

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA NAVAL

MARLON BATISTELLA

PROJETO DE GERADOR DE ONDAS PARA UM TANQUE DIDÁTICO

Joinville

2018

MARLON BATISTELLA

PROJETO DE GERADOR DE ONDAS PARA UM TANQUE DIDÁTICO

Trabalho apresentado como requisito para obtenção do título de bacharel no Curso de Graduação em Engenharia Naval do Centro Tecnológico de Joinville da Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador: Dr. André Luís Condino Fugarra.

Joinville

2018

MARLON BATISTELLA

PROJETO DE GERADOR DE ONDAS PARA UM TANQUE DIDÁTICO

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia Naval, na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. André Luís Condino Fugarra
Orientador(a)
Presidente

Prof. Dr. Lucas Weihmann
Membro
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Luiz Eduardo Bueno Minioli
Membro
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Não cabe em palavras o quanto sou grato aos meus pais e meu avô pelo apoio incondicional e incentivo dado ao longo da graduação.

Agradeço também à minha namorada, que sempre me apoiou e ajudou quando precisei.

Aos amigos e irmãos que fiz na faculdade.

Aos parceiros da equipe Holandêns Voador por acreditar no nosso potencial.

Agradeço aos professores da UFSC por toda educação que recebi, e, em especial, ao Dr. André Luís Condino Fujarra pela orientação deste trabalho.

Sou grato também aos professores do Colegiado de Engenharia Naval da University of New Orleans e à CAPES pela oportunidade de ter uma experiência de intercâmbio fantástica.

Agradeço aos colegas do Estaleiro Navship. David por confiar em mim para resolver problemas importantes e, assim, proporcionar meu crescimento profissional, Christian, Hugo e Sr. Orlando pela paciência, aprendizado e amizade que recebi, e todos os outros amigos da empresa pela hospitalidade com que fui recebido.

RESUMO

Geradores de ondas são partes essenciais de tanques de provas, largamente utilizados na Engenharia Naval para simular situações reais nas fases de projeto de navios e plataformas oceânicas, e também, de forma didática, em universidades como demonstração da teoria ensinada. Este trabalho foca no projeto e planejamento de testes experimentais de um gerador de ondas para o tanque didático da UFSC Joinville, utilizando a teoria de ondas planas e dos geradores de ondas para definir as forças no gerador de ondas e a faixa de frequências em que o tanque poderá operar através de sua aplicação em um código de OCTAVE e interpretação dos resultados, calculando a resistência do mecanismo do gerador de ondas e planejando os experimentos hidrodinâmicos necessários para testar a efetividade do gerador projetado.

Palavras-chave: Onda linear gravitacional. Gerador de ondas. Experimentos hidrodinâmicos.

ABSTRACT

Wave makers are essential parts of wave tanks, widely used in naval architecture and marine engineering to simulate real situations in the ship and ocean platforms design phases, and also, in a didactic way, in universities as a demonstration of the theory taught. This work focuses on designing and planning experiments of a wavemaker for UFSC Joinville's didactic tank, using wave theory and wavemaker theory to determine the forces in the wavemaker and the frequency range in which the tank can operate through its application in an OCTAVE code and interpretation of the results, calculating the strength of the wave generator mechanism and planning the hydrodynamic experiments required to test the effectiveness of the wavemaker designed.

Keywords: Linear gravitational wave. Wave maker. Hydrodynamic experiments.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Descrição geométrica da onda.	16
Figura 2 - Descrição temporal da onda.	16
Figura 3 - Exemplo de relação de dispersão.	24
Figura 4 - Orbitais gerados pelo flap.	26
Figura 5 - Orbitais gerados pelo pistão.	26
Figura 6 - Gerador de ondas do tipo cunha.	27
Figura 7 - Soluções do número de onda estacionária.	31
Figura 8 - Teoria completa e simplificada do gerador de ondas.	34
Figura 9 - Convergência do somatório.	39
Figura 10 - Velocidade angular máxima do flap e servo.	40
Figura 11 - Torque requerido no servo em relação a frequência de onda.	41
Figura 12 - Curso do flap em relação a frequência de onda.	42
Figura 13 - Comprimento de onda em relação a frequência de onda.	43
Figura 14 - Esboço do arranjo do flap 2D.	44
Figura 15 - Esboço do mecanismo do flap.	45
Figura 16 - Definição de r e a	45
Figura 17 - Simplificação do mecanismo. Fonte: Elaborado pelo autor.	46
Figura 18 - Otimização do ângulo.	47
Figura 19 - Esboço final do mecanismo do flap.	48
Figura 20 - Seção da barra do servo. Fonte: Elaborado pelo autor.	50
Figura 21 - Área de cisalhamento.	50
Figura 22 - Função de carregamento triangular.	52
Figura 23 - Função de carga e reações no flap.	52
Figura 24 - Gráfico de força cortante.	53
Figura 25 - Gráfico do momento fletor.	53
Figura 26 - Esboço da seção do flap duplo.	54
Figura 27 - Esboço da seção do flap simples.	54
Figura 28 - Perspectiva isométrica aproximada do mecanismo.	55
Figura 29 - Perspectiva isométrica do mecanismo completo.	55
Figura 30 - Perspectiva isométrica do lado interno do mecanismo.	56
Figura 31 - Sonda de altura de onda.	57

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EDO – Equação Diferencial Ordinária

CAD – Computer Aided Design/Desenho Assistido por Computador

LISTA DE SÍMBOLOS

ϕ	Função potencial
\vec{U}	Campo de velocidades
∇	Operador nabra
p	Pressão
ρ	Densidade
g	Aceleração gravitacional
ζ	Elevação instantânea da onda
δ	Declividade da onda
T	Período da onda
k	Número de onda
λ	Comprimento de onda
\Re	Números reais
c	Celeridade da onda/velocidade de fase da onda
h	Profundidade
p_{atm}	Pressão atmosférica
A	Amplitude da onda
\mathcal{F}	Função de superfície
\vec{n}	Vetor normal
H	Altura da onda
V	Volume deslocado pelo flap
S	Curso do flap
A_p	Parâmetro relacionado à onda progressiva
C_n	Parâmetro relacionado à onda estacionária
C_m	Parâmetro relacionado à onda estacionária
k_p	Número de onda progressiva
k_s	Número de onda estacionária
M_h	Momento devido às forças hidrodinâmicas
L_w	Largura do flap
θ	Deslocamento angular
θ_0	Amplitude do deslocamento angular

M_i	Momento induzido pela inércia
I	Momento de inércia de massa
M_w	Momento induzido pela força peso
W	Força peso
x_g	Posição do centro de gravidade em x
x_{g0}	Posição inicial do centro de gravidade
h_g	Altura do centro de gravidade em relação ao fundo
ω_{max}	Velocidade angular máxima do servo
F	Força transferida ao flap
Q	Torque
r	Raio de atuação do torque na barra do servo
a	Ângulo de atuação da força
Q_{servo}	Torque do servo
M_{max}	Momento fletor máximo
σ_{esc}	Tensão de escoamento
σ_{adm}	Tensão admissível
SM	Módulo de seção
SM_{req}	Módulo de seção requerido
I_{LN}	Momento de inércia em relação à linha neutra
y_{max}	Distância entre a linha neutra e a fibra mais externa
F_{cis}	Força de cisalhamento
τ_{adm}	Tensão admissível de cisalhamento
A_{min}	Área mínima

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	OBJETIVOS.....	14
1.1.1	Objetivo Geral	14
1.1.2	Objetivos Específicos.....	14
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
2.1	TEORIA LINEAR DE ONDAS PROGRESSIVAS DE GRAVIDADE.....	15
2.1.1	Hipóteses simplificadoras	15
2.1.2	Separação de variáveis para a solução da Equação de Laplace.....	17
2.1.3	Aplicação das condições de contorno.....	19
2.2	TIPOS DE GERADORES DE ONDAS	25
2.2.1	Gerador de ondas do tipo flap.....	25
2.2.2	Gerador de ondas do tipo pistão	26
2.2.3	Gerador de ondas do tipo cunha	27
2.3	TEORIA DO GERADOR DE ONDAS	27
2.3.1	Teoria simplificada do gerador de ondas plano em águas rasas.....	28
2.3.2	Teoria completa do gerador de ondas planas produzidas por um flap.....	29
2.3.3	Forças da geração de ondas.....	34
3	METODOLOGIA	36
4	PROJETO DO GERADOR DE ONDAS E RESULTADOS	37
4.1	DIMENSÕES PRINCIPAIS DO TANQUE E EQUIPAMENTOS	37
4.2	DEFINIÇÃO DAS FREQUÊNCIAS DE OPERAÇÃO.....	37
4.2.1	Aplicação das equações de forças.....	38
4.2.2	Resultados	39
4.3	PROJETO DO MECANISMO E ESTRUTURA DO FLAP	43
5	PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS	57
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	60

REFERÊNCIAS	61
APÊNDICE A – Código auxiliar de cálculo.....	62
APÊNDICE B – Desenhos das peças.....	67

1 INTRODUÇÃO

Qualquer objeto próximo à superfície livre da água está sujeito à ação das ondas, logo, entender sua mecânica é importante para o projeto de navios e estruturas oceânicas. A onda, interagindo com algum objeto flutuante, caracteriza um fenômeno complexo, sendo assim, é difícil prever com exatidão seus efeitos única e exclusivamente através da teoria. Por essa razão, tanques de ondas são utilizados para variados experimentos hidrodinâmicos, como por exemplo, para a previsão do comportamento em mar de um navio.

Para registrar os movimentos de modelos em tanques de ondas são utilizados sensores, que não devem interferir na dinâmica do experimento e, por conseguinte, procura-se evitar a utilização de modelos muito pequenos. Neste contexto, espera-se que os tanques de prova tenham dimensões maiores para o teste com os modelos navais ou oceânicos, resultando em custos de instalação e operação muito altos, impossibilitando o acesso de universidades que dispõem de poucos recursos a este tipo de metodologia experimental.

Com o desenvolvimento de sensores menores, novas tecnologias menos intrusivas de medição de movimentos, como a baseada no rastreamento de movimentos por imagem, bem como, a possibilidade de fabricação de modelos a partir da técnica de impressão 3D, tornou-se possível realizar experimentos em tanques menores sem interferir na dinâmica do modelo. Em casos didáticos, que não requerem precisão tão elevada, tanques de ondas em miniatura podem ser utilizados para aprofundar o estudo das ondas e sua interação com os corpos flutuantes.

Segundo Dean e Dalrymple (1991), qualquer corpo se movimentando na superfície livre de um fluido gerará ondas, logo, algumas configurações de gerador de ondas podem ser utilizadas com esta finalidade, dentre as quais: pistões, flaps, cilindros e cunhas. Cada configuração possui peculiaridades e maneiras de implementação próprias, seja eletromecânica ou pneumática.

Mediante este contexto, o projeto de um gerador de ondas para um tanque de dimensões reduzidas para uso didático é a proposta deste trabalho, utilizando a teoria do potencial de ondas e a teoria do gerador de ondas abordada em Dean e Dalrymple (1991). O

gerador de ondas será do tipo flap, em virtude do menor custo associado e da fácil implementação, movimentado por um servo-motor através de um mecanismo.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Projetar um gerador de ondas para o tanque didático de ondas da UFSC – Joinville, considerando um baixo custo para implantação e operação nas disciplinas de hidrostática e hidrodinâmica do curso de engenharia naval.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Enunciar as equações que regem o fenômeno hidrodinâmico de interesse (geração controlada de ondas planas de superfície);
- Calcular a faixa de frequências para a operação do tanque didático;
- Estimar as forças envolvidas na geração das ondas;
- Criar um mecanismo para movimentação do flap utilizando um servo-motor;
- Determinar a função de transferência que relaciona a atuação do servo-motor e a altura de onda gerada;
- Formular um código para auxiliar no cálculo dos parâmetros das ondas utilizando a linguagem computacional GNU Octave;
- Utilizar softwares CAD para auxílio no projeto;
- Planejar experimentos de validação para o projeto.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo serão apresentadas as teorias para as ondas progressivas de gravidade, os tipos de geradores de ondas e o a teoria dos geradores de onda, formando a base teórica do trabalho.

2.1 TEORIA LINEAR DE ONDAS PROGRESSIVAS DE GRAVIDADE

As ondas de gravidade têm grande importância para a Engenharia Naval, logo, é importante entender o fenômeno através de equacionamento e entender as hipóteses utilizadas para o desenvolvimento da teoria linear da onda progressiva de gravidade plana, que é baseada na Equação de Laplace:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

Onde ϕ é o potencial de velocidade da onda e x e z são as coordenadas de longitudinais e verticais do plano, respectivamente.

2.1.1 Hipóteses simplificadoras

Hipóteses simplificadoras são adotadas no desenvolvimento da teoria de ondas de superfície livre. No que diz respeito ao fluido, consideramos a água incompressível, pois o efeito é muito pequeno, invíscida, dado que a viscosidade só desempenha papel importante na superfície livre e no fundo para navios e plataformas a inércia tipicamente governa os fenômenos, irrotacional, como a viscosidade não é considerada e, assim, podemos utilizar a Teoria do Potencial, encontrando a função $\phi(x, y, z)$ escalar que satisfaça:

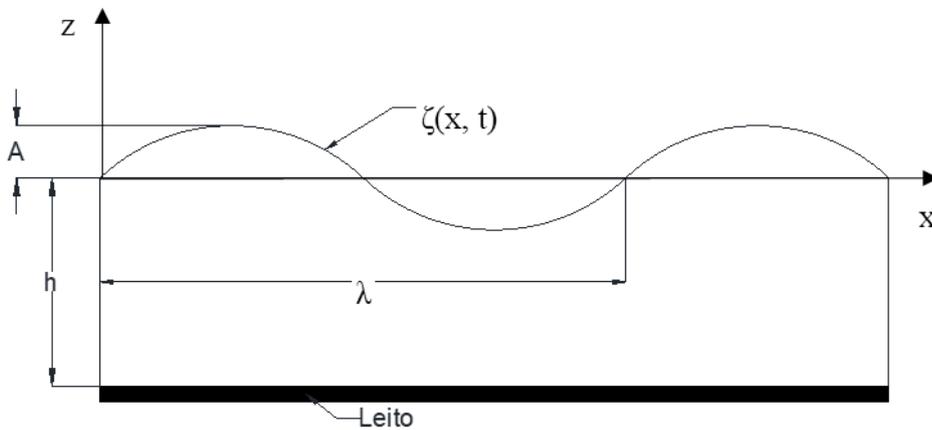
$$\vec{U} = \nabla\phi;$$

$$\nabla^2 \phi = 0;$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla U)^2 + \frac{p}{\rho} + gz = 0$$

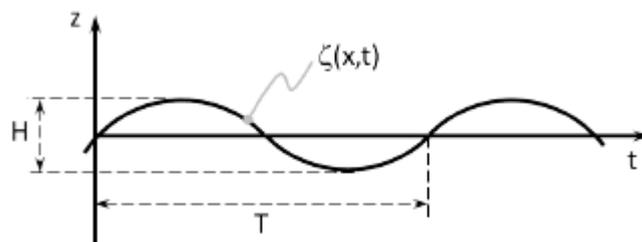
Geometricamente, as ondas serão descritas considerando uma propagação bidimensional através da função da elevação da onda, $\zeta(x, t)$, que depende da posição x e do tempo t , da profundidade h , da amplitude A e do comprimento de onda λ .

Figura 1 - Descrição geométrica da onda.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 2 - Descrição temporal da onda.



Fonte: FUJARRA(2016).

A partir desta função podemos definir também a declividade da onda, δ :

$$\delta = \frac{\partial \zeta}{\partial x}$$

O valor máximo da declividade é dado por $\delta_{max} = H/\lambda$, então para simplificar a teoria será assumida uma declividade inferior a 0,05 (5%), eliminando a possibilidade de instabilidade das cristas de onda que podem levar a quebra de onda.

2.1.2 Separação de variáveis para a solução da Equação de Laplace

A separação de variáveis é utilizada para resolver a Equação de Laplace e assim caracterizar o Potencial de Onda. Para esta solução pressupõe-se que a função ϕ é composta por três funções multiplicadas, e cada uma destas funções, X, Z e τ , dependem apenas de x, z e t , respectivamente:

$$\phi(x, z, t) = X(x)Z(z)\tau(t)$$

Ao observar o comportamento das ondas nas figuras pode-se inferir que são periódicas no tempo, desta forma podemos assumir a função τ :

$$\tau(t) = \text{sen}(\omega t),$$

onde ω é a frequência da onda e t é o tempo.

Sendo periódica, a função pode ser descrita também adicionando o termo dependente do período, T :

$$\text{sen}(\omega t) = \text{sen}[\omega(t + T)]$$

Utilizando uma identidade trigonométrica podemos reescrever:

$$\text{sen}[\omega(t + T)] = \text{sen}(\omega t)\cos(\omega T) + \cos(\omega t)\text{sen}(\omega T)$$

Essa relação só é verdadeira quando $\omega T = 2\pi$, ou de forma rearranjada:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Essa expressão define a relação entre a frequência angular de onda e o período.

O potencial de velocidade agora pode ser reescrito como:

$$\phi(x, z, t) = X(x)Z(z)\text{sen}(\omega t)$$

Substituindo esta expressão na Equação de Laplace, obtém-se:

$$\frac{d^2 X(x)}{dx^2} Z(z)\text{sen}(\omega t) + \frac{d^2 Z(z)}{dz^2} X(x)\text{sen}(\omega t) = 0$$

Dividindo a equação por ϕ , resulta:

$$\frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = 0$$

Claramente, o primeiro termo desta equação depende apenas de x enquanto que o segundo depende apenas de z , assim, podemos separar a equação da seguinte forma:

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X(x)}{dx^2} = -k^2$$

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z(z)}{dz^2} = k^2$$

Onde k é o número de onda. Logo, as duas EDO's - Equações Diferenciais Ordinárias podem ser resolvidas separadamente, lembrando que as ondas são caracterizadas por uma progressão harmônica na direção x e por efeitos que decrescem com a profundidade na direção z . Levado isso em conta, apenas a condição $k^2 > 0$ satisfaz as condições das ondas e, assim:

$$\phi(x, z, t) = [\mathcal{A} \cos(kx) + \mathcal{B} \text{sen}(kx)][\mathcal{C} e^{kz} + \mathcal{D} e^{-kz}]\text{sen}(\omega t)$$

De forma semelhante a qual a frequência de onda ω foi encontrada, podemos encontrar o número de onda k , levando em conta a condição de periodicidade na direção x :

$$\mathcal{A} \cos(kx) + \mathcal{B} \sin(kx) = \mathcal{A} \cos(kx + k\lambda) + \mathcal{B} \sin(kx + k\lambda)$$

Com a identidade trigonométrica:

$$\begin{aligned} \mathcal{A} \cos(kx) + \mathcal{B} \sin(kx) = \\ \mathcal{A}[\cos(kx) \cos(k\lambda) - \sin(kx) \sin(k\lambda)] + \\ \mathcal{B}[\sin(kx) \cos(k\lambda) + \cos(kx) \sin(k\lambda)] \end{aligned}$$

Para que a relação acima seja verdade é necessário que $\cos(k\lambda) = 1$ e $\sin(k\lambda) = 0$, resultando em que $k\lambda = 2\pi$, portanto o número de onda k é:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Pode-se reescrever a equação do potencial utilizando a notação de Euler:

$$\phi(x, z, t) = \Re\{[\mathcal{C}e^{kz} + \mathcal{D}e^{-kz}]e^{-i(kx - \omega t)}\}$$

As constantes \mathcal{C} e \mathcal{D} são definidas pelas condições de contorno do fundo, $z = -h$, que tem condição de impenetrabilidade e da superfície livre, $z = 0$, através da condição de contorno dinâmica.

A fase da onda é dada por $\varphi(x, t) = kx - \omega t$, se considerar um observador na mesma velocidade de propagação da onda, pode-se inferir:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} = 0 \Rightarrow k - \frac{dx}{dt} - \omega = 0 \Rightarrow \\ \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi/T}{2\pi/\lambda} \end{aligned}$$

$$c = \frac{\lambda}{T}$$

Onde c é a velocidade da fase da onda.

2.1.3 Aplicação das condições de contorno

No fundo do mar, $z = -h$, consideramos que há impenetrabilidade, então a derivada do potencial de velocidade na direção z deve ser igual a zero:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \Rightarrow kC e^{-kh} - kD e^{+kh} = 0$$

Tal condição só pode ser atendida se:

$$C = \frac{\Lambda}{2} e^{+kh}$$

$$D = \frac{\Lambda}{2} e^{-kh}$$

Onde Λ é uma constante. Substituindo na equação do potencial:

$$\phi(x, z, t) = \Re \left\{ \left[\frac{\Lambda}{2} e^{+k(h+z)} + \frac{\Lambda}{2} e^{-k(h+z)} \right] e^{-i(kx - \omega t)} \right\}$$

Simplificando:

$$\phi(x, z, t) = \Re \{ \Lambda \cosh[k(h+z)] e^{-i(kx - \omega t)} \}$$

Já na superfície livre, $z = 0$ a função que descreve a elevação de onda $\zeta(x, t)$ e a própria coordenada instantânea vertical, ou seja, a pressão na superfície livre deve ser igual a pressão atmosférica:

$$z = \zeta(x, t) \Rightarrow p(z = 0) = p_{atm}$$

Aplicando na Equação de Bernouli:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla U)^2 + g\zeta = 0$$

Como foi assumido anteriormente que estamos tratando de ondas com pequena declividade, $\delta \ll 1$, o termo quadrático da velocidade pode ser desprezado quando comparado ao termo $\frac{\partial \phi}{\partial t}$, assim temos:

$$\zeta(x, t) = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

Assumindo a seguinte equação para a função elevação de onda:

$$\zeta(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

Substituindo na equação anterior junto com a condição de pressão atmosférica na superfície livre:

$$A \cos(kx - \omega t) = -\frac{1}{g} [-\omega i \Lambda \cosh[k(h+z)] \cos(kx - \omega t)] \Rightarrow$$

$$\Lambda = \frac{igA}{\omega \cosh(kh)}$$

Assim podemos concluir que:

$$\phi(x, z, t) = \frac{gA \cosh[k(h+z)]}{\omega \cosh(kh)} \sin(kx - \omega t)$$

Esta função descreve com boa aproximação os comportamentos físicos da onda, mas ainda precisamos aplicar a condição de contorno cinemática na superfície livre. Para as condições de interesse não é possível haver escoamento através da interface entre ar e água (superfície livre).

Essa interface pode ser descrita matematicamente por uma função na forma $\mathcal{F}(x, y, z, t) = 0$. Se esta função não varia no tempo ou varia, porém é observada a partir de um referencial que acompanha seu movimento, então:

$$\frac{D \mathcal{F}(x, y, z, t)}{Dt} = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial z} \Big|_{\mathcal{F}(x, y, z, t) = 0} = 0$$

Também pode-se escrever:

$$-\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} = \vec{U} \cdot \nabla \mathcal{F} = \vec{U} \cdot \vec{n} |\nabla \mathcal{F}|$$

Rearranjando, podemos obter o vetor normal à superfície:

$$\vec{n} = \frac{\nabla \mathcal{F}}{|\nabla \mathcal{F}|}$$

$$\vec{U} \cdot \vec{n} = \frac{\partial \mathcal{F} / \partial t}{|\nabla \mathcal{F}|} \Big|_{\mathcal{F}(x,y,z,t)=0}$$

Onde:

$$|\nabla \mathcal{F}| = \sqrt{\left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial z}\right)^2}$$

Considerando que a superfície livre da onda de gravidade seja caracterizada pela função:

$$\mathcal{F}(x, y, z, t) = z - \zeta(x, y, t) = 0$$

Onde $\zeta(x, y, t)$ é a elevação instantânea da onda acima da superfície indeformada em $z = 0$, da equação acima obtemos que $z = \zeta(x, y, t)$:

$$\vec{U} \cdot \vec{n} = \frac{\partial \zeta / \partial t}{\sqrt{\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right)^2 + 1}}$$

Assim o vetor normal pode ser enunciado:

$$\vec{n} = \frac{-\frac{\partial \zeta}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial \zeta}{\partial y} \vec{j} + 1 \vec{k}}{\sqrt{\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right)^2 + 1}}$$

Considerando que o vetor velocidade seja $\vec{U} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$, conclui-se que:

$$w = \left. \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right|_{z=\zeta(x,y,t)}$$

Assim, essa condição de contorno cinemática aplicada à superfície livre da onda bidimensional, $\zeta(x, t)$, junto de uma expansão em série de Taylor para descrevê-la em relação à superfície não deformada, $z = 0$, resulta em:

$$\begin{aligned} \left(w - \frac{\partial \zeta}{\partial t} - u \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \Big|_{z=\zeta} &= \left(w - \frac{\partial \zeta}{\partial t} - u \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \Big|_{z=0} + \\ &+ \left(w - \frac{\partial \zeta}{\partial t} - u \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \Big|_{z=0} + \frac{\partial}{\partial z} \left(w - \frac{\partial \zeta}{\partial t} - u \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \Big|_{z=0} [z - (-\zeta)] = 0 \end{aligned}$$

Considerando apenas os termos que são lineares nas grandezas de pequena magnitude que estamos tratando, ζ, u e w , e lembrando que ζ não é uma função de z , as condições de contorno linearizadas resultam em:

$$w = \left. \frac{\partial \zeta}{\partial t} \right|_{z=0} \Rightarrow \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}$$

Substituindo ϕ e ζ pelas funções previamente encontradas:

$$\begin{aligned} \frac{-gAk \cosh[k(h+z)]}{\omega \cosh(kh)} \text{sen}(kx - \omega t) &= \frac{\partial}{\partial t} \left[-\frac{1}{g} \frac{gA}{\omega} (-\omega) \cos(kx - \omega t) \right] \Rightarrow \\ \frac{-gAk}{\omega} \tanh(kh) \text{sen}(kx - \omega t) &= -A\omega \text{sen}(kx - \omega t) \end{aligned}$$

De onde se conclui que:

$$\omega^2 = gk[\tanh(kh)]$$

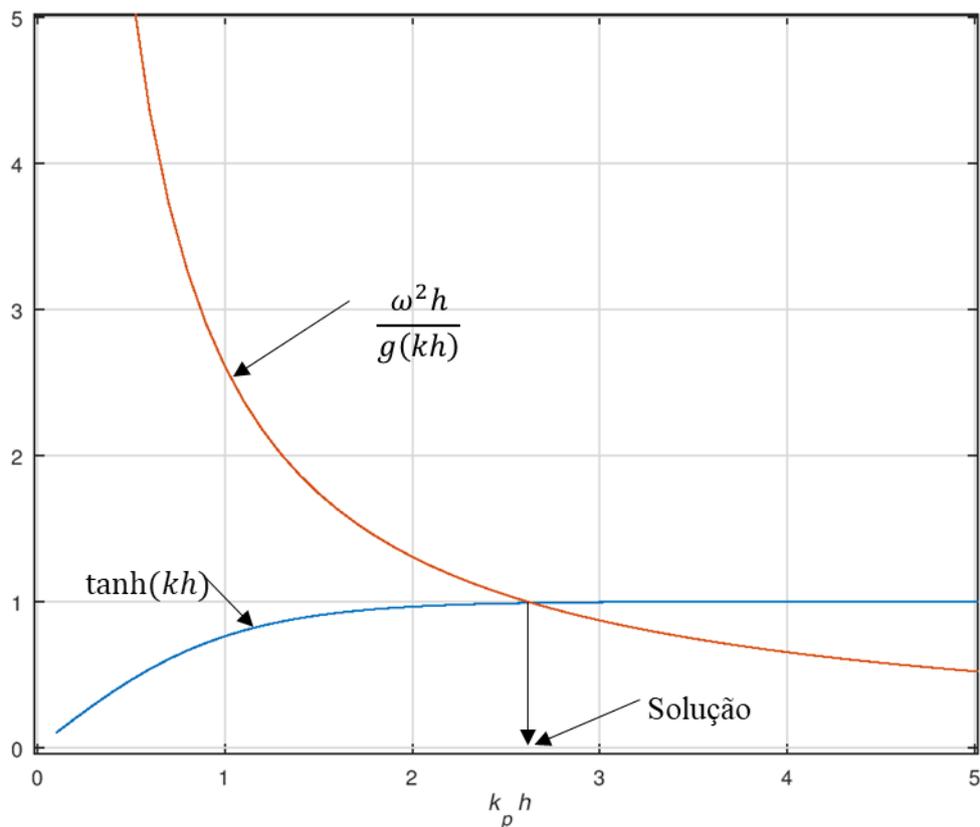
Esta equação é conhecida como Relação de Dispersão da Onda e relaciona diretamente a ciclicidade no tempo com a ciclicidade geométrica da onda, representadas pelos parâmetros ω e k , respectivamente.

A Relação de Dispersão da Onda pode ser reescrita como:

$$\frac{\omega^2 h}{g} \frac{1}{\tanh(kh)} = \tanh(kh)$$

Desta forma, sua solução é a intersecção entre as funções de cada lado da igualdade, como pode ser visualizado no gráfico a seguir:

Figura 3 - Exemplo de relação de dispersão.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Cada termo pode ser plotado versus kh com um valor fixo de $\omega^2 h/g$, assim a solução pode ser determinada pela intersecção das duas curvas. A equação tem apenas uma solução ou, equivalentemente, um valor de k para os valores fixos de ω e h .

Uma manipulação similar da relação de dispersão resulta em uma equação para o comprimento de onda, λ :

$$\lambda = \frac{g}{2\pi} T^2 \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right)$$

Com a equação da relação de dispersão, a velocidade de fase pode ser dada por:

$$c = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh(kh)}$$

É possível concluir então que um aumento da velocidade de fase é proporcional ao aumento do comprimento da onda.

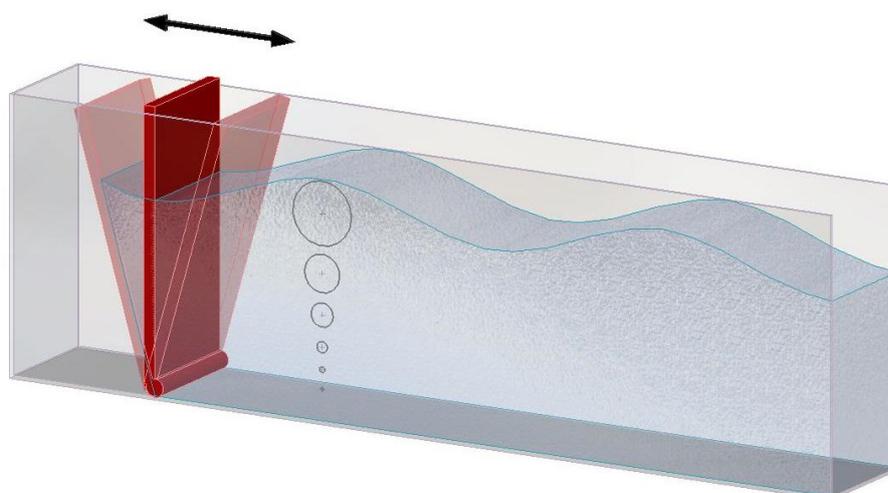
2.2 TIPOS DE GERADORES DE ONDAS

Chakrabarti (1994) diferencia os geradores de ondas em duas categorias gerais: ativos e passivos. Os geradores de ondas ativos deslocam a água através de contato direto com o gerador de ondas, já os passivos utilizam pressão do ar para gerar oscilações na água. Os mais comuns são os geradores ativos, e dentro desta categoria existem três principais tipos: tipo flap, tipo pistão e do tipo cunha. Cada um destes geradores ativos tem alguma peculiaridade que será discutida nesta seção do texto.

2.2.1 Gerador de ondas do tipo flap

O gerador de ondas do tipo flap tem configuração simples e de fácil fabricação. São um dos tipos mais utilizados na Engenharia Naval, pois produzem ondas de águas profundas, em que a movimentação orbital das partículas decai com a profundidade e é negligível no fundo do tanque, tipicamente utilizadas para o teste de estruturas flutuantes em águas profundas, como plataformas e navios, e para investigação da física das ondas oceânicas, por isso este é o gerador de ondas que será utilizado neste estudo. Muitas vezes a dobradiça do flap é montada em uma borda a uma certa distância acima do chão. Sua desvantagem é que necessita de algum sistema de amortecimento de ondas para absorver as ondas geradas atrás do gerador de ondas.

Figura 4 - Orbitais gerados pelo flap.

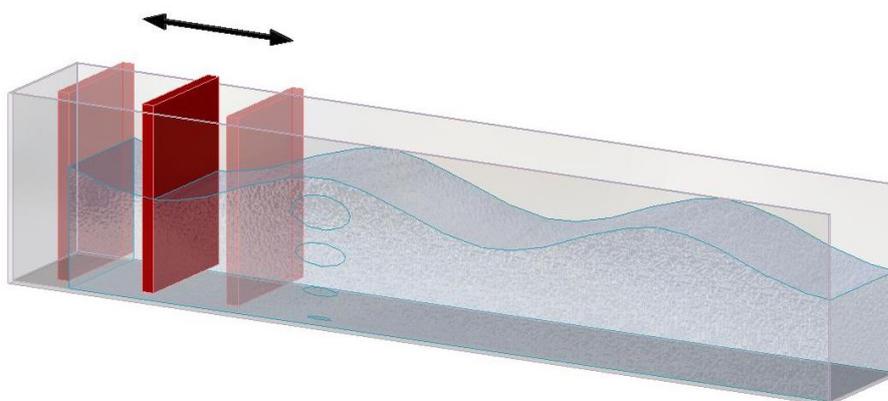


Fonte: Site Edinburgh Designs ¹.

2.2.2 Gerador de ondas do tipo pistão

Os geradores de ondas do tipo pistão são utilizados quando a água é rasa comparada ao comprimento das ondas. O movimento orbital é comprimido em uma elipse e há uma significativa movimentação horizontal no fundo do tanque. Este tipo de gerador é utilizado para gerar ondas para modelagem de estruturas costeiras, portos e geradores de energia das ondas montados na costa. Assim como o gerador do tipo flap, também necessita de um sistema de amortecimento de ondas atrás do gerador.

Figura 5 - Orbitais gerados pelo pistão.



Fonte: Site Edinburgh Designs ¹.

¹ Disponível em: <http://www.edesign.co.uk/waves/some-wave-1/>; Acesso em nov 2017.

2.2.3 Gerador de ondas do tipo cunha

Mais complexo que os geradores antes citados, gera ondas com a movimentação vertical de uma cunha, os orbitais são similares aos gerados pelo gerador do tipo flap, porém o gerador do tipo cunha não necessita de amortecimento para ondas atrás do gerador, já que gera ondas apenas em uma direção. Apesar de mais vantajoso, seu custo para implantação é maior, já que para a geração de ondas mais controladas são necessários sistemas de movimentação mais avançados.

Figura 6 - Gerador de ondas do tipo cunha.



Fonte: Site Naval Defense Academy².

2.3 TEORIA DO GERADOR DE ONDAS

Nesta seção a teoria simplificada do gerador de ondas será abordada, seguida da teoria completa, que será utilizada no projeto do gerador de ondas.

² Disponível em: <http://www.nda.ac.jp/cc/users/hkihara/pub-ship/ship.htm>. Acesso em nov 2018.

2.3.1 Teoria simplificada do gerador de ondas plano em águas rasas

Uma teoria simplificada para um gerador de ondas em águas rasas foi proposta por Galvin (1964), o qual inferiu que a água deslocada pelo gerador de onda deve ser igual ao volume da crista da onda propagada.

Considerando a função do deslocamento da superfície da água a seguir, pode-se descobrir o volume de água da crista da onda e relacionar ao volume deslocado pelo gerador de onda flap:

$$y = \frac{H}{2} \sin(kx)$$

Onde H é a altura da onda e k o número de onda. Assim, integrando para obter o volume da crista temos:

$$\int_0^{\lambda/2} (H/2) \sin kx \, dx = H/k$$

O volume deslocado pelo flap, V , é:

$$V = \frac{Sh}{2}$$

Onde S é o curso do flap e h é a profundidade da água. Ao igualar os dois volumes obtém-se a relação entre a altura de onda e o curso do flap:

$$\frac{Sh}{2} = \frac{H}{k}$$

Rearranjando:

$$\frac{H}{S} = \frac{kh}{2}$$

Essa relação é somente válida para a região de águas rasas, que compreende valores $kh < \pi/10$. Para valores maiores é necessário derivar a equação completa e não simplificada do gerador de ondas.

2.3.2 Teoria completa do gerador de ondas planas produzidas por um flap

Baseando-se na teoria do potencial e assumindo as mesmas condições de contorno e hipóteses simplificadoras utilizadas para derivar a teoria de ondas, e modificando algumas condições de contorno para o gerador de ondas do tipo flap podemos encontrar função de transferência deste.

As únicas condições que mudam são as condições de contorno laterais. Quando x aumenta na sua direção positiva, é requerido que as ondas se propaguem externamente, impondo a condição de contorno de radiação. Em $x = 0$, uma condição cinemática deve ser satisfeita no gerador de ondas. Se $S(z)$ é a função do curso do gerador de ondas, seu deslocamento horizontal é descrito por:

$$x = \frac{S(z)}{2} \text{sen}(\omega t)$$

Onde ω é a frequência do gerador de ondas. Para essa função de deslocamento a função da superfície do gerador de ondas se torna:

$$\mathcal{F}(x, z, t) = x - \frac{S(z)}{2} \text{sen}(\omega t) = 0$$

Aplicando a condição cinemática geral anteriormente aplicada na teoria das ondas:

$$\vec{U} \cdot \vec{n} = \frac{\partial \mathcal{F} / \partial t}{|\nabla \mathcal{F}|} \Big|_{\mathcal{F}(x,y,z,t)=0}$$

Onde a velocidade \vec{U} é:

$$\vec{U} = u\vec{i} + w\vec{k}$$

Substituindo a função $\mathcal{F}(x, z, t)$:

$$u - \frac{w}{2} \frac{dS(z)}{dz} \text{sen}(\omega t) = \frac{S(z)}{2} \omega \text{cos}(\omega t) \Big|_{\mathcal{F}(x,y,z,t)=0}$$

Considerando deslocamentos e velocidades pequenas, Dean e Dalrymple (1991) negligenciam o segundo termo do lado esquerdo desta equação e expandem ela em uma série de Taylor truncada para expressar a condição na lateral em movimento em termos de sua posição média, $x = 0$. Como apenas o primeiro termo da expansão é linear em u e $S(z)$ os outros termos são desconsiderados assumindo que são pequenos, assim tornando a condição lateral:

$$u(0, z, t) = \frac{S(z)}{2} \omega \text{sen}(\omega t)$$

Dadas estas condições, a solução da Equação de Laplace proposta por Dean e Dalrymple (1991) que as satisfaz as condições do fundo do tanque é:

$$\begin{aligned} \phi(x, z, t) = & A_p \cosh[k_p(h+z)] \text{sen}(k_p x - \omega t) + (Ax + B) \\ & + C e^{-k_s x} \cos[k_s(h+z)] \cos(\omega t) \end{aligned}$$

Os subscritos do número de onda k indicam a influência de ondas progressivas e ondas estacionárias, k_p e k_s , respectivamente. Para definir uma relação para k_p e k_s Dean e Dalrymple (1991) propõe uma condição que combina as duas condições de superfície livre, dinâmica e cinemática, linearizadas em apenas uma eliminando a superfície livre ζ das condições, resultando em:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\omega^2 \phi}{g} = 0 \Big|_{z=0}$$

Ao substituir a solução proposta nesta condição, Dean e Dalrymple (1991) obtém as relações:

$$\omega^2 = g k_p [\tanh(k_p h)]$$

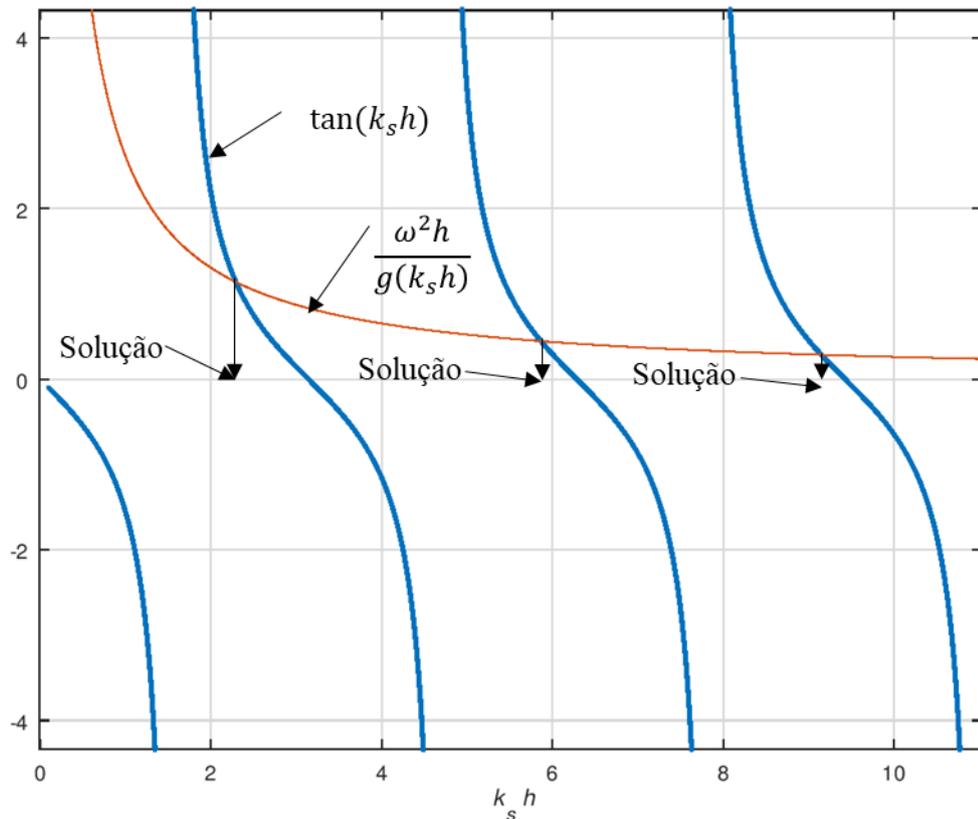
$$\omega^2 = -gk_s[\tan(k_s h)]$$

A primeira equação apresentada é a relação de dispersão, já tratada na seção de teoria da onda de gravidade, e a segunda equação relaciona a frequência do gerador de ondas com o número de onda estacionária, k_s , e de forma similar à relação de dispersão, pode ser reescrita para demonstrar suas soluções de forma gráfica:

$$\frac{\omega^2 h}{gk_s h} = -\tan(k_s h)$$

É possível perceber que há infinitas soluções de k_s analisando o gráfico a seguir e a equação.

Figura 7 - Soluções do número de onda estacionária.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A solução proposta então se torna:

$$\phi = A_p \cosh[k_p(h+z)] \sin(k_p x - \omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-k_s(n)x} \cos[k_s(n)(h+z)] \cos(\omega t)$$

Onde, o primeiro termo relacionado à A_p representa uma onda progressiva, enquanto que o segundo termo representa as ondas estacionárias. Dean e Dalrymple (1991) analisam esta forma da solução para determinar o quão rápido as ondas estacionárias decaem ao se afastar do gerador de ondas e chegam a conclusão de que depois de duas ou três vezes a profundidade da água, h , na direção positiva de x após os atuadores o termo relacionado à onda estacionária pode ser desconsiderado, dando também uma boa ideia de onde posicionar os modelos para teste sem ter a interferência das ondas estacionárias.

Para determinar a solução completa a condição lateral determinada anteriormente, $u(0, z, t)$, é utilizada e a solução torna-se:

$$\frac{S(z)}{2} \omega = -A_p k_p \cosh[k_p(h+z)] + \sum_{n=1}^{\infty} C_n k_s(n) \cos[k_s(n)(h+z)]$$

Para encontrar os parâmetros A_p e C_n , que dependem das ondas progressivas e estacionárias, respectivamente, Dean e Dalrymple (1991) derivam as seguintes equações, substituindo o coeficiente n por m :

$$A_p = - \frac{\int_{-h}^0 \frac{S(z)}{2} \omega \cosh[k_p(h+z)] dz}{k_p \int_{-h}^0 \cosh^2[k_p(h+z)] dz}$$

$$C_m = - \frac{\int_{-h}^0 \frac{S(z)}{2} \omega \cos[k_s(m)(h+z)] dz}{k_s(m) \int_{-h}^0 \cos^2[k_s(m)(h+z)] dz}$$

Para um gerador de ondas do tipo flap, o coeficiente $S(z)$ já foi especificado:

$$S(z) = S \left(1 + \frac{z}{h} \right)$$

Onde S é o curso total do flap na superfície em águas calmas. De acordo com Souza e Morishita (2003), assumindo esta função de S , A_p e C_m se tornam:

$$A_p = \frac{S\omega}{2} \frac{1}{k_p^2} \frac{\sinh(k_p h) + \frac{1}{hk_p} [1 - \cosh(k_p h)]}{\frac{\sinh(2k_p h)}{4k_p} + \frac{h}{2}}$$

$$C_m = \frac{S_0\omega}{2k_s^2(m)} \frac{\frac{\sin[k_s(m)h]}{k_s(m)} + \frac{1}{hk_s(m)} [\cos[k_s(m)h] - 1]}{\frac{\sin[2k_s(m)h]}{4k_s(m)} + \frac{h}{2}}$$

A altura da onda progressiva é determinada avaliando ζ longe do gerador de ondas:

$$\zeta = \left. \frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{z=0} = -\frac{A_p}{g} \omega \cosh(k_p h) \cos(k_p x - \omega t) = \frac{H}{2} \cos(k_p x - \omega t)$$

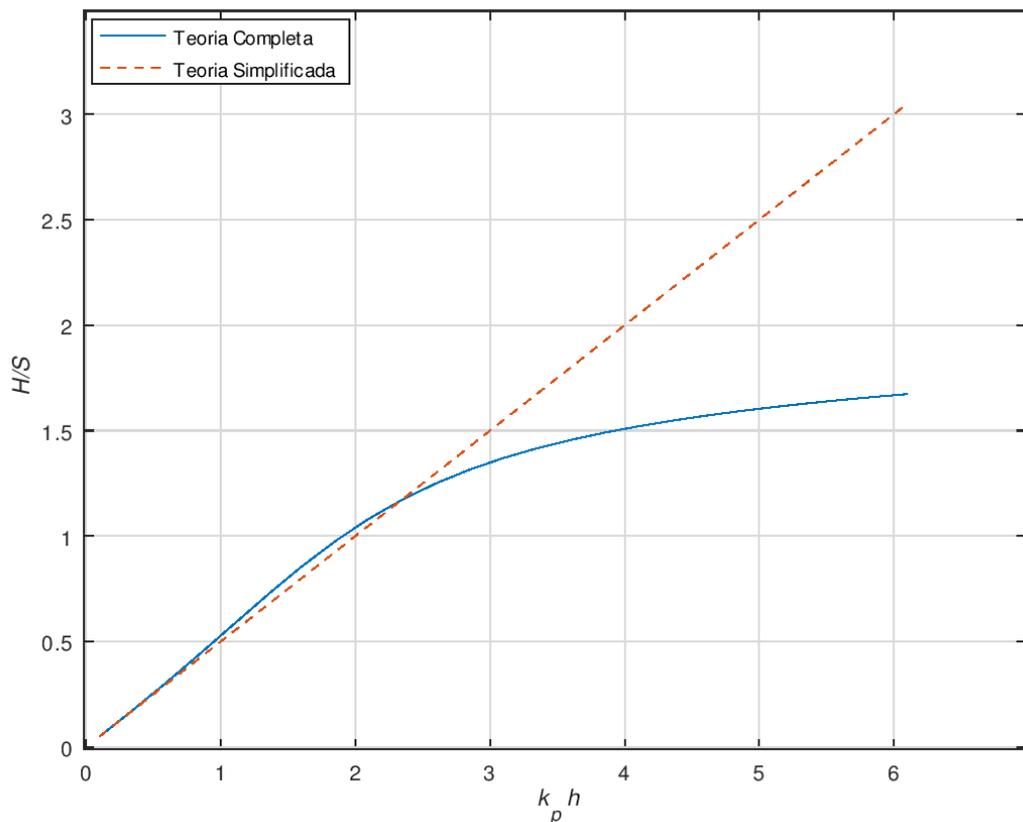
Para determinar a função de transferência substitui-se as equações A_p e $S(z)$ na igualdade acima e isolam-se os termos H e S em forma de uma razão:

$$\frac{H}{S} = 4 \left(\frac{\sinh(k_p h)}{k_p h} \right) \frac{k_p h \sinh(k_p h) - \cosh(k_p h) + 1}{\sinh(2k_p h) + 2k_p h}$$

Esta função de transferência será utilizada para determinar o curso do flap S para gerar uma onda de altura H .

O gráfico a seguir mostra a comparação entre a função de transferência da teoria simplificada com a função derivada utilizando a teoria completa:

Figura 8 - Teoria completa e simplificada do gerador de ondas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Mesmo que o gerador de ondas opere na região em que a teoria simplificada é precisa, é vantajoso utilizar a teoria completa para determinar as forças no flap, que será abordado na próxima seção.

2.3.3 Forças da geração de ondas

Segundo Souza e Morishita (2003) o momento gerado na base do flap pode ser dividido em três termos, uma força devido a reação hidrodinâmica, uma reação inercial e o momento causado pelo peso do flap quando seu centro de gravidade está deslocado em relação ao eixo de rotação do flap.

O momento induzido pela reação da água é deduzido considerando que o flap é uma chapa plana e gera ondas nos seus dois lados, resultando na seguinte equação para o momento:

$$M_h = a_1 \cos(\omega t) + a_2 \sin(\omega t)$$

Sendo que a_1 e a_2 são definidos como:

$$a_1 = -\frac{2\omega L_w \rho A_p}{k_p} \left(h \operatorname{sen}(k_p h) + \frac{1 - \operatorname{cosh}(k_p h)}{k_p} \right)$$

$$a_2 = -2\omega L_w \rho \sum_{m=1}^{m_f} C_m(m) \frac{1}{k_s(m)} \left(h \operatorname{sen}[k_s(m)h] + \frac{\cos[k_s(m)h] - 1}{k_s(m)} \right)$$

Onde A_p e C_m são determinados utilizando as equações definidas na seção anterior.

O momento induzido pela inércia foi definido assumindo que a função de deslocamento angular do flap é:

$$\theta = \theta_0 \operatorname{sen}(\omega t)$$

Assim a equação do momento induzido por inércia utilizando a aceleração derivada desta função de deslocamento é definida por:

$$M_i = I\omega^2 \operatorname{sen}(\omega t)$$

Sendo que I é o momento de inércia do flap em relação ao eixo em que rotaciona.

Quando o flap se movimenta, o deslocamento de seu centro de gravidade induz um momento adicional no eixo de rotação, este momento é calculado utilizando a seguinte equação:

$$M_w = Wx_g$$

Onde W é o peso do flap e x_g é definido pela equação:

$$x_g = x_{g0} + h_g \theta_0 \operatorname{sen}(\omega t)$$

Esta equação para o deslocamento do centro de gravidade foi simplificada utilizando uma semelhança de triângulos entre o curso do flap, S_0 , e sua altura com a altura do centro de gravidade, chegando à amplitude máxima do deslocamento do centro de gravidade.

3 METODOLOGIA

Para projetar o gerador de ondas será utilizada uma base teórica e método racional. A aplicação da teoria será utilizada para encontrar as forças e parâmetros de operação para uma faixa de frequências de ondas afim de analisá-los e definir os limites de operação do gerador de ondas, determinando a faixa de frequências para a operação do tanque. O mecanismo de movimentação do flap será projetado para resistir as forças que deverão ser transferidas do servo para o flap e um software CAD será utilizado para auxílio no projeto e verificação dos movimentos do mecanismo do flap.

O planejamento de experimentos para validação do projeto do tanque será feito, definindo quais testes poderão ser feitos para comparar os resultados obtidos com o tanque depois de construído e os dados utilizados na fase de projeto.

4 PROJETO DO GERADOR DE ONDAS E RESULTADOS

4.1 DIMENSÕES PRINCIPAIS DO TANQUE E EQUIPAMENTOS

As dimensões principais do tanque foram um requisito para o projeto:

- Comprimento: 3,0 m
- Largura: 0,3 m
- Altura: 0,6 m
- Profundidade da água no tanque: 0,4 m

Utilização 1 ou 2 Servos, com típicas propriedades:

- Velocidade de operação média: 0,13seg/60graus
- Torque: até 30 kg.cm

4.2 DEFINIÇÃO DAS FREQUÊNCIAS DE OPERAÇÃO

Para determinar as frequências de operação é necessário conhecer os fatores limitantes, em nosso caso, os principais limitantes são o tamanho do tanque e os servos que serão utilizados para movimentar o flap. O mecanismo que transfere o movimento do servo para o flap influencia na transferência de torque e rotação para este, logo é necessário definir suas dimensões principais para entender como o conjunto funcionará e limitará as frequências de ondas ou períodos de onda de operação do tanque.

As forças que atuam no flap podem ser calculadas utilizando as equações derivadas por Souza e Morishita (2003), que são baseadas na mesma teoria do gerador de ondas. Souza e Morishita (2003) utilizam as equações para prever as forças em um tanque de ondas do tipo flap e depois comparam os resultados medidos em experimentação, obtendo bons resultados e validando as equações.

4.2.1 Aplicação das equações de forças

Para aplicação das equações foi utilizado um código de linguagem OCTAVE, anexado no Apêndice A, devido à necessidade de encontrar intersecções entre funções, fazer somatórias e calcular a mudança de parâmetros para uma faixa de frequências de onda.

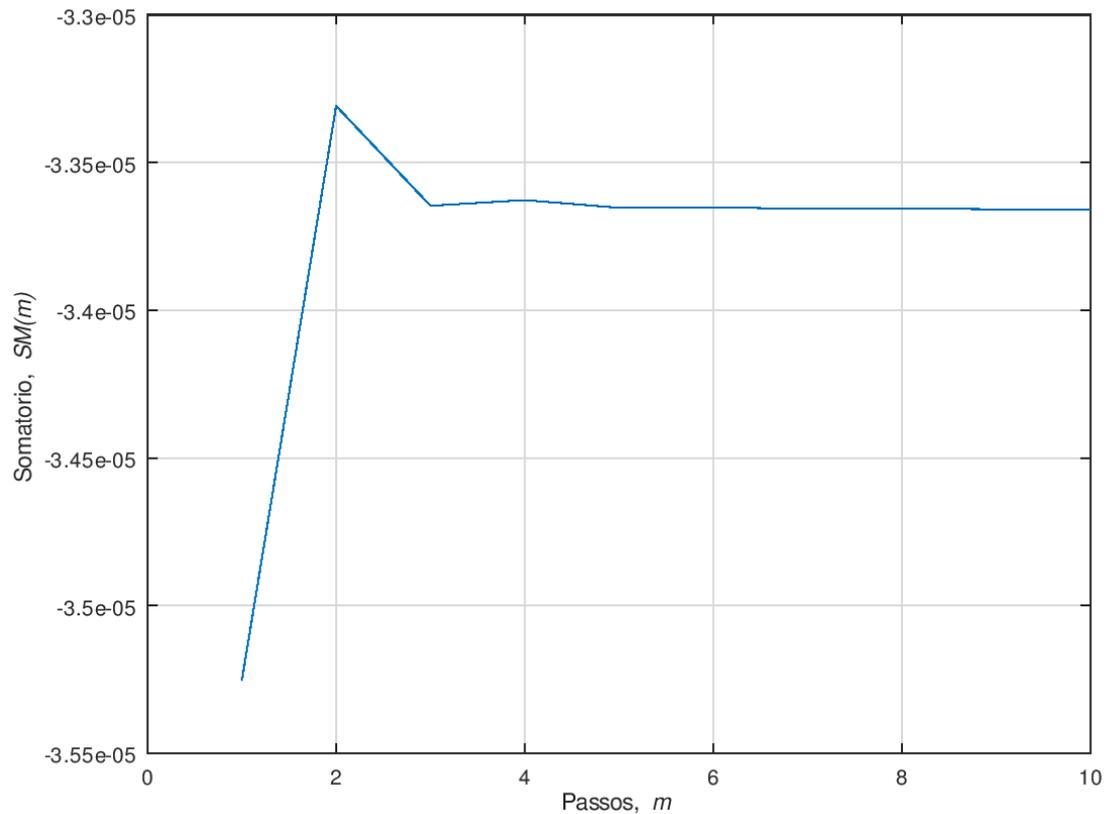
O princípio do código é encontrar as características de onda e esforços envolvidos na geração de uma onda de frequência ω , para um tanque com as dimensões previamente citadas e com as dimensões do mecanismo de transferência de movimento do servo para o flap definidas a partir de um esboço 2D. O código funciona a partir de uma entrada principal, que é a faixa de frequências de onda, ω , e o passo em que varia a análise de cada frequência dentro da faixa. Como a altura da onda não é diretamente relacionada com a sua frequência, porém a teoria foi baseada em ondas com declividade baixa, a altura da onda será definida como 5% do comprimento da onda, que é um valor de declividade típico associado a teoria linear das ondas de gravidade, segundo Fuarra (2016).

A partir de ω a rotina calcula o número de onda progressiva, k_p , considerando os efeitos de profundidade através da relação de dispersão, e da mesma forma, também determina o comprimento de onda, λ , através da solução da equação que considera o efeito de profundidade. O curso máximo do flap, S_0 , é definido pela equação de transferência deduzida e a altura de onda com declividade de 5%.

Para calcular a velocidade máxima durante o movimento do flap a equação da trajetória do flap foi derivada no tempo e sua amplitude foi isolada e convertida para velocidade angular do servo.

Os parâmetros A_p e a_1 são calculados de acordo com as equações definidas anteriormente, porém C_m e a_2 precisam ser calculados para as várias soluções do número de onda estacionária, k_s , isso é resolvido com um *loop* “while” para resolver a equação para k_s dentro de outro *loop* while, que calcula o respectivo coeficiente C_m e um somatório definido no código anexo como SM, que converge a um valor pois é diretamente proporcional a C_m , e C_m tende a 0 com o aumento de k_s .

Figura 9 - Convergência do somatório.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Definidos os coeficientes a função M_h é avaliada em uma faixa de valores, seu máximo é extraído e somado com as outras parcelas do momento em relação ao eixo do flap. O momento total M então é convertido para torque requerido no servo de acordo com a geometria do mecanismo.

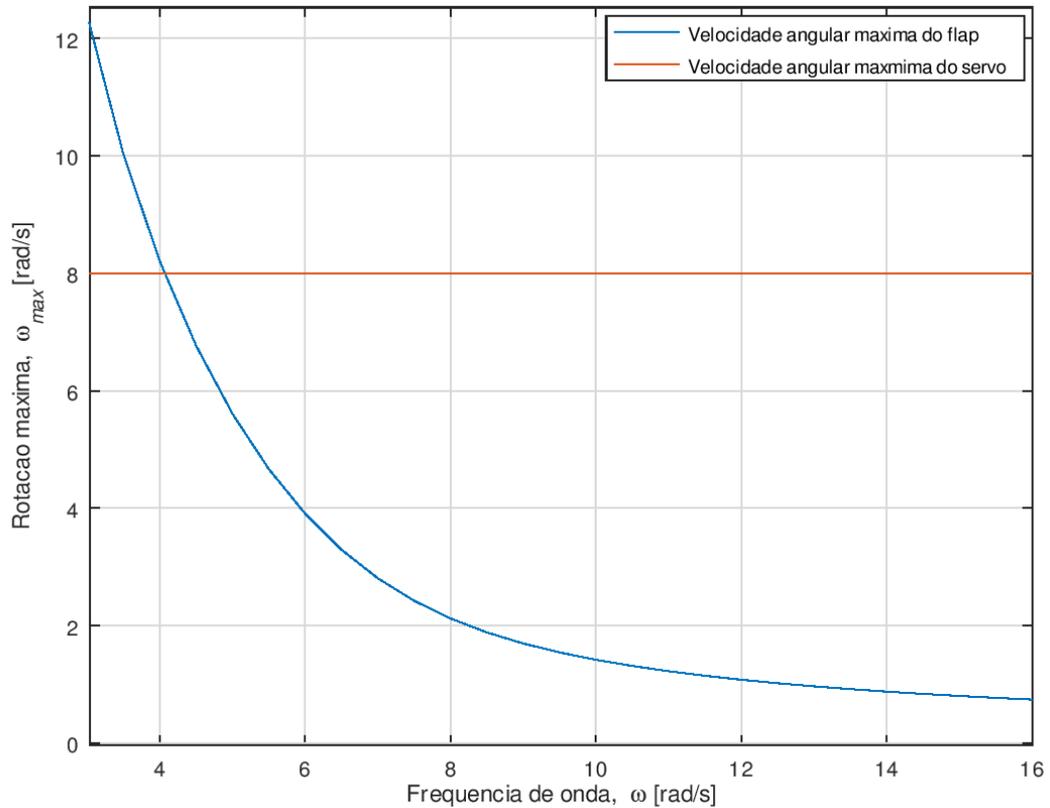
Todas essas características são calculadas para diferentes valores de ω e armazenadas em vetores, para serem plotadas em relação a frequência e os parâmetros de operação do tanque serem obtidos.

4.2.2 Resultados

Os resultados gráficos serão apresentados com linhas vermelhas e laranjas estipulando os limites, as definições de operação relacionados a estes limites serão comentados após cada gráfico.

A velocidade angular máxima para cada frequência obtida foi plotada no gráfico a seguir:

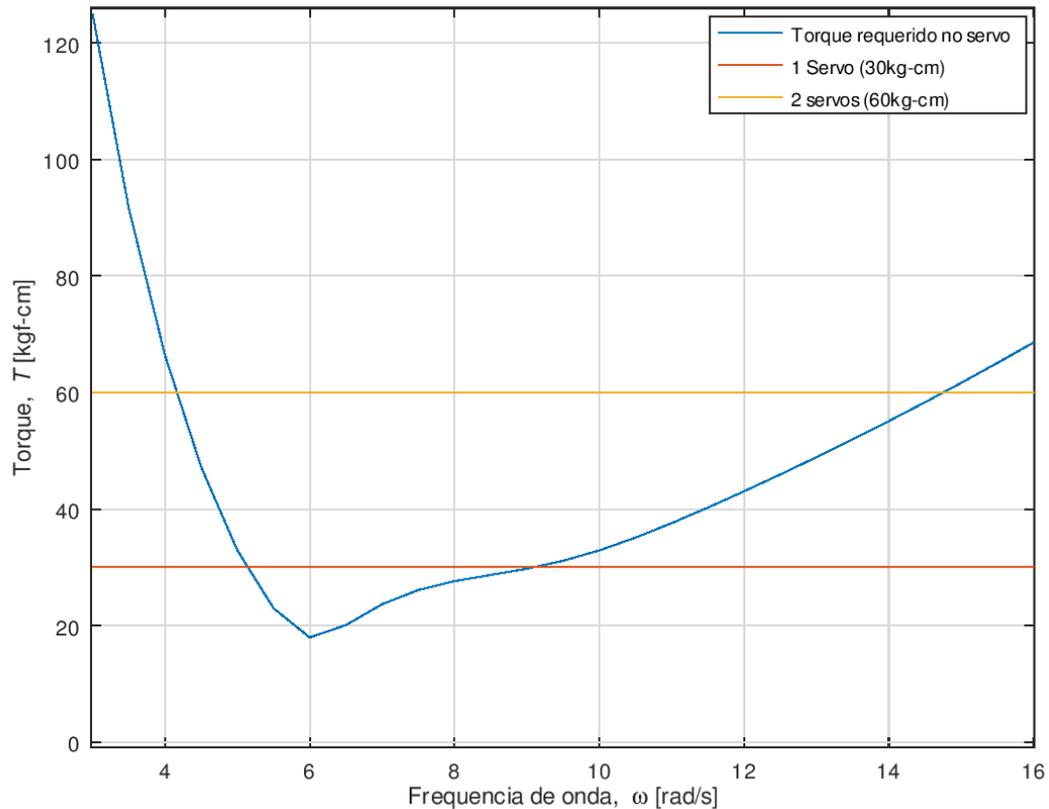
Figura 10 - Velocidade angular máxima do flap e servo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Usualmente a velocidade angular máxima de servos para modelismo e robótica é $\omega_{max} = 8 \text{ rad/s}$, que neste caso limita a frequência mínima de operação em $\omega = 4,07 \text{ rad/s}$. Porém, outra característica prova-se mais crítica, o torque necessário para movimentação do flap:

Figura 11 - Torque requerido no servo em relação a frequência de onda.

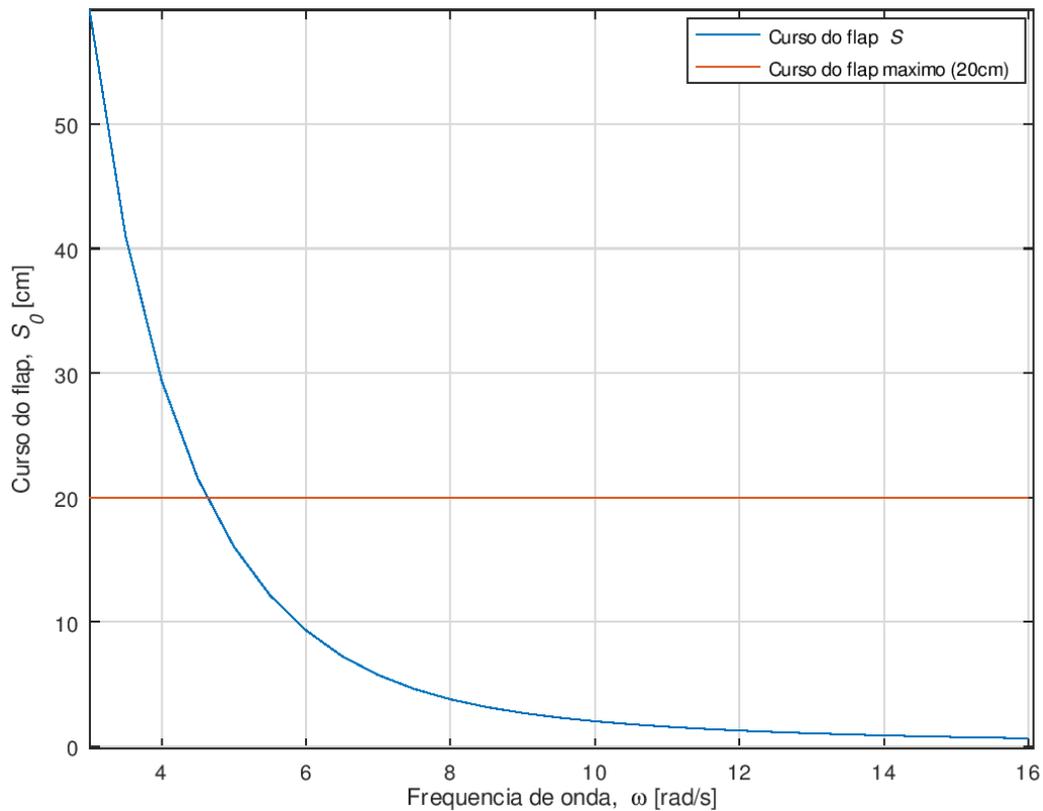


Fonte: Elaborado pelo autor.

O gráfico representa o torque necessário em um servo para movimentar o flap gerando uma onda na respectiva frequência. Para um servo de 30kgf-cm a frequência de onda fica limitada entre $\omega = 5,15 \text{ rad/s}$ e $\omega = 9,09 \text{ rad/s}$. Se utilizada uma configuração diferente, com dois servos de 30kgf-cm de torque, a faixa de frequências de onda aumenta para $\omega = 4.17 \text{ rad/s}$ até $\omega = 14.75 \text{ rad/s}$, porém é necessário a utilização de um flap separado para cada servo, para evitar problemas mecânicos devido a dessincronização dos servos.

Analisando o curso do flap, obtemos o gráfico a seguir:

Figura 12 - Curso do flap em relação a frequência de onda.

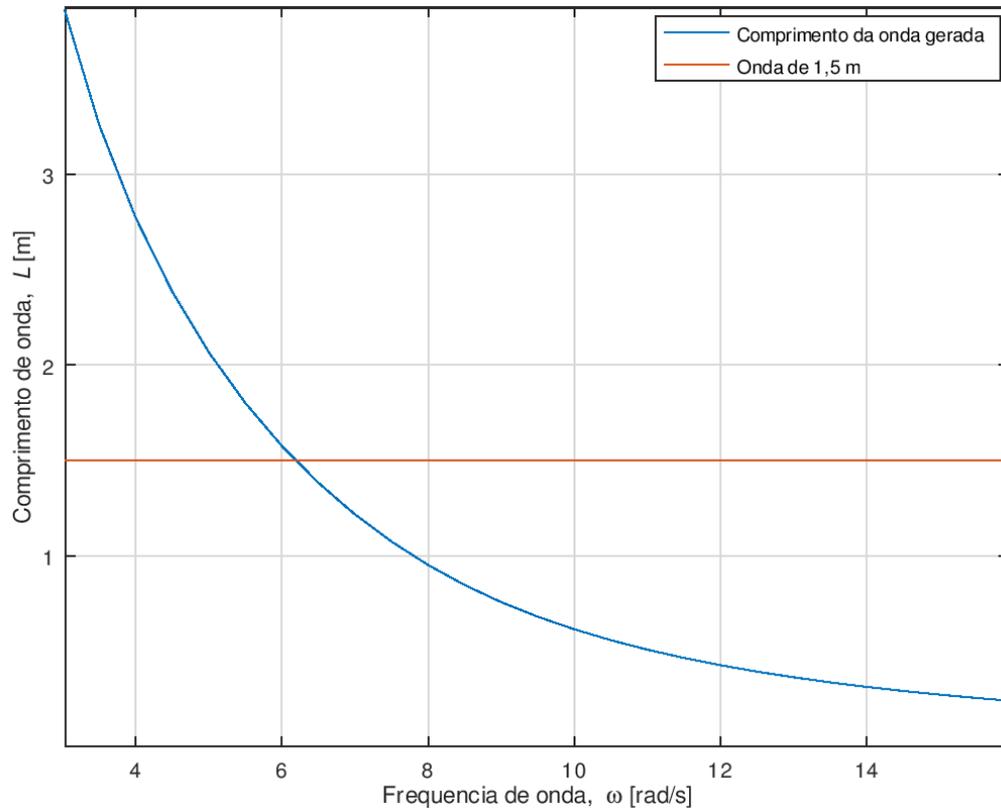


Fonte: Elaborado pelo autor.

O curso máximo do flap na linha de águas calmas vai de 0.9 cm até 25 cm, porém no estágio inicial do projeto foi definido que o curso máximo seria 20 cm, logo esse parâmetro diminui a faixa de operação para $\omega = 4.64 \text{ rad/s}$ até $\omega = 9.09 \text{ rad/s}$ ou até $\omega = 14.75 \text{ rad/s}$. Essa limitação poderia ser diminuída aumentando o tamanho do flap, o que também diminuiria o torque requerido do servo, porém a análise deve ser refeita caso uma modificação como essa seja feita.

A relação entre a frequência e o comprimento de onda é analisada a seguir:

Figura 13 - Comprimento de onda em relação a frequência de onda.



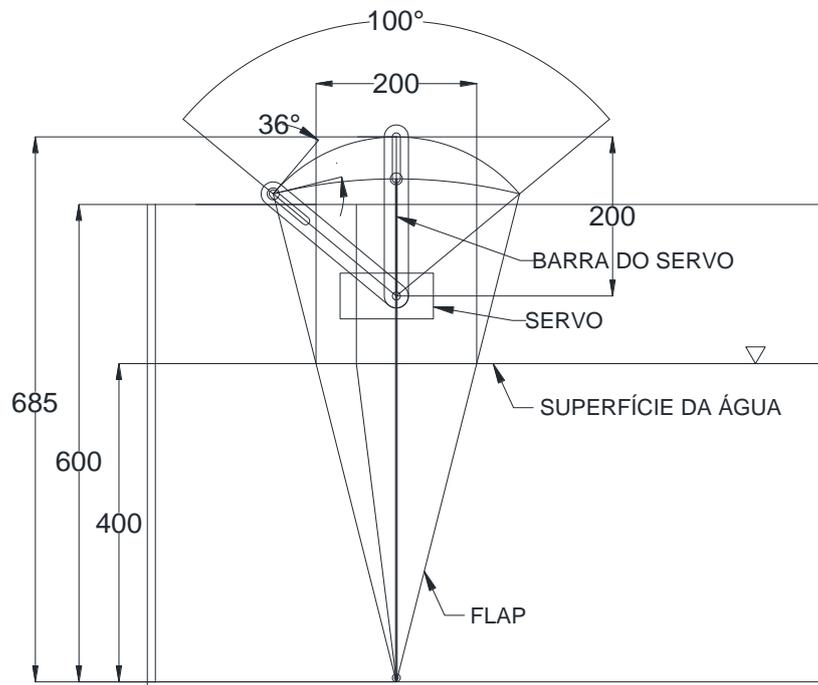
Fonte: Elaborado pelo autor.

Para a faixa de operação definida pelo torque e curso do flap, podem ser geradas ondas em torno de $\lambda = 0,3 \text{ m}$ até $\lambda = 2,3 \text{ m}$, com alturas de onda diretamente proporcionais pelo fator da declividade. Porém devido ao tamanho do tanque, provavelmente, ondas maiores do que $\lambda = 1,5 \text{ m}$ não serão geradas, logo a frequência mínima de operação é $\omega = 6,2 \text{ rad/s}$.

4.3 PROJETO DO MECANISMO E ESTRUTURA DO FLAP

Através de um esboço 2D feito em AutoCAD, algumas dimensões principais do mecanismo foram definidas:

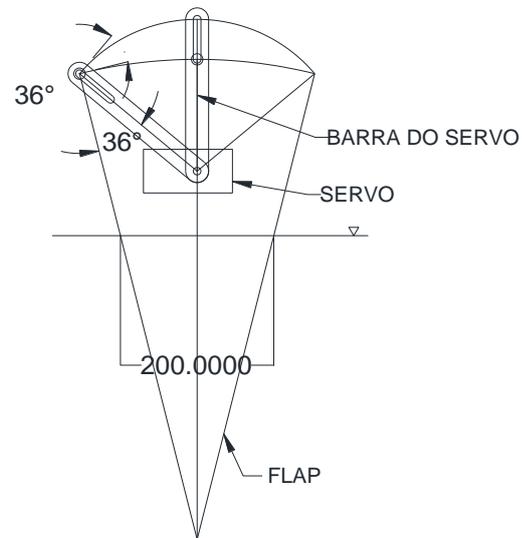
Figura 14 - Esboço do arranjo do flap 2D.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Durante o projeto percebeu-se que o ângulo de atuação da barra do servo influencia na transmissão do torque e um ângulo otimizado poderia ser calculado a partir de uma relação entre este ângulo e o raio de movimento da barra. Esse ângulo inicialmente era de 36° , que é igual ao ângulo entre a barra do servo e o flap, como pode ser verificado no esboço:

Figura 15 - Esboço do mecanismo do flap.

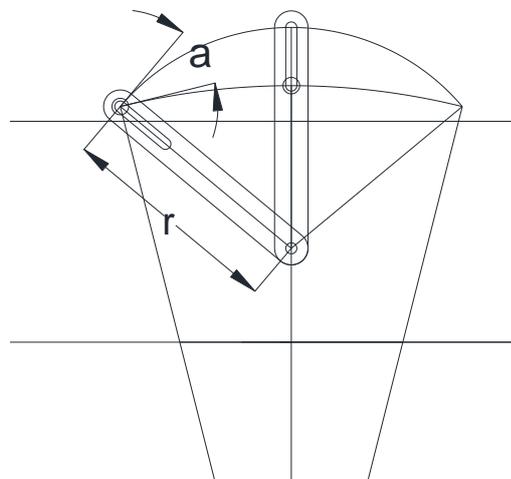


Fonte: Elaborado pelo autor.

Se definido o ângulo de atuação da barra como a e o comprimento da barra como r a força transferida para o flap, F , para um torque Q é dada pela equação:

$$F = \frac{Q \cos(a)}{r}$$

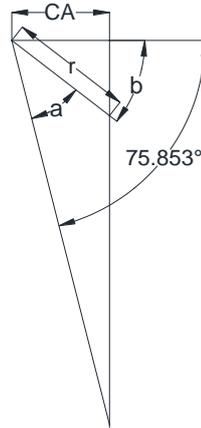
Figura 16 - Definição de r e a .



Fonte: Elaborado pelo autor.

Com o auxílio da figura a seguir pode-se equacionar a relação entre r e a .

Figura 17 - Simplificação do mecanismo. Fonte: Elaborado pelo autor.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Sendo que CA é igual ao curso do flap S . Utilizando trigonometria básica:

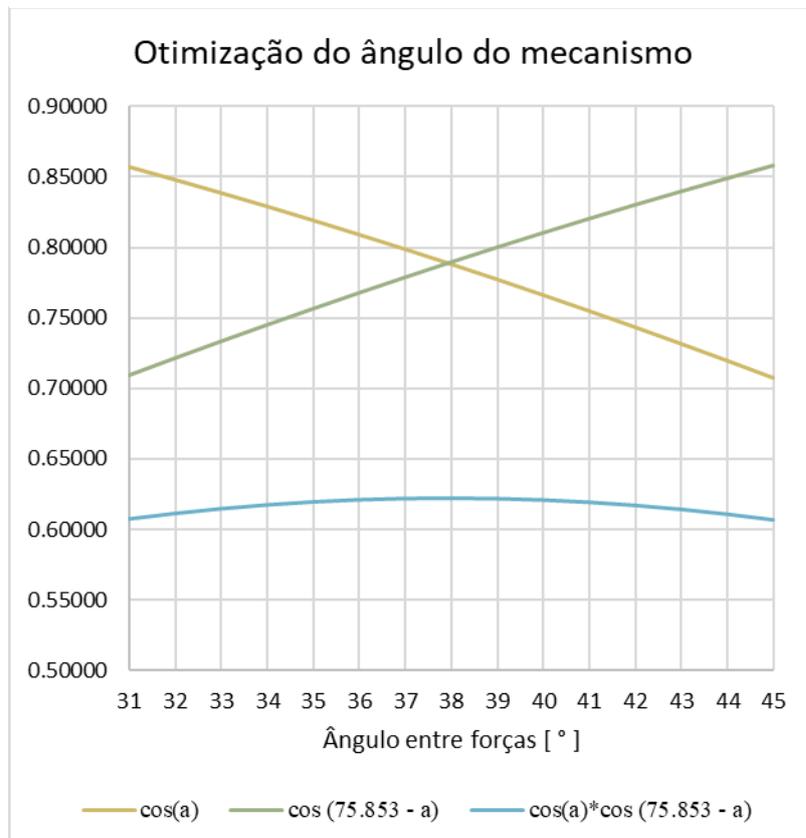
$$r = \frac{CA}{\cos(b)} = \frac{CA}{\cos(75.853 - a)}$$

Substituindo na equação para a força:

$$F = \frac{Q \cos(a) \cos(75.853 - a)}{CA}$$

Para maximizar a força sendo transferida o máximo valor de $\cos(a) \cos(75.853 - a)$ e o respectivo ângulo a devem ser encontrados. As funções foram plotadas com auxílio de uma planilha do Excel:

Figura 18 - Otimização do ângulo.

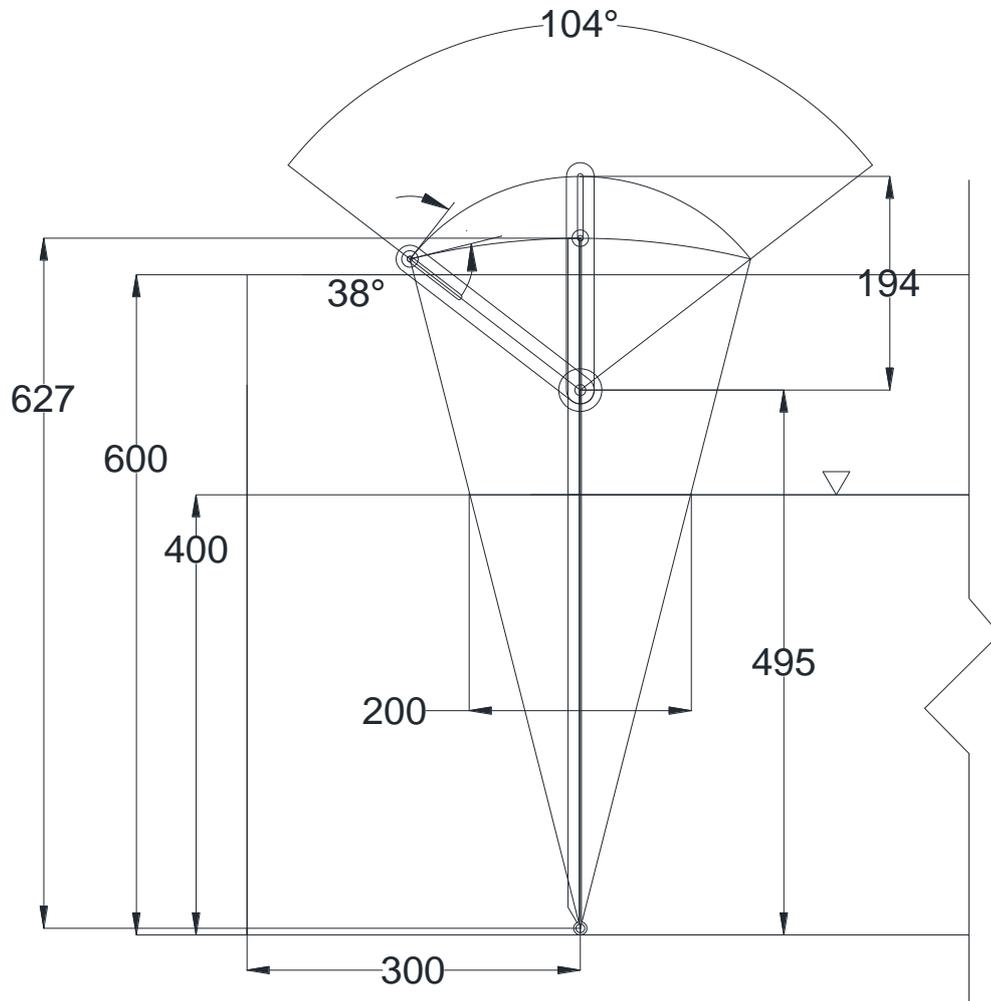


Fonte: Elaborado pelo autor.

Com auxílio do gráfico e dos valores calculados com a planilha é possível definir que o máximo desta função se encontra quando $\cos(a) = \cos(75.853 - a)$, ou seja, quando $a = 75.853 - a$, que se rearranjado resulta em $a = 37,93^\circ$, para este mecanismo então utilizaremos $a = 38^\circ$

Sendo que o ângulo $a \cong 38^\circ$ é a melhor relação para transferência de força da barra para o flap, a barra deve ter novas dimensões de acordo com o esboço:

Figura 19 - Esboço final do mecanismo do flap.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Com as dimensões definidas a resistência das peças foi calculada para obter suas espessuras mínimas. Foi considerado que serão utilizados dois servos de 30kg-cm de torque para o cálculo das forças nas peças, assim, mesmo caso apenas um servo de 30kg-cm seja utilizado, é possível a modificação para utilização de dois servos.

A primeira peça a ser calculada será a barra do servo, essa peça está conectada ao flap através de um contato de tipo pino, assim, podemos considerar que é biapoiada com pinos nas pontas e o servo induzindo o momento em uma ponta, logo o momento máximo é o torque.

Considerando um torque de $Q_{servo} = 30 \text{ kg} \cdot \text{cm}$ o momento máximo então é $M_{max} = 2943 \text{ N} \cdot \text{mm}$.

A barra tem dois pontos críticos, a conexão com o flap, onde a força cortante é máxima e a conexão com o servo, onde o torque é aplicado e pode ser considerado como ponto de momento máximo.

A tensão de escoamento do alumínio mais simples encontrado foi $\sigma_{esc} = 15 \text{ MPa}$ e será utilizada como base para este projeto, pois assim será possível a utilização de materiais que podem ser encontrados em ferros velhos ou de resistência desconhecida. Vale ressaltar que dependendo do material a ser efetivamente empregado na construção do gerador de ondas seja valido recalcular as resistências, obtendo uma estrutura mais eficiente.

Utilizando fator de segurança $FS = 2$ a tensão admissível se torna $\sigma_{adm} = 7,5 \text{ MPa}$. O módulo de seção requerido por uma estrutura pode ser calculado com a seguinte equação:

$$SM_{req} = \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}}$$

Desta forma podemos calcular o módulo de seção requerido:

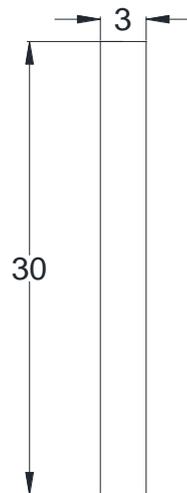
$$SM_{req} = 392.4 \text{ mm}^3$$

O módulo de seção é dado pelo momento de inercia da seção em relação a linha neutra, I_{LN} , dividido pela maior distância da linha neutra até a fibra mais externa da seção, y_{max} .

$$SM = \frac{I_{LN}}{y_{max}}$$

É possível conseguir o valor de inércia de uma seção desenhando ela no software AutoCAD e utilizando o comando MASSPROP, que retorna as propriedades de um sólido ou região, assim, uma seção de uma chapa de espessura de 3mm e largura de 30mm tem $I_{LN} = 6750 \text{ mm}^4$ e $y_{max} = 15 \text{ mm}$, o que resulta em $SM = 450 \text{ mm}^3$, atendendo ao módulo de seção requerido.

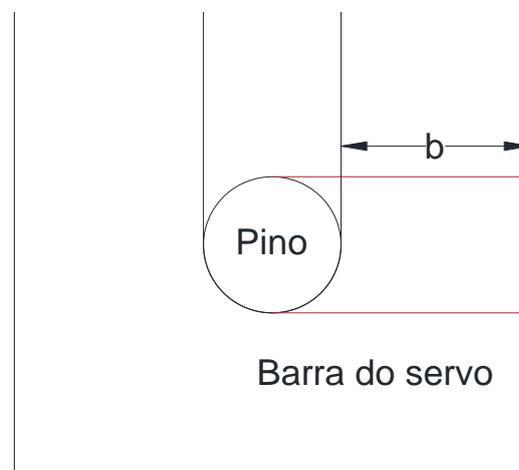
Figura 20 - Seção da barra do servo. Fonte: Elaborado pelo autor.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A seção da barra do servo que entra em contato com o pino do flap sofre cisalhamento, considerando o menor braço de transferência de torque, que também é onde toda a força gerada pelo servo é transferida ao flap, temos que a força de cisalhamento é $F_{cis} = 21,31 N$, gerada pelo torque $Q_{servo} = 30 kg \cdot cm$ e um braço de alavanca $r = 138.1 mm$. A tensão admissível de cisalhamento pode ser considerada como 70% da tensão de escoamento admissível, ou seja, $\tau_{adm} = 5,25 MPa$, a área mínima da seção para resistir ao cisalhamento é calculada dividindo a força de cisalhamento em duas, pois é necessário cisalhar as duas áreas indicadas em vermelho no esboço a seguir para a peça falhar, esta força então é dividida pela tensão admissível de cisalhamento, o que resulta em $A_{min} = 2,03 mm^2$.

Figura 21 - Área de cisalhamento.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A área da seção depende do diâmetro do pino, que determinará o rasgo na barra do servo e por fim a distância b , e da espessura da barra do servo, que já foi definida como 3 mm . Para esta espessura, o valor mínimo de b deve ser de $b_{min} = 0.677 \text{ mm}$, o que significa que esta carga não apresenta risco de cisalhamento para esta configuração da barra do servo.

Para analisar o pino em cisalhamento utiliza-se a mesma lógica, porém como este só precisa cisalhar em uma parte para falhar a força não precisa ser dividida por dois, resultando em uma área mínima de $A_{min} = 4,06 \text{ mm}^2$. Isto significa que o pino deve ter um diâmetro mínimo de 2.27 mm para não falhar por cisalhamento.

Deve-se analisar o pino em flexão, pois tem um balanço de 15 mm até sua fixação no flap, logo a força gerada pela barra do servo na ponta do pino gera um momento fletor $M_{max} = 319,66 \text{ N} \cdot \text{mm}$, assim sendo, $SM_{req} = 42.62 \text{ mm}^3$.

O momento de inércia da seção de um cilindro de raio r é dado por:

$$I_{LN} = \frac{\pi}{4} r^4$$

A distância da linha neutra até a fibra mais externa é dada por:

$$y_{max} = r$$

Logo o SM desta seção pode ser definido por:

$$SM = \frac{\pi}{4} r^3$$

Rearranjando para obter o raio em função do SM :

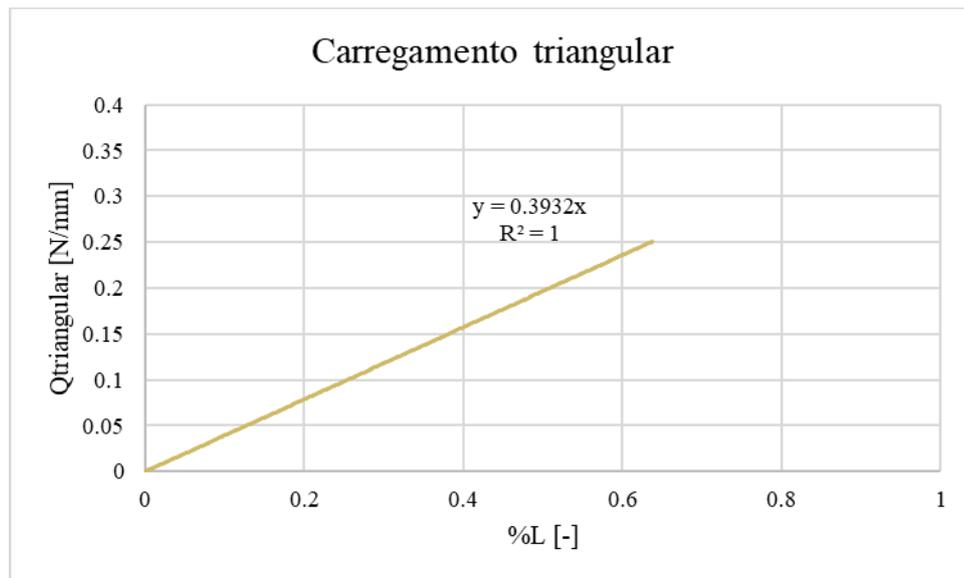
$$r = \sqrt[3]{\frac{4SM}{\pi}}$$

Para o SM_{req} por flexão o diâmetro mínimo do pino deve ser $d = 7,57 \text{ mm}$, então o diâmetro do pino a ser utilizado será $d = 8 \text{ mm}$.

A configuração mais crítica é o flap duplo com um servo para cada flap, sendo assim esta condição será analisada. Para analisar a flexão no flap, o problema foi simplificado como uma viga bi apoiada com uma carga distribuída triangular na região submersa. A distância

entre os apoios é de $L = 627,2 \text{ mm}$ e a carga na ponta superior em que o pino está localizado é igual a carga gerada pela barra do servo neste pino. Para encontrar a função de carregamento foi definido um carregamento triangular que equilibrasse o momento gerado pela força na ponta da viga.

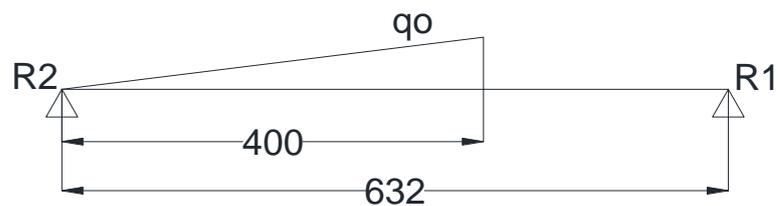
Figura 22 - Função de carregamento triangular.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A posição do carregamento pode ser verificada no esboço a seguir.

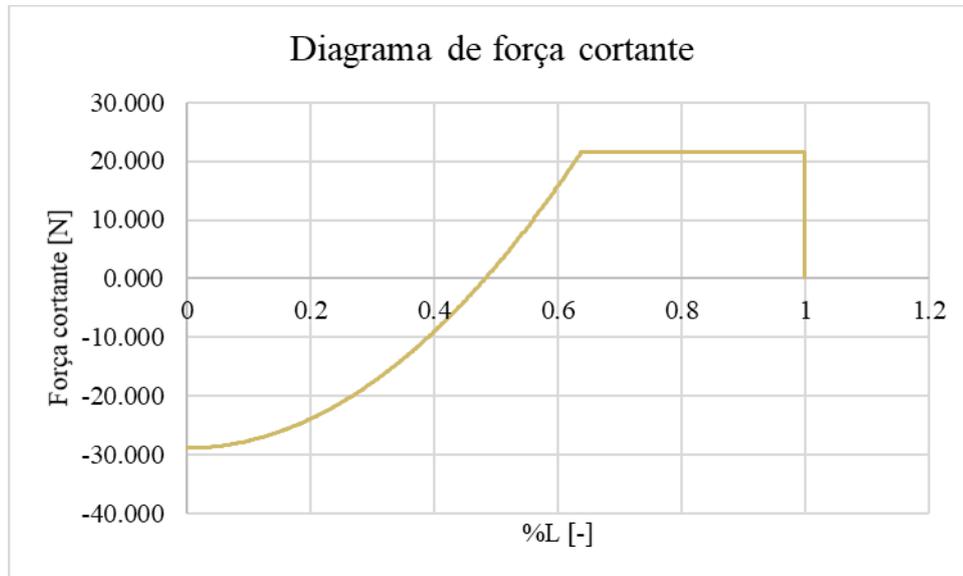
Figura 23 - Função de carga e reações no flap.



Fonte: Elaborado pelo autor.

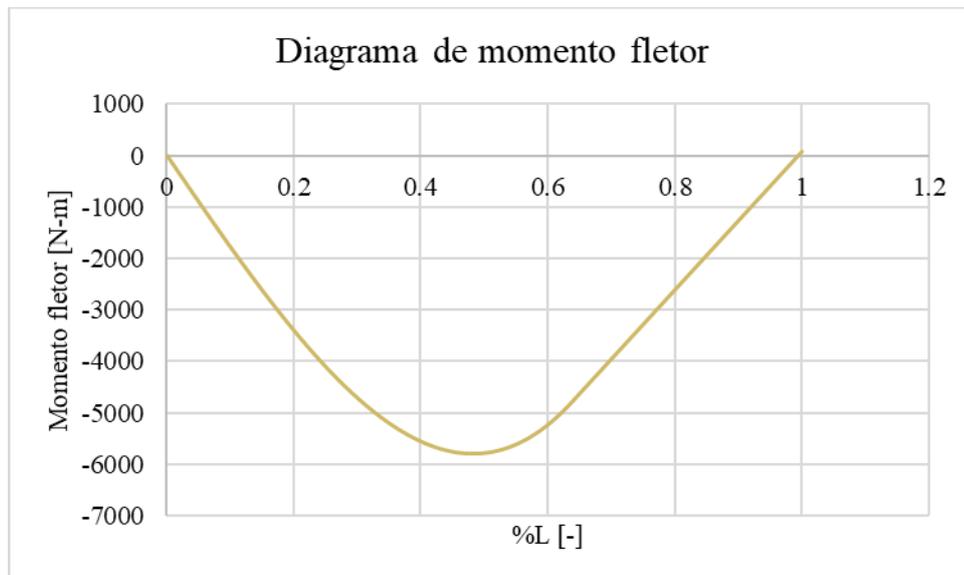
Para este carregamento, os diagramas de força cortante e momento fletor serão os seguintes:

Figura 24 - Gráfico de força cortante.



Fonte: Elaborado pelo autor.

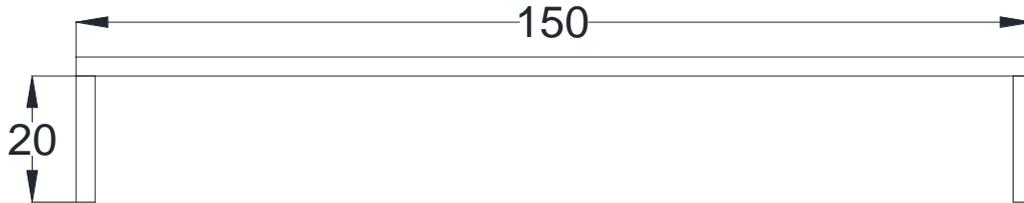
Figura 25 - Gráfico do momento fletor.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O momento fletor máximo é então $M = 5800,32 \text{ N} \cdot \text{mm}$ e o módulo de seção requerido é $SM_{req} = 773,38 \text{ mm}^3$. Uma seção com chapas e reforçadores de espessura de 3mm e as dimensões marcadas no esboço a seguir atende ao requerido com $SM = 884,04 \text{ mm}^3$.

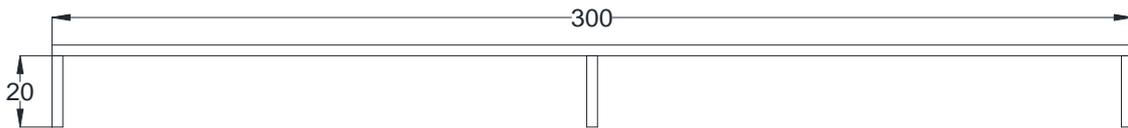
Figura 26 - Esboço da seção do flap duplo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O flap para a configuração de apenas um servo foi definido de acordo com o esboço a seguir, utilizando chapas de 3mm de espessura, atendendo ao mesmo SM_{req} definido para o flap duplo.

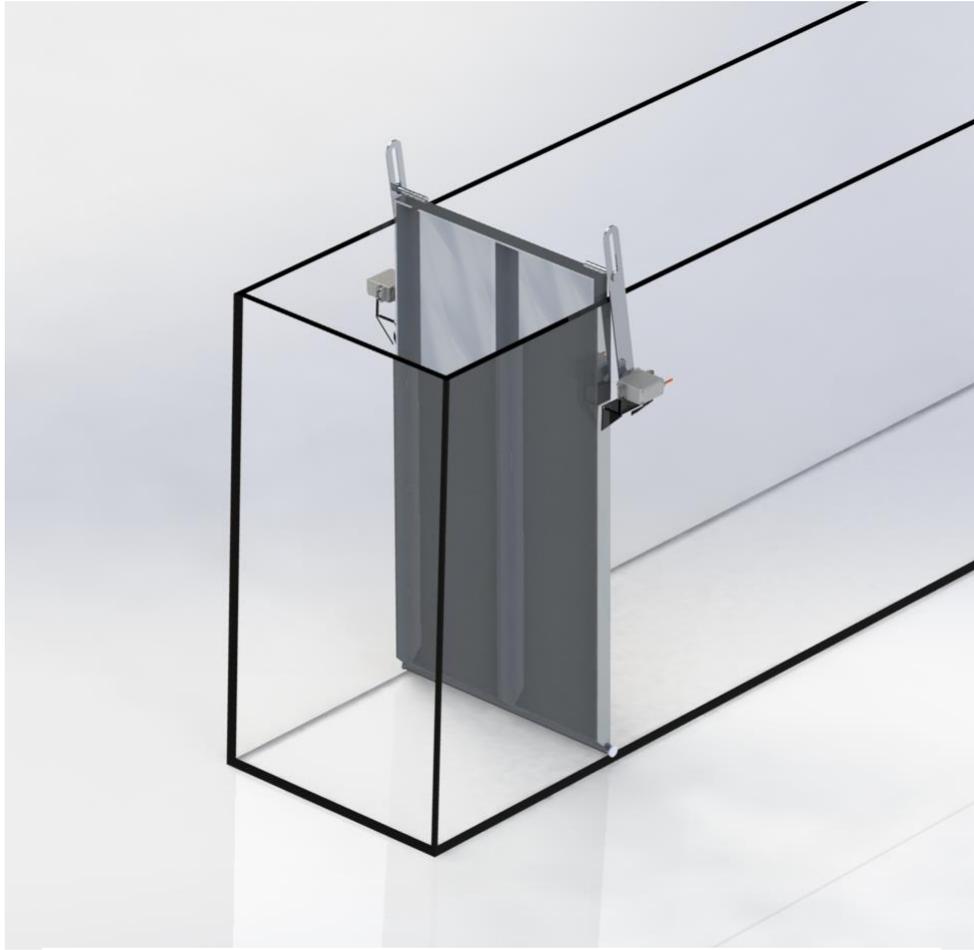
Figura 27 - Esboço da seção do flap simples.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Um modelo 3D do mecanismo foi feito utilizando o software SolidWorks para melhor visualização do mecanismo final.

Figura 29 - Perspectiva isométrica do mecanismo completo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 28 - Perspectiva isométrica aproximada do mecanismo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 30 - Perspectiva isométrica do lado interno do mecanismo.



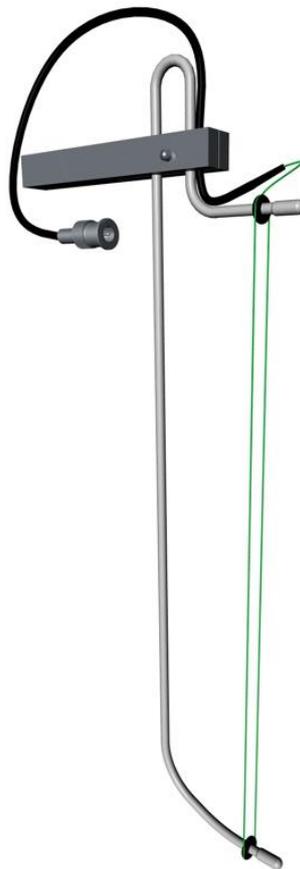
Fonte: Elaborado pelo autor.

Os desenhos detalhados da barra do flap e do flap para a configuração de flap duplo encontram-se no Apêndice B.

5 PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS

Para validar o projeto do tanque e verificar se há mudanças de comportamento em relação a função de transferência usada, alguns experimentos devem ser feitos. O principal parâmetro a ser medido é a altura da onda gerada em relação ao tempo, de onde pode-se calcular os outros parâmetros da onda. A altura da onda em relação ao tempo geralmente é medida por uma sonda de altura de onda, porém esta também pode ser avaliada através de um método de aquisição por imagens.

Figura 31 - Sonda de altura de onda.



Fonte: Site Akamina³.

Antes de realizar o experimento devem ser definidas as frequências ou períodos das ondas a serem geradas, afim de definir os dados de entrada para o gerador de ondas. Esta faixa deve estar dentro dos limites de operação do tanque previamente estabelecidos ($\omega = 6,2 \text{ rad/s}$ até $\omega = 9,09 \text{ rad/s}$ ou até $\omega = 14,75 \text{ rad/s}$). A profundidade da água deve ser medida, e, se possível, sua temperatura utilizando um termômetro e densidade utilizando um densímetro e os instrumentos de medição devem ser apropriadamente calibrados de acordo com seus propósitos. De acordo com Chakrabarti (1994), as sondas de altura de onda devem ser calibradas no início de cada dia de teste. Para calibrar uma sonda, ela deve ser submergida uma distância conhecida e os dados medidos são comparados com os reais para, se necessário, ajustar o fator de conversão do sinal elétrico da sonda.

Durante o experimento é ideal que seja medido também o curso real do flap, diminuindo erros possíveis ao assumir que o flap estará realizando o movimento definido pela sua rotina de operação. Medir o deslocamento do flap pode ser complicado, porém uma alternativa é utilizar um tacômetro no servo e obter a relação entre o movimento do servo e o flap.

A sonda de altura de onda deve ser posicionada, no mínimo, a três vezes a profundidade da água a frente do flap, eliminando possíveis interferências de ondas estacionárias, como foi definido na seção da teoria completa do gerador de ondas.

Em experimentos como este geralmente deve-se obter dados de no mínimo cinco a dez períodos de onda regular totalmente desenvolvida para obter valores confiáveis dos parâmetros da onda gerada, logo é necessário incluir o tempo para que as ondas se desenvolvam durante o experimento para definir o tempo de gravação de dados. Como a obtenção dos dados é baseada na quantidade de períodos gravados, quanto maior o período da onda, maior deve ser o tempo de registro de dados. Depois que cada conjunto de dados para uma onda é gravado, algumas estatísticas básicas devem ser analisadas para garantir que os dados foram coletados corretamente, diminuindo a possibilidade de ter que refazer algum experimento.

Após o experimento, os dados registrados devem ser analisados para obter uma altura de onda média, a frequência de onda, número de onda e comprimento de onda. A curva teórica da razão H/S em relação a frequência de onda, ω , deve ser plotada junto com a mesma relação

³ Disponível em: <http://www.akamina.com/waveProbeHead.html>. Acesso em nov 18.

em relação para os dados experimentais para compará-los, definindo se há deviações da teoria e onde estas ocorrem.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A metodologia de base teórica e projeto racional provou-se suficientemente eficaz para o dimensionamento do gerador de ondas. Uma análise experimental para determinar a validade dos dados é necessária, porém não pode ser feita devido à falta de recursos e tempo hábil para construção do tanque e gerador de ondas. A bibliografia, apesar de limitada, ofereceu uma sólida base teórica para calcular os parâmetros envolvidos na geração de ondas com um gerador do tipo flap, definindo os principais fatores limitantes da faixa de operação do tanque, que são o torque do servo e o tamanho do tanque.

A utilização da configuração com dois servos aumenta consideravelmente a faixa de operação do tanque, porém pode ser feita com o tanque construído, como uma melhoria futura, caso o valor de sua implementação na construção do tanque seja muito alto.

Os reforçadores feitos com chapas podem ser substituídos por perfis ou tubos quadrados comerciais, porém, perfis do tipo L podem causar alterações nas forças hidrodinâmicas não previstas nas equações. Os tubos adicionam inércia com menos eficiência do que um reforçador simples feito com uma chapa, pois é adicionado material próximo à chapa, logo os reforçadores simples mostram-se uma eficiente alternativa para aumentar a resistência do flap além de minimizar ondas transversais atrás do flap.

Experimentos realizados com um tanque de ondas didático complementam o conteúdo visto em sala de aula e proporcionam uma visualização da teoria na prática, estimulando o interesse do aluno e desenvolvimento do senso crítico em relação a visualização do fenômeno com um custo muito menor do que um tanque de tamanho tradicional, facilitando sua implementação com poucos recursos.

Em trabalhos futuros uma análise de falha por fadiga da estrutura do mecanismo deve ser feita, visto que possui movimentos cíclicos que caracterizam este modo de falha. Além disso, uma simulação utilizando dinâmica dos fluídos computacional (CFD) pode ser feita para testar virtualmente o tanque antes de ser construído, e uma análise de custos pode ser feita para determinar a configuração mais barata para implementação do projeto.

REFERÊNCIAS

DEAN, Robert G.; DALRYMPLE, Robert A. **Water wave mechanics for engineers and scientists**. Singapura: World Scientific, 1991.

GALVIN, C. J., Jr.. **Wave-Height Prediction for Wave Generators in Shallow Water**. U.S. Army, Coastal Engineering Research Center, 1964.

CHAKRABARTI, Subrata K. **Offshore Structure Modeling**. Singapura: World Scientific, 1994

FUJARRA, A. L. C. **Hidrodinâmica das Ondas de Gravidade**. Apostila da disciplina de Hidrodinâmica Aplicada II do curso de Engenharia Naval da UFSC Joinville, 2016.

SOUZA, Carlos Alberto Guedes Freire de; MORISHITA, Helio Mitio. **Evaluation of a flap type wave generator**. *Anais..* São Paulo: ABCM, 2003.

APÊNDICE A – Código auxiliar de cálculo

```

clear
close
clc
%=====
%                               Dados
%=====
g = 9.81 % aceleração gravitacional [m/s]
h = 0.4 % profundidade da água [m]
Lw = 0.3 % largura do flap [m]
m = 2    % massa do flap [kg]
xg = 0.3 % altura do centro de gravidade do flap [m]
rho = 997 % densidade da água [kg/m^3]
declv = 0.05 % declividade da onda
z = 0.685; % altura do flap entre os pontos de
% conexão [m]
r = 0.1942126; % distância máxima entre os
% pontos de conexão da barra do flap

%=====
%                               Rotina de cálculo
%=====

W = m*9.81 % Força peso do flap [N]

% criação de arrays para salvar os dados
warray = [3.:0.5:16.]; % array com faixa de frequências
kpararray = zeros(1,length(warray));
Larray = zeros(1,length(warray));
HSarray = zeros(1,length(warray));
Soarray = zeros(1,length(warray));
wmaxarray = zeros(1,length(warray));
Marray = zeros(1,length(warray));
Tarray = zeros(1,length(warray));

% rotina de cálculo variando a frequência de onda
for j = 1:length(warray);
    w = warray(j)

    % loop para encontrar o numero de onda progressiva, kp
    tg = 1;
    w2h1 = 0;
    kph1 = 0.0001;
    while abs(tg-w2h1)>0.01;
        tg = tanh(kph1);
        w2h1 = w**2*h/(g*kph1);
        kph1 = kph1 + 0.0001;
        ctrl = tg-w2h1;
    endwhile

```

```

kp = kph1/h; %atualiza a variável do kp

kpparray(j) = kp; %salva kp no array

T = 2*pi()/w; %determina o período da onda

%determina o comprimento de onda, L
Lx = 0.001;
L1 = 1;
L2 = 0;
while abs(L1-L2)>0.001;
    L1 = Lx;
    L2 = T**2*g/(2*pi())*tanh(2*pi()*h/Lx);
    Lx = Lx + 0.0001;
    ctrl = L1-L2;
end

L = L1 %atualiza L

Larray(j) = L; %salva L no array

%determina a razão de altura de onda sobre
%curso do flap, H/S
HS = 4*(sinh(kp*h)*(kp*h*sinh(kp*h)-
cosh(kp*h)+1))/(kp*h*(sinh(2*kp*h)+2*kp*h));

HSarray(j) = HS; %salva H/S no array

H = declv*L; %determina H para uma onda com
%declividade "declv"

So = H/HS; %determina o curso máximo do flap,
%So, de acordo com H/S e H

Soarray(j) = So; %Salva So no array

wmax = So*(1 + z/h)*w/(2*r); %velocidade de
%rotação máxima no servo, wmax [rad/s]

wmaxarray(j)=wmax; %salva wmax no array

%Parametro Ap
Ap = (So*w/2)*(1/(kp**2))*((sinh(kp*h) + (1/(h*kp))*(1 -
cosh(kp*h)))/((sinh(2*kp*h)/(4*kp))+h/2));

```

```

%Coeficiente a1
a1 = -(2*w*Lw*rho*Ap/kp)*(h*sin(kp*h)+(1-cosh(kp*h))/kp);

%Loop para calcular a somatória dentro do
%coeficiente a2
ks = 0;
Cm = 0;
SM = 0;
ksh = 1;

SM1 = 1;
tg = 1;
w2h = 0;
ctrl = 0;
contador = 1;
while abs(SM1 - SM)>1e-10;
    %Loop para calcular as soluções do número
    %de onda estacionária ks
    while abs(tg-w2h)>0.001;
        tg = -tan(ksh);
        w2h = w**2*h/(g*ksh);
        ksh = ksh + 0.00001;
        ctrl = tg-w2h;
    endwhile

    ks = ksh/h; % atualiza a variavel ks
    ksh = ksh + 0.5;
    tg = tg + 0.5;
    %calula o parametro Cm
    Cm = So*w/(2*ks^2)*(sin(ks*h)/ks + (cos(ks*h)-
1)/(h*ks))/(sin(2*ks*h)/(4*ks) + h/2);
    SM1 = SM;
    %calcula a somatória SM
    SM = SM + Cm*(h*sin(ks*h)+(cos(ks*h)-1)/ks)/ks;
    ctrl = SM1 - SM;
    SMcnt(contador) = SM;
    contador = contador + 1;
endwhile

a2 = -2*w*Lw*rho*SM; %Coeficiente a2

%encontra o momento máximo hidrodinamico
wt = [0.:0.01:10.];
Mhf = zeros(1,length(wt));
for i = 1:length(wt);
    Mhf(i) = a1*cos(wt(i)) + a2*sin(wt(i));
end

```

```

Mh = abs(max(Mhf));%atualiza o valor do
%momento hidrodinamico, Mh

I = (1/3)*m*xg**2; %Inercia do flap
Mi = I*w**2; %Amplitude do momento de inercia

%momento gerado pelo peso
Mw = W*(0.25*xg + 0.0015);

M = Mh + Mi + Mw %Momento total, M

Marray(j) = M; %Salva M no array

servn = 1 %numero de servos
Fangle = 38; %angulo da força
%Calcula o torque requerido no servo, Treq
Treq = M*100*r*100/(g*z*100*servn*cos(deg2rad(Fangle)));
Tarray(j)= Treq; %Salva Treq no array
end

%cria arrays com parametros limitantes
ws8 = 8*ones(1,length(warray));
ts30 = 30*ones(1,length(warray));
ts60 = 60*ones(1,length(warray));
so20 = 20*ones(1,length(warray));
L1500 = 1.5*ones(1,length(warray));

%plotagem de gráficos
figure, plot(warray,Marray,'-')
xlabel('Frequencia de onda, {\it \omega} [rad/s]')
ylabel('Momento, {\it M} [N-m]')

figure, plot(warray,Tarray,'-',warray,ts30,'-',warray,ts60,'-')
xlabel('Frequencia de onda, {\it \omega} [rad/s]')
ylabel('Torque, {\it T} [kgf-cm]')

figure, plot(warray,wmaxarray,'-',warray,ws8,'-')
xlabel('Frequencia de onda, {\it \omega} [rad/s]')
ylabel('Rotacao maxima, {\it \omega}_{max} [rad/s]')

figure, plot(warray,Larray,'-',warray,L1500,'-')
xlabel('Frequencia de onda, {\it \omega} [rad/s]')
ylabel('Comprimento de onda, {\it L} [m]')

```

```
figure, plot(warray,0.05*Larray*100,'-')
xlabel('Frequencia de onda, {\it \omega} [rad/s]')
ylabel('Altura de onda, {\it H} [cm]')

figure, plot(warray,Soarray*100,'-',warray,so20,'-')
xlabel('Frequencia de onda, {\it \omega} [rad/s]')
ylabel('Curso do flap, {\it S_0} [cm]')
```

APÊNDICE B – Desenhos das peças

