rápida de primeira ordem, um *rate limiter* e um integrador, desse modo resultando no empuxo do motor no nível do mar (F_{E_0}). Finalizando, há um escalonamento linear da saída de tal sistema com a densidade do ar (ρ), produzindo o empuxo do motor (F_E). Essa modelagem retratada é uma adaptação de [34], e a sua representação pode ser visualizada abaixo:

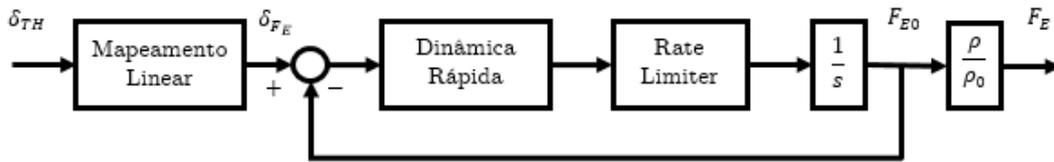


Figura 19 – Modelagem do motor

Dependendo do empuxo de regime (nível do mar) e da densidade do ar, o empuxo final do motor segue a seguinte equação:

$$F_E = F_{E_0} \frac{\rho}{\rho_0} \quad (4.44)$$

Os motores são paralelos ao eixo X referente ao Eixo do Corpo de uma determinada aeronave, logo:

$$F_{E_x} = F_E \quad (4.45)$$

$$F_{E_y} = 0 \quad (4.46)$$

$$F_{E_z} = 0 \quad (4.47)$$

A aplicação da força de empuxo de cada motor é dada em relação ao centro de gravidade, ou melhor, pelos parâmetros X_{ATP} , Y_{ATP} e Z_{ATP} . Por isso, os momentos gerados por cada motor sobre o CG da aeronave são calculados a partir de:

$$L_T = Y_{ATP}F_{E_z} - Z_{ATP}F_{E_y} = 0 \quad (4.48)$$

$$M_T = Z_{ATP}F_{E_x} - X_{ATP}F_{E_z} = Z_{ATP}F_{E_x} \quad (4.49)$$

$$N_T = X_{ATP}F_{E_y} - Y_{ATP}F_{E_x} = -Y_{ATP}F_{E_x} \quad (4.50)$$

4.6 Trimagem e Linearização

A modelagem de aeronave descrita nas seções anteriores é claramente não-linear, pois há termos quadráticos ou trigonométricos não somente nas equações de corpo rígido (Seções 4.2 e 4.3), como também nas forças, momentos e coeficientes aerodinâmicos (Seção 4.4, e até mesmo apresenta algumas outras não-linearidades na dinâmica do motor (Seção 4.5). Por conseguinte, o modelo da aeronave pode ser descrito pelas seguintes equações:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} = h(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{cases} \quad (4.51)$$

na qual \mathbf{x} é o vetor dos estados da aeronave (variáveis resultantes da combinação dos vetores de velocidades, posições, ângulos de Euler e taxas angulares), $\dot{\mathbf{x}}$ é o vetor com as derivadas em relação ao tempo de \mathbf{x} , \mathbf{u} é o vetor de entradas (deflexões das superfícies de controle, posição da manete de aceleração e componentes do vetor de vento), e, por fim, \mathbf{y} é o vetor com saídas do modelo.

Embora o modelo não-linear seja adequado para fins de simulação, nas proximidades de uma determinada condição de voo, um modelo linear de quarta ordem para o movimento longitudinal e outro para o latero-direcional são suficientes para representar a dinâmica da aeronave. Esses modelos lineares podem ser obtidos a partir de um processo de linearização em pontos de trimagem acerca do modelo não-linear (Equação 4.51).

Os pontos de trimagem, também conhecidos como pontos de equilíbrio, são formados por um conjunto de parâmetros de um sistema dinâmico, no qual o mesmo está em estado estacionário. No contexto do trabalho em questão, o ponto de trimagem de uma aeronave é a configuração de suas entradas e estados que fazem com que a aeronave consiga voar reta e nivelada.

Seguindo [12], para o voo reto e nivelado, pode-se definir uma condição em que todos os componentes de força e momento no Eixo do Corpo sejam constantes. Além disso, os ângulos aerodinâmicos e os componentes de taxa angular também devem ser constantes, e as suas derivadas devem ser nulas.

Inicialmente, define-se o conjunto de parâmetros (entradas e estados) para desempenhar a linearização no ponto de trimagem desejado. Dependendo da condição de trimagem, alguns parâmetros da aeronave podem ser fixos, enquanto outros podem variar. Conforme citado anteriormente, com base no propósito deste trabalho, o caso de voo nivelado é o

adotado, portanto os parâmetros fixos correspondentes para atingir essa condição de voo são:

$$\begin{cases} \dot{p}, \dot{q}, \dot{r} \equiv 0 \\ \dot{u}, \dot{v}, \dot{w} \text{ (ou } \dot{V}_t, \dot{\beta}, \dot{\alpha}) \equiv 0 \\ \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi} \equiv 0 \end{cases} \quad (4.52)$$

Afim de encontrar os parâmetros variantes, pode-se executar um algoritmo de busca iterativo para o problema definido na Equação 4.53, como por exemplo o algoritmo multivariável de *Newton-Raphson* descrito em [33].

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_{Fixo} = f_{Fixo}(\mathbf{x}_{eq}, \mathbf{u}_{eq}) \equiv 0 \\ \mathbf{y}_{Fixo} = h_{Fixo}(\mathbf{x}_{eq}, \mathbf{u}_{eq}) \equiv \mathbf{K} \end{cases} \quad (4.53)$$

na qual $\mathbf{x}_{eq} = [\mathbf{x}_{Fixo}^T \quad \mathbf{x}_{Variável}^T]^T$ e $\mathbf{u}_{eq} = [\mathbf{u}_{Fixo}^T \quad \mathbf{u}_{Variável}^T]^T$ são, respectivamente, os vetores de estado e de entrada da condição de equilíbrio, e \mathbf{K} é o vetor de valores das saídas, que devem ser constantes.

Com isso, é possível linearizar o sistema e obter um modelo linear representado em espaço de estados

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u} \end{cases} \quad (4.54)$$

o qual pode ser encontrado por meio da aproximação numérica das seguintes derivadas parciais:

$$\mathbf{A} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}_{eq}, \mathbf{u}_{eq}) \quad (4.55)$$

$$\mathbf{B} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{x}_{eq}, \mathbf{u}_{eq}) \quad (4.56)$$

$$\mathbf{C} = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}_{eq}, \mathbf{u}_{eq}) \quad (4.57)$$

$$\mathbf{D} = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{x}_{eq}, \mathbf{u}_{eq}) \quad (4.58)$$

Em casos práticos ligados à indústria aeronáutica, considera-se os modelos reduzidos para a representação de alguma dinâmica da aeronave, isto é, apenas alguns estados e suas derivadas, além das entradas e saídas mais relevantes do sistema são considerados levando

em conta a modelagem de aeronaves. Segundo [16], um modelo linear de quarta ordem latero-direcional pode ser retratado por:

- Estados ($\mathbf{x}_{lat-dir}$) - Ângulo de derrapagem (β), taxa de rolagem no Eixo de Estabilidade (p_s), taxa de guinada no Eixo de Estabilidade (r_s) e ângulo de *Euler* de rolamento (ϕ);
- Entradas ($\mathbf{u}_{lat-dir}$) - Dois comandos de controle, deflexão de leme (δ_{rud}) e de aileron (δ_{ail}), e a perturbação de rajada de vento lateral (w_Y);
- Saídas ($\mathbf{y}_{lat-dir}$) - Ângulo de derrapagem (β), taxa de rolamento no Eixo do Corpo (p_b), taxa de guinada no Eixo do Corpo (r_b), ângulo de *Euler* de rolamento (ϕ) e aceleração lateral de Eixo do Corpo (N_{y_b}).

$$\mathbf{x}_{lat-dir} = \begin{bmatrix} \beta & p_s & r_s & \phi \end{bmatrix}^T \quad (4.59)$$

$$\mathbf{u}_{lat-dir} = \begin{bmatrix} \delta_{rud_{pos}} & \delta_{ail_{pos}} & w_Y \end{bmatrix}^T \quad (4.60)$$

$$\mathbf{y}_{lat-dir} = \begin{bmatrix} \beta & p_b & r_b & \phi & N_{y_b} \end{bmatrix}^T \quad (4.61)$$

Ainda é possível obter o modelo de função de transferência como consequência da manipulação da Equação 4.54 para cada combinação de entrada (u_i) e saída (y_j), vide a formulação abaixo:

$$\frac{y_j(s)}{u_i(s)} = \mathbf{C}_j (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}_i + D_{ji} \quad (4.62)$$

Para efeitos de simplificação, considera-se um desacoplamento entre a dinâmica longitudinal e a latero-direcional, isto é, variações nos controles latero-direcionais em torno dos pontos de equilíbrio tem efeito insignificante a respeito da dinâmica longitudinal da aeronave. Diante disso, no controle proposto neste trabalho, utiliza-se o modelo linear reduzido comentado anteriormente, no qual as variáveis longitudinais são fixas nas condições de trimagem, e a dinâmica latero-direcional é modelada seguindo as Equações 4.59, 4.60 e 4.61.

5 Caso de Estudo

Com fundamento na metodologia de design citada no Capítulo 3 e a modelagem descrita no Capítulo 4, descreve-se em detalhes todas as etapas desempenhadas durante os dois tipos de projetos acerca da lei de controle de voo lateral-direcional de uma aeronave.

5.1 A Aeronave Modelada

5.1.1 Visão Geral

A aeronave abordada neste trabalho é um jato da classe executiva de longo alcance tal como o *Dassault Falcon 7X*, *Bombardier Global Express XRS* ou *Gulfstream G550*. As propriedades do modelo, geometria, massa e motor da aeronave foram baseadas em [33]. Os dados básicos do avião estudado são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Dados básicos da aeronave para o caso de estudo

Item	Valor
Número de Passageiros	8-19
MTOW - Máximo Peso para Decolagem	44 452 kg
BOW - Peso Operacional	23 224 kg
VMO - Máxima Velocidade Operacional	340 kn
MMO - Máximo Mach Operacional	0.89
Alcance	6150 NM
Teto Operacional	51 000 ft

5.1.2 Condições de Voo

Neste trabalho, as condições de voo consideradas para o projeto das leis de controle são operacionais, ou seja, levam em conta a fase de voo em altitude de cruzeiro, na qual a aeronave voa reta e nivelada. Além disso, a configuração aerodinâmica adotada é tal que os flaps/slats, os spoilers e o trem de pouso estão retraídos.

Em termos de configuração de peso, o envelope de massa é limitado pelo BOW e MTOW retratados na Tabela 2, enquanto o intervalo de variação para o centro de gravidade é entre 10% e 40% da corda média aerodinâmica. Para efeitos de verificar a robustez do sistema de controle, avalia-se o comportamento da aeronave não apenas no caso nominal, mas também em situações extremas de peso e centro de gravidade. A Tabela 3 descreve as

combinações possíveis e as cores convencionadas no presente projeto a fim de facilitar a identificação das configurações de peso e CG nos gráficos de resultados.

Tabela 3 – Configurações de peso e centro de gravidade

Caso	Símbolo	Peso (kg)	CG (%MAC)	Cor
Nominal	NOM	33 838	25	Preto
Leve com CG Dianteiro	LGF	23 224	10	Magenta
Leve com CG Traseiro	LGA	23 224	40	Ciano
Pesado com CG Dianteiro	HVF	44 452	10	Azul
Pesado com CG Traseiro	HVA	44 452	40	Verde

Com o propósito de definir o envelope de voo (Figura 20), tem-se as seguintes considerações: a faixa de altitude varia do nível do mar (0 ft) até o teto operacional (51 000 ft); como não há dados suficientes para a compressibilidade em casos de alto Mach, assume-se um limite de 0.8 do mesmo para o projeto em altas altitudes; os valores de velocidade aerodinâmica calibrada (CAS) vão até a máxima velocidade operacional.

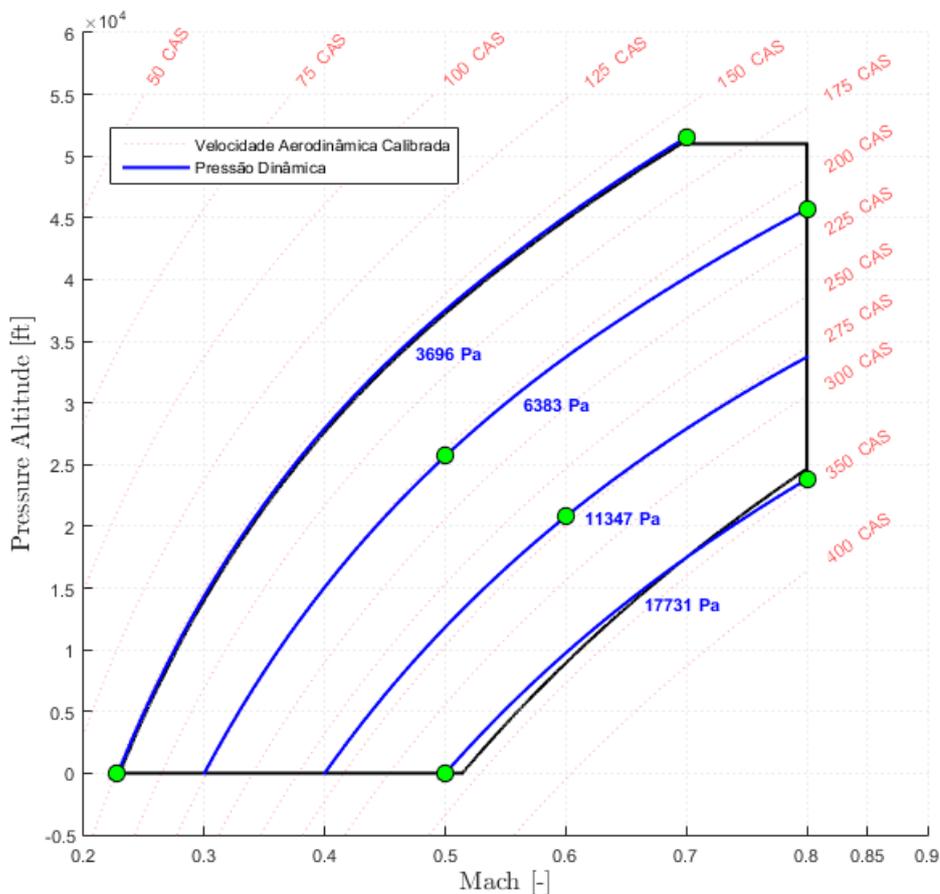


Figura 20 – Envelope operacional de voo

É importante lembrar que, em um design de leis de controle do setor de aviação, o modelo completo da aeronave é linearizado em diversos pontos de trimagem levando em consideração a combinação das configurações apresentadas anteriormente. Em [21], pode-se verificar tal abordagem, que não só cita os pontos de operação definidos para o projeto de controle, mas também retrata um tipo de controle adaptativo com escalonamento de ganhos a fim de garantir a operação da aeronave em qualquer condição de voo.

Uma vez que o presente trabalho considera uma análise local do sistema de controle projetado, definiu-se apenas alguns pontos de trimagem a serem linearizados e, posteriormente, analisados. Foram selecionados os pontos nos extremos e no meio do envelope de voo, os quais estão descritos na tabela a seguir:

Tabela 4 – Condições de voo e configurações utilizadas para a geração de modelos lineares

Caso	Peso (kg)	CG (%MAC)	q (Pa)	Altitude (ft)	CAS (kn)	Mach
1	23 224	10	6383	25 695	202.32	0.5
2	23 224	40	6383	25 695	202.32	0.5
3	44 452	10	6383	25 695	202.32	0.5
4	44 452	40	6383	25 695	202.32	0.5
5	33 838	25	6383	25 695	202.32	0.5
6	23 224	10	11 347	20 798	270.92	0.6
7	23 224	40	11 347	20 798	270.92	0.6
8	44 452	10	11 347	20 798	270.92	0.6
9	44 452	40	11 347	20 798	270.92	0.6
10	33 838	25	11 347	20 798	270.92	0.6
11	23 224	10	3696	20 798	159.26	0.7
12	23 224	40	3696	20 798	159.26	0.7
13	33 838	25	3696	20 798	159.26	0.7
14	23 224	10	6383	45 717	211.95	0.8
15	23 224	40	6383	45 717	211.95	0.8
16	44 452	10	6383	45 717	211.95	0.8
17	44 452	40	6383	45 717	211.95	0.8
18	33 838	25	6383	45 717	211.95	0.8
19	44 452	10	17 731	23 820	345.86	0.8
20	44 452	40	17 731	23 820	345.86	0.8
21	33 838	25	17 731	23 820	345.86	0.8
22	44 452	10	17 731	1.37	345.86	0.5
23	44 452	40	17 731	1.37	345.86	0.5
24	33 838	25	17 731	1.37	330.73	0.5
25	23 224	10	3696	-66.77	151.00	0.228
26	23 224	40	3696	-66.77	151.00	0.228
27	33 838	25	3696	-66.77	151.00	0.228

5.1.3 Representação Não-Linear do Modelo

Nesta parte do trabalho, o modelo representado, que tem como objetivo fundamentar o projeto e a análise da lei de controle, caracteriza a aeronave pura, isto é, apenas se concentra na dinâmica e não apresenta a modelagem de atuadores, sensores, filtros e outros elementos do Sistema de Controle de Voo. Novamente com base em [33], pode-se abstrair a modelagem não-linear utilizando o software *MATLAB/Simulink* em conformidade com os conceitos demonstrados no Capítulo 4. Verifica-se a visão global do modelo pela Figura 21, enquanto suas saídas e entradas são descritas, respectivamente, pelas Tabelas 5 e 6.

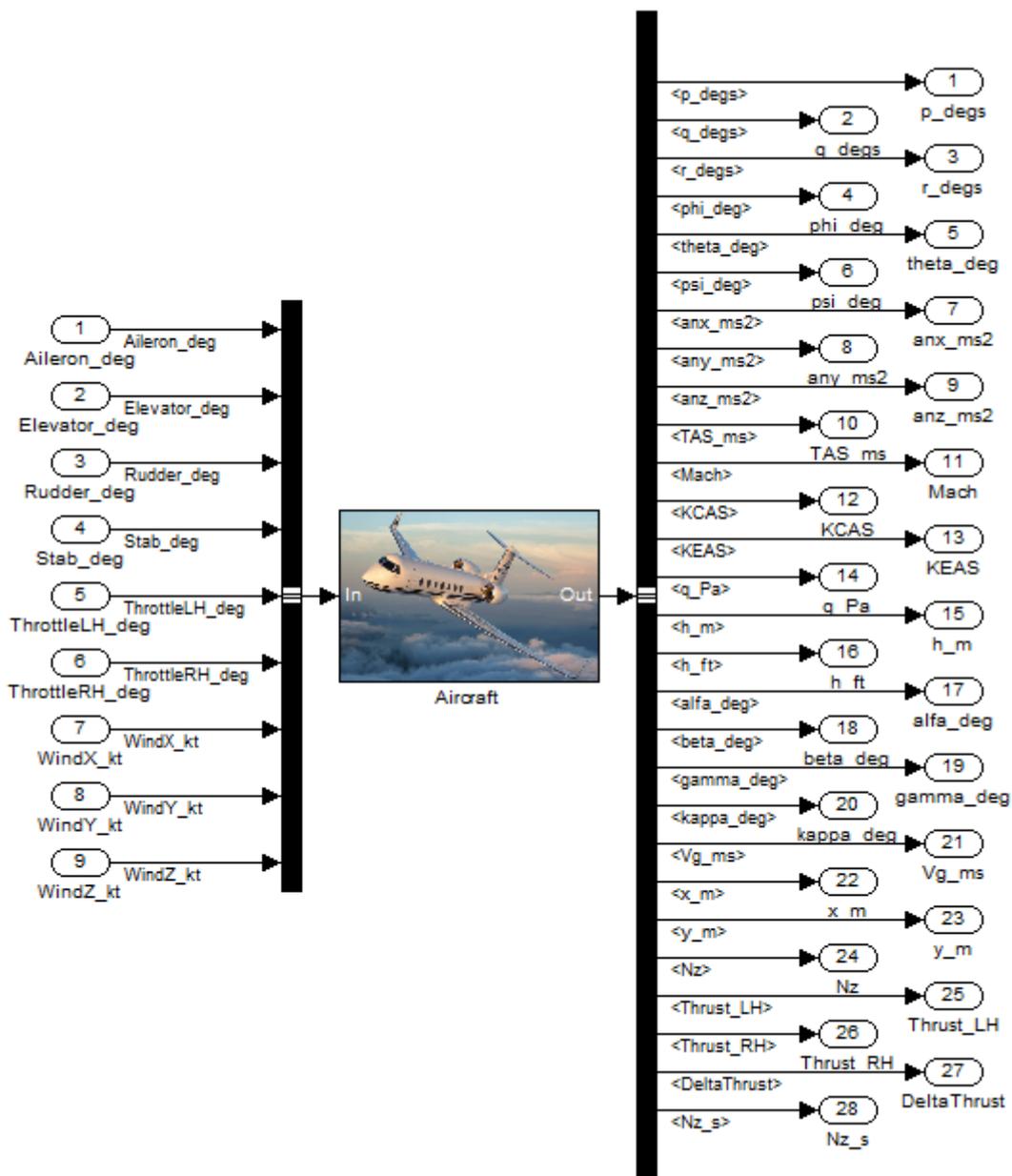


Figura 21 – Visão global do modelo não-linear da aeronave

A fim de garantir uma organização adequada do modelo, realizou-se uma implementação por módulos (*subsystems* do *Simulink*), os quais foram divididos em:

- *Equações de Movimento*: Com base na Seção 4.2, retrata ângulos de *Euler*, posição relativa ao nível do mar (altitude), velocidades lineares, velocidades angulares e acelerações;
- *Propriedades de Massa*: Contém as inércias e as posições do centro de gravidade;
- *Peso*: Retorna todas as componentes da força peso do avião no Eixo do Corpo;
- *Atmosfera - Parâmetros Estáticos*: Retorna a velocidade do som e a densidade do ar, haja vista a Subseção 4.3.1;
- *Atmosfera - Parâmetros da Velocidade do Ar*: Seguindo a Subseção 4.3.2, calcula tanto os ângulos quanto as velocidades aerodinâmicas, além da pressão dinâmica, o número de Mach e a velocidade real da aeronave;
- *Aerodinâmica*: Tem como saída as forças e os momentos aerodinâmicos, que foram explicados na Seção 4.4;
- *Motores*: Determina as forças e os momentos referentes à demanda de empuxo solicitada ao motor (Seção 4.5).

As conexões e as dependências entre as entradas/saídas dos módulos são indicadas pelo nome e cor correspondentes, como pode ser visualizado na Figura 22.

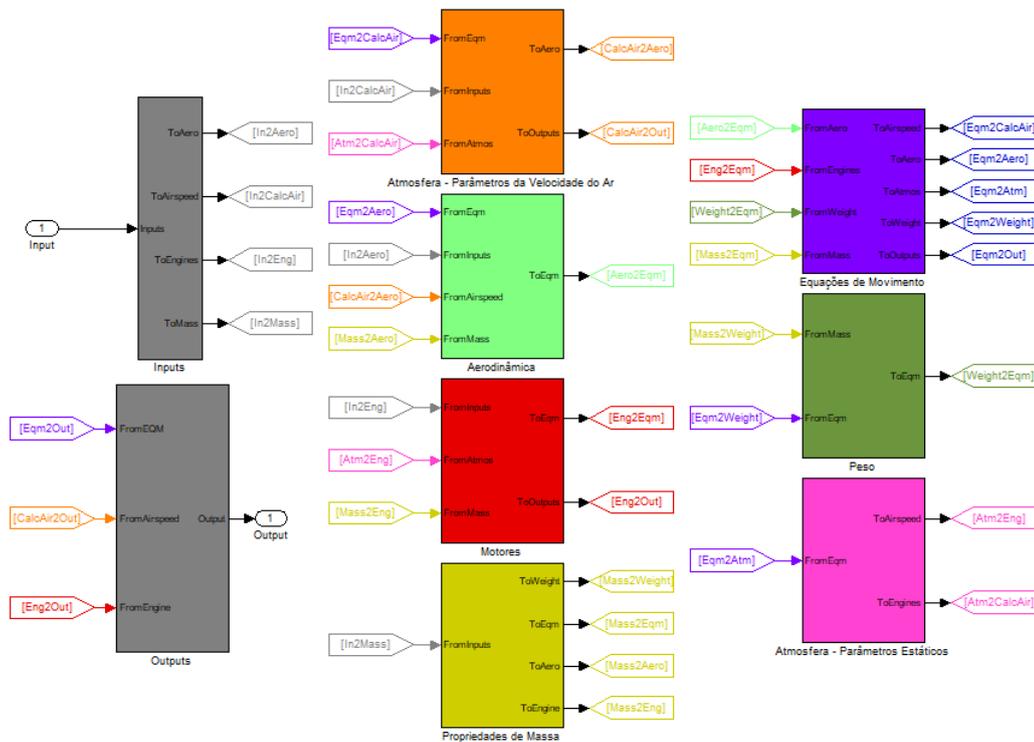


Figura 22 – Módulos *Simulink* do modelo não-linear da aeronave

Tabela 5 – Saídas do modelo não-linear da aeronave

Nº	Símbolo	Nome	Unidade	Descrição
1	p_b	p_degs	graus/s	Taxa de rolamento em A_b
2	q_b	q_degs	graus/s	Taxa de arfagem em A_b
3	r_b	r_degs	graus/s	Taxa de guinada em A_b
4	ϕ	phi_deg	graus	Ângulo de <i>Euler</i> - <i>Roll</i>
5	θ	theta_deg	graus	Ângulo de <i>Euler</i> - <i>Pitch</i>
6	ψ	psi_deg	graus	Ângulo de <i>Euler</i> - <i>Yaw</i>
7	a_{N_x}	anx_ms2	m/s ²	Componente X do acelerômetro
8	a_{N_y}	any_ms2	m/s ²	Componente Y do acelerômetro
9	a_{N_z}	anz_ms2	m/s ²	Componente Z do acelerômetro
10	V_T	TAS_ms	m/s	Velocidade aerodinâmica verdadeira
11	M	Mach	-	Número de Mach
12	KCAS	KCAS	ft	Velocidade aerodinâmica calibrada
13	KEAS	KEAS	ft	Velocidade aerodinâmica equivalente
14	q	q_Pa	Pa	Pressão dinâmica
15	h	h_m	m	Altitude
16	h	h_ft	ft	Altitude
17	α	alpha_deg	graus	Ângulo de ataque
18	β	beta_deg	graus	Ângulo de derrapagem
19	γ	gamma_deg	graus	Ângulo de trajetória do voo
20	κ	kappa_deg	graus	Ângulo de rastreamento
21	V_g	Vg_ms	m/s	Velocidade de solo
22	x	x_m	m	Coordenada no eixo X
23	y	y_m	m	Coordenada no eixo Y
24	N_{z_b}	Nz	g	Fator de carga normal em A_b
25	F_{EL}	Thrust_LH	N	Empuxo do motor esquerdo
26	F_{ER}	Thrust_RH	N	Empuxo do motor direito
27	ΔF_E	DeltaThrust	N	Assimetria de empuxo
28	N_{z_s}	Nz_s	g	Fator de carga normal em A_s

Tabela 6 – Entradas do modelo não-linear da aeronave

Nº	Símbolo	Nome	Unidade	Descrição
1	$\delta_{ail_{pos}}$	Aileron_deg	graus	Deflexão de aileron
2	$\delta_{elev_{pos}}$	Elevator_deg	graus	Deflexão de profundor
3	$\delta_{rud_{pos}}$	Rudder_deg	graus	Deflexão de leme
4	$\delta_{hstab_{pos}}$	Stab_deg	graus	Deflexão de estabilizador horizontal
5	δ_{THL}	Throttle_LH_deg	graus	Posição do acelerador esquerdo
6	δ_{THR}	Throttle_RH_deg	graus	Posição do acelerador direito
7	w_X	WindX_kt	kn	Componente X do vento em A_b
8	w_Y	WindY_kt	kn	Componente Y do vento em A_b
9	w_Z	WindZ_kt	kn	Componente Z do vento em A_b

5.1.4 Geração e Validação dos Modelos Lineares

Conforme descrito na Seção 4.6, para cada condição retratada na Tabela 4, é executado uma rotina de código via *MATLAB* a fim de ajustar o modelo não-linear da aeronave, obtendo, assim, os vetores de estados (\mathbf{x}_{eq}) e entradas (\mathbf{u}_{eq}) em equilíbrio. Por conseguinte, linearizando o modelo não-linear em torno das condições de trimagem, gera-se os modelos lineares de acordo com as Equações 4.53 e 4.54. Uma vez que o conceito de modelo reduzido é utilizado, os estados, as entradas e as saídas dos modelos lineares apenas se referem às dinâmicas latero-direcionais da aeronave, desprezando a dinâmica longitudinal, tal como fora apresentado nas Equações 4.59, 4.60 e 4.61.

Lembrando que as metodologias de controle propostas nesse trabalho são realizadas no âmbito linear, é de suma importância que haja uma validação entre os modelos lineares obtidos via linearização e a representação não-linear da aeronave. Para validar os modelos lineares gerados, as respostas dinâmicas dos mesmos e do modelo não-linear são comparadas via simulações, que, por sua vez, ocorrem em torno das condições de trimagem e são divididas em duas: resposta lateral (*step* unitário na deflexão de aileron) e resposta direcional (*step* unitário na deflexão de leme).

Realizou-se a validação para todos os modelos lineares gerados, na qual as respostas obtidas foram bem sucedidas, visto que as respostas oriundas dos dois modelos (linear e não-linear) são equivalentes para pequenas variações nas entradas. As Figuras 23 e 24 demonstram um exemplo de validação, onde a condição de voo utilizada é o *Caso 5* da Tabela 4 ($q = 6383$ Pa, $M = 0.5$ e NOM para envelope de peso/CG).

Neste exemplo, pode-se verificar que a resposta lateral e direcional não mostram diferenças significativas para uma simulação de 10 segundos, então validando os modelos lineares obtidos.

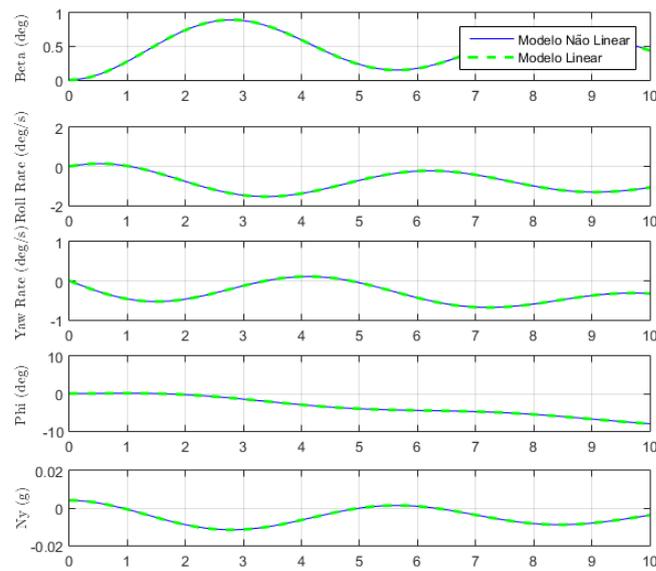


Figura 23 – Validação da resposta direcional à entrada de degrau unitário de leme

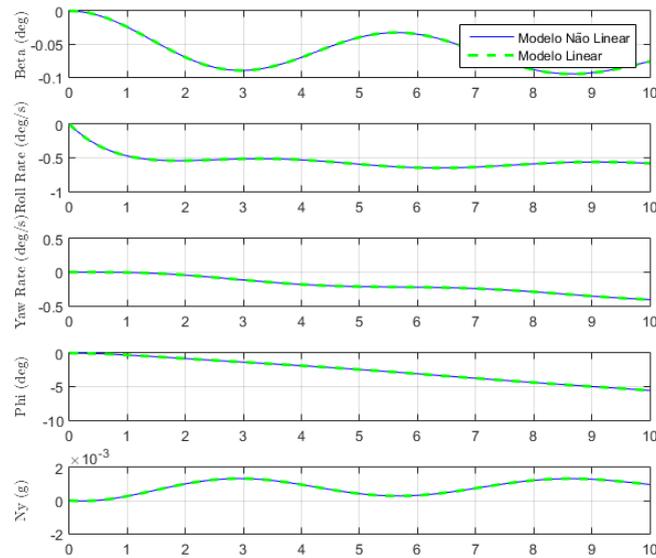


Figura 24 – Validação da resposta lateral à entrada de degrau unitário de aileron

5.1.5 Estudo da Aeronave Pura

Na indústria aeronáutica, é comum analisar os modos naturais do sistema latero-direcional, que são separados em *spiral*, *roll* e *dutch-roll*, vide conceituação no Capítulo 1. Entender as variações no *dutch-roll* são extremamente importantes para o cálculo dos controladores e para as técnicas de escalonamento de ganhos, já que esse modo natural é a dinâmica dominante do sistema em malha aberta.

Tendo em mente outras metodologias, a decomposição em valores singulares (SVD) comentada em [15] pode ser interessante para uma análise de sistemas multivariáveis, facilitando determinar quais são as variáveis de entradas mais relevantes em relação à cada variável de saída.

Posto que o presente trabalho tem como finalidade comparar as técnicas de controle, somente um breve estudo de malha aberta é realizado para identificar algumas características da aeronave estudada. Neste projeto, tais informações auxiliam o projeto da lei de controle, entretanto em casos reais de aplicação é preciso uma análise mais profunda acerca da aeronave pura.

O estudo realizado limitou-se em verificar as respostas na frequência de duas variáveis (ângulo de derrapagem e taxa de rolamento) levando em conta os dois atuadores (leme e aileron) e as variações de três parâmetros (envelope de massa, Mach e pressão dinâmica). Essas variações têm como base o *Caso 5* da Tabela 4, sendo que apenas um parâmetro pode variar por análise. Em outras palavras, enquanto dois parâmetros são fixados em seus valores referentes ao *Caso 5*, o outro pode variar em um conjunto de valores pré-estabelecidos a fim de avaliar o seu comportamento relativo às variáveis de interesse. As variações de envelope de massa seguem a Tabela 3, o Mach segue a lista $M = (0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8)$ e a pressão dinâmica $q = (3696, 6383, 11\ 347, 14\ 539, 17\ 731)$.

Em um primeira análise, pode-se verificar que independente dos parâmetros avaliados, a resposta em frequência de ângulo de derrapagem (β) para ambos os atuadores se assemelha à uma resposta de 2ª Ordem (decaimento de 40 dB por década), enquanto para a taxa de rolamento (*roll-rate*) se equipara à uma resposta de 1ª Ordem (decaimento de 20 dB por década). Além do mais, a variável β apresenta correlação maior com o leme em detrimento ao aileron, dado importantíssimo para o projeto das leis de controle, diferentemente da taxa de rolamento, a qual indica uma forte dependência das duas entradas de controle.

Analisando cada conjunto de gráficos separadamente, observa-se que a pressão dinâmica é o parâmetro mais significativo (Figuras 25 e 26), alterando as frequências dos modos naturais e as magnitudes das respostas em frequência. Por outro lado, os envelopes de massa principalmente modificam os modos naturais (Figuras 27 e 28). Já o número de Mach, sobretudo, não altera as respostas em frequência (Figuras 29 e 30), salvo em baixas frequências para o gráfico de taxa de rolamento.

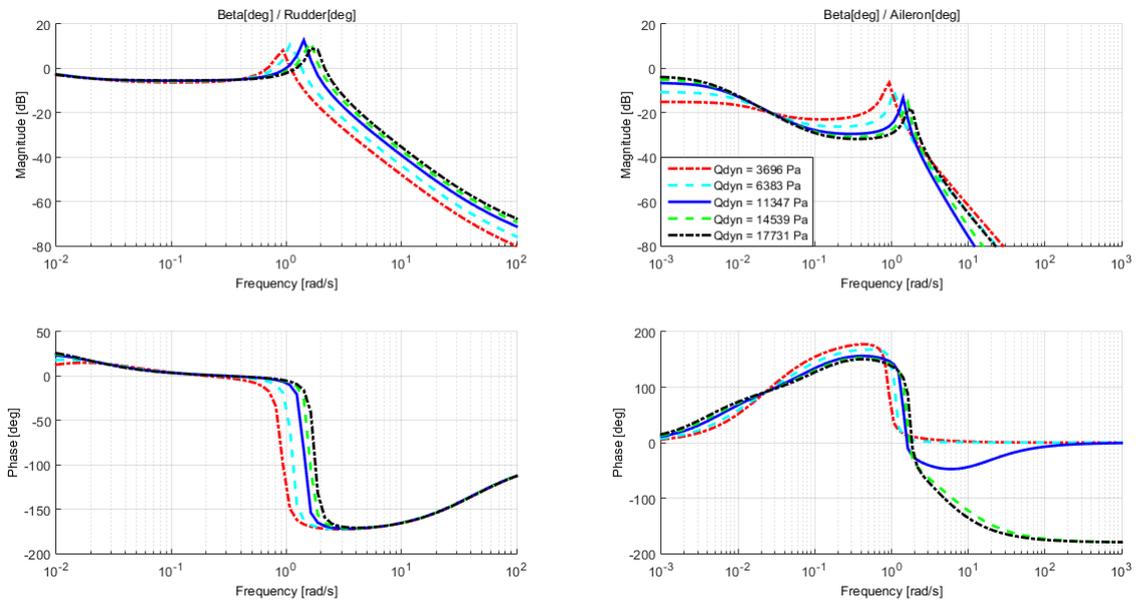


Figura 25 – Resposta em frequência de β variando a pressão dinâmica

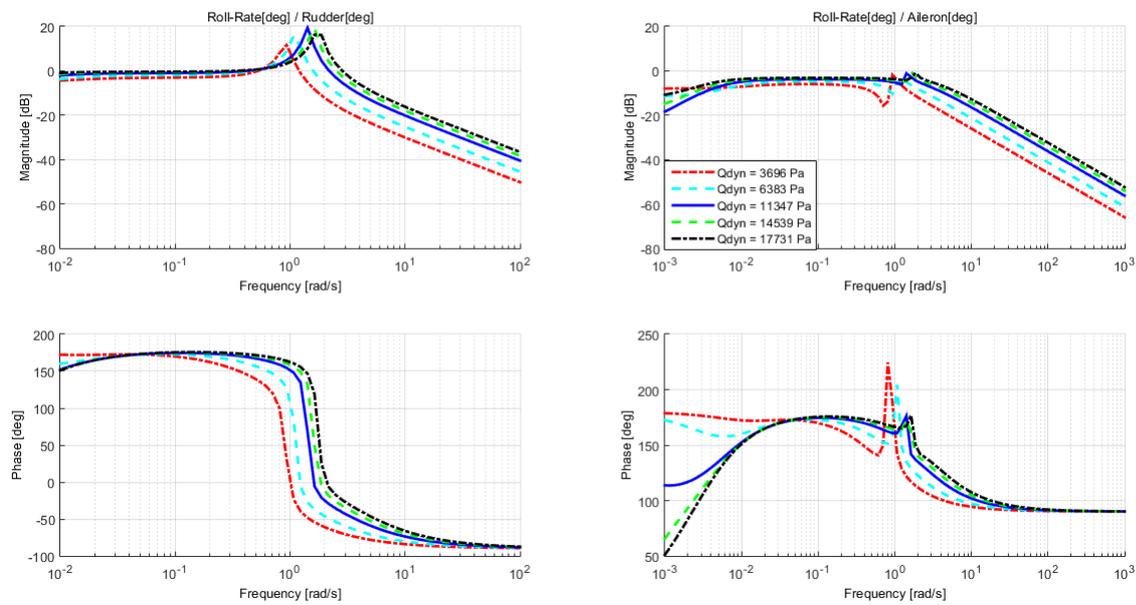


Figura 26 – Resposta em frequência de p_b variando a pressão dinâmica

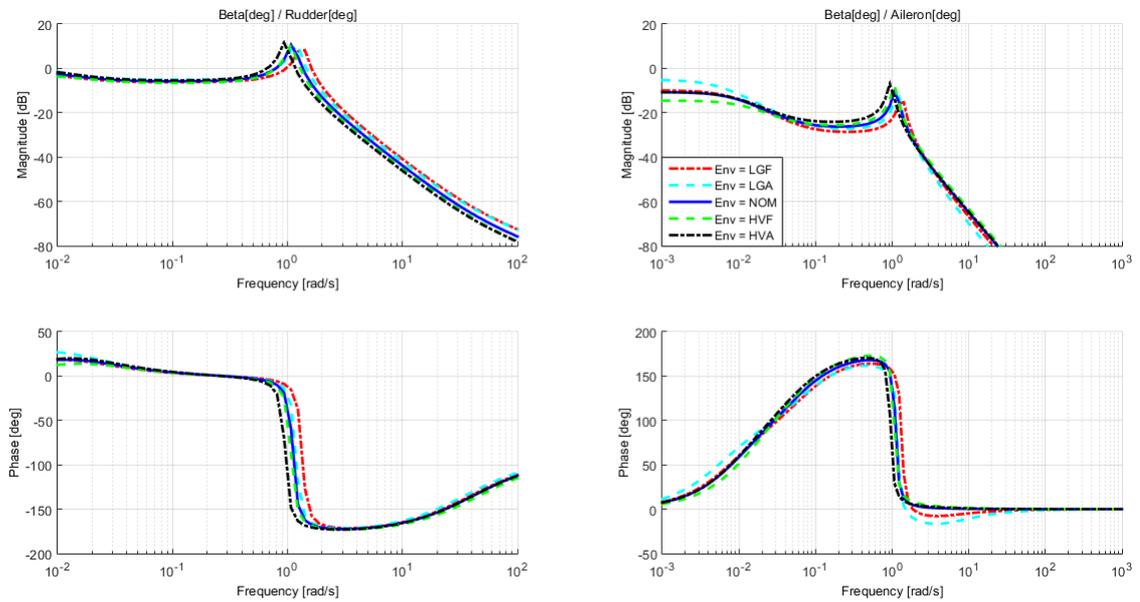


Figura 27 – Resposta em frequência de β variando o envelope de massa

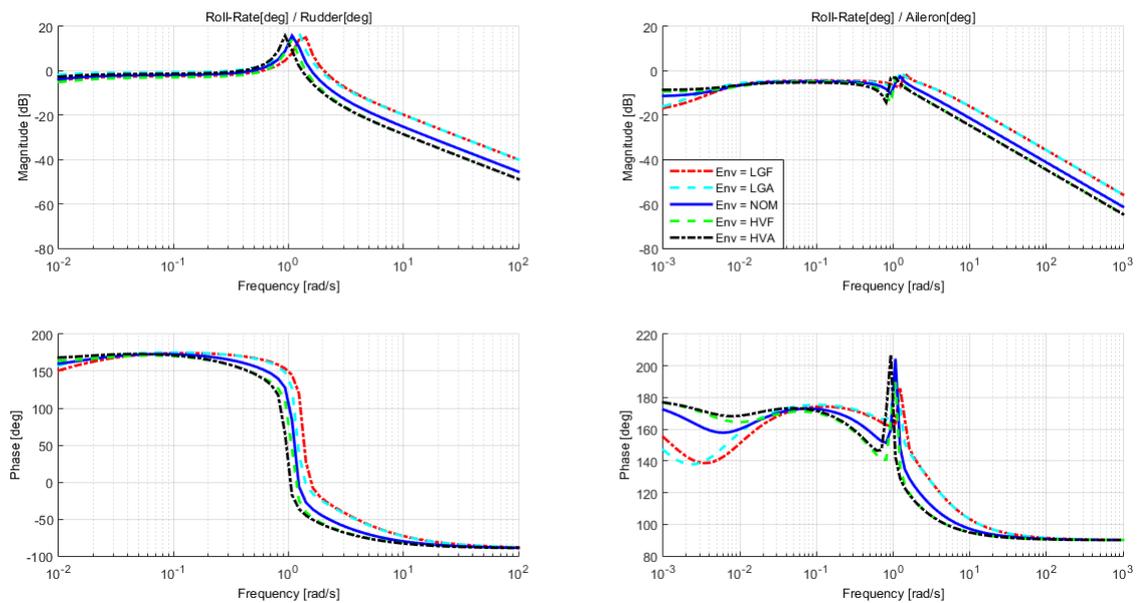


Figura 28 – Resposta em frequência de p_b variando o envelope de massa

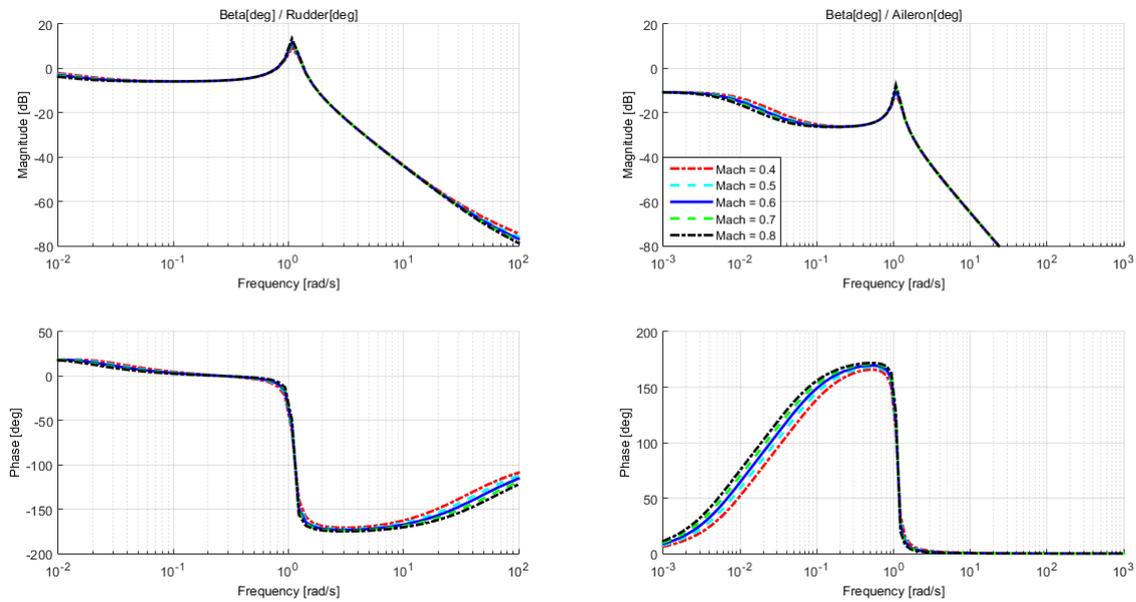


Figura 29 – Resposta em frequência de β variando o número de Mach

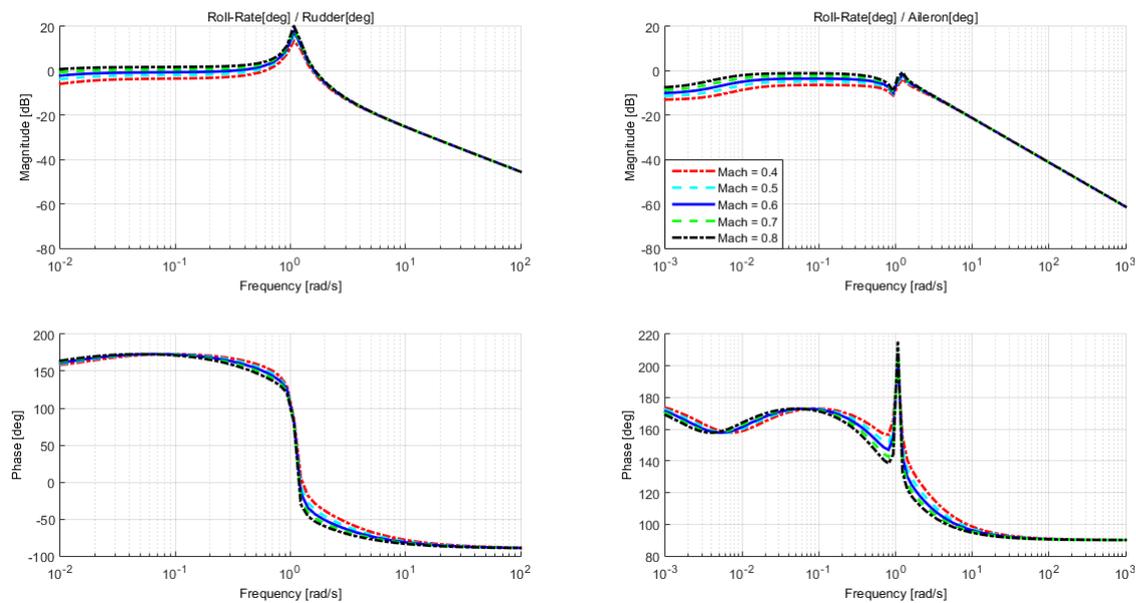


Figura 30 – Resposta em frequência de p_b variando o número de Mach

5.2 Modelos Adicionais

A representação demonstrada em 5.1 refere-se unicamente à aeronave pura, ou seja, os modelos de atuadores, sensores e atrasos não são considerados, contudo, a fim de obter uma representação mais realística do processo, os mesmos são adicionados ao modelo da aeronave, resultando no seguinte arranjo:

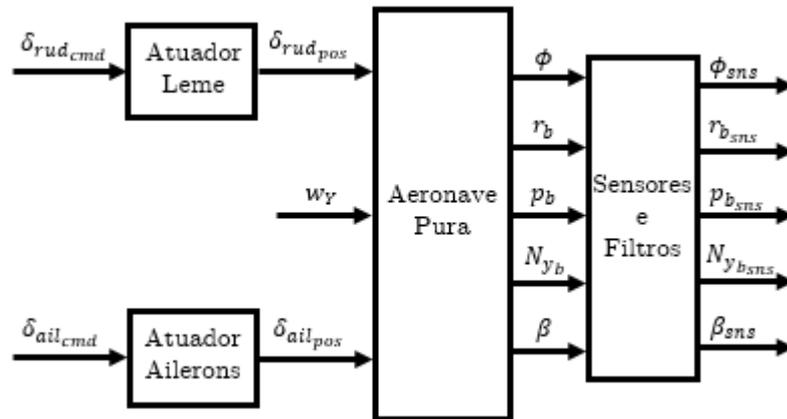


Figura 31 – Atuadores + Aeronave Pura + Sensores

5.2.1 Atuadores

Para o controle latero-direcional, as aeronaves geralmente utilizam o leme e os ailerons, os quais são atuadores hidráulicos com autoridade total de controle e podem representados como sistemas lineares de baixa ordem, haja vista Tabela 7 e Figura 32. Este trabalho, por simplicidade, optou-se por empregar o modelo de segunda ordem para os dois atuadores.

Tabela 7 – Modelos lineares dos atuadores

Atuador	Ordem	Função de Transferência
Leme	1ª Ordem	$G_{rud_1} = \frac{30}{s+30}$
	2ª Ordem	$G_{rud_2} = \frac{45^2}{s^2+2.(0.6).45s+45^2}$
	3ª Ordem	$G_{rud_3} = \frac{19.81s+100000}{0.4648s^3+57.01s^2+3175s+100000}$
Ailerons	1ª Ordem	$G_{ail_1} = \frac{37}{s+37}$
	2ª Ordem	$G_{ail_2} = \frac{50^2}{s^2+2.(0.75).50s+50^2}$
	3ª Ordem	$G_{ail_3} = \frac{-184.8s+100000}{0.3975s^3+59.95s^2+3724s+100000}$

Outro ponto a ser considerado nesta seção são os limites de funcionamento de cada atuador, o que está descrito na Tabela 8.

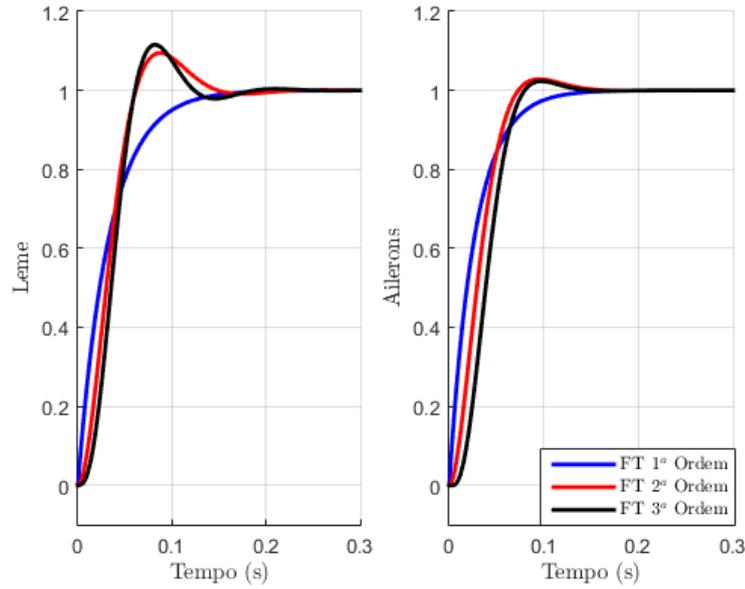


Figura 32 – Comparativo entre os modelos de atuadores

Tabela 8 – Limitações dos atuadores

Atuador	Item	Intervalos
Leme	Absoluto	$-14^\circ \leq u_{rud} \leq 14^\circ$
	<i>Slew-rate</i>	$-35^\circ \text{ s}^{-1} \leq \Delta u_{rud} \leq 35^\circ \text{ s}^{-1}$
Ailerons	Absoluto	$-23^\circ \leq u_{ail} \leq 26.5^\circ$
	<i>Slew-rate</i>	$-40^\circ \text{ s}^{-1} \leq \Delta u_{ail} \leq 40^\circ \text{ s}^{-1}$

5.2.2 Sensores

Os sensores também são modelados como sistemas de segunda ordem e, além disso, apresentam um atraso de transporte atrelado, como pode ser visto na Tabela 9.

Tabela 9 – Modelos lineares dos sensores

Variável Medida	Função de Transferência	Atraso de Transporte
β_{sns}	$G_{\beta_{sns}} = \frac{(2.\pi.6)^2}{s^2+2.(0.7).(2.\pi.6).s+(2.\pi.6)^2}$	$\tau = 25 \text{ ms}$
$p_{b_{sns}}$	$G_{p_{b_{sns}}} = \frac{(2.\pi.8)^2}{s^2+2.(0.7).(2.\pi.8).s+(2.\pi.8)^2}$	
$r_{b_{sns}}$	$G_{r_{b_{sns}}} = \frac{(2.\pi.8)^2}{s^2+2.(0.7).(2.\pi.8).s+(2.\pi.8)^2}$	
ϕ_{sns}	$G_{\phi_{sns}} = \frac{(2.\pi.8)^2}{s^2+2.(0.7).(2.\pi.8).s+(2.\pi.8)^2}$	
$N_{y_{b_{sns}}}$	$G_{N_{y_{b_{sns}}}} = \frac{(2.\pi.8)^2}{s^2+2.(0.7).(2.\pi.8).s+(2.\pi.8)^2}$	

5.3 Problema de Controle

5.3.1 Variáveis de Processo

O caso de estudo consiste em projetar uma lei de controle de voo a fim de controlar a taxa do ângulo de *Euler* relativo ao rolamento ($\dot{\phi}$) e o ângulo de derrapagem (β) de um jato do setor de aviação executiva, sendo necessário que o sistema siga referências relativas aos comandos do piloto e rejeite perturbações de rajada de vento. É de suma importância lembrar que o $\dot{\phi}$ está relacionado ao controle lateral e o β ao direcional, logo, unindo-os, tem-se o controle latero-direcional da aeronave.

Na literatura, especificamente para o controle lateral, encontra-se diversos estudos (por exemplo, [21] e [35]) que controlam a taxa de rolamento do Eixo de Estabilidade (p_s) ao invés de $\dot{\phi}$. Em contrapartida, seguindo a abordagem de [3], este trabalho também escolhe a taxa do ângulo *roll* como variável controlada pelo fato de que a mesma está mais relacionada à percepção do piloto ao se considerar a ação de rolar, o que não acontece com as taxas de rolamento do Eixo do Corpo (p_b) e do Eixo de Estabilidade (p_s).

A outra variável controlada, o ângulo de derrapagem, costuma apresentar duas componentes, sendo uma para capturar as baixas frequências (β proveniente do *air data*) e a outra refere-se a uma parte inercial que captura as altas frequências. Essa representação é reconhecida por filtro complementar, que é explicada com detalhes na Subseção 5.5.2.

5.3.2 Variáveis de Controle

O Sistema de Controle de Voo controla as variáveis de processo através das superfícies de controle da aeronave, as quais podem ser primárias ou secundárias (3.1). Em aplicações reais do setor aeronáutico, embora as superfícies de controle primárias sejam mais relevantes, também há uma participação das superfícies secundárias para o controle de estabilidade. Exemplificando, em alguns projetos de leis de controle, os spoilers podem ser acionados em conjunto aos ailerons para auxiliar no rolamento da aeronave.

A fim de simplificar o controle latero-direcional proposto, somente as ações de controle pertinentes ao leme e aos ailerons são empregadas para executar as manobras solicitadas pelos comandos do piloto. Ademais, é essencial comentar as ambas variáveis de controle são dadas em termos de deflexão das respectivas superfícies de controle de modo que, apesar do acoplamento existente, os ailerons se encarregam mais pelo controle lateral e o leme pelo controle direcional.

5.3.3 Requisitos

Em concordância com a Seção 2.2, as aeronaves podem ser de diversos tipos: comerciais, executivas, militares ou até mesmo agrícolas. No entanto, a missão geral de

uma aeronave é comum a qualquer tipo, ou melhor, o voo possui decolagem, subida, cruzeiro, descida, aproximação e aterrissagem.

Evitando a descrição das demais fases de voo, este trabalho destaca exclusivamente uma análise de voo em cruzeiro, desse modo define-se um conjunto abrangente de especificações que o sistema de controle deve atender. Recapitulando a Subseção 3.4.3, os requisitos são variados e podem ser agrupados de maneiras distintas, contudo, para facilitar a compreensão do problema, é possível dividi-los em: estabilidade, performance, rejeição de perturbações, qualidade de voo e robustez.

As especificações que garantem a estabilidade da aeronave, bem como as margens de ganho e de fase, são essenciais para qualquer design de controle. Além do mais, devem ser atendidas durante a primeira fase de projeto, não podendo ser violada de forma alguma nas fases seguintes. Usualmente, as margens de estabilidade são avaliadas com o conceito de malha aberta, isto é, a lei de controle em malha fechada é aberta nos sensores ou nos atuadores e, conseqüentemente, pode-se analisar as funções de transferência resultantes. Ainda que seja importantíssimo para o FCS, esse requisito é desconsiderado pelo fato de que o trabalho em questão se trata de uma análise de voo em cruzeiro e não apresenta condições extremas de voo, logo as margens de ganho e de fase tendem a evidenciar valores aceitáveis.

Os requisitos de performance estão diretamente atrelados às respostas de malha fechada, as quais estão relacionadas aos comandos do piloto, e são separados em:

- Tempo de subida: O tempo para alcançar 90% do valor final deve estar compreendido entre valores previamente estabelecidos;
- *Overshoot*: Cada saída deve apresentar um valor máximo de sobressinal;
- Erro estacionário: Assume-se um valor mínimo aceitável para o erro de regime permanente;
- Acoplamento cruzado: Deve-se minimizar o acoplamento existente entre β e $\dot{\phi}$ para o regime transitório e permanente.

A ideia de avaliar a rejeição de perturbação é verificar como a aeronave retorna a sua condição estável e quais são as características desse tipo de resposta. Na literatura, a especificação padrão determina que, para uma rajada de vento do tipo cossenoidal, o segundo pico da resposta da aceleração lateral seja menor ou igual em magnitude ao primeiro pico apresentado. Neste trabalho, somente perturbações do tipo degrau são avaliadas, todavia utilizou-se o mesmo critério citado previamente.

Motivados pelas lições aprendidas referentes a diversos projetos de leis de controle, os requisitos de qualidade de voo somente se apresentam como orientações de design a fim

de satisfazer as exigências do ponto de vista do piloto. Diante disso, neste projeto, já que não há testes de *pilot-in-the-loop*, também desprezou-se essa categoria de requisito.

Este projeto não se aprofunda quanto à robustez do sistema e apenas atende as variações paramétricas de peso e centro de gravidade da Tabela 3. A ideia é satisfazer os demais requisitos estabelecidos para os piores casos de configuração do modelo, garantindo, assim, um design robusto.

Tendo em vista as considerações realizadas previamente, obtém-se a Tabela 10 com todos os requisitos abordados.

Tabela 10 – Requisitos do projeto da lei de controle

Categoria	Requisito	Critério de Design
Performance	Tempo de Subida de β	$2\text{ s} \leq t_{90\%_{\beta}} \leq 3\text{ s}$
	Tempo de Subida de $\dot{\phi}$	$1\text{ s} \leq t_{90\%_{\dot{\phi}}} \leq 2\text{ s}$
	<i>Overshoot</i> de β	$PO_{\beta} \leq 10\%$
	<i>Overshoot</i> de $\dot{\phi}$	$PO_{\dot{\phi}} \leq 10\%$
	Erro Estacionário	$Erro_{RP} \leq 5\%$
	Acoplamento Cruzado em β	Transitório $\leq 10\%$ Regime Permanente $\leq 5\%$
Rejeição de Perturbação	Amplitude de N_{y_b}	Segundo pico deve ser menor ou igual ao primeiro
Robustez	Design Robusto	Atender variações de peso e CG

5.4 Estruturas de Controle

Os FCC's são os componentes mais importantes do Sistema de Controle de Voo, visto que convertem os comandos do piloto em deflexões das superfícies de controle e coordenam os movimentos de cada atuador para obter as respostas esperadas. Além desse objetivo primário, que se refere justamente às leis de controle de voo, os computadores de controle de voo ainda são responsáveis pelo pré-processamento dos sinais de entrada e saída do sistema. Diante disso, acrescentando o FCC no modelo completo (*Atuadores + Aeronave Pura + Sensores*) descrito pela Figura 31, obtém-se o seguinte arranjo resultante:

Vide Figura 33, o FCC irá receber os sinais medidos relativos ao modelo completo da aeronave (β_{sns} , $p_{b_{sns}}$, $r_{b_{sns}}$, ϕ_{sns} e $N_{y_{b_{sns}}}$), além das referências de comando da taxa do ângulo de *Euler* relativo ao rolamento ($\dot{\phi}_{cmd}$) e do ângulo de derrapagem (β_{cmd}).

Uma vez que alguns sinais usados pelas leis de controle de voo ora não podem ser medidos pelos sensores disponíveis ora devem ser avaliados no que diz respeito a sua

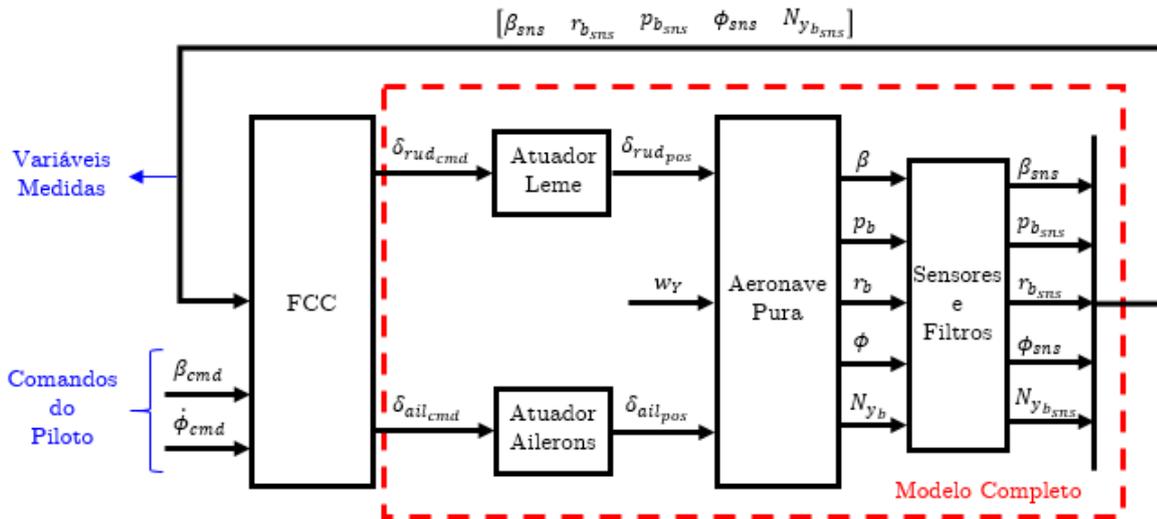


Figura 33 – Modelo completo junto com FCC

qualidade e integridade, é preciso de um módulo de pré-processamento para estimar ou consolidar os sinais desejados. Esse módulo é destrinchado Na Seção 5.5, e é importante lembrar que o próprio é independente da estrutura da lei de controle estipulada.

Levando em conta as diversas possibilidades de se estruturar uma lei de controle, pode-se dizer que o FCC fica encarregado de caracterizar as peculiaridades de cada uma. Por exemplo, as duas metodologias de design propostas neste trabalho necessitam de diferentes estruturas de controle, portanto a arquitetura e o *software* embarcado presentes nos computadores de controle de voo também seriam distintos.

Conforme caracterizado pela Subseção 3.4.4, em grande parte dos projetos de leis de controle de voo, uma estrutura de controle habitual é dividida em duas partes: malha de realimentação e malha direta. Com respeito à malha de realimentação, o LQR com Zeros de Transmissão é empregado como técnica de design. Já em relação à malha direta, a qual é dividida em controle de pré-alimentação e pré-filtro, nenhum método de controle avançado é utilizado para calcular os seus parâmetros, que, no que lhe concerne, são determinados através ajustes com fundamento nas boas práticas da indústria. Para colaborar na compreensão deste projeto, essa abordagem é denominada como *Padrão da Indústria Aeronáutica*, sendo identificada pela Figura 34.

Nomeada por *Método Proposto*, a outra estrutura de controle se diferencia da estratégia comum à maioria dos FCS, já que acaba por unir os projetos das duas malhas (realimentação e direta) em uma única etapa de design (Figura 35). Utilizando o Controle Preditivo Baseado em Modelo, é possível obter os parâmetros do controlador de realimentação e do filtro de referência a partir da minimização de uma função custo estabelecida de acordo com o problema de controle.

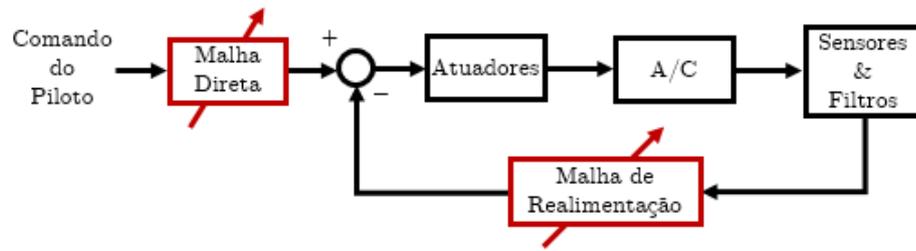


Figura 34 – Estrutura de Controle - *Padrão da Indústria Aeronáutica*

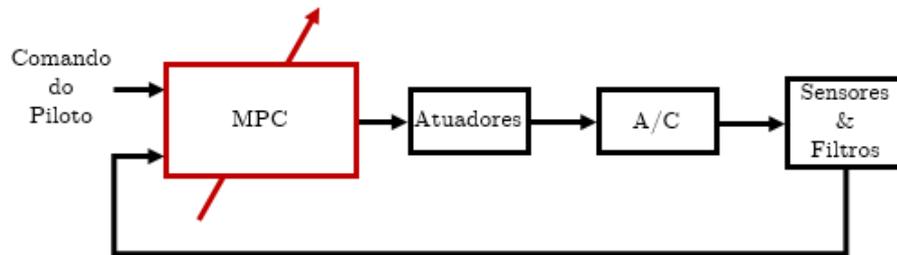


Figura 35 – Estrutura de Controle - *Método Proposto*

5.5 Módulo de Pré-Processamento

O pré-processamento é o responsável por obter as estimativas de variáveis e consolidar alguns sinais de interesse, que, por sua vez, podem ser utilizados pelo algoritmo da lei de controle. A definição dos itens deste módulo depende de quais sensores estão disponíveis e da integridade/qualidade de cada sinal. Para o projeto em evidência, os procedimentos executados pelo módulo de pré-processamento são divididos em: estimação de variáveis com base em medições e filtragem de sinais combinando as informações de diferentes sensores.

5.5.1 Estimação de Variáveis

Esta subseção demonstra como alguns dados, que não podem ser medidos e são essenciais para o projeto da lei de controle, podem ser estimados se baseando nas medições disponíveis. Antes de apresentar tais estimativas, é essencial lembrar que o design de controle se baseia em um modelo linear, logo as relações existentes só são válidas em torno da condição de trimagem em que o sistema foi linearizado.

O vetor de velocidades angulares no Eixo do Corpo (A_b) pode ser convertido para o Eixo de Estabilidade (A_s) seguindo a equação 4.3 e considerando $\beta_{eq} \approx 0$, onde o item subscrito *eq* indica que é um valor trimado. Tal transformação de eixo pode ser verificada

abaixo:

$$\begin{bmatrix} p_s \\ q_s \\ r_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_b \\ q_b \\ r_b \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Tendo em conta pequenas variações (δ) em torno das condições de trimagem, tem-se as seguintes relações para estimar a taxa de rolamento e guinada em A_s :

$$\begin{cases} \delta p_{s_{est}} = \cos(\alpha_{eq}) \cdot \delta p_b + \sin(\alpha_{eq}) \cdot \delta r_b \\ \delta r_{s_{est}} = -\sin(\alpha_{eq}) \cdot \delta p_b + \cos(\alpha_{eq}) \cdot \delta r_b \end{cases} \quad (5.2)$$

Ademais, através de formulações do Capítulo 4, substituindo as Equações 4.21, 4.22, 4.23 e 4.25 em 4.26, obtém-se:

$$\dot{\beta} = \frac{1}{V_T} [-\dot{u}_T \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) + \dot{v}_T \cdot \cos(\beta) - \dot{w}_T \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)] \quad (5.3)$$

Modificando os termos de velocidades lineares por velocidades aerodinâmicas na Equação 4.9, é possível isolar \dot{u}_T , \dot{v}_T e \dot{w}_T em função das acelerações, das taxas das velocidades angulares, dos ângulos aerodinâmicos e da velocidade aerodinâmica total. Aplicando esse resultado na Equação 5.3 e com base na Equação 5.2, encontra-se uma estimativa para a taxa do ângulo de derrapagem apoiado em medições inerciais:

$$\begin{aligned} \dot{\beta}_{est} = & -r_s + \frac{g}{V_T} [-\sin(\beta) \cdot (N_{x_b} \cdot \cos(\alpha) + N_{z_b} \cdot \sin(\alpha)) + N_{y_b} \cdot \cos(\beta)] + \\ & \frac{g}{V_T} [\cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\theta) + \cos(\beta) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\theta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\theta)] \end{aligned} \quad (5.4)$$

Assumindo que $\beta_{eq} \approx 0$ e $\delta\theta \approx 0$ por causa da linearização, ainda pode-se reescrever a Equação 5.4, resultando em:

$$\delta \dot{\beta}_{est} = -\delta r_s + \frac{g}{V_T} [\delta N_{y_b} + \cos(\phi_{eq}) \cdot \cos(\theta_{eq}) \cdot \delta\phi] \quad (5.5)$$

Outro sinal estimado pelo pré-processamento é a taxa do ângulo de *Euler* relativo ao rolamento ($\dot{\phi}$), a qual é deduzida através da Equação 4.8:

$$\dot{\phi}_{est} = p_b + \tan(\theta) \cdot [q_b \cdot \sin(\phi) + r_b \cdot \cos(\phi)] \quad (5.6)$$

À vista disso, linearizando a equação anterior e assumindo desacoplamento entre os eixos ($\delta\theta \approx 0$ e $\delta q_b \approx 0$), obtém-se a estimação final de $\dot{\phi}$:

$$\delta\dot{\phi}_{est} = \delta p_b + \cos(\phi_{eq}).\tan(\theta_{eq}).\delta r_b + \tan(\theta_{eq}).[q_{beq}.\cos(\phi_{eq}) - r_{beq}.\sin(\phi_{eq})].\delta\phi \quad (5.7)$$

5.5.2 Filtro Complementar

A ideia básica de um filtro complementar é combinar as saídas de dois ou mais sensores a fim de obter uma estimativa melhor da variável desejada em toda faixa de frequência do sistema. Para alcançar tal objetivo, não somente os sensores devem ser complementares, mas também o filtro deve eliminar as frequências não confiáveis para cada sensor.

Para este caso de estudo, a medição do ângulo de derrapagem é processada por um filtro complementar, o qual aproveita a parte correspondente à alta frequência das estimativas referentes às medições inerciais ($\dot{\beta}_{est}$), bem como o conteúdo de baixa frequência do sensor do ângulo de derrapagem. Essa abordagem é relevante para aplicações na indústria, já que o sensor de β tende a ser ruidoso por causa de turbulências e expressa mais atrasos ao se comparar com os sensores inerciais.

Com fundamentação encontrada em [21], adotou-se um filtro complementar de segunda ordem de tal forma que:

$$\beta_{CF} = \left(\frac{s}{s^2 + 2.\zeta_{CF}.w_{n_{CF}}.s + w_{n_{CF}}^2} \right) \cdot \dot{\beta}_{est} + \left(\frac{2.\zeta_{CF}.w_{n_{CF}}.s + w_{n_{CF}}^2}{s^2 + 2.\zeta_{CF}.w_{n_{CF}}.s + w_{n_{CF}}^2} \right) \cdot \beta_{sns} \quad (5.8)$$

onde

- $\dot{\beta}_{est}$ é estimação da taxa do ângulo de derrapagem proveniente da Equação 5.5;
- β_{sns} é o ângulo de derrapagem medido por sensores;
- $w_{n_{CF}}$ é a frequência do filtro complementar;
- ζ_{CF} é o coeficiente de amortecimento.

Admitindo $w_{n_{CF}} = 0.25$ rad/s e $\zeta_{CF} = 0.7$, pela Figura 36, verifica-se a contribuição de cada parcela, β_{sns} e β_{est} (reconstruído a partir de $\dot{\beta}_{est}$), em referência ao ângulo de derrapagem proveniente do filtro complementar:

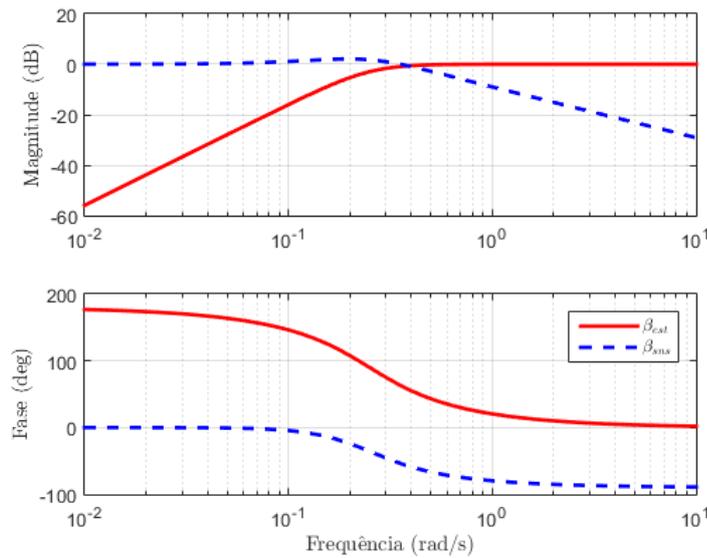


Figura 36 – Contribuições para a estimação do ângulo de derrapagem via filtro complementar

5.6 Design dos Controladores

Reiterando o que foi comentado na Seção 5.4, o design dos controladores estão diretamente relacionados às estruturas de controle, ou seja, caso o projetista da lei de controle deseje empregar uma determinada técnica de projeto, a arquitetura definida previamente deve ser apropriada para tal ação.

Diante disso, para possibilitar a comparação acerca das técnicas de controle avançado conceituadas na Seção 3.5 (LQR com Zeros de Transmissão e Controle Preditivo Baseado em Modelo), definiu-se estruturas de controle correspondentes (*Padrão da Indústria Aeronáutica* e *Método Proposto*), as quais foram abordadas, respectivamente, pelas Figuras 34 e 35.

Esta seção, correlacionando com as estruturas de controle estabelecidas, faz alusão às duas técnicas de design de controle que compreendem o escopo do trabalho em questão, demonstrando o passo a passo para o cálculo dos controladores e as particularidades de cada metodologia de projeto.

5.6.1 Padrão da Indústria Aeronáutica

Como discutido anteriormente, o *Padrão da Indústria Aeronáutica* utiliza uma estrutura de controle com dois graus de liberdade, na qual a malha de realimentação tem o objetivo de atender os requisitos de estabilidade, robustez e rejeição de perturbação, enquanto a malha direta está relacionada à performance do sistema e qualidade de voo.

Fundamentado em experiências relativas ao setor da aviação, primeiramente, define-

se os controladores da malha de realimentação:

- Caminhos proporcionais e integrais na forma P+I para o controle lateral;
- Caminhos proporcionais, integrais e derivativos na forma I+PD para o controle direcional;
- Ganhos de alimentação cruzada a fim de melhorar a coordenação de movimentos da aeronave e garantir o desacoplamento entre os eixos;

A Figura 37 demonstra cada parcela do controle lateral, na qual o erro entre a saída $\dot{\phi}_{est}$ e a referência $\dot{\phi}_{cmd}$ é integrado e multiplicado por um ganho ($K_{p_{s_{int}} \rightarrow ail}$), o que determina o caminho integral, ao passo que a parte proporcional é calculada pela multiplicação de $p_{s_{est}}$ por um ganho $K_{p_s \rightarrow ail}$. Além do mais, há as contribuições de β_{CF} e $\dot{\beta}_{est}$ em relação ao aileron, que se configuram como ganhos de alimentação cruzada para reduzir o acoplamento das variáveis de saída.

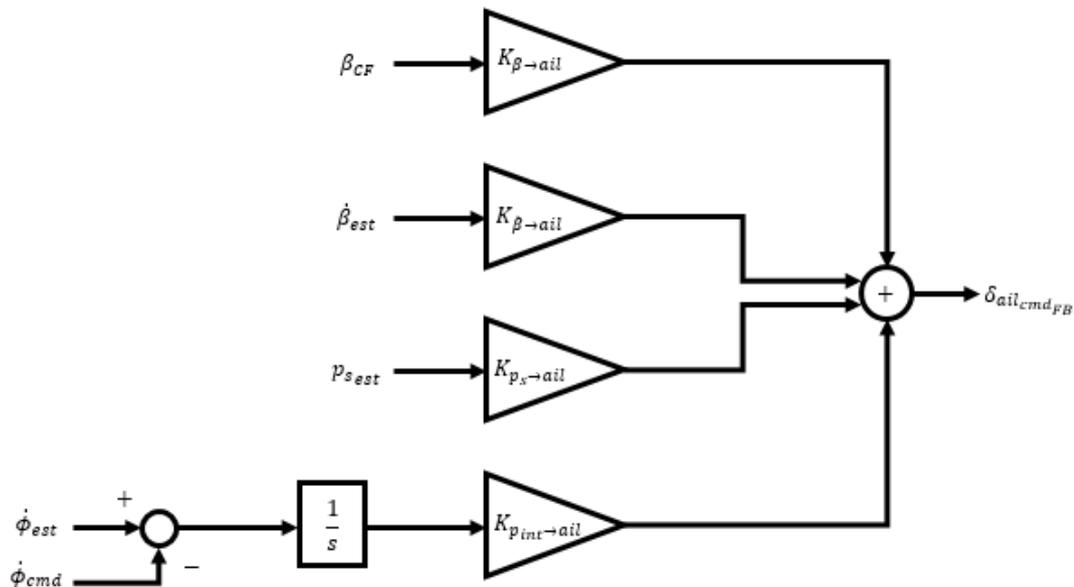


Figura 37 – Módulo da malha de realimentação para a estabilidade lateral

Já na Figura 38, verifica-se o PID do controle direcional, onde a parte proporcional resulta da multiplicação de β_{CF} por $K_{\beta \rightarrow rud}$, o caminho integral vem da multiplicação do erro entre β_{CF} e β_{cmd} por $K_{\beta_{int} \rightarrow rud}$, e, finalizando, a parcela derivativa é resultado do produto entre $\dot{\beta}_{est}$ e o seu ganho correspondente ($K_{\dot{\beta} \rightarrow rud}$). Ademais, a parte referente ao ganho de alimentação cruzada, que leva em consideração a integral erro entre $\dot{\phi}_{est}$ e $\dot{\phi}_{cmd}$, ajuda a reduzir os resíduos no ângulo de derrapagem causados pelo rolamento da aeronave.

Detalhado em 3.5.1, o LQR, técnica de controle abordada nesta parte do projeto, retorna os ganhos para cada estado do modelo linear utilizado para o cálculo do controlador.

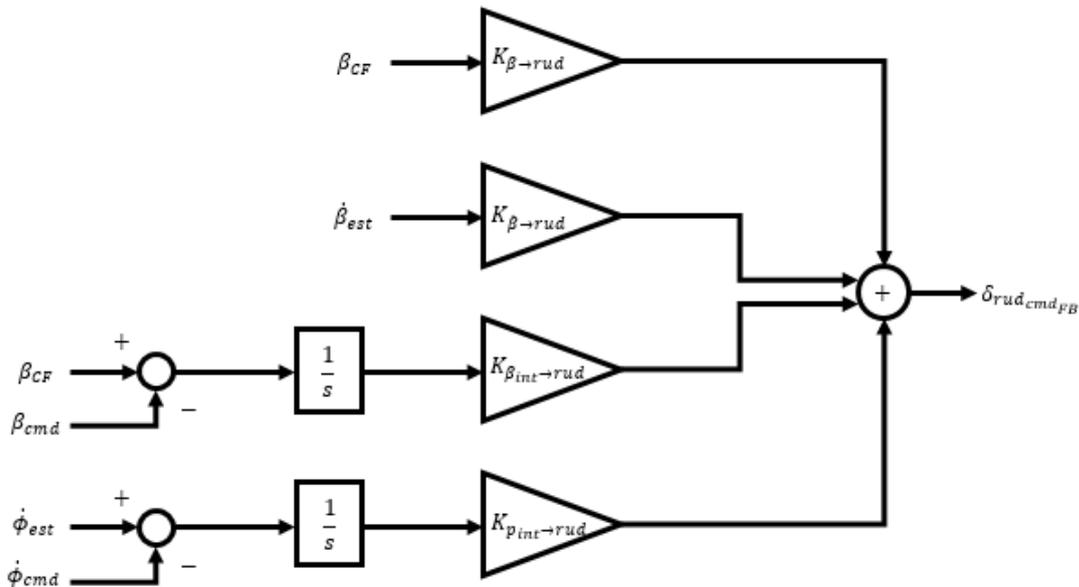


Figura 38 – Módulo da malha de realimentação para a estabilidade direcional

Desse modo, sendo uma modificação do modelo linear completo (*Atuadores + Aeronave Pura + Sensores*), um modelo mais simples é criado e deve conter de forma explícita os estados: o ângulo de derrapagem, a sua derivada e a integral do seu erro (diferença relativa ao comando direcional), além da taxa de rolamento e a integral do seu erro (diferença referente ao comando lateral).

A principal motivação para essa alteração no modelo é de diminuir a complexidade do problema a ser resolvido pelo LQR. Apenas os estados e as dinâmicas mais relevantes do sistema devem constituir-lo, caso contrário, o algoritmo de otimização pode perder tempo tentando encontrar contribuições de termos irrelevantes para o projeto de controle.

Além do mais, por simplicidade, esse novo modelo, nomeado por *Modelo do LQR*, usa p_s como uma das variáveis controladas em vez de $\dot{\phi}$, pois a diferença entre ambas não é tão crítica nesse escopo de trabalho. Além disso, o *Modelo do LQR* serve de base para o cálculo dos ganhos do controlador da malha de realimentação, sendo obtido através das etapas abaixo:

1. Simplifica-se o modelo linear de aeronave pura descrito pelas Equações 4.59, 4.60 e 4.61 de modo a obter em apenas 3 estados (β , p_s e r_s), duas entradas ($\delta_{rud_{pos}}$ e $\delta_{ail_{pos}}$), e duas saídas (β e p_s);
2. Adiciona-se modelos simplificados para os atuadores (sistemas de primeira ordem descritos na Subseção 5.2.1) e para os atrasos do sistema (*Padé* de primeira ordem considerando $L = 50$ ms, valor pertinente à soma dos atrasos equivalentes a sensores,

filtros, pré-processamento, FCC, etc.), resultando no seguinte vetor de estados $\begin{bmatrix} \beta & p_s & r_s & \delta_{rud_{dly}} & \delta_{rud_{pos}} & \delta_{ail_{dly}} & \delta_{ail_{pos}} \end{bmatrix}^T$;

3. Substitui-se, com base no conceito de transformação de similaridade de uma matriz, o estado r_s por $\dot{\beta}$ obtendo $\begin{bmatrix} \beta & p_s & \dot{\beta} & \delta_{rud_{dly}} & \delta_{rud_{pos}} & \delta_{ail_{dly}} & \delta_{ail_{pos}} \end{bmatrix}^T$;
4. Explicita-se, por meio dos estados e suas derivadas, o seguinte vetor de saídas $\begin{bmatrix} \beta & \dot{\beta} & p_s & \dot{p}_s \end{bmatrix}^T$. Ao fim dessa etapa, os estados, entradas e saídas resultantes são nomeados, nessa ordem, por $\tilde{\mathbf{x}}$, $\tilde{\mathbf{u}}$ e $\tilde{\mathbf{y}}$, e representam um modelo intermediário nomeado por *Atuadores + Aeronave Pura + Atrasos*. O próprio também apresenta as matrizes $\tilde{\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{B}}$ e $\tilde{\mathbf{C}}$ para a representação linear em espaço de estados.
5. Determina-se, apoiado no modelo de aeronave pura incluindo atuadores e atraso, as funções de transferência dos Zeros de Transmissão (Equações 5.9 e 5.10) para β e p_s , que seguem uma estrutura do tipo PID ideal e desejam atrair os polos dominantes do sistema para os zeros complexos devidamente ajustados. As mesmas são empregues em série com o modelo *Atuadores + Aeronave Pura + Atrasos* e resultam no *Modelo do LQR*, vide Figura 39.

$$y_\beta = \left(\frac{s^2 + 2\zeta_\beta \omega_\beta s + \omega_\beta^2}{s} \right) \cdot \beta \quad (5.9)$$

$$y_{p_s} = \left(\frac{s^2 + 2\zeta_{p_s} \omega_{p_s} s + \omega_{p_s}^2}{s} \right) \cdot p_s \quad (5.10)$$

Em modos gerais, os parâmetros dos Zeros de Transmissão são sintonizados de acordo com o ponto de trimagem definido para o projeto. Utilizando uma abordagem parecida com [3], tais parâmetros foram definidos como:

$$\begin{cases} \omega_\beta = \omega_{dr_{max}} \\ \zeta_\beta = 0.8 \\ \omega_{p_s} = 1/\tau_{Roll} \\ \zeta_{p_s} = 1.0 \end{cases} \quad (5.11)$$

onde $\omega_{dr_{max}}$ representa a maior frequência de *dutch-roll* levando em conta as variações de peso e CG de uma determina condição de voo, τ_{Roll} é a constante de tempo do modo natural *Roll* e, por último, tanto ζ_β quanto ζ_{p_s} são coeficientes de amortecimento do sistema.

Com isso, pode-se escrever o *Modelo do LQR* na forma de espaço de estados:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_{LQR} = \mathbf{A}_{LQR} \cdot \mathbf{x}_{LQR} + \mathbf{B}_{LQR} \cdot \mathbf{u}_{LQR} \\ \mathbf{y}_{LQR} = \mathbf{C}_{LQR} \cdot \mathbf{x}_{LQR} \end{cases} \quad (5.12)$$

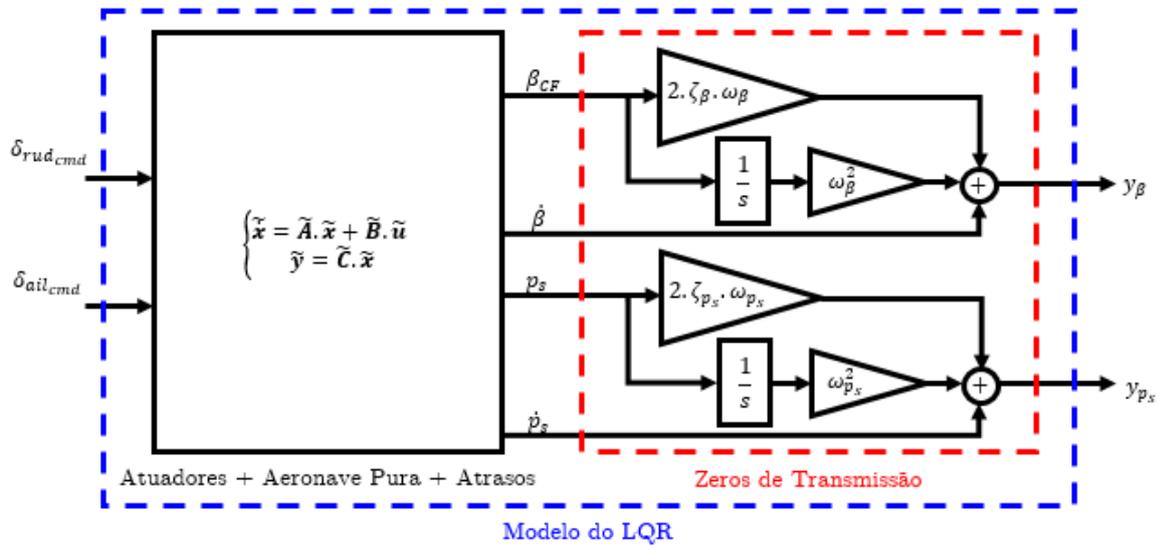


Figura 39 – Representação do *Modelo do LQR*

no qual

- $\mathbf{x}_{LQR} = \left[\beta \quad p_s \quad \dot{\beta} \quad \delta_{rud_{dly}} \quad \delta_{rud_{pos}} \quad \delta_{ail_{dly}} \quad \delta_{ail_{pos}} \quad \beta_{int} \quad p_{s_{int}} \right]^T$ - Vetor de estados;
- $\mathbf{u}_{LQR} = \left[\delta_{rud_{cmd}} \quad \delta_{ail_{cmd}} \right]^T$ - Vetor de entradas;
- $\mathbf{y}_{LQR} = \left[y_\beta \quad y_{p_s} \right]^T$ - Vetor de saídas.

Seguindo a Equação 3.4, a função custo a ser minimizada para calcular os ganhos do controlador é dada por:

$$J(\mathbf{u}_{LQR}) = \frac{1}{2} \int_0^\infty [\mathbf{y}_{LQR}^T \mathbf{Q} \mathbf{y}_{LQR} + \mathbf{u}_{LQR}^T \mathbf{R} \mathbf{u}_{LQR}] dt \quad (5.13)$$

onde \mathbf{Q} é a matriz de ponderação da saída e \mathbf{R} é a matriz de ponderação de controle. Já que o modelo presente na Equação 5.12 apresenta duas saídas e duas entradas, a dimensão de \mathbf{Q} e \mathbf{R} é 2×2 . Esses parâmetros, em conjunto aos termos dos Zeros de Transmissão, são ajustáveis de forma a encontrar o conjunto ótimo de ganhos para todos os estados do *Modelo do LQR* referente à cada entrada de controle.

Baseado nos critérios de saída do sistema, a matriz \mathbf{Q} é, em cada condição de trimagem do projeto, definida como:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1/(Q_{dir})^2 & 0 \\ 0 & 1/(Q_{lat})^2 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Da Equação 5.14, o termo Q_{dir} é calculado como $\max(0.5, \text{Coeficiente da matriz original } \mathbf{B} \text{ que relaciona leme e } \beta)$, enquanto Q_{lat} segue $\max(0.5, \text{Coeficiente da matriz original } \mathbf{B} \text{ que relaciona aileron e } p_s)$.

A matriz \mathbf{R} , no que lhe diz respeito, é tal que:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{rud} & 0 \\ 0 & R_{ail} \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

na qual R_{rud} e R_{ail} também são ajustados para cada condição de voo e correspondem à um *trade-off* entre estabilidade e desempenho. Em outras palavras, à medida que diminuimos R_{rud} ou R_{ail} , a resposta direcional ou lateral se torna mais rápida, pois tende-se a aumentar os ganhos da lei de controle, entretanto a estabilidade acaba por ser degradada. Na hora de sintonizar os controladores, esse tipo de julgamento de engenharia precisa ser analisado para ajustar os pesos corretamente.

Depois de selecionar os parâmetros dos Zeros de Transmissão e da *Equação de Riccati*, um algoritmo de otimização é executado a fim encontrar o conjunto de ganhos que minimizam a função custo e, conseqüentemente, as ações de controle da malha de realimentação. No presente trabalho, utilizou-se o método *lqry* do software *MATLAB* para minimizar a Equação 5.13, retornando a seguinte relação de ganhos:

\mathbf{K}_{LQR}	β	p_s	$\dot{\beta}$	$\delta_{rud_{dy}}$	$\delta_{rud_{pos}}$	$\delta_{ail_{dy}}$	$\delta_{ail_{pos}}$	β_{int}	$p_{s_{int}}$
$\delta_{rud_{cmd}}$	$K_{1,1}$	$K_{1,2}$	$K_{1,3}$	$K_{1,4}$	$K_{1,5}$	$K_{1,6}$	$K_{1,7}$	$K_{1,8}$	$K_{1,9}$
$\delta_{ail_{cmd}}$	$K_{2,1}$	$K_{2,2}$	$K_{2,3}$	$K_{2,4}$	$K_{2,5}$	$K_{2,6}$	$K_{2,7}$	$K_{2,8}$	$K_{2,9}$

(5.16)

Assim sendo, é possível correlacionar os ganhos descritos nas Figuras 37 e 38 com os termos da matriz \mathbf{K}_{LQR} :

$$\text{Ganhos de Realimentação do Controle Lateral: } \left\{ \begin{array}{l} K_{\beta \rightarrow ail} = K_{2,1} \\ K_{p_s \rightarrow ail} = K_{2,2} \\ K_{\dot{\beta} \rightarrow ail} = K_{2,3} \\ K_{p_{s_{int}} \rightarrow ail} = K_{2,9} \end{array} \right.$$

$$\text{Ganhos de Realimentação do Controle Direcional: } \left\{ \begin{array}{l} K_{\beta \rightarrow rud} = K_{1,1} \\ K_{\dot{\beta} \rightarrow rud} = K_{1,3} \\ K_{\beta_{int} \rightarrow rud} = K_{1,8} \\ K_{p_{s_{int}} \rightarrow rud} = K_{1,9} \end{array} \right.$$

Finalizando a malha de realimentação, pode-se verificar que os ganhos relacionados aos estados dos atuadores e dos atrasos foram desprezados, porque esses valores tendem a ser insignificantes e não contribuem consideravelmente na dinâmica de malha fechada.

Outro ponto interessante é o fato de os ganhos cruzados de $K_{p_s \rightarrow r_{rud}}$ e de $K_{\beta_{int} \rightarrow ail}$ também serem desconsiderados, assim sendo, apenas $K_{p_{s_{int}} \rightarrow r_{rud}}$, $K_{\beta \rightarrow ail}$ e $K_{\dot{\beta} \rightarrow ail}$ são encarregados de auxiliar na movimentação e diminuir o acoplamento entre os eixos.

Após o término da sintonia dos controladores da malha de realimentação, uma prática comum na indústria aeronáutica é avaliar o sistema de malha fechada considerando, essencialmente, os requisitos de estabilidade e de rejeição de perturbação. É importante comentar que essas análises devem ser realizadas com modelos mais complexos, os quais buscam representar o sistema completo de forma fidedigna, de sorte que, caso as especificações não forem atendidas, o processo de design precisa ser reiterado, modificando ou os parâmetros de sintonia ou a representação do *Modelo do LQR*. No entanto, para efeitos de simplificação, o projeto em questão somente realizou análises tendo em vista a inclusão da malha direta.

Por conseguinte, o próximo passo do *Padrão da Indústria Aeronáutica* é a sintonia dos componentes da malha direta, ou melhor, dos pré-filtros e dos controladores de pré-alimentação com o intuito de atender os demais requisitos (qualidade de voo e performance), que são basicamente ligados aos comandos do piloto.

O comando do piloto relativo ao módulo do eixo lateral (Figura 37) passa por um filtro de primeira ordem com frequência de corte em ω_{PF_ϕ} , que tem a função de atenuar as altas frequências, formando a nova referência da malha de realimentação ($\dot{\phi}_{cmd_{PF}}$).

Além disso, para melhorar o desempenho da resposta de malha fechada do sistema, considera-se um caminho de controle de pré-alimentação que resulta na ação de controle denominada por $\delta_{ail_{cmd_{FF}}}$, a qual é acrescida à componente $\delta_{ail_{cmd_{FB}}}$, constituindo o sinal de controle total para os ailerons. Esse caminho é composto por uma parcela proporcional (produto de $\dot{\phi}_{cmd}$ pelo ganho $K_{FF_{cmd \rightarrow ail}}$), e uma parte derivativa, sendo esta última formada não só pela multiplicação do comando por um ganho ($K_{FF_{cmdDot \rightarrow ail}}$), mas também por um *Wash-Out*, filtro passa-alta de primeira ordem com frequência de corte em ω_{WO} , e um *Roll-Off*, filtro passa-baixa de primeira ordem com frequência de corte em ω_{RO} .

Para o caso direcional, equivalente ao eixo lateral, um filtro de referência de segunda ordem é responsável por modificar o comando do piloto com o propósito de atenuar o conteúdo de alta frequência que alimenta o módulo de realimentação. O pré-filtro adicionado para filtrar β_{cmd} contém frequência de corte em ω_{PF_β} e ζ_{PF_β} é o coeficiente de amortecimento.

Ademais, o caminho de *feedforward* projetado para aumentar o desempenho do controle direcional leva em consideração unicamente uma parcela proporcional, a qual é formada por um ganho $K_{FF_{cmd \rightarrow r_{rud}}}$ e retorna $\delta_{rud_{cmd_{FF}}}$. Essa ação de controle é somada à componente do *feedback* direcional, compondo o sinal de controle total para o leme.

As Figuras 40 e 41 explicitam, respectivamente, as malhas diretas para os controles

lateral e direcional. Os parâmetros dos filtros, para efeitos de simplificação, sempre detêm os mesmos valores, ou seja, independem da condição de voo. Eles são retratados abaixo:

$$\text{Parâmetros Fixos da Malha Direta: } \begin{cases} \omega_{PF_\phi} = 20 \text{ rad/s} \\ \omega_{WO} = 12 \text{ rad/s} \\ \omega_{RO} = 20 \text{ rad/s} \\ \omega_{PF_\beta} = 10 \text{ rad/s} \\ \zeta_{PF_\beta} = 1 \end{cases}$$

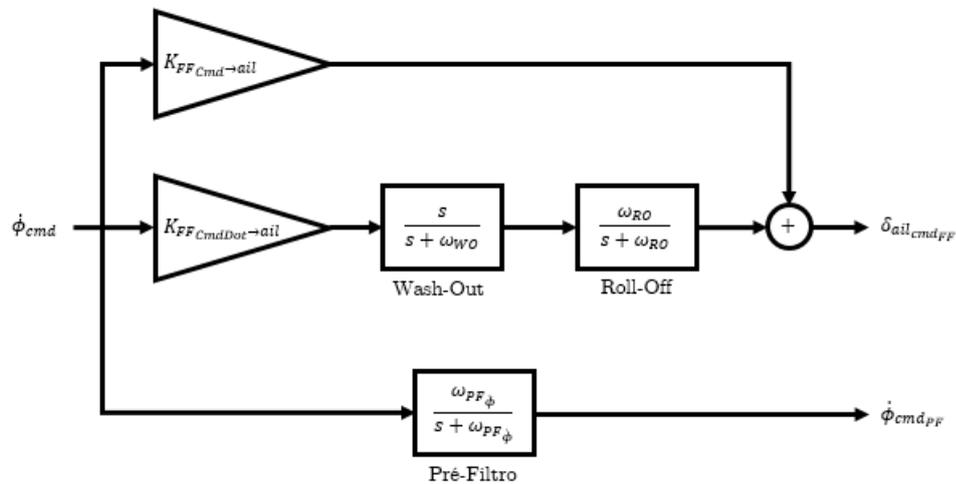


Figura 40 – Módulo da malha direta para a estabilidade lateral

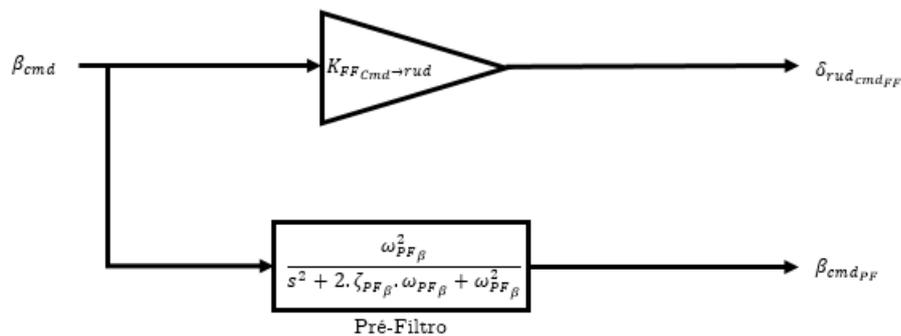


Figura 41 – Módulo da malha direta para a estabilidade direcional

Em relação aos ganhos da malha direta, nenhuma técnica de otimização é utilizada, logo os próprios são ajustados manualmente para atender os requisitos de performance e qualidade de voo. Em [21], um método interessante é exposto para o cálculo dos ganhos de *feedforward*, o qual se baseia nos modelos inversos da aeronave para cada eixo correspondente. Por exemplo, para calcular o ganho do eixo direcional, é preciso encontrar o modelo inverso da planta que relaciona β com $\delta_{rud_{pos}}$. Neste trabalho, empregou-se tal abordagem a fim de obter um chute inicial para os ganhos da malha direta.

Desse modo, o design dos controladores do *Padrão da Indústria Aeronáutica* está finalizado. A Figura 42 descreve o diagrama de controle completo, onde fica visível todos módulos pertinentes à malha de realimentação e malha direta.

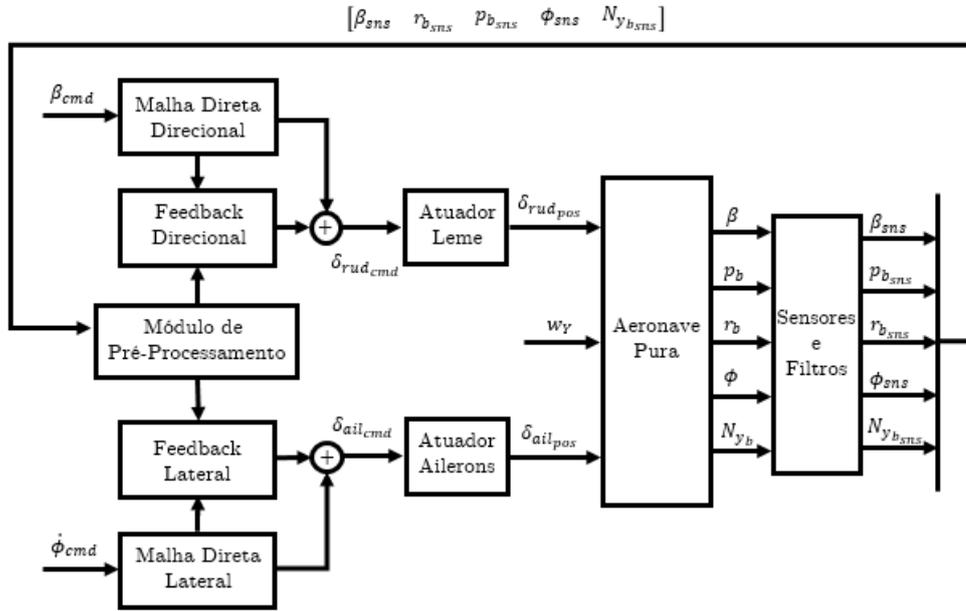


Figura 42 – Esquema de controle final para o *Padrão da Indústria Aeronáutica*

5.6.2 Método Proposto

Recapitulando, o *Método Proposto* realiza a sintonização dos controladores a partir da minimização da função custo retratada na Equação 3.14, o que unifica os projetos das malhas de realimentação e direta em uma única etapa. No entanto, o GPC, o algoritmo de Controle Preditivo Baseado em Modelo utilizado nesta parte do projeto, pode ser representado por uma estrutura contendo um preditor ótimo e um controle de dois graus de liberdade.

O primeiro passo para encontrar tal estrutura equivalente é reescrever a Equação 3.13:

$$\begin{aligned}
 J = & \mathbf{u}^T (\mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda) \mathbf{u} + \\
 & 2(\mathbf{G}_l \mathbf{u}_l + \mathbf{S} \mathbf{y}_l - \mathbf{w})^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G} \mathbf{u} + \\
 & (\mathbf{G}_l \mathbf{u}_l + \mathbf{S} \mathbf{y}_l - \mathbf{w})^T \mathbf{Q}_\delta (\mathbf{G}_l \mathbf{u}_l + \mathbf{S} \mathbf{y}_l - \mathbf{w})
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

Minimizando J em relação \mathbf{u} , obtém-se:

$$\mathbf{M}_{GPC} \mathbf{u} = \mathbf{P}_0 \mathbf{y}_l + \mathbf{P}_1 \mathbf{u}_l + \mathbf{P}_2 \mathbf{w} \tag{5.18}$$

onde $\mathbf{M}_{GPC} = \mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda$ e $\mathbf{P}_{2_{GPC}} = \mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta$ são matrizes de dimensão $N \times N$, enquanto $\mathbf{P}_{0_{GPC}} = -\mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{S}$ é de dimensão $N \times (na + 1)$ e $\mathbf{P}_{1_{GPC}} = -\mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G}_l$ é de dimensão $N \times nb$.

Lembrando que apenas o primeiro valor de $\Delta u(t)$ é computado para a lei de controle, sendo \mathbf{m}_{GPC} a primeira linha da matriz \mathbf{M}_{GPC} , tem-se:

$$\Delta u(t) = \mathbf{m}_{GPC} \mathbf{P}_{0_{GPC}} \mathbf{y}_l + \mathbf{m}_{GPC} \mathbf{P}_{1_{GPC}} \mathbf{u}_l + \mathbf{m}_{GPC} \mathbf{P}_{2_{GPC}} \mathbf{w} \quad (5.19)$$

Por conseguinte, reescreve-se $\Delta u(t)$ como:

$$\begin{aligned} \Delta u(t) = & l_{y_1} \hat{y}(t + d | t) + \dots + l_{y_{na+1}} \hat{y}(t + d - na | t) + \\ & l_{u_1} \Delta u(t - 1) + \dots + l_{u_{nb}} \Delta u(t - nb) + \\ & \sum_{i=1}^N f_i(t + d + i) \end{aligned} \quad (5.20)$$

na qual $\mathbf{m}_{GPC} \mathbf{P}_{0_{GPC}} = [l_{y_1}, \dots, l_{y_{na+1}}]$, $\mathbf{m}_{GPC} \mathbf{P}_{1_{GPC}} = [l_{u_1}, \dots, l_{u_{nb}}]$ e $\mathbf{m}_{GPC} \mathbf{P}_{2_{GPC}} = [f_1, \dots, f_N]$. Desse modo, o diagrama de blocos referente à lei de controle do GPC é evidenciado abaixo:

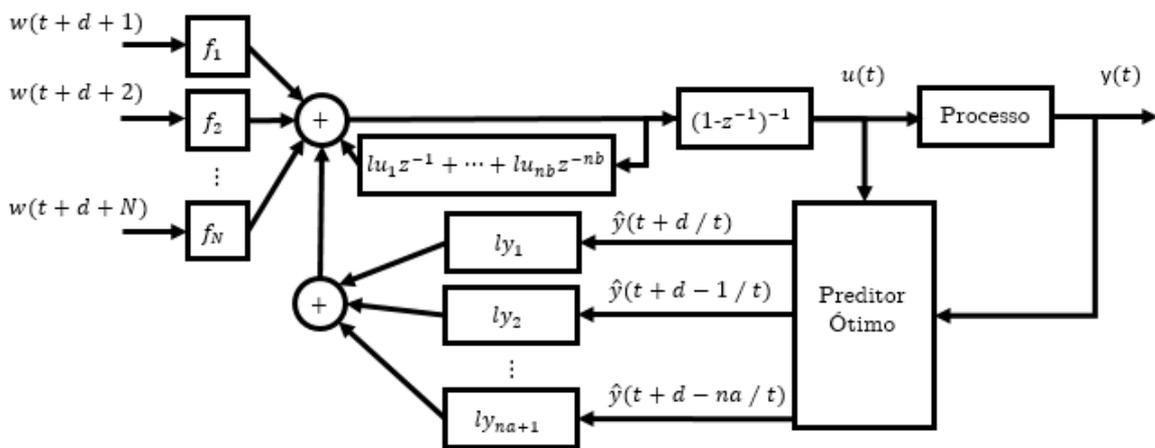


Figura 43 – Esquema de controle para o GPC. Adaptada de [4]

É importante comentar alguns pontos acerca da representação da Figura 43:

- Os coeficientes l_{y_i} , l_{u_i} e f_i são funções dos parâmetros do processo (a_i e b_i) e de ajuste do GPC (N , $\delta(i)$ e $\lambda(i)$);
- O controlador primário tem a mesma ordem do modelo do processo e é sintonizado utilizando um procedimento de otimização ao invés de métodos clássicos;
- A fim de compreender as propriedades do controlador calculado via GPC, o esquemático demonstrado é de suma importância. Contudo, o mesmo só é válido para um caso SISO e que não há restrições para a minimização da função custo.

A partir da última informação comentada anteriormente, para o caso de estudo deste trabalho, é preciso utilizar a abordagem genérica da Figura 35, já que o processo a ser controlado é MIMO e haverá restrições no sinal de controle. Conceitualmente o problema MPC MIMO não se modifica em relação ao caso SISO, ou seja, ainda haverá modelo de predição, função custo, parâmetros de ajuste e restrições, porém agora levando em conta um sistema que têm múltiplas entradas e saídas.

Com isso, o ponto de início do *Método Proposto* é adequar o modelo linear multivariável proposto na Figura 31 somado ao módulo de pré-processamento discutido em 5.5 com o intuito de definir o modelo de predição para o GPC. As etapas subsequentes demonstram o procedimento utilizado para obter o modelo de predição MIMO:

1. Utilizando a abordagem de função de transferência destacada pela Equação 4.62, modifica-se o modelo da aeronave pura para:

$$\begin{bmatrix} \beta \\ p_b \\ r_b \\ \phi \\ N_{y_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{u_{11}} & G_{u_{12}} \\ G_{u_{21}} & G_{u_{22}} \\ G_{u_{31}} & G_{u_{32}} \\ G_{u_{41}} & G_{u_{42}} \\ G_{u_{51}} & G_{u_{52}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{rud_{pos}} \\ \delta_{ail_{pos}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{q_1} \\ G_{q_2} \\ G_{q_3} \\ G_{q_4} \\ G_{q_5} \end{bmatrix} w_Y$$

2. Adiciona-se tanto os modelos lineares de segunda ordem dos atuadores (Tabela 7) quanto os modelos lineares dos sensores (Tabela 9), resultando no conjunto *Atuadores + Aeronave Pura + Sensores* na forma de funções de transferência:

$$\begin{bmatrix} \beta_{sns} \\ p_{b_{sns}} \\ r_{b_{sns}} \\ \phi_{sns} \\ N_{y_{b_{sns}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{rud_2} G_{u_{11}} G_{\beta_{sns}} & G_{ail_2} G_{u_{12}} G_{\beta_{sns}} \\ G_{rud_2} G_{u_{21}} G_{p_{b_{sns}}} & G_{ail_2} G_{u_{22}} G_{p_{b_{sns}}} \\ G_{rud_2} G_{u_{31}} G_{r_{b_{sns}}} & G_{ail_2} G_{u_{32}} G_{r_{b_{sns}}} \\ G_{rud_2} G_{u_{41}} G_{\phi_{sns}} & G_{ail_2} G_{u_{42}} G_{\phi_{sns}} \\ G_{rud_2} G_{u_{51}} G_{N_{y_{b_{sns}}}} & G_{ail_2} G_{u_{52}} G_{N_{y_{b_{sns}}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{rud_{cmd}} \\ \delta_{ail_{cmd}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{q_1} G_{\beta_{sns}} \\ G_{q_2} G_{p_{b_{sns}}} \\ G_{q_3} G_{r_{b_{sns}}} \\ G_{q_4} G_{\phi_{sns}} \\ G_{q_5} G_{N_{y_{b_{sns}}}} \end{bmatrix} w_Y$$

3. Já que uma das variáveis do processo é a taxa do ângulo de *Euler* relativo ao rolamento, é preciso acrescentar o módulo de pré-processamento a fim de estimar $\dot{\phi}_{est}$ (Equação 5.7). Em relação ao ângulo de derrapagem, por simplicidade, optou-se por utilizar β_{sns} para a definição do modelo de predição ao invés de β_{CF} (a fim de obter a saída relativa ao filtro complementar seria necessário manipular as Equações 5.5 e 5.8, o que aumentaria consideravelmente a ordem do preditor, podendo gerar erros numéricos). Diante disso, segue a modelagem abaixo:

$$\begin{bmatrix} \beta_{sns} \\ \dot{\phi}_{est} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{\beta_{sns} \rightarrow rud} & G_{\beta_{sns} \rightarrow ail} \\ G_{\dot{\phi}_{est} \rightarrow rud} & G_{\dot{\phi}_{est} \rightarrow ail} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{rud_{cmd}} \\ \delta_{ail_{cmd}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{\beta_{sns} \rightarrow w_Y} \\ G_{\dot{\phi}_{est} \rightarrow w_Y} \end{bmatrix} w_Y$$

onde

$$\left\{ \begin{array}{l} G_{\beta_{sns} \rightarrow rud} = G_{rud_2} G_{u_{11}} G_{\beta_{sns}} \\ G_{\beta_{sns} \rightarrow ail} = G_{ail_2} G_{u_{12}} G_{\beta_{sns}} \\ G_{\beta_{sns} \rightarrow w_T} = G_{q_1} G_{\beta_{sns}} \\ G_{\dot{\phi}_{est} \rightarrow rud} = G_{rud_2} G_{u_{21}} G_{p_{b_{sns}}} + \\ \quad \cos(\phi_{eq}) \cdot \tan(\theta_{eq}) \cdot G_{rud_2} G_{u_{31}} G_{r_{b_{sns}}} + \\ \quad \tan(\theta_{eq}) \cdot [q_{beq} \cdot \cos(\phi_{eq}) - r_{beq} \cdot \sin(\phi_{eq})] \cdot G_{rud_2} G_{u_{41}} G_{\phi_{sns}} \\ G_{\dot{\phi}_{est} \rightarrow ail} = G_{ail_2} G_{u_{22}} G_{p_{b_{sns}}} + \\ \quad \cos(\phi_{eq}) \cdot \tan(\theta_{eq}) \cdot G_{ail_2} G_{u_{32}} G_{r_{b_{sns}}} + \\ \quad \tan(\theta_{eq}) \cdot [q_{beq} \cdot \cos(\phi_{eq}) - r_{beq} \cdot \sin(\phi_{eq})] \cdot G_{ail_2} G_{u_{42}} G_{\phi_{sns}} \\ G_{\dot{\phi}_{est} \rightarrow w_T} = G_{q_2} G_{p_{b_{sns}}} + \\ \quad \cos(\phi_{eq}) \cdot \tan(\theta_{eq}) \cdot G_{q_3} G_{r_{b_{sns}}} + \\ \quad \tan(\theta_{eq}) \cdot [q_{beq} \cdot \cos(\phi_{eq}) - r_{beq} \cdot \sin(\phi_{eq})] \cdot G_{q_4} G_{\phi_{sns}} \end{array} \right.$$

e as variáveis com o item subscrito eq são os seus valores correspondentes no ponto de trimagem do modelo linearizado.

- Como todas as funções de transferências calculadas previamente estão no domínio s , realiza-se a discretização das mesmas (o tempo de amostragem utilizado será tratado a posteriori), modificando para o domínio z . Além disso, altera-se as funções de transferência a fim de encontrar um denominador comum para cada saída:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 = \frac{z^{-1}B_{11}(z^{-1})}{A_1(z^{-1})} z^{-d_{11}} \cdot u_1 + \frac{z^{-1}B_{12}(z^{-1})}{A_1(z^{-1})} z^{-d_{12}} \cdot u_2 + \frac{W_1(z^{-1})}{A_1(z^{-1})} \cdot w_T \\ y_2 = \frac{z^{-1}B_{21}(z^{-1})}{A_2(z^{-1})} z^{-d_{21}} \cdot u_1 + \frac{z^{-1}B_{22}(z^{-1})}{A_2(z^{-1})} z^{-d_{22}} \cdot u_2 + \frac{W_2(z^{-1})}{A_2(z^{-1})} \cdot w_T \end{array} \right.$$

sendo $y_1 = \beta$, $y_2 = \dot{\phi}_{est}$, $u_1 = \delta_{rud_{cmd}}$ e $u_2 = \delta_{ail_{cmd}}$. Os denominadores comuns (A_1 e A_2) são encontrados via mínimo múltiplo comum polinomial, e, conseqüentemente, pode-se encontrar as matrizes B_{ij} (numeradores para cada relação de saída i e entrada j) e W_i (numeradores relativos à cada saída i devido à perturbação w_T). Nota-se que os atrasos são explicitados somente para as entradas referente a cada saída (d_{ij}), portanto, caso haja atraso na dinâmica da perturbação, o próprio aparecerá em W_i . Ainda é possível reescrever essa representação na forma matricial, resultando em:

$$\mathbf{A}(z^{-1})\mathbf{y}(t) = \mathbf{D}(z^{-1})\mathbf{B}(z^{-1})\mathbf{u}(t-1) + \mathbf{W}(z^{-1}) \cdot w_T(t) \quad (5.21)$$

na qual $\mathbf{A}(z^{-1})$ é uma matriz diagonal de polinômios com os elementos de $A_i(z^{-1})$, $\mathbf{B}(z^{-1})$ é uma matriz de polinômios com os termos $B_{ij}(z^{-1})$, $\mathbf{D}(z^{-1})$ é uma matriz diagonal de polinômios com os elementos $z^{-d_i} = \min_j [d_{ij}]$ e $\mathbf{W}(z^{-1})$ é uma matriz coluna de polinômios com os itens W_i .

- Analogamente à dedução descrita para um sistema monovariável em 3.5.2, assume-se um modelo *CARIMA* para calcular as saídas preditas do caso de estudo, logo:

$$\mathbf{A}(z^{-1})\mathbf{y}(t) = \mathbf{D}(z^{-1})\mathbf{B}(z^{-1})\mathbf{u}(t-1) + \mathbf{W}(z^{-1}) \cdot w_T(t) + \frac{\mathbf{e}(t)}{\Delta}$$

onde $\mathbf{e}(t)$ é o vetor com termos de ruído branco de média nula para cada saída. Reiterando as manipulações efetuadas com o propósito de encontrar a Equação 3.12, encontra-se o seguinte modelo de predição para o caso MIMO:

$$\hat{\mathbf{y}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{i1} & \mathbf{G}_{i2} & \cdots & \mathbf{G}_{im} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_1 \\ \Delta \mathbf{u}_2 \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{li1} & \mathbf{G}_{li2} & \cdots & \mathbf{G}_{lim} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_{l1} \\ \Delta \mathbf{u}_{l2} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}_{lm} \end{bmatrix} + \mathbf{S}_i \mathbf{y}_{li} \\ + \mathbf{G}_{w_i} \Delta \mathbf{w}_T$$

onde

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\mathbf{y}}_i = \left[\hat{y}_i(t + d_i + 1 | t) \quad \hat{y}_i(t + d_i + 2 | t) \quad \cdots \quad \hat{y}_i(t + d_i + N_i | t) \right]^T \\ \Delta \mathbf{u}_j = \left[\Delta u_j(t) \quad \Delta u_j(t + 1) \quad \cdots \quad \Delta u_j(t + N_{u_j}) \right]^T \\ \Delta \mathbf{u}_{lj} = \left[\Delta u_j(t - 1) \quad \Delta u_j(t - 2) \quad \cdots \quad \Delta u_j(t - nb_{ij}) \right]^T \\ \mathbf{y}_i = \left[\hat{y}_i(t + d_i | t) \quad \hat{y}_i(t + d_i - 1 | t) \quad \cdots \quad \hat{y}_i(t + d_i - na_i | t) \right]^T \\ \Delta \mathbf{w}_T = \left[\Delta w_T(t) \quad \Delta w_T(t - 1) \quad \cdots \quad \Delta w_T(t - nw) \right]^T \end{array} \right.$$

sendo $i = 1, \dots, n$ (n é o número de saídas) e $j = 1, \dots, m$ (m é o número de entradas). Ao se considerar a forma matricial completa para o caso de estudo, tem-se:

$$\hat{\mathbf{y}}_M = \mathbf{G}_M \Delta \mathbf{u}_M + \mathbf{G}_{lM} \Delta \mathbf{u}_{lM} + \mathbf{S}_M \mathbf{y}_{lM} + \mathbf{G}_{wM} \Delta \mathbf{w}_T$$

na qual

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\mathbf{y}}_M = \left[\hat{\mathbf{y}}_1 \quad \hat{\mathbf{y}}_2 \right]^T \\ \Delta \mathbf{u}_M = \left[\Delta \mathbf{u}_1 \quad \Delta \mathbf{u}_2 \right]^T \\ \Delta \mathbf{u}_{lM} = \left[\Delta \mathbf{u}_{l1} \quad \Delta \mathbf{u}_{l2} \right]^T \\ \mathbf{y}_{lM} = \left[\mathbf{y}_{l1} \quad \mathbf{y}_{l2} \right]^T \end{array} \right.$$

Considerando $\mathbf{f}_{rM} = \mathbf{G}_{lM} \Delta \mathbf{u}_{lM} + \mathbf{S}_M \mathbf{y}_{lM} + \mathbf{G}_{wM} \Delta \mathbf{w}$ como a resposta livre do sistema, obtém-se o modelo de predição final:

$$\hat{\mathbf{y}}_M = \mathbf{G}_M \Delta \mathbf{u}_M + \mathbf{f}_{rM} \quad (5.22)$$

em que $\hat{\mathbf{y}}_M$ é o vetor de saídas previstas de dimensão $(N_1 + N_2) \times 1$, \mathbf{G}_M é a matriz correspondente aos controles futuros de dimensão $(N_1 + N_2) \times (N_{u_1} + N_{u_2})$, $\Delta \mathbf{u}_M$ é o vetor de controles futuros de dimensão $(N_{u_1} + N_{u_2}) \times 1$ e \mathbf{f}_{rM} é o vetor das respostas livres de dimensão $(N_1 + N_2) \times 1$.

Todas as etapas anteriores demonstram a elaboração formal do modelo de predição, o que exige uma formulação matemática mais primorosa, contudo o método de implementação

do GPC MIMO é simples de certa forma. Com base na Equação 5.22, as matrizes \mathbf{G}_M e \mathbf{f}_{r_M} precisam ser determinadas para calcular as saídas previstas. A primeira delas pode ser calculada a partir da resposta ao degrau de todas as variáveis de processo para cada variável manipulada, ou seja, os termos de \mathbf{G}_{ij} estão relacionados aos coeficientes da resposta ao degrau da saída i em relação a entrada j , compondo, assim, a matriz \mathbf{G}_M . Como os modelos lineares propostos são invariantes no tempo, a matriz \mathbf{G}_M é sempre fixa para cada ponto de operação, não precisando ser obtida a cada instante de amostragem. Em contrapartida, a matriz da resposta livre (\mathbf{f}_{r_M}) é calculada a cada iteração de controle por meio de simulações do modelo representado por equações às diferenças (Equação 5.21), guardando os valores das entradas passadas e mantendo constantes as entradas futuros.

Adaptando a Equação 3.14 para o sistema MIMO do trabalho em questão, define-se a função custo a ser minimizada no cálculo da lei de controle:

$$J = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{u}_M^T \mathbf{H}_M \Delta \mathbf{u}_M + \mathbf{b}_M^T \cdot \Delta \mathbf{u}_M \cdot \mathbf{b}_M + f_{0_M} \quad (5.23)$$

sendo

$$\begin{cases} \mathbf{H}_M = 2(\mathbf{G}_M^T \mathbf{Q}_{\delta_M} \mathbf{G}_M + \mathbf{Q}_{\lambda_M}) \\ \mathbf{b}_M^T = 2(\mathbf{f}_{r_M} - \mathbf{w}_M)^T \mathbf{G}_M \\ f_{0_M} = (\mathbf{f}_{r_M} - \mathbf{w}_M)^T (\mathbf{f}_{r_M} - \mathbf{w}_M) \end{cases}$$

Desse modo, o próximo passo é definir os parâmetros de ajuste para a otimização da função objetivo:

- Tempo de amostragem - A partir das especificações de performance (Tabela 10), verifica-se que o menor tempo de subida a ser atendido é de 1s para $\dot{\phi}$. Pelas boas práticas da indústria, sabe-se que uma boa aproximação para o tempo de amostragem é tal que $T_s = t_{95\%_{MF}}/20$. Entretanto, optou-se por utilizar o tempo de subida mínimo como base de cálculo, pois não havia especificação de tempo de assentamento, logo $T_s = t_{90\%_{MF_{min}}}/20 = 50$ ms. Se as especificações temporais tivessem uma diferença muito grande ao levar em conta β e $\dot{\phi}$, seria necessário calcular um tempo de amostragem específico para cada saída do sistema, o que não ocorre no caso de estudo em questão, por isso considera-se tempo de amostragem igual para ambos;
- Horizontes de predição - Pelas Figuras 23 e 24, nota-se que β e p_b (este último compõe a maior parte da resposta de $\dot{\phi}$) estabilizam em um intervalo fixo de valores próximo a 3 segundos, isto é, o tempo necessário para capturar a dinâmica de malha aberta. Desse modo, assumindo que o horizonte de predição pode ser calculado como

a divisão do tempo de assentamento de malha aberta pelo tempo de amostragem ($N = t_{95\%_{MA}}/T_s$), encontra-se $N = N_1 = N_2 = 60$;

- Horizonte de controle - Esse parâmetro foi ajustado manualmente analisando as respostas obtidas. Encontrou-se um valor razoável quando $N_u = 20$ para as duas variáveis de controle, logo $N_u = N_{u_1} = N_{u_2}$;
- Matrizes de ponderações - Assumiu-se a matriz de ponderação dos erros equivalente à matriz identidade ($\mathbf{Q}_\delta = \mathbf{I}$), enquanto os valores das ponderações de cada entrada de controle, que configuram a matriz \mathbf{Q}_{λ_M} , foram ajustados manualmente de acordo com a condição de voo estabelecida.

Outro item a ser considerado para a otimização é a trajetória de referência (\mathbf{w}_M). Uma das vantagens do controle preditivo é que se o futuro da referência é conhecido a priori, o sistema pode atuar antes que a mudança de fato ocorra, evitando, então, os efeitos de atraso na resposta do processo. Apesar dessa peculiaridade interessante do MPC, o caso de estudo utilizou $w_i(t+k) = r_i(t)$, $k = 1, \dots, N_i$ para cada saída i . Em outras palavras, as referências futuras são mantidas constantes em todo horizonte de predição, considerando o valor do tempo atual.

As restrições, por sua vez, são os últimos pontos que entram na função custo a fim de se obter a lei de controle correspondente. O presente trabalho adota apenas restrições nos sinais de controle e nos seus incrementos, além disso, de forma análoga à Subseção 3.5.2.2, é preciso conceitua-las na forma matricial, explicitando sempre a variável de decisão do otimizador ($\Delta \mathbf{u}_M$):

- Restrições nos sinais de controle:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{T} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{T} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_M = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \cdot (u_{1_{max}} - u_1(k-1)) \\ -\mathbf{1} \cdot (u_{1_{min}} - u_1(k-1)) \\ \mathbf{1} \cdot (u_{2_{max}} - u_2(k-1)) \\ -\mathbf{1} \cdot (u_{2_{min}} - u_2(k-1)) \end{bmatrix}$$

- Restrições nos incrementos de controle:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_M = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \cdot \Delta u_{1_{max}} \\ -\mathbf{1} \cdot \Delta u_{1_{min}} \\ \mathbf{1} \cdot \Delta u_{2_{max}} \\ -\mathbf{1} \cdot \Delta u_{2_{min}} \end{bmatrix}$$

Os valores máximos e mínimos dos sinais de controle e seus incrementos foram retirados da Tabela 8. É essencial lembrar que, por se tratar de um modelo linearizado, os valores das entradas de controles do GPC são variações acerca de seus valores trimados,

enquanto os limites tabelados são absolutos. Ademais, é necessário adequar o incremento de controle, modificando-o conforme o tempo de amostragem selecionado.

Por fim, o último procedimento está atrelado a obtenção da lei de controle, a qual se dá mediante à solução da expressão subsequente:

$$\begin{aligned} & \underset{\Delta \mathbf{u}_M}{\text{minimizar}} && J(\Delta \mathbf{u}_M) \\ & \text{s.t.} && \boldsymbol{\alpha}_M \cdot \Delta \mathbf{u}_M \leq \boldsymbol{\beta}_M \end{aligned} \quad (5.24)$$

onde J é a função objetivo descrita na Equação 5.23, e não somente a matriz $\boldsymbol{\alpha}_M$, como também a matriz $\boldsymbol{\beta}_M$ se referem às restrições comentadas anteriormente.

No projeto, utilizou-se o método *quadprog* do software *MATLAB* para minimizar a Equação 5.24, o qual retorna os incrementos de controle futuros das duas entradas de controle. Pela caracterização do MPC, apenas os primeiros valores de cada variável manipulada ($\Delta u_1(t)$ e $\Delta u_2(t)$) são aproveitados e, à vista disso, são aplicados no processo. O procedimento completo, desde o cálculo das respostas livres até encontrar a nova lei de controle, é reproduzido a cada período de amostragem, findando o design do controlador do *Método Proposto*.

6 Resultados

Neste capítulo, os principais resultados da lei de controle de voo latero-direcional são apresentados para as duas técnicas de controle propostas (LQR com Zeros de Transmissão e Controle Preditivo Baseado em Modelo). É importante citar que, analogamente aos projetos de controle, as análises também foram realizadas no domínio linear. Além disso, para facilitar a visualização dos resultados e a verificação dos requisitos, a maioria das figuras apresenta as respostas da aeronave de forma agrupada para todas as condições de voo estabelecidas. O capítulo atual é dividido em quatro partes: inicialmente, comenta-se sobre a implementação de cada lei de controle para o presente trabalho a fim de obter os seus respectivos resultados; em seguida, as respostas temporais de cada projeto são evidenciados, destacando o comportamento de importantes variáveis da aeronave em consequência das entradas do piloto (referências) e da perturbação de vento; depois, os aspectos de conformidade em relação às especificações de projeto são discutidas; por fim, há uma comparação entre as técnicas para condições de voo particulares.

6.1 Aspectos de Implementação

Ainda que ambas as técnicas de controle implementadas utilizaram o software *MATLAB/Simulink* desde a sua concepção até a análise de resultados, cada um apresenta suas singularidades ao se implementar os ambientes de design e simulação, os quais são retratados nesta seção.

Antes de citar as singularidades de cada design, é preciso recapitular algumas informações sobre a modelagem do processo. A representação não-linear da aeronave pura foi desenvolvida por completo no ambiente *Simulink* e, a partir de um código no *MATLAB*, conseguiu-se linearizá-la em cada ponto da Tabela 4, obtendo, assim, os modelos lineares em espaço de estados (Equações 4.59, 4.60 e 4.61).

Com base em tais modelos, para o *Padrão da Indústria Aeronáutica*, criou-se uma rotina para obter o *Modelo do LQR* (Equação 5.12) e, conseqüentemente, calcular os ganhos da malha de realimentação via minimização da função custo do LQR (Equação 5.13). Em vista disso, seguindo o esquemático da Figura 42, construiu-se um diagrama no *Simulink* com o intuito de simular o sistema em malha fechada, então gerando os resultados desejados. Nessa última etapa, não só os ganhos da malha direta, que por definição já seriam ajustados manualmente, como também os ganhos da malha de realimentação necessitaram de pequenas modificações para que os requisitos fossem atendidos.

Por outro lado, o *Método Proposto* somente decorreu-se por meio de *scripts* do

MATLAB, seguindo a concepção básica de um pseudoalgoritmo de controle, vide Figura 44.

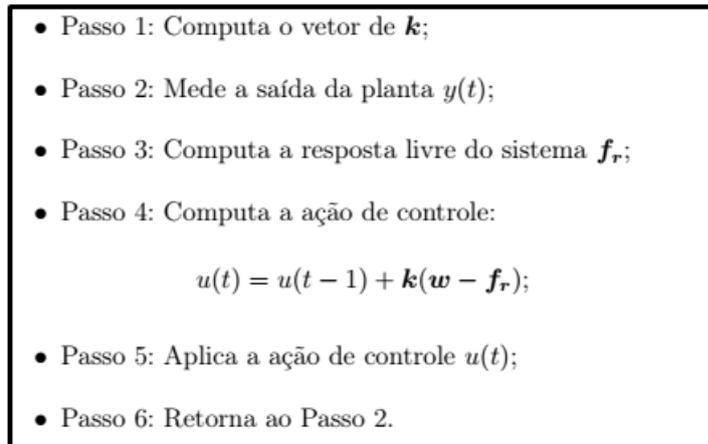


Figura 44 – Pseudocódigo do controle implementado no *Método Proposto*

6.2 Respostas no Tempo

As respostas temporais da aeronave são apresentadas nesta seção levando em conta dois pontos: comandos do piloto e perturbação de rajada de vento. Uma vez que as análises são executadas no domínio linear, todos os gráficos foram convencionados para entradas unitárias, pois, caso as magnitudes dos sinais de entrada fossem amplificadas, as respostas da aeronave somente seriam amplificadas pela mesma proporção, logo não havendo razão para verificar tal circunstância.

As Figuras 45 e 46 expressam os resultados da aplicação um degrau unitário em $\dot{\phi}_{cmd}$ durante 15 segundos. Nota-se que, tanto para o *Padrão da Indústria Aeronáutica* quanto para o *Método Proposto*, o valor de β permaneceu dentro do intervalo esperado, isto é, menor que 0.1 graus (10% do degrau unitário) perdurando toda a simulação.

Realizando ensaios similares, nas Figuras 47 e 48, é possível analisar que as respostas ao degrau unitário de β_{cmd} são predominantemente de segunda ordem, o que não ocorre para os resultados referentes a um *step* em $\dot{\phi}_{cmd}$, os quais, no que lhe dizem respeito, se assemelham a um sistema de primeira ordem.

Ademais, é importante verificar que as respostas de $\dot{\phi}_{cmd}$ e β_{cmd} satisfazem os critérios de sobressinal (menor de 10%) e tempo de subida (entre 1 e 2 segundos para $\dot{\phi}$, e entre 2 e 3 segundos para β) tendo em vista os indicadores nos gráficos que representam os critérios de design. Outro ponto relevante a ser discutido é que as variáveis de processo, nos seus respectivos casos de análise, respeitam a exigência de regime permanente, demonstrando sempre um erro menor do que 5%.

Finalmente, a rejeição da perturbação de rajada de vento lateral também é analisada de modo a avaliar como a aeronave retorna a sua condição estável e qual é o comportamento

das demais variáveis. A especificação descrita na Subseção 5.3.3 estabelece que a resposta da aceleração lateral deve apresentar o segundo pico menor ou igual em magnitude ao primeiro pico manifestado.

As Figuras 49 e 50 exibem as respostas do sistema em malha fechada para uma perturbação do tipo degrau em w_Y . Em ambos os casos, verifica-se que a diretriz de projeto é atendida e que a aeronave volta para o estado estacionário, não apenas estabelecendo uma posição estável para os atuadores (leme e ailerons), mas também evidenciando valores aceitáveis para as magnitudes dos sinais de interesse do controle latero-direcional.

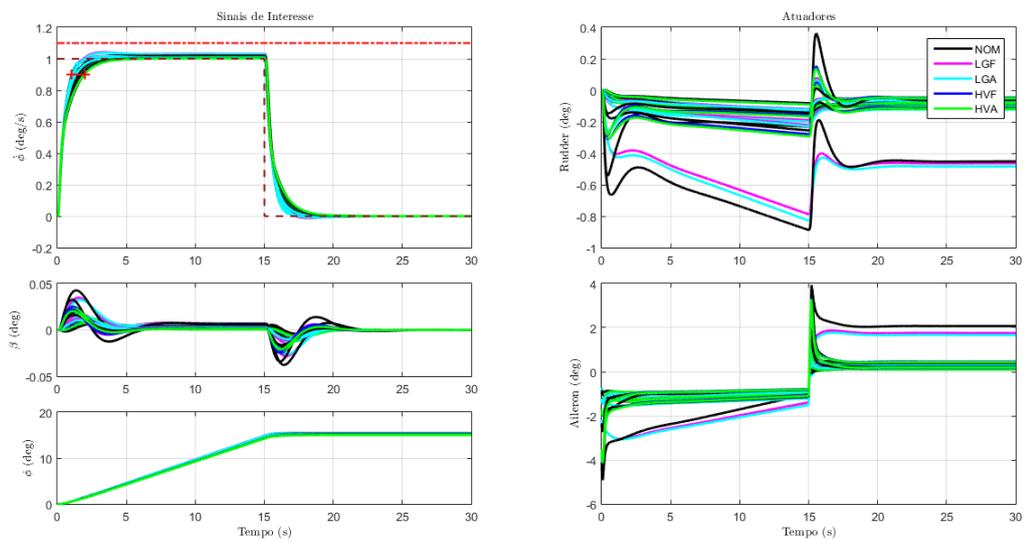


Figura 45 – Resposta ao degrau unitário de $\dot{\phi}_{cmd}$ - *Padrão da Indústria Aeronáutica*

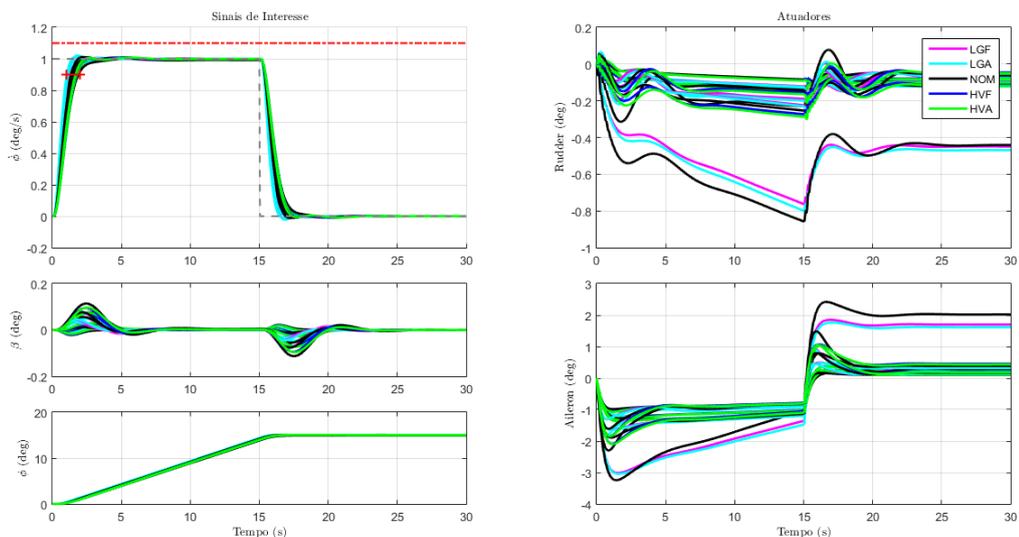


Figura 46 – Resposta ao degrau unitário de $\dot{\phi}_{cmd}$ - *Método Proposto*

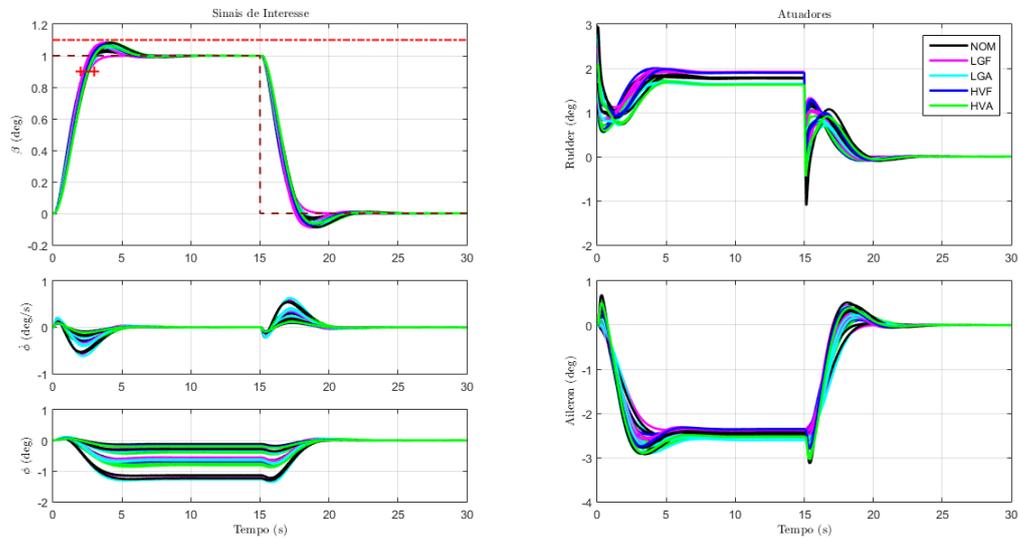


Figura 47 – Resposta ao degrau unitário de β_{cmd} - *Padrão da Indústria Aeronáutica*

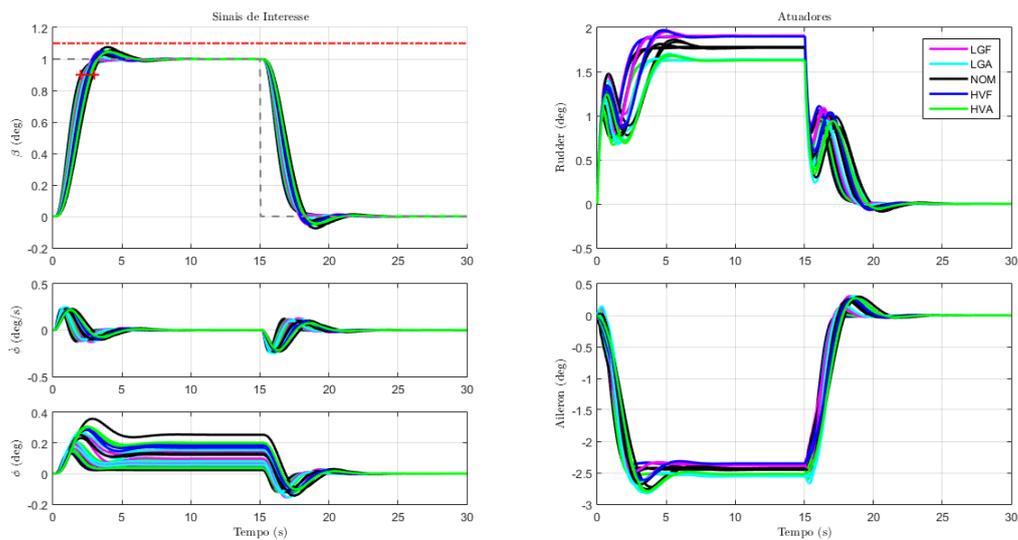


Figura 48 – Resposta ao degrau unitário de β_{cmd} - *Método Proposto*

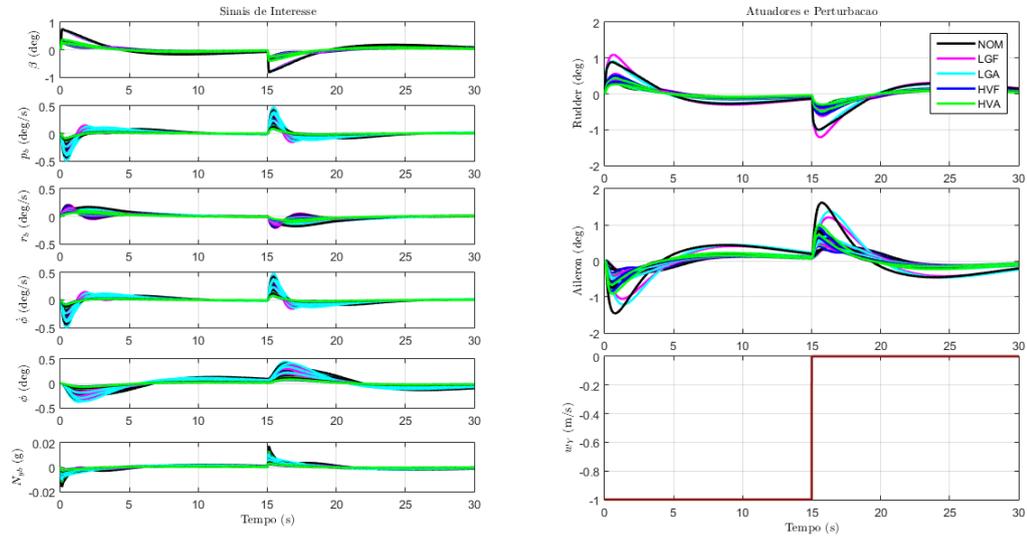


Figura 49 – Resposta à perturbação w_y do tipo degrau - *Padrão da Indústria Aeronáutica*

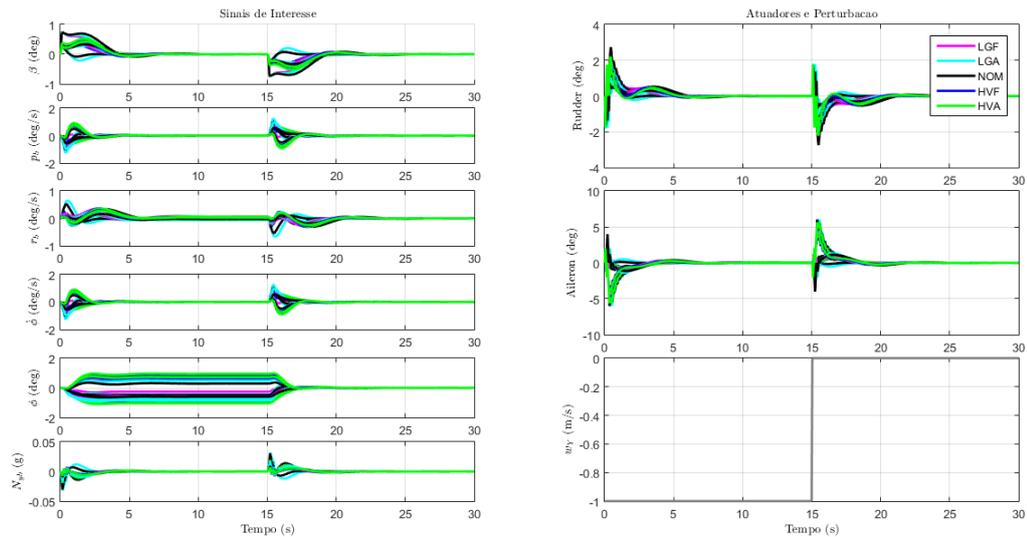


Figura 50 – Resposta à perturbação w_y do tipo degrau - *Método Proposto*

6.3 Avaliação dos Requisitos

Esta seção apresenta a conformidade em relação aos requisitos de projeto descritos na Tabela 10. Os critérios estabelecidos foram avaliados para todos os casos do envelope de voo (Figura 20), considerando ambas técnicas de controle. A Tabela 6.3 sintetiza os resultados encontrados e as evidências correspondentes.

Tabela 11 – Conformidade dos requisitos para cada abordagem de controle

		Padrão Aeronáutico		Método Proposto	
		Status	Evidências	Status	Evidências
Requisitos	Tempo de Subida de β	✓	Fig. 47	✓	Fig. 48
	Tempo de Subida de ϕ	✓	Fig. 45	✓	Fig. 46
	<i>Overshoot</i> de β	✓	Fig. 47	✓	Fig. 48
	<i>Overshoot</i> de ϕ	✓	Fig. 45	✓	Fig. 46
	Erro Estacionário	✓	Figs. 45 e 47	✓	Figs. 46 e 48
	Acoplamento Cruzado em β	✓	Fig. 47	✓	Fig. 48
	Amplitude de N_{yb}	✓	Fig. 49	✓	Fig. 50
	Design Robusto	✓	Figs. 45, 47 e 49	✓	Figs. 46, 48 e 50

6.4 Estudo Comparativo

A maneira de representar as respostas no tempo da Seção 6.4 se refere à uma prática comum na indústria aeronáutica, a qual agrupa os resultados de todas as condições de voo em um único gráfico e os avalia seguindo os critérios de design. Essa metodologia é interessante para a análise uma lei de controle de forma isolada, já, para efeitos comparativos das leis, se decidiu contrapor as respostas levando em conta alguns casos específicos (*Casos 5, 21 e 27* da Tabela 4).

O primeiro cenário a ser verificado é a resposta temporal de $\dot{\phi}_{cmd}$, haja vista Figura 51. Nota-se que ambas técnicas apresentaram desempenhos semelhantes a respeito de $\dot{\phi}$, apenas se diferenciando um pouco em β . Essa distinção no ângulo de derrapagem é devido ao fato de que a lei de controle gerada pelo MPC acabou por ser mais conservativa (*Caso 27*, destacado em azul, demonstra nitidamente tal assertiva), logo se retardou a atenuação do acoplamento cruzado em β , expressando uma maior amplitude.

A próxima análise está disposta na Figura 52, a qual está relacionada à resposta no tempo de uma entrada degrau em β_{cmd} . Para a variável controlada em questão (β), as duas estratégias de controle indicam resultados similares, e, novamente, a diferenciação ocorre na outra saída de interesse do processo ($\dot{\phi}$), que, por sua vez, afeta diretamente o valor de regime de ϕ . A sintonia de controle que envolve o LQR é ligeiramente pior, pois, a partir do momento que o piloto demandar referências direcionais (comandos relativos à β), a mesma tende a focar esforços no leme em virtude da sua estrutura de controle. Desse modo, uma

vez que o leme influencia consideravelmente tanto no ângulo de derrapagem quanto na taxa de rolamento (observa-se essa afirmação na Figura 23), a variável $\dot{\phi}$ também variaria, prejudicando o valor final de ϕ (*Caso 21* do LQR evidencia claramente).

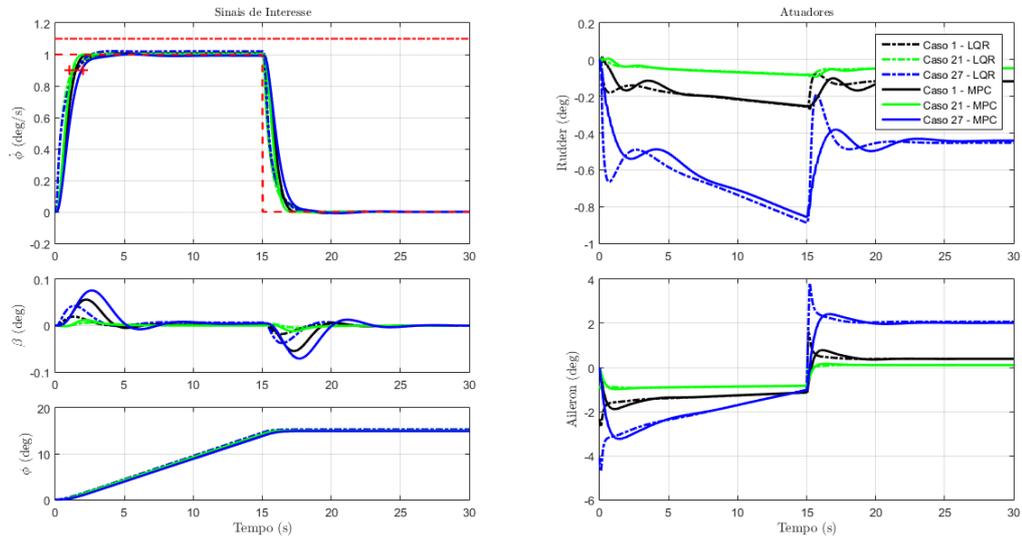


Figura 51 – Comparativo referente à resposta temporal de $\dot{\phi}_{cmd}$

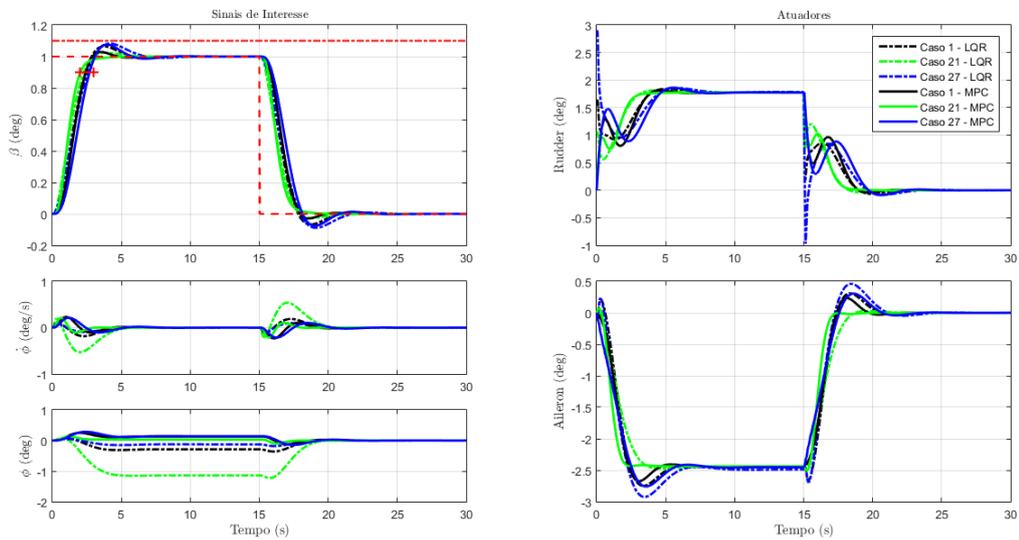


Figura 52 – Comparativo referente à resposta temporal de β_{cmd}

Finalizando, representada pela Figura 53, a resposta à perturbação do tipo degrau (w_T) para a abordagem do *Padrão da Indústria Aeronáutica* é superior ao ajuste do *Método Proposto*, já que retorna mais rapidamente ao estado estacionário. Isso ocorre em consequência de uma simplificação embasada acerca do modelo de previsão, o qual não contabiliza o filtro complementar para o ângulo de derrapagem (Figura 36), diferentemente da malha de realimentação do LQR, que, por seu lado, contabiliza o β_{CF} na lei de controle.

Quando uma rajada de vento lateral do tipo degrau é imposta na aeronave, há uma transferência direta para β , contudo o modelo de predição só irá contabilizar tal mudança instantes depois, dado que o sensor considerado para medir o ângulo de derrapagem é um filtro passa-baixa, postergando, então, a atuação no sistema. Em contrapartida, visto que a componente estimada via sensores inerciais captura as altas frequências, a interferência da perturbação em β é observada de forma antecipada para o *Padrão da Indústria Aeronáutica*, possibilitando, assim, uma ação vertiginosa.

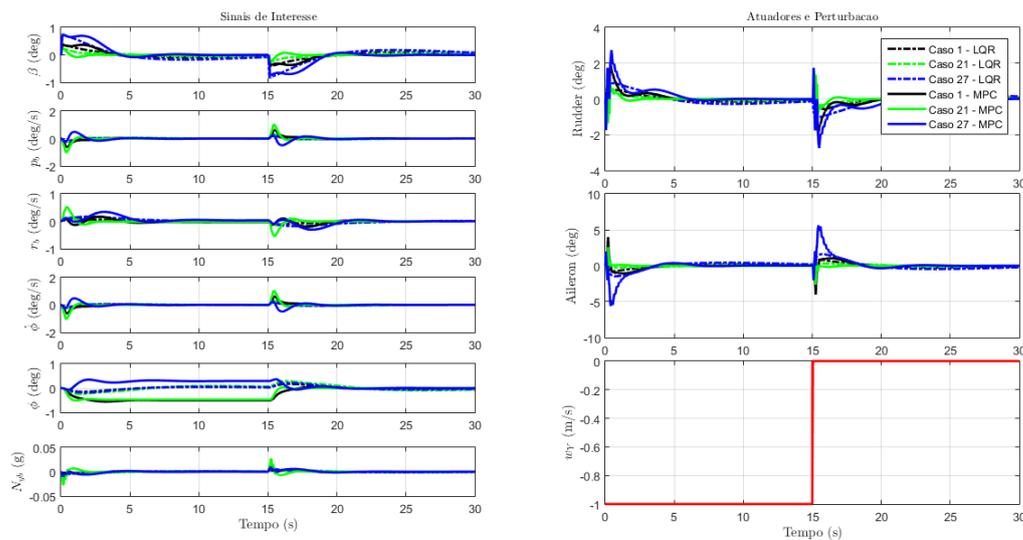


Figura 53 – Comparativo referente à resposta temporal da perturbação w_γ

Sabe-se que todas as considerações realizadas nesta seção são decorrentes às condições de voo analisadas e às diversas premissas admitidas ao longo do design dos controladores, ou seja, algumas suposições ou até mesmo sintonias de parâmetros causaram contrastes entre as leis de controle formuladas. Assim sendo, somente com fundamento nos resultados apresentados, é inconcebível afirmar que uma técnica é mais vantajosa do que outra, até porque ambos projetos cumpriram com todos os requisitos estabelecidos (Tabela 6.3). Por conseguinte, no próximo capítulo, serão abordados outros fatores que possibilitam uma comparação mais justa entre as estratégias de controle desenvolvidas no escopo deste trabalho.

7 Conclusões

Este capítulo conclui sobre o Projeto de Fim de Curso desenvolvido na empresa *EMBRAER S.A.* com o apoio do Departamento de Automação e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina. Tendo em vista um jato da classe executiva como caso de estudo, apresentou-se uma comparação entre duas metodologias de projeto aplicáveis a lei de controle latero-direcional.

Para isso, em primeiro plano, foi necessário se aprofundar nas melhores práticas de design de controle da indústria aeronáutica, principalmente, em termos de determinação das faixas de operação, aspectos de modelagem, definição de requisitos, estruturação da lei de controle e sintonia dos controladores, vide Capítulo 3. Este, por sua vez, também forneceu uma base teórica completa para os capítulos subsequentes, detalhando desde conceitos relacionados setor de aviação até as formulações das técnicas de controle avançado.

Por conseguinte, com base na definição dos sistemas de referência apresentada no Capítulo 4, demonstrou-se a modelagem teórica da aeronave pura, separando-a em diversos módulos: equações de movimento, representação da atmosfera, aerodinâmica e motor. Ainda no referido capítulo, explicou-se os procedimentos de trimagem e linearização, isto é, os métodos para gerar os modelos lineares utilizado para o design das leis de controle.

O Capítulo 5 evidenciou o caso de estudo, retratando a aeronave modelada em sua totalidade (visão geral, condições de voo, além da sua representação não-linear e linear) somada aos modelos adicionais (atuadores e sensores). Ademais, citou os elementos que estão diretamente ligados a lei de controle, bem como a definição do problema, o módulo de pré-processamento das variáveis de interesse, as estruturas utilizadas e os projetos correspondentes.

Com o intuito de organizar o presente trabalho, as abordagens foram denominadas como: *Padrão da Indústria Aeronáutica* e *Método Proposto*. A primeira seguiu uma estrutura de dois graus de liberdade, empregando o LQR com Zeros de Transmissão como método de sintonia da malha de realimentação, enquanto a malha direta, composta por pré-filtros e controladores de pré-alimentação, foi ajustada manualmente seguindo as boas práticas da indústria aeronáutica. A outra abordagem se referiu ao Controle Preditivo Baseado em Modelo, que unificou os projetos da malha direta e da realimentação em uma única etapa de cálculo da lei de controle.

No Capítulo 6, não somente houve comentários em relação aos ambientes de design e simulação de ambas as técnicas, como também foram discutidos os resultados encontrados. Por fim, realizou-se uma comparação para três casos particulares, que demonstraram as peculiaridades de cada estratégia em virtude das premissas de projeto e dos ajustes

dos parâmetros de controle. Uma vez que as diferenças foram mínimas, apenas com os resultados obtidos no capítulo anterior, não foi possível inferir sobre a superioridade de uma abordagem em detrimento à outra.

Diante disso, a fim de realizar uma assertiva mais justa, discorre-se sobre as seguintes considerações:

- Apesar de utilizar o LQR com Zeros de Transmissão, ou seja, uma técnica de controle avançado para calcular os seus ganhos de realimentação, o *Padrão da Indústria Aeronáutica* resulta em uma estrutura do tipo PID, a qual é amplamente utilizada ao se considerar a implementação real dos Sistemas de Controle de Voo. Esse arranjo é preferível em contraste ao MPC com restrições pelas seguintes razões:
 - Ainda que os controladores PID geralmente são de menor ordem, os mesmos conseguem atender requisitos de projeto semelhantes se comparado com os controladores obtidos pelo MPC. Essa simplificação é importantíssima em termos de implementação de software nos FCC's dos aviões;
 - Outro ponto sobre a implementação de software, é que o *Padrão da Indústria Aeronáutica* calcula os ganhos de forma *offline*, diferentemente do *Método Proposto*, já que o MPC com restrições é calculado a cada instante de amostragem, o que não é bem visto pela indústria aeronáutica devido a imprevisibilidade na determinação da ação de controle resultante;
 - A estrutura do tipo PID fornece uma relação intuitiva entre os parâmetros clássicos de controle e o comportamento do sistema. Em outras palavras, é fácil identificar a contribuição de cada ganho na resposta do sistema, por exemplo, aumentando o ganho integral, o sistema tende a ter uma resposta mais rápida, com mais sobressinal e as margens de estabilidade podem ser degradadas. No controle preditivo, embora os projetistas reconheçam a implicação das mudanças em seus parâmetros de ajuste, acaba por ser mais difícil de quantificar tais alterações.
- Os aviões são sistemas dinâmicos que contêm uma variedade de restrições e não linearidades, em especial os militares de combate, os quais exigem desempenho máximo do sistema de controle, já que os pilotos geralmente manobram tais aeronaves muito perto dos seus limites de operação. O MPC com restrições é um dos métodos mais empregados em outras áreas de aplicação quando há a necessidade de um sistema automático que trate as diversas restrições impostas às leis de controle. No setor aeronáutico, conquanto, pode-se dizer que essa abordagem não é aplicada pelo fato de que a estrutura do tipo PID ainda consegue atender as especificações. Entretanto, como a complexidade dos problemas de controle vem aumentando, a estratégia abordada pelo *Método Proposto* poderá vingar futuramente;

- O modelo utilizado no caso de estudo está longe de representar com exatidão uma aeronave real, visto que os coeficientes aerodinâmicos (exceto C_D) foram modelados por equações lineares. Além do mais, as condições de trimagem foram definidas sempre considerando um voo reto e nivelado. Ambas inferências são adequadas para aplicações básicas de leis controle, desse modo, a fim de estabelecer suposições precisas sobre a vantagem de cada método, seria necessário uma nova representação ou até mesmo substituir a aeronave avaliada.

Por fim, com fundamento nos itens expressados previamente, os tópicos a seguir apresentam possibilidades de extensão deste trabalho:

1. Modificar a representação da aeronave do caso de estudo, alcançando uma melhor modelagem do sistema a ser controlado com o propósito de fornecer estudos mais realistas;
2. Para o *Padrão da Indústria Aeronáutica*, utilizar o LQR com Zeros de Transmissão com um escalonamento de ganhos (controle adaptativo) e no *Método Proposto* trocar o GPC por um PN MPC a fim de desempenhar análises globais do sistema, isto é, testar a lei de controle em qualquer ponto do envelope de voo.

Referências

- 1 AIRBUS. *A330 Flight deck and systems briefing for pilots*. França, 1999. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 37.
- 2 GANGSAAS, D. et al. Multidisciplinary control law design and flight test demonstration on a business jet. In: *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2008. Citado 6 vezes nas páginas 9, 38, 39, 41, 42 e 44.
- 3 GRIPP, J. A. de B. *Lateral and Directional Control Law Design for Business Jet Employing LQR with Adjust of Transmission Zeros and Gain Scheduling Techniques*. Dissertação (Mestrado) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), São José dos Campos, 2015. Citado 8 vezes nas páginas 9, 38, 39, 44, 45, 64, 85 e 95.
- 4 NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. *Control of Dead-time Processes*. [S.l.]: Springer London, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 10, 51 e 101.
- 5 EMBRAER S.A. Histórico. <<http://institutoembraer.org.br/centrohistoricoembraer/>>. Acessado em: 31-05-2018. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 27.
- 6 REIGEESPERGER, W. C.; BANDA, S. S.; LEMASTER, D. P. *Application of multivariable control theory to aircraft control laws*. [S.l.], 1996. Citado na página 24.
- 7 HYDE, R. A. *H ∞ Aerospace Control Design: A VSTOL Flight Application*. 1st. ed. [S.l.]: Springer, 1995. (Advances in Industrial Control). Citado na página 25.
- 8 NICHOLS, R. A.; REICHERT, R. T.; RUGH, W. J. Gain scheduling for h-infinity controllers: A flight control example. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 1, p. 69–79, 1993. Citado na página 25.
- 9 AMATO, F.; IERVOLINO, R. μ synthesis for a small commercial aircraft: Design and simulator validation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), v. 27, n. 3, p. 479–490, may 2004. Citado na página 25.
- 10 GANGSAAS, D. et al. Application of modern synthesis to aircraft control: Three case studies. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 31, n. 11, p. 995–1014, nov 1986. Citado na página 25.
- 11 ADAMS, R. J.; SPARKS, A.; BANDA, S. S. Full envelope multivariable control law synthesis for a high-performance test aircraft. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, v. 16, 09 1993. Citado na página 25.
- 12 STEVENS, B. L.; LEWIS, F. L. *Aircraft Control and Simulation*. 1. ed. [S.l.]: Wiley-Interscience, 1992. Citado 3 vezes nas páginas 33, 55 e 67.
- 13 COOK, M. V. *Flight Dynamics Principles, Second Edition: A Linear Systems Approach to Aircraft Stability and Control*. 2. ed. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2007. (Elsevier Aerospace Engineering). Citado 2 vezes nas páginas 33 e 55.

- 14 PRATT, R. W. *Flight Control Systems: Practical Issues in Design and Implementation*. [S.l.]: Institution of Engineering and Technology, 2000. (I E E Control Engineering Series). Citado na página 33.
- 15 SKOGESTAD, I. P. S. *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*. 2. ed. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 36, 48 e 79.
- 16 CRUZ, L. R. de. *A Best Practices Method for Aircraft Flight Control Law Design*. Dissertação (Mestrado) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), São José dos Campos, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 69.
- 17 SILVA, A. S. F. da. *An Approach to Design Feedback Controllers for Flight Control Systems Employing the Concepts of Gain Scheduling and Optimization*. Dissertação (Mestrado) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), São José dos Campos, 2009. Citado na página 43.
- 18 HOROWITZ, I. M. *Synthesis of Feedback Systems*. [S.l.]: Academic Press, 1963. Citado na página 43.
- 19 ZHU, J. A survey of advanced flight control theory and application. In: *The Proceedings of the Multiconference on "Computational Engineering in Systems Applications"*. [S.l.]: IEEE, 2006. Citado na página 44.
- 20 BLIGHT, J. D.; GANGSAAS, D.; RICHARDSON, T. M. Control law synthesis for an airplane with relaxed static stability. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), v. 9, n. 5, p. 546–554, sep 1986. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 45.
- 21 BERGER, T. et al. Lateral/directional control law design and handling qualities optimization for a business jet flight control system. In: *AIAA Atmospheric Flight Mechanics (AFM) Conference*. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2013. Citado 6 vezes nas páginas 44, 45, 73, 85, 91 e 99.
- 22 CAMACHO, E. F.; ALBA, C. B. *Model Predictive Control*. [S.l.]: Springer London, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 49.
- 23 CHRIF, Z. M. K. L. Aircraft control system using model predictive controller. *TELKOMNIKA Indonesian Journal of Electrical Engineering*, v. 15, n. 2, p. 259–269, ago. 2015. Citado na página 45.
- 24 NATO. *Flight Control Design – Best Practices*. França, 2000. Citado na página 45.
- 25 ANDERSON, B. D. O.; MOORE, J. B. *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*. [S.l.]: Prentice Hall, 1989. Citado na página 45.
- 26 WONHAM, W. M. On a matrix riccati equation of stochastic control. *SIAM Journal on Control*, Society for Industrial & Applied Mathematics (SIAM), v. 6, n. 4, p. 681–697, nov. 1968. Citado na página 47.
- 27 ALBERTOS, P.; ANTONIO, S.; SALA, A. *Multivariable Control Systems*. [S.l.]: Springer London, 2003. Citado na página 48.
- 28 CUTLER, C. R.; RAMAKER, B. C. Dynamic matrix control- a computer control algorithm. In: *Automatic Control Conference*. [S.l.: s.n.], 1980. Citado na página 50.

- 29 CLARKE, D.; MOHTADI, C.; TUFFS, P. Generalized predictive control—part i. the basic algorithm. *Automatica*, Elsevier BV, v. 23, n. 2, p. 137–148, mar 1987. Citado na página 50.
- 30 ANDERSON, J. D. *Fundamentals of Aerodynamics (McGraw-Hill International Editions: Mechanical Engineering Series)*. [S.l.]: McGraw-Hill Publishing Co., 2001. ISBN 0071181466. Citado na página 55.
- 31 AIAA. *Recommended Practice for Atmospheric and Space Flight Vehicle Coordinate Systems*. [S.l.]: Amer Inst of Aeronautics, 1992. Citado na página 55.
- 32 BERTIN, J. J.; CUMMINGS, R. M. *Aerodynamics for Engineers*. 5. ed. [S.l.]: Pearson, 2008. ISBN 9780132272681. Citado na página 63.
- 33 CRUZ, L.; KIENITZ, K. H. An implementation of an aircraft flight mechanics model for flight control law studies. In: GERMAN SOCIETY FOR AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS - DGLR. *CEAS EUROPEAN AIR AND SPACE CONFERENCE*. Berlin, Alemanha, 2007. Citado 4 vezes nas páginas 64, 68, 71 e 74.
- 34 GARTEUR. *Robust Flight Control Design Challenge Problem Formulation and Manual: the High Incidence Research Model (HIRM)*. [S.l.], 1996. Citado na página 66.
- 35 ADAMS, R. J. et al. *Robust Multivariable Flight Control (Advances in Industrial Control)*. [S.l.]: Springer, 2012. Citado na página 85.