

Felipe Garcia Rosa Tersariol

**ESTUDO DO CAMINHO MAGNÉTICO MÉDIO EM
ESTRUTURA ELETROMAGNÉTICA MONOFÁSICA**

Dissertação submetida ao Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
da Universidade Federal de Santa
Catarina para a obtenção do Grau de
Mestre em Engenharia Elétrica.
Orientador: Prof. Dr. Jean Viane Leite

Florianópolis
2017

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Tersariol, Felipe Garcia Rosa
Estudo do caminho magnético médio em estrutura
eletromagnética monofásica / Felipe Garcia Rosa
Tersariol ; orientador, Jean Vianeí Leite, 2017.
124 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de
Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós
Graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2017.

Inclui referências.


1. Engenharia Elétrica. 2. Estrutura
eletromagnética. 3. Variação do caminho magnético
médio. I. Leite, Jean Vianeí. II. Universidade
Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica. III. Título.

Felipe Garcia Rosa Tersariol

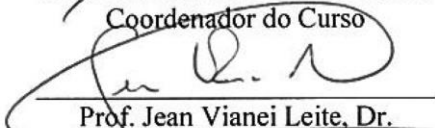
**ESTUDO DO CAMINHO MAGNÉTICO MÉDIO EM
ESTRUTURA ELETROMAGNÉTICA MONOFÁSICA**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Elétrica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação do curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 8 de maio de 2017.

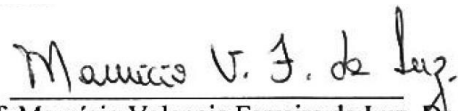


Prof. Marcelo Lobo Heldwein, Dr.
Coordenador do Curso

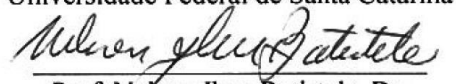


Prof. Jean Viane Leite, Dr.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

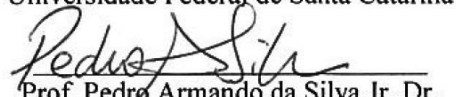
Banca Examinadora:



Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. Nelson Jhoe Batistela, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. Pedro Armando da Silva Jr, Dr.
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Ao professor Jean Viane Leite pela paciência e dedicação na orientação, pelos ensinamentos e pela amizade.

Ao professor Nelson Jhoe Batistela por contribuir com seu conhecimento na escolha do assunto tratado neste trabalho.

Ao corpo docente e servidores técnicos da Universidade Federal de Santa Catarina, que com seu trabalho propiciam um ensino de extrema qualidade.

Aos meus pais por todo o apoio, dedicação, incentivo e preocupação com meu bem-estar.

À Francisca Nery pelo companheirismo e por contribuir com a elaboração deste trabalho.

RESUMO

No presente trabalho são investigados fenômenos que podem causar alterações na modelagem magnética de materiais ferromagnéticos, podendo prejudicar a correta caracterização desses materiais e, conseqüentemente, prejudicar a análise da performance deles quando inseridos em sistemas de simulações. O fenômeno de maior interesse neste trabalho é a variação do caminho médio magnético em estruturas eletromagnéticas. Para tal, além de um estudo teórico, foram também realizadas simulações com um programa de cálculo de campos por elementos finitos, visando comprovar a distribuição não homogênea da indução magnética no interior da seção transversal de um transformador de forma toroidal, dispositivo utilizado para caracterização de materiais magnéticos. É ainda feita uma breve comparação entre características do toroide e do quadro de Epstein padrão.

Palavras-chave: modelagem magnética, materiais ferromagnéticos, caracterização, caminho médio magnético, estruturas eletromagnéticas, simulações, elementos finitos, distribuição não homogênea da indução magnética, transformador toroidal, quadro de Epstein.

ABSTRACT

In the present work, phenomena that can cause alterations in the magnetic modeling of ferromagnetic materials are investigated, being able to impair the correct characterization of these materials and, consequently, to impair the acting of the analysis of the performance of these materials when inserted in simulation systems. The phenomenon of greatest interest in this work is the variation of the average magnetic path in electromagnetic structures. For this, in addition to a theoretical study, simulations were also performed with finite element field calculation software, aiming to prove the non-homogeneous distribution of magnetic induction inside the transverse section of a toroidal form transformer, a device widely used for characterization of magnetic materials. A brief comparison is also made between the characteristics of the torus and the standard Epstein frame.

Keywords: magnetic modeling, ferromagnetic materials, characterization, average magnetic path, electromagnetic structures, simulations, finite element, non-homogeneous distribution of magnetic induction, toroidal transformer, Epstein frame.

FIGURAS

Figura 1: Quadro de Epstein.....	26
Figura 2: Transformador de forma toroidal.....	26
Figura 3: Teste de lâmina única.	27
Figura 4: Ilustração de possíveis caminhos médios no núcleo de um transformador toroidal.....	28
Figura 5: Caminho médio de um toroide.....	32
Figura 6: Representação das linhas de fluxo magnético atravessando uma área de seção transversal.	34
Figura 7: Representação de uma curva de magnetização para um material ferromagnético.	35
Figura 8: Representação gráfica da variação da permeabilidade magnética com a intensidade de campo magnético.....	38
Figura 9: Regimes da permeabilidade magnética na curva de magnetização de um material ferromagnético.....	39
Figura 10: Movimento orbital e de rotação de um elétron.	40
Figura 11: Momento dipolo magnético criado por uma corrente circular.	40
Figura 12: Distribuição dos elétrons nas camadas de um átomo de ferro.	42
Figura 13: Processo de magnetização de domínios em um cristal de ferro.	45
Figura 14: Zona de transição entre dois domínios magnéticos.	48
Figura 15: Efeito Barkhausen na curva de magnetização de material ferromagnético.	49

Figura 16: Relação entre a energia magnetostática e o aumento do número de domínios em um material ferromagnético.	51
Figura 17: Etapas do processo de magnetização de um cristal de ferro.	52
Figura 18: Etapas do processo de magnetização na curva $B \times H$	53
Figura 19: Regiões do movimento das paredes e rotação dos domínios na curva de magnetização.	53
Figura 20: Direções da magnetização espontânea em um cristal de ferro e de níquel.	57
Figura 21: Curvas de magnetização medidas em diferentes direções para um cristal de ferro.	58
Figura 22: Permeabilidade magnética de um cristal de ferro medida para as principais direções cristalográficas.	59
Figura 23: Processo de magnetostricção em um cristal de ferro.....	60
Figura 24: Gráfico da magnetostricção linear em função da indução magnética no ferro.	62
Figura 25: Comportamento magnetoestrutivo de materiais ferromagnéticos em função de um campo magnético aplicado.	63
Figura 26: Efeito da tensão (+) e da compressão (-) sobre a curva de magnetização do ferro.	65
Figura 27: Efeito da aplicação de um tensionamento em materiais de magnetostricção negativa e positiva.	66
Figura 28: Efeito da deformação plástica na permeabilidade magnética de um material ferromagnético.	67
Figura 29: Interação entre uma parede de domínio e uma inclusão.	68
Figura 30: Efeito das impurezas nas propriedades magnéticas do ferro.	69

Figura 31: Relação da permeabilidade magnética com a temperatura em materiais ferromagnéticos.	70
Figura 32: Magnetização do ferro em função da temperatura.	71
Figura 33: Curvas de magnetização do ferro para diferentes valores de temperatura.	72
Figura 34: Identificação do caminho médio geométrico no núcleo do quadro de Epstein.	75
Figura 35: Identificação do caminho médio magnético no núcleo do quadro de Epstein.	76
Figura 36: Identificação dos raios externo, interno e médio geométrico em um núcleo toroidal.	77
Figura 37: Estrutura eletromagnética de um transformador com núcleo na forma toroidal.	78
Figura 38: Curva de magnetização calculada para o toroide de ferrite em estudo.	81
Figura 39: Bobina toroidal simulada no programa EFCAD.	83
Figura 40: Malha de cálculo da estrutura toroidal no EFCAD.	83
Figura 41: Distribuição das linhas de fluxo magnético no domínio de cálculo para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$	84
Figura 42: Corte feito na estrutura para obter relação gráfica entre indução magnética e raio no núcleo do toroide para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$	85
Figura 43: Gráfico da variação da indução magnética ao longo do raio do toroidal para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$	85
Figura 44: Gráfico dos raios em função dos valores calculados de indução magnética média do toroide.	87
Figura 45: Nova curva de magnetização da ferrite.	88

Figura 46: Curvas BxH obtidas via modelagem.	88
Figura 47: Curvas BxH da ferrite e das inclusões no núcleo toroidal... ..	89
Figura 48: Distribuição das linhas de fluxo magnético no domínio de cálculo do toroide com inclusões para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$	90
Figura 49: Distribuição da indução magnética no núcleo toroidal com inclusões para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$	91
Figura 50: Gráfico da variação da indução magnética ao longo do raio do toroidal com inclusões para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$	91
Figura 51: Curva $RmxBm$ para o núcleo toroidal modelado com inclusões.....	92
Figura 52: Curvas $RmxBm$ para o núcleo toroidal modelado com e sem inclusões.....	92
Figura 53: Dimensões do novo núcleo toroidal de ferrite simulado.	93
Figura 54: Distribuição uniforme da indução magnética no núcleo toroidal para J de $0,01 \text{ A/mm}^2$	94
Figura 55: Imagem aproximada da distribuição uniforme da indução magnética no núcleo toroidal para J de $0,01 \text{ A/mm}^2$	94
Figura 56: Gráfico dos valores de indução magnética ao longo do núcleo toroidal para J de $0,01 \text{ A/mm}^2$	95
Figura 57: Curva $RmxBm$ para o novo núcleo toroidal modelado.....	96
Figura 58: Distribuição das linhas de fluxo magnético no domínio de cálculo do toroide com inclusões para $J = 0,01 \text{ A/mm}^2$	97
Figura 59: Imagem aproximada na região da inclusão da distribuição das linhas de fluxo magnético no domínio de cálculo para $J = 0,01 \text{ A/mm}^2$	97
Figura 60: Distribuição da indução magnética no núcleo toroidal com inclusões para $J = 0,01 \text{ A/mm}^2$	98

Figura 61: Imagem aproximada da distribuição da indução magnética no núcleo toroidal com inclusões para $J = 0,01 \text{ A/mm}^2$.	98
Figura 62: Gráfico da variação da indução magnética ao longo do raio do toroidal com inclusões para $J = 0,01 \text{ A/mm}^2$.	99
Figura 63: Curva $RmxBm$ para o novo núcleo toroidal modelado com inclusões.	99
Figura 64: Curvas $RmxBm$ para o novo núcleo toroidal modelado com e sem inclusões.	100
Figura 65: Quadro de Epstein modelado no EFCAD.	101
Figura 66: Distribuição das linhas de fluxo magnético no domínio de cálculo para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.	103
Figura 67: Distribuição uniforme da indução magnética no interior do quadro de Epstein para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.	103
Figura 68: Gráfico dos valores de indução magnética ao longo da largura da lâmina do quadro de Epstein para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.	104
Figura 69: Ponto médio d pelo qual passa o caminho magnético do quadro de Epstein.	105
Figura 70: Curva $LmedxBm$ para o quadro de Epstein.	105
Figura 71: Gráfico dos valores de indução magnética ao longo de um dos cantos do quadro de Epstein para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.	106
Figura 72: Curvas BxH do ferro e da inclusão no núcleo do quadro de Epstein.	107
Figura 73: Distribuição das linhas de fluxo magnético no domínio de cálculo do quadro de Epstein com inclusão para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.	108
Figura 74: Imagem aproximada na região da inclusão da distribuição das linhas de fluxo magnético no domínio de cálculo para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.	108

Figura 75: Distribuição da indução magnética no quadro de Epstein com inclusões para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$	109
Figura 76: Imagem aproximada da distribuição da indução magnética no quadro de Epstein com inclusões para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$	109
Figura 77: Gráfico dos valores de indução magnética ao longo da largura da lâmina do quadro de Epstein com inclusões para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$	110
Figura 78: Curva $LmedxBm$ para o quadro de Epstein com inclusão.	110
Figura 79: Curvas $LmedxBm$ para o quadro de Epstein modelado com e sem inclusões.	111
Figura 80: Dimensões do núcleo de ferro modelado no EFCAD.....	111
Figura 81: Distribuição não uniforme da indução magnética no interior de um núcleo de ferro quadrado com lâminas de grande largura para $J = 1 \text{ A/mm}^2$	112
Figura 82: Gráfico dos valores de indução magnética ao longo da largura do núcleo de ferro para $J = 1 \text{ A/mm}^2$	112
Figura 83: Curva $LmedxBm$ para o núcleo de ferro.	113

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Pontos da curva de magnetização da ferrite do núcleo toroidal.	81
Tabela 2: Pontos da curva de magnetização da inclusão inserida no núcleo toroidal.....	89
Tabela 3: Pontos da curva de magnetização do ferro.	101
Tabela 4: Pontos da curva de magnetização da inclusão inserida no núcleo do quadro de Epstein.	107
Tabela 5: Valores obtidos na modelagem do toroide.	117
Tabela 6: Valores obtidos na modelagem do toroide com inclusões. .	118
Tabela 7: Valores obtidos na modelagem do novo toroide.	119
Tabela 8: Valores obtidos na modelagem do novo toroide com inclusões.....	120
Tabela 9: Valores obtidos na modelagem do quadro de Epstein padrão.	120
Tabela 10: Valores obtidos na modelagem do quadro de Epstein com inclusão.	121
Tabela 11: Valores obtidos na modelagem do núcleo de ferro.	121

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina
SST	<i>Single Sheet Tester</i>
MEF	Método por Elementos Finitos
ZnMnFe ₄ O ₈	Ferrite de Zinco Manganês
EFCAD	<i>Electromagnetic Fields Computer Aided Design</i>
GRUCAD	Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos, do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina

LISTA DE SÍMBOLOS

B	Indução magnética [T]
B_m	Indução magnética média [T]
E_m	Energia magnetostática [J/m ³]
E_a	Energia de anisotropia cristalina [J/m ³]
E_σ	Energia de deformação magnética [J/m ³]
$f.e.m.$	Força eletromotriz [V]
H	Campo magnético [A/m]
H_m	Campo magnético médio [A/m]
I	Corrente elétrica [A]
J	Densidade de corrente [A/m ²]
k	Constante de Boltzmann [J/K]
l_m	Caminho médio magnético [m]
l_{geo}	Caminho médio geométrico [m]
l_{med}	Caminho médio modelado [m]
L	Comprimento do cristal ferromagnético [m]
M	Magnetização [A/m]
M_s	Magnetização de saturação [A/m]
N	Número de espiras [espiras]
R_m	Raio médio do núcleo toroidal [m]
R_{geo}	Raio geométrico do núcleo toroidal [m]
S	Área de superfície [m ²]
T	Temperatura ambiente [K]
V	Volume do cristal ferromagnético [m ³]
σ	Esforço mecânico [Pa]
φ	Fluxo magnético [Wb]
μ	Permeabilidade magnética [H/m]

μ_0	Permeabilidade magnética do vácuo [H/m]
μ_r	Permeabilidade magnética relativa [adimensional]
ω	Constante de magnetostricção de volume [adimensional]
λ	Constante de magnetostricção linear [adimensional]

Operadores:

∂	Derivada no tempo
<i>grad</i>	Gradiente
<i>rot</i>	Rotacional
<i>div</i>	Divergente

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO.....	25
1.1 OBJETIVOS	29
1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO	30
CAPÍTULO 2 - CONCEITOS DE MAGNETISMO	31
2.1 CAMPOS MAGNÉTICOS.....	31
2.1.1 Lei de Ampère	31
2.1.2 Indução Magnética.....	33
2.1.3 Fluxo Magnético.....	34
2.2 PROCESSO DE MAGNETIZAÇÃO.....	35
2.3 PERMEABILIDADE MAGNÉTICA	36
2.4 MOMENTO MAGNÉTICO ATÔMICO	39
CAPÍTULO 3 -FERROMAGNETISMO	43
3.1 TEORIA DE WEISS	44
3.1.1 Teoria de Langevin	45
3.2 MAGNETIZAÇÃO E ESTRUTURA DE DOMÍNIOS	47
3.2.1 Domínios Magnéticos	47
3.2.2 Paredes de Domínio.....	48
3.2.3 Energia Magnética	49
3.2.4 Processo de Magnetização	51
CAPÍTULO 4 – VARIAÇÃO DE INDUÇÃO MAGNÉTICA EM MATERIAIS FERROMAGNÉTICOS	55
4.1 ANISOTROPIA MAGNÉTICA.....	55
4.1.1 Tipos de Anisotropia	56
4.1.2 Energia de Anisotropia	56
4.1.3 Direções Cristalográficas.....	57
4.2 MAGNETOSTRIÇÃO	59
4.2.1 Magnetostrição Linear.....	60
4.2.2 Magnetostrição de Volume	62
4.2.3 Magnetostrição Positiva e Negativa.....	63

4.3 FORÇAS EXTERNAS.....	64
4.3.1 Efeitos de Forças Externas em Curvas de Magnetização	64
4.3.2 Força Externa acima do Limite Elástico.....	66
4.4 IMPERFEIÇÕES.....	67
4.5 TEMPERATURA	69
4.6 TENSÕES INTERNAS.....	72
4.7 OUTROS FENÔMENOS RELEVANTES	73
CAPÍTULO 5 - ESTUDO DA VARIAÇÃO DO CAMINHO	
MÉDIO MAGNÉTICO	74
5.1 INTRODUÇÃO.....	74
5.1.1 Métodos de Cálculo para o Caminho Médio	74
5.1.2 Dados do toroide utilizado.....	76
5.2 DADOS EXPERIMENTAIS.....	78
5.2.1 Lei de Faraday	79
5.2.2 Lei de Ampère	80
5.3 MODELAGEM.....	82
5.4 METODOLOGIA PARA AVALIAÇÃO DO CAMINHO MÉDIO	
.....	86
5.5 QUADRO DE EPSTEIN.....	100
CAPÍTULO - 6 CONCLUSÃO.....	114
6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	116
APÊNDICE.....	117
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	123

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

As características magnéticas dos chamados materiais ferromagnéticos propiciam a criação e o controle de campos magnéticos de alta intensidade. São exemplos de materiais ferromagnéticos o ferro, o níquel, o cobalto e o aço. As aplicações de materiais ferromagnéticos são muitas e tiram vantagem da característica destes materiais de apresentar valor de permeabilidade magnética muito superior à permeabilidade do vácuo. Estes materiais são utilizados na fabricação de motores e transformadores que, por sua vez, são utilizados em grande escala na indústria e na maioria dos aparelhos eletroeletrônicos e eletrodomésticos.

De forma geral, todo material utilizado no processo de fabricação de qualquer produto implica custos diretos ou indiretos. Para se manter a competitividade surge a necessidade da redução de custos ao longo desses processos. Parte desta estratégia consiste na utilização de materiais com preços mais competitivos, mais eficientes, de dimensões reduzidas etc. A ciência de materiais se torna então imprescindível, evidenciando a importância das pesquisas na busca por materiais mais eficientes e métodos confiáveis para caracterizá-los.

Quando se trabalha com materiais magnéticos a realidade continua a mesma, sendo necessária a realização de testes e pesquisas para avaliar e melhorar a qualidade dos materiais, de forma a otimizar seu uso.

Em geral, os fatores que definem as propriedades dos materiais magnéticos são a composição química, a forma como são fabricados e o tratamento térmico que recebem. Cada propriedade magnética apresenta um determinado grau de sensibilidade em função destes fatores, de modo que algumas podem apresentar mudanças extremas dependendo do efeito a que forem submetidas.

Espera-se sempre se obter o melhor desempenho de um dado material para determinada aplicação. A previsibilidade de desempenho de um material dependerá do correto conhecimento de seu comportamento sob determinadas condições. Pode-se então enunciar que o desempenho de um material é dado em função das suas propriedades e que é imperativo caracterizá-lo de forma confiável.

Normalmente, a caracterização dos materiais magnéticos é realizada através de sistemas onde se pode impor a indução magnética nos mesmos, sendo que os materiais sob análise formarão o núcleo do dispositivo. Estes dispositivos eletromagnéticos normalmente possuem

um enrolamento primário, responsável pela criação do campo magnético, e um enrolamento secundário, responsável pela medida da densidade de fluxo magnético nas amostras. Atualmente, diferentes aparelhos podem ser utilizados para este tipo de caracterização. Os mais comuns são o quadro de Epstein, a bobina toroidal e o teste de lâmina única (*Single Sheet Tester, SST*), representados, respectivamente, pelas figuras 1, 2 e 3.

Figura 1: Quadro de Epstein.



Figura 2: Transformador de forma toroidal.



Figura 3: Teste de lâmina única.

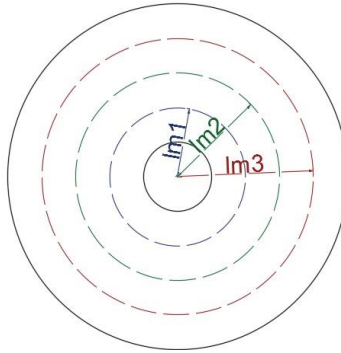


Essencialmente, caracterizar um material significa obter informações sobre o comportamento da permeabilidade e a eficiência dele sob determinadas condições, por meio de experimentos realizados em laboratório. Isto é, materiais de propriedades ferromagnéticas são caracterizados com o intuito de definir características intrínsecas a eles, como a curva de magnetização, permeabilidade e perdas magnéticas.

Neste trabalho será dado enfoque ao transformador toroidal, um dispositivo constituído tipicamente por um núcleo magnético em forma de anel circular. O material do núcleo é de alta permeabilidade magnética. Uma das vantagens da forma toroidal é que, devido a sua geometria, a quantidade de fluxo de dispersão é relativamente menor do que em outras formas de núcleo, principalmente por não ter entreferros.

Entretanto, um problema ao utilizar um toroide para caracterizar materiais magnéticos é a distribuição não uniforme da indução magnética no interior da seção magnética efetiva do núcleo, o que implica na variação do caminho médio magnético, dependendo do nível de indução imposto ao material. O caminho médio magnético lm é um parâmetro de significativa importância para o levantamento das características magnéticas do material e variações em seu valor levam a imprecisões nas grandezas a serem determinadas. Para ilustrar esta variação, o esquema de um toroide é representado na figura 4. Como pode ser observado, existem diferentes caminhos médios possíveis a serem considerados no núcleo do dispositivo.

Figura 4: Ilustração de possíveis caminhos médios no núcleo de um transformador toroidal.



Imprecisões na obtenção do caminho médio interferem na caracterização de um material magnético. Como será mostrado mais adiante, a incorreta definição do valor do caminho médio pode comprometer toda a modelagem analítica do material em análise ou comprometer a precisão do modelo. Por isso, conhecer com maior correção a distribuição local da indução em cada região do circuito magnético permite a realização de uma análise mais precisa das propriedades e das condições reais de operação do material, o que possibilita elevar o desempenho dos circuitos magnéticos projetados.

Dada a importância e implicações da correta caracterização de materiais, ao longo de décadas diversos trabalhos têm sido dedicados ao estudo do comportamento magnético dos materiais ferromagnéticos. Lista-se a seguir algumas das diversas obras que influenciaram este estudo.

No mês de janeiro de 1940, Bozorth [1] publica um artigo no qual são expostos aspectos básicos do ferromagnetismo. Nele, são examinadas as teorias de Ewing e Weiss, a interpretação de campo molecular e a estrutura atômica de materiais ferromagnéticos.

Em 1993 é publicado o livro “Ferromagnetismo” de Bozorth [2], no qual o autor detalha minuciosamente conceitos e propriedades dos materiais ferromagnéticos, investiga teorias magnéticas, e descreve a natureza de diversos fenômenos que exercem influência nas propriedades magnéticas desses materiais.

Um estudo da influência das inclusões não magnéticas nas propriedades magnéticas de materiais ferromagnéticos é apresentado em [3].

Conceitos fundamentais do magnetismo são abrangidos por Assumpção [4], Coey [5], e Mussoi [6].

Em [7], além de descrever os tipos de magnetismo existentes e de apresentar conceitos magnéticos fundamentais, Cullity também detalha os fenômenos que afetam as propriedades magnéticas de materiais ferromagnéticos, como anisotropia, magnetostricção, temperatura, inclusões, entre outros.

Os tipos de anisotropia existentes e as técnicas para determiná-las são investigadas em [8].

O conteúdo do livro de Schimdt [9] pode ser dividido em dois temas principais: dielétricos e materiais magnéticos. No que se refere aos dielétricos, são tratados conceitos, propriedades e os isolantes mais utilizados. Em relação aos materiais magnéticos, é apresentado o conceito de domínios, cristais, anisotropia, magnetostricção, processos de magnetização e também a descrição de ligas ferromagnéticas existentes.

Em [10], Batistela realiza um amplo estudo teórico e experimental sobre o processo de caracterização de materiais magnéticos, abordando diversos fundamentos e modelos para este procedimento.

1.1 OBJETIVOS

A motivação principal deste trabalho é analisar a influência da precisão do caminho médio magnético na modelagem analítica de materiais ferromagnéticos. Por essa razão, é evidenciada a importância de se determinar de forma mais precisa a distribuição de fluxo no interior do núcleo magnético.

Por isso, neste trabalho é realizada uma revisão bibliográfica de fenômenos que podem causar alterações significativas nas propriedades magnéticas de materiais ferromagnéticos. Esses fenômenos são capazes de influenciar a distribuição das linhas de fluxo no interior do material, proporcionando uma variação do caminho médio magnético dele.

Além desta revisão, são realizados ensaios de estruturas eletromagnéticas com núcleo constituído por materiais ferromagnéticos no programa EFCAD, nos quais o comportamento do caminho médio magnético é investigado durante o processo de magnetização do material. Estes ensaios são realizados para transformadores de formas toroidal e quadrada.

Além disso, é também realizada uma análise qualitativa do efeito da inserção de inclusões e da geometria do circuito magnético na variação do caminho médio, visando mostrar como esses dois fatores

podem comprometer a exatidão das análises e dos resultados de testes de caracterização de materiais ferromagnéticos.

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

A distribuição dos capítulos desta dissertação é feita de modo que cada um sirva como base para explicar e complementar o capítulo seguinte. Assim, o manuscrito é estruturado de modo a apresentar previamente conceitos necessários ao entendimento do assunto principal a ser tratado, facilitando o entendimento do conteúdo pelo leitor.

O tema do trabalho começa a ser tratado no capítulo 2, definindo conceitos básicos de magnetismo, como campo e indução magnética, processos de magnetização, permeabilidade, entre outros.

No terceiro capítulo é apresentada a teoria do fenômeno conhecido por “ferromagnetismo”, bem como a descrição dos conceitos de domínios magnéticos, paredes de domínio e energia magnética.

O quarto capítulo é dedicado a descrição de fenômenos que podem resultar na distribuição não linear de indução no interior de materiais ferromagnéticos.

Ensaio realizados para transformadores de formas toroidais e quadradas são expostos no capítulo 5. As modelagens são realizadas através do método de elementos finitos (MEF) para mostrar a variação do caminho médio no interior destes dispositivos.

Por fim, são apresentadas as conclusões com base nos estudos e simulações apresentados. Em seguida, são também apresentadas tabelas de valores calculados para os ensaios no Apêndice e as bibliografias utilizadas para nortear este trabalho.

CAPÍTULO 2 - CONCEITOS DE MAGNETISMO

Neste capítulo serão expostos conceitos básicos do magnetismo para permitir ao leitor uma melhor compreensão deste trabalho.

Serão introduzidos conceitos e equações gerais de temas como campos magnéticos, fluxo magnético, processo de magnetização, permeabilidade magnética e momento magnético atômico.

2.1 CAMPOS MAGNÉTICOS

Um campo magnético, conhecido também como força magnetizante, é um fenômeno observável capaz de criar uma perturbação magnética no espaço. Campos magnéticos podem dar origem a forças e indução de tensão em materiais imersos nele. De natureza vetorial, visto que apresentam módulo, direção e sentido, campos magnéticos são campos vetoriais. Eles podem ser produzidos por correntes elétricas e por ímãs permanentes sob aspectos macroscópicos.

2.1.1 Lei de Ampère

Em 1826, André Marie Ampère desenvolveu uma expressão matemática para o cálculo do campo magnético em função da corrente que o produz. Tal expressão é conhecida como Lei de Ampère.

Na equação (2.1) é representada a Lei de Ampère, a qual é aplicada para casos em que se pode desconsiderar as variações temporais do campo elétrico. A equação expressa a maneira com a qual o campo magnético rotacional $\text{rot } \vec{H}$ pode ser criado a partir de uma corrente de condução, representada pelo vetor \vec{J} , e definida como a densidade superficial de corrente que atravessa o material.

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} \quad (2.1)$$

A Lei de Ampère é mais comumente representada em sua forma de integral de linha, expressa na equação (2.2),

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI \quad (2.2)$$

na qual:

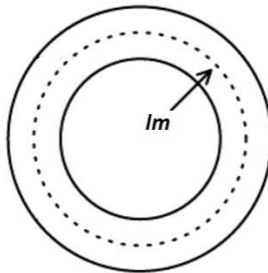
- l é o caminho fechado do circuito magnético;
- \vec{H} é o vetor campo magnético;
- $d\vec{l}$ representa um elemento infinitesimal do comprimento total do circuito;
- N indica o número de espiras ou o número de condutores conduzindo a corrente I ;
- I é o valor de corrente total que percorre circuitos condutores.

Admitindo que o valor da intensidade de campo magnético é constante no circuito, e que os vetores \vec{H} e $d\vec{l}$ são colineares e de mesmo sentido, pode-se definir o valor do campo magnético através da equação (2.3), na qual lm representa o caminho médio magnético do circuito magnético.

$$H = \frac{NI}{lm} \quad (2.3)$$

Assim, infere-se que o valor de um campo magnético pode ser aumentado com a elevação da intensidade de corrente, bem como com um aumento do número de espiras da bobina. É notável também a relação inversamente proporcional do campo com o comprimento do caminho médio magnético do circuito. Este, por sua vez, pode ser representado em uma primeira análise, nos materiais como o comprimento total de uma linha de campo posicionada sobre uma circunferência com raio igual à média dos raios internos e externo do toroide, como pode ser observado na figura 5.

Figura 5: Caminho médio de um toroide.



Neste trabalho é demonstrado que o caminho magnético de um toroide difere daquele representado na figura 5. Conforme análise da

equação (2.3), essa diferença pode influenciar no cálculo de campos magnéticos, em maior ou menor grau, afetando assim a caracterização de materiais magnéticos.

2.1.2 Indução Magnética

A indução magnética, ou densidade de campo magnético, define uma grandeza cuja intensidade se encontra intimamente relacionada com as propriedades magnéticas do material, em particular com a permeabilidade magnética.

No vácuo, a indução magnética B é definida como o produto da permeabilidade magnética do vácuo ($\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H/m) com o valor do campo magnético H , vide equação (2.4).

$$B = \mu_0 H \quad (2.4)$$

Entretanto, de maneira geral para materiais inseridos em campos magnéticos, a equação para determinar o valor da densidade de campo magnético é definida em relação à permeabilidade magnética do vácuo μ_0 mais uma componente que depende do material chamada de vetor magnetização M , além do campo magnético H , vide equação (2.5).

$$B = \mu_0(H + M) \quad (2.5)$$

Embora B , H , e M sejam grandezas vetoriais, em uma vasta gama de aplicações, elas são colineares no espaço, de modo que as equações (2.4) e (2.5) possam ser escritas na forma escalar. Quanto às unidades, a indução magnética é medida em Tesla [T], enquanto o campo magnético e a magnetização são definidos em Ampères por metro [A/m].

Microscopicamente, a magnetização M pode ser definida como a média do somatório dos momentos magnéticos totais de uma substância. Ela se deve ao fato do material ser constituído por microestruturas que apresentam dipolos magnéticos orientados (domínios magnéticos) relacionadas com o conceito de magnetização espontânea, efeito de grande relevância para o estudo de substâncias ferromagnéticas, o qual será detalhado no capítulo seguinte.

A magnetização M pode ainda ser entendida como a polarização magnética do meio, representada por J , e medida em Tesla, conforme equação (2.6),

$$J = \mu M \quad (2.6)$$

o que permite reescrever a equação (2.5) como sendo:

$$B = (\mu H) + J \quad (2.7)$$

2.1.3 Fluxo Magnético

A indução magnética em um dado circuito magnético também pode ser determinada pela equação (2.8),

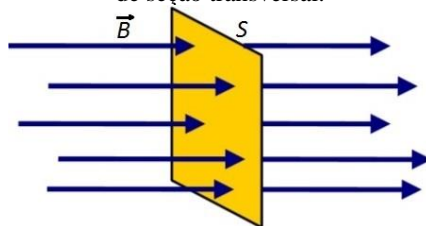
$$\varphi = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (2.8)$$

na qual:

- φ é o fluxo magnético, medido em Weber [Wb];
- $d\vec{s}$ é um elemento infinitesimal de área da seção pela qual o fluxo magnético atravessa, dada em metros quadrados [m²].

O fluxo magnético é uma grandeza escalar, como denota o produto escalar entre o vetor indução e o elemento infinitesimal de área. Ele é definido como o conjunto de todas as linhas de campo que atravessam perpendicularmente uma dada área S de superfície, como mostrado na figura 6.

Figura 6: Representação das linhas de fluxo magnético atravessando uma área de seção transversal.



Fonte: [6].

As linhas de indução são traçadas de tal maneira que o número de linhas que atravessam, por unidade de área, uma superfície perpendicular às mesmas é proporcional ao módulo do vetor indução na região considerada. Assim sendo, onde as linhas de campo estão muito próximas umas das outras, a indução magnética B terá um valor

relativamente alto, sendo relativamente pequeno onde essas linhas estiverem muito separadas [11].

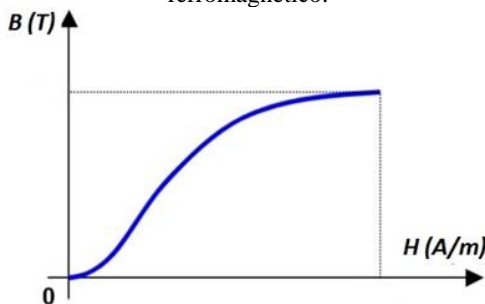
Idealmente, essas linhas imaginárias são sempre contínuas, não se cruzam, e formam laços fechados dentro do circuito magnético.

2.2 PROCESSO DE MAGNETIZAÇÃO

Quando um material ferromagnético é submetido a um campo magnético, em geral, torna-se magnetizado. O grau desta magnetização é dependente, em grande parte, da intensidade de campo aplicado e das propriedades físicas do próprio material.

O processo de magnetização de um material ferromagnético, objeto de estudo deste trabalho, é normalmente representado graficamente através da curva de magnetização, a qual pode ser observada na figura 7.

Figura 7: Representação de uma curva de magnetização para um material ferromagnético.



Fonte: [6].

O gráfico da curva de magnetização pode ser explicado da seguinte forma: no eixo das abscissas são representados os valores da intensidade de campo magnético H , e nas ordenadas, os valores da indução B . Normalmente a curva se inicia no estado de desmagnetização, ou seja, o campo magnético é nulo ($H = 0$) e não há indução remanente. Elevando-se a intensidade de campo gradativamente, nota-se uma elevação proporcional da indução. No entanto, a relação entre o campo e a indução magnética não é constante para quaisquer valores. Existe um ponto no qual o valor da indução não aparenta mais aumento sensível com o aumento do campo. Assim, por

mais que o campo seja elevado, a indução apresenta uma variação muito baixa. Esse ponto é denominado de saturação magnética.

A proporção entre campo e indução magnética, como observado na curva de magnetização, caracteriza uma relação não linear entre estas duas grandezas. Tal relação pode ser definida como permeabilidade magnética μ do material, e representada conforme equação (2.9).

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (2.9)$$

Os materiais ferromagnéticos apresentam permeabilidade magnética variável, como indicado na equação (2.9).

2.3 PERMEABILIDADE MAGNÉTICA

A permeabilidade magnética é uma propriedade que indica a facilidade de um material conduzir fluxo magnético. Quanto maior for a permeabilidade magnética do meio, maior é efeito da força magnetizante, ou seja, maior também é o efeito da densidade de campo magnético induzida no material.

Entretanto, a permeabilidade de um material ferromagnético não é constante, e seu valor é dependente da intensidade de campo magnético a que o material é submetido, como observado na equação (2.9).

Assim, tem-se que o material magnético ideal seria aquele no qual não houvesse saturação do número de linhas de fluxo que atravessam as seções transversais de um circuito magnético. Neste caso hipotético o material apresentaria permeabilidade infinita. No entanto, devido às não idealidades existentes na natureza, tem-se um finito valor de permeabilidade magnética, definido por um valor máximo de magnetização do material.

Conforme descrito em [6], a permeabilidade magnética de todos os materiais não magnéticos, como o cobre, alumínio, madeira, vidro e ar é aproximadamente igual à permeabilidade magnética do vácuo. Os materiais que têm a permeabilidade um pouco inferior à do vácuo são chamados materiais diamagnéticos. Aqueles que têm a permeabilidade um pouco maior que a do vácuo são chamados materiais paramagnéticos. Materiais magnéticos como o ferro, níquel, cobalto e ligas desses materiais têm permeabilidade de centenas e até milhares de vezes maiores que a do vácuo. Esses materiais são conhecidos como materiais ferromagnéticos.

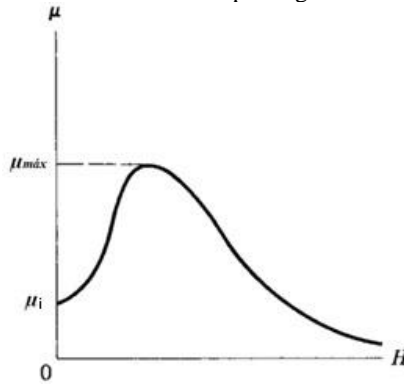
Normalmente, a permeabilidade de um dado material μ é determinada em relação ao valor da permeabilidade do vácuo μ_0 . Esta propriedade adimensional é conhecida como “permeabilidade magnética relativa” μ_r , e pode ser visualizada na equação (2.10).

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (2.10)$$

Como tratado por [4] em seu livro, os materiais ferromagnéticos possuem permeabilidade relativa muito superior a 1. São meios de extrema importância em dispositivos eletromagnéticos devido aos seus altos valores de μ_r . Citemos, por exemplo, que o ferro com 0,2 % de impureza possui permeabilidade relativa em torno de 6000. Algumas ligas de ferro chegam a $\mu_r = 10^6$. É interessante notar que, se um meio ferromagnético estiver em um ambiente aquecido, e se a temperatura ultrapassar um valor crítico, chamado “temperatura de Curie”, este material passa a ter o comportamento de um material paramagnético. Cada meio possui a sua própria “temperatura de Curie”.

O comportamento de uma típica substância ferromagnética é apresentado na curva de magnetização da figura 7, na qual é mostrada a variação da densidade de fluxo em relação ao campo magnético aplicado. No gráfico da figura 8 é mostrado como a permeabilidade varia em função do campo. A partir da permeabilidade inicial μ_i , com o aumento do campo, o valor da permeabilidade magnética cresce, bem como a densidade de fluxo. Quando o ponto de saturação é atingido, a permeabilidade magnética é máxima ($\mu_{m\acute{a}x}$), e a densidade de fluxo não apresenta acréscimos significativos a partir deste ponto, mesmo com considerável aumento do valor de campo.

Figura 8: Representação gráfica da variação da permeabilidade magnética com a intensidade de campo magnético.



Fonte: [7].

Como apontado por [2], a curva de magnetização típica, que mostra a relação entre B e H em uma amostra inicialmente desmagnetizada, pode ser dividida em três partes principais, tal como indicado pelas linhas horizontais tracejadas no gráfico da figura 9.

Na primeira região, a curva tem início no ponto de origem do gráfico, e sobe de modo que fica côncava para cima, seguindo, geralmente, a relação de Rayleigh, dada por:

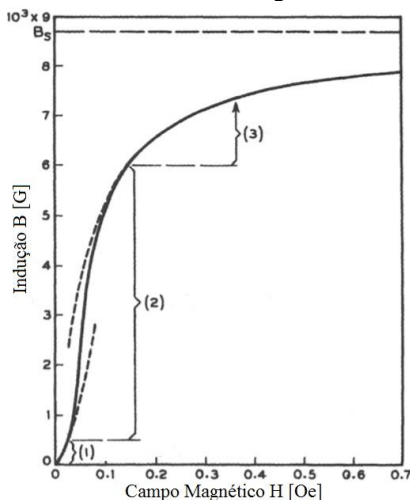
$$\mu = \mu_0 + vH \quad (2.11)$$

com v sendo uma constante, representando a variação da permeabilidade μ do material com o campo magnético H ($v = d\mu/dH$). Esta porção da curva é dita ser reversível, de forma que, reduzindo a zero o valor do campo, o material não apresenta uma indução remanente, ou seja, não há o fenômeno de histerese.

A segunda etapa tem o comportamento da permeabilidade descrito pela equação (2.9). Ela ocorre na região de maior inclinação da curva, na qual a permeabilidade máxima é alcançada, de modo que a permeabilidade relativa pode alcançar valores de 100 a 10^6 .

Acima do “joelho” da curva, o terceiro regime apresenta menor inclinação. O material se encontra saturado, e a permeabilidade diminui gradualmente. Estas duas últimas regiões são caracterizadas por serem irreversíveis, apresentando o fenômeno de histerese.

Figura 9: Regimes da permeabilidade magnética na curva de magnetização de um material ferromagnético.



Fonte: [2].

2.4 MOMENTO MAGNÉTICO ATÔMICO

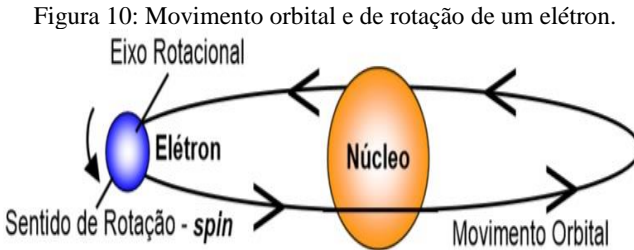
Estudos indicam que a natureza das propriedades magnéticas da matéria tem origem resultante dos movimentos dos elétrons dentro dos átomos das substâncias. Como o elétron é uma partícula eletricamente carregada, pode-se dizer que o magnetismo é uma propriedade de uma carga em movimento.

De acordo com [5], os momentos magnéticos em sólidos estão associados aos elétrons. A teoria microscópica do magnetismo é baseada na mecânica quântica do momento angular eletrônico, que tem duas fontes distintas - movimento orbital em torno do núcleo e rotação em torno do próprio eixo (spin). Estas duas fontes podem ser acopladas pela interação spin-órbita para criar um momento angular eletrônico total, dando origem a um momento magnético atômico resultante.

Conforme [12], se todos os átomos em uma amostra de material têm seus momentos magnéticos alinhados (estado de saturação), o momento magnético por unidade de volume da amostra, ou magnetização de saturação M_s , é o produto do número de átomos por unidade de volume n com o momento magnético u de cada átomo, dado pela equação (2.12).

$$M_s = nu \quad (2.12)$$

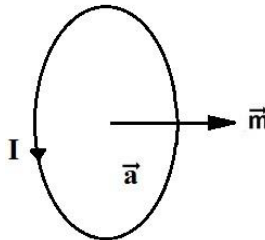
Recorrendo ao modelo clássico de Bohr, podemos supor que cada elétron de um átomo descreve uma órbita circular em torno do núcleo atômico, e uma rotação em torno do próprio eixo, como exposto na figura 10.



Fonte: [6].

Conforme o modelo clássico de Bohr, o elétron se move ao redor do núcleo em uma órbita circular. Assim, o efeito do movimento magnético do elétron em órbita se compara com uma minúscula espira circular pela qual passa uma corrente, tal qual é representado na figura 11.

Figura 11: Momento dipolo magnético criado por uma corrente circular.



O momento magnético \vec{m} indicado na figura 11 é originado a partir da corrente elétrica I que rotaciona o vetor área \vec{a} , cujo valor corresponde à área encerrada pela fronteira, e cuja direção é perpendicular à superfície plana em questão. Desta forma, define-se o momento de dipolo magnético \vec{m} associado a esta pequena espira de corrente elétrica por meio da equação (2.13).

$$\vec{m} = I\vec{a} \quad (2.13)$$

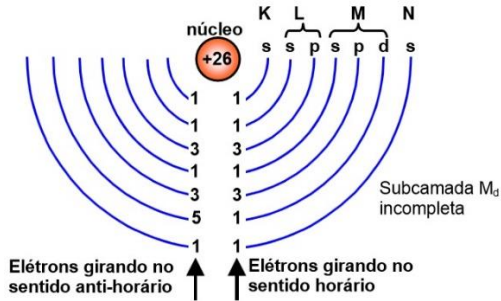
Assim como uma espira de corrente gera um dipolo magnético, e, portanto, um campo magnético, o elétron em órbita também gera um campo magnético, que pode ser associado a um momento de dipolo magnético orbital.

O segundo tipo de movimento eletrônico é o de rotação do elétron em torno do próprio eixo, ou simplesmente "spin" do elétron. Sabe-se que os elétrons que giram em direções opostas tendem a formar pares, o que neutraliza seu momento magnético. O momento magnético de spin é uma propriedade intrínseca das partículas. Logo, a resultante dos momentos magnéticos orbitais e de spin associados a todos os elétrons de um átomo é definida como o momento magnético atômico. O momento magnético total da matéria é a soma vetorial de todos estes microscópicos momentos magnéticos atômicos.

Em resumo, a natureza fundamental do magnetismo está na interação produzida por cargas elétricas em movimento, de forma que os elétrons dos átomos girando ao redor de seus núcleos em direções determinadas e em torno de seus próprios eixos produzem um efeito magnético em uma mesma direção, resultando na geração de um campo magnético.

Entretanto, como descrito em [6], na maioria dos materiais, a combinação entre as diferentes direções e sentidos dos efeitos magnéticos gerados pelos seus elétrons, mais a agitação térmica provida pela temperatura ambiente, resulta em um átomo magneticamente neutro. Porém, pode existir uma resultante magnética quando uma determinada quantidade de elétrons possui spins em um sentido e uma quantidade menor de elétrons possui spins em outra direção. É o caso do átomo de ferro, representado na figura 12. Nota-se que na camada atômica Md existem mais elétrons com spins no sentido anti-horário do que no sentido horário. Este átomo, portanto, apresenta uma resultante magnética não nula.

Figura 12: Distribuição dos elétrons nas camadas de um átomo de ferro.



Fonte: [6].

Para que um elemento seja considerado ferromagnético, é necessário que todos os momentos magnéticos atômicos interajam significativamente uns com os outros, de modo que eles estejam ordenados e paralelos entre si. Esta ordem magnética ou acoplamento dos momentos magnéticos é denominado “campo molecular”.

CAPÍTULO 3 - FERROMAGNETISMO

As principais propriedades de um material ferromagnético são descritas abaixo:

- Não-linearidade, que significa que a permeabilidade magnética varia em função da intensidade de campo de maneira não proporcional;
- Saturação, que representa a aproximação da magnetização para um limite finito quando a intensidade de campo é indefinidamente aumentada;
- Magnetização espontânea. Esta propriedade se deve a existência de pequenas e magnetizadas regiões - domínios magnéticos - que contêm diversos átomos e têm momentos magnéticos comparáveis com o momento de saturação do material, mesmo quando o material está desmagnetizado;
- Desaparecimento das características já mencionadas quando a temperatura é elevada até um determinado ponto, determinado temperatura de Curie. Acima deste ponto, o material ferromagnético passa a se comportar como um material paramagnético.

Conforme [10], dentro da teoria atômica de Rutherford e Bohr, um elétron, ao girar ao redor de seu núcleo produz efeito semelhante ao de uma corrente elétrica em forma de anel, que produz um campo magnético, vide Lei de Ampère. Assim, os materiais, que são compostos por átomos com seus elétrons girando em torno do núcleo, possuem internamente campos magnéticos mais ou menos ordenados. Em certas substâncias, este efeito é fraco, enquanto que em outras os efeitos são pronunciados, sendo então chamadas de materiais ferromagnéticos. Da interação consequente de bilhões de dipolos atômicos, resulta o fenômeno de magnetização M do material. A indução magnética B , representada por linhas de fluxo magnético atravessando uma superfície, é a soma dos efeitos de um campo magnético H produzido por uma corrente externa mais o efeito da magnetização do material (efeito de “spins” alinhados), dada pela equação (2.5).

Os principais materiais que apresentam propriedades ferromagnéticas são o ferro, níquel, cobalto e ligas resultantes destes três elementos.

Esta etapa do trabalho tem por finalidade servir como base para explicitar fenômenos introduzidos no capítulo seguinte. Neste capítulo é detalhado o processo de magnetização de materiais ferromagnéticos a nível microestrutural, definindo e detalhando as principais partículas envolvidas no processo, bem como teorias existentes para explicá-lo.

3.1 TEORIA DE WEISS

A primeira teoria moderna do ferromagnetismo, e que continua útil até os dias atuais, foi proposta por Pierre Weiss (1865 – 1940), em 1906. Weiss conjecturou a existência de um “campo molecular” interno que é proporcional à magnetização do material ferromagnético.

Weiss fez a suposição de que o campo molecular que age em uma substância ferromagnética é tão forte que pode magnetizar a substância até a saturação, mesmo na ausência de um campo aplicado. A substância pode, então, ser descrita como auto saturante, ou espontaneamente magnetizada [7].

Entretanto, se o campo molecular pode levar um material ferromagnético a atingir a saturação mesmo sem a aplicação de um campo magnético externo, como é possível explicar o fato de que é natural a observância de amostras de ferro na condição desmagnetizada à temperatura ambiente?

De acordo com Weiss, um material ferromagnético no estado desmagnetizado, abaixo do ponto de Curie, é dividido em pequenas regiões chamadas domínios magnéticos. Cada um destes domínios é magnetizado espontaneamente ao valor de saturação, mas as direções de magnetização de cada domínio não são iguais, de forma que o material como um todo não tem uma rede definida de magnetização. Assim, no estado desmagnetizado, as direções nas quais os domínios estão saturados são distribuídas de forma aleatória, de modo que a magnetização resultante do material como um todo é nula. Logo, a aplicação de um campo magnético no material orienta o sentido de magnetização dos domínios para a mesma direção do campo aplicado, de forma que a magnetização total no material não seja mais nula. Este processo de magnetização é ilustrado na figura 13, na qual a direção de magnetização de cada domínio do cristal de ferro é indicada por setas. No estado desmagnetizado, os domínios apresentam direções de magnetização aleatórias. Quando um campo magnético é aplicado, os momentos magnéticos de cada domínio tendem a ficar paralelos ao sentido do campo. Durante este processo, não há alteração na magnitude de magnetização de cada domínio, apenas na direção dela.

Figura 13: Processo de magnetização de domínios em um cristal de ferro.



Fonte: [1].

Resumindo, a teoria de Weiss contém dois postulados essenciais: existência de uma magnetização espontânea e divisão do material em domínios magnéticos. Estudos posteriores demonstraram que ambos os postulados estão corretos.

3.1.1 Teoria de Langevin

Em [1], Bozorth explica que a teoria de Weiss é uma extensão da teoria clássica do paramagnetismo desenvolvida por Paul Langevin (1872 – 1946), na qual ele estudou matematicamente o comportamento de um conjunto de ímãs – que seriam a representação de átomos elementares –, investigando o momento magnético μ_A de cada um com a aplicação de um campo magnético no conjunto.

A teoria original de Langevin culminou na equação (3.1), relacionando a magnetização M , com a magnetização de saturação M_s , a intensidade do campo de força aplicado H , e a temperatura ambiente T , sendo k a constante de Boltzmann.

$$\frac{M}{M_s} = \text{ctnh} \left[\left(\frac{\mu_A H}{kT} \right) - \left(\frac{kT}{\mu_A H} \right) \right] \quad (3.1)$$

Para esta teoria, são feitas duas suposições: que os ímãs elementares, estão sujeitos à agitação térmica e, por isso, momentaneamente podem ter qualquer orientação em relação à direção de campo, e que eles são demasiado distantes uns dos outros para que possam se influenciar mutuamente.

A teoria quântica altera a primeira dessas hipóteses, afirmando que, em tal conjunto de ímãs elementares ou átomos, haverá apenas um número limitado de orientações possíveis, no caso mais simples apenas

duas, uma paralela e outra antiparalela à direção do campo. Neste caso, campos menores são necessários para saturar um material magnético, e a magnetização resultante pode agora ser descrita pela equação (3.2).

$$\frac{M}{M_s} = \tanh \left[\frac{\mu_A H}{kT} \right] \quad (3.2)$$

De acordo com Weiss, o material ferromagnético se comporta como se existisse um campo adicional auxiliando o campo aplicado H . Para Weiss, cada dipolo magnético atômico é influenciado por um campo magnético efetivo que é originado pelos dipolos magnéticos atômicos vizinhos. Esse campo magnético efetivo faz com que os dipolos magnéticos atômicos tendam a se alinhar em uma mesma direção.

Este campo adicional, chamado de campo molecular de Weiss, é proporcional à magnetização I do material. Ele pode ser representado por “ $c \cdot M$ ”, onde c representa a constante de campo molecular, é determinado experimentalmente para cada substância, e é adimensional.

A importância do campo molecular para o ferromagnetismo é evidente ao substituir H por $(H + c \cdot M)$ na equação (3.2), resultando na equação (3.3).

$$\frac{M}{M_s} = \tanh \left[\mu_A \frac{(H + cM)}{kT} \right] \quad (3.3)$$

Esta equação é uma das mais importantes na teoria do ferromagnetismo. Ela indica que, mesmo para um campo aplicado de valor igual a zero ($H = 0$), ainda existe uma magnetização de considerável magnitude, caso a temperatura não seja muito elevada. Assim, não é surpreendente verificar que a aplicação de grandes campos produz apenas um ligeiro aumento na magnetização espontânea já produzida pelo campo molecular.

Por fim, deve-se salientar que o campo molecular pode ser considerado uma força ou torque que tende a tornar momentos atômicos adjacentes paralelos um ao outro. Entretanto, é denominado e medido em unidades de campo, uma vez que tem o mesmo efeito de um campo magnético externo.

De acordo com [13], o campo molecular tem sua origem física relacionada com a energia de troca - ou energia de intercâmbio - da mecânica quântica de Heisenberg, que é o resultado da diferença entre as energias eletrostáticas de dois elétrons quando os mesmos apresentam

ora seus momentos magnéticos (spins) em sentido paralelo e ora em sentido antiparalelo.

Para um determinado par de átomos, situados a certa distância um do outro, existem certas forças de atração eletrostática (entre elétrons e prótons) e forças repulsivas (entre dois elétrons e entre dois prótons), que podem ser calculadas pela lei de Coulomb. Entretanto, ainda há outra força, que depende da orientação relativa dos momentos magnéticos (spins) dos dois elétrons. Esta é a força de troca [7].

Portanto, de acordo com a teoria de Weiss, o ferromagnetismo é causado por um poderoso campo molecular, originado por forças de troca, que tende a alinhar os momentos atômicos.

3.2 MAGNETIZAÇÃO E ESTRUTURA DE DOMÍNIOS

3.2.1 Domínios Magnéticos

Um único cristal ferromagnético, com temperatura abaixo do ponto de Curie, é composto de um grande número de pequenas seções conhecidas como domínios magnéticos, os quais contêm um grande número de átomos em sua composição. Estas pequenas seções podem ser comparadas com um conjunto de pequenos imãs permanentes. Quando o material está desmagnetizado, estes imãs são dispostos com orientações aleatórias; quando é magnetizado, eles estão alinhados com os seus eixos aproximadamente paralelos.

Os domínios se caracterizam por possuírem uma única orientação magnética, ou seja, são dotados, cada um, de um vetor de campo magnético unitário próprio. Dessa forma, cada domínio de um material ferromagnético está saturado, mesmo na ausência de um campo magnético externo. Neste caso, o material é dito estar espontaneamente magnetizado.

Entretanto, cada domínio é magnetizado à saturação em direções, geralmente, diferentes às dos seus vizinhos. Logo, o vetor de campo resultante da somatória de todos os vetores dos domínios é nulo. Isto significa que o material como um todo está desmagnetizado, mas a magnetização dentro de cada domínio é muito intensa.

Quando o material é submetido a um campo magnético, o vetor resultante de magnetização tem sua magnitude elevada. O que ocorre, então, é simplesmente uma mudança na direção de magnetização dos domínios. O campo aplicado tem por efeito rotacionar a direção do vetor magnetização de cada domínio, de forma que eles fiquem paralelos uns

aos outros e alinhados com o campo aplicado, como pode ser observado na figura 13.

A fim de se ter uma noção das dimensões absolutas e relativas de cristais, domínios e átomos dos processos magnéticos em interesse, pode ser destacado que uma amostra de ferro de um centímetro cúbico de volume pode conter cerca de 10.000 cristais individuais, e que cada cristal contém em média 100.000 domínios, cada qual com 10^{14} a 10^{15} átomos [1].

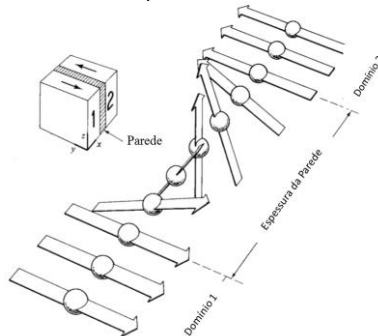
3.2.2 Paredes de Domínio

Os domínios magnéticos são separados por finas paredes, muitas vezes chamadas de paredes de Bloch, em homenagem ao primeiro físico a fazer uma análise teórica dessas estruturas, Felix Bloch (1905 – 1983).

As paredes de Bloch, ou paredes de domínio, representam um volume estreito de transição entre dois domínios magnéticos. Nesta transição, como pode ser observado na figura 14, os dipolos magnéticos alternam da orientação de um domínio para a orientação do domínio vizinho, ou até a orientação imposta por um campo magnético externo. Assim, esta parede pode ser entendida como uma zona de transição entre os momentos magnéticos de dois domínios, e não simplesmente como uma mera separação de domínios.

As paredes de Bloch podem ainda ser classificadas pelo ângulo entre os vetores de magnetização dos dois domínios separados por elas. Na figura 14, por exemplo, é exibida em detalhes uma parede de 180° , que corresponde a diferença angular entre os dois domínios apartados por ela.

Figura 14: Zona de transição entre dois domínios magnéticos.



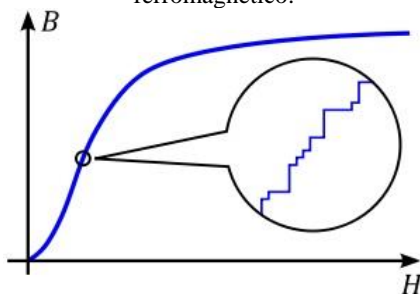
Fonte: [7].

Existe um fenômeno que descreve como as paredes de domínio se movem em resposta a um campo aplicado, denominado “efeito Barkhausen”. Por este efeito, entende-se que o movimento das paredes de domínio é brusco e descontínuo. Ele foi descoberto em 1919 pelo engenheiro eletrônico alemão Heinrich Barkhausen (1881 - 1956), que interpretou o experimento como uma demonstração das irregularidades na magnetização do ferro.

O experimento realizado por Barkhausen é constituído de uma bobina enrolada em um núcleo de ferro e ligada através de um amplificador a um alto-falante. O material é, então, sujeito a um campo magnético suavemente crescente. Mesmo que o campo seja aumentado da forma mais suave e contínua possível, um ruído é ouvido através do alto-falante, o que se deve às paredes de domínio fazendo mudanças súbitas de uma posição para outra. Se a bobina é ligada a um osciloscópio ao invés de um alto-falante, picos irregulares de tensão serão observados na curva em função do tempo [7]. O efeito é mais forte sobre a parte mais inclinada da curva de magnetização.

Na figura 15, uma parte da curva de magnetização de um material ferromagnético é ampliada para demonstrar as irregularidades causadas pelo efeito Barkhausen.

Figura 15: Efeito Barkhausen na curva de magnetização de material ferromagnético.



Fonte: [7].

3.2.3 Energia Magnética

De acordo com [14], a estrutura de domínios e paredes de materiais ferromagnéticos é determinada pela contribuição de diferentes tipos de energias, sendo a estrutura de configuração mais estável atingida quando a energia magnética total do material for mínima. Esta energia total é representada pela soma das seguintes energias:

- Energia de troca ou de intercâmbio;
- Energia de anisotropia magnetocristalina;
- Energia de paredes de domínio;
- Energia magnetoestrutiva;
- Energia magnetostática.

A energia de troca, já descrita neste trabalho como relacionada aos estudos da mecânica quântica, pode ser minimizada quando todos os dipolos magnéticos de um cristal estiverem alinhados em uma única direção.

Energia de anisotropia magnetocristalina tem relação com a direção de magnetização e com a estrutura cristalina dos materiais. As curvas de magnetização de um cristal podem variar em função da direção na qual o campo magnético é aplicado. Esta energia é mais detalhada no capítulo seguinte desta dissertação.

Dentre as cinco energias listadas, a energia de paredes de domínio e a energia magnetoestrutiva são as que apresentam os menores valores se comparadas às outras. A primeira surge devido à diferença dos momentos magnéticos ao longo do volume de uma parede de domínio, enquanto a segunda é oriunda das tensões mecânicas criadas pelo fenômeno da magnetostrução, tratado no capítulo seguinte.

Por último, a energia magnetostática é a energia produzida por um campo magnético externo. Esta energia desempenha um papel fundamental no processo de formação e disposição dos domínios em materiais magnéticos, pois a energia magnetostática tende a ser minimizada com a criação de novos domínios. Ou seja, para reduzir sua energia total, o material se divide em unidades menores e uniformemente magnetizadas, de forma a apresentar a estrutura mais equilibrada possível.

O processo de formação de domínios em função da minimização de energia magnetostática pode ser visualizado na figura 16. É ilustrado um único domínio magnetizado na figura 16(a), no qual polos livres se formam nas extremidades, gerando um campo magnético entre eles. Assim, a energia magnetostática E_m deste domínio é definida em unidades de volume pela equação (3.4),

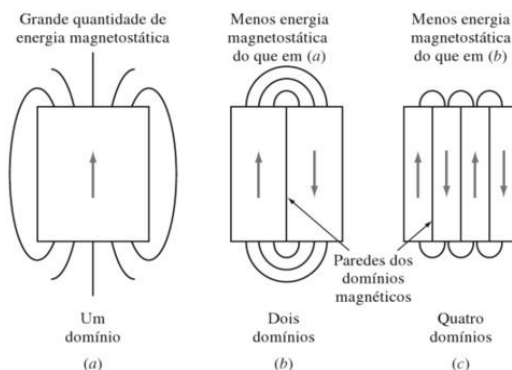
$$E_m = 1/2 \int H^2 dv \quad (3.4),$$

sendo H o campo magnético aplicado, e v o volume do domínio.

Esta energia pode ser reduzida pela metade se o cristal se divide em dois domínios magnetizados em sentidos opostos, como na figura

16(b), porque isso aproxima os polos norte e sul um do outro, reduzindo assim a extensão espacial do campo magnético. Se o cristal se divide em quatro domínios, como ilustrado na figura 16(c), a energia magnetostática diminui novamente, a cerca de um quarto do seu valor original, e assim por diante. Entretanto, esta divisão não continua indefinidamente. Após a divisão em porções cada vez menores, é alcançado um domínio de tamanho equilibrado.

Figura 16: Relação entre a energia magnetostática e o aumento do número de domínios em um material ferromagnético.



Fonte: [14].

3.2.4 Processo de Magnetização

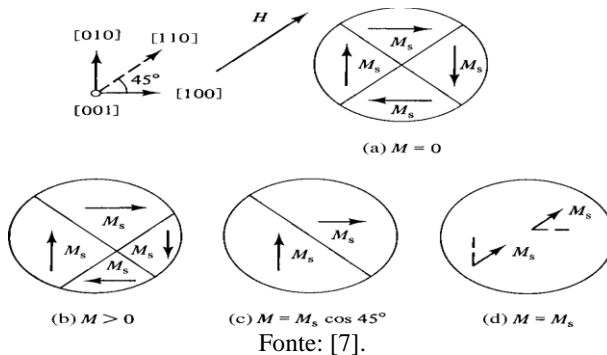
Um processo magnético é entendido pela maneira na qual a magnetização de um domínio pode ser alterada. Esta mudança é geralmente associada com a rotação do vetor de magnetização de um domínio de volume fixo, ou por uma mudança no volume do domínio através do movimento dos seus limites (deslocamento das paredes de domínio).

Como definido em [5], os processos de magnetização de um material ferromagnético estão relacionados com a modificação, e eventual eliminação da estrutura de domínios com o aumento do campo magnético aplicado. Deslocamento das paredes de Bloch e alteração da orientação dos momentos magnéticos dos domínios são os dois processos básicos de magnetização em qualquer sólido contendo domínios magnéticos.

As etapas do processo de magnetização de um cristal de ferro são representadas nas imagens da figura 17. Uma estrutura possível para um

crystal de ferro desmagnetizado seria o mostrado na figura 17(a). Ele é representado por quatro tipos de domínios, cada um com uma diferente orientação do vetor magnético. Se um campo é aplicado na direção $[110]$, os domínios de orientações $[100]$ e $[010]$ crescerão de volume através do movimento das paredes, tal como indicado na figura 17(b). O deslocamento das paredes ocorre até que existam no cristal apenas estes dois tipos de domínios, conforme observado na figura 17(c). A partir deste ponto, a única maneira na qual a magnetização pode aumentar ainda mais é através da rotação do vetor de magnetização M_s de cada domínio, de forma que eles fiquem paralelos com o campo aplicado. Quando o processo de rotação de domínios está completo, a parede de domínio da figura 17(c) desaparece, e o cristal está saturado, como ilustrado na figura 17(d). É importante salientar que, o domínio em si, que é um grupo de átomos, não rotaciona. São os momentos magnéticos de cada um destes átomos que têm suas orientações magnéticas alteradas.

Figura 17: Etapas do processo de magnetização de um cristal de ferro.



Em vista a detalhar ainda mais este assunto, é representada no gráfico da figura 18 a curva de magnetização do processo descrito acima. Nela, é possível visualizar aproximadamente em qual ponto da curva ocorre cada etapa do processo de magnetização, desde o estado de cristal desmagnetizado até a saturação.

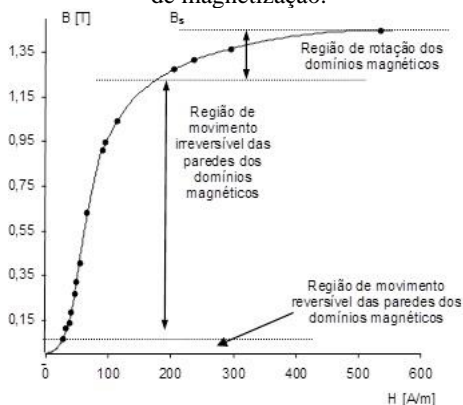
Figura 18: Etapas do processo de magnetização na curva BxH.



Como tratado anteriormente, a magnetização é resultado do movimento das paredes de Bloch e da rotação da orientação dos domínios. Estes dois processos não são nitidamente divisíveis durante a magnetização, de forma que, para um mesmo valor de campo aplicado, ambos podem ocorrer ao mesmo tempo no material.

Entretanto, a curva de magnetização pode ser dividida em função destes processos, como observado na figura 19. Nota-se que o movimento das paredes ocorre principalmente até o ponto do "joelho" da curva. Após este ponto, a rotação predomina até a saturação. Nesta última região, um grande aumento no valor do campo aplicado é necessário para produzir um aumento relativamente pequeno na indução do material.

Figura 19: Regiões do movimento das paredes e rotação dos domínios na curva de magnetização.



Fonte: [10].

Ainda analisando o gráfico da figura 19, percebe-se que a região de deslocamento de domínios é, na sua maior parte, definida como um processo irreversível, sendo a energia utilizada no processo perdida. No entanto, o processo de rotação é classicamente tido como reversível, apresentando a propriedade de conservar sua energia total.

CAPÍTULO 4 – VARIAÇÃO DE INDUÇÃO MAGNÉTICA EM MATERIAIS FERROMAGNÉTICOS

A ciência dos materiais tem por finalidade estudar as relações existentes entre a estrutura de um material e suas propriedades mecânicas, elétricas, magnéticas, químicas e outras. Um conceito básico para o estudo de qualquer material é o conceito de microestrutura, definida como o arranjo básico de uma substância em escala atômica. A microestrutura pode afetar profundamente as propriedades de um material e, conseqüentemente, sua aplicabilidade em situações práticas.

Neste capítulo é feito um estudo teórico em busca de respostas ao efeito de distribuição não uniforme da indução no interior da seção magnética efetiva de estruturas eletromagnéticas, o que acarreta em uma variação do caminho médio magnético destes dispositivos.

Uma distribuição irregular de linhas de fluxo pode resultar das interações microestruturais do material. Por isso, serão detalhados os principais fenômenos que podem estar relacionados às alterações nas propriedades magnéticas de materiais ferromagnéticos.

4.1 ANISOTROPIA MAGNÉTICA

A anisotropia, por si só, pode ser definida como uma característica de certas substâncias que apresentam propriedades físicas dependentes da direção dos fenômenos físicos a que são submetidas. Os materiais que apresentam este fenômeno são conhecidos como anisotrópicos. Em contrapartida, existem também os materiais isotrópicos, os quais possuem as mesmas propriedades físicas independentemente da direção.

Sabe-se que os cristais que formam os corpos ferromagnéticos são magneticamente anisotrópicos. Isso significa que as propriedades magnéticas podem se alterar conforme a direção de magnetização varia. Mais especificamente, de acordo com [8], a anisotropia magnética é o fenômeno de orientação preferencial da magnetização espontânea M ao longo de certas direções características de cada material.

4.1.1 Tipos de Anisotropia

Podem existir vários tipos de anisotropia em um único material. Os três principais tipos são:

1. Anisotropia de cristal, conhecida também como anisotropia magnetocristalina. Ela é dependente da estrutura cristalina do material;
2. Anisotropia de forma, dependente da forma do material;
3. Anisotropia de *stress*, que tem como fonte a aplicação de uma força no material.

Destes, apenas a anisotropia de cristal é intrínseca ao material.

Neste trabalho é abordada apenas a anisotropia de cristal. Isso se deve ao fato de que, entre os tipos de anisotropia citados acima, a anisotropia magnetocristalina é a que apresenta maior influência nos materiais magnéticos.

4.1.2 Energia de Anisotropia

A existência de anisotropia magnetocristalina em cristais indica que eles podem ser magnetizados mais facilmente em algumas direções do que em outras. Estas direções encontram-se ao longo de um ou mais eixos, denominados como eixos de fácil direção de magnetização. Para um único eixo de fácil direção de magnetização, esta tendência é representada pela energia de anisotropia cristalina E_a , dada pela equação (4.1):

$$E_a = k_c \text{sen}^2 \theta, \quad (4.1)$$

na qual θ é o ângulo entre a direção de magnetização e o eixo de fácil direção de magnetização do corpo, e k_c é uma constante de anisotropia, dada para um material particular, a uma temperatura pré-definida. E_a e k_c são definidos pela unidade joules por metro cúbico [J/m^3] no Sistema Internacional de Unidades.

Para um cristal de forma cúbica, como os cristais de ferro e níquel, a expressão de anisotropia magnetocristalina E_k pode ser escrita conforme a equação (4.2). Ela é representada por uma expansão em série de cossenos diretores, a_1 , a_2 e a_3 do vetor de magnetização em relação aos eixos de fácil direção de magnetização da estrutura cristalina. As constantes de anisotropia são definidas por k_0 , k_1 e k_2 .

$$E_k = k_0 + k_1(a_1^2 a_2^2 + a_2^2 \cdot a_3^2 + a_3^2 a_1^2) + k_2(a_1^2 a_2^2 a_3^2) \quad (4.2)$$

Assim, quando um campo magnético é aplicado em uma direção diferente a dos eixos de fácil magnetização do material, o vetor magnetização é rotacionado para a direção apontada pelo campo imposto. Para que este processo ocorra, é necessária a existência da energia de anisotropia de cristal.

Portanto, a energia magnetocristalina é a energia necessária para rotacionar a magnetização de um domínio magnético para fora da direção preferencial de magnetização de um corpo.

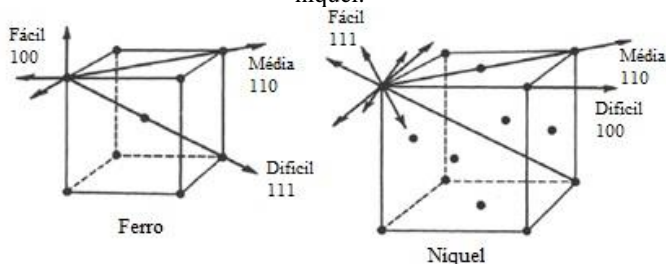
4.1.3 Direções Cristalográficas

A forma da curva de magnetização $M \times H$ ou $B \times H$ pode mudar drasticamente conforme a direção do campo magnético aplicado.

Schmidt [9] destaca como exemplo um cristal de sistema cúbico. Aplicando-lhe um valor de campo constante em diversas direções, observa-se que os valores de indução variam de valor, demonstrando que a permeabilidade do material é uma função da orientação do campo aplicado, o que é caracterizado pela existência de uma anisotropia cristalina. Existem, portanto, direções cristalinas que são mais facilmente magnetizadas por um campo magnético, ou seja, direções em que as perdas são menores do que em outras direções.

Na ausência de um campo externo, a direção de magnetização de um domínio é afetada pela estrutura cristalina. Para o ferro, de simetria cristalina cúbica, as arestas do cubo representam as direções preferenciais de magnetização, enquanto os eixos das diagonais do cristal cúbico são as direções de difícil magnetização. No níquel, o inverso é verdadeiro, como ilustrado na figura 20.

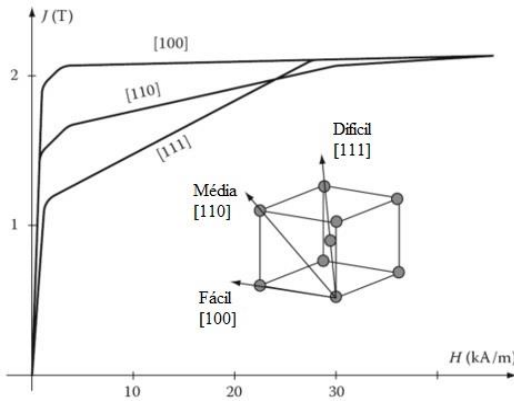
Figura 20: Direções da magnetização espontânea em um cristal de ferro e de níquel.



Fonte: [2].

As curvas de magnetização para um único cristal de ferro, medidas nas três direções principais no cristal, são reproduzidas na figura 21. Analisando os gráficos ilustrados nesta figura, nota-se que a magnetização do ferro ocorre mais facilmente na direção paralela a um eixo cúbico, ou seja, é necessária a aplicação de um campo magnético de menor valor nesta direção para levar o material ao estado de saturação magnética.

Figura 21: Curvas de magnetização medidas em diferentes direções para um cristal de ferro.



Fonte: [15].

Ao contrário do ferro, a magnetização no níquel ocorre mais facilmente quando paralela a um eixo da diagonal do cristal cúbico. Por exemplo, quando a magnetização é realizada na direção [111] do plano cartesiano, o níquel atinge a saturação com menor intensidade de campo magnético aplicado do que quando magnetizado na direção [100], considerada uma direção de difícil magnetização para este elemento.

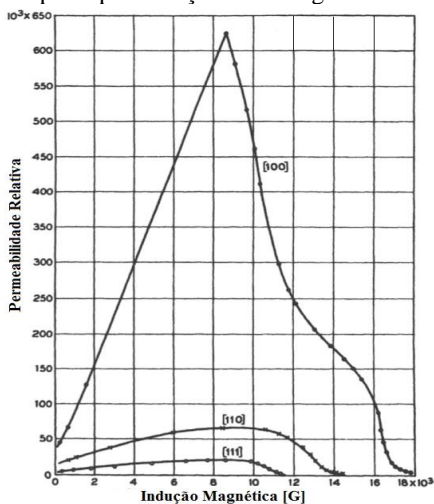
Para o cobalto, de simetria cúbica hexagonal, a variação da magnetização com a direção cristalográfica é ainda maior do que no ferro ou no níquel. À temperatura ambiente, o eixo hexagonal representa a direção de fácil magnetização.

Portanto, a aplicação de campos magnéticos e medições das curvas de magnetização ao longo de diferentes direções resultarão em diferentes curvas.

Em seu livro, Bozorth [2] mostra como a permeabilidade magnética é dependente da direção de medição das propriedades magnéticas de um material. O gráfico da figura 22 ilustra a variação da

permeabilidade de um cristal de ferro contendo 3,8 % de silício, quando as medidas são realizadas em diferentes direções. Nota-se como a permeabilidade apresenta maior valor quando a medição é realizada na direção de fácil magnetização do ferro.

Figura 22: Permeabilidade magnética de um cristal de ferro medida para as principais direções cristalográficas.



Fonte: [2].

Por fim, como as perdas são uma constante preocupação presente em projetos elétricos, torna-se justificável o interesse em se determinar em cada conjunto de cristais que formam o material utilizado, qual a direção em que se deve aplicar o campo magnético, ou seja, qual o sentido preferencial de magnetização.

4.2 MAGNETOSTRIÇÃO

Durante a magnetização de cristais ferromagnéticos, ocorre uma variação nas dimensões físicas do cristal, fenômeno este conhecido como magnetostricção (ou magnetostricção). Isto significa que a magnetostricção pode ser entendida como a capacidade de corpos ferromagnéticos se deformarem quando submetidos a um campo magnético.

Os principais tipos de magnetostricção são:

- Magnetostricção linear (ou longitudinal);

- Magnetostricção transversal, a qual altera a dimensão do material em uma direção perpendicular ao campo aplicado;
- Magnetostricção de volume.

4.2.1 Magnetostricção Linear

A magnetostricção linear ocorre na mesma direção da magnetização do material. Ela foi descoberta por James Joule em 1842. Através de experimentos, Joule mostrou que uma barra de ferro teve seu comprimento aumentado quando foi magnetizada longitudinalmente por um campo magnético.

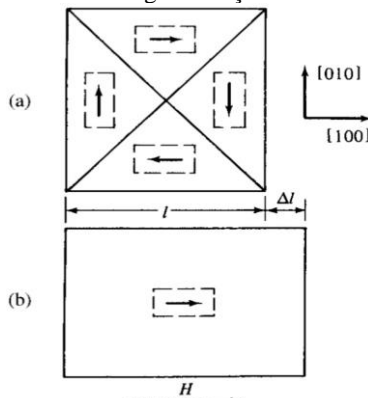
Esta alteração de comprimento na direção paralela à magnetização é a mais frequentemente estudada, visto que é a que apresenta maior influência nos materiais ferromagnéticos. Ela pode ser definida pela equação (4.3),

$$\lambda = \frac{\Delta L}{L} \quad (4.3)$$

na qual λ representa a constante de magnetostricção linear, ΔL é a alteração de comprimento, e L é o comprimento original do cristal.

Cullity [7] explica sucintamente o processo de magnetostricção linear. Quando um único cristal de ferro é magnetizado até a saturação no sentido [100], o comprimento do cristal na direção [100] é aumentado, como observado na figura 23.

Figura 23: Processo de magnetostricção em um cristal de ferro.



Fonte: [7].

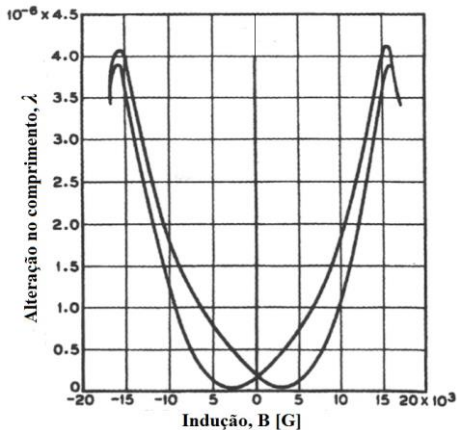
As regiões originalmente ocupadas por outros domínios são substituídas pelo domínio no sentido [100], que é o sentido de aplicação do campo, através do deslocamento das paredes de domínio. Assim, esta região se expande no sentido [100], de forma que o comprimento do cristal é alterado do valor L para $L + \Delta L$.

Entretanto, mesmo em substâncias com alto valor da constante de magnetostricção, o efeito de magnetostricção linear é normalmente pequeno. Em geral, este efeito é da ordem de aproximadamente 10^{-5} .

Um exemplo muito comum de magnetostricção linear é o que ocorre no interior dos transformadores de potência em operação. Devido a alternância do caminho elétrico da corrente a uma frequência, em geral, de 50 ou 60 vezes por segundo, as lâminas do núcleo de ferro se expandem e se contraem, sofrendo o efeito magnetoestrutivo. Esta deformação cíclica do metal dá origem ao ruído registrado pelos ouvidos humanos.

Como mencionado no capítulo anterior, o processo de magnetização ocorre através de dois mecanismos: o de deslocamento das paredes de domínio e o de rotação de domínios. A maior parte da alteração de comprimento por magnetostricção ocorre durante a rotação dos domínios, que começa a ocorrer no joelho da curva $B \times H$. Por esta razão, como ilustrado no gráfico da figura 24, a magnetostricção nos pontos de indução remanente é bastante baixa. Quando a magnetização se aproxima da saturação, a magnetostricção também se aproxima de seu valor limite, denominado de magnetostricção de saturação. Nesta mesma figura é possível observar o ciclo de histerese na relação $\lambda \times B$ para o ferro.

Figura 24: Gráfico da magnetostricção linear em função da indução magnética no ferro.



Fonte: [2].

4.2.2 Magnetostricção de Volume

Quando é atingida a saturação, de forma que o material tenha se convertido em um único domínio magnetizado na direção do campo, um aumento no campo provoca uma pequena deformação adicional. Tal efeito é a magnetostricção forçada, conhecida também por magnetostricção de volume. Este tipo de magnetostricção ocorre quando um material saturado é exposto a um elevado campo magnético, acima do valor de saturação, provocando uma deformação em todas as direções do material.

Assim como a magnetostricção linear, a magnetostricção de volume pode ser representada pela equação (4.4),

$$\omega = \frac{\Delta V}{V} \quad (4.4)$$

na qual ω é a constante de magnetostricção de volume, ΔV a alteração de volume devido ao campo adicional aplicado, e V simboliza o volume original do material.

Conforme [2], esta variação de volume é geralmente muito menor do que a alteração no comprimento causada pela magnetostricção linear. Por exemplo, a redução no comprimento do níquel para um campo de 25 oersteds (aproximadamente 2000 A/m) é da ordem de 30×10^{-6} , e está praticamente em seu valor máximo. Enquanto isso, a mudança de

volume no mesmo material é da ordem de $0,1 \times 10^{-6}$ para um campo de 1000 oersteds ou 80 kA/m. Assim, a magnetostricção forçada é um efeito muito pequeno e não exerce influência significativa sobre o comportamento de materiais magnéticos em campos práticos comuns.

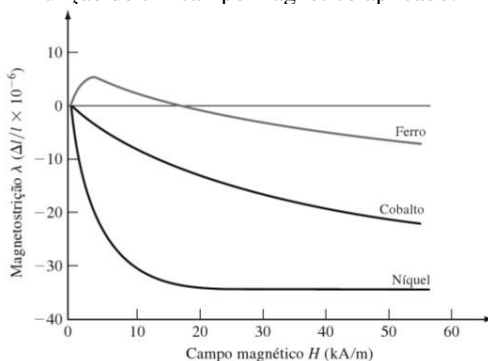
4.2.3 Magnetostricção Positiva e Negativa

O valor da magnetostricção linear λ pode ser positivo ou negativo, dependendo do material e da intensidade do campo aplicado. Quando a magnetostricção é dita ser positiva ($\lambda > 0$), a deformação no material ocorre no sentido de aumentar seu comprimento na direção do campo aplicado. Já uma magnetostricção negativa ($\lambda < 0$) tem por efeito reduzir o comprimento do material.

Na figura 25 são apresentadas as curvas típicas de como a magnetostricção normalmente varia com o campo magnético aplicado em substâncias ferromagnéticas. A mudança fracional de comprimento, $\Delta L/L$, representada pelo símbolo λ , é medida na mesma direção na qual o campo é aplicado.

Analisando os gráficos da figura 25, nota-se que o níquel e o cobalto são materiais de magnetostricção negativa, visto que o comprimento destas substâncias é reduzido quando submetidos a um campo magnético. O ferro, no entanto, apresenta magnetostricção positiva até um certo nível de magnetização. Após este ponto, ele passa a apresentar magnetostricção negativa, tornando-se mais curto do que era antes da magnetização. Observa-se ainda que, para elevados campos, todas as três curvas tendem a um valor máximo de magnetostricção.

Figura 25: Comportamento magnetoestrutivo de materiais ferromagnéticos em função de um campo magnético aplicado.



Fonte: [14].

4.3 FORÇAS EXTERNAS

As propriedades magnéticas da maioria dos materiais ferromagnéticos são alteradas com a aplicação de uma força externa. Conforme [2], em alguns materiais, uma pressão de 10 kg/mm² pode elevar o valor da permeabilidade magnética por um fator de 100; em outros, a permeabilidade é reduzida, e em outros – como o ferro, por exemplo - o valor da permeabilidade para campos baixos é aumentado e em campos mais elevados é reduzido.

De acordo com [7], o efeito de uma tensão mecânica sobre a magnetização é menor no ferro do que no níquel, pois o ferro apresenta um menor valor de magnetostricção. Portanto, um baixo valor de magnetostricção indica menor efeito nas propriedades magnéticas quando o corpo é submetido a uma deformação por forças externas. Já um valor mais elevado de magnetostricção revela uma maior influência da tensão mecânica nas propriedades magnéticas do material.

O esforço mecânico ao qual está sujeito o domínio é simbolizado por σ . Para uma força de tração, que é uma força normal perpendicular à seção transversal e que tende a separar o corpo, a magnitude de σ é um valor positivo. O inverso da força de tração é a força de compressão, a qual tende a "esmagar" o corpo; para este esforço, σ tem valor negativo [7].

Ainda conforme Cullity [7], a dependência da magnetização sobre forças externas pode ser descrita em termos da energia associada com a magnetostricção e a direção de magnetização. A densidade de energia de deformação magnética E_σ é representada na equação (4.5):

$$E_\sigma = \left(\frac{3}{2}\right) \lambda_s \sigma \sin^2 \theta \quad (4.5)$$

na qual λ_s é o valor da magnetostricção na região de saturação, e θ é o ângulo entre a magnetização e a tensão.

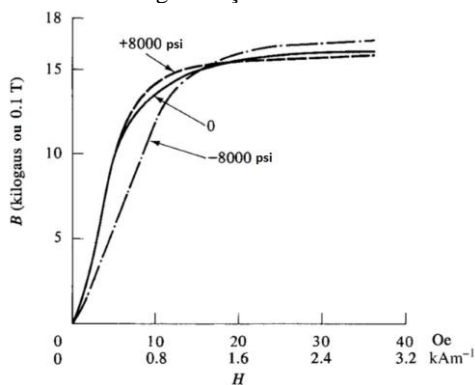
4.3.1 Efeitos de Forças Externas em Curvas de Magnetização

Na figura 26 são mostrados os efeitos da aplicação constante de uma tensão (+) e de uma compressão (-) sobre a curva de magnetização do ferro. A magnitude da pressão resultante da força aplicada em ambos os casos é de 8.000 psi, o que equivale a 55MPa.

De acordo com [7], as alterações na forma da curva de magnetização mostrada na figura 26 podem ser explicadas da seguinte

forma: se, por exemplo, um material possui magnetostricção positiva – que é o caso do ferro até o valor de campo próximo da saturação -, ele vai se alongar quando magnetizado; aplicar uma força que tenda a alongar o material, por conseguinte irá aumentar a permeabilidade magnética, enquanto aplicar uma força de compressão irá provocar uma alteração no sentido oposto, reduzindo a permeabilidade. A partir do ponto em que o ferro passa a ser um material de magnetostricção negativa, a tendência é que a aplicação de forças mecânicas tenha efeito contrário ao descrito acima.

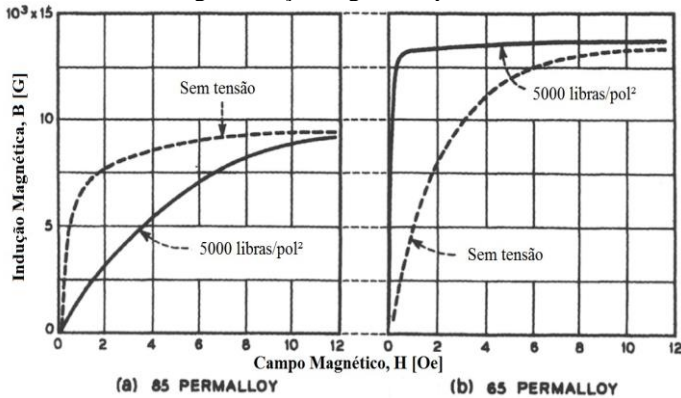
Figura 26: Efeito da tensão (+) e da compressão (-) sobre a curva de magnetização do ferro.



Fonte: [7].

O efeito de um tensionamento em materiais ferromagnéticos pode ser observado nos gráficos da figura 27. As ligas metálicas permalloy 85 e 65, de magnetostricção negativa e positiva, respectivamente, são submetidas a uma tensão de tração. O resultado é o mesmo já descrito para o ferro; o material de magnetostricção negativa tem sua permeabilidade magnética reduzida quando submetido à tensão de tração, enquanto o efeito contrário ocorre para a liga de magnetostricção positiva.

Figura 27: Efeito da aplicação de um tensionamento em materiais de magnetostricção negativa e positiva.

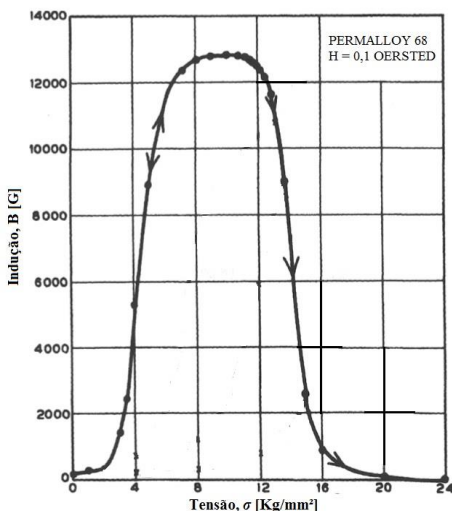


Fonte: [2].

4.3.2 Força Externa acima do Limite Elástico

Ao aumentar o tensionamento aplicado a um material de magnetostricção positiva, a indução em uma intensidade de campo constante aumenta até que o limite de elasticidade é alcançado e, então, diminui continuamente, visto que o material é endurecido pela deformação plástica. Este fenômeno pode ser observado no gráfico da figura 28. Para uma liga metálica de permalloy 68, a tensão de tração é aumentada de zero até cerca de duas vezes o limite de elasticidade do material. A indução em um campo constante de 7,96 A/m aumenta até o valor de saturação (1,33 T) e, em seguida, diminui quando a deformação plástica tem início.

Figura 28: Efeito da deformação plástica na permeabilidade magnética de um material ferromagnético.



Fonte: [2].

Portanto, uma deformação plástica tem por efeito reduzir a permeabilidade magnética do material quanto mais a força externa excede o limite elástico [2].

4.4 IMPERFEIÇÕES

As propriedades magnéticas de um material podem também ser influenciadas pela existência de imperfeições em sua estrutura cristalina.

Um campo magnético é necessário para mover as paredes de domínio de um material magnético, sendo que algumas substâncias exigem elevados campos para tal. Evidentemente, os materiais contêm imperfeições de cristal que dificultam o movimento destas paredes. Estes obstáculos aos movimentos das paredes de domínio são também conhecidos como inclusões.

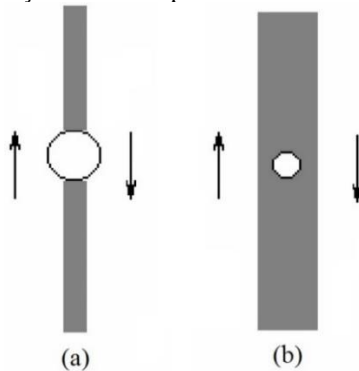
As inclusões podem assumir muitas formas. Elas podem ser partículas presentes como impurezas em um metal ou liga, ou podem ser simplesmente furos, fendas e rachaduras existentes no material. Do ponto de vista magnético, uma inclusão em um domínio é uma região que tem uma magnetização espontânea ou momento magnético diferente da região circundante, ou mesmo uma região não magnética. Em geral, o

tamanho destas partículas varia de menos de 1 micrômetro até no máximo 10 μm de diâmetro.

De acordo com [3], as paredes de domínio magnético tendem a se ancorar nas inclusões, o que reduz a energia total da parede. Na figura 29 (a) é ilustrada a interação de uma parede de domínio com uma inclusão, representada por um furo na parede de domínio. Para se estabilizar na posição que envolve a inclusão – figura 29 (b) –, e recuperar seu movimento, a parede consome mais energia, reduzindo sua energia total, e acarretando em uma perda de rendimento.

Assim, além de elevar as perdas magnéticas, a mobilidade das paredes também pode ser prejudicada, o que afeta o processo de magnetização do material, que, como tratado no capítulo anterior, é dependente do movimento das paredes de domínio.

Figura 29: Interação entre uma parede de domínio e uma inclusão.



Fonte: [3].

Como citado em [10], existe uma relação aproximada para o campo coercitivo máximo em função das inclusões não magnéticas. Desse modo, se existe dificuldade de movimentação de uma dada parede, também há um aumento do campo coercitivo correspondente, o que significa a necessidade de aplicação de um maior campo magnético para vencer a magnetização espontânea e/ou previamente magnetizada da região em questão.

Em um metal, por exemplo, impurezas são adicionadas intencionalmente com a finalidade de:

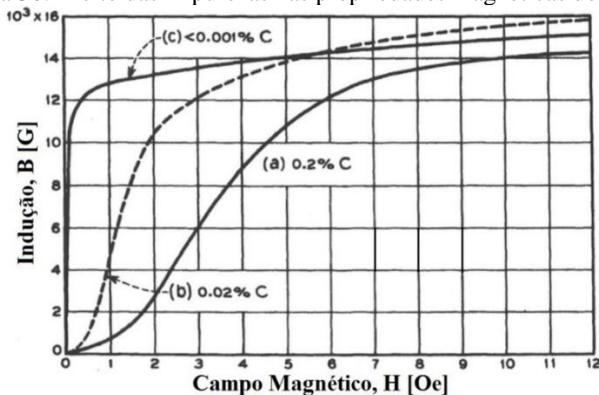
- Aumentar a resistência mecânica;
- Aumentar a resistência à corrosão;
- Diminuir a condutividade elétrica.

Além disso, mesmo metais considerados puros apresentam impurezas em sua composição, visto que é praticamente impossível eliminar totalmente as impurezas durante o processo de obtenção do material. E esta presença de impurezas promove a formação de defeitos pontuais na estrutura cristalina do material.

Em [2], o efeito das impurezas é ilustrado pela curva de magnetização do ferro contendo diversas quantidades de carbono, o que pode ser notado na figura 30. A curva de magnetização (a) da figura 30 é para um aço leve que contém 0,2 % de carbono; (b) é para o ferro geralmente utilizado em dispositivos eletromagnéticos, que contém cerca de 0,02 % de carbono e recozido a cerca de 900 °C. Quando este mesmo ferro é purificado por aquecimento durante várias horas a 1400 °C em hidrogênio, o carbono é reduzido para menos do que 0,001 %, outras impurezas são removidas, e a curva (c) é obtida.

Portanto, para o caso do ferro-carbono, pode-se definir que quanto menor o grau de impureza (carbono), melhores serão as propriedades magnéticas do material.

Figura 30: Efeito das impurezas nas propriedades magnéticas do ferro.



Fonte: [2].

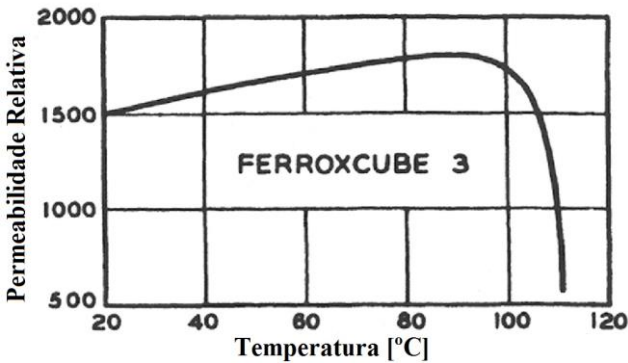
4.5 TEMPERATURA

A temperatura é mais um fator importante a causar alterações na magnetização. Em geral, a permeabilidade magnética é elevada com o aumento de temperatura até um valor máximo, e, então, ela decai bruscamente. A temperatura na qual este efeito ocorre é denominada temperatura de Curie, normalmente acima da temperatura ambiente.

Um composto ferromagnético, quando aquecido até a sua temperatura de Curie, tende a alterar suas propriedades magnéticas. A partir deste ponto, o material passa a apresentar características paramagnéticas. Desta forma, aspectos como magnetização e permeabilidade são totalmente modificados no material.

Na Figura 31, para um campo magnético constante, é mostrado como a permeabilidade magnética diminui à medida que o ponto de Curie é alcançado. Para este material, ferroxcube 3, uma ferrite de zinco manganês ($ZnMnFe_4O_8$), a temperatura de Curie é em torno de 110 graus Celsius.

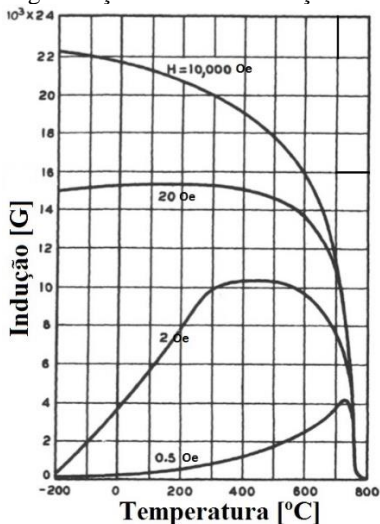
Figura 31: Relação da permeabilidade magnética com a temperatura em materiais ferromagnéticos.



Fonte: [2].

Para o ferro, de temperatura de Curie em torno de 770 °C, as curvas da figura 32 ilustram a relação da magnetização com a temperatura. Quando o material ferromagnético é submetido a um elevado campo constante, um aumento da temperatura normalmente leva a uma contínua diminuição da indução; a indução decresce abruptamente, quase a zero, no ponto de Curie. Por outro lado, quando o ferro é submetido a um baixo campo, a indução irá primeiro aumentar com o aumento da temperatura e, depois de passar por um valor máximo, decairá como anteriormente para um baixo valor de indução no ponto de Curie.

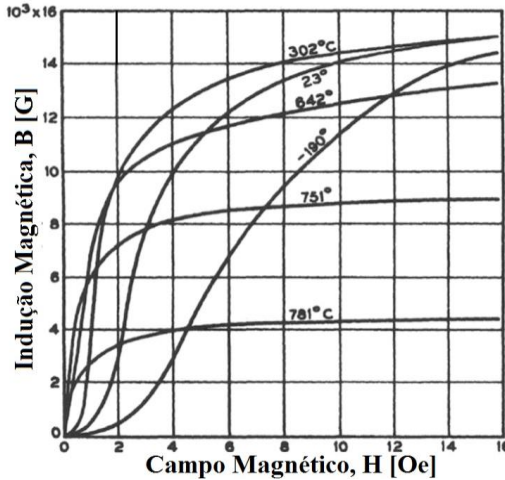
Figura 32: Magnetização do ferro em função da temperatura.



Fonte: [2].

A maneira na qual a temperatura modifica as curvas de magnetização do ferro é mostrada na figura 33. Em comparação com a curva de magnetização obtida para a temperatura ambiente, à 23 $^{\circ}\text{C}$, nota-se que em temperaturas mais elevadas as curvas sobem mais rapidamente para valores menores de H , e depois se achatam e saturam em baixas induções. A saturação continua a diminuir e se aproxima de zero conforme se aproxima da temperatura de Curie.

Figura 33: Curvas de magnetização do ferro para diferentes valores de temperatura.



4.6 TENSÕES INTERNAS

Em sua obra, Schmidt [9] aborda a existência de tensões internas no sistema cristalino de materiais ferromagnéticos. Estas tensões dificultam a orientação dos domínios magnéticos perante a ação do campo magnético externo, o que afeta a permeabilidade. A regra geral é que, nessas condições, a permeabilidade decresce e a força coercitiva se eleva.

Tais tensões internas aparecem devido ao trabalho mecânico aplicado ao corpo ferromagnético no ato de sua fabricação. Durante o processo de construção eles são submetidos a esforços de cisalhamento (estampagem), dobramento, deformação a quente e a frio por forja etc. Os cristais são, sob tais esforços mecânicos, quebrados e deformados da sua posição original, o que nos permite concluir que, levando também em consideração a questão da anisotropia cristalina, ao sofrer uma deformação do seu sistema cristalino em parte de seu corpo, essa parte estará com características magnéticas diferentes das do resto do material. Estes grãos não acompanharão mais a orientação normal do corpo devido à deformação, e, nessa parte, a permeabilidade do material é baixa, e as perdas magnéticas serão mais elevadas.

Essas deformações mecânicas podem e devem ser eliminadas ou, pelo menos, atenuadas, através de um aquecimento do material,

chamado de recozimento. O recozimento, pela ação de dilatação do corpo, elimina as tensões internas e faz com que o cristal deformado retorne à sua posição inicial, fazendo com que os eixos preferenciais de magnetização do material coincidam novamente.

4.7 OUTROS FENÔMENOS RELEVANTES

Poderiam ainda ser citados como responsáveis por distorcer os fluxos magnéticos, parâmetros como a geometria do circuito magnético, envelhecimento do material, efeito pelicular, correntes induzidas, tamanhos e ligações dos grãos, entre outros.

Por fim, o conhecimento desses fenômenos pode ser de grande valia quando utilizados em aplicações na qual é necessária uma maior precisão, ou mesmo uma otimização do desempenho do material.

CAPÍTULO 5 - ESTUDO DA VARIÇÃO DO CAMINHO MÉDIO MAGNÉTICO

5.1 INTRODUÇÃO

Diferentemente dos núcleos com ângulos retos, núcleos toroidais podem ser construídos por chapas cortadas no formato circular, sem a existência de cantos e sem a necessidade de se montar o núcleo com interposição de chapas. Por isso, eles são comumente utilizados para medir características de comportamento de materiais magnéticos.

Entretanto, apesar de apresentar baixa quantidade de fluxo de dispersão, um problema ao utilizar o toroide para caracterizar materiais magnéticos é a distribuição não uniforme da indução na seção magnética efetiva, a qual promove uma variação do caminho médio magnético. Este fenômeno indesejado, que pode ter como origem alguns dos fatores descritos no capítulo anterior, pode ocasionar incertezas nas medidas realizadas em ensaios deste tipo.

Portanto, devido a essa desvantagem quando da utilização deste tipo de material para ensaios de caracterização magnética, é realizada neste trabalho uma análise da distribuição do fluxo no núcleo de um transformador de forma toroidal. Para efeito de comparação, esta análise é também efetuada para o quadro de Epstein padrão, uma estrutura eletromagnética de formato quadrado.

Este trabalho é dividido em duas etapas. Primeiro, é realizada uma etapa experimental em uma bancada de laboratório para obtenção de dados. Estes, por sua vez, são utilizados para dar início à etapa de simulação em um programa de cálculo de campos, no qual é modelada a estrutura eletromagnética em estudo.

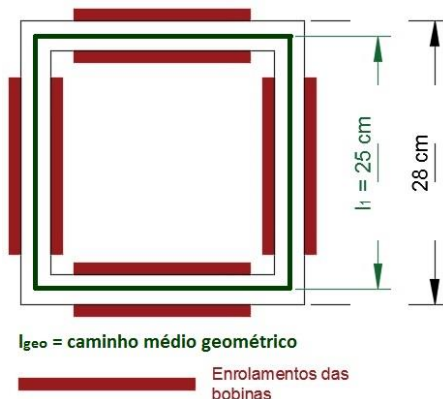
5.1.1 Métodos de Cálculo para o Caminho Médio

Antes de dar início à descrição do procedimento experimental, pode-se exemplificar dois modos de cálculos do caminho médio, como indicado em [10]. Para tal, é utilizado o quadro de Epstein padrão de 25 cm, comumente utilizado para caracterizar materiais magnéticos, e que é mais detalhado no tópico 5.5 deste trabalho. Este aparelho de forma quadrangular, mostrado na figura 1, é constituído por lâminas com 28

cm de comprimento e 3 cm de largura. Com a superposição das lâminas, os cantos do equipamento ficam sobrepostos de 3 cm nas extremidades.

Ainda conforme [10], o cálculo do caminho médio geométrico pode ser realizado com base no esquema ilustrado na figura 34, pressupondo um caminho simétrico para a distribuição do fluxo no interior do quadro.

Figura 34: Identificação do caminho médio geométrico no núcleo do quadro de Epstein.



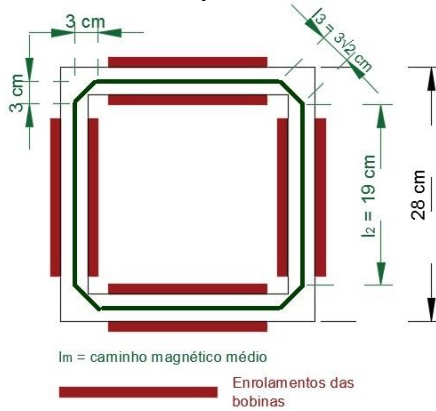
Assim, o cálculo do caminho médio geométrico l_{geo} do quadro de Epstein, indicado na figura 34, é dado pela equação (5.1).

$$l_{geo} = 4l_1 = 4(0,25) = 1 \text{ m} \quad (5.1)$$

Logo, o comprimento dele equivale a 1 metro.

Contudo, pode-se calcular também o caminho médio magnético l_m do dispositivo. Devido à possibilidade de variação do caminho médio magnético nos cantos do quadro, como indicado na figura 35, o cálculo dele pode ser feito por meio da equação (5.2).

Figura 35: Identificação do caminho médio magnético no núcleo do quadro de Epstein.



$$l_m = 4(l_2 + l_3) = 4(0,19 + 0,03\sqrt{2}) = 0,94 \text{ m} \quad (5.2)$$

Assim, para o caso do quadro de Epstein padrão, o caminho médio magnético apresenta uma diferença de 6 % menor em relação ao valor calculado de caminho médio geométrico. Com isso, o cálculo do campo magnético, definido na equação (2.3), tende a ter o valor modificado em função do tipo de cálculo utilizado.

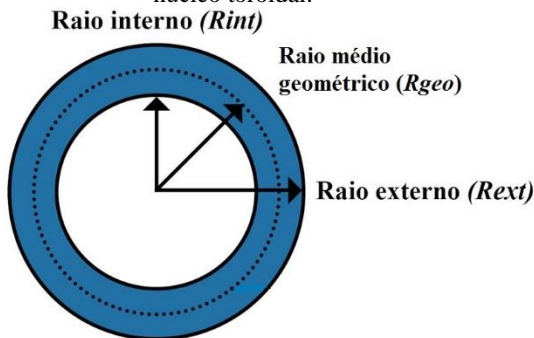
5.1.2 Dados do toroide utilizado

Para a simulação descrita a seguir, é feito um ensaio utilizando um indutor toroidal de ferrite, com enrolamentos de cobre, do tipo Thornton IP6 NT – 60/21/10, com indução de saturação em torno de 0,38 T. Os dados físicos do núcleo medidos e fornecidos pelo fabricante são:

- Diâmetro externo = $60,0 \pm 2,5$ mm;
- Diâmetro interno = $21,0 \pm 1,0$ mm;
- Profundidade = $10,0 \pm 0,4$ mm;
- Área = 195 mm^2 ;
- Caminho magnético = 106,5 mm.

Na figura 36 são indicados o raio externo (R_{ext}) e interno (R_{int}) de um núcleo toroidal.

Figura 36: Identificação dos raios externo, interno e médio geométrico em um núcleo toroidal.



É também representado na figura 36 o raio médio geométrico R_{geo} do núcleo toroidal, o qual pode ser definido pela equação (5.3).

$$R_{geo} = \frac{R_{ext} + R_{int}}{2} \quad (5.3)$$

Para o caso do toroide em estudo, o valor calculado do raio médio geométrico é de 20,25 mm ($R_{geo} = 20,25$ mm).

O raio médio indica a concentração de fluxo magnético no interior do núcleo toroidal, de forma que o caminho médio magnético lm é calculado em função deste valor, conforme equação (5.4).

$$lm = 2 \pi Rm \quad (5.4)$$

Entretanto, conforme [10], o raio médio de um toroide também pode ser calculado pela equação (5.5), a qual representa a definição de raio médio magnético R_{med} . Esta equação tende a indicar um valor mais exato da concentração real de fluxo no interior do toroide.

$$R_{med} = \frac{R_{ext} - R_{int}}{\ln\left(\frac{R_{ext}}{R_{int}}\right)} \quad (5.5)$$

Para o caso do toroide em estudo, o valor calculado do raio médio magnético é de 18,6 mm ($R_{med} = 18,6$ mm). Desse modo, o raio médio geométrico apresenta uma diferença de aproximadamente 8,9 % maior em relação ao valor calculado do raio médio magnético.

5.2 DADOS EXPERIMENTAIS

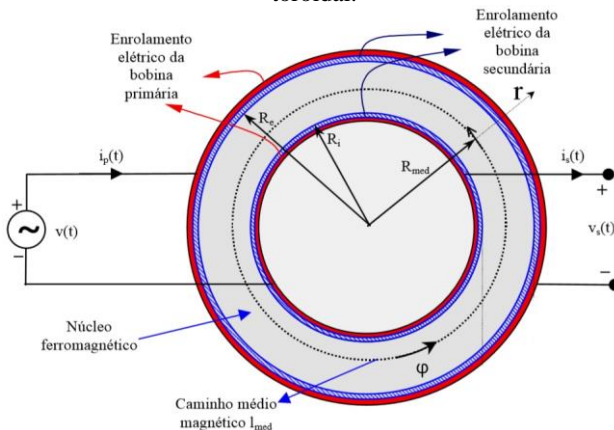
O propósito destes ensaios é o de se obter um valor de raio médio para cada valor de indução magnética em um indutor ferromagnético não-linear de forma toroidal. Com isso, buscou-se representar a variação do caminho médio magnético neste equipamento, o qual é dado em função do raio médio medido.

As leis que regem o acoplamento entre as grandezas elétricas e magnéticas da estrutura eletromagnética exibida na figura 37 são as leis de Faraday e Ampère. Elas são aplicadas com o objetivo de desenvolver a análise e modelagem das perdas e dos fenômenos associados, tanto teórico como experimentalmente. A abordagem aqui é realizada sob o ponto de vista do núcleo ferromagnético toroidal.

As grandezas campo e indução magnética são medidas a partir das grandezas elétricas envolvidas, tensão e corrente. Para isto, mede-se simultaneamente tensão e corrente em dois canais de um osciloscópio.

O enrolamento primário do núcleo é alimentado por uma fonte senoidal de energia elétrica $v(t)$ variável em amplitude. Com isso, é mensurada a corrente elétrica variável $i_p(t)$ que percorre este enrolamento. Este valor medido pode ser diretamente convertido para um valor de campo magnético por meio da aplicação da Lei de Ampère. Simultaneamente, obtém-se a tensão de saída do enrolamento secundário $v_s(t)$, valor este que pode ser utilizado para o cálculo da indução magnética através da Lei de Faraday.

Figura 37: Estrutura eletromagnética de um transformador com núcleo na forma toroidal.



Fonte: [10].

As seguintes considerações são assumidas para este modelo eletromagnético:

- I. Não há fluxo magnético disperso, ou seja, o acoplamento entre os enrolamentos primário e secundário é perfeito;
- II. Não há resistência elétrica nos condutores do sistema;
- III. As capacitâncias elétricas entre espiras de uma mesma bobina, ou entre bobinas e bobina e/ou espiras ao potencial elétrico de referência nulo são desprezadas. Este fenômeno de acoplamento elétrico é negligenciado em todo o trabalho;
- IV. O fenômeno de efeito pelicular é desprezado;
- V. As grandezas vetoriais campo magnético e indução magnética são tratadas em apenas uma direção de variação no processo de magnetização e, portanto, experimentalmente são tidas como escalares.

5.2.1 Lei de Faraday

Por meio da Lei de Faraday, equação (5.6), obtém-se a força eletromotriz *f.e.m.* nos terminais da bobina do secundário, ou seja, a tensão elétrica induzida $v_s(t)$ no enrolamento secundário composto por N_s espiras.

$$v_s(t) = f.e.m. = \frac{\partial(N_s\varphi)}{\partial t} \quad (5.6)$$

A Lei de Faraday rege uma relação entre grandezas elétricas e magnéticas no domínio do tempo, relacionando o fluxo magnético φ do núcleo com a tensão induzida no secundário. Como já tratado no capítulo 2, o fluxo magnético é um valor escalar que equivale ao número de linhas de campo contínuas que atravessam uma dada seção transversal, formando um caminho fechado.

Fisicamente, a indução magnética é distribuída no espaço conforme o campo magnético se distribui no material ou no vácuo. A distribuição é função da própria intensidade de campo, do meio e da forma física da estrutura eletromagnética.

Conforme equacionamento das Leis de Maxwell realizado por Batistela [10], a equação (5.7) indica que o fluxo magnético φ é conservativo, de modo que não apresenta divergência.

$$\operatorname{div}\vec{B} = 0 \quad (5.7)$$

Dessa forma, conforme [10], tem-se o fluxo em função da indução média, como indicado na equação (5.8).

$$\varphi(t) = B(t)_{med}S \quad (5.8)$$

Assim, substituindo (5.8) em (5.6), tem-se as variações instantâneas da indução magnética em função da tensão elétrica induzida em N_s espiras do secundário, dadas pela equação (5.9).

$$dB = \frac{1}{N_s \cdot S} v(t) dt \quad (5.9)$$

Por fim, integrando a equação (5.9), tem-se a equação (5.10), a qual permite a obtenção dos valores da indução magnética no indutor toroidal durante a magnetização.

$$B(t) = \frac{1}{N_s \cdot S} \int v_s(t) dt \quad (5.10)$$

5.2.2 Lei de Ampère

Ainda conforme Batistela [10], a relação entre a estrutura e a fonte de alimentação é regida pela Lei de Ampère, definida pela equação (5.11). A força magnetomotriz *f.m.m.* - grandeza responsável pela criação do campo magnético devido ao movimento de cargas elétricas - gera um campo magnético H definido sobre um caminho magnético l , com incrementos infinitesimais dl . O que relaciona o campo magnético com a fonte de energia elétrica é a corrente elétrica do enrolamento primário i_p e seu número de espiras N_p . A *f.m.m.* instantânea necessária para gerar a forma de onda do fluxo, a qual induzirá a forma de onda da tensão arbitrada no secundário é dada por:

$$N_p i_p(t) = f.m.m. = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (5.11)$$

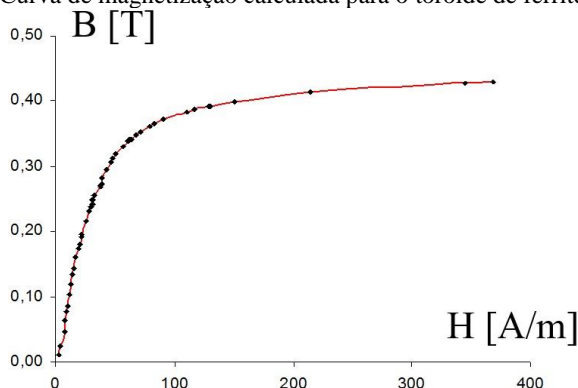
Da Lei de Ampère, calcula-se o campo magnético H conforme equação (5.12). Para isto, o campo é dado em função do tempo, devido à variação da corrente elétrica no período, e do caminho magnético, como função do raio r , visto que o campo é distribuído no espaço no domínio da variável r , que varia entre os valores do raio interno e raio externo do toroide ($Ri \leq r \leq Re$).

$$H(t, r) = \frac{N_p i_p(t)}{2\pi r} \quad (5.12)$$

Neste experimento, o valor utilizado para o raio r será o do raio geométrico calculado, equivalente à 18,6 mm.

Por fim, com as medições realizadas em laboratório, e fazendo uso das equações (5.10) e (5.12), foram obtidos os valores de campo e indução magnética. Dessa forma, para uma frequência de 50 Hz, é obtida a curva de magnetização $B \times H$ do material em estudo, que pode ser visualizada na figura 38.

Figura 38: Curva de magnetização calculada para o toroide de ferrite em estudo.



Os pontos da curva de magnetização da ferrite são mostrados na tabela 1.

Tabela 1: Pontos da curva de magnetização da ferrite do núcleo toroidal.

B [T]	H [A/m]
0,025	5
0,09	10
0,18	20
0,23	30
0,27	40
0,315	50
0,33	60
0,35	70
0,36	80
0,37	90

B [T]	H [A/m]
0,375	100
0,38	110
0,385	125
0,4	150
0,41	200
0,415	220
0,42	370

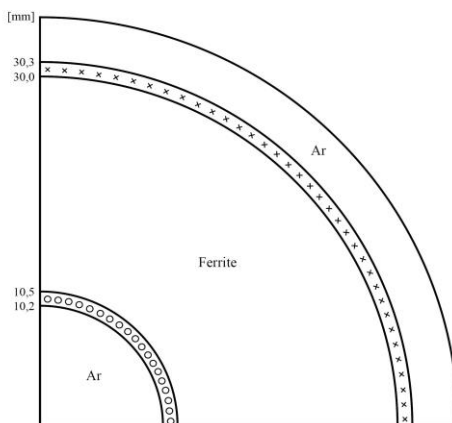
5.3 MODELAGEM

A bobina toroidal é modelada no programa EFCAD, um sistema para análise de fenômenos eletromagnéticos por meio do método de elementos finitos em duas dimensões.

Primeiramente, os pontos da curva de magnetização apresentada na figura 38 são introduzidos no programa EFP - um dos vários módulos do EFCAD - para definir as características do material utilizado. Como observado no gráfico, a saturação desta ferrite se dá para um valor de indução magnética próximo de 0,4 T quando sujeita a um campo magnetizante próximo de 200 A/m.

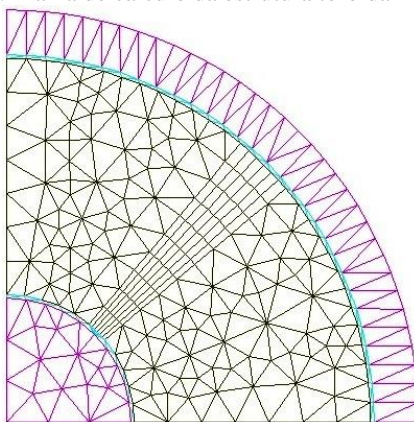
Devido à simetria do circuito ferromagnético em estudo, é possível representá-lo com apenas um quarto de sua seção transversal para a devida análise. Assim, a estrutura geométrica a ser simulada pode ser visualizada na figura 39. Para tal, é utilizado o módulo EFD para desenhá-la.

Figura 39: Bobina toroidal simulada no programa EFCAD.



Para a imposição dos materiais em cada parte da figura 39, é utilizado o módulo EFM: ferrite no núcleo da bobina, cobre na região das espiras, e ar para preencher o entorno da estrutura. Ainda no módulo EFM é definida a direção da corrente nas espiras, as condições de contorno de Dirichlet (potencial vetor magnético nulo no arco mais externo da estrutura) e, por fim, realizada a discretização da malha de cálculo, conforme observado na figura 40.

Figura 40: Malha de cálculo da estrutura toroidal no EFCAD.



Com a malha discretizada, o módulo EFCS é utilizado para realizar o cálculo estático não linear de primeira ordem (pelo método de

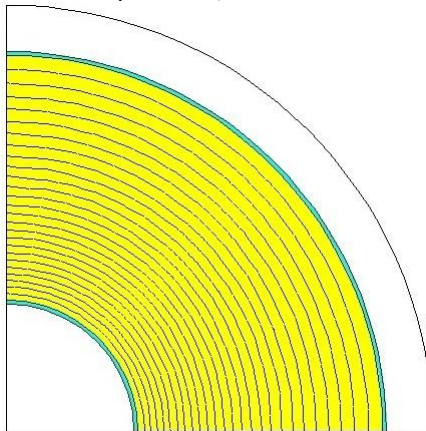
Newton-Raphson) para vários valores de corrente (valores entre 0 e 1,076 A), de forma que o núcleo possa atingir a saturação. Esta corrente é imposta no módulo pela determinação do valor da densidade de corrente J da bobina, por meio do uso da equação (5.13).

$$J = \frac{NI}{S} \quad (5.13)$$

Sabendo que o número de espiras N é 29 e a área de seção transversal S da bobina equivale a $19,5 \text{ mm}^2$, tem-se que o valor máximo de densidade de corrente simulada é de $1,6 \text{ A/mm}^2$.

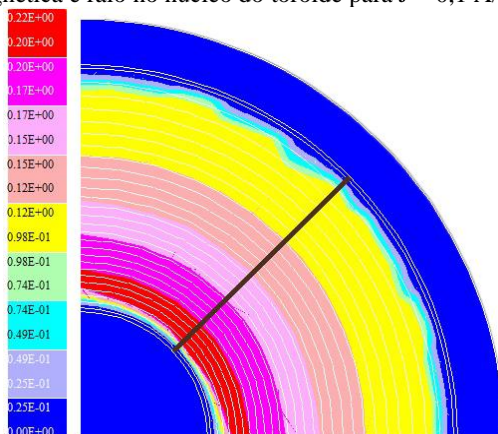
Após a realização dos cálculos no módulo EFCS, a estrutura modelada pode ser analisada no módulo EFGN, como mostrado na figura 41. Nesta figura são mostradas as linhas de fluxo magnético no interior do domínio de cálculo.

Figura 41: Distribuição das linhas de fluxo magnético no domínio de cálculo para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.



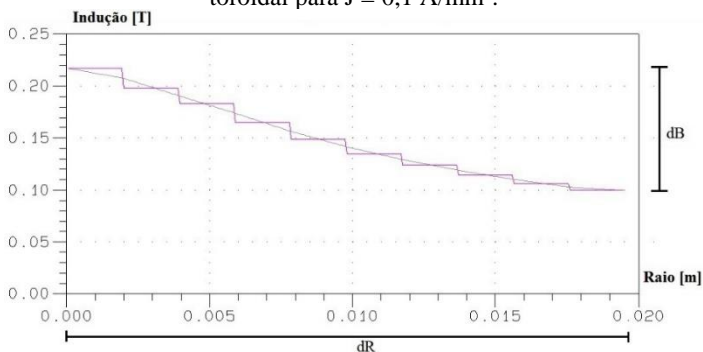
Neste módulo, para cada valor de densidade de corrente simulado, é obtida uma relação gráfica entre os valores de indução magnética B e o raio R no núcleo do toroide. Tal relação é obtida fazendo-se um corte do raio interno até o raio externo da estrutura, conforme indicado na figura 42.

Figura 42: Corte feito na estrutura para obter relação gráfica entre indução magnética e raio no núcleo do toroide para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.



O gráfico de como os valores de indução são distribuídos ao longo do raio do toroide é mostrado na figura 43. Neste caso, o gráfico apresentado é para uma densidade de corrente de $0,1 \text{ A/mm}^2$. É notável como o fluxo magnético ao longo da seção transversal do toroide é distribuído de forma não homogênea, apresentando uma maior concentração na região mais próxima ao raio interno do toroide. Este fenômeno é observado desde a aplicação de pequenos campos ao material até o ponto de saturação.

Figura 43: Gráfico da variação da indução magnética ao longo do raio do toroidal para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.



5.4 METODOLOGIA PARA AVALIAÇÃO DO CAMINHO MÉDIO

A partir de dados como os do gráfico apresentado na figura 43, para valores crescentes de densidade de corrente, pode-se obter os valores de indução média B_m e de raio médio R_m para cada valor de densidade de corrente simulado. Para isso, é utilizada a equação (5.14), a qual define o valor médio $\overline{g(x)}$ de uma função $g(x)$ qualquer, sendo a e b os limites do intervalo.

$$\overline{g(x)} = \left(\frac{1}{b-a}\right) \int_a^b g(x) dx \quad (5.14)$$

Assim, tem-se as equações (5.15) e (5.16) para o cálculo dos valores de indução média B_m e de raio médio R_m , respectivamente. ΔR e ΔB representam a diferença entre os limites de cada intervalo no gráfico.

$$B_m = \left(\frac{1}{\Delta R}\right) \int B dR \quad (5.15)$$

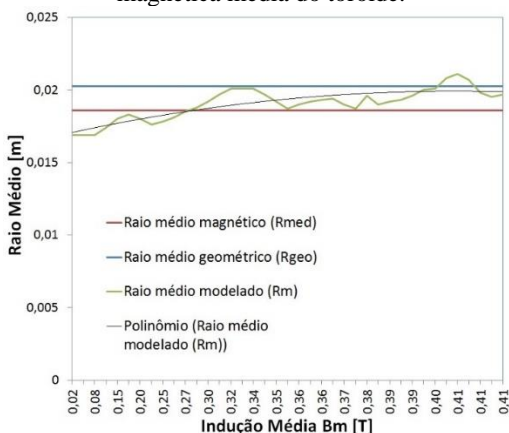
$$R_m = \left(\frac{1}{\Delta B}\right) \int R dB \quad (5.16)$$

Sabendo que a integral de uma função determina a área sob uma curva no plano cartesiano, pode-se definir o termo $\int B dR$ como a área total do gráfico obtido na figura 43, e o termo $\int R dB$ como a área da região na qual existe variação da indução magnética dB no gráfico.

Na tabela 5 do apêndice são exibidos todos os valores calculados de indução média B_m e de raio médio R_m para o respectivo valor imposto de densidade de corrente no ensaio.

Obtidos estes valores, traça-se o gráfico do raio médio em função dos valores calculados de indução média. Para efeito comparativo, pode-se apresentar no mesmo gráfico os valores calculados anteriormente de raio médio geométrico e raio médio magnético do toroide, como observado na figura 44.

Figura 44: Gráfico dos raios em função dos valores calculados de indução magnética média do toroide.



Como pode ser comprovado nas figuras 42 e 43, o valor de indução magnética no interior do núcleo toroidal não é constante, variando ao longo da extensão do raio da seção toroidal.

Nota-se também que é possível obter uma equação do raio médio em função do valor da indução magnética, que pode ser escrita conforme equação (5.17).

$$R_m = -9.10^{-6}B^2 + 0,0004B + 0,0156 \quad (5.17)$$

Com esta simulação, mostra-se também que o cálculo do caminho médio magnético l_m do transformador toroidal, equação (5.4), pode ser mais exato quando calculado fazendo-se uso da equação (5.5) de raio médio magnético. Isto porque o raio médio obtido na simulação tende a ser mais próximo do valor do raio médio magnético que do raio médio geométrico calculado pela equação (5.3). Como prova, além do gráfico da figura 44, é feita uma média aritmética de todos os raios médios simulados no programa EFCAD. Esta média dos raios $\overline{R_m}$ resultou em um valor de 19,0 mm, muito mais próximo do valor de raio médio magnético (18,6 mm) que do raio médio geométrico (20,25 mm) calculado.

Entretanto, apesar do raio médio magnético representar um valor mais próximo do modelado durante todo o processo de magnetização do dispositivo, a curva do raio modelado tende a se aproximar do valor de

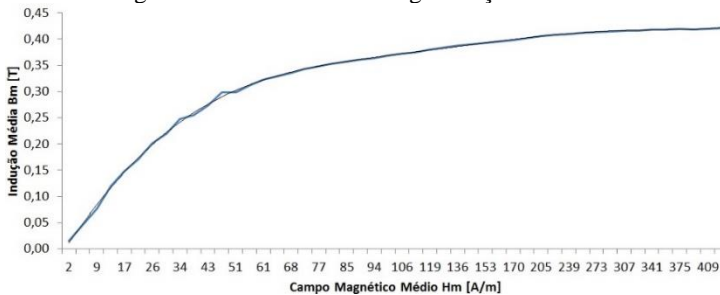
raio médio geométrico quando o material se encontra no estado de saturação magnética, como observado no gráfico da figura 44.

Assim, com o novo valor de raio médio \overline{R}_m obtido, calcula-se os valores de intensidade de campo magnético médio H_m para cada valor de corrente I , conforme equação (5.18).

$$H_m = \frac{NI}{2\pi\overline{R}_m} = \frac{NI}{L_m} \quad (5.18)$$

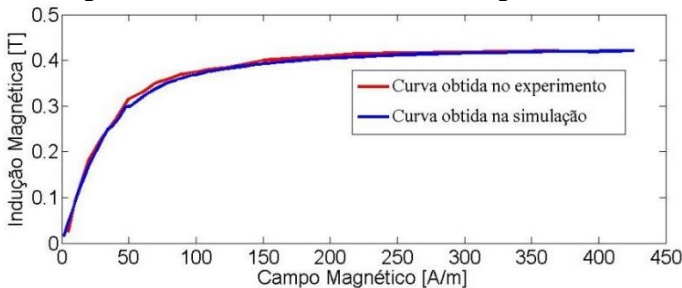
Dessa forma é possível traçar a nova curva de magnetização B-H do material em relação à curva da figura 38. Utilizando os valores obtidos de indução média B_m , pode-se observar a nova curva na figura 45.

Figura 45: Nova curva de magnetização da ferrite.



No gráfico da figura 46 pode-se comparar a curva obtida experimentalmente com a obtida na simulação.

Figura 46: Curvas BxH obtidas via modelagem.



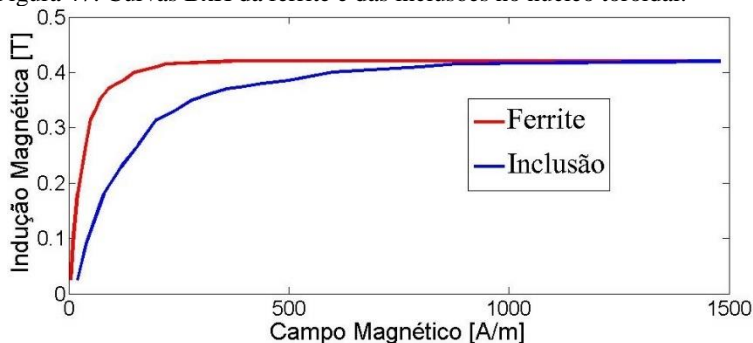
Apesar de muito semelhantes, a curva obtida na simulação, a partir do início da região do joelho da curva, apresenta diferença em

relação à curva medida, de modo que necessita a aplicação de um campo magnético de maior intensidade para atingir o estado de saturação.

Como tratado no capítulo anterior, a presença de inclusões na estrutura cristalina de materiais ferromagnéticos pode afetar o modo como o fluxo magnético se distribui no interior deles. Por isso, é realizada uma nova modelagem do mesmo toroide no programa EFCAD, desta vez com a inserção de inclusões na seção magnética efetiva dele. Dessa forma, pode-se realizar uma análise qualitativa da influência das inclusões em estruturas eletromagnéticas.

A curva de magnetização da inclusão inserida no núcleo toroidal é comparada com a curva de magnetização da ferrite que constitui o núcleo na figura 47.

Figura 47: Curvas BxH da ferrite e das inclusões no núcleo toroidal.



Os pontos da curva de magnetização da inclusão são mostrados na tabela 2.

Tabela 2: Pontos da curva de magnetização da inclusão inserida no núcleo toroidal.

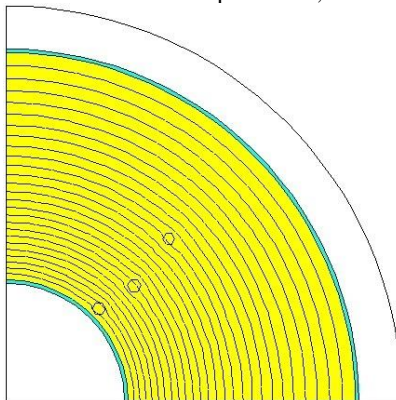
B [T]	H [A/m]
0,025	20
0,09	40
0,18	80
0,23	120
0,27	160
0,315	200
0,33	240

B [T]	H [A/m]
0,35	280
0,36	320
0,37	360
0,375	400
0,38	440
0,385	500
0,4	600
0,41	800
0,415	880
0,42	1480

Da mesma forma que a modelagem anterior, o toroide com inclusões é desenhado no módulo EFD com as mesmas dimensões, e modelado no módulo EFM com as mesmas características. No módulo EFCS também são impostos os mesmos valores de densidade de corrente, mostrados na tabela 6 do Apêndice.

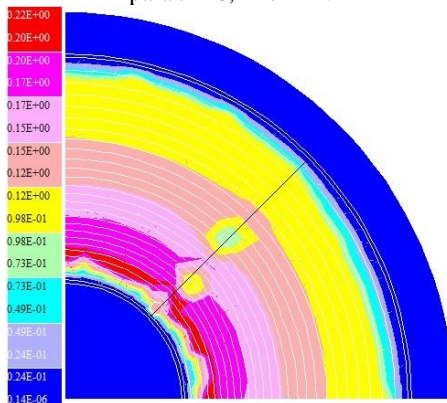
No módulo EFGN pode-se analisar o comportamento das linhas de fluxo no domínio de cálculo da estrutura modelada. Como mostrado na figura 48, existe uma distorção do fluxo nas regiões próximas às inclusões.

Figura 48: Distribuição das linhas de fluxo magnético no domínio de cálculo do toroide com inclusões para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.



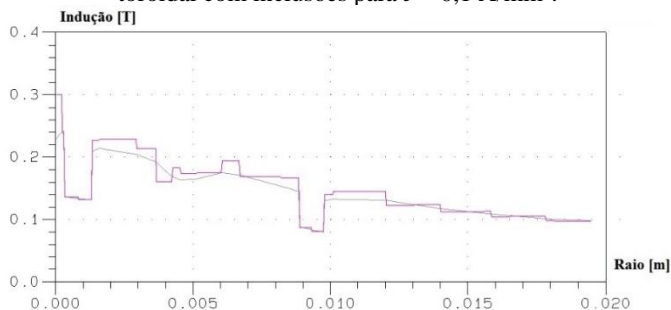
Na figura 49 também é observada uma variação dos valores de indução magnética nas regiões próximas às inclusões.

Figura 49: Distribuição da indução magnética no núcleo toroidal com inclusões para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.



Como feito para o toroide sem inclusões, é também realizado um corte na seção transversal da estrutura, como indicado na figura 49. Dessa forma, é obtido o gráfico dos valores de indução magnética ao longo do corte realizado para uma densidade de corrente de $0,1 \text{ A/mm}^2$, como mostrado na figura 50. É visível a ocorrência de uma queda brusca dos valores de indução quando as linhas de fluxo magnético atravessam as inclusões.

Figura 50: Gráfico da variação da indução magnética ao longo do raio do toroidal com inclusões para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.

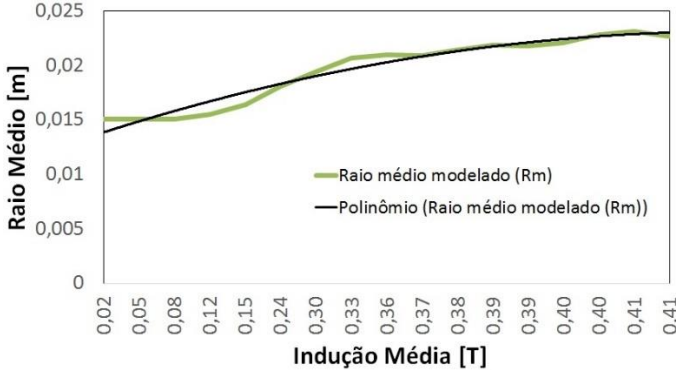


Para avaliar o comportamento do caminho médio durante o processo de magnetização do núcleo toroidal com inclusões inseridas,

obtém-se os valores de indução média B_m e de raio médio R_m para cada valor de densidade de corrente imposto à estrutura. Para tal, são novamente utilizadas as equações (5.15) e (5.16). Os valores calculados de indução média B_m e de raio médio R_m são mostrados na tabela 6 do Apêndice deste trabalho.

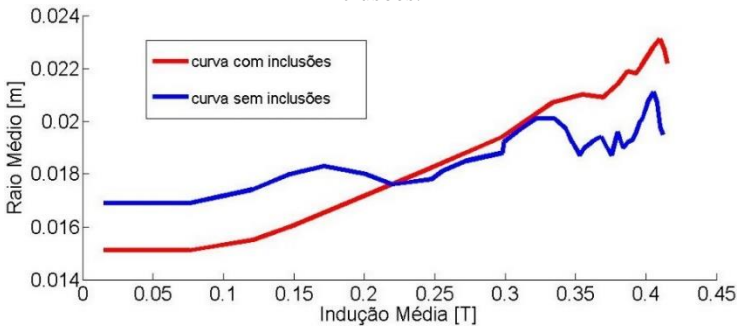
Com o cálculo destes valores, traça-se a curva do raio médio em função da indução média, mostrada na figura 51.

Figura 51: Curva $R_m \times B_m$ para o núcleo toroidal modelado com inclusões.



Para efeito comparativo, é traçada no mesmo gráfico a curva $R_m \times B_m$ da figura 44, calculada anteriormente para o núcleo toroidal sem inclusões, como observado na figura 52.

Figura 52: Curvas $R_m \times B_m$ para o núcleo toroidal modelado com e sem inclusões.



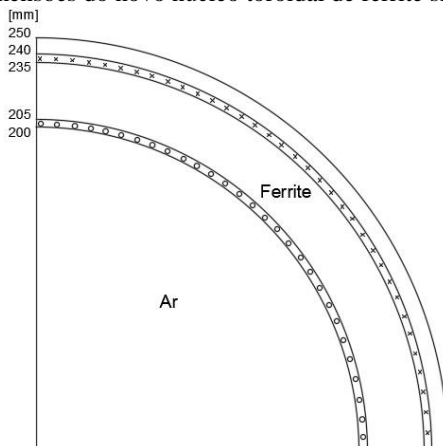
Comparando as curvas da figura 52 e os valores obtidos nas tabelas 5 e 6, nota-se que a inserção de inclusões modifica o raio de

distribuição de indução no núcleo toroidal em comparação com a curva do dispositivo sem inclusões, o que se deve à distorção de linhas de fluxo magnético que atravessam as inclusões no material.

Em relação à distribuição de fluxo, deve ser levada em consideração a geometria do dispositivo. É sabido que a forma da estrutura e as dimensões físicas dela podem ter grande influência no modo como é distribuído o fluxo magnético no interior da seção transversal de dispositivos eletromagnéticos.

Para isso, é simulado no EFCAD um novo toroide de ferrite. Em comparação ao toroide anterior, este apresenta um aumento no comprimento dos raios interno e externo, como mostrado na figura 53.

Figura 53: Dimensões do novo núcleo toroidal de ferrite simulado.



Para este novo toroide, o valor calculado por meio das equações (5.3) e (5.5) dos raios médios geométrico e magnético é o mesmo, sendo equivalente a 220 mm, ou 0,22 m.

O processo de simulação adotado é o mesmo utilizado para o toroide anterior. O material do núcleo é constituído de ferrite, as espiras são de cobre, o potencial vetor magnético é nulo no arco mais externo da estrutura e é realizada a discretização da malha de cálculo no módulo EFM.

No módulo EFCS é realizado o cálculo estático não linear de primeira ordem pelo método de Newton-Raphson por meio da imposição de valores de densidade de corrente. O resultado pode ser visualizado nas figuras 54 e 55, nas quais é possível notar a existência de uma distribuição homogênea de fluxo na seção transversal do núcleo

toroidal, para um valor de densidade de corrente J de $0,01 \text{ A/mm}^2$. Esta forma de distribuição de fluxo é mantida para qualquer valor imposto de densidade de corrente.

Figura 54: Distribuição uniforme da indução magnética no núcleo toroidal para J de $0,01 \text{ A/mm}^2$.

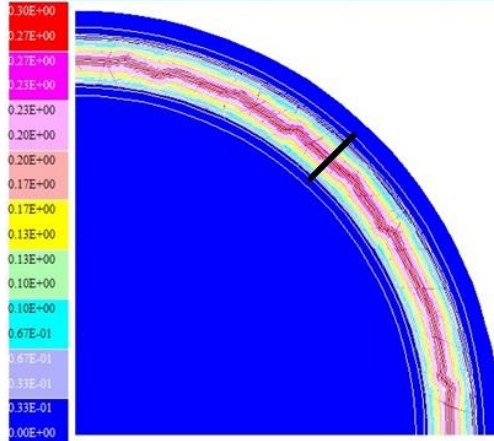
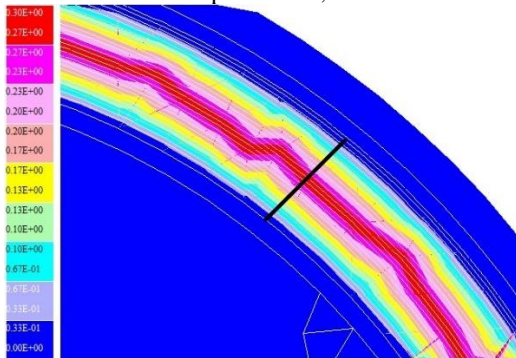
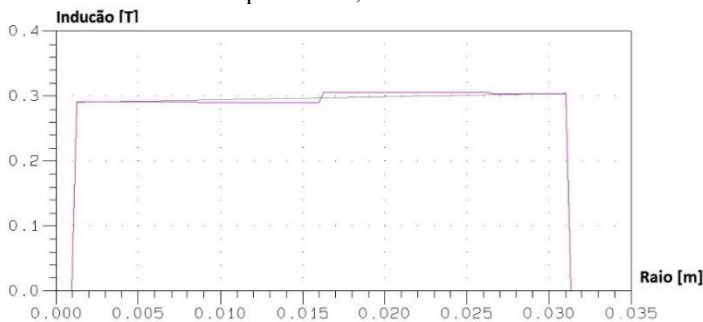


Figura 55: Imagem aproximada da distribuição uniforme da indução magnética no núcleo toroidal para J de $0,01 \text{ A/mm}^2$.



Para efeito de comparação, é também realizado um corte na seção transversal do toroide para analisar a variação dos valores de indução ao longo dela por meio do gráfico apresentado na figura 56. Ao comparar com o gráfico da figura 43, comprova-se que o aumento nos comprimentos dos raios interno e raio externo tende a contribuir para uma distribuição de fluxo uniforme no núcleo do dispositivo.

Figura 56: Gráfico dos valores de indução magnética ao longo do núcleo toroidal para J de $0,01 \text{ A/mm}^2$.



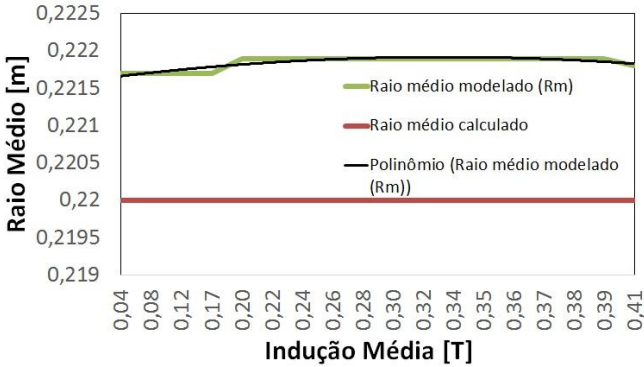
Logo, dada a geometria do dispositivo, a indução apresenta pouca variação ao longo do raio da estrutura para um determinado valor de corrente imposto ao enrolamento primário do transformador toroidal.

Para avaliar o comportamento do caminho médio deste toroide durante o processo de magnetização, são impostos diversos valores de densidade de corrente à estrutura, tal como realizado para o toroide anterior. A partir de cada valor de densidade de corrente imposto no módulo EFCS, obtém-se no módulo EFGN um gráfico da distribuição de indução ao longo do corte realizado no raio toroidal. A partir de cada um destes gráficos calcula-se o valor de indução magnética e raio médio para cada valor de corrente imposto ao dispositivo por meio das equações (5.15) e (5.16), respectivamente.

Na tabela 7 do apêndice são exibidos todos os valores calculados de indução média B_m e de raio médio R_m para o respectivo valor imposto de densidade de corrente no ensaio.

Com os valores calculados da tabela 7, traça-se o gráfico do raio médio em função da indução média, como observado na figura 57. No mesmo gráfico, é também traçado o valor calculado de raio médio pelas equações (5.3) e (5.5).

Figura 57: Curva $R_m \times B_m$ para o novo núcleo toroidal modelado.



Comparando o valor de raio médio modelado com o calculado no gráfico 57, nota-se que não existe diferença significativa entre eles.

Além disso, desde o início do processo de magnetização até o estado de saturação do material, o caminho médio do núcleo toroidal é praticamente constante, ao contrário do observado no gráfico da figura 44 para o primeiro toroide modelado. Assim, pode-se inferir que o comportamento magnético do material está intimamente relacionado com a geometria física dele.

Este toroide de raios interno e externo mais compridos é também modelado com a inserção de inclusões em seu núcleo toroidal. A inclusão inserida nele é a mesma utilizada para o primeiro toroide modelado, definida pelos pontos da tabela 2 e pela curva de magnetização da figura 47.

Assim, o toroide com a inclusão é desenhado no módulo EFD com as mesmas dimensões, e modelado no módulo EFM com as mesmas características. No módulo EFCS também são impostos os mesmos valores de densidade de corrente, mostrados na tabela 8 do Apêndice.

No módulo EFGN é analisado o comportamento das linhas de fluxo no domínio de cálculo do toroide modelado. Como mostrado nas figuras 58 e 59, existe uma distorção de fluxo nas regiões próximas às inclusões.

Figura 58: Distribuição das linhas de fluxo magnético no domínio de cálculo do toroide com inclusões para $J = 0,01 \text{ A/mm}^2$.

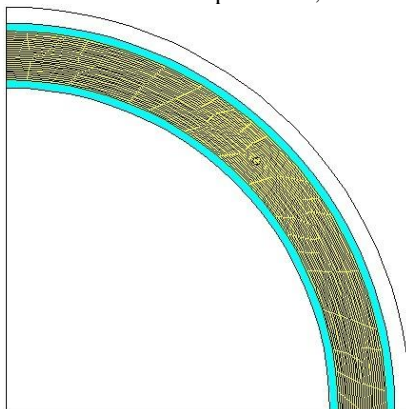
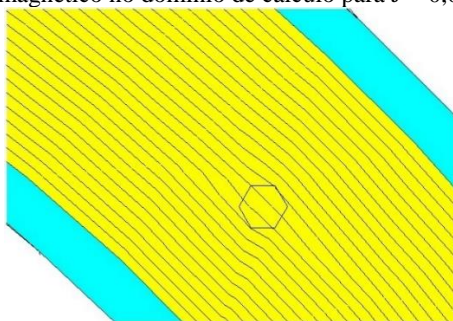


Figura 59: Imagem aproximada na região da inclusão da distribuição das linhas de fluxo magnético no domínio de cálculo para $J = 0,01 \text{ A/mm}^2$.



Nas figuras 60 e 61 também é observada uma variação dos valores de indução nas regiões próximas à inclusão.

Figura 60: Distribuição da indução magnética no núcleo toroidal com inclusões para $J = 0,01 \text{ A/mm}^2$.

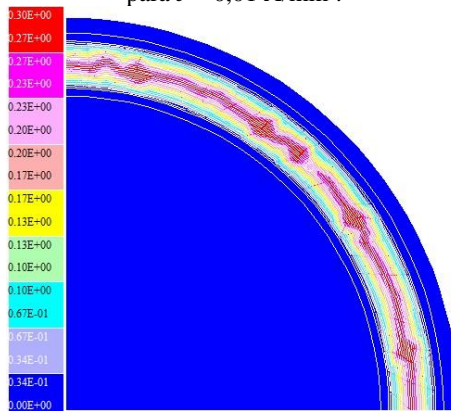
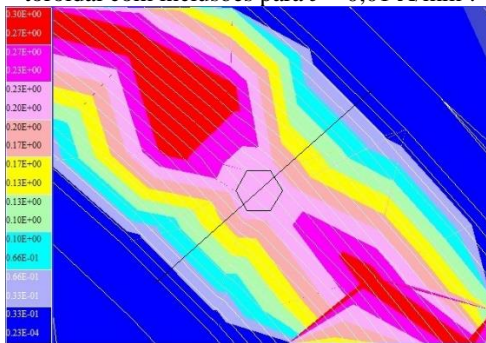
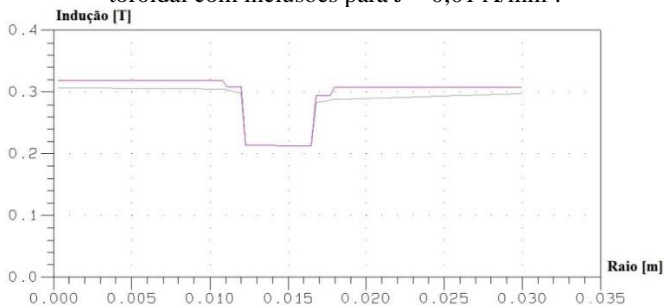


Figura 61: Imagem aproximada da distribuição da indução magnética no núcleo toroidal com inclusões para $J = 0,01 \text{ A/mm}^2$.



Como indicado na figura 61, é realizado um corte do raio interno ao raio externo do toroide para obter o gráfico dos valores de indução ao longo do raio toroidal. Este gráfico, para um valor de densidade de corrente de $0,01 \text{ A/mm}^2$, pode ser visualizado na figura 62. Nele, é observada uma queda brusca dos valores de indução quando as linhas de fluxo magnético atravessam a inclusão.

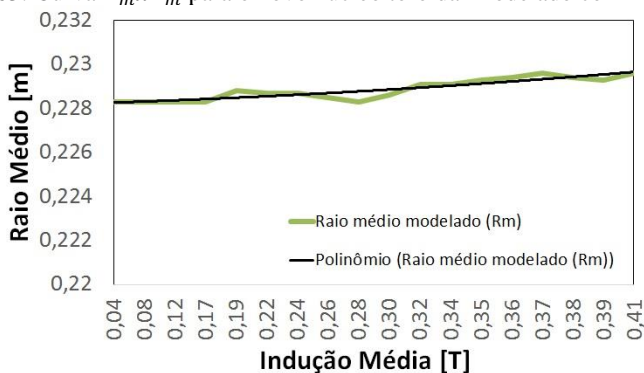
Figura 62: Gráfico da variação da indução magnética ao longo do raio do toroidal com inclusões para $J = 0,01 \text{ A/mm}^2$.



Para análise do comportamento do caminho médio durante a magnetização do núcleo toroidal com a inserção de inclusões, utiliza-se novamente as equações (5.15) e (5.16) para obtenção dos valores de indução média B_m e de raio médio R_m para cada valor de densidade de corrente imposto à estrutura, que são mostrados na tabela 8 do Apêndice deste trabalho.

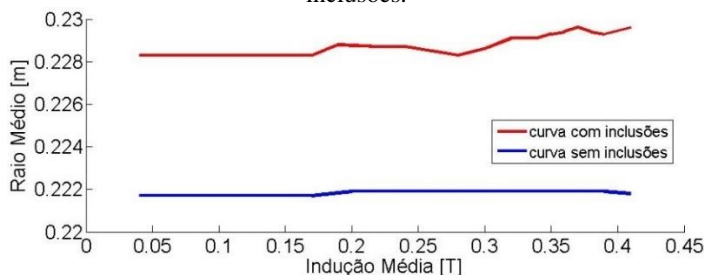
Com o cálculo destes valores, traça-se a curva do raio médio em função da indução média, mostrada na figura 63.

Figura 63: Curva $R_m \times B_m$ para o novo núcleo toroidal modelado com inclusões.



Para efeito comparativo, é traçada no mesmo gráfico a curva $R_m \times B_m$ da figura 57, calculada anteriormente para o núcleo toroidal sem inclusões, como observado na figura 64.

Figura 64: Curvas $R_m \times B_m$ para o novo núcleo toroidal modelado com e sem inclusões.



Comparando as duas curvas da figura 64 e também os valores obtidos nas tabelas 7 e 8 do Apêndice, nota-se que o caminho médio tem sua posição alterada no núcleo toroidal quando inseridas inclusões no dispositivo em comparação com o caminho médio da estrutura sem inclusões. Para o caso do toroide modelado, o raio de distribuição de indução no material com inclusões ao longo do processo de magnetização tende a aumentar de comprimento em relação ao raio do dispositivo sem inclusões.

5.5 QUADRO DE EPSTEIN

O quadro de Epstein assemelha-se a um transformador constituído por dois enrolamentos: primário e secundário. As amostras de teste formam o núcleo magnético do transformador. O quadro de Epstein apresenta ainda um “indutor mútuo” para compensar o fluxo disperso no interior das bobinas, localizado no centro do espaço formado pelos enrolamentos [17].

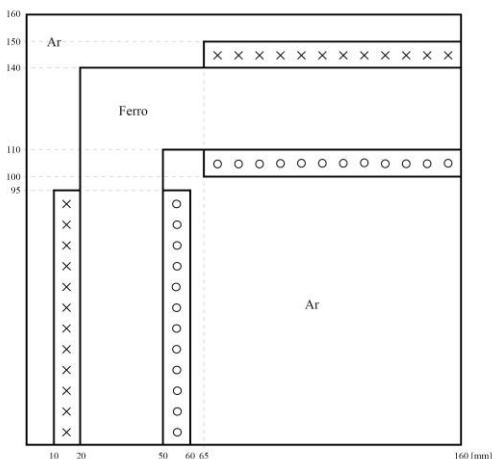
Assim como o transformador toroidal, a alimentação deste dispositivo é realizada através do enrolamento primário, enquanto no secundário, por meio da tensão elétrica induzida, é colhida uma imagem da forma de onda da indução magnética no material. Isto significa que as leis de Faraday e Ampère, respectivamente representadas pelas equações (5.10) e (5.11), também regem o comportamento do quadro de Epstein.

O objetivo neste tópico é o de fazer uma comparação entre a variação do caminho magnético da estrutura do transformador toroidal e do quadro de Epstein. Para isso, no programa EFCAD é também modelado um quadro de Epstein.

O quadro modelado é do tipo padrão 25cm, fabricado pela empresa Yokogawa, com 700 espiras de enrolamento primário e 700 para o secundário. São utilizadas neste aparelho lâminas de ferro de 28 cm de comprimento por 3 cm de largura. Nos cantos, estão sobrepostos 3 cm de uma lâmina e 3 cm da outra. O comprimento do caminho médio magnético é 0,94 m. Na figura 1 é apresentado o quadro de Epstein modelado.

Assim como feito com o toroide, o quadro de Epstein é modelado em um quarto da sua estrutura no módulo EFD, visto que ele também apresenta simetria em sua forma. Na figura 65 é exibida a estrutura modelada.

Figura 65: Quadro de Epstein modelado no EFCAD.



No módulo EFM são impostos os materiais em cada parte da estrutura e definida a direção da corrente nas espiras, como indicado na figura 65. O material utilizado para simulação do núcleo do quadro é o ferro com valor de permeabilidade relativa igual a 1000 e indução magnética de saturação equivalente a 1,9 T. Os pontos da curva de magnetização do ferro são exibidos na tabela 3.

Tabela 3: Pontos da curva de magnetização do ferro.

B [T]	H [A/m]
0,0	0,0
0,6	300
0,7	350

B [T]	H [A/m]
0,8	410
0,9	500
1,0	620
1,1	800
1,2	1060
1,3	1350
1,4	1770
1,5	2500
1,6	3850
1,7	6600
1,8	11000
1,9	16000

Antes da discretização da malha, é imposta a condição de contorno de Dirichlet nas faces da caixa de ar mostrada na mesma figura, definida como potencial vetor magnético nulo.

No módulo EFCS é realizado o cálculo estático não linear de primeira ordem através do método de Newton-Raphson para diversos valores impostos de densidade de corrente, até que o núcleo alcance o estado de saturação.

Após a modelagem no módulo EFM e aplicação dos cálculos no módulo EFCS, é utilizado o módulo EFGN para as análises da distribuição das linhas de fluxo magnético e da indução magnética no núcleo das lâminas do quadro nas figuras 66 e 67, respectivamente.

Figura 66: Distribuição das linhas de fluxo magnético no domínio de cálculo para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.

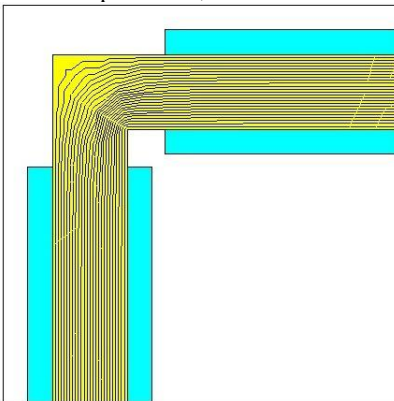
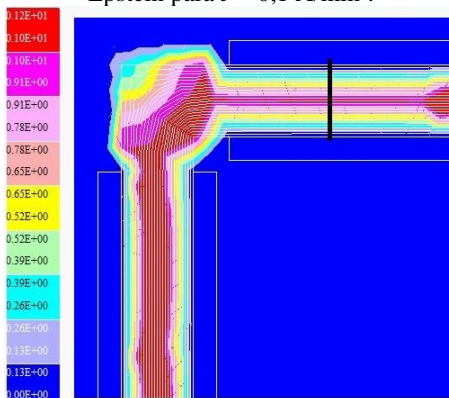
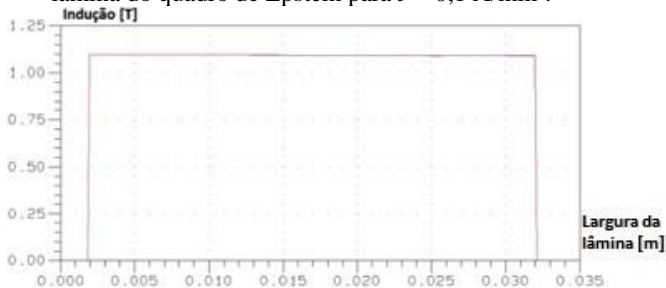


Figura 67: Distribuição uniforme da indução magnética no interior do quadro de Epstein para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.



Assim como feito para os transformadores toroidais estudados, é realizado um corte ao longo da largura de uma lâmina, como indicado na figura 67. Dessa forma, é obtido o gráfico dos valores da indução magnética ao longo da seção transversal do quadro de Epstein, observado na figura 68.

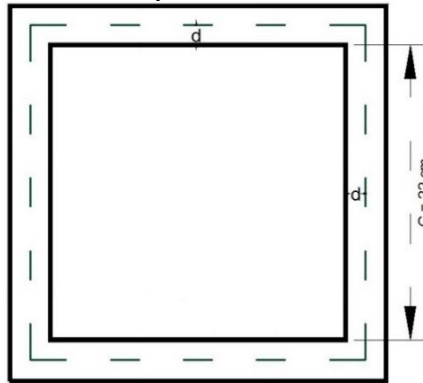
Figura 68: Gráfico dos valores de indução magnética ao longo da largura da lâmina do quadro de Epstein para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.



Como exposto nas figuras 67 e 68, a indução magnética se distribui de modo uniforme no interior das lâminas do quadro, exceto nos cantos da estrutura. Para este ensaio, o valor da densidade de corrente imposto é de $0,1 \text{ A/mm}^2$, mas essa característica é notada tanto para ensaios com imposição de valores muito reduzidos como para valores que levam o material ao estado de saturação.

Para demonstrar este comportamento homogêneo das linhas de fluxo magnético durante o processo de magnetização, foram impostos diversos valores de densidade de corrente no enrolamento primário do quadro via módulo EFCS. Para cada um destes valores de J foram utilizadas as equações (5.15) para calcular o valor de indução média e a equação (5.16) para o cálculo do ponto médio d no interior das lâminas pelo qual percorre o caminho magnético, como indicado na figura 69. Note-se aqui que a equação (5.16), antes utilizada para o cálculo do raio médio nos núcleos toroidais, é agora utilizada para calcular o ponto pelo qual passa o caminho magnético do quadro de Epstein. E o ponto d calculado representa a distância da seção interna do quadro até o caminho médio dele.

Figura 69: Ponto médio d pelo qual passa o caminho magnético do quadro de Epstein.

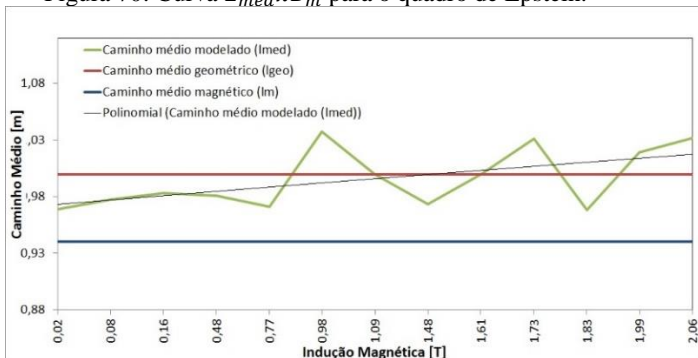


Dessa forma, obtém-se o ponto médio d para cada valor imposto de J . Em seguida, para cada valor obtido de d calcula-se o caminho médio modelado l_{med} do núcleo por meio da equação (5.19), na qual C é uma constante e representa o comprimento da seção interna do quadro, também representado na figura 69.

$$l_{med} = 4C + 8d \quad (5.19)$$

No gráfico da figura 70 é mostrada a curva dos valores de caminho médio modelado l_{med} em função da indução média B_m no núcleo do quadro. Estes valores são mostrados na tabela 9 do Apêndice deste trabalho.

Figura 70: Curva $l_{med} \times B_m$ para o quadro de Epstein.

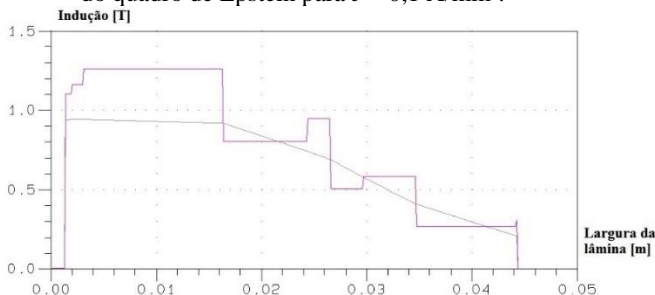


Devido às dimensões das lâminas, os limites mínimo e máximo possíveis para o comprimento do caminho médio são definidos entre 0,88 m e 1,12 m, expostos na escala do eixo vertical da figura 70. Na curva deste gráfico percebe-se como o caminho médio, além de apresentar pequena variação, se mantém muito próximo do centro da largura da lâmina, comprovando a existência de uma homogeneidade na distribuição de fluxo ao longo do processo de magnetização.

Analisando o gráfico da figura 70 e também a tabela 9 do Apêndice, constata-se que o valor do caminho médio modelado l_{med} se aproxima mais do valor calculado de caminho médio geométrico l_{geo} que do caminho médio magnético l_m . O motivo desta proximidade é que os caminhos médios modelado e geométrico desconsideram o efeito de variação da indução nos cantos do quadro de Epstein.

Por isso, são também realizados cortes em um dos cantos do quadro na figura 67 para obter os gráficos da distribuição de indução magnética neste local. O gráfico para uma densidade de corrente de 0,1 A/mm²* é exibido na figura 71, no qual nota-se uma significativa variação de indução em comparação ao gráfico da figura 68.

Figura 71: Gráfico dos valores de indução magnética ao longo de um dos cantos do quadro de Epstein para $J = 0,1$ A/mm².



Como também observado na figura 67, nos cantos do quadro de Epstein a magnetização não é distribuída de forma homogênea. Dessa forma, embora os cantos da estrutura apresentem uma variação do caminho médio, a região de maior área de seção transversal dela exhibe um comportamento uniforme de distribuição de indução, o que torna o quadro de Epstein um dispositivo muito utilizado para a medição de características magnéticas dos materiais.

A distribuição do fluxo magnético no quadro de Epstein também pode ser analisada quando inseridas inclusões no núcleo do dispositivo.

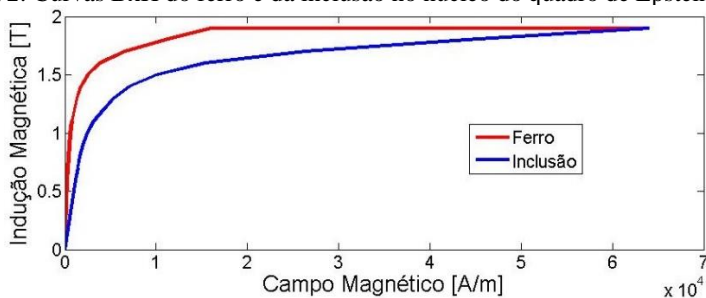
Para tal, é inserida uma inclusão com características magnéticas definidas pelos pontos B e H mostrados na tabela 4.

Tabela 4: Pontos da curva de magnetização da inclusão inserida no núcleo do quadro de Epstein.

B [T]	H [A/m]
0,0	0,0
0,6	1200
0,7	1400
0,8	1640
0,9	2000
1,0	2480
1,1	3200
1,2	4240
1,3	5400
1,4	7080
1,5	10000
1,6	15400
1,7	26400
1,8	44000
1,9	64000

A curva de magnetização do ferro é comparada com a da inclusão inserida no núcleo na figura 72.

Figura 72: Curvas $B \times H$ do ferro e da inclusão no núcleo do quadro de Epstein.



Após desenhar e modelar o quadro com a inclusão nos módulos EFD e EFM, são impostos no módulo EFCS os valores de densidade de corrente mostrados na tabela 10 do Apêndice. As linhas de fluxo magnético no domínio de cálculo são mostradas nas figuras 73 e 74, as quais são distorcidas nas regiões próximas à inclusão.

Figura 73: Distribuição das linhas de fluxo magnético no domínio de cálculo do quadro de Epstein com inclusão para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.

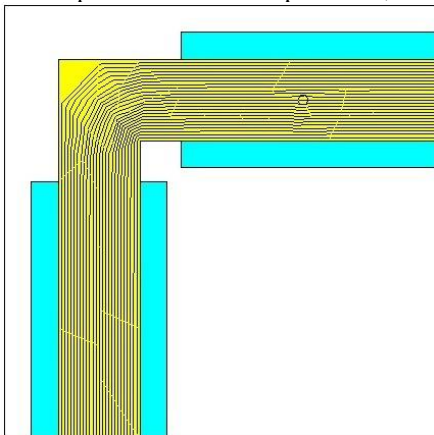
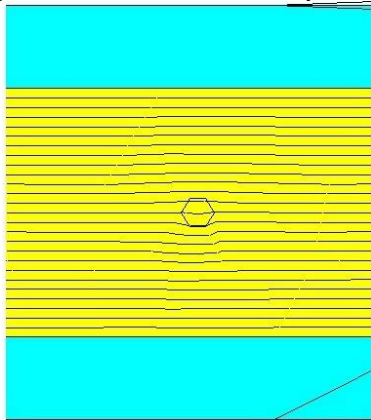


Figura 74: Imagem aproximada na região da inclusão da distribuição das linhas de fluxo magnético no domínio de cálculo para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.



Nas figuras 75 e 76 é exibida a variação dos valores de indução nas regiões próximas à inclusão.

Figura 75: Distribuição da indução magnética no quadro de Epstein com inclusões para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.

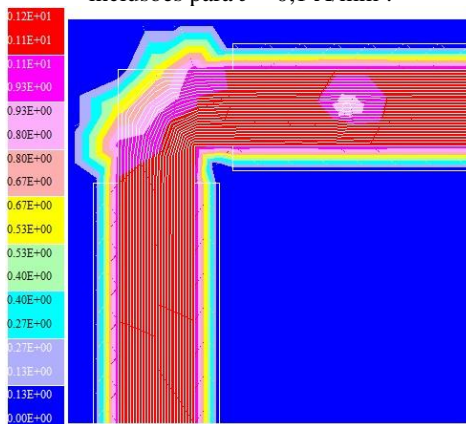
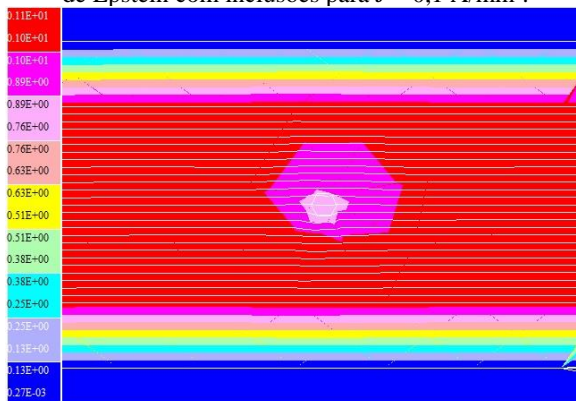
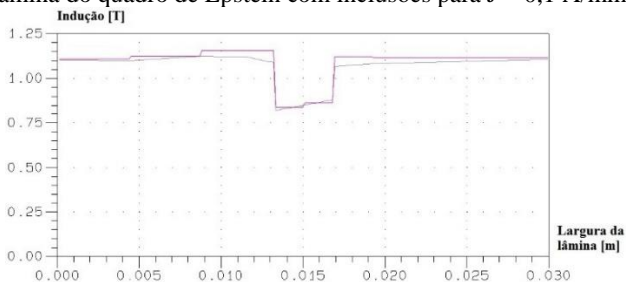


Figura 76: Imagem aproximada da distribuição da indução magnética no quadro de Epstein com inclusões para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.



O corte realizado ao longo da largura de uma lâmina permite a obtenção do gráfico dos valores de indução no sentido indicado por ele. Na figura 77 é mostrado o gráfico para um valor de densidade de corrente de $0,1 \text{ A/mm}^2$, no qual é observada uma queda dos valores de indução quando as linhas de fluxo magnético atravessam a inclusão.

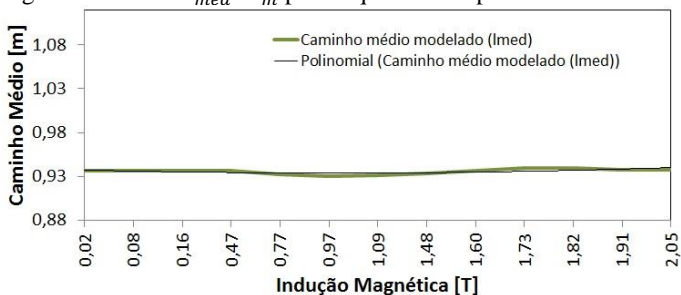
Figura 77: Gráfico dos valores de indução magnética ao longo da largura da lâmina do quadro de Epstein com inclusões para $J = 0,1 \text{ A/mm}^2$.



Através da imposição de diversos valores de densidade de corrente na estrutura modelada, e aplicação das equações (5.15), (5.16) e (5.19), são calculados valores do caminho médio modelado l_{med} .

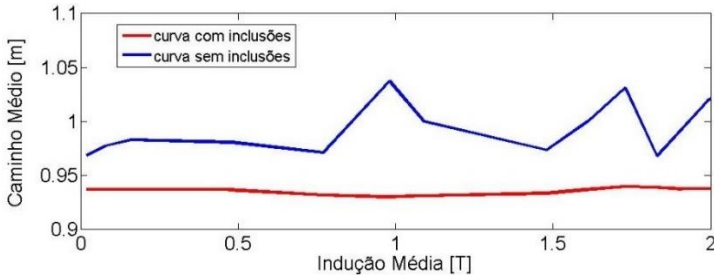
Na figura 78 é mostrada a curva dos valores de caminho médio modelado l_{med} em função da indução média B_m no núcleo do quadro com inclusão. Estes valores são mostrados na tabela 10 do Apêndice.

Figura 78: Curva $L_{med} \times B_m$ para o quadro de Epstein com inclusão.



Para efeito comparativo, é traçada no mesmo gráfico a curva $L_{med} \times B_m$ calculada anteriormente para o quadro sem a presença de inclusões, como mostrado na figura 79.

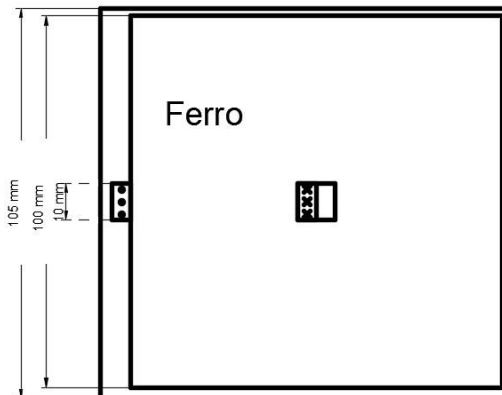
Figura 79: Curvas $L_{med} \times B_m$ para o quadro de Epstein modelado com e sem inclusões.



A partir da análise das curvas da figura 79 e dos valores calculados nas tabelas 9 e 10, é possível constatar que a inserção de inclusões no núcleo do quadro de Epstein altera o valor do caminho médio do dispositivo ao longo do processo de magnetização, como já observado para os dois núcleos toroidais modelados anteriormente.

Um dos motivos para a distribuição homogênea de indução no interior do quadro de Epstein pode ser devido às dimensões do quadro. Para comprovar esta hipótese, é modelado um outro núcleo de ferro com uma proporção de lâminas de largura maior que a do quadro de Epstein padrão, como mostrado na figura 80.

Figura 80: Dimensões do núcleo de ferro modelado no EFCAD.



Nos módulos EFM e EFCS, o núcleo de ferro da figura 80 é simulado com as mesmas características utilizadas para a simulação do quadro de Epstein. Desse modo, pode-se analisar a distribuição de fluxo

no interior da peça por meio do uso do módulo EFGN, como mostrado nas figuras 81 e 82.

Figura 81: Distribuição não uniforme da indução magnética no interior de um núcleo de ferro quadrado com lâminas de grande largura para $J = 1 \text{ A/mm}^2$.

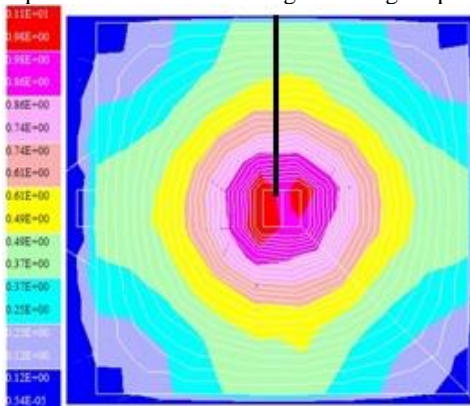
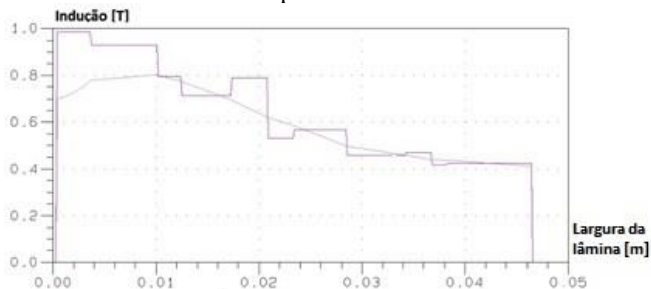


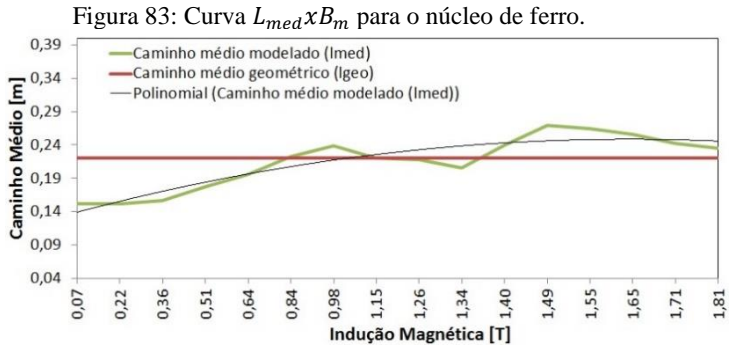
Figura 82: Gráfico dos valores de indução magnética ao longo da largura do núcleo de ferro para $J = 1 \text{ A/mm}^2$.



Para o caso específico de $J = 1 \text{ A/mm}^2$, mostrado nas figuras 81 e 82, é possível constatar uma significativa variação de indução magnética ao longo do corte realizado em uma das lâminas, de modo que os valores de indução são maiores quanto mais próximos das extremidades internas do núcleo de ferro, decrescendo quando se aproximam da extremidade mais externa.

Para avaliar o comportamento das linhas de fluxo ao longo do processo de magnetização, este dispositivo é também ensaiado para diversos valores de densidade de corrente. O resultado desta modelagem pode ser observado na tabela 11 e no gráfico da figura 83. Além disso,

no mesmo gráfico é traçada a reta que indica o valor calculado de caminho médio geométrico da estrutura, equivalente a 0,22 m.



Analisando as curvas da figura 83, tem-se que o caminho médio modelado é menor que o caminho geométrico durante o início do processo de magnetização, visto que as linhas de campo magnético se concentram na seção mais interna do núcleo. Com a elevação dos valores de campo impostos ao material, a indução magnética tende a ter uma distribuição mais homogênea no interior do núcleo, de modo que os valores de caminho geométrico e modelado se aproximam.

Comparando o caminho médio modelado para o núcleo de ferro com o quadro Epstein durante o processo de magnetização nos gráficos 70 e 83 e nas tabelas 9 e 11, nota-se uma maior variação do valor do caminho médio para o núcleo de ferro. Como já mencionado anteriormente, a geometria do circuito tem grande influência neste tipo de comportamento, de forma que alterações nas dimensões da estrutura podem afetar de forma significativa a distribuição da indução no interior do núcleo de estruturas eletromagnéticas.

CAPÍTULO - 6 CONCLUSÃO

Conforme revisão bibliográfica realizada no quarto capítulo deste trabalho, foram apresentados diversos fenômenos que prejudicam a distribuição uniforme das linhas de fluxo no interior de materiais ferromagnéticos. Cada um desses fenômenos afeta as propriedades magnéticas da substância em diferentes graus de intensidade, de modo que podem influenciar no desempenho e qualidade do material.

Foram também tratados dois métodos de cálculo para o valor do caminho médio – geométrico e magnético - para núcleos de forma quadrada e toroidal. Por meio dos exemplos expostos, evidenciou-se a obtenção de valores diferentes para cada tipo de cálculo.

Em seguida, como estudo principal deste trabalho, foram realizadas diversas modelagens no programa EFCAD, via método dos elementos finitos, para análise do caminho médio magnético no núcleo de estruturas eletromagnéticas.

Para o primeiro núcleo toroidal modelado, tem-se uma distribuição não homogênea de fluxo magnético ao longo da seção transversal dele. Além de existir uma maior concentração de indução na região mais próxima ao raio interno do dispositivo, existe também uma significativa variação do caminho médio do circuito durante o processo de magnetização. E o raio médio modelado, que indica a distribuição de indução no núcleo toroidal e é utilizado para o cálculo do caminho médio, tende a se aproximar do valor calculado de raio geométrico quando o material se encontra no estado de saturação magnética.

Com a inserção de inclusões neste núcleo toroidal, é notada uma distorção das linhas de fluxo magnético e, portanto, uma variação dos valores de indução nas regiões próximas às inclusões ao longo de todo o processo de magnetização do dispositivo. Dessa forma, a adição de inclusões na estrutura modelada pode ter por efeito modificar o valor do caminho médio dela.

Um segundo transformador toroidal de ferrite com diferentes dimensões físicas é modelado no programa EFCAD. Devido às suas proporções, a distribuição de indução no núcleo é realizada de forma homogênea, de modo que o caminho médio é praticamente um valor constante. Além disso, o valor calculado de raio médio para a estrutura é o mesmo que o encontrado na modelagem.

Assim, em comparação com o primeiro toroide modelado, pode-se afirmar que a geometria do circuito magnético tem grande influência no comportamento magnético do material.

Este núcleo toroidal também é modelado com a adição de inclusões. Assim como observado para o toroide anterior, o caminho médio deste também tem seu valor modificado quando modelado com a inserção de inclusões.

Em vista a comparar estruturas eletromagnéticas de diferentes formatos, o quadro de Epstein também é modelado neste trabalho. Como esperado, devido à sua geometria, o caminho médio se mantém na região central da largura da lâmina, não apresentando variação significativa, o que demonstra a existência de uma homogeneidade na distribuição de fluxo durante o processo de magnetização.

Além disso, o caminho médio modelado l_{med} se aproxima mais do valor calculado de caminho médio geométrico l_{geo} que do caminho médio magnético l_m . O motivo desta proximidade é que os caminhos médios modelado e geométrico desconsideram o efeito de variação da indução nos cantos do quadro de Epstein. Aliás, este efeito é também apresentado no trabalho por meio da simulação no programa EFCAD da magnetização da estrutura em um dos cantos dela. Como mostrado, existe uma expressiva variação de indução nesta região.

A distribuição do fluxo magnético no quadro de Epstein também é modelada com a adição de inclusões ao núcleo da estrutura. Como já observado para os transformadores de forma toroidal, as linhas de fluxo magnético são distorcidas quanto mais próximas das inclusões, alterando também o valor do caminho médio em comparação com a estrutura modelada sem inclusões.

Em seguida, um novo núcleo de forma quadrada é modelado no programa EFCAD. Com lâminas de largura proporcionalmente maior que a do quadro de Epstein, o objetivo deste ensaio é o de demonstrar a influência da geometria da estrutura nas características magnéticas dela. Assim, enquanto no quadro de Epstein a indução se distribui uniformemente ao longo da largura de uma lâmina, neste novo núcleo os valores de indução são mais elevados nas extremidades internas das lâminas, decrescendo quando se aproximam das extremidades mais externas. Além disso, ao contrário do quadro de Epstein, o novo núcleo quadrado modelado apresenta significativa variação de caminho médio durante seu processo de magnetização.

Por fim, conforme estudos e ensaios realizados nesta dissertação, pode-se afirmar que o comportamento e as características magnéticas de uma estrutura eletromagnética podem ser fortemente influenciados pela existência de inclusões no núcleo, e também pela simples modificação da sua geometria.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestão para trabalhos futuros, pode-se fazer um estudo de outros fenômenos que também contribuem para a variação do caminho médio magnético em estruturas eletromagnéticas. Alguns, inclusive, são citados neste trabalho, como efeito pelicular, correntes induzidas e tamanhos e ligações dos grãos.

No quarto capítulo deste trabalho é descrito de maneira geral e teórica como alguns fenômenos alteram a equidade local de indução magnética no interior de materiais ferromagnéticos. Em trabalhos futuros podem ser realizados ensaios específicos em laboratório no material estudado para detalhar como cada um destes fenômenos altera as características magnéticas dele. Por exemplo, pode-se submeter o material a variadas direções de magnetização para investigar detalhadamente como a anisotropia magnética o influencia, submeter a substância a diferentes temperaturas e forças mecânicas, entre outros, de forma a comparar e quantificar como cada um destes fenômenos pode afetar o material em estudo.

Sugere-se também que, na continuidade deste trabalho, o núcleo das estruturas seja modelado através de modelos anisotrópicos, nos quais possam ser inseridas diferenças de permeabilidade para cada direção preferencial de magnetização no material. Assim poder-se-á inferir qualitativamente a influência deste fenômeno nas variações da distribuição do fluxo ao longo da secção transversal do dispositivo e seu efeito no caminho médio magnético da estrutura.

APÊNDICE

Nas tabelas deste apêndice são exibidos os valores calculados e obtidos nos ensaios das estruturas eletromagnéticas do trabalho, nas quais:

- J é a densidade de corrente imposta ao enrolamento primário do transformador toroidal no módulo EFCAD do programa EFCAD, calculada por meio da equação (5.13);
- I representa a corrente imposta no enrolamento primário do transformador toroidal;
- Rm é o raio médio calculado por meio da equação (5.16);
- Bm é a indução magnética média calculada por meio da equação (5.15);
- Hm simboliza o campo magnético médio calculado através da equação (5.18).

Tabela 5: Valores obtidos na modelagem do toroide.

J [A/mm ²]	I [A]	Rm [m]	Bm [T]	Hm [A/m]
0,01	0,0067	0,0169	0,015	1,7
0,03	0,0202	0,0169	0,046	5,1
0,05	0,0336	0,0169	0,076	8,5
0,08	0,0538	0,0174	0,120	13,6
0,1	0,0672	0,018	0,147	17,0
0,12	0,0807	0,0183	0,171	20,5
0,15	0,1009	0,018	0,201	25,6
0,17	0,1143	0,0176	0,220	29,0
0,2	0,1345	0,0178	0,248	34,1
0,22	0,1479	0,0181	0,255	37,5
0,25	0,1681	0,0185	0,273	42,6
0,28	0,1883	0,0188	0,298	47,7
0,3	0,2017	0,0192	0,299	51,1
0,33	0,2219	0,0197	0,311	56,2
0,36	0,2421	0,0201	0,322	61,4
0,38	0,2555	0,0201	0,329	64,8

<i>J</i> [A/mm²]	<i>I</i> [A]	<i>Rm</i> [m]	<i>Bm</i> [T]	<i>Hm</i> [A/m]
0,4	0,2690	0,0201	0,335	68,2
0,43	0,2891	0,0197	0,343	73,3
0,45	0,3026	0,0192	0,348	76,7
0,48	0,3228	0,0187	0,353	81,8
0,5	0,3362	0,019	0,357	85,2
0,53	0,3564	0,0192	0,361	90,3
0,55	0,3698	0,0193	0,364	93,7
0,58	0,3900	0,0194	0,368	98,9
0,62	0,4169	0,019	0,372	105,7
0,65	0,4371	0,0187	0,376	110,8
0,7	0,4707	0,0196	0,380	119,3
0,75	0,5043	0,019	0,384	127,8
0,8	0,5379	0,0192	0,387	136,4
0,85	0,5716	0,0193	0,391	144,9
0,9	0,6052	0,0196	0,393	153,4
0,95	0,6388	0,02	0,396	161,9
1	0,6724	0,0201	0,398	170,4
1,1	0,7397	0,0208	0,402	187,5
1,2	0,8069	0,0211	0,405	204,5
1,3	0,8741	0,0207	0,408	221,6
1,4	0,9414	0,0198	0,410	238,6
1,5	1,0086	0,0195	0,412	255,7
1,6	1,0759	0,0197	0,414	272,7

Tabela 6: Valores obtidos na modelagem do toroide com inclusões.

<i>J</i> [A/mm²]	<i>I</i> [A]	<i>Rm</i> [m]	<i>Bm</i> [T]	<i>Hm</i> [A/m]
0,01	0,007	0,0151	0,015	1,48
0,03	0,020	0,0151	0,045	4,45
0,05	0,034	0,0151	0,076	7,42
0,08	0,054	0,0155	0,121	11,88
0,1	0,067	0,016	0,147	14,85

<i>J</i> [A/mm²]	<i>I</i> [A]	<i>Rm</i> [m]	<i>Bm</i> [T]	<i>Hm</i> [A/m]
0,2	0,134	0,0181	0,242	29,70
0,3	0,202	0,0194	0,298	44,55
0,4	0,269	0,0207	0,334	59,40
0,5	0,336	0,021	0,355	74,25
0,6	0,403	0,0209	0,370	89,10
0,7	0,471	0,0214	0,380	103,95
0,8	0,538	0,0219	0,387	118,80
0,9	0,605	0,0218	0,393	133,64
1	0,672	0,0221	0,397	148,49
1,2	0,807	0,0228	0,405	178,19
1,4	0,941	0,0231	0,410	207,89
1,6	1,076	0,0227	0,413	237,59

Tabela 7: Valores obtidos na modelagem do novo toroide.

<i>J</i> [A/mm²]	<i>Rm</i> [m]	<i>Bm</i> [T]
0,001	0,2217	0,041
0,002	0,2217	0,083
0,003	0,2217	0,124
0,004	0,2217	0,166
0,005	0,2219	0,195
0,006	0,2219	0,218
0,007	0,2219	0,239
0,008	0,2219	0,257
0,009	0,2219	0,277
0,01	0,2219	0,297
0,012	0,2219	0,323
0,014	0,2219	0,339
0,016	0,2219	0,354
0,018	0,2219	0,363
0,02	0,2219	0,371
0,025	0,2219	0,382

<i>J</i> [A/mm²]	<i>Rm</i> [m]	<i>Bm</i> [T]
0,03	0,2219	0,393
0,04	0,2218	0,407

Tabela 8: Valores obtidos na modelagem do novo toroide com inclusões.

<i>J</i> [A/mm²]	<i>Rm</i> [m]	<i>Bm</i> [T]
0,001	0,2283	0,04
0,002	0,2283	0,08
0,003	0,2283	0,12
0,004	0,2283	0,17
0,005	0,2288	0,19
0,006	0,2287	0,22
0,007	0,2287	0,24
0,008	0,2285	0,26
0,009	0,2283	0,28
0,01	0,2286	0,30
0,012	0,2291	0,32
0,014	0,2291	0,34
0,016	0,2293	0,35
0,018	0,2294	0,36
0,02	0,2296	0,37
0,025	0,2294	0,38
0,03	0,2293	0,39
0,04	0,2296	0,41

Tabela 9: Valores obtidos na modelagem do quadro de Epstein padrão.

<i>J</i> [A/mm²]	<i>d</i> [m]	<i>Bm</i> [T]	<i>Lm</i> [m]
0,001	0,0111	0,0159	0,9688
0,005	0,0122	0,0793	0,9776
0,01	0,0129	0,1586	0,9832
0,03	0,0126	0,4759	0,9808
0,05	0,0114	0,7719	0,9712
0,075	0,0197	0,975	1,0376

J [A/mm²]	d [m]	Bm [T]	Lm [m]
0,1	0,015	1,094	1,00
0,3	0,0117	1,4837	0,9736
0,5	0,015	1,6062	1,00
1	0,0189	1,7321	1,0312
1,5	0,011	1,8273	0,968
2	0,0174	1,9888	1,0192
3	0,019	2,0591	1,032

Tabela 10: Valores obtidos na modelagem do quadro de Epstein com inclusão.

J [A/mm²]	d [m]	Bm [T]	Lm [m]
0,001	0,0071	0,0158	0,9368
0,005	0,0071	0,0789	0,9368
0,01	0,0071	0,1579	0,9368
0,03	0,0071	0,4736	0,9368
0,05	0,0065	0,7667	0,932
0,075	0,0063	0,9703	0,9304
0,1	0,0064	1,0893	0,9312
0,3	0,0067	1,4780	0,9336
0,5	0,0071	1,6021	0,9368
1	0,0075	1,7333	0,94
1,5	0,0074	1,8244	0,9392
2	0,0072	1,9065	0,9376
3	0,0072	2,0545	0,9376

Tabela 11: Valores obtidos na modelagem do núcleo de ferro.

J [A/mm²]	d [m]	Bm [T]	Lm [m]
0,1	0,0139	0,0725	0,1512
0,3	0,0139	0,2174	0,1512
0,5	0,0145	0,3577	0,156
0,75	0,0171	0,5083	0,1768
1	0,0195	0,6371	0,196

<i>J</i> [A/mm ²]	<i>d</i> [m]	<i>Bm</i> [T]	<i>Lm</i> [m]
1,5	0,0229	0,8389	0,2232
2	0,0248	0,9819	0,2384
3	0,0226	1,1549	0,2208
4	0,0223	1,2629	0,2184
5	0,0207	1,3425	0,2056
6	0,025	1,4028	0,24
8	0,0287	1,4889	0,2696
10	0,0281	1,5489	0,2648
15	0,027	1,6467	0,256
20	0,0253	1,7136	0,2424
30	0,0244	1,8144	0,2352

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Bozorth, R. M. *The Physical Basis of Ferromagnetism*. Vol. XIX, Nº1. The Bell System Technical Journal, 1940.
- [2] Bozorth, Richard. M. *Ferromagnetism*. IEEE Press, New York, 1993.
- [3] Chagas, Fábio Cardoso; Landgraf, Fernando José Gomes; Fukuhara, Marcos; Henrique, Marcos Luis; Yonamine, Taeko. *Introdução ao Estudo do Efeito das Inclusões nos Aços Elétricos*. Cbecimat - XVI Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais, Porto Alegre, 2004.
- [4] Bastos, João Pedro Assumpção. *Eletromagnetismo para Engenharia: Estática e quase Estática*. 2ª ed., Editora da UFSC, Florianópolis, 2008.
- [5] Coey, J. M. D. *Magnetism and Magnetic Materials*. Cambridge University Press, Cambridge, 2009.
- [6] Mussoi, Fernando Luiz Rosa. *Fundamentos de Eletromagnetismo*. Centro Federal de Educação Tecnológica de Santa Catarina - Departamento Acadêmico de Eletrônica. Versão 3.3, Florianópolis, 2007.
- [7] Cullity, B. D.; Graham, C. D. *Introduction to Magnetic Materials*. 2ª ed. IEEE Press, New York, 2009.
- [8] Geshev, Julian P. *Anisotropia Magnética*. Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- [9] Schimdt, Walfredo. *Materiais Elétricos – Isolantes e Magnéticos*. Vol. 2, 2ª ed., Edgard Blücher Ltda, São Paulo, 2002.
- [10] Batistela, Nelson Jhoe. *Caracterização e Modelagem Eletromagnética de Lâminas de Aço ao Silício*. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil, Florianópolis, 2001.

[11] Halliday, D.; Resnick R. *Física*. Editora LTC, volume 3, 4ª ed. Rio de Janeiro, 1994.

[12] Tipler, Paul A.; Mosca, Gene. *Física para Cientistas e Engenheiros*. Editora LTC, volume 2, 6ª ed.

[13] Santos, José Ribamar da Sliva. *Um Modelo Molecular para o Magnetismo em Ferro, Cobalto e Níquel*. Dissertação de Mestrado em Química – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2003.

[14] Smith, William F.; Hashemi, Javad. *Fundamentos de Engenharia e Ciência dos Materiais*. 5ª ed., AMGH Editora Ltda., 2012.

[15] Tumanski S. *Handbook of Magnetic Measurements*. CRC Press, New York, 2011.

[16] Garcia, João Souza Dias. *Cálculo 3D magnetostático em formulação potencial vetor utilizando o conceito de campo fonte*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil, Florianópolis, 2007.

[17] Haffner, Sérgio; Jr., Ilton A. Pereira; Mezaroba, Marcello; Pereira, Luís Alberto. *Análise e Medição de Propriedades Magnéticas dos Materiais em Diferentes Frequências e com Correção de Harmônicos*. CBA - XVIII Congresso Brasileiro de Automática, Bonito-MS, 2010.