GEOMETRIA PRATICA

OU

DESENHO LINEAR

PARA USO DOS ALUMNOS DO CURSO MODELO

DA

ESCOLA NORMAL DO ESTADO DO PARÁ

POR

J. de BRITO BASTOS

Obra approvada e mandada adoptar nas Escolas do Governo pelo Conselho Superior da Instrucção Publica

2a EDIÇÃO

J.-B. DOS SANTOS e Cia

EDITORES

LIVRARIA COMMERCIAL

12, rua Conselheiro João Alfredo, 12

PARÁ

INDICE

PRIMEIRA PARTE

CAPITULO I

PRELIMINARES

§ 1.º — CLASSIFICAÇÃO DO DESENHO

§ 2.º — DAS LINHAS EM GERAL

CAPITULO II

§ 1.º — DAS LINHAS RECTAS

§ 2.º — DAS CURVAS

CAPITULO III

DOS POLYGONOS

§ 1.º — DOS TRIANGULOS

§ 2.º — QUADRILATEROS

§ 3.º — POLYGONOS REGULARES

CAPITULO IV

HOMOGRAPHIA

§ 1.º — COPIA DE POLYGONOS

§ 2.º — COPIA DE MODELOS QUAESQUER

FIM DA PRIMEIRA PARTE

SEGUNDA PARTE

CAPITULO I

TANGENTES

§ 1.º — RECTAS TANGENTES

§ 2.º — CIRCULOS TANGENTES

CAPITULO II

AJUSTAMENTOS

§ 1.º — AJUSTAMENTOS DE RECTAS E ARCOS DE CIRCULOS

§ 2.º — PRINCIPAES FIGURAS RESULTANTES DOS AJUSTAMENTOS

CAPITULO III

PERSPECTIVA

§ 1.º — GENERALIDADES SOBRE AS PROJECÇÕES

§ 2.º — PERSPECTIVA REGULAR

CAPITULO IV

MOLDURAS

FIM DA 2ª E ULTIMA PARTE

PRIMEIRA PARTE

CAPITULO I

PRELIMINARES

§ 1.º — CLASSIFICAÇÃO DO DESENHO

1. As noções de grandeza, fórma e posição quando são manifestadas por meio de traços, affigurão os objectos.

A' representação dessas figuras num plano, dá-se o nome de *Desenho*.

2. Segundo a sua natureza, o desenho é *Linear* ou *Expressivo*.

Linear, quando consta só do delineamento dos contornos; expressivo, quando apresenta o aspecto geral comprehendendo os effeitos da luz.

3. Segundo a exactidão das fórmas, o desenho é *Geometrico*, *Perspectivo* e de *Imitação*.

Geometrico, quando representa as fórmas verdadeiras; perspectivo, quando representa as fórmas apparentes; — e de imitação ou á vista, quando representa as fórmas approximativas, feitas a mão e sem auxilio de instrumentos.

§ 2.º — DAS LINHAS EM GERAL

Definição, Emprego, Natureza, Direcção no espaço, Posição relativa

4. *Linha* é uma serie continua de pontos.

5. Segundo o seu emprego no desenho, as linhas são *Principaes* e *Auxiliares*.

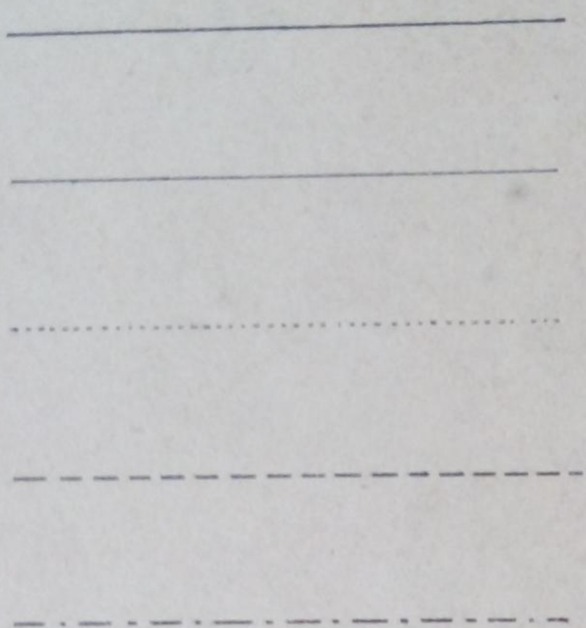

Fig. 1

As principaes constituem as figuras, são *cheias-fortes*, quando separão duas superficies, uma no claro e a outra na sombra; *cheias-fracas*, quando separão duas superficies ambas no claro, ou ambas na sombra; e, *pontoadas*, quando representão os contornos invisiveis pela posição do objecto.

As auxiliares servem para a determinação das principaes, são *interrompidas* e *mixtas*.

6. Segundo a sua natureza as linhas são *Rectas*, *Curvas*, *Quebradas* ou *Polygonaes* e *Mixtas*.

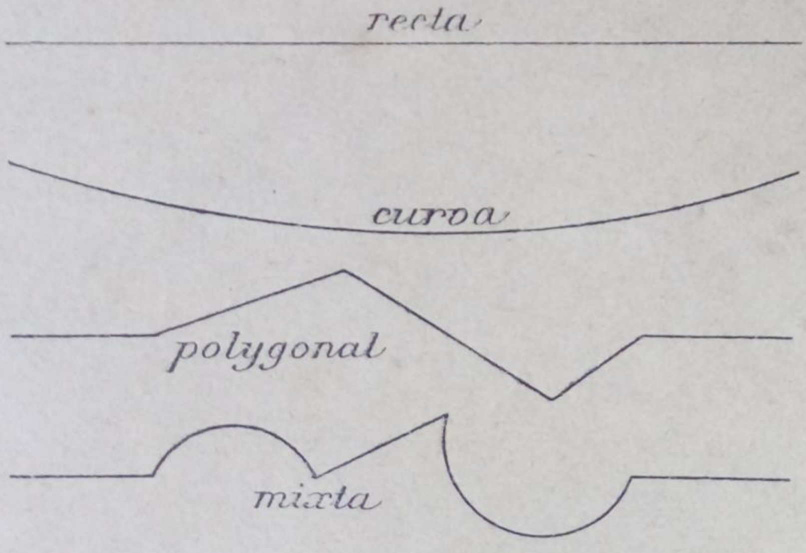

Fig. 2

Rectas, quando seus pontos seguem uma mesma direcção; curvas, quando seus pontos vão mudando de direcção; polygonaes, quando são compostas de linhas rectas; e mixtas, quando são compostas de linhas rectas e de curvas.

7. Segundo a sua direcção no espaço, as linhas são *Verticaes*, *Horisontaes* e *Inclinadas*.

Verticáes, quando tem a direcção do fio a prumo; —

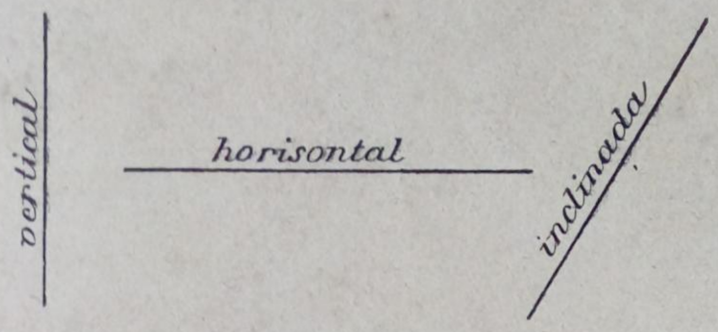

Fig. 3

horisontaes, quando tem a direcção da superficie das aguas; — e inclinadas, quando tem a direcção entre a vertical e a horisontal.

8. Segundo as suas posições relativas, as linhas são *Perpendiculares*, *Obliquas* e *Parallelas*.

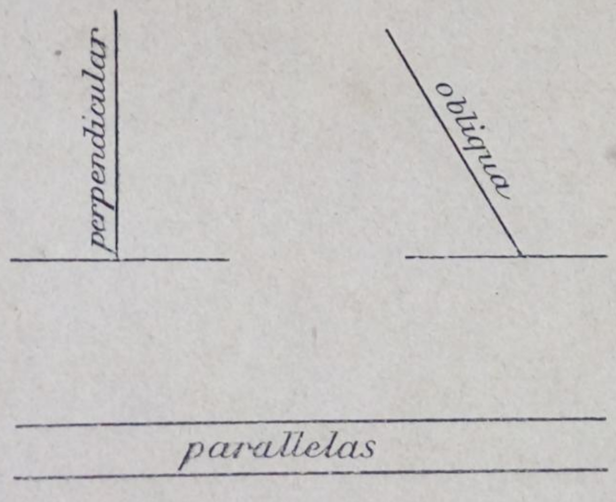

Fig. 4

Perpendiculares, quando se encontrão sem inclinação; — obliquas, quando se encontrão com inclinação; — e parallelas quando são equidistantes em toda a sua extensão.

CAPITULO II

§ 1.º — DAS LINHAS RECTAS

Traçados de perpendiculares, e de parallelas; — Divisão da recta em partes iguaes. — Definições e Medida dos angulos; — Construcções de angulos iguaes; — Divisão do angulo em partes iguaes.

Traçar uma perpendicular, CD, **sobre uma recta** AB :

9. (1º) CD, passando no meio de AB.

(2º) CD, passando por um ponto dado, P.

(3º) CD, passando por um dos extremos de AB.

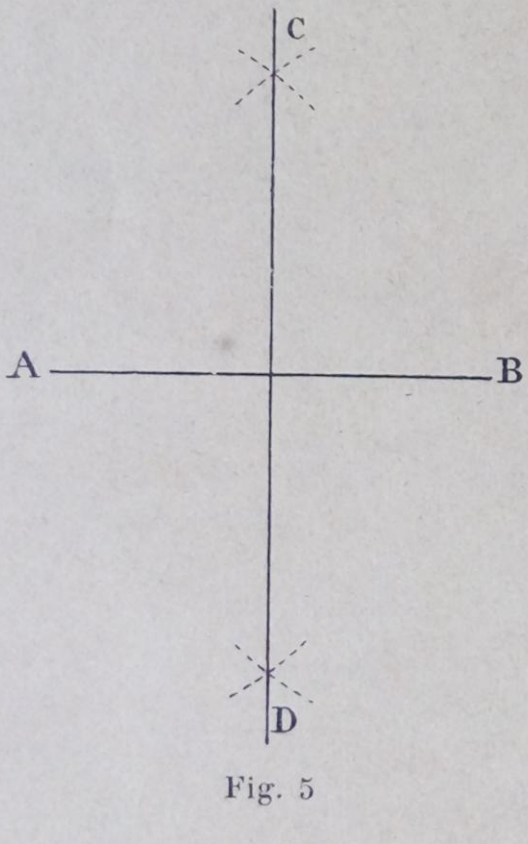

Fig. 5

Com o compasso

(1º) Com um raio (1), maior do que a metade de AB (fig. 5), faça-se centro em cada um dos extremos A, B, e descrevão-se, de ambos os lados de AB, arcos que se cortem; unindo essas intersecções tem-se a perpendicular pedida CD.

(2º) Em P (fig. 6), sobre AB ou não, faça-se centro e

(1) Veja nos 21, 24, 27.

com um raio qualquer corte-se AB em dois pontos *a*, *b*; — de cada um destes pontos, como centros, descrevão-se, de um dos lados de AB, arcos que se cortem; unin-

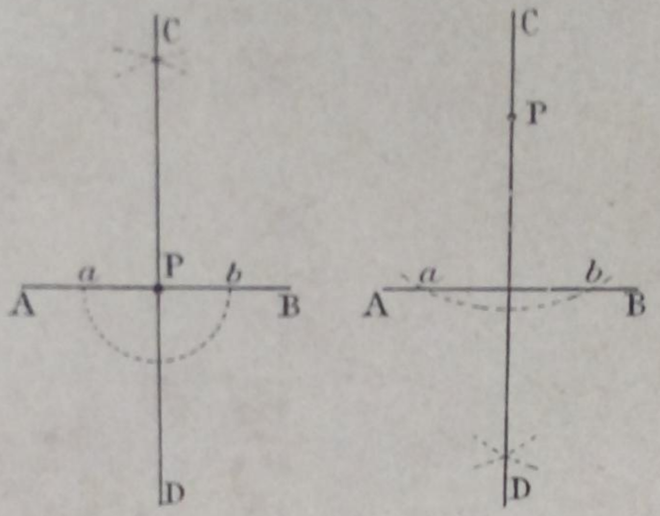

Fig. 6

do essa intersecção ao ponto P tem-se a perpendicular pedida CD.

(3°) Com um mesmo raio qualquer, de B, como centro (fig. 7), descreva-se o arco *ab;* de *a*, como segundo

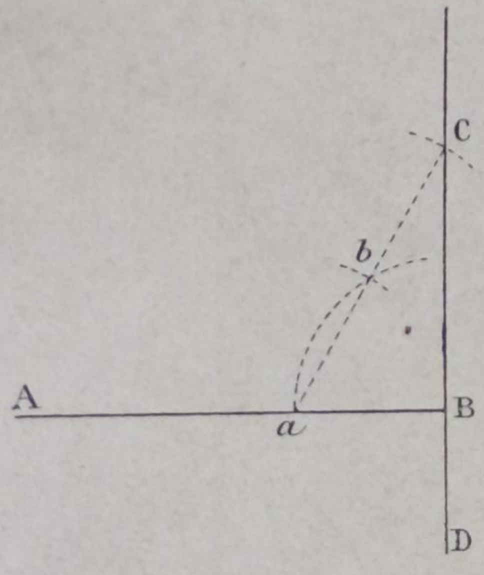

Fig. 7

centro, corte-se esse arco; trace-se a recta *ab* prolongada, e de *b*, como 3° centro, corte-se este prolongamento em C; unindo C a B tem-se a perpendicular pedida CD.

Co mo esquadro

(2°) Sobre AB (fig. 8), ajuste-se um dos cathetos (1), *ac*,

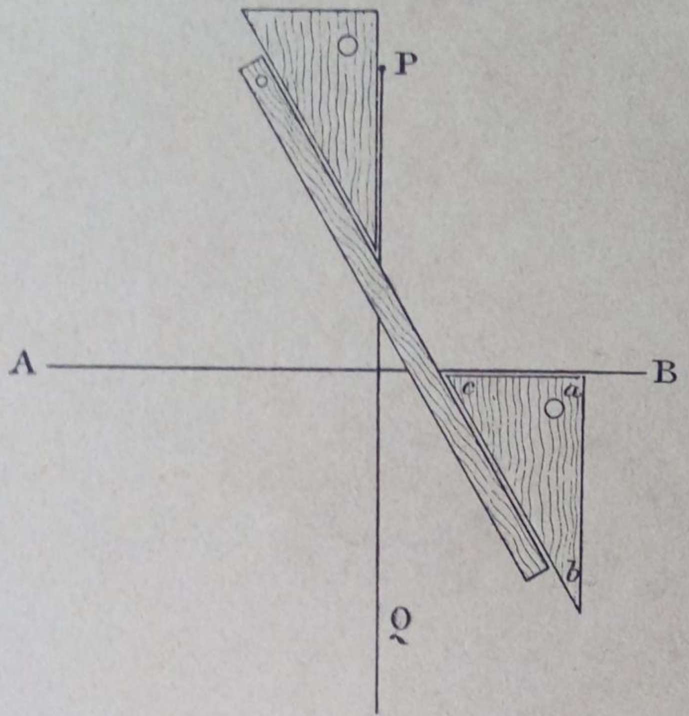

Fig. 8

do esquadro, e sobre a hypothenusa, *bc*, uma regoa; faça-se resvalar o esquadro sobre a regoa, até que o segundo catheto, *ab*, chegue ao ponto P.

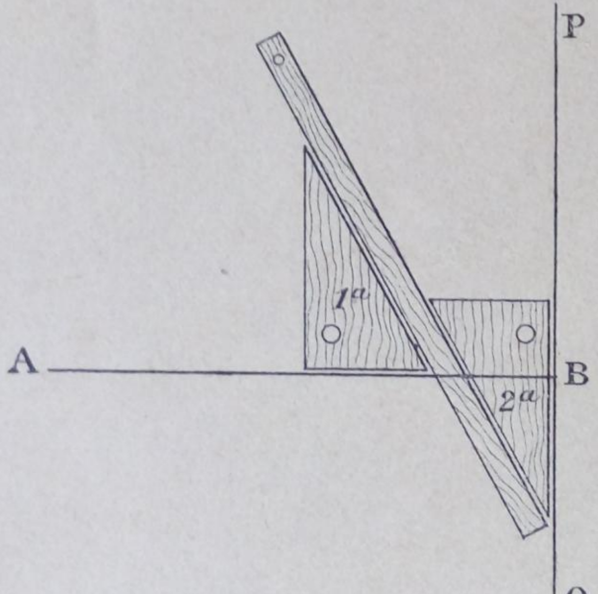

Fig. 9

A recta PQ será a perpendicular pedida.

(3°) Proceda-se como no caso anterior (2°), vedendo porém a primeira posição do esquadro ser inversa e do lado opposto ao ponto B (fig. 9).

(1) Veja nº 54 : *rectangulos.*

Dada uma recta AB, traçar uma parallela

10. (1°) A uma distancia *m*.
(2°) Passando por um ponto P.

Com o compasso

(1°) Com um raio *m* e centros *a*, *b*, quaesquer sobre

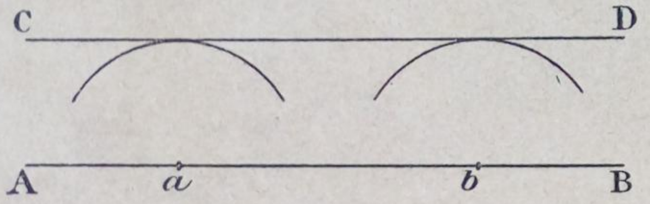

Fig. 10

AB (fig. 10), descrevão-se dois arcos; trace-se CD resvalando sobre os dois arcos, será a parallela pedida.

(2°) Com um mesmo raio qualquer, descreva-se de P

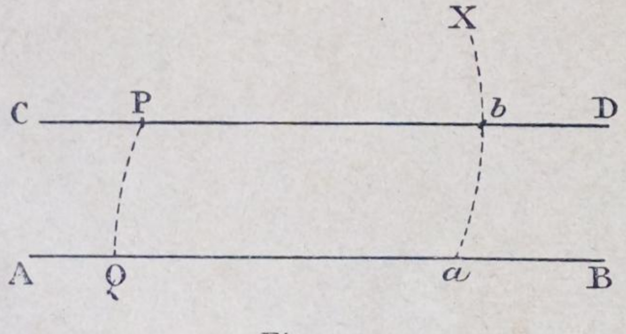

Fig. 11

(fig. 11), o arco *a*X e de *a* o arco PQ; sobre *a*X, a partir de *a*, marque-se a distancia *ab* igual a PQ; a recta CD será a parallela pedida.

Com o esquadro

(2°) Sobre AB (fig. 12), ajuste-se um lado qualquer, *bc*, do esquadro, e sobre o segundo, *ab*, uma regoa;

faça-se resvalar o esquadro sobre a regoa, até chegar

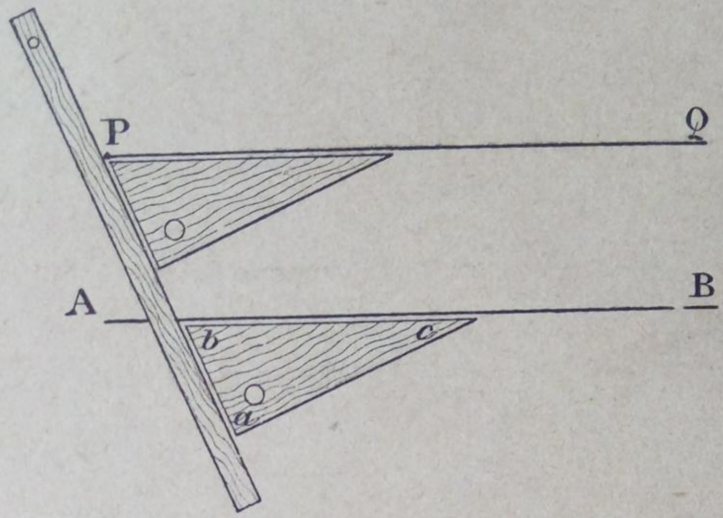

Fig. 12

ao ponto P o lado *bc*, que se ajustou a AB; a recta PQ será a parallela pedida.

Dividir uma recta AB em *n* partes iguaes

11. 1º *Processo* (fig. 13). — A partir de um dos extremos de AB, marquem-se sobre uma recta qualquer AC, *n* pontos equidistantes; una-se o ponto *n* ao extre-

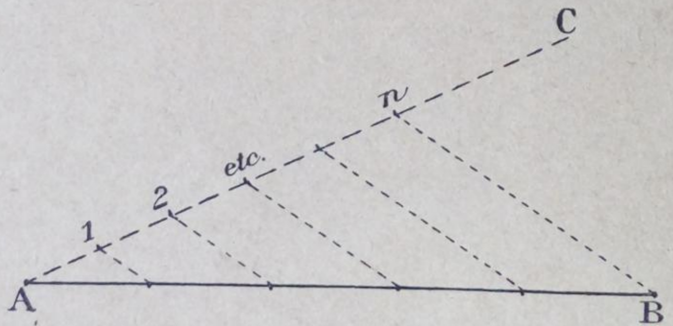

Fig. 13

mo B, e parallelamente a *n*B, as rectas traçadas pelos outros pontos de AC, dividirão AB nas *n* partes pedidas.

2º *Processo* (fig. 14). — A partir de um dos extremos de AB, marquem-se, sobre uma recta qualquer AC, $(n+1)$ pontos equidistantes; una-se o ponto $(n+1)$ ao extremo B, e prolongue-se de outro tanto BD, para o

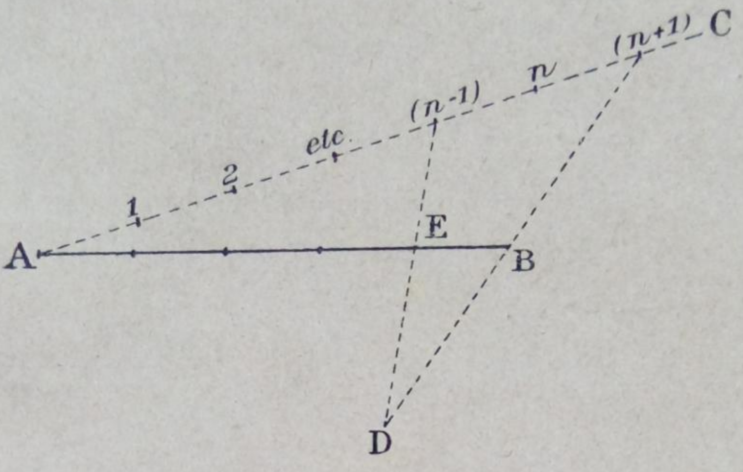

Fig. 14

lado de B; una-se D ao ponto (n — 1), a parte BE applicada successivamente sobre AB dará as n divisões pedidas.

Dos angulos

12. Angulo é o plano comprehendido entre duas rectas que se encontrão. Essas rectas chamão-se *lados*, e o seu encontro *vertice* do angulo (fig. 15).

13. Medir um angulo é avaliar o arco, entre os seus lados, descripto do vertice como centro.

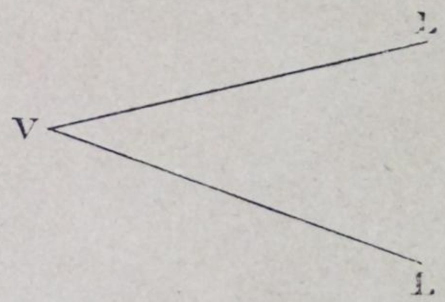

Fig. 15

Essa avaliação é feita pela corda [1] do arco, ou por meio do *transferidor*.

14. Transferidor é um semicirculo, cuja semicircumferencia graduada chama-se *limbo*, e cujo diametro chama-se *linha-de-fé*.

Para, com o transferidor, medir um angulo, ajusta-se a um dos lados do angulo a linha de fé, de modo que o meio desta coincida com o vertice; o outro lado do angulo indicará no limbo a graduação.

(1) Veja nos 25, 26.

15. Segundo a sua grandeza, os angulos são :

Rectos, os de 90 gráos; os seus lados são perpendiculares.

Agudos, os de menos de 90 gráos.

Obtusos, os de mais de 90 gráos.

16. Bissectriz é a recta que divide um angulo em duas partes iguaes.

Ella passa pelo meio do arco e da corda; e é perpendicular a essa corda.

Sobre uma recta AB, **construir um angulo igual a um dado** C, **devendo um lado passar por um ponto** P.

17. Com um mesmo raio, descreva-se do vertice C (fig. 16), um arco EF, e de um ponto A sobre AB, um outro indefinito LH; sobre este marque-se LD, igual a

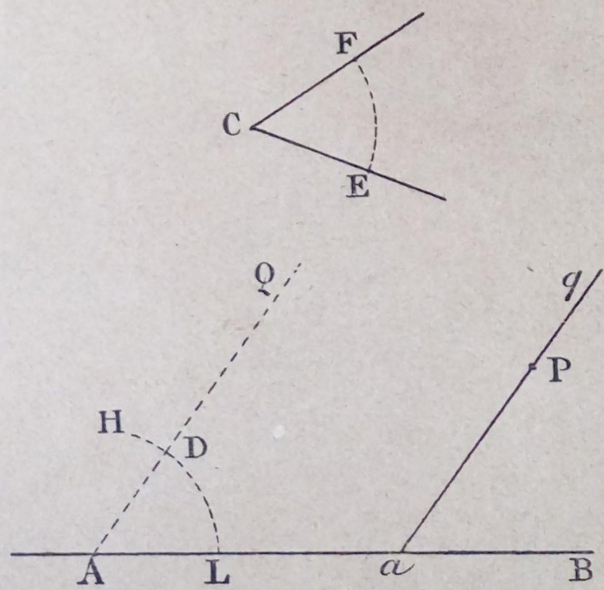

Fig. 16

EF e trace-se a recta ADQ. O angulo QAB será igual ao dado; e para que o lado AQ passe em P, basta por esse ponto traçar *aq* parallelamente a AQ; o angulo *qa*B será o pedido.

Traçar a bissectriz de um angulo

18. 1º *caso :* os lados se encontrão dentro do quadro (fig. 17). Do vertice B, descreva-se o arco DE, e abaixe-se sobre a corda DE a perpendicular BC, que será a bissectriz pedida.

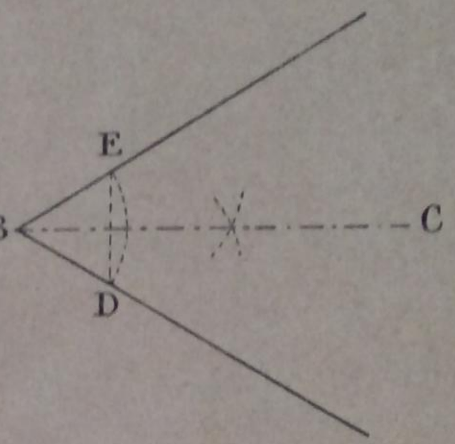

Fig. 17

2º *caso :* os lados não se encontrão dentro do quadro (fig. 18). A igual distancia de cada um dos lados A, B, do angulo dado, tracem-se interiormente duas rectas respectivamente parallelas a esses lados; ficará assim formado um angulo V, cuja bissectriz (1º caso) VD será a pedida.

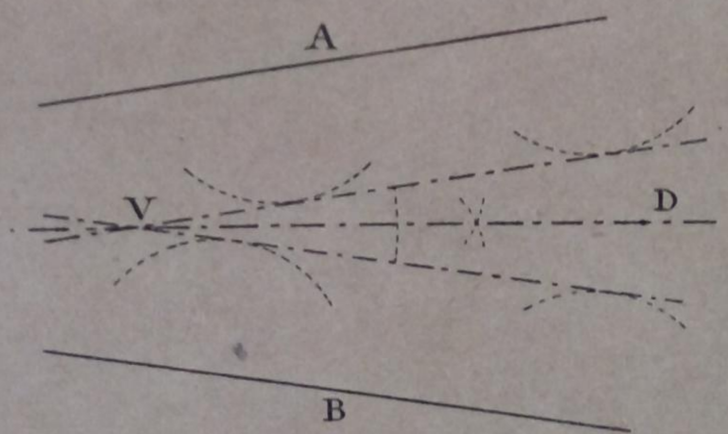

Fig. 18

Trisecção do angulo recto (fig. 19)

19. Com um mesmo raio, descreva-se do vertice B um arco DE; de E e de D, corte-se esse arco em F e em G; traçando as rectas BF e BG, tem-se a trisecção pedida.

Para a trisecção de um angulo qualquer V (fig. 20), separadamente divida-se uma recta AD em 3 partes iguaes, sobre uma das quaes AB, como catheto, construa-se um triangulo rectangulo ABE, tendo o segundo catheto BE tangente a uma semicircumferencia sobre as duas partes restantes BD; corte-se a figura assim formada, colloque-se a extremidade A, sobre um dos lados do angulo a dividir, de modo que o catheto BE passe pelo vertice V, e que o

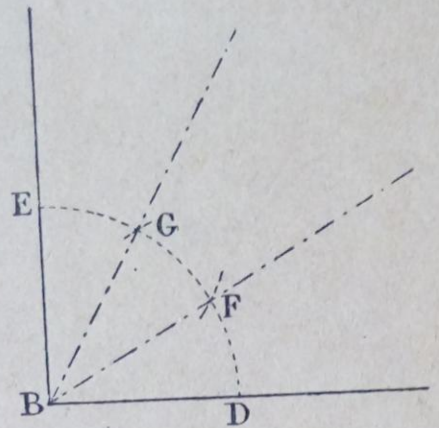

Fig. 19

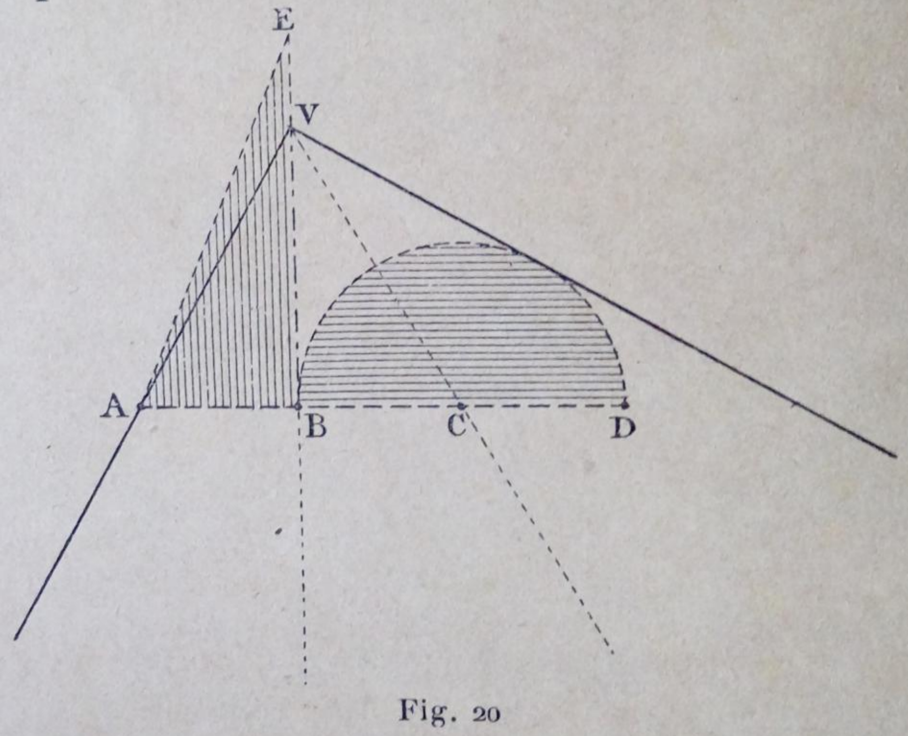

Fig. 20

outro lado do angulo V resvale sobre a semicircumferencia; os pontos B e C unidos a V determinam a trisecção pedida.

Divisão do angulo em *n* partes iguaes

20. Seja o angulo B (fig. 21), menor que um recto. Trace-se sobre um de seus lados, uma perpendicular

AE, e, do vertice B, o arco AC; na direcção AB tome-se, a partir de B, essa mesma distancia e mais $\frac{3}{4}$; do extremo D trace-se DE passando por C, e divida-se AE em n partes iguaes; os pontos dessa divisão unidos a D, dão a divisão do arco AC, e os pontos desta ultima divisão, unidos ao vertice B, dão a divisão do angulo, nas n partes pedidas.

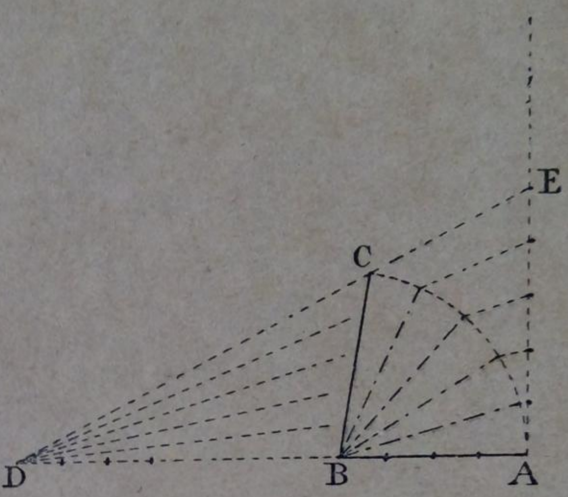

Fig. 21

Se o angulo dado fôr maior que um recto, fação-se bissecções successivas até chegar a um que seja menor, e divida-se este, pelo processo indicado, seja segundo a sua relação com o angulo total, o que dará a grandeza de cada uma das divisões pedidas, seja no mesmo numero n de partes iguaes, e estas tomadas 2 a 2, ou 3 a 3, etc., segundo a relação do angulo total com o parcial, darão a grandeza de cada uma das divisões pedidas.

§ 2.º — DAS LINHAS CURVAS

CIRCUMFERENCIA : Generalidades; Circumferencia passando por 1, 2 e 3 pontos; Determinação do centro; Divisão; Rectificação.

Ellipse : Generalidades; — Traçados; Determinação do centro, dos eixos e dos fócos.

Generalidades sobre a circumferencia

21. *Circumferencia* é uma curva plana e fechada, cujos pontos distão igualmente de um ponto interior, chamado *Centro*.

22. *Circulo* é o plano limitado pela circumferencia.

23. Segundo as suas posições relativas os circulos podem ser :

Exteriores, quando um não contem o outro.

Interiores, quando um contem o outro.

Excentricos, os interiores que não tem o mesmo centro.

Concentricos, os interiores que tem o mesmo centro.

Secantes, os que se cortão em dois pontos da circumferencia.

Tangentes, os que se tocão em um só ponto da circumferencia.

Das linhas no circulo

24. *Arco*, é uma parte da circumferencia.

O arco igual a um quarto da circumferencia, chama-se *Quadrante ;* o arco, que com outro completa um quadrante, chama-se *Complemento* deste outro ; e, o que completa uma semicircumferencia, chama-se *Supplemento*.

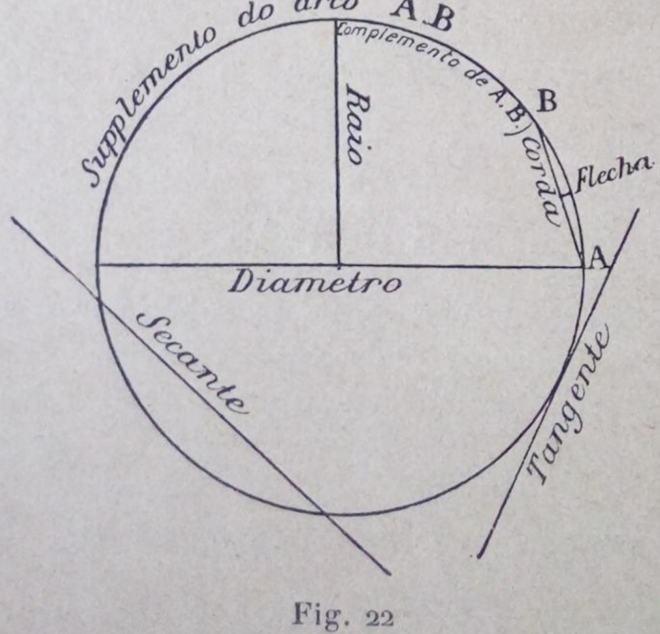

Fig. 22

25. *Corda*, é a recta que une dois pontos da circumferencia.

26. *Diametro*, é a corda que passa pelo centro do circulo.

27. *Raio*, é a recta que une um ponto da circumferencia ao centro do circulo.

28. *Tangente*, é a recta que só tem um ponto de contacto com a circumferencia.

29. *Secante*, é a recta que corta a circumferencia em dois pontos.

30. *Flecha*, é a perpendicular do meio da corda ao arco.

Traçar circumferencias, que toquem num só ponto P, **de uma recta** AB; **ou tangentes á recta.**

31. Trace-se em P (fig. 23), para qualquer lado de AB, uma perpendicular a esta recta; todos os pontos O, O′,

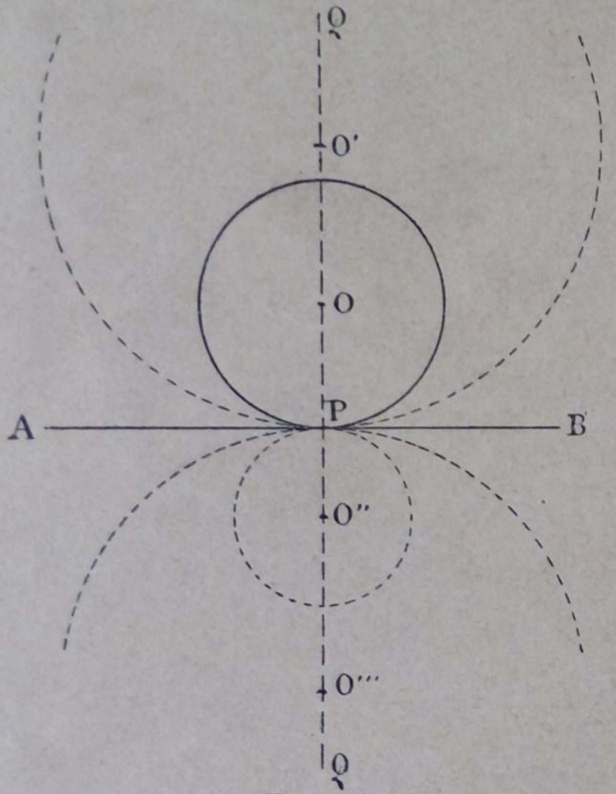

Fig. 23

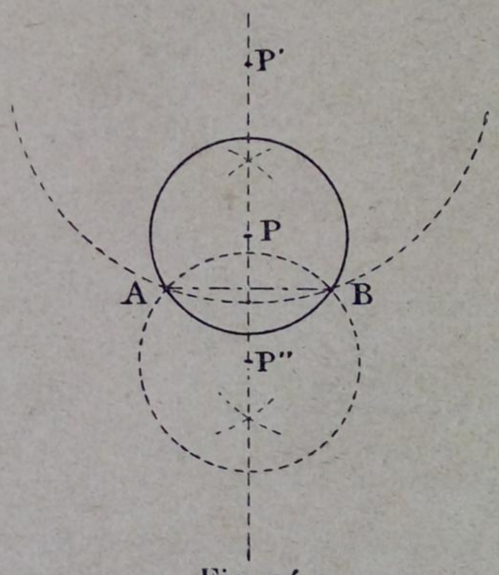

Fig. 24

etc., da perpendicular PQ servirão de centro para as circumferencias pedidas. Reciprocamente traça-se uma tangente em um ponto P da circumferencia, levantando-se uma perpendicular AB no extremo do raio OP.

Traçar circumferencias, que passem por dois pontos A,B

32. No meio da distancia AB (fig. 24), e para qual-

quer de seus lados, trace-se uma perpendicular; todos os seus pontos P,P', etc., servirão de centro para as circumferencias pedidas.

Traçar uma circumferencia que passe por tres pontos, A,B,C, não em linha recta

33. Una-se um dos pontos A (fig. 25), aos outros dois B,C; as rectas AB, AC, serão duas cordas da circumfe-

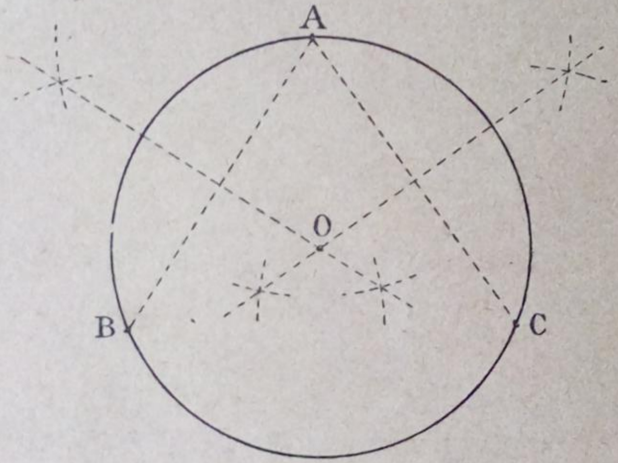

Fig. 25

rencia pedida, cujo centro se achará na intersecção das perpendiculares no meio dessas cordas.

Determinar o centro de um circulo. Com o compasso (mesma figura do nº 33)

34. Sobre a circumferencia marquem-se tres pontos A,B,C, e proceda-se como no caso anterior (nº 33).

Com o esquadro (fig. 26)

Sobre dois pontos, 1,2, da circumferencia, applique-se uma regoa, sobre a qual faça-se resvalar um catheto do esquadro; o outro catheto, em tocando nos pontos 1,2, corta a circumferencia em 3,4; esses quatro pon-

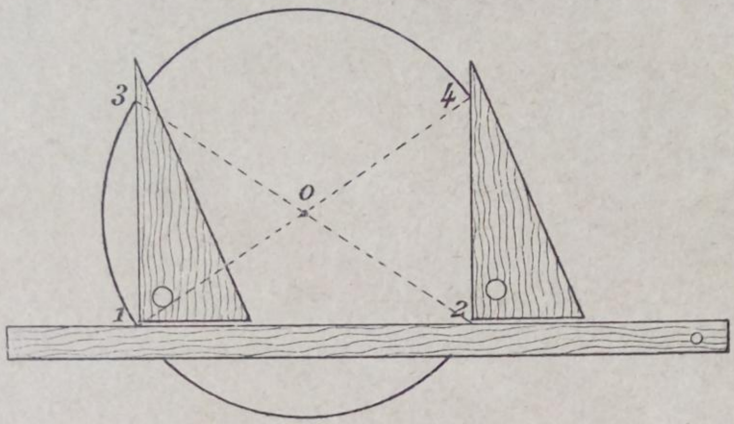

Fig. 26

tos, unidos em cruz, determinão o centro procurado *o*.

Divisão da circumferencia de 2 a 17 partes iguaes, e nos multiplos desses numeros por 2^n (fig. 27).

35. Um diametro AA′ dará a divisão em 2; um segundo diametro BB′, perpendicular ao primeiro, dará a divisão em 4. Com o raio da circumferencia, a partir de A marque-se C: AC dará a 6ª parte; CB, a 12ª; e CA′ a 3ª. Com a corda de um quadrante AB′ e centro 1.° em C, 2.° em B, descreva-se 1.° DF, 2.° AH: DE dará a 11ª parte; EF a 8ª; EA′ a 16ª; EO a 10ª; EB a 5ª; e OH a 15ª.

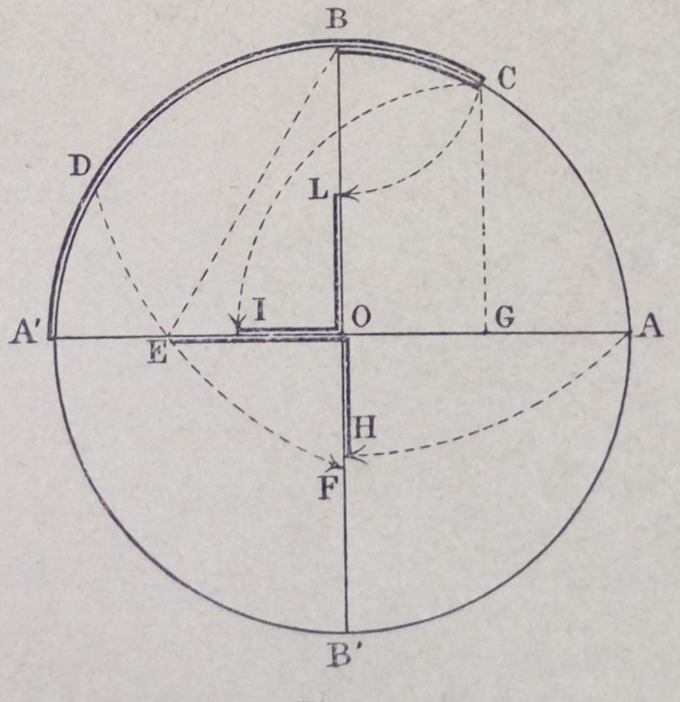

Fig. 27

Ainda de B como centro, mas com a corda de uma 12^a parte, BC, descreva-se CL : LO dará a 13^a parte.

Abaixe-se uma perpendicular CG ao meio de um raio, e de G como centro descreva-se CI : CG dará a 7^a parte ; e OI a 17^a.

A terça parte do diametro dará a 9^a parte da circumferencia.

Finalmente, por meio de bissecções successivas obtem-se divisões nos multiplos desses numeros por 2^n.

Divisão da circumferencia em *n* partes iguaes

36. *Processo de Bion* (fig. 28) : Divida-se um diametro AB em n partes iguaes, e com um raio igual a elle, descreva-se dos extremos A,B, dois arcos que se cortem em C; trace-se, de C uma recta CD, passando pelo 2^o ponto da divisão do diametro; o arco AD será $\frac{1}{n}$ parte da circumferencia.

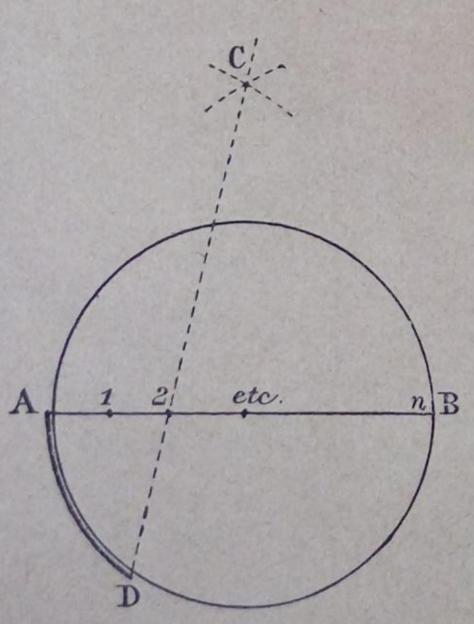

Fig. 28

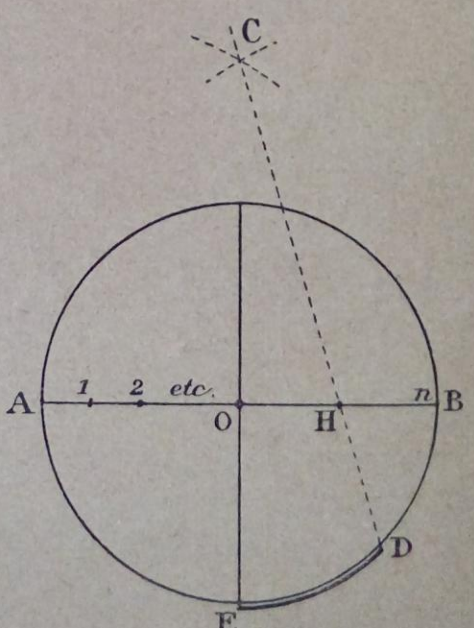

Fig. 29

Processo de Tempier (fig. 29) : Proceda-se como no de *Bion* até determinar o ponto C; — trace-se CD, cortando o diametro AB em H, a uma distancia do centro, HO, igual a duas das divisões do diametro; trace-se um 2º diametro perpendicular ao 1º; o arco DE será a $\frac{1}{n}$ parte da circumferencia.

O processo de *Bion* é mais rigoroso nas divisões até sete partes iguaes, e o de *Tempier* nas de numero superior a sete.

Rectificação da circumferencia

37. Rectificar uma circumferencia é determinar seu comprimento sobre uma linha recta.

(1º) Regra dos 3 e $\frac{1}{7}$:

Tome-se seguidamente sobre uma linha recta, o *triplo* e *mais um setimo* do diametro, e tem-se a rectificação pedida.

(2º) Regra do dobro do terço e quarto [2 (3º + 4º)]

Tome-se seguidamente sobre uma linha recta, o *dobro da corda do terço*, e *mais o da corda do quarto* da circumferencia; tem-se a rectificação pedida.

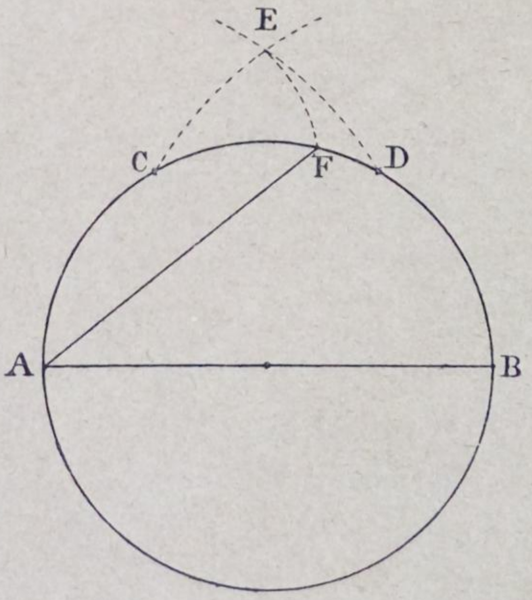

Fig. 30

(3º) Regra de Mascheroni (fig. 30).

Dos extremos A, B, de um diametro, determine-se: 1º, Com o raio do circulo, os pontos C, D;

2°, Com a corda AD ou BC, os dois arcos, que se cortão em E.

De C (ou de D) descreva-se EF; a corda AF será a quarta parte da rectificação pedida.

Generalidades sobre a ellipse

38. *Centro*, é o ponto que estabelece a symetria dos pontos da curva.

39. *Eixo*, é a recta que estabelece a symetria dos arcos da curva.

40. *Raio-Vector*, é a distancia de qualquer ponto da curva a um ponto fixo, chamado *Fóco*.

41. *Ellipse*, é uma curva plana, e fechada, (ABCD) (fig. 31) cuja somma dos raios vectores ($MF + MF'$), de cada ponto (M), a dois fócos (F, F'), é igual ao eixo maior (AC).

42. *Eixo maior*, AC, é o que passa pelos fócos; — e *eixo menor* é o perpendicular ao maior.

43. **Traçar a ellipse, dados os fócos** F, F′ **e o eixo maior** AB

1° *por movimento continuo* (fig. 31).

Prendão-se, nos fócos, as extremidades de um cordão do comprimento do eixo maior e distendendo-se o cordão com um lapis, descreva-se a curva ABCD, que será a ellipse pedida.

2° *por pontos* (fig. 32).

Sobre a distancia fócal, FF′, marque-se um ponto M, e com os raios MA, MB, descrevão-se, de cada fóco, arcos que se cortem; as intersecções M_1, M_2, M_3, M_4,

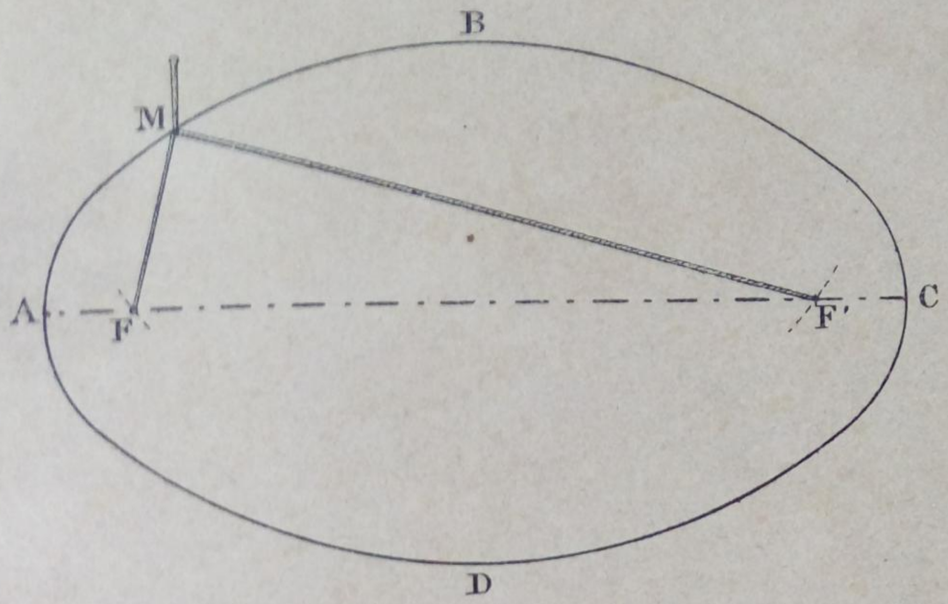

Fig. 31

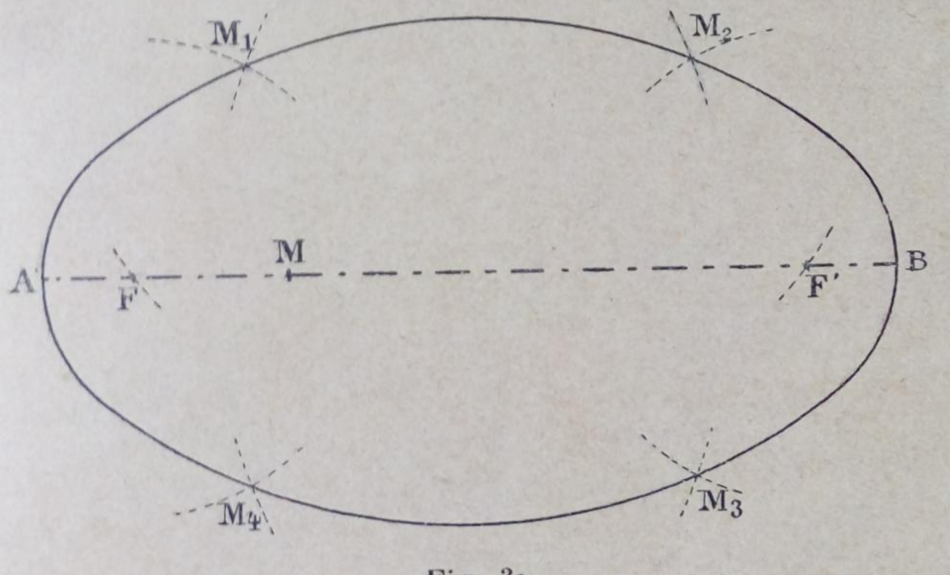

Fig. 32

serão pontos da ellipse; muitos pontos assim indicados, determinão a ellipse pedida.

44. Traçar uma ellipse, dados os 2 eixos

1° *Com a regoa* (fig. 33).

Traçados perpendicularmente ao meio um do outro os 2 eixos, AB, CD, marquem-se sobre uma regoa a partir de um mesmo ponto *a*, e para o mesmo lado, as distancias *a*M, *am*, respectivamente iguaes a cada semieixo maior e menor, percorra-se, com o ponto M,

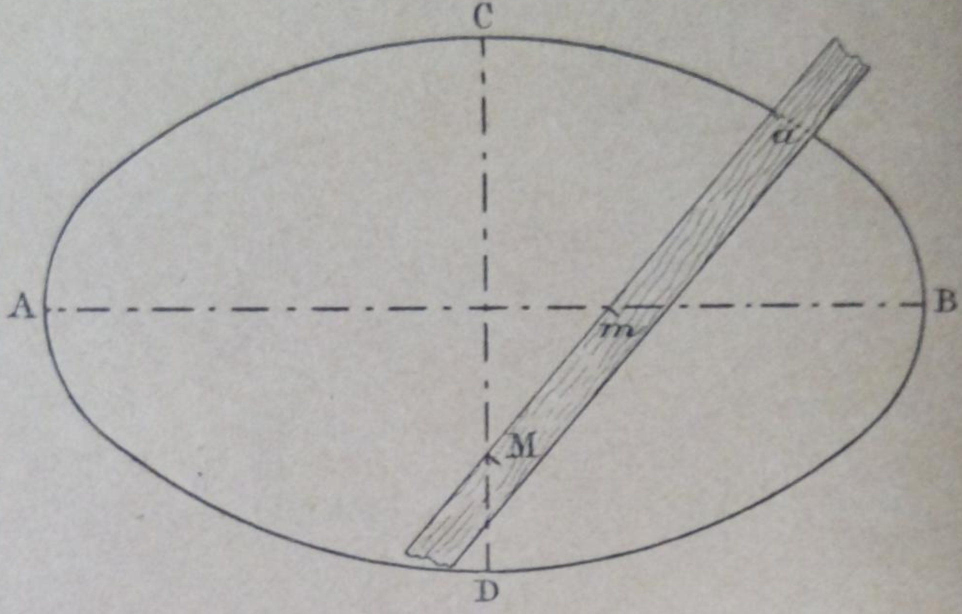

Fig. 33

o eixo menor, conservando o ponto *m* sobre o maior; — o ponto *a* descreverá a ellipse pedida.

2° *Por meio de circulos concentricos* (fig. 34).

Traçados os eixos, como no caso anterior, com os raios iguaes a cada semieixo, descrevão-se, da intersecção O, duas circumferencias concentricas; trace-se um diametro da maior, de seus extremos tirem-se parallelas ao eixo menor, e, de suas intersecções com a circumferencia menor, parallelas ao eixo maior; as intersecções M_1, M_2, M_3, M_4 serão pontos da ellipse, e muitos outros assim indicados determinão a ellipse pedida.

Determinar o centro da ellipse (fig. 35)

45. Tracem-se duas cordas *ab*, *cd*, parallelas, e pelo meio de cada uma dellas, uma recta AB; esta será um diametro, cujo meio O será o centro pedido.

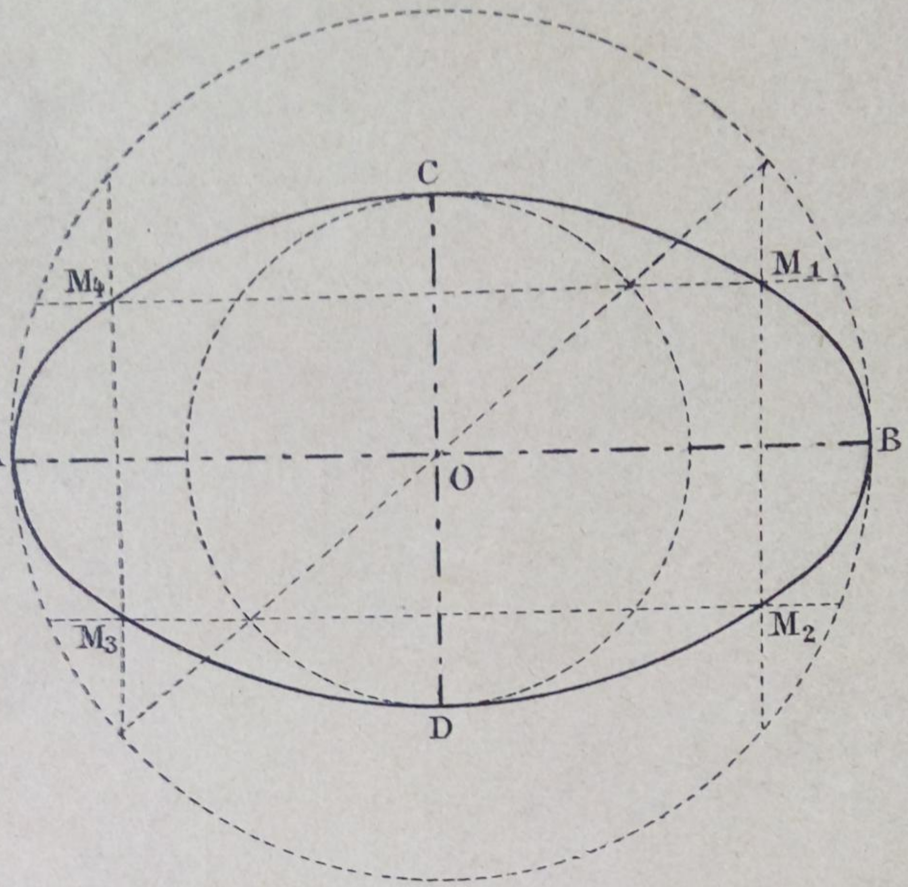

Fig. 34

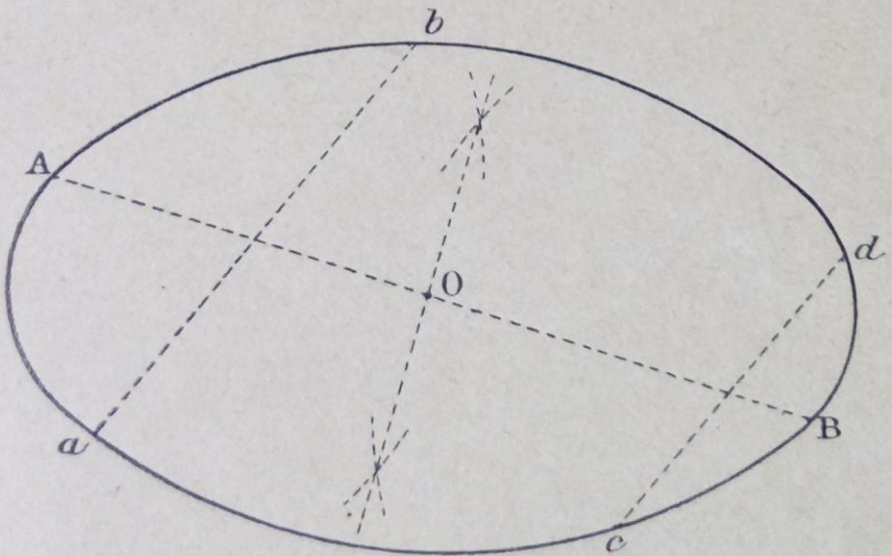

Fig. 35

Determinar os eixos da ellipse (fig. 36)

46. Do centro O, descreva-se uma circumferencia que corte a ellipse, unão-se tres das intersecções consecutivas, 1 a 2, 2 a 3, e parallelamente a essas rectas, tracem-se, pelo centro O, as rectas AB, CD que serão os diametros pedidos.

Determinar os fócos da ellipse (fig. 36)

47. Faça-se centro em C, extremo do eixo menor, e

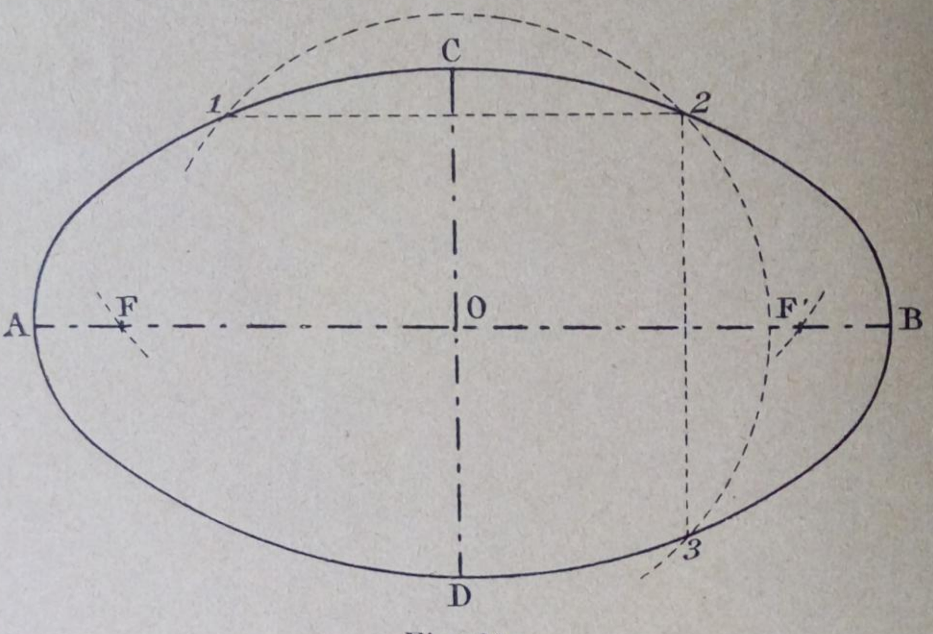

Fig. 36

com um raio igual ao semieixo maior, corte-se este ultimo eixo; as intersecções F, F' serão os fócos.

CAPITULO III

DOS POLYGONOS EM GERAL

Programma : Definições e Classificação dos polygonos segundo a sua natureza, os seus lados e angulos, e o numero de seus lados.

48. *Polygono* é a superficie limitada por linhas rectas.

Essas linhas chamão-se *lados*, e as suas intersecções *vertice* do polygono.

49. *Perimetro* é a somma de todos os lados.

50. *Diagonal* é a recta que une dois vertices não consecutivos.

51. Segundo a sua natureza, os polygonos são :

Convexos, os que tem os angulos salientes.

Concavos, os que tem angulos uns salientes e outros reintrantes.

Estrellados, os que tem os angulos alternativamente salientes e reintrantes.

52. Segundo os seus lados e angulos, os polygonos são :

Regulares, os que tem os lados e angulos iguaes.

Irregulares, os que tem lados e angulos desiguaes.

53. Segundo o numero de lados os polygonos são :

Triangulos, os de	3	lados.
Quadrilateros, os de	4	»
Pentagonos, os de	5	»
Hexagonos, os de	6	»
Heptagonos, os de	7	»

Octogonos, os de	8	lados.
Eneagonos, os de	9	»
Decagonos, os de	10	»
Undecagonos, os de	11	»
Dodecagonos, os de	12	»
Pentedecagonos, os de	15	»
Icosigonos, os de	20	»

§ 1.º — DOS TRIANGULOS

Programma : Definições e Classificação segundo os seus lados, e os seus angulos. — Construcções de triangulos equilateros, isosceles, escalenos e rectangulos, dados os elementos que constituem os seus principaes casos de igualdade.

54. Segundo os seus lados, os triangulos são :

Equilateros, os que tem os 3 lados iguaes.

Isosceles, os que tem 2 lados iguaes. — Nesses, o lado desigual chama-se *base*,

Escalenos, os que tem os 3 lados desiguaes.

55. Segundo os seus angulos, os triangulos são :

Equiangulos, os que tem os 3 angulos iguaes.

Rectangulos, os que tem um angulo recto. — Nesses, o lado opposto ao angulo recto chama-se *hypothenusa* e os outros dois *cathetos*.

Obtusangulos, os que tem um angulo obtuso.

Acutangulos, os que tem os 3 angulos agudos.

Construcções : — Construir um triangulo equilatero, dado um lado m

56. Trace-se $AB = m$ (fig. 37); — dos extremos A, B, descrevão-se, com um raio igual a AB, dois arcos que se cortem em C; unindo C aos pontos A, B, tem-se o triangulo pedido ABC.

Construir um triangulo isosceles, dada a base *m* e um lado *n*

57. Trace-se AB $= m$ (fig. 38); dos extremos A,B, descrevão-se, com um raio igual a n, dois arcos que

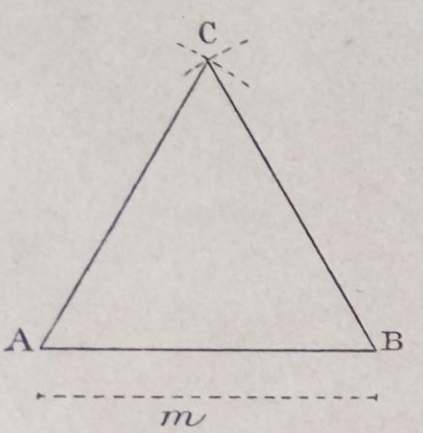

Fig. 37

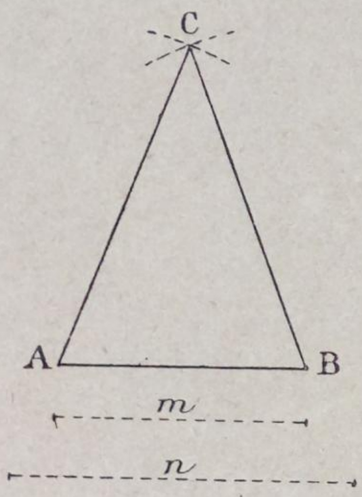

Fig. 38

se cortem em C; unindo C aos pontos A e B, tem-se o triangulo pedido ABC.

Construir um triangulo escaleno

58. 1° Dados os 3 lados m, n, p (fig. 39).

Trace-se AB $= m$; descreva-se, de A com um raio n, e de B com um raio p, dois arcos que se cortem em C; unindo C aos pontos A e B, tem-se o triangulo pedido ABC.

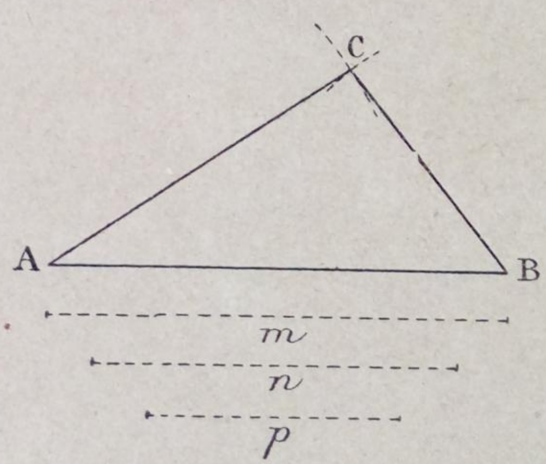

Fig. 39

2° Dados 2 lados m, n, e o angulo comprehendido a (fig. 40).

Construa-se um angulo A $= a$, tendo um lado AB $= m$, e outro AC $= n$; unindo-se as extremidades B e C, tem-se o triangulo pedido ABC.

3º Dado um lado m, e os 2 angulos adjacentes a, b (fig. 41).

Sobre $AB = m$, construa-se em A o angulo $A = a$, e em B o angulo $B = b$; teremos o triangulo pedido ABC.

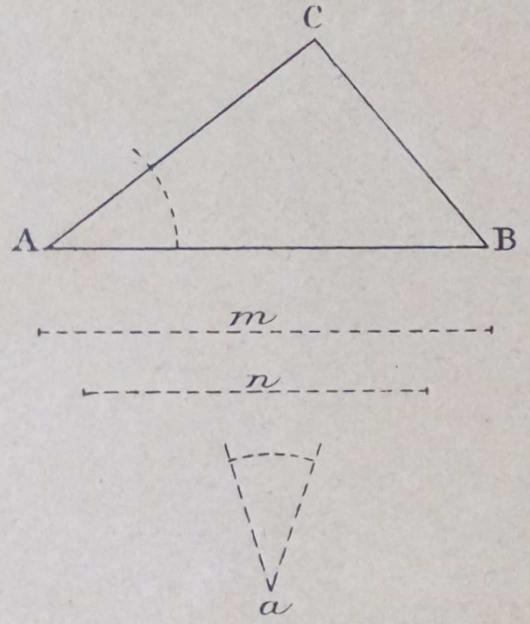

Fig. 40

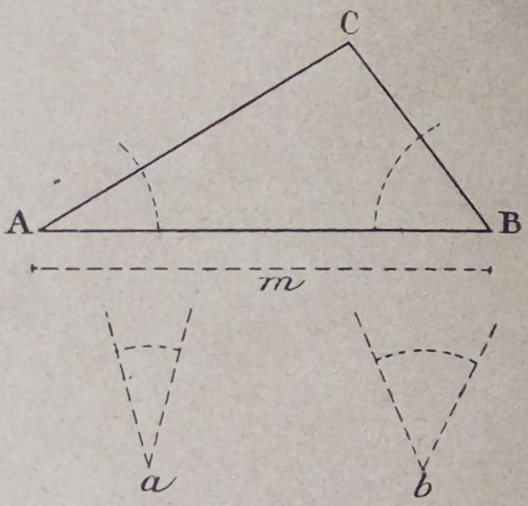

Fig. 41

59. Desses 3 casos, o 1º só é possivel quando um lado é menor do que a somma dos outros dois; — o 2º é sempre possivel; e o 3º só é possivel quando a somma dos dois angulos é menor que dois rectos.

Construir um triangulo rectangulo

60. 1º Dada a hypothenusa a, e um catheto b (fig. 42).

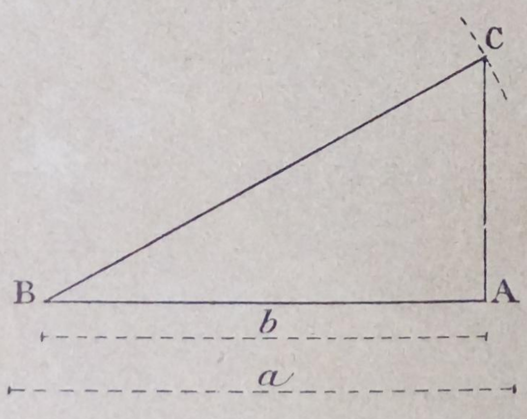

Fig. 42

Construa se um angulo recto A, tendo um lado $AB = b$;

de B descreva-se, com um raio a, um arco que corte o outro lado em C; unindo BC, tem-se o triangulo pedido ABC.

2º Dada a hypothenusa a e um angulo agudo b (fig. 43).

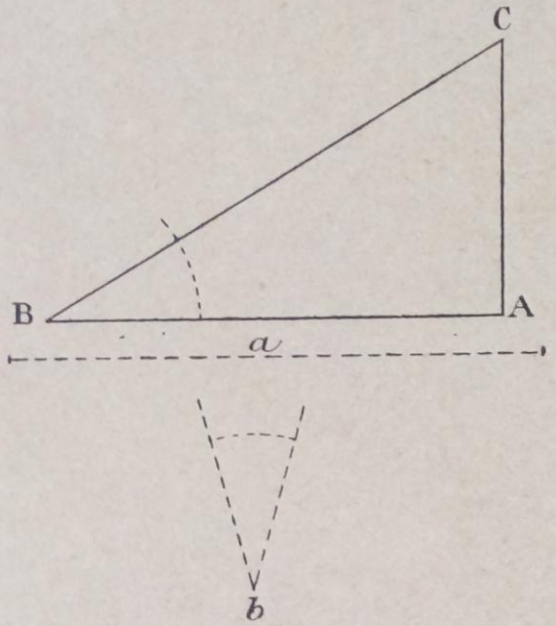

Fig. 43

Construa-se um angulo agudo $B = b$, tendo um lado $BC = a$; de C abaixe-se uma perpendicular sobre o outro lado, tem-se o triangulo pedido ABC.

§ 2.º — DOS QUADRILATEROS

Programma : Definições e Classificação segundo os lados, e os seus angulos. — Construcções : do parallelogrammo, dados 2 lados e o angulo comprehendido ; — do quadrado, dado um lado ; — de um losango, dadas as diagonaes ; — de um rectangulo, dado um lado e a diagonal ; — de um trapezio, dados os 4 lados ; — de um quadrilatero qualquer, dados os lados e uma diagonal.

61. Segundo os seus lados os quadrilateros são :

Parallelogrammos, os que tem os lados oppostos parallelos.

Trapezios, os que só tem dois lados parallelos, chamados *bases*.

Losangos, os parallelogrammos de lados iguaes.

62. Segundo os seus angulos os quadrilateros são :

Rectangulos, os parallelogrammos que tem os angulos rectos.

Quadrados, os losangos que tem os angulos rectos.

Construcções : — Construir um parallelogrammo, dados 2 lados m, n **e o angulo comprehendido** a (fig. 44)

63. Construa-se um angulo $A = a$, tendo os lados $AB = m$, e $AD = n$; descreva-se de B, com um raio n,

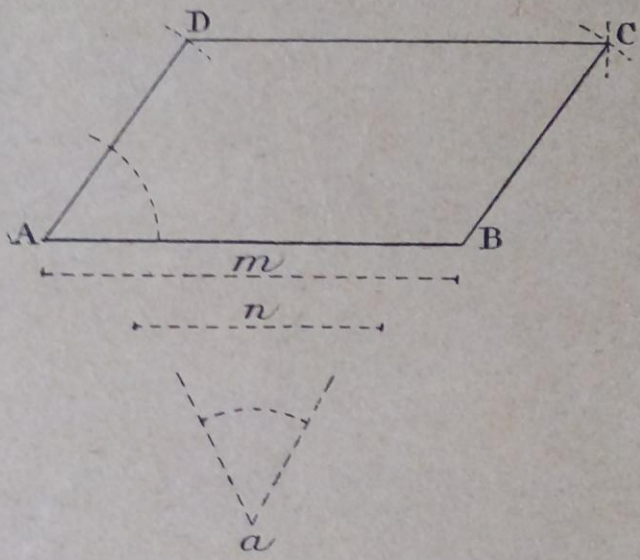

Fig. 44

e de D com um raio m, dois arcos que se cortem em C; unindo C aos pontos B e D tem-se o parallelogrammo pedido ABCD.

Construir um quadrado, dado o lado m; **ou um rectangulo, dados 2 lados consecutivos**

64. Proceda-se como para a construcção de um parallelogrammo (nº 63), cujos angulos são rectos; e com os lados iguaes no caso do quadrado.

Construir um losango dadas as diagonáes m, n (fig. 45)

65. Tracem-se duas perpendiculares XX′ e YY′; de um e de outro lado da intersecção O, tome-se, sobre

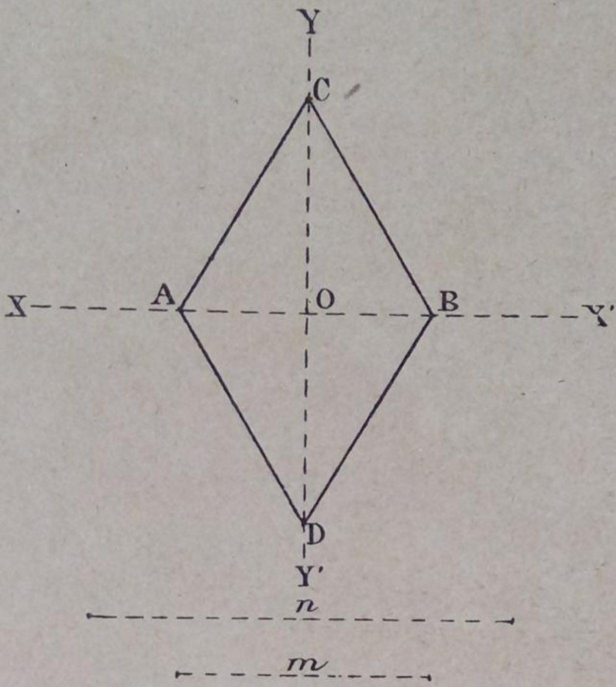

Fig. 45

XX′ as distancias OA, OB iguaes á metade de m, e, sobre YY′, as distancias OC, OD iguaes á metade de n; unindo os pontos A, B, C, D tem-se o losango pedido ABCD.

Construir um rectangulo, dado um lado a **e a diagonal** m (fig. 46).

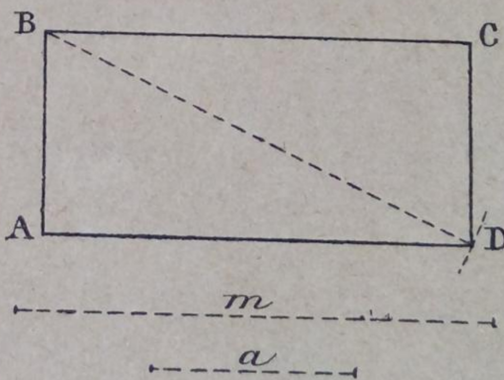

Fig. 46

66. Construa-se um angulo recto A, tendo um lado AB = a; descreva-se de B, com um raio m, um arco que corte o outro lado em D, tem-se assim dois lados AB, AD do rectangulo pedido; resta concluil-o

como no caso de um parallelogrammo, dados dois lados e o angulo comprehendido (nº 63).

Construir um trapezio, dados os quatro lados *a*, *b*, *c*, *d* (fig. 47)

67. Sejão *a*, *b* as bases. Sobre $AB = a$, tome-se $AE = b$; descreva-se de B com um raio *c*, e de E com um raio *d*, dois arcos que se cortem em C; com as rec-

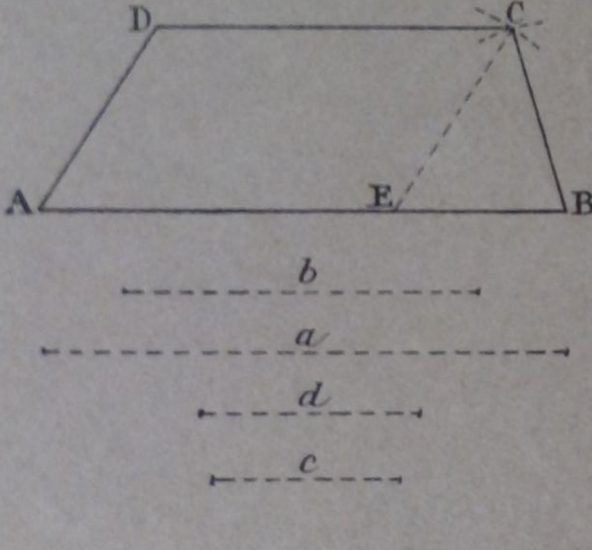

Fig. 47

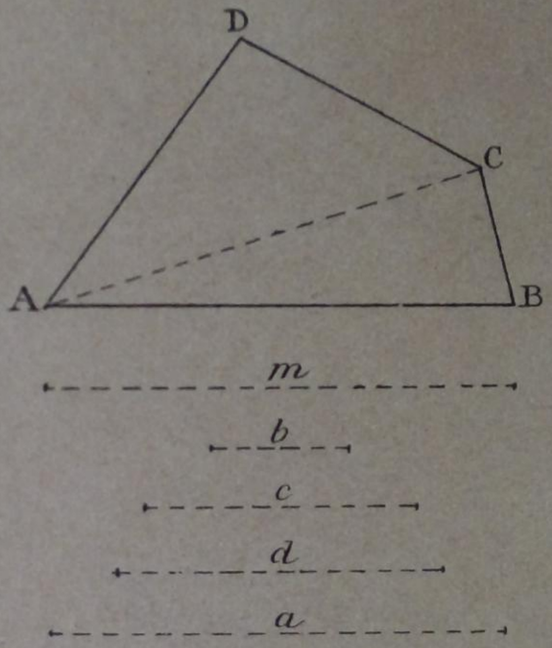

Fig. 48

tas CE e AE construa-se o parallelogrammo AECD (nº 63); unindo C a B, tem-se o trapezio pedido ABCD.

Construir um quadrilatero qualquer, dados os 4 lados e uma diagonal (fig. 48)

68. Seja A a origem da diagonal *m*, e a do 1º dos lados assim ordenados *a*, *b*, *c*, *d*. Sobre $AC = m$, construa-se, de um lado, o triangulo ABC com as rectas *a*, *b*; e do outro lado, o triangulo CDA com as rectas *c*, *d*; os dois triangulos assim juxtapostos formão o quadrilatero pedido ABCD.

§ 3.º — DOS POLYGONOS REGULARES

Programma : Definições. — Construcções de polygonos regulares, e caso do lado determinado. — Polygonos e Circulos inscriptos circumscriptos. — Polygonos estrellados. — Estrellas.

69. *Centro*, é o ponto interior equidistante dos lados do polygono.

70. *Apóthema*, é a distancia do centro aos lados do polygono.

O apóthema é perpendicular ao meio do lado; assim, as perpendiculares ao meio de dois lados não parallelos determinão o apóthema e o centro do polygono.

71. *Raio*, é a distancia do centro aos vertices do polygono.

Construcções : — Construir um polygono convexo regular (fig. 49)

72. Divida-se uma circumferencia em partes iguaes, unão-se, consecutivamente, os pontos de divisão ; ou, tracem-se tangentes (nº 31, reciproca ; ou nº 84) em cada um delles ; tem-se o polygono pedido.

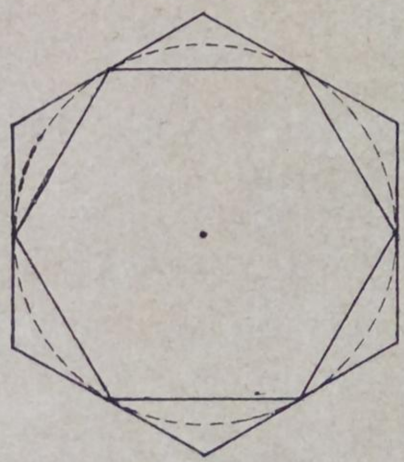

Fig. 49

No primeiro caso o polygono tem os seus vertices na circumferencia, elle se diz então *inscripto* no circulo, e o circulo diz-se circumscripto ao polygono. No segundo caso, o polygono tem os seus lados tangentes á circumferencia, elle se diz então *circumscripto*, e o circulo inscripto.

Construir um polygono de lado determinado
(fig. 50)

73. Seja para construir um hexagono de lado igual a m. Sobre dois lados consecutivos AB, AC de um hexagono qualquer tomem-se duas distancias AD, AE

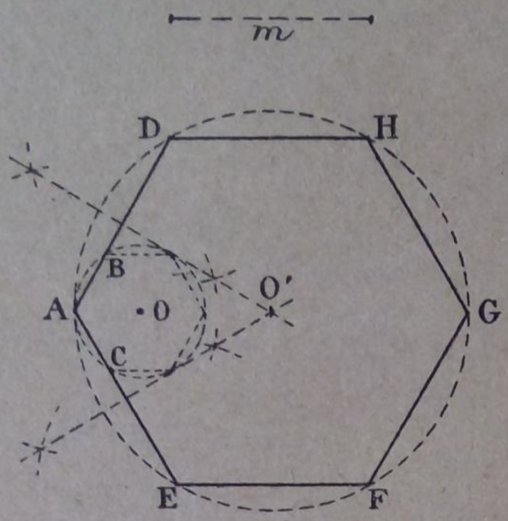

Fig. 50

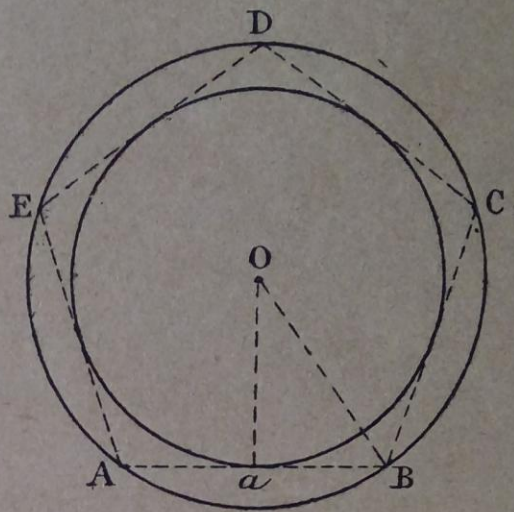

Fig. 51

iguaes a m; pelos 3 pontos A,D,E descreva-se uma circumferencia O', e nella inscreva-se um hexagono (nº 72) que será o pedido AEFGHD.

Inscrever e circumscrever um circulo a um polygono regular dado ABCDE (fig. 51)

74. O centro para qualquer dos circulos será o mesmo O do polygono; o raio do circulo circumscripto será o mesmo OB do polygono, e o raio do circulo inscripto será o apóthema Oa.

Dos polygonos estrellados : — Construir um polygono estrellado (fig. 52)

75. Divida-se uma circumferencia em partes iguaes,

e seguindo sempre um mesmo sentido, unão-se os pon-

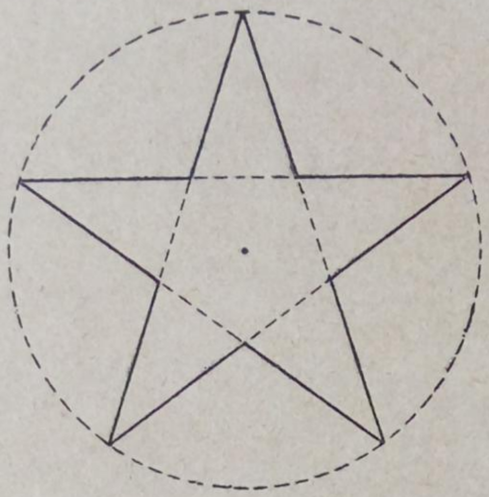

Fig. 52

tos de divisão de 3 a 3, ou de 4 em 4, ou de 5 em 5, etc.; tem-se o polygono pedido.

Construir uma estrella (fig. 53)

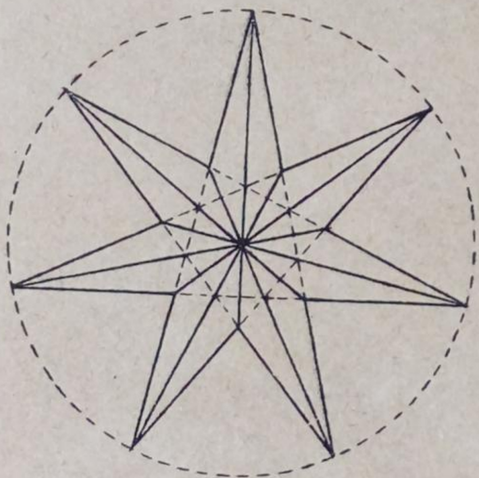

Fig. 53

76. Una-se o centro de um polygono estrellado, a todos os seus vertices, tem-se a estrella pedida.

CAPITULO IV

HOMOGRAPHIA

Definições, Copia, Augmento e Reducção de polygonos

77. *Homographia*, é o traçado de figuras iguaes e de semelhantes.

§ 1.º — COPIA DE POLYGONOS

Copiar um polygono ABCDE (fig. 54)

78. As diagonáes AC, AD, de um mesmo vertice, decompõem o polygono em triangulos de lados determinados; com esses elementos, respectivos a cada trian-

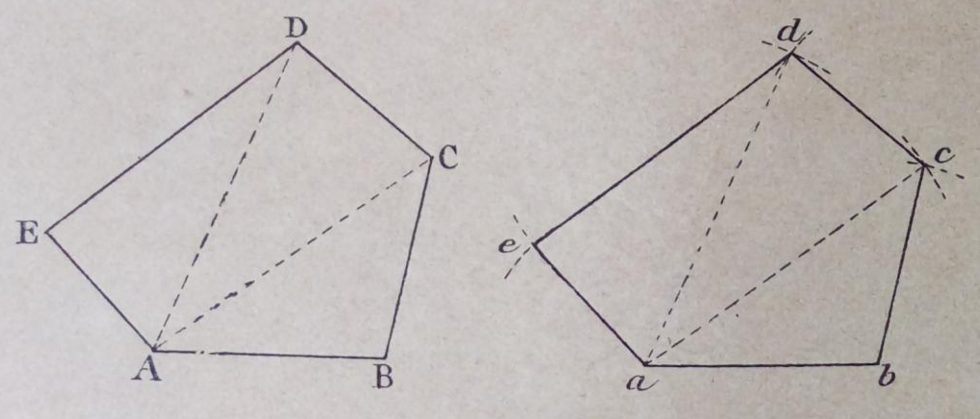

Fig. 54

gulo, construão-se (nº 58,-1º) outros tantos igualmente dispostos; o polygono *abcde* será a copia pedida.

Augmentar um triangulo, *abc*, **segundo uma base,** AB, **correspondente a** *ab* (fig. 55)

79. Com o lado AB, e respectivamente adjacentes os

angulos a, b como elementos, construa-se (nº 58,-3º) o triangulo ABC, que será o augmento pedido.

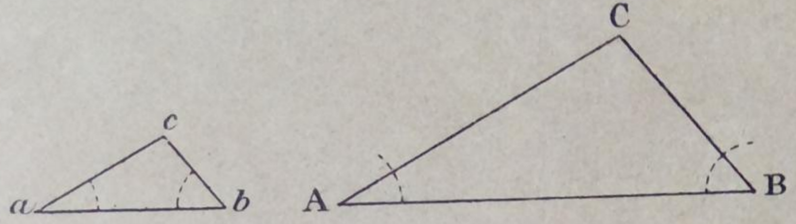

Fig. 55

De modo identico faz-se a *reducção*.

Reducção de um polygono, ABCDE, **segundo uma base** *ab*, **correspondente a** AB (fig. 56)

80. As diagonáes AC, AD, de um mesmo vertice, decompõem o polygono em triangulos; sobre a base *ab*, faça-se a reducção do triangulo ABC (nº 79), e succes-

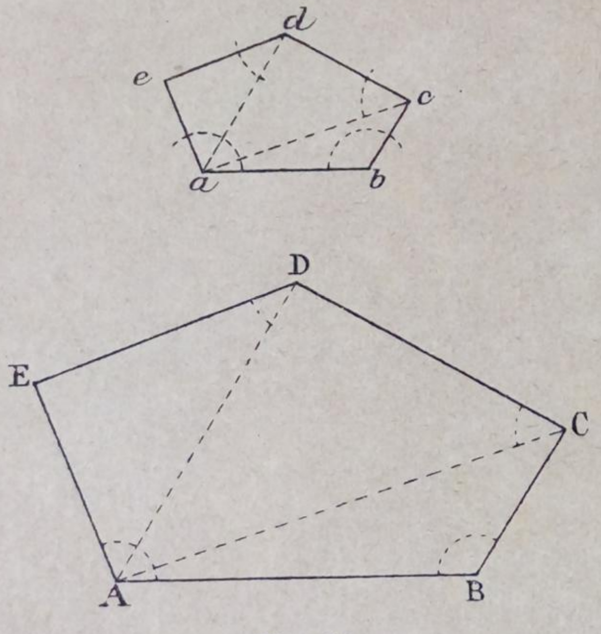

Fig. 56

sivamente as dos outros, na mesma disposição, sobre as bases *ac*, *ad*; o polygono *abcde* será a reducção pedida.

De modo identico faz-se o *augmento*.

Reducção de um polygono ABCDE, segundo a relação $\frac{m}{n}$ dos lados homologos (fig. 57)

81. Neste caso será $m < n$, seja $\frac{m}{n} = \frac{3}{5}$.

Considere-se um dos lados, AB, como base do polygono dado, divida-se essa base em n partes iguaes; as

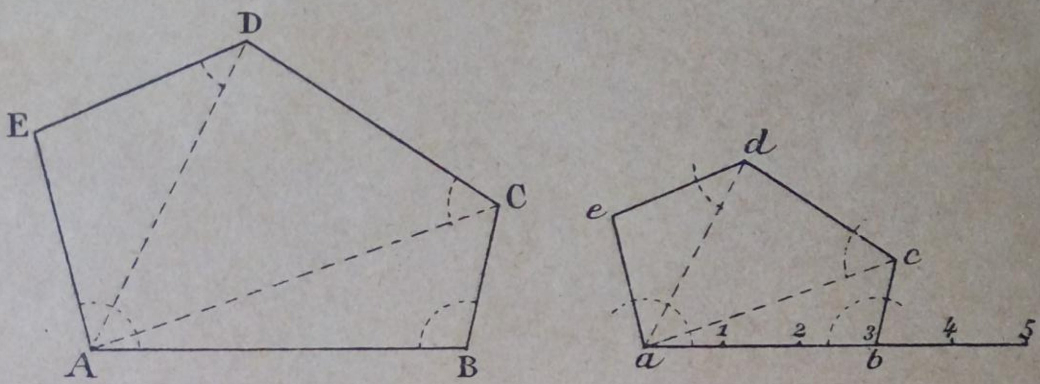

Fig. 57

m primeiras divisões determinão a base ab do polygono pedido $abcde$, resta construil-o (nº 80).

Augmento de um polygono *abcd*, segundo a relação $\frac{m}{n}$ dos lados homologos

82. Neste caso será $m > n$ (fig. 57), seja $\frac{m}{n} = \frac{5}{3}$.

Considere-se um dos lados, ab, como base do polygono dado, divida-se essa base em n partes iguaes, e, na mesma direcção, completem-se m dessas partes; este total m de divisões determinão a base AB do polygono pedido ABCDE, resta construil-o (nº 80).

§ 2.º — COPIA DE MODELOS QUAESQUER

Seja a Reducção segundo a relação $\frac{m}{n}$ (fig. 58)

83. — Encerre-se o modelo em um quadro rectangular, que se reduzirá segundo $\frac{m}{n}$ (nº 81); decomponha-

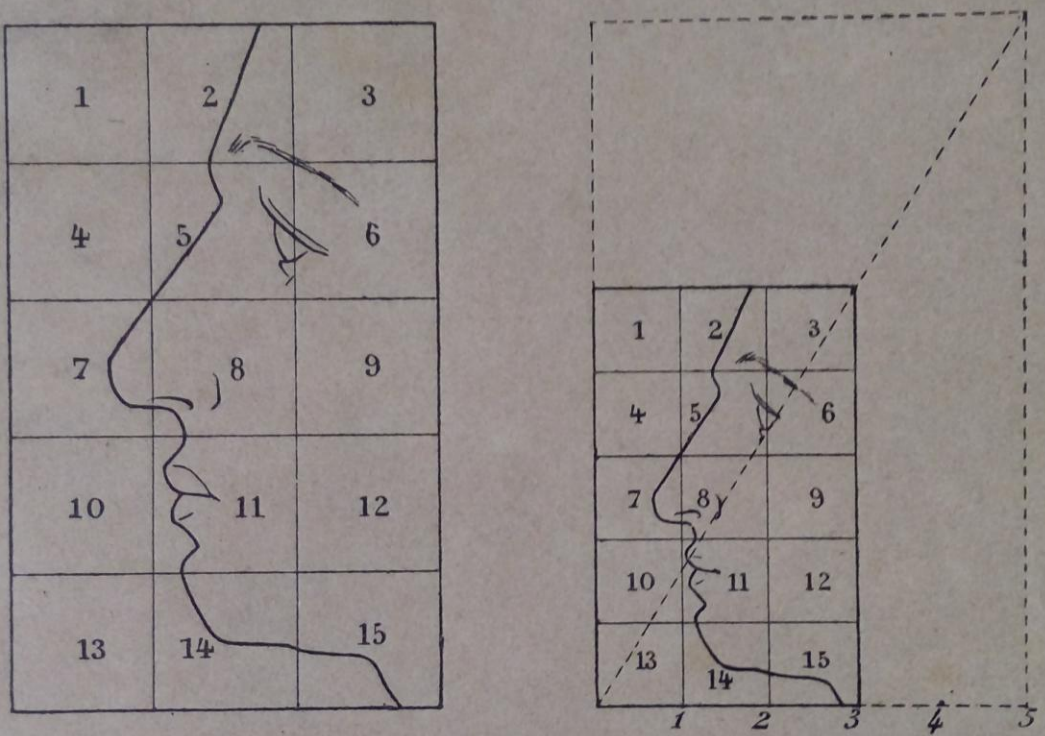

Fig. 58

se um e outro quadro em um mesmo numero de quadrados ou de rectangulos iguaes, estes respectivamente determinarão os pontos principaes e o traçado da figura pedida.

SEGUNDA PARTE

CAPITULO I

DAS TANGENTES

§ 1.º — RECTAS TANGENTES

Traçar uma tangente a um arco de circulo AB, **dado o ponto de contacto** P (fig. 59)

84. Faça-se centro em P, e, com um raio qualquer,

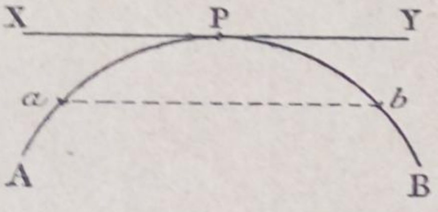

Fig. 59

corte-se o arco AB em dois pontos *a*, *b*; parallelamente á corda *ab*, trace-se em P a recta X Y, que será a tangente pedida.

Traçar, de um ponto exterior P, **tangentes a um circulo** (fig. 60)

85. Una-se P ao centro O do circulo, e do meio M dessa distancia descreva-se, com o raio MO, um arco

AB, que cortará a circumferencia nos pontos de con-

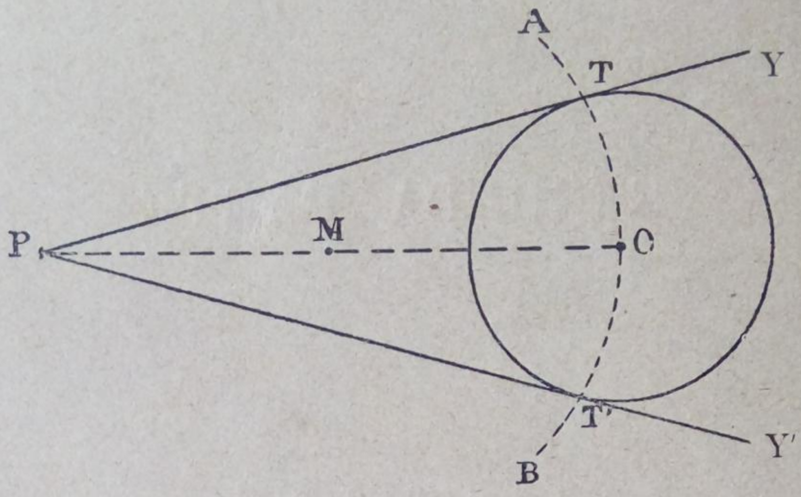

Fig. 60

tacto T, T', para traçar as tangentes pedidas PY, PY' (nº 84).

Traçar, parallelamente a uma recta AB, **tangentes a um circulo** (fig. 61).

86. Pelo centro O do circulo trace-se, perpendicularmente a AB, uma recta CD, que cortará a circumferen-

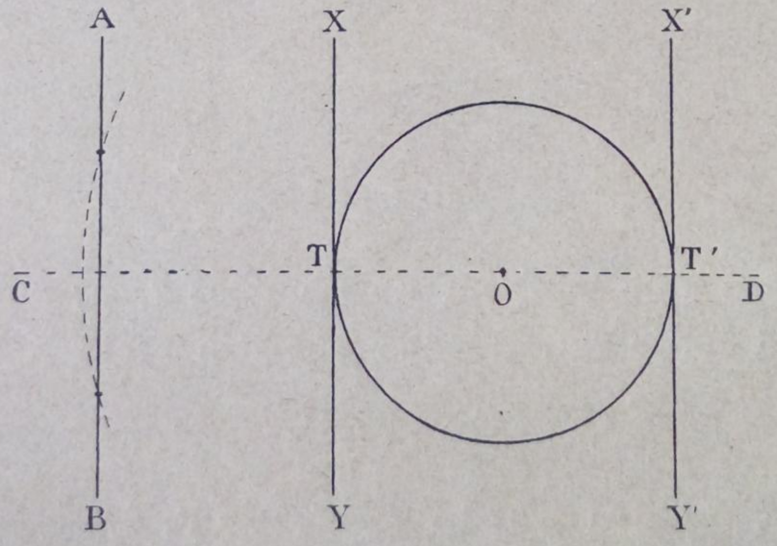

Fig. 61

cia nos pontos de contacto T, T' para traçar as tangentes pedidas XY, X'Y' (nº 84).

Traçar tangentes communs a dois circulos, O, O′ (fig. 62)

87. Respectivamente parallelos, trace-se um diametro AB em um dos circulos, e um raio O′C no outro ; as rectas tiradas das extremidades A e B do diametro

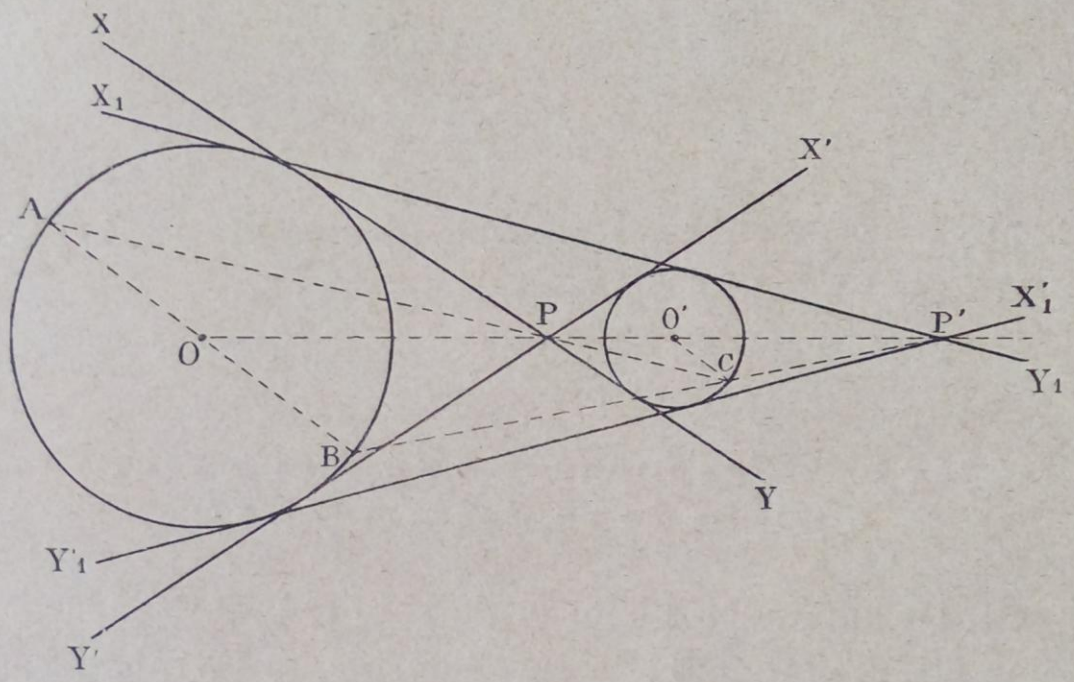

Fig. 62

pelo extremo C do raio, cortarão a linha dos centros OO′ e o seu prolongamento, nos pontos P e P′, de onde se traçarão (nº 85) as tangentes pedidas : XY, X′Y′, chamadas interiores, e X_1 Y_1, X'_1 Y'_1 exteriores.

§ 2.º — CIRCULOS TANGENTES

Traçar circulos tangentes a duas rectas AB e CD (fig. 63) (1)

88. Trace-se a bissectriz do angulo das duas rectas

(1) Tangente a uma recta, veja nº 31.

(nº 18), e abaixe-se de qualquer de seus pontos P, uma perpendicular até encontrar uma das rectas, AB; o

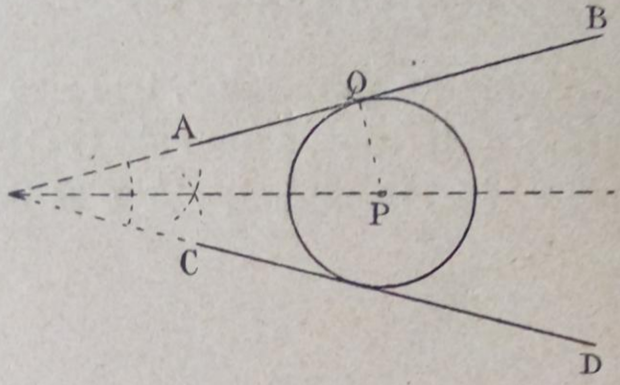

Fig. 63

ponto P será o centro e a perpendicular PQ o raio para traçar uma das circumferencias pedidas.

O numero dessas circumferencias é infinito.

Traçar circulos tangentes a um outro O, **dado o ponto de contacto** A (fig. 64)

89. De qualquer ponto P do raio OA, descreva-se uma circumferencia tangente interior, e, de qualquer

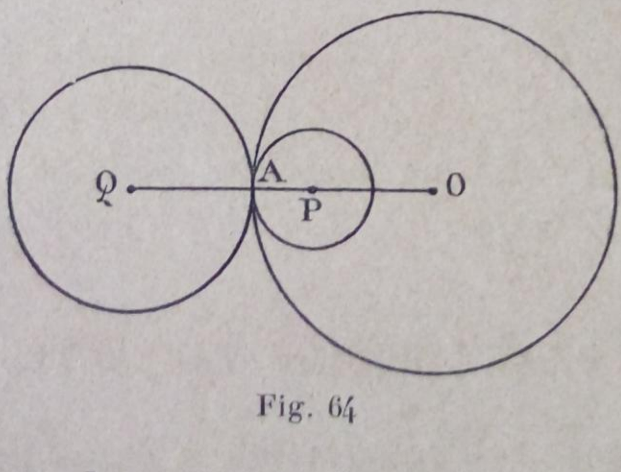

Fig. 64

ponto Q do prolongamento do mesmo raio, uma exterior.

O numero dessas circumferencias é infinito.

Traçar circulos tangentes a um outro O e a uma recta AB

90. 1° Dado o ponto de contacto P na circumferencia O, (figs. 65 e 66).

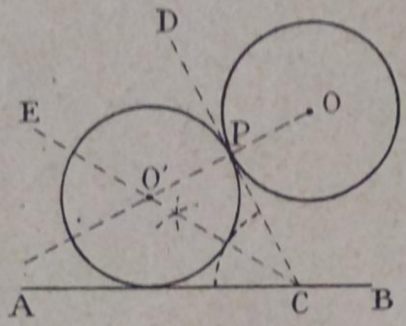

Fig. 65

Sobre AB forme-se com CD, tangente em P, os angulos ACD e DCB; a bissectriz, CE, fig. 65 (e CE′,

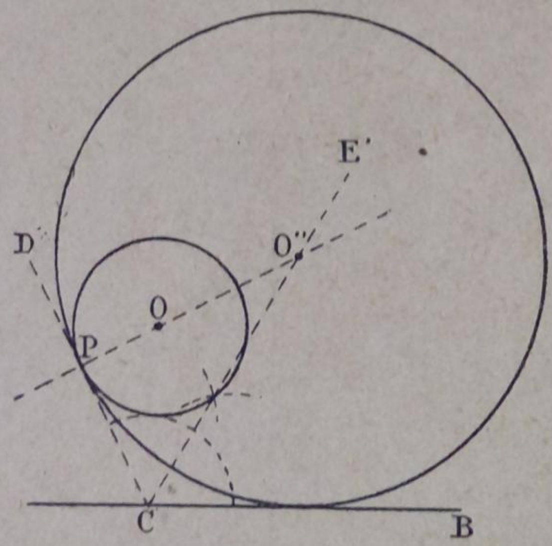

Fig. 66

fig. 66), corta o prolongamento do raio OP no ponto O′ (e em O″, fig. 66), de onde com o raio O′P (e O″P, fig. 66), se descreverá um dos circulos pedidos O′ (ou O″).

2° Dado o ponto de contacto P na recta AB, (figs. 67 e 68).

Sobre CD, perpendicular a AB no ponto P, marque-se PQ, fig. 67 (e PR, fig. 68), igual ao raio do circulo, *o*,

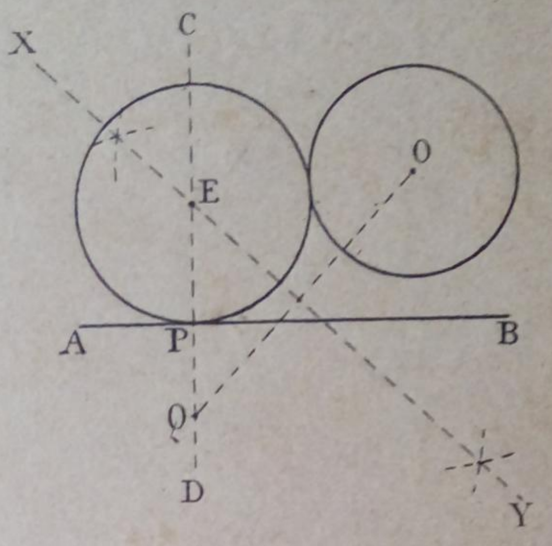

Fig. 67

no meio da distancia OQ (e OR, fig. 68), levante-se uma perpendicular XY (e X'Y', fig. 68), que cortará CD

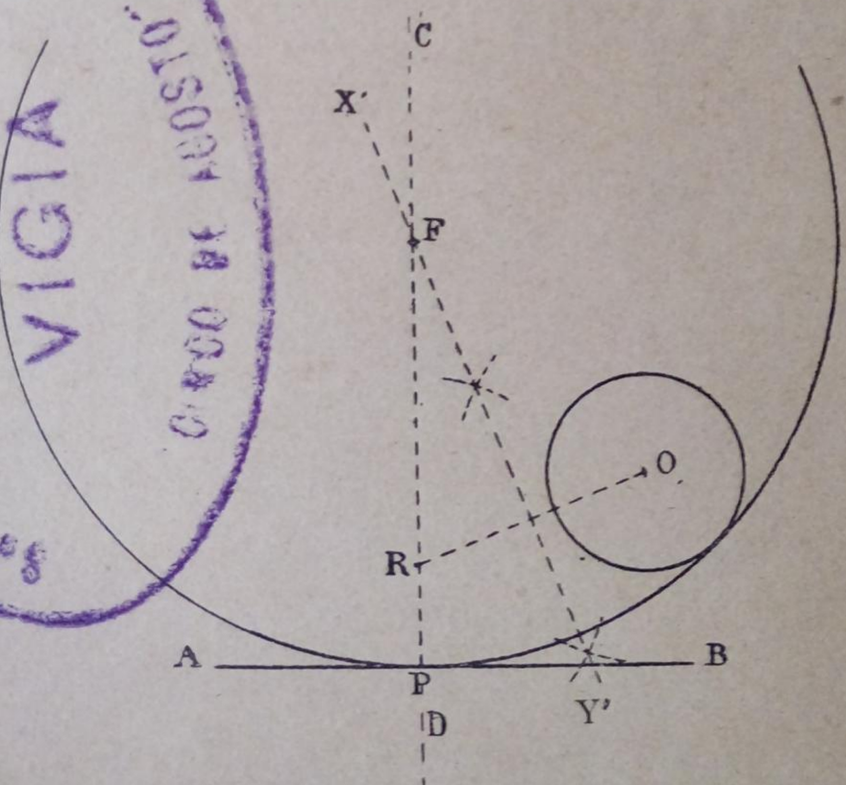

Fig. 68

em E (e em F, fig. 68), de onde com o raio EP (e FP, fig. 68), se descreverá um dos circulos pedidos : E (ou F).

CAPITULO II

DOS AJUSTAMENTOS

§ 1.º — AJUSTAMENTO DE RECTAS E ARCOS DE CIRCULOS

91. Ajustamento é a continuidade de linhas da mesma especie, ou de especies differentes, sem angulos nos pontos de encontro ou incidencia.

92. Para que duas linhas se ajustem, basta que sejão entre si tangentes nos pontos de incidencia; — assim, é no traçado de tangentes que se basêa o ajustamento das linhas.

Ajustamento de duas rectas parallelas
AB *e* DC (fig. 69)

93. Trace-se o arco BD, de uma circumferencia tan-

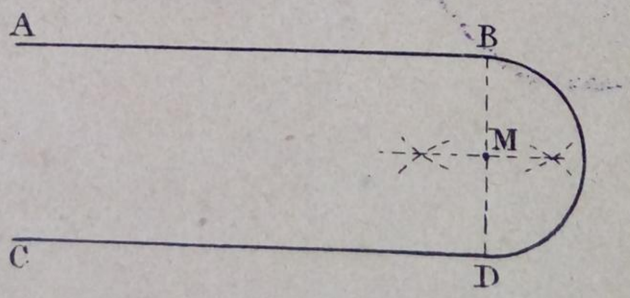

Fig. 69

gente ás duas rectas; assim, o centro será o meio M da perpendicular BD ás duas rectas.

Ajustamento de duas rectas não parallelas
AB *e* CD (fig. 70)

94. Trace-se o arco BD, de uma circumferencia tangente ás duas rectas; assim (nº 88), o centro será a in-

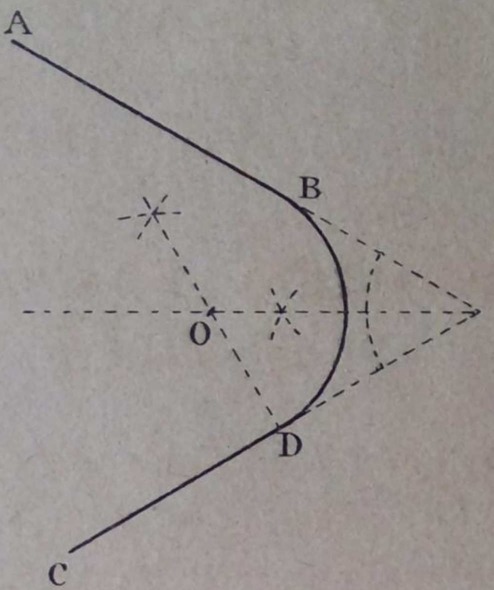

Fig. 70

tersecção O da bissectriz do angulo das duas rectas com a perpendicular a uma dellas.

Ajustamento de uma recta AB, **a um arco que passe por um ponto dado** P (fig. 71)

95. Trace-se o arco PQ, de uma circumferencia que

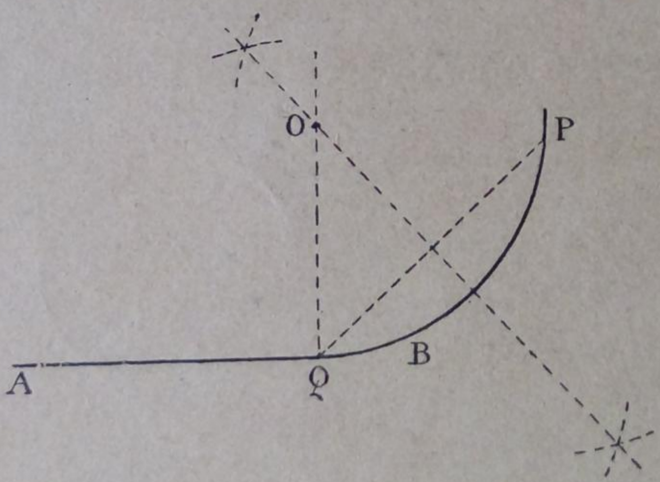

Fig. 71

passe por dois pontos, e que seja, em um delles, tangente á recta AB ; assim o centro será a intersecção O das perpendiculares, uma (nº 31), sobre AB, e a outra (nº 82) ao meio de PQ.

Ajustamento de uma recta AB e uma circumferencia O, dado o ponto de incidencia I sobre a circumferencia, ou, sobre a recta (figs. 72, 73, ou 74, 75)

96. Trace-se o arco de uma das circumferencias tan-

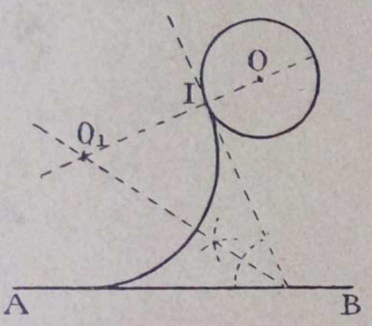

Fig. 72

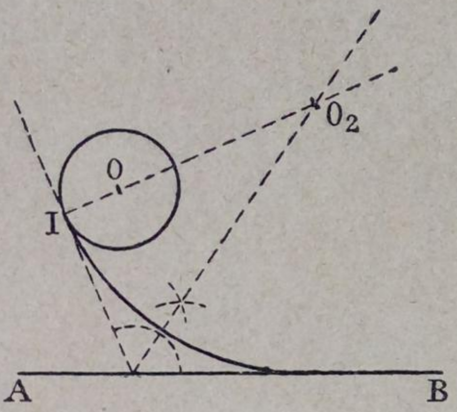

Fig. 73

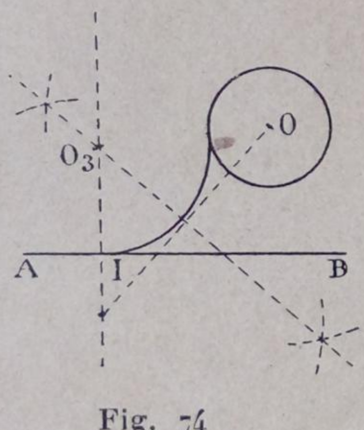

Fig. 74

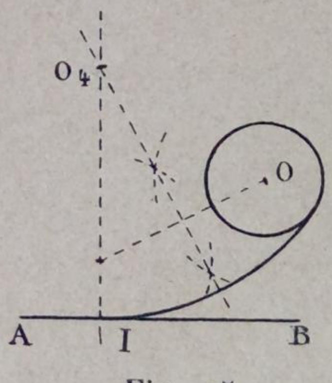

Fig. 75

gentes á outra e a uma recta (nº 90, 1º, 2º), os centros serão O_1, O_2, O_3, O_4.

§ 2.° — PRINCIPAES FIGURAS RESULTANTES DOS AJUSTAMENTOS

97. **As principaes figuras resultantes do ajustamento das linhas, são : Linha contornada ou revessa ; Arco aviajado ; Arco abatido ; Oval ; e Espiral**

98. *Linha contornada* ou *revessa* é uma curva polycentrica, alternadamente concava e convexa (fig. 76).

Para traçar a linha contornada pelos pontos A, B, C, D, etc., tracem-se perpendiculares no meio das distancias AB, BC, CD, etc. ; — descreva-se, de um ponto qualquer P da primeira perpendicular, o arco

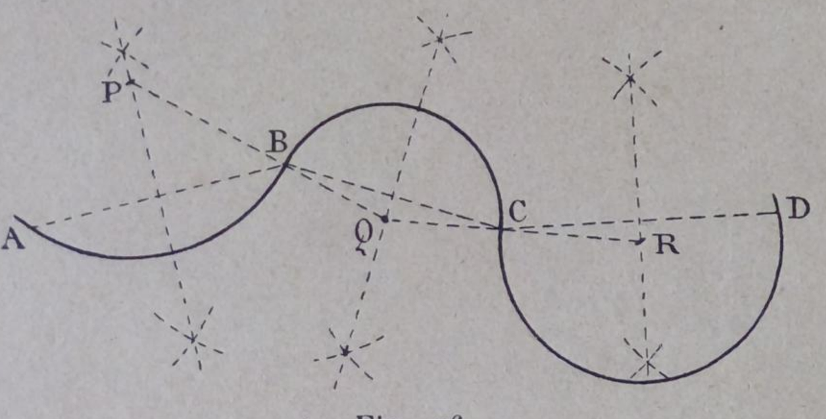

Fig. 76

AB ; desse centro P, tire-se, por B, uma recta que cortará a 2ª perpendicular em Q, de Q descreva-se o segundo arco BC ; desse segundo centro Q, tire-se por C, uma recta que cortará a 3ª perpendicular em R, de R descreva-se o 3° arco CD, e assim por deante.

99. *Arco aviajado*, é uma curva polycentrica ajustada a duas rectas parallelas, cuja distancia é menor que a dos extremos da curva (fig. 77).

Para traçar o arco aviajado, dados os extremos A,B, trace-se de A e de B, perpendicularmente a AC e a BD, as rectas AE=BF; no meio da distancia EF trace-se a perpendicular PQ, que cortará o prolongamento de AE no ponto G; de G trace-se GH passando por F; — descreva-se, de G, o arco AI, e de F o arco IB; tem-se o arco aviajado pedido AIB.

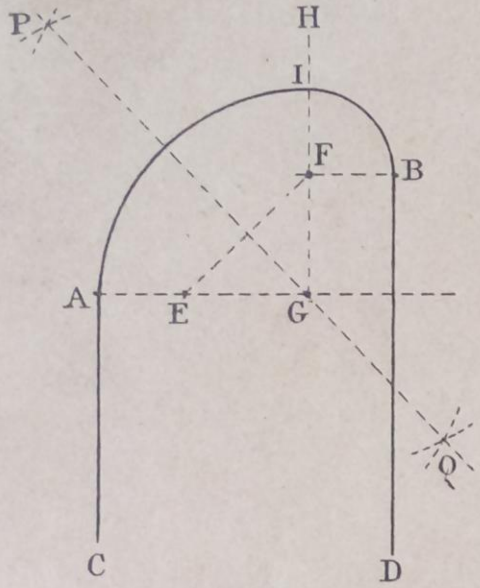

Fig. 77

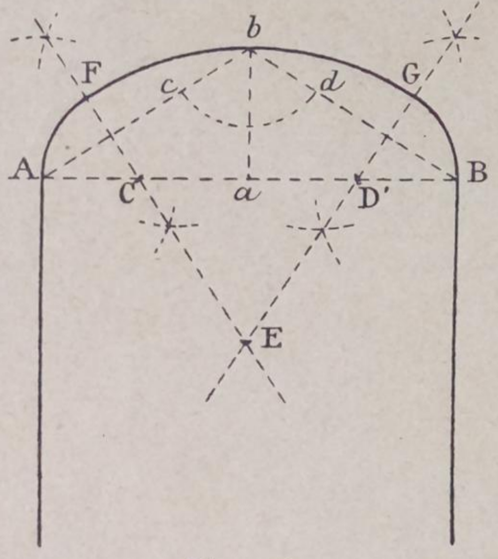

Fig. 78

100. *Arco abatido*, é uma curva polycentrica, ajustada a duas parallelas, cuja distancia é igual á dos extremos da curva (fig. 78).

Para traçar o arco abatido, dados os extremos A, B, e a altura; — levante-se a altura *ab*, perpendicularmente no meio da largura AB; formem-se os dois triangulos A*ab* e B*ab*; — a partir do vertice *b*, marque-se sobre cada hypothenusa, uma mesma distancia *cb*, *bd*, igual á differença entre os dois cathetos; e no meio das partes restantes A*c*, B*d*, tracem-se perpendiculares; — descrevão-se, de C e de D, os arcos AF, BG, e de E o arco EG; tem-se o arco abatido pedido AFGB.

101. *Oval*, é o ajustamento de dois arcos abatidos symetricos (fig. 79).

Para traçar a oval, dado o eixo maior AB; divida-se AB em tres partes iguaes, — e com um raio igual a uma dellas, descrevão-se duas circumferencias com os centros nos pontos de divisão C e D. As rectas traçadas das intersecções P, Q, pelos pontos C e D, determinão os pontos de incidencia E, F, G, H, dos arcos, cujos centros são C, D, P, Q, e que formão a oval.

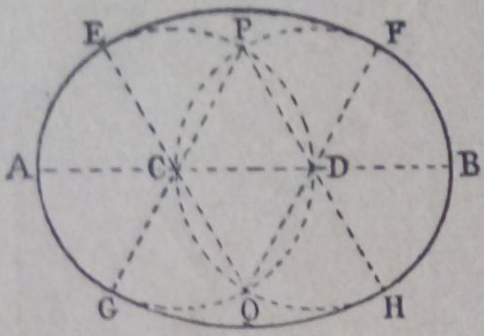

Fig. 79

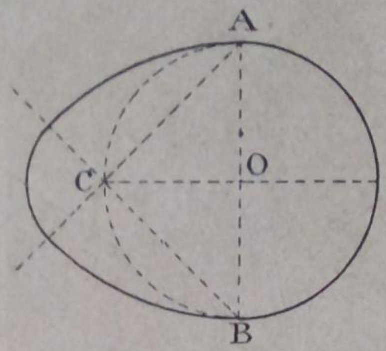

Fig. 80

102. A oval diz-se irregular quando de um lado do eixo menor, a curva é uma semicircumferencia (fig. 80).

Para traçal-a, descreva-se uma circumferencia sobre o eixo menor AB, e, dos pontos A, B, tracem-se rectas pelo extremo C de um diametro perpendicular a AB, — os pontos O, A, B, C, serão os centros da oval irregular.

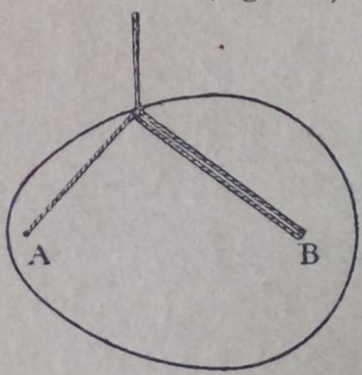

Fig. 81

Para traçar a oval irregular por movimento continuo (fig. 81), prenda-se n'um ponto A uma ponta de cordão e com a outra no lapis, contorne-se um segundo ponto B; distendendo o cordão, descreva-se a curva.

103. *Espiral*, é uma curva polycentrica afastando-se progressivamente em volta de um ponto (figs. 82, 83).

Para traçar a espiral bicentrica, marquem-se, sobre uma recta XY, dois pontos A, B; de cada um delles alternadamente descrevão-se, no mesmo sentido, semi-circumferencias continuas BC, CD, DE, *etc.*, e tem-se a espiral bicentrica (fig. 82).

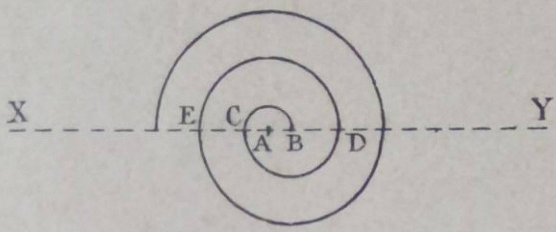

Fig. 82

Para traçar a espiral polycentrica, construa-se um polygono regular, e prolonguem-se os lados no mesmo sentido; — de cada um dos vertices consecutivamente descrevão-se, no mesmo sentido, arcos continuos AB,

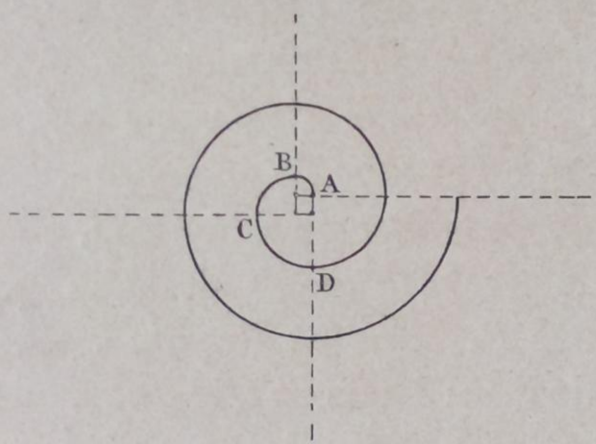

Fig. 83

BC, CD, *etc.*, nos angulos exteriores, e tem-se a espiral polycentrica (fig. 83).

CAPITULO III (1)

PERSPECTIVA

§ 1.º — GENERALIDADES SOBRE AS PROJECÇÕES

104. A representação dos objectos pelo *Methodo das Projecções*, consiste em determinar as intersecções que com planos fixos, tem as rectas parallelas ou convergentes tiradas dos diversos pontos do objecto.

105. Estas intersecções chamão-se *Projecções;* as rectas que as determinão dizem-se *Projectantes;* e os planos fixos são os *Planos de projecção.*

106. As projecções dizem-se *Conicas*, quando as projectantes são convergentes. O desenho que assim se obtem chama-se *Perspectiva Regular*.

107. As projecções dizem-se *Obliquas*, quando as projectantes, parallelas entre si, são obliquas aos planos de projecção.

O desenho que assim se obtem, sobre um plano parallelo a uma das dimensões do objecto (comprimento, largura, ou altura) chama-se *Perspectiva Cavalheira*.

108. As projecções dizem-se *Orthogonaes*, quando as projectantes são perpendiculares aos planos de projecção. O desenho que assim se obtem sobre um plano obliquo ás tres dimensões do objecto, chama-se *Perspectiva Axonometrica*.

(1) Neste capitulo julgamos indispensavel a evidencia das figuras, representando-as o Professor por meio de cartões e de utensilios da aula.

Das projecções orthogonaes sobre dois planos rectangulares

109. Um objecto A projectado orthogonalmente sobre dois planos rectangulares, um chamado *horisontal* H, o outro vertical V, e cuja intersecção toma o nome de *Linha de Terra* LT, fornece dois desenhos, um *a* que é a projecção *horisontal*, e outro *a'* que é a *vertical* (fig. 84) (1). Imaginando-se a rotação do plano

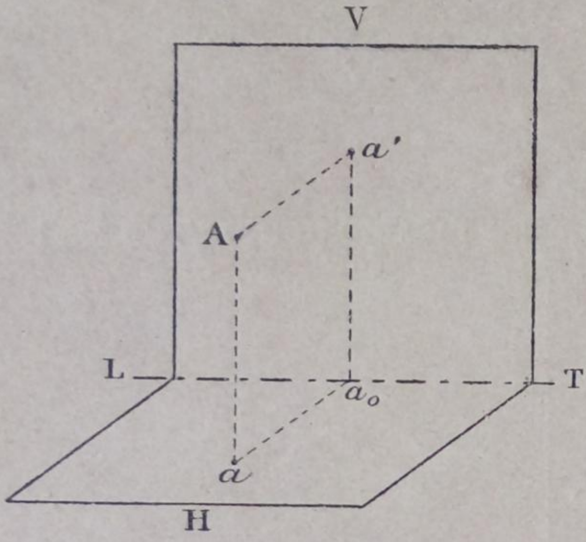

Fig. 84

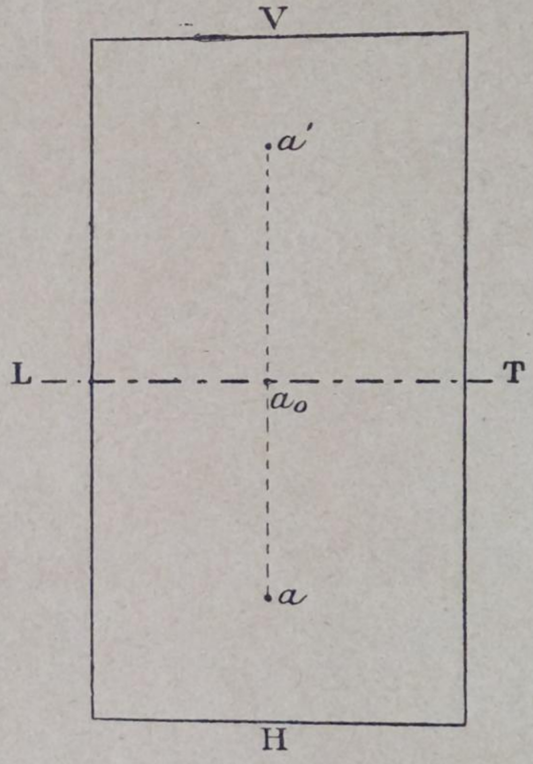

Fig. 85

V sobre LT até chegar á direcção do plano H, os dois desenhos se acharão em um só plano (fig. 85).

110. Do exposto facilmente se conclue :

1° Que as faces de um objecto, parallelas a um dos planos de projecção, nelle se projectão em verdadeira forma e grandeza : ABCD = *abcd* (fig. 86).

2° Que as perpendiculares sobre LT, $a'a_o$, e aa_o

(1) Por abreviação empregaremos as letras : H, significando plano horisontal ; V, plano vertical ; e, LT linha de terra.

(fig. 84) abaixadas das projecções a', a de um ponto A

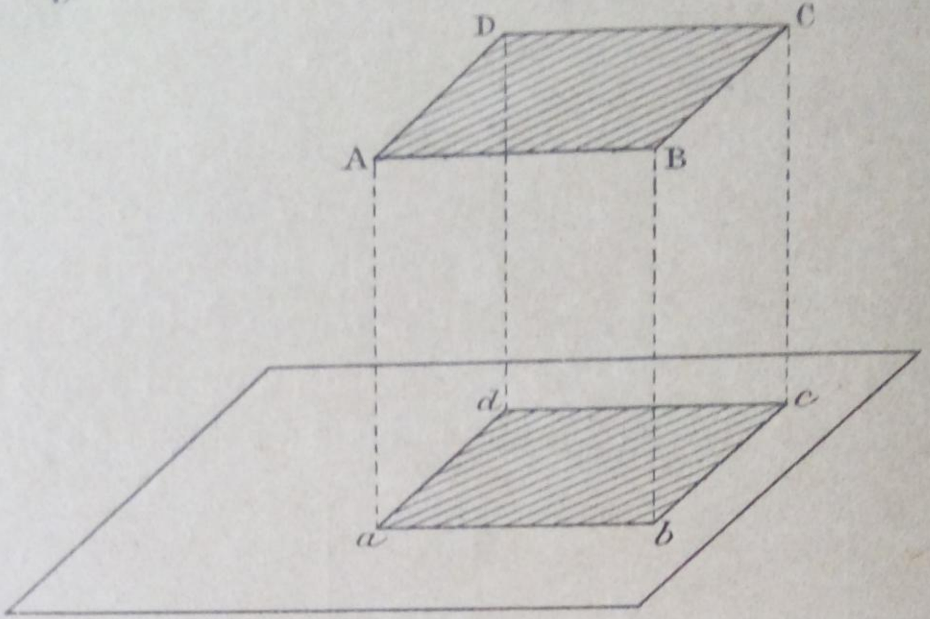

Fig. 86

no espaço, se encontrão em um mesmo ponto a_o de LT;

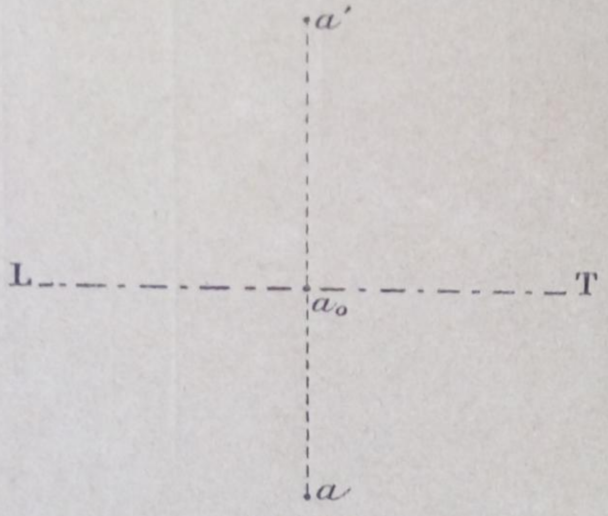

Fig. 87

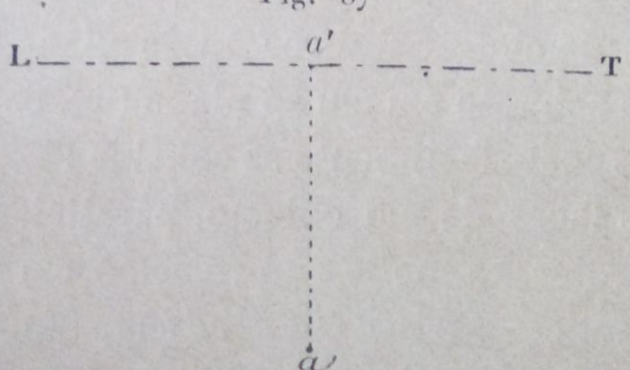

Fig. 88

e que rperesentadas em um só plano (fig. 87) formão uma recta a perpendicular á LT.

3º Que um ponto A sobre um dos planos de projecção H, tem sua projecção a', sobre o outro V, na LT (fig. 88).

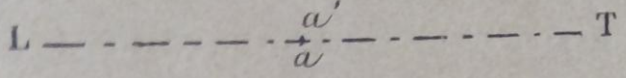

Fig. 89

4º Que um ponto A sobre os dois planos de projecção, tem suas projecções coincididas com elle na LT (fig. 89).

Projecções de uma linha recta

111. Supponha-se uma recta AB parallela aos dois planos de projecção; ella se projectará (nº 110. 1º 2º)

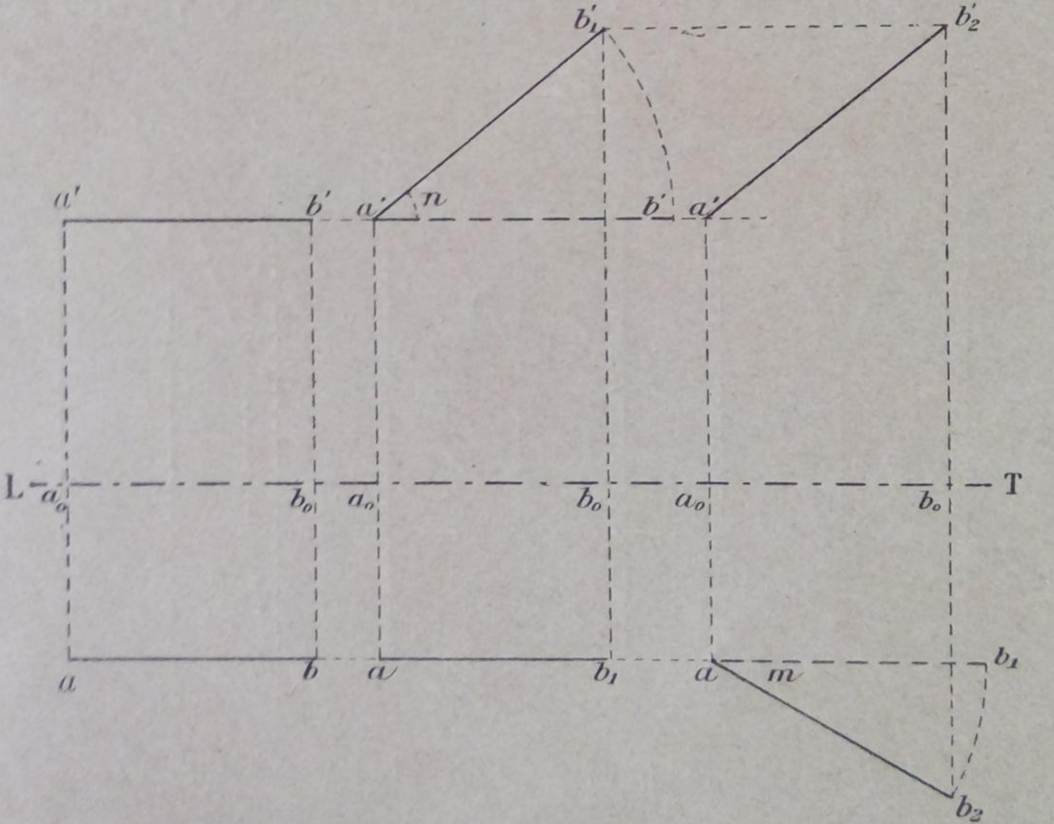

Fig. 90 Fig. 91 Fig. 92

segundo as rectas ab e $a'b'$ (fig. 90). Se AB conservando-se parallela ao plano V, fizer uma rotação sobre A, o ponto B no espaço descreverá um arco de circulo;

portanto b' descreverá igual arco $b'b'^1$ (fig. 91) e ao mesmo tempo b se deslocará parallelamente á LT para se achar na mesma perpendicular b'_1b_1 (nº 110, 2º); assim tem-se as projecções ab'_1 e $a'b'_1$ da recta AB parallela ao V e formando um angulo n com o H.

Finalmente se AB, conservando a inclinação n com H, fizer uma rotação sobre A, raciocinando-se como no caso anterior, chega-se ás projecções ab^2, $a'b'^2$ (fig. 92) da recta AB, obliqua aos dois planos, com os quaes forma os angulos n e m.

Projecções dos polygonos

112. Supponha-se um triangulo ABC, com os lados parallelos ao plano V, e apoiado sobre o vertice A;

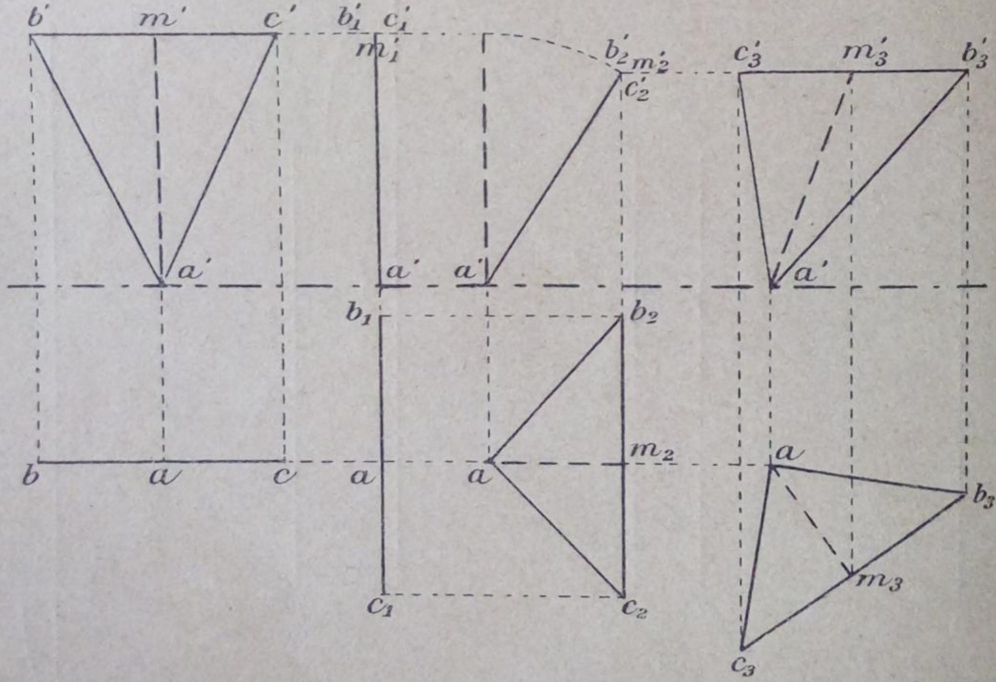

Fig. 93 Fig. 94 Fig. 95 Fig. 96

elle se projectará (nº 110, 1º e 2º) segundo abc e $a'b'c'$, e sua altura AM segundo a e $a'm'$ (fig. 93). Sempre com o mesmo raciocinio do caso anterior, fazendo com o triangulo ABC uma rotação de 90º sobre AM como eixo, tem-se (fig. 94) as projecções ab^1c^1 e $a'm'^1$ de ABC perpendicular aos 2 planos de projecção; seguindo-se uma inclinação sobre H, tem-se (fig. 95) as projecções ab_2c_2 e $a'm'^2$, de ABC perpendicular ao V e formando um angulo n com o H; e finalmente, sem mudar a inclinação n tem-se (fig. 96) com uma rotação sobre A, as projecções ab_3c_3 e $ab'_3c'_3$ de ABC obliquo aos dois planos.

Projecções das curvas

113. Supponha-se uma circumferencia e nella inscripto um polygono qualquer 1234. Procedendo-se

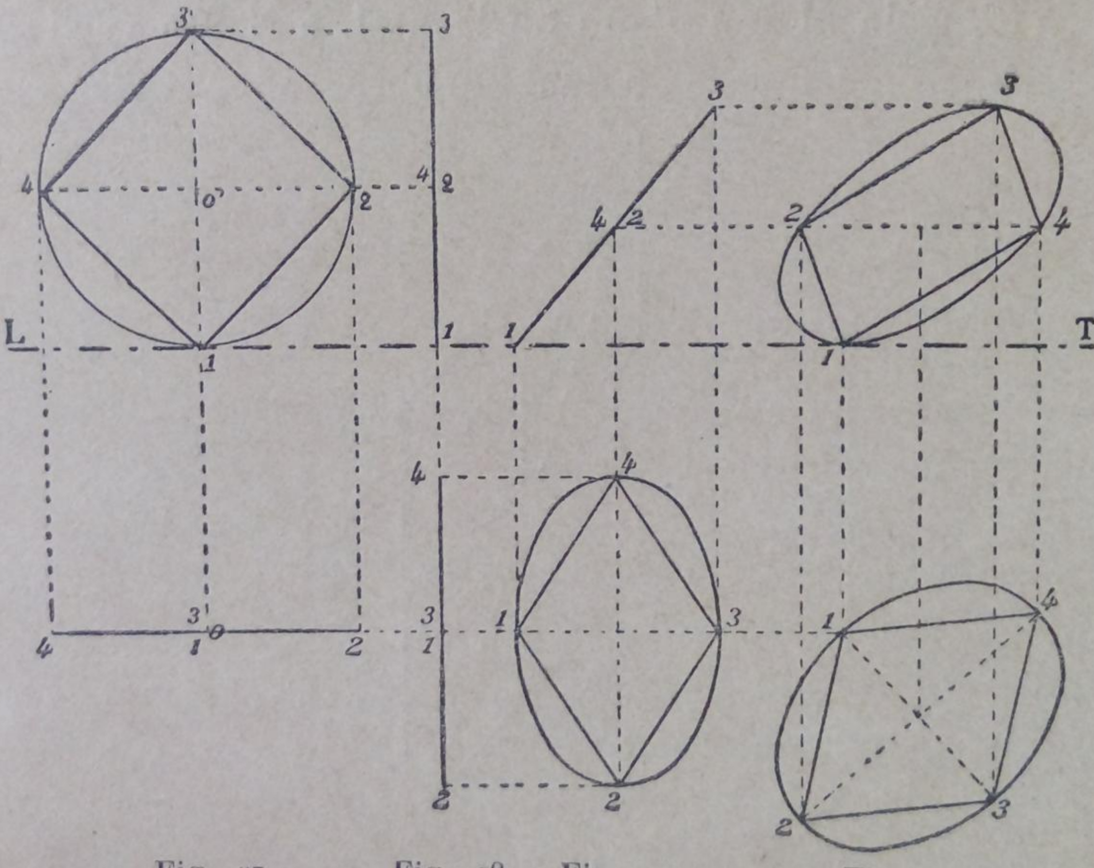

Fig. 97 Fig. 98 Fig. 99 Fig. 100

como no caso do triangulo, obtem-se as projecções respectivas ás suas diversas posições (figs. 97, 98, 99, 100).

Do mesmo modo se obtem as projecções de um objecto qualquer.

§ 2.º — NOÇÕES DE PERSPECTIVA REGULAR

Programma : Definições e Generalidades. — Disposição dos planos. — Perspectiva de figuras sobre o plano horisontal; — de um ponto no espaço; — e de figuras a 3 dimensões.

114. *Perspectiva*, é o desenho das fórmas apparentes.

115. A perspectiva é *regular* ou *rapida* segundo a grandeza das partes varía ou não com as suas distancias relativas.

Preliminares sobre perspectiva regular
(fig. 101)

116. Seja M um plano horisontal, e N um vertical transparente, atravez o qual um observador R viza um

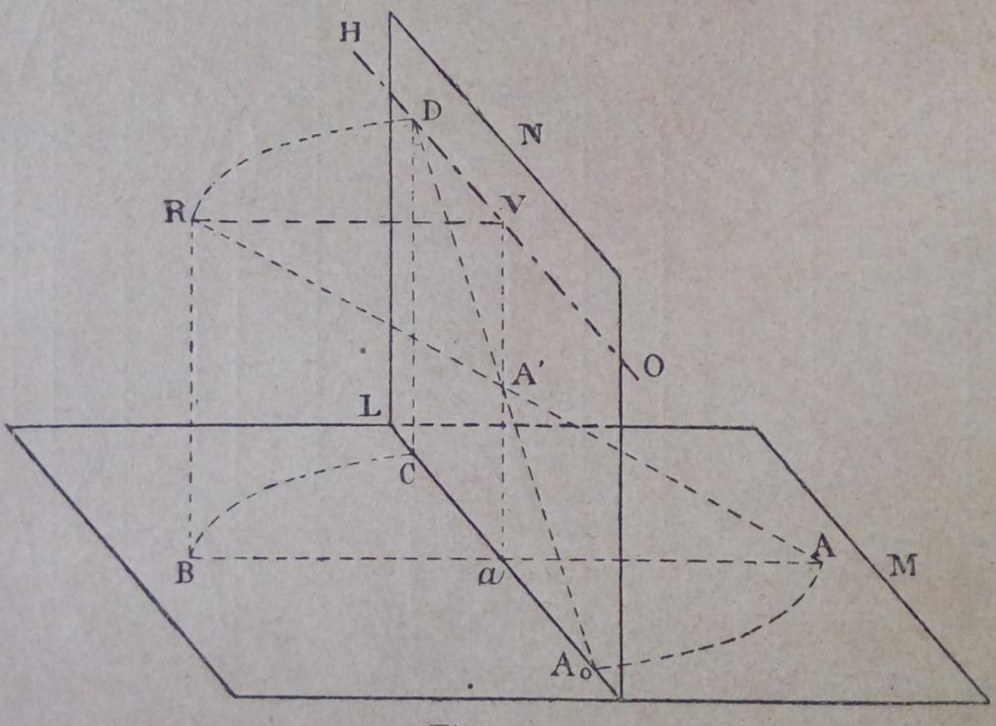

Fig. 101

ponto A. A impressão produzida por esse ponto, é a mesma quando elle se desloca sobre o raio visual RA ; se pois todos os pontos de um objecto, tendo-se deslocado sobre os raios visuaes correspondentes, se acharem no plano N, a impressão será a mesma, e assim teremos a representação ou perspectiva desse objecto.

117. Chama-se *geometral*, o plano M; *quadro* o plano N; *linha de terra* ou *base*, a intersecção LT, desses planos; *ponto de vista*, o ponto R; *raio visual principal*, a recta RV, perpendicular ao quadro; *linha de horisonte*, a recta HO representando o horisonte visual; *céo do quadro*, a parte acima de HO; *terreno perspectivo*, a parte abaixo de HO.

118. As rectas parallelas a um raio visual, tendendo com elle para um ponto do horisonte visual, no quadro tendem para um ponto de HO; esse ponto chama-se *Ponto de fuga*. O ponto V, encontro do raio visual principal com a linha de horisonte, é pois o ponto de fuga de todas as parallelas a esse raio, e chama-se *Ponto principal*.

Disposição dos planos para o traçado da perspectiva regular

119. Imagine-se o triangulo, RAB, rebatido sobre o quadro (fig. 101), com o ponto R em D, e o ponto A em A_0. Assim o ponto D, cuja distancia DV é igual a RV, chama-se *Ponto de Distancia*.

Figure-se agora o quadro N visto de frente (fig. 102), separado do geometral M pela linha de terra LT, vê-se que o rebatimento A_0, e a projecção *a* do ponto A, respectivamente ligados aos pontos V e D determinão a perspectiva A′.

120. Na representação de um objecto, teremos a considerar :

1º Seu plano e sua elevação geometraes, isto é, suas projecções horisontaes e verticaes.

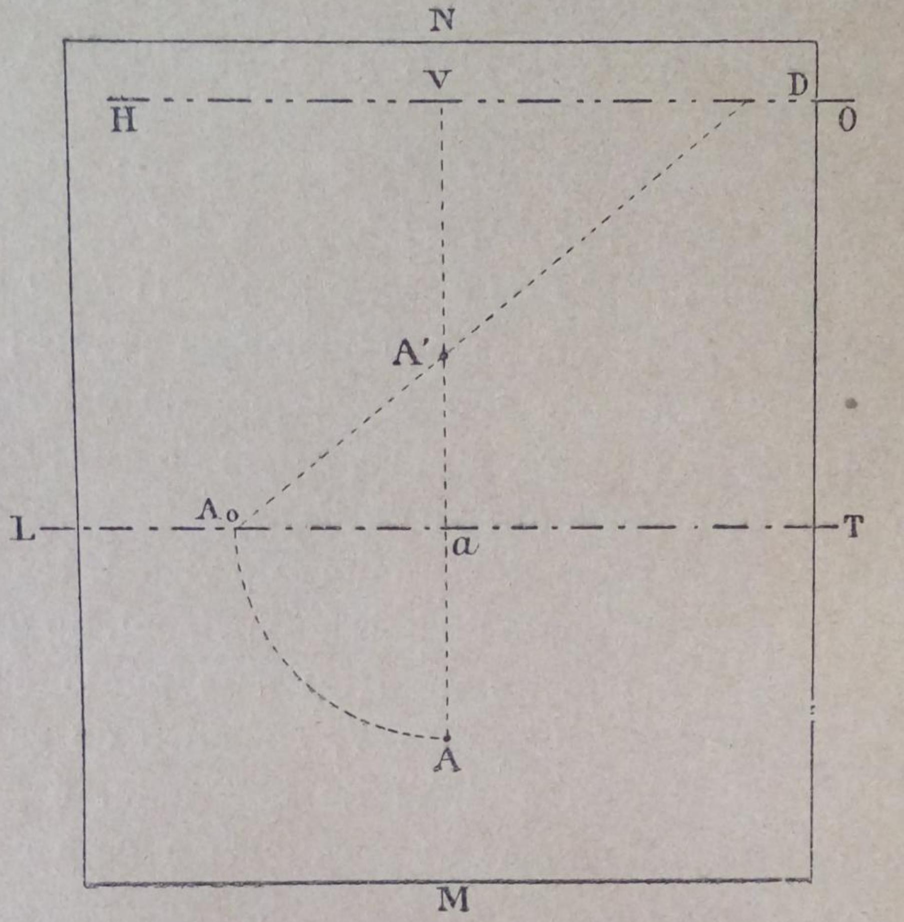

Fig. 102

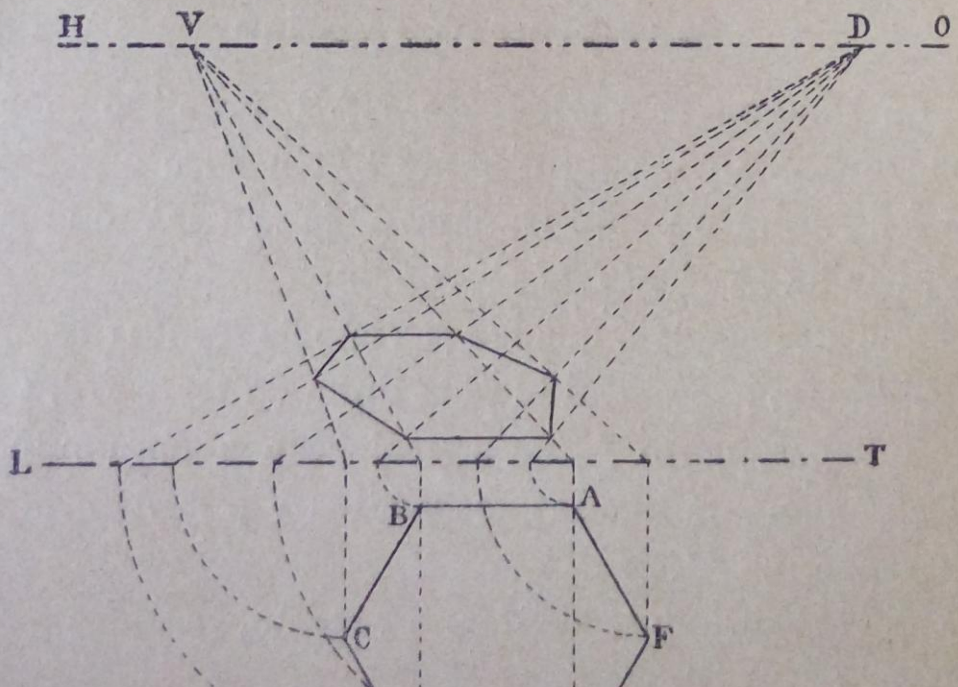

Fig. 103

2° Seu plano e sua elevação perspectiva, isto é, a perspectiva do plano e da elevação geometraes.

121. Para obter a perspectiva de um polygono sobre o plano horisontal, trace-se seu plano geometral, ABCDEF, determinem-se (nº 119) as perspectivas de seus vertices, as quaes unidas dão o plano perspectivo do polygono (fig. 103).

122. No caso de um rectangulo, com um dos lados

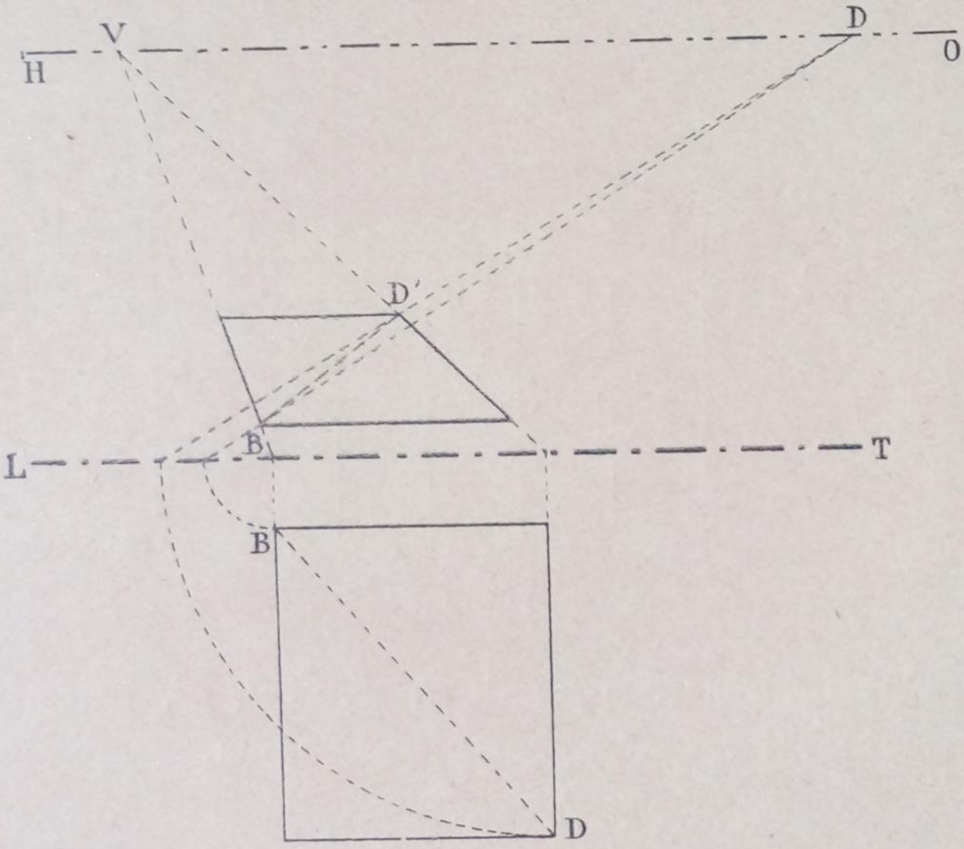

Fig. 104

parallelos a LT, basta determinar a perspectiva, B′D′, de uma diagonal, e pelos pontos B′,D′, traçar parallelas a LT; tem-se a perspectiva procurada (fig. 104).

Perspectiva de um ladrilho formado de quadrados (fig. 105)

123. Trace-se o plano geometral, determine-se a per-

spectiva da diagonal AB, unão-se a, b, c, d, e, f, g, a V,

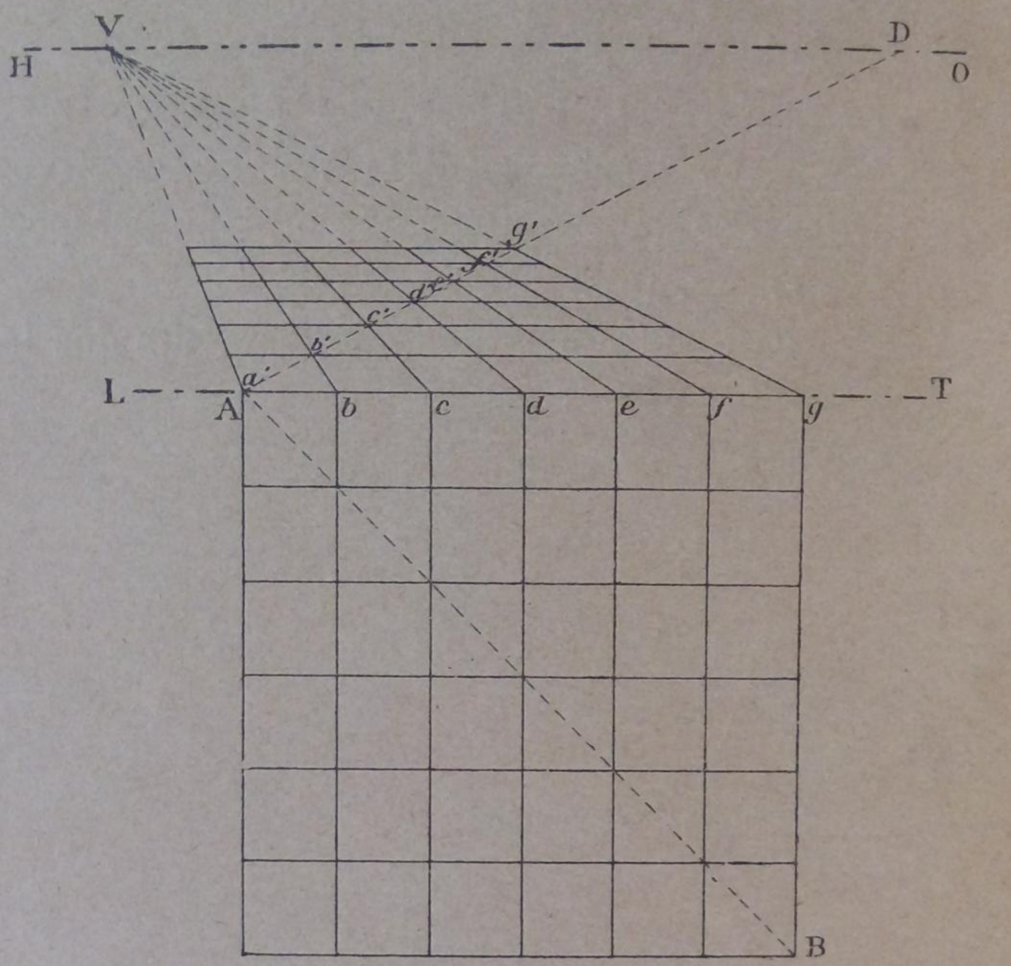

Fig. 105

e pelas intersecções $a', b', c', d', e', f', g'$, tracem-se horisontaes; tem-se a perspectiva pedida.

Perspectiva de um ponto A no espaço (fig. 106)

124. Seja AB a sua altura, e a a sua projecção horisontal. — Em qualquer ponto de LT, trace-se AB perpendicularmente, e unão-se seus extremos a um ponto qualquer C de HO; determine-se a', perspectiva de a, e por ella trace-se uma horisontal $a'm$, a vertical mn será a altura perspectiva; trace-se pois a vertical $a'A'$ igual a mn, e tem-se a perspectiva pedida A'.

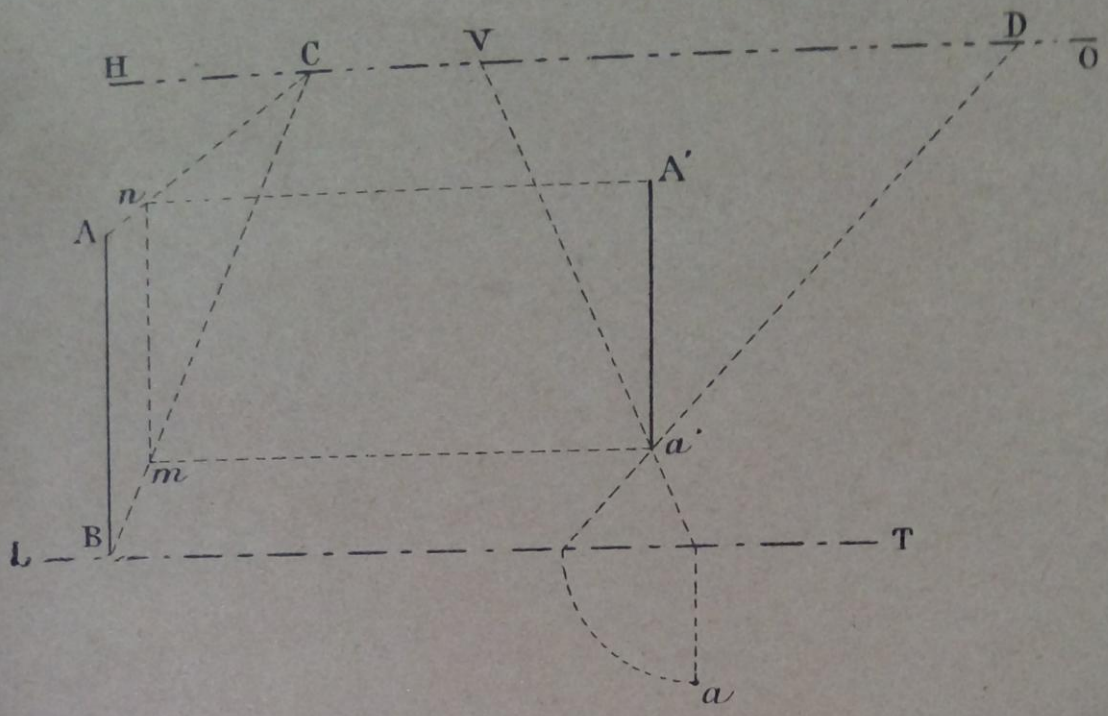

Fig. 106

Perspectiva de um objecto elevado verticalmente (fig. 107)

125. Seja uma pyramide; trace-se seu plano

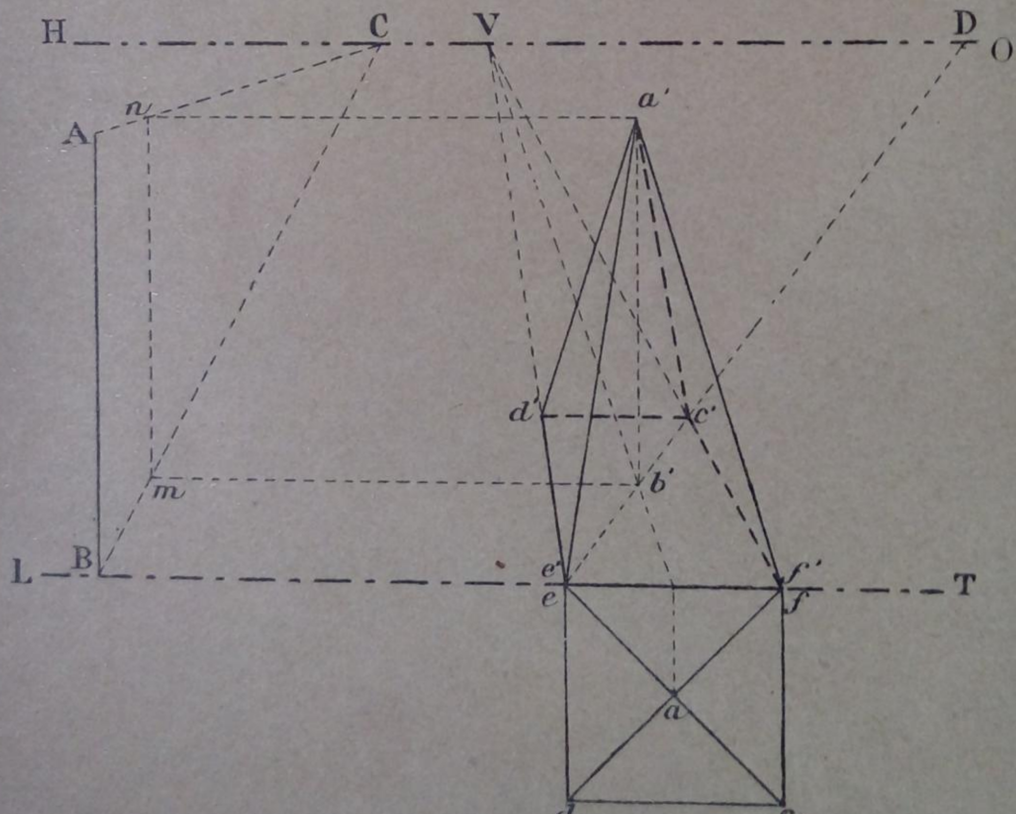

Fig. 107

geometral *abcdef*, e a perspectiva correspondente $b'c'd'e'f'$; determine-se (nº 124) a elevação geometral, AB, do eixo, e a perspectiva correspondente $a'b'$; unindo a' aos pontos b', c', d', e', f', tem-se a perspectiva pedida.

CAPITULO IV

MOLDURAS PRINCIPAES

126. Molduras são as saliencias que ornão as construcções.

127. Segundo as suas fórmas as molduras são :

Planas, *Convexas*, *Concavas* e *Mixtas*.

Molduras Planas

128. Filete (fig. 108) é a moldura rectangular estreita.

Chamão *Reglete*, quando horisontal; *Listello*, quando vertical; e *Orla*, quando limita uma superficie.

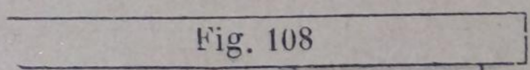

Fig. 108

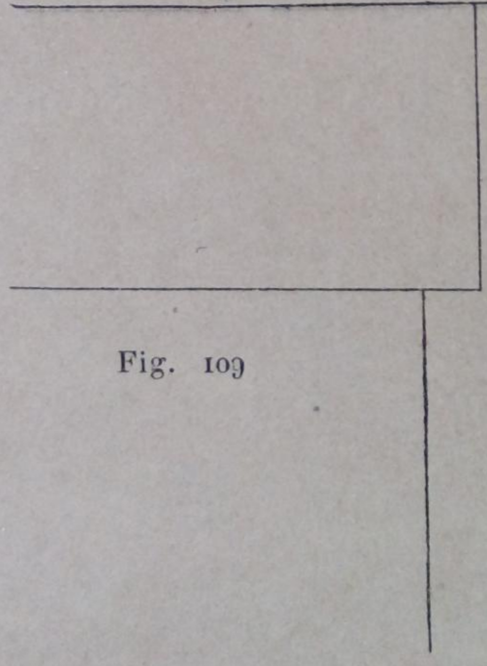

Fig. 109

Platibanda (fig. 109), é a moldura rectangular larga.

Chamão *Plintho* ou *Sócco*, na base de um edificio; *Côrona* na parte superior; e *Faxa* na divisão em andares.

Molduras Convexas

129. *Ouvado* ou *Quarto redondo*, é a convexidade quarto-cylindrica (fig. 110).

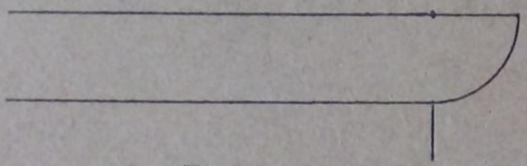

Fig. 110

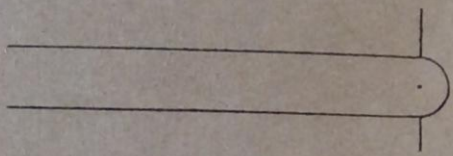

Fig. 111

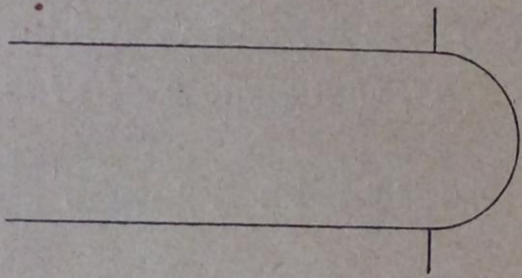

Fig. 112

Vareta, é a convexidade semi-cylindrica (fig. 111).

Toro, é uma grossa vareta (fig. 112).

Molduras Concavas

130. *Cavado*, é uma concavidade quarto-cylindrica (fig. 113).

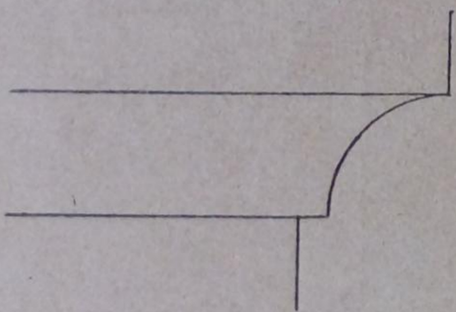

Fig. 113

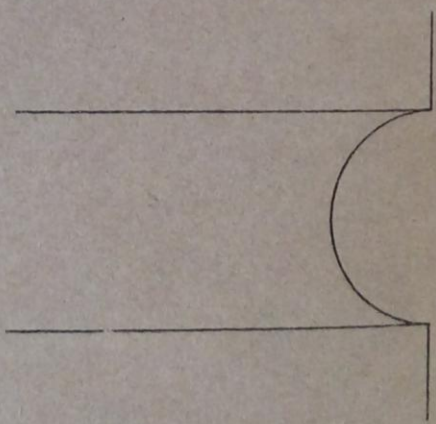

Fig. 114

Gorja, é uma concavidade semi-cylindrica (fig. 114).

Molduras Mixtas

131. *Scótia* é uma concavidade arco-aviajada (fig. 115).

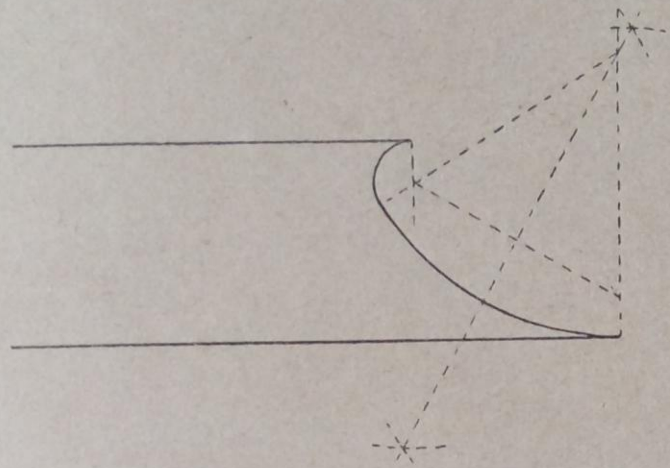

Fig. 115

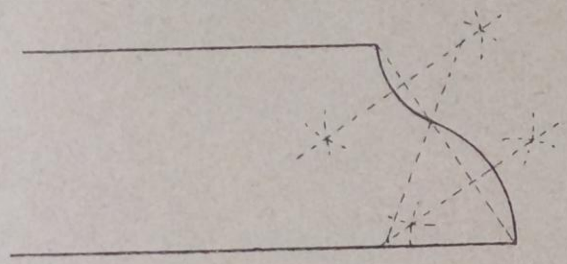

Fig. 116

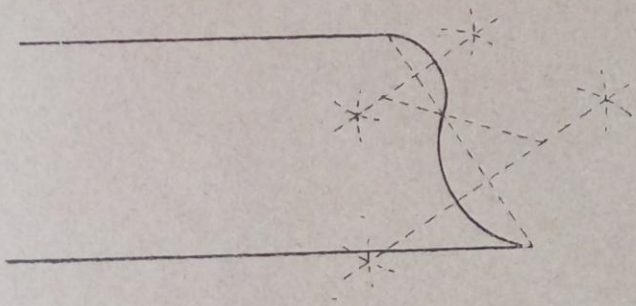

Fig. 117

Talon ou *Gola*, é uma superficie revessa, tendo a convexidade na parte mais saliente (fig. 116).

Ducina ou *Papo* de *rola* é uma superficie revessa, tendo a concavidade na parte mais saliente (fig. 117).

FIM.