

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
HELOISA HERNANDEZ DE FONTES SALVADOR

**A CONDUÇÃO DO ENSINO DAS OPERAÇÕES
ARITMÉTICAS NAS SÉRIES INICIAIS:
DO TRADICIONAL AO INTUITIVO (entre a segunda
metade do século XIX até a terceira década do
século XX)**

São Paulo
2017

HELOISA HERNANDEZ DE FONTES SALVADOR
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**A CONDUÇÃO DO ENSINO DAS OPERAÇÕES
ARITMÉTICAS NAS SÉRIES INICIAIS:
DO TRADICIONAL AO INTUITIVO (entre a segunda
metade do século XIX até a terceira década do
século XX)**

Trabalho submetido à Comissão Examinadora do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, da Universidade Anhanguera de São Paulo, para qualificação da tese de conclusão do Curso de Doutorado, sob a orientação da Prof. Dr. Ruy César Pietropaolo.

São Paulo
2017

Salvador, Heloisa Hernandez de Fontes.

A condução do ensino das operações aritméticas nas séries iniciais: do tradicional ao intuitivo (entre a segunda metade do século XIX até a terceira década do século XX) /Heloisa Hernandez de Fontes Salvador. São Paulo: [s.n]. 2017.

222 f. Il.; 30 cm.

Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-graduação. Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN, 2017.

Orientador: Prof. Dr. Ruy César Pietropaolo.

1. Ensino Primário 2. Livro didático 3. Aritmética 4. Operações Fundamentais 5. História da Educação Matemática. I. Pietropaolo, Ruy César. II. Universidade Anhanguera de São Paulo. III. Título.

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

HELOISA HERNANDEZ DE FONTES SALVADOR

A CONDUÇÃO DO ENSINO NAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS NAS
SÉRIES INICIAIS: DO TRADICIONAL AO INTUITIVO (entre a segunda
metade do século XIX até a terceira década do século XX)

Aprovada em: ____/____/____

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Ruy César Pietropaolo

Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente

Profa. Dra. Lúcia Maria Aversa Villela

Profa. Dra. Angélica da Fontoura Garcia Silva

Profa. Dra. Aparecida Rodrigues Silva Duarte

São Paulo
2017

DEDICATÓRIA

À Lucia, minha mãe.

Àquela que se tornou vitoriosa diante dos desafios que a vida lhe impôs. Grande incentivadora da minha formação.

À Léa, minha tia.

Fonte de inspiração para a profissão de professora. Exemplo de dedicação incondicional a minha avó, a mim, aos meus filhos e agora a minha mãe.

Ao Marcelo, companheiro de jornada.

Confiante sempre na minha capacidade.

Em especial, a Lúcia, João Marcelo e Iza, meus filhos. Meus exemplos. Minha fonte inspiradora. Meus maiores orgulhos.

E em particular à VIDA, pelos sentimentos que me fez conhecer, por tornar o existir mais do que especial.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelas oportunidades que tive, pela luz e por sua direção.

À minha família e amigos, pelo carinho, pela disponibilidade, pela força, sem eles não sou ninguém.

Ao meu professor de Matemática dos 8º e 9º anos, Nelson, e à minha professora de Didática da Matemática do Curso de Formação de Professores, Virgínia, que me despertaram a paixão pela ciência.

À professora doutora Aparecida Rodrigues Silva Duarte, por compartilhar esta trajetória, mostrando caminhos para prosseguir.

Ao professor doutor Ruy Pietropaolo, pelo exemplo de professor e pesquisador, pelo estímulo e confiança.

À minha orientadora do mestrado, profª Drª Lucia Maria Aversa Villela, pela confiança, pela dedicação e sabedoria, pelo carinho, pelo caminhar junto durante todo o processo, não há palavras que possam expressar tamanha gratidão.

Ao professor doutor Wagner Rodrigues Valente, por me encantar com sua maneira de contar o que sabe.

À professora doutora Angélica Fontoura, pela disponibilidade e carinho dispensados.

À CAPES e a comissão de bolsa por sua concessão, no período de 2014 a 2016.

A todo o corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade UNIAN, pelos ensinamentos.

A todos do Colégio Santo Inácio, em especial, à prof. Drª Ana Maria Loureiro, incentivadora da formação continuada do professor.

A todos do Colégio Andrews, em especial o Me Pedro Flexa Ribeiro por entender o meu afastamento das atividades do colégio neste período da redação do trabalho.

RESUMO

SALVADOR, Heloisa Hernandez de Fontes. ***A condução do ensino das operações aritméticas nas séries iniciais***: do tradicional ao intuitivo (entre a segunda metade do século XIX até a terceira década do século XX). 2017. 222 f. Doutorado em Educação Matemática. Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2017.

Esta tese analisa a trajetória de um saber escolar: a aritmética no curso primário brasileiro. Em específico, trata da condução do ensino das operações aritméticas a partir da segunda metade do século XIX, período no qual o método intuitivo foi o núcleo principal da renovação pedagógica, considerado como uma ruptura ao modelo de ensino formal e tradicional. A investigação toma os livros didáticos como fontes privilegiadas de pesquisa. O instrumental teórico-metodológico utilizado tem origem nos estudos históricos culturais. Ao que tudo indica, nesse período, da segunda metade do século XIX até a terceira década do século XX, dois tipos de condução para o ensino das operações fundamentais coabitaram no ensino de Aritmética. Um que instituiu uma vulgata, que parte das definições dos conceitos, da memorização da tabuada, da descrição dos algoritmos, dos exemplos resolvidos, das perguntas em forma de questionário, dos exercícios para aplicação dos conceitos e com ênfase na repetição e problemas distantes da realidade do aluno; e outro tipo de condução que anuncia e introduz princípios do ensino intuitivo. Entre eles, podemos citar que, nas obras, o conhecimento se dá de maneira indutiva: parte da observação dos fatos, da experimentação, através de ilustrações, contos, ou até mesmo exercícios para depois se chegar às definições e regras, além dos exercícios e problemas possuírem uma gradação de dificuldades orientada pela ordem do desenvolvimento intelectual do aluno.

Palavras-chave: Ensino primário. Livro didático. Aritmética. Operações fundamentais. História da Educação Matemática.

ABSTRACT

SALVADOR, Heloisa Hernandez de Fontes. ***A condução do ensino das operações aritméticas nas séries iniciais***: do tradicional ao intuitivo (entre a segunda metade do século XIX até a terceira década do século XX). 2017. 222 f. Doutorado em Educação Matemática. Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2017

This thesis analyzes the history of a school knowledge: the arithmetic in the Brazilian primary school. In specific, it discusses the transformations occurred with the teaching of the arithmetic operations from the second half of the nineteenth century. A period in which the intuitive method was the main nucleus of pedagogical renewal, considered as a rupture to the formal and traditional teaching model. The research takes as privileged sources the textbooks. The theoretical and methodological instrumental framework is rooted in cultural historic studies. It seems that in this period, from the second half of the nineteenth century to the third decade of the twentieth century, two types of conduction for the teaching of fundamental operations cohabited in Arithmetic teaching. One that instituted a vulgata, which starts from the definitions of concepts, from the memorization of the table, from the description of the algorithms, from the solved examples, from the questions in the form of a questionnaire, from the exercises to apply the concepts and with an emphasis on repetition and problems far from reality of the student; and another type of driving that announces and introduces principles of intuitive teaching. Among them, we can mention that, in works, knowledge takes place in an inductive way: part of the observation of facts, of experimentation, through illustrations, stories, or even exercises, to later arrive at definitions and rules, in addition to exercises and problems have a gradation of difficulties guided by the order of the student's intellectual development.

Keywords: Elementary education. Textbook. Arithmetics. Fundamental operations. History of Mathematics Education.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	14
1.1 A trajetória.....	15
1.2 Problema de pesquisa.....	17
1.3 Justificativa.....	20
1.4 Histórias que já foram contadas.....	22
2. COMO E QUEM AJUDA A CONTAR A HISTÓRIA.....	34
2.1 Legislações e programas de ensino.....	41
2.2 A imprensa pedagógica.....	42
2.3 Livros didáticos e manuais pedagógicos.....	45
3. ORIENTAÇÕES PEDAGÓGICAS EM ÉPOCAS DE MODERNIZAÇÃO DO ENSINO.....	49
4. A CONDUÇÃO DO ENSINO DAS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS EM ALGUNS LIVROS DIDÁTICOS PUBLICADOS PARA O ENSINO PRIMÁRIO, A PARTIR DA SEGUNDA METADE DO SÉCULO XIX..	75
4.1 A condução do ensino das operações fundamentais em alguns livros didáticos – parte II.....	80
4.1.1 <i>Elementos de Arithmetica</i> , de Camilo Trinocq.....	80
4.1.2 <i>Rudimentos Arithmeticos</i> , de Antonio Maria Barker.....	89
4.1.3 <i>Primeira Arithmetica para meninos</i> , de José Theodoro de Souza Lobo.....	96
4.1.4 <i>Arithmetica da Infancia</i> , de Joaquim Maria de Lacerda.....	105
4.1.5 Análise comparativa das quatro primeiras obras.....	111
4.2 A condução do ensino das operações fundamentais em alguns livros didáticos – parte II.....	133
4.2.1 Antonio Trajano.....	133
4.2.1.1 <i>Arithmetica Elementar Illustrada</i> , de Antonio Trajano.....	137
4.2.1.2 <i>Arithmetica Primaria</i> , de Antonio Trajano.....	146
4.2.2 <i>Arithmetica Escolar</i> , de Ramon Roca.....	151
4.2.3 <i>Arithmetica Elementar</i> , de Georg August Büchler.....	161
4.2.4 Análise comparativa das quatro outras obras.....	174
5. OS MOVIMENTOS DE RENOVAÇÃO PEDAGÓGICA COTINUAM	182
5.1 A <i>Revista do Ensino</i> do Rio Grande do Sul.....	183
5.1.1 Das prescrições pedagógicas para o ensino das operações aritméticas.....	187
5.2 Manuais pedagógicos.....	194

5.2.1 Orientações dadas ao ensino das operações aritméticas pelos manuais analisados.....	197
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	202
REFERÊNCIAS.....	212

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Questão de prova de segunda série de 1952.....	21
Figura 2. As etapas da prática histórica.....	37
Figura 3. Projeto de programa mínimo para o curso primário de 1934.....	43
Figura 4. Combinações de adições.....	61
Figura 5. Combinações cuja soma acaba em 2.....	62
Figura 6. Adição.....	62
Figura 7 Adição.....	63
Figura 8. Cálculos de adição.....	64
Figura 9. Cálculos de adição.....	64
Figura 10. Cálculos de subtrair.....	65
Figura 11. Cálculos de subtrair.....	65
Figura 12. Cálculos de subtrair.....	66
Figura 13. Tabuada do 2.....	66
Figura 14. Recapitulação da tabuada.....	67
Figura 15. Tabuada de somar, diminuir, multiplicar e dividir.....	73
Figura 16. Capa e contracapa do livro <i>Elementos de Arithmetica</i>	81
Figura 17. Índice da parte relativa aos números inteiros.....	82
Figura 18. Questionário.....	84
Figura 19. A tabuada da adição.....	84
Figura 20. Algoritmo da multiplicação por decomposição.....	86
Figura 21. Tabuada da multiplicação.....	86
Figura 22. Prova da divisão.....	88
Figura 23. Rudimentos Arithmeticos.....	90
Figura 24. Primeira Tabuada.....	91
Figura 25. Segunda Tabuada “Do valor das unidades”.....	92
Figura 26. Quinta Tabuada – multiplicar.....	93
Figura 27. Setima Tabuada “Explicação de quantos vão”.....	94
Figura 28. Desenvolvimento da operação “Somar”.....	95
Figura 29. Capa da <i>Primeira Arithmetica para meninos</i> (1930).....	97
Figura 30. Índice relativo ao Capítulo I.....	98
Figura 31. Exemplo do 1º processo de subtração.....	101
Figura 32. Exemplo do 2º processo de subtração.....	101
Figura 33. Exemplo de uma subtração por complemento.....	102
Figura 34. Exercícios de subtração.....	104
Figura 35. Capa da <i>Arithmetica da Infancia</i> (1890).....	106
Figura 36. Tabuada de multiplicação.....	107
Figura 37. Exemplos de cálculos de subtração.....	108
Figura 38. Exemplo de prova real da adição.....	109
Figura 39. Prova dos nove da divisão.....	110
Figura 40. Tabuada de adição no livro de Camilo Trinocq.....	114
Figura 41. Tabuadas nos livros de Barker, Souza Lobo e Lacerda.....	115
Figura 42. Definição da operação de divisão.....	116
Figura 43. Cálculos para fazer.....	118
Figura 44. Exemplos de multiplicação.....	119
Figura 45. Exemplo de cálculos de divisão.....	121
Figura 46. Regra da multiplicação.....	122
Figura 47. Prova da multiplicação.....	123
Figura 48. Provas de adição e subtração.....	124
Figura 49. Prova dos nove e real da adição.....	125
Figura 50. Prova real da divisão e da multiplicação.....	125
Figura 51. Questionário.....	126
Figura 52. Catálogo da livreria B. L. Garnier no <i>Jornal da Família</i>	128

Figura 53. Problemas.....	129
Figura 54. Exercícios orais.....	129
Figura 55. Continuação – Exercícios orais.....	130
Figura 56. Exercícios sobre divisão.....	131
Figura 57. Problemas sobre a multiplicação.....	131
Figura 58. Expressões numéricas.....	132
Figura 59. Capa e contracapa da <i>Arithmetica Elementar Illustrada</i>	138
Figura 60. Ilustrações.....	139
Figura 61. Tábua de Pitágoras e Tabuada de multiplicação.....	140
Figura 62. Operação de adição.....	141
Figura 63. Problema inicial de adição.....	141
Figura 64. Problemas de adição.....	142
Figura 65. Exercícios de aplicação.....	144
Figura 66. Problemas para resolver.....	145
Figura 67. Capa do <i>Arithmetica Primaria</i> (12 ^a edição).....	146
Figura 68. Ensino intuitivo da figura.....	147
Figura 69. 1 ^a Lição de sommar.....	148
Figura 70. 7 ^a Lição de sommar.....	150
Figura 71. Comparação entre Trajano e Olney.....	150
Figura 72. Capa da <i>Arithmetica Escolar</i> (1915).....	153
Figura 73. Lição III de “Sommar”.....	157
Figura 74. Lição IV de “Sommar”.....	158
Figura 75. Lição X de “Sommar”.....	159
Figura 76. Capas dos livros de <i>Arithmetica Elementar</i> de Büchler.....	162
Figura 77. Índice do <i>Livro I</i> de Büchler.....	163
Figura 78. Índices dos <i>Livros II e III</i> de Büchler.....	164
Figura 79. Operações Fundamentais.....	165
Figura 80. Lição II do <i>Livro I</i>	166
Figura 81. Lição IV – A igualdade – <i>Livro I</i>	166
Figura 82. Lição VII do <i>Livro I</i>	167
Figura 83. Ideias da subtração.....	168
Figura 84. Lição XVIII – As roseiras.....	168
Figura 85. Série de 6 e de 8.....	169
Figura 86. Série de 9.....	170
Figura 87. Da subtração para a divisão.....	170
Figura 88. Ideia de complemento.....	171
Figura 89. Multiplicação por escrito.....	172
Figura 90. Item 2 da Lição XVIII – Divisão com resto.....	173
Figura 91. Exercício da 2 ^a Lição de sommar.....	178
Figura 92. Exercício da 6 ^a Lição de sommar.....	179
Figura 93. Comunicação sobre o curso a ser realizado pelo professor França Campos.....	187

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1. Delimitação do Período.....	19
Quadro 2. Alguns saberes escolares da aritmética nos diferentes movimentos pedagógicos.....	32
Quadro 3. Lições para ensinar a somar – parte 1.....	58
Quadro 4. Lições para somar – parte 2.....	59
Quadro 5. Lições para diminuir.....	60
Quadro 6. Comparação entre “Método tradicional” e “Método intuitivo”....	68
Quadro 7. Primeiro inventário de livros didáticos de matemática do ensino primário, elaborado por Valente com base no acervo da <i>Bibliothèque Nationale de France</i>	76
Quadro 8. Ordenação de análise.....	79
Quadro 9. Comparação das quatro primeiras obras.....	111
Quadro 10. Organização do ensino primário.....	135
Quadro 11. Algumas lições de somar – o que será trabalhado.....	149
Quadro 12. Algumas lições de somar – alguns exercícios.....	149
Quadro 13. Lições dos três primeiros cadernos.....	154
Quadro 14. Lições XXV a XXVIII de “Sommar”.....	160
Quadro 15. Lições XIII a XV de “Diminuir”.....	161
Quadro 16. Comparação das outras obras.....	174
Quadro 17. Artigos sobre operações aritméticas.....	184
Quadro 18. Manuais pedagógicos observados.....	194
Quadro 19. Comparação entre os “velhos métodos” e os “novos métodos”	196
Quadro 20. Orientações para o ensino das operações fundamentais.....	197

INTRODUÇÃO

O título deste trabalho fala de “condução”. No dicionário *Léxico de Português online* uma das definições de conduzir é “nortear, encaminhar ou orientar algo ou alguém”. Nesta parte do trabalho é também esta a intenção, ou seja, mostrar o caminho trilhado para a elaboração da tese, guiar o leitor nesta jornada que se inicia e orientar sua atenção para as principais ideias que serão discutidas ao longo do texto¹.

Neste capítulo introdutório, pretende-se que o leitor conheça a trajetória do pesquisador, o problema que originou a pesquisa, a justificativa para o estudo realizado e sua relevância, a partir de questões que foram deixadas por outros trabalhos.

No segundo capítulo, estão descritas as considerações teórico-metodológicas que fundamentam esta tese, trazendo ao leitor informações sobre o ofício do historiador, cultura escolar e as fontes de pesquisa utilizadas como legislações, programas de ensino, imprensa pedagógica e livros didáticos.

O trabalho aborda um período no qual o método intuitivo foi o núcleo principal da renovação pedagógica, considerado como uma ruptura ao modelo de ensino formal e tradicional. Sendo assim, no terceiro capítulo, são apresentadas as orientações pedagógicas em épocas de modernização do ensino.

Alguns livros didáticos de aritmética, publicados para o ensino primário a partir da segunda metade do século XIX, que foram encontrados e utilizados como fontes de pesquisa são analisados no quarto capítulo.

¹ Somente este capítulo foi escrito na primeira pessoa do singular por se tratar da trajetória da pesquisadora, os outros, na primeira pessoa do plural.

No quinto capítulo, alguns artigos de revista e manuais pedagógicos nos trazem notícias da continuidade dos movimentos de renovação pedagógica.

A partir dessas análises, pude realizar considerações acerca da condução do ensino das operações aritméticas, objetivo principal da investigação.

Tais considerações são ditas “finais” porque o trabalho precisa ser finalizado. Porém, várias são as questões que ficam para o pesquisador continuar por esse caminho ou para o leitor que queira enveredar por essa trilha.

Nesta “condução”, fica a intenção da pesquisa de contribuir para o avanço do conhecimento sobre a História da Educação Matemática no ensino primário brasileiro.

1.1 A trajetória

Ao ingressar no Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* - Mestrado Profissional de Educação Matemática da Universidade Severino Sombra, trazia comigo várias questões relacionadas ao ensino da matemática no primeiro segmento do fundamental, tais como, “por que ensinamos o que ensinamos em matemática?”, “quais metodologias permitem um aprendizado mais eficaz?”, fruto da trajetória profissional de vinte e seis anos na docência, na rede particular, atuando no ensino fundamental, médio e formação de professores.

Comecei a trabalhar como professora no primeiro segmento do ensino fundamental. Cursei a faculdade de matemática e passei a dar aulas no segundo segmento do ensino fundamental e no ensino médio. Depois de um período, voltei ao primeiro segmento do ensino fundamental, ao mesmo tempo em que ministrava a disciplina *Metodologia da Matemática*, em um curso de Pedagogia. Este percurso abriu um campo de reflexões e indagações acerca do ensino da

matemática, sem, no entanto, naquele tempo, ater-me a um determinado tipo ou tema de investigação na área de Educação Matemática.

Qual não foi minha surpresa, quando recebi o convite da professora Lúcia Maria Aversa Villela para participar do projeto “A matemática do ensino primário de Vassouras, RJ: estudando um século de provas de alunos (1869 – 1969)”². Nem esperou resposta ao convite, pediu que eu lesse o texto de Valente (2007) intitulado “História da educação matemática: interrogações metodológicas”.

Por meio dessa leitura tive a certeza de que mergulhar nesse tipo de trabalho seria muito interessante. De início, ocorreu-me certo estranhamento, ao entender que não existia uma história única, pronta, acontecida no passado e que só nos restaria contá-la.

Hoje, o historiador precisa localizar as fontes que deseja pesquisar de forma a entendê-las em todo o contexto cultural em que foram produzidas, coletar dados que considere significativos e enredá-los, de modo a produzir “uma história” com os dados analisados sobre o que escolheu para pesquisar e, mais ainda, que essa produção seja aceita pela comunidade acadêmica.

Percebi, então, que neste estudo teria a oportunidade de “revelar quão cheios de historicidade estão os elementos do presente que parecem sempre terem sido do modo como são”, buscando respostas para as questões que já me intrigavam, tais como: “[...] Por que hoje colocamos os problemas sobre o ensino de matemática do modo como colocamos? Por que pensamos em reformas sobre esse ensino do modo como são propostas?” (VALENTE, 2007, p. 38).

² Projeto financiado pela FAPERJ, coordenado pela professora Lúcia Maria Aversa Villela, vinculado à linha de pesquisa da História da Educação Matemática, organizado a partir da articulação e desenvolvimento de quatro subprojetos de pesquisa: “As provas de Aritmética do ensino primário em tempos do Império, 1869-1889”, “A escola primária republicana e a aritmética do curso primário, 1889-1946”, “Analisando as provas de alunos do curso primário em tempos de modernização da matemática escolar, 1950-1969” e “As provas de alunos e as transformações da matemática escolar do curso primário, 1869-1969”. O projeto, como um todo, objetivava abordar a seguinte questão: que mudanças envolvendo finalidades, metodologia e conteúdos do ensino de Matemática podem ser lidos a partir das provas de alunos? (VILLELA *et al*, 2010).

Após o término da pesquisa de mestrado intitulada “Uma história do ensino primário em tempos de modernização da matemática escolar, 1950-1969” (SALVADOR, 2012), novas perspectivas de estudo se abriram. Uma possibilidade que se descortinou foi a de participar do projeto “A constituição dos saberes elementares matemáticos: a aritmética, a geometria e o desenho no curso primário em perspectiva histórico-comparativa, 1890-1970” coordenado pelo professor Wagner Rodrigues Valente. Este é financiado pelo CNPq, conta com professores de mais de dez estados brasileiros, os quais buscam respostas às seguintes questões:

Que trajetórias de constituição tiveram a Aritmética, a Geometria e o Desenho para os primeiros anos escolares? Ou, dizendo de outro modo: como foram organizados/reorganizados os saberes elementares matemáticos para estarem presentes na escola graduada? Como o modelo “grupo escolar”, difundido a partir de São Paulo, constituiu saberes elementares matemáticos em diferentes pontos do Brasil? (VALENTE, 2013a, p. 5).

Com a intenção de contribuir para a resposta das duas primeiras interrogações analiso, à luz de um olhar historiográfico, a condução do ensino das operações em alguns livros didáticos publicados para o ensino primário ao longo de um período de modernização do ensino no Brasil. Assim, a questão basilar que norteia minha investigação é: como se desenvolveu o ensino das operações aritméticas para os primeiros anos escolares?

1.2 Problema de pesquisa

Um algoritmo³ pode ser considerado como um procedimento ou sequência de procedimentos, com um número finito de passos, destinado a executar uma tarefa que se deseja realizar (USISKIN, 1998). Exemplos

³ Considera-se que a palavra algoritmo deriva do nome do matemático árabe do século nono al-Khowārizmi. (USISKIN, 1998, p.7)

de algoritmos podem ser encontrados através da história, desde os tempos mais remotos dos antigos babilônios.

No primeiro segmento do ensino fundamental grande relevância é dada ao estudo dos algoritmos, quando se pensa na condução do ensino das operações. Com efeito, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), uma das competências que se espera que o aluno desenvolva, ao final do ensino fundamental, é a seleção de procedimentos de cálculos. Será que sempre foi assim?

A presença de vários movimentos de renovação pedagógica nos leva a crer que não. Segundo Chervel (1990), a pedagogia e os conteúdos escolares estão entrelaçados.

Excluir a pedagogia dos estudos dos conteúdos é condenar-se a nada compreender do funcionamento real dos ensinamentos. A pedagogia, longe de ser um lubrificante espalhado sobre o mecanismo, não é senão um elemento desse mecanismo” (p. 182).

Sendo assim, conteúdos de ensino alteram-se com a presença de diferentes pedagogias, ou seja, com diferentes modos de pensar e conduzir a educação. Logo, como o saber escolar não é invariante, faz sentido analisá-lo.

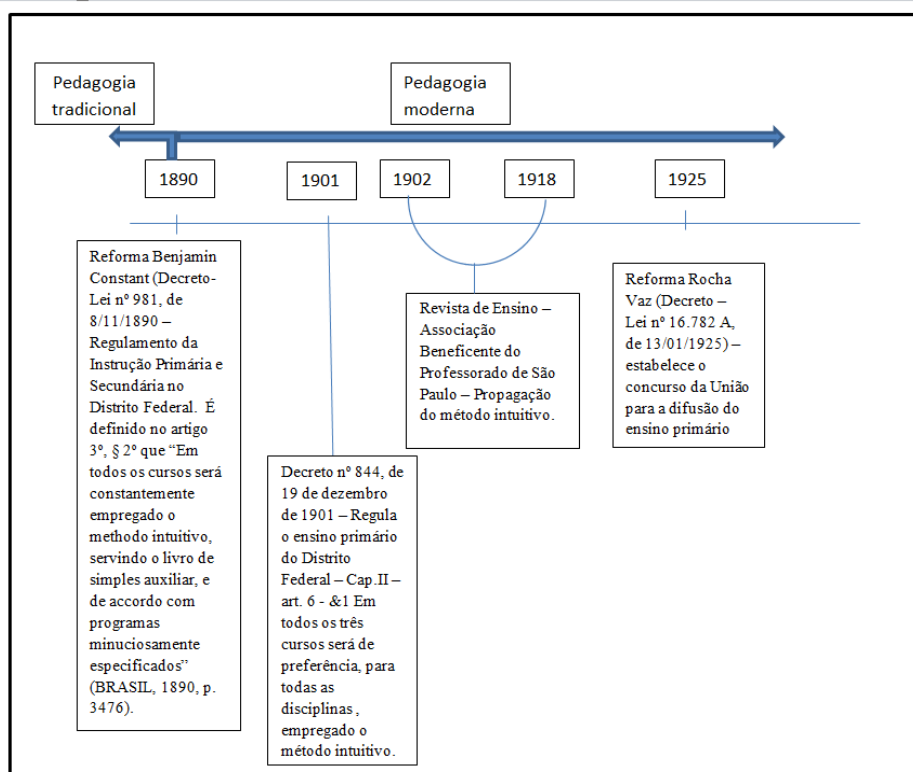
Diante de tais considerações, esta pesquisa tem como objetivo geral analisar a condução do ensino das operações fundamentais em alguns livros didáticos publicados para o ensino primário, a partir da segunda metade do século XIX e visa responder questões como:

- ✓ Como se deu historicamente a condução do ensino das operações aritméticas no ensino primário?
- ✓ Como se deram as transformações nas propostas didático-metodológicas na condução do ensino das operações fundamentais?

A escolha dos livros didáticos publicados para o ensino primário, entre a segunda metade do século XIX até a terceira década do século XX, justifica-se por razões diversas: trata-se de um projeto no âmbito de

pesquisa maior, e, portanto este período está contido na delimitação desse projeto, qual seja, “A Constituição dos Saberes Elementares Matemáticos: A Aritmética, a Geometria e o Desenho no curso primário em perspectiva histórico-comparativa, 1890-1970”; o período constitui época favorável para análise das relações que envolvem movimentos pedagógicos e ensinos de matemática anteriores ao período da Escola Nova.

Quadro1: Delimitação do período



Fonte: a autora

Desde o século XVII são vários os estudiosos que se apresentavam contra as práticas educacionais que vigoravam e já lutavam para uma modernização no ensino. O método intuitivo é o núcleo principal da renovação pedagógica do final do século XIX, considerado como uma ruptura ao modelo de ensino formal e tradicional (Quadro 1).

Assim sendo, a intenção é analisar como se deu a condução do ensino das operações aritméticas nas séries iniciais em épocas de modernização do ensino: do tradicional ao intuitivo.

Segundo Valente (2007, p. 28), a pesquisa em história da educação matemática representa um “alargamento da compreensão do

processo de escolarização” do saber matemático. Logo, esperamos que essa pesquisa possibilite ao professor de matemática reflexões sobre sua prática, sobre a matemática como saber escolar, permitindo-o ampliar a compreensão de seu ofício.

1.3 Justificativa

Na pesquisa desenvolvida ao longo do mestrado, pude analisar algumas provas de alunos, de um período compreendido entre 1950 a 1969, encontradas no Arquivo Público da Secretaria Municipal de Educação de Vassouras (APSMV). Esta análise possibilitou o mapeamento dos conteúdos abordados nestas avaliações: algarismos romanos, sistema de numeração decimal, operações fundamentais, divisibilidade, sistema métrico, sistema monetário, frações, números decimais, geometria e medida de tempo.

Constatei que os exercícios de cálculo estavam sempre presentes nas provas, apesar de não representarem o maior percentual de cobrança. Quanto aos cálculos observados, todos os alunos efetuavam a divisão pelo processo chamado curto ou breve⁴ e, considerando o período de estudo, o dispositivo da prova dos nove⁵ só apareceu nas provas de 1952 (Figura 1).

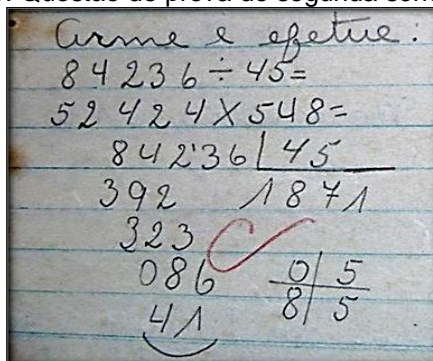
⁴ No algoritmo da divisão, costuma-se denominar processo longo aquele em que a subtração é indicada no algoritmo, aparecendo o produto do quociente pelo divisor. Já, no chamado processo breve ou curto, só se representa o resultado da subtração entre o dividendo e o produto do quociente pelo divisor.

Processo longo	Processo breve ou curto
$\begin{array}{r} 843 \overline{) 17} \\ - 68 \\ \hline 163 \\ - 153 \\ \hline 10 \end{array}$	$\begin{array}{r} 843 \overline{) 17} \\ 163 \\ \hline 10 \end{array}$

Fonte: TOLEDO, 2010, p.150

⁵ A prova dos nove se refere à técnica na qual utilizamos o nove-fora de números naturais para verificar se o resultado das quatro operações fundamentais está correto. Calcular, tirar ou extrair o nove-fora de um número natural qualquer n, significa subtrair deste número o maior múltiplo de nove nele contido, o que é equivalente a encontrar o resto da divisão deste número n por 9. Porém, existe uma maneira mais simples de se obter o nove-fora de um dado número natural, na qual se soma os algarismos deste

Figura 1: Questão de prova de segunda série de 1952



Fonte: APSMEV, 1952

Esta observação sobre a divisão me fez analisar com mais detalhes a abordagem dada a essa operação por livros didáticos que circulavam naquela época e região. Estabeleci, ainda, uma comparação com o que estava posto em alguns livros de aritmética do século XIX, os quais já havia analisado por conta de outra pesquisa. Juntaram-se a essa análise, as dúvidas acumuladas sobre a operação de divisão ao longo de minha prática docente e a de colegas, mapeadas nas inúmeras oportunidades que vivi junto à formação inicial e continuada de professores.

O trabalho realizado ao longo do mestrado provocou a vontade de ampliar o estudo então desenvolvido, não só em relação às operações e seus algoritmos, bem como o período investigado.

A presente pesquisa preocupa-se com a aritmética das séries iniciais e espera contribuir para a construção da trajetória histórica da escolarização da matemática no ensino primário brasileiro, tendo em vista que, livros didáticos, compêndios e manuais escolares desvelam “concepções de ensino e aprendizagem que vão sendo influenciadas, ao longo da história, por novos ideais” (PINTO, 2003 *apud* VILLELA *et al.* 2010; p. 5).

Além disso, acredito, como Valente (2006b), que só aprofundando a reflexão sobre reformas de ontem, podemos conduzir processos de

dado número que se deseja obter o nove-fora. A partir deste novo valor obtido, se o mesmo possuir mais de dois algarismos, realiza-se a soma novamente até restar um número de um único algarismo.

mudança nos dias de hoje. Nóvoa (1999), ao defender a história da educação, apresenta quatro ideias. Dentre elas:

A reflexão histórica, mormente no campo educativo, não serve para “descrever o passado”, mas sim para nos colocar perante um patrimônio de ideias, de projetos e de experiências. A inscrição do nosso percurso pessoal e profissional neste retrato histórico permite uma compreensão crítica de “quem fomos” e de “como somos”. (NÓVOA, 1999, p. 13).

Penso ser relevante tal reflexão histórica a fim de contribuir para a prática docente atual. O professor, juntamente com seus pares, terá a oportunidade de refletir sobre as mudanças que ocorrem nas diferentes culturas escolares, a cada espaço e tempo, de modo a privilegiar ou relegar ao segundo plano determinados aspectos e objetivos das ações de ensino e de aprendizagem, bem como a forma de cada um atuar nesses processos.

1.4 Histórias que já foram contadas

Apesar do grande número de trabalhos que vêm se ocupando da pesquisa histórica sobre o ensino primário brasileiro, é possível dizer que, só recentemente, percebemos o interesse de alguns grupos pela história da educação matemática voltada para este segmento de ensino⁶. Esta constatação não é só uma particularidade da produção brasileira. O historiador francês Renaud d’Enfert também se dedica a esta temática e em sua obra *L’enseignement mathématique à l’école primaire – de la Révolution à nos jours – Textes officiels*, afirma que “no nível primário, a história da disciplina não foi ainda estudada em sua globalidade, nem em sua longa duração.” (D’ENFERT, 2003, p. 13).

Atualmente, pesquisadores debruçam-se sobre a constituição da matemática escolar desenvolvida no ensino primário durante a época de “vigência” da pedagogia tradicional e moderna. Prova disso, foi a

⁶ Por exemplo, o grupo de pesquisa GHEMAT (Grupo de História da Educação Matemática coordenado pelo doutor professor Wagner Rodrigues Valente) está desenvolvendo vários projetos de pesquisa que envolve esta temática.

consulta realizada em variadas bases de dados, tendo em vista a produção de trabalhos que associassem o ensino primário e a matemática escolar, mais especificamente, a aritmética, as vagas pedagógicas tradicional e intuitiva e a história da educação matemática. As bases consultadas foram: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES; Scientific Electronic Library Online- SCIELO, Biblioteca Digital de Teses e Dissertações – BDTD e o repositório de conteúdo digital, sediado na Universidade Federal de Santa Catarina⁷.

A busca nos *sítes* da Internet, a rede mundial de computadores, por artigos científicos, dissertações e teses, em cruzamento com palavras-chave como “ensino primário, matemática escolar, aritmética, ensino tradicional, intuitivo, e história da educação matemática”, encontrou alguns trabalhos dependendo da combinação que se fazia das palavras. Dentre os encontrados, foi feita uma seleção daqueles que considerei relevantes para o desenvolvimento deste trabalho. No decorrer dos capítulos eles serão citados, à medida que estabelecerem relação com aquilo que está sendo analisado.

Neste momento, apresento aqueles que foram inspiração para o desenvolvimento da pesquisa, os que suscitaram questões que contribuíram para o delineamento do objetivo da investigação.

Destaco dois artigos que se relacionam com este estudo. O primeiro deles, intitulado “Pensamento pedagógico e aritmética escolar para o curso primário no Brasil e na Espanha: tempos de ensino intuitivo”, de Wagner Rodrigues Valente, 2009, teve por objetivo responder à questão: “como terão sido alteradas nesses dois países as ideias sobre o ensino de aritmética nas séries iniciais, a partir da vaga intuitiva?” (p. 229). O autor identifica a presença de um novo pensamento pedagógico para o ensino de aritmética com a chegada das ideias do ensino intuitivo tanto na Espanha, quanto no Brasil. A principal mudança foi a presença

⁷ Pesquisadores em História da Educação Matemática de diversas instituições de ensino superior do Brasil alimentam esse banco de dados, com o objetivo de manter centralizados documentos relativos à Educação Matemática, nesta mídia eletrônica - <https://repositorio.ufsc.br> .

de materiais didáticos, em particular, as tábuas de ensino⁸, que representaram o modo de concretizar a aritmética baseada no princípio da intuição. As ideias de Pestalozzi⁹ circularam em diferentes espaços, oferecendo oportunidades para que outros intelectuais e matemáticos elaborassem críticas e criassem seus próprios materiais. No Brasil, os professores puderam ter contato com a forma dada ao ensino intuitivo da Aritmética com a divulgação, pela *Revista de Ensino*, das Cartas de Parker¹⁰ que representaram as reelaborações do pensamento pestalozziano aplicado à aritmética escolar nos Estados Unidos (VALENTE, 2009).

O segundo, de autoria de Marcus Aldenison de Oliveira, cujo título é “A pedagogia moderna e a aritmética do curso primário brasileiro: o ensino com e pelas coisas”, publicado em 2015, apresenta um mapeamento inicial da chegada e do impacto da vaga intuitiva nos documentos oficiais da educação dos estados brasileiros, nas normatizações da escola primária, nas matérias e nos conteúdos escolares. Faz uma análise que evidencia o impacto das ideias pedagógicas da vaga intuitiva para o ensino dos saberes aritméticos de número e cálculo.

No referido levantamento e análise há a evidência de uma unanimidade na adoção do método intuitivo e, por conseguinte, na presença de coisas/objetos na sala de aula. O autor identifica que, naquela proposta, o estudo da aritmética deveria ser iniciado pelas quatro operações por meio da ajuda de objetos concretos (*com as coisas*). E a seguir, indicava-se o uso das Cartas de Parker para o ensino de cálculo

⁸ “Tábuas, tabelas, tabuadas constituem uma coleção estruturada de conhecimentos fixados”. São exemplos, as Tábuas de Pestalozzi e as Cartas de Parker. (VALENTE; PINHEIRO, 2015, p. 22)

⁹ Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827), suíço alemão nascido em Zurique, atraiu a atenção do mundo como mestre, diretor e fundador de escolas. Na origem dos movimentos de renovação do ensino, a posição de Pestalozzi é geralmente associada na importância de suas ideias sobre a educação das crianças, na intuição, no uso dos objetos na aprendizagem, na educação popular. Isto é certo, principalmente, no que se refere às suas ideias acerca do número e das formas no ensino de matemática. (COSTA, 2014).

¹⁰ As *Cartas de Parker* constituem um conjunto de gravuras cujo fim é auxiliar o professor a conduzir metodicamente o ensino, sobretudo, das quatro operações fundamentais. Junto de cada gravura, há uma orientação ao professor de como deverá dirigir-se à classe de modo a fazer uso de cada uma delas e avançar no ensino da Aritmética. (VALENTE, 2009, p. 237).

(*pelas coisas*). Destaca-se, ainda, nestas orientações, a prática do cálculo mental. Assim o autor conclui que a recomendação para o ensino dos saberes aritméticos de número e cálculo deveria ser pelo método intuitivo. O ensino *com e pelas coisas* baseava-se na experiência mais elementar da aprendizagem aritmética; isto é, um empirismo da experiência sensorial do tocar e do ver (OLIVEIRA, 2015).

Os dois artigos me levaram a confirmar que a proposta do método intuitivo para o ensino da aritmética veio para deslocar o “ouvir” para o “tocar” e o “ver”, principalmente pela presença dos materiais didáticos, como as tábuas. Ao se analisar a condução do ensino das operações aritméticas, é possível identificar as passagens do “ouvir” para o “tocar” e “ver”?

Destaco ainda cinco dissertações de mestrado que também se relacionam com esta pesquisa. A primeira, denominada “Grupo Escolar Barnabé - Santos - A presença do método intuitivo no ensino de aritmética na escola primária entre os anos de 1938 a 1948”, de autoria de Júlio César Santos de Oliveira, 2009, teve como objetivo responder a seguinte questão: será que há elementos concretos que nos levem a comprovar o uso do método intuitivo pelo Grupo Escolar Barnabé, relativo ao ensino de aritmética? No trabalho, ao investigar atas de reuniões pedagógicas do Grupo Escolar Barnabé, o autor constatou vestígios do método intuitivo no ensino de aritmética, tais como, o emprego de objetos concretos para ensinar as primeiras noções de número e a utilização das Cartas de Parker. Entretanto, o autor percebeu o uso de memorização para a realização de algumas operações¹¹ (OLIVEIRA, 2009).

De que modo as novas propostas trazidas pela vaga intuitiva influenciaram a condução das operações pelos autores de livros didáticos?

¹¹ “Lendo as atas, percebemos claramente a preocupação com um ensino que não fosse fadado à memorização. Entretanto, talvez por resquícios de método de ensinamentos anteriores, acabamos observando o uso de memorização para realizar algumas operações” (OLIVEIRA, 2013, p. 69).

A segunda dissertação, “Antônio Bandeira Trajano¹² e o método intuitivo para o ensino de aritmética”, de Marcus Adenilson Oliveira, 2013, teve como objetivo analisar a configuração do método intuitivo presente na composição da trilogia de livros didáticos *Arithmetica* (Progressiva, Elementar Ilustrada e Primária) de Antônio Bandeira Trajano. O autor constatou elementos dos postulados ligados ao método de intuir nessa trilogia tais como a utilização das ilustrações como dispositivo didático e como estímulo da intuição e reflexão da criança; a presença de certo quantitativo de exercícios após cada ponto estudado, para que o aluno pudesse aliar a teoria com a prática e a ordenação e gradação na disposição das atividades e conteúdos para que o aluno pudesse ir do simples ao complexo, das representações para as abstrações (OLIVEIRA, 2013).

O trabalho de Oliveira (2013) veio ratificar minha decisão de analisar, nas obras de Antônio Trajano, como este conduziu o ensino das operações fundamentais, visto ser um material que trazia presente elementos do método intuitivo em sua composição e foi amplamente adotado pelos professores primários, por um longo período.

Ainda em 2013, temos a dissertação de Nara Vilma Lima Pinheiro, intitulada “Escolas de práticas pedagógicas inovadoras: intuição, escolanovismo e matemática moderna nos primeiros anos escolares”. Esta pesquisa buscou investigar as transformações de significado do conceito de número, analisando práticas pedagógicas realizadas em três instituições modelo: a Escola Americana, a Escola Normal da Praça e a Escola Experimental Vera Cruz, no período de 1880 a 1970, na cidade de São Paulo. A autora mostra que, nas práticas analisadas nas três escolas a aprendizagem do conceito de número, que estava associado ao processo de contagem e era visto como uma coleção de unidades, indicando quantidades, se dava pela memorização, pela fixação das sequências numéricas. Já, em épocas de ensino intuitivo e

¹² Antônio Trajano foi um luso-brasileiro que veio de Portugal para o Brasil aos catorze anos. Os conhecimentos de Aritmética adquiridos por Trajano se deram com ensinamentos da sua orientadora Mary Park Dascomb, uma missionária e professora presbiteriana oriunda do Norte dos Estados Unidos. No ano de 1877, o luso-brasileiro foi professor de Aritmética na Escola Americana, fundada em São Paulo, no ano de 1870. A partir daí Antônio Trajano iniciou sua produção livresca. (OLIVEIRA, 2013, p. 131 e 132).

escolanovismo, o número era visto como um indicador de qualidade, tal como um adjetivo, que definia exatamente a quantidade numa coleção de objetos.

Segundo a autora, a diferença entre esses ensinamentos era que, no intuitivo, a aprendizagem deveria se dar pela observação das coisas e o interesse era gerado durante a aprendizagem. No escolanovismo, a observação não era suficiente, e o interesse passava a ser o ponto de partida para a aprendizagem. Esta deveria se dar por meio do fazer, da manipulação e das experiências. Já em tempos do Movimento da Matemática Moderna, o conceito de número deveria ser construído pela própria criança, depois de estudar elementos da Teoria dos Conjuntos. A aprendizagem aconteceria a partir de experiências apropriadas via materiais estruturados (PINHEIRO, 2013).

O trabalho de Pinheiro (2013) mostra as mudanças que o conceito de número sofreu em diferentes práticas pedagógicas: de indicador de quantidade, passou a ser visto como um indicador de qualidade, tal como um adjetivo que define com exatidão a quantidade de objetos de uma coleção. Depois, entendido como algo a ser construído a partir dos elementos da Teoria dos Conjuntos. Assim, cabe perguntar se, diante desses diferentes enfoques dados à aprendizagem do conceito de número, a condução do ensino das operações aritméticas sofreu também alterações.

A dissertação, “Manuais pedagógicos e as orientações para o ensino de matemática no curso primário em tempos de escola nova”, de Josiane Acácia de Oliveira Marques, 2013, buscou responder a seguinte questão: “Quais os discursos escolanovistas referente ao ensino de matemática poderiam ser lidos na amostra de manuais pedagógicos analisados?” (p. 123). Nas primeiras décadas do século XX, nos manuais selecionados, a autora identifica uma *vulgata*¹³ nas seguintes categorias

¹³Chervel (1990) explicita um fenômeno particular nestes estudos chamados de “vulgata”. Em cada época, o ensino dado pelos professores é grosso modo, idêntico, para a mesma disciplina e para o mesmo nível. Todos os livros didáticos, ou quase todos, dizem então a mesma coisa, ou quase isso. Conceitos, terminologia adotada, coleção de rubricas e capítulos, a organização do corpus de conhecimento, mesmo os exemplos ou tipos de exercícios praticados são idênticos, com pequenas variações. Tais

de análise: cálculo em multiplicação, resolução de problemas, problemas sem número, metodologia de projetos e testes matemáticos. Marques (2013) identificou que a orientação dos autores dos manuais aos professores é que estes realizassem o passo a passo das técnicas operatórias, estabelecendo uma gradação do mais fácil para o mais difícil e contextualizando com situações do dia a dia da criança. Orientavam, ainda, o manuseio de material concreto de forma ativa pelos alunos.

Das categorias analisadas por Marques (2013), destaco os cálculos de multiplicação, visto que o interesse deste trabalho é a condução do ensino das operações aritméticas. A autora utilizou manuais que foram referenciados nos programas de ensino dos Institutos de Educação em São Paulo e no Rio de Janeiro (1933-1937) e identificou uma *vulgata*. Neste trabalho, busco identificar diferentes *vulgatas* na condução do ensino das operações aritméticas em épocas de modernização do ensino.

Em 2014, temos a dissertação de Márcia Guedes Soares. A pesquisa tem como título “A aritmética de Lourenço Filho¹⁴: um estudo sobre as dinâmicas de transformações do saber escolar em face de uma nova pedagogia”. Soares afirma que a cultura escolar moderna cercou-se de tecnologias como o quadro-negro, a lousa, o caderno e os livros didáticos, os quais possibilitaram práticas de exercícios escolares e que se constituíram em dinâmicas de transformação escolar, especificamente, do ensino da aritmética. O livro didático estabeleceu-se como um material que permitiu o desenvolvimento da memória, da atenção, do interesse e do trabalho pessoal do aluno, atendendo ao ensino que se propunha ser ativo.

O livro, “Aprenda por si!” de Lourenço Filho, material que a autora analisou, apresenta características relacionadas a ambas as pedagogias:

variações são as que podem justificar a publicação de novos livros didáticos ainda que se apresentem com desvios mínimos (p. 44).

¹⁴ No decorrer da década de 1920, um novo discurso passa a ser difundido no Brasil. Lourenço Filho, nascido e formado em berço paulista, vai se envolvendo com essas novas ideias que passam a circular. A Companhia Melhoramentos, à qual se integra desde 1925, lhe dá prestígio e notoriedade nacional, o que aumenta na década de 1930, pós Revolução, quando se muda para o Rio de Janeiro e liga-se a cargos públicos do Distrito Federal e do Ministério da Educação. É crescente, ainda, sua atuação a nível internacional. (SOARES, 2014, p. 90).

tanto o ensino intuitivo como o ativo. Do primeiro, o material destinado ao professor que apresenta exercícios como modelos a serem seguidos, bem como as orientações de como trabalhá-los passo a passo. E do segundo, quando o aluno entra em cena, com a prática de exercícios, que é indicada como forma de despertar o interesse, tornando o aprendizado autônomo (SOARES, 2014).

A autora conclui que naqueles momentos de circulação de uma nova pedagogia, as transformações da aritmética envolveram permanências e mudanças, apresentando uma hibridação entre o ensino intuitivo e o ativo. Faz-se necessário, então, investigar quais foram as permanências e mudanças na condução do ensino das operações a partir da segunda metade do século XIX, período de transição entre a pedagogia tradicional e a moderna.

Destaquei também duas teses: a primeira é de Laura Isabel Marques Vasconcelos de Almeida e tem como título “Ensino de Matemática nas séries iniciais no estado de Mato Grosso (1920-1980): uma análise das transformações da cultura escolar”. Este trabalho, defendido em 2010 teve como objetivo compreender as transformações da cultura escolar relativas ao ensino da matemática de 1^a à 4^a série do Curso Primário em Mato Grosso, no período de 1920 a 1980, e buscou responder a seguinte questão: “Como as práticas de ensino de matemática nas séries iniciais contribuíram para as transformações da cultura escolar no período de 1920 a 1980, no estado de Mato Grosso?”.

A autora identificou dois marcos importantes na trajetória histórica da Matemática escolar no ensino primário de Mato Grosso no período analisado. O primeiro se dá com as mudanças que o ensino intuitivo provocou na cultura escolar da escola primária entre as décadas de 1920 e 1960 e o segundo, a partir da década de 1970, com a chegada do Movimento da Matemática Moderna, que trouxe mudanças significativas para a matemática escolar.

As mudanças que se destacaram no primeiro marco, interesse desta pesquisa, são a intensificação do uso de materiais concretos e a prática do cálculo mental mediante problemas do dia a dia das crianças.

Constatou-se que a renovação se deu lentamente nas práticas de ensino da matemática, visto que foram encontrados sinais de práticas de memorização da tabuada e da repetição de exercícios descontextualizados do cotidiano infantil (ALMEIDA, 2010).

O trabalho indica que os movimentos de renovação pedagógica trouxeram mudanças significativas na cultura escolar da escola primária, em especial, na matemática escolar desenvolvida neste segmento de ensino; o que provocou ainda mais minha vontade de investigar sobre a condução do ensino das operações aritméticas durante tais movimentos.

A segunda pesquisa é de David Antonio da Costa e tem como título “A Aritmética Escolar no Ensino Primário Brasileiro: 1890 – 1946”, 2010. Este trabalho teve como objetivo analisar a trajetória de um saber escolar, qual seja, a aritmética no curso primário. Em específico, tratar das transformações ocorridas com o ensino do conceito de número no período de 1890 – 1946. Buscou responder as seguintes questões: “Como o livro didático de aritmética pode mostrar historicamente o que ocorreu com o ensino do conceito de número?” e “Como a partir desses livros didáticos, é possível, realizar a leitura das propostas didático-metodológicas de ensino desse conceito?” (p. 28).

O autor categoriza a aritmética em *clássica* ou *tradicional* e *intuitiva*. Os livros que precedem a última década dos oitocentos fazem parte da primeira categoria, na qual o conceito de número está associado ao resultado da contagem ou da reunião de unidades que podem ser medidas ou contadas. A aprendizagem deste conceito, naquela época, privilegiava a memorização e o ensino da aritmética era voltado para as regras dos algoritmos utilizados nas operações elementares. Já no final do século XIX, os livros didáticos vão fazer parte da segunda categoria, a *intuitiva*, na qual o conceito de número é considerado em seu aspecto de multiplicidade e unidade e associado a medidas e comparações. A aprendizagem dos números se dá, primeiramente, de forma oral, para depois serem estudados na sua forma escrita. Nessa fase, encontram-se referências ao uso dos quadros de aritmética (COSTA, 2010).

As categorias referidas, *clássica* ou *tradicional* e *intuitiva* dizem respeito ao conceito de número. Cabe destacar, todavia, que é preciso investigar os outros aspectos relacionados à aritmética, tais como o que se propõe essa pesquisa: o ensino das operações.

Além dos trabalhos apresentados, o livro da tese de Livre Docência do Doutor Wagner Rodrigues Valente (2011), intitulado “A matemática na formação do professor primário, São Paulo, 1835-1930”, também trouxe contribuições para a escrita desta tese.

Essa obra veio corroborar as leituras dos trabalhos que investigaram a presença do método intuitivo no ensino primário, visto que, segundo Valente (2011), a formação matemática do professor primário em São Paulo, durante o período 1875 a 1930, teve discursos e propostas calcadas nas Cartas de Parker por um longo período, em oposição ao ensino verbalístico, especialmente tratado com as tabuadas e sua memorização, cunhado como ensino tradicional.

As leituras das obras aqui comentadas me permitiu uma incursão por esses movimentos de renovação pedagógica, quais sejam, ensino intuitivo e escolanovismo, que vieram contrapor aquilo que inicialmente era considerado moderno e ficou reconhecido como tradicional, por apresentar, então, elementos antigos. Também, trouxeram a percepção de como o ensino de alguns elementos da aritmética (por exemplo: o conceito de número, a tabuada e problemas) sofreram alterações na medida em que as novas ideias eram propagadas e apropriadas pela escola.

Com efeito, cabe ressaltar que as pedagogias alteram os saberes escolares e não se constituem em “lubrificante” (CHERVEL, 1990). Estes mudam com o tempo, alteram-se com a presença de diferentes pedagogias, de modos diferentes de pensar e conduzir a educação. Logo, como os saberes escolares não são invariantes, faz sentido analisá-los.

O Quadro 2 mostra as transformações pelas quais o conceito de número, o ensino da tabuada e os problemas propostos, saberes

escolares da aritmética escolar, foram sofrendo ao longo das diferentes vagas pedagógicas.

Quadro 2: Alguns saberes escolares da Aritmética nos diferentes movimentos pedagógicos

Aspectos da Aritmética	Tipos do Ensino		
	Tradicional	Intuitivo	Escolanovismo
NÚMERO	Indicador de quantidade, quantidade a ser memorizada. Coleção de unidades, fixação das sequências numéricas.	Indicador de quantidade, que define uma quantidade na coleção de objetos. Quantidade a ser sentida, ensinado logo de início na contagem das coisas da vida cotidiana (Observação das coisas e interesse gerado pela aprendizagem).	Indicador de quantidade, quantidade a ser vivida pelo educando, a aprendizagem virá da ação dos alunos na vida real (Observação não mais suficiente, o interesse passa a ser o ponto de partida para a aprendizagem que se dá a partir do fazer, manipular e de experiências).
TABUADA	Decorada, onde está presente a repetição e a previsão das etapas seguintes com o “dois e um, três”, “dois e dois, quatro”, “dois e três, cinco”, ou ainda, do “dois vezes um, dois”, “dois vezes dois, quatro”, etc. numa dinâmica de cantar a tabuada escrita e repetida pela classe.	Uso das Cartas de Parker. A lógica de sua utilização implicava um trato não linear e sequencial de ensinar os primeiros passos do cálculo aritmético (Era o ensino do cálculo pelas coisas).	Aprendizagem prática, tudo resulta de experiências reais, significativas e ricas de conteúdo social para as crianças. Assim, as unidades de atividade escolar é que reúnem ricas oportunidades para desenvolver os cálculos.
PROBLEMAS	Problemas aritméticos.	Os problemas eram apresentados por meio de uma linguagem do cotidiano, em boa medida, relacionados como o sistema monetário da época.	Contextualizados em situações reais, ou que tivessem boa probabilidade de ocorrer na vida real, que estivesse de acordo com temas de interesse da criança e que fornecessem ferramentas que poderiam ser utilizadas, posteriormente, para resolver situações problemas na vida.

Fonte: A autora, com base nos trabalhos lidos

Como se pode observar, os saberes escolares contemplados pelos trabalhos lidos não contemplaram a condução do ensino das operações aritméticas que sempre esteve presente na escola primária. Será que esta

condução também sofreu novas orientações a partir dos movimentos de renovação pedagógica?

Mediante o exposto, considero relevante investigar a condução do ensino das operações aritméticas nas séries Iniciais: do tradicional ao intuitivo, tanto no que diz respeito aos conhecimentos adquiridos, tanto nas questões que foram suscitadas.

Mas, como realizar essa investigação de cunho histórico? Por se tratar de um trabalho de história da educação matemática, a seguir, apresentarei a ideia da necessidade do pesquisador desta área ficar de posse do instrumental utilizado por historiadores, em seu ofício de produzir história.

CAPÍTULO 2

COMO E QUEM AJUDA A CONTAR A HISTÓRIA

Este capítulo discute a teoria (quem) e metodologia (como) que nos ajudaram na escrita desta história. Antes mesmo de discorrer sobre os aspectos teórico-metodológicos de uma pesquisa em história da educação matemática consideramos importante indicar o lugar ocupado pelos pesquisadores interessados nesse assunto, visto que este *locus* foi determinante para a escolha dessa opção metodológica.

Segundo Valente (2013a) os diferentes modos existentes que tratam da história da educação matemática diferenciam-se, ao que tudo indica, pelo lugar ocupado pelos pesquisadores interessados no assunto.

Há aqueles, por exemplo, que se localizam no âmbito da História da Matemática, e levam em conta que a história da educação matemática é uma espécie de subconjunto da História da Matemática. Existem os que situam *strictu senso* no âmbito dos conteúdos da Didática da Matemática; para esses pesquisadores, a história da educação matemática deve-se colocar a serviço da aprendizagem da Matemática. Há, ainda, aqueles que, de algum modo buscam apoio em bases filosóficas, para caracterizar o passado da educação matemática, produzindo algo próximo a uma filosofia da história da educação matemática. (VALENTE, 2013a, p. 24).

No caso da pesquisa desenvolvida, a história da educação matemática é considerada um tema pertencente à história da educação, que por sua vez constitui um dos temas da história. Assim, sendo a história da educação matemática um campo no interior da história da educação é necessário nos apropriarmos e usarmos o ferramental teórico-metodológico elaborado pelos historiadores para sua escrita.

Neste sentido, é importante refletirmos sobre o fazer historiográfico. Foram muitas as mudanças ocorridas na escrita da história ao longo do

tempo. De acordo com Burke (1992), em contraponto com o paradigma tradicional, apresentamos a nova história, ou ainda, nova história cultural, que é a nossa forma de entender a investigação histórica.

De acordo com o paradigma tradicional, a história diz respeito essencialmente à política, enquanto a nova história se interessa por toda a atividade humana. Os historiadores tradicionais pensam na história como relatos dos grandes feitos dos grandes homens, enquanto a história cultural se preocupa com as opiniões e as práticas das pessoas comuns. Antes a história era vista como única, neutra e preexistente. Nesse novo modo de conceber a história, dependendo das escolhas dos documentos, das perguntas que se lhes faça e, portanto, do olhar do pesquisador, estes assumem o caráter de fontes e a partir daí são produzidas histórias. Na história-relato, os fatos são cronológicos e objetivos à medida que possuem uma verdade única em sua formação. Em contrapartida, na nova história há uma responsabilidade subjetiva de tratar os fatos: considerados com mais dinamismo, pois não se apresentam prontos e devem ser construídos a partir da análise de documentos, arquivos entre outros.

Como podemos, então, dentro dessa perspectiva da história cultural, produzir pesquisas em educação matemática?

[...] os estudos históricos culturais da educação matemática deveriam caracterizar-se pelas pesquisas que intentam saber como, historicamente, foram construídas representações sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática e de que modo essas representações passaram a ter um significado nas práticas pedagógicas dos professores em seus mais diversos contextos e épocas. (VALENTE, 2013a, p. 38).

Este conceito de representação é desenvolvido por vários autores, entre eles, Roger Chartier (1990), um historiador que vê esse trabalho de pesquisa situado entre práticas, representações e apropriações.

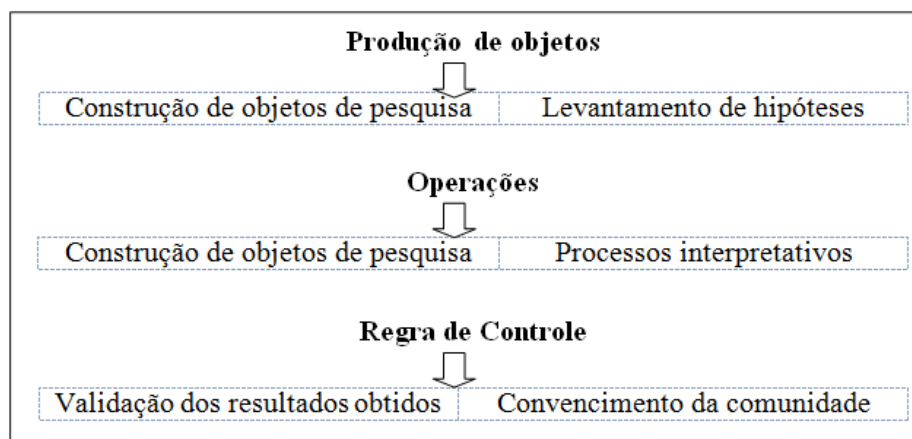
Chartier (1990) define o conceito de representação como “toda a tradução e interpretação mental de uma realidade exterior percebida” (p. 16), ou ainda, “construções que os grupos fazem sobre suas práticas e

que não existem práticas que não sejam representadas” (idem). Segundo o autor, a apropriação “visa a uma história social dos usos e das interpretações, referida a suas determinações fundamentais e escrita nas práticas específicas que a produzem” (p. 180). Assim, produzir uma “história da educação matemática historicamente” (VALENTE, 2007, p. 38) é estudar as práticas da educação matemática de outros tempos, buscando identificar representações construídas nestes processos e como foram apropriadas pelos sujeitos envolvidos.

Acreditando na concepção da nova história, destacamos as ideias de Michel De Certeau (1982), o qual buscou esclarecer o significado da prática histórica como prática científica, elucidando suas etapas. Segundo Valente (2007) “para De Certeau, a prática histórica é prática científica na medida em que inclui a *construção de objetos* de pesquisa, o uso de uma *operação específica* de trabalho e um *processo de validação* dos resultados obtidos, por uma comunidade” [grifos do autor] (p. 35).

Isso significa que o trabalho do historiador não vê o passado como um dado *a priori* e nem se limita à construção de uma simples narração. Este trabalho implica na construção de fatos históricos a partir da formulação de hipóteses sobre os rastros do passado que encontra no presente. No caso desta pesquisa, a hipótese é de que as pedagogias alteram os saberes, ou seja, os movimentos de renovação pedagógica modificaram a forma como os autores dos livros didáticos, a partir da segunda metade do século XIX, conduziram o ensino das operações aritméticas.

O objeto histórico em construção será consistente a medida que o historiador identifique tais rastros que sofrerão processos interpretativos, constituindo-se em fontes de pesquisa. Assim, a partir de tais fontes, o historiador procura construir uma narração que sofrerá um processo de validação em que a comunidade para o qual o trabalho foi escrito o legitimará através de suas regras de controle (Figura 2).

Figura 2: As etapas da prática histórica

Fonte: Salvador, 2012, p. 24

Todas essas etapas que constituem o método histórico pressupõem um ofício de historiador.

[...] temos que o ofício do historiador se dá no processo de interrogação que faz aos traços deixados pelo passado, que são conduzidos à posição de fontes de pesquisa por essas questões, com o fim da construção de fatos históricos, representados pelas respostas a elas. (VALENTE, 2007, p. 39).

Os processos interpretativos que o historiador deve fazer aos documentos que se transformam em fontes face às suas interrogações não é tarefa fácil e também faz parte da metodologia deste trabalho de pesquisa. Segundo Prost (1996), para criticar um documento é essencial “confrontá-lo com tudo que se conhece sobre o assunto que ele enseja, do lugar e do momento a que ele se refere” (p. 59).

São vários os documentos referentes à educação matemática de outros tempos que podemos encontrar no tempo presente: livros, manuais, cadernos de professores e alunos, programas e orientações curriculares, boletins escolares, diários de classe, depoimentos de mestres ou alunos, leis e decretos, provas, materiais didáticos, entre outros. Dependendo do que for utilizado, teremos alguns autores que nos ajudarão a realizar a crítica de que Prost nos fala, por exemplo, Alain Choppin (2004), um teórico que norteia a investigação histórica baseada nos livros didáticos, ou ainda, Maria João Mogarro (2005), que entende o arquivo escolar como um lugar central e de referência no universo das

fontes de informação para reconstruir o itinerário de uma instituição escolar.

A escolha das ferramentas históricas justifica, por si só, a filiação metodológica a uma história cultural. Logo, os estudos de alguns historiadores contemporâneos são usados pelos trabalhos que fizeram parte do capítulo anterior. O ferramental teórico utilizado só difere devido às fontes de pesquisa utilizadas.

Os historiadores vêm desenvolvendo estudos sobre as práticas escolares, aquelas que se fizeram presentes no cotidiano da escola e um dos aspectos mais importantes desse trabalho é a identificação de fontes. Encontrar vestígios deixados por cotidianos escolares passados é tarefa fundamental para a construção da história da cultura escolar. Entretanto, conforme constata Julia (2001), a história das práticas culturais é a mais difícil de ser reconstruída, justamente porque ela não deixa traço. Refletindo sobre o significado de cultura escolar como objeto histórico, levamos em conta a definição proposta por Julia (2001, p. 10-11)

[...] um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo épocas (finalidades religiosas, sociopolíticas ou simplesmente de socialização).

Essa definição volta seu olhar para o interior da escola, ou seja, para seu funcionamento interno. Para o entendimento da cultura escolar como objeto histórico é necessário contemplar não somente as normas e as finalidades da escola, mas também atentar para as práticas escolares.

As práticas pedagógicas podem ser entendidas como táticas, no sentido empregado por De Certeau (2002), ou seja, um modo característico de fazer, que manipula e altera as normas estipuladas:

... um cálculo que não pode contar com um próprio, nem portanto com uma fronteira que distingue o outro como totalidade visível. A tática só tem por lugar o do outro. Ela aí se insinua, fragmentariamente, sem apreendê-lo por inteiro, sem poder retê-lo à distância. Ela não dispõe de

base onde capitalizar os seus proveitos, preparar suas expansões e assegurar uma independência em face das circunstâncias. (DE CERTEAU, 2002, p. 46).

Outro termo formulado por De Certeau é a estratégia:

... postula um lugar capaz de ser circunscrito como um próprio e portanto capaz de servir de base a uma gestão de suas relações com uma exterioridade distinta. A nacionalidade política, econômica ou científica foi construída segundo esse modelo estratégico [...] as estratégias escondem sob cálculos objetivos a sua relação com o poder que os sustenta, guardado pelo lugar próprio ou pela instituição. (DE CERTEAU, 2002, p. 46-47).

Desse modo, as estratégias, como um lugar próprio que lhes permitem observar, manipular e controlar encontram-se ligadas ao poder, às normas estabelecidas; enquanto que as táticas, sem possuir um lugar próprio, agem ocultamente, aproveitando-se das oportunidades para manipular e subverter a ordem estabelecida.

As práticas escolares são entendidas como modos de fazer próprios dos sujeitos da escola e que acontecem no cotidiano da escola. As práticas são influenciadas pelas representações que possibilitam compreender como os sujeitos da educação interpretam as finalidades da escola e as concepções pedagógicas.

Segundo Chartier (1990), as representações encontram-se inseridas em um campo de concorrências e de competições cujos desafios se exprimem em termos de poder de dominação. É nesse campo de relações e tensões que se travam as “lutas de representações”, que dão origem a inúmeras “apropriações” em conformidade com os interesses, necessidade e motivações humanas. Assim sendo, a escrita da história da educação se faz buscando identificar as representações construídas e o modo como foram apropriadas pelos sujeitos participantes da escola.

Para tornar possível essa identificação, as fontes de pesquisa se fazem necessárias de tal forma que ao interrogá-las encontremos

vestígios dos cotidianos escolares. Relativamente à história de matemática escolar, interroga Valente (2013a, p. 44-45):

Que tipo de vestígios no tempo presente refere-se à educação matemática de outros tempos? Livros antigos de matemática? Manuais para professores ensinarem matemática? Cadernos de matemática de professores e alunos? Programas e orientações curriculares para o ensino de matemática, elaborados em outras épocas? Boletins escolares com notas de matemática? Diários de classe? Depoimentos de antigos mestres? Testemunhos de alunos de cursos de matemática? Leis e decretos sobre o ensino de matemática? Provas antigas de matemática? Um conjunto de sólidos geométricos de madeira para o ensino de geometria no curso primário? Tabelas e mapas ilustrados para o ensino de aritmética? Blocos lógicos? É possível continuar essa série de interrogações e a todas elas responder sim.

O historiador, na busca por vestígios para a escrita da trajetória histórica da matemática escolar, deve realizar um levantamento de fontes para pesquisa, reunindo documentos sobre as normas oficiais e outros produtos da cultura escolar, como cadernos, livros didáticos, apostilas, avaliações etc. Esses documentos, constitutivos da cultura escolar, são testemunhos da vida escolar e ampliam a possibilidade de compreender a história da educação matemática.

Uma das conquistas importantes do projeto coletivo de pesquisa intitulado “A Constituição dos Saberes Elementares Matemáticos: a aritmética, a geometria e o desenho no curso primário em perspectiva histórico-comparativa, 1890-1970”, com apoio do CNPq, foi a criação de um repositório de conteúdo digital, sediado na Universidade Federal de Santa Catarina, o que possibilita aos pesquisadores analisar diferentes fontes dos diferentes estados que integram o referido projeto.

Nesta pesquisa, recorreremos a esse repositório e utilizamos legislações, programas de ensino, revistas pedagógicas, livros didáticos e manuais pedagógicos. A seguir, discorreremos sobre a importância de cada um deste *corpus* documental para a escrita desta história.

2.1 Legislações e programas de ensino

Quais são as dimensões que as legislações e programas de ensino apresentam enquanto fontes de pesquisa para a história da educação matemática? O artigo do professor e pesquisador Luciano Mendes de Faria Filho (1998) intitulado “A legislação escolar como fonte para história da educação: uma tentativa de interpretação” fundamentará esta discussão.

Para Faria Filho, a legislação nos permite inter-relacionar as várias dimensões do fazer pedagógico, desde a política educacional até as práticas de sala de aula, desde que se realize um intenso cruzamento de fontes, visto que um estudo voltado unicamente para a legislação não é suficiente para uma melhor compreensão da história da educação.

O autor defende a tese que “produzir a legislação como *corpus* documental significa enfocá-la em suas várias dimensões” (p. 98): a lei como ordenamento jurídico, como linguagem, como prática social, como prática ordenadora das relações sociais e como campo de expressão e construção das relações e lutas sociais.

De modo geral, essas dimensões envolvem a atenção do historiador no que diz respeito às ideias de que a lei está inserida num contexto de tradição, costumes e retórica de igualdade; a lei possui uma linguagem legal e é essa própria linguagem, obedecendo a aspectos como as estratégias discursivas e o caráter gráfico; a lei em seu momento de produção e de realização, e seu caráter de intervenção social; o caráter histórico e político das leis; os sujeitos que as elaboraram; e por fim, o aspecto de lutas, contradições e expressões sociais presentes nas leis (FARIA FILHO, 1998).

Analisar a Reforma Leôncio de Carvalho (Decreto n. 7.247 - 19/04/1879) é um exemplo de como a leitura da legislação entrelaçada com outras fontes pode nos ajudar nesta pesquisa. Esta reforma oficializa o ensino intuitivo, considerado estratégico para modernizar as práticas

vigentes. O decreto previa para o currículo primário a disciplina “Noções de coisas”, expressão usada para identificar o ensino intuitivo no caso das ciências e matemática e também, previa a disciplina de “Prática do ensino intuitivo e lições de coisas” no currículo para a formação de professores nas escolas normais. Segundo Pais e Maranhão (2014, p. 45),

implícita à defesa do método intuitivo estava o compromisso de se apropriar de uma proposta que pudesse corresponder ao ideal de modernizar o ensino. Por esse motivo, no debate educacional da última década do Império estava em pauta o desafio de buscar inovações pedagógicas para acelerar a instrução primária para as classes populares. Associada à questão da expansão da oferta da instrução pública estava o desafio de formação de professores primários em número suficiente para atender o aumento da abertura de escolas.

Conhecer esse cenário lido através da legislação ajudou analisar a condução do ensino das operações no livro *Arithmetica elementar Illustrada* de Antonio Trajano que foi lançado no mesmo ano da assinatura do decreto pelo Ministro Leôncio de Carvalho, como veremos no capítulo 4.

2.2 A imprensa pedagógica

Quais potencialidades a imprensa pedagógica fornece para a história da educação matemática?

Para Pierre Ognier, a imprensa educacional “é um corpus documental de vastas dimensões, pois se constitui em testemunho vivo dos métodos e concepções pedagógicas de uma época e da ideologia moral, política e social de um grupo profissional” (OGNIER, 1984, *apud* CATANI; BASTOS, 2002, p. 5).

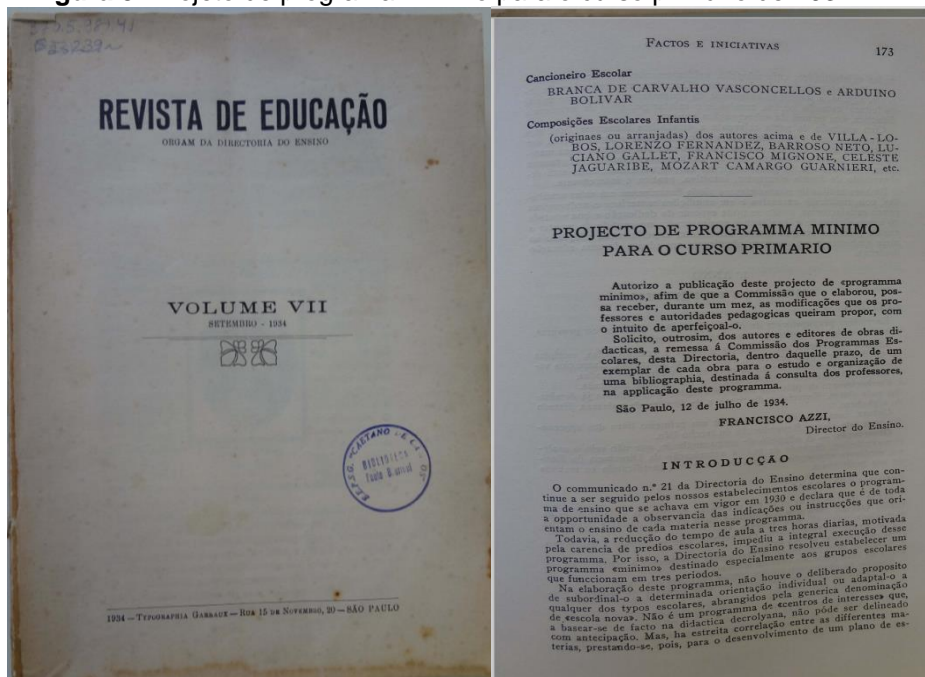
Sendo assim, a imprensa pedagógica representa uma excelente fonte de pesquisa, visto que, como Nóvoa (2002) explicita, são várias as

razões que tornam a imprensa um importante instrumento de pesquisa para a história da educação. Em primeiro lugar, representa “o melhor meio para apreender a multiplicidade do campo educativo” (p.11), pois revela a diversidade que existe nos processos educativos, tanto no que diz respeito aos cursos, programas, currículos, etc. como também, ao papel desempenhado por diferentes setores de socialização das crianças e jovens.

Em segundo lugar, “a natureza da informação fornecida pela imprensa, lhe concede um caráter único e insubstituível” (NÓVOA, 2002, p. 13), sendo possível desvelar as lutas de representação (DE CERTEAU, 2002) existentes, ajudando a compreender as dificuldades entre a teoria e a prática, entre as orientações do Estado e as práticas efetivas em sala de aula.

Uma terceira razão aponta a imprensa como “um lugar de uma afirmação em grupo e de uma permanente regulação coletiva” (NÓVOA, 2002, p. 13), na medida em que cada escrito está sendo sempre avaliado pelo público, pela imprensa, e até mesmo pelos próprios pares.

Figura 3: Projeto de programa mínimo para o curso primário de 1934



Fonte: <http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99961>

A publicação do projeto de programa mínimo para o curso primário de São Paulo, em 1934, pela Revista de Educação da Diretoria Geral da Instrução Pública de São Paulo, volume VII, de setembro (Figura 3) serve para exemplificar as potencialidades que a imprensa apresenta como instrumento de pesquisa para a história da educação apresentadas por Nóvoa (2002), e é claro, para a história da educação matemática.

Abaixo do título, Francisco Azzi, Diretor de Ensino, apresenta o seguinte texto:

Autorizo a publicação deste projeto de <<programma minimo>>, afim de que a Commissão que o elaborou, possa receber, durante um mez, as modificações que os professores e autoridades pedagogicas queiram propor, com o intuito de aperfeiçoal-o.

Solicito, outrosim, dos autores e editores de obras didacticas, a remessa á Commissão dos Programmas Escolares, desta Directoria, dentro daquele prazo, de um exemplar de cada obra para estudo e organização de uma bibliografia, destinada á consulta dos professores, na aplicação deste programma. (AZZI, 1934, p. 173).

Sendo assim, a revista representa um “veículo de apreensão do campo educativo” (NÓVOA, 2002, p.11), já que revela, neste caso, um “novo” programa para o ensino primário. E mais, é também, “o lugar de uma afirmação em grupo e de uma permanente regulação coletiva” (p. 11), pois foi o caminho encontrado para que o programa fosse avaliado pelo público de professores.

O texto introdutório, justifica a existência desse programa pelo fato de ter havido uma “redução do tempo de aula a três horas diárias, motivada pela carência de prédios escolares” e assim, este atenderia aos grupos escolares que funcionavam em três períodos (AZZI, 1934, p.173). E, ainda, esclarece:

Na elaboração deste programma, não houve o deliberado propósito de subordinal-o a determinada orientação individual ou adaptal-o a qualquer dos typos escolares, abrangidos pela generica denominação de <<escola nova>>. Não é um programma de <<centros de interesse>> que, a basear-se de facto na didactica decrolyana não pôde ser delineado com antecipação (p.173).

Antes de apresentar o Programa, termina a introdução dirigindo-se aos professores:

Embora muitas de nossas classes ainda funcionem em salas acanhadas, com matrícula excessiva e em condições materiais e pedagógicas pouco satisfatórias, muito se pôde esperar da dedicação e boa vontade de nosso abnegado e inteligente professorado, no sentido de manter o ensino primário sempre activo, attrahente, experimental, adaptado ao meio ambiente e em rigorosa obediencia aos ideaes de uma educação moderna. (AZZI, 1934, p.174).

Nos trechos apresentados é possível identificar as lutas de representação das quais De Certeau (2002) nos fala: por um lado, as orientações do Estado e, por outro, as práticas efetivas em sala de aula. Além de explicitar as dificuldades existentes entre a teoria e a prática.

Alguns artigos encontrados na imprensa pedagógica enredados com outras fontes, tais como a legislação e os manuais didáticos possibilitaram a análise proposta nesta investigação.

2.3 Livros didáticos e manuais pedagógicos

Uma forma de se perceber as práticas escolares do passado é por meio da análise de livros didáticos e manuais pedagógicos. Segundo Valente (2008) a trajetória da matemática enquanto disciplina escolar pode ser lida através dos livros didáticos. Uma leitura que fará dos livros didáticos fontes de pesquisa, documentos valiosos para a escrita da história dos saberes escolares, que se intenta nesta pesquisa.

Segundo Chervel (1990), para se elaborar uma historiografia da educação matemática que leve em conta os livros didáticos como fonte de pesquisa é preciso ir além dos conteúdos explícitos, mesmo sabendo que estes tiveram um papel privilegiado na história das disciplinas escolares. É preciso, segundo Valente (2008), que se tenha como objetivo construir

uma “biografia do livro didático” (p. 159). O historiador “deverá enredá-lo numa teia de significados” (idem) para que este possa ser visto e analisado como um objeto cultural.

Nessa teia estão presentes múltiplos elementos. Da concepção da obra pelos autores, passando pelo processo de como foi produzido e sofreu a ação das casas editoriais, chegando às mãos de alunos e professores e sendo utilizado por eles, o livro didático de matemática poderá revelar, inclusive, heranças de práticas pedagógicas do ensino de matemática, presentes em nosso cotidiano escolar hoje. (VALENTE, 2008, p. 159 – 160).

É importante ponderar que os manuais didáticos e pedagógicos, como objetos culturais, são avaliados, divulgados e usados na escola através de um movimento que engloba produção, divulgação e apropriação que perpassa pela atividade docente.

No uso do livro como fonte de pesquisa, Chervel (1990) nos chama atenção para o “fenômeno de vulgata”:

Em cada época, o ensino dispensado pelos professores é, grosso modo, idêntico para a mesma disciplina e para o mesmo nível. Todos os manuais ou quase todos dizem a mesma coisa, ou quase isso. Os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a coleção de rubricas e capítulos, a organização do corpus de conhecimentos, mesmo os exemplos utilizados ou os tipos de exercícios praticados são idênticos, com variações aproximadas. São apenas estas variações, aliás, que podem justificar a publicação de novos materiais [...]. A descrição e análise desta vulgata são a tarefa fundamental do historiador de uma disciplina escolar. (CHERVEL, 1990, p. 203).

Buscamos analisar conjuntos de livros que pudessem nos mostrar “alternâncias de patamares e mudanças importantes” (idem, p. 204). Assim, analisamos oito livros didáticos. Foi possível perceber a caracterização de uma *vulgata* escolar e o aparecimento de um novo modo de conduzir o ensino, o que nos revelou importantes elementos da trajetória histórica da matemática escolar os quais serão vistos no decorrer desta pesquisa.

Nesta análise dos livros, outro teórico que nos auxilia é Alain Choppin. Segundo ele, “os livros didáticos exercem quatro funções essenciais, que podem variar consideravelmente segundo o ambiente sociocultural, a época, as disciplinas, os níveis de ensino, os métodos e as formas de utilização” (2004, p. 552). As funções, por ele consideradas são referencial, instrumental, ideológica e cultural e documental.

O livro didático é tido como referência (função referencial) para se encontrar os “conhecimentos, técnicas ou habilidades que um grupo social acredita que seja necessário transmitir às novas gerações” (CHOPPIN, 2004, p. 553). Segundo o autor, os livros têm o papel de reiterar os conteúdos ditados pelos programas ou ainda, estabelecê-los nos locais onde não existem tais regulamentações. No caso desta investigação, o conhecimento que se buscou analisar nos livros didáticos foram as operações aritméticas, mais especificamente, a condução dada a esse ensino.

A prática pedagógica é vista como instrumento (função instrumental) já que “põe em prática métodos de aprendizagem, propõe exercícios ou atividades” (CHOPPIN, 2004, p. 553), orientando o fazer pedagógico. Nesta análise da condução do ensino das operações fundamentais, buscaram-se elementos constitutivos desse processo de ensino, assim como a maneira de encaminhá-lo.

O livro didático exerce também uma função ideológica e cultural, pois se constitui “como um dos vetores essenciais da língua, da cultura e dos valores das classes dirigentes” (CHOPPIN, 2004, p. 553), representando, explícita ou implicitamente, um instrumento de controle. É considerado como um conjunto de documentos (função documental) textuais ou simbólicos “cuja observação ou confrontação podem vir a desenvolver o espírito crítico do aluno” (CHOPPIN, 2004, p. 553).

Pelas funções apontadas por Choppin (2004) percebemos o quanto o livro didático pode nos dizer. Segundo Valente (2007), fazendo

perguntas para os livros didáticos de matemática em cotidianos passados pode-se estudar as práticas da educação matemática de outros tempos.

Muitas destas práticas se dão a partir de orientações que emergem dos diferentes movimentos pedagógicos. No capítulo a seguir, veremos o que nos dizem os estudiosos em épocas de modernização do ensino.

CAPÍTULO 3

ORIENTAÇÕES PEDAGÓGICAS EM ÉPOCAS DE MODERNIZAÇÃO DO ENSINO

Desde o século XVII, são vários os estudiosos que se apresentavam contra as práticas educacionais que vigoravam e já lutavam para uma modernização no ensino. Tais práticas baseavam-se em processos de repetição e memorização.

[...] a escola imperial tomou de empréstimo da educação jesuítica, junto com a noção de classe e de sala de aula, com o papel dos exercícios e das antologias, com o domínio do corpo e a disciplina do silêncio – o exercício da repetição e as virtudes pedagógicas da memória. (SOUZA, 1998, p. 83).

Segundo a autora, a memorização tinha relação direta com a cultura institucionalizada pela Igreja de fazer a escrita ser apresentada sob a perspectiva da oralização. As novenas, os cantos, as ladainhas deram lugar as cantilenas do abecedário e da tabuada.

Valente (2016) analisa o papel da memorização de outro modo. Segundo ele, os saberes escolares postos nos livros continham níveis de abstração próprios dos conteúdos sistematizados que só seriam absorvidos pelos alunos através da memorização.

Dada a necessidade de incorporar a ordem lógica dos conteúdos, iniciando por seus elementos, que nada tinham de proximidade com a criança, a memorização era processo inexorável. Neste caso, emparelhavam-se, consideradas como semelhantes, duas ordens: a ordem sistematizada do saber (a lógica interna organizadora dos conteúdos) e a ordem sequencial da aprendizagem (dos elementos mais simples para as suas combinações, os termos mais complexos). (VALENTE, 2016, p. 5).

Ainda, segundo Valente (2016) esta forma de tratar os conteúdos representa uma tradição para a matemática na escola, inaugurada desde Euclides (século III a.C.) de utilizar o método dedutivo, apresentado na marcha sintética, isto é, das partes conhecidas para aquelas desconhecidas.

Já no século XVII¹⁵, conhecido por “século do método” e também do “saber ativo”, pela aliança feita entre a ciência e sua aplicação, Comenius¹⁶, em consonância com seu tempo, se empenhou em buscar um método para ensinar de forma mais rápida e mais segura. Seu tratado, *Didactica Magna*, já indica um pensamento diferente do que vigorava: “O plano de estudos é elaborado com base nas áreas de conhecimento já constituídas, porém arranjadas numa sequência graduada de acordo com o desenvolvimento infantil.” (VALDEMARIN, 2010, p. 15). O ponto de partida da aprendizagem é sempre o conhecido, indo do simples para o complexo, do concreto para o abstrato. Além disso, para Comenius era necessário, num primeiro momento, dar aos alunos o objeto em si e depois apresentar o discurso sobre ele. Assim, por meio dos sentidos, seria possível chegar ao intelecto, ou seja, o conhecimento deveria ser experimentado pelos sentidos para produzir as ideias.

¹⁵ No século XVII a burguesia se fortalece, consolida-se o mercantilismo, sistema que supõe o controle da economia pelo Estado. Toma forma a teoria do liberalismo, tanto do ponto de vista político (questionamento da legitimidade do poder real) quanto econômico (críticas ao excessivo controle estatal da economia). Este século é conhecido como século do método porque foram vários os filósofos que discutiram a teoria do conhecimento colocando em discussão os meios que permitem a construção deste. Nesta discussão, temos duas tendências opostas: a do *racionalismo*, que prioriza a razão, na consciência, como ponto de partida de todo conhecimento e a dos *empiristas*, que valoriza a indução e insiste na necessidade da experiência, ou seja, nessa concepção enfatiza-se o papel da experiência sensível no processo do conhecimento. No campo da ciência houve uma revolução, de uma concepção puramente contemplativa, vinculada à filosofia, para uma valorização da técnica, ao privilegiar o método experimental. As transformações na ciência geraram uma revolução espiritual chamada de *crise da consciência europeia*. Não se contentava mais “saber por saber”, desejava-se “saber para transformar”. É, ainda, neste século que as legislações que contemplaram tópicos referentes à obrigatoriedade, aos programas, níveis e métodos ajudaram a institucionalizar as escolas (ARANHA, 2006)

¹⁶ Jan Amos Comenius (1592-1670), maior pedagogo do século XVII, tcheco, pertencente ao grupo religioso Irmãos Morávios. Para ele, “a arte de ensinar (a didática) extrai as suas regras da natureza e o processo educativo repete as leis do desenvolvimento natural” (CAMBI, 1999, p. 289).

O conhecimento deve necessariamente principiar pelos sentidos (uma vez que nada se encontra na inteligência, que primeiro não tenha passado pelos sentidos). Porque é que então o ensino há-de principiar por uma exposição verbal das coisas, e não por uma observação real dessas mesmas coisas? Somente depois de esta observação das coisas ter sido feita, virá a palavra, para a explicar melhor. (COMENIUS, 1957, s.p.).

O conteúdo deveria estar relacionado às experiências infantis contrapondo-se à educação então em curso. Segundo Valdemarin (2010) o próprio Comenius produziu livros ilustrados para crianças, uma novidade para época.

Tratava-se de situar as coisas do mundo, próximas e facilmente reconhecíveis tais como elementos naturais, pesos, formas e medidas, nomear o que é conhecido com palavras adequadas claramente enunciadas e desenvolver o raciocínio com a comparação, classificação, estabelecimento de semelhanças e diferenças. (VALDEMARIN, 2010, p. 15).

Foram várias as preocupações de Comenius: “o método, a organização do conhecimento, o emprego racional do tempo de estudo, a noção de programa, o cuidado com o material didático, a valorização do mestre como guia do processo aprendizagem.” (ARANHA, 2006, p. 158).

Não foi só Comenius que pensava a prática educativa de maneira diferente. No século XVIII¹⁷, o tratado de Jean-Jacques Rousseau¹⁸ – *Emílio ou da educação* também traz uma maneira revolucionária de pensar a educação. No centro de sua teorização está a criança.

Não se conhece a infância: com as falsas idéias que dela temos, quanto mais longe vamos mais nos extraviamos. Os mais sábios apegam-se ao que importa que saibam

¹⁷ No século XVIII explodiram várias revoluções, entre tantas, a Revolução Industrial que alterou o panorama socioeconômico com a mecanização da indústria, a Revolução Francesa, reivindicação burguesa que já detinha o poder econômico, pelo poder político. Defendiam os princípios de “igualdade, liberdade e fraternidade”. O Iluminismo é uma das marcas deste século, que ficou conhecido como “*Século das Luzes*”. O homem, não mais se contentava em contemplar a harmonia da natureza, queria conhecê-la para dominá-la. Os ideais de liberdade estavam presentes em todas as áreas: na economia, na política, na moral, na religião. Na educação, esses ideais se traduziam em uma escola que deveria ser leiga (não religiosa) e livre (independente de privilégios de classe).

¹⁸ Jean-Jacques Rousseau (1712 – 1778), filósofo de língua francesa, revolucionou a pedagogia ao colocar no centro de sua teorização a criança (CAMBI, 1999)

os homens, sem considerar que as crianças se acham em estado de aprender. Eles procuram sempre o homem na criança, sem pensar no que esta é, antes de ser homem. (ROUSSEAU, 1995, p. 6).

Rousseau centralizou os interesses pedagógicos no aluno e não mais no professor, não dava muito valor ao conhecimento transmitido, queria que a criança aprendesse a pensar, não como um processo que vem de fora para dentro, ao contrário, como desenvolvimento interno e natural.

Para este filósofo, a educação deve oferecer liberdade à criança para que com as próprias experiências, o que exige uma nova postura pedagógica. A educação centrada na criança tem de ser pensada desde a escolha de um locus propício que, para o filósofo genebrino, deve ser junto à natureza. Ao valorizar a criança como tal, Rousseau, critica a habitual forma de tratá-la como um adulto em miniatura. (SILVA, 2015, p. 27).

Dá-se início a uma pedagogia que favorecia as descobertas da ciência prática e útil e do ofício manual, centrando-se na necessidade e utilidade.

Johann Heinrich Pestalozzi¹⁹ e Friedrich Fröbel²⁰, leitores de Rousseau, foram outros autores que desenvolveram iniciativas educacionais, afirmando a necessidade de se respeitar o desenvolvimento infantil e cujas ideias fertilizaram o século XIX²¹.

¹⁹ Johann Heinrich Pestalozzi (1746 – 1827), pedagogo suíço, cujo pensamento pedagógico foi “orientado pelos princípios rousseauianos da educação segundo a natureza, da educação familiar e da finalidade ética da educação” (CAMBI, 1999, p. 417).

²⁰ Friedrich Fröbel (1782 – 1852), pedagogo alemão, um dos primeiros educadores a considerar o início da infância como uma fase de importância decisiva na formação das pessoas. Para ele, os jogos são o primeiro recurso no caminho da aprendizagem (CAMBI, 1999).

²¹ O século XIX aparece como o século do “triunfo da burguesia”, período da consolidação do poder dos burgueses. Era grande o contraste entre a riqueza e a pobreza. Os trabalhadores se fortaleceram como classe revolucionária e seus movimentos. Foi um século caracterizado por uma frontal oposição/luta de classes. Toda pedagogia oitocentista é marcada por processos fortes de ideologização (reformistas, revolucionárias, positivistas, românticas, socialistas). Diante do advento da sociedade de massa e da afirmação do industrialismo foi necessário pensar uma educação organizada de uma forma nova, regulada por teorizações pedagógicas que dessem conta do crescimento social (CAMBI, 1999)

Em especial, é atribuída a Pestalozzi, a sistematização do método intuitivo, símbolo de renovação e modernização do ensino. Segundo Oliveira (2015) não foi só de Rousseau que Pestalozzi se alimentou. Nesta época, três correntes filosóficas alimentavam a pedagogia:

[...] o racionalismo, que buscava explicar a aquisição do conhecimento pela razão, pelas ideias inatas (Descartes, Spinoza, Leibniz, Kant); o empirismo, corrente que enxergava a percepção sensorial ou à experiência como fonte de conhecimento, e que não admitia a existência de ideias inatas (Rabelais, Montaigne, Bacon, Locke); o naturalismo, que tomava por base a posição do homem no mundo natural, buscando explicar os estágios mentais deixando as tendências naturais se manifestarem livremente. (Voltaire, Condillac, Rousseau, Basedow). (OLIVEIRA, 2015, p. 23).

E foi, neste ecletismo filosófico, que Pestalozzi sistematizou sua própria pedagogia, que consistia na valorização da intuição como alicerce de todo o conhecimento, isto é, a compreensão de que a aquisição dos conhecimentos emanava dos sentidos e da observação.

Segundo Oliveira (2015), algo importante na pedagogia de Pestalozzi foi a forma como definiu conhecimento elementar. Este conhecimento encontra-se em pontos simplistas de cada matéria do conhecimento. O simples, para Pestalozzi, é considerado o fácil e o que o caracteriza não depende do que vai ser ensinado, mas das capacidades de desenvolvimento das faculdades das crianças para progredir do fácil ao difícil, isto é, a ordem psicológica. É importante ressaltar que a individualidade da criança deve ser respeitada.

As faculdades, tais como a de intuir, a de refletir, a de comparar, a de medir, a de desenvolver a percepção, entre outras, são exploradas quando a criança faz uso dos sentidos, em contato direto com aquilo que a rodeia e possibilitam a construção de conceitos claros.

Pestalozzi desenvolve uma educação elementar que parte dos “elementos” da realidade, tanto no ensino linguístico como no matemático, analisando-os segundo o “número”, a “forma” e a “linguagem”; essa didática da intuição segue as próprias leis da psicologia, a infantil em particular, que “procede gradativamente da intuição de

simples objetos para a sua denominação e desta para a determinação das suas propriedades, isto é, a capacidade da sua descrição e desta para a capacidade de formar-se um conceito claro, isto é, de defini-los.” (CAMBI, 1999, p. 419).

Os três elementos de análise da pedagogia do ensino intuitivo são número, forma e palavra. Primeiro, a criança deve saber identificar a quantidade dos objetos que estão visíveis, em seguida, distingui-los de acordo com sua forma e por fim, nomeá-los. Assim, Pestalozzi defendia a ideia de que a partir da observação, manipulação e experimentação das coisas a criança construiria conceitos claros; daí o desenvolvimento do sistema de *lições de coisas*.

O método de Pestalozzi foi defendido por grandes educadores, entre eles, Ferdinand Buisson²². Segundo Guimarães (2015), para se diferenciar dos outros pedagogos e elaborar seu próprio método, discute a diferença entre método e processo e define intuição. No seu entendimento o método é um conjunto de princípios e regras gerais que definem a educação e seus fins e que indicam os passos que deverão ser seguidos pelos professores para a sua aplicação, enquanto que os processos indicam como fazer. Define intuição como uma vista, não superficial, mas àquela que compreende um objeto de forma espontânea e imediata a partir de um olhar.

Para Buisson o método intuitivo não deveria ser restrito somente ao domínio do exercício dos sentidos, ou ainda ao ensino pelo aspecto, o domínio do raciocínio era igualmente importante. Para ele, a educação dos sentidos e a educação pelos sentidos era o começo do ensino intuitivo, mas era preciso aplicá-los aos exercícios de inteligência e aos atos do julgamento.

Buisson reconhece os três tipos de intuição como fruto de uma única operação intelectual, a saber: a intuição sensível, que se faz pelos

²² Ferdinand Buisson (1841-1932) foi diretor do ensino primário francês de 1879 a 1896. Participa da preparação e do estudo de todas as reformas escolares. “É neste momento que Ferdinand Buisson assegura a promoção do método de ensino intuitivo, cuja temática tornava-se largamente reconhecida na França.” (SANTOS; GUIMARÃES, 2016, p. 328)

sentidos; a intuição intelectual, que se exerce pelo julgamento e a intuição moral, que se destina a mente, ao coração e à consciência (SANTOS; GUIMARÃES, 2016). E segundo ele esta operação é que torna compreensível para o aluno o que ele aprende.

A criança deveria exercer seus sentidos e, nesse caso, a observação exerce um papel importante. E por outro lado, a compreensão ganha papel central. A melhor escola não é aquela que faz mais aprender e sim melhor compreender. (GUIMARÃES, 2015, p. 67).

Buisson afirma ser importante começar o ensino pela intuição, mas é igualmente necessário passar pela abstração, tendo em vista que as características da idade comandam a maneira de gerar as aprendizagens. Dá importância a atividade do aluno, sua iniciativa e autonomia. Destaca que a escola deve ser um ambiente onde a criança se sinta bem, tenha prazer (GUIMARÃES, 2015).

Rui Barbosa²³ foi um importante defensor da adoção do método intuitivo no Brasil. De acordo com Bastos (2000), foi a leitura do *Rapport sur l'instruction primaire à l'exposition universelle de Philadelphie en 1876*²⁴, de Ferdinand Buisson que motivou Rui Barbosa a traduzir e publicar o manual pedagógico *Primeiras lições de coisas*, escrito pelo americano Norman A. Calkins²⁵, visto que Buisson elogia o trabalho de Calkins, afirmando ser a melhor coleção de lições de coisas de que há notícia.

²³ Rui Barbosa (1849-1923) foi jurista, advogado, homem de estado, orador, jornalista, culto infatigável da língua, homem de letras. A Fundação Casa de Rui Barbosa, no Rio de Janeiro, abriga os 35.000 volumes de sua biblioteca iniciada em 1871. Os escritos de Rui Barbosa sobre educação compreendem um período limitado de sua trajetória política como reformador social. (BASTOS, 2000)

²⁴ Ferdinand Buisson foi incumbido de registrar as ideias pedagógicas, que mundialmente estavam sendo discutidas, e compor um relatório (rapport) que mostrasse o quadro educacional vigente na França em relação aos demais países. *Rapport sur l'instruction primaire à l'Exposition Universelle de Vienne en 1873* foi elaborado a partir da Exposição Universal de Viena de 1873. Em seguida, fez a redação do *Rapport sur l'instruction primaire à l'Exposition Universelle de Philadelphie en 1876* e ainda foi responsável pelo documento *Conférence sur l'enseignement intuitif, faite aux instituteurs délégués à l'Exposition Universelle en 1878* (SANTOS; GUIMARÃES, 2016)

²⁵ Calkins, professor do ensino primário e diretor de escola no estado de Nova Iorque (EUA), "verificou que os professores tinham muita dificuldade em adaptar as ideias de Pestalozzi ao ensino que ministravam, sendo assim, se dedicou em publicar, em 1861, um formulário de lições. A princípio, a obra tinha por título "Primary Object Lessons for a Graduated Course of Development", porém ela alcançou tanto êxito que em 1870

Segundo Souza (1998) “na obra de Calkins encontram-se condensadas e simplificadas muitas das ideias veiculadas pelo movimento de renovação pedagógica sobre o ensino primário nesse período.” (p.161). Nele, encontramos as orientações de Pestalozzi e também de Ferdinand Buisson.

Os sentidos fornecem ao espírito os meios de comunicação com o mundo exterior. Mediante *sensações* logra o entendimento a *percepção* dos objetos circunjacentes. A *percepção* leva a *concepções* ou ideias, que a *memória* retém, ou evoca.

A *imaginação* apodera-se das ideias constituídas mediante a *percepção*, combina-as, e impime-lhes novas formas.

O *raciocínio* procede ao exame dessas ideias por métodos mais definidos, resultado dessa investigação o *juízo*.

Outrossim, das *sensações* procede a *percepção*, a *atenção*, fixada no que se percebeu, leva à *observação*. Enfim, graças à observação, à comparação e classificação das experiências e dos fatos, *alcançamos* o conhecimento. [grifos do autor] (CALKINS, 1886, p. 4).

Neste trecho, Calkins, assim como Pestalozzi, enfatiza o uso dos sentidos para desenvolver as faculdades tais como: a de desenvolver a percepção, de imaginar, de observar, de comparar, de classificar. Remete-se a Ferdinand Buisson quando cita o raciocínio derivado dos exercícios de inteligência e dos atos do julgamento.

Ora, bem se evidencia que utilizada essa vontade de saber, ao passo que se satisfaz um desejo natural, estabelecem-se hábitos de observação, incute-se grande soma de conhecimentos, e pari passu cultivam-se as faculdades: de concepção, comparação, imaginação, raciocínio e juízo, avigora-se o talento de classificar e associar lançam-se os fundamentos de uma educação profundamente prática. (CALKINS, 1886, p. 11).

Segundo Calkins (1886) “o processo de ensinar parte do simples para o complexo; do que se sabe, para o que se ignora; dos fatos, para as causas; das coisas, para os nomes; das ideias para as palavras; dos princípios, para as regras”. (p. 3). Em seu manual encontramos muitas

Calkins decidiu ampliar e publicar com o título abreviado, denominando “Primary Object Lessons” (PINTO; FELISBERTO, 2016, p. 570).

orientações para este processo de ensino dos fundamentos elementares da matemática.

Buscamos analisar, no manual de Calkins, as orientações relativas à condução do ensino das operações fundamentais, objeto de estudo do nosso trabalho, observando de que forma o autor se apropria das orientações pedagógicas vistas em Pestalozzi e Buisson.

Calkins inicia ressaltando a diferença entre contar e somar.

Não se confunda o sommar esferas no contador com o contar esferas: os dois processos diferem, posto que, antes de dar começo ao sommar, seja mister haver adquirido a facilidade em contar, que auxilia a aprender a adição. (CALKINS, 1886, p. 262).

Para ele, a forma mais fácil de contar consiste na ação repetitiva de somar um.

O que muita vez se chama sommar, outra coisa não é senão contar. A cada momento ocorre, quando perguntamos a um menino a somma, por exemplo, de quatorze e tres, ouvil-o dizer de si comsigo « Quinze, dezeseis, dezeseite», e só então responder em voz alta: «Dezeseite». Muitos contam pelos dedos, outros por traços nas suas pedras, outros por movimentos oscillatorios da cabeça ou de outras partes do corpo, sem que jamais aprendam propriamente a sommar. (CALKINS, 1886, p. 277).

Calkins (1886) indica que, para que os alunos se habituassem a praticar a adição, sem contar, tão rápida e exatamente como a multiplicação, faz-se necessário que os alunos fossem habituados a combinarem os números, somando sempre, observando todas as combinações possíveis. Na condução desse ensino, inicia com “Lições para ensinar a somar” (Quadros 3 e 4).

Quadro 3: Lições para ensinar a somar – parte 1

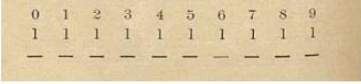
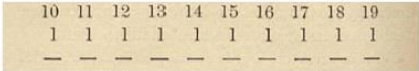
Lições para ensinar a somar	
Primeiro passo – somar objetos	
Primeiros exercícios	Adicionar um a qualquer número inferior a vinte, e dois a qualquer número menor de dez, utilizando-se de objetos.
Segundos exercícios	Adicionar um aos números que decorrem de vinte a cinquenta; depois, a somar dois aos números de dez a vinte.
Terceiros exercícios	Somar um aos números que vão de vinte a cem, dois ao de vinte a cinquenta e três aos menores de dez.
Segundo passo - somar	
Primeiros exercícios	Adicionar um a todos os números, seguida, ou não, a ordem, até cinquenta. Somar dois a todos os números, pela ordem deles, ou salteado, até vinte, e três até dez, sem ter presente os objetos.
Segundos exercícios	Somar três aos números menores de cinquenta, e, quatro e cinco aos números inferiores a cinquenta. Propor perguntas como: <ul style="list-style-type: none"> ✓ Quantas moedas temos que somar a vinte e cinco moedas, para reunir vinte e oito moedas? ✓ Que números podemos somar para produzir cinco?
Terceiros exercícios	Somar seis, sete, oito e nove aos números que ficam abaixo de cinquenta, da mesma maneira que aprenderam a somar três, quatro e cinco.

Fonte: A autora com base em Calkins (1886, p. 262 a 270)

Divide estas lições em três passos. No primeiro, utiliza os objetos. No segundo, a proposta é somar “números concretos” sem o uso de objetos. Para o autor “números concretos” são quantidades associadas a coisas próximas da realidade das crianças (duas maçãs, três meninos, quatro lápis...).

No terceiro passo, a aprendizagem é somar por algarismos. Vemos nesta condução, a preocupação com os três momentos de análise da pedagogia do ensino intuitivo. Primeiro, a criança se utiliza dos objetos visíveis, em seguida, daqueles considerados por Calkins (1886) de “números concretos” e por fim, dos algarismos (“palavras”).

Quadro 4: Lições para ensinar a somar – parte 2

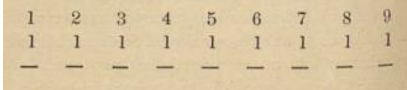
Terceiro passo – somar por algarismos	
Primeiros exercícios	<p>Escreve a soma por baixo de cada traço, à medida que os alunos disserem a importância dela. Zero e um, um; um e um, dois, e etc. Depois, nove, dez; um e  invertendo. Um e oito, nove, etc.</p> <p>Somar, sob a direção do mestre, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove aos números de nada a nove.</p>
Segundos exercícios	<p>Adicionar os números um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, aos números de dez a dezenove, do seguinte modo:</p> <p></p>
Terceiros exercícios	Somar os números um, dois, três, quatro, cinco, seis, oito, nove aos que vão de vinte a cinquenta.
Somar contando	
Primeiro passo (contador)	Contem os alunos esferas no contador como uns até dez.
Segundo passo (quadro preto)	Escreva o mestre no quadro preto uma coluna de dez 1, um em cada parcela, e mande somar essa coluna pelos discípulos de baixo para cima e de cima para baixo. Em seguida escreva-lhe por baixo a soma.
Terceiro passo (ardósia)	Mande o professor escrever pelos discípulos nas suas lousas uma coluna de dez parcelas, cada uma de 1, somá-las de baixo para cima, de cima para baixo, e afinal escrever-lhe por baixo o total. Proceda-se semelhantemente com as parcelas de 2, 3, 4, etc., observando os três passos - contador, quadro preto, ardósias - em cada caso.

Fonte: A autora com base em Calkins (1886, p. 262 a 270)

Calkins termina essas lições com o que chama de “Somar contando”. Nesta parte também utiliza três momentos: com o contador, com o quadro preto e com a ardósia. Primeiro o aluno soma contando objetos, depois o professor propõe exercícios no quadro preto e, em seguida, a própria criança é convidada a realizar os exercícios na sua lousa.

Em seguida, o autor apresenta “Lições para ensinar a diminuir” (Quadro 5) que seguem as mesmas orientações das lições para somar.

Quadro 5: Lições para diminuir

Lições para ensinar a diminuir	
Primeiro passo – diminuir objetos	
Primeiros exercícios	Os alunos se familiarizem em subtrair um e dois objetos, ou traços, de grupos menores de vinte, e três, quatro e cinco de grupos inferiores a dez.
Segundos exercícios	Perfeitamente adestrados os alunos na primeira série de exercícios, passem a aprender de modo análogo a subtrair um e dois objetos de grupos que abranjam de vinte a cinquenta; três, quatro e cinco de grupos que contenham de dez a vinte objetos.
Terceiros exercícios	Nas lições desta série de exercícios se agilizarão os meninos em subtrair objetos, traços etc. de grupos maiores, pares ou ímpares, pela ordem e fora dela, compreendendo todos os números ensinados nos exercícios precedentes, e estendendo-se a outros números mais avultados.
Segundo passo - diminuir	
<p>Nos vários exercícios deste passo se habituarão os meninos a subtrair número concreto, sem ter ante de si os objetos a que eles se referem. Diga o mestre: De duas maçãs tire-se uma; quantas maçãs restam? « Uma maçã. »</p> <p>Prossiga por este caminho, até que os alunos saibam subtrair duas, três, quatro e cinco unidades, indicando o número restante. Subsequentemente se ampliarão estas lições, acostumando-se os alunos a subtrair seis, sete, oito e nove de números inferiores a cinquenta.</p>	
Terceiro passo – diminuir por algarismos	
Primeiros exercícios	<p>Escreva o professor na pedra numeras por esta ordem:</p>  <p>1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 1 1 1 1 1 1 1 1 - - - - - - - - -</p> <p>Passes então a subtrair, e escrever os restos por baixo de cada coluna, ao passo que os alunos lhes forem indicando. Um menos um, nada; dois menos um, um; três menos um, dois; quatro menos um, três, etc. Inverta- e depois, começando a subtração pela direita: Nove menos um, oito; oito menos um sete, etc.</p> <p>Em seguida o mestre ensinará a diminuir dois de outros números, depois três, e assim por diante.</p> <p>Estendam-se a estas lições, como no somar, de 10 a 19, depois de 20 a 29, etc.</p>

Fonte: A autora com base em Calkins (1886, p. 271 – 275)

Calkins (1886) inicia, então, um capítulo com o título “Sommar sem contar”. Primeiro, propõe “sommar por décadas, ou dezenas”. Afirma que as crianças não aprenderam a observar as regularidades dos resultados das combinações como as da Figura 4.

Figura 4: Combinações de adições

2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94

Fonte: Calkins (1886, p. 278)

A proposta do autor é que o professor peça às crianças que repitam oralmente estas combinações da esquerda para a direita e depois da direita para esquerda. Em seguida, o professor apaga as somas e os alunos devem dizê-las à medida que o professor for indicando. E, por último, deverão copiar, em suas pedras, os cálculos e resolvê-los.

Depois, o mesmo processo será realizado para as outras combinações do 2 com 3, do 2 com 4, do 2 com 5, do 2 com 6 e assim por diante. Terminadas todas as combinações do 2, até 2 com 99, serão propostas aos alunos as combinações trabalhadas, mas, fora de ordem.

Alterando assim frequentemente o modo de apresentar, e repetir esses numeros, assegurará o professor a atenção dos alumnos, e o proveito será dez vezes maior que o resultante do mesmo numero de repetições adstrictas a uma só fórma, em que o menino possa reproduzir as palavras sem essa applicação attenta do espirito, indispensavel para lhe inculir a segurança no sommar. (CALKINS, 1886, p. 281).

Ao propor as combinações agrupadas, Calkins recomenda primeiro desenvolver a capacidade de observação, visto que as crianças podem perceber as regularidades. Ainda, condena a apresentação dos cálculos, porque não quer promover uma repetição automática, evitando processos de memorização, como se propunha o ensino da época.

Em seguida, apresenta o assunto denominado “Recapitulação das combinações”. Essa recapitulação se dá através da apresentação de todas as combinações que produzem números acabados em 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 como mostra a Figura 5.

Figura 5: Combinações cuja soma acaba em 2

SOMMAR SEM CONTAR										285
Combinações cuja somma acaba em 2										
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
1	11	21	31	41	51	61	71	81	91	
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92	
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93	
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94	
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96	
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97	
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98	
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99	
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
11	21	31	41	51	61	71	81	91	101	
12	22	32	42	52	62	72	82	92	102	
13	23	33	43	53	63	73	83	93	103	
14	24	34	44	54	64	74	84	94	104	
15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	
16	26	36	46	56	66	76	86	96	106	
17	27	37	47	57	67	77	87	97	107	
18	28	38	48	58	68	78	88	98	108	
19	29	39	49	59	69	79	89	99	109	
20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	
21	31	41	51	61	71	81	91	101	111	
22	32	42	52	62	72	82	92	102	112	
23	33	43	53	63	73	83	93	103	113	
24	34	44	54	64	74	84	94	104	114	
25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	
26	36	46	56	66	76	86	96	106	116	
27	37	47	57	67	77	87	97	107	117	
28	38	48	58	68	78	88	98	108	118	
29	39	49	59	69	79	89	99	109	119	
30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	
31	41	51	61	71	81	91	101	111	121	
32	42	52	62	72	82	92	102	112	122	
33	43	53	63	73	83	93	103	113	123	
34	44	54	64	74	84	94	104	114	124	
35	45	55	65	75	85	95	105	115	125	
36	46	56	66	76	86	96	106	116	126	
37	47	57	67	77	87	97	107	117	127	
38	48	58	68	78	88	98	108	118	128	
39	49	59	69	79	89	99	109	119	129	
40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	
41	51	61	71	81	91	101	111	121	131	
42	52	62	72	82	92	102	112	122	132	
43	53	63	73	83	93	103	113	123	133	
44	54	64	74	84	94	104	114	124	134	
45	55	65	75	85	95	105	115	125	135	
46	56	66	76	86	96	106	116	126	136	
47	57	67	77	87	97	107	117	127	137	
48	58	68	78	88	98	108	118	128	138	
49	59	69	79	89	99	109	119	129	139	
50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	
51	61	71	81	91	101	111	121	131	141	
52	62	72	82	92	102	112	122	132	142	
53	63	73	83	93	103	113	123	133	143	
54	64	74	84	94	104	114	124	134	144	
55	65	75	85	95	105	115	125	135	145	
56	66	76	86	96	106	116	126	136	146	
57	67	77	87	97	107	117	127	137	147	
58	68	78	88	98	108	118	128	138	148	
59	69	79	89	99	109	119	129	139	149	
60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	
61	71	81	91	101	111	121	131	141	151	
62	72	82	92	102	112	122	132	142	152	
63	73	83	93	103	113	123	133	143	153	
64	74	84	94	104	114	124	134	144	154	
65	75	85	95	105	115	125	135	145	155	
66	76	86	96	106	116	126	136	146	156	
67	77	87	97	107	117	127	137	147	157	
68	78	88	98	108	118	128	138	148	158	
69	79	89	99	109	119	129	139	149	159	
70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	
71	81	91	101	111	121	131	141	151	161	
72	82	92	102	112	122	132	142	152	162	
73	83	93	103	113	123	133	143	153	163	
74	84	94	104	114	124	134	144	154	164	
75	85	95	105	115	125	135	145	155	165	
76	86	96	106	116	126	136	146	156	166	
77	87	97	107	117	127	137	147	157	167	
78	88	98	108	118	128	138	148	158	168	
79	89	99	109	119	129	139	149	159	169	
80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	
81	91	101	111	121	131	141	151	161	171	
82	92	102	112	122	132	142	152	162	172	
83	93	103	113	123	133	143	153	163	173	
84	94	104	114	124	134	144	154	164	174	
85	95	105	115	125	135	145	155	165	175	
86	96	106	116	126	136	146	156	166	176	
87	97	107	117	127	137	147	157	167	177	
88	98	108	118	128	138	148	158	168	178	
89	99	109	119	129	139	149	159	169	179	
90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	
91	101	111	121	131	141	151	161	171	181	
92	102	112	122	132	142	152	162	172	182	
93	103	113	123	133	143	153	163	173	183	
94	104	114	124	134	144	154	164	174	184	
95	105	115	125	135	145	155	165	175	185	
96	106	116	126	136	146	156	166	176	186	
97	107	117	127	137	147	157	167	177	187	
98	108	118	128	138	148	158	168	178	188	
99	109	119	129	139	149	159	169	179	189	
100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	

Fonte: Calkins (1886, p. 285)

O autor propõe que o professor proponha essas operações salteadas em lousas e oralmente. A próxima etapa é denominada “Do processo de sommar”. Começa-se com números pequenos, escritos em colunas de um algarismo por parcela (Figura 6). “No sommar só se hão de enunciar a sommas, assim: « Dois, cinco, seis, oito; [...]” (CALKINS, 1886, p. 291).

Figura 6: Adição

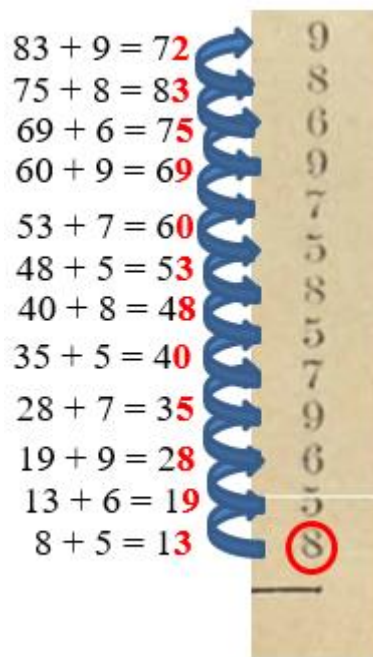
$$\begin{array}{r}
 6 + 2 = 8 \\
 5 + 1 = 6 \\
 2 + 3 = 5
 \end{array}$$

Fonte: Calkins (1886, p. 291) (Esquema explicativo feito pela autora)

A seguir, o autor sugere que se vá aumentando as parcelas da soma, sem que se fale de agrupamento das unidades em dezenas: “Durante esta fase do processo não se alluda por modo algum à operação de “levar”, na somma, de uma para a coluna imediata as

unidades superiores” (CALKINS, 1886, p. 292). E também, alerta os professores para não deixar as crianças somarem contando. Apresenta um exercício no qual as crianças devem indicar somente o algarismo das unidades em cada soma na medida em que for adicionando as parcelas (Figura 7). No exemplo abaixo, só deveriam dizer “8, 3, 9, 8, 5, 0, 8, 3, 0, 9, 5, 3, 2”.

Figura 7: Adição



Fonte: Calkins (1886, p. 292) (Esquema explicativo feito pela autora)

Para finalizar esta parte, Calkins (1886) recomenda “Exercitar-se a classe a si mesma”, um exercício em forma de jogo que envolve todos os alunos.

Por fim, apresenta quatro capítulos “Do sommar”, “Do diminuir” e “Do multiplicar”. A intenção do capítulo “Do sommar” é começar as lições de adição escrita, no caso, o algoritmo. As orientações postas no primeiro capítulo seguem dois passos. No primeiro, somente exemplos que “não haja sobras que levar de uma para outra coluna” (CALKINS, 1886, p.311). Os exemplos se utilizam sempre de “números concretos” conforme já visto. (Figura 8).

Figura 8: Cálculos de adição

24 meninos.	15 moedas.	36 pennas.	215 tostões.
5 »	13 »	23 »	163 »
—	—	—	—
29 »	28 »	59 »	378 »
623 livros.	180 alumnos.	183 dias.	409 homens.
145 »	217 »	216 »	260 »
—	—	—	—

Fonte: Calkins (1886, p.311)

No segundo passo, o professor deve propor cálculos para os alunos fazerem agrupamentos (Figura 9).

Figura 9: Cálculos de adição

28 meninos.	67 homens.	309 homens.
14 »	26 »	465 »
—	—	—
42 »	93 »	
824	586	475
168	234	268
—	—	—

Fonte: Calkins (1886, p. 312)

Percebemos a presença de uma das orientações do método intuitivo na condução dada pelo autor, no que diz respeito à gradação das dificuldades de acordo com o desenvolvimento psicológico das ideias, partindo do simples para o complexo. O próprio autor chama atenção para isto:

Prossiga-se assim, aumentando gradualmente as dificuldades, até que os meninos possam adicionar rapidamente quatro ou cinco parcelas de grande número de algarismos. [...]. Evite-se o habito de propor operações de extensas e numerosas parcelas, que tendem a esgotar aos alunos a paciência e a, desacoroçoal-os com a acumulação de muitas e graves dificuldades, nas primeiras lições desse assumpto. (CALKINS, 1886, p. 312).

Outra preocupação refletida nessa orientação é com o fato da escola ser um ambiente onde a criança se sinta bem, tenha prazer.

Da mesma forma que na adição, os primeiros cálculos de subtração partem dos “números concretos” e não apresentam a necessidade de reagrupamentos. Para preparar os alunos para as subtrações com recursos, o autor propõe que os alunos efetuem a diferença entre todos os números de 1 até 9 e o número 10, e o 11, e o 12, e assim por diante até o 19 (Figura 10).

Figura 10: Cálculos de subtrair

10	10	10	10	10	10	10	10	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9
—	—	—	—	—	—	—	—	—
9	8	7	6	5	4	3	2	1

Fonte: Calkins (1886, p. 314)

Como para o método intuitivo o simples reside na concretude, Calkins apresenta a explicação do algoritmo da subtração a partir de um exemplo concreto envolvendo situação de pagamento:

Tem uma pessoa de seu 5 decimos mais 2 centésimos e, deseja pagar 2 decimos e 6 centésimos. Uma vez que não dispõe de mais de dois centésimos, ha-de converter em centésimos um dos decimos, e, dos doze centésimos com que então fica, pagará seis centésimos, restando-lhes seis. Dos 4 decimos, que lhe sobram, depois do troco miúdo a que reduzir um deles, pagará mais 2 decimos, ficando-lhe deste segundo desembolso 2 decimos, e, ao todo, de tudo quanto tinha, feito o pagamento total, 2 decimos e 6 centésimos. (CALKINS, 1886, p. 314-315).

A seguir, sugere que o professor exiba alguns exemplos na pedra (Figura 11) remetendo sua explicação por meio de exemplo concreto.

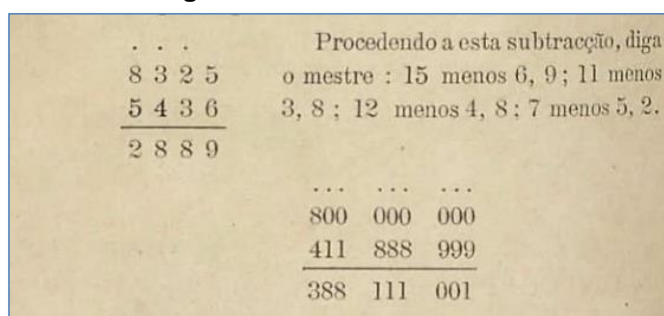
Figura 11: Cálculos de subtrair

4 10	5 10	2 10	7 9 9 10
(5) 2	(6) 4	(3) 5 4	(10) (10)
2 6	3 8	2 6 3	8 0 0 5
—	—	—	—
2 6	2 6	9 1	5 3 6 7
			—
			2 6 3 8

Fonte: Calkins (1886, p. 315)

Somente depois de proceder conforme as recomendações observadas nos primeiros cálculos de adição e de subtração, é que, segundo Calkins, o professor utilizaria pontos, de modo que não fossem esquecidas as trocas efetuadas. A figura abaixo ilustra esse procedimento (Figura 12).

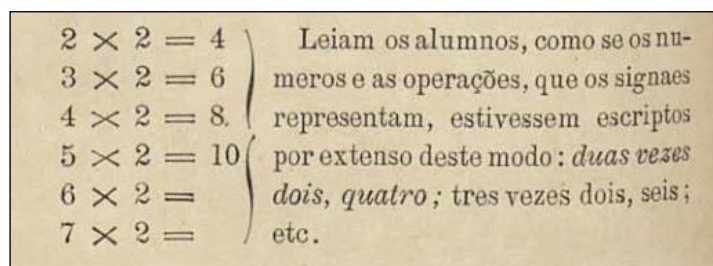
Figura 12: Cálculos de subtrair



Fonte: Calkins (1886, p.316)

E por fim, no capítulo “Do multiplicar”, considerando a multiplicação um processo artificial que deriva do processo natural da soma, Calkins (1886), no primeiro passo, indica que as crianças multipliquem objetos, por exemplo, “2 lapis e 2 lapis sommam 4 lapis, e, pois, duas vezes dois lapis vêm a ser quatro lápis” (p. 318). No segundo passo, inicia o estudo da tabuada (Figura 13).

Figura 13: Tabuada do 2



Fonte: Calkins (1886, p. 318)

Orienta que os professores façam os alunos observarem que os produtos aumentam de dois em dois e então, proponham aos alunos escreverem, cada um na sua pedra, as multiplicações de 2×2 até 20×2 . Utilizando o mesmo encaminhamento dado a tabuada do 2, fazer também com a tabuada do 3. Em seguida, recapitulá-las fora da ordem. Só depois, seguir com as outras tabuadas até 12×12 , recapitulando-as. Novamente,

apresenta sua preocupação com a repetição: “é indispensável recapitular com frequência; mas as recapitulações não hão de ser simples repetições da tabuada, sob a mesma fôrma em que se ensinou. Sem variedade não se capta a atenção das creanças [...]” (p. 320).

Como etapa final, indica uma recapitulação geral, da seguinte forma:

Figura 14: Recapitulação da tabuada

3×8 são 24, e 8×3 são 24
$8 \times 5 > 40$, e $5 \times 8 > 40$
$9 \times 7 > 63$, e $7 \times 9 > 63$
$8 \times 9 > 72$, e $9 \times 8 > 72$,
4×5 são 20, e 5×4 são 20
$5 \times 6 > 30$, e $6 \times 5 > 30$
$6 \times 7 > 42$, e $7 \times 6 > 42$
$9 \times 6 > 54$, e $6 \times 9 > 54$

Fonte: Calkins (1886, p. 320-321)

Também orienta que se façam perguntas, tais como, “Quanto vêm a ser tres vezes quatro? Cinco vezes tres? [...] Quantas vezes seis fazem trinta? Quantas vezes sete, quarenta e dois? [...]” (CALKINS, 1886, p. 321). No final do capítulo assinala que para ensinar a divisão, basta recapitular de outra forma as tábuas de multiplicar. Por exemplo,

6 vezes 7 são 42; 7 contém-se, pois, em 42 seis vezes. 7 vezes 6 são 42; 6 contém-se em 42 seis vezes” (p. 392) E aconselha como o professor pode fazer o registro na pedra: “4 vezes 7, 28; 7 vezes 4, 28. 4 em 28 – 7 vezes; 7 em 28 – 4 vezes (p. 392).

Termina dizendo que a divisão deverá ser exemplificada pelo contador e por vários outros objetos e sugere o uso de perguntas como “Quantos seis há em 42? Quantos 7 em 35?” (p. 392).

Vemos, na condução que Calkins dá ao ensino das operações, vários elementos que correspondem às orientações pedagógicas do método intuitivo, a saber:

- ✓ A aprendizagem dada de acordo com a ordem empírica e “natural” do desenvolvimento psicológico das ideias, progressivamente, do simples para o complexo, seguindo a marcha indutiva que parte do sensível em direção ao inteligível, ao observamos todos os passos propostos para cada uma das lições.
- ✓ Importância dada aos sentidos (uso de objetos concretos) e a observação.
- ✓ O simples encontra-se relacionado à concretude, quando, por exemplo, se utiliza de situações envolvendo dinheiro para explicar o algoritmo da subtração.
- ✓ A negação pela repetição, como um processo exclusivamente voltado para a memorização, ao enfatizar a importância da recapitulação dos cálculos de forma salteada e alternada.
- ✓ O uso do jogo, na intenção de tornar a escola um ambiente prazeroso para criança.

Como vimos, o método intuitivo mostra-se como núcleo principal da renovação pedagógica do final do século XIX, considerado como uma ruptura ao modelo de ensino formal e tradicional. O Quadro 6 abaixo tem a intenção de sintetizar o que foi visto no decorrer deste capítulo.

Quadro 6: Comparação entre “Método tradicional” e “Método intuitivo”

	“Método tradicional”	“Método intuitivo”
Concepção	Razão e Saber	Sentidos e observação
Aprendizagem	Dedutiva – Submete a aprendizagem à ordem lógica das matérias e seus elementos, progredindo do simples para o complexo por deduções sucessivas.	Indutiva – Submete a aprendizagem à ordem empírica e “natural” do desenvolvimento psicológico das ideias, progressivamente, do simples para o complexo, seguindo a marcha indutiva que parte do sensível em direção ao inteligível.
Práticas	Memória e repetição Mnemônicas, recitação em coro, lições de cor.	Experiência e Sujeito Observação, experiência, relevância dada ao concreto e à curiosidade infantil.
O significado de elementar/os conteúdos	Princípios de uma ciência. Obedece a lógica do desenvolvimento dos conteúdos. O simples reside na abstração.	Gênese do saber. Prioriza a lógica da aprendizagem antes da lógica do conteúdo. O simples reside na concretude.
Aluno	“adulto em miniatura”	Criança

Fonte: A autora com base em Valente (2015)

A observação desenvolvida pelo uso que se faz dos sentidos possui papel fundamental no método intuitivo, as coisas desencadeiam experiências vividas pelo sujeito que aprende, diferentemente da passividade do modelo tradicional pautado em práticas de repetição e processos de memorização. Este modelo adota como centro as concepções de valores e ideias da razão e do saber, considerando que o simples reside na abstração, enquanto o outro privilegia a experiência e o sujeito, obtendo o simples na concretude.

A aprendizagem no método tradicional se submete à ordem lógica das matérias e seus elementos, progredindo do simples para o complexo por deduções sucessivas. Nesse caso, os conteúdos são organizados de acordo com os níveis de abstração próprios da ciência, enquanto que no intuitivo temos a aprendizagem acontecendo de forma empírica e “natural”, de acordo com o desenvolvimento psicológico das ideias, progressivamente, do simples para o complexo, seguindo a marcha indutiva que parte do sensível em direção ao inteligível, considerando o desenvolvimento das faculdades, na ordem natural da aprendizagem das crianças.

Na segunda metade do século XIX, professores primários passaram a produzir manuais pedagógicos incentivados pelos poderes públicos e pelo mercado editorial em expansão, dentre eles, Luiza Emília da Silva Aquino²⁶, que escreveu seus *Rudimentos arithmeticos para uso dos alumnos da 4ª, 5ª e 6ª classes das escolas primarias*, em 1877. Tais professores faziam parte de um grupo ativo e participante que contribuía para o debate sobre a educação imperial por meio da imprensa e Conferências Pedagógicas²⁷ (SCHUELER, 2008).

²⁶ Professora primária e autora de livro.

²⁷ Na segunda metade do século XIX, o Estado imperial colocou em funcionamento as Conferências Pedagógicas, evento no qual os professores primários da Corte eram reunidos para discutir assuntos concernentes à instrução e ao ensino, com base em um grupo de perguntas, referidas como “pontos do programa das Conferências Pedagógicas”. (BORGES; TEIXEIRA, 2004, p.1)

O que se discutia sobre educação e o que era veiculado? De acordo com Borges e Teixeira (2004), o periódico *A Escola*²⁸ informou os pontos do programa da 5ª Conferência Pedagógica divulgada, a princípio, para 1877. O 4º ponto indagava: “Não seria útil ensaiar o ensino intuitivo ou ensino de cousas tão seguido nos Estados Unidos? (Só nos Estados Unidos?)” (p. 8).

O método intuitivo não somente era tratado nas Conferências, mas também em vários periódicos daquela época. Neles encontram-se divulgações sobre o ensino intuitivo e em alguns, orientações sobre o ensino da aritmética.

Com efeito, no Rio de Janeiro, o jornal *O Globo*, de 8 de outubro de 1874, apresenta um relatório em que a comissão encarregada de visitar as escolas do município da Côrte, destaca:

Despreza-se o cálculo mental, que no estudo da arithmetica deve, na opinião da comissão, preceder ao da arithmetica propriamente dita, a bem de ser logo aproveitado um importante recurso para o desenvolvimento da intelligência, em vez de aturdir, mortificar e cansar o espírito do menino com definições, regras e operações decoradas.

A inspectoría geral, convencida de que o methodo intuitivo é de optimo resultado ao ensino dessa matéria, mandou prover as escolas de contadores mecânicos, que ainda não têm tido a applicação útil que devem ter. (FIGUEIREDO, 1874).

Já em Ouro Preto, Minas Gerais, um dos artigos publicados na *Revista de Ensino*, de 22 de outubro de 1886, comenta sobre o jornal *Minas Altiiva* que, dentre outros itens, discute sobre “O ensino das cousas” e afirma que “o methodo intuitivo é hoje a base de todo trabalho escolar; fora dele é tudo illusorio e estéril” (p. 6)

E ainda, em Recife, Pernambuco, na folha quinzenal *O Grêmio dos Professores Primários*, de 25 de fevereiro de 1884, na parte pedagógica

²⁸ Revista de Educação e Ensino do Rio de Janeiro de 1877 a 1878.

(p. 5), traz a continuação do nº 2 do texto traduzido de F. Bouisson²⁹ que versa sobre intuição e methodo intuitivo. Ao que tudo indica, o texto foi traduzido e a cada quinzena uma parte do texto era apresentada.

Como se pode observar, em meados dos oitocentos, o ensino intuitivo era assunto veiculado pela imprensa da época.

A estratégia para a disseminação desse método consiste na elaboração de manual didático, tornando acessível e compreensível aos professores em exercício ou em formação os procedimentos a serem adotados. Amplia-se assim uma área de atuação que resulta na ampliação do mercado de livros produzidos por professores para uso de professores. (VALDEMARIN, 2010, p. 21).

Segundo Teixeira (2008), os manuais produzidos pelos professores primários deveriam basear-se no método intuitivo. Recomendava-se o uso de desenhos, exercícios e quadros de modo que o ensino se desse de maneira mais prática do que teórica. Os responsáveis pelas instâncias provinciais de instrução pública verificavam se o manual estava adequado ao alunado ao qual se destinava e se não possuía nenhum tipo de erro ou imprecisão científica.

Luiza Emília da Silva Aquino apresenta os motivos que a levaram escrever seus *Rudimentos arithmeticos* e suas intenções:

Na minha pequena prática de 4 anos de magistério, como adjunta às Escolas Públicas Primárias, muito tenho lutado com a imensa lacuna de compêndios apropriados a inteligência infantil, tomei a iniciativa de formular esses Rudimentos Arithmeticos.

Verdade é que outros com mais proficiência e natural methodo, no mesmo sentido o têm feito, mas, vejo que todos têm pecado pela linguagem. Em geral, as pessoas que se dedicam à confecção de trabalhos, próprios à instrução primaria temem sacrificar-a, empregando certos termos, ainda não na altura da compreensão da creança.

No trabalho, que ora apresento ao juízo sincero dos mestres, destinados aos alunos da 4^a, 5^a e 6^a classes e no que estou confeccionando para os da 7^a e 8^a esforcei-me e esforço-me o mais possível por apenas usar as expressões propriamente familiares, d'aquellas que logo

²⁹ Ferdinand Bouisson (1841-1931) é um dos intelectuais e educadores franceses que influenciou os escritos de Rui Barbosa e Menezes Vieira, reforçando as ideias de modernidade sobre educação escolar (BASTOS, 2000).

na primeira idade começa auricularmente a creança a aprender.

Se ele nada vale – tem ao menos o custo do trabalho.

Se ele conseguir destinar-se ao fim a que o proponho dar-me-hei por bem recompensada! (1887, p. 7- 8).

Percebe-se a preocupação da professora em utilizar uma linguagem adequada à idade do aluno no seu manual, orientação própria de como uma lição deveria ser transmitida pelo método intuitivo.

A apresentação que De Certeau (2002) faz em *A Invenção do Cotidiano*, afirma que o indivíduo inventa “graças às artes do fazer, astúcias sutis, táticas de resistências pelas quais ele altera os objetos e os códigos, reapropria-se do espaço e do uso ao seu jeito”. A professora Luiza Aquino, no nosso entender, teve a possibilidade de criar maneiras próprias do seu fazer pedagógico.

Com efeito, a autora apresenta as tabelas de somar, diminuir, multiplicar e dividir nos moldes do ensino tradicional, no qual organizavam e davam estrutura a este ensino. Sabê-las de memória era imperativo para as contas, objetivo principal do saber matemático no início da escolarização. Mas logo depois, cria um quadro (Figura 15) que funciona como um contador. A criança poderia consultá-lo para obter todas as adições, subtrações, multiplicações e divisões dos números de 0 a 10, dando indícios de que não haveria necessidade de se decorar nenhum cálculo.

Figura 15: Taboada de Somar, Diminuir, Multiplicar e Dividir

		Colum na horizontal									
		0	9	8	7	6	5	4	3	2	1
C o l u m n a	0	0	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	1	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	2	11	10	9	8	7	6	5	4	4	2
	3	12	11	10	9	8	7	6	9	6	3
	4	13	12	11	10	9	8	16	12	8	4
	5	14	13	12	11	10	20	15	10	5	5
	6	15	14	13	12	12	30	24	18	12	6
	7	16	15	14	14	42	35	28	21	14	7
	8	17	16	16	56	48	40	32	24	16	8
	9	18	18	72	63	54	45	36	27	18	9

Fonte: Aquino (1887, p.24)

A professora Aquino explica o uso da tabela por meio de uma conversa que estabelece com a criança:

Quanto é 8 menos 4? Procuro o número menor 4 na primeira columna vertical a esquerda, depois corro o dedo para a direita até encontrar o número maior 8, encontrando elle, corro com o dedo para cima até o 4, que marca a diferença entre 8 e 4. Na verdade $8 - 4 = 4$ (AQUINO, 1887, p. 24).

Luzia Aquino foge da dinâmica de cantar a tabuada “dois e um, três”, “dois e dois, quatro”, “dois e três, cinco”, ou, ainda, do “dois vezes um, dois”, “dois vezes dois, quatro” etc. no intuito de fazer os alunos decorá-la.

Foi possível perceber como a autora se apropriou da representação que fez do método intuitivo, que pregava uma ruptura da mecanização do decorar. Entretanto, no nosso entendimento, em seus *Rudimentos arithmeticos* o que a autora sugere se aproxima mais do ensino tradicional do que do intuitivo. Entretanto, cabe notar que nenhuma vaga pedagógica se sobrepõe a outra.

Esse exemplo da professora Luzia nos faz inferir que os autores de livros didáticos da época na qual as primeiras proposições do novo ensino foram apresentadas, também se apropriaram das orientações pedagógicas postas pelo ensino intuitivo e alteraram a forma de conduzir o ensino. Assim, no próximo capítulo analisamos a condução do ensino das operações fundamentais em livros didáticos publicados a partir de meados do século XIX.

CAPÍTULO 4

A CONDUÇÃO DO ENSINO DAS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS EM ALGUNS LIVROS DIDÁTICOS PUBLICADOS PARA O ENSINO PRIMÁRIO, A PARTIR DA SEGUNDA METADE DO SÉCULO XIX

No capítulo anterior vimos as orientações pedagógicas em épocas da modernização do ensino. Agora, cabe-nos perguntar: de que modo os autores de livros didáticos mobilizaram tais orientações para conduzir o ensino das operações fundamentais? Segundo SOUZA (1998, p.158),

... apropriações múltiplas e diferenciadas desse caldo de cultura pedagógica do final do século XIX vão resultar em profundas implicações para a cultura escolar e para a peculiar institucionalização de formas de praticar o ensino primário.

Sendo assim, selecionamos alguns livros didáticos desta época para fazer tal análise.

Foram analisados oito livros: *Elementos de arithmetica*, de Camillo Trinocq; *Rudimentos arithmeticos*, de Antonio Maria Barker, *Primeira arithmetica para meninos*, de José Theodoro de Souza Lobo; *Arithmetica da infancia*, de Joaquim Maria de Lacerda; *Aritmetica elementar illustrada* e *Aritmética primaria*, de Antonio Trajano, *Arithmetica escolar*, de Ramon Roca Dordal e *Arithmetica elementar*, de Georg August Büchler.

A escolha dos quatro primeiros livros se deu pelo contato com o inventário sobre a edição dos primeiros livros didáticos de matemática dirigidos ao ensino primário brasileiro realizado por Valente (2006), através de consulta à *Bibliothèque Nationale de France*. Tais publicações cobrem toda segunda metade do século XIX e está centralizada em poucos autores (Quadro 7).

Quadro 7: Primeiro inventário de livros didáticos de matemática do ensino primário, elaborado por Valente, com base no acervo da *Bibliothèque Nationale de France*

Autor	Título
Camillo Trinocq	Elementos de Arithmetica. Curso de Estudos Elementares
Antonio Maria Barker	Rudimentos Arithmeticos ou taboadas de somar, diminuir, multiplicar e dividir coma s principaes regras de quebrados e decimaes
Pedro Victor Renault	Postillas de Arithmetica para meninos
Joaquim Maria de Lacerda	Arithmetica da infancia
Ascanio Ferraz da Motta	Pequeno Curso de Arithmetica para uso das escolas primarias

Fonte: Valente, 2006a, p. 3372

Deste inventário, não tive acesso a partes essenciais à pesquisa das obras de Pedro Victor Renault e Ascanio Ferraz da Motta, por isso a escolha dos outros três. Quanto à obra de José Theodoro de Souza Lobo que não faz parte do inventário, Costa (2010) afirma que começou sua vida editorial no século XIX, avançou em reedições no decorrer do século XX, sem sofrer influências das novas ideias pedagógicas que passaram a circular no final do século XIX e, portanto, possível de categorizá-la junto com as demais.

Quanto aos outros, ao analisar obras que datassem do final do século XIX e início do século XX, época de circulação de novas ideias, especialmente o ideário do ensino intuitivo, duas chamaram nossa atenção por serem obras organizadas em vários volumes e o conteúdo dividido em lições³⁰, no caso, as obras de Ramon Roca Dordal e de Georg August Büchler. Nelas, encontramos pareceres dos próprios autores e de outras pessoas afirmando sobre a inovação que os livros apresentavam.

Na obra de Ramon Roca Dordal, intitulada *Arithmetica escolar* (livro do Mestre) de 1915 encontramos a opinião da imprensa sobre as edições anteriores. Seguem alguns trechos, com grifos feitos para salientar aspectos relacionados às novas ideias pedagógicas que circulavam na época.

³⁰ Tal qual como Norman A. Calkins conduziu o ensino em seu manual pedagógico *Primeiras Lições de Coisas* (1870).

A *Arithmetica Escolar* está perfeitamente **adaptada ao desenvolvimento cerebral das crianças**, que suavemente, sem *surmenage*, passarão por todos aquellos cadernos colhendo conhecimentos como si apanhassem flores.

Esta é a grande questão e o principal **ponto de vista da pedagogia moderna**, porque ahi é que está a grande barreira da transmissão do ensino (DIÁRIO POPULAR de 10 de março de 1892).

Conhecendo o erro, aliás commum em nossas escolas, de ensinar-se arithmetica por um processo expositivo e abstracto, soffrendo a cerebração infantil consideraveis danos, o illustre auctor da *Arithmetica Escolar*, **fundado na observação e na pratica**, estabelece o modo de sanar este mal (GAZETA DE JACAREHY de 24 de abril de 1892)

No começo dos fasciculos vem o juizo de alguns professores sobre este util e bem combinado trabalho, em que o ensino da arithmetica é concretizado quanto possivel, e em que se encontra, como bem diz um critico do mesmo trabalho – **a terminologia ordinaria e usual do conhecimento da criança, o encadeamento natural e logico da disciplina, fazendo com que as dificuldades cresçam ao lado da evolução do espirito infantil**, e que este aprenderá sem grande esforço. (JORNAL DO COMMERCIO de 10 de dezembro de 1894). [Grifos da autora].

No livro de Georg August Büchler, *Arithmetica elementar*, no prefácio da 1ª edição, encontramos uma citação de Pestalozzi, posta pelo autor: “A observação é a base absoluta de todo conhecimento” (1924, p. III). No trecho abaixo, vemos como Büchler reforça as ideias deste pedagogo.

As verdadeiras idéias de numero, como as de fôrma e côr, pertencem aos factos cuja concepção devemos principalmente ao sentido da vista. O bom exito do ensino elementar, neste assumpto, depende da exhibição real dos objectos. Não há teoria de numeros, nem decorar e reproduzir regras abstractas, que infundam jámais á puericia idéias justas do numero, e a preparem por meio de bases seguras para o conhecimento pratico da arithmetica. (BÜCHLER, 1924, p. III).

Utiliza ainda, em seu texto, um trecho da obra do inglês N. A. Calkins, *Primeiras lições de coisas*, traduzida por Ruy Barbosa em 1886, deixando mais uma vez reforçado o uso das ideias do ensino intuitivo no seu trabalho.

Erro trivial é, no ensinar a arithmetica, esse modo abstracto, por que usam expol-a; e d'ahi vem que a mór parte dos alunos raro cogitam de achar nos actos quotidianos da vida applicações do que aprenderam ou fazer na experiência de portas da escola a fóra adaptação pratica do que a escola lhes ensina. (CALKINS, *apud* BÜCHLER, 1924, p. 4).

Quanto à escolha de Antonio Trajano, se deve à importância deste autor na educação do país, visto que suas obras tiveram ampla aceitação e adoção em nossas escolas. Segundo Zuin, algumas de suas obras “ultrapassaram a centésima edição, continuando a ser editadas mesmo após a sua morte” (ZUIN, 2011, p. 3).

Pfromm nos assegura que “nenhum livro didático de matemática teve, no Brasil, vida mais longa e atingiu mais gerações de crianças e jovens do que *Aritmética elementar ilustrada*, de Antônio Trajano” (PFROMM, 1974, p. 77). Com efeito, Pais e Maranhão (2014) afirmam que três décadas após o seu lançamento, foi publicada a sua 60ª edição e se tem notícias da existência da 140ª edição, publicada em 1964.

Já Oliveira (2016) afirma que *Arithmetica primaria* teve 118 edições em apenas 61 anos, de 1886 a 1947, e que esse livro circulou de norte a sul do Brasil, passando por 12 províncias/estado.

Além disso, vários são os pesquisadores que apresentam aspectos que relacionam as obras de Trajano com os princípios do método intuitivo. Oliveira, Silva, Mazêo e Nascimento (2011) afirmam que nelas o autor demonstrava preocupação pela aprendizagem do aluno, indicando os ideais do método intuitivo que pensava o desenvolvimento intelectual do estudante. Oliveira (2013) registra que na obra de Trajano a ilustração era usada como dispositivo didático para atender a um dos princípios do método intuitivo que propunha que a criança aprendesse de modo que fizesse uso dos sentidos, da intuição e/ou da reflexão em contato com as coisas, podendo ser esse contato real ou representativo, como é o caso do uso das ilustrações.

Nesta análise, por uma questão de organização, optamos por considerar, com base em outras pesquisas já publicadas, a data da primeira edição da obra de cada autor, o que não significa a data da obra analisada (Quadro 8)

Quadro 8: Ordenação de análise

Autor	Data da primeira edição da obra analisada	Data da obra analisada
Camillo Trinocq	1851 (COSTA, 2010)	1851
Antonio Maria Barker	1867 (VALENTE, 2006)	1940
José Theodoro de Souza Lobo	1874 (data do primeiro parecer da obra)	1930
Joaquim Maria de Lacerda	1881 ³¹ Jornal O apóstolo	1890
Antonio Trajano	<i>Arithmetica Elementar Illustrada</i> – 1879 (BITTENCOURT, 1993)	1992
	<i>Arithmetica Primaria</i> – 1886 (CARNEIRO, 2014)	1889/1890 (PINHEIRO, 2013)
Ramon Roca Dordal	<i>Cadernos</i> – 1891 (COSTA, 2010)	Livro do Mestre - 1915
Georg August Büchler	1919 (DYNNIKOV, 2016)	1923/1935/1937

Fonte: A autora

Procuramos abordar a condução do ensino das operações fundamentais, observando a seleção e distribuição do conteúdo, metodologia de ensino e abordagem dada. Igualmente, verificar como esses autores introduzem o estudo das operações, se abordam as suas propriedades e ideias, de que forma apresentam o algoritmo e propõem resolução de problemas e técnicas de cálculo mental.

Para entender como esses autores pensam as operações fundamentais e encaminham o modo de ensiná-las, importa-nos analisar como abordam o conceito de número, na intenção de responder às seguintes questões: De que maneira a abordagem dada ao conceito de número influencia na condução do ensino das operações? Quais

³¹ Apesar de, em COSTA (2010), a data da primeira edição do *Arithmetica da Infancia* constar como 1890, uma matéria da Imprensa do Jornal O apóstolo de 23 de março de 1881, anno XVI, edição 00032, p. 1 já anuncia a existência do livro de Joaquim Maria de Lacerda.

aspectos interferem no encaminhamento feito pelos autores referidos para o ensino das operações?

4.1 A condução do ensino das operações fundamentais em alguns livros didáticos: parte I

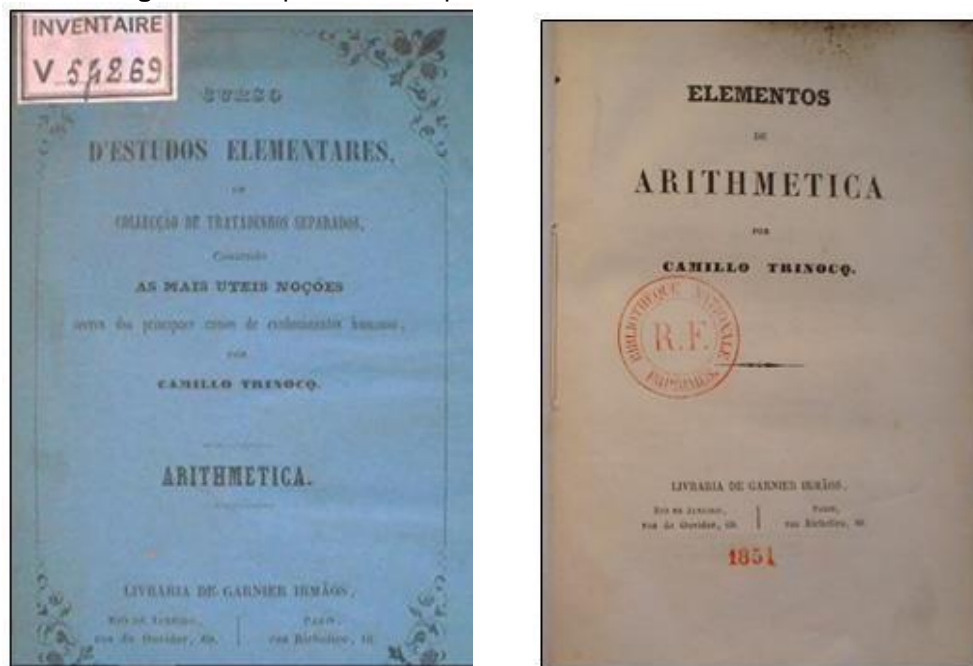
4.1.1 *Elementos de Arithmetica*, de Camillo Trinocq

Pedro Luiz Camillo Trinocq de Bruyère foi sócio do Ministro e Secretário dos Negócios do Império do segundo reinado, Sr. Antonio Carlos Ribeiro de Andrada Machado e Silva. Acredita-se que seu prestígio e reconhecimento como autor de livro didático se deu por sua influência política e suas várias obras publicadas pela Editora B. L. Garnier (COSTA 2010).

O livro que analisamos é o *Curso d'Estudos elementares ou Collecção de tratadinhos separados, contendo as mais uteis noções acerca dos principaes ramos dos conhecimentos humanos, em específico o que se refere aos Elementos de arithmetica* (1851)³² (Figura 16).

³² Assumimos esta data para a obra de acordo com o carimbo da *Bibliothèque Nationale Emprimès* lançado em sua contracapa, apesar de na publicação original não constar essa informação.

Figura 16: Capa e contracapa do livro *Elementos de arithmetica*



Fonte: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/100344>

Ao observarmos a capa do livro, inferimos algumas intencionalidades do autor. Este destaca, em letras maiúsculas e em negrito, que o objetivo do livro é apresentar um curso “D’estudos Elementares” e no caso deste, sobre “Arithmetica”. Ainda, enaltece sua obra ao dizer que esta contém “as mais uteis noções”.

O autor divide a obra em duas partes. Na primeira, intitulada “Theoria do Calculo”, aborda os números inteiros, as frações decimais, as frações ordinárias e os números complexos. Na segunda, que denomina por “Aplicações”, apresenta problemas que são resolvidos mediante regra de três, regra de juros e outras. Ainda trabalha com razões e proporções, finalizando com potências e raízes dos números. A sessão, foco de nossa análise, será a de “Números Inteiros” inserida na Parte Primeira (Figura 17).

Figura 17: Índice da parte relativa aos números inteiros

INDICE.	
PARTE PRIMEIRA. — THEORIA DO CALCULO.	
NUMEROS INTEIROS.	
<i>Numeração. Definições preliminares.....</i>	1
Numeração fallada.....	4
Numeração escrita.....	9
<i>Calculo dos numeros inteiros. Definições preliminares.....</i>	12
<i>Adição. Definição e regra geral.....</i>	14
Uso e prova.....	18
<i>Subtração. Definição e regra.....</i>	20
Uso e prova.....	22
<i>Multiplicação. Definição e regra.....</i>	24
Regra geral.....	29
Uso e prova.....	34
<i>Divisão. Definição e regra.....</i>	36
<i>Divisão na qual o divisor tem mais d'um algarismo.</i>	
Regra geral.....	39
Observações acerca da regra geral.....	46
Uso e prova.....	49

Fonte: Trinocq (1851, p. 143)

No índice observamos que o autor destaca em itálico as operações, que denomina como “calculo dos numeros inteiros”, diferentemente dos itens que serão desenvolvidos em cada uma delas.

Inicia a sua “Theoria do Calculo” com os números inteiros. Define número como o resultado da contagem que se estabelece em um conjunto de elementos de mesma natureza. Para construir a ideia de número utiliza-se da propriedade de inclusão hierárquica, ou seja, a capacidade de perceber que o “um” está incluído no “dois”, o “dois” no “três”, e assim por diante.

Simplicemente fôrmos os numeros. Tomando um so objeto, temos a unidade ou o número um. Acrescentando outro objeto d'igual especie ao precedente, formâmos o número dous. Ajuntando tambem outro objeto da mesma especie aos dous precedentes, compômos o número tres. (TRINOCQ, 1851, p. 1-2).

É importante observarmos como o autor define número, visto que quando inicia a parte de “Calculo com numeros inteiros” o define como a

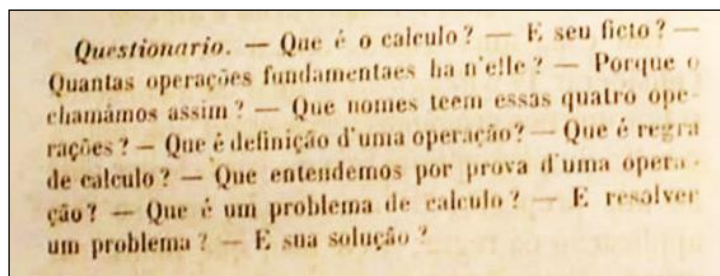
parte da aritmética que ensina a fazer certas operações com os números, de tal modo que nos permita formar outros com mais rapidez do que a numeração. Nesse sentido, novamente faz uso da ideia do número como resultado da contagem.

Nessa parte, “Calculo com numeros inteiros”, apresenta o que chama de “definições preliminares”. Afirma que no cálculo existe um grande número de operações, mas quatro são fundamentais, por serem a base para todas as outras: adição, subtração, multiplicação e divisão, e é nesta ordem que as aborda. Indica um roteiro geral a ser considerado em cada uma delas.

Em cada uma dessas operações, devemos considerar 1º a definição, a qual dá a conhecer o fim que nos propomos; 2º a regra, que indica o mais simples e prompto meio para chegar-mos ao fim proposto; 3º o exemplo, que so é a applicação da regra; 4º o uso, que indica em quaes casos devemos empregar a operação; 5º a prova, a qual consiste n’uma segunda operação, que fazemos para certificar-nos que não nos enganamos na primeira (TRINOCQ, 1851, p. 15).

No índice do livro (Figura 17) podemos ainda observar que, para cada operação, Trinocq menciona que irá apresentar definição, regra geral, uso e prova. Em assim procedendo, no nosso entendimento, o autor indica, com esse roteiro, uma orientação ao professor de como as operações devem ser apresentadas e desenvolvidas junto aos alunos.

Antes de iniciar cada uma das operações define ainda o que é um problema de cálculo. Para o autor, “é o enunciado d’uma questão, na qual se trata de achar um ou mais numeros incógnitos, operando sobre números dados” (p. 13-14). Em seguida, define o que é resolver um problema de cálculo, ou seja, achar o tal número ou números incógnitos e solução que, segundo ele, é a série de operações realizadas para se chegar ao resultado pedido. Depois, apresenta onze perguntas, na forma de um questionário, relativas à parte teórica explicitada anteriormente, ao que tudo indica, com o intuito de avaliar se as informações passadas foram memorizadas pelo leitor (Figura 18).

Figura 18: Questionário

Fonte: Trinocq (1851, p.14)

Retomemos às cinco etapas que o autor utiliza para conduzir o ensino das quatro operações: definição, regra geral, exemplo, uso e prova.

a) Sobre a definição da operação

O caminho percorrido pelo autor para o ensino das operações consiste, primeiramente, em definir a operação. Como exemplo, vejamos a subtração: “É a Subtracção uma operação que tem por fim diminuir d'um número todas as unidades do outro.” (TRINOCQ, 1851, p. 20). Para as operações de adição e multiplicação, nesta parte de definição e regra, apresenta a taboada constituída em uma tabela com os fatos fundamentais, narrando em seguida como se constrói e o seu uso (Figura 19).

Figura 19: A taboada de adição

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Fonte: Trinocq (1851, p.15)

Não apresenta “taboada de Subtracção” porque, segundo o autor, “quando bem sabemos a taboada da adição, alcançámos a diferença de dous números d’essa taboada buscando na idéia o que devemos ajuntar ao menor para formar o maior” (TRINOCQ, 1851, p. 20-21). O autor procede da mesma forma com a divisão, visto que “dividir 30 por 5, é buscar quantas vezes 30 contem 5 partes iguaes” (p.36). Percebemos, assim, a utilização da ideia da operação inversa para construção dessas operações.

b) Sobre a regra e o exemplo

Em seguida, para a adição e subtração, o algoritmo é apresentado de uma maneira geral, com todos os passos narrados e depois é mostrado um exemplo. Na primeira operação, o cálculo $256 + 349 + 742$ traduz, em sua execução, o que foi explicado anteriormente:

[...] se a somma não excede 9, escrevemol-a por baixo da coluna tal qual é; mas se ella excede 9; isto é, se ella ser deve expressa por dous ou mais algarismos, escrevemos somente o algarismo das unidades, e retemos (na memoria) as dezenas que sobejão, para adicional-as com os algarismos da coluna seguinte das dezenas, começando pelo que retivemos. (TRINOCQ, 1851, p. 17).

Na segunda, o cálculo $836 - 672$ também permite a execução do procedimento narrado de maneira geral:

[...] se um algarismo inferior é maior que o algarismo superior correspondente, acrescentar 10 ao algarismo superior, e subtrair o algarismo inferior do número assim formado; mas ajuntar, na coluna seguinte, uma unidade ao algarismo inferior, a fim que a diferença reste a mesma.” (TRINOCQ, 1851, p. 21-22).

Já na multiplicação e divisão, o autor vai apresentando exemplos do mais simples para o mais complexo. Por exemplo, na multiplicação, inicia com um exemplo de um número inteiro multiplicado por um número de um algarismo, depois de um número inteiro multiplicado por 10, 100, 1000. Mostra como se abrevia uma multiplicação quando o multiplicador e o multiplicando terminam em zeros e a propriedade comutativa (apesar de

não mencionar o nome). O algoritmo apresentado nesta operação se utiliza da decomposição (Figura 20).

Figura 20: Algoritmo da multiplicação por decomposição

— 32 —

Eis a multiplicação precedente feita em ordem inversa.

		389
		365

300 vezes 389		1767
60 vezes 389		3534
5 vezes 389		2945

Producto identico,		214883

Fonte: Trinocq (1851, p. 32)

Na divisão, apresenta, inicialmente, o processo de subtrações sucessivas dando como exemplo, 30 dividido por 5, dizendo que se encontra o quociente (que será o número de subtrações), subtraindo 5 de 30, tantas vezes quanto possível. Mas, logo em seguida, afirma que este processo pode ser longuíssimo, caso o dividendo contenha o divisor um número grande de vezes. Indica o uso da tabuada de multiplicação para a divisão de números de dois algarismos pelos números de um só, mostrando que se quisermos dividir 42 por 7, basta seguir a 7ª coluna horizontal até o número 42 e então, subindo até o fim da linha vertical, da qual 42 faz parte, achar o 6, que é o quociente pedido (Figura 21).

Figura 21: Tabuada da multiplicação

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Fonte: Autora

Somente depois é que apresenta o algoritmo longo da divisão e, em seguida, o abreviado. Assim como na multiplicação, ainda discorre sobre como abreviar uma divisão quando dividendo e divisor terminam em zeros ou como dividir números por 10, 100, 1000.

c) Sobre o uso

Dando continuidade, para cada uma das operações, aborda os seus “usos”. Nesse item, a intenção do autor foi mostrar as ideias contidas em cada uma das operações. Vejamos, como exemplo, a subtração.

Empregamos a subtracção quando queremos a differença entre dous numeros, o excesso d'um número sobre outro; diminuir um número dado de outro número dado; conhecendo a somma de duas partes, e uma d'ellas, determinar a outra, etc; pois é evidente que a questão, em qualquer d'esses casos, consiste em subtrahir-mos do maior dos dous numeros tantas unidades quantas ha no menor. (TRINOCQ, 1851, p. 23).

Percebemos que o autor explicitou, nesse caso, as três ideias: comparar, completar e retirar.

d) Sobre a verificação da operação

A partir de então, conforme vimos em seu roteiro, Trinocq orienta como o aluno pode fazer a verificação de seu cálculo. Para a adição e multiplicação, a orientação é que o aluno utilize a mesma operação, por exemplo, “faz-se a prova da multiplicação pela multiplicação dos mesmos numeros, mas invertendo a ordem dos factores; isto é, tomando o multiplicando pelo multiplicador; e reciprocamente.” (1851, p. 35), visto que no momento em que estas operações são trabalhadas, a subtração e a divisão ainda não foram mencionadas. Já, para a subtração e divisão a orientação dada é usar a operação inversa ou a mesma operação. Para a divisão,

Faz-se a prova da divisão multiplicando o divisor pelo quociente; ou, reciprocamente, o quociente pelo divisor. Se a divisão não deu resto, o producto deve ser igual ao dividendo.

Se há resto, é necessario que, ajuntando-se o resto ao producto do quociente e do divisor, a somma seja igual ao dividendo.

Podêmos tambem fazer a prova por uma nôva divisão, na qual tomemos por divisor o quociente. O novo quociente deve ser exatamente o antigo divisor, e o resto será o mesmo, se a primeira divisão deu um. (TRINOCQ, 1851, p. 52-53).

Exemplificando,

Figura 22: Prova da divisão

<i>Divisão.</i>	
29495000	(347
1735	(85000
000000	
Prova pela multiplicação.	Prova pela divisão.
85000	29495000
347	(85000
595000	(347
340000	595000
255000	00000
29495000	

Fonte: Trinocq (1851, p. 53)

Para cada operação, após apresentar a definição, a regra (o algoritmo) e um exemplo, mencionar seus usos (ideias) e explicar como se faz a prova (verificação do cálculo realizado), o autor propõe uma série de perguntas na forma de um questionário, possivelmente, para verificar se o leitor memorizou as informações que considera relevantes.

4.1.2 *Rudimentos Arithmeticos*, de Antonio Maria Barker

Barker nasceu no Porto, Portugal, em 23 de dezembro de 1792. Em 1810 migrou para o Rio de Janeiro, onde faleceu em 07 de setembro de 1853. Segundo Villela (2012), Innocencio Francisco da Silva, em seu *Diccionario Bibliografico Portuguez*, afirma que Barker, durante o período em que viveu no Rio de Janeiro, dedicou-se ao magistério e era avaliado como um dos melhores mestres de instrução pública primária. Chegou a

ser nomeado como membro de comissões importantes relativas a melhoramentos da educação primária e aperfeiçoamento dos métodos de ensino, como visto no Decreto de 19 de novembro de 1829 que:

Crêa uma comissão encarregada de organizar um projecto de regulamento para as escolas de primeiras letras.

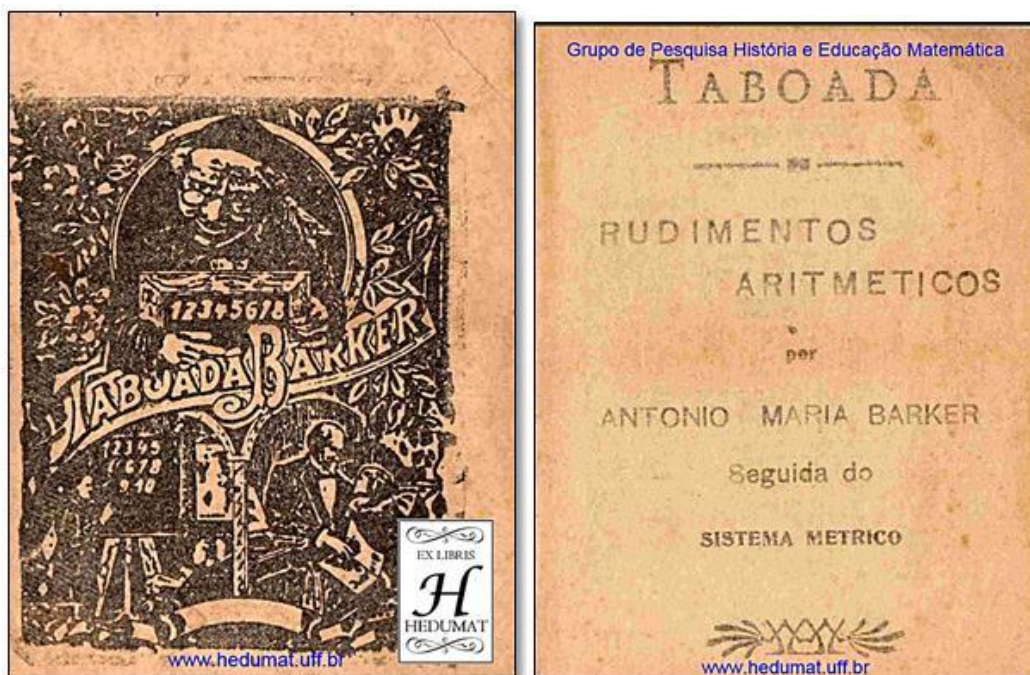
Sendo indispensavel regular convenientemente a instrução da mocidade nas Escolas de primeiras letras, tanto pelo systema Lancaster³³, como pelo antigo: Hei por bem crear uma Commissão composta dos Professores **Antonio Maria Barker**, Felizardo Joaquim da Silva Moraes, Francisco Joaquim Nogueira Neves, João José Pereira Sarmiento, e Marcellino Pinto Ribeiro Duarte; a qual terá por primeiro objecto em seus trabalhos organizar um projecto de regulamento para as referidas escolas, e ordenar compedios, pelos quaes methodicamente se ensinem as materias declaradas no artigo sexto da Lei de quinze de Outubro de mil oitocentos vinte e sete. (Decreto 38271, 1829) [Grifos da autora] (VILLELA, 2012)

Segundo Valente (2006a), em *Rudimentos arithmeticos* (1867), Barker reúne conteúdos da aritmética elementar, acrescidos de advertências e sugestões didático-pedagógicas aos professores. A edição abaixo é datada de 1940³⁴.

³³ Em fins do século XVIII, dada a necessidade de se ensinar grandes massas da população em pleno crescimento industrial e suprir a falta de mestres, surgem propostas as mais diversas. Bell, na Índia, e Lancaster, em Londres, fundam novos centros de ensino, aplicando o método mútuo, que ficou conhecido por sistema Lancaster. O método consistia em reunir um grande número de alunos de acordo com seu nível de conhecimento em leitura, ortografia, aritmética e catecismo. Antes das aulas, o professor ensinava os mais adiantados que seriam monitores das “classes” que não eram as mesmas para leitura, ortografia, aritmética, porque um aluno podia estar mais adiantado em uma delas e não na outra. Os monitores ensinavam seu grupo de alunos e à medida que estes cumpriam uma etapa, eram transferidos para a “classe” de grau mais elevado, e assim por diante (ARANHA, 2006).

³⁴ Esta obra foi encontrada no repositório institucional da UFF (Universidade Federal Fluminense) que abriga as produções e materiais para pesquisa do Grupo de Pesquisa História e Educação Matemática – HEDUMAT - <http://www.hedumat.uff.br/>. O original não consta a data de 1940. No entanto, esta informação consta na ficha catalográfica da obra no endereço eletrônico citado.

Figura 23: Rudimentos Aritmeticos



Fonte: <http://www.repositorio.uff.br/jspui/handle/1/845>

A obra aborda inicialmente 7 tabuadas. A primeira tabuada ocupa-se dos números de 1 a 29, as dezenas exatas, as centenas exatas, mil, dois mil, três mil, dez mil e milhão escritos em duas colunas, por extenso, em árabe e em romano. Da forma como os números são apresentados infere-se que a tabuada representava uma estratégia de memorização da contagem dos números (Figura 24³⁵).

³⁵ Encontramos outra edição de *Rudimentos Aritméticos* de Barker. Não há registro de data na obra, mas não há nenhuma alteração no conteúdo, inclusive a numeração das páginas é a mesma. Sendo assim, utilizamos as imagens da referida edição por serem de melhor qualidade do que as da obra encontrada no repositório da UFF.

Figura 24: Primeira Tabuada

ARITMÉTICA					
PRIMEIRA TABOADA					
NUMERAÇÃO					
Arabe Romano			Arabe Romano		
Um	1	I	Vinte e seis	26	XXVI
Dois	2	II	Vinte e sete	27	XXVII
Três	3	III	Vinte e oito	28	XXVIII
Quatro	4	IV	Vinte e nove	29	XXIX
Cinco	5	V	Trinta	30	XXX
Seis	6	VI	Quarenta	40	XL
Sete	7	VII	Cinquenta	50	L
Oito	8	VIII	Sessenta	60	LX
Nove	9	IX	Seienta	70	LXX
Dez	10	X	Oitenta	80	LXXX
Onze	11	XI	Noventa	90	XC
Doze	12	XII	Cem	100	C
Treze	13	XIII	Duzentos	200	CC
Quatorze	14	XIV	Trezentos	300	CCC
Quinze	15	XV	Quatrocentos	400	CD
Dezesseis	16	XVI	Quinhentos	500	D
Dezesseite	17	XVII	Seiscentos	600	DC
Dezóito	18	XVIII	Setecentos	700	DCC
Dezenove	19	XIX	Oitocentos	800	DCCC
Vinte	20	XX	Novencentos	900	DCD
Vinte e um	21	XXI	Mil	1000	M
Vinte e dois	22	XXII	Dois mil	2000	IIM
Vinte e três	23	XXIII	Três mil	3000	IIIM
Vinte e quatro	24	XXIV	Dez mil	10000	XM
Vinte e cinco	25	XXV	Milhão	1000000	MM

Fonte: Barker (1940, p. 4)

Antes de apresentar a segunda tabuada, Barker (1940) sugere um exercício de escrita e leitura de números. A tabuada intitulada “Do valor das unidades” é estruturada em linha e colunas. A linha exibe as classes: simples, milhares, milhões, bilhões e trilhões e cada coluna é composta pelas ordens: unidade, dezena e centena (Figura 25).

Figura 25: Segunda Tabuada “Do valor das unidades”

— 5 —

EXERCÍCIO DA NUMERAÇÃO

Escrever: oitenta e sete, trezentos e dois, cinco mil, duzentos e vinte e sete mil e um, etc. Lêr: 77, 136, 192, 2003, 28836, 7430258, etc.

SEGUNDA TABOADA
DO VALOR DAS UNIDADES

Unidade Dezena Centena	Unidade Dezena Centena	Unidade Dezena Centena	Unidade Dezena Centena	Unidade Dezena Centena
Trilhões			Bilhões	
1.000.000.000.000			1.000.000.000	
10.000.000.000.000			10.000.000.000	
100.000.000.000.000			100.000.000.000	
Milhões			Milhares	
1.000.000			1.000	
10.000.000			10.000	
100.000.000			100.000	
Simples				
1			1	
10			10	
100			100	

Observações — No cálculo de dinheiro, a unidade é o Cruzeiro.

A centesima parte do Cruzeiro denominar-se-á centavo.

Fonte: Barker (1940, p. 5)

Em seguida, exibe a terceira tabuada (Somar), a quarta (Diminuir), a quinta (Multiplicar), a sexta (Dividir) e a sétima (Explicação de quantos vão). Na tabuada de “Multiplicar” há uma coluna apresentando o resultado “dos nove fora” (Figura 26).

Figura 26: Quinta Taboada – multiplicar

- 8 -

QUINTA TABOADA – MULTIPLICAR

Multiplicador	Multiplicando	Produto	Noves fora	Multiplicador	Multiplicando	Produto	Noves fora	Multiplicador	Multiplicando	Produto	Noves fora
2	x 1	= 2		3	x 1	= 3		4	x 1	= 4	
2	" 2	" 4		3	" 2	" 6		4	" 2	" 8	3
2	" 3	" 6		3	" 3	" 9	0	4	" 3	" 12	7
2	" 4	" 8		3	" 4	" 12	3	4	" 4	" 16	7
2	" 5	" 10	1	3	" 5	" 15	6	4	" 5	" 20	2
2	" 6	" 12	3	3	" 6	" 18	0	4	" 6	" 24	6
2	" 7	" 14	5	3	" 7	" 21	3	4	" 7	" 28	1
2	" 8	" 16	7	3	" 8	" 24	6	4	" 8	" 32	5
2	" 9	" 18	0	3	" 9	" 27	0	4	" 9	" 36	0
2	" 10	" 20	2	3	" 10	" 30	3	4	" 10	" 40	4
5	x 1	= 5		6	x 1	= 6		7	x 1	= 7	
5	" 2	" 10	1	6	" 2	" 12	3	7	" 2	" 14	5
5	" 3	" 15	6	6	" 3	" 18	0	7	" 3	" 21	3
5	" 4	" 20	2	6	" 4	" 24	6	7	" 4	" 28	1
5	" 5	" 25	7	6	" 5	" 30	3	7	" 5	" 35	8
5	" 6	" 30	3	6	" 6	" 36	0	7	" 6	" 42	6
5	" 7	" 35	8	6	" 7	" 42	6	7	" 7	" 49	4
5	" 8	" 40	4	6	" 8	" 48	3	7	" 8	" 56	2
5	" 9	" 45	0	6	" 9	" 54	0	7	" 9	" 63	0
5	" 10	" 50	5	6	" 10	" 60	6	7	" 10	" 70	7
8	x 1	= 8		9	x 1	= 9		10	x 1	= 10	1
8	" 2	" 16	7	9	" 2	" 18	0	10	" 2	" 20	2
8	" 3	" 24	6	9	" 3	" 27	0	10	" 3	" 30	3
8	" 4	" 32	5	9	" 4	" 36	0	10	" 4	" 40	4
8	" 5	" 40	4	9	" 5	" 45	0	10	" 5	" 50	5
8	" 6	" 48	3	9	" 6	" 54	0	10	" 6	" 60	6
8	" 7	" 56	2	9	" 7	" 63	0	10	" 7	" 70	7
8	" 8	" 64	1	9	" 8	" 72	0	10	" 8	" 80	8
8	" 9	" 72	0	9	" 9	" 81	0	10	" 9	" 90	0
8	" 10	" 80	8	9	" 10	" 90	0	10	" 10	" 100	1

Fonte: Barker (1940, p. 8)

Podemos inferir que, para o autor, da forma como a tabuada foi organizada, é possível realizar um trabalho com leituras individuais e coletivas com vistas à memorização. Os alunos poderiam ser convidados a recitarem: $5 \times 1 = 5$, $5 \times 2 = 10$ noves fora 1, $5 \times 3 = 15$ noves fora 6, e assim por diante.

A sétima tabuada (Explicação de quantos vão), ao que parece, já antecipa procedimentos que serão utilizados nos algoritmos da adição e multiplicação (Figura 27).

Figura 27: Setima Tabuada “Explicação de quantos vão”

— 10 —

SETIMA TABOADA

EXPLICAÇÃO DE QUANTOS VÃO

De	1	até	9	vai	0	De	120	até	129	vão	12
"	10	"	19	"	1	"	130	"	139	"	13
"	20	"	29	vão	2	"	140	"	149	"	14
"	30	"	39	"	3	"	150	"	159	"	15
"	40	"	49	"	4	"	160	"	169	"	16
"	50	"	59	"	5	"	170	"	179	"	17
"	60	"	69	"	6	"	180	"	189	"	18
"	70	"	79	"	7	"	190	"	199	"	19
"	80	"	89	"	8	"	200	"	209	"	20
"	90	"	99	"	9	"	210	"	219	"	21
"	100	"	109	"	10	"	220	"	229	"	22
"	110	"	119	"	11	"	230	"	239	"	23

Fonte: Barker (1940, p. 10)

Quando o aluno decora que “de 1 até 9 vai 0” significa que se a soma em cada ordem for um resultado até nove, não haverá trocas, diferente, por exemplo, se o resultado for um número de 10 a 19, visto que poderá ser formado um grupo de 10 e por isso “vai 1”.

Assim, do modo como é explicitado pelo autor, todas essas tabuadas reforçam a representação de que o ensino e aprendizagem da matemática, em seus primeiros passos, precisam ter de cor a tabuada.

Em seguida, o autor explica os sinais utilizados nas tabuadas (+, −, ×, ÷ e =) e intitula a próxima parte de “Definição das quatro especies” referindo-se às quatro operações fundamentais. Para cada uma delas, apresenta a definição, dá nome aos seus elementos, mostra exemplos de dois cálculos resolvidos (sem explicação) e propõe um terceiro para o

aluno realizar. Logo após, mostra como se realiza a prova dos nove e a prova real. Estas, explicadas passo a passo.

Nota-se que Barker considerava desnecessário explicar os processos de cálculo das operações, o que não acontecia com os de verificação. Possivelmente achava que os primeiros poderiam ser facilmente entendidos por alunos e/ou professores.

Figura 28: Desenvolvimento da operação “Somar”

— 11 —

Os números que se hão de somar cha-	32	467	698 ¹
ma-se adições ou parcelas e o que se	46	875	1691
pretende achar chama-se soma ou total.	—	653	4220
	78	—	29
		1995

PROVA DOS NOVES

Somar. — Tiram-se os nove ás parcelas e depois a soma; se der o mesmo resto, póde supôr-se que está certa a operação.

Na segunda operação de somar tira-se a prova dos nove assim:

Parcelas: $4 + 8 = 12$, nove fóra 3; $3 + 7 = 10$ nove fóra 1; $1 + 5 = 6$ que não chega a nove; e $6 + 6 = 12$, nove fóra 3, $3 + 5 = 8$; $8 + 3 = 11$, nove fóra 2 (1.º resto).

Soma: $1 + 3 = 4$ e $4 + 7 = 11$, nove fóra 2 (2.º resto).

PROVA REAL

Somar. — Soma-se novamente exceptuando-se uma parcela, e diminue-se uma soma de outra deve dar no resto a parcela que se exceptuou

	Exemplo	
	243	
	675	7
Parcelas	649	—
	628	7
	1.ª Soma	2195
	2.ª Soma	1952
	Resto	243

igual a parcela que se exceptuou.

Fonte: Barker (1940, p. 11)

Como exemplo, vejamos a “especie Somar”. Barker (1940) inicia com a definição “Somar é achar o valor total de muitos números representados por um só que seja igual a todos juntos.” (p.10) Em seguida, define os termos da operação, apresenta dois exemplos de cálculos resolvidos e propõe um terceiro para o aluno resolver.

Finalmente, mostra como verificar a conta feita por meio da prova dos nove e da real (Figura 28).

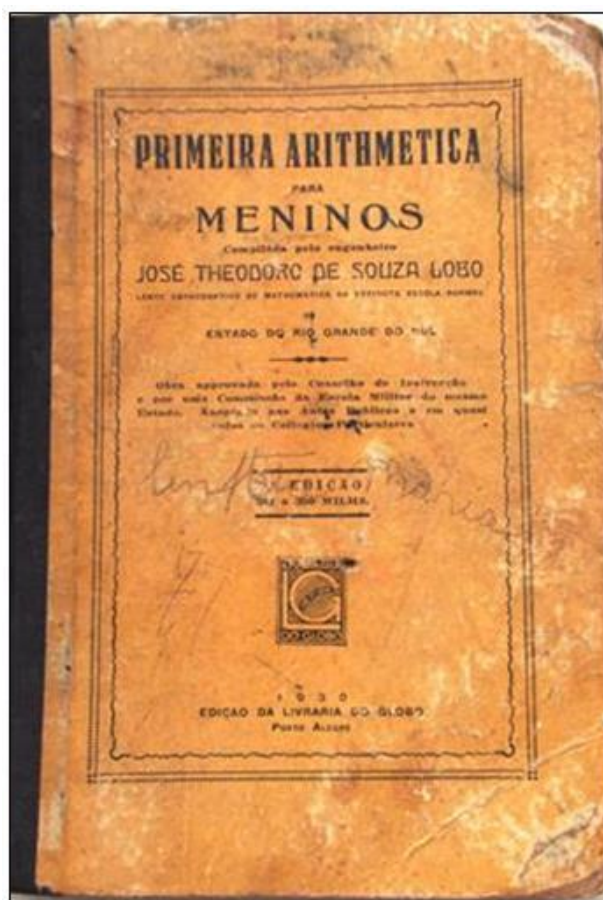
4.1.3 *Primeira Arithmetica para meninos*, de José Theodoro de Souza Lobo

José Theodoro de Souza Lobo nasceu no dia 7 de janeiro de 1846 em Porto Alegre e, faleceu com 67 anos, em 9 de agosto de 1913 na mesma capital. Iniciou seus estudos em Minas Gerais, no Colégio Caraça, onde ministrou suas primeiras aulas ainda quando seminarista. No Rio de Janeiro formou-se engenheiro geógrafo pela Escola Militar da Corte, que posteriormente passou a ser chamada Escola Central.

De volta a Porto Alegre, no Colégio Gomes, foi professor de Matemática elementar e superior, português, francês e latim. Professor e diretor de sua própria escola (Colégio Souza Lobo), além de professor de Matemática e diretor na Escola Normal. Foi, também, diretor geral de Instrução Pública na Província e Inspetor de Ensino. Destacou-se como autor de livros didáticos, dentre eles *Geographia elementar*, *Primeira arithmetica para meninos*, *Segunda arithmetica para meninos* e *Segunda arithmetica* (HILZENDEGER, 2009).

Analisamos o livro *Primeira arithmetica para meninos* (Figura 29). É a 39ª edição (1930) da Livraria Globo - Porto Alegre, Barcellos Bertaso & Cia. Sua capa ostenta a inscrição “Obra aprovada pelo Conselho da Instrução e por uma Comissão da Escola Militar, adoptada nas Escolas Publicas do Rio Grande do Sul e em quasi todos os Collégios Particulares do mesmo Estado”. Acreditamos que a 1ª edição seja de 1874, visto que o primeiro parecer que consta no livro é desta data.

Figura 29: Capa da *Primeira Arithmetica para Meninos* (1930)



Fonte: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/100100>

Na capa ainda encontramos a informação de que a obra foi compilada pelo engenheiro José Theodoro de Souza Lobo, “lente cathedratico de mathematica da extincta escola normal do Estado do Rio Grande do Sul”. Pfromm Neto *et al* (1974), em seu estudo sobre o livro na educação, afirma que os textos de Souza Lobo tiveram grande aceitação e sua *Primeira arithmetica* completou nove edições, enquanto que a sua *Segunda arithmetica*, vinte e oito edições.

Figura 30: Índice relativo ao Capítulo I

Indice		
Capitulo I — Numeros inteiros		
§ I.	Noções preliminares	1
§ II.	Systema decimal de numeração	3
	Exercícios sobre a numeração dos inteiros	9
§ III.	Adição dos numeros inteiros	10
	Exercícios sobre a adição dos inteiros	13
	Problemas sobre a adição dos inteiros	13
§ IV.	Subtração dos numeros inteiros	16
§ V.	Provas da adição e da subtração	21
	Exercícios sobre a subtração dos inteiros	23
	Problemas sobre subtração dos inteiros	24
§ VI.	Multiplicação dos numeros inteiros	25
	Potencias	29
	Exercícios sobre a multiplicação dos inteiros	29
	Problemas sobre a multiplicação dos inteiros	31
§ VII.	Divisão dos numeros inteiros	33
§ VIII.	Provas da multiplicação e da divisão	35
	Exercícios sobre a divisão dos inteiros	39
	Problemas sobre a divisão dos inteiros	40
	Problemas de recapitulação sobre as quatro ope- rações de inteiros	42

Fonte: Lobo (1930, p.177)

O autor divide a obra em oito capítulos assim distribuídos: I- Numeros Inteiros, II –Fracções Decimaes, III – Systema Metrico Decimal, IV – Divisores dos numeros, V – Fracções Ordinarias, VI – Metrologia, VII – Methodo de reducção à unidade e VIII – Definições de Geometria. O foco de nossa análise será o capítulo I, “Números inteiros”, o qual foi desenvolvido segundo o índice exibido na Figura 30.

Para Lobo (1930) número é o valor de uma razão. Para chegar a essa definição, antes, recorre a várias outras. Inicia dizendo que a matemática é a ciência que trata das grandezas que se podem medir, e que grandeza é tudo o que é capaz de aumentar ou diminuir. Logo em seguida, afirma que medir uma grandeza é compará-la com outra de mesma espécie e valor conhecido. Chama de unidade a uma grandeza de valor determinado, que serve para comparar outras de mesma espécie e, finalmente, define razão: razão é o resultado da comparação de uma

grandeza com sua unidade. Assim, para esse autor, número é o resultado de uma comparação entre grandeza e unidade.

Ao iniciar a parte de adição dos números inteiros, define operações: “são as diferentes maneiras por que se compõem e decompõem os números” (p. 10) e classifica as operações, que diz ser fundamentais, em operações de composição (adição e multiplicação) e operações de decomposição (subtração e divisão).

O autor não leva em consideração a classificação feita no encaminhamento do ensino das operações. Como podemos ver no índice (Figura 30), a ordem seguida é: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Para cada uma das operações apresenta a definição e o processo para fazer a operação, o qual é explicado por meio de um texto (o algoritmo), seguido de exemplos. Logo após, para a adição e multiplicação, propõe algumas perguntas na forma de um questionário para verificar a teoria trabalhada. Para subtração e divisão, antes das questões, apresenta a prova das operações, utilizando a ideia das operações inversas. Depois, para todas, indica exercícios e problemas.

a) Sobre a definição

No percurso que propõe para o ensino das operações, como já dito, Lobo (1930) inicia pela definição. No momento em que define a operação de divisão, por exemplo, busca contemplar as ideias que lhe estão associadas. Faz isso apresentando três definições:

70. Divisão é a operação que tem por fim, dados dois números, achar um 3° que, multiplicado pelo 2° , reproduza o 1° .

72. (Outra definição) – Divisão é a operação que tem por fim procurar quantas vezes um número dado contém outro, também dado.

73. (Outra definição) – Divisão é a operação que tem por fim repartir um número dado em tantas partes iguais, quantas são as unidades de outro, também dado. (LOBO, 1930, p. 33).

Note-se, que o autor, na primeira definição utiliza a ideia de operação inversa (multiplicação/divisão) e nas outras duas, as ideias de quotização e partição associadas à operação de divisão.

Segundo Pais (2010), Souza Lobo, na edição de 1920 da *Primeira arithmetica*, faz referências a Etiènne Auguste Tarnier, autor francês de vários livros didáticos de matemática cuja produção circulou na segunda metade do século XIX não somente no seu país como também em vários outros. Tarnier agrupava os problemas que podiam ser resolvidos com as mesmas operações e com procedimentos semelhantes.

Considerando a observação de Pais (2010), ao que tudo indica, Souza Lobo (1930) utilizando o método de Tarnier, apresenta problemas (aos quais chama de enunciados) que traduzem os principais usos de cada operação (suas ideias). Em seguida, fornece ao aluno um grupo de problemas que abrangem esses usos, todos sobre a operação destacada. Somente ao final, indica situações que envolvem as quatro operações.

b) Sobre o processo para fazer a operação

Em continuidade, apresenta o processo para fazer a operação. No caso da subtração, apresenta três processos: nos dois primeiros escreve-se o número menor debaixo do maior. No primeiro,

[...] se o algarismo do subtraendo indicar maior numero de unidades do que o seu correspondente do minuendo, juntam-se a este dez unidades da ordem de que se tratar; faz-se a subtração, e considera-se a ordem do minuendo, immediata à esquerda, diminuída de uma unidade. (LOBO, 1930, p. 16).

Figura 31: Exemplo do 1º processo de subtração

Exemplo 2) — Sejam 43256 o minuendo e 12365 o subtraendo.

Escreptos os dois numeros, segundo manda a regra, começa-se a operação pela direita e diz-se: 6 menos 5, 1; escreve-se o algarismo 1 debaixo das unidades.

5 menos 6, não pôde ser; juntam-se 10 ao 5 e diz-se: 15 menos 6, 9; escreve-se o 9 debaixo das dezenas.

Considera-se a ordem das centenas do minuendo desfalcada de uma centena e diz-se: 1 menos 3 não pôde ser; juntam-se 10 a 1, e de 11 tirando 3, restam 8; escreve-se o 8 debaixo das centenas.

Para compensar-se o acrescimo das 10 centenas, despreza-se 1 milhar na ordem dos milhares do minuendo, e diz-se: 2 menos 2, 0, escreve-se o zero* debaixo dos milhares.

4 menos 1, 3; escreve-se o 3 debaixo das dezenas de milhar.

43256
12365

30891

Fonte: Lobo (1930, p. 17)

Nesse primeiro processo (Figura 31), a subtração é realizada de “cima para baixo”. Por exemplo, “6 menos 5”. Já no segundo,

[...] quando em alguma ordem do subtraendo o numero de unidades fôr maior do que o das correspondentes do minuendo juntam-se à ordem do subtraendo as unidades precisas para igualar as do minuendo aumentadas de 10. Escripto o resto da respectiva coluna acrescenta-se 1, no subtraendo, À ordem immediata àquella em que se fez a operação. (LOBO, 1930, p. 18).

Figura 32: Exemplo do 2º processo de subtração

Exemplo 2) — Sejam 43256 o minuendo e 12365 o subtraendo.

Escreptos os dois numeros, segundo manda a regra, começa-se a operação pela direita, e diz-se: 5 para 6, 1; escreve-se o algarismo 1 debaixo das unidades.

6 para 5, não pôde ser; juntam-se 10 ao 5 e diz-se: 6 para 15, 9; escreve-se o 9 debaixo das dezenas, e juntando-se 1 ás 3 centenas do subtraendo, diz-se:

4 para 2, não pôde ser; juntam-se 10 ao 2, e diz-se: 4 para 12, 8; escreve-se o 8 debaixo das centenas, e juntando 1 aos dois milhares do subtraendo, diz-se:

3 para 3, 0; escreve-se o 0 debaixo dos milhares. Finalmente, 1 para 4, 3; escreve-se o 3 debaixo das dezenas de milhar.

43256
12365

30891

Fonte: Lobo (1930, p. 18)

Nesse 2º processo, a subtração é feita de “baixo para cima”, como visto no exemplo : “5 para 6” (Figura 32).

Finalmente, o terceiro processo apresentado por Lobo (1930) é a subtração por complemento. Primeiramente, o autor define complemento de um número: “é o que falta ao número para completar dez unidades da sua ordem mais elevada.” (p. 19) Em seguida, apresenta o passo a passo: “junta-se ao número maior o complemento do menor, e da somma subtraem-se dez unidades da ordem mais elevada do número menor.” (p. 20). Finalizando, apresenta um exemplo (Figura 33).

Figura 33: Exemplo de uma subtração por complemento

Exemplo 1) — Achar a diferença entre 56743 e 4287.

Ao número maior 56743 juntando-se 5713 (complemento do número menor 4287) obtém-se 62456. Desta somma subtrahindo-se 10 milhares (pois que são os milhares a ordem mais elevada do número menor), aparece 52456, que é a diferença procurada.

Número maior _____	56743
Complemento do menor —	5713
Somma _____	62456
Menos _____	10 milhares
Diferença pedida _____	52456

Fonte: Lobo (1930, p. 20)

Para a operação de multiplicação, Lobo (1930) apresenta o processo para quando o multiplicador é um número simples (com um algarismo) e depois, amplia para quando o multiplicador é um número composto (mais de um algarismo).

Si o multiplicador for número composto multiplica-se do mesmo modo todo o multiplicando sucessivamente por cada algarismo do multiplicador, havendo o cuidado de escrever-se o primeiro algarismo de cada produto em baixo do algarismo que serviu de multiplicador. (LOBO, 1931, p. 26-27).

Em seguida, apresenta dois casos particulares, quando o multiplicando ou o multiplicador, ou ambos, terminam em zeros e quando entre os algarismos significativos do multiplicador há zeros.

O primeiro processo apresentado para a operação de divisão é o longo, seguido dos casos de quando o dividendo e o divisor terminam em zeros e a divisão por 10, 100, 1000. Como observação, apresenta o processo abreviado.

Ao que parece, o autor se preocupou em mostrar ao leitor, as dificuldades que podem ser encontradas durante o cálculo de cada uma das operações.

c) Sobre as perguntas

No nosso entendimento, as perguntas numeradas e na forma de questionário, elaboradas por Lobo (1930), visam verificar a aprendizagem dos conceitos e definições apresentadas no início do trabalho com cada operação. Por exemplo, “46. Que é adição? 47. Como se chamam os numeros dados para se sommarem? que nome tem o resultado da operação? 48. Como se faz uma adição?” (p. 11). A numeração anterior a cada pergunta tem por objetivo auxiliar o aluno na busca da resposta, caso seja necessário, pois este poderá voltar ao ponto numerado onde o assunto tratado se encontra. Essa disposição também indica uma preocupação com a memorização dos conteúdos pelo aluno.

d) Sobre as verificações das operações

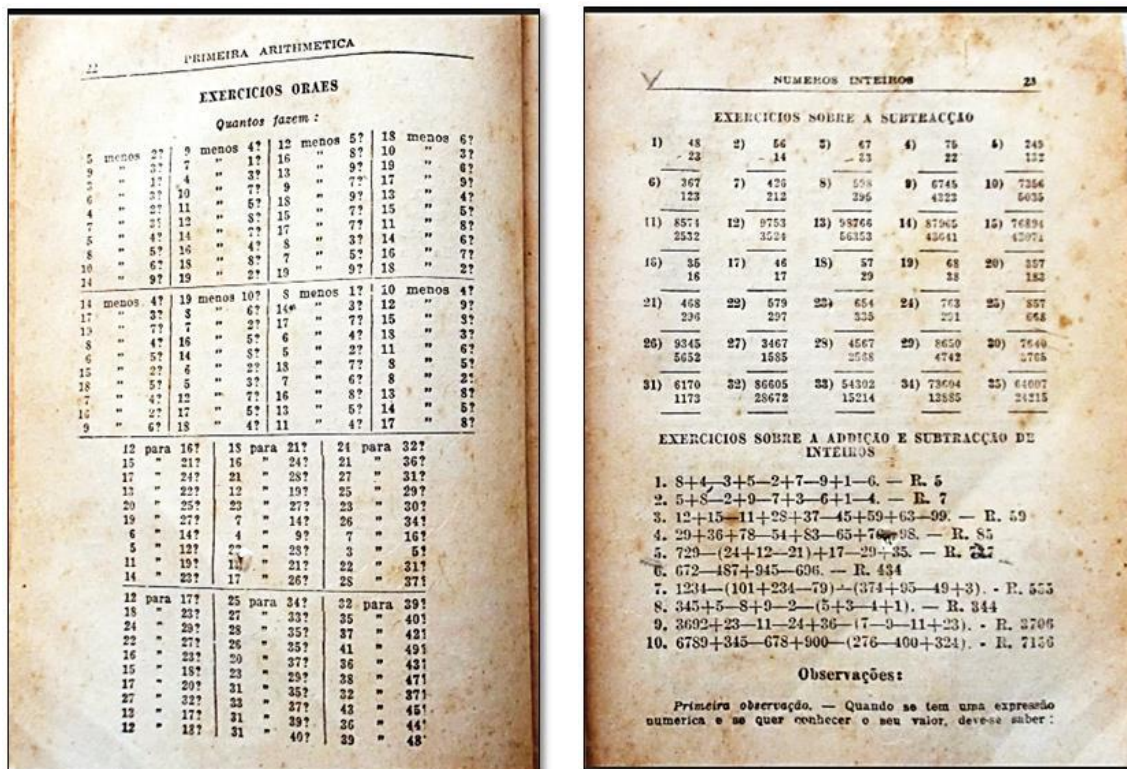
O autor apresenta as provas (verificações) das operações de adição e subtração somente depois de trabalhar a subtração, visto que usa a ideia da operação inversa. Faz uso do mesmo procedimento para a multiplicação e a divisão, cujas provas só são trabalhadas depois do estudo da divisão.

e) Sobre os exercícios e problemas

Logo após apresentar o processo (algoritmo) das operações de adição e multiplicação e, no caso da subtração e divisão, depois do

estudo das provas (verificações), o autor propõe uma série de exercícios, primeiro, orais, depois de cálculos e após trabalhar com a subtração, também de expressões numéricas (Figura 34).

Figura 34: Exercícios de subtração



Fonte: Lobo (1930, p. 22-23)

Ao final do trabalho com cada operação, Lobo (1930) apresenta uma lista de vários problemas associados à operação trabalhada. Tais problemas apresentam contextos históricos e científicos, de venda e compra, de nascimento e morte de personagens famosos, entre outros. Ao analisá-los percebemos que estavam presentes diferentes ideias relativas a cada uma das operações.

No encaminhamento de ensino de cada uma das operações, Lobo (1930) segue uma sequência: definição, processo, exemplo, prova, questionário, exercícios orais, de cálculos, expressões numéricas e problemas. Ao finalizar, o autor propõe uma lista com 60 problemas envolvendo todas as operações trabalhadas. Faz um tratamento voltado para questões financeiras, do cotidiano de um trabalhador do comércio, ou seja, procura associar a matemática a outros contextos, inserida

dentro do cotidiano, mas não referida necessariamente ao universo infantil.

4.1.4 *Arithmetica da Infancia*, de Joaquim Maria de Lacerda

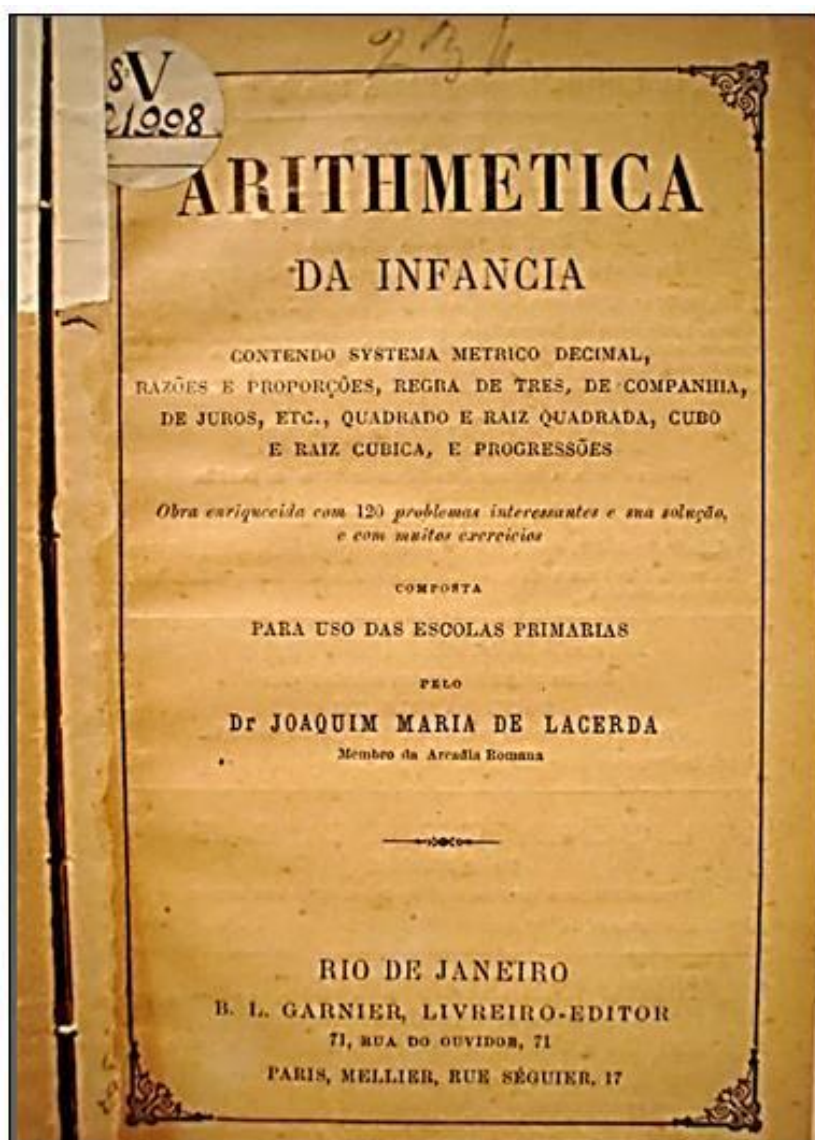
Joaquim Maria de Lacerda, nascido em 1838 na cidade do Rio de Janeiro e falecido em 1886 em Paris, foi advogado, literato, professor e escritor. Autor de várias obras destinadas ao ensino primário, com grande circulação no final do século XIX, principalmente nas áreas de Geografia e História. Na capa de seu livro *Arithmetica da infancia* ainda consta que era membro da Arcadia Romana.³⁶

Arithmetica da infancia (1890) é uma das obras compostas pelo autor. Destinada às escolas primárias, aborda os conteúdos de systema métrico decimal, razões e proporções, regra de três, de companhia, de juros, etc., quadrado e raiz quadrada, cubo e raiz cúbica, e progressões (Figura 35).

Na capa vem o registro de que a obra é “enriquecida com 120 problemas interessantes e sua solução, e com muitos exercícios”. Nas últimas décadas do século XIX, uma das orientações pedagógicas surgidas, diz respeito à importância de se ter livros escolares que pudessem ser lidos pelos alunos, visto que até então predominavam mais textos escolares para orientar as lições a serem ministradas pelos professores. Valente (1999) faz referência a esse momento caracterizando-o pela passagem da lição ao exercício. Enquanto a lição organiza o trabalho docente, sistematizando-o, são os exercícios que permitem ao aluno vivenciar a atividade matemática. Assim, percebemos que a obra de Lacerda (1890) exemplifica esse momento de transição.

³⁶ Academia literária criada no ano de 1690 pelos italianos para combater o Barroco e difundir os ideais neoclássicos (COSTA, 2010).

Figura 35: Capa da *Arithmetica da Infancia* (1890)



Fonte: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/100349>

O autor inicia o livro apresentando uma série de definições. Para Joaquim Maria de Lacerda, número é “a expressão das unidades ou partes da unidade de que se compõe uma quantidade”. Sendo assim, define quantidade que “é tudo o que é capaz de aumento ou diminuição” e unidade que “é uma quantidade tomada para servir de termo de comparação às outras quantidades de mesma especie”. Segundo ele, “Arithmetica é a sciencia dos números, que ensina a effectuar sobre eles diferentes operações por meio de regras fáceis” (1980, p. 3).

Após o estudo sobre a numeração decimal (escrita e leitura), expõe as quatro tabuadas (de somar, de diminuir, de multiplicar e de dividir) que já apresentam o nome de cada elemento da operação.

Figura 36: Tabuada de multiplicar

25. TABOADA DE MULTIPLICAR											
MULTIPLICADOR	MULTIPLICANDO	PRODUTO	NOTES PARA	MULTIPLICADOR	MULTIPLICANDO	PRODUTO	NOTES PARA	MULTIPLICADOR	MULTIPLICANDO	PRODUTO	NOTES PARA
2	1	= 2		3	1	= 3		4	1	= 4	
2	2	4		3	2	6		4	2	8	
2	3	6		3	3	9 0		4	3	12 3	
2	4	8		3	4	12 3		4	4	16 7	
2	5	10 1		3	5	15 6		4	5	20 2	
2	6	12 3		3	6	18 0		4	6	24 6	
2	7	14 5		3	7	21 3		4	7	28 1	
2	8	16 7		3	8	24 6		4	8	32 5	
2	9	18 0		3	9	27 0		4	9	36 0	
2	10	20 2		3	10	30 3		4	10	40 4	
5	1	= 5		6	1	= 6		7	1	= 7	
5	2	10 1		6	2	12 3		7	2	14 5	
5	3	15 6		6	3	18 0		7	3	21 3	
5	4	20 2		6	4	24 6		7	4	28 1	
5	5	25 7		6	5	30 3		7	5	35 8	
5	6	30 3		6	6	36 0		7	6	42 6	
5	7	35 8		6	7	42 6		7	7	49 4	
5	8	40 4		6	8	48 3		7	8	56 2	
5	9	45 0		6	9	54 0		7	9	63 0	
5	10	50 5		6	10	60 6		7	10	70 7	
8	1	= 8		9	1	= 9 0		10	1	= 10 1	
8	2	16 7		9	2	18 0		10	2	20 2	
8	3	24 6		9	3	27 0		10	3	30 3	
8	4	32 5		9	4	36 0		10	4	40 4	
8	5	40 4		9	5	45 0		10	5	50 5	
8	6	48 3		9	6	54 0		10	6	60 6	
8	7	56 2		9	7	63 0		10	7	70 7	
8	8	64 1		9	8	72 0		10	8	80 8	
8	9	72 0		9	9	81 0		10	9	90 0	
8	10	80 8		9	10	90 0		10	10	100 1	

Fonte: Lacerda (1890, p. 9)

Para cada um dos passos que utiliza para conduzir o ensino das operações, selecionamos uma operação para ilustrar.

a) Sobre a definição e termos da operação

O autor inicia o estudo de cada “espécie” (operação) apresentando a definição, por exemplo, “sommar é achar o valor total de muitos numeros da mesma especie, representado por um só que seja igual a todos juntos.” e, em seguida apresenta os termos da operação: “Os

numeros que se tem de sommar chamam-se *parcelas*; e o resultado da operação, *somma ou total*” (1890, p.11) (grifos do autor). Observa-se que em sua definição de somar, utiliza o conceito de número exposto no início do livro quando se refere a “numeros de mesma especie”.

b) Sobre a regra da operação e exemplos

Segundo Lacerda (1890), a aritmética é “a ciência dos números, que ensina a efetuar sobre eles diferentes operações por meio de regras fáceis” (p.3). É nesse momento que o autor apresenta tais regras. Assim, para a subtração, o autor apresenta dois exemplos e descreve como se realiza o cálculo (Figura 37).

Escreve-se o subtrahendo por baixo do minuendo, como para *somma*; sublinha-se, e subtrah-se sucessivamente cada algarismo do subtrahendo do seu correspondente do minuendo; escrevem-se os resultados parciais por baixo da linha, na mesma ordem em que se vai fazendo a operação. Quando algum algarismo do minuendo fôr menor que seu correspondente do subtrahendo, acrescentam-se-lhe dez unidades, e despreza-se uma ao seu immediato à esquerda. Se esse immediato ou alguns immediatos forem zeros, consideram-se como outros tantos noes, e o primeiro algarismo significativo da esquerda fica diminuído de uma unidade. (p. 13)

Figura 37: Exemplos de cálculos da subtração

EXEMPLOS		
<i>Minuendo</i>	7493586	<u>59</u> 960248
<i>Subtrahendo</i>	5112534	415336
<i>Resto</i>	<hr style="width: 100%; border: 0.5px solid black;"/> 2381052	<hr style="width: 100%; border: 0.5px solid black;"/> 544912

Fonte: Lacerda (1890, p. 13)

Note-se que a descrição do segundo procedimento está sinalizado com os algarismos acima do minuendo.

c) Sobre a prova real

Para a operação de subtração, uma frase descreve o processo da prova real: “*somma-se o subtrahendo com o resto, e a somma deve dar o*

minuendo” (LACERDA, 1890, p.13). Já para a multiplicação, o autor somente a apresenta, juntamente com a divisão, pois utiliza a ideia da operação inversa: “Multiplica-se o divisor pelo quociente, e junta-se-lhe o resto, se houver; o seu producto deve ser igual ao dividendo. A prova real da multiplicação consiste em dividir o producto total por um dos factores; o quociente deve dar o outro fator.” (p. 16).

Para a adição, apesar de usar a operação inversa na verificação do cálculo, expõe o procedimento da prova real antes de trabalhar a subtração. O processo apresentado é diferente dos outros autores analisados, uma vez que estes propõem retirar uma parcela, efetuar a soma novamente, diminuir uma soma da outra e, para o cálculo estar certo, deve-se achar no resto a parcela que se excluiu. Lacerda dispõe de outra maneira:

Sommmam-se successivamente da esquerda para a direita as diversas columnas; subtrahe-se a somma parcial de cada uma d’ellas da somma total, considerando cada resto como dezenas que se deve juntar ao algarismo seguinte da somma total; e se a última subtracção der zero, póde-se concluir que a soma esta certa (1890, p. 11).

Utiliza um exemplo para ilustrar sua explicação, descrevendo todo o processo (Figura 38).

Figura 38: Exemplo da prova real da adição

EXEMPLO
76403
13615
9153
93820
192991
21010

Fonte: Lacerda (1890, p. 12)

Eis o esclarecimento dado:

A somma da 1ª coluna à esquerda dá 17, que subtraído de 19, restam 2; este resto, reunido ao algarismo seguinte 2, forma 22. A somma da 2ª coluna dá 21, que subtraído de 22, resta 1; este resto, reunido ao algarismo seguinte 9, forma 19. A somma da 3ª coluna dá 19, que subtraído de 19, resto 0. A somma da 4ª coluna dá 8, que subtraído de 9 resta 1; este resto, reunido ao algarismo seguinte 1, forma 11. A somma da 5ª e ultima coluna dá 11, que subtraído de 11, dá por resto 0. Portanto a conta está certa. (LACERDA, 1890, p. 12).

Reiteramos que esta forma de verificação da operação de adição não apareceu em nenhuma das outras obras analisadas.

d) Sobre a prova dos nove

O Lacerda (1890) apresenta a prova dos nove para todas as operações.

Figura 39: Prova dos nove da divisão

43. Prova dos nove. Tiram-se os nove ao divisor, e depois ao quociente; multiplicam-se os resultados um pelo outro, e juntando a este producto o resto da divisão (se houver), extrahem-se de novo os nove; o resultado final deve ser igual ao que o dividendo der, depois de se lhe extrahirem os nove.

78987	831	
7479	95	
4197		
4155	3 3	
42	5 3	

Tirando os nove ao divisor, temos 3; tirando os nove ao quociente, temos 5; multiplicando 3 por 5, temos 15, nove fóra 6; e juntando-lhe o resto 42, temos 48, nove fóra 3. Extrahindo depois os nove ao dividendo, achamos também 3 por resultado; logo a divisão está bem feita.

Fonte: Lacerda (1890, p. 16)

Na Figura 39 vemos, como exemplo, a prova dos nove para a divisão. Primeiro, a explicação do procedimento, ao que se segue um exemplo com os passos descritos.

4.1.5 Análise comparativa das quatro primeiras obras

A análise comparativa das obras *Elementos de arithmetica* (1851), *Rudimentos arithmeticos* (1867), *Arithmetica da infância* (1881) e *Arithmetica para meninos* (1874) que, como se observa, foram produzidas numa mesma época, pode nos fornecer elementos adotados para a condução do ensino das operações fundamentais. É importante destacar que tais obras foram reeditadas ao longo do tempo, o que garante a existência de uma propagação expressiva do modo de conduzir o ensino.

Levamos em conta as ideias de Chervel (1998), ao considerar que durante certo período de estabilidade ocorre o fenômeno da *vulgata*. A organização interna da disciplina, os conteúdos de ensino e a forma de conduzi-los, os capítulos propostos para organizá-los, os temas específicos, a terminologia usada, os exercícios típicos e a gradação de dificuldade entre eles, são alguns elementos destacados por Chervel na caracterização deste fenômeno. O Quadro 9 abaixo apresenta alguns elementos que auxiliaram na análise da condução do ensino das operações em meados do século XIX:

Quadro 9: Comparação das quatro primeiras obras

Autor	Definição de número	Definição de operação	Elementos da condução do ensino das operações
Camillo Trinocq	Resultado da contagem que se estabelece em um conjunto de elementos da mesma natureza.	Parte da Aritmética que ensina a fazer certas operações com os números, de tal modo que nos permita formar outros com mais rapidez do que a numeração.	Definição Tabuada da operação Regra Exemplo Uso Prova Questionário
Antonio Maria Barker	Algo a ser memorizado.	Espécies.	Tabuadas das quatro operações Definição Exemplos de cálculos resolvidos Prova dos nove Prova real

José Theodoro de Souza Lobo	É o valor de uma razão. É o resultado de uma comparação entre grandeza e unidade.	Operações são as diferentes maneiras por que se compõem e decompõem os números.	Tabuadas das quatro operações Definição Regra Exemplo Prova Questionário Exercícios orais, de cálculos e expressões numéricas Problemas
Joaquim Maria de Lacerda	É a expressão das unidades ou partes da unidade de que se compõe uma quantidade, que é tudo que é capaz de aumento ou diminuição.	É a ciência dos números, que ensina a efetuar sobre eles diferentes operações por meio de regras fáceis.	Tabuadas das quatro operações Definição Regra Exemplo Prova Real Prova dos nove Questionário Problemas

Fonte: Autora

Ao observar as primeira e segunda colunas do Quadro 9, percebemos que os autores definem operação a partir do conceito de número que apresentam. Para Trinocq, número é o resultado da contagem, logo, operar com números é formar outros com mais rapidez do que a numeração. Barker conceitua número como algo a ser memorizado e define operações como sendo espécies. Souza Lobo vê o número como valor de uma razão entre grandeza e unidade. Para ele as operações nos permitem compor e decompor os números. Finalmente, para Lacerda o número expressa as unidades ou parte dela que compõem uma quantidade que pode aumentar ou diminuir. Para Lobo, sobre os números, é possível efetuar diferentes operações por meio de regras fáceis.

Apesar das diferenças observadas na forma de conceituar número e de entender as operações, os referidos autores conduzem seu ensino de forma muito parecida. Quando examinamos a última coluna do Quadro 10, relativa à condução do ensino das operações analisada nas quatro obras, encontramos a presença de elementos recorrentes.

Com efeito, os elementos recorrentes nesses livros são: as tabuadas das operações, que são apresentadas ora antes de começar o estudo ou depois da definição de cada uma delas; as próprias definições; as regras

(como os autores denominam os algoritmos); exemplos resolvidos; a verificação da operação, alguns somente a prova real e outros, a prova dos nove e perguntas na forma de questionário sobre os conceitos trabalhados. Destamos ainda que nas duas últimas obras aparecem exercícios e problemas.

Ao nosso ver, tais elementos constituem o *núcleo rígido de uma vulgata*. Traduzem uma forma de condução de ensino para as operações fundamentais que, segundo Chervel (1998), caracterizam o fenômeno da *vulgata*. Para apoiar essa afirmação, a seguir (itens de a a f), examinamos cada um desses elementos.

a) Sobre as tabuadas

Todos os autores das obras analisadas apresentam as tabuadas da operação, herança da escola imperial.

Sabemos hoje que a escola imperial tomou de empréstimo da educação jesuíta, junto com a noção de classe e de sala de aula, com o papel dos exercícios e das analogias, com o domínio do corpo e a disciplina do silêncio – o exercício da repetição e as virtudes pedagógicas da memória. (SOUZA, 1998, p. 83).

Segundo Souza (1998), essa memorização mantinha relação com o fato de o ensino da escrita dado pela Igreja ser apresentado sob a perspectiva da oralização: as rezas, os cantos e as ladainhas tinham um lugar primordial. Daí vem o cantar e o memorizar as tabuadas, elemento ainda presente nas quatro obras analisadas.

No livro de Camillo Trinocq (1851), as tabuadas (Figura 40) são apresentadas na forma de tabelas de dupla entrada.

Figura 40: Tabuada da adição no livro de Camillo Trinocq

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Fonte: Trinocq (1851, p. 15)

No caso, os resultados da adição de cada um dos números, desde 0 até 9, para cada um dos mesmos números. O autor apresenta a tabuada:

Para formar-mos essa tabuada, escrevemos sobre uma linha horizontal os dez algarismos, começando por zero; depois formamos as outras linhas, ajuntando uma unidade a cada um dos números que compõem a linha precedente. A somma d'um número qualquer da primeira linha horizontal e d'um número qualquer da primeira linha vertical, acha-se no encontro da linha vertical e da linha horizontal, que começam esses dois números. Assim 14, somma de 6 e 8, acha-se no encontro da linha vertical que começa por 6, com a linha horizontal, que começa por 8. (TRINOCQ, 1851, p.15-16)

Esta tabuada tem origem no que ficou conhecido como Tábua de Pitágoras³⁷. Esta tabela também pode ser usada para a operação de subtração. Exemplificando, o aluno percorre a coluna que tem o número cinco no início até chegar o número nove e verifica qual o número que inicia sua linha, encontrará quatro, logo, $9 - 5 = 4$. O autor ainda apresenta a tabela para multiplicação que pode ser usada também para a divisão,

³⁷ Trata-se de um quadro disseminado pelos manuais didáticos que contém todos os resultados da multiplicação de cada um dos números de 1 até 9, por cada um dos mesmos números. O *Manual encyclopedico para uso das escolas d'instrução primária*, de Monteverde, autor que teve circulação em diferentes províncias brasileiras, é exemplo disso (VALENTE; PINHEIRO, 2015).

na qual o aluno para saber o resultado realiza os mesmos procedimentos utilizados anteriormente.

Nos livros de Antonio Maria Barker (1940), Souza Lobo (1930) e Joaquim Maria de Lacerda (1890), as tabuadas (Figura 41) têm outra configuração.

Figura 41: Tabuadas nos livros de Barker, Souza Lobo e Lacerda

The figure displays three historical arithmetic tables. The first table, titled 'SEXTA TABOADA - DIVIDIR', is a grid for division with columns for 'Div.' (Divisor), 'Divid.' (Dividend), and 'Quo.' (Quotient). The second table, 'TABOADA DE SOMMAR', is a grid for addition with columns for 'Primeira' (First addend), 'Segunda' (Second addend), and 'Soma' (Sum). The third table, 'TABOADA DE MULTIPLICAR', is a grid for multiplication with columns for 'Multiplicando' (Multiplicand), 'Multiplicador' (Multiplier), and 'Produto' (Product). Each table contains numerical data and small diagrams illustrating the operations.

Fonte: Barker (1940, p. 9)

Lobo (1930, p. 8)

Lacerda (1890, p. 9)

Nessas tabuadas, diferentemente daquelas apresentadas por Trinocq (1851), na primeira linha são apresentados os nomes dos elementos das operações e as sentenças já estão prontas para serem lidas e/ou recitadas (“um dividido por um igual a um”, “dois dividido por um igual a dois”, e assim por diante).

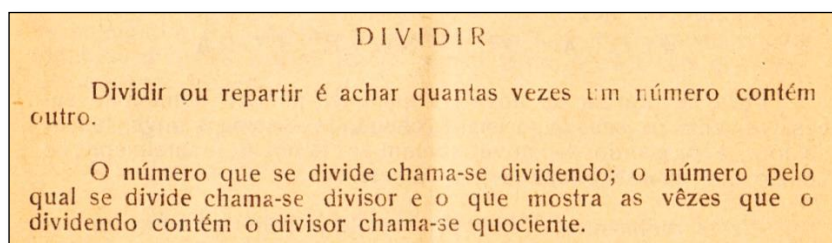
Embora consideremos que as tabuadas são elementos constitutivos dessa *vulgata* da condução do ensino das operações, na análise destas obras percebemos uma diferença no modo de apresentá-las. A tabuada presente no livro de Trinocq (1851) tem a configuração na forma de uma tabela de dupla entrada e precisa de explicação sobre o procedimento de seu uso. O próprio autor apresenta uma descrição detalhada deste procedimento. Já as demais vêm em forma de quadro e são autoexplicativas, tanto que os autores não tecem comentários sobre sua utilização.

O que justificaria essa modificação na forma de apresentar as tabuadas? Segundo Valente (1999) e como já citado, até antes das últimas décadas do século XIX predominavam mais textos escolares para orientar as lições a serem ministradas pelos professores do que livros que pudessem ser lidos pelos alunos. A presença de novas orientações pedagógicas e a oferta de instrução para as classes populares provocaram a necessidade dessa mudança. Podemos inferir que a diferença apresentada é um dos elementos que mostram a preocupação dos autores em escrever livros escolares que atendessem diretamente aos alunos.

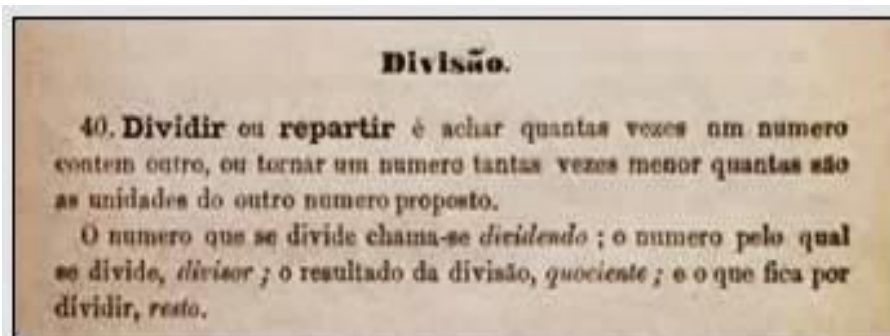
b) Sobre as definições

Considerando que a definição de cada uma das operações é algo próprio da ciência matemática, os autores Barker (1940), Lacerda (1890) e Trinocq (1851) as exibem de forma semelhante, o que podemos observar na definição da operação de divisão, exemplificada na Figura 42.

Figura 42: Definição da operação de divisão



Fonte: Barker (1940, p. 13)



Fonte: Lacerda (1890, p. 15)

*Definição e regra da divisão. — É a Divisão uma operação pela qual buscamos quantas vezes um número, chamado *dividendo*, contém outro chamado *divisor*.*

Fonte: Trinocq (1851, p. 36)

Souza Lobo (1930) é quem associa as definições aos usos da operação. Exemplificamos abaixo, mostrando como o autor apresenta a definição de divisão:

70. Divisão é a operação que tem por fim, dados dois números, achar um 3º, que multiplicado pelo 2º, reproduza o 1º.

71. O primeiro numero chama-se dividendo, o 2º divisor e o 3º quociente.

72. (Outra definição) – Divisão é a operação que tem por fim procurar quantas vezes um numero dado contém outro também dado.

73. (Outra definição) – Divisão é a operação que tem por fim repartir um numero dado em tantas partes iguaes, quantas são as unidades do outro, também dado. (LOBO, 1930, p.33).

O autor, na primeira definição, utiliza a ideia de operação inversa (multiplicação/divisão) e nas outras duas, as ideias de quotização e partição associadas à operação de divisão.

Como comentado anteriormente, Souza Lobo utilizou-se das ideias de Etiènne Auguste Tarnier, que recomendava que os problemas fossem agrupados de acordo com o uso da operação que fosse utilizada na sua resolução (PAIS, 2010).

Podemos inferir que Souza Lobo, ao indicar diferentes definições para a mesma operação, apresenta diferentes “usos” para os problemas propostos posteriormente, ou seja, todos os problemas que se utilizavam da ideia de partição (repartir igualmente certa quantidade de dinheiro ou de objetos quaisquer entre muitas pessoas) e todos aqueles que se utilizavam da ideia de quotização (quantos objetos se podem obter com uma soma, conhecendo-se o preço de um objeto) estão agrupados de acordo com tais ideias.

Do mesmo modo que nas tabuadas, percebemos diferentes apropriações na apresentação das definições das operações, o que não nos impede de considerar que estas são elementos constitutivos dessa vulgata da condução do ensino das operações, uma vez que se encontram em todas as obras analisadas.

c) Sobre as regras e exemplos resolvidos

Os algoritmos das operações aparecem em Barker (1940) em exemplos resolvidos exibidos ao lado da definição de cada operação. Excetuando a divisão, para todas as outras, ao lado de dois exemplos resolvidos, vem um terceiro exemplo, que o autor, em nota no final da página, indica que “[...] é para o menino efetuá-la mesmo no livro” (p.11) (Figura 43).

Figura 43: Cálculos para fazer

- 11 -

Os números que se hão de somar chama-se adições ou parcelas e o que se pretende achar chama-se soma ou total.	32	467	698*
	46	875	1691
	—	653	4220
	78	—	29
		1995

PROVA DOS NOVES

Somar. — Tiram-se os nove às parcelas e depois a soma; se dêr o mesmo resto, pôde supôr-se que está certa a operação. Na segunda operação de somar tira-se a prova dos nove assim:

Parcelas: $4 + 8 = 12$, nove fóra 3; $3 + 7 = 10$ nove fóra 1; $1 + 5 = 6$ que não chega a nove; e $6 + 6 = 12$, nove fóra 3, $3 + 5 = 8$; $8 + 3 = 11$, nove fóra 2 (1.o resto).
Soma: $1 + 3 = 4$ e $4 + 7 = 11$, nove fóra 2 (2.o resto).

PROVA REAL

Somar. — Soma-se novamente exceptuando-se uma parcela, e diminui-se uma soma de outra deve dar no resto a parcela que se exceptuou		Exemplo	
		243	
		675	7
	Parcelas	649	—
		628	7
		1. ^a Soma	2195
		2. ^a Soma	1952
		Resto	243

igual a parcela que se exceptuou.

DIMINUIR

Diminuir é achar o resto, excede ou diferença entre dois números da mesma espécie.		Exemplo	
		78	604
		35	385
		43	219

(*) Esta operação é para o menino efetuá-la mesmo no livro.

Fonte: Barker (1940, p. 11)

Trinocq (1851) parte de um exemplo comentado para depois apresentar o que ele chama de regra geral da operação. Quando pode, associa a regra à definição da operação. Assim, para a multiplicação, explica o algoritmo e o associa ao cálculo de adição de parcelas iguais (Figura 44).

O autor apresenta procedimentos que se pode efetuar em alguns casos específicos, por exemplo, quando no multiplicador há zeros colocados entre outros algarismos significativos (9407 x 3005) e quando o multiplicando ou o multiplicador, ou mesmo ambos, terminam em zeros (45000 x 7300). Na divisão isso também acontece e os processos longo e curto são exibidos.

Figura 44: Exemplos da multiplicação

Exemplo. Se quizermos multiplicar 5039 por 7,

Escreveremos o multiplicando 5039; e, por baixo d'elle, o multiplicador 7; depois sublinhâmos o todo para separal-o do resultado.

$$\begin{array}{r} 5039 \\ 7 \\ \hline 35273 \end{array}$$

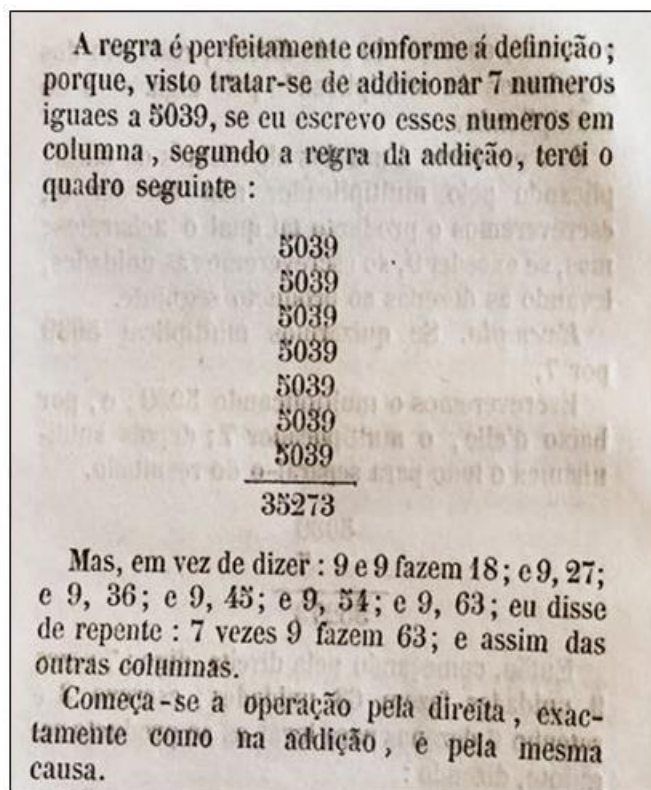
Então, começando pela direita, digo : 7 vezes 9 unidades fazem 63 unidades; escrevo 3 e retenho 6 dezenas para leval-as ao producto seguinte, dizendo :

7 vezes 3 dezenas fazem 21 dezenas, e 6 que retive, fazem 27; escrevo 7 e retenho 2.

7 vezes 0 fazem 0, e 2 que retive, fazem 2, que escrevo.

Emfim, 7 vezes 5 fazem 35, que assento.

O producto pedido é pois 35273.



Fonte: Trinocq (1851, p. 27-28)

Lobo (1930) descreve como proceder para se efetuar cada operação e depois apresenta exemplos também descritos em todos seus passos. Excetuando a adição, que só traz um único exemplo, nas outras operações, são por meio de exemplos que as dificuldades relativas ao conteúdo vão aparecendo. Com efeito, na divisão, o primeiro e o segundo são cálculos de divisão por números com um algarismo (6748: 4 e 7435: 9), no caso, o segundo requer reagrupamento, visto que 7 é menor do que 9.

Em seguida, exhibe um exemplo de uma divisão por um número de três algarismos (7334485: 348). Todos os exemplos são realizados pelo processo longo. Mostra como dividir quando o dividendo e o divisor terminam em zeros (3641000: 56000) e ainda como dividir um número pela unidade seguida de zeros (357:100), mesmo não tendo abordado o assunto de números decimais. Finaliza com dois exemplos resolvidos pelo processo abreviado.

Figura 45: Exemplo de cálculo da divisão

Exemplo 1) — Seja para dividir 6748 por 4.

Dispostos o dividendo e o divisor, conforme manda a regra, separam-se á esquerda do dividendo tantos algarismos quantos fôrem os do divisor. Neste exemplo, separa-se o 6, e diz-se: em 6 que vezes ha 4? 1. Escreve-se 1 no quociente; e, multiplicando-se pelo divisor 4, escreve-se o producto 4 debaixo do 6; faz-se a subtracção, e obtem-se o resto 2, ao lado do qual se escreve o algarismo seguinte 7 do dividendo, formando-se assim o numero 27.

Prosegue-se depois, dizendo-se: em 27 que vezes ha 4? 6. Escreve-se o 6 á direita do primeiro algarismo achado no quociente; e, multiplicando-se 6 por 4, escreve-se o producto 24 debaixo do 27; faz-se a subtracção, e á direita do resto 3 escreve-se o algarismo 4 do dividendo, formando-se o numero 34.

Continuando, diz-se: em 34 que vezes ha 4? 8. Escreve-se o 8 no quociente á direita do ultimo algarismo 6 que neste se acha; e, multiplicando-se 8 por 4, escreve-se o producto 32 em baixo de 34; faz-se a subtracção, e á direita do resto 2 escreve-se o algarismo 8 do dividendo e obtem-se deste modo o numero 28.

Finalmente, diz-se: em 28 que vezes ha 4? 7. Escreve-se o 7 no quociente, á direita do ultimo algarismo 8; e multiplicando-se 7 por 4, escreve-se o producto 28 em baixo de 28, faz-se a subtracção e apparece zero no resto.

Não havendo mais algarismos no dividendo, está terminada a operação.

6748	4	
4		1687
27		
24		
34		
32		
28		
28		
0		

Fonte: Lobo (1930, p. 34)

A forma como Lobo (1930) descreve o exemplo (Figura 45) sugere que o autor pensou em atender diretamente o aluno. O processo é descrito em todas as suas etapas e até mesmo as perguntas que o aluno deve se fazer ao executá-lo são indicadas.

Figura 46: Regra da multiplicação

37. Regra da multiplicação. 1º Quando o multiplicador é um numero simples, isto é, composto de um só algarismo, escreve-se elle debaixo do multiplicando, traça-se uma linha para separar os factores do producto, e multiplica-se da direita para a esquerda e ha um dos algarismos do multiplicando pelo multiplicador, tendo o cuidado de guardar mentalmente de cada producto parcial as dezenas d'essa ordem para sommal as com o producto seguinte.

2º Quando o multiplicador se compõe de dois ou mais algarismos, escreve-se o multiplicador por baixo do multiplicando, traça-se uma linha para separar os factores do producto, e multiplica-se da direita para a esquerda todo o multiplicando por cada algarismo do multiplicador, tendo o cuidado de escrever o primeiro algarismo á direita de cada um dos productos parciais debaixo do algarismo respectivo do multiplicador; somman-se depois estes productos parciais, e a somma é o producto total que se procura.

<p style="text-align: center;"><i>exemplo</i></p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: right;">154283</td><td style="text-align: left;"><i>Multiplicando.</i></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">6174</td><td style="text-align: left;"><i>Multiplicador.</i></td></tr> <tr><td colspan="2"><hr style="border-top: 1px dashed black;"/></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">908565</td><td style="text-align: left;"><i>Prod. parcial.</i></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">154283</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">925698</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">94482002</td><td style="text-align: left;"><i>Prod. total.</i></td></tr> </table>	154283	<i>Multiplicando.</i>	6174	<i>Multiplicador.</i>	<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>		908565	<i>Prod. parcial.</i>	154283		925698		94482002	<i>Prod. total.</i>	<p>Multiplica-se 154283 successivamente por 4, por 2, por 1 e por 6, escrevendo-se o primeiro algarismo á direita de cada um d'estes productos por baixo do algarismo respectivo do multiplicador; somman-se depois os quatro productos parciais, e obtém-se assim o producto total.</p>
154283	<i>Multiplicando.</i>														
6174	<i>Multiplicador.</i>														
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>															
908565	<i>Prod. parcial.</i>														
154283															
925698															
94482002	<i>Prod. total.</i>														

38. Quando no multiplicador vierem cifras ou zeros, segue-se a regra geral, isto é, multiplica-se todo o multiplicando por cada um dos algarismos significativos do multiplicador, tendo cuidado de escrever o 1º algarismo á direita de cada producto parcial por baixo do algarismo respectivo do multiplicador, e passam-se as cifras sem se fazer caso d'ellas. Quando porfim o multiplicador e o multiplicando acabarem em cifras, procede-se á operação sem d'ellas se fazer caso e ao producto total juntam-se todas as cifras quantas se desprezaram no multiplicador e no multiplicando.

<p style="text-align: center;"><i>exemplos</i></p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: right;">328705</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">* 5002</td></tr> <tr><td colspan="2"><hr style="border-top: 1px dashed black;"/></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">657410</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">1643525</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">1644182410</td></tr> </table>	328705	* 5002	<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>		657410	1643525	1644182410	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: right;">2156</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">7200</td></tr> <tr><td colspan="2"><hr style="border-top: 1px dashed black;"/></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">4312</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">6406</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">692200</td></tr> </table>	2156	7200	<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>		4312	6406	692200	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: right;">45000</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">410</td></tr> <tr><td colspan="2"><hr style="border-top: 1px dashed black;"/></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">451</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">1804</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">184910000</td></tr> </table>	45000	410	<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>		451	1804	184910000
328705																							
* 5002																							
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>																							
657410																							
1643525																							
1644182410																							
2156																							
7200																							
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>																							
4312																							
6406																							
692200																							
45000																							
410																							
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>																							
451																							
1804																							
184910000																							

Fonte: Lacerda (1890, p. 13-14)

Lacerda (1890) descreve os passos para se realizar cada operação (regras) e expõe exemplos resolvidos sem narrar seu desenvolvimento. Na multiplicação, divide a explicação da “regra” em três momentos: primeiro, quando o multiplicador é um número simples, segundo, quando o multiplicador se compõe de dois ou mais algarismos e terceiro, quando no multiplicador tem cifras ou zeros (Figura 46). O autor só apresenta o processo longo para divisão.

Os algoritmos utilizados na solução das operações, ou ainda, as regras como os autores os chamam, aparecem em todas as obras. Na sua maioria, com a descrição do como são realizados, seguidos de

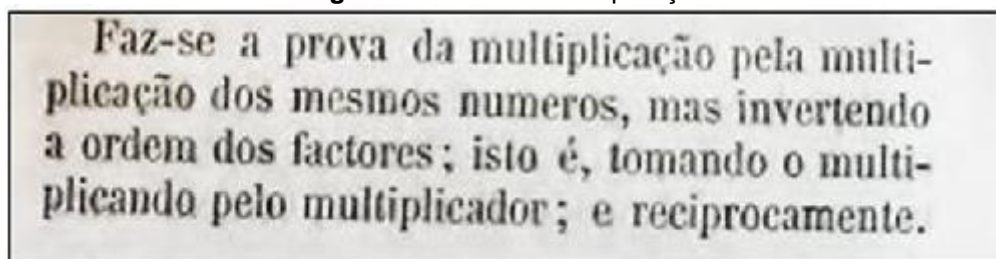
exemplos resolvidos, que ora são explicados passo a passo, ora não. Apesar das diferentes apropriações, são elementos constitutivos dessa vulgata da condução do ensino das operações.

d) Sobre a verificação da operação

A verificação da operação está presente em todas as obras analisadas. As diferenças residem na exibição ou não da prova dos nove e de que maneira conduzem a prova “real”. Trinocq (1851) e Lobo (1930) não apresentam a prova dos nove e mostram uma preocupação que os outros autores não demonstram: de somente utilizar aquilo que já foi desenvolvido.

Trinocq (1851) propõe as provas da adição e da multiplicação utilizando-se da mesma operação (propriedade comutativa) (Figura 47), já que não havia trabalhado ainda com a subtração e divisão (as operações inversas). Para as provas da subtração e divisão mostra as duas maneiras de proceder: utilizando as operações inversas já trabalhadas e as próprias operações.

Figura 47: Prova da multiplicação



Faz-se a prova da multiplicação pela multiplicação dos mesmos numeros, mas invertendo a ordem dos factores; isto é, tomando o multiplicando pelo multiplicador; e reciprocamente.

Fonte: Trinocq (1851, p. 35)

Lobo (1930) vale-se das operações inversas na verificação de todas as operações, empenhando-se no momento de apresentá-las: mostra as provas da adição e da subtração somente depois do estudo da subtração, enquanto que as da multiplicação e da divisão são exibidas após a divisão (Figura 48).

Figura 48: Provas da adição e subtração

§ V. — Provas da adição e da subtração

56. Prova de uma operação é uma segunda operação, que nos certifica si a primeira está ou não exacta.

57. Para tirar-se a prova da adição somma-se todas as parcelas, com excepção de uma; diminuindo-se uma somma da outra, si o resto for igual à parcella que se exceptuou, considerar-se-á certa a conta.

Exemplo. — A somma obtida é, como se vê, 4862
 18169. Exceptuam-se a parcella 4862, e effectua- 2597
 do-se a somma das outras obtendo-se 13 297. Subtra- 4799
 hindo-se esta segunda somma da primeira, o resto 3921
 4862 é a parcella exceptuada na segunda somma, e 18169
 que prova estar certa a adição. 13297
 4862

58. Para tirar-se a prova da subtração, somma-se o numero menor com o resto; si o resultado for igual ao numero maior, estará certa a operação.

Exemplo. — O resto obtido nesse exemplo é 30 851; som-
 mado-se este com o numero 12 365, obtém-se a
 somma 43 216, igual ao numero maior: o que prova
 estar certa a subtração.

43256
12365
—
43691
43256

Fonte: Lobo (1930, p. 2)

Quanto aos outros autores, Barker (1940) expõe a prova dos nove e a real após desenvolver cada uma das operações, e utilizando o conceito de operação inversa. (Figura 49).

Figura 49: Prova dos nove e real da adição

PROVA DOS NOVES

Somar. — Tiram-se os nove das parcelas e depois a soma; se der o mesmo resto, pôde supôr-se que está certa a operação.

Na segunda operação de somar tira-se a prova dos nove assim:

Parcelas: $4 + 8 = 12$, nove fora 3; $8 + 7 = 15$ nove fora 6;

$1 + 5 = 6$ que não chega a nove; e $6 + 6 = 12$, nove fora 3, $3 + 5 = 8$;

$8 + 3 = 11$, nove fora 2 (1.º resto)

Soma: $1 + 3 = 4$ e $4 + 7 = 11$, nove fora 2 (2.º resto).

PROVA REAL

Somar. — Soma-se novamente exceptuando-se uma parcela, e diminui-se uma soma de outra deve dar ao resto a parcela que se exceptuou.

		Exemplo
		243
		675
Parcelas		7
		—
		628
		7
1.ª Soma		2106
2.ª Soma		1962
		Resto 243

igual a parcela que se exceptuou.

Fonte: Barker (1940, p. 11)

Lacerda (1890) também exhibe as provas dos nove. Quanto à prova real, igualmente se utiliza das operações inversas. Para a adição, faz uso de um processo diferente dos anteriores. A prova real da adição utiliza-se da subtração e é exposta antes mesmo do ensino desta. Quanto à multiplicação, o autor espera desenvolver a operação da divisão para exhibir sua verificação (Figura 50).

Figura 50: Prova real da divisão e da multiplicação

42. **Prova real.** Multiplica-se o divisor pelo quociente, e junta-se-lhe o resto, se houver; o seu producto deve ser igual ao dividendo.

— A prova real da multiplicação consiste em dividir o producto total por um dos factores; o quociente deve dar o outro factor.

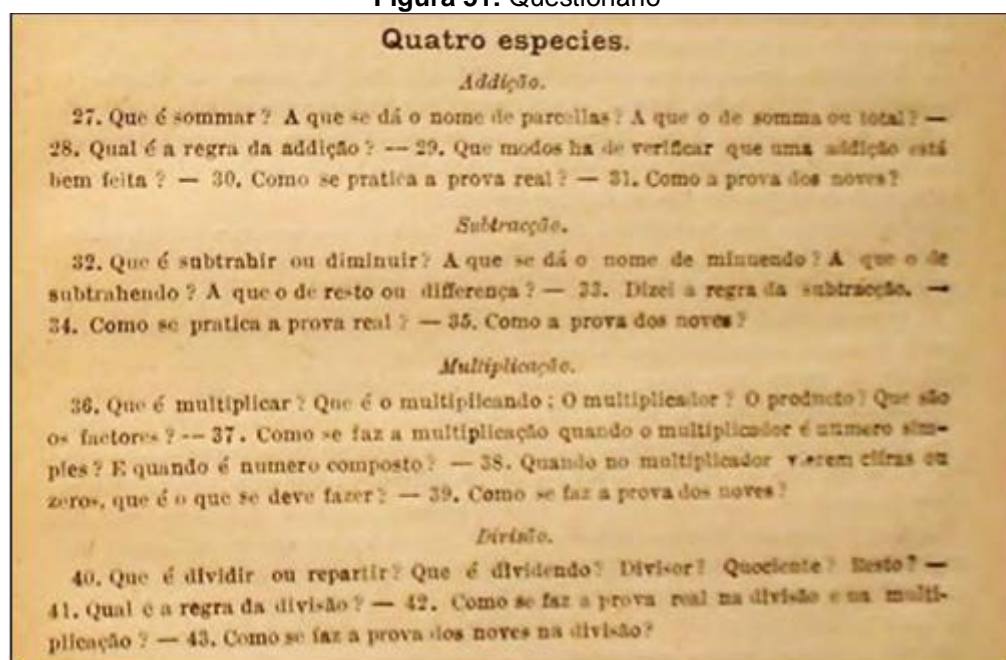
Fonte: Lacerda (1890, p. 16)

Assim, ao nosso ver, a verificação da operação, apesar das diferentes apropriações, é um elemento constitutivo dessa vulgata da condução do ensino das operações, uma vez que se encontra em todas as obras analisadas.

e) Sobre as perguntas na forma de questionário

Um dos elementos marcantes nesse *núcleo rígido da vulgata* são as perguntas em forma de questionário, prática escolar que tem como significado decorar, lembrar e repetir, própria da escola brasileira do final do século XIX (SOUZA, 1998). Todas as obras apresentam perguntas do tipo: “O que é...?”, “Como se faz...?”, “Como se chama ...?”, “Qual é a regra...?”. A Figura 51 mostra questões propostas por Lacerda (1890) agrupadas de acordo com o assunto “Quatro especies” que, segundo o autor, são as operações fundamentais.

Figura 51: Questionário



Fonte: Lacerda (1890, p. 19)

Na condução do ensino das operações vista nessas obras, as perguntas na forma de questionário nem sempre estão dispostas ao final do trabalho com todas as operações, como vimos em Lacerda (1890). Os autores Trinocq (1851) e Souza Lobo (1930) apresentam essas questões ao final do desenvolvimento de cada uma das operações. Quanto a Barker (1940), no que diz respeito à condução do ensino das operações, não se utiliza de questionário. Valente (2006a), quando afirma que “o texto de Barker em sua grande parte é escrito na forma de perguntas e

respostas” (p.3373) refere-se aos outros assuntos tratados no livro: regras gerais de quebrados, frações decimais e sistemas métricos.

Assim, independentemente da disposição onde encontramos o questionário, este é um elemento presente na maioria das obras referidas, logo, entendemos que faz parte dessa *vulgata*.

f) Sobre exercícios e problemas

No que tange as operações elementares, ao se analisar as obras de Trinocq (1851) e Barker (1940), nota-se que estas não trazem exercícios e problemas. Valente (2006a) afirma que “Barker, como outros autores, escreve “tratadinhos” de diversos temas, além da aritmética escolar” (p. 3372). Trinocq, é um desses autores, como indica o título de seu livro *Curso d’Estudos elementares ou Collecção de tratadinhos separados* e como podemos observar no Catálogo da Livraria B. L. Garnier, encontrado no *Jornal das Famílias*, p.10-11 (Figura 52).

Tais “tratadinhos” constituem-se num estudo formal e sistemático sobre determinada disciplina, representando uma espécie de guia de trabalho para o professor primário e, portanto, não destinado para o uso do aluno.

Tanto na obra de Souza Lobo (1930), quanto na de Lacerda (1890), verificamos a inserção de exercícios e problemas como elementos novos na condução do ensino das operações, já que não aparecem nos “tratadinhos” de Barker e Trinocq já citados.

Figura 52: Catálogo da Livraria B.L. Garnier no *Jornal das Famílias*

TRINOGG (Luzulo). CURSO DE ESTUDOS ELEMENTARES. Coleção de Tratadinhos separados, contendo as mais úteis noções acerca dos princípios raras de conhecimentos, comprehendendo:

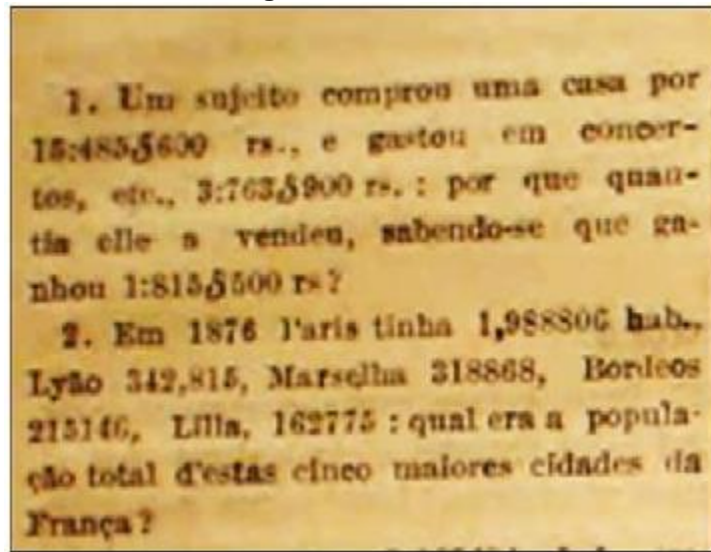
- Primeiro Livro de Lettura, contendo: Syllabario, Orações, Historicitas, Noções de Arithmetica, Modelos de Lettra manuscripta. 1 vol. in-8. 1 \$ 000
- Resumo da Geographia Geral, antiga e moderna, 1 vol. in-8. 1 \$ 000
- Mythologia, 1 vol. in-8. 1 \$ 000
- Resumo da Historia Santa, contendo o Antigo e o Novo Testamento. 1 vol. in-8. 1 \$ 000
- Resumo da Historia da Europa Antiga, 1 vol. in-8. 1 \$ 000
- Resumo da Historia da Europa, durante a Idade Media, 1 vol. in-8. 1 \$ 000
- Resumo da Historia da Europa Moderna, 1 vol. in-8. 1 \$ 000
- Resumo da Historia da America, 1 vol. in-8. 1 \$ 000
- Elementos de Algebra, 1 vol. in-8. 1 \$ 000
- Elementos de Geometria, 1 vol. in-8, commentadas. 1 \$ 000
- Elementos de Astronomia, seguidos de uma noticia acerca do Calendario, 1 vol. in-8, com um Planisphero celeste. 1 \$ 000

Resumir em este quadro os factos que mais convem ao jovenzuelo, e ensinar o todo de maneira a ter entre suas parvas noções e noções por estes conhecimentos as mais úteis e a intelligencia pela simplicidade e concisão da redacção, de modo que o alumno possa comprehendê-las, e a experiencia do autor durante os muitos annos que se dedica a esta arte tem-lhe provado que o melhor modo de apresentar a sciencia da arithmetica é a de ensinar-lhe-inductivamente as noções, e os seus fundamentos, por contextura descriptiva, e não de abstracta. Além de ensinar a noção e a intelligencia dos algarismos sem confusão, cada algarismo que apparece nesta colligação acha-se dividida em capitulos, os capitulos em paragrafos, os paragrafos de poucas paginas, e cada um dos ditos paragrafos de um questionario por onde o pai de familia se mostra ao filho, pôde conhecer se o discipulo tem comprehendido o conteúdo de suas lições. Ora esta intelligencia preparatoria repetida, e feita com regularidade, a multiplica de habituar cada o alumno a expor-se com facilidade, de fazer sem esforço os factos em seu espirito, e, devendo elle dar conta do facto, de sobre o mais simples, e por consequencia de sair-lhe assim melhoras ideias: a reflexão e a posse igual

Fonte: www.brasiliana.usp.br/bitstream/handle/1918/03936400/039364_COMPLETO.pdf

A frase: “Obra enriquecida com 120 problemas interessantes e sua solução, e com muitos exercícios” lançada na capa do *Arithmetica da infancia*, de Lacerda (1890), chama atenção para esse novo elemento, qual seja, a presença de problemas na condução do ensino. Os exercícios mencionados na referida frase são perguntas organizadas na forma de questionário que constam de todas as obras analisadas. Quanto aos problemas, são dezenove aqueles envolvendo as quatro operações fundamentais que foram propostos após o questionário. A maioria deles diz respeito à questões comerciais, e outros exploram temas relacionados a dados populacionais, de idade, tempo e distância (Figura 53).

Figura 53: Problemas



Fonte: Lacerda (1890, p. 20)

O livro de Souza Lobo (1930) apresenta uma configuração diferente das demais obras. Para cada uma das operações, primeiramente, propõe exercícios orais para serem realizados pelos alunos a partir da repetição de modelos. Assim, para a adição temos (Figura 54):

Figura 54: Exercícios orais



Fonte: Lobo (1930, p. 12)

Neste exercício infere-se a intenção do autor de trabalhar com cálculo mental, visto que as sentenças, sem uma ordenação lógica, foram postas de forma salteada. Não há uma sistematização de estratégias de cálculo mental, mas, ao que tudo indica, os alunos, por si só, elaboram tais estratégias para dar conta de responder as questões. Em continuação aos exercícios, por meio das perguntas “2 e 2? e 2? e 2?” e “1 e 2? e 2? e 2?” (Figura 55) apresenta os pares e ímpares, sem nomeá-los.

As sequências propostas a seguir, ao que parece, têm a intenção de já iniciar o estudo da tabuada de multiplicação, a partir da adição.

Figura 55: Continuação – Exercícios orais

2 e 2? e 2? e 2? (continue até 100 juntando sempre 2).	
1 e 2? e 2? e 2? e 2? (continue até 99 juntando sempre 2).	
Mandar dizer os números tomados de 3 em 3, até 105 ;	
assim: 3 6 9 12 15 18 21 24 27 _____	105
Dizer os números tomados de 4 em 4, até 112	
4 8 12 16 20 24 28 32 36 _____	112
Dizer os números tomados de 6 em 6, até 168	
6 12 18 24 30 36 42 48 54 _____	168
Dizer os números tomados de 7 em 7, até 196	
7 14 21 28 35 42 49 56 _____	196
Dizer os números tomados de 8 em 8, até 224	
8 16 24 32 40 48 56 64 72 _____	224
Dizer os números tomados de 9 em 9, até 252	
9 18 27 36 45 54 63 72 81 _____	252

Fonte: Lobo (1930, p. 12)

Em seguida, Lobo (1930) propõe exercícios sobre a operação, e no exemplo, o da divisão (Figura 56).

Figura 56: Exercícios sobre a divisão

EXERCÍCIOS SOBRE A DIVISÃO											
1)	528	por	4	5)	19758	por	2	17)	77904	por	3
2)	802	"	2	10)	30152	"	4	18)	25448	"	5
3)	660	"	6	11)	69256	"	6	19)	78714	"	2
4)	7875	"	9	12)	29263	"	3	20)	75188	"	4
5)	3171	"	7	13)	38245	"	5	21)	612883	"	6
6)	762	"	3	14)	46108	"	7	22)	853914	"	3
7)	1404	"	6	15)	45473	"	8	23)	418548	"	4
8)	6984	"	8	16)	37274	"	5	24)	549264	"	8
25)	912	por	12	33)	806	por	23	41)	11092	por	43
26)	798	"	14	34)	14934	"	58	42)	9408	"	84
27)	249	"	16	35)	20496	"	46	43)	8241	"	67
28)	504	"	18	36)	8091	"	63	44)	19082	"	94
29)	2052	"	27	37)	21209	"	37	45)	27056	"	89
30)	6750	"	26	38)	7257	"	59	46)	8289	"	74
31)	1863	"	38	39)	9344	"	22	47)	38220	"	78
32)	1855	"	28	40)	9408	"	64	48)	52511	"	98
49)	14094	por	248	57)	38135	por	473	65)	946853	por	345
50)	26496	"	576	58)	79451	"	365	66)	279524	"	362
51)	7267	"	123	59)	74175	"	625	67)	254938	"	261
52)	9408	"	147	60)	563479	"	746	68)	479369	"	396
53)	11399	"	236	61)	687593	"	352	69)	357324	"	659
54)	27056	"	204	62)	93046	"	489	70)	692581	"	428
55)	62512	"	547	63)	215467	"	654	71)	313579	"	875
56)	8388	"	112	64)	32678	"	912	72)	568024	"	456
73)	24567891	por	2514	81)	22939948	por	23456				
74)	32456789	"	1358	82)	153439040	"	65432				
75)	56188477	"	4517	83)	963226032	"	97532				
76)	61470085	"	5235	84)	1244913920	"	24688				
77)	23524881	"	2125	85)	159452739854	"	352467				
78)	30579023	"	2274	86)	408883506762	"	679134				
79)	46318768	"	9218	87)	554589407004	"	791354				
80)	57984431	"	3642	88)	779322215856	"	987654				

Fonte: Lobo (1930, p. 39-40)

São 88 cálculos, cuja gradação não reflete uma preocupação com a aprendizagem da criança, e sim com uma ordem sistematizada do saber: divisão por números com 1, 2, 3, 4 e 5 algarismos.

Após os cálculos, Lobo (1930) apresenta 30 problemas envolvendo a operação trabalhada. Na Figura 57 vê-se os seis primeiros problemas da multiplicação.

Figura 57: Problemas sobre a multiplicação

PROBLEMAS SOBRE A MULTIPLICAÇÃO	
1.	Uma aula tem 17 bancos, em cada um dos quais se commodam-se 12 alumnos. Quantos alumnos tem a aula?
2.	Uma casa tem 45 janellas e cada uma destas tem 6 vidros. Quantos vidros têm todas as janellas?
3.	Uma resma de papel contém 20 mãos, e cada mão 25 folhas. Quantas folhas tem uma resma?
4.	Uma folha de papel de impressão contém 16 paginas. Quantas paginas tem um volume de 12 folhas?
5.	Quanto custardo 14 dúzias de lenços á razão de 8 mil réis a dúzia?
6.	Uma hora tendo 60 minutos, quantos minutos ha em 24 horas?

Fonte: Lobo (1930, p. 31)

Ao observarmos esse grupo de problemas percebemos que todos contêm a mesma ideia relativa à operação de multiplicação, o que conforme visto, parece ser uma apropriação de Souza Lobo das ideias de Etiènne Auguste Tarnier o qual agrupava os problemas que podiam ser resolvidos com as mesmas operações e com procedimentos semelhantes.

Nos capítulos referentes às operações de subtração, multiplicação e divisão, o autor ainda traz uma parte destinada a exercícios envolvendo expressões numéricas (Figura 58).

Figura 58: Expressões numéricas



Fonte: Lobo (1930, p. 40)

Ao finalizar o estudo das quatro operações, Souza Lobo (1930) propõe 60 problemas que, segundo o autor, são de recapitulação das quatro operações.

Nos livros de Souza Lobo (1930) e Lacerda (1890) percebe-se uma valorização da quantidade de exercícios e problemas propostos. Esse elemento da *vulgata* se justifica pelo momento que Valente (1999) caracteriza da passagem da lição (que tem por objetivo organizar o trabalho docente) ao exercício (que permite ao aluno poder vivenciar a atividade matemática). Os exercícios e problemas realçam essa diferença e mostram novas apropriações que vão dar outro tom, sem, no entanto, trazer outra *vulgata* para a condução do ensino das operações que se traduz nos seguintes elementos:

- ✓ Tabuadas
- ✓ Definição
- ✓ Regras e exemplos
- ✓ Verificação da operação
- ✓ Questionário
- ✓ Exercícios e problemas

Nessa *vulgata*, cada operação era trabalhada separadamente na seguinte ordem: adição, subtração, multiplicação e divisão. O ensino partia da definição. A regra (algoritmo) era mostrada, assim como sua verificação. Perguntas na forma de questionário eram feitas para verificar se o conteúdo havia sido memorizado. Os exercícios e problemas tinham como objetivo a aplicação das regras. A lógica era do geral ao particular, do abstrato ao concreto. A operação para ser aprendida precisava ser decodificada.

4.2A condução do ensino das operações fundamentais em alguns livros didáticos: parte II

4.2.1 Antonio Trajano

Sobre Antonio Bandeira Trajano (1843-1921) tem-se muitas informações compiladas por pesquisadores tais como Matos (1999, 2004), Oliveira (2013), Oliveira, Mazêo e Nascimento (2015). Sabe-se que nasceu em Portugal, na Vila Pouca Aguiar e veio para o Brasil por volta de 1859. Trajano foi um dos membros fundadores da Igreja Presbiteriana de São Paulo, em 5 de março de 1865. Em 14 de maio de 1867 iniciou as aulas em seminário no Rio de Janeiro. Como seminarista lecionava geografia e aritmética na escola paroquial anexa à igreja. Trajano foi recebido no ministério e licenciado no dia 22 de agosto de 1870. Casou-

se em março de 1873 e sua ordenação só ocorreu cinco anos depois, em 10 de agosto de 1875 (MATOS, 1999).

Em 1876 foi eleito o primeiro pastor nacional da Igreja do Rio de Janeiro. Um ano depois, passou a lecionar matemática na Escola Americana, em São Paulo. Segundo Matos (2004) esta escola foi dirigida por Mary Parker Dascomb, primeira missionária educadora enviada ao Brasil pela Junta de Missões Estrangeiras de Nova York. Além da direção, Dascomb lecionava matemática e foi quem orientou Trajano a elaborar sua famosa *Aritmética progressiva*. Matos (2004) nos conta que:

[...] suas experiências de ensino da escola paroquial da igreja do Rio e na Escola Americana de São Paulo mostraram-lhe a grande necessidade de livros didáticos. Seus livros de aritmética e álgebra (*Aritmética Primária*, *Aritmética Elementar*, *Aritmética Progressiva* e *Álgebra Elementar*) começaram a ser publicados em 1879 e foram utilizados por muitos anos em escolas de todo o Brasil, recebendo elogios de especialistas na matéria (p. 318).

Mas, a pedidos, reassumiu o pastorado da igreja do Rio de Janeiro, cargo que ocupou por cerca de quinze anos, até 1893. Neste mesmo ano foi para a Europa em busca de tratamento para uma séria enfermidade que o acometeu. Faleceu em 23 de dezembro de 1921.

Trajano escreveu vários livros didáticos, principalmente de aritmética e álgebra elementar. Entre os textos de aritmética que produziu estão: *Aritmética elementar ilustrada*, *Aritmética primária*, *Aritmética progressiva* e *Chave da aritmética progressiva*.

Uma inquietação que surgiu nesta pesquisa foi: Qual das aritméticas analisar? A *Elementar Ilustrada* ou a *Primária*? Se por um lado, o ano de lançamento da *Aritmética elementar ilustrada* (1879) coincidiu com a assinatura do decreto de Leôncio de Carvalho que determinou a oficialização do ensino intuitivo e, em 1883, esta obra de Trajano foi premiada na Exposição Pedagógica do Rio de Janeiro por buscar novas alternativas metodológicas. Por outro, *Aritmética primaria* ([1889/1890]) de acordo com a inscrição na capa da 12ª edição foi

“preparada para os meninos e meninas que começam o estudo de arithmetica nas escolas primarias” e, portanto, destinada ao mesmo público dos livros de Souza Lobo e Lacerda analisados anteriormente.

A propósito, outra questão veio à tona: será que os autores se preocupavam em fazer aritméticas diferenciadas? Fomos buscar a resposta nas legislações, àquelas relativas à organização do ensino primário na época em questão (Quadro 10).

Quadro 10: Organização do ensino primário

Ano	Reforma	Organização do ensino primário	Destaques, em relação à Matemática, sobre o que ensinar na instrução primária
1854	Reforma Couto Ferraz (Decreto n. 1.331-A/17/02/1854)	A instrução primária, inspirada na concepção francesa, é organizada em duas classes: a elementar (1º grau) e a superior (2º grau).	Para o curso elementar prevê, no artigo 47 “os principios elementares da arithmetica” Na segunda parte, o artigo esclarece o que deveria ser ensinado no curso superior: “O desenvolvimento da arithmetica em suas applicações praticas” (BRASIL, 1854, p. 55).
1879	Reforma Leôncio de Carvalho (Decreto n. 7.247 - 19/04/1879)	A escola primária continua organizada em dois graus distintos: primeiro e segundo graus.	Prevê no artigo 4º, para as escolas primárias de 1º grau “Noções de cousas. Principios elementares de arithmetica”. A lei define que o ensino nas escolas de 2º grau, além de desenvolver as disciplinas das escolas de 1º grau, deverá ensinar “Principios elementares de algebra e geometria” (BRASIL, 1879, p. 198).
1890	Reforma Benjamin Constant (Decreto n. 981 – 8/11/1890)	A escola primária ficou dividida em duas categorias: 1º grau (7 a 13 anos) e 2º grau (13 a 15 anos) (art. 2º). É definido no artigo 3º, § 2º que “Em todos os cursos será constantemente empregado o methodo intuitivo, servindo o livro de simples auxiliar, e de accordo com programmas minuciosamente especificados” (BRASIL, 1890, p. 3476).	A escola primária de 1º grau abrange 3 cursos: o elementar (7 a 9 anos); o médio (9 a 11 anos); e o superior (11 a 13 anos). Prevê que em todos eles, gradualmente, far-se-á todas as disciplinas (art. 3 § 1º): “Contar e calcular. Arthmetica pratica até regra de tres, mediante o emprego, primeiro dos processos espontaneos, e depois dos processos systematicos; Systema métrico, precedido do estudo da geometria pratica (tachymetria)”. A escola primária de 2º grau também foi dividida em três classes e compreende em seu currículo: “Arithmetica (estudo complementar). Álgebra elementar. Geometria e trigonometria” (BRASIL, 1890, p. 3476).

Como se pode notar pelo Quadro 10, o ensino primário ao longo deste tempo foi dividido em duas (dois) classes/graus/categorias. Sendo assim, ao que tudo indica, os autores queriam com suas aritméticas atender a estas duas classes.

Além disso, entre as determinações prescritas na Reforma Leôncio de Carvalho (1879) estava a oficialização do ensino intuitivo e, atrelado a isso, a discussão de se levar em conta a capacidade de aprendizagem de cada aluno por nível de ensino, assim, no caso do Trajano, segundo ele:

Para facilitar o ensino de Arithmetica são necessarios tres livros com as seguintes graduações:

Um **primario**, contendo as quatro operações sobre numeros inteiros e fracções, expostas do modomais claro e simples, indo por meio de lições graduadas, desde o mais fácil até onde o alumno de tenra idade puder compreender e praticar.

Um **elementar**, contendo todos os pontos de Arithmetica que devem ser ensinados nas escolas primarias, sendo cada ponto bem desenvolvido e acompanhado de numerosos exercícius e problemas para os discípulos conhecerem a sua variada aplicação, e poderem usa-lo com facilidade em seus trabalhos e occupações.

Um **superior**, contendo o curso completo theorico e pratico de Arithmetica para o ensino secundario e superior.

Tres livros nestas condições satisfazem todas as exigências do ensino preceituadas pela pedagogia. [grifos do autor] (TRAJANO, 1895, p. 4).

Outras informações foram obtidas através dos estudos realizados sobre a(s) Aritmética(s) de Antonio Trajano. Costa (2010) analisa o conceito de número na obra *Aritmética elementar ilustrada*. O autor conclui que este conceito está associado à contagem e “junto com as exposições das regras das operações aritméticas demonstra uma ideia baseada na memorização” (p. 248). Destaca, ainda, a preocupação de Trajano com a forma didática de apresentação dos conteúdos.

Carneiro (2014) analisou a *Aritmética primaria* na busca por indícios da implantação do método intuitivo no ensino brasileiro de aritmética. No seu estudo comparou a 12ª e a 118ª edição da obra. Observou a utilização de ilustrações como metodologia de ensino,

contemplando às orientações do método intuitivo e, destaca que, na 12ª edição, Trajano indica este uso ao colocar, logo abaixo das ilustrações que iniciam o estudo de cada operação, o seguinte título: “Ensino intuitivo da figura”.

Pais e Maranhão (2014), ao analisarem a *Aritmética elementar ilustrada* percebem que a obra se diferencia dos outros livros da época por valorizar mais a dimensão experimental e sensitiva do ensino da matemática. Segundo os autores, essa maneira de conceber a educação matemática escolar não supera a visão instituída pela *vulgata* tradicional, apesar de afirmarem que Trajano estava ligado às orientações sinalizadas pelos defensores das lições de coisas no ensino da matemática e que nas páginas da obra analisada transparece a visão pragmática decorrente da influência pelas ideias educacionais dos Estados Unidos. Oliveira (2016) revela traços evidentes desta influência ao comparar os livros de William Peck e Edward Olney, revisado por Norman Allison Calkins, com a 12ª edição da *Aritmética primária* de Trajano. Segundo Oliveira (2016), ilustrações que estão nos livros dos autores americanos foram utilizadas por Trajano na sua aritmética.

Diante do exposto, decidimos analisar as duas obras. Será que a condução do ensino das operações se dá da mesma maneira nas duas Aritméticas? Será que as duas se distanciam da *vulgata* reconhecida no grupo de livros analisados anteriormente?

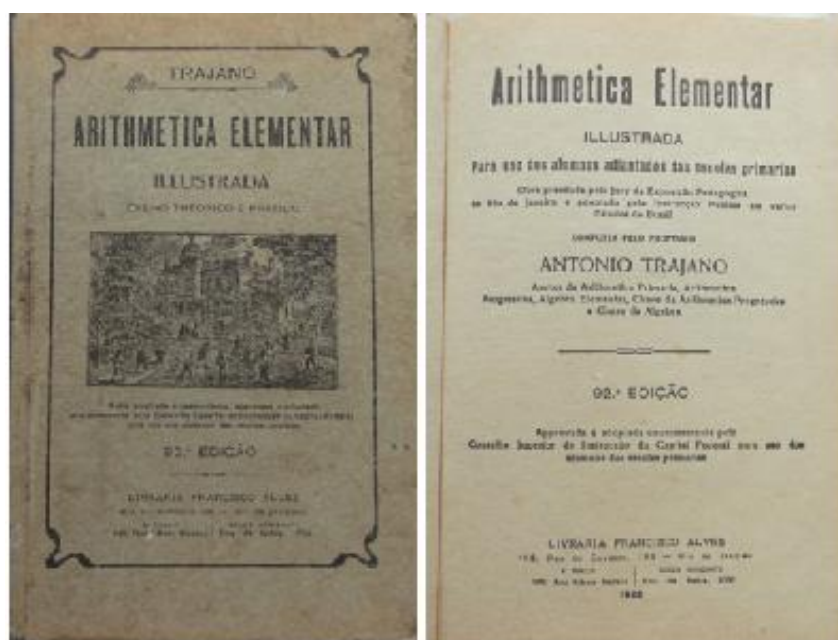
4.2.1.1 *Aritmética Elementar Ilustrada*, de Antonio Trajano

Aritmética elementar ilustrada foi uma obra premiada pelo júri da Exposição Pedagógica de 1883³⁸ por levar em conta a capacidade de aprendizagem do aluno, já que foi destinada a “alunos adiantados das escolas primárias” e por sua composição metodológica, no caso,

³⁸ Para maiores informações sobre a Exposição Pedagógica de 1883, ler Collichio (1987).

seguindo as orientações do ensino intuitivo que esteve em pauta durante toda a Exposição (OLIVEIRA, 2013). Os motivos pelos quais a obra recebeu a premiação aparecem registrados na capa e contracapa da obra. O título indicando a presença de ilustrações ao longo da obra, a própria imagem na capa e a recomendação desta para um determinado público de alunos são algumas das orientações pedagógicas do método intuitivo que já foram vistas (Figura 59).

Figura 59: Capa e contracapa da *Aritmética Elementar Ilustrada*



Fonte: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/105107>

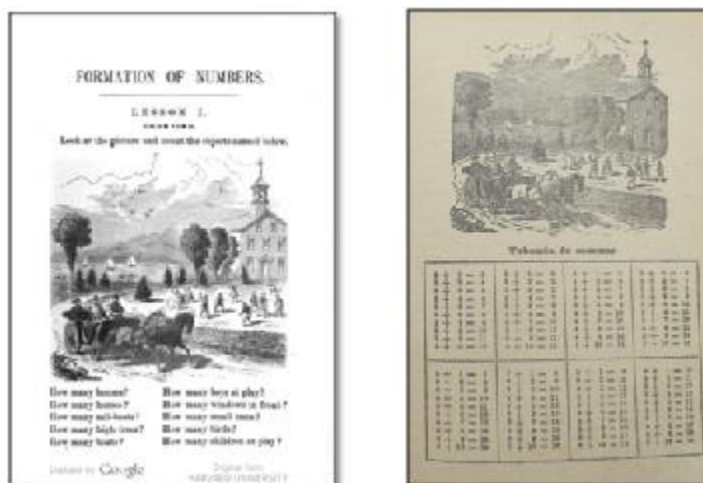
Trajano (1922) define número como aquilo que “exprime quantas unidades contém uma quantidade”. Antes, porém, apresenta a definição de unidade (“significa uma só coisa, por onde se começam a contar as quantidades”) e quantidade (“é uma porção de alguma coisa que se pode pesar, medir ou contar”). Assim, exemplifica, “Em 38 barricas de farinha, a quantidade é toda aquela farinha; a unidade é uma barrica, e o número de unidades ou barricas é 38.” (p.6-7). É interessante observar que após cada definição dada, o autor busca elucidar com situações do dia-a-dia.

Para conduzir o ensino de cada operação, Trajano expõe uma ilustração e logo abaixo a tabuada. Define a operação, apresenta problemas, a regra, a prova, e, por fim, propõe exercícios de aplicação e problemas para resolver.

a) Sobre a ilustração

Conforme visto, Trajano utiliza imagens do livro de William Peck na sua *Aritmética elementar ilustrada*. No caso da ilustração abaixo (Figura 60), enquanto Peck a utiliza para a lição de contagem, Trajano o faz para a introdução da operação de adição, antes da tabuada de somar. Quanto às outras, a que introduz a subtração e divisão são as mesmas usadas por Peck com finalidade semelhante, ou seja, introduzir o ensino da operação. Para a multiplicação é que Trajano, no lugar da ilustração, ensina o aluno a construir a tábua de Pitágoras.

Figura 60: Ilustrações



Fonte: Peck (1878, p. 7)

Trajano (1922, p. 15)

Ao que tudo indica, Trajano utiliza a ilustração para que, antes das regras e definições, a criança possa entrar em contato com aquilo que a rodeia e, assim, ao fazer uso dos sentidos, desenvolver faculdades tais como a de percepção, imaginação, observação, comparação, classificação, intuição, reflexão, medida, entre outras; orientação esta posta pelo método intuitivo.

b) Sobre a tabuada

Trajano apresenta as tabuadas de somar, de diminuir, de multiplicar e de dividir e, como dito anteriormente, antes de apresentar a

tabuada de multiplicar, explica como construir a tábua de Pitágoras (Figura 61).

Figura 61: Tábua de Pitágoras e Tabuada de multiplicar

Exemplo da Tábua de Pythagoras

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1									
2	2	4								
3	3	6	9							
4	4	8	12	16						
5	5	10	15	20	25					
6	6	12	18	24	30	36				
7	7	14	21	28	35	42	49			
8	8	16	24	32	40	48	56	64		
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Tabuada de multiplicar

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

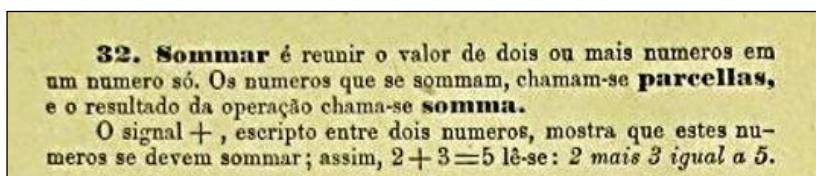
Fonte: Trajano (1922, p. 26)

Diferentemente de Trinocq (1851) que vimos anteriormente, Trajano (1922) expõe a tábua incompleta para que o próprio aluno possa concluí-la. Embaixo da tábua, explica como fazer para completá-la e ao mesmo tempo consultá-la. Neste caso, entendemos que o autor dá importância a atividade do aluno, outra orientação do ensino intuitivo.

c) Sobre a definição da operação

Trajano (1922) apresenta a definição das operações e logo em seguida seus termos, o sinal que indica o cálculo e uma sentença simples. Como exemplo, podemos observar a Figura 62.

Figura 62: Operação de adição

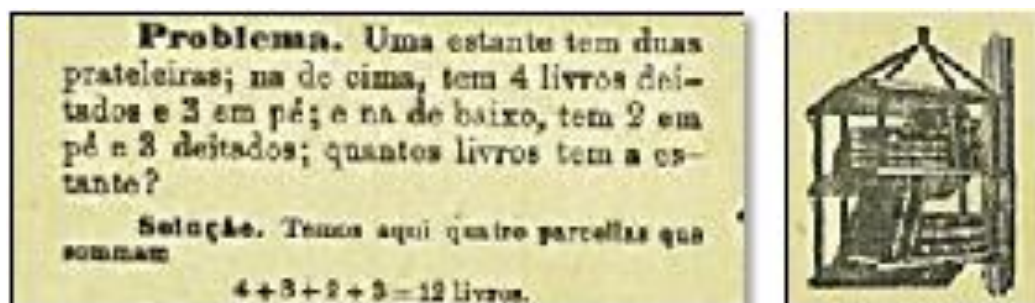


Fonte: Trajano (1922, p. 16)

d) Sobre os problemas

Trajano (1922) propõe alguns problemas logo após apresentar a definição da operação. O primeiro destes está associado a uma realidade representada por uma ilustração e tem o objetivo de fazer o aluno perceber a ideia da operação (Figura 64). Neste caso, o aluno pode buscar a resposta para o problema analisando a ilustração. Trajano mostra seguir uma das orientações do ensino intuitivo a qual afirma que a aquisição dos conhecimentos deve emanar dos sentidos e da observação.

Figura 63: Problema inicial de adição



Fonte: Trajano (1922, p.16)

Os outros problemas já têm a intenção de exibir o algoritmo e a descrição de como calcular. Nesse momento, (1922) não apresenta a preocupação em graduar as dificuldades de acordo com o desenvolvimento das faculdades das crianças e sim, do que vai ser ensinado. No exemplo relativo à operação de adição, vemos que o primeiro problema (Figura 63) além de estar associado a uma situação representada por uma ilustração, envolve um cálculo com números de um algarismo. Já os dois seguintes (Figura 64), um deles, apesar de partir de uma situação concreta (cestos de laranjas), abarca números de três

algarismos e o outro já não está associado a nenhuma situação de vivência da criança e sua resolução envolve um cálculo de quatro parcelas.

Figura 64: Problemas de adição

Problema. Em um cesto estão 232 laranjas, em outro 343 e em outro 122; se reunirmos todas estas laranjas em um só cesto, qual será o seu numero?

Solução. Escreveremos as tres parcelas umas debaixo das outras, de sorte que as unidades da mesma ordem fiquem em columna. Debajo da ultima parcela faremos um traço, e passaremos a somar a columna das unidades. Então diremos: 2 e 3 são 5, e 2 são 7, que escreveremos debaixo das unidades. Passando as dezenas, diremos 3 e 4 são 7, e 2 são 9, que escreveremos debaixo das dezenas. Passando as centenas, continuaremos 2 e 1 são 3, e 1 são 4, que escreveremos debaixo das centenas. O numero das laranjas reunidas será, pois, 697.

Operação

232 laranjas
343 laranjas
122 laranjas
697 laranjas

34. Quando a somma de uma columna excede a 9, formam-se unidades superiores para juntar á columna seguinte; assim, se uma columna somma, por exemplo, 18, escrever-se 8 debaixo dessa columna, e como as 10 restantes formam 1 unidade immediatamente superior, leva-se essa unidade para a columna seguinte, e deste modo se opera em todas as columnas, só na ultima se escreve a sua somma completa.

Problema. Qual é a somma de 337, 440, 96 e 208?

Solução. A somma da columna das unidades é 21; ora 21 unidades contem 2 dezenas e 1 unidade; escreveremos 1 debaixo das unidades e levarmos as 2 dezenas para a columna das dezenas que com ellas somma 18 dezenas que contem 1 centena e 8 dezenas; escreveremos 8 debaixo das dezenas, e levarmos a centena para a columna das centenas que com ella somma 10; ora 10 centenas contem 1 millar exato, e como não ha centena nenhuma, escreveremos uma cifra debaixo das centenas, e levarmos o millar para a ordem seguinte. A somma das quatro parcelas é 1081.

Millares	Centenas	Dezenas	Unidades
3	3	7	7
4	4	0	0
2	0	8	8
1	0	8	1
1 0 8 1			

Fonte: Trajano (1922, p. 16-17)

e) Sobre a regra

Após os problemas, Trajano descreve o algoritmo passo a passo, dissociado de qualquer exemplo:

Regra: Escrevem-se as diversas parcelas de sorte que as unidades da mesma ordem fiquem umas debaixo das outras em columna. Começa-se a adição pela columna das unidades, e, se a somma de uma columna não excede a 9, escreve-se a somma debaixo dessa columna, mas se excede a 9, escrevem-se debaixo dessa columna as unidades que não formam uma unidade

imediatamente superior, e as unidades formadas vão para a columna seguinte, e na ultima escreve-se a somma completa dessa coluna. (TRAJANO, 1992, p. 17)

Observamos que, diferentemente dos outros autores, a regra só é apresentada formalmente depois que os alunos a experimentaram a partir de problemas.

f) Sobre a prova

O autor afirma que “há vários modos de tirar a prova a uma operação de sommar ensinados nas escolas, mas alguns deles não tem importância alguma, como a prova dos *noves-foras* que dá muitas vezes a operação como certa, estando errada” (TRAJANO, 1922, p. 17).

Sendo assim, Trajano (1922) não utiliza essa prova para nenhuma das operações. As provas que indica para a adição e para a multiplicação utilizam a mesma operação, respectivamente. Para a adição “repete-se novamente a operação, pondo debaixo de cada coluna a sua somma completa, addicionam-se depois as sommas obtidas, e, se o resultado for igual ao primeiro, a somma estará exacta” (p. 17) e para a multiplicação “inverte-se a ordem dos factores, pondo o multiplicando debaixo do multiplicador, e opera-se nova multiplicação, e, se o resultado for igual ao primeiro, o producto estará exacto” (p. 29).

Tudo leva a crer que o autor não se utilizou da operação inversa, visto que ao abordar a adição não havia trabalhado a subtração e o mesmo se deu com a multiplicação, já que não havia falado em divisão.

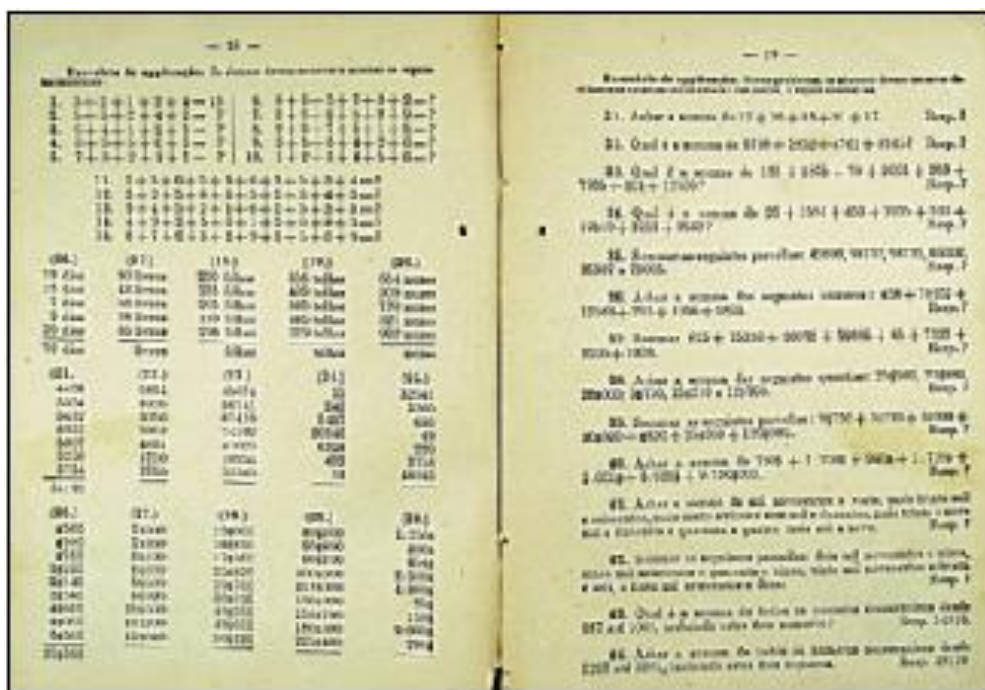
Já para as operações de subtração e divisão, a prova apresentada considera a operação inversa. Para a subtração “addicionam-se o subtraendo e o resto, e, se a somma for igual ao minuendo, a subtração estará exacta” (TRAJANO, 1922, p. 24) e para a divisão “multiplicando-se agora o quociente pelo divisor, e ao producto juntando o resto da divisão, obtemse exactamente o dividendo” (p. 36).

O autor mostra apenas um exemplo nas provas da adição e nas provas da divisão.

g) Sobre exercícios de aplicação e problemas para resolver

Após apresentar a regra e a prova da operação, Trajano (1922) propõe vários exercícios aos quais denomina “de aplicação” (Figura 65). Neste caso, o exercício é visto como um trabalho prático que permite pôr à prova o ensino teórico apresentado anteriormente.

Figura 65: Exercícios de aplicação



Fonte: Trajano (1922, p. 18 – 19)

Nos exercícios Trajano utiliza os “números concretos” citados por Calkins (1886) em seu manual *Primeiras lições de coisas*, ou seja, quantidades associadas a coisas próximas da realidade da criança (19 dias, 30 livros,...). Assim, Trajano (1922) apresenta a resposta de alguns exercícios, dando pistas de como o aluno deve realizar os outros.

Os exercícios apresentam uma gradação de dificuldade, mas essa gradação não está voltada para o desenvolvimento psicológico das ideias de uma criança, visto que os iniciais já apresentam uma grande

quantidade de parcelas. Note-se que Calkins (1886) orientava “evite-se o habito de propor operações de extensas e numerosas parcelas, que tendem a esgotar aos alunos a paciência e a, desacorçoal-os com a acumulação de muitas e graves dificuldades” (p. 312).

Figura 66: Problemas para resolver

Problemas para resolver

1. Caminharam 5 crianças para uma escola, mas duas adiantaram-se por andarem mais ligeiros; quantas ficaram atras?

Solução. De 5 tiram 2, restam 3.

2. Um negociante tinha uma peça de seda com 45 metros; vendendo 19; quantos restaram? Resp. ?

3. Dois meninos tinham 29 pedregoes, um doses tinha 15; quantos tinha o outro? Resp. ?

4. Um homem comprou um cavallo por 1864 e vendeo por 2094; quanto ganhou? Resp. ?

5. Uma senhora tem 36 annos, e sua filha tem 15; quantos annos é ella mais velha do que a filha? Resp. ?

6. Qual é a differença entre 5994 e 4765? Resp. ?

7. Que numero se deve juntar a 3873 para fazer 6000? Resp. ?

8. Um negociante devia 25:8754, e dando por conta 21:3643980, quanto ficou devendo? Resp. ?

9. A independencia do Brasil realinou-se em 1822, e a dos Estados Unidos em 1776; quantos annos decorreram de uma á outra independencia? Resp. ?

10. O maior de dois numeros é 45, e a differença entre elles é 14; qual é o numero menor? Resp. ?

11. Comprei um par de botinas por 114500, dei uma nota de 200 para fazer o pagamento; quanto devo receber de troco? Resp. 84500.

12. Comprei uma dúzia de camisas por 654000; uma dúzia de pares de meias por 94500, e uma dúzia de lenços de linho por 74500; dando uma nota de 1004000 para fazer o pagamento, quanto recebi de troco? Resp. ?



Fonte: Trajano (1992, p. 25)

Quanto aos problemas, diferentes daqueles iniciais, logo após os exercícios de aplicação, finalizando o trabalho com cada operação, Trajano (1922) propõe uma lista intitulada “problemas para resolver” (Figura 66). Estes exigem que o aluno empregue os saberes já adquiridos e praticados nos exercícios em situações da vida. Da lista de problemas de cada operação, um ou dois são acompanhados por ilustrações.

4.2.1.2. *Arithmetica Primaria*, de Antonio Trajano

Arithmetica primaria é considerado um verdadeiro *best-seller* da aritmética escolar do ensino primário brasileiro, visto que teve 118 edições. Esta quantidade de edições nos permite inferir que essa obra serviu de “modelo de ensino” da aritmética na educação primária do país, contrariamente ao que vigorava na época, pelas próprias palavras do autor:

O mal, porém, não vem somente dos livros, vem também do methodo do ensino nas escolas primarias. Alguns professores não ligam muita importância a este ramo de instrução; exigem que os alumnos decorem correctamente as definições e as regras, e que resolvam o exemplo que o compendio traz já resolvido, e limitam a esta aprendizagem o importante ensino da Arithmetica. E o que ficará sabendo o pobre alumno com um estudo tão superficial?” (TRAJANO, 1895, p. 04).

O exemplar da 12ª edição é o que iremos analisar (Figura 67). Foi editada pela Companhia Typografica do Brasil.

Figura 67: Capa do *Arithmetica Primaria* (12ª edição)



Fonte: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104083>

Nesse livro, Trajano ([1889/1890]) encaminha o ensino das operações de forma diferente do encontrado no *Aritmética elementar ilustrada*. Ele o conduz em lições. Antes do início das lições relativas a cada operação, apresenta as mesmas ilustrações que estão presentes no *Aritmética elementar ilustrada* mas, nessa edição, propõe o que chama de “ensino intuitivo da figura” (Figura 68).

Figura 68: Ensino intuitivo da figura



Fonte: Trajano ([1889/1890], p. 11)

Abaixo da ilustração, o autor apresenta uma série de perguntas. Algumas são respondidas a partir da observação da imagem e em outras, o aluno precisa fazer um exercício mental para além do visível. A figura, neste caso, está sendo usada como um recurso didático que propicia ao aluno acessar o saber escolar. (OLIVEIRA, 2016).

As primeiras lições de cada operação apresentam a definição, os nomes dos termos, o sinal, um problema resolvido, acompanhado de uma ilustração e a tabuada. Acrescenta uma nota informando que, para operar facilmente, primeiro deve-se saber a tabuada relativa à operação com perfeição. A primeira lição é a única que não apresenta exercícios de aplicação (Figura 69).

Figura 69: 1ª Lição de somar

— 12 —

1ª Lição de sommar.

21. Sommar é reunir o valor de dois ou mais números em um número só.
Os números que se sommam chamam-se parcelas, e o resultado da operação chama-se somma.

22. O signal + escrito entre dois números, mostra que estes números se devem sommar, assim, $2 + 3 = 5$ lê-se: 2 mais 3 igual a 5.

••••

••••

••••

••••

••••

Problema. Um quadro tem uma carreira com 4 estrelas, outra com 3 e outra com 2; quantas estrelas tem o quadro?

Solução. Reunindo-se as tres parcelas em uma só, temos 4 e 3 são 7, e 2 são 9. A somma é 9, e por isso o quadro tem 9 estrelas.

* * * * + * * * + * * = * * * * * * * *

4 estrelas
3 estrelas
2 estrelas
9 estrelas

Nota. Para podermos reunir facilmente as parcelas de uma somma, precisamos saber primeiramente com perfeição a seguinte taboada de sommar:

| | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 2 + 1 = 3 | 3 + 1 = 4 | 4 + 1 = 5 | 5 + 1 = 6 |
| 2 + 2 = 4 | 3 + 2 = 5 | 4 + 2 = 6 | 5 + 2 = 7 |
| 2 + 3 = 5 | 3 + 3 = 6 | 4 + 3 = 7 | 5 + 3 = 8 |
| 2 + 4 = 6 | 3 + 4 = 7 | 4 + 4 = 8 | 5 + 4 = 9 |
| 2 + 5 = 7 | 3 + 5 = 8 | 4 + 5 = 9 | 5 + 5 = 10 |
| 2 + 6 = 8 | 3 + 6 = 9 | 4 + 6 = 10 | 5 + 6 = 11 |
| 2 + 7 = 9 | 3 + 7 = 10 | 4 + 7 = 11 | 5 + 7 = 12 |
| 2 + 8 = 10 | 3 + 8 = 11 | 4 + 8 = 12 | 5 + 8 = 13 |
| 2 + 9 = 11 | 3 + 9 = 12 | 4 + 9 = 13 | 5 + 9 = 14 |
| 2 + 10 = 12 | 3 + 10 = 13 | 4 + 10 = 14 | 5 + 10 = 15 |
| 6 + 1 = 7 | 7 + 1 = 8 | 8 + 1 = 9 | 9 + 1 = 10 |
| 6 + 2 = 8 | 7 + 2 = 9 | 8 + 2 = 10 | 9 + 2 = 11 |
| 6 + 3 = 9 | 7 + 3 = 10 | 8 + 3 = 11 | 9 + 3 = 12 |
| 6 + 4 = 10 | 7 + 4 = 11 | 8 + 4 = 12 | 9 + 4 = 13 |
| 6 + 5 = 11 | 7 + 5 = 12 | 8 + 5 = 13 | 9 + 5 = 14 |
| 6 + 6 = 12 | 7 + 6 = 13 | 8 + 6 = 14 | 9 + 6 = 15 |
| 6 + 7 = 13 | 7 + 7 = 14 | 8 + 7 = 15 | 9 + 7 = 16 |
| 6 + 8 = 14 | 7 + 8 = 15 | 8 + 8 = 16 | 9 + 8 = 17 |
| 6 + 9 = 15 | 7 + 9 = 16 | 8 + 9 = 17 | 9 + 9 = 18 |
| 6 + 10 = 16 | 7 + 10 = 17 | 8 + 10 = 18 | 9 + 10 = 19 |

Fonte: Trajano ([1889/1890], p. 12)

As lições seguintes vão gradativamente fazendo com a que a criança se aproxime das propriedades da operação e seu algoritmo. Cada lição apresenta seu objetivo, ou seja, o que será explorado pelos exercícios que vêm a seguir em cada uma delas. (Quadro 11)

Quadro 11: Algumas lições de somar – o que será trabalhado

| Lições de somar | |
|-----------------|--|
| 2ª lição | “Todas as parcelas de uma somma devem ser quantidades da mesma espécie de cousas, como 3 livros e 5 livros, que fazem 8 livros” (p. 12). |
| 3ª lição | “Seja qual for a ordem em que escrevemos as parcelas de uma somma, o resultado será sempre o mesmo” (p. 13). |
| 4ª lição | “O sinal + pode ser repetido muitas vezes; assim, $3+4+2+5=14$ lê-se: 3 mais 4, mais 2 e mais 5 igual a 12” (p. 14). |
| 5ª lição | “Se a somma de uma coluna exceder a 9, e na operação houver mais de uma coluna, formam-se unidades superiores para juntar à coluna seguinte” (p.14). |
| 6ª lição | “As parcelas de uma somma se escrevem umas debaixo das outras, de sorte que as unidades da mesma ordem fiquem em coluna” (p.15). |

Fonte: A autora com base em Trajano ([1889/1890])

O primeiro exercício de cada lição vem com a resposta e os outros vão aumentando a dificuldade gradativamente permitindo aos alunos perceberem a coerência dos procedimentos aritméticos. Percebemos uma intenção de Trajano ([1889/1890]) de construir o saber a partir do desenvolvimento intelectual da criança (Quadro 12).

Quadro 12: Algumas lições de somar – alguns exercícios

| Alguns exercícios de algumas lições de somar | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|---------|---|---------|----------|------|------|------|--------|---------|---------|---------|----------|----|--------|---------|---------|---------|----------|----|-------|---------|---------|--------|----------|---|--------|----|----|----|----|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|---|-----|---|---|---|--|---|---|---|---|---|---|---|---|--|---|---|---|---|---|---|---|---|--|----|--|--|--|--|--|--|--|
| 2ª lição | <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20%;"></td> <td style="width: 20%; text-align: center;">(1.)</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">(2.)</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">(3.)</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">(4.)</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">(5.)</td> </tr> <tr> <td></td> <td>2 dias</td> <td>2 horas</td> <td>3 mezes</td> <td>2 facas</td> <td>3 rolhas</td> </tr> <tr> <td></td> <td>3 dias</td> <td>4 horas</td> <td>2 mezes</td> <td>5 facas</td> <td>4 rolhas</td> </tr> <tr> <td></td> <td>1 dia</td> <td>2 horas</td> <td>4 mezes</td> <td>1 faca</td> <td>2 rolhas</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="border-top: 1px solid black;">6 dias</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> | | (1.) | (2.) | (3.) | (4.) | (5.) | | 2 dias | 2 horas | 3 mezes | 2 facas | 3 rolhas | | 3 dias | 4 horas | 2 mezes | 5 facas | 4 rolhas | | 1 dia | 2 horas | 4 mezes | 1 faca | 2 rolhas | | 6 dias | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | (1.) | (2.) | (3.) | (4.) | (5.) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 2 dias | 2 horas | 3 mezes | 2 facas | 3 rolhas | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 3 dias | 4 horas | 2 mezes | 5 facas | 4 rolhas | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 1 dia | 2 horas | 4 mezes | 1 faca | 2 rolhas | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 6 dias | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3ª lição | <p>Nota. O professor mostrará aos discipulos que as oito primeiras columnas teem todas as parcelas 1, 2, 3, 4, 5 e 6, e embora sejam tomadas em ordens diversas, dão sempre a mesma somma.</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 12.5%;"></td> <td style="width: 12.5%; text-align: center;">(1.)</td> <td style="width: 12.5%; text-align: center;">(2.)</td> <td style="width: 12.5%; text-align: center;">(3.)</td> <td style="width: 12.5%; text-align: center;">(4.)</td> <td style="width: 12.5%; text-align: center;">(5.)</td> <td style="width: 12.5%; text-align: center;">(6.)</td> <td style="width: 12.5%; text-align: center;">(7.)</td> <td style="width: 12.5%; text-align: center;">(8.)</td> </tr> <tr> <td></td> <td>1</td> <td>6</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td></td> <td>2</td> <td>5</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>6</td> <td>6</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td></td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td></td> <td>4</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>6</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td></td> <td>5</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td></td> <td>6</td> <td>1</td> <td>6</td> <td>2</td> <td>6</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="border-top: 1px solid black;">21</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> | | (1.) | (2.) | (3.) | (4.) | (5.) | (6.) | (7.) | (8.) | | 1 | 6 | 2 | 5 | 3 | 4 | 1 | 6 | | 2 | 5 | 3 | 3 | 1 | 6 | 6 | 5 | | 3 | 4 | 5 | 1 | 5 | 2 | 2 | 1 | | 4 | 3 | 1 | 6 | 2 | 1 | 5 | 2 | | 5 | 2 | 4 | 4 | 4 | 5 | 3 | 4 | | 6 | 1 | 6 | 2 | 6 | 3 | 4 | 3 | | 21 | | | | | | | |
| | (1.) | (2.) | (3.) | (4.) | (5.) | (6.) | (7.) | (8.) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 6 | 2 | 5 | 3 | 4 | 1 | 6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 2 | 5 | 3 | 3 | 1 | 6 | 6 | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 3 | 4 | 5 | 1 | 5 | 2 | 2 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 4 | 3 | 1 | 6 | 2 | 1 | 5 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 5 | 2 | 4 | 4 | 4 | 5 | 3 | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 6 | 1 | 6 | 2 | 6 | 3 | 4 | 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 21 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4ª lição | <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%;"></td> <td style="width: 50%;"> $1. 3 + 5 + 2 + 4 + 8 = 22$
 $2. 5 + 2 + 4 + 8 + 6 = ?$
 $3. 2 + 4 + 8 + 6 + 7 =$
 $4. 4 + 8 + 6 + 7 + 8 =$
 $5. 8 + 6 + 7 + 8 + 9 =$
 $6. 6 + 7 + 8 + 9 + 1 =$ </td> </tr> </table> | | $1. 3 + 5 + 2 + 4 + 8 = 22$
$2. 5 + 2 + 4 + 8 + 6 = ?$
$3. 2 + 4 + 8 + 6 + 7 =$
$4. 4 + 8 + 6 + 7 + 8 =$
$5. 8 + 6 + 7 + 8 + 9 =$
$6. 6 + 7 + 8 + 9 + 1 =$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | $1. 3 + 5 + 2 + 4 + 8 = 22$
$2. 5 + 2 + 4 + 8 + 6 = ?$
$3. 2 + 4 + 8 + 6 + 7 =$
$4. 4 + 8 + 6 + 7 + 8 =$
$5. 8 + 6 + 7 + 8 + 9 =$
$6. 6 + 7 + 8 + 9 + 1 =$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5ª lição | <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 14.28%;"></td> <td style="width: 14.28%; text-align: center;">(1.)</td> <td style="width: 14.28%; text-align: center;">(2.)</td> <td style="width: 14.28%; text-align: center;">(3.)</td> <td style="width: 14.28%; text-align: center;">(4.)</td> <td style="width: 14.28%; text-align: center;">(5.)</td> <td style="width: 14.28%; text-align: center;">(6.)</td> <td style="width: 14.28%; text-align: center;">(7.)</td> </tr> <tr> <td></td> <td>24</td> <td>30</td> <td>45</td> <td>81</td> <td>16</td> <td>29</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td></td> <td>32</td> <td>23</td> <td>32</td> <td>72</td> <td>12</td> <td>17</td> <td>29</td> </tr> <tr> <td></td> <td>51</td> <td>64</td> <td>61</td> <td>63</td> <td>44</td> <td>5</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="border-top: 1px solid black;">70</td> <td style="border-top: 1px solid black;">62</td> <td style="border-top: 1px solid black;">45</td> <td style="border-top: 1px solid black;">19</td> <td style="border-top: 1px solid black;">27</td> <td style="border-top: 1px solid black;">83</td> <td style="border-top: 1px solid black;">72</td> </tr> <tr> <td></td> <td>177</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> | | (1.) | (2.) | (3.) | (4.) | (5.) | (6.) | (7.) | | 24 | 30 | 45 | 81 | 16 | 29 | 5 | | 32 | 23 | 32 | 72 | 12 | 17 | 29 | | 51 | 64 | 61 | 63 | 44 | 5 | 4 | | 70 | 62 | 45 | 19 | 27 | 83 | 72 | | 177 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | (1.) | (2.) | (3.) | (4.) | (5.) | (6.) | (7.) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 24 | 30 | 45 | 81 | 16 | 29 | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 32 | 23 | 32 | 72 | 12 | 17 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 51 | 64 | 61 | 63 | 44 | 5 | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 70 | 62 | 45 | 19 | 27 | 83 | 72 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 177 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6ª lição | <ol style="list-style-type: none"> 1. Sommar 65, 240, 235 e 9. 2. Sommar 330, 75, 29 e 136. 3. Sommar 840, 95, 755 e 335. 4. Sommar 25, 49, 8, 9 e 93. 5. Sommar 79, 132, 15 e 139. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Fonte: A autora com base em Trajano ([1889/1890])

Encontram-se, ainda, outras lições. Uma, onde o autor apresenta a prova da operação, um exemplo e exercícios para os alunos praticarem. Termina perguntando “Como se acha a somma de duas ou mais parcelas?” (TRAJANO, [1889/1890], p. 15). A resposta dada é a regra da operação apresentada pelo autor (Figura 70).

Figura 70: 7ª Lição de sommar

7ª Lição de sommar.

28. Prova é uma segunda operação para verificar a exactidão da primeira.

| | |
|------|--|
| 1820 | A prova de sommar mais simples, e que melhor pode ser comprehendida por uma criança é a seguinte: Passa-se um traço em cima da primeira parcela, e depois somma-se de baixo para cima, escrevendo-se a somma em cima do traço, como se vê no modelo, que está ao lado. Se as duas sommas forem iguaes, é presumível que a operação esteja certa. |
| 742 | |
| 273 | |
| 254 | |
| 341 | |
| 1820 | Os discipulos sommarão as seguintes parcelas e depois tirarão a prova. |

| (1.) | (2.) | (3.) | (4.) | (5.) | (6.) |
|------|------|------|------|-------|-------|
| 1237 | 5413 | 7332 | 3379 | 23456 | 56438 |
| 3854 | 2107 | 1231 | 2500 | 7324 | 23070 |
| 5432 | 3054 | 6000 | 3771 | 65495 | 23197 |
| 6378 | 2540 | 3575 | 2931 | 26 | 52219 |
| 3628 | 3791 | 9635 | 5212 | 3764 | 28845 |
| 4321 | 5219 | 3705 | 7931 | 24961 | 27312 |

Os discipulos poderão agora responder facilmente a pergunta seguinte:

29. Como se acha a somma de duas ou mais parcelas?

Regra. Para se achar a somma de duas ou mais parcelas, escrevem-se todas umas debaixo das outras, de sorte que as unidades da mesma ordem fiquem em columna.

Comença-se a sommar pela columna das unidades, e se ella não exceder a 9, escreve-se a somma debaixo della, mas se exceder a 9 escreve-se só o numero das unidades, indo o numero das dezenas para a columna seguinte.


O mesmo se faz nas outras columnas, e debaixo da ultima se escreve a que ella sommar.

Fonte: Trajano ([1889/1890], p. 15)

E finaliza, com a lição na qual apresenta vários problemas. Alguns problemas que Trajano utiliza nesta obra, já apareceram na *Aritmética elementar illustrada*. Os que estão associados às ilustrações foram apropriados do livro de Olney (1880) (Figura 71).

Figura 71. Comparação entre Trajano e Olney

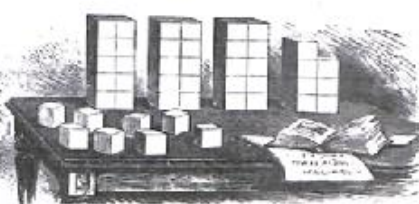
8ª Lição de sommar.



Sobre uma mesa estão 8 pilas com 10 cubos cada uma; está mais uma cetro com 7, e estão 8 cubos espalhados sobre a mesa. Quantos cubos háes na mesa? Resp. 7

2. Uma senhora deu a sua noção 18...

52 ADDITION—EXERCISES FOR



Second Class Exercise.

Purpose.—To teach how to add any number represented by one digit to another represented by two digits, without counting.

Fonte: Trajano ([1889/1890], p.16)

Fonte: Olney (1880, p. 52)

Podemos notar, ainda, que Trajano ([1889/1890]) se apropriou da forma como Olney (1880) inicia suas “lições”. O autor apresenta “*the purpose*”, ou seja, o propósito do trabalho, assim como Trajano (1889/1890]) o faz iniciando suas lições com o objetivo do que será tratado.

Olney (1880), no prefácio de seu livro, apresenta 12 princípios que o guiarão na elaboração da obra. O 12º diz:

From objects in sight and in hand to objects out of sight — from the concrete to the abstract, from the known to the un known, by short and easy steps—an arrangement which will make each advance include a practical review, etc., are principles so well established that no intelligent teacher will countenance the violation of them. (OLNEY, 1880, p. 5).³⁹

Ao que tudo indica, Trajano ([1889/1890]) também o segue, conduz o ensino das operações através de pequenas lições (etapas curtas) procurando apresentar o conteúdo partindo do concreto ao abstrato, do simples ao complexo.

No exemplo da Figura 71, o objetivo de Olney (1880) era “ensinar como somar um número de um algarismo com outro de dois algarismos, sem contar” (p. 5). Trajano ([1889/1890]), na 4ª lição de subtrair, escreve “Esta lição tem por fim ensinar o aluno a escrever com acerto o subtraindo debaixo do minuendo” (p.20).

4.2.2. Arithmetica Escolar, de Ramon Roca Dordal

Ramon Roca Dordal nasceu em 1º de março de 1854, na cidade de Barcelona, Espanha. Na Escola San Isidro-Espanha, estudou história e

³⁹ A partir de objetos à vista e em mão para objetos fora da vista - do concreto ao abstrato, do conhecido ao não conhecido, por passos curtos e fáceis – de modo que cada avanço inclua uma revisão prática, etc., são princípios tão bem estabelecidos que nenhum professor inteligente pensará em violá-los. (tradução livre realizada pela autora).

geografia e aprendeu tipografia. Além de exercer esse ofício, foi aspirante oficial de segunda classe e oficial de batalhão. Mudou-se para a cidade de Macaé (RJ) com 19 anos e trabalhou como desenhista da estrada de ferro que ligava os municípios fluminenses de Macaé e Campos. Foi tipógrafo do *Jornal do Commercio* durante dez anos, na cidade do Rio de Janeiro.

Sua ligação com o magistério começou em 1886, com 32 anos, quando se matriculou na Escola Normal de São Paulo. Já professor, foi nomeado para a Primeira Cadeira de Itatiba (SP) e em seguida, como primeiro diretor do Grupo Escolar “Cel. Júlio César” nessa cidade. Durante dez anos lecionou na segunda Escola Modelo na cidade de São Paulo (SP), também chamada “Escola Modelo do Carmo”. Exerceu o cargo de diretor do primeiro Grupo Escolar do Braz que após sua morte passou a ser chamado Grupo Escolar “Roca Dordal”, em sua homenagem. Foi, também, colaborador da revista *Eschola Publica* e integrou o grupo de redatores oficiais da *Revista de Ensino*, da Associação do Professorado Público Paulista. Durante 12 anos foi inspetor escolar na cidade de São Paulo (PASQUIM, 2015).

Em 1891⁴⁰ publica a primeira edição da *Arithmetica escolar -exercícios e problemas para escolas primárias, famílias e collegios*, um conjunto de seis cadernos pela editora Teixeira & Irmão⁴¹. Em 1903, depois de três

⁴⁰ Cabe ressaltar que foi em 1890 que, no Estado de São Paulo, a escola graduada em nível primário foi implantada, num contexto de circulação dos ideais do ensino intuitivo. A proposta curricular era a de segmentar os saberes de modo que para cada série o ensino fosse homogêneo, padronizado e uniforme, seguindo a ordem do desenvolvimento das faculdades infantis. Em artigo publicado em 1902, na *Revista de ensino*, Ramon Roca Dordal afirma que essa se constitui no melhor tipo de escola primária. (SOUZA, 1998).

⁴¹ SANTOS (2015) no artigo intitulado “Usos de programas de ensino como fontes para a produção de uma história sobre os saberes elementares matemáticos para o curso primário” estabelece uma comparação entre o programa para o curso primário nos grupos escolares e escolas isoladas de 1915 do estado de Sergipe com a obra *Primeiras lições de coisas*, de Norman A. Calkins. O referido programa traz a indicação do uso do caderno de Dordal.

OLIVEIRA (2017) nos conta que em documentos da instrução pública do Rio Grande do Norte, datados de 1911, podem-se encontrar notícias da compra dos cadernos aritméticos de Dordal e que em 1918 esse material escolar ainda continuava sendo aprovado e adotado para uso dos alunos na instrução aritmética em escolas primárias paulistas. (p. 12-13)

edições, e esgotada há muito tempo, Dordal, em sua quarta edição, apresenta pela primeira vez o volume – *Livro do mestre*, destinado aos professores do ensino primário para uso em conjunto com a coleção de cadernos de aritmética destinados aos alunos. Além de trazer todas as lições dos seis cadernos, apresenta as respostas dos exercícios (COSTA, 2016). A partir desta obra é que iremos analisar os seis cadernos⁴² (Figura 72).

Figura 72. Capa da *Arithmetica escolar* (1915)



Fonte: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/126787>

Dordal (1915) organiza o *Livro do mestre* tendo em vista contemplar as lições dos seis *Cadernos de aritmética*. O *Livro do mestre* é composto por 180 lições, divididos em seis grupos de trinta lições. Cada grupo associa-se a um caderno dos alunos. Em cada página da obra encontram-se duas dos respectivos *Cadernos*, isto é, a lição e seus problemas correspondentes. A indicação da página e *Cadernos* a que a lição pertence é especificada no canto superior direito da folha do *Livro do*

COSTA (2016) infere que como um exemplar do *Livro do mestre* foi encontrado no Museu da Escola Catarinense, é possível que tenha circulado em Santa Catarina, e ainda tenha sido adotado por meio da emissão de *Pareceres oficiais de obras didáticas* naquele estado. (p. 97)

⁴² Ao comparar o *Livro do mestre* de 1915 e o *Caderno 1 da Arithmetica escolar - exercícios e problemas para Escolas primárias, famílias e collegios* disponível em <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1774>, verificamos que no *Caderno 1* só estavam disponíveis imagens das 15 primeiras lições, enquanto no *Livro do mestre*, para este caderno, havia 30 lições, logo, optamos por analisar o *Livro do mestre*.

mestre, com a intenção, ao que tudo indica, de tornar fácil ao professor localizar no *Caderno* do aluno as lições correspondentes.

O Quadro 13 apresenta somente as lições dos três primeiros *Cadernos*, visto que o objetivo deste trabalho é analisar como o autor conduz o ensino das operações com números naturais. Os demais *Cadernos* exploram outros conteúdos⁴³.

Quadro 13: Lições dos três primeiros cadernos

| Lições | 1º caderno | 2º caderno | 3º caderno |
|--------------|------------|------------------|---------------------|
| Lição I | Numeração | Sommar | Dividir |
| Lição II | Numeração | Sommar | Dividir |
| Lição III | Sommar | Numeração | Dividir |
| Lição IV | Sommar | Numeração | Dividir |
| Lição V | Sommar | Numeração | Dividir |
| Lição VI | Numeração | Numeração | Dividir |
| Lição VII | Numeração | Numeração | Dividir |
| Lição VIII | Numeração | Diminuir | Dividir |
| Lição IX | Numeração | Diminuir | Dividir |
| Lição X | Sommar | Diminuir | Dividir |
| Lição XI | Sommar | Diminuir | Dividir |
| Lição XII | Sommar | Diminuir | Dividir |
| Lição XIII | Sommar | Diminuir | Dividir |
| Lição XIV | Sommar | Diminuir | Dividir |
| Lição XV | Sommar | Diminuir | Dividir |
| Lição XVI | Sommar | Numeração romana | Decimae |
| Lição XVII | Sommar | Numeração romana | Decimae |
| Lição XVIII | Numeração | Numeração romana | Decimae |
| Lição XIX | Sommar | Numeração romana | Decimae |
| Lição XX | Sommar | Multiplicar | Decimae |
| Lição XXI | Sommar | Multiplicar | Decimae |
| Lição XXII | Numeração | Multiplicar | Decimae |
| Lição XXIII | Numeração | Multiplicar | Decimae |
| Lição XXIV | Numeração | Multiplicar | Sommar decimae |
| Lição XXV | Sommar | Multiplicar | Subtrahir decimae |
| Lição XXVI | Sommar | Multiplicar | Subtrahir decimae |
| Lição XXVII | Sommar | Multiplicar | Multiplicar decimae |
| Lição XXVIII | Sommar | Multiplicar | Multiplicar decimae |
| Lição XXIX | Numeração | Multiplicar | Multiplicar decimae |
| Lição XXX | Numeração | Multiplicar | Multiplicar decimae |

Fonte: A autora com base em Dordal (1915)

⁴³ O quarto caderno explora divisão de decimais, sistema métrico e as moedas brasileiras, o quinto, continua o estudo do sistema métrico, medidas de tempo, contagem do papel, medidas de circunferência, fações, divisibilidade e multiplicação de frações. E finalmente, o sexto caderno, números primos, frações, redução de frações ao mesmo denominador, mínimo múltiplo comum, mínimo denominador comum, frações – soma, subtração, multiplicação, divisão, redução de frações ordinárias a decimais e redução de frações a decimais.

No final do primeiro *Caderno*, Dordal escreve algumas observações, entre elas:

A concisão de regras, simplicidade de exercícios e facilidade dos problemas obedecem cuidadosamente ao natural desenvolvimento, ao passo que a disposição em pequenas lições, que podem ser ampliadas na página em branco seguinte, animam o aluno a prosseguir sempre com interesse. (DORDAL, 1891).

Neste pequeno trecho, Dordal (1891) estabelece uma consonância com várias orientações do método intuitivo. Assim, o autor recomenda que, o ensino seja dado de acordo com a ordem empírica e “natural” do desenvolvimento psicológico das ideias, progressivamente, do simples para o complexo, seguindo a marcha indutiva que parte do sensível em direção ao inteligível, propostos em pequenas lições e a garantia do interesse do aluno.

Observa-se, no quadro, na primeira coluna, que os conteúdos trabalhados no primeiro *Caderno* são relacionados ao sistema de numeração decimal e à operação de adição. Tais assuntos encontram-se entremeados e só são finalizados na sétima lição do segundo *Caderno* (observar a segunda coluna da tabela). A partir de então o autor trata somente das outras operações (subtração, multiplicação e divisão) e estas são desenvolvidas por blocos. O autor retoma aos conteúdos já apresentados por intermédio dos problemas que propõe nas lições.

Por que razão o autor desenvolveu os assuntos relacionados ao sistema de numeração decimal e operação de adição simultaneamente? Para Dordal (1915), o conceito de número está associado à contagem de modo que, na primeira lição do primeiro *Caderno* destaca que “para contar de um a dez empregam-se as palavras” (p. 1). Além disso, está relacionado à sequência rítmica, visto que em várias lições propõe ao aluno aprender a contar de dois em dois, três em três, quatro em quatro, e assim por diante. Considerando tal ideia de número, a operação de adição está diretamente relacionada, pois, para a contagem utilizamos a

operação de “+1” ou ainda, para contar de dois em dois, “+2”, e assim por diante.

Justificando essa ideia, na lição II - Numeração - do primeiro *Caderno*, antes mesmo de trabalhar a operação de adição, propõe os seguintes problemas:

- 1) Reunindo 2 livros, e 3 livros, e 1 livro, e 4 livros, quantos terá?
- 2) Juntando um, e um, e dois, e um, e tres, quanto será ao todo, e quanto a metade?
- 3) Quantos grupos de dous se contém no numero oito, e quantos de tres no numero 9?
- 4) Tres e cinco quantos são?
- 5) 2 mais 1, mais 4, quanto é? (DORDAL, 1915, p. 2).

Segundo observação do próprio autor, colocada ao final da página 2, esta e as seguintes lições foram organizadas com o objetivo dos alunos exercitarem a representação gráfica dos algarismos e o cálculo mental, “base necessaria para o desenvolvimento da intelligencia infantil” (DORDAL, 1915, p. 2).

No início das lições, o autor enuncia algo ou alguma propriedade sobre a operação que está sendo desenvolvida e que o aluno deverá utilizar nos exercícios que vêm logo a seguir. Depois, apresenta o que denomina “problemas”. Nesta parte, os exercícios não se limitam ao que foi trabalhado na lição. Usaremos, como exemplo, a operação de adição para analisarmos como o autor conduz este ensino.

Nas lições III, IV e V o autor apresenta o sinal da operação (+) e da igualdade (=), e define soma, como o resultado da contagem de vários objetos de mesma espécie; números homogêneos, àqueles que indicam quantidades de mesma espécie e heterogêneos, os de espécie diferente. Nestas lições o autor representa as quantidades a serem somadas com traços, palavras e algarismos, bem próprio das orientações do método intuitivo: das coisas para as palavras (Figura 73).

Figura 73: Lição III de "Sommar"

Arithmetica Escolar Pag. 5 x 6 - 1914

LIÇÃO III - SOMMAR

O signal + quer dizer mais.
O signal - quer dizer são os igual a.

Sommar quantos traços tem em cada uma das linhas seguintes:

1) $| + | + | + | = 4$
 2) $| + | + | + | + | + | = 7$
 3) $| + | + | + | + | = 5$
 4) $| + | + | + | + | + | + | = 8$
 5) $| + | + | + | + | + | = 6$
 6) $| + | + | + | + | + | + | + | + | = 9$

7) Um menino tem 6 premios e recebe mais 2, quantos tem ella?
 8) Irineo tem 2 livros seus e 4 de seu irmão, quantos são?
 9) Carmes tem 3 meadas de seda e a mestra lã dá mais 5, quantas meadas são, e com quantas ficará se gastar a metade?

PROBLEMAS

1) $2 + 3 + 1 + 2 + 1 = 9$ 4) $1 + 1 + 2 + 3 = 7$
 2) $1 + 1 + 3 + 1 + 2 = 8$ 5) $2 + 2 + 1 + 2 = 7$
 3) $2 + 1 + 1 + 1 + 2 = 7$ 6) $1 + 4 + 2 + 1 = 8$

7) Comprando tres pares de laranjas e tres maçãs, quantas fructas tera?
 8) Partindo uma melancia em quatro pedacos iguaes, e pesando um kilo cada pedaco, quanto pesam os quatro quartos?
 9) De uma dúzia de laranjas dei tres a um companheiro e seis a outro; com quantas fiquei?

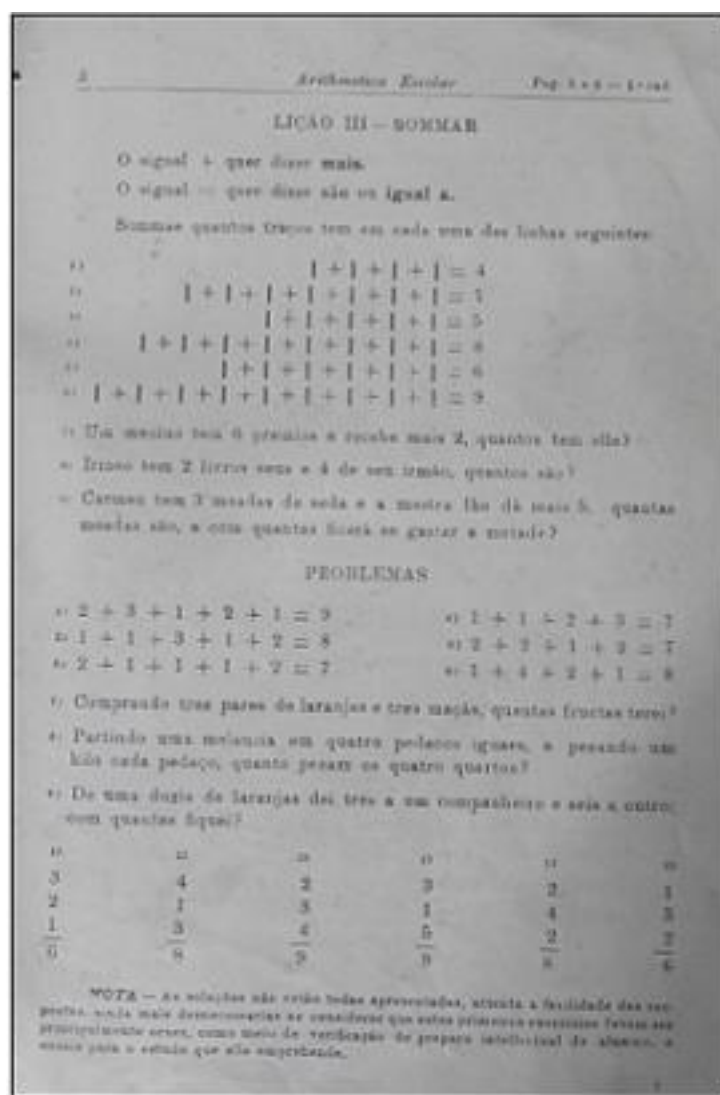
| | | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 3 | 4 | 2 | 3 | 2 | 1 |
| 2 | 1 | 3 | 1 | 4 | 3 |
| $\frac{1}{6}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{5}{9}$ | $\frac{2}{8}$ | $\frac{2}{6}$ |

NOTA - As respostas são todas apresentadas, attenta a facilidade das respostas, evita mais desnecessarias ao considerar que estes primeiros exercicios fazem um principio de verificação de preparo intelectual do alumno, e servem para o estudo que elle empreheende.

Fonte: Dordal (1915, p. 3)

Ainda, desde o início, Dordal (1915) representa as adições tanto na horizontal como na vertical. Ao que tudo indica, para que se desse uma passagem gradual quando o algoritmo fosse apresentado, outra indicação do ensino intuitivo: do fácil, para o difícil; do simples para o complexo (Figura 74).

Figura 74: Lição IV de "Sommar"



Fonte: Dordal (1915, p. 4)

Nas lições X a XVII e XIX a XXI o objetivo é contar de dois em dois, de três em três, de quatro em quatro e, sucessivamente, até de doze em doze. Podemos observar que o autor utiliza essa estratégia para já apresentar a tabuada do dois, do três, até a do doze.

Os exercícios e os problemas de cada lição não servem apenas para que o aluno aplique a teoria proposta, visto que eles envolvem outros aspectos do conteúdo, por exemplo, a lição X (Figura 75), tem por objetivo “aprender a contar de dois em dois” os problemas envolvem conceitos como: metade, dúzia (DORDAL, 1915, p. 10).

Figura 75: Lição X de "Sommar"



Fonte: Dordal (1915, p. 10)

Ao que parece, a intenção do autor era fazer com que os alunos criassem diferentes possibilidades de utilização dos seus conhecimentos através de situações do cotidiano.

As lições seguintes (XXV a XXVIII) têm por objetivo apresentar o algoritmo da adição. As etapas sugeridas pelo autor mostram uma preocupação com a graduação do ensino seguindo o desenvolvimento psicológico da criança, orientação da pedagogia moderna (Quadro 14).

Quadro 14: Lições XXV a XXVIII de “Sommar”

| Lições para o ensino do algoritmo da adição | |
|---|---|
| Lição XXV | Para sommar escrevem-se os algarismos de modo que as unidades fiquem debaixo das unidades, as dezenas debaixo das dezenas, as centenas debaixo das centenas, e assim por diante. (p. 25) |
| Lição XXVI | Somma-se começando pelas unidades ou columna da direita, e se a somma dá número exacto de dezenas escreve-se zero (0) em baixo das unidades, juntando as dezenas à columna seguinte, e continuando a somma? (p. 26) |
| Lição XXVII | Quando a somma de uma columna não dá dezenas exactas, escreve-se no total o excedente às dezenas, e as dezenas achadas juntam-se à columna seguinte. (p. 27) |
| Lição XXVIII | De uma dezena vae um, de duas dezenas vão dous, de tres dezenas vão tres, de quatro dezenas vão quatro, e assim por diante, augmentando um para cada dezena. (p. 28) |

Fonte: Elaborado pela autora com base em Dordal (1915, p.25 – 28)

Todas essas lições estavam no primeiro *Caderno* do aluno. O segundo começa com a primeira lição relativa à operação de adição. O autor apresenta a definição do que é “sommar” e exhibe os seus elementos (parcelas, soma ou total). Os cálculos propostos envolvem números de até três algarismos, já que no primeiro *Caderno* só foi trabalhada a numeração até 999.

A lição seguinte (II) trata da prova (verificação) da operação. Como Dordal ainda não apresentou a operação de subtração, propõe a prova da seguinte maneira: “verifica-se a somma, sommando novamente de baixo para cima, depois de ter somado de cima para baixo, para ver se as somas são iguaes.” (1915, p. 32).

Nas lições relativas à numeração, a operação de adição continua sendo trabalhada, por meio de problemas e cálculos, quando o autor apresenta o milhar, a dezena de milhar, a centena de milhar e o milhão. Os problemas contemplam situações cotidianas e envolvem noções relacionadas ao comércio, à geografia, à história, à geometria, entre outros.

Quanto às outras operações, Dordal (1915) apresenta a definição, os seus elementos e o algoritmo em etapas graduadas, do mesmo modo como foi trabalhado na adição. Em todas, exhibe a prova da operação. Para a subtração e divisão, utiliza a operação inversa, visto que a adição

e a multiplicação já haviam sido trabalhadas e, para estas, a mesma operação.

Em seguida, as lições apresentam propriedades destas operações. O Quadro 15 ilustra as propriedades da subtração.

Quadro 15: Lições XIII a XV de “Diminuir”

| Lições com propriedades da subtração | |
|--------------------------------------|--|
| Lição XIII | Si augmentamos o minuendo ou termo superior de uma subtracção, o resto aumenta, assim:
$18 \text{ menos } 6 \text{ igual a } 12$
$24 \text{ menos } 6 \text{ igual a } 18$ (p.43) |
| Lição XIV | Si augmentamos o subtrahendo ou termo inferior de uma subtracção o resto diminue, assim:
$18 \text{ menos } 6 \text{ igual a } 12$
$18 \text{ menos } 12 \text{ igual a } 6$ (p. 44) |
| Lição XV | Augmentando ou diminuindo igualmente os dous termos de uma subtracção, o resto não aumenta nem diminue, assim:
$24 \text{ menos } 12 \text{ igual a } 12$
$30 - 18 = 12$
$18 - 6 = 12$ (p.45) |

Fonte: Elaborado pela autora com base em Dordal (1915, p. 43 – 45)

Ao que tudo indica, elas são trabalhadas porque são importantes para o cálculo mental. A Reforma Benjamin Constant (1890) já indicava a prática deste cálculo no sentido de valorizar procedimentos mais naturais no ensino dos números e das operações, na tentativa de minimizar a memorização e melhor valorizar o raciocínio, indicando uma opção metodológica bem diferente em relação às práticas predominantes até o final do século XIX e início do século XX.

4.2.3. Arithmetica Elementar, de Georg August Büchler

Georg August Büchler nasceu em 21 de maio de 1884 em Steinbach (Hessen). Nesse mesmo local, em 1904, obteve certificação em pedagogia e música pelo Seminário de Formação de Professores. Em 1905, viajou para o Brasil porque recebeu convite para trabalhar na Escola Alemã. Nela, lecionou as disciplinas de aritmética, língua inglesa e português. Em 1917, a escola foi fechada por causa da Primeira Guerra

Mundial. Assim, Büchler trabalhou no comércio e se dedicou aos estudos de matemática e a produção de livros para se manter financeiramente. De 1930 a 1935, dirigiu a Escola Alemã de Florianópolis e, de 1937 a 1938, a Escola Secundária de Joinville. Foi professor dos estabelecimentos de ensino Instituto Politécnico e Escola Normal Catarinense. De 1938 a 1942 foi diretor da Escola Comercial de São Paulo. A Segunda Guerra Mundial o afastou das atividades de docência, sendo assim, retornou para Santa Catarina, onde faleceu em 1962 (DYNNIKOV, 2016)

Segundo Dynnikov (2016), no Seminário de Formação de Professores, possivelmente Büchler teve contato com as obras dos pedagogos dos tempos modernos, entre eles, Comenius e Pestalozzi.

A *Arithmetica elementar*, de Büchler é dividida em três livros, I, II e III. Teve vida longa, considerando que foi editada pela primeira vez em 1919 e até 1942 ocorreram várias reedições (Figura 76).

Analisaremos a 2ª edição do *Livro I* (1923), a 3ª edição do *Livro II* (1935) e a 3ª edição do *Livro III* (1937).

Figura 76: Capas dos livros *Arithmetica elementar* de Büchler



Fonte: <https://repositorio.ufsc.br>

O conteúdo dos livros é dividido em lições. O *Livro I* contém 25 lições e os *Livros II e III*, 20 lições. A maneira como o autor estruturou as lições do *Livro I* se diferenciam dos demais livros.

Nas lições do *Livro I* o autor desenvolve os conteúdos a partir de contos, segundo ele

[...] como as cousas em si não bastam para captar a atenção dos alunos, entendemos de bom alvitre as lições sob a forma de contos, instrutivos e educativos ao mesmo tempo; contos êstes que – devidamente interpretados pelo professor na linguagem dos discípulos – em escala ascendente, vão gradualmente, abrindo aos alunos perspectivas de novos fenômenos aritméticos. (BÜCHLER, 1923, p.v).

As temáticas escolhidas pelo autor (*A compra dos pães, O leite, O jogo da bola*, entre outras) tiveram como objetivo aliar

[...] a arithmetica às cousas que constituem objeto de estricta esfera dos conhecimentos oriundos da experiência infantil, escolhendo, deliberadamente, aquellas que, ou pelo caracter de diurnalidade, ou pelo interesse que despertam, mais preocupam o espírito da criança. (BÜCHLER, 1923, p. iv - v).

Assim o autor apresenta o índice do *Livro I* (Figura 77).

Figura 77: Índice do Livro I de Büchler

| INDICE | | | |
|--------|-------------------------------------|---|---------|
| LEÇÃO | ASSUMPTO | SUMMULA | Paginas |
| I | O café | Distinguir pessoas pelo nome; objectos, pela correntia. Atribuir um objecto a uma pessoa | 1 |
| II | A compra dos pães | Contagem de objectos. Numeração falada. Os números de 1 até 6. | 3 |
| III | A economia | Numeração escrita. Os algarismos 1 e 2. Os sinais + e =. | 4 |
| IV | A igualdade | Idéa da igualdade. A balança. O signal =. | 6 |
| V | Na rua | Monographia do numero 2. Plac., sinal, parêntese, linha. | 8 |
| VI | O leite | Monographia do numero 3. O que significa: um, tri... | 11 |
| VII | A bola | Tirar e pôr. Distinguir objectos segundo o lugar. (Exercícios de memoria) | 14 |
| VIII | Um e dois são tres | ... | 16 |
| IX | A carroça | Monographia do numero 4. O que significa: bi..., tri..., e quad... | 17 |
| X | As flores | Monographia do numero 5. Pinos e moedas. | 21 |
| XI | A abelha e a mosca | Monographia do numero 6. Por que $1 + 2 + 3 + 4 = 2 + 3 + 4 = 3 + 4 = 2$. | 25 |
| XII | A semana | Numeração falada de 1 até 10. Monographia do numero 7. A semana — os numeros ordinaes até 7. Comparação de numeros. Igualar acrescentando ou tirando. A semana e os dias. | 29 |
| XIII | A aranha | Monographia do numero 8. Comparação de um bilharro com outro. Primeiros passos para a multiplicação. | 35 |
| XIV | O jogo da bola | Monographia do numero 9. O que significa: numero par. | 39 |
| XV | O pacote de phosphoros | Numeração do numero 10. A dezena. Os algarismos romanos. | 43 |
| XVI | As cerejas | ... | 48 |
| XVII | Recapitulação | Series e calculo rapido. | 50 |
| XVIII | As roséizas | Da addição para a multiplicação. Da subtracção para a divisão. O signal x. 1×2 até 5×2 . | 58 |
| XIX | A idade | Numeração falada e escrita até 15. O anno e os meses, trimestres — semestres. A semana — os numeros ordinaes até 12. Dobra, meta, terça, quarta, quinta, sexta, sétima. | 62 |
| XX | Numeração falada e escrita até 20 | $1 \times 2, 1 \times 4$. Arábica. Anno e meses, semana e dias. Pinos e moedas. | 69 |
| XXI | Numeração falada e escrita até 50 | $1 \times 3, 1 \times 4, 1 \times 1, 1 \times 5$. O mes e os dias. A data. Os dentes. | 80 |
| XXII | Da subtracção para a divisão | O signal: Numero de divisões por 2, 3, 4, 5. | 92 |
| XXIII | Numeração falada e escrita até 100. | Unidade — dezena — centena. Introducção á comprehensão do systema decimal: $1 \times 10, 1 \times 6, 1 \times 8$. A balança decimal. | 95 |
| XXIV | Subtracção e addição de dezenas. | Addição e subtracção com passagens das dezenas. $1 \times 2, 1 \times 9$. Divisão por 2, 4, 9; 3, 10; 2, 4, 9; 7, 1. O dia e as horas, a hora e os minutos. | 102 |
| XXV | Numeração falada e escrita até 1000 | Unidade — dezena — centena — milhar. Operações simples, sa — dita, — era, — mil. Mil itas — tanto — vintem. $K^* = g$. | 114 |

Fonte: Büchler (1923, 121-122)

Nos outros livros o autor não utiliza os contos. Os índices dos livros mostram isso (Figura 78).

Figura 78: Índices do *Livro II* e do *Livro III* de Büchler

| INDICE | | |
|--------|--|------|
| N.º | LIÇÃO | Pág. |
| I | Numeração latina e egípcia | 1 |
| II | N.º e time | 12 |
| III | Passagem das decimas — Adição — Complementos — Excesso | 28 |
| IV | Passagem das decimas — Adição (cont.) | 35 |
| V | Adição e Multiplicação | 32 |
| VI | Passagem das decimas — Subtração (medição) | 41 |
| VII | Passagem das decimas — Subtração (cont.) — Trabalho corporal, manual — trabalho mental | 62 |
| VIII | O múltiplo — a multiplicação | 63 |
| IX | Divisão — a multiplicação | 74 |
| X | Divisão | 85 |
| XI | Multiplicação (exatidão) | 90 |
| XII | Calcular abreviado e Multiplicação (cont.) | 99 |
| XIII | Medição | 106 |
| XIV | Mil — cent mil — Multiplicação por 10, 100, 1000 | 115 |
| XV | A troca de valores (subtrahir por addição) | 128 |
| XVI | Nomes ordinários — O tempo, a data — Alguns costumes | 136 |
| XVII | Partes do metro | 144 |
| XVIII | Divisão com resto | 150 |
| XIX | Divisão — Fração | 157 |
| XX | Método | 161 |

| INDICE | | |
|----------|--|------|
| Prefácio | | Pág. |
| I | Para repetição diária (Exercícios) | 1 |
| II | Numeração romana | 6 |
| III | Algumas propriedades dos números | 9 |
| IV | Fração ordinária | 23 |
| V | Fração ordinária (continuação) | 39 |
| VI | Fração ordinária (continuação) | 45 |
| VII | As quatro operações com frações ordinárias | 51 |
| VIII | O metro | 64 |
| IX | Fração decimal | 68 |
| X | Fração decimal (revisão e generalização) | 76 |
| XI | As quatro operações com frações decimais | 85 |
| XII | Aplicação das frações decimais | 101 |
| XIII | Processos mentais para abreviar as cálculos | 106 |
| XIV | Conversão de frações ordinárias em decimais e vice-versa | 106 |
| XV | A medição de superfícies ou áreas | 108 |
| XVI | Problemas (medição de superfícies) | 111 |
| XVII | Regra de três simples | 123 |
| XVIII | A medição de volumes | 129 |
| XIX | A medição de pesos | 134 |
| XX | Os pesos atuais | 136 |

Fonte: Büchler (1935, p. 165)

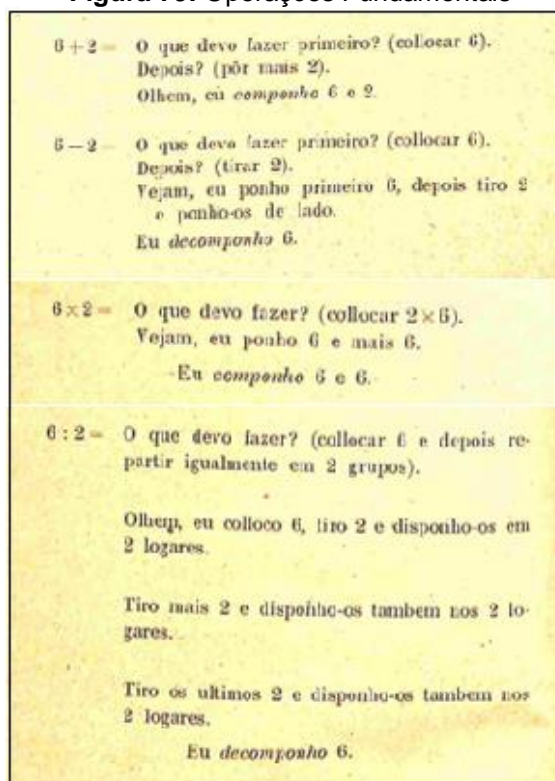
Büchler (1937, p. 137)

No *Livro II*, Büchler (1935), inicia o prefácio dizendo que “as operações são abreviações methodicas da contagem” e que “se reduzem a compôr ou decompôr unidades ou grupos de unidades” (prefácio) (Figura 79). Segundo o autor, o objetivo do livro será preparar a criança para

[...] reconhecer as relações numericas que existem entre as cousas que a cercam, e capacital-a a escolher a operação que convem ao caso, não por assim o exigir uma regrinha decorada, e sim pelo conhecimento perfeito dos factos. (BÜCHLER, 1935, prefácio).

“A perfeita aquisição das quatro operações” é o que Büchler enfatiza no prefácio do *Livro III* (1937, prefácio).

Figura 79: Operações Fundamentais



Fonte: Büchler (1935, p. 85-86)

Vamos, então, analisar como o autor conduz o ensino das operações.

O autor indica no início da página o que será trabalhado na lição. Na Figura 80, vemos que o objetivo da lição II do *Livro I* (1923) é “Como é bom conhecer os números” e a atividade associada é a contagem dos pães. Para Büchler, o conceito de número está associado à contagem. Sendo assim, inicia o trabalho com a operação de adição juntamente com a numeração.

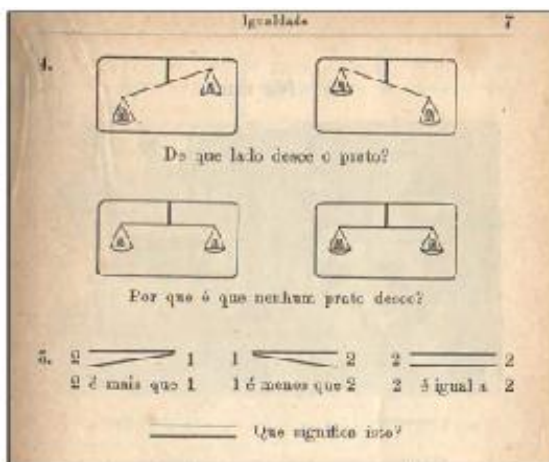
Figura 80: Licção II do *Livro I*



Fonte: Büchler (1923, p. 3)

Em seguida, explora a igualdade e sugere o uso da balança para esse trabalho. Ao nosso ver, essa indicação mostra a preocupação do autor em concretizar o que pode representar algo abstrato para a criança. As ilustrações usadas por Büchler não são meramente ilustrativas, elas permitem aproximar a criança do conceito que está sendo desenvolvido (Figura 81).

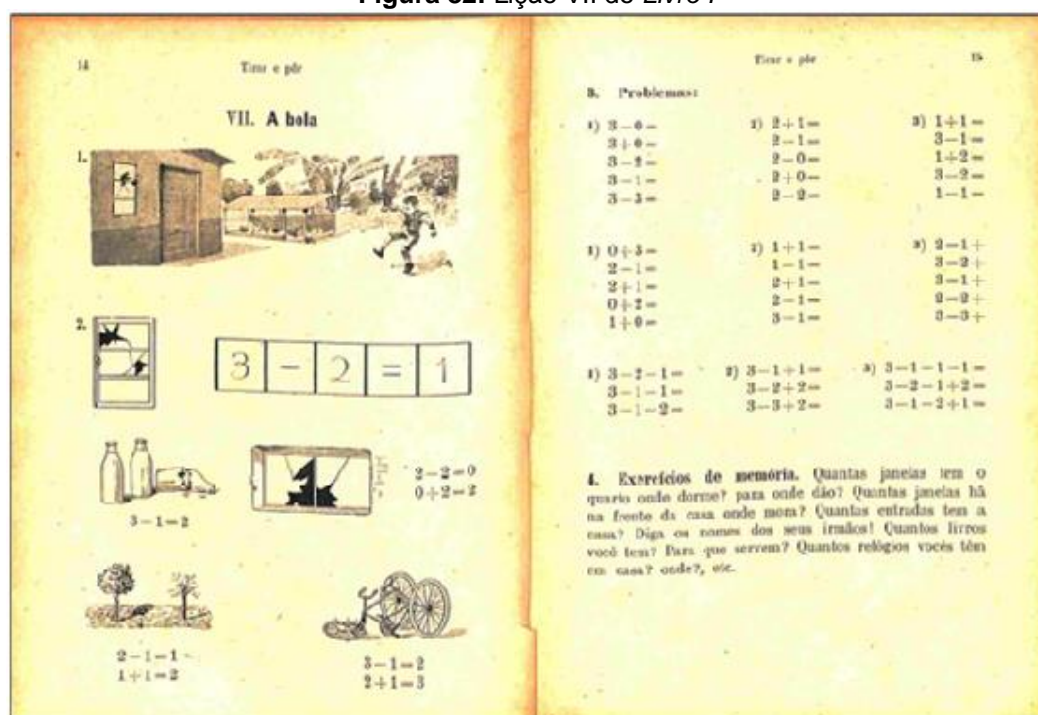
Figura 81: Licção IV – A igualdade – *Livro I*



Fonte: Büchler (1923, p. 7)

Depois de trabalhar os números dois e três, apresenta a lição que trata das ações denominadas por “tirar e pôr”. O autor utiliza ilustrações para concretizar tais ações para as crianças e, em seguida, indica vários cálculos aos quais nomeia por “problemas”, todos dando como resultado os números apresentados: 0, 1, 2 e 3 (Figura 82).

Figura 82: Lição VII do Livro I

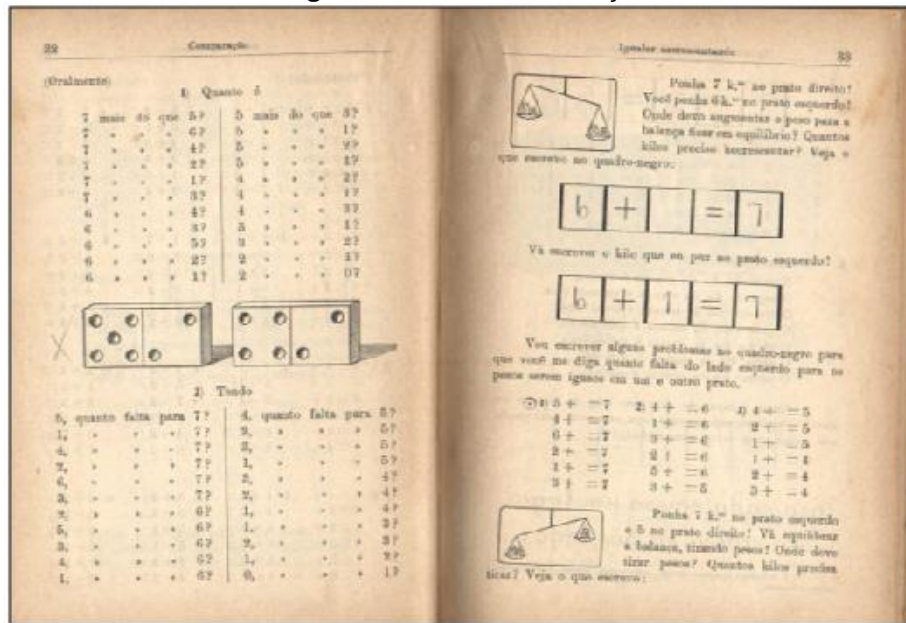


Fonte: Büchler (1923, p. 14 – 15)

Expor os diferentes modos de representar os números por meio dos cálculos de adição e subtração é o que o autor denomina por *monografia do número*, como podemos ver no índice da Figura 77. Büchler (1923) procede dessa maneira até o número 10. Nesta abordagem, explora as operações de adição e subtração juntas.

Antes de apresentar o número 7, desenvolve “os primeiros passos da adição para a multiplicação” (BÜCHLER, 1923, p. 28). Utiliza para isso a ideia da contagem de dois em dois e de três em três. Depois foca nas ideias da subtração (a de comparação, a de quanto falta). A indicação para a primeira atividade é que seja feita oralmente. A ideia é trabalhar a relação existente entre as operações de adição e subtração (Figura 83).

Figura 83: Ideias da subtração



Fonte: Büchler (1923, p. 32-33)

Após a Monografia do número 10, Büchler (1923) propõe uma “recapitulação”. Várias igualdades envolvendo adições e subtrações que devem ser completadas com números de 0 a 10.

Retoma a operação de multiplicação com o conto intitulado *As roseiras*. Nesta lição o objetivo é trabalhar com os múltiplos de 2, 3, 4 e 5.

Figura 84: Lição XVIII – As roseiras



Fonte: Büchler (1923, p. 58)

O ensino das operações segue de forma gradativa e não se esgota uma operação para dar-se início à condução de outra. As operações são trabalhadas simultaneamente e em conjunto com o sistema de numeração decimal.

Ao mesmo tempo em que a adição e a subtração são trabalhadas por intermédio de sentenças matemáticas na construção da numeração falada e escrita e se dá por etapas (de 10 até 15, de 15 até 20, de 20 até 100 e de 100 até 1000), as tabuadas da multiplicação são apresentadas. Büchler as denomina “série de...” e são construídas fora da sequência natural dos números (4, 3, 1, 5, 10, 6, 8, 7 e 9) porque, ao que parece, procura mostrar as relações existentes entre elas e com as outras operações. Por exemplo, a do seis, comparada à do três: $2 \times 3 = 1 \times 6$, $4 \times 3 = 2 \times 6$, ...; assim como a do oito, comparada à do quatro: $2 \times 4 = 1 \times 8$, $4 \times 4 = 2 \times 8$, ... (Figura 85).

Figura 85: Série de 6 e de 8

1 x 6 até 10 x 6; 1 x 8 até 10 x 8 99

2) 0... 3, 6, 9...12, 15, 18...21, 24, 27, 30...
33, 36, 39...42, 45, 48...51, 54, 57, 60

Serie de 6: 0 6, 12, 18, 24, 30,
 36, 42, 48, 54, 60

| | |
|-------------------|--------------------|
| $1 \times 6 = 6$ | $6 \times 6 = 36$ |
| $2 \times 6 = 12$ | $7 \times 6 = 42$ |
| $3 \times 6 = 18$ | $8 \times 6 = 48$ |
| $4 \times 6 = 24$ | $9 \times 6 = 54$ |
| $5 \times 6 = 30$ | $10 \times 6 = 60$ |

Quantos 6 ha em 36 (30, 60, 48, 12, 24, 54, 42)?
Quantas vezes pôde tirar 6 de 48 (60, 30, 24, 54, 12, 42, 18)?

3) 0... 4, 8...12, 16, 20...24, 28...32, 36, 40...
44, 48...52, 56, 60...64, 68...72, 80, 80

Serie de 8: 0 8, 16, 24, 32, 40,
 48, 56, 64, 72, 80

| | |
|-------------------|--------------------|
| $1 \times 8 = 8$ | $6 \times 8 = 48$ |
| $2 \times 8 = 16$ | $7 \times 8 = 56$ |
| $3 \times 8 = 24$ | $8 \times 8 = 64$ |
| $4 \times 8 = 32$ | $9 \times 8 = 72$ |
| $5 \times 8 = 40$ | $10 \times 8 = 80$ |

Quantos 8 ha em 48 (8, 56, 16, 64, 24, 32, 72, 40, 80)?
Quantas vezes pôde tirar 8 de 40 (80, 24, 64, 32, 72, 16, 56, 48, 8)?

Fonte: Büchler (1923, p. 99)

Ao que tudo indica o autor, além de pensar em uma forma de graduar os assuntos relacionados às operações, buscou apresentá-los de modo encadeado, ou seja, um conceito trabalhado num momento seria utilizado pelo aluno em outro. Um exemplo é que na lição XXIV, Büchler (1923) desenvolve a subtração e adição de dezenas e logo adiante apresenta a série de 9, utilizando a estratégia que foi exposta anteriormente (Figura 86).

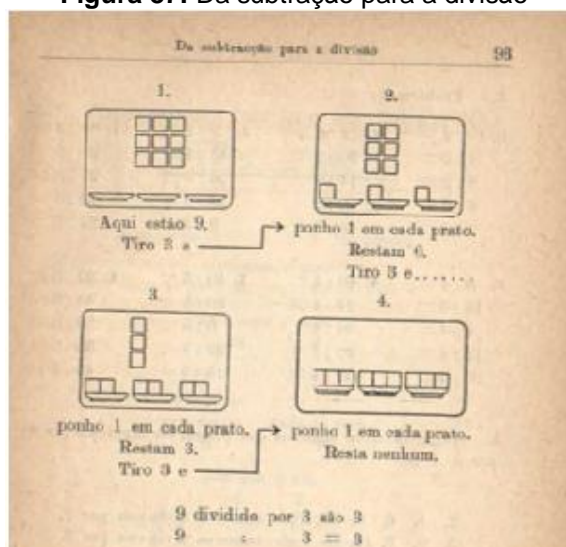
Figura 86: Série de 9

| 1 × 9 até 10 × 9 | | 109 |
|---|---|-----|
| 0. $9 = \underline{10 - 1}$ | $45 + 9 = \underline{45 + (10 - 1)}$ | |
| $\quad - 9 \quad - 9$ | $\quad - 56 \quad - 1 = 54$ | |
| $9 + 9 = \underline{9 + (10 - 1)}$ | $54 + 9 = \underline{54 + (10 - 1)}$ | |
| $\quad = \underline{19} \quad - 1 = 18$ | $\quad = \underline{64} \quad - 1 = 63$ | |
| $18 + 9 = \underline{18 + (10 - 1)}$ | $63 + 9 = \underline{63 + (10 - 1)}$ | |
| $\quad = \underline{28} \quad - 1 = 27$ | $\quad = \underline{73} \quad - 1 = 72$ | |
| $27 + 9 = \underline{27 + (10 - 1)}$ | $72 + 9 = \underline{72 + (10 - 1)}$ | |
| $\quad = \underline{37} \quad - 1 = 36$ | $\quad = \underline{82} \quad - 1 = 81$ | |
| $36 + 9 = \underline{36 + (10 - 1)}$ | $81 + 9 = \underline{81 + (10 - 1)}$ | |
| $\quad = \underline{46} \quad - 1 = 45$ | $\quad = \underline{91} \quad - 1 = 90$ | |

Fonte: Büchler (1923, p. 109)

O primeiro *Livro* inicia o ensino da divisão também a partir da subtração (Figura 87) e da ideia de número divisível, ou seja, associado à ideia da multiplicação quando instiga o leitor a indicar todos os números que podem ser divididos por 2, 3, 4 e 5, além de outros exercícios.

Figura 87: Da subtração para a divisão



Fonte: Büchler (1923, p. 93)

No *Livro II*, além de dar continuidade ao ensino das operações, o autor revê os cálculos que foram trabalhados no *Livro I*. Nessa etapa, as estratégias de cálculo mental são enfatizadas. Na lição III - *Passagem das dezenas – Adição* Büchler (1923) desenvolve a ideia de complemento (o que o número precisa para completar uma dezena ou uma centena ou uma unidade de milhar) e passa a propor vários cálculos nos quais os alunos deverão usar essa ideia (Figura 88).

Figura 88: Ideia de complemento

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{8 + 3 = 8 + 2 \dots + 1 = 11} \\
 \mathbf{80 + 30 = 80 + 20 \dots + 10 = 110} \\
 \mathbf{800 + 300 = 800 + 200 \dots + 100 = 1100}
 \end{array}$$

Fonte: Büchler (1935, p. 20, 21, 23)

Essa mesma estratégia de cálculo mental, agora com a ideia de retirar para ter a dezena, a centena e o milhar exato, foi usada para a subtração, além de outras que são apresentadas pelo autor ao longo do *Livro II* e do *Livro III*. Neste, a primeira lição que tem como título *Exercícios diários de calculo mental* retoma o que já foi trabalhado e a lição XIII, *Processos mentaes para abreviar os cálculos*, explora outras estratégias.

Büchler justifica o ensino do algoritmo da operação de adição (que chama “adição por escrito”) quando a quantidade de parcelas é três ou mais, visto que é possível que o aluno esqueça as últimas quando estiver somando as primeiras. Nesse momento, então, apresenta os elementos da operação e descreve o algoritmo a partir de um exemplo. Faz o mesmo com a subtração.

Desenvolve, também, a subtração por adição, estratégia muito utilizada para cálculo do troco em situações de compra e venda, denotando o desejo de articular o que se aprende na escola com situações da vida diária.

Quanto à forma de escrever o cálculo da multiplicação, o autor indica uma maneira para quando o segundo fator é um número de um só algarismo e outra para quando é um número de dois ou mais algarismos. Na primeira, utiliza as ordens do número e na segunda a decomposição (Figura 89).

Figura 89: Multiplicação por escrito

Fazendo a multiplicação por escrito, começa-se pelas unidades, assim:

$$\begin{array}{r} 31 \times 9 \\ \hline 279 \end{array}$$

9×1 , 9, escreve-se 9 u.
 9×3 , 27, escreve-se 7 d e 2 c.

21) *Multiplique desta forma:
 12×4 , 21×3 , 13×3 , 32×4 , 44×2 .

22)

$$\begin{array}{r} 23 \times 5 \\ \hline 115 \end{array}$$

5×3 , 15; escreve-se 5 u, vae 1;
 5×2 , 10... + 1, 11; escreve-se 1 d e 1 c.

4. Vejam, agora, como se podem fazer rapidamente essas multiplicações por escrito. Vamos resolver o problema... 15×24 .

Olhem, eu escrevo 24. Quanto é 10×24 ? 240 é o decuplo de 24. Como se escreve o decuplo deste número (24)? (Acrescentando-lhe uma cifra á direita). Este número 240 é igual a 10×24 . O que falta sommar? (5×24). Quanto é 5×24 ? Eu escrevo 120 por baixo de 240.

$$\begin{array}{r} 240 \\ 120 \\ \hline 360 \end{array}$$

O que representa esse numero? (10×24)
 ? (5×24)
 Sommando obtemos 360 ? (15×24)

Fonte: Büchler (1935, p. 70, 94)

Quanto ao algoritmo da divisão, o autor desenvolve em duas etapas. Na primeira, quando o resto é zero e depois quando o resto é diferente de zero. Cabe ressaltar que nessa última etapa utiliza a ideia de decompor o dividendo em dois, de modo que o primeiro seja divisível pelo divisor e que o segundo seja menor do que o divisor, por exemplo, $547:20 = (540 + 7) : 20$. No caso, 540 é divisível por 20 e 7 é menor do que 20.

Na Figura 90, vemos o item 2 da lição XVIII – Divisão com resto – que tem por objetivo separar o número divisível.

Figura 90: Item 2 da Lição XVIII – Divisão com resto

154 Separar o numero divisivel

2. Decomponha os seguintes numeros em 2 numeros de forma que o primeiro seja divisivel por 20 (30, 40, 50, 60, 70, 80, 90).

Ex. $547 = 540 + 7$; 540 é divisivel por 20.*

» $= 540 + 7$; 540 » » » 30.
 » $= 520 + 27$; 520 » » » 40.
 » $= 500 + 47$; 500 » » » 50.
 » $= 540 + 7$; 540 » » » 60.
 » $= 490 + 57$; 490 » » » 70.
 » $= 480 + 67$; 480 » » » 80.
 » $= 540 + 7$; 540 » » » 90.

| | | | |
|-----|-------|--------|---------|
| 547 | 2.164 | 32.501 | 481.142 |
| 669 | 4.276 | 54.772 | 562.115 |
| 781 | 6.388 | 76.953 | 642.329 |
| 803 | 8.499 | 96.134 | 723.524 |
| 925 | 3.509 | 18.315 | 804.298 |

[Dividir os mesmos numeros pelos divisores 20, 30, etc.].
 [Vide Lição IX, 8]

547 : 20 = 27
147
 7 de resto

* Antes de decompor, o aluno deverá repetir a serie das multiples de 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 respectivamente 30, 30, etc.

Fonte: Büchler (1935, p. 154)

Como a condução do ensino se dá de forma gradativa e não conclusiva em cada assunto, é interessante destacar que o autor, antes de apresentar o algoritmo, sugere que o aluno veja a lição IX, onde pela primeira vez o cálculo escrito de divisão foi apresentado, no caso, divisões de resto zero.

Para que esta prática de decomposição seja algo fácil para o aluno, muito antes, na lição V – *Adição e Multiplicação* - solicita que os alunos decorem as séries (tabuadas) de 10, 20, 30, ..., 90.

4.2.4. Análise comparativa das quatro outras obras

Os elementos constitutivos da *vulgata* que percebemos nas quatro primeiras obras analisadas aparecem nessas quatro últimas também, como podemos observar na terceira coluna do Quadro 16. Mas, a presença deles não indica que tais obras pertençam à *vulgata* identificada anteriormente, como veremos adiante.

Percebemos, ainda, observando a primeira coluna do Quadro 16, que os autores dessas quatro últimas obras analisadas constroem o conceito de número associado à contagem.

Quadro 16: Comparação das outras obras

| | Definição de número | Definição de operação | Elementos da condução do ensino das operações |
|-----------------|--|--|---|
| Antonio Trajano | Associado a contagem. Os números representam as quantidades que se podem contar das coleções, uma vez definidas as unidades. | São procedimentos que nos permitem:
1º dados dois ou mais números, achar a sua soma;
2º dados dois números, achar a sua diferença;
3º dados dois fatores, achar o seu produto;
4º dados dois números, achar quantas vezes o menor está contido no maior. | Arithmetica Elementar Ilustrada |
| | | | Ilustração
Tabuada
Definição
Problemas iniciais
Regra
Prova
Exercícios de aplicação
Problemas para resolver |
| | | | Arithmetica Primária |
| | | | Em lições
Ilustração com perguntas
Definição
Problemas iniciais
Tabuada
Exercícios de aplicação
Propriedades
Prova
Regra
Problemas para resolver |
| Ramon Roca | Associado a contagem e a sequência rítmica, sejam estas em ordem crescente ou decrescente. | As operações derivam da contagem. | Em lições
Cálculo mental
Adição desenvolvida junto com a numeração
Tabuadas a partir dos fatos básicos |

| | | | |
|----------------------|---|--|--|
| | | | Algoritmo em etapas graduadas
Definição
Prova
Propriedades |
| Georg August Büchler | Relacionado com a observação dos fatos numéricos associados às quantidades. | As operações são abreviações metódicas da contagem. Composição e decomposição de unidades ou grupos de unidades. | Em lições
Contos
Igualdade
Adição e subtração desenvolvidas junto com a numeração
Tabuada a partir de fatos básicos
Cálculo mental
Operações por escrito (algoritmo)
Propriedades |

Fonte: A autora

Chervel (1990) afirma que

[...] as vulgatas evoluem ou se transformam. [...] Os períodos de estabilidade são separados pelos períodos “transitórios”, ou de “crise”, em que a doutrina ensinada é submetida a turbulências. O antigo sistema ainda continua lá, ao mesmo tempo em que o novo se instaura: períodos de maior diversidade, onde o antigo e o novo coabitam, em proporções variáveis. (p. 204)

No livro *Aritmética elementar ilustrada* de Trajano (1922), o antigo e o novo coabitam, como diz Chervel. Sabemos que o lançamento desta obra coincidiu com a assinatura do decreto de Leôncio de Carvalho o qual determinou a oficialização do ensino intuitivo. Mas, ainda segundo, Chervel (1990), “mesmo os que preconizam essas novidades, muito frequentemente, não tardam em recomendar uma mistura harmoniosa com os procedimentos tradicionais” (p. 201). Foi esta mistura que identificamos na condução do ensino das operações por Trajano (1922).

Os elementos constitutivos da *vulgata* identificada anteriormente nas quatro primeiras obras estão presentes no *Arithmetica elementar illustrada*, de Trajano (1922). São eles, a tabuada, a definição da operação, a regra, a prova, os exercícios e os problemas. Entretanto, nossas análises indicam que alguns elementos contidos nesse livro

tornam a condução do ensino das operações diferente daquela observada nas outras obras. No nosso entendimento, a presença de uma ilustração para iniciar cada uma das operações nesta obra de Trajano é um dos dispositivos didáticos que permite a criança intuir e refletir, prerrogativas do ensino intuitivo. Além de aproximar o conteúdo a ser trabalhado da realidade da criança, possibilita a prática da conversação a ser estimulada pelo professor a partir do que estava sendo representado por meio da ilustração.

A tábua de Pitágoras foi um elemento presente na obra de Trinocq (1851). No entanto, Trajano, “inova” ao apresentá-la incompleta com orientações para o aluno completá-la e consultá-la. Nesse caso, dá importância à atividade do aluno, o que para Buisson, defensor do método de Pestalozzi, era muito importante (GUIMARÃES, 2015).

Ainda, Trajano (1922) dispõe de problemas antes de expor a regra (algoritmo) e a prova da operação. Nesta condução, o conhecimento do passo a passo da regra não é dado *a priori*, é apresentado depois que a criança teve oportunidade de desenvolver a observação, a análise, a classificação, entre outros.

Nos exercícios de aplicação, o autor se utiliza dos números concretos, àqueles unidos a nomes de objetos, que Calkins (1886), em seu manual pedagógico *Primeiras lições de coisas* já utilizava.

Quanto aos “problemas para resolver” que finalizam o ensino de cada operação, percebe-se certa graduação no grau de dificuldades, levando em consideração o desenvolvimento intelectual dos alunos, orientação, também, da pedagogia moderna.

No final dessa obra, Trajano (1922) apresenta um capítulo intitulado *Analyse arithmetica* e explica que os problemas aritméticos podem ser resolvidos de duas maneiras: uma chamada “solução synthetica” quando se usa o algoritmo ensinado e outra “solução analytica” quando se raciocina com os dados do problema para se obter a solução do cálculo proposto, sem o emprego do algoritmo. E diz:

Os franceses dão a esta solução o nome de redução à unidade [...]. O nome adequado para este systema de calcular é analyse arithmetica, dado pelos ingleses, americanos e allemães [...]. Antigamente a analyse era desconhecida no ensino elementar, hoje, porém, com o progresso da pedagogia e o aperfeiçoamento do methodo de clareza, o ensino da analyse arithmetica está adoptado em todas as escolas onde se ensina esta matéria com perfeição, e já tem mostrado os mais vantajosos resultados, no adeantamento dos alumnos. (Trajano, 1922, p. 122).

Encontramos nesse capítulo um elemento novo nessa condução do ensino das operações, em conformidade com o movimento pedagógico renovador, exemplificando o que Chervel (1990) constata sobre as pedagogias não serem apenas um “lubrificante” e sim interferirem nas disciplinas escolares, alterando saberes.

As outras três obras analisadas: *Arithmetica primaria* de Trajano ([1889/1890]), o *Livro do mestre* associado aos *Cadernos* de Dordal (1915) e *Arithmetica elementar* de Büchler (1923, 1935, 1937) conduzem o ensino das operações por meio de lições. Será que elas criaram uma nova *vulgata*?

O fato de conduzirem o ensino por intermédio de lições não foi suficiente para observarmos a constituição de uma *vulgata*, visto que a condução proposta pelos referidos autores para este ensino se deu de forma demasiado distinta, apesar de todos buscarem contemplar as orientações do ensino intuitivo. Cada um deles se apropriou dessas orientações de uma maneira e “daí o reconhecimento das práticas de apropriação cultural como formas diferenciadas de interpretação” (CHARTIER, 1990, p. 28) ser tão importante.

Nesse sentido, buscamos identificar os diferentes modos de como as orientações do ensino intuitivo foram empregadas, a partir da maneira como foram interpretadas.

Trajano ([1889/1890]), em sua *Arithmetica primária*, apresenta antes da primeira lição relativa a cada operação a ilustração que aparecia

em sua obra *Aritmetica elementar illustrada*, porém, desta vez, seguida de perguntas, possivelmente com a intenção de orientar o aluno na observação da imagem e promover o primeiro contato com o que será trabalhado na lição. Nesse mesmo sentido, Büchler (1923) inicia suas lições com contos em seu *Arithmetica elementar - Livro I*.

[...] entendemos de bom alvitre dosar as lições sob a forma de contos, instructivos e educativos ao mesmo tempo; contos estes que – escala ascendente, vão gradualmente, abrindo aos alunos perspectivas de novos fenômenos arithmeticos. (BÜCHLER, 1923, p. v)

Tanto Trajano quanto Büchler apresentam em suas obras a preocupação de partir das “coisas”, de situações conhecidas das crianças, de modo que, por meio da intuição sensível permitiria a elas alicerçar seus conhecimentos, base do pensamento de Pestalozzi.

Após responder as perguntas relativas à ilustração, o leitor, no *Arithmetica primária* de Trajano ([1889/1890]), é apresentado à definição da operação e seus elementos e a um problema que parte de uma situação bem concreta, acompanhado de ilustração. O passo seguinte, enfatizado pelo autor, é que o usuário domine a tabuada para que possa operar facilmente.

Nas lições, as propriedades das operações e o algoritmo são trabalhados nos exercícios. Oliveira (2016) classifica tais exercícios em exercícios pré-requisitos, exercícios de aplicação e exercícios de automatização. De acordo com o autor, os primeiros “requerem do aluno um mínimo de saber-fazer, a fim de poder prosseguir no estudo” (p. 23). Como exemplo, logo após a tabuada de adição, Trajano, como primeira tarefa, propõe adições envolvendo números concretos (Figura 91).

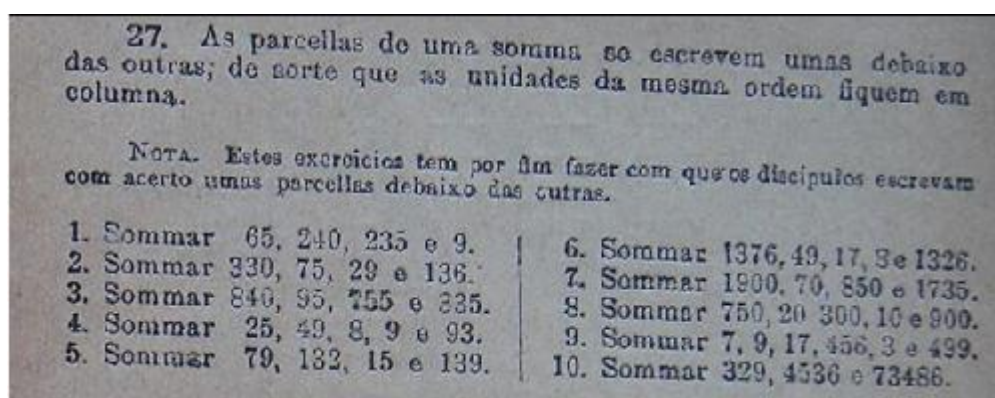
Figura 91: Exercício da 2ª Lição de somar

| | | | | |
|---------------|---------|---------|---------|----------|
| (1.) | (2.) | (3.) | (4.) | (5.) |
| 2 dias | 2 horas | 3 mezes | 2 facas | 3 rolhas |
| 3 dias | 4 horas | 2 mezes | 6 facas | 4 rolhas |
| 1 dia | 2 horas | 4 mezes | 1 faca | 2 rolhas |
| <u>6 dias</u> | | | | |

Fonte: Trajano ([1889/1890], p. 13)

Os exercícios de aplicação são apresentados depois de uma regra. Segundo, Oliveira (2016), esses exercícios têm por objetivo “o treino da regra, da definição para desenvolver no aluno uma capacidade precisa de utilização dos saberes” (p. 24) No exemplo abaixo podemos ver, na nota que Trajano ([1889/1890]) expõe, que o objetivo dos exercícios é “fazer com que os discípulos escrevam com acerto umas parcelas debaixo das outras” (p. 15); ou seja, o treino da regra.

Figura 92: Exercício da 6ª Lição de sommar



Fonte: Trajano ([1889/1890], p. 15)

Os exercícios de automatização, segundo Oliveira (2016), “visam reforçar aquilo que já foi aprendido e aplicado noutra momento”, colocando “em prática uma sistematização dos saberes aprendidos e uma reaplicação dos processos de resolução” (p. 25). No caso do ensino das operações os exercícios de automatização aparecem quando o autor apresenta a prova da operação, visto que, primeiramente, é necessário calcular para que seja possível realizar a verificação da operação, já que é imprescindível colocar em prática o que se aprendeu anteriormente.

Trajano indica a prova da operação e pergunta como se opera antes da última lição que expõe os problemas para resolver. A resposta à pergunta é a descrição da regra da operação (algoritmo).

Quanto aos problemas, Oliveira (2016) os classifica em “iniciais” e “de aplicação”. O objetivo dos “problemas iniciais” é “fazer emergir as concepções dos processos” de operar. (p. 26). Na condução do ensino, Trajano ([1889/1890]) os expõe na primeira lição de cada operação, logo

após a definição desta. Os “de aplicação” tem por finalidade fazer o aluno “aprender a utilizar seus saberes noutra contexto” (p. 26). São os problemas que finalizam o estudo de cada operação e que estão associados a situações da vida cotidiana.

O ensino das operações, proposto por Dordal (ano) em seus *Cadernos*, se inicia com a adição trabalhada em conjunto com o sistema de numeração e a ênfase dada ao cálculo mental. A contagem de dois em dois, três em três, etc. levam às tabuadas de multiplicação. Os cálculos iniciais de adição são apresentados na horizontal e na vertical com vistas ao trabalho com o algoritmo. Este é apresentado em etapas com graduação das dificuldades. A definição da operação, seus elementos, a verificação e as propriedades são trabalhadas em seguida.

Büchler (1923), em sua *Arithmetica elementar*, além da adição, trata da subtração associada à construção do sistema de numeração decimal, com ênfase nas operações inversas (tirar e pôr). A igualdade (=) é um aspecto do conteúdo de operações que é bastante explorado por Büchler, diferentemente dos outros autores.

Assim como Dordal, o autor utiliza-se da contagem de dois em dois, de três em três, etc. para iniciar o estudo da multiplicação, associando esta operação a de adição. Büchler (1923; 1935; 1937) desenvolve todas as operações ao mesmo tempo, ou seja, não conclui o estudo de uma para iniciar o da outra, estabelecendo sempre relações entre elas. A multiplicação é trabalhada a partir da adição, a divisão a partir da subtração. A ênfase da sua condução para o ensino das operações é o de desenvolver o cálculo mental, visto que o algoritmo só é introduzido bem no final do estudo, como “cálculos por escrito” e com a justificativa de ser difícil guardar as informações mentalmente para resolver os exercícios propostos.

Não conseguimos, a partir da análise dessas últimas quatro obras, identificar uma *vulgata* para a condução do ensino das operações. Percebemos que não fazem parte da *vulgata* verificada anteriormente e

que trazem muitos elementos e orientações propostos para o ensino intuitivo.

CAPÍTULO 5

E OS MOVIMENTOS DE RENOVAÇÃO PEDAGÓGICA CONTINUAM...

Segundo Valdemarin (2010, p. 88), nas décadas iniciais do século XX, educadores dos Estados Unidos, Europa e Brasil criticavam a educação em voga e afirmavam que as mudanças na sociedade justificavam a necessidade de alterações nos objetivos e procedimentos escolares.

Essa renovação foi maior no âmbito da tradição ativista, quando a escola se impôs como instituição-chave da sociedade democrática e se nutriu de um forte ideal libertário, dando vida tanto a experimentações escolares e didáticas baseadas no primado do “fazer” quanto a teorizações pedagógicas destinadas a fundar/interpretar essas práticas inovativas partindo de filosofias ou de abordagens científicas novas em relação ao passado. (CAMBI, 1999, p. 513).

O movimento da Escola Nova teve como norteadores principais relacionar a escola com a vida, aprender pela ação e levar em conta o desenvolvimento infantil para a organização escolar. Para esse Movimento, a ênfase da educação não está na acumulação de conhecimentos, mas na capacidade de aplicá-los às situações vividas.

Quanto à condução do ensino, Larroyo (1974, p. 725) afirma que Dewey⁴⁴ atribuía-lhe um “caráter psicogenético”. A educação deve partir dos interesses da criança e progredir apoiando-se em suas ações e no seu desenvolvimento. A aprendizagem deve iniciar-se com a observação, reflexão e experimentação, respeitando-se o indivíduo e buscando uma melhoria na própria ação.

⁴⁴ John Dewey foi o primeiro que se opôs à “educação pela instrução” em lugar da ideia ativista do “ensino pela ação”.

O aprender se realiza melhor quando a vida se baseia numa atividade com sentido e com entusiasmo. O objetivo determina o que será observado, como será relacionado, como será aceito e, conseqüentemente, como será aprendido. O objetivo sentido e as relações percebidas com ele são essenciais para o aprender autêntico. Quanto mais claro e vigoroso for o objetivo, melhor será o aprender. (LARROYO, 1974, p. 727).

Assim, segundo Larroyo (1974), tem-se que a aprendizagem se caracteriza como variação do comportamento por efeito da experiência.

Como se concretizou tais orientações para o ensino das operações? Será que foi muito diferente do que vimos em livros didáticos? Para responder estas questões, analisamos as possíveis apropriações do movimento escolanovista em artigos publicados em revistas pedagógicas e em manuais didáticos.

5.1 A Revista do Ensino do Rio Grande do Sul

A Revista do Ensino do Rio Grande do Sul teve uma primeira fase de edição no período compreendido entre 1939 a 1942. Depois, de 1951 a 1978, uma segunda fase. Nesta segunda etapa, a revista visava, segundo Bastos (2005) ser um meio que fornecesse aos professores atualização permanente através da publicação de experiências pedagógicas, de questões relativas à educação e ao ensino, promovendo uma melhoria no nível dos profissionais da educação.

A Revista do Ensino/RS, em termos de editoração, edição e circulação, teve apoio da Secretaria de Educação e Cultura do Rio Grande do Sul e, no nível privado, da professora Maria de Lourdes Gastal. A partir de 11 de dezembro de 1956, passou a ser publicada sob a supervisão técnica do Centro de Pesquisas e Orientação Educacionais do Rio Grande do Sul (CPOE/RS). Assim, até a sua extinção, em 1971, este órgão merece atenção por ter sido grande norteador da natureza dos discursos proferidos nas páginas da RE/RS. A atuação do CPOE/RS foi intensa junto ao magistério gaúcho e pelas páginas da revista, atingiu, inclusive,

outros estados do Brasil, também alcançando fronteiras internacionais. (PEREIRA, 2010, p. 46).

Sendo assim, tornou-se, desde 1956, uma publicação oficial do Centro de Pesquisas e Orientações Educacionais (CPOE), adquirindo a função de divulgar as orientações pedagógicas deste centro.

O quadro a seguir mostra os artigos encontrados na *Revista do Ensino do Rio Grande do Sul*, disponíveis no repositório digital da Universidade Federal de Santa Catarina que, de alguma forma, dizem respeito às operações aritméticas. Identificamos para cada um a data, seu autor e o assunto tratado.

Quadro 17: Artigos sobre operações aritméticas

| <i>Revista do Ensino do Rio Grande do Sul</i> | | | |
|---|---|---|---|
| Data | Título do artigo | Autor | Assunto |
| 1942/ maio | O Ensino da Matemática no Curso Primário – Adição e Subtração | Professora Alfredina de Paiva e Souza (Instituto de Educação do Distrito Federal) | Publicação dos resultados da pesquisa que desenvolveu cujo título é o mesmo da reportagem. |
| 1952/ novembro | Seriação do Ensino das Quatro Operações | - | Metodologia em passos para o ensino de cada uma das quatro operações. |
| 1955/ maio | Tabuada e Graduação de Cálculos | Professora Irene de Albuquerque (Professora Catedrática do Instituto de Educação do Distrito Federal) | Palestra realizada na Associação Brasileira de Educação do Rio de Janeiro, por ocasião da “Campanha da Matemática”. |
| 1956/ abril | Aprendizagem das Operações Fundamentais | Professora Alfredina de Paiva e Souza
Auxiliar Teresa Maria Lôbo Bittencourt | Curso de Aperfeiçoamento do INEP – Metodologia da Matemática no Curso Primário. |
| 1958/ maio | Objetivos do Ensino de Aritmética | Professora Irene de Albuquerque | Os objetivos do ensino da Aritmética. |

| | | | |
|-------------------|--|--|--|
| 1958/
setembro | O Ensino da Divisão de Inteiros | Professor França Campos
(Professor do Instituto de Educação do Distrito Federal) | Palestra realizada pelo professor sob a responsabilidade do Departamento de Educação Primária – Setor de Bibliotecas e Auditórios da Secretaria Geral de Educação e Cultura da Prefeitura do Distrito Federal. |
| 1958/
novembro | Metodologia do Cálculo Objetivos do Ensino da Aritmética e das Noções de Geometria, na Escola Primária | Professor França Campos | Descrição dos fundamentos para o ensino da numeração, contagem e tabuadas. |
| 1959/
agosto | Mecanismo e Significação da Aritmética | Professora Irene de Albuquerque | Palestra proferida no Ministério de Educação |
| 1961/
setembro | Sociologia Didática do Número e do Cálculo na Escola Primária (I) | Professor J. Roberto Moreira Técnico de Educação do MEC | Recomendações, no sentido de organizar e dirigir o ensino do número e do cálculo, tendo em vista dar-lhe conteúdo e significação social. |
| 1961/
outubro | Sociologia Didática do Número e do Cálculo na Escola Primária (II) | Professor J. Roberto Moreira | II |
| 1961/
novembro | Sociologia Didática do Número e do Cálculo na Escola Primária (III) | Professor J. Roberto Moreira | II |
| 1963/
junho | Fatos Fundamentais das Operações de Números Inteiros | Professora Odete Campos Técnica em Educação do Centro de Pesquisa e Orientações Educacionais (CPOE) - RS | Contribuições para unificar o ensino dos fatos fundamentais e torná-lo mais racional e prático, além de indicação de bibliografia para o professor. |

Fonte: Autora, com base no repositório da UFSC

Apresentamos a seguir alguns dados biográficos relativos aos autores referidos no Quadro 17.

Nascida em 30 de agosto de 1905, no Rio de Janeiro, Alfredina de Paiva e Souza ingressou no Instituto de Educação em 1932 como professora de Prática de Ensino e Cálculo em Matérias de Ensino. Com a função de professora-chefe da Seção de Prática de Ensino da Escola de Professores do Instituto de Educação e assistente da Seção de Matérias de Ensino produziu e divulgou pesquisas sobre educação. Em junho de

1936, publicou os resultados da pesquisa intitulada *O ensino da Matemática no curso primário – adição e subtração* (a mesma da reportagem de maio de 1942 da *Revista do Ensino do Rio Grande do Sul*) no periódico do Instituto de Educação (ALMEIDA, 2013).

Irene de Albuquerque, professora catedrática de Prática de Ensino do curso normal do Instituto de Educação do Rio de Janeiro e de Metodologia do Curso de Aperfeiçoamento do Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos (INEP). Ministrou cursos, palestras, escreveu artigos e livros direcionados ao ensino da aritmética. (VILLELA et al, 2016)

Nascido na pequena cidade de Mafra, em Joinville, João Roberto Moreira foi um intelectual participante do Movimento da Escola Nova e que, em 1947, passou a atuar como técnico em educação do Ministério da Educação e Cultura, trabalhando, a partir de 1949, no Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos (INEP) (DANIEL, 2009). Neste instituto foi

[...] integrante de projetos que discutiam a intervenção na educação mediante bases científicas advindas das ciências sociais, conseguiu circular no interior de discussões e posicionamentos políticos e intelectuais heterogêneos e, ao mesmo tempo, participar de discussões e produzir suas reflexões. (DANIEL, 2009, p. 7).

Seus artigos na *Revista do Rio Grande do Sul* são frutos dessas discussões e reflexões.

Ismael de França Campos, professor de Metodologia do Cálculo no Instituto de Educação do Rio de Janeiro, ministrava cursos na Associação Brasileira de Educação. Em maio de 1957, no Diário Oficial, seção II, p.4408, há uma comunicação da realização do curso no dia 9 do referido mês (Figura 93).

Figura 93: Comunicação sobre curso a ser realizado pelo professor França Campos

| | |
|--|--|
| <p>ORDEM DE SERVIÇO N. 35</p> <p>Comunica realização de curso.</p> <p>Srs. Chefes de DE.</p> <p>Comunico-vos que a Associação Brasileira de Educação iniciará, na próxima quinta-feira, 9 do corrente, às 17,30 horas, na sede daquela instituição, Avenida Rio Branco, 91 — 10.º andar, um curso sobre Metodologia do Cálculo, na Escola Primária, cuja direção ficará a cargo do emiente professor Ismael França Campos professor catedrático do ITE.</p> <p>Esse curso será ministrado às quintas-feiras, naquele mesmo local, obedecendo ao mesmo horário.</p> | <p>Pela importância da matéria programada, julga o DEP. que esse curso é de capital interesse para todos os que se dedicam à tarefa de ensinar, razão por que recomenda seja feita ampla divulgação entre os elementos do magistério público e particular em exercício no DE. sob vossa direção.</p> <p>Os interessados, para maiores esclarecimentos, deverão dirigir-se à Secretaria da ABE.</p> <p>Distrito Federal, 7 de abril de 1957. — <i>Renata Medella Braga</i>, Diretora do DEP.</p> |
|--|--|

Fonte: <http://www.jusbrasil.com.br>

Finalmente, professora Odete Campos Gross, técnica do Centro de Pesquisa e Orientações Educacionais do Rio Grande do Sul (CPOE/RS), que respondeu, em vários períodos, como substituta da professora Eloah Brodt Ribeiro Kunz, diretora do Centro, no período de 1946 a 1954. (QUADROS, 2006).

5.1.1 Das prescrições pedagógicas para o ensino das operações aritméticas

De acordo com Valente (2014), Alfredina de Paiva e Souza “publica os resultados de suas experiências no periódico “Arquivos” do Instituto de Educação, do Rio de Janeiro, em junho de 1936” (p.22). Logo, aproximadamente, seis anos depois, em maio de 1942, os mesmos resultados aparecem na *Revista do Ensino do Rio Grande do Sul*.

Souza (1942) inicia seu texto comentando que o ensino das tabuadas passou de um extremo ao outro por conta do movimento de renovação pedagógica: “da simples decoração, quase sempre cantada, desprovida de interesse direto” foi “completamente abandonado o treino

sistemático.” (p. 43). Utilizando-se da Psicologia Educacional e baseada nos trabalhos de Frank Clapp⁴⁵ dos Estados Unidos, realiza uma pesquisa com o objetivo de apresentar ao professor uma organização e distribuição das combinações fundamentais de cada operação que fosse mais eficiente para a aprendizagem. Valente conclui que:

[...] assim, diferentemente de seguir a ordem numérica crescente para o ensino da operação de adição, vê-se que o mais indicado seria seguir pela ordem de dificuldade que determinadas combinações de parcelas apresentam. O mesmo para a operação de subtração. (VALENTE, 2014, p. 24).

Quanto às indicações de trabalho relacionadas aos procedimentos operatórios, Souza conclui que se deva dedicar-se com atenção mais duradoura ao ensino da subtração.

A aplicação do processo de “adições iguais” ao invés do de “decomposição” usado com maior frequência, segundo observações por nós feitas, provavelmente visa contribuir para aumentar a eficiência em subtração, pelo aproveitamento mais direto, da prática de somar:

- a) decomposição: 7 menos 5 igual a 2
- b) adições iguais: 5 para 7, faltam 2. (SOUZA, 1942, p. 53).

Em abril de 1956, quatorze anos depois da publicação de sua pesquisa, a mesma professora apresenta um artigo na *Revista do Ensino do Rio Grande do Sul*, fruto de Curso de Aperfeiçoamento, ministrado no Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas, sobre Metodologia da Matemática no Curso Primário, onde indica as habilidades e as fases necessárias para a aprendizagem das operações de adição e subtração. Indica uma condução para o ensino da subtração. Diz que, ao se adotar o conceito de resto, é necessário a aprendizagem de uma tabuada de subtrair com 100 combinações. Sendo assim, o ensino da subtração deve ser derivado do trabalho da adição com lacuna, não havendo, então, necessidade de uma tabuada de subtrair.

⁴⁵ Frank Leslie Clapp, psicólogo americano, que realizou testes em alunos para verificar as dificuldades em relação às combinações fundamentais das tabuadas, chegando ao estabelecimento de graus de dificuldades (ALMEIDA; SILVA, 2014).

$3 + \dots = 5$ (três para 5 faltam 2); é conhecimento integrante da experiência total em adição; quem conhece a tabuada de somar, conhece quanto falta a uma parcela para obter o total; conhece pois as combinações da subtração, faltando apenas representar esse conhecimento sob forma nova, com uso do sinal – (sinal de falta) (SOUZA, 1956, p. 36).

A professora Irene de Albuquerque, no artigo *Tabuada e graduação de cálculos*, de maio de 1955⁴⁶, também discute o fato das crianças não dominarem a tabuada e por isso calcularem mal e afirma a importância dos alunos compreenderem a tabuada e os cálculos elementares. Compara o cálculo à escrita de uma sentença:

Fazer um cálculo é como escrever uma sentença. Se nós tivéssemos que parar para pensar como se escreve cada palavra da sentença “O Jardim está florido”, por exemplo, o esforço para a escrita desta sentença seria enorme. A sentença escreve-se com palavras; além da ideia, da estrutura, é preciso saber escrever; assim, qualquer cálculo se vale das combinações fundamentais, aliadas a outros conhecimentos, como: armar a operação, levar as reservas, ou colocar a vírgula decimal, conforme o caso. Se o aluno tiver que pensar em cada combinação fundamental, evidentemente esquecerá muitas outras coisas (ALBUQUERQUE, 1955, p. 4).

Assim como Alfredina Souza, Irene de Albuquerque aborda as dificuldades encontradas pelos alunos nos cálculos de subtração. Para ela, o uso de processos inadequados é a causa das distrações cometidas pelas crianças. Apresenta, como exemplo, o cálculo $10102 - 9876$.

Se for adotado o processo de “empréstimos”, o número de empréstimos sucessivos a que a criança tem que recorrer é tão grande que evidentemente, algum ficará

⁴⁶ Em 1924, formou-se, no Rio de Janeiro, a Associação Brasileira de Educação (ABE), congregando um grupo de intelectuais que ficaram conhecidos como Renovadores da Educação. Com o lançamento do Manifesto, em 1932, e inspirados no momento cultural vivido pelo país, intitularam-se Pioneiros da Educação Nova, dando origem ao Movimento Renovador Educacional. Por mais de meio século os Renovadores conquistaram e consolidaram uma hegemonia no campo educacional em âmbito nacional, pela intensa atividade que desenvolveram como idealizadores e organizadores dos sistemas públicos de ensino e da pesquisa educacional, também, como promotores de cursos, palestras, semanas de educação e da difusão de uma vasta e diferenciada produção educacional através de obras próprias ou coleções especializadas e, principalmente, como organizadores das Conferências Nacionais de Educação. Politizaram, ainda, o debate sobre a escola pública, gratuita, laica e universal (ARAÚJO, 2003, p. 10-11). O artigo *Tabuada e graduação de cálculos*, trata de registros da palestra de Albuquerque, realizada na Associação Brasileira de Educação do Rio de Janeiro, por ocasião da “Campanha da Matemática”.

pelo caminho... Se, entretanto, for usado o método de compensações⁴⁷ (ou eclético, ou que outro nome se lhe dê), no qual a criança pensará: 6 para 12, 6; vai 1; 1 e 7, 8; 8 para 10, 2; etc, a distração devido à dificuldade do método estará afastada. (ALBUQUERQUE, 1955, p. 6).

Outra indicação que aparece no texto de Irene de Albuquerque e que destaca estudos da psicologia educacional nas indicações metodológicas do ensino da aritmética, no caso específico, dos procedimentos operatórios, é a orientação de que sejam usados os processos longos.

Hoje, os processos longos são preferidos quando facilitam a operação e a colocam mais à altura da criança, da sua idade mental, oferecendo-lhes mais segurança, perfeição e velocidade, de acordo com pesquisas educacionais já realizadas; é esse o caso da divisão. (ALBUQUERQUE, 1955, p. 9).

Ainda, no seu artigo *Objetivos do ensino de aritmética*, de maio de 1958, evidencia a mudança que o ensino dos procedimentos operatórios teve com a nova corrente pedagógica.

O cálculo entra, assim, na escola, para resolver aspectos sociais da aritmética, e simplesmente técnicas de calcular não terão valor se os significados das operações não forem concomitantemente adquiridos. Da mesma maneira, experiências e bom desenvolvimento de conceitos aritméticos demandam precisão e velocidade de cálculo que deem as respostas numéricas requeridas pelas nossas indagações. (ALBUQUERQUE, 1958, p. 33).

A partir dos escritos de Albuquerque (1958), inferimos que os procedimentos operatórios, nessa fase, são importantes se forem associados às ideias das operações e sua utilidade na resolução de problemas. Porém, esta constatação não permite afirmar que as crianças não necessitem de precisão e velocidade.

Assim como as outras autoras já referidas, o professor França Campos, em seus artigos de setembro e novembro de 1958, também

⁴⁷ No seu outro artigo *Mecanismo e significação da sritmética*, registros de sua palestra proferida no Ministério de Educação, de agosto de 1959, Irene de Albuquerque menciona que o mérito de tal processo foi muito discutido nos Estados Unidos e cita os estudos de John Theodore Johnson e seu livro *The relative merits of three methods of subtraction* (ALBUQUERQUE, 1959, p. 29).

apresenta uma metodologia em passos para o ensino das operações, mostrando as combinações fundamentais divididas em níveis de dificuldade, de acordo com os estudos da psicologia. Acrescenta que as operações de adição e subtração, assim como, multiplicação e divisão devem ser estudadas paralelamente.

As multiplicações e divisões fundamentais são estudadas paralelamente, por grupos, pequenas unidades de ensino, ou famílias, em atenção aos princípios da psicologia da forma ou estrutura, segundo as quais a aprendizagem não consiste em juntar peças desgarradas, de experiências, mas em perceber relações dentro de um todo, por muito vagas que sejam a princípio. (CAMPOS, 1958, p. 22).

Também manifesta-se sobre o que considera uma dúvida que assola muitos professores. Quando se apresenta os fatos da multiplicação para as crianças, como por exemplo, $3 \times 4 = 12$, explica-se que é 12, pois $4 + 4 + 4 = 12$. No entanto, existe a convenção de que na operação 3×4 , o multiplicador é 4, indicando quantas vezes o multiplicando, no caso o 3 é tomado como parcela. Campos afirma que

[...] os melhores tratadistas do ensino de Aritmética, todavia, abrem exceção para o curso primário, considerando que seria confuso, para a criança, ouvir três vezes 4 e ver quatro vezes 3, ou quatro parcelas iguais a 3. (1958, p. 22).

O técnico de educação do Ministério de Educação e Cultura (MEC) João Roberto Moreira, em seu artigo desmembrado em três partes e apresentado na *Revista do Ensino do Rio Grande do Sul*, nos meses de setembro, outubro e novembro de 1961, mostra a diferença entre a aprendizagem formal (escola tradicional) e a aprendizagem prática (proposta pelo movimento da Escola Nova). E exemplifica:

No passado, o êxito na aprendizagem do cálculo era medido pela capacidade que o aluno tinha de responder corretamente a uma grande quantidade de situações numéricas, propostas abstratamente. Por exemplo, à proposição $2 + 2$, a criança deveria responder 4. O professor aceitava tal resposta como evidência de que a criança sabia o assunto. Todavia como observam Lee and Lee⁴⁸, muitas vezes a resposta 4 pode não ter mais

⁴⁸ Lee, Johnathan Murray, and Dorris May Potter Lee. *The child and his curriculum*. D. Appleton-Century company, incorporated, 1940 (MOREIRA, 1961, p. 59).

sentido para a criança do que completar a frase João e Pedro subiam com a resposta à montanha. O complemento estaria tão exato com a resposta dada, quanto se, em vez da palavra montanha tivesse a criança usado a palavra escada. Se a resposta 4 tiver sentido semelhante, não conterà qualquer conceito ou sentido numérico, será apenas como resposta automática. Se porém, ela resultou do trato com objetos, de modo que se compreenda que dois meninos mais dois meninos constituem um grupo de quatro meninos, que duas bolas mais duas bolas constituem um conjunto de quatro bolas, etc, os símbolos $2 + 2 = 4$, que exprimem as operações feitas concretamente, passam a ter sentido para a criança, de modo que $2 + 2 = 4$ é algo que tem compreensão própria e única, não sendo mera resposta mecânica (MOREIRA, 1961, p. 59).

A diferença da qual Moreira (1961) nos fala diz respeito à apresentação no processo de ensino. Na aprendizagem formal tudo é apresentado sob forma simbólica, ao passo que na aprendizagem prática, tudo resulta de experiências reais, significativas e ricas de conteúdo social para as crianças. Daí, surgem as unidades de atividade escolar que reúnem ricas oportunidades para desenvolver os diversos sentidos numéricos, assim como os cálculos e as medidas. Como exemplo, os autores, mencionados por Moreira, citam a unidade “Lar” para se trabalhar, na 1ª série.

O último artigo, da Professora Odete Campos, cujo título é *Fatos fundamentais das operações de números inteiros* tem como objetivo indicar aos professores primários uma técnica de apresentação e fixação da aprendizagem dos fatos fundamentais. Note-se que a autora se propõe a indicar uma bibliografia que auxilie o professor na busca por sugestões e orientações. Dentre os autores indicados por Campos (1963), estão Irene de Albuquerque e França Campos.

Destaca-se que todos os professores, autores dos artigos, ou trabalhavam no Instituto de Educação do Rio de Janeiro, ou pertenciam a Centros de Pesquisa em Educação do Rio de Janeiro, ambiente privilegiado, que lhes propiciava condições de maior interação e participação em discussões e reflexões acerca dos movimentos de renovação pedagógica. Desse modo, em seus textos citam a importância

dos estudos da psicologia educacional e acreditam ser importante trabalhar os fatos fundamentais das operações de acordo com as dificuldades que determinadas combinações apresentam.

Enfatizam que o trabalho com cálculos deve estar associado às ideias das operações e sua utilidade na resolução de problemas. Sua aprendizagem deve ser prática e não formal, ou seja, técnicas de calcular desprovidas de sentido não têm lugar neste ensino. É preciso que as crianças vivenciem situações reais e significativas, não se descartando a necessidade de precisão e velocidade nos cálculos. As operações de adição e subtração, assim como multiplicação e divisão devem ser estudadas paralelamente.

Quanto aos procedimentos operatórios, indicam que, na subtração, ao invés de se adotar o conceito de resto, por exemplo, $5 - 3 = 2$, deve-se usar a ideia da adição com lacuna ($3 + \dots = 5$), 3 para 5 faltam 2, evitando com isso a aprendizagem de 100 combinações da tabuada de subtrair. Essa ideia também evita o “processo de empréstimos” que, segundo os autores é a causa de tantos erros cometidos pelas crianças. Sugerem o “método das compensações”, por exemplo, no cálculo $10102 - 9876$, faz-se, 6 para 12, 6; vai 1, 1 e 7, 8; 8 para 10, 2; e assim por diante.

Quanto ao algoritmo da divisão, a indicação é que o processo longo seja utilizado, visto que facilita a operação e fornecem mais esclarecimento e segurança às crianças.

Várias dessas indicações já estavam presentes na condução do ensino das operações por Trajano ([1889/1890]), Dordal (1915) e Büchler (1923; 1935; 1937). Os três trabalhavam com o processo longo no algoritmo da divisão e a utilidade dos cálculos na resolução de problemas. Büchler (1923; 1935; 1937) desenvolve as operações de adição e subtração, assim como a multiplicação e divisão paralelamente e ainda aborda a subtração, através da ideia da adição, inclusive associando esta situação ao cálculo do troco, situação bem cotidiana.

5.2 Os manuais pedagógicos

Ao buscar artigos que pudessem mostrar prescrições didático-metodológicas voltadas para o ensino das operações fundamentais, nas revistas pedagógicas vistas anteriormente, nos deparamos com as indicações bibliográficas que alguns dos autores/professores dos textos indicavam para seus leitores. Os manuais mostrados no Quadro 18 estão entre os mais indicados.

Quadro 18: Manuais pedagógicos analisados

| Título | Autor | Observações | Autores citados nos manuais |
|--|--------------------------|--|--|
| <i>A nova metodologia da aritmética</i> (1936) | Edward Lee
Thorndike | | Pestalozzi – o ensino intuitivo |
| <i>Como se ensina a aritmética: fundamentos psicopedagógicos</i> Vol 9. (1946) | Everardo Backheuser | O autor considera as influências francesa, positivista e norte-americana, sofridas pelo ensino da Aritmética no Brasil. | Thorndike – os velhos métodos ensinam a aritmética por amor à própria aritmética. Os novos recomendam os processos que a vida exige e os problemas que a vida oferece. |
| <i>Práticas Escolares</i> Vol 1. 11. ed (1966) | Antônio D'Ávila | O prefácio da 11ª edição nos informa que a 1ª edição do livro foi há 24 anos acolhida pelas normalistas e professores primários. | Thorndike - objetivos do ensino da aritmética.
Pestalozzi - marcha intuitiva no ensino da aritmética.
Decroly - ponte entre o mundo e o pensamento, estabelecimento de relações, comparações, aproveitamento de assuntos da vida cotidiana.
Backheuser citando Thorndike – os velhos métodos ensinam a aritmética por amor à própria aritmética. Os novos recomendam os processos que a vida exige e os problemas que a vida oferece. |
| <i>Metodologia do ensino primário. Curso de Psicologia e Pedagogia.</i> Vol. 10. 3. ed. (19??) | Theobaldo Miranda Santos | De acordo com os programas dos Institutos de Educação e das Escolas Normais. | Thorndike – objetivos do ensino de aritmética.
Backheuser – normas práticas para o ensino das operações. |
| <i>Metodologia do ensino primário</i> 6. ed (1961) | Afro do Amaral Fontoura | Apresenta os objetivos do ensino de Matemática | Thorndike – objetivos do ensino da aritmética. Os velhos métodos ensinam a |

| | | | |
|--|--|--|---|
| | | segundo o Programa do Distrito Federal de 1952 mostrando a profunda ligação entre o programa e a vida prática (p. 208/209) | aritmética pela própria aritmética, sem considerar às necessidades da vida. Os novos métodos põem em relevo os processos que a vida exige e os problemas que ela oferece.
Theobaldo Miranda Santos - o professor deve tudo fazer para tornar o ensino da aritmética interessante e agradável. Para isso, é preciso relacioná-lo com a experiência, o interesse e as situações reais da vida da criança, transformando sua aprendizagem numa atividade espontânea e criadora. |
|--|--|--|---|

Fonte: A autora

O período no qual esses manuais pedagógicos circularam é bem posterior ao Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova (1932). O que nos dá possibilidade de identificar a apropriação que os autores fizeram das inovações propostas pelo movimento da Escola Nova.

O Quadro 18 nos mostra que os autores Everardo Backheuser, Antônio D'Ávila, Theobaldo Miranda Santos e Amaral Fontoura fazem referência aos objetivos do ensino da aritmética apresentados por Edward Lee Thorndike e todos têm como escopo esclarecer aos leitores como o ensino se dá em épocas de “novos métodos”. O que Thorndike apresenta como “novo” está em consonância com as principais proposições postas pelo escolanovismo.

Quanto aos princípios norteadores do movimento da Escola Nova, vistos anteriormente, que diz respeito a relacionar a escola com a vida, Thorndike (1936) afirma que a finalidade da aritmética nesse “novo tempo” é ser um “precioso auxiliar na vida prática” (p. 14), procurando mostrar “em que e como cada fato numérico pode ser útil ao aluno” (p. 16). Em relação a aprender pela ação, enfatiza que se deve selecionar “problemas que oferecem ao aluno oportunidade para raciocinar e aplicar conhecimentos de aritmética, senão que o levem a raciocinar sobre a aritmética em situações reais e aplicá-los em condições semelhantes às

da vida” (p. 14). Quanto a levar em conta o desenvolvimento infantil para a organização escolar, ele assevera que “os novos métodos devem respeitar os interesses vitais dos alunos” (p. 28), diferentemente dos “velhos” que desrespeitavam “os interesses vitais das diferentes fases de evolução psicológica” (p. 28) das crianças.

A *nova metodologia da aritmética* de Edward Lee Thorndike estabelece uma comparação entre o que era feito (“velhos métodos”) e o que estava sendo proposto pelos “novos métodos” (Quadro 19).

Quadro 19: Comparação entre os “velhos métodos” e os “novos métodos”

| | “Velhos métodos” | “Novos métodos” |
|--------------------------|--|---|
| Finalidade da Aritmética | Aritmética – uma ginástica para mente (p.14) | Aritmética – precioso auxiliar na vida prática (p.14) |
| | A aritmética tinha por finalidade única ensinar a somar, subtrair, multiplicar e dividir. (p.9) | Procuram descobrir exatamente, em que e como cada fato numérico pode ser útil ao aluno. (p.16) |
| Resolução de problemas | Problemas imaginários, sem aplicação no mundo real. (p.13) | Problemas que oferecem ao aluno oportunidade para raciocinar e aplicar conhecimentos de aritmética, senão que o levem a raciocinar sobre aritmética em situações reais e a aplicá-la em condições semelhantes às da vida. (p.14) |
| Tabuada | Mera repetição (p. 76) | Aprendida em relação com os fatos já conhecidos e pronta a relacionar-se com o novo fato a aprender, estabelecendo conexões. (p.77) |
| Cálculo | Exercitavam o aluno, indiscriminadamente, no cálculo. (p.12) | Dedicam especial atenção à aritmética que possa ser realmente útil a uma pessoa. (p.12) |
| Cópia | Cópia dos números que vão somar, subtrair, multiplicar ou dividir. (p.27) | Não se pode exigir que uma criança copie todos os números que emprega nos seus cálculos, assim como não se pode exigir que copie todas as histórias que tenha de ler.(p.27) |
| Algoritmos | Explicavam as várias regras e processos, como o “transporte de reservas”, através do raciocínio dedutivo. (p.52) | O aluno aprende a verificar regras e processos através do experimento e raciocínio indutivo. Maior importância dada à convicção do aluno quanto à exatidão da regra e do processo do que a habilidade de exhibir em palavras uma prova que possa satisfazer ao matemático mais exigente. (p.60) |

Fonte: A autora, com base em Thorndike (1936)

Verificamos como são diferentes as orientações propostas para um método e outro, principalmente no que diz respeito à aprendizagem. Nos

“velhos métodos” se explicavam as várias regras e processos, como o “transporte de reservas”, por meio do raciocínio dedutivo. Sendo assim, a aprendizagem é submetida à ordem lógica das matérias e seus elementos, progredindo do simples para o complexo por deduções sucessivas.

Já nos “novos métodos” o aluno aprende a verificar regras e processos por intermédio do experimento e raciocínio indutivo. Maior importância é dada ao entendimento da regra e do processo pelo aluno do que à habilidade de exibir uma prova em palavras. Logo, a aprendizagem é submetida à ordem empírica e “natural” do desenvolvimento psicológico das ideias, progressivamente, do simples para o complexo, seguindo a marcha indutiva que parte do sensível em direção ao inteligível.

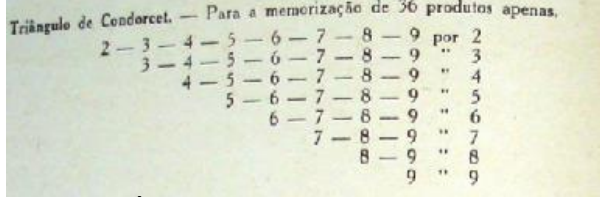
5.2.1. Orientações dadas ao ensino das operações fundamentais pelos manuais analisados

Neste subcapítulo, abordamos como os autores Everardo Backheuser (1946), Antônio D’Ávila (1966), Theobaldo Miranda Santos (19?) e Amaral Fontoura (1961) se apropriam das recomendações de Thorndike (1936) sobre os “novos métodos” para o ensino da aritmética e apresentam algumas orientações para o ensino das operações fundamentais (Quadro 20).

Quadro 20: Orientações para o ensino das Operações Fundamentais

| Aspectos relacionados às operações fundamentais | Orientações dadas pelos autores dos manuais |
|---|--|
| Finalidade | Fazer o cálculo penetrar em todas as circunstâncias reais da vida. Orientar a aprendizagem no sentido de que a criança, ao dominar a técnica das operações compreenda seu fim utilitário, sabendo distinguir claramente quando deve recorrer a cada uma delas. A operação escrita deve ser entendida como um recurso necessário, quando não é possível realizar o cálculo apenas mentalmente ou em que seja preciso registrá-lo sem alterar, entretanto, sua finalidade. |

| | |
|---------------------|--|
| | Aspectos indispensáveis: compreender porque realiza (raciocínio) e executar de maneira rápida e exata (memorização) (SANTOS, 19?, p.170-171) |
| Atividades iniciais | <p>A criança não inicia sua experiência de números com sua representação mental, mas realiza concretamente os seus cálculos, operações, jogando com objetos, figuras, etc. (D'ÁVILA, 1966, p.225)</p> <p>As operações fundamentais devem ser inicialmente ensinadas com números concretos, com objetos, com pauzinhos. (FONTOURA, 1961, p.214)</p> |
| Ordenação no ensino | <p>Soma e subtração ensinadas juntas. (BACKHEUSER, 1946, p.113)</p> <p>A moderna orientação do ensino aconselha guiar a criança desde os primeiros exercícios, no jogo das quatro operações fundamentais. Exercitando-se na aprendizagem do número 10, por exemplo, ela soma, subtrai, multiplica e divide quantidades dentro desse limite. É a totalidade da experiência numérica que se realiza, dentro do conceito – dez. (D'ÁVILA, 1966, p.226)</p> <p>Adição e subtração devem ser ensinadas juntas, introduzindo a noção de prova real, que os alunos, muitas vezes faziam sem compreender. (FONTOURA, 1961, p. 214)</p> <p>É necessário graduar as dificuldades para exercitar a criança no domínio das operações. (D'ÁVILA, 1966, p.227)</p> |
| Cálculo mental | <p>Realizar as operações da esquerda para a direita, diferente de quando há a disposição lápis e papel, visto que neste caso as operações caminham às avessas, da direita para a esquerda. Apresenta artifícios para cada uma das operações no cálculo mental. (BACKHEUSER, 1946, p. 135-141)</p> <p>Em vez de roubar enorme tempo da aula e do aluno exigindo a resolução de contas quilométricas e inúteis, o que devemos ensinar a criança é resolver o mais depressa e o mais facilmente possível as pequenas contas da vida diária. Por exemplo, somar da esquerda para direita $270 + 135$. Faz-se $270 + 100$, que é igual a 370. A seguir $370 + 30$, que dá 400. E, por fim, $400 + 5$, chegando ao resultado 405. (FONTOURA, 1961, p. 216-217)</p> |
| Adição | <p>Quando comparece a dezena, assimila-se o novo caso ao antigo já bem conhecido – somar 27 com 5 se reduz a se lembrar da soma de 7 com 5. Logo em seguida exercitar a soma de dezenas. (BACKHEUSER, 1946, p. 113)</p> <p>Completar igualdades $3 + \text{-----} = 5$. (FONTOURA, 1961, p.215)</p> |
| Subtração | <p>A subtração pode ser ensinada ou retirando unidades ao número maior até obter o menor ou, ao contrário, juntando unidades a este para alcançar o maior, 8 menos 5 é igual, ou 5 para 8 faltam 3. A “Comissão alemã para o ensino de matemática e ciências” (Demnu) decidiu preferir segundo processo de subtração, aconselhando seu uso sistemático em todas as escolas daquele país como já o era na Áustria. A razão da preferência além do motivo prático de fazer trocos, a própria definição de diferença, que é aquilo que cumpre adicionar ao subtraendo para ter o minuendo. E também mais fácil, no modo de ver da comissão, no cálculo mental usar esse processo. (BACKHEUSER, 1946, p.116)</p> |
| Multiplicação | <p>Não seguir a ordem natural dos números. Sugere a seguinte coordenação: por 2, por 4, por 10, por 5, por 3, por 6, por 12, por 7, por 8 e por 9, por 11, por dezenas completas, por 15.</p> <p>Toda vez que se tratar de multiplicação de dois fatores com dois algarismos pode-se usar com vantagem a chamada multiplicação</p> |

| | |
|---------|---|
| | <p>cruzada, cujo treino é dos mais úteis. Procede-se assim: Seja a multiplicar 85 por 97. Efetuam-se as seguintes operações: $5 \times 7 = 35$, $5 \times 9 = 45$, $7 \times 8 = 56$, $9 \times 8 = 72$. Assim, $35 + 450 + 560 + 7200 = 8245$ (BACKHEUSER, 1946, p.117)</p> |
| Divisão | <p>Em seguida à prática com o divisor 2 (metade) e o divisor 10, virá a noção da divisão do tempo, usando o relógio; meia hora, um quarto de hora, três quartos da hora. O mesmo com dúzia, meia dúzia, dúzia e meia, etc. Bem adquirida por este modo a noção de divisão, passar-se-á às operações com outros divisores. (BACKHEUSER, 1946, p.118)</p> |
| Tabuada | <p>Aprendizagem inteligente – processos intuitivos, artifícios de memorização, uso de brinquedos.
Triângulo de Condorcet para memorização de 36 produtos apenas.</p>  <p>(DÁVILA, 1966, p. 228-230)</p> |

Fonte: Autora

Além de tais orientações ditadas pelos autores dos manuais analisados, Fontoura (1961) apresenta os princípios fundamentais da psicologia da aritmética: *o cálculo como instrumento* – o cálculo deve ser um instrumento e não um fim em si mesmo, a aritmética deve sempre ser empregada para alguma coisa; *a concretização do ensino* – aplicar a matemática às coisas e, em especial, às coisas que rodeiam a criança, buscando sempre partir do concreto para o abstrato; *a formação do conceito de número* – pela contagem e pela comparação de grandezas e *a necessidade da tabuada, o trabalho com números pequenos, a psicologia do erro* – erro tendo um sentido educativo.

E, ainda, os itens relacionados à motivação da aprendizagem (FONTOURA, 1961): *partir do concreto* – ensino ativo e concreto, *não dar dados absurdos, partir da experiência da criança* – transformar as operações abstratas em operações de coisas, e de coisas que a criança está acostumada a manejar, *partir das atividades infantis na escola* – a aprendizagem da Matemática deve brotar menos das aulas formais, teóricas, e mais das próprias atividades infantis na escola, *partir de um projeto e estabelecer pesquisas*.

Percebemos que as prescrições didático-metodológicas para a

condução do ensino das operações estão de acordo com os princípios da psicologia da aritmética e pautadas diretamente nos itens relacionados à motivação da aprendizagem. A concretização do ensino está presente na finalidade desse estudo que é “fazer o cálculo penetrar em todas as circunstâncias reais da vida” (SANTOS, 19?, p. 170).

D’Ávila (1996) indica que a criança inicie o estudo das operações realizando concretamente os seus cálculos. Essa indicação nos mostra a preocupação de partir da experiência da criança, sem usar dados distantes de sua realidade. A orientação dada por Fontoura (1961) de não roubar enorme tempo da aula e do aluno, exigindo a resolução de contas quilométricas e inúteis, e sim, ensinar a criança a resolver o mais depressa e o mais facilmente possível as pequenas contas da vida diária, nos indica o trabalho com números pequenos.

A necessidade da tabuada é vista em D’Ávila (1966) quando propõe uma aprendizagem inteligente deste dispositivo através de processos intuitivos, artifícios de memorização e uso de brinquedos; além do triângulo de Condorcet para a memorização de 36 produtos.

Quanto às orientações dadas a cada uma das operações, percebemos que se deve partir sempre dos fatos já conhecidos para poder relacionar com o novo fato a aprender, estabelecendo conexões. Thorndike (1936) explica a diferença que existe no modo de compreender dos “velhos métodos” para os “novos”. Antes, “a compreensão, na maioria dos casos, devia preceder o uso e que depois de estar o aluno apto a aplicar bem o processo, não havia mal em que esquecesse as razões do mesmo” (p. 63). A nova metodologia, segundo ele, discordava “deste aprender para esquecer” (p. 63). A proposta é ensinar “cada princípio, gradativamente, à medida que se vai praticando o respectivo processo “e muitas vezes depois”, como meio de explicá-lo e justificá-lo” (p. 63).

Sendo assim, será melhor compreendido, visto que se relaciona com o que o aluno “está fazendo e esteve fazendo” (THORNDIKE, 1936, p. 64). Dessa forma, define o “aprender a aritmética” a adquirir

“conhecimentos graduados e atividades adaptadas ao desenvolvimento progressivo do aprendiz, conduzidas em competição, num jogo real, sob condições reais” (p. 129).

Com relação às operações, orienta que depois de exercícios, por exemplo,

[...] que giram em torno de casos concretos, enunciados sempre em termos inconfundíveis as palavras somar, subtrair, achar somas, achar diferenças, achar restos e os sinais + e – poderão ser ensinados com segurança” (THORNDIKE, 1936, p. 139).

Nos outros autores não se encontra uma orientação específica para a condução do ensino das operações. Apresentam alguns caminhos que indicam uma preocupação com essa aprendizagem. D’Ávila (1966) enfatiza a graduação das dificuldades para exercitar a criança no domínio das operações. Fontoura (1961) e Backheuser (1946) salientam que o rendimento da aprendizagem pode ser maior com a utilização de jogos e exibem inúmeros exemplos.

Várias orientações dadas pelos autores dos manuais já estavam presentes nas obras de Trajano ([1889/1890]), Dordal (1915) e Büchler (1923; 1935; 1937). Valdemarin, em seu estudo sobre a escola nova e seus modos de uso, afirma que o

[...] novo é o lugar teórico produzido por um agente externo que deve ser reconhecível pelo usuário tanto nos elementos familiares conservados quanto nas inovações introduzidas. É, portanto, a partir de práticas conhecidas que o novo adquire significado, como uma melhoria, um avanço e um aperfeiçoamento, tendo em vista novos objetivos. (VALDEMARIN, 2010, p. 27-28).

Alguns exemplos dessa prática estão na obra de Fontoura (1961). O autor indica que o ensino das operações deve ser iniciado com números concretos, objetos, pauzinhos. Do mesmo modo como Büchler (1935), Santos (19?, p. 170-171) afirma que a operação por escrito é “um recurso necessário, quando não é possível realizar o cálculo apenas mentalmente”.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O significado de condução, no sentido de nortear, encaminhar ou orientar alguém, foi usado no início deste trabalho para mostrar o caminho trilhado para sua elaboração. Agora, usaremos de novo esta palavra na acepção de transmitir, propagar ou passar uma informação, com o objetivo de contribuir com elementos constitutivos para uma escrita da História da Educação Matemática, a partir do caminho trilhado.

Este estudo procurou conduzir o leitor por um percurso histórico que vivenciou épocas de mudança no que diz respeito às ideias pedagógicas, ou seja, a forma de se pensar o ensino, especificamente, o ensino das operações aritméticas, saber elementar que sempre esteve presente no ensino primário. Porém, segundo Valente (2015), este “elementar” assume diferentes significados e maneiras distintas de conduzi-lo, dependendo do pensamento pedagógico em voga em determinado período. Eis a tese constituída! A pedagogia transforma os saberes (CHERVEL, 1990), logo modifica os saberes matemáticos. Os saberes matemáticos não são invariantes, assim tem sentido analisar como eles mudam.

Ainda, segundo Chervel (1990), o estudo da história das disciplinas escolares passa pelas análises dos conteúdos específicos que compõem uma determinada disciplina. Sendo assim, tomando livros didáticos como fonte privilegiada, analisamos historicamente como se deu a condução do ensino das operações aritméticas no ensino primário, a partir das propostas didático-metodológicas neles presentes, na intenção de observar as transformações que ocorreram nesta condução na passagem do chamado ensino tradicional ao ensino intuitivo.

O método intuitivo foi o núcleo principal da renovação pedagógica do final do século XIX, considerado como uma ruptura ao modelo de

ensino formal e tradicional que era pautado em práticas de repetição e processos de memorização, com os conteúdos organizados de acordo com os níveis de abstração próprios da ciência, do simples para o complexo, sendo desenvolvidos dedutivamente. Em contrapartida, a observação desenvolvida pelo uso que se faz dos sentidos possuiu papel fundamental no ensino intuitivo. As coisas desencadeiam experiências vividas pelo sujeito que aprende e os conteúdos são organizados considerando o desenvolvimento psicológico das ideias, do simples para o complexo, sendo desenvolvidos indutivamente.

Os livros analisados tiveram suas primeiras edições entre 1850 e 1920 e foram divididos em dois grupos. No primeiro, pertencem os livros⁴⁹ *Elementos de arithmetica* de Camillo Trinocq (1851), *Rudimentos arithmeticos* de Antonio Maria Barker (1867) e *Arithmetica da infância* de Joaquim Maria de Lacerda (1881) os quais fizeram parte do primeiro inventário de livros didáticos de matemática do ensino primário (VALENTE, 2006) e, ainda, o *Arithmetica para meninos* de José Theodoro de Souza Lobo (1874) que foi categorizado junto com os demais por ter tido várias reedições sem sofrer influências das novas ideias pedagógicas (COSTA, 2010).

No segundo grupo, os livros *Arithmetica elementar illustrada* e *Arithmetica primaria* de Antonio Trajano (1879; 1886), *Arithmetica escolar* de Ramon Roca Dordal (1891) e *Arithmetica elementar* de Georg August Büchler (1919) nos quais encontramos pareceres dos próprios autores e de outras pessoas, assentindo sobre a inovação que estes apresentavam.

A análise comparativa dessas obras, que foram produzidas numa mesma época, pode nos indicar elementos adotados para a condução do ensino das operações fundamentais. A organização interna da disciplina, os conteúdos de ensino e a forma de conduzi-los, os capítulos propostos para organizá-los, os temas específicos, a terminologia usada, os exercícios típicos e a gradação de dificuldade, são alguns elementos

⁴⁹ Estas datas são as das primeiras edições e não as das obras analisadas.

destacados por Chervel (1990) e, segundo esse autor, durante certo período de estabilidade, traduz o fenômeno da *vulgata*.

Ao analisarmos os livros do primeiro grupo encontramos elementos recorrentes que traduzem uma forma de condução de ensino para as operações fundamentais, ou seja, uma *vulgata*. São eles: as tabuadas das operações, que são apresentadas ora antes de iniciar o estudo das operações, ora depois da definição de cada uma delas; as próprias definições; as regras (como os autores chamam os algoritmos); exemplos resolvidos; a verificação da operação, alguns somente exibem a prova real e outros além desta, a prova dos nove; perguntas na forma de questionário sobre os conceitos trabalhados e ainda, nos dois últimos livros, a presença de exercícios e problemas.

Esse último elemento da *vulgata*, exercícios e problemas, presente somente nas duas últimas obras analisadas, se justifica pelo fato de que nas últimas décadas do século XIX, uma das orientações pedagógicas surgidas diz respeito à importância de se ter livros escolares que pudessem ser lidos pelos alunos, visto que até então predominavam mais textos escolares para orientar as lições a serem ministradas pelos professores. Valente (1999) caracteriza esse momento como o da passagem da lição (que tem por objetivo organizar o trabalho docente) ao exercício (que permite ao aluno poder vivenciar a atividade matemática). Os exercícios e problemas realçam essa diferença e mostram novas apropriações que vão dar outro tom, sem, no entanto, se configurar como outra *vulgata* para a condução do ensino das operações.

O primeiro grupo de livros didáticos apresenta as operações para serem ensinadas separadamente na seguinte ordem: adição, subtração, multiplicação e divisão, partindo-se da definição dos conceitos. Os procedimentos de cálculo (regras/verificação) são descritos através de longas explicações seguidos de exemplos resolvidos. Perguntas na forma de questionário são feitas para verificar se o conteúdo havia sido memorizado. Os exercícios e problemas visam à aplicação das regras. A

lógica vai do geral ao particular, do abstrato ao concreto, de modo que para seu ensino, as operações aritméticas precisam ser decodificadas.

Quanto aos livros didáticos do segundo grupo, identificamos que todos eles incorporam orientações do ensino intuitivo nessa condução do ensino das operações fundamentais. Apesar de constatarmos a presença de vários elementos dessa condução, entendemos que tais obras não pertencem à *vulgata* caracterizada anteriormente. Nossas análises mostram que a maneira como os autores dos manuais do segundo grupo conduzem o ensino das operações são distintas.

No livro *Arithmetica elementar illustrada* o antigo e o novo coabitam, ou seja, o antigo ainda faz parte enquanto o novo vai aos poucos se instaurando. (CHERVEL, 1990). Para iniciar cada uma das operações Trajano (1922) utiliza uma ilustração como forma de aproximar o conteúdo a ser trabalhado da realidade da criança e estimular a prática da conversação que poderia ser estimulada pelo professor. A tábua de Pitágoras, elemento presente em algumas obras do primeiro grupo, nessa obra aparece incompleta com orientações para o aluno completá-la e consultá-la, dando importância à atividade do aluno. O autor dispõe de problemas antes de expor a regra e sua verificação, indicando que o conhecimento não é dado *a priori*, ou seja, possibilita à criança oportunidade de desenvolver a observação, a análise, a classificação, entre outros. O autor se utiliza dos números concretos nos “exercícios de aplicação” e nos “problemas para resolver”, que finalizam o ensino de cada operação, pode-se perceber uma gradação no grau de dificuldades, levando em consideração o desenvolvimento intelectual dos alunos.

As outras três obras, de Trajano ([1889/1890]), Ramon Roca Dordal (1915) e Büchler (1923; 1935; 1937), apresentam a condução do ensino das operações através de lições, mas ainda assim, os autores o fazem de formas distintas, embora busquem contemplar as orientações do ensino intuitivo.

A mesma ilustração que Trajano apresenta, antes de cada operação no *Arithmetica elementar illustrada* (1922), aparece também em sua *Arithmetica primaria* ([1889/1890]), seguida de perguntas para orientar o aluno na observação da imagem e promover o primeiro contato com o que é trabalhado na lição. Com este mesmo propósito, Büchler (1923) inicia suas lições com contos, de forma a permitir que o aprendizado das operações parta da vida familiar e cotidiana para a escolar. Os dois partem das “coisas”, de situações conhecidas das crianças, por meio das quais a intuição sensível poderia alicerçar seus conhecimentos.

No *Arithmetica primaria* (TRAJANO, [1889/1890]), depois das perguntas relativas à ilustração, o autor introduz a definição da operação, seus elementos e a um problema em que parte de uma situação concreta, acompanhado de ilustração. Em seguida, a tabuada é apresentada com a indicação de que, para operá-la facilmente é preciso sabê-la com perfeição. As propriedades das operações e o algoritmo são trabalhados nas lições por intermédio de exercícios. Antes da última lição, que traz os problemas para resolver, Trajano ([1889/1890]) indica a prova da operação e pergunta: como se opera? A resposta à pergunta é a descrição detalhada do procedimento do algoritmo.

Dordal, em sua *Arithmetica escolar* (1915), dividida em seis cadernos, inicia o ensino das operações com a adição desenvolvida juntamente com o sistema de numeração por meio de exercícios e problemas, com ênfase no cálculo mental. A contagem de dois em dois, de três em três, etc. levam às tabuadas de multiplicação. Os cálculos iniciais de adição são apresentados na horizontal e na vertical com vistas ao trabalho com o algoritmo. Este é apresentado em etapas com graduação das dificuldades. A definição da operação, seus elementos, a verificação e propriedades são trabalhadas em seguida.

Büchler, em sua *Arithmetica elementar* (1923), além da adição, trabalha a subtração associada à construção do sistema de numeração decimal, com ênfase nas ações inversas (tirar e pôr). A igualdade é um

aspecto do conteúdo de operações que é bastante explorado por Büchler, diferentemente dos outros autores. Assim, como Dordal (1915), utiliza-se da contagem de dois em dois, de três em três, etc. para iniciar o estudo da multiplicação, associando esta operação a de adição. No entanto, Büchler (1923; 1935; 1937) desenvolve todas as operações ao mesmo tempo, ou seja, não conclui o estudo de uma para iniciar o da outra, estabelecendo sempre relações entre elas. A multiplicação é trabalhada a partir da adição e a divisão a partir da subtração. A ênfase da sua condução para este ensino é o de desenvolver o cálculo mental, visto que o algoritmo só é introduzido ao final do estudo, como “cálculos por escrito” e com a justificativa de ser difícil guardar as informações “de cabeça” para calcular.

A condução do ensino das operações, vista nas obras do segundo grupo, inicia-se por ilustrações, contos, ou ainda objetos concretos, aproximando o conteúdo da realidade cotidiana da criança ou priorizando sua atividade. Abandona o início pela definição dos conceitos e regras e indica esta condução por meio de exercícios e problemas. As propriedades das operações e os próprios algoritmos são apresentados gradualmente, do mais fácil para o mais difícil. É interessante observar que a prova dos nove, como recurso para a verificação das operações, não aparece mais nessa condução do ensino.

Apesar desses elementos comuns, não conseguimos identificar uma *vulgata* considerando as obras do segundo grupo. Uma hipótese levantada é a de que cada autor obteve suas referências em modelos diferentes: Trajano buscou inspiração em livros didáticos dos EUA, Büchler teve sua formação na Alemanha e Dordal na Escola Normal de São Paulo. Portanto, as apropriações que fizeram das novas propostas metodológicas do ensino intuitivo se deram de maneiras diferentes.

Ao que tudo indica, nesse período, da segunda metade do século XIX até a terceira década do século XX, dois tipos de condução para o ensino das operações fundamentais coabitaram no ensino de Aritmética. Um que instituiu uma *vulgata*, que parte das definições dos conceitos, da

memorização da tabuada, da descrição dos algoritmos, dos exemplos resolvidos, das perguntas em forma de questionário, dos exercícios para aplicação dos conceitos e com ênfase na repetição e problemas distantes da realidade do aluno; e outro tipo de condução que anuncia e introduz princípios do ensino intuitivo. Entre eles, podemos citar que, nas obras, o conhecimento se dá de maneira indutiva: parte da observação dos fatos, da experimentação, através de ilustrações, contos, ou até mesmo exercícios para depois se chegar às definições e regras, além dos exercícios e problemas possuírem uma gradação de dificuldades orientada pela ordem do desenvolvimento intelectual do aluno.

Várias são as questões que se abrem a novos estudos.

Os livros do segundo grupo que apresentaram propostas inovadoras para a condução do ensino das operações possibilitaram a constituição de várias *vulgatas*? Todo período de renovação pedagógica traz consigo novas *vulgatas*?

Chervel (1990) enfatiza que as pedagogias não são apenas um “lubrificante”, elas interferem nas disciplinas escolares, alterando saberes. Nesta análise encontramos um “saber”, posto na obra *Arithmetica elementar illustrada* de Trajano (1922), denominado por *Analyse Arithmetica* que, segundo ele, com o “progresso da pedagogia e aperfeiçoamento do methodo de clareza” (p. 122) foi desenvolvido em todas as escolas. Este novo saber escolar foi incorporado na condução do ensino das operações?

Apesar do período delimitado pela pesquisa não incluir o movimento da Escola Nova, ao analisarmos as obras, principalmente as do segundo grupo, fomos investigar quais as orientações postas por esse movimento para verificarmos se muito se distanciavam daquelas propostas pelo ensino intuitivo. A ênfase da educação, proposta pelo movimento da Escola Nova, não estava na acumulação de conhecimentos, mas na capacidade de aplicá-los às situações vividas. Teve como norteadores principais: relacionar a escola com a vida,

aprender pela ação, levar em conta o desenvolvimento infantil para a organização escolar, entre outros.

Vimos que este movimento ratificou várias das orientações postas pelo anterior e muitas destas orientações estavam presentes nas obras do segundo grupo. Podemos identificar uma nova *vulgata* para a condução do ensino das operações em épocas de Escola Nova?

Na condução desta pesquisa intentamos responder algumas questões, mas terminamos levantando outras tantas. Faz-se necessário a busca por novos livros escolares, que tiveram reedições neste período de renovação pedagógica, para que se possam traçar novos caminhos de pesquisa, contar outras histórias.

Até porque, como Bloch (2001) nos diz, a história “é um esforço para o conhecer melhor: por conseguinte, uma coisa em movimento” (p. 46). A condução proposta aqui teve que ter uma parada, mas com possibilidades de inúmeros recomeços.

REFERÊNCIAS

A.A.G. Parte Pedagógica: Intuição e ensino intuitivo. **O grêmio dos professores primários**: Recife, Ano II, n^o 3, p. 1-8, 25 de fevereiro de 1884. Disponível em: <<http://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=xx1907&PagFis=154&Pesq=met%C3%B3do%20intuitivo>>. Acesso em: 23 fev. 2014.

ALBUQUERQUE, I. de. Tabuada e graduação de cálculos. **Revista do Ensino do Rio Grande do Sul**. Ano IV, n^o 30, p. 3 - 9, maio. 1955. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/127559>>. Acesso em: 08 fev. 2015.

_____. Objetivos do Ensino de Aritmética. **Revista do Ensino do Rio Grande do Sul**. Ano VII, n^o 52, p. 33, maio. 1958. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/127615>>. Acesso em: 08 fev. 2015.

_____. Mecanismo e Significação da Aritmética. **Revista do Ensino do Rio Grande do Sul**. Ano VIII, n^o 62, p. 29-32, agosto. 1959. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/127625>>. Acesso em: 08 fev. 2015.

ALMEIDA, D. H. de. **A Matemática na formação do professor primário nos Institutos de Educação de São Paulo e Rio de Janeiro (1932-1938)**. Dissertação (Mestrado da Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas). Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2013.

ALMEIDA, D. H.; SILVA, M. C. L. Alfredina de Paiva Souza e o Instituto de Educação do Rio de Janeiro: a vanguarda da tabuada na era dos tests. **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, v.1, n. 1, 2014. Disponível em: <http://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/index.php/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/5/4>. Acesso em: 08 fev. 2015.

ALMEIDA, L. I. M. V. de. **Ensino de matemática nas séries iniciais no Estado de Mato Grosso (1920-1980)**: uma análise das transformações da cultura escolar. 2010. 230f. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Teologia e Ciências Humanas, PUC-PR, Curitiba, 2010.

ARANHA, M. L. de A. **História da educação e da pedagogia**: geral e Brasil. 3. Ed. São Paulo: Moderna, 2006.

ARAÚJO, M. M. de. Tempo de balanço a organização do campo educacional e a produção histórico-educacional brasileira e da região

nordeste. **Revista Brasileira de História da Educação**. Campinas, SP. SBHE/Editora Autores Associados. Jan./jun. nº5, 2003.

AZZI, F. Projecto de programma minimo para o curso primário. **Revista de Educação de São Paulo**. Vol. VII, 1934, p. 173. Disponível em: <<http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99961>>. Acesso em: 20 set. 2015.

BASTOS, M. H. C. Ferdinand Buisson no Brasil – Pistas, vestígios e sinais de suas ideias pedagógicas (1870 – 1900). **História da Educação**. Pelotas: ASPHE/FaE/UFPeL, v. 8, p. 79 – 109, set. 2000. Disponível em: <Ferdinand Buisson do Brasil pistas vestígios e sinais de suas ideias pedagógicas>Acesso em: 21 jun. 2017.

BASTOS, M. H. C. **A Revista do Ensino do Rio Grande do Sul (1929 – 1942): o novo e o nacional em revista**. Pelotas: Seiva, 2005.

BITTENCOURT, C. M. F. **Livro didático e conhecimento histórico: uma história do saber escolar**. 374 f. Tese (Doutorado) – Departamento de História, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1993.

BLOCH, M. **Apologia da história ou O ofício do historiador**. [Prefácio, Jacques Le Goff; apresentação à edição brasileira, Lilia Moritz Schwarcz; tradução, André Telles]. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2001.

BORGES & TEIXEIRA. Homogeneizando mestres: positivities e efeitos das Conferências Pedagógicas da Corte Imperial (1872-1889). III Congresso Brasileiro de História da Educação. **Anais**. Curitiba, 2004. Disponível em: <<http://sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe3/Documentos/Individ/Eixo5/361.pdf>> Acesso em: 21 ago. 2016.

BURKE, P. **A escrita da história: novas perspectivas**; tradução Magda Lopes. São Paulo: Editora UNESP, 1992.

CAMBI, F. **História da Pedagogia**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

CAMPOS, O. Fatos fundamentais das operações de números inteiros. **Revista do Ensino do Rio Grande do Sul**. Vol. 12, nº 93, p. 02-09, junho. 1963. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/127618>>. Acesso em: 08 fev. 2015.

CAMPOS, F. de. O ensino da divisão de inteiros. **Revista do Ensino do Rio Grande do Sul**. Ano VIII, nº 55, p. 22-26, setembro, 1958. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/127618>>. Acesso em: 08 fev. 2015.

CARNEIRO, R. dos S.. **O método intuitivo na aritmética primária de Calkins e Trajano**. 2014. xii: 113 f: 29,7 cm. Dissertação (Mestrado

Profissional em Educação Matemática) – Universidade Severino Sombra, Vassouras/RJ, 2014.

CATANI, D. B.; BASTOS, M. H. (Orgs.). **Educação em revista: a imprensa periódica e a história da educação**. São Paulo: Escrituras, 2002.

CHARTIER, R. **A história cultural: entre práticas e representações**. Lisboa, DIFEL, 1990.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Revista Teoria & Educação**. Porto Alegre, n.2, p.177-229, 1990.

CHOPPIN, A. História dos livros didáticos e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**. São Paulo, v. 30, n.3, p.549-566, set./dez. 2004.

COLLICHIO, T. A. F. Dois eventos importantes para a História da Educação Brasileira: a Exposição Pedagógica de 1883 e as Conferências Populares da Freguesia e da Glória. **Revista da Faculdade de Educação**, Universidade de São Paulo, 13(2): 5-14, 1987. Disponível em: < <http://www.revistas.usp.br/rfe/article/view/33387/36125>>. Acesso em: 17 set. 2016.

COMENIUS, J. A. **Didactica Magna**. Fundação Calouste Gulbenkian. 4. ed. Praga, 1957. Disponível em: <<http://www.ebooksbrasil.org/eLibris/didaticamagna.html>>. Acesso em: 17 set. 2016.

COSTA, D. A. da. **A aritmética escolar no ensino primário brasileiro: 1890-1946**. 2010. 278f. Tese (doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo: PUCSP, 2010.

_____. The conceptions and contributions of Pestalozzi, Grube, Parker and Dewey for teaching arithmetic in elementary level: the concept of number. **História da Educação**. v. 18, n. 42, p. 37-59, 2014.

_____. A Aritmética Escolar (Livro do Mestre) de Roca Dordal no ensino primário em Santa Catarina na primeira metade do século XX.

Perspectiva. Florianópolis, v. 34, n. 1, p. 85-101, jan./abr. 2016.

Disponível em:

<<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/167438/A%20Aritm%C3%A9tica%20Escolar%20%28Livro%20do%20Mestre%29%20....pdf?sequence=1&isAllowed=y>> Acesso em: 17 set. 2016.

DANIEL, L. J. **Roberto Moreira (1912-1967): itinerários para uma racionalidade ativa**. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

DE CERTEAU, M. **A escrita da história**. Rio de Janeiro, RJ: Forense Universitária, 1982.

_____. **A invenção do cotidiano**. Artes de fazer. Petrópolis/RJ: Editora Vozes, 2002.

D'ENFERT, R. **L'enseignement mathématique à l'école primaire – de la Révolution à nos jours – Textes officiels**. Vol. 1 (1791 -1914). Paris: INRP/Economica.

DYNNIKOV, C. M. S. da S. Representações de Aritmética no livro de Georg Büchler. In: **HISTEMAT** – Revista de História da Educação Matemática, ano 2, n. 1, 2016. Disponível em: <<http://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/46>> Acesso em: 28 jul. 2017.

FARIA FILHO, L. M. de. A legislação escolar como fonte para a história da educação: uma tentativa de interpretação. In: VIDAL, D. G., FARIA FILHO, L. M. de, DUARTE, R. H. **Educação, modernidade e civilização**: fontes e perspectivas de análise. Belo Horizonte: Autêntica, 1998.

FIGUEIREDO, J. B. da C. Ministério do Império. **O Globo**, Rio de Janeiro, Ano 1, n.º 65, p. 1-4, 8 de outubro de 1874. Disponível em: <<http://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=369381&pesq=m%C3%A9todo%20intuitivo&pasta=ano%20187>>. Acesso em: 23 fev. 2014.

GUIMARÃES, M. D. **O método intuitivo de Ferdinand Buisson**. Cadernos de trabalho / Wagner Rodrigues Valente [org.]. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

HILZENDEGER, M. A. M. **“Primeira arithmetica para meninos” e a constituição de masculinidades na província de São Pedro do Rio Grande do Sul**. 2009. 115 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul: rio Grande do Sul, 2009.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**. Campinas, SP. SBHE. Editora Autores Associados. N.1, p.9-43, jan./jun. 2001.

LARROYO, F. **História Geral da Pedagogia** – TOMO II. São Paulo: Editora Mestre Jou, 1974.

MARQUES, J. A. de O. **Manuais pedagógicos e as orientações para o ensino de matemática no curso primário em tempos de escola nova**. 2013. 131f. Dissertação (mestrado em Ciências). Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, Universidade Federal de São Paulo, São Paulo: Unifesp, 2013.

MATOS, A. S. de. **Vultos presbiterianos**. 1999. Disponível em: <<http://www.ebenezer.org.br/Download/Alder/vulto19.pdf>>. Acesso em 21 jun. 2017.

MATOS, A. S. de. **Os pioneiros presbiterianos do Brasil (1859-1900)**. São Paulo: Cultura Cristã, 2004.

MOGARRO, M. J. Os arquivos escolares nas instituições educativas portuguesas: preservar a informação, construir memória. **Revista Pro-Posições**, v.16, n. 1 (46), p. 103-116, jan./abr. Campinas, 2005.

MOREIRA, J. R. Sociologia didática do número e do cálculo na escola primária (II). **Revista do Ensino do Rio Grande do Sul**. Ano XI, nº 79, p. 58-62, outubro. 1961. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/127647>>. Acesso em: 08 fev. 2015.

NÓVOA, A. (org.). **Profissão professor**. Porto: Porto Editora, 1999.

NÓVOA, A. A imprensa de educação e ensino: concepções e organização do repertório português. In: BASTOS, M. H. C. CATANI, D. B. (Orgs.) **Educação em revista: a imprensa e a história da educação**. São Paulo: Escrituras Editora, 2002. p.11-31.

OLIVEIRA, J. C. S. de. **Grupo Escola Barnabé – Santos**: a presença do método intuitivo no ensino de aritmética na escola primária entre os anos de 1938 a 1948. 2009.106 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2009.

OLIVEIRA, M. A.; SILVA, L. D da; MAZÊO, P. S.; NASCIMENTO, E. F. V. C. do. A contribuição de dois personagens para a História da Educação Matemática durante os anos oitocentistas. In: Colóquio Internacional Educação e contemporaneidade, 5., 21 a 23 de setembro de 2011. **Anais**. São Cristóvão, 2011. Disponível em: <<http://www.educonufs.com.br/Vcoloquio/cdcoloquio/cdroom/eixo%202/>>. Acesso em: 21 jun. 2017.

OLIVEIRA, M. A. de. **Antônio Bandeira Trajano e o Método Intuitivo para o ensino de Arithmetica (1879-1954)**. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Tiradentes, Aracaju/SE. 2013.

_____. A pedagogia moderna e a aritmética do curso primário brasileiro: o ensino com e pelas coisas. **Interfaces Científicas – Educação**. v.3, n.2, p. 11-20, Fev. Aracaju, 2015.

_____. **Pestalozzi, o método intuitivo e os saberes elementares aritméticos**. Cadernos de trabalho / Wagner Rodrigues Valente [org.]. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

_____. Dos Estados Unidos Para O Brasil: as referências da Arithmetica Primaria de Antonio Trajano (final do século XIX). In: Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática. **Anais**. 3., 2016, São Mateus. Universidade Federal do Espírito Santo – Campus São Mateus out. 31, – nov. 2, 2016, p. 1-15. Disponível em: <<http://www.eventos.ufes.br/enaphem/3enaphem/paper/viewFile/2007/77>> . Acesso em 01 jun. 2017.

_____. Cadernos Didáticos de Aritmética: uma proposta de ensino elementar, prático e intuitivo (São Paulo, final do século XIX início do XX). In: XV Seminário Temático Cadernos escolares de alunos e professores e a história da educação matemática, 1890-1990. **Anais**. Pelotas – Rio Grande do Sul. Universidade Federal de Pelotas, 2017.

PAIS, L. C. **Traços históricos do ensino da aritmética nas últimas décadas do século XIX**: livros didáticos escritos por José Theodoro de Souza Lobo. Revista Brasileira de História da Matemática, Vol. 10, n. 20, p. 127-146, 2010.

PAIS, L. C.; MARANHÃO, T. A. **História do ensino da aritmética no final do século XIX**: uma análise da obra de Antonio Bandeira Trajano. Revista de Educação em Ciências e Matemática, v.10, n.20, p.39-50, jun.-jul. 2014.

PASQUIM, F.R. Ramon Roca Dordal (1854-1938) e Carlos Alberto Gomes Cardim (1875-1938) na história da alfabetização no Brasil. In: MORTATTI, MRL., et al., orgs. **Sujeitos da história do ensino de leitura e escrita no Brasil** [online]. São Paulo: Editora UNESP, 2015, pp. 77-92.

PEREIRA, L. H. F. **Os discursos sobre a matemática publicados na Revista do Ensino do Rio Grande do Sul – (1951 – 1978)**. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

PFROMM, S.; ROSAMILHA, N.; DIB, C. Z. **O Livro na Educação**. Rio de Janeiro: Primor/MEC, 1974.

PINHEIRO, N. V. L. **Escolas de práticas pedagógicas inovadoras: intuição, escolanovismo e matemática moderna nos primeiros anos escolares**. 2013. 156f. Dissertação (mestrado em Ciências) Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, Universidade Federal de São Paulo, São Paulo: Unifesp, 2013.

PINTO, N. B.; FELISBERTO, L. G. dos S. Aritmética Intuitiva: das primeiras lições de coisas à legislação. **Revista Diálogo Educativa**. Curitiba, v. 16, n. 49, p. 567-588, jul./set. 2016. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/174647/dialogo16309.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. Acesso em: 21 jun. 2017

PROST, A. **Douze leçons sur l'histoire**. Paris: Éditions du Seuil, 1996.

QUADROS, C. de. **Reforma, ciência e profissionalização da educação:** o Centro de Pesquisas e Orientações Educacionais do Rio Grande do Sul. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

REVISTA DO ENSINO, Ouro Preto, Ano 1, n^o 3, p. 1-8, 22 de outubro de 1886. Disponível em: <<http://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=xx0518&pesq=met%C3%B3do%20intuitivo&pasta=ano%20188>>. Acesso em: 23 fev. 2014.

ROSSEAU, Jean-Jacques. **Emílio; ou, Da educação;** tradução de Sérgio Milliet. – 3. ed.- Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1995.

SALVADOR, H. H. de F. **Uma história do ensino primário em tempos de modernização da matemática escolar, Vassouras: 1950-1969.** 2012. 104 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2012.

SANTOS, I. B. **Usos de programas de ensino como fontes para a produção de uma história sobre os saberes elementares matemáticos para o curso primário em Sergipe** (primeira metade do século XX). Cadernos de trabalho / Wagner Rodrigues Valente [org.]. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SANTOS, I. B.; GUIMARÃES, M. D. De Rui Barbosa a Ferdinand Buisson: uma investigação sobre como ensinar. **Revista Diálogo Educativa.** Curitiba, v. 16, n. 48, p. 321-338, maio/ago. 2016. Disponível em: <<http://www2.pucpr.br/reol/pb/index.php/dialogo?dd99=issue&dd0=743>> . Acesso em: 22 jul. 2017.

SCHUELER, A. F. M. de. Práticas de escrita e sociabilidades intelectuais: professores-autores na Corte Imperial (1860-1890). In: 5^o Congresso Brasileiro de História da Educação. **Anais.** 2008, São Cristóvão: Universidade Federal de Sergipe; Aracaju: Universidade Tiradentes. **Livro de resumos / O ensino e a pesquisa em história da educação,** 2008, p. 01-18. Disponível em: <<http://www.sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe5/pdf/111.pdf>>. Acesso em: 23 fev. 2014.

SILVA, D. N.. **Emílio ou Da Educação:** sobre a arte de educar. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC. 2015.

SILVA, I. F. da. **Diccionario Bibliographico Portuguez:** estudos de Innocencio Francisco da Silva applicaveis a Portugal e ao Brasil. Tomo oitavo; primeiro do suplemento, A-B. Lisboa: Imprensa Nacional, MDCCCLXVII. Disponível em <<http://books.google.com.br/books?id=zjQyzMnPixYC&printsec=frontcove>

r#v=onepage&q=Antonio%20Maria%20Barker&f=false>. Acesso em: 08 set. 2011.

SOARES, M. G. **A aritmética de Lourenço Filho**: um estudo sobre as dinâmicas de transformações do saber escolar em face de uma nova pedagogia. 2014. 107f. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de São Paulo, Programa de Pós-Graduação stricto sensu em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, Universidade Federal de São Paulo, São Paulo: Unifesp, 2014.

SOUZA, A. de P. O ensino de matemática no curso primário – adição e subtração. **Revista do Ensino do Rio Grande do Sul**. Ano III, v. 7, n. 25, p. 43-57, maio. 1942. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/126626>>. Acesso em 08 fev. 2015.

_____. Aprendizagem das operações fundamentais. **Revista do Ensino do Rio Grande do Sul**. Ano V, n° 37, p. 36-37, abril. 1956. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/127597>>. Acesso em 08 fev. 2015.

SOUZA, M. C. C. Decorar, lembrar e repetir: o significado de práticas escolares na escola brasileira do final do século XIX. In: SOUSA, C. P. (Org.). **História da educação: processos, práticas e saberes**. São Paulo: Escrituras, 1998.

TEIXEIRA, G. B. Os livros escolares na corte imperial e a atuação docente. In: *5º Congresso Brasileiro de História da Educação*, 2008, São Cristóvão: Universidade Federal de Sergipe; Aracaju: Universidade Tiradentes. **Livro de resumos/O ensino e a pesquisa em história da educação**, 2008, p.01-15. Disponível em: <<http://www.sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe5/pdf/17.pdf>>. Acesso em: 23 fev. 2014.

TOLEDO, M. B. de A; TOLEDO, M. de A.. **Teoria e prática de matemática**: como dois e dois. São Paulo: FTD, 2010.

USISKIN, Zalman. Paper-and-Pencil Algorithms in a Calculator-and-Computer Age. In: **The Teaching and Learning of Algorithms in School Mathematics**, 1998. *Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics*, editado por Margaret J. Kenney, Lorna J. Morrow, pp. 7-20. NCTM, Reston, Virgínia.

VALDEMARIN, V. T. **História dos métodos e materiais de ensino**: a escola nova e seus modos de uso. São Paulo: Cortez, 2010.

VALENTE, W. R. **Uma história da matemática escolar no Brasil**: 1730-1930. Annablume. São Paulo: 1999.

_____. A aritmética na escola de primeiras letras: os livros de aprender a contar no Brasil do século XIX. **Junta de Gobierno de la FISEM**, p. 71, 2006a.

_____. **A matemática moderna nas escolas do Brasil: estudos históricos comparativos**. Projeto Temático, 2006b.

_____. História da educação matemática: interrogações metodológicas. **Revemat** – Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 2, p. 28-49, 2007.

_____. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **Revista Zetetiké**. Cempem, FE/ Unicamp, v. 16, n. 30, jul./dez. 2008; p. 139 –161.

_____. Pensamento pedagógico e aritmética escolar para o curso primário no Brasil e na Espanha: tempos de ensino intuitivo. **Aula**, v. 15, p. 229-240, 2009.

_____. **A matemática na formação do professor do ensino primário: São Paulo, 1875-1930**. São Paulo: Annablume; Fapesp, 2011.

_____. Oito temas sobre história da educação matemática. **REMATEC**, Natal (RN). Ano 8, n.12/ Jan-Jun. 2013a.

_____. Lourenço Filho, as Cartas de Parker e as transformações da Aritmética Escolar. In: 7º Congresso Brasileiro de História da Educação, 2013, Cuiabá: Universidade Federal de Mato Grosso; Mato Grosso. **Livro de resumos/Circuitos e Fronteiras da História da Educação no Brasil**, 2013b, p.01-14. Disponível em: <<http://sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe7/pdf/06>>. Acesso em 25 fev. 2014.

_____. A era dos tests e a pedagogia científica: um tema para pesquisas na Educação Matemática. **Acta Scientiae**, v.16, n.1, p.11-26, jan./abr. 2014.

_____. Saberes elementares matemáticos. In: VALENTE, W. R. (org.). **Cadernos de Trabalho**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

_____. Movimentos da matemática na escola: do ensino de matemática para a educação matemática; da educação matemática para o ensino de matemática; do ensino de matemática para a Educação Matemática; da Educação Matemática para o Ensino de Matemática? **Pensar a Educação em Revista**. Curitiba/Belo Horizonte, v. 2, n. 2, p. 3-23, abr.-jun. 2016.

_____. A matemática na escola de primeiras letras: o que devem saber os meninos nos primeiros tempos de império. VI Congresso Luso-Brasileiro de História da Educação. **Anais**. Uberlândia: Universidade

Federal de Uberlândia, 2006. Disponível em: <<http://www2.faced.ufu.br/colubhe06/anais/arquivos/Wagner%20Rodrigues%20Valente.htm>>. Acesso em: 16 jun. 2017.

VALENTE, W. R.; PINHEIRO, N. V. Chega de decorar a tabuada! As cartas de Parker e a árvore do cálculo na ruptura de uma tradição. **Educação Matemática em Revista-RS**, v. 1, p. 22-37, 2015.

VILLELA, L. M. A. Vestígios sobre a Aritmetica em Escolas Primárias da Região de Vassouras (RJ), DE 1880 A 1900. **Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. 2012.

VILLELA, L. M. A. et al. **A matemática do ensino primário em Vassouras, RJ**: analisando um século de provas de alunos (1869 – 1969). Projeto de Pesquisa com apoio financeiro da FAPERJ, pelo Laboratório de Pesquisa em História da Educação Matemática da Universidade Severino Sombra – LaPHEM-USS. RJ: Vassouras. 2010.

VILLELA, L. M. A. et al. Os experts dos primeiros anos escolares: a construção de um corpo de especialistas no ensino de Matemática – 1930 – 1970. In: Pinto, N. B.; Valente, W. R. (Orgs). **Saberes matemáticos em circulação no Brasil**: dos documentos oficiais às revistas pedagógicas, 1890 – 1970. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

VIDAL, D. Escola nova e processo educativo. In: Lopes, E. M.; Faria Filho, L. M.; Veiga, C. G. (Orgs.). **500 anos de educação no Brasil**. 3 ed. pp.497-517. Brasil, Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

ZUIN, E. de So. L. Sistema métrico decimal em um best seller de António Trajano. Trabalho apresentado no **CIAEM**. Recife: 2011

DOCUMENTOS OFICIAIS

BRASIL. Decreto n. 1.331 A de 17 de fevereiro de 1854. Aprova o regulamento para a reforma do ensino primário e secundário no Município da Corte. Disponível em: <<http://www2.camara.gov.br/legislacao/publicacoes/doimperio>> Acesso em: 01 set. 2017.

BRASIL. Decreto n. 7.247 de 19 de abril de 1879. Reforma o ensino primário e secundário no Município da Corte e o superior em todo o Império. Disponível em: <<http://www2.camara.gov.br/legislacao/publicacoes/doimperio>>. Acesso em: 01 set. 2017.

BRASIL. Decreto n. 981 de 8 de novembro de 1890. Aprova o regulamento da instrução primaria e secundaria do Districto Federal. Disponível em:

<<http://www2.camara.gov.br/legislacao/publicacoes/republica>>. Acesso em: 01 set. 2017.

BRASIL, Ministério da Educação, (1997). Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. Brasília, MEC/SEF.

DECRETO. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/sn/1824-1899/decreto-38271-19-novembro-1829-566345-publicacaooriginal-89931-pe.html>>. Acesso em 24 abr. 2017.

LIVROS ESCOLARES

AQUINO, L. E. da S. **Rudimentos arithmeticos para uso dos alunos da 4ª, 5ª e 6ª classes das escolas primarias**. Rio de Janeiro: Typographia Fluminense, 1877.

BARKER, A. M. **Taboada: rudimentos aritméticos**. [Rio de Janeiro]. [S.l]: [s.n], 1940. Disponível em: <<http://www.repositorio.uff.br/jspui/handle/1/845>>. Acesso em: 07 jul. 2017.

BÜCHLER, G. A. **Arithmetica Elementar** – livro I. 2. ed. São Paulo: Companhia Melhoramentos, 1923. Disponível em :<<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/173152> >. Acesso em: 07 jul. 2017.

_____. **Arithmetica Elementar** – livro II. 3. ed. São Paulo: Companhia Melhoramentos, 1935. Disponível em :<<http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/7075>>. Acesso em: 07 jul. 2017.

_____. **Arithmetica Elementar** – livro III. 2. ed. São Paulo: Companhia Melhoramentos, 1937. Disponível em :<<http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/7077>>. Acesso em: 07 jul. 2017.

DORDAL, R. R. **Aritmetica Escolar**: Exercícios e problemas para as escolas primárias, famílias e colégios (Caderno 1). 1. Ed. São Paulo: Editores Teixeira & Irmão, 1891. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1774>>. Acesso em: 07 jul. 2017.

DORDAL, R. R. **Aritmetica Escolar** (livro do mestre). Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1915. Disponível em:<<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/126787>>. Acesso em: 07 jul. 2017.

LACERDA, J. M. **Arithmetica da Infância**. Paris: B.L. Garnier Livreiro-editor, 1890. Disponível em: <<http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/100349>>. Acesso em 07 jul. 2017.

LOBO, J. T. S. **Primeira Arithmetica para meninos**. 39. ed. Porto Alegre: Livraria do Globo – Barcellos, Brtraso & Cia., 1930. Disponível em: <<http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/100100>>. Acesso em: 07 jul. 2017.

OLNEY, E. **A primary arithmetic and teachers manual with class and seat exercises**. New York: Sheldon & Company, 1875. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/176242>>. Acesso em: 08 jul. 2017.

PECK, W. G. **Elementary Arithmetic: oral and written**. New York, A. S. Barnes & Company (Davies & Peck's), 1878. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/176244> > Acesso em: 08 jul. 2017.

TRAJANO, A. B. **Arithmetica Primaria**. 12 ed. Rio de Janeiro: Companhia Typographica do Brazil, 1895. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104083>>. Acesso em: 07 jul. 2017.

_____. **Arithmetica Elementar Ilustrada**. 92. Ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1922. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/105107>>. Acesso em: 07 jul. 2017.

TRINOCQ, C. **Elementos de Aritmética**. Paris: Livraria de Garnier Irmãos, 1851. Disponível em: <<http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/100344>>. Acesso em: 07 jul. 2017.

MANUAIS DIDÁTICOS

BACKHEUSER, E. **Como se ensina a aritmética**: fundamentos psicopedagógicos. Biblioteca Vida e Educação. Vol. 9. Porto Alegre: Livraria Globo, 1946.

CALKINS, N. A. **Primeiras Lições de Coisas** – Manual de Ensino Elementar para Uso de Paes e Professores. Traduzido por: Rui Barbosa. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1886.

D'ÁVILA, A. **Práticas escolares**. Vol. 1. 11. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 1966.

FONTOURA, A. do A. **Metodologia do ensino primário**. 6. ed. Rio de Janeiro: Gráfica Editora Aurora, 1961.

SANTOS, T. M. **Metodologia do ensino primário**. Curso de Psicologia e Pedagogia. Vol. 10. 3. ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 19?.

THORNDIKE, E. L. **A nova metodologia da aritmética**. Porto Alegre: Livraria Globo, 1936.