

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
DE AUTOMAÇÃO E SISTEMAS**

Lucian Ribeiro da Silva

**CONTROLE DE SISTEMAS COM ATRASO E
SATURAÇÃO: ESTUDO COMPARATIVO ENTRE UM
GPC E UM DTC COM ANTI-WINDUP**

Florianópolis (SC)
2017

Lucian Ribeiro da Silva

**CONTROLE DE SISTEMAS COM ATRASO E
SATURAÇÃO: ESTUDO COMPARATIVO ENTRE UM
GPC E UM DTC COM ANTI-WINDUP**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas para obtenção do grau de “Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas”.

Orientador: Prof. Dr. Rodolfo César Costa Flesch, DAS-UFSC.

Coorientador: Prof. Dr. Julio Elias Normey-Rico, DAS-UFSC.

Florianópolis (SC)
2017

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Silva, Lucian Ribeiro da
Controle de Sistemas com Atraso e Saturação :
estudo comparativo entre um GPC e um DTC com anti
windup / Lucian Ribeiro da Silva ; orientador,
Rodolfo César Costa Flesch, coorientador, Julio
Elias Normey Rico, 2017.
139 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de
Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós
Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas,
Florianópolis, 2017.

Inclui referências.

1. Engenharia de Automação e Sistemas. 2.
Controle de processos. 3. Compensação de atraso de
transporte. 4. Controle de temperatura. 5. Controle
preditivo baseado em modelo. I. Flesch, Rodolfo
César Costa . II. Rico, Julio Elias Normey. III.
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de
Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas.
IV. Título.

Lucian Ribeiro da Silva

**CONTROLE DE SISTEMAS COM ATRASO E
SATURAÇÃO: ESTUDO COMPARATIVO ENTRE UM
GPC E UM DTC COM ANTI-WINDUP**

Esta dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do grau de “Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas” e aceita em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas.

Florianópolis (SC), 10 de maio de 2017.

Prof. Dr. Daniel Ferreira Coutinho
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de
Automação e Sistemas

Prof. Dr. Rodolfo César Costa Flesch
Orientador — DAS-UFSC

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Julio Elias Normey-Rico
Coorientador — Presidente — DAS-UFSC

Prof. Dr. Eugênio de Bona Castelan Neto
Examinador — DAS-UFSC

Prof. Dr. Daniel Martins Lima
Examinador — UFSC-Campus Blumenau

Prof. Dr. Aguinaldo Silveira e Silva
Examinador — EEL-UFSC

Este trabalho é dedicado à minha
família e aos meus amigos.

Agradecimentos

A minha família pelo apoio, incentivo e compreensão.

Aos meus amigos e colegas do mestrado pelo companheirismo e amizade.

Ao meu orientador, Professor Rodolfo, pela orientação, paciência e conhecimentos transmitidos durante a realização do trabalho.

Ao meu coorientador, Professor Julio, pelas sugestões e conselhos para a solução de alguns problemas enfrentados.

A CAPES pelo apoio financeiro.

Ninguém é tão grande que não possa aprender, nem tão pequeno que não possa ensinar

– Esopo

Resumo

Este trabalho apresenta diferentes estruturas de um compensador de atraso de transporte, denominado preditor de Smith filtrado, com base no controlador preditivo generalizado, em conjunto de técnicas para evitar o *windup* do controlador, causado, na maioria das vezes, pela saturação do atuador. Essa proposta tem como objetivo tratar restrições de amplitude de sinal de controle e obter um desempenho subótimo, sem a necessidade de um processo de otimização para tratar a não linearidade imposta pela restrição, como tipicamente ocorre no controlador preditivo generalizado. Foram realizadas simulações de processos abordados na literatura e o desempenho da técnica proposta foi comparado ao desempenho do controlador preditivo generalizado. Também foi realizado um estudo de caso experimental em uma bancada de ensaios que permitiu comparar os resultados da sintonia proposta e do controlador preditivo generalizado para o controle de temperatura da água de uma ducha eletrônica. Tanto os resultados de simulação quanto os experimentais demonstram que no caso de restrições de saturação da amplitude de controle a técnica proposta é capaz de alcançar desempenho de controle muito próximo do ótimo com um esforço computacional muitas ordens de grandeza menor que o demandado pelo controlador preditivo generalizado.

Palavras-chave: Controle de processos, compensação de atraso de transporte, controle de temperatura, controle preditivo baseado em modelo.

Abstract

This work presents different structures of a dead time compensator, known as filtered Smith predictor, based on the generalized predictive controller, with a set of techniques to avoid the windup of the controller, caused, in most cases, by saturation of the actuator. This proposal aims to handle control signal amplitude constraints and achieve suboptimal performance without the need of an optimization process to handle the nonlinearity imposed by the constraint, as typically occurs in the generalized predictive controller. Simulations of processes presented in the literature were performed and the performance of the proposed technique was compared to the performance of generalized predictive controller. An experimental case study was also carried out on a test rig, which was used to compare the results of the proposed tuning and the generalized predictive controller for the control of the water temperature in an electronic shower. Both the simulation results and the experimental results demonstrate that in the case of control amplitude saturation constraints the proposed technique is able to achieve control performance close to the optimum, with a computational effort many orders of magnitude smaller than that required by generalized predictive control.

Keywords: Process control, dead time compensation, temperature control, model predictive control.

Lista de Figuras

2.1	Processo com atraso de transporte (adaptado de [VISIOLI; ZHONG, 2010])	6
2.2	Estrutura do PS (adaptado de [NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007])	8
2.3	Estrutura equivalente do PS (adaptado de [VISIOLI; ZHONG, 2010])	9
2.4	Estrutura do PS com controlador equivalente (adaptado de [VISIOLI; ZHONG, 2010])	9
2.5	Estrutura do PSF (adaptado de [NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007])	11
2.6	Versão de tempo discreto da estrutura do PSF [FLESCHE et al., 2011]	12
2.7	Estrutura alternativa para a versão de tempo discreto do PSF [FLESCHE et al., 2011]	13
2.8	Diagrama de controle de um sistema discreto com não linearidade do tipo saturação	14
2.9	Comparação do controle com e sem ação anti- <i>windup</i>	17
2.10	Processo com controlador PID com a técnica <i>back-calculation</i> (adaptado de [ÅSTRÖM; RUNDQWIST, 1989])	21
2.11	Diagrama de blocos de um sistema restrito (adaptado de [FLESCHE, 2012])	22
2.12	Diagrama de blocos para a estratégia de anti- <i>windup</i> que modifica o erro atual (adaptado de [FLESCHE, 2012])	23
2.13	Atuação do MPC (adaptado de [NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007])	26
2.14	Estrutura do MPC (adaptado de [CAMACHO; BORDONS, 2013])	27
2.15	Resposta livre e resposta forçada (adaptado de [HABER et al., 2012])	30

2.16	Esquema de controle do GPC (adaptado de [CAMACHO; BORDONS, 2013])	38
2.17	Estrutura equivalente do GPC (adaptado de [NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007])	39
3.1	Estrutura equivalente ao PSF	43
3.2	Estrutura equivalente ao PSF com restrições.	44
3.3	Simulação do sistema em malha fechada com o GPC	45
3.4	Simulação do sistema em malha fechada com abordagem equivalente	47
3.5	Representação equivalente do GPC	48
3.6	Representação do GPC com termo integrador em série	51
3.7	Comparação das respostas do PSF, PSF com anti- <i>windup</i> de saturação do sinal de controle linear e GPC restrito (caso estável)	57
3.8	Erro absoluto entre o desempenho do GPC restrito e o PSF com anti- <i>windup</i> de saturação do sinal de controle linear (caso estável)	58
3.9	Comparação das respostas do PSF, PSF com anti- <i>windup</i> de algoritmo incremental, PSF com anti- <i>windup</i> de modificação da saída atual e GPC restrito (caso estável)	59
3.10	Comparação das respostas do PSF, PSF com anti- <i>windup</i> de saturação do sinal de controle linear e GPC restrito (caso instável)	61
3.11	Erro absoluto entre o desempenho do GPC restrito e o PSF com anti- <i>windup</i> de saturação do sinal de controle linear (caso instável)	62
3.12	Comparação das respostas do PSF, PSF com anti- <i>windup</i> de algoritmo incremental, PSF com anti- <i>windup</i> de modificação da saída atual e GPC restrito (caso instável)	63
3.13	Comparação das respostas do PSF, PSF com anti- <i>windup</i> de saturação do sinal de controle linear e GPC restrito (caso integrador)	65
3.14	Erro absoluto entre o desempenho do GPC restrito e o PSF com anti- <i>windup</i> de saturação do sinal de controle linear (caso integrador)	66
3.15	Comparação das respostas do PSF, PSF com anti- <i>windup</i> de algoritmo incremental, PSF com anti- <i>windup</i> de modificação da saída atual e GPC restrito (caso integrador)	67

3.16	Comparação das respostas do GPC restrito e do PSF equivalente com anti- <i>windup</i> de saturação do sinal de controle linear (caso instável especial)	70
3.17	Comparação das respostas do GPC restrito e do PSF equivalente com anti- <i>windup</i> de saturação do sinal de controle linear com λ modificado (caso instável especial)	71
3.18	Erro absoluto entre o desempenho do GPC restrito e o PSF com anti- <i>windup</i> de saturação do sinal de controle linear(caso instável especial)	72
4.1	Resposta ao degrau do sistema	74
4.2	Comparação entre a saída do processo e a saída do modelo	75
4.3	Ganho estático do processo para diferentes faixas de operação	76
4.4	Comparação entre a saída do processo e a saída do modelo para diferentes faixas de operação	77
4.5	Comparação das respostas do PSF, PSF com anti- <i>windup</i> de saturação do sinal de controle linear e GPC restrito (para $N = 60$, $N_u = 10$ e $\lambda = 350$)	79
4.6	Comparação das respostas do PSF, PSF com anti- <i>windup</i> de algoritmo incremental, PSF com anti- <i>windup</i> de modificação da saída atual e GPC restrito (para $N = 60$, $N_u = 10$ e $\lambda = 350$)	80
4.7	Comparação das respostas do PSF, PSF com anti- <i>windup</i> de saturação do sinal de controle linear e GPC restrito (para $N = 60$, $N_u = 10$ e $\lambda = 1400$)	82
4.8	Comparação das respostas do PSF, PSF com anti- <i>windup</i> de algoritmo incremental, PSF com anti- <i>windup</i> de modificação da saída atual e GPC restrito (para $N = 60$, $N_u = 10$ e $\lambda = 1400$)	83
4.9	Comparação das respostas do PSF, PSF com anti- <i>windup</i> de saturação do sinal de controle linear e GPC restrito (para $N = 5$, $N_u = 5$ e $\lambda = 350$)	84
4.10	Erro absoluto entre o desempenho do GPC restrito e o PSF com anti- <i>windup</i> de saturação do sinal de controle linear (para $N = 5$, $N_u = 5$ e $\lambda = 350$)	86
4.11	Comparação das respostas do PSF, PSF com anti- <i>windup</i> de algoritmo incremental, PSF com anti- <i>windup</i> de modificação da saída atual e GPC restrito (para $N = 5$, $N_u = 5$ e $\lambda = 350$)	87
4.12	Diagrama de Bode de $F_r(z)$ para as simulações 1, 2 e 3	88

4.13	Diagrama de Bode de $U(z)/N(z)$ para as simulações 1, 2 e 3	89
4.14	Comparação dos resultados experimentais do PSF, PSF com anti- <i>windup</i> de algoritmo incremental, PSF com anti- <i>windup</i> de modificação da saída atual e GPC restrito (para $N = 60$, $N_u = 10$ e $\lambda = 350$)	90
4.15	Comparação das respostas experimentais do PSF, PSF com anti- <i>windup</i> de algoritmo incremental, PSF com anti- <i>windup</i> de modificação da saída atual e GPC restrito (para $N = 60$, $N_u = 10$ e $\lambda = 350$)	92
4.16	Comparação dos resultados experimentais do PSF, PSF com anti- <i>windup</i> de algoritmo incremental, PSF com anti- <i>windup</i> de modificação da saída atual e GPC restrito (para $N = 60$, $N_u = 10$ e $\lambda = 1400$)	93
4.17	Comparação das respostas experimentais do PSF, PSF com anti- <i>windup</i> de algoritmo incremental, PSF com anti- <i>windup</i> de modificação da saída atual e GPC restrito (para $N = 60$, $N_u = 10$ e $\lambda = 1400$)	94
4.18	Comparação dos resultados experimentais do PSF, PSF com anti- <i>windup</i> de algoritmo incremental, PSF com anti- <i>windup</i> de modificação da saída atual e GPC restrito (para $N = 5$, $N_u = 5$ e $\lambda = 350$)	95
4.19	Comparação das respostas experimentais do PSF, PSF com anti- <i>windup</i> de algoritmo incremental, PSF com anti- <i>windup</i> de modificação da saída atual e GPC restrito (para $N = 5$, $N_u = 5$ e $\lambda = 350$)	96
A.1	Circuito interno de controle de potência da ducha	107
A.2	Arduino nano	108
A.3	Circuito de detecção de passagem por zero volt	109
A.4	Saída do retificador e sinal de detecção de passagem por zero volt	110
A.5	Circuito de disparo do TRIAC	110
A.6	Transdutor de temperatura LM35	111
A.7	Posicionamento do transdutor de temperatura	111
A.8	Controle de potência CA aplicada a uma carga	112
A.9	Arquitetura geral do sistema	113
A.10	Fluxograma do <i>software</i> embarcado	115

Lista de Tabelas

2.1	Análise do desempenho de um controlador PI com e sem ação anti- <i>windup</i>	17
3.1	Análise das técnicas para o caso estável	59
3.2	Análise das técnicas para o caso instável	64
3.3	Análise das técnicas para o caso integrador	68
4.1	Ganhos estáticos para diferentes faixas de operação . . .	77
4.2	Comparação do tempo para cálculo do sinal de controle	97

Lista de Abreviaturas e Siglas

DTC	compensador de atraso de transporte, do inglês <i>dead-time compensator</i>	1
MPC	controle preditivo baseado em modelo, do inglês <i>model predictive control</i>	1
PS	preditor de Smith	1
GPC	controlador preditivo generalizado, do inglês <i>generalized predictive controller</i>	2
PSF	preditor de Smith filtrado	3
PID	proporcional, integral e derivativo	5
MIMO	múltiplas entradas e múltiplas saídas, do inglês <i>multiple input multiple output</i>	7
ZOH	sustentador de ordem zero, do inglês <i>zero order hold</i>	11
PI	proporcional e integral	16
DMC	matriz de controle dinâmico, do inglês <i>dynamic matrix control</i>	25
RHC	horizonte de controle deslizante, do inglês <i>recending horizon control</i>	25
QDMC	controle quadrático de matriz dinâmica, do inglês <i>quadratic dynamic matrix control</i>	28
EHAC	controlador adaptativo de horizonte estendido, do inglês <i>extended horizon adaptative control</i>	28
UPC	controlador preditivo unificado, do inglês <i>unified predictive controller</i>	28
SISO	uma entrada e uma saída, do inglês <i>single input single output</i>	28
LEEM	Laboratório Experimental de Escoamento Multifásico	106
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina	106
DIAC	diodo de corrente alternada, do inglês <i>diode for alternating current</i>	106
TRIAC	triodo de corrente alternada, do inglês <i>triode for alternating current</i>	106

I/O	entrada e saída, do inglês <i>input and output</i>	108
PWM	modulação de largura de pulso, do inglês <i>pulse width modulation</i>	108
SRAM	memória estática de acesso aleatório, do inglês <i>static random access memory</i>	108
EEPROM	memória programável apagável somente de leitura, do inglês <i>electrically-erasable programmable read-only</i>	108
LED	diodo emissor de luz, do inglês <i>light emitter diode</i> .	109
GND	terra, do inglês <i>ground</i>	111
A/D	analógico digital	111
ISR	rotina de serviço, do inglês <i>instant interrupt routine</i>	114

Lista de Símbolos

s	variável complexa (transformada de Laplace)	6
$r(t)$	referência	6
$C(s)$	controlador	6
$G(s)$	modelo do processo sem atraso	6
$u(t)$	sinal de controle	6
$q(t)$	perturbação	6
$P(s)$	planta	6
$y(t)$	variável controlada	6
\mathcal{L}	transformada de Laplace	7
$\hat{y}(t)$	saída do modelo da planta com atraso	7
L_n	atraso de transporte nominal	7
$G_n(s)$	modelo nominal da planta sem atraso	7
$P_n(s)$	planta nominal do processo	8
$Y(s)$	transformada de Laplace de $y(t)$	8
$Q(s)$	transformada de Laplace de $q(t)$	8
$R(s)$	transformada de Laplace de $r(t)$	8
$F_r(s)$	filtro do preditor utilizado no PSF	10
$P_n(z)$	planta nominal discreta do processo	11
$G_n(z)$	modelo nominal discreto da planta	11
$C(z)$	controlador primário discreto	11
$n(t)$	perturbação de saída	11
$y(k)$	saída discreta do sistema	11
$r(k)$	sinal de referência discreto	11
$n(k)$	perturbação de saída discreta	11
\mathcal{Z}	transformada Z	11
$\epsilon(z)$	função de sensibilidade	11
T_s	período de amostragem	11
$F_r(z)$	filtro do preditor discreto utilizado no PSF	11
d_n	atraso discreto nominal	11
$\eta(z)$	função complementar de sensibilidade	12
$\delta P(z)$	erros de modelagem da planta	12

$\overline{\delta P}(\omega)$	limite superior para a incerteza $ \delta P(z) $	12
ω	frequência	12
$S(z)$	função de transferência estável dp PS	13
$u(k)$	sinal de controle discreto	13
$e(k)$	sinal de erro discreto	13
$u_r(k)$	sinal de controle discreto percebido pela planta . . .	13
u_{min}	valor mínimo do sinal do atuador	13
u_{max}	valor máximo do sinal do atuador	13
k	instante de amostragem	17
K_p	ganho proporcional	17
T_i	constante de tempo integral	17
T_d	constante de tempo derivativa	17
$\Delta u(k)$	incremento do sinal de controle	19
$u_r(t)$	sinal de controle percebido pela planta	19
$\phi(\cdot)$	não linearidade	22
$\hat{y}(t+j t),$	predições para a saída do sistema	26
$u(t+j)$	ações de controle futuras	26
N	horizonte de predição	26
N_u	horizonte de controle	26
$r(t+j)$	sinais de referência futuros	27
$y_f(t)$	resposta livre	29
$y_c(t)$	resposta forçada	29
$\Delta u(t+j)$	incrementos de controle futuros	29
N_1	início do horizonte de predição	30
N_2	fim do horizonte de predição	30
J	função objetivo	31
$\delta(j)$	ponderação do erro	31
$\lambda(j)$	ponderação do sinal de controle	31
Δu_{min}	mínima variação do sinal de controle	31
Δu_{max}	máxima variação do sinal de controle	31
y_{min}	valor mínimo da saída do processo	31
y_{max}	valor máximo da saída do processo	31
$T(z^{-1})$	característica estocástica do ruído	32
$\hat{\mathbf{y}}$	vetor de predições das saídas da planta	34
\mathbf{G}	matriz com os coeficientes da resposta ao degrau da planta	34
$\Delta \mathbf{u}$	vetor com os incrementos de controle futuros	34
d	atraso discreto	34
\mathbf{f}	vetor de resposta livre	35
\mathbf{Q}_δ	matriz diagonal contendo os elementos de $\delta(j), \dots$	35
\mathbf{Q}_λ	matriz diagonal contendo os elementos de $\lambda(j), \dots$	35

r	vetor de sinais de referência futuros	35
T	matriz triangular inferior cujo os elementos diferen- tes de zero são iguais a um	36
$F(z)$	filtro de referência discreto	38
$y_p(t)$	saída predita	39
$C_{eq}(z)$	controlador equivalente discreto	43
$y_{fr}(k)$	saída do processo filtrada	44
$r_f(k)$	sinal de referência filtrado	44
$C_{eqsi}(z)$	controlador equivalente sem o termo integrador . . .	51

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Problema de pesquisa	2
1.2	Objetivos	3
1.2.1	Objetivo geral	3
1.2.2	Objetivos específicos	3
1.3	Organização do trabalho	3
2	Revisão da Literatura	5
2.1	Compensadores de atraso de transporte	6
2.1.1	Preditor de Smith	6
2.1.2	Preditor de Smith filtrado	10
2.2	Técnicas de anti- <i>windup</i>	13
2.2.1	Saturação do sinal de controle linear	15
2.2.2	Algoritmo incremental	17
2.2.3	Integração condicional	19
2.2.4	<i>Back-calculation</i>	20
2.2.5	Método proposto por Bruciaplaga e Apolônio	21
2.2.6	Generalização da estratégia de Bruciaplaga e Apolônio	22
2.3	Controle preditivo baseado em modelo	24
2.3.1	Objetivo e estratégia do MPC	26
2.3.2	Modelos de predição	27
2.3.3	Resposta livre e resposta forçada	29
2.3.4	Função objetivo	30
2.3.5	Controlador preditivo generalizado	31
2.4	Comentários	41
3	Sintonia do PSF com base no GPC	42
3.1	Estrutura de controle	42
3.2	Implementação	44
3.3	Implementação das técnicas de anti- <i>windup</i>	50

3.3.1	Saturação do sinal de controle linear	50
3.3.2	Algoritmo incremental	50
3.3.3	Generalização da estratégia de Bruciaplágia e Apolônio	52
3.4	Estudos de caso por simulação	54
3.4.1	Caso estável	55
3.4.2	Caso instável	59
3.4.3	Caso integrador	63
3.4.4	Caso instável (caso especial)	68
3.5	Conclusões	70
4	Avaliação experimental das técnicas estudadas	73
4.1	Identificação do modelo da planta	73
4.2	Sintonia, simulação e análise em frequência	77
4.2.1	Simulação 1	78
4.2.2	Simulação 2	80
4.2.3	Simulação 3	82
4.2.4	Análise em frequência	85
4.3	Metodologia dos ensaios	88
4.4	Resultados experimentais	89
4.4.1	Cenário 1	90
4.4.2	Cenário 2	91
4.4.3	Cenário 3	92
4.5	Conclusões	95
5	Considerações finais	98
5.1	Sugestões para trabalhos futuros	99
	Referências	101
	Apêndice A Bancada de ensaios	106
A.1	Circuito interno original da ducha	106
A.2	Modificações no circuito da ducha	107
A.2.1	Microcontrolador	108
A.2.2	Circuitos auxiliares	109
A.2.3	Transdutor de temperatura	110
A.3	Técnica de controle de potência	112
A.4	Sistema embarcado para controle de potência	113
A.4.1	Interrupções	114
A.4.2	<i>Software</i>	114

Capítulo 1

Introdução

Boa parte dos processos industriais apresentam duas características que tornam o problema de controle mais complexo: o atraso de transporte e as restrições. Basicamente, o atraso de transporte é o tempo decorrido para que a variação no sinal de controle surta efeito na variável controlada. Segundo Camacho et al. [2012], o projeto de um controlador com parâmetros fixos que apresente um desempenho adequado para processos com atraso é complicado. As restrições referem-se às limitações físicas ou de projeto que o processo apresenta, como por exemplo a temperatura de um líquido não poder ultrapassar um determinado valor. Existem duas abordagens bastante conhecidas na literatura e muito utilizadas na indústria que visam tratar o problema gerado pelo atraso de transporte no sistema: o compensador de atraso de transporte (DTC, do inglês *dead-time compensator*) e o controle preditivo baseado em modelo (MPC, do inglês *model predictive control*). Já os problemas na indústria que envolvem restrições podem ser tratados, de forma explícita, apenas pelo MPC.

Uma estratégia de controle bastante popular, desenvolvida com o objetivo de compensar parte dos efeitos causados pelo atraso de transporte no laço de controle foi proposta por Smith [1957]. Essa estratégia, denominada preditor de Smith (PS), utiliza o modelo do processo de forma explícita para realizar uma predição da saída, eliminando os efeitos do atraso da equação característica de malha fechada. Esse tipo de abordagem ficou conhecida como compensador de atraso de transporte. O PS consegue melhorar o desempenho do controlador, em comparação com técnicas de controle clássico, justamente por eliminar o atraso de transporte da equação característica do sistema, tratando assim o problema da redução de margem de fase gerado pela presença do atraso [SMITH, 1957].

O controle preditivo baseado em modelo vem sendo bastante desenvolvido nas últimas três décadas tanto na comunidade de pesquisa na área de controle de sistemas, como também na indústria [CAMACHO; BORDONS, 2013]. O MPC é uma estratégia que faz uso explícito do modelo da planta do processo para calcular o sinal de controle que minimiza uma função objetivo, com o intuito de otimizar o comportamento futuro da saída do processo e também do esforço de controle em um horizonte deslizante [WANG, 2009]. Uma grande vantagem do MPC é que ele é capaz de lidar com restrições do processo, entretanto, o problema passa a não ter solução analítica explícita, o que acarreta a necessidade de execução de um processo de otimização em cada instante de amostragem.

1.1. Problema de pesquisa

A grande desvantagem do DTC em relação ao MPC está relacionada à incapacidade do tratamento de restrições no cálculo do sinal de controle. Essas restrições, quando não tratadas, podem gerar oscilações e até mesmo instabilidade do processo [FLESCH, 2012]. Apesar de o MPC ser capaz de lidar com restrições, o processo de otimização, dependendo dos parâmetros, pode levar muito tempo para ser solucionado, devido ao seu alto custo computacional.

Em processos que apresentam dinâmicas extremamente rápidas, a utilização do MPC fica comprometida, devido à necessidade de se executar um processo de otimização a cada período de amostragem que. Isso acarreta a necessidade de se utilizar um período de amostragem grande, o que influencia no cálculo do sinal de controle devido à falta de informações sobre a dinâmica do sistema. Por esse motivo, apesar de a literatura apresentar uma grande quantidade de abordagens diferentes de MPC, sua aplicação em sistemas com dinâmica rápida é limitada. Existem diferentes técnicas na literatura para reduzir o tempo de cálculo do problema de otimização e, dessa forma, permitir a redução do período de amostragem. Entretanto, essas técnicas tipicamente envolvem decomposições específicas, que são limitadas a determinadas classes de problemas como os abordados em [WANG; BOYD, 2010], [O'DONOGHUE et al., 2013], [ZEILINGER et al., 2011], dentre outros.

Em Normey-Rico e Camacho [2007] é apresentado que o controlador do tipo MPC, denominado controlador preditivo generalizado (GPC, do inglês *generalized predictive controller*), para o caso irrestrito, pode ser representado como um preditor de Smith filtrado (PSF)

com dois graus de liberdade. A sintonia original dessa representação equivalente pode ser modificada para melhorar a robustez do controlador frente a erros de modelagem, no entanto, apesar dessa vantagem, o controlador não é capaz de tratar restrições.

A proposta do presente trabalho é o estudo de técnicas para a sintonia de um preditor de Smith filtrado em conjunto com uma estratégia anti-*windup*, com base em um controlador GPC, que seja capaz de apresentar resultados similares aos do GPC mesmo no caso de o sistema apresentar restrições no sinal de controle. O estudo foi limitado a sistemas monovariáveis, lineares e invariantes no tempo, com restrições de saturação de amplitude do sinal de controle.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo geral

O objetivo geral do trabalho é estudar técnicas de sintonia de um compensador de atraso de transporte, denominado preditor de Smith filtrado, com ação anti-*windup*. Este compensador será sintonizado e implementado tendo como base o controlador preditivo generalizado e visando um comportamento ótimo do processo, para casos nos quais não há restrição do sinal de controle, e um comportamento subótimo para os casos em que o sistema apresenta restrições do tipo saturação de amplitude do sinal de controle.

1.2.2. Objetivos específicos

Os objetivos específicos compreendem: estudar as técnicas de compensação de atraso de transporte e de controle preditivo baseado em modelo; estudar as técnicas de anti-*windup* presentes na literatura; simular e validar os resultados do controlador proposto para diferentes tipos de processos; implementar e avaliar a proposta do controlador em uma bancada experimental composta por uma ducha eletrônica.

1.3. Organização do trabalho

O capítulo 2 apresenta a revisão da literatura envolvendo controle de sistemas com atraso, técnicas de anti-*windup* e controle preditivo baseado em modelo. O capítulo possui três seções, sendo a primeira focada na estratégia DTC denominada preditor de Smith. A segunda seção trata sobre algumas técnicas utilizadas para evitar o *windup* do

controlador. A terceira seção aborda a estratégia de controle MPC, tendo como foco principal o GPC e sua representação equivalente, para casos irrestritos, como um preditor de Smith filtrado.

O capítulo 3 apresenta a metodologia utilizada para fazer a sintonia do preditor de Smith filtrado com base no GPC, bem como os problemas numéricos enfrentados durante a implementação e a abordagem utilizada para contorná-los. Além disso, são apresentadas as abordagens e os algoritmos utilizados para a implementação das estratégias de anti-*windup* em conjunto com o preditor de Smith filtrado. A última seção desse capítulo apresenta alguns estudos de caso por simulações, sendo algumas delas de processos industriais extraídos da literatura, com o objetivo de verificar o desempenho das abordagens propostas neste trabalho e compará-las ao desempenho do GPC na presença de restrições.

O capítulo 4 mostra a avaliação da abordagem de controle proposta em uma bancada de ensaios composta por uma ducha eletrônica. A primeira seção desse capítulo apresenta os detalhes da identificação da planta do processo. A segunda seção aborda as etapas de projeto do controlador, como a sintonia, a simulação do sistema em malha fechada e a análise frequencial. A terceira e quarta seções abordam, respectivamente, a metodologia utilizada para realização dos ensaios e os resultados experimentais para três cenários de sintonia do controlador. A última seção apresenta algumas conclusões sobre as análises dos resultados experimentais apresentados.

O capítulo 5 apresenta as considerações finais e propostas para trabalhos futuros, com o objetivo de complementar e melhorar o desenvolvimento deste trabalho.

Ao final do trabalho é apresentado um apêndice abordando alguns detalhes da bancada de ensaios bem como o sistema embarcado desenvolvido para o controle de potência da ducha.

Capítulo 2

Revisão da Literatura

Muitos processos industriais apresentam atraso de transporte em seu comportamento dinâmico que podem ser causados por transporte de massa ou energia, tempo de processamento, dentre outros [NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007]. Processos com atraso de transporte são difíceis de serem controlados utilizando controladores clássicos, como o proporcional, integral e derivativo (PID), pois a variável manipulada tem influência na variável controlada apenas após passado o atraso do sistema. Isso gera uma ação de controle tardia, pois ela é baseada em um sinal de erro referente a instantes anteriores, resultando em possíveis oscilações da variável controlada [ÅSTRÖM; HAGGLUND, 1995].

A utilização de técnicas clássicas de projeto de controladores para plantas com atraso dominante (plantas com atraso maior que metade do valor da constante de tempo) não fornece um bom desempenho do controlador [NORMEY-RICO; CAMACHO, 2008]. Em virtude disso, foram desenvolvidas técnicas que utilizam o modelo da planta para fazer uma predição da saída do processo e utilizar essa informação de modo a eliminar os efeitos causados pelo atraso na equação característica, resultando em um melhor desempenho do controlador. Esses controladores que fazem uso de preditores em sua estrutura estão cada vez mais sendo utilizados em processos industriais [CAMACHO; BORDONS, 2013].

Outro grande problema nos processos industriais que torna o controle de processos mais complicado é a presença de limitações de operação, seja na variável a ser manipulada e/ou na variável a ser controlada [GALEANI et al., 2009]. Geralmente essas limitações estão relacionadas aos limites de segurança do sistema e/ou aos limites físicos do atuador. Tais características impõem não linearidades no sistema,

o que pode resultar em um baixo desempenho do controlador ou até mesmo na instabilidade do sistema [MIDDLETON, 1996].

Neste capítulo serão apresentados os principais resultados da literatura para as duas técnicas de controle mais utilizadas na indústria para o tratamento de sistemas com atraso: o DTC e o MPC. Além disso, serão apresentadas algumas técnicas que visam tratar o problema do *windup* do controlador causadas, geralmente, pela presença de restrições no processo.

2.1. Compensadores de atraso de transporte

Os compensadores de atraso de transporte surgiram com o objetivo de melhorar o comportamento de processos que possuem atraso de transporte. A grande vantagem do DTC, em relação a técnicas clássicas como o controlador PID, é que ele faz uso do modelo do processo para realizar o cálculo da ação de controle, utilizando assim a informação do atraso na definição das ações de controle [JEROME; RAY, 1986].

2.1.1. Preditor de Smith

A figura 2.1 representa a estrutura típica de controle de um processo com presença de atraso de transporte, onde $r(t)$ é o sinal de referência, $C(s)$ é o controlador, $G(s)$ é a parcela do modelo da planta sem o atraso, $u(t)$ é o sinal de controle, $q(t)$ é a perturbação, e^{-Ls} representa o atraso de transporte (que se encontra na dinâmica da planta), $P(s)$ é a planta e $y(t)$ é a variável controlada do processo.

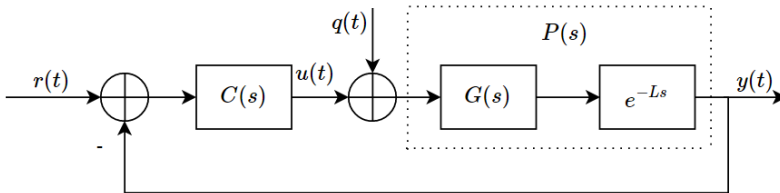


Figura 2.1: Processo com atraso de transporte (adaptado de [VISIOLI; ZHONG, 2010])

As funções de transferência de malha fechada desse processo, em relação à referência e a uma perturbação na entrada da planta, são

dadas por

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{y(t)}{r(t)} \right\} = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)e^{-Ls}}{1 + C(s)G(s)e^{-Ls}}, \quad (2.1)$$

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{y(t)}{q(t)} \right\} = \frac{Y(s)}{Q(s)} = \frac{G(s)e^{-Ls}}{1 + C(s)G(s)e^{-Ls}}, \quad (2.2)$$

onde $Y(s)$, $R(s)$ e $Q(s)$ são as transformadas de Laplace de $y(t)$, $r(t)$ e $q(t)$, respectivamente. Pode-se perceber a presença do atraso de transporte nas equações características do processo, o que acarreta características indesejáveis, como resposta transiente lenta e uma margem de fase insatisfatória [VISIOLI; ZHONG, 2010].

Uma das propostas mais populares de DTC foi o preditor de Smith [SMITH, 1957]. Muitos trabalhos com diferentes abordagens do PS foram publicados envolvendo técnicas de sintonia, análise de robustez, aplicação em processos com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO, do inglês *multiple input multiple output*), dentre outros. Uma propriedade interessante presente no PS é que a margem de fase não está associada com o atraso de transporte nominal [NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007].

A estrutura do PS pode ser vista no diagrama de blocos apresentado na figura 2.2, onde $u(t)$ é o sinal de controle, $y(t)$ a variável controlada, $q(t)$ à perturbação, $r(t)$ o sinal de referência, $\hat{y}(t)$ a saída do modelo do processo com atraso, $e_p(t)$ a diferença entre a saída do processo e a saída do modelo com atraso e $y_p(t)$ a predição de saída do modelo para L_n unidades de tempo somada à parcela que considera o erro de modelagem $e_p(t)$.

Basicamente, o PS pode ser dividido em duas partes: o controlador primário, $C(s)$, e o preditor, que é composto por um modelo da planta sem a presença do atraso de transporte, $G_n(s)$, e um modelo completo da planta levando em conta o atraso de transporte, $P_n(s) = G_n(s)e^{-L_n s}$. O modelo $G_n(s)$, também chamado de modelo rápido, é utilizado para prever as saídas futuras do processo. A diferença entre a saída do processo e a saída do modelo considerando o atraso de transporte é somada à predição da saída com o objetivo de corrigir possíveis erros de modelagem do processo e permitir a identificação de perturbações. Caso não haja erros de modelagem ($P(s) = P_n(s)$, $G(s) = G_n(s)$ e $L = L_n$) nem perturbações ($q(t) = 0$), o erro entre o modelo e o processo será zero, e a saída predita, $y_p(t)$, será a saída do processo sem atraso de transporte. Para o caso nominal (no qual o modelo representa com perfeição a planta), tem-se que a

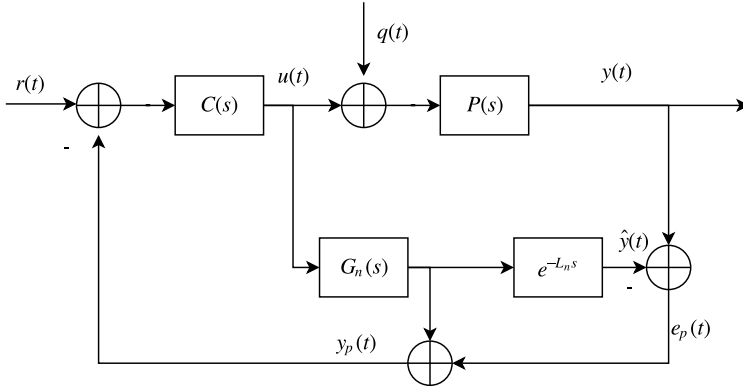


Figura 2.2: Estrutura do PS (adaptado de [NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007])

resposta à perturbação é dada por

$$\frac{Y(s)}{Q(s)} = G(s)e^{-L_n s} \left[1 - \frac{C(s)G(s)e^{-L_n s}}{1 + C(s)G(s)} \right]. \quad (2.3)$$

Na equação (2.3) é possível observar que os polos de malha aberta do modelo estão presentes na resposta à perturbação. Portanto, como demonstrado em Normey-Rico e Camacho [2007], a resposta à perturbação em malha fechada não pode ser mais rápida que a resposta em malha aberta. Além disso, duas outras limitações do PS em sua estrutura tradicional devem ser levadas em conta: para o caso de plantas instáveis, os modos instáveis aparecerão também na resposta a rejeição de perturbação e, dessa forma, não se torna possível a aplicação da estrutura tradicional do PS para controlar plantas instáveis [NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007]; para o caso de plantas integradoras, há um cancelamento da ação integral do controlador equivalente e, portanto, o PS se torna incapaz de rejeitar perturbações do tipo degrau [CHIEN et al., 2002].

Observando a figura 2.2 e considerando o caso nominal sem perturbações no sistema, é possível perceber que o sinal $e_p(t) = 0$. Sendo assim, a função de transferência de malha fechada em relação a referência, $\frac{Y(s)}{R(s)}$ é dada por

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G_n(s)e^{-L_n s}}{1 + C(s)G_n(s)} \quad (2.4)$$

e pode ser representada pelo diagrama de blocos da figura 2.3, onde é possível perceber que o atraso de transporte, $e^{-L_n s}$, encontra-se fora da realimentação. Dessa forma, o atraso é eliminado da equação característica do sistema, contornando os efeitos indesejados causados. É importante ressaltar que mesmo que o atraso seja removido da equação característica isso não faz com que ele seja removido da resposta do sistema, o que é impossível de ser feito por qualquer controlador realizável.

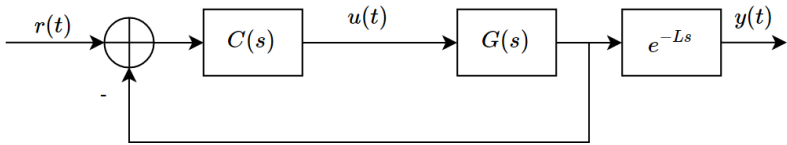


Figura 2.3: Estrutura equivalente do PS (adaptado de [VISIOLI; ZHONG, 2010])

Como apresentado por Normey-Rico e Camacho [2007], a figura 2.2 pode ser manipulada, resultando em uma estrutura clássica de malha de controle com um controlador equivalente, $C_{eq}(s)$, dado por

$$C_{eq}(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)G_n(s) - C(s)G_n(s)e^{-L_n s}}. \quad (2.5)$$

Assim, a estrutura resultante do PS pode ser vista na figura 2.4.

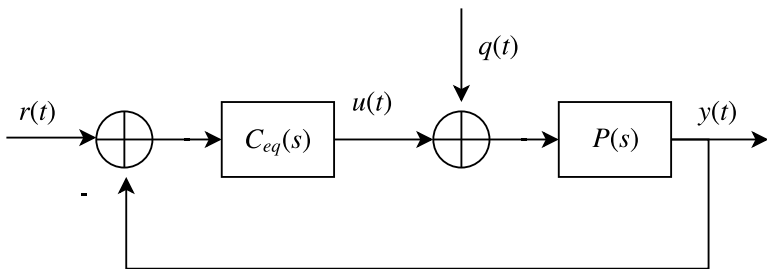


Figura 2.4: Estrutura do PS com controlador equivalente (adaptado de [VISIOLI; ZHONG, 2010])

Em Normey-Rico e Camacho [2007] é apresentado que o controlador equivalente, $C_{eq}(s)$, utiliza a estratégia de controle por cancelamento, o que faz com que o PS apresente todos os problemas associados

a esse tipo de ajuste, como por exemplo o cancelamento da ação integral do controlador equivalente em processos com característica integradora e o não cancelamento dos polos do modelo da planta na resposta à perturbação do sistema.

Para processos com atraso de transporte a resposta do sistema é consideravelmente melhorada em relação ao comportamento apresentado por controladores tradicionais, especialmente quando se tem uma boa estimativa do modelo do processo. Outra característica que deve ser salientada é que o PS geralmente é utilizado no formato digital, pois essa representação facilita a implementação de dados com atrasos, os quais são armazenados em um registrador que desloca os valores em uma unidade a cada intervalo de amostragem [LAUGHTON; SAY, 2013].

2.1.2. Preditor de Smith filtrado

Com o objetivo de melhorar a robustez do sistema, uma proposta alternativa para o PS foi realizada em Normey-Rico e Camacho [2007], sendo denominada preditor de Smith filtrado. Essa estratégia utiliza a mesma estrutura do PS convencional com a adição de um filtro de ganho estático unitário, $F_r(s)$, na realimentação do sistema. Dessa forma, é possível atenuar as oscilações da saída do sistema, em uma determinada frequência. Isso pode ser realizado ao projetar o filtro de realimentação com uma característica passa-baixa. Em Normey-Rico e Camacho [2009], foi apresentado que, dependendo da sintonia do filtro $F_r(s)$, ele pode proporcionar uma melhora no desempenho da rejeição à perturbação ou na robustez do sistema sem afetar a resposta nominal. Além disso, quando sintonizado de forma adequada, a adição do filtro torna o sistema internamente estável, possibilitando assim o controle de plantas instáveis ou de característica integradora, o que não era possível no PS devido aos problemas associados à estratégia de controle por cancelamento.

A estrutura do PSF pode ser vista na figura 2.5.

As relações $Y(s)/R(s)$ e $Y(s)/Q(s)$, para o caso nominal, podem ser vistas nas equações (2.6) e (2.7).

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G_n(s)e^{-L_n s}}{1 + C(s)G_n(s)} \quad (2.6)$$

$$\frac{Y(s)}{Q(s)} = G_n(s)e^{-L_n s} \left[1 - \frac{C(s)G_n(s)e^{-L_n s}}{1 + C(s)G_n(s)} F_r(s) \right] \quad (2.7)$$

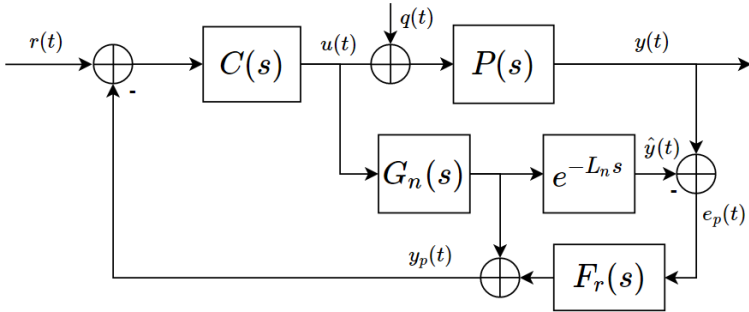


Figura 2.5: Estrutura do PSF (adaptado de [NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007])

Analisando a equação (2.6) e considerando-se o caso nominal sem perturbações, pode-se perceber que a adição do filtro na realimentação não altera a resposta à referência do sistema, pois o erro entre o modelo da planta e o processo ($e_p(t) = y(t) - \hat{y}(t)$) será zero e, portanto, não há influência do filtro na dinâmica de malha fechada do sistema. Outra grande vantagem da utilização do filtro é que se houver erros de modelagem, esses erros serão atenuados na realimentação do sistema devido à característica passa-baixa do filtro. Dessa forma, o sistema poderá manter-se estável caso haja uma boa sintonia do filtro $F_r(s)$. Apesar disso, ao utilizar-se o filtro $F_r(s)$ com característica passa-baixa, o desempenho de rejeição a perturbações do sistema é degradado [NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007].

A robustez do PSF pode ser analisada utilizando a versão de tempo discreto do mesmo, cuja estrutura pode ser vista na figura 2.6, onde $P_n(z) = G_n(z)z^{-d_n}$ é o modelo nominal do processo, $G_n(z)$ é o modelo sem atraso de transporte, d_n é o atraso discreto, $F(z)$ é um filtro de referência utilizado para melhorar a resposta à referência, $F_r(z)$ é o filtro utilizado para melhorar as propriedades do preditor, $C(z)$ é o controlador primário, ZOH é o sustentador de ordem zero, T_s é o período de amostragem e $P(s)$ é a planta do sistema. Os sinais $r(k)$ e $y(k)$ referem-se, respectivamente, à referência e à saída discreta do sistema e os sinais $q(t)$ e $n(t)$ referem-se, respectivamente, à perturbação de entrada e à perturbação de saída do sistema [FLESCHE et al., 2011].

Considerando que o sinal de perturbação de saída do sistema possa ser aproximado por um sinal em tempo discreto $n(k)$ e que o modelo da planta é perfeito, ou seja $P_n(z) = P(z)$, a expressão que relaciona a saída e a perturbação de saída do sistema, também chamada

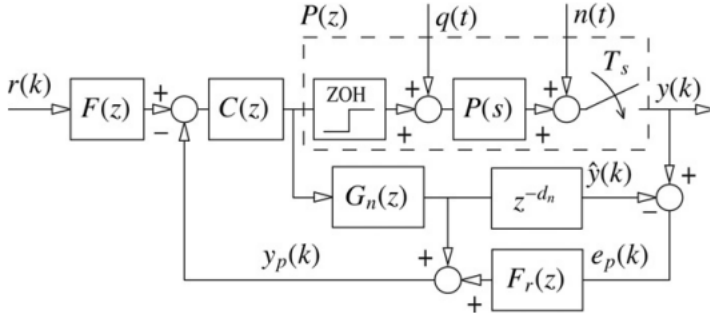


Figura 2.6: Versão de tempo discreto da estrutura do PSF [FLESCH et al., 2011]

de função de sensibilidade, $\epsilon(z)$, é apresentada na equação (2.8), onde \mathcal{Z} é a representação da transformada z [FLESCH et al., 2011].

$$\mathcal{Z} \left\{ \frac{y(k)}{n(k)} \right\} = \epsilon(z) = 1 - \frac{C(z)P_n(z)F_r(z)}{1 + C(z)G_n(z)} \quad (2.8)$$

Como apresentado em Morari e Zafiriou [1989], a função complementar de sensibilidade, $\eta(z)$, pode ser obtida a partir da equação

$$\eta(z) = 1 - \epsilon(z). \quad (2.9)$$

Substituindo a equação (2.8) na equação (2.9), é possível encontrar a expressão da função complementar de sensibilidade para o PSF, dada por

$$\eta(z) = \frac{C(z)P_n(z)F_r(z)}{1 + C(z)G_n(z)}. \quad (2.10)$$

Considerando que o processo pode ser representado por uma família de plantas $P(z) = P_n(z)[1 + \delta P(z)]$, a equação (2.11) mostra a condição de estabilidade robusta do PSF, onde $\overline{\delta P}(\omega)$ representa um limite superior para a incerteza $|\delta P(z)|$ em cada frequência ω [MORARI; ZAFIRIOU, 1989].

$$\overline{\delta P}(\omega) |\eta(e^{j\omega T_s})| < 1 \quad 0 \leq \omega < \frac{\pi}{T_s}. \quad (2.11)$$

Substituindo a equação (2.10) na equação (2.11) e reorganizando

os termos, chega-se à equação

$$\overline{\delta P}(\omega) < \left| \frac{1 + C(e^{j\omega T_s})G_n(e^{j\omega T_s})}{C(e^{j\omega T_s})G_n(e^{j\omega T_s})F_r(e^{j\omega T_s})} \right| \quad 0 \leq \omega < \frac{\pi}{T_s}. \quad (2.12)$$

Na equação (2.12) é possível observar que o filtro $F_r(e^{j\omega T_s})$ tem uma influência direta na robustez do sistema. Dessa forma, ele pode ser utilizado para melhorar a robustez do sistema em uma determinada faixa de frequência, como apontado por Normey-Rico e Camacho [2007].

Vale salientar que a estrutura mostrada na figura 2.6 deve ser utilizada somente a título de análise, pois caso ela seja utilizada para implementação em casos de plantas instáveis, o controlador resultante será internamente instável. Por esse motivo, a estrutura da figura 2.7 geralmente é utilizada para implementação, onde $S(z) = G_n(z)[1 - z^{-d_n}F_r(z)]$ deve ser uma função de transferência estável [FLESCHE et al., 2011]. Tal característica só é possível com uma sintonia adequada de $F_r(z)$.

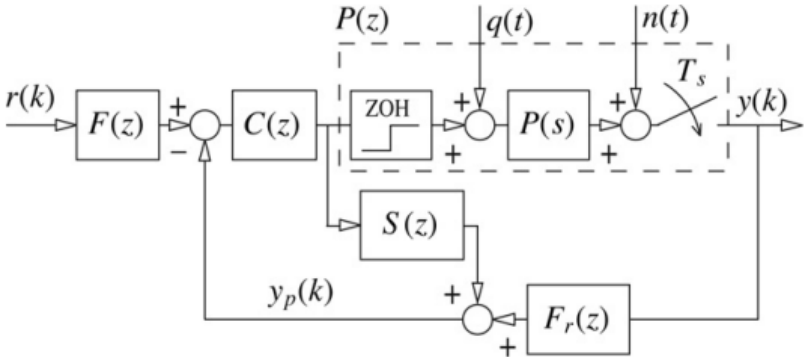


Figura 2.7: Estrutura alternativa para a versão de tempo discreto do PSF [FLESCHE et al., 2011]

2.2. Técnicas de anti-*windup*

A maioria dos controladores são projetados considerando que o processo seja linear. Segundo Normey-Rico e Camacho [2007], na prática, todos os processos possuem limitações físicas de operação que podem gerar não linearidades no sistema. Uma dessas não linearidades

é chamada de saturação do atuador. A figura 2.8 representa um diagrama com uma não linearidade do tipo saturação, onde $r(k)$ é o sinal de referência, $e(k)$ é o erro, $u(k)$ é o sinal de controle, $u_r(k)$ é o sinal percebido pela planta, $y(k)$ é a saída, $C(z)$ é o controlador, $P(z)$ é o modelo discreto da planta do processo, u_{min} é o valor mínimo do sinal do atuador e u_{max} é o valor máximo do atuador.

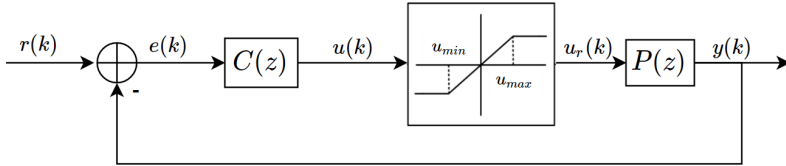


Figura 2.8: Diagrama de controle de um sistema discreto com não linearidade do tipo saturação

Segundo Castrucci et al. [2011], as limitações de amplitude do sinal de controle podem ser descritas pela seguinte função não-linear

$$u_r(k) = \begin{cases} u_{max} & \text{se } u(k) \geq u_{max} \\ u(k) & \text{se } u_{min} < u(k) < u_{max} \\ u_{min} & \text{se } u(k) \leq u_{min}. \end{cases} \quad (2.13)$$

Um exemplo no qual ocorre saturação do atuador pode ser observado em processos nos quais deseja-se controlar a potência aplicada em um resistor. Como não é possível a aplicação de potências com valores negativos, o sistema está limitado a um valor mínimo de zero watt. Já o valor máximo possível é limitado pela potência do resistor ou pela limitação da tensão do atuador. Dessa forma, dependendo da região de operação em que o sistema opera, o sinal de controle calculado pode ultrapassar os limites do atuador e, a partir daí, qualquer alteração no sinal de controle não resulta em uma resposta mais rápida do sistema. Isso acaba gerando uma discrepância entre o valor do sinal de controle emitido pelo controlador e o valor que realmente é aplicado à planta [ÅSTRÖM; RUNDQWIST, 1989]. Comportamentos semelhantes podem ser observados se existirem outras não linearidades, como limitação da taxa de variação do sinal de controle, zonas mortas ou histerese.

Quando há saturação do atuador, o sinal de erro permanece grande por um tempo maior do que o previsto pelo modelo linear e, caso o controlador possua ação integral, o termo integrador do erro

acumula um valor muito elevado [CASTRUCCI et al., 2011]. A consequência disso é um valor do sinal de controle fora da faixa de operação do atuador, por um tempo muito elevado, fazendo com que o controlador demore um certo tempo para levar o sinal de controle para a região linear e corrigir o erro. Esse fenômeno, conhecido como *windup*, quando não tratado, pode degradar o desempenho do controlador, em relação ao desempenho linear, gerando grandes oscilações, alto tempo de acomodação e até mesmo instabilidade do sistema [FLESCHE, 2012]. Vale ressaltar também que não somente a ação integral é responsável pelo *windup*. Segundo Hippe [2006], quando o atuador encontra-se saturado, o laço de realimentação é interrompido, pelo fato de as variações na saída da planta não terem influência no sinal de entrada da planta, $u_r(k)$. Quando isso ocorre, o controlador possui um comportamento semelhante ao de malha aberta e qualquer modo instável ou criticamente estável do controlador pode ocasionar o fenômeno *windup*.

Existem diversas abordagens na literatura para tratar o problema de *windup*, chamadas de estratégias anti-*windup*, como apresentados em [BAHETI, 1989; HANUS; KINNAERT, 1989], dentre outros. As seções 2.2.1 a 2.2.6 apresentam algumas das principais abordagens anti-*windup* da literatura.

2.2.1. Saturação do sinal de controle linear

A técnica de saturação do sinal de controle linear tem como objetivo manter a consistência entre o sinal de entrada da planta, $u_r(k)$, e o sinal de controle da saída do controlador, $u(k)$, modificando o sinal de controle atual para o valor de limite superior do atuador, u_{max} , caso o sinal de controle atual seja maior que o limite superior, ou para o valor de limite inferior, u_{min} , caso o sinal de controle atual seja menor que o limite inferior. Dessa forma, a equação recursiva que calcula o sinal de controle sempre utilizará os valores dos sinais de controle passados consistentes com os sinais percebidos pela planta. Considerando o diagrama de controle da figura 2.8, a implementação da técnica de saturação do sinal de controle linear pode ser vista no algoritmo 1.

Aplicando-se esse algoritmo, é garantida a consistência entre o sinal de controle, $u(k)$, e o sinal aplicado à planta, $u_r(k)$.

Com o objetivo de mostrar a eficiência da técnica de saturação do sinal de controle linear, um exemplo é apresentado, no qual deseja-se controlar um processo com a seguinte função de transferência de tempo

Algoritmo 1: anti-*windup*: saturação do sinal de controle linear

```

1  início
2  |   inicializar as variáveis;
3  |   repita
4  |   |   medir saída da planta  $y(k)$ ;
5  |   |    $e(k) \leftarrow r(k) - y(k)$ ;
6  |   |   calcule o sinal de controle  $u(k)$ ;
7  |   |   se  $u(k) > u_{max}$  então
8  |   |   |    $u(k) \leftarrow u_{max}$ ;
9  |   |   senão se  $u(k) < u_{min}$  então
10 |   |   |    $u(k) \leftarrow u_{min}$ ;
11 |   |   fim
12 |   |   aplique  $u(k)$  à planta;
13 |   |   atualize as variáveis;
14 |   |    $k \leftarrow k + 1$ ;
15 |   |   aguarde  $T_s$ ;
16 |   até controlador ser parado;
17 fim

```

discreto

$$P(z) = \frac{0,2303}{z - 0,8465}. \quad (2.14)$$

O controlador utilizado é um proporcional e integral (PI) e sua função de transferência de tempo discreto é dada por

$$C(z) = \frac{3,1370z - 2,2530}{z - 1}. \quad (2.15)$$

O processo apresenta uma restrição na amplitude do sinal de controle absoluto sendo $u_{max} = 1$. O sinal de referência aplicado é do tipo degrau, com amplitude de 0,4 e é aplicado no instante $t = 1,5$ s. Os resultados da simulação do sistema em malha fechada são apresentados na figura 2.9.

Na figura 2.9 fica evidente que o controle com ação anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear apresenta um desempenho superior ao controle sem anti-*windup*. A tabela 2.1 apresenta uma análise mais detalhada do desempenho do sistema com o controlador PI sem anti-*windup* e do controlador PI com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear.

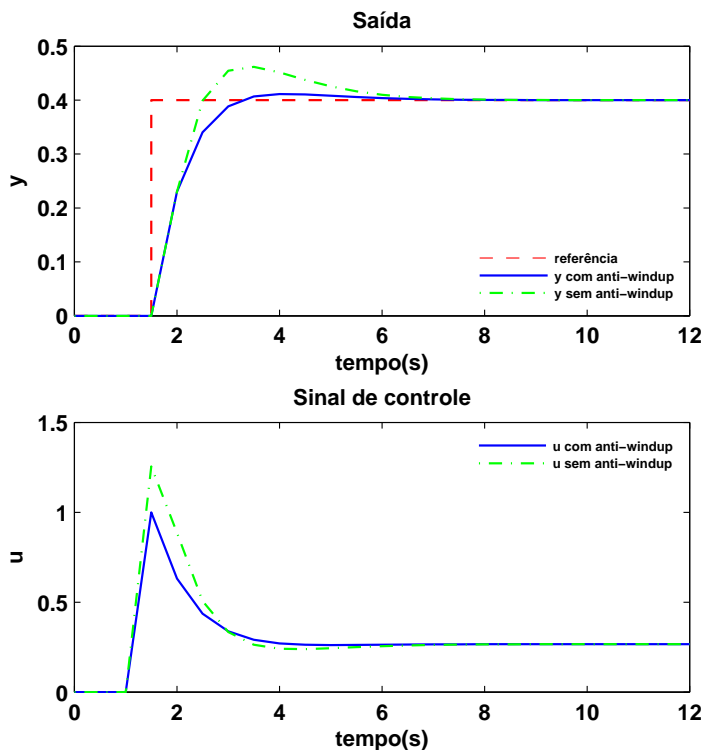


Figura 2.9: Comparação do controle com e sem ação anti-*windup*

Tabela 2.1: Análise do desempenho de um controlador PI com e sem ação anti-*windup*

Técnica	Sobressinal	Tempo de assentamento ¹
PI sem anti- <i>windup</i>	15,37%	4,0 s
PI com anti- <i>windup</i>	2,80%	1,5 s

2.2.2. Algoritmo incremental

O algoritmo incremental é uma técnica utilizada tipicamente em controladores PID para evitar o problema de *windup* do integrador [ÅS-

¹O critério de tempo de assentamento utilizado é o tempo necessário para a saída do sistema alcançar uma faixa de valores de 95% do seu valor final

TRÖM; RUNDQWIST, 1989]. Uma grande vantagem desse algoritmo é que ele pode ser facilmente implementado em controladores digitais [PENG et al., 1996].

A expressão que rege o comportamento de um controlador PID ideal, em tempo contínuo, é dada por

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right), \quad (2.16)$$

onde $u(t)$ é a saída do controlador (variável manipulada), K_p é o ganho proporcional, $e(t)$ é o erro, T_i é a constante de tempo do integrador e T_d é a constante de tempo derivativa. Aproximando o termo integral da equação (2.16) para $t = k$, sendo T_s o intervalo de amostragem e k múltiplo de T_s , e utilizando o método *backward difference*, tem-se

$$\int_0^k e(\tau) d\tau = \sum_{i=1}^k e(i) T_s \quad (2.17)$$

onde $e(i)$ é o erro em tempo contínuo no instante de amostragem i . Realizando a mesma aproximação, com $t = k$, para o termo derivativo da equação (2.16) tem-se

$$\frac{de(k)}{dt} = \frac{e(k) - e(k-1)}{T_s}. \quad (2.18)$$

Dessa forma, a lei de controle em tempo discreto é representada por

$$u(k) = K_p \left(e(k) + \frac{T_s}{T_i} \sum_{i=1}^k e(i) + \frac{T_d}{T_s} (e(k) - e(k-1)) \right) \quad (2.19)$$

A equação (2.19) é conhecida como algoritmo posicional e com ela é possível calcular o sinal de controle de forma direta. O sinal de controle também pode ser calculado baseado no sinal de controle do instante anterior $u(k-1)$. Seja

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1), \quad (2.20)$$

então, utilizando a equação (2.19) para calcular o termo $u(k) - u(k-1)$, é possível chegar a uma expressão do incremento de controle dada por

$$\begin{aligned} \Delta u(k) = & K_p \left[\left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right) e(k) + \left(-1 - \frac{2T_d}{T_s} \right) e(k-1) \right. \\ & \left. + \frac{T_d}{T_s} e(k-2) \right]. \end{aligned} \quad (2.21)$$

A equação (2.20) é conhecida como algoritmo incremental ou de velocidade.

Portanto, o algoritmo incremental pode ser implementado utilizando os seguintes passos:

- calcular o incremento de controle $\Delta u(k)$;
- substituir o valor de $\Delta u(k)$ na equação (2.20) e calcular o sinal de controle absoluto $u(k)$.

Utilizando essa abordagem, é possível desconsiderar a atualização de $\Delta u(k)$ caso $u(k)$ esteja fora dos limites de saturação.

Segundo Visioli [2006], o algoritmo incremental possui a vantagem de conseguir evitar o efeito *windup* devido ao fato de a ação integral estar fora da lei de controle. Na equação (2.21) é possível notar que não há a acumulação do sinal de erro. Em Åström e Wittenmark [2013], é citado que uma das vantagens dessa abordagem é que a maioria dos cálculos computacionais são realizados por incrementos, o que geralmente utiliza tipos de dados com tamanho pequeno. Essa abordagem é bastante interessante para ser utilizada em processos com atuadores que fazem uso de sinais de incremento como sinal de entrada, como por exemplo motores de passo [ÅSTRÖM; RUNDQWIST, 1989].

O algoritmo incremental não é limitado apenas a controladores PID. Ele pode ser implementado em qualquer tipo de controlador que possua ação integral. Para isso, basta separar a parte integral e a parte não integral do controlador, deixando somente a parte integral fora da lei de controle. Dessa forma, é possível executar os mesmos passos anteriormente citados, desconsiderando a atualização do incremento de controle, $\Delta u(k)$, caso o sinal de controle, $u(k)$, calculado sature.

2.2.3. Integração condicional

A integração condicional consiste em incrementar o termo integral somente quando certas condições são atendidas, caso contrário o valor é mantido constante [VISIOLI, 2006]. De acordo com Visioli [2003], as diferentes abordagens desse métodos podem ser:

1. limitar o termo integral a um determinado valor;
2. interromper a integração quando o erro for muito grande, ou seja, quando $|e(t)| > \bar{e}$, onde \bar{e} é um valor a ser definido;
3. interromper a integração quando o controlador saturar;
4. interromper a integração quando o controlador saturar e o erro e a variável manipulada tiverem o mesmo sinal, ou seja, $u(t) \neq u_r(t)$ e $e(t) \cdot u(t) > 0$.

A aplicação da primeira abordagem pode fazer com que a saída do sis-

tema não alcance o valor de referência [VISIOLI, 2006]. Já as abordagens 2 e 3 têm como desvantagem a possibilidade de deixar o controlador "travado" em um valor de erro, $e(t)$, diferente de zero se o termo integral tiver um alto valor no momento em que ele é interrompido [ÅSTRÖM; HAGGLUND, 1995]. Devido a isso, surge a necessidade de um parâmetro de projeto adicional para que o controlador consiga tratar o problema de *windup* e ao mesmo tempo levar o erro de regime permanente a zero [VISIOLI, 2006]. Esses problemas são contornados pela abordagem 4, que possui a vantagem de não interromper o integrador quando ele estiver tentando levar a variável manipulada para fora da região de saturação. Em Hansson et al. [1994], as quatro abordagens foram testadas e comparadas, tendo como aplicação um processo com característica integradora, no qual utilizou-se um controlador PI (proporcional-integral). O resultado final foi que a abordagem 4 obteve o melhor desempenho em relação às demais.

2.2.4. *Back-calculation*

A abordagem denominada *back-calculation*, proposta por Fertik e Ross [1967], tem por objetivo recalcular a parcela integral do controlador quando a saída do controlador estiver saturada, para que o novo valor do sinal de controle esteja dentro dos limites de saturação do atuador. Segundo Åström e Rundqwist [1989], é vantajoso não zerar o acúmulo na ação integral de forma instantânea, mas sim dinamicamente com uma constante de tempo T_t . A figura 2.10 representa o diagrama de um controlador PID implementado com a técnica *back-calculation*, na qual $r(t)$ é a referência, $e(t)$ é o erro, K_p , K_d e T_i são os parâmetros de sintonia do controlador PID, T_t é uma constante que determina a velocidade na qual o acúmulo da ação integral vai ser zerado, $e_t(t)$ é a diferença entre a saída saturada do controlador, $u(t)$, e a saída real do atuador, $u_r(t)$, $P(s)$ é a planta do processo e $y(t)$ é a saída do processo. O sinal $e_t(t)$ é zero quando não há saturação no sinal de controle, portanto nenhum efeito é percebido quando o controlador opera dentro dos limites do atuador, ou seja, quando $u(t) = u_r(t)$. Quando a saída do controlador se encontra saturada ($u(t) \neq u_r(t)$), o valor de $e_t(t)$ é realimentado, através de um ganho $\frac{1}{T_i}$, para o termo integral do controlador, evitando que o sinal de controle calculado saia bruscamente dos limites de operação do atuador, pois a nova parcela tem como objetivo reduzir a ação integral do controle. Dessa forma, a entrada do bloco

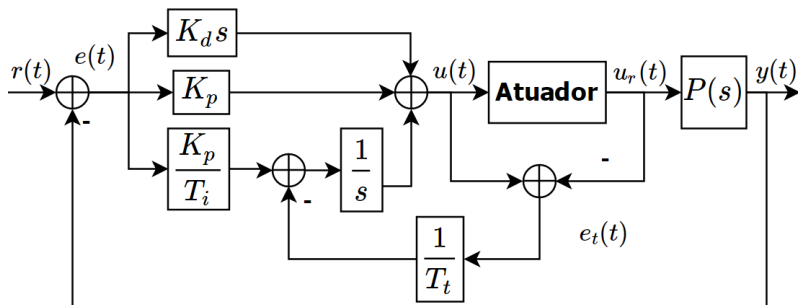


Figura 2.10: Processo com controlador PID com a técnica *back-calculation* (adaptado de [ÅSTRÖM; RUNDQWIST, 1989])

integrador é dada por

$$e(t) \frac{K_p}{T_i} - e_t(t) \frac{1}{T_t}. \quad (2.22)$$

Da mesma forma que o algoritmo incremental, a estratégia *back-calculation* também pode ser aplicada em qualquer controlador com ação integral que permita a separação da parcela integral para fora da lei de controle.

2.2.5. Método proposto por Bruciapaglia e Apolônio

Em Bruciapaglia e Apolônio [1986] foi proposta uma estratégia de anti-*windup* para controladores do tipo PID que tem como objetivo modificar tanto o sinal de controle para respeitar a restrição, como ocorre na abordagem apresentada na seção 2.2.1, quanto o erro atual para que ele tenha um valor necessário para fazer o sinal de controle ser o limite antes de sair da região de atuação. Dessa forma, a consistência entre o sinal de controle calculado, utilizado na expressão recursiva do controlador, e o sinal percebido pela planta é mantida. Uma generalização para a abordagem de Bruciapaglia e Apolônio [1986] foi proposta em Flesch [2012] para controladores de qualquer ordem.

2.2.6. Generalização da estratégia de Bruciaplágia e Apolônio

A estratégia proposta por Flesch [2012] considera o problema de controle discreto apresentado na figura 2.11, onde $r(k)$ é o sinal de referência, $e(k)$ é o erro, $u(k)$ é o sinal de controle desejado, $u_r(k)$ é o sinal de controle restrito (entrada da planta), $y(k)$ é a saída do sistema, $C(z)$ é o controlador, $\phi(\cdot)$ é a não linearidade e $P(z)$ é a planta.

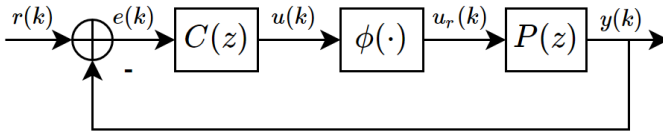


Figura 2.11: Diagrama de blocos de um sistema restrito (adaptado de [FLESCHE, 2012])

O objetivo dessa estratégia é modificar tanto o sinal de controle atual quanto o sinal de erro atual para manter a consistência entre o sinal de controle calculado pelo controlador e o sinal de entrada efetivamente percebido pela planta, ou seja, $u(k) = u_r(k)$.

O controlador pode ser escrito em função do operador atraso (z^{-1}) como

$$C(z^{-1}) = \frac{B_c(z^{-1})}{A_c(z^{-1})} = \frac{b_{c_0} + b_{c_1}z^{-1} + \dots + b_{c_r}z^{-r}}{1 + a_{c_1}z^{-1} + \dots + a_{c_s}z^{-s}}. \quad (2.23)$$

Dessa forma é possível calcular o sinal de controle atual em função dos últimos s sinais de controle, dos últimos r erros e do erro atual como

$$u(k) = b_{c_0}e(k) + b_{c_1}e(k-1) + \dots + b_{c_r}e(k-r) - a_{c_1}u(k-1) - \dots - a_{c_s}u(k-s). \quad (2.24)$$

Caso seja assumido que até o instante anterior $k-1$ os sinais de controle desejados $u(k-1)\dots u(k-s)$ são iguais às entradas da planta $u_r(k-1)\dots u_r(k-s)$ e os sinais de erro $e(k-1)\dots e(k-r)$ são iguais aos sinais de erros que seriam esperados para que as igualdades $u(k-j) = u_r(k-j)$ com $j = 1\dots s$ sejam satisfeitas, a seguinte equação é válida

$$u(k) = (1 - A_c(z^{-1}))u_r(k) + b_{c_0}e(k) + (B_c(z^{-1}) - b_{c_0})e^*(k), \quad (2.25)$$

onde $e^*(k)$ representa o valor esperado para o erro atual para que a igualdade $u(k) = u_r(k)$ seja respeitada. A condição para implementar a técnica anti-*windup* é se $u(k) \neq u_r(k)$, o valor de $e(k)$ deve ser alterado de modo que $u(k) = u_r(k)$. Isso pode ser expresso na equação (2.26), onde

$$u_r(k) = (1 - A_c(z^{-1}))u_r(k) + b_{c_0}e^*(k) + (B_c(z^{-1}) - b_{c_0})e^*(k). \quad (2.26)$$

Ao subtrair a equação (2.26) da equação (2.25) é possível encontrar uma expressão para $e^*(k)$

$$e^*(k) = e(k) + \frac{u_r(k) - u(k)}{b_{c_0}}. \quad (2.27)$$

Dessa forma, torna-se possível encontrar uma representação em diagrama de blocos da estratégia, como mostrado na figura 2.12.

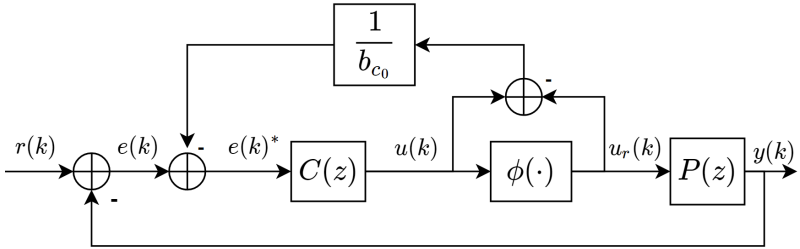


Figura 2.12: Diagrama de blocos para a estratégia de anti-*windup* que modifica o erro atual (adaptado de [FLESCHE, 2012])

Apesar de ser possível representar a estratégia de anti-*windup* por um diagrama de blocos, não é possível implementar uma estrutura equivalente devido ao laço algébrico envolvendo uma não linearidade. Entretanto é possível contornar esse problema isolando $e(k)$ na equação (2.24). O algoritmo da estratégia de anti-*windup* para o caso de saturação do atuador pode ser visto na sequência.

A partir da equação (2.25) e (2.27) é possível escrever uma expressão para $u(k)$ que não depende explicitamente de $e^*(k)$. Substituindo a equação (2.27) na equação (2.25) tem-se

$$\begin{aligned} \frac{B_c(z^{-1})}{b_{c_0}}u(k) &= \left[\frac{B_c(z^{-1})}{b_{c_0}} - A_c(z^{-1}) \right] u_r(k) + B_c(z^{-1})e(k), \\ u(k) &= [1 - b_{c_0}C^{-1}(z^{-1})]u_r(k) + b_{c_0}e(k). \end{aligned} \quad (2.28)$$

Algoritmo 2: anti-*windup*: Modificação do erro atual

```

1 início
2   inicializar as variáveis;
3   repita
4     medir saída da planta  $y(k)$ ;
5      $e(k) \leftarrow r(k) - y(k)$ ;
6     calcule o sinal de controle  $u(k)$ ;
7     se  $u(k) > u_{max}$  então
8        $u(k) \leftarrow u_{max}$ ;
9        $aux1 \leftarrow u(k) + a_{c_1}u(k-1) + \dots a_{c_s}u(k-s)$ ;
10       $aux2 \leftarrow b_{c_1}e(k-1) + \dots b_{c_r}e(k-r)$ ;
11       $e(k) \leftarrow (aux1 - aux2)/b_{c_0}$ ;
12     aplique  $u(k)$  à planta;
13     atualize as variáveis;
14      $k \leftarrow k + 1$ ;
15     aguarde  $T_s$ ;
16   até controlador ser parado;
17 fim

```

Analisando a equação (2.28) é possível afirmar que a estratégia só pode ser implementada caso o controlador $C(z^{-1})$ não possua zeros sobre e fora do círculo unitário, ou seja, deve-se assegurar que para cada zero z_i , $i = 1 \dots r$, $|z_i| < 1$. Caso isso aconteça, o termo que multiplica $u_r(k)$ será instável, e quando $u(k) \neq u_r(k)$, $u(k)$ poderá nunca antigir o valor de $u_r(k)$ novamente.

2.3. Controle preditivo baseado em modelo

O termo controle preditivo baseado em modelo é utilizado para designar a estratégia de controle que faz uso explícito do modelo da planta para obter o sinal de controle através da minimização de uma função de custo [CAMACHO; BORDONS, 2013]. Ele surgiu na década de 80 em um artigo de autoria de Cutler e Ramaker [1980] no qual foi proposta a técnica denominada matriz de controle dinâmico (DMC, do inglês *dynamic matrix control*). Essa técnica é capaz de manipular restrições no sinal de controle (abertura de válvulas, limite de potência, dentre outros) e na saída do processo (temperatura, tensão, nível, dentre outros) de forma sistemática. A partir daí, houve diversas publicações nessa área, resultando em várias novas abordagens dessa

metodologia. A diferença entre os vários algoritmos de MPC presentes na literatura estão principalmente na função de custo a ser minimizada e no modelo utilizado para representar o processo e as perturbações [NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007].

A ideia do MPC, também conhecida por horizonte de controle deslizante (RHC, do inglês *Receding Horizon Control*), pode ser resumida da seguinte forma:

- a saída do processo é calculada ao longo de um horizonte de predição, utilizando o modelo do processo, que pode ser linear ou não linear;
- as variáveis manipuladas são obtidas através da solução de um problema de otimização levando em conta todo o horizonte (RODRIGUES; ODLOAK, 2000);
- apenas o primeiro valor do sinal de controle calculado é aplicado na planta, e no próximo período de amostragem todo o processo se repete, visto que novas informações do estado atual da planta estarão disponíveis.

Segundo Seborg et al. [2006], a justificativa da aplicação somente do primeiro sinal de controle é para evitar que as predições e ações de controles sejam baseadas em informações desatualizadas. Isso pode fazer com que as perturbações não medidas e os erros de modelagem afetem a robustez do controlador.

Aplicações na área da indústria petroquímica, automobilística e robótica são grandes exemplos nos quais os controladores preditivos são utilizados com sucesso [QIN; BADGWELL, 2003]. A popularidade desse método pode ser explicada pela possibilidade de se utilizar restrições de entrada e de saída e a possibilidade de se obterem benefícios econômicos devido à operação ótima do processo [RODRIGUES; ODLOAK, 2000]. De acordo com Takatsu et al. [1998], o MPC se provou uma estratégia confiável para controle industrial e há diversos relatos que indicam que é a tecnologia de controle avançada mais utilizada na indústria.

O MPC apresenta uma alta dependência de desempenho relativa ao modelo do processo, o que pode vir a ser uma desvantagem em processos de difícil estimação ou variantes no tempo. Adicionalmente, segundo Camacho e Bordons [2013], uma desvantagem do MPC em relação ao clássico controlador PID é que sua derivação é mais complexa. Em casos nos quais não há restrições e a dinâmica do processo não muda com o tempo, a derivação do controlador pode ser realizada *offline*, entretanto, nos casos nos quais há restrições no sistema ou o modelo do processo é variante no tempo, toda a computação deve ser

realizada a cada período de amostragem (*online*).

2.3.1. Objetivo e estratégia do MPC

Como citado em Qin e Badgwell [2003], os principais objetivos do MPC correspondem a:

- evitar violações de restrições de entrada e saída;
- levar a variável controlada do sistema para um valor de referência ótimo;
- prevenir ações bruscas nas variáveis manipuladas.

A figura 2.13 mostra a atuação do MPC para um problema monovariável. As previsões futuras da saída são calculadas utilizando o modelo do sistema. Essas previsões, $\hat{y}(t+j|t)$, para $j = 1 \dots N$, onde N é chamado de horizonte de predição, dependem das entradas e saídas passadas da planta e das ações de controle futuros $u(t+j)$, $j = 0 \dots N_u - 1$, onde N_u é chamado de horizonte de controle¹.

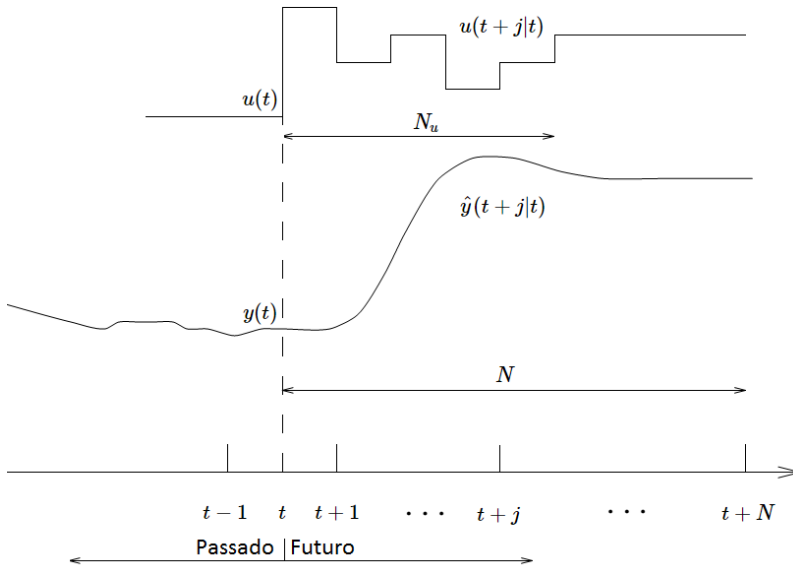


Figura 2.13: Atuação do MPC (adaptado de [NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007])

¹A notação $\hat{y}(t+j|t)$ refere-se ao valor predito da variável de processo no instante $t+j$ calculado no instante t . Na seção 2.3 t será usado para representar o tempo discreto, pois é a notação usual utilizada da literatura de MPC.

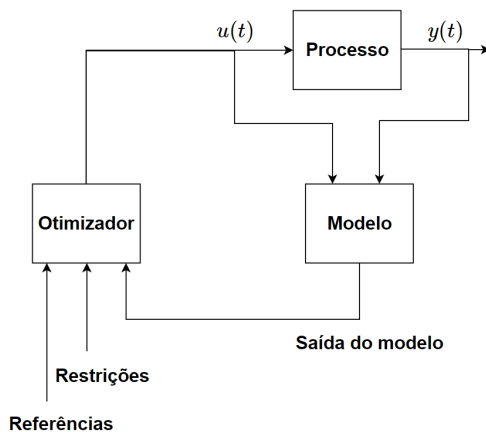


Figura 2.14: Estrutura do MPC (adaptado de [CAMACHO; BORDONS, 2013])

Com o objetivo de manter a saída do processo o mais próximo possível da referência, o conjunto de sinais de controle futuros, $u(t+j)$, para $j = 0 \dots N_u - 1$, é calculado a partir da minimização do erro quadrático entre uma sequência de sinais de referência, $r(t+j)$, para $j = 1 \dots N$, e as saídas previstas $\hat{y}(t+j|t)$, para $j = 1 \dots N$. Além disso, a função quadrática a ser minimizada também leva em conta a taxa de variação do sinal de controle.

O diagrama de blocos que representa a estratégia do MPC pode ser visto na figura 2.14.

O modelo do processo é utilizado com o objetivo de prever as saídas futuras da planta, utilizando para isso os valores atuais, passados e também as ações de controle calculadas pelo otimizador. Essas ações são calculadas levando em conta a função custo e as restrições do sistema.

2.3.2. Modelos de predição

Segundo Wang [2009], existem três principais modelos que podem ser utilizados pelo MPC linear para calcular as predições das saídas futuras do processo. Os modelos são: resposta ao degrau; modelo por função de transferência; e modelo em espaço de estados. O DMC [CUTLER; RAMAKER, 1980] e o controle quadrático de matriz dinâmica (QDMC, do inglês *quadratic dynamic matrix control*) [GARCIA; MORSHEDI, 1986] utilizam os coeficientes da resposta ao degrau para

sua formulação. Os modelos que utilizam funções de transferência fornecem uma descrição mais simplificada da dinâmica do processo e podem ser utilizadas tanto em plantas estáveis quanto instáveis [WANG, 2009]. A vantagem da utilização do modelo em espaço de estados pode ser vista na flexibilidade e transparência para a análise de estabilidade através de técnicas teoricamente bem estabelecidas, para emprego tanto em sistemas lineares invariantes quanto variantes no tempo.

O modelo escolhido para ser detalhado neste trabalho é o modelo por função de transferência, pois acredita-se ser a abordagem de mais fácil conexão com técnicas DTC, uma vez que a forma de representação dos modelos é semelhante. Esse tipo de modelo é utilizado pelos seguintes controladores: controlador preditivo generalizado (GPC, do inglês *generalized predictive controller*) [CLARKE et al., 1987]; controlador adaptativo de horizonte estendido (EHAC, do inglês *extended horizon adaptive controller*) [CHESNA et al., 1988]; controlador preditivo unificado (UPC, do inglês *unified predictive control*) [SOETERBOEK, 1992], entre outros.

A função de transferência que representa a planta de um processo linear, com uma entrada e uma saída (SISO, do inglês *single input single output*), é dada por

$$G(z) = \frac{N(z)}{D(z)}. \quad (2.29)$$

Segundo Normey-Rico e Camacho [2007], tipicamente considera-se que o processo não possui resposta instantânea. Assim, é possível escrever a equação (2.29) em função do operador deslocamento para trás z^{-1} , relacionando a entrada do sistema, $u(t)$, e a saída do sistema, $y(t)$, como

$$y(t) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(t-1), \quad (2.30)$$

onde $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$ são polinômios dados por

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_{n_a}z^{-n_a}, \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_{n_b}z^{-n_b}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Dessa forma, é possível representar a predição da saída de um processo por

$$\hat{y}(t+j|t) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(t-1+j), \quad (2.32)$$

com $j = 1, 2, \dots, N$. A grande vantagem dessa representação, frente a coeficientes de resposta ao degrau ou impulso, é que ela pode ser utilizada para representar processos instáveis [CAMACHO; BORDONS, 2013].

Tão importante quanto a escolha do modelo para representar o processo, é a escolha do modelo para representar as perturbações do sistema. Um modelo bastante utilizado é o modelo auto-regressivo com média móvel e integrador com entrada controlada (CARIMA, do inglês *controlled auto-regressive integrated moving average*) [GOODWIN-SIN, 1984]. Segundo Clarke et al. [1987], esse modelo é bastante apropriado em aplicações industriais, nas quais a perturbação é não-estacionária. O modelo CARIMA será discutido detalhadamente na seção 2.3.5, na qual será apresentado o controlador GPC que utiliza esse tipo de modelo para calcular as predições das saídas.

2.3.3. Resposta livre e resposta forçada

Dois conceitos amplamente utilizados na teoria de MPC são os conceitos de resposta livre e resposta forçada. O objetivo é representar a resposta do processo como a soma de dois sinais

$$y(t) = y_f(t) + y_c(t). \quad (2.33)$$

A resposta livre, $y_f(t)$, representa a predição das saídas futuras do processo se a variável manipulada do sistema permanecer constante ao longo do horizonte de predição, ou seja, $\Delta u(t+j) = 0$, para $j = 1 \dots N$. Já a resposta forçada do sistema, $y_c(t)$, representa a predição de saída levando em conta apenas os incrementos futuros da ação de controle [CAMACHO; BORDONS, 2013]. Dessa forma, é possível separar a parte da resposta que depende de ações futuras de controle daquela que não depende. Em suma, a resposta livre pode ser vista como a dinâmica de evolução do processo dado o seu estado atual. Já a resposta forçada pode ser interpretada como a evolução em consequência das variações da variável manipulada [FLESCHE, 2012].

Para processos lineares, a saída predita pode ser calculada como a soma da resposta livre e da resposta forçada (princípio da superposição). Entretanto, o conceito de superposição não pode ser aplicado para processos não lineares [HABER et al., 2012]. A figura 2.15 mostra graficamente o comportamento da resposta livre e forçada do sistema.

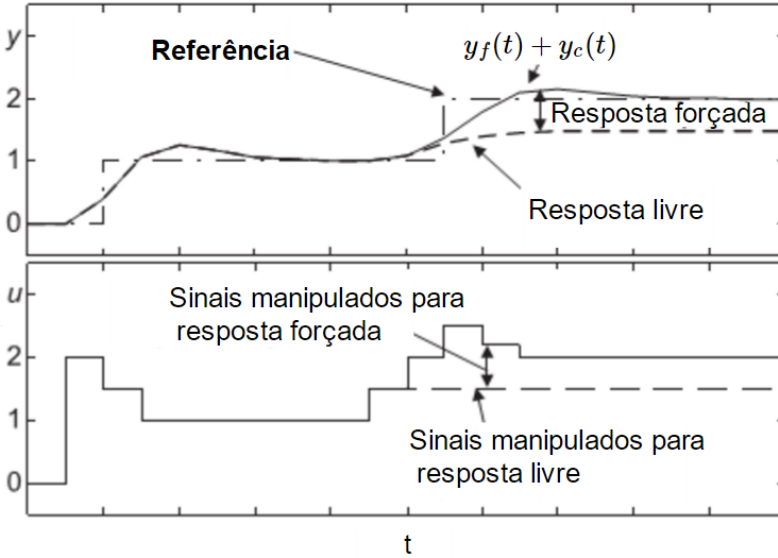


Figura 2.15: Resposta livre e resposta forçada (adaptado de [HABER et al., 2012])

2.3.4. Função objetivo

Existem diversas propostas de funções objetivo para se obter o sinal de controle ótimo do processo. Em diversos tipos de controladores do tipo MPC, o principal objetivo do sistema é que a saída futura predita, $\hat{y}(t+j|t)$ para $j = 1 \dots N$, siga um determinado sinal de referência, $r(t+j)$ para $j = 1 \dots N$, ao longo do horizonte de predição ao mesmo tempo em que variação do sinal de controle $\Delta u(t+j)$ para $j = 0 \dots N_u - 1$, seja a menor possível.

Como em alguns sistemas há a presença de atraso de transporte de d períodos de amostragem, a saída do sistema só será influenciada pelo sinal de controle, $u(t)$, após passados $d+1$ períodos de amostragem. Dessa forma, não há sentido em escolher um valor de N menor ou igual d . Portanto, é interessante utilizar como parâmetros da função objetivo as variáveis N_1 e N_2 , sendo $N_1 = 1 + d$, $N_2 = d + N$.

A expressão geral da função objetivo sem restrições que obedece aos critérios citados anteriormente pode ser representada pela função

quadrática

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - r(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2, \quad (2.34)$$

onde N_1 e N_2 representam o início e o fim do horizonte de predição, N_u representa o horizonte de controle, $\delta(j)$ é a ponderação do erro, entre a saída do processo e a referência a ser seguida, e $\lambda(j)$ é a ponderação do sinal de controle. Geralmente, a escolha de N , para a definição de N_1 e N_2 , depende de características dinâmicas do processo. Outro ponto que merece destaque é que a multiplicação de uma função quadrática por uma constante não altera o resultado do processo de otimização. Sendo assim, em casos nos quais o processo seja SISO e a ponderação do erro $\delta(j)$ seja constante durante todo o horizonte, geralmente considera-se $\delta(j) = 1$, para $j = N_1 \dots N_2$.

Uma importante característica do MPC é sua capacidade de tratar restrições de operação de entrada e saída. Em todos os casos nos quais há restrições, elas devem ser levadas em conta na minimização da função objetivo, o que acaba tornando o problema mais complexo e sem solução analítica explícita [CAMACHO; BORDONS, 2013].

Geralmente as restrições utilizadas no MPC são de amplitude e variação do sinal de controle e de amplitude da saída do sistema. A função objetivo que leva em conta as restrições do sistema pode ser representada matematicamente como:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && J \\ & \text{sujeito a} && u_{min} \leq u(t) \leq u_{max} \\ & && \Delta u_{min} \leq \Delta u(t) \leq \Delta u_{max} \\ & && y_{min} \leq y(t) \leq y_{max}, \end{aligned} \quad (2.35)$$

onde u_{min} e u_{max} são os sinais de controle mínimo e máximo, Δu_{min} e Δu_{max} são as variações dos sinais de controle mínimo e máximo, e y_{min} e y_{max} são as saídas do processo mínima e máxima.

2.3.5. Controlador preditivo generalizado

A proposta do controlador preditivo generalizado feita por Clarke et al. [1987] baseia-se na utilização de um modelo derivado de funções de transferência para realizar as predições das saídas do processo. A ideia do GPC é unir diferentes abordagens de controle preditivo. De

acordo com Clarke et al. [1987], o GPC é capaz de controlar processos simples, como por exemplo plantas estáveis em malha aberta, ou processos mais complexos como plantas de fase não-mínima, plantas instáveis ou plantas com atraso de transporte.

A maioria dos processos monovariáveis, quando considerados em um determinado ponto de operação, podem ser descritos pela equação:

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t-1) + \frac{T(z^{-1})n(t)}{\Delta}, \quad (2.36)$$

onde $u(t)$ e $y(t)$ são a entrada e a saída do processo, $T(z^{-1})$ é um polinômio que representa a característica estocástica do ruído (normalmente considera-se igual a 1, pois sua característica é desconhecida), d é o atraso em amostras, $n(t)$ é um ruído branco com média nula, $\Delta = (1 - z^{-1})$ e $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$ são polinômios que utilizam o operador de atraso (z^{-1}) [CAMACHO et al., 2012]. Esse modelo utilizado é chamado de CARIMA e é bastante utilizado para representar processos com a presença de perturbações [CAMACHO; BORDONS, 2013]. Uma observação importante é que o operador Δ introduz uma ação integral no controlador, o que faz com que ele leve o erro de regime permanente a zero e também rejeite perturbações do tipo degrau. Em Clarke et al. [1987] foi apresentado que o termo $\frac{T(z^{-1})n(t)}{\Delta}$ representa de forma satisfatória mudanças aleatórias, *off-sets* e outros fenômenos encontrados na indústria.

A estratégia GPC tem o objetivo de aplicar uma sequência ótima de controle que minimize a função objetivo apresentada na equação (2.34), sendo que os parâmetros de sintonia do controlador são N_1 , N_2 , N_u , $\lambda(j)$ e $\delta(j)$.

As previsões de saída do processo para um instante de tempo $t + j$ podem ser calculadas utilizando o modelo do processo (equação (2.36)) considerando $T(z^{-1}) = 1$ e multiplicando ambos os lados da equação por Δ , tendo como resultado a equação

$$\tilde{A}(z^{-1})y(t+j) = B(z^{-1})\Delta u(t-d+j-1) + n(t+j), \quad (2.37)$$

onde $\tilde{A}(z^{-1}) = A(z^{-1})\Delta$. A expansão de $\tilde{A}(z^{-1})$ resulta em:

$$\tilde{A}(z^{-1}) = 1 - \tilde{a}_1 z^{-1} - \tilde{a}_2 z^{-2} - \dots - \tilde{a}_{na+1} z^{-(na+1)}. \quad (2.38)$$

Como $n(t+j)$ para $j = N_1 \dots N_2$ não é conhecido, considera-se que seu valor esperado seja zero, pois trata-se de um ruído branco com média

nula. Isolando $y(t+j)$ na equação (2.37) e fazendo-se a consideração de que $e(t+j|t) = 0$, obtém-se a predição para o instante $t+j$, representada por:

$$\hat{y}(t+j|t) = \sum_{i=1}^{n_a+1} \tilde{a}_i y(t+j-i) + \sum_{i=1}^{n_b+1} b_{i-1} \Delta u(t+j-d-i). \quad (2.39)$$

A partir da equação (2.39) é possível notar que do instante $t+1$ até $t+d$ a saída do processo irá depender somente dos valores passados do sinal de controle e dos valores conhecidos e preditos da saída [FLESCHE, 2012].

Os valores das predições de saída podem ser calculados de forma recursiva ou utilizando a equação Diophantina [CAMACHO; BORDONS, 2013]:

$$1 = \tilde{A}(z^{-1})E_j(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1}), \quad (2.40)$$

onde $E_j(z^{-1})$ é o quociente da divisão de 1 pelo polinômio $\tilde{A}(z^{-1})$ e $F_j(z^{-1})$ é o resto dessa divisão dividido por z^{-j} . Ao multiplicar-se ambos os lados da equação (2.37) por $E_j(z^{-1})$ chega-se à seguinte igualdade

$$\begin{aligned} \tilde{A}(z^{-1})E_j(z^{-1})y(t+j) &= E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t-d+j-1) \\ &+ E_j(z^{-1})n(t+j). \end{aligned} \quad (2.41)$$

Substituindo (2.40) em (2.41), é possível reescrevê-la na forma

$$\begin{aligned} [1 - z^{-j}F_j(z^{-1})]y(t+j) &= E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t-d+j-1) \\ &+ E_j(z^{-1})n(t+j). \end{aligned} \quad (2.42)$$

Ao isolar o termo $y(t+j)$ da equação (2.42) tem-se:

$$\begin{aligned} y(t+j) &= F_j(z^{-1})y(t) + E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t-d+j-1) \\ &+ E_j(z^{-1})n(t+j). \end{aligned} \quad (2.43)$$

Como o grau do polinômio E_j é $j-1$, os termos do ruído branco $n(t+j)$ estão todos no futuro e, portanto, emprega-se o valor esperado do sinal, que é nulo, para realizar a predição. Após realizada as modificações chega-se à seguinte expressão

$$\hat{y}(t+j|t) = G_j(z^{-1})\Delta u(t-d+j-1) + F_j(z^{-1})y(t), \quad (2.44)$$

onde o termo $G_j(z^{-1}) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})$ contém os valores da resposta ao degrau do modelo do processo. Dependendo da quantidade de zeros do modelo da planta, podem aparecer coeficientes que multiplicam os incrementos de controle, Δu , passados, resultantes da multiplicação $G_j(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1)$. A expressão final que representa a predição da saída do sistema, considerando $N_1 = 1 + d$, $N_2 = d + N$ e $N_u = N$, é dada por

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{F}(z^{-1})y(t) + \mathbf{G}'(z^{-1})\Delta u(t-1), \quad (2.45)$$

onde

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1|t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+N|t) \end{bmatrix}, \quad \Delta\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_1 & g_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \cdots & g_0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}'(z^{-1}) = \begin{bmatrix} (G_{d+1}(z^{-1}) - g_0)z \\ (G_{d+2}(z^{-1}) - g_0 - g_1z^{-1})z^2 \\ \vdots \\ (G_{d+N}(z^{-1}) - g_0 - g_1z^{-1} - \cdots - g_{N-1}z^{-(N-1)})z^N \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} F_{d+1}(z^{-1}) \\ F_{d+2}(z^{-1}) \\ \vdots \\ F_{d+N}(z^{-1}) \end{bmatrix}.$$

Os termos g_0, g_1, \dots, g_{N-1} representam os coeficientes da resposta ao degrau do modelo do sistema.

A equação (2.45) representa um agrupamento da equação (2.44) do início ao fim do horizonte de predição. Os termos $\mathbf{G}'(z^{-1})$ e $\mathbf{F}(z^{-1})$ dependem de valores passados e, portanto, serão agrupados no termo \mathbf{f} , resultando na equação

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{f}, \quad (2.46)$$

onde \mathbf{f} é a resposta livre e o termo $\mathbf{G}\Delta\mathbf{u}$ representa a resposta forçada do sistema.

Com os parâmetros da predição bem entendidos, substituindo a equação (2.46) na função objetivo (equação (2.34)), chega-se à expressão

$$J = (\mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{r})^T \mathbf{Q}_\delta (\mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{r}) + \mathbf{u}^T \mathbf{Q}_\lambda \mathbf{u}, \quad (2.47)$$

onde \mathbf{Q}_δ é uma matriz diagonal $N \times N$ contendo os elementos de $\delta(j)$, \mathbf{Q}_λ é uma matriz diagonal $N_u \times N_u$ contendo os elementos de $\lambda(j)$ e $\mathbf{r} = [r(t+d+1) \ r(t+d+2) \ \dots \ r(t+d+N)]^T$.

Reescrevendo a equação (2.47) no formato de uma função quadrática tem-se

$$J = \frac{1}{2} \Delta\mathbf{u}^T \mathbf{H} \Delta\mathbf{u} + \mathbf{b}^T \Delta\mathbf{u} + f_0, \quad (2.48)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= 2(\mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda), \\ \mathbf{b}^T &= 2(\mathbf{f} - \mathbf{r})^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G}, \\ f_0 &= (\mathbf{f} - \mathbf{r})^T \mathbf{Q}_\delta (\mathbf{f} - \mathbf{r}). \end{aligned} \quad (2.49)$$

Segundo Clarke et al. [1987], a solução ótima, para o caso sem restrições, é linear e pode ser encontrada analiticamente igualando o gradiente de J a zero, o que leva a:

$$\Delta\mathbf{u} = -\mathbf{H}^{-1} \mathbf{b} = (\mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda)^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta (\mathbf{r} - \mathbf{f}). \quad (2.50)$$

Vale salientar que somente o primeiro elemento do vetor $\Delta\mathbf{u}$ é utilizado no processo e ele é dado por:

$$\Delta u(t) = \mathbf{K}(\mathbf{r} - \mathbf{f}), \quad (2.51)$$

onde \mathbf{K} representa a primeira linha da matriz $(\mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda)^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{Q}_\delta$. Assim, a ação de controle que deverá ser aplicada ao processo pode ser calculada por

$$u(t) = u(t-1) + \Delta u(t). \quad (2.52)$$

Todo o procedimento para o cálculo da ação de controle é repetido no próximo instante de amostragem [CAMACHO; BORDONS, 2013].

Caso o processo apresente restrições, não é possível encontrar uma solução analítica para a equação (2.48), sendo necessário resolver numericamente um problema de programação quadrática da forma da equação (2.53), com J dado pela equação (2.48).

Para o caso no qual a restrição é para a amplitude do sinal de controle, a representação do problema passa a ser dada por

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && J \\ & \text{sujeito a} && u_{min} \leq u(t+j) \leq u_{max} \\ & \text{para} && j = 0 \dots N_u - 1, \end{aligned} \quad (2.53)$$

onde u_{min} é o valor de sinal de controle mínimo e u_{max} é o valor de sinal de controle máximo. O problema pode ser escrito na forma matricial em um formato $\mathbf{R}\Delta\mathbf{u} \leq \mathbf{c}$ como

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ -\mathbf{T} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} (u_{max} - u(t-1))\mathbf{1} \\ (u_{min} - u(t-1))\mathbf{1} \end{bmatrix}, \quad (2.54)$$

onde \mathbf{T} é uma matriz triangular inferior $N_u \times N_u$, na qual os elementos diferentes de zero são iguais a um, e $\mathbf{1}$ um vetor de dimensão N_u com todos os elementos iguais a um. Assim, chega-se a um problema de minimização de uma função quadrática com restrições afins na variável de decisão, o qual pode ser resolvido com o uso de métodos numéricos [CAMACHO; BORDONS, 2013]. A solução do problema da equação (2.53) fornece valores de incrementos de controle, $\Delta u(t+j)$, para $j = 0 \dots N_u - 1$. No entanto, somente o valor de $\Delta u(t)$ é utilizado para calcular o sinal de controle atual, dado que todo o processo é repetido a cada iteração. Por fim, é possível calcular o sinal de controle atual, $u(t)$, da mesma forma apresentada na equação (2.52).

Alguns pontos fortes do GPC devem ser salientados. O controlador possui ação integral e, portanto, é capaz de levar o erro de regime permanente a zero para referências constantes ($r(t+j) = r(t)$, para $j = N_1 \dots N_2$) e também rejeitar perturbações de carga constantes. Além disso, o GPC pode ser utilizado para controlar plantas instáveis, plantas de fase não-mínima e plantas com atraso de transporte. [CLARKE et al., 1987].

2.3.5.1. Equivalência entre o GPC e o PSF

Segundo Normey-Rico e Camacho [2008], para processos sem restrições, o GPC pode ser interpretado como um PSF. Com objetivo de apresentar a equivalência entre o GPC e o PSF, o modelo CARIMA

(equação (2.36)) é utilizado para se realizar os cálculos das predições. Considerando um processo com atraso de transporte d , $T(z^{-1}) = 1$, $N_1 = d + 1$, $N_2 = d + N$, $N_u = N$, é possível escrever a predição como:

$$\begin{aligned} \hat{y}(t + d + j|t) &= \tilde{a}_1 \hat{y}(t + d + j - 1|t) + \tilde{a}_2 \hat{y}(t + d + j - 2|t) \\ &+ \dots + \tilde{a}_{n_a+1} \hat{y}(t + d + j - n_a - 1|t) + b_0 \Delta u(t + j - 1) + \dots \\ &+ b_{n_b} \Delta u(t + j - 1 - n_b). \end{aligned} \quad (2.55)$$

Representando a equação (2.55), para $j = 1, 2, \dots, N$, na forma matricial obtém-se

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{y}(t + d + 1|t) \\ \hat{y}(t + d + 2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t + d + N|t) \end{bmatrix} &= \mathbf{G} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t + 1) \\ \vdots \\ \Delta u(t + N - 1) \end{bmatrix} + \mathbf{H} \begin{bmatrix} \Delta u(t - 1) \\ \Delta u(t - 2) \\ \vdots \\ \Delta u(t - n_b) \end{bmatrix} \\ &+ \mathbf{S} \begin{bmatrix} \hat{y}(t + d|t) \\ \hat{y}(t + d - 1|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t + d - n_a|t) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.56)$$

onde \mathbf{G} , \mathbf{H} e \mathbf{S} são matrizes constantes de dimensão $N \times N$, $N \times n_b$ e $N \times (n_a + 1)$. A equação (2.56) é equivalente à equação (2.45), entretanto vista de uma forma diferente. Essa abordagem é utilizada para facilitar a representação do GPC como um PSF. A equação (2.56) pode ser escrita na seguinte forma vetorial

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{H}\Delta\mathbf{u}_1 + \mathbf{S}\mathbf{y}_1, \quad (2.57)$$

onde o termo $\mathbf{H}\Delta\mathbf{u}_1 + \mathbf{S}\mathbf{y}_1$ representa a resposta livre do sistema (\mathbf{f}), composta de termos no passado e termos cuja resposta não pode ser alterada por ação de controle tomada no instante t ou posterior.

Considerando o caso sem restrições, ao substituir-se a predição ($\hat{\mathbf{y}}$) na função objetivo (equação (2.47)) e minimizando J em função de $\Delta\mathbf{u}$ chega-se a

$$\mathbf{M}\Delta\mathbf{u} = \mathbf{P}_0\mathbf{y}_1 + \mathbf{P}_1\Delta\mathbf{u}_1 + \mathbf{P}_2\mathbf{r}, \quad (2.58)$$

onde $\mathbf{M} = \mathbf{G}^T\mathbf{Q}_\delta\mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda$ e $\mathbf{P}_2 = \mathbf{G}^T\mathbf{Q}_\lambda$ são matrizes de dimensão $N \times N$, $\mathbf{P}_0 = -\mathbf{G}^T\mathbf{Q}_\delta\mathbf{S}$ possui dimensão $N \times (n_a + 1)$ e $\mathbf{P}_1 = -\mathbf{G}^T\mathbf{Q}_\lambda\mathbf{H}$ possui dimensão $N \times n_b$.

Como na estratégia de horizonte de controle deslizante somente o primeiro valor do sinal de controle é utilizado, considerando-se que \mathbf{m} é a primeira linha da matriz \mathbf{M}^{-1} , $\Delta u(t)$ pode ser calculado como:

$$\Delta u(t) = \mathbf{mP}_0 \mathbf{y}_1 + \mathbf{mP}_1 \Delta \mathbf{u}_1 + \mathbf{mP}_2 \mathbf{r}. \quad (2.59)$$

A partir da equação (2.61) pode-se escrever que o incremento de controle $\Delta u(t)$ é igual a

$$\begin{aligned} \Delta u(t) = & l_{y_1} \hat{y}(t+d|t) + \dots + l_{y_{n_a+1}} \hat{y}(t+d-n_a|t) + l_{u_1} \Delta u(t-1) \\ & + l_{u_2} \Delta u(t-2) + \dots + l_{u_{n_b}} \Delta u(t-n_b) + \sum_{i=1}^N v_i r(t+d+i), \end{aligned} \quad (2.60)$$

onde $\mathbf{mP}_0 = [l_{y_1} \ l_{y_2} \ \dots \ l_{y_{n_a+1}}]$, $\mathbf{mP}_1 = [l_{u_1} \ l_{u_2} \ \dots \ l_{u_{n_b}}]$ e $\mathbf{mP}_2 = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_N]$.

O esquema geral do controlador GPC pode ser visto na figura 2.16. O papel do preditor ótimo é de obter os valores das predições até o atraso d ($\hat{y}(t+d|t), \hat{y}(t+d-1|t), \dots, \hat{y}(t+d-n_a|t)$), os quais podem ser calculados utilizando a estrutura do preditor de Smith filtrado, sendo dado por

$$\hat{y}(t+d|t) = S(z^{-1})u(t) + F_r(z^{-1})y(t), \quad (2.61)$$

onde $F_r(z^{-1})$ é o filtro do erro de predição e $S(z^{-1})$ é uma função de transferência estável dada por $S(z^{-1}) = G_n(z^{-1}) - P_n(z^{-1})F_r(z^{-1})$.

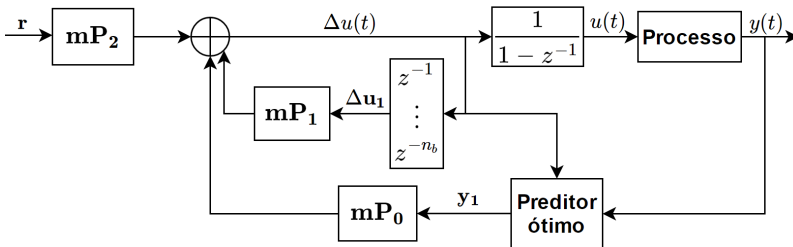


Figura 2.16: Esquema de controle do GPC (adaptado de [CAMACHO; BORDONS, 2013])

Segundo Normey-Rico e Camacho [2007], é possível representar o diagrama da figura 2.16 com a mesma estrutura de um preditor de Smith filtrado, apresentado na figura 2.17, onde $C(z)$, $F(z)$ e $F_r(z)$ são

dados por

$$C(z) = \frac{l_{y_1} + l_{y_2}z^{-1} + \dots + l_{y_{n_a+1}}z^{-n_a}}{(1 - z^{-1})(1 - l_{u_1}z^{-1} - l_{u_2}z^{-2} - \dots - l_{u_{n_b}}z^{-n_b})}, \quad (2.62)$$

$$F(z) = -\frac{v_1z^{d+1} + v_2z^{d+2} + \dots + v_Nz^{d+N}}{l_{y_1} + l_{y_2}z^{-1} + \dots + l_{y_{n_a+1}}z^{-n_a}}, \quad (2.63)$$

$$F_r(z) = \frac{l_{y_1}F_d(z^{-1}) + l_{y_2}F_{d-1}(z^{-1}) + \dots + l_{n_a+1}F_{d-n_a}(z^{-1})}{l_{y_1} + l_{y_2}z^{-1} + \dots + l_{y_{n_a+1}}z^{-n_a}}. \quad (2.64)$$

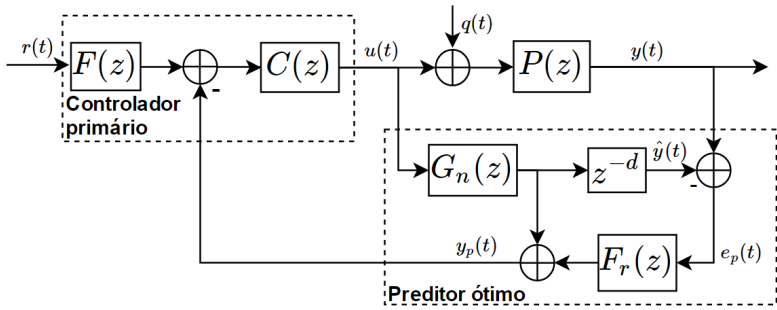


Figura 2.17: Estrutura equivalente do GPC (adaptado de [NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007])

2.3.5.2. Estabilidade interna

Uma propriedade bastante importante do GPC é que ele é capaz de controlar plantas instáveis. Segundo Normey-Rico e Camacho [2008] essa propriedade pode ser demonstrada tendo como base a estrutura da figura 2.17. Nessa estrutura, é possível concluir que a estabilidade interna do sistema em malha fechada depende do preditor ótimo. Essa afirmação pode ser provada analisando-se a previsão da saída do processo, que é dada por

$$y_p(t) = F_r(z)y(t) + G_n(z)[1 - z^{-d}F_r(z)]u(t). \quad (2.65)$$

Utilizando a planta do processo $G_n(z)$ como

$$G_n(z) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (2.66)$$

e reescrevendo a equação (2.65) tem-se

$$y_p(t) = F_r(z)y(t) + \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})}[1 - z^{-d}F_r(z)]u(t). \quad (2.67)$$

De acordo com Normey-Rico e Camacho [2008], todas as raízes de $A(z^{-1})$ são também raízes de $1 - z^{-d}F_r(z)$. Essa afirmação pode ser provada fazendo uso da equação do filtro $F_r(z)$ (2.64) e a equação Diophantina (2.40). Multiplicando-se a equação (2.64) por z^{-d} tem-se

$$z^{-d}F_r(z) = \frac{l_{y_1}F_d(z^{-1})z^{-d} + l_{y_2}z^{-1}F_{d-1}(z^{-1})z^{-(d-1)} + \dots + l_{y_{n_a+1}}z^{-n_a}F_{d-n_a}(z^{-1})z^{-(d-n_a)}}{l_{y_1} + l_{y_2}z^{-1} + \dots + l_{y_{n_a+1}}z^{-n_a}}. \quad (2.68)$$

A equação (2.68) pode ser manipulada para que fique na forma

$$1 - z^{-d}F_r(z) = \frac{Q(z^{-1})}{l_{y_1} + l_{y_2}z^{-1} + \dots + l_{y_{n_a+1}}z^{-n_a}}, \quad (2.69)$$

onde $Q(z^{-1})$ é dado por

$$Q = l_{y_1}(1 - F_d(z^{-1})z^{-d}) + l_{y_2}z^{-1}(1 - F_{d-1}(z^{-1})z^{-(d-1)}) + \dots + l_{y_{n_a+1}}z^{-n_a}(1 - F_{d-n_a}(z^{-1})z^{-(d-n_a)}). \quad (2.70)$$

Manipulando-se a equação (2.40), é possível escrevê-la como

$$1 - F_j(z^{-1})z^{-j} = \tilde{A}(z^{-1})E_j(z^{-1}). \quad (2.71)$$

Calculando os termos de $1 - F_j(z^{-1})z^{-j}$ para $j = d, (d-1) \dots (d-n_a)$ na equação (2.71) e substituindo-os na equação (2.69) chega-se a

$$1 - z^{-d}F_r(z) = \frac{l_{y_1}\tilde{A}(z^{-1})E_d(z^{-1}) + l_{y_2}z^{-1}\tilde{A}(z^{-1})E_{d-1}(z^{-1}) + \dots + l_{y_{n_a+1}}z^{-n_a}\tilde{A}(z^{-1})E_{d-n_a}(z^{-1})}{l_{y_1} + l_{y_2}z^{-1} + \dots + l_{y_{n_a+1}}z^{-n_a}}. \quad (2.72)$$

Como é possível observar na equação (2.72), todos os termos do numerador possuem o polinômio $\tilde{A}(z^{-1})$ em comum. Considerando $\tilde{A}(z^{-1}) = A(z^{-1})(1 - z^{-1})$ e colocando-o em evidência, é possível reescrever a equação (2.72) como

$$1 - z^{-d}F_r(z) = A(z^{-1})(1 - z^{-1}) \frac{l_{y_1} E_d(z^{-1}) + l_{y_2} z^{-1} E_{d-1}(z^{-1}) + \dots + l_{y_{n_a+1}} z^{-n_a} E_{d-n_a}(z^{-1})}{l_{y_1} + l_{y_2} z^{-1} + \dots + l_{y_{n_a+1}} z^{-n_a}}. \quad (2.73)$$

Portanto, a equação (2.73) prova que todas as raízes de $A(z^{-1})$ são também raízes de $1 - z^{-d}F_r(z)$. Dessa forma, se o modelo da planta apresenta polos instáveis eles não aparecem na estrutura do preditor ótimo e, dessa forma, a estabilidade interna é garantida desde que o controlador $C(z)$ estabilize o modelo da planta sem o atraso. Pela análise, é possível notar que o filtro $F_r(z)$ é responsável por essa propriedade do GPC. Esse resultado é bastante interessante pois permite analisar a estrutura do GPC utilizando uma abordagem clássica de sistemas de controle para o caso irrestrito [NORMEY-RICO; CAMACHO, 2008].

2.4. Comentários

Neste capítulo foram apresentadas as abordagens DTC e MPC, que são as principais estratégias de controle utilizadas para tratamento de sistemas com atraso de transporte. Foram discutidas suas principais características, bem como as vantagens e desvantagens de cada uma das abordagens. Além disso, foram apresentadas algumas estratégias para evitar o *windup* do controlador, característica presente tipicamente no controle de processos com restrições. Os conceitos apresentados neste capítulo serão utilizados como base para a sintonia e implementação de um DTC, a partir de um GPC, capaz de controlar processos com restrições de saturação do sinal de controle. A metodologia utilizada para tal sintonia é apresentada no capítulo 3.

Capítulo 3

Sintonia do PSF com base no GPC

Tendo como base as ideias discutidas em Normey-Rico e Camacho [2008] e em estratégias de anti-*windup* presentes na literatura, uma abordagem para um PSF sintonizado a partir de um GPC, com ação anti-*windup*, foi desenvolvida com o objetivo de se obter um desempenho o mais próximo do ótimo para processos que apresentam restrições na amplitude no sinal de controle e um desempenho ótimo para processos sem restrições. Diferentes estratégias de anti-*windup* foram comparadas a fim de verificar qual delas faz com que o desempenho do processo seja o mais próximo do desempenho de um GPC.

Em virtude de a sintonia do controlador proposto neste trabalho ter como base o GPC, ele é também capaz de controlar plantas estáveis, instáveis e integradoras.

A ação anti-*windup* tem como objetivo contornar a não linearidade do processo, causada pela saturação do sinal de controle, evitando a necessidade de execução de um processo de otimização *online*, presente no GPC, para processos que apresentam restrições. A abordagem proposta é bastante interessante pois permite a implementação de um controlador com resposta semelhante à apresentada por um MPC em microcontroladores ou microprocessadores com baixo poder de processamento.

3.1. Estrutura de controle

Com o objetivo de facilitar a análise e a aplicação das estratégias de anti-*windup*, uma abordagem alternativa foi implementada através de uma reorganização dos blocos da estrutura do PSF apresentada na figura 2.7, resultando em uma estrutura que pode ser vista na figura 3.1.

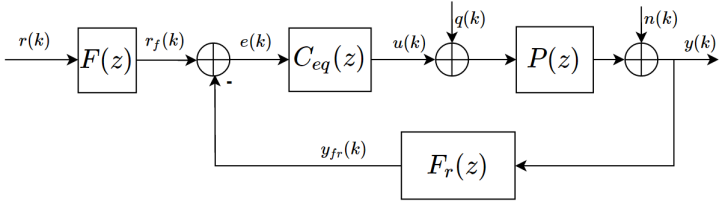


Figura 3.1: Estrutura equivalente ao PSF.

Nessa nova estrutura, $C_{eq}(z)$ é o controlador equivalente que possui o mesmo comportamento dinâmico da estrutura do PSF e é dado pela equação

$$C_{eq}(z) = \frac{C(z)}{1 + C(z)G_n(z)S(z)}, \quad (3.1)$$

onde $S(z) = G_n(z) [1 - z^{-d}F_r(z)]$ deve ser uma função de transferência estável. Vale ressaltar que o controlador equivalente, $C_{eq}(z)$, deve apresentar pelo menos um polo em $z = 1$ para que ele consiga rejeitar perturbações do tipo degrau. Em Flesch [2012] é demonstrado que para que $C_{eq}(z)$ tenha ação integral, basta que o controlador primário $C(z)$, tenha pelo menos um polo em $z = 1$. Além disso, também é demonstrado que para $S(z)$ ser uma função de transferência estável, o termo $1 - z^{-d}F_r(z)$ deve ser capaz de eliminar os modos instáveis de $G_n(z)$.

Reescrevendo a equação (3.1) em termos dos numeradores e denominadores de $C(z)$, $F_r(z)$ e $G_n(z)$, ou seja $C(z) = \frac{N_c(z)}{D_c(z)}$, $F_r(z) = \frac{N_r(z)}{D_r(z)}$ e $G_n(z) = \frac{N_n(z)}{D_n(z)^+ D_n(z)^-}$, onde as raízes de $D_n(z)^+ = (z - z_1) \dots (z - z_n)$ representam os polos indesejáveis da planta (lentos ou instáveis). A nova expressão pode ser escrita como

$$C_{eq}(z) = \frac{\frac{N_c(z)}{D_c(z)}}{1 + \frac{N_c(z)}{D_c(z)} \frac{N_n(z)}{D_n(z)^+ D_n(z)^-} \left[\frac{D_r(z)z^d - N_r(z)}{D_r(z)z^d} \right]}. \quad (3.2)$$

Como $S(z)$ deve ser uma função de transferência estável, todos os polos indesejáveis da planta devem ser eliminados. Para isso, o termo $D_r(z)z^d - N_r(z)$ deve ser escolhido de modo que

$$D_r(z)z^d - N_r(z) = (z - z_0)(z - z_1) \dots (z - z_n)p(z), \quad (3.3)$$

onde $p(z)$ é um polinômio desconhecido. Para garantir que o filtro do preditor, $F_r(z)$, tenha ganho estático unitário, ou seja, $F_r(1) = 1$, o coeficiente z_0 deve ser igual a 1. Dessa forma, é possível reescrever a equação (3.2) como

$$C_{eq}(z) = \frac{N_c(z)D_r(z)D_n(z)^{-z^d}}{D_r(z)D_n(z)^{-D_c(z)z^d} + (z-1)N_c(z)N_n(z)p(z)}. \quad (3.4)$$

É possível perceber na equação (3.4) que $C_{eq}(z)$ é internamente estável [NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007]. Além disso, a equação (3.4) prova que se $C(z)$ possui um polo em $z = 1$, é garantida a ação integral para $C_{eq}(z)$, fazendo com que ele seja capaz de rejeitar perturbações de carga do tipo degrau.

Tendo como base a figura 3.1, a representação da estrutura de um processo que apresenta restrições pode ser vista na figura 3.2.

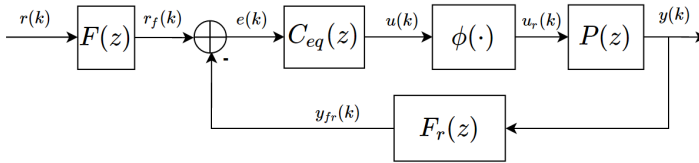


Figura 3.2: Estrutura equivalente ao PSF com restrições.

Nessa estrutura, $r(k)$ é o sinal de referência, $F(z)$ é o filtro de referência, $r_f(k)$ é o sinal de referência filtrado, $e(k)$ é o erro, $C_{eq}(z)$ é o controlador equivalente, $u(k)$ representa o sinal de controle irrestrito, $\phi(\cdot)$ representa uma não linearidade, $u_r(k)$ é o sinal de controle limitado (entrada da planta), $P(z)$ é a planta do processo, $y(k)$ é a saída do processo, $F_r(z)$ é o filtro do preditor e $y_{fr}(k)$ é a saída do processo filtrada.

3.2. Implementação

Em um primeiro momento, as equações (2.62), (2.63) e (2.64) foram utilizadas para calcular os parâmetros $C(z)$, $F(z)$ e $F_r(z)$ para a estrutura DTC equivalente ao GPC, como visto na figura 2.17. Entretanto, foram enfrentados problemas numéricos no *software* utilizado que impossibilitaram o uso dessas equações para o cálculo dos parâmetros do controlador equivalente. A ferramenta utilizada para o cálculo dos parâmetros do controlador foi o *software* MATLAB.

Para demonstrar esse problema, um exemplo será apresentado, no qual deseja-se controlar um processo sem restrições, utilizando o GPC representado como um PSF, com a seguinte função de transferência em tempo discreto gerada aleatoriamente

$$P(z) = \frac{1,3579z - 0,577}{z^2 + 0,364z - 0,581} z^{-3}. \quad (3.5)$$

Os parâmetros de sintonia do GPC são $\lambda = 2$ e $N = N_u = 5$ e as referências futuras não são conhecidas, ou seja, $r(k+j) = r(k)$ para $j > 0$.

Primeiramente foi realizada a simulação do sistema em malha fechada utilizando o GPC convencional, para um sinal de referência de amplitude 1 aplicado no instante $t = 29$ s. Os resultados são apresentados na figura 3.3, onde é possível notar que o GPC controla o sistema de forma adequada.

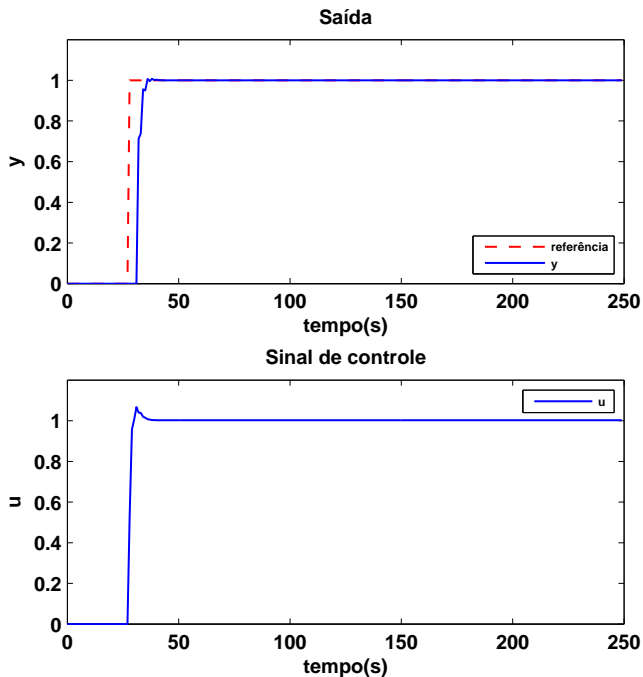


Figura 3.3: Simulação do sistema em malha fechada com o GPC

Para a obtenção dos parâmetros do PSF equivalente, foram utilizadas as equações apresentadas na seção 2.3.5.1. Os coeficientes¹ calculados foram $l_{y_1} = -0,3313$, $l_{y_2} = -0,4021$, $l_{y_3} = 0,2922$, $l_{u_1} = 0,2902$, $f_1 = 0,2645$, $f_2 = 0,0122$, $f_3 = 0,1168$, $f_4 = -0,0054$ e $f_5 = 0,0531$. A partir dos coeficientes calculados, é possível encontrar os parâmetros do PSF utilizando as equações (2.62), (2.63) e (2.64). Os parâmetros encontrados foram

$$C(z) = \frac{0,3313(z + 1,725)(z - 0,5113)}{(z - 1)(z - 0,2902)},$$

$$F(z) = \frac{1,3318z^2}{(z + 1,725)(z - 0,5113)}, \quad (3.6)$$

$$F_r(z) = \frac{1,9553(z + 0,6321)(z - 0,5827)}{(z + 1,725)(z - 0,5113)}.$$

A partir da equação (3.1) é possível calcular o controlador equivalente, resultando em

$$C_{eq}(z) = \frac{0,3313z^3(z + 1,725)(z - 0,5113)}{(z - 1)(z - 0,4157)(z + 0,6254)(z^2 - 0,0499z + 0,9116)}. \quad (3.7)$$

Por fim, com os parâmetros do PSF equivalente, foi realizada a simulação do sistema em malha fechada, utilizando a estrutura vista na figura 3.1, para um sinal de referência de amplitude 1 aplicado no instante $t = 29$ s. Os resultados são apresentados na figura 3.4.

Como pode ser visto na figura 3.4, nos primeiros instantes o sistema consegue seguir a referência, entretanto, passado alguns momentos, o sistema torna-se instável. Tal comportamento não está associado à planta ter um polo negativo, caracterizando um comportamento denominado *ringing*, pois o mesmo comportamento foi observado no controle de plantas de alta ordem. Esse comportamento se dá pelo fato de o *software* MATLAB, na simulação do sistema em malha fechada, não ser capaz de realizar o cancelamento entre os polos dos filtros $F(z)$ e $F_r(z)$ (sendo um deles fora do círculo unitário) com os zeros do controlador $C_{eq}(z)$ devido a sua precisão numérica, ocasionando um problema de instabilidade interna.

¹A representação utilizada no *software* para o cálculo dos parâmetros foi de 64 *bits*, entretanto, neste documento essa representação foi truncada para tornar possível a apresentação.

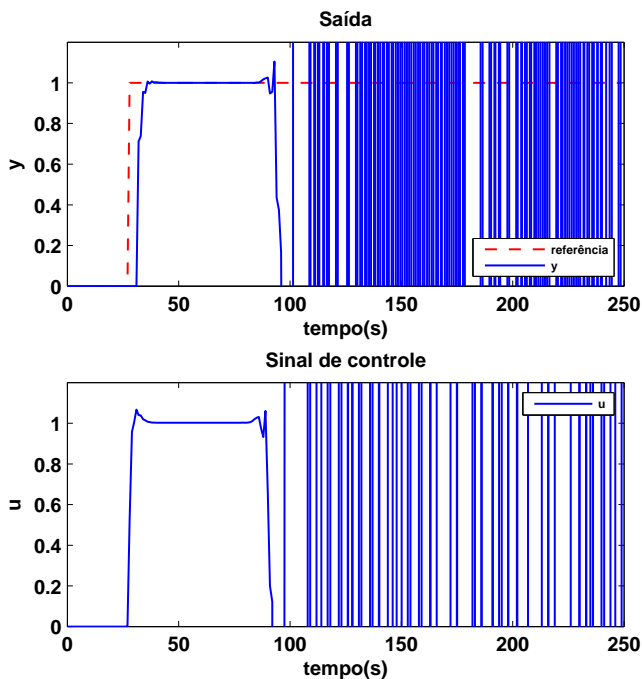


Figura 3.4: Simulação do sistema em malha fechada com abordagem equivalente

Em virtude do problema numérico apresentado, uma solução utilizando uma abordagem equivalente foi tomada, visando contornar os problemas relacionados ao cancelamentos entre os polos dos filtros e os zeros do controlador. Essa abordagem tem como objetivo obter a estrutura equivalente diretamente da lei de controle do GPC apresentada na equação (2.60).

Utilizando a equação Diophantina é possível substituir os termos de predição ($\hat{y}(k+d|k), \hat{y}(k+d-1|k), \dots, \hat{y}(k+d-n_a|k)$), presentes na equação (2.60), por termos que apresentam valores passados da variação do sinal de controle ($\Delta u(k-1), \dots, \Delta u(k-n_b)$), o valor atual e os valores passados da saída do processo ($y(k), y(k-1), \dots, y(k-N+1)$). Após realizada as substituições, a lei de controle pode ser analisada de acordo com a estrutura da figura 3.5 [NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007].

Por fim, é possível calcular a função de transferência da malha

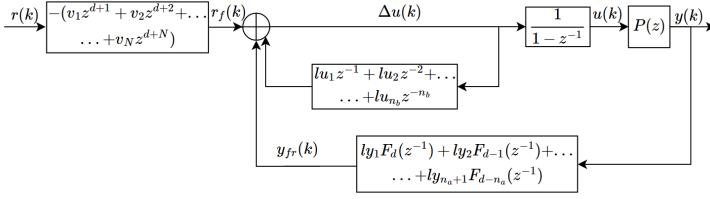


Figura 3.5: Representação equivalente do GPC

interna, o que faz com que a estrutura final seja semelhante à estrutura vista na figura 3.1. Para demonstrar como esse procedimento é realizado, o mesmo exemplo apresentado anteriormente será utilizado, com os mesmos parâmetros de sintonia e as mesmas considerações.

A partir dos coeficientes calculados no exemplo anterior e utilizando a equação (2.60), é possível escrever o incremento de controle como

$$\begin{aligned} \Delta u(k) = & 0,2922\hat{y}(k+1|k) - 0,4021\hat{y}(k+2|k) - 0,3313\hat{y}(k+3|k) \\ & + 0,2902\Delta u(k-1) + 0,2645r(k+8) + 0,0122r(k+9) \\ & + 0,1168r(k+10) - 0,0054r(k+11) + 0,0531r(k+12). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Utilizando a equação Diophantina, foram calculadas as seguintes predições

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+1|k) = & 0,6352y(k) + 0,9466y(k-1) - 0,5818y(k-2) \\ & + 1,358\Delta u(k-3) - 0,5769\Delta u(k-4), \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+2|k) = & 1,3501y(k) + 0,0195y(k-1) - 0,369y(k-2) \\ & + 1,358\Delta u(k-2) + 0,2857\Delta u(k-3) \\ & - 0,3664\Delta u(k-4), \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+3|k) = & 0,8771y(k) + 0,9084y(k-1) - 0,7855y(k-2) \\ & + 1,358\Delta u(k-1) + 0,2857\Delta u(k-2) + 1,467\Delta u(k-3) \\ & - 0,7789\Delta u(k-4). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Por fim, considerando que as referências futuras não são conhecidas e substituindo as predições calculadas em (3.9), (3.10) e (3.11) em (3.8)

tem-se

$$\begin{aligned}\Delta u(k) = & -0,6479y(k) - 0,0320y(k-1) + 0,2386y(k-2) \\ & - 0,1597\Delta u(k-1) - 0,6411\Delta u(k-2) - 0,2041\Delta u(k-3) \\ & - 0,2370\Delta u(k-4) + 0,4413r(k).\end{aligned}\tag{3.12}$$

Com base na equação (3.12), é possível estruturar o diagrama do controlador GPC resultando em uma abordagem clássica de um controlador equivalente com dois graus de liberdade, como mostrado na figura 3.2, onde

$$P(z) = \frac{1,3579z - 0,577}{z^2 + 0,364z - 0,581} z^{-3},\tag{3.13}$$

$$C_{eq}(z) = \frac{z^5}{(z-1)(z^4 + 0,1598z^3 + 0,6412z^2 + 0,2041z - 0,2370)},\tag{3.14}$$

$$F_r(z) = \frac{0,6479z^2 + 0,0320z - 0,2386}{z^2},\tag{3.15}$$

$$F(z) = 0,4413.\tag{3.16}$$

A figura 3.3 mostra novamente a simulação sistema em malha fechada, agora utilizando os novos parâmetros calculados a partir da lei de controle do GPC. Como pode ser observado na figura 3.3, o sistema não apresenta mais a instabilidade antes presente.

Algumas observações importantes devem ser salientadas nessa metodologia utilizada para chegar-se à estrutura de um controlador de dois graus de liberdade a partir do GPC. O controlador $C_{eq}(z)$ possui ordem $n_a + d$ e seus zeros estão sempre localizados na origem. Já o filtro do preditor $F_r(z)$ possui a mesma ordem do modelo do processo, n_a , e seus polos estão sempre localizados na origem. O filtro de referência $F(z)$ é um polinômio com ordem $d + N$ que apresenta termos no futuro. Entretanto, caso as referências futuras não sejam conhecidas, o filtro de referência resultante é apenas um ganho constante.

Outra observação relevante é que, utilizando essa abordagem, os cancelamento dos zeros do controlador $C(z)$ e dos polos do filtro de referência, $F(z)$, e do filtro do preditor, $F_r(z)$, são realizados de forma implícita, o que acaba contornando o problema de cancelamentos nas simulações do *software* MATLAB.

3.3. Implementação das técnicas de anti-*windup*

No presente trabalho, são levadas em conta somente as limitações na amplitude do sinal de controle, que são limitações bastante comuns em diversos tipos de processos presentes na indústria.

Com o objetivo de tratar o problema de limitação na amplitude do sinal de controle, foram realizadas implementações e comparações de três das estratégias de anti-*windup* apresentadas na seção 2.2: saturação do sinal de controle linear (subseção 2.2.1), algoritmo incremental (subseção 2.2.2) e a generalização da estratégia de Bruciaplaga e Apolônio (subseção 2.2.6). As estratégias de saturação do sinal de controle e de algoritmo incremental foram escolhidas pela sua simplicidade de implementação, já a estratégia de Bruciaplaga e Apolônio foi utilizada por se apresentar numericamente bem condicionada mesmo para controladores que apresentam alta ordem, como é o caso do controlador equivalente do PSF.

A estrutura abordada neste trabalho para aplicação das técnicas de anti-*windup* é a mesma apresentada na figura 3.2.

3.3.1. Saturação do sinal de controle linear

A aplicação da estratégia de saturação do sinal de controle linear, descrita na seção 2.2.1, utilizando a estrutura do PSF equivalente se dá de forma direta. As únicas alterações necessárias para a implementação dessa estratégia são:

- a utilização do controlador $C_{eq}(z)$ ao invés de $C(z)$ para o cálculo do sinal de controle;
- a inclusão do filtro de referência $F(z)$;
- a inclusão do filtro do preditor $F_r(z)$;

Após as alterações, a nova metodologia da estratégia de saturação do sinal de controle linear é apresentada no algoritmo 3.

3.3.2. Algoritmo incremental

Para tornar possível a utilização do algoritmo incremental no PSF equivalente, foi utilizada a estrutura apresentada na figura 3.5 na qual foi calculada a função de transferência equivalente da malha interna mantendo o termo integrador $\left(\frac{1}{1-z^{-1}}\right)$ em série. A estrutura equivalente com o termo integrador em série com o controlador pode ser vista na figura 3.6.

Na figura 3.6 $C_{eqsi}(z)$ é o controlador equivalente sem o termo

Algoritmo 3: anti-*windup*: Saturação do sinal de controle

```

1 início
2   inicializar as variáveis;
3   repita
4     medir saída da planta  $y(k)$ ;
5     calcular referência filtrada  $r_f(k)$ ;
6     calcular saída filtrada  $y_{fr}(k)$ ;
7      $e(k) \leftarrow r_f(k) - y_{fr}(k)$ ;
8     calcule o sinal de controle  $u(k)$ ;
9     se  $u(k) > u_{max}$  então
10    |  $u(k) \leftarrow u_{max}$ ;
11    senão se  $u(k) < u_{min}$  então
12    |  $u(k) \leftarrow u_{min}$ ;
13    fim
14    aplique  $u(k)$  à planta;
15    atualize as variáveis;
16     $k \leftarrow k + 1$ ;
17    aguarde  $T_s$ ;
18  até controlador ser parado;
19 fim
  
```

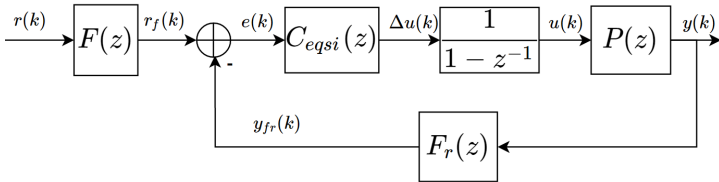


Figura 3.6: Representação do GPC com termo integrador em série

integrador e pode ser representado, utilizando o operador atraso, por

$$C_{eqsi}(z^{-1}) = \frac{1}{1 - l_{u_1}z^{-1} - l_{u_2}z^{-2} - \dots - l_{u_{n_b}}z^{-n_b}}. \quad (3.17)$$

Após realizada as modificações do PSF equivalente, o algoritmo incremental torna-se implementável e sua metodologia pode ser vista no algoritmo 4.

3.3.3. Generalização da estratégia de Bruciaplágia e Apolônio

A estratégia proposta por Flesch [2012] também foi utilizada neste trabalho, entretanto, foram necessárias algumas modificações em virtude da localização dos polos e zeros das funções de transferência de $C_{eq}(z)$ e $F_r(z)$.

Algoritmo 4: anti-*windup*: Algoritmo incremental

```

1  início
2  | inicializar as variáveis;
3  repita
4  |   medir saída da planta  $y(k)$ ;
5  |   calcular referência filtrada  $r_f(k)$ ;
6  |   calcular saída filtrada  $y_{fr}(k)$ ;
7  |    $e(k) \leftarrow r_f(k) - y_{fr}(k)$ ;
8  |   calcule o incremento do sinal de controle  $\Delta u(k)$ ;
9  |   se  $\Delta u(k) + u(k-1) > u_{max}$  então
10 |     |  $u(k) \leftarrow u_{max}$ ;
11 |   senão se  $\Delta u(k) + u(k-1) < u_{min}$  então
12 |     |  $u(k) \leftarrow u_{min}$ ;
13 |   senão
14 |     |  $u(k) = \Delta u(k) + u(k-1)$ ;
15 |   fim
16 |   aplique  $u(k)$  à planta;
17 |   atualize as variáveis;
18 |    $k \leftarrow k + 1$ ;
19 |   aguarde  $T_s$ ;
20 | até controlador ser parado;
21 fim

```

Como comentado na seção 3.2, o controlador equivalente, $C_{eq}(z)$, apresenta zeros na origem. Isso resulta na não utilização dos erros anteriores na equação a diferenças resultante. Por esse motivo, a estratégia de anti-*windup* proposta por Flesch [2012] não pode ser empregada diretamente, pois nesse caso apenas a modificação do sinal de controle atual $u(k)$ é levada em conta. A solução para contornar esse problema foi de modificar o valor atual da saída $y(k)$ recebida pelo controlador para se adequar à restrição do sinal de controle. Dessa forma, a equação a diferenças que calcula a saída filtrada, $y_{fr}(k)$, utilizará os valores das saídas passadas que são condizentes com o sinal de controle aplicado à

planta.

Essa abordagem pode ser realizada analisando-se a figura 3.2. Escrevendo $C_{eq}(z)$ com o operador atraso z^{-1} , tem-se

$$C_{eq}(z^{-1}) = \frac{1}{1 + a_{C_{eq1}}z^{-1} + a_{C_{eq2}}z^{-2} + \dots + a_{C_{eq(n_a+d)}}z^{-(n_a+d)}}. \quad (3.18)$$

Como $u(k) = C_{eq}(z^{-1})e(k)$, é possível escrever $e(k)$ como função do sinal de controle atual e dos sinais de controle passados na forma

$$e(k) = u(k) + a_{C_{eq1}}u(k-1) + a_{C_{eq2}}u(k-2) + \dots + a_{C_{eq(n_a+d)}}u(k-n_a-d). \quad (3.19)$$

Como deseja-se saber qual o valor atual da saída $y(k)$ para se adequar à restrição do sinal de controle $u(k)$, será utilizada a equação do filtro do preditor $F_r(z)$, escrita com operador atraso z^{-1} , dada por

$$F_r(z^{-1}) = b_{f_{r0}} + b_{f_{r1}}z^{-1} + b_{f_{r2}}z^{-2} + \dots + b_{f_{r_{n_a}}}z^{-n_a}. \quad (3.20)$$

Sabendo que $y_{f_r}(k) = F_r(z^{-1})y(k)$, é possível calcular a saída filtrada $y_{f_r}(k)$ em função da saída atual e das saídas passadas na forma

$$y_{f_r}(k) = b_{f_{r0}}y(k) + b_{f_{r1}}y(k-1) + b_{f_{r2}}y(k-2) + \dots + b_{f_{r_{n_a}}}y(k-n_a). \quad (3.21)$$

Sabendo que $e(k)$ também pode ser dado por

$$e(k) = r_f(k) - y_{f_r}(k), \quad (3.22)$$

e substituindo (3.21) em (3.22) chega-se a

$$e(k) = r_f(k) - (b_{f_{r0}}y(k) + b_{f_{r1}}y(k-1) + b_{f_{r2}}y(k-2) + \dots + b_{f_{r_{n_a}}}y(k-n_a)). \quad (3.23)$$

Isolando-se $y(k)$ na equação (3.23) chega-se a uma equação que fornece o valor da saída atual em função das saídas anteriores, do erro atual e do sinal de referência atual, dada por

$$y(k) = \frac{r_f(k) - e(k) - b_{f_{r1}}y(k-1) - b_{f_{r2}}y(k-2) - \dots - b_{f_{r_{n_a}}}y(k-n_a)}{b_{f_{r0}}}. \quad (3.24)$$

Seguindo a ideia proposta por Flesch [2012], deseja-se saber o valor do erro que será condizente com o sinal de controle saturado u_{sat} . Para isso, realiza-se a igualdade $u(k) = u_{sat}$ e a equação (3.19) passa a ser dada como

$$e^*(k) = u_{sat} + a_{C_{eq1}} u(k-1) + a_{C_{eq2}} u(k-2) + \dots + a_{C_{eq(n_a+d)}} u(k-(n_a+d)). \quad (3.25)$$

Por fim, para calcular a saída atual que seja condizente com o valor do sinal de controle saturado u_{sat} , basta substituir a equação (3.25) na equação (3.24), resultando em

$$y^*(k) = \frac{r_f(k) - e^*(k) - b_{f_{r1}} y(k-1) - b_{f_{r2}} y(k-2) - \dots - b_{f_{r_{n_a}}} y(k-n_a)}{b_{f_{r0}}}. \quad (3.26)$$

O novo algoritmo que modifica a saída atual $y(k)$ para ser condizente com o sinal de controle saturado u_{sat} (que pode ser representado por uma limitação superior u_{max} e/ou uma limitação inferior u_{min}), é apresentado no algoritmo 5.

3.4. Estudos de caso por simulação

Nesta seção, quatro estudos de caso são apresentados com o objetivo de comparar o desempenho do PSF equivalente, utilizando diferentes estratégias de anti-*windup*, com o GPC restrito. Os tipos de processos apresentados são: processo estável, processo instável e processo com característica integradora. Também será apresentado um caso especial de processo instável com o objetivo de mostrar resultados que diferem dos demais casos.

Na maioria dos casos analisados, os resultados da simulação do processo em malha fechada comparando o desempenho do PSF equivalente, com as três estratégias de anti-*windup*, com o do GPC restrito foram divididos em duas figuras, para melhor visualização. O sinal de controle do PSF equivalente sem estratégia de anti-*windup* é apresentado nos gráficos em dois tipos de linhas distintas: a linha tracejada (u(PSF) controlador) faz referência ao sinal de controle internamente representado no controlador que, em alguns casos, satura, e a linha sólida (u(PSF) aplicado) faz referência ao sinal de controle que realmente é aplicado à planta.

Algoritmo 5: anti-*windup*: Modificação da saída atual

```

1  início
2  | inicializar as variáveis;
3  | repita
4  | | medir saída da planta  $y(k)$ ;
5  | | calcular referência filtrada  $r_f(k)$ ;
6  | | calcular saída filtrada  $y_{fr}(k)$ ;
7  | |  $e(k) \leftarrow r_f(k) - y_{fr}(k)$ ;
8  | | calcule o sinal de controle  $u(k)$ ;
9  | | se  $u(k) > u_{max}$  então
10 | | |  $u(k) \leftarrow u_{max}$ ;
11 | | |  $e^*(k) \leftarrow u_{max} + a_{C_{eq1}}u(k-1) + \dots$ 
12 | | |  $+ a_{C_{eq}(n_a+d)}u(k-n_a-d)$ ;
13 | | |  $aux1 \leftarrow b_{f_{r1}}y(k-1) + \dots + b_{f_{r n_a}}y(k-n_a)$ ;
14 | | |  $y^*(k) \leftarrow (r_f(k) - e^*(k) - aux1)/b_{fr0}$ ;
15 | | | senão se  $u(k) < u_{min}$  então
16 | | | |  $u(k) \leftarrow u_{min}$ ;
17 | | | |  $e^*(k) \leftarrow u_{min} + a_{C_{eq1}}u(k-1) + \dots$ 
18 | | | |  $+ a_{C_{eq}(n_a+d)}u(k-n_a-d)$ ;
19 | | | |  $aux1 \leftarrow b_{f_{r1}}y(k-1) + \dots + b_{f_{r n_a}}y(k-n_a)$ ;
20 | | | |  $y^*(k) \leftarrow (r_f(k) - e^*(k) - aux1)/b_{fr0}$ ;
21 | | | aplique  $u(k)$  à planta;
22 | | | atualize as variáveis;
23 | | |  $k \leftarrow k + 1$ ;
24 | | | aguarde  $T_s$ ;
25 | até controlador ser parado;
26 fim

```

3.4.1. Caso estável

Para o caso estável, será utilizado o exemplo de processo apresentado em Markaroglu et al. [2006], cuja função de transferência da planta real é dada por

$$P_r(s) = \frac{30s + 2}{(20s + 1)(s + 1)(0,1s + 1)^2}. \quad (3.27)$$

O sistema foi então aproximado pelo seguinte modelo de primeira ordem com atraso (FOPDT, do inglês *first order plus dead-time*)

$$P_m(s) = \frac{1,5}{1,05s + 1} e^{-0,15s}. \quad (3.28)$$

É importante salientar que o projeto do controlador utiliza o modelo aproximado da planta, $P_m(s)$, mas aplicação do controle é realizada na planta real $P_r(s)$.

As funções de transferência em tempo discreto da planta real e do modelo aproximado, utilizando um período de amostragem de $T_s = 0,15$ s e um sustentador de ordem zero, são dadas por

$$\begin{aligned} P_r(z) &= \frac{0,0404(z + 1,802)(z - 0,99)(z + 0,115)}{(z - 0,9925)(z - 0,8607)(z - 0,2231)^2}, \\ P_m(z) &= \frac{0,1997}{z - 0,8669} z^{-1}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Os parâmetros de ajuste escolhidos para o controlador GPC foram $N = 10$, $N_u = 10$ e $\lambda = 0,5$. Também foi considerado que o processo possui uma restrição no sinal de controle absoluto, tendo como o máximo valor de saída do controlador $u_{max} = 1$ e valor mínimo $u_{min} = 0$. O controlador equivalente $C_{eq}(z)$, o filtro do preditor $F_r(z)$ e o filtro de referência $F(z)$ encontrados foram

$$C_{eq}(z) = \frac{z^2}{z^2 - 0,3794z - 0,6206}, \quad (3.30)$$

$$F_r(z) = \frac{3,711z - 2,694}{z}, \quad (3.31)$$

$$F(z) = 1,0171. \quad (3.32)$$

A figura 3.7 mostra os resultados da simulação do sistema em malha fechada com o PSF equivalente sem anti-*windup* (PSF), o PSF equivalente com a estratégia de saturação do sinal de controle linear (PSF + AW/Sat. de u) e do GPC restrito (GPC), para uma referência do tipo degrau com amplitude 1,0 aplicada no instante $t = 2,4$ s. No instante $t = 12$ s é introduzida uma perturbação de saída do tipo degrau com amplitude 0,2.

Os resultados mostram que o PSF equivalente com a estratégia de saturação do sinal de controle linear apresenta praticamente o mesmo desempenho do GPC restrito e, quando comparados ao PSF sem

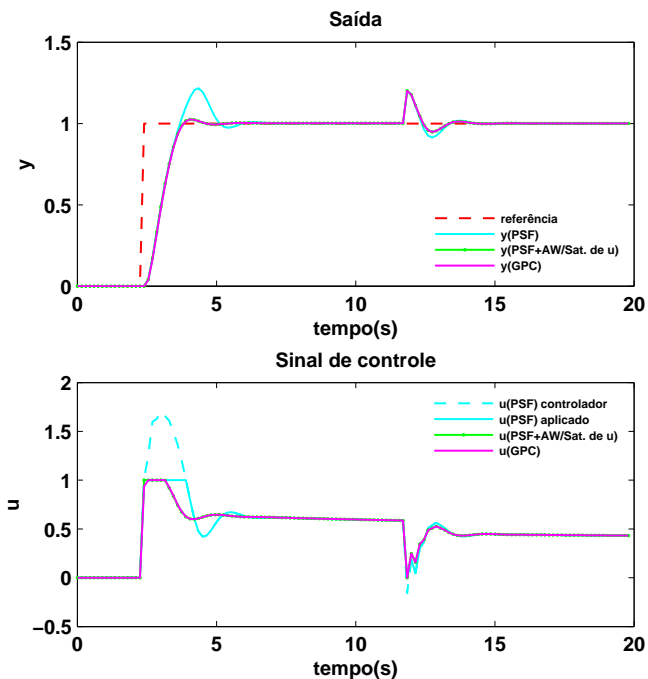


Figura 3.7: Comparação das respostas do PSF, PSF com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear e GPC restrito (caso estável)

anti-*windup*, resultam em um desempenho superior, com menor sobresinal e rejeição a perturbação mais rápida. Para ficar mais evidente a comparação entre o desempenho do GPC restrito e o PSF equivalente com a estratégia de saturação do sinal linear, é apresentado na figura 3.8 o erro absoluto da saída e também do sinal de controle entre essas duas abordagens.

É possível observar na figura 3.8 que o maior erro entre a saída das duas estratégias de controle é consideravelmente pequeno, com valor de aproximadamente 0,01. A mesma análise é válida para o sinal de controle de ambas as abordagens, na qual o maior valor do erro absoluto é de aproximadamente 0,06.

A figura 3.9 apresenta os resultados da simulação do sistema em malha fechada utilizando as estratégias de algoritmo incremental (PSF+AW/Alg. incremental) e de modificação da saída atual (PSF +

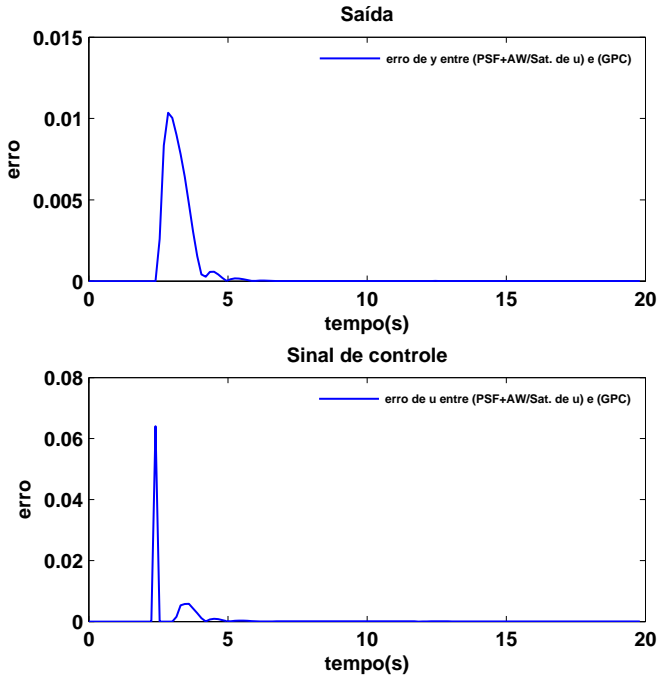


Figura 3.8: Erro absoluto entre o desempenho do GPC restrito e o PSF com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear (caso estável)

AW/Mod. saída atual).

A estratégia de algoritmo incremental apresentou um tempo de assentamento semelhante ao do GPC restrito mas com um sobressinal ligeiramente menor. Além disso, a estratégia de algoritmo incremental resultou em um melhor desempenho na rejeição a perturbação em relação às demais técnicas. Já a estratégia que modifica o sinal de saída atual, apesar de apresentar menor sobressinal e uma resposta a rejeição a perturbação ligeiramente mais rápida que o PSF equivalente sem anti-*windup*, apresentou o valor de sobressinal consideravelmente mais alto dentre as estratégias de anti-*windup*. As análises e o desempenho de cada um dos métodos são apresentados, resumidamente, na tabela 3.1.

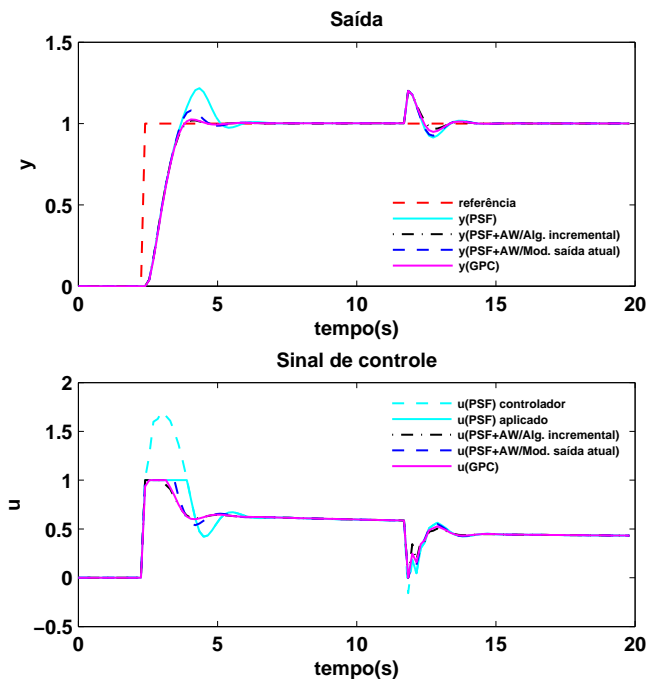


Figura 3.9: Comparação das respostas do PSF, PSF com anti-*windup* de algoritmo incremental, PSF com anti-*windup* de modificação da saída atual e GPC restrito (caso estável)

Tabela 3.1: Análise das técnicas para o caso estável

Técnica	Sobressinal	Tempo de assentamento (referência)	Tempo de assentamento (perturbação)
PSF	21,7%	2,7 s	1,3 s
PSF+AW/Sat. de u	2,5%	1,3 s	0,4 s
PSF+AW/Alg. incremental	1,9%	1,3 s	0,9 s
PSF+AW/Mod. saída atual	8,0%	1,7 s	1,0 s
GPC	2,5%	1,3 s	0,4 s

3.4.2. Caso instável

Para o caso instável, o exemplo apresentado em Sree e Chidambaram [2003] será considerado, onde um reator químico é descrito pelo

modelo de Cholette. O comportamento dinâmico de malha aberta do reator é dado pela equação diferencial (3.33).

$$\frac{dC}{dt} = \frac{F(t)}{V} (C_i(t) - C(t)) - \frac{k_1 C(t)}{(C(t) + 1)^2}, \quad (3.33)$$

onde $C(t)$ é a concentração de saída, $C_i(t)$ é a concentração de entrada, $F(t)$ é a vazão de entrada, V é o volume do reator e os parâmetros $k_1 = 10$ l/s, $k_2 = 10$ mol/l. O ponto de operação que será considerado é para $F = 0,0333$ l/s, $C_i = 3,288$ l/mol com $C = 1,315$ mol/l.

O modelo linear do processo, em seu ponto de operação, pode ser descrito pela função de transferência

$$\frac{C(s)}{C_i(s)} = P(s) = \frac{3,433e^{-20s}}{103,1s - 1}. \quad (3.34)$$

A constante de tempo do processo $T = 103,1$ e o atraso de transporte $d = 20$ são medidos em segundos.

A função de transferência discreta do modelo apresentado, utilizando um sustentador de ordem zero e um período de amostragem $T_s = 5$ s, é dada por

$$\frac{C(z)}{C_i(z)} = P(z) = \frac{0,1706}{z - 1,05} z^{-4}. \quad (3.35)$$

Neste caso, será considerada uma restrição simétrica na amplitude do sinal de controle de 1,0 mol/l.

O modelo apresentado na equação (3.35) é utilizado como planta e os parâmetros de ajuste escolhidos para o GPC foram $N = 30$, $N_u = 20$ e $\lambda = 4$. O controlador equivalente $C_{eq}(z)$, o filtro do preditor $F_r(z)$ e o filtro de referência $F(z)$ são dados por

$$C_{eq}(z) = \frac{z^5}{z^5 - 0,5443z^4 + 0,0895z^3 + 0,0956z^2 + 0,0992z - 0,7401}, \quad (3.36)$$

$$F_r(z) = \frac{4,951z - 4,554}{z}, \quad (3.37)$$

$$F(z) = 0,3970. \quad (3.38)$$

A figura 3.10 mostra a simulação do sistema em malha fechada com o PSF equivalente sem anti-*windup* (PSF), o PSF equivalente com a estratégia de saturação do sinal de controle linear (PSF+AW/Sat.

de u) e do GPC restrito (GPC), para uma referência do tipo degrau de amplitude $2,0 \text{ mol/l}$ aplicada no instante $t = 110 \text{ s}$. Além disso, uma perturbação de saída do tipo degrau e de amplitude $0,2 \text{ mol/l}$ é aplicada no instante $t = 350 \text{ s}$.

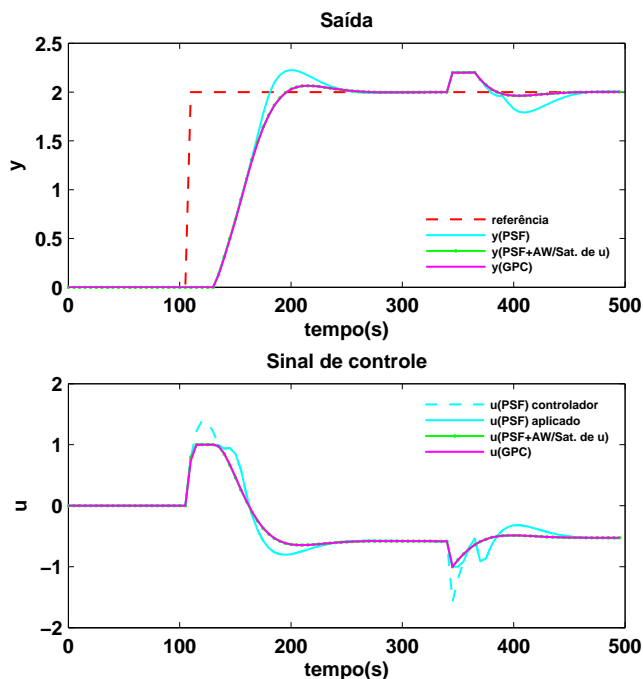


Figura 3.10: Comparação das respostas do PSF, PSF com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear e GPC restrito (caso instável)

Novamente, é possível perceber que o PSF equivalente com a estratégia de anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear possui praticamente a mesma resposta que a do GPC restrito e, quando comparadas ao PSF equivalente sem anti-*windup*, possuem um desempenho superior, com menor sobressinal e rejeição a perturbação de saída mais rápida.

Com o objetivo de fazer uma análise mais detalhada da figura 3.10, é apresentado na figura 3.11 o erro absoluto da saída e do sinal de controle entre o GPC restrito e o PSF equivalente com anti-*windup* de

saturação do sinal de controle linear para o caso instável. Como pode ser visto na figura 3.11, o erro da saída e do sinal de controle entre as duas abordagens, para o caso instável, é consideravelmente pequeno. Esse resultado vai ao encontro do resultado apresentado na seção 3.4.1, que tratou o caso estável.

A figura 3.12 apresenta os resultados do PSF equivalente com anti-*windup* de algoritmo incremental (PSF+AW/Alg. incremental) e de modificação da saída atual (PSF+AW/Mod. saída atual).

Apesar de as estratégias de algoritmo incremental e modificação da saída atual resultarem em um tempo de assentamento e um sobressinal menor que o PSF equivalente sem anti-*windup*, o desempenho do

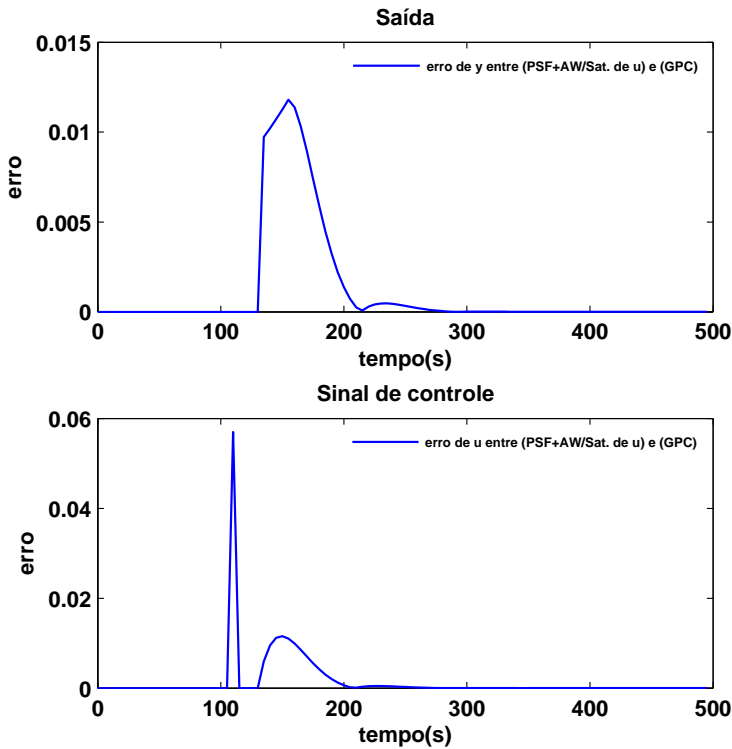


Figura 3.11: Erro absoluto entre o desempenho do GPC restrito e o PSF com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear (caso instável)

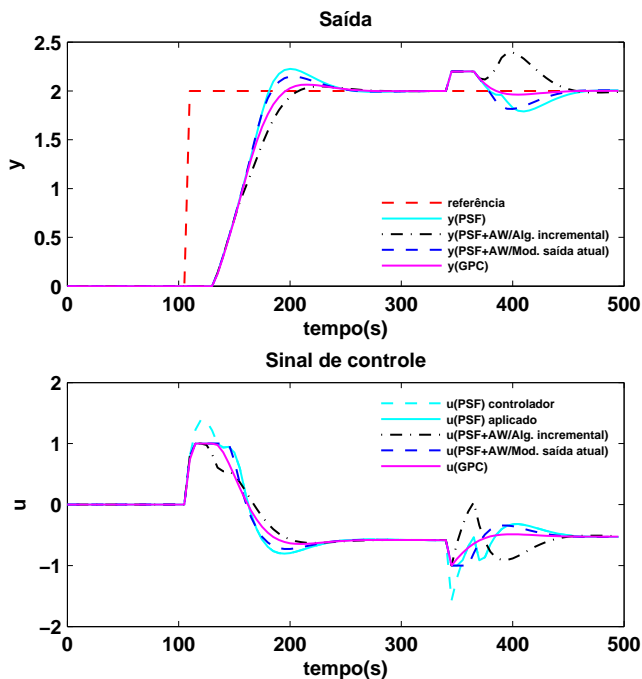


Figura 3.12: Comparação das respostas do PSF, PSF com anti-*windup* de algoritmo incremental, PSF com anti-*windup* de modificação da saída atual e GPC restrito (caso instável)

GPC restrito e do PSF equivalente com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear foram superiores. A estratégia de algoritmo incremental, apesar de obter o menor sobressinal dentre todos, apresentou o pior desempenho na rejeição à perturbação de saída.

A tabela 3.2 mostra, de forma resumida, a análise para cada uma das técnicas utilizadas para o caso instável.

3.4.3. Caso integrador

O caso integrador a ser considerado é o mesmo apresentado em Normey-Rico e Camacho [2002], cuja a função de transferência no do-

Tabela 3.2: Análise das técnicas para o caso instável

Técnica	Sobressinal	Tempo de assentamento (referência)	Tempo de assentamento (perturbação)
PSF	11,3%	120 s	90 s
PSF+AW/Sat. de u	3,1%	80 s	30 s
PSF+AW/Alg. incremental	2,3%	90 s	90 s
PSF+AW/Mod. saída atual	7,4%	115 s	80 s
GPC	3,1%	80 s	30 s

mínio de tempo contínuo é representada por

$$P(s) = \frac{0,1e^{-8s}}{s(0,5s + 1)(s + 1)(0,1s + 1)}. \quad (3.39)$$

A função de transferência em tempo discreto do modelo apresentado, utilizando um sustentador de ordem zero e um período de amostragem $T_s = 2$ s, é dada por

$$P(z) = \frac{0,0689(z + 1,33)(z + 0,0569)(z + 0,0001)}{z(z - 1)(z - 0,1353)(z - 0,0183)}z^{-4}. \quad (3.40)$$

Neste caso, será considerada uma restrição no sinal de controle absoluto máximo $u_{max} = 1,0$. O sinal de referência é do tipo degrau com amplitude 2,0 e é aplicado no instante $t = 50$ s. Além disso, uma perturbação de saída do tipo degrau com amplitude $-0,3$ é aplicada no instante $t = 250$ s.

Os parâmetros de ajuste escolhidos para o GPC foram $N = 10$, $N_u = 10$ e $\lambda = 3$. O controlador equivalente, $C_{eq}(z)$, o filtro do preditor, $F_r(z)$, e o filtro de referência, $F(z)$, são dados por

$$C_{eq}(z) = \frac{z^8}{\left(\begin{array}{l} z^8 - 0,5384z^7 + 0,0880z^6 + 0,0880z^5 + 0,0878z^4 - \\ 0,2647z^3 - 0,4367z^2 - 0,0240z - 3,1655 \cdot 10^{-6} \end{array} \right)}, \quad (3.41)$$

$$F_r(z) = \frac{5,1151z^4 - 5,3822z^3 + 0,7188z^2 - 0,0113z}{z^4}, \quad (3.42)$$

$$F(z) = 0,4402. \quad (3.43)$$

A figura 3.13 mostra a simulação do sistema em malha fechada com o PSF equivalente sem anti-*windup* (PSF), o PSF equivalente com a estratégia de saturação do sinal de controle linear (PSF+AW/Sat. de u) e o GPC restrito (GPC).

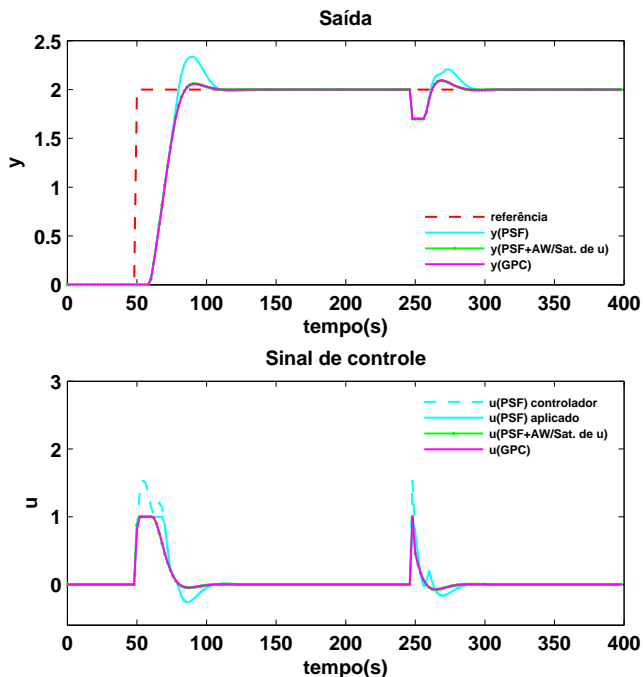


Figura 3.13: Comparação das respostas do PSF, PSF com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear e GPC restrito (caso integrador)

Novamente é possível notar que os resultados do PSF equivalente com a estratégia de saturação do sinal de controle linear foram praticamente iguais aos do GPC restrito e, quando comparados ao PSF equivalente sem anti-*windup* apresentam um desempenho superior, com menor sobressinal e menor tempo de assentamento. Para justificar tal afirmação, na figura 3.14 é mostrado o erro absoluto da saída e do sinal de controle entre o GPC restrito e o PSF equivalente com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear. É possível observar na figura 3.14 que, novamente, o erro absoluto do sinal de saída e do sinal de

controle entre as duas abordagens é praticamente insignificante.

A figura 3.15 mostra os resultados da simulação do sistema em malha fechada utilizando as estratégias de algoritmo incremental (PSF +AW/Alg. incremental) e de modificação da saída atual (PSF +AW/Mod. saída atual). É possível observar que o PSF equivalente com a estratégia de algoritmo incremental apresenta o menor sobressinal entre todas as técnicas de controle, entretanto, além de o tempo de assentamento ser maior que o do GPC restrito, o sinal de controle é mais oscilatório em comparação com as outras abordagens. O PSF equivalente com a estratégia de modificação da saída atual apresenta um alto sobressinal e um tempo de assentamento maior que as outras

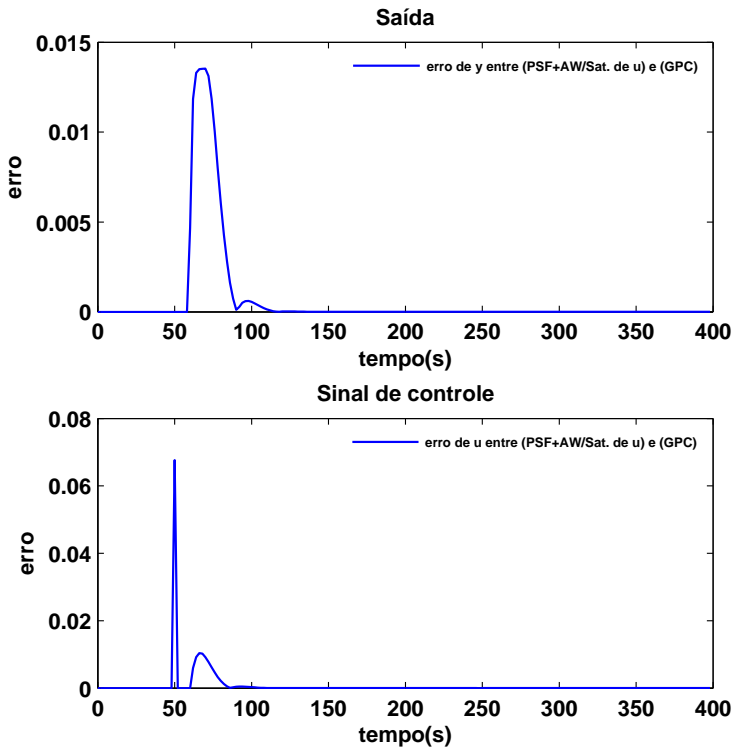


Figura 3.14: Erro absoluto entre o desempenho do GPC restrito e o PSF com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear(caso integrador)

abordagens, mas ainda assim ele tem um desempenho superior quando comparado ao PSF equivalente sem anti-*windup*. Quanto à rejeição da perturbação, o GPC restrito foi a abordagem que teve melhor desempenho. O PSF equivalente com a estratégia de algoritmo incremental e o PSF equivalente com a estratégia de modificação da saída atual tiveram comportamentos bem distintos na rejeição a perturbação, entretanto o primeiro foi o que obteve melhor desempenho.

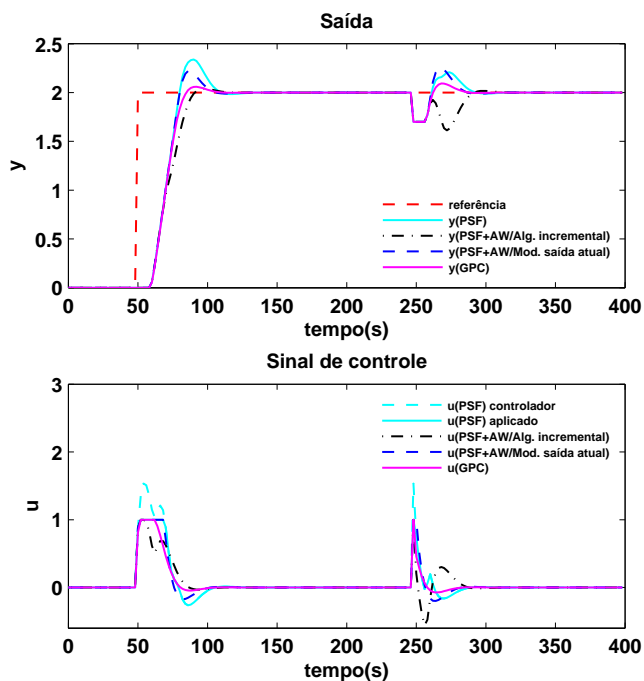


Figura 3.15: Comparação das respostas do PSF, PSF com anti-*windup* de algoritmo incremental, PSF com anti-*windup* de modificação da saída atual e GPC restrito (caso integrador)

A análise resumida de cada um dos métodos é apresentada na tabela 3.3.

Tabela 3.3: Análise das técnicas para o caso integrador

Técnica	Sobressinal	Tempo de assentamento (referência)	Tempo de assentamento (perturbação)
PSF	16,9%	52 s	36 s
PSF+AW/Sat. de u	2,9%	32 s	12 s
PSF+AW/Alg. incremental	2,0%	38 s	38 s
PSF+AW/Mod. saída atual	10,9%	46 s	30 s
GPC	2,9%	32 s	12 s

3.4.4. Caso instável (caso especial)

O caso especial a ser apresentado considera uma planta instável com a seguinte função de transferência no domínio de tempo contínuo

$$P(s) = \frac{1}{s^2 - 1} e^{-s}. \quad (3.44)$$

A função de transferência em tempo discreto da planta apresentada, utilizando um período de amostragem $T_s = 0,2$ s e um sustentador de ordem zero, é dada por

$$P(z) = \frac{0,02(z+1)z^{-5}}{(z-1,2213)(z-0,8187)}. \quad (3.45)$$

Neste caso, será considerada uma restrição no sinal de controle absoluto máximo $u_{max} = 0,5$ e no sinal de controle absoluto mínimo $u_{min} = -1,5$. O sinal de referência é do tipo degrau com amplitude 1,0 e é aplicado no instante $t = 5$ s. Além disso, uma perturbação de saída do tipo degrau com amplitude 0,2 é aplicada no instante $t = 15$ s.

Os parâmetros de ajuste escolhidos para o GPC foram $N = 20$, $N_u = 20$ e $\lambda = 0,1$. O controlador equivalente, $C_{eq}(z)$, o filtro do preditor, $F_r(z)$, e o filtro de referência, $F(z)$, calculados foram

$$C_{eq}(z) = \frac{z^7}{\left(z^7 + 0,0431z^6 + 0,5093z^5 + 0,6437z^4 + 0,8092z^3 + 1,001z^2 - 1,725z - 2,281 \right)}, \quad (3.46)$$

$$F_r(z) = \frac{147,7z^2 - 259,5z + 113,6}{z^2}, \quad (3.47)$$

$$F(z) = 1,8641. \quad (3.48)$$

Neste caso especial, somente serão apresentados os resultados das abordagens do GPC restrito e do PSF equivalente com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear, pois as demais abordagens não foram capazes de controlar a planta apresentada.

A figura 3.16 mostra os resultados da simulação do sistema em malha fechada das abordagens anteriormente mencionadas. É possível perceber que, neste caso especial, os resultados do PSF equivalente com estratégia de anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear foram significativamente diferentes dos resultados do GPC restrito em certos instantes. O sobressinal e o tempo de assentamento apresentado pelo GPC restrito, respectivamente, foram de 4,6% e 8,2s. Já o PSF equivalente apresentou 16,6% de sobressinal e 10,2s de tempo de assentamento. Quanto à rejeição a perturbação de saída, o GPC restrito obteve um desempenho ligeiramente mais rápido.

Uma nova simulação do sistema foi realizada para avaliar os efeitos da escolha de um novo valor de λ no desempenho do PSF equivalente com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear. O novo valor utilizado foi $\lambda = 0,5$, o que faz com que o sinal de controle fique ligeiramente mais conservador quando comparado ao valor de λ para o caso anterior. Já os outros parâmetros do controlador GPC foram mantidos. Novamente serão apresentados os resultados somente do GPC restrito e do PSF equivalente com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear, pelo fato de as outras estratégias não conseguirem estabilizar o sistema. O controlador equivalente, $C_{eq}(z)$, o filtro do preditor, $F_r(z)$, e o filtro de referência, $F(z)$, para o novo valor de λ são dados por

$$C_{eq}(z) = \frac{z^7}{\left(\begin{array}{l} z^7 - 0,1678z^6 + 0,3385z^5 + 0,4197z^4 \\ + 0,5228z^3 + 0,6421z^2 - 1,2z - 1,556 \end{array} \right)}, \quad (3.49)$$

$$F_r(z) = \frac{99,23z^2 - 175,8z + 77,48}{z^2}, \quad (3.50)$$

$$F(z) = 0,9285. \quad (3.51)$$

Os resultados do sistema em malha fechada com o novo valor de λ são apresentados na figura 3.17. A figura 3.17 mostra que com o aumento do valor de λ o desempenho do PSF equivalente com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear é praticamente o mesmo que o GPC restrito para o seguimento de referência. No entanto, o GPC restrito obteve uma resposta de rejeição a perturbação mais rápida.

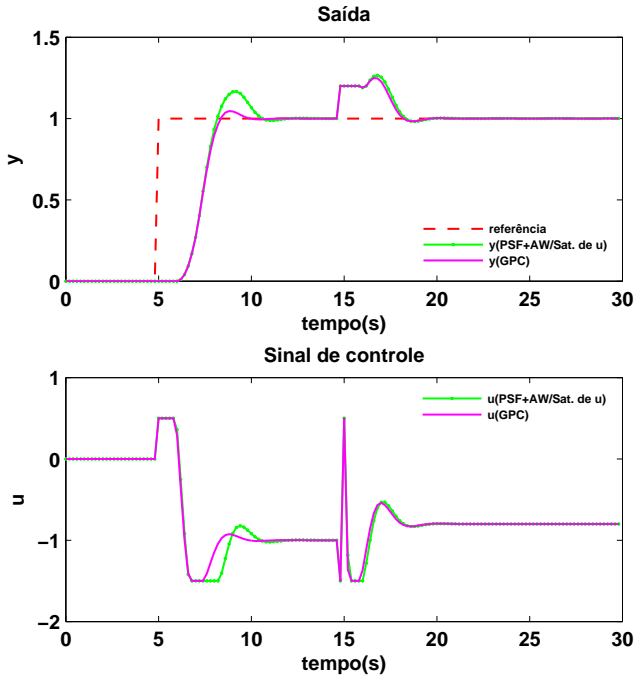


Figura 3.16: Comparação das respostas do GPC restrito e do PSF equivalente com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear (caso instável especial)

Para uma análise mais precisa, a figura 3.18 apresenta o erro absoluto da saída e do sinal de controle entre as duas abordagens. Na figura 3.18 é possível observar que o erro é próximo de zero nos primeiros instantes e difere apenas em alguns instantes após a entrada da perturbação no sistema.

3.5. Conclusões

Este capítulo apresentou uma abordagem de sintonia de um PSF, com base no GPC, em conjunto de diferentes estratégias de anti-*windup*. Além disso, o desempenho das abordagens propostas foi avaliado em três estudos de casos referentes a processos abordados na literatura e também em um caso especial referente a um processo instável.

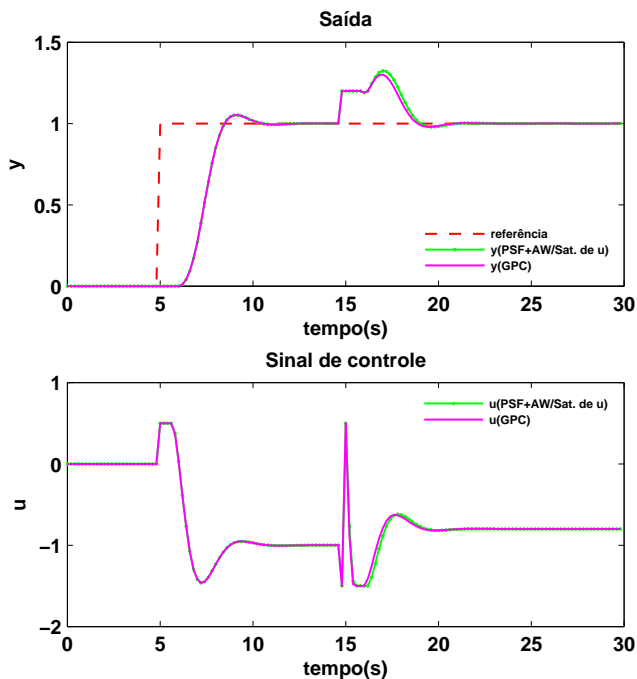


Figura 3.17: Comparação das respostas do GPC restrito e do PSF equivalente com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear com λ modificado (caso instável especial)

Os resultados das simulações mostraram que com a estrutura proposta foi possível obter comportamentos muito próximos aos do GPC, especialmente com a técnica de anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear. No entanto, para o caso instável especial (subseção 3.4.4), os comportamentos não são tão parecidos quanto os apresentados nos demais casos. Foi evidenciado que a diferença entre as respostas é função do ajuste adotado para o GPC e não da estrutura da planta, pois para a mesma planta foi possível obter comportamentos semelhantes entre as duas abordagens com uma sintonia diferente do GPC.

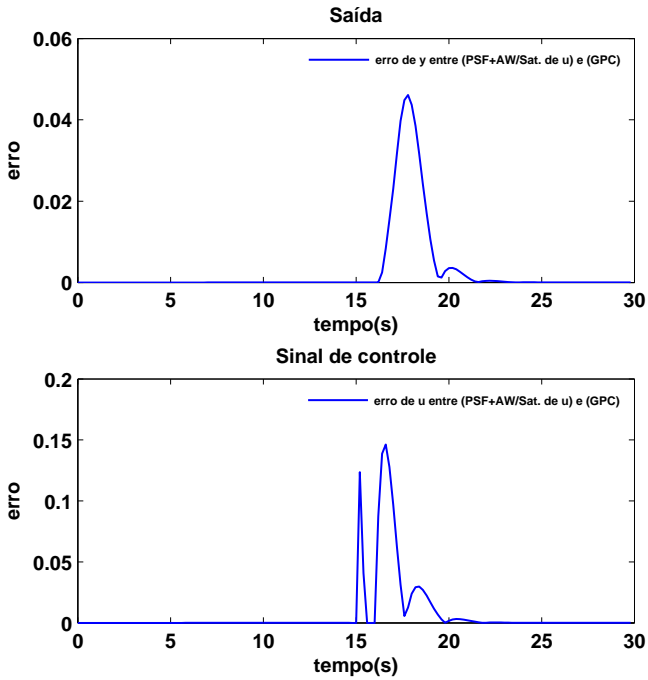


Figura 3.18: Erro absoluto entre o desempenho do GPC restrito e o PSF com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear(caso instável especial)

Capítulo 4

Avaliação experimental das técnicas estudadas

Este capítulo apresenta a avaliação experimental das técnicas de controle abordadas neste trabalho em uma bancada de ensaios composta por uma ducha eletrônica, um sistema embarcado (cujo desenvolvimento é apresentado no apêndice A) e um transdutor de temperatura. O objetivo do sistema é controlar a variação de temperatura da água (variável controlada) através do controle da potência aplicada ao resistor de potência da ducha (variável manipulada). As mesmas técnicas apresentadas na seção 3.4 foram avaliadas na bancada de ensaios e seus resultados foram comparados entre si.

A seção 4.1 apresenta a abordagem utilizada para a identificação do modelo da planta do processo. Na seção 4.2 três tópicos são apresentados: a sintonia dos controladores; a simulação do sistema em malha fechada, bem como a análise comparativa do desempenho de cada estratégia; uma análise em frequência com objetivo de explicar o fenômeno ocorrido em alguns dos casos. A seção 4.3 apresenta a metodologia utilizada para a realização dos ensaios na bancada. A seção 4.4 apresenta os resultados experimentais obtidos com a aplicação dos controladores. A seção 4.5 apresenta as conclusões dos resultados obtidos neste capítulo.

4.1. Identificação do modelo da planta

Para a identificação do modelo da planta, foi utilizado o método de resposta ao degrau, o qual consiste em submeter a planta a uma mudança no sinal de entrada do sistema do tipo degrau e armazenar os valores de saída do processo. Dessa forma é possível utilizar diferentes tipos de técnicas gráficas, numéricas ou computacionais para

aproximar o modelo da planta do sistema por funções transferência de ordem reduzida (primeira ou segunda ordem, por exemplo) [COELHO; COELHO, 2004].

A figura 4.1 mostra a resposta ao degrau do sistema para um sinal de entrada com amplitude $u = 1$ (potência máxima da ducha) aplicado no instante $t = 9$ s. O período de amostragem utilizado foi de $T_s = 0,1$ s.

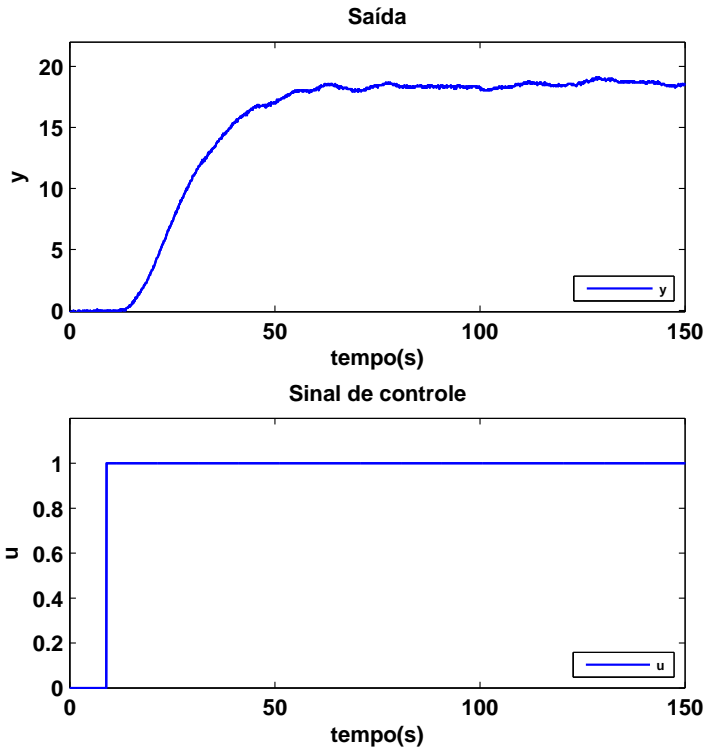


Figura 4.1: Resposta ao degrau do sistema

É importante observar que a saída do processo refere-se à variação de temperatura da água, em graus Celsius, e não à temperatura real da água, ou seja, a temperatura medida da água é sempre subtraída pela temperatura inicial medida ao ligar-se a ducha. No momento das medições, a água encontrava-se a $24,8^\circ\text{C}$.

Foi observada uma oscilação nas medições de temperatura com

uma amplitude de aproximadamente $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$. Essa oscilação provavelmente ocorre pelo fato de o transdutor utilizado ser analógico, o que o torna mais suscetível a ruídos e interferências.

Para identificar a função de transferência do modelo do processo, foi utilizada uma *toolbox* do *software* MATLAB chamada de *System Identification Toolbox*. Essa *toolbox* permite utilizar como parâmetro a quantidade de zeros e polos que deseja-se empregar para aproximar o modelo por função de transferência de um determinado processo.

A função de transferência do modelo do processo no domínio de tempo contínuo, obtida pelo MATLAB, utilizando como parâmetros de aproximação dois polos e nenhum zero, é dada por

$$P(s) = \frac{0,2184e^{-4s}}{s^2 + 0,1932s + 0,0115}. \quad (4.1)$$

A figura 4.2 mostra a comparação entre a saída do modelo e a saída real do processo para um sinal de entrada do tipo degrau, na qual é possível observar que o modelo descreve de forma satisfatória o comportamento dinâmico do processo.

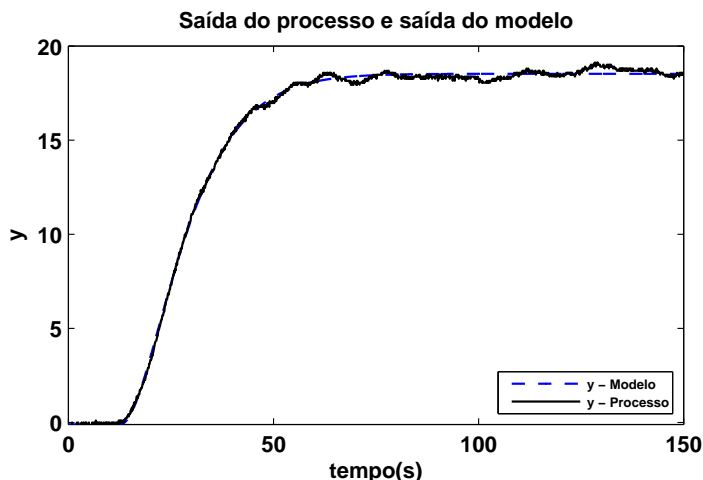


Figura 4.2: Comparação entre a saída do processo e a saída do modelo

Para verificar a linearidade do sistema, foi realizado um ensaio com o objetivo de obter-se o ganho estático do processo e observar seu comportamento dinâmico para diferentes faixas de operação. A dinâmica e os ganhos do sistema foram observados para diferentes sinais

de entrada do tipo degrau, durante determinados intervalos de tempo. Os resultados do ensaio são apresentados na figura 4.3 e na tabela 4.1.

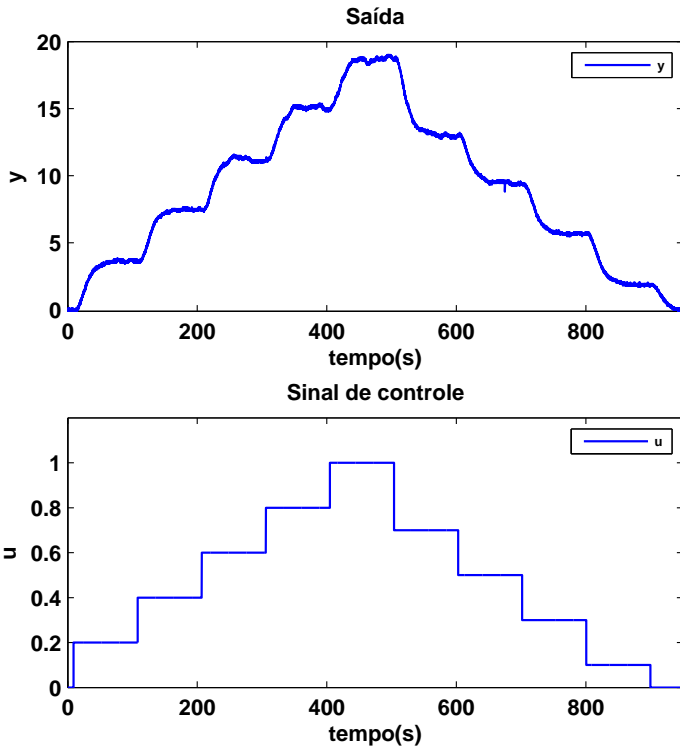


Figura 4.3: Ganho estático do processo para diferentes faixas de operação

Como é possível observar na tabela 4.1, os ganhos estáticos do processo para diferentes faixas de operação foram muito próximos. Além disso, como pode ser observado na figura 4.4, as dinâmicas observadas nos diferentes pontos de operação são bastante próximas. Essas duas características tornam possível uma boa aproximação da dinâmica do sistema por um modelo linear.

A comparação da saída do modelo e da saída do processo para diferentes faixas de operação pode ser vista na figura 4.4, onde é possível observar que o modelo do processo também descreve satisfatoriamente a dinâmica do processo para diferentes sinais de entrada e tanto para

Tabela 4.1: Ganhos estáticos para diferentes faixas de operação

Sinal de controle (u)	Saída (y)	Ganho estático($\Delta y/\Delta u$)
0,2	3,72	18,60
0,4	7,45	18,65
0,6	11,21	18,80
0,8	14,90	18,45
1,0	18,68	18,90
0,7	13,05	18,76
0,5	9,33	18,60
0,3	5,61	18,60
0,1	1,89	18,60

subidas quanto para descidas de temperatura.

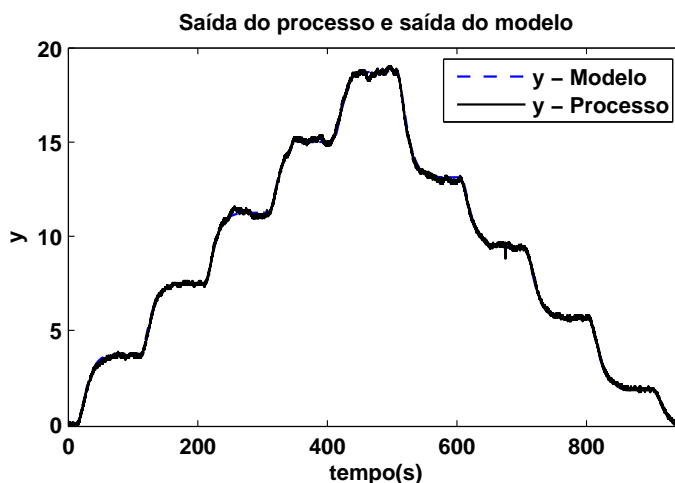


Figura 4.4: Comparação entre a saída do processo e a saída do modelo para diferentes faixas de operação

4.2. Sintonia, simulação e análise em frequência

Primeiramente foram realizadas três simulações do sistema de controle, com o objetivo de avaliar o desempenho do controlador para diferentes parâmetros.

A função de transferência em tempo discreto, do modelo da

planta obtido na seção 4.1, utilizando um sustentador de ordem zero e um período de amostragem de $T_s = 1$ s, é dada por

$$P(z) = \frac{0,1024(z + 0,9376)}{z^2 - 1,8140z + 0,8243} z^{-4}. \quad (4.2)$$

O sistema apresenta uma restrição no sinal de controle absoluto, sendo $u_{min} = 0$ o sinal de controle mínimo e $u_{max} = 1$ o sinal de controle máximo. Os sinais de referência são do tipo degrau e com amplitudes 5°C , 17°C , 10°C e 7°C aplicados nos instantes $t = 6$ s, $t = 206$ s, $t = 506$ s e $t = 706$ s, respectivamente. Vale salientar também que foi adicionado um ruído branco, na saída do sistema, com amplitude entre $+0,1^\circ\text{C}$ e $-0,1^\circ\text{C}$, em virtude das oscilações na temperatura medidas pelo transdutor observadas na etapa de identificação do modelo da planta.

4.2.1. Simulação 1

Na primeira simulação, os parâmetros de sintonia do controlador foram $N = 60$, $N_u = 10$ e $\lambda = 350$. O controlador equivalente, $C_{eq}(z)$, o filtro do preditor, $F_r(z)$, e o filtro de referência, $F(z)$, calculados foram

$$C_{eq}(z) = \frac{z^6}{\begin{pmatrix} z^6 - 0,6863z^5 + 0,0405z^4 + 0,0398z^3 \\ + 0,0387z^2 - 0,2144z - 0,2184 \end{pmatrix}}, \quad (4.3)$$

$$F_r(z) = \frac{2,4590z^2 - 4,2830z + 1,8750}{z^2}, \quad (4.4)$$

$$F(z) = 0,0505. \quad (4.5)$$

A figura 4.5 mostra a simulação do sistema em malha fechada com o PSF equivalente sem anti-*windup* (PSF), o PSF equivalente com a estratégia de saturação do sinal de controle linear (PSF+AW/Sat. de u) e o GPC restrito (GPC).

É possível observar que o PSF equivalente com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear e o GPC restrito, novamente, tiveram desempenhos muito semelhantes. No entanto, ambas as abordagens obtiveram erro em regime permanente nos intervalos em que os sinais de referência aplicados eram de amplitude de 5°C e 17°C . Esse erro é causado devido à grande oscilação do sinal de controle que faz

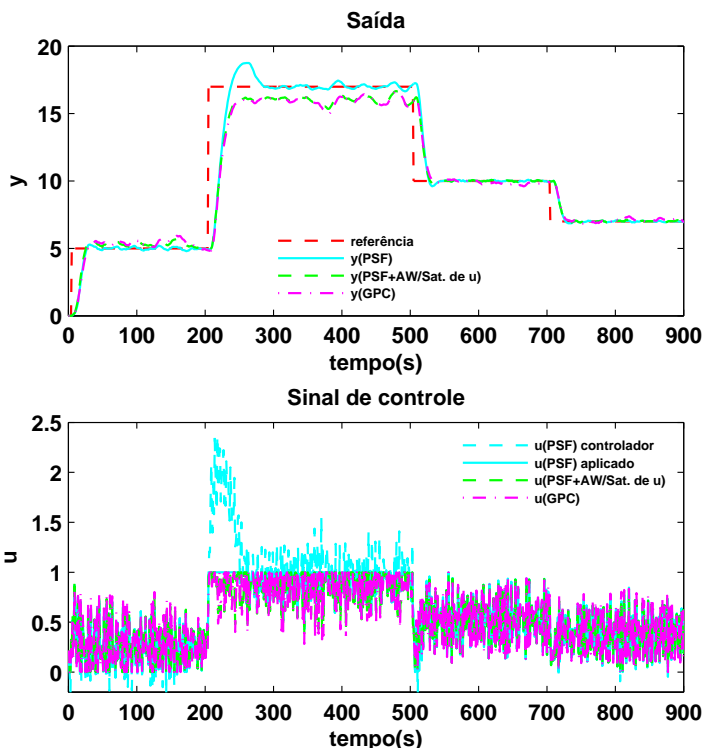


Figura 4.5: Comparação das respostas do PSF, PSF com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear e GPC restrito (para $N = 60$, $N_u = 10$ e $\lambda = 350$)

com que a média desses sinais não alcance o valor necessário para que a saída do sistema atinja a referência. Por outro lado, o PSF equivalente sem anti-*windup*, apesar de apresentar sobressinal, consequência da saturação do sinal de controle, conseguiu seguir a referência em todos os instantes sem erro de regime permanente.

A figura 4.6 mostra os resultados da simulação do sistema em malha fechada utilizando as estratégias de algoritmo incremental (PSF +AW/Alg. incremental) e de modificação da saída atual (PSF +AW/Mod. saída atual).

Na figura 4.6 é possível observar que o mesmo caso de erro em regime permanente do PSF equivalente com anti-*windup* de saturação

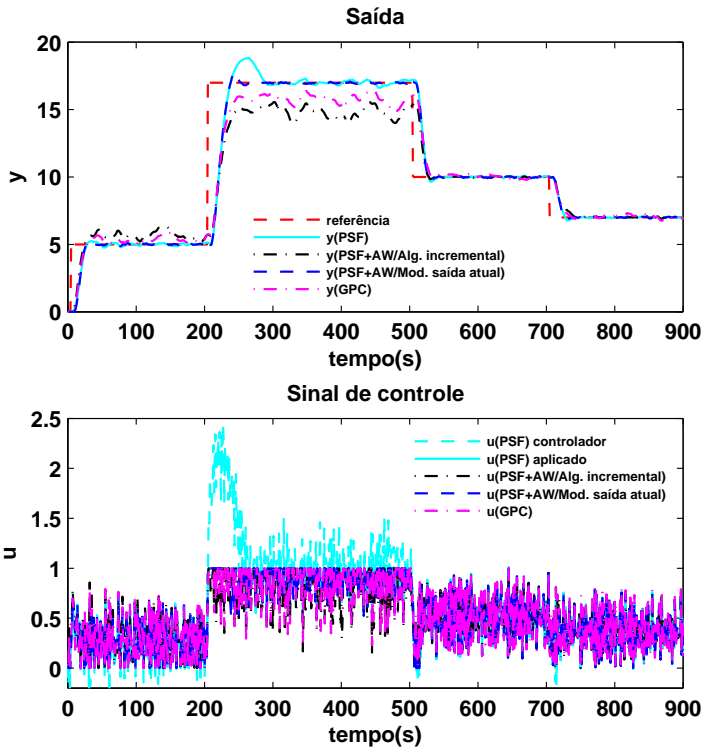


Figura 4.6: Comparação das respostas do PSF, PSF com anti-*windup* de algoritmo incremental, PSF com anti-*windup* de modificação da saída atual e GPC restrito (para $N = 60$, $N_u = 10$ e $\lambda = 350$)

do sinal de controle linear e do GPC restrito, apresentado na figura 4.5, acontece com o PSF equivalente com anti-*windup* de algoritmo incremental. Por outro lado, o PSF equivalente com anti-*windup* de modificação da saída atual conseguiu seguir a referência, apresentando baixos valores de sobressinal.

4.2.2. Simulação 2

Na segunda simulação, os parâmetros de sintonia do controlador foram $N = 60$, $N_u = 10$ e $\lambda = 1400$. O valor de λ foi aumentado com o objetivo diminuir a agressividade do sinal de controle. O controlador

equivalente, $C_{eq}(z)$, o filtro do preditor, $F_r(z)$, e o filtro de referência, $F(z)$, calculados foram

$$C_{eq}(z) = \frac{z^6}{\left(z^6 - 0,7940z^5 + 0,0186z^4 + 0,0181z^3 + 0,0174z^2 - 0,1303z - 0,1301 \right)}, \quad (4.6)$$

$$F_r(z) = \frac{1,4360z^2 - 2,5260z + 1,1160}{z^2}, \quad (4.7)$$

$$F(z) = 0,0257. \quad (4.8)$$

A figura 4.7 mostra a simulação do sistema em malha fechada com o PSF equivalente sem anti-*windup* (PSF), o PSF equivalente com a estratégia de saturação do sinal de controle linear (PSF+AW/Sat. de u) e do GPC restrito (GPC).

Os resultados apresentados na figura 4.7 mostram que houve uma melhora no desempenho do PSF equivalente com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear em virtude da eliminação do erro de regime permanente no intervalo entre $t = 6$ s e $t = 206$ s. No intervalo entre $t = 206$ s e $t = 506$ s, a estratégia apresenta menor erro de regime permanente quando comparada à simulação 1. Por outro lado, o GPC restrito, apesar de ter o sinal de controle menos oscilatório quando comparado a simulação 1, não apresentou melhoras significativas de desempenho nos mesmos intervalos. Quanto ao PSF equivalente sem anti-*windup*, apesar de apresentar sobressinal, ele foi capaz de seguir a referência de forma adequada, com menor tempo de assentamento quando comparado à simulação 1.

A figura 4.8 mostra os resultados da simulação do sistema em malha fechada utilizando as estratégias de algoritmo incremental (PSF +AW/Alg. incremental) e de modificação da saída atual (PSF +AW/Mod. saída atual).

Os resultados apresentados na figura 4.8 mostram que o PSF equivalente com anti-*windup* de algoritmo incremental apresentou uma melhora significativa no seguimento de referência no intervalo entre $t = 6$ s e $t = 206$ s quando comparado à simulação 1. Já no intervalo entre $t = 206$ s e $t = 506$ s a estratégia ainda apresenta erro de regime permanente, tendo um desempenho bastante semelhante ao GPC restrito. O PSF equivalente com anti-*windup* de modificação da saída atual conseguiu seguir a referência em todos os instantes, apresentando um baixo valor de sobressinal e um menor tempo de assentamento no

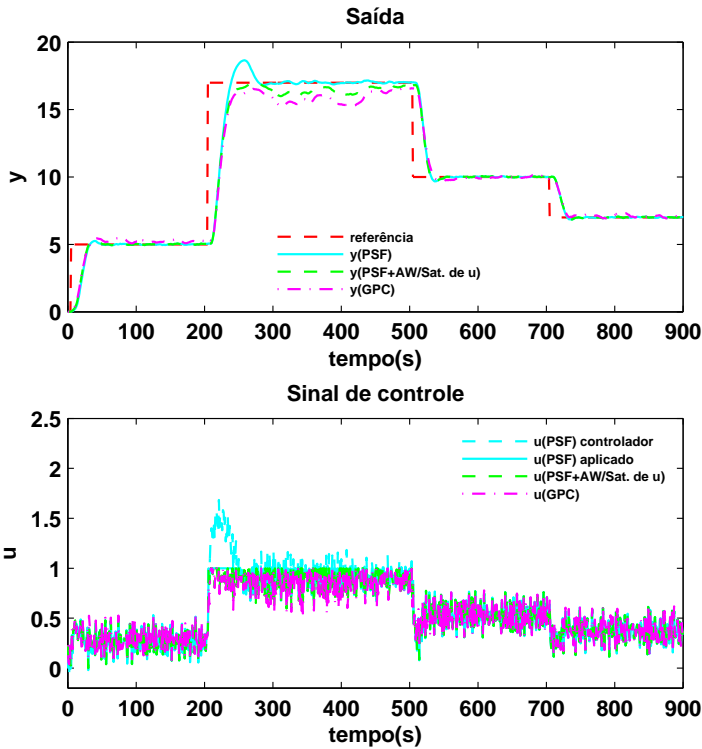


Figura 4.7: Comparação das respostas do PSF, PSF com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear e GPC restrito (para $N = 60$, $N_u = 10$ e $\lambda = 1400$)

intervalo entre $t = 206$ s e $t = 506$ s quando comparado ao PSF equivalente sem anti-*windup*.

4.2.3. Simulação 3

Na terceira simulação, os parâmetros de sintonia do controlador foram $N = 5$, $N_u = 5$ e $\lambda = 350$. Os horizontes foram alterados com o objetivo de avaliar o comportamento do transitório e do sinal de controle. O controlador equivalente, $C_{eq}(z)$, o filtro do preditor, $F_r(z)$,

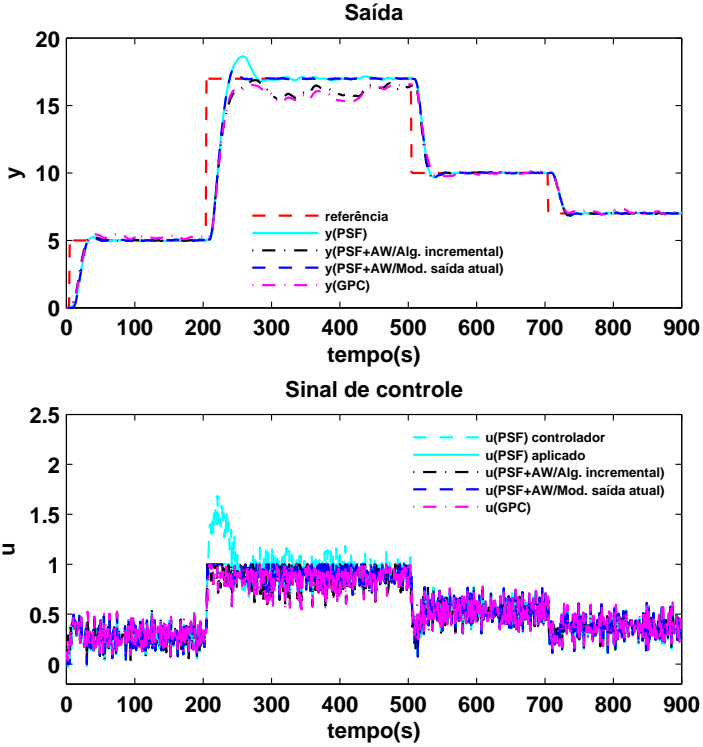


Figura 4.8: Comparação das respostas do PSF, PSF com anti-*windup* de algoritmo incremental, PSF com anti-*windup* de modificação da saída atual e GPC restrito (para $N = 60$, $N_u = 10$ e $\lambda = 1400$)

e o filtro de referência, $F(z)$, calculados foram

$$C_{eq}(z) = \frac{z^6}{\left(z^6 - 0,9738z^5 + 0,0089z^4 + 0,0094z^3 + 0,0098z^2 - 0,0257z - 0,0287 \right)}, \quad (4.9)$$

$$F_r(z) = \frac{0,3506z^2 - 0,5841z + 0,2465}{z^2}, \quad (4.10)$$

$$F(z) = 0,0129. \quad (4.11)$$

A figura 4.9 mostra a simulação do sistema em malha fechada com o PSF equivalente sem anti-*windup* (PSF), o PSF equivalente com a estratégia de saturação do sinal de controle linear (PSF+AW/Sat. de u) e o GPC restrito (GPC).

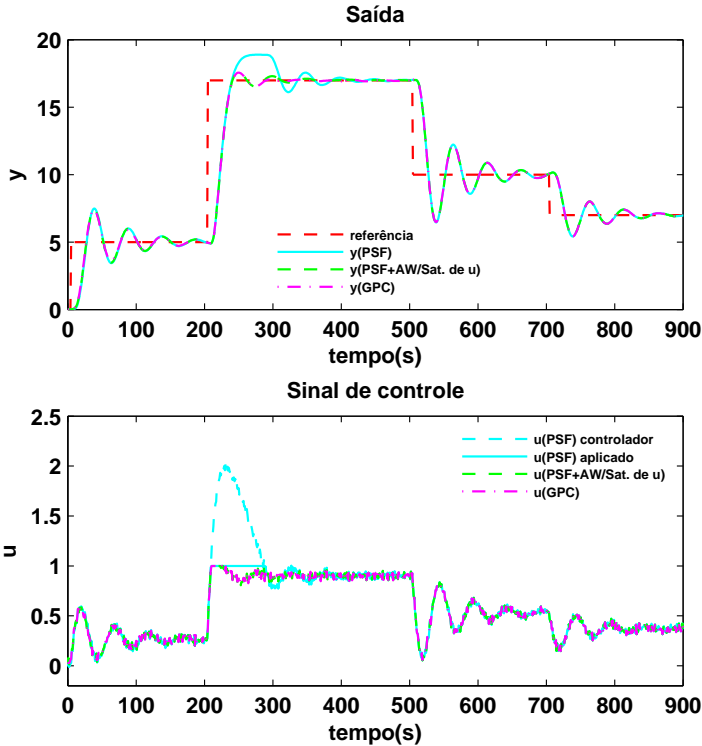


Figura 4.9: Comparação das respostas do PSF, PSF com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear e GPC restrito (para $N = 5$, $N_u = 5$ e $\lambda = 350$)

Na figura 4.9 é possível observar que o PSF equivalente com anti-*windup* de saturação de sinal de controle e o GPC restrito obtiveram praticamente o mesmo desempenho, apresentando menor sobressinal e menor tempo de assentamento, para o intervalo no qual o sinal de referência é de amplitude 17°C (intervalo no qual há saturação do sinal de controle), quando comparados ao PSF equivalente sem anti-*windup*. Todas as abordagens apresentaram uma saída bastante oscilatória, em

virtude do peso dado à minimização do erro ser menor, pois apesar de o valor de λ ter sido mantido, em relação ao cenário da simulação 1, a ponderação efetiva dada ao erro de referência para o problema de otimização muda em virtude da redução significativa do horizonte de predição em relação aos cenários apresentados nas simulações 1 e 2. É importante salientar que a escolha dos horizontes tem uma influência direta na ponderação efetiva dada ao erro de seguimento e ao esforço de controle. Um comportamento significativamente menos oscilatório, no entanto mais lento, pode ser alcançado aumentando-se ainda mais o valor de λ em relação ao cenário da simulação 2.

Apesar de a saída ser mais oscilatória, o sinal de controle para esse caso foi consideravelmente menos agressivo, o que causou a eliminação do erro de regime permanente do GPC e do PSF equivalente com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear presente nas simulações 1 e 2.

A figura 4.10 mostra o erro absoluto entre o GPC restrito e o PSF equivalente com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear. Nessa figura é possível perceber que o erro absoluto entre o desempenho das abordagens é consideravelmente pequeno.

A figura 4.11 mostra os resultados da simulação do sistema em malha fechada utilizando as estratégias de algoritmo incremental (PSF +AW/Alg. incremental) e de modificação da saída atual (PSF +AW/Mod. saída atual).

Os resultados da figura 4.11 mostram que, apesar de o PSF equivalente com anti-*windup* de modificação da saída atual apresentar um menor sobressinal e um menor tempo de assentamento que o PSF equivalente sem anti-*windup*, ele apresentou um sobressinal ligeiramente maior que o GPC restrito e o PSF equivalente com anti-*windup* de algoritmo incremental, nos instantes em que o sinal de referência é de amplitude de 17°C (instantes nos quais há saturação do sinal de controle). Já o PSF equivalente com anti-*windup* de algoritmo incremental apresentou um desempenho bastante semelhante ao GPC restrito.

4.2.4. Análise em frequência

Segundo Camacho e Bordons [2013], o PSF sintonizado a partir de um GPC possui um filtro do preditor, $F_r(z)$, com característica passa-alta. A partir dessa informação, foram realizadas análises, no domínio da frequência, de $F_r(z)$ e também da relação entre o sinal de controle, $u(k)$, e o ruído, $n(k)$, para os três casos de simulação apresentados nas seções 4.2.1, 4.2.2 e 4.2.3. Essa análise tem como objetivo

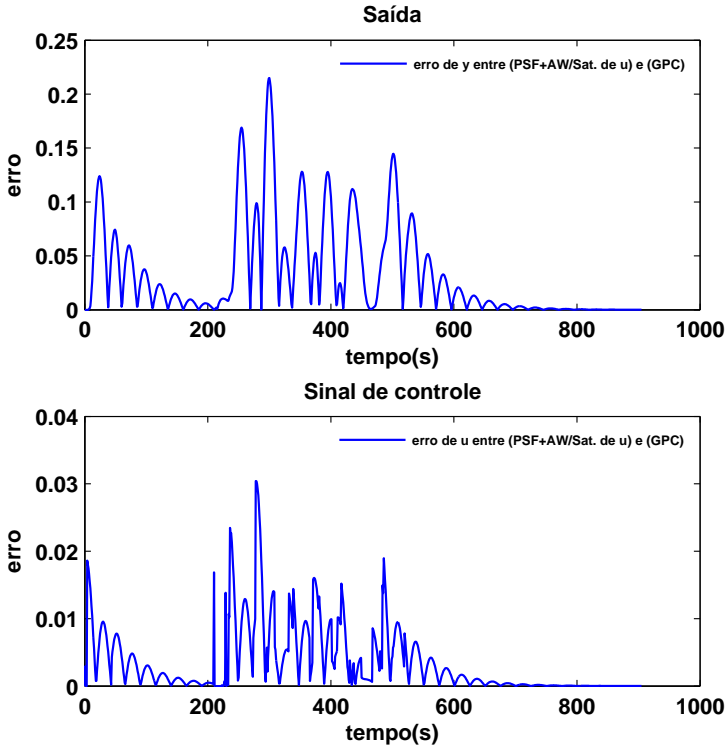


Figura 4.10: Erro absoluto entre o desempenho do GPC restrito e o PSF com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear (para $N = 5$, $N_u = 5$ e $\lambda = 350$)

justificar a grande oscilação do sinal de controle para as simulações 1 e 2. A figura 4.12 mostra o diagrama de Bode de $F_r(z)$ para os três casos.

Os resultados apresentados na figura 4.12 mostram que o filtro do preditor, $F_r(z)$, apresenta ganhos elevados em altas frequências para os casos das simulações nas quais os parâmetros de sintonia do GPC foram $N = 60$ e $N_u = 10$. Nota-se que, mantendo-se os horizontes de predição, N , e de controle, N_u , constantes e aumentando-se o parâmetro de ponderação do sinal de controle, λ , o ganho em altas frequências diminui. Também é possível notar que, para o caso no qual foram escolhidos horizontes de predição e de controle pequenos (simulação

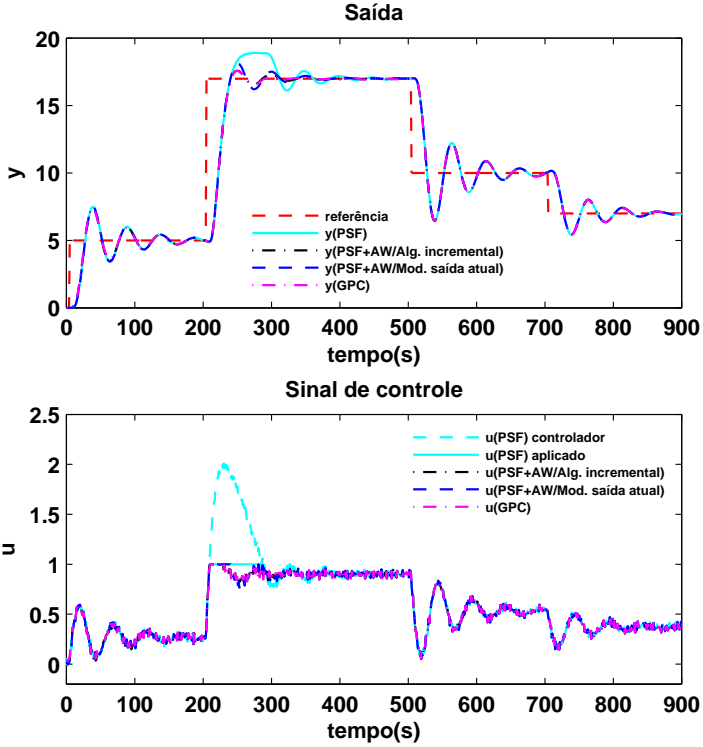


Figura 4.11: Comparação das respostas do PSF, PSF com anti-*windup* de algoritmo incremental, PSF com anti-*windup* de modificação da saída atual e GPC restrito (para $N = 5$, $N_u = 5$ e $\lambda = 350$)

3) o ganho em altas frequências foi consideravelmente menor quando comparado aos ganhos obtidos nas simulações 1 e 2.

A característica de $F_r(z)$ reflete-se diretamente na função de transferência que relaciona o sinal de controle e o ruído de medição do sistema, que, a partir do diagrama apresentado na figura 3.1, pode ser calculada como

$$\mathcal{Z} \left\{ \frac{u(k)}{n(k)} \right\} = \frac{U(z)}{N(z)} = \frac{-F_r(z)C_{eq}(z)}{1 + F_r(z)C_{eq}(z)P(z)}. \quad (4.12)$$

Com o objetivo de avaliar os efeitos das diferentes características de $F_r(z)$ na relação entre o sinal de controle e o ruído, foi realizada a

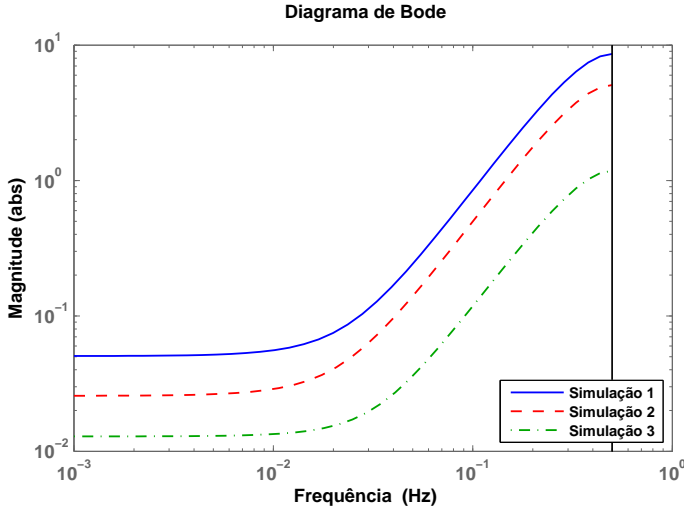


Figura 4.12: Diagrama de Bode de $F_r(z)$ para as simulações 1, 2 e 3

análise em frequência da função de transferência $U(z)/N(z)$ para os casos apresentados nas simulações 1, 2 e 3. A figura 4.13 mostra o diagrama de Bode da relação $U(z)/N(z)$, no qual é possível notar que, para os cenários das simulações 1 e 2, os ganhos em altas frequências são consideravelmente elevados quando comparados à simulação 3. Esse ganho elevado faz com que um ruído de medição de baixa amplitude resulte em um sinal de controle elevado enviado à planta, fato que condiz com as simulações realizadas. Por outro lado, os resultados da resposta em frequência para os parâmetros da simulação 3 apresentam ganhos baixos em altas frequências, quando comparados aos obtidos nas simulações 1 e 2. Isso resulta em pequenas oscilações no sinal de controle frente a ruídos de medição, como apresentado nas figuras 4.9 e 4.11.

4.3. Metodologia dos ensaios

A metodologia utilizada para realização dos ensaios experimentais segue os seguintes passos:

1. é realizada a abertura total da válvula que permite passagem de água pela ducha;
2. espera-se aproximadamente 60 s para que a temperatura da água

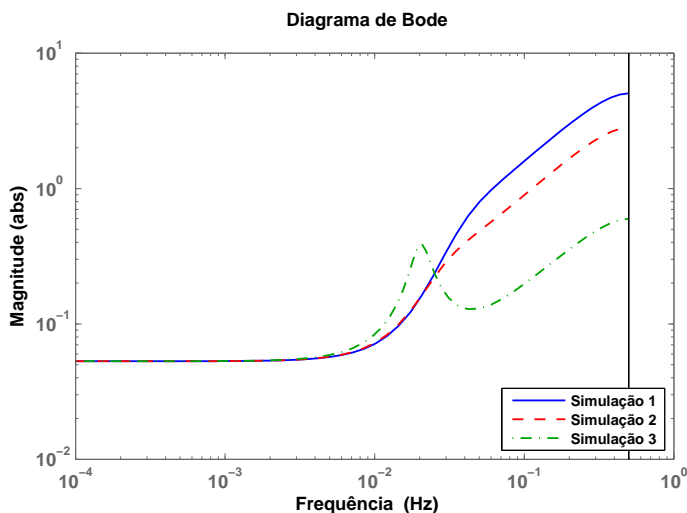


Figura 4.13: Diagrama de Bode de $U(z)/N(z)$ para as simulações 1, 2 e 3

na saída da ducha atinja a temperatura ambiente. Este passo é importante pois caso tenha sido efetuado um ensaio poucos instantes antes, a água armazenada no interior da ducha pode estar a uma temperatura maior que a temperatura ambiente, o que acarretaria erros na medição da temperatura inicial;

3. conecta-se um cabo USB (do inglês, *universal serial bus*) entre o Arduino Nano e o computador;
4. inicia-se o controle do sistema para diferentes sinais de referência e a aquisição dos dados de saída e sinal de controle pela comunicação serial entre o Arduino Nano e o computador durante 15 min.

4.4. Resultados experimentais

Esta seção apresenta os resultados experimentais das técnicas de controle, abordadas neste trabalho, quando aplicadas na bancada de ensaios. Os ensaios foram realizados utilizando os mesmos cenários e parâmetros apresentados na seção 4.2.

4.4.1. Cenário 1

O cenário 1 utiliza os mesmos parâmetros de sintonia do controlador utilizados na simulação 1 (subseção 4.2.1). A figura 4.14 apresenta os resultados experimentais em malha fechada obtidos na bancada de ensaios para o PSF equivalente sem anti-*windup* (PSF), o PSF equivalente com a estratégia de saturação do sinal de controle linear (PSF+AW/Sat. de u) e o GPC restrito (GPC).

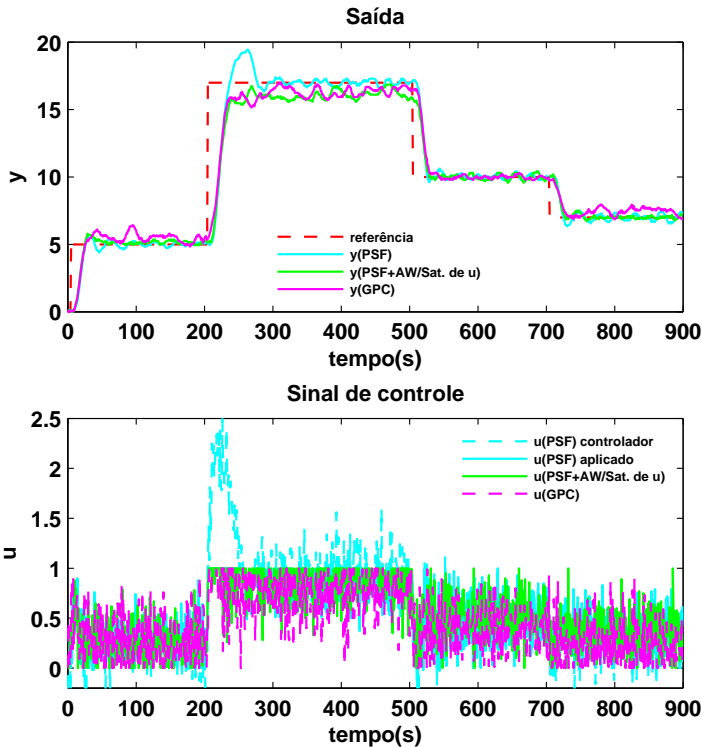


Figura 4.14: Comparação dos resultados experimentais do PSF, PSF com anti-*windup* de algoritmo incremental, PSF com anti-*windup* de modificação da saída atual e GPC restrito (para $N = 60$, $N_u = 10$ e $\lambda = 350$)

Como pode ser observado na figura 4.14, os resultados experimentais foram bastante semelhantes aos resultados da simulação 1,

onde o PSF equivalente com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear e o GPC restrito apresentaram erro de regime permanente, sendo mais acentuado no intervalo no qual o sinal de referência é de amplitude de 17°C . Já o PSF equivalente sem anti-*windup*, apesar de apresentar saturação no sinal de controle e, conseqüentemente, sobressinal no intervalo entre 206 s e 506 s, conseguiu seguir a referência de forma satisfatória em todos os intervalos.

A figura 4.15 mostra os resultados experimentais do sistema em malha fechada utilizando as estratégias de algoritmo incremental (PSF +AW/Alg. incremental) e de modificação da saída atual (PSF +AW/Mod. saída atual). Os resultados apresentados na figura 4.15 também são semelhantes aos da simulação 1, onde o PSF equivalente com anti-*windup* de algoritmo incremental também apresenta erro de regime permanente nos intervalos entre 5 s e 506 s. Já o PSF equivalente com anti-*windup* de modificação da saída atual conseguiu seguir a referência de forma satisfatória durante todos os instantes, apresentando pouco sobressinal e menor tempo de reposta no intervalo entre 206 s e 506 s quando comparado aos resultados obtidos com o PSF equivalente sem anti-*windup*.

4.4.2. Cenário 2

O cenário 2 utiliza os mesmos parâmetros de sintonia do controlador utilizados na simulação 2 (subseção 4.2.2). As figuras 4.16 e 4.17 apresentam os resultados obtidos da aplicação das estratégias de controle na bancada ensaios.

É possível observar na figura 4.16 que o PSF equivalente com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear obteve uma melhora considerável, eliminando o erro de regime permanente no intervalo entre 6 s e 206 s, antes presente no cenário 1. No entanto, nos intervalos entre 206 s e 506 s a estratégia ainda apresenta erro de regime permanente. O GPC restrito não obteve melhoras significativas quando comparadas ao cenário 1, pois a saída ainda apresenta erro de regime permanente entre os intervalos 6 s e 506 s. Os resultados de ambas abordagens condizem com os resultados apresentados na simulação 2.

A figura 4.17 mostra que o PSF equivalente com anti-*windup* de modificação da saída atual consegue seguir a referência em todos os instantes, apresentando um sobressinal menor que o PSF equivalente sem anti-*windup*. Já o PSF equivalente com anti-*windup* de algoritmo incremental apresenta um erro de regime permanente consideravelmente

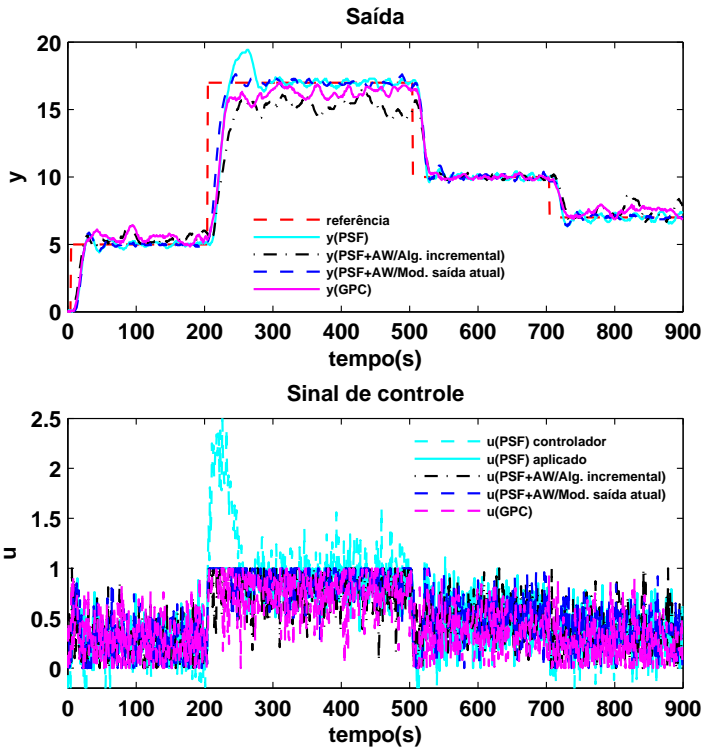


Figura 4.15: Comparação das respostas experimentais do PSF, PSF com anti-*windup* de algoritmo incremental, PSF com anti-*windup* de modificação da saída atual e GPC restrito (para $N = 60$, $N_u = 10$ e $\lambda = 350$)

elevado nos instantes entre 206 s e 506 s, mas nos demais instantes consegue seguir a referência de forma adequada com desempenho muito próximo ao do GPC restrito. Os resultados apresentados no cenário 2 condizem com os resultados apresentados na simulação 2.

4.4.3. Cenário 3

O cenário 3 utiliza os mesmos parâmetros de sintonia do controlador utilizados na simulação 3 (subseção 4.2.3). Os resultados obtidos são apresentados nas figuras 4.18 e 4.19

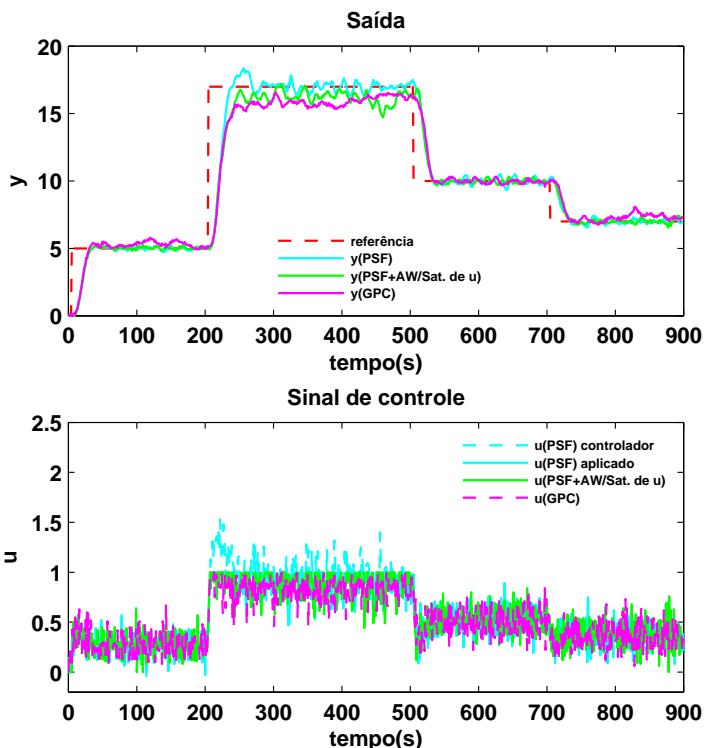


Figura 4.16: Comparação dos resultados experimentais do PSF, PSF com anti-*windup* de algoritmo incremental, PSF com anti-*windup* de modificação da saída atual e GPC restrito (para $N = 60$, $N_u = 10$ e $\lambda = 1400$)

Como mostra a figura 4.18, o controle de temperatura para esse cenário é mais oscilatório, em virtude do peso dado a minimização do erro ser menor. No entanto, o sinal de controle é significativamente menos oscilatório, o que faz com que o PSF equivalente com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear e o GPC restrito não apresentem erro de regime permanente. Além disso, ambas as abordagens apresentam um desempenho melhor, com menor sobressinal e menor tempo de assentamento nos intervalos entre 206 s e 506 s quando comparados ao PSF equivalente sem anti-*windup*. Neste caso também foi possível notar a grande semelhança do desempenho do GPC restrito e

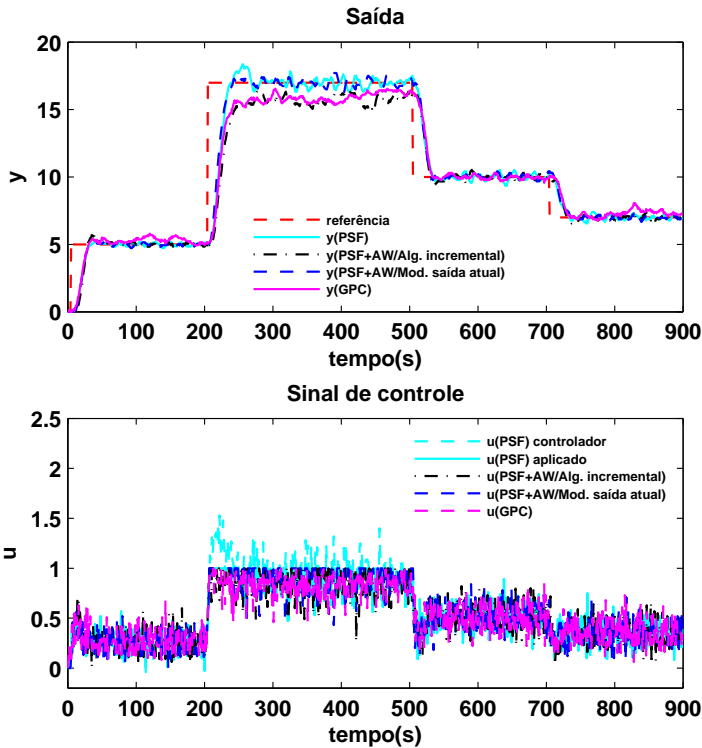


Figura 4.17: Comparação das respostas experimentais do PSF, PSF com anti-*windup* de algoritmo incremental, PSF com anti-*windup* de modificação da saída atual e GPC restrito (para $N = 60$, $N_u = 10$ e $\lambda = 1400$)

do PSF equivalente com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear.

Os resultados apresentados na figura 4.19 mostram que o PSF equivalente com anti-*windup* de algoritmo incremental apresenta um desempenho muito próximo ao do GPC restrito, com baixo sobressinal e baixo tempo de assentamento quando comparados ao PSF equivalente sem anti-*windup* no intervalo entre 206 s e 506 s. Já o PSF equivalente com anti-*windup* de modificação da saída atual, apesar de apresentar um desempenho inferior ao das outras duas abordagens, apresentou menor sobressinal e menor tempo de assentamento quando comparado

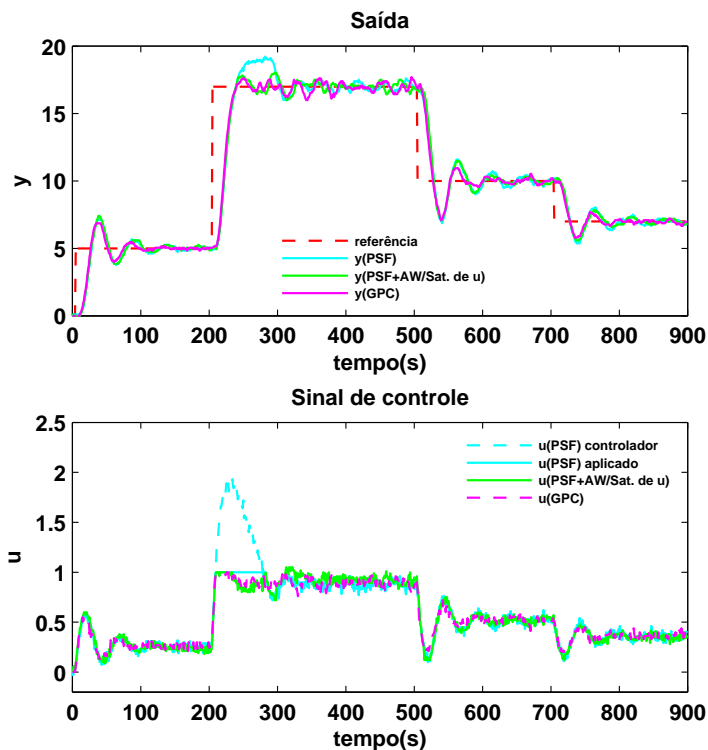


Figura 4.18: Comparação dos resultados experimentais do PSF, PSF com anti-*windup* de algoritmo incremental, PSF com anti-*windup* de modificação da saída atual e GPC restrito (para $N = 5$, $N_u = 5$ e $\lambda = 350$)

aos resultados obtidos com o PSF equivalente sem anti-*windup*.

Os resultados do cenário 3 foram semelhantes aos resultados apresentados na simulação 3 (seção 4.2.3).

4.5. Conclusões

O presente capítulo apresentou uma avaliação experimental das técnicas de controle abordadas no decorrer deste trabalho. Foram realizados os procedimentos de identificação da planta, sintonia do controlador, simulação do processo para diferentes parâmetros de controle

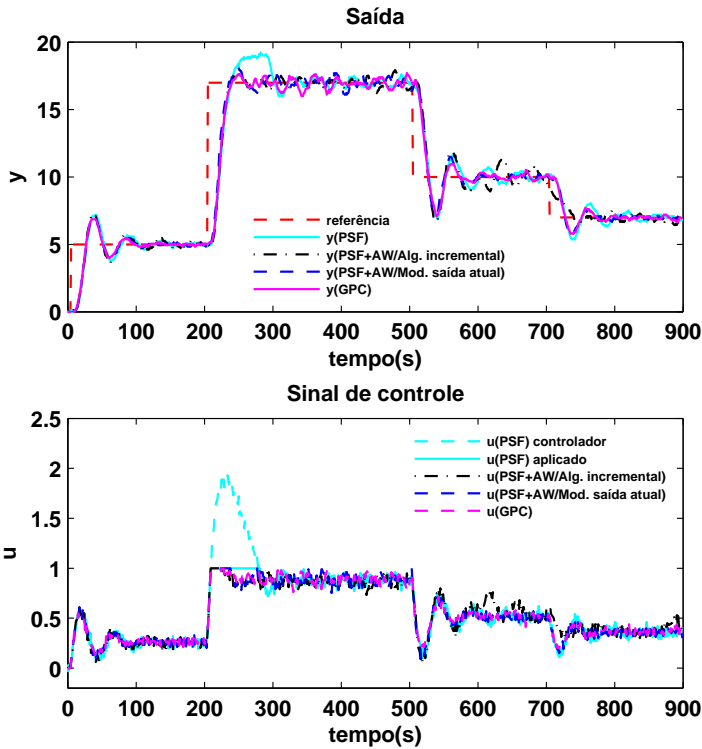


Figura 4.19: Comparação das respostas experimentais do PSF, PSF com anti-*windup* de algoritmo incremental, PSF com anti-*windup* de modificação da saída atual e GPC restrito (para $N = 5$, $N_u = 5$ e $\lambda = 350$)

e também uma análise em frequência, etapas de grande importância e necessárias antes de se aplicar qualquer tipo de técnica de controle em um processo real.

A simulação do processo mostrou resultados interessantes sobre o controlador GPC, o qual não conseguiu seguir a referência em alguns momentos dos ensaios. Tais resultados tornaram necessária uma análise no domínio da frequência para a explicação do fenômeno. Nas simulações também foram comparadas técnicas de controle utilizando um PSF equivalente, sintonizado a partir de um GPC irrestrito, em conjunto com diferentes técnicas de anti-*windup*. Esses resultados foram

comparados aos resultados do GPC restrito e do PSF sem anti-*windup*.

A partir dos resultados apresentados neste capítulo, foi possível mostrar que a estratégia de anti-*windup* que, em conjunto do PSF equivalente sintonizado a partir do GPC irrestrito, mais se aproxima do desempenho ótimo do GPC restrito é a estratégia de saturação do sinal de controle linear. No entanto, o desempenho para o seguimento de referência de ambas as técnicas, no processo apresentado, não é tão satisfatório para determinadas escolhas dos parâmetros do controlador, em virtude da presença de ruído de medição do transdutor. Isso se dá pelo fato de que diferentes escolhas dos parâmetros do controlador alteram o ganho em altas frequências do filtro do preditor $F_r(z)$, o que acaba influenciando diretamente a relação entre o sinal de controle e o ruído.

Uma vantagem da implementação do PSF equivalente com anti-*windup* de saturação do sinal de controle frente à implementação convencional do GPC é o tempo necessário para o cálculo do sinal de controle a cada iteração. A tabela 4.2 mostra uma comparação do tempo médio e o tempo máximo, necessário para o cálculo do sinal de controle, de ambas as abordagens. Os resultados dos tempos foram obtidos a partir da implementação realizada no *software* MATLAB. Para o GPC os resultados são apresentados para o caso com $N = 60$ e $N_u = 10$ e para o caso com $N = 5$ e $N_u = 5$, pois a alteração dos horizontes tem uma influência direta no tempo necessário para resolver o processo de otimização a cada iteração.

Tabela 4.2: Comparação do tempo para cálculo do sinal de controle

Técnica	Tempo médio (s)	Tempo máximo (s)
GPC ($N = 5, N_u = 5$)	$2,4 \cdot 10^{-3}$	0,31
GPC ($N = 60, N_u = 10$)	$4,2 \cdot 10^{-3}$	0,33
PSF+AW/Sat. de u	$2,12 \cdot 10^{-5}$	$3,71 \cdot 10^{-5}$

Na tabela 4.2 é possível observar uma grande vantagem do PSF equivalente, tanto no tempo médio quanto no tempo máximo necessário para o cálculo do sinal de controle, em relação ao GPC.

Também é importante salientar que todos os resultados obtidos na bancada de ensaios foram semelhantes aos resultados obtidos nas simulações do processo.

Capítulo 5

Considerações finais

Este trabalho apresentou uma abordagem para sintonia de um PSF, com base no GPC, em conjunto de diferentes estratégias de anti-*windup*, visando um desempenho próximo ao desempenho ótimo, apresentado pelo GPC. Esta estratégia teve como objetivo evitar a necessidade de se executar um processo de otimização em cada intervalo de amostragem, para o tratamento da não linearidade imposta pela restrição, tornando possível a implementação de um controlador com desempenho próximo ao de um MPC em sistemas com dinâmicas rápidas e/ou em processos nos quais o dispositivo onde é realizado o cálculo do sinal de controle possui baixo poder de processamento.

Os resultados da seção 3.4 mostraram que, em todos os casos abordados, a estratégia de anti-*windup* que obteve o desempenho mais próximo do GPC restrito foi a estratégia de saturação do sinal de controle linear. Foram apresentados gráficos mostrando que o erro absoluto do sinal de saída e do sinal de controle entre o GPC restrito e o PSF equivalente com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear foram significativamente pequenos na maioria dos casos. As outras estratégias também obtiveram bons desempenhos, entretanto não foram capazes de controlar o sistema para um caso particular apresentado na subseção 3.4.4.

Os resultados apresentados no capítulo 4 também mostraram que a estratégia de saturação do sinal de controle linear foi a que obteve o desempenho mais próximo do desempenho ótimo apresentado pelo GPC restrito. Entretanto, para alguns casos, essa estratégia, bem como o GPC restrito e a estratégia de algoritmo incremental, apresentaram erro de regime permanente em determinados instantes, tanto na simulação do sistema em malha fechada quanto no ensaio experimental. Esse fenômeno foi explicado ao realizar-se uma análise em frequência da

característica passa alta do filtro do preditor, $F_r(z)$, resultante da representação do GPC como um preditor de Smith filtrado. Em dois dos três casos apresentados, $F_r(z)$ apresentou ganhos altos para sinais de alta frequência, fazendo com que qualquer ruído causasse uma grande oscilação no sinal de controle. Essa oscilação fez com que a média do sinal de controle aplicado à planta não fosse grande o bastante para levar o sinal de saída até a referência. Esse mesmo comportamento não foi observado quando empregada a estratégia de anti-*windup* de modificação da saída atual, que foi capaz de seguir a referência, em todos os instantes, sem erro de regime permanente, mesmo com a presença de ruído.

Portanto, é possível afirmar que os objetivos do trabalho foram alcançados dado que a proposta do PSF com base no GPC em conjunto com a estratégia de anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear foi capaz de fornecer resultados praticamente equivalentes aos do GPC, mas com tempos necessários para o cálculo do sinal de controle bastante distintos. Como não é possível realizar a comparação das técnicas apresentadas em termos dos tempos médios necessários para realizar o cálculo do sinal de controle, pois o mesmo deve ser entregue sempre dentro do período de amostragem, o critério de comparação utilizado foi o de tempo máximo. Os resultados para o tempo máximo necessário para o cálculo do sinal de controle foram bastante relevantes, sendo esse tempo de $37,1 \mu\text{s}$ para o PSF, o que representa um tempo aproximadamente 8900 vezes menor que o do GPC para o caso $N = 5$ e $N_u = 5$ (0,31 s) e aproximadamente 8400 vezes menor que o do GPC para o caso $N = 60$ e $N_u = 10$ (0,33 s). Tais resultados tornaram possível a implementação de um controlador com desempenho bastante próximo ao de um GPC, em um processo no qual há presença de restrições na amplitude do sinal de controle, em um dispositivo com baixo poder computacional, como por exemplo o Arduino. Apesar de a questão da aplicação em sistemas com dinâmicas rápidas e com presença de restrições não ter sido abordada neste trabalho, os resultados apresentados mostram que a estratégia proposta pode acelerar consideravelmente o cálculo do sinal de controle, tornando-a mais indicada a esses tipos de processos.

5.1. Sugestões para trabalhos futuros

A primeira sugestão para trabalhos futuros é estender os resultados do presente trabalho para processos que apresentem outros tipos de restrições no sinal de controle, como por exemplo a saturação da

taxa de variação.

Em virtude de o presente trabalho tratar apenas casos SISO, a segunda sugestão para trabalhos futuros é estender as abordagens utilizadas neste trabalho para processos MIMO e avaliar seus desempenhos.

A terceira sugestão compreende explorar as representações explícitas do GPC para obter-se uma estrutura de anti-*windup* que reproduza completamente o que ocorre no GPC, visto que os resultados do desempenho apresentado pelo PSF com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear, apesar de terem sido bastante próximos aos do GPC, não foram exatamente iguais.

Os resultados apresentados pelo PSF com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear para o caso especial (subseção 3.4.4) foram semelhantes apenas para uma determinada sintonia do GPC. Por esse motivo, a quarta sugestão para trabalhos futuros é realizar uma bateria de testes para diferentes cenários, com o objetivo de validar a abordagem do PSF com anti-*windup* de saturação do sinal de controle linear considerando diferentes sintonias do GPC e traçar diretrizes de em quais casos é possível obter um comportamento próximo nas duas abordagens e de quando isso não é possível.

Referências

ÅSTRÖM, K. J.; HAGGLUND, T. **PID Controllers**. 2. ed. USA: International Society for Measurement and Control, 1995.

ÅSTRÖM, K. J.; RUNDQWIST, L. Integrator windup and how to avoid it. In: IEEE. **American Control Conference**. Pittsburgh, PA, 1989. p. 1693–1698.

ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. **Computer-controlled systems: theory and design**. USA: Courier Corporation, 2013.

BAHETI, R. S. Simple anti-windup controllers. In: IEEE. **American Control Conference**. USA, 1989. p. 1684–1686.

BRUCIAPAGLIA, A.; APOLÔNIO, R. Uma estratégia de eliminação da sobrecarga da ação integral para controladores PID discretos: Aplicação no controle de velocidade de um motor de corrente contínua. In: AADECA. **II Congresso Latino Americano de Controle Automático**. Buenos Aires, Argentina, 1986. p. 519–524.

CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. **Model predictive control**. London: Springer Science & Business Media, 2013.

CAMACHO, E. F.; SORIA, M. B.; RUBIO, F. R.; MARTÍNEZ, D. **Control of solar energy systems**. London: Springer Science & Business Media, 2012.

CASTRUCCI, P.; BITTAR, A.; SALES, R. **Controle Automático**. Rio de Janeiro: Grupo editorial nacional, 2011.

CHESNA, S.; YDSTIE, B. et al. Extended horizon adaptive control. In: INSTITUTION OF ENGINEERS. **Third International**

Symposium on Process Systems Engineering. Sydney, 1988.
p. 32.

CHIEN, I.-L.; PENG, S. C.; LIU, J. H. Simple control method for integrating processes with long deadtime. **Journal of Process Control**, v. 12, n. 3, p. 391–404, 2002.

CLARKE, D. W.; MOHTADI, C.; TUFFS, P. Generalized predictive control-part i: the basic algorithm. **Automatica**, v. 23, n. 2, p. 137–148, 1987.

COELHO, A. A. R.; COELHO, L. d. S. **Identificação de sistemas dinâmicos lineares.** Florianópolis: Editora UFSC, 2004.

CUTLER, C. R.; RAMAKER, B. L. Dynamic matrix control - A computer control algorithm. In: AICHE. **Proceedings of AIChE 86th National Meeting.** Houston, TX, 1980. p. 72.

FERTIK, H. A.; ROSS, C. W. Direct digital control algorithm with anti-windup feature. **ISA Transactions**, v. 6, n. 4, p. 317, 1967.

FLESCH, R. C. C. **Contribuições ao controle de sistemas monovariáveis e multivariáveis com atraso de transporte.** Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas. Florianópolis, 2012.

FLESCH, R. C. C.; TORRICO, B. C.; NORMEY-RICO, J. E.; CAVALCANTE, M. U. Unified approach for minimal output dead time compensation in mimo processes. **Journal of Process Control**, v. 21, n. 7, p. 1080–1091, 2011.

GALEANI, S.; TARBOURIECH, S.; TURNER, M.; ZACCARIAN, L. A tutorial on modern anti-windup design. **European Journal of Control**, v. 15, n. 3-4, p. 418–440, 2009.

GARCIA, C. E.; MORSHEDI, A. Quadratic programming solution of dynamic matrix control (QDMC). **Chemical Engineering Communications**, v. 46, n. 1-3, p. 73–87, 1986.

GOODWIN-SIN. **Adaptive filtering prediction and control.** New Jersey, USA: Prentice Hall, 1984.

HABER, R.; BARS, R.; SCHMITZ, U. **Predictive Control in Process Engineering**: From the basics to the applications. USA: John Wiley & Sons, 2012.

HANSSON, A.; GRUBER, P.; TÖDTLI, J. Fuzzy anti-reset windup for PID controllers. **Control Engineering Practice**, v. 2, n. 3, p. 389–396, 1994.

HANUS, R.; KINNAERT, M. Control of constrained multivariable systems using the conditioning technique. In: IEEE. **American Control Conference**. Pittsburgh, 1989. p. 1712–1718.

HIPPE, P. **Windup in control**: its effects and their prevention. London: Springer Science & Business Media, 2006.

JEROME, N.; RAY, W. H. High-performance multivariable control strategies for systems having time delays. **AIChE Journal**, v. 32, n. 6, p. 914–931, 1986.

LAUGHTON, M. A.; SAY, M. G. **Electrical engineer's reference book**. London: Elsevier, 2013.

MARKAROGLU, H.; GUZELKAYA, M.; EKSIN, I.; YESIL, E. Tracking time adjustment in back calculation anti-windup scheme. In: ECMS. **Proceedings 20th European Conference on Modelling and Simulation**. Bonn, Germany, 2006.

MIDDLETON, R. Dealing with actuator saturation. **The Control Handbook**, p. 377–381, 1996.

MORARI, M.; ZAFIRIOU, E. **Robust process control**. New Jersey, USA: Prentice hall, 1989. v. 488.

NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. A unified approach to design dead-time compensators for stable and integrative processes with dead-time. **Automatic Control IEEE Transactions on**, v. 47, n. 2, p. 299–305, 2002.

NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. **Control of dead-time processes**. London: Springer Science & Business Media, 2007.

NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. Dead-time compensators: A survey. **Control engineering practice**, v. 16, n. 4, p. 407–428,

2008.

NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. Unified approach for robust dead-time compensator design. **Journal of Process Control**, v. 19, n. 1, p. 38–47, 2009.

O'DONOGHUE, B.; STATHOPOULOS, G.; BOYD, S. A splitting method for optimal control. **Control Systems Technology, IEEE Transactions on**, v. 21, n. 6, p. 2432–2442, 2013.

PENG, Y.; VRANCIC, D.; HANUS, R. Anti-windup, bumpless, and conditioned transfer techniques for PID controllers. **Control Systems, IEEE, IEEE**, v. 16, n. 4, p. 48–57, 1996.

QIN, S. J.; BADGWELL, T. A. A survey of industrial model predictive control technology. **Control Engineering Practice**, v. 11, n. 7, p. 733–764, 2003.

RASHID, M. H. **Eletrônica de potência: circuitos, dispositivos e aplicações**. São Paulo: Editora Makron, 1999.

RODRIGUES, M.; ODLOAK, D. Output feedback MPC with guaranteed robust stability. **Journal of Process Control**, v. 10, n. 6, p. 557–572, 2000.

SEBORG, D.; EDGAR, T. F.; MELLICHAMP, D. **Process Dynamics and Control**. USA: John Wiley & Sons, 2006.

SMITH, J. O. Closed control of loops with dead time. **Chemical Engineering Progress**, v. 53, n. 2, p. 217–219, 1957.

SOETERBOEK, R. **Predictive control: a unified approach**. Hemel Hempstead, UK: Prentice-Hall, 1992.

SREE, R. P.; CHIDAMBARAM, M. Control of unstable bioreactor with dominant unstable zero. **Chemical and biochemical engineering quarterly**, v. 17, n. 2, p. 139–146, 2003.

TAKATSU, H.; ITOH, T.; ARAKI, M. Future needs for the control theory in industries—report and topics of the control technology survey in japanese industry. **Journal of Process Control**, v. 8, n. 5, p. 369–374, 1998.

VISIOLI, A. Modified anti-windup scheme for PID controllers. v. 150, n. 1, p. 49–54, 2003.

VISIOLI, A. **Practical PID control**. London: Springer Science & Business Media, 2006.

VISIOLI, A.; ZHONG, Q. **Control of integral processes with dead time**. London: Springer Science & Business Media, 2010.

WANG, L. **Model predictive control system design and implementation using MATLAB®**. London: Springer Science & Business Media, 2009.

WANG, Y.; BOYD, S. Fast model predictive control using online optimization. **Control Systems Technology, IEEE Transactions on**, v. 18, n. 2, p. 267–278, 2010.

ZEILINGER, M. N.; JONES, C. N.; MORARI, M. Real-time suboptimal model predictive control using a combination of explicit MPC and online optimization. **Automatic Control, IEEE Transactions on**, v. 56, n. 7, p. 1524–1534, 2011.

Apêndice A

Bancada de ensaios

Para avaliar experimentalmente o desempenho das técnicas de controle abordadas neste trabalho e compará-las ao desempenho do GPC restrito, foi realizada a montagem de uma bancada de ensaios composta por uma ducha eletrônica da marca ThermoSystem modelo 01 e um sistema embarcado para controle de potência, no Laboratório Experimental de Escoamento Multifásico (LEEM) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). O processo consiste em controlar a temperatura da água da ducha (variável controlada) através da variação da potência aplicada ao resistor de potência da ducha (variável manipulada). O circuito interno padrão da ducha foi alterado, tornando possível o controle de potência através da técnica de controle de potência por ciclos inteiros.

A motivação para a escolha desse processo foi a de automatizar um componente comum em praticamente todas as residências, aumentando o nível de conforto na escolha da temperatura do banho e reduzindo o tempo de ajuste do mesmo, o que resulta em uma maior economia de recursos como água e energia elétrica.

A.1. Circuito interno original da ducha

O circuito interno da ducha é composto por sete componentes: um potenciômetro, dois resistores (sendo um deles o resistor de potência da ducha, tipicamente chamado em linguagem popular de resistência), dois capacitores, um diodo de corrente alternada (DIAC, do inglês *diode for alternating current*) e um triodo de corrente alternada (TRIAC, do inglês *triode for alternating current*). A figura A.1 mostra o diagrama do circuito interno da ducha.

O circuito da figura A.1 tem como objetivo controlar a potência

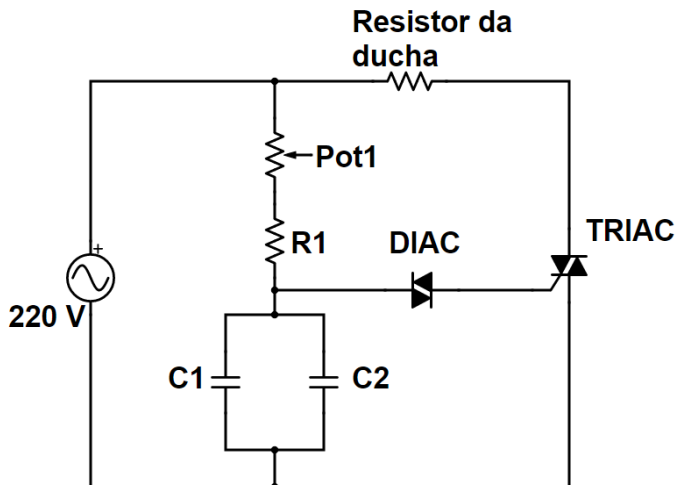


Figura A.1: Circuito interno de controle de potência da ducha

aplicada ao resistor de potência da ducha determinando o ponto de disparo nos semi-ciclos do sinal da rede elétrica. O funcionamento do circuito se dá pelo ajuste do potenciômetro, que controla o tempo de carga dos capacitores em paralelo. Os capacitores, ao atingirem uma determinada tensão, acionam o DIAC, que logo em seguida aciona o TRIAC, fechando a malha do circuito e conduzindo corrente através do resistor de potência da ducha até a próxima passagem do sinal da rede elétrica por zero volt. Esta técnica de controle de potência para redes de alimentação de corrente alternada (CA) é chamada de controle do ângulo de fase [RASHID, 1999].

A.2. Modificações no circuito da ducha

O *hardware* utilizado para o desenvolvimento do sistema embarcado é composto por uma plataforma de prototipagem Arduino, um transdutor de temperatura, um circuito de detecção de passagem por zero volt e um circuito para disparo do TRIAC. As características de cada um dos componentes do sistema são descritas nas próximas subseções.

A.2.1. Microcontrolador

Foi utilizado neste trabalho a plataforma de prototipagem eletrônica Arduino modelo Nano. Essa plataforma, apresentada na figura A.2, é dotada de um microcontrolador ATmega328. Os principais motivos da escolha dessa plataforma são a facilidade de programação, a grande quantidade de material disponível e a facilidade de adaptação da plataforma em uma placa de circuito impresso.

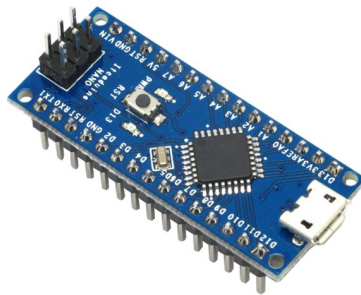


Figura A.2: Arduino nano

As características técnicas da plataforma Arduino Nano podem ser vistas no quadro A.1.

Microcontrolador	ATmega328
Tensão de operação	5 V
Tensão de entrada (recomendada)	(7 a 12) V
Pinos digitais de I/O	14 (6 com saída PWM)
Pinos analógicos de I/O	8
Frequência do processador	16 MHz
Corrente por pino de I/O	40 mA
Memória Flash	32 KB
SRAM	2 KB
EEPROM	1 KB

Quadro A.1: Características técnicas da plataforma Arduino Nano

A.2.2. Circuitos auxiliares

Foram necessários dois circuitos auxiliares para que fosse possível controlar a potência aplicada ao resistor de potência da ducha: um circuito de detecção de passagem por zero volt e um circuito para disparo do TRIAC. O circuito de detecção de passagem por zero volt é composto por um transformador, um retificador de onda completa, um optoacoplador, dois resistores e um disparador Schmitt (*Schmitt Trigger*). A figura A.3 mostra o esquemático do circuito de detecção de passagem por zero volt, no qual $R1 = 2,2 \text{ k}\Omega$ e $R2 = 10 \text{ k}\Omega$.

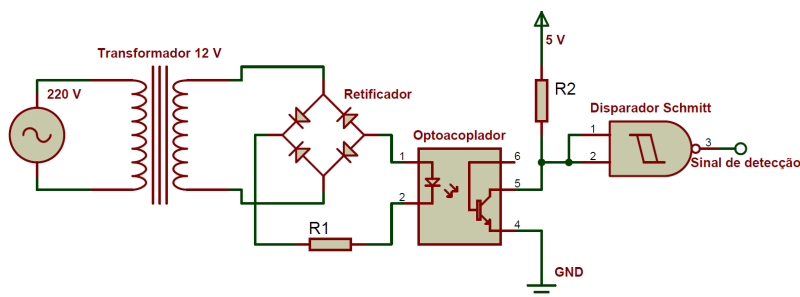


Figura A.3: Circuito de detecção de passagem por zero volt

O sinal de detecção tem um valor de saída de 5 V quando a tensão na saída do retificador atinge zero volt, caso contrário o sinal de detecção permanece em zero volt. A figura A.4 mostra o sinal de tensão de saída do retificador e o sinal de detecção de passagem por zero volt.

O circuito de disparo do TRIAC é composto por um optoacoplador e dois resistores. A figura A.5 mostra o esquemático do circuito de disparo do TRIAC, no qual $R3 = 470 \Omega$ e $R4 = 8,3 \text{ k}\Omega$.

Quando um sinal de disparo é enviado ao optoacoplador, o diodo emissor de luz (LED, do inglês *light emitter diode*) da parte interna do optoacoplador é excitado e, conseqüentemente, aciona o TRIAC sensível a luz, localizado na outra extremidade do componente, permitindo a passagem de corrente elétrica através do terminal de disparo do TRIAC.

O propósito do uso do optoacoplador foi de isolar opticamente o sinal de disparo (5 V) externo do sinal de disparo do TRIAC (220 V), evitando assim possíveis complicações que poderiam danificar outros componentes conectados ao circuito.

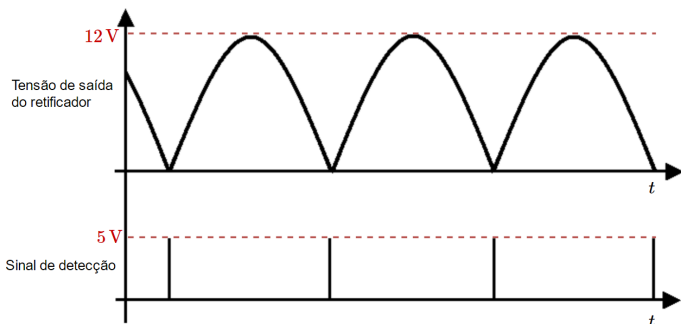


Figura A.4: Saída do retificador e sinal de detecção de passagem por zero volt

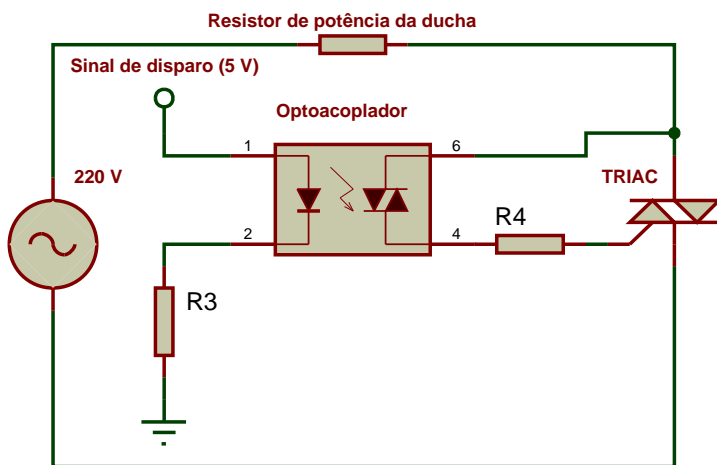


Figura A.5: Circuito de disparo do TRIAC

A.2.3. Transdutor de temperatura

O transdutor de temperatura utilizado no sistema embarcado foi o transdutor LM35 da empresa Texas Instruments. Trata-se de um transdutor de precisão analógico, com saída linear diretamente proporcional à temperatura. A figura A.6 apresenta o transdutor e seus respectivos terminais.

O transdutor é composto por três terminais: alimentação, saída

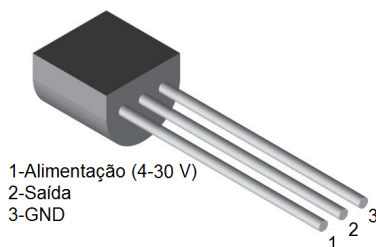


Figura A.6: Transdutor de temperatura LM35

e GND. Ele possui baixa impedância de saída e é capaz de efetuar medições de temperaturas na faixa entre $-55\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $+150\text{ }^{\circ}\text{C}$ com erro máximo de $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$. O sinal de saída do transdutor possui uma sensibilidade de $10\text{ mV}/^{\circ}\text{C}$ e na configuração padrão sua saída é nula a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Esse sinal analógico é enviado a uma porta analógica do microcontrolador e é convertido para o formato digital pelo conversor analógico/digital (A/D) de 10 bits presente no microcontrolador.

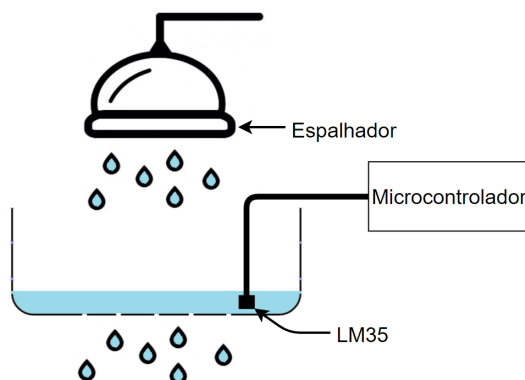


Figura A.7: Posicionamento do transdutor de temperatura

Neste trabalho o LM35 é utilizado para medir a temperatura da água na saída da ducha. Em um primeiro momento, o transdutor de temperatura foi posicionado logo abaixo a saída do espalhador da ducha. Entretanto, esse posicionamento resultou em medições muito oscilatórias, provavelmente ocasionadas pela turbulência na parte interna da ducha, o que faz com que a temperatura da água na saída dos furos do espalhador sejam ligeiramente diferentes. Para contornar esse

problema, um pote, com alguns furos em seu fundo, foi posicionado logo abaixo da saída do espalhador da ducha, de modo que o nível de água dentro do pote tornasse possível a submersão do transdutor, tornando assim as leituras menos oscilatórias. A figura A.7 mostra a abordagem utilizada para medição da temperatura da água da ducha.

A.3. Técnica de controle de potência

A técnica de controle de potência utilizada neste trabalho foi o controle de potência por ciclos inteiros [RASHID, 1999]. Nesta técnica, o TRIAC faz o chaveamento da conexão entre a carga e a fonte de tensão através de um circuito de disparo, que é responsável por enviar o sinal de controle ao TRIAC, alterando os ciclos de passagem. A figura A.8 mostra uma abordagem genérica para o controle de potência CA, onde $v(t)$ é a tensão de entrada e R é a carga.

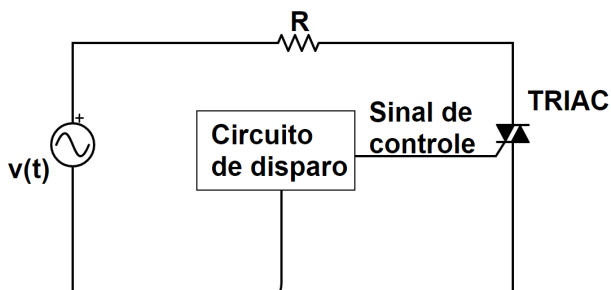


Figura A.8: Controle de potência CA aplicada a uma carga

Utilizando essa técnica é possível controlar a tensão aplicada à carga R e, conseqüentemente, a potência aplicada à mesma. A relação entre a quantidade de ciclos passantes, N , ciclos não passantes, M , e a tensão de saída do sistema, V_o , pode ser calculada a partir de

$$V_o = \sqrt{\frac{N}{2\pi(N+M)} \int_0^{2\pi} 2V_s^2 \sin^2 \omega t d(\omega t)}, \quad (\text{A.1})$$

$$V_o = V_s \sqrt{\frac{N}{N+M}},$$

$$V_o = V_s \sqrt{K},$$

onde V_s é a tensão eficaz de entrada, ω é a frequência do sinal de tensão

de entrada e K é chamado de ciclo de trabalho (do inglês, *duty cycle*) [RASHID, 1999].

A.4. Sistema embarcado para controle de potência

Essa seção apresenta os recursos utilizados pelo microcontrolador ATmega328 utilizado pela plataforma Arduino bem como o *software* utilizado para realizar a leitura dos dados de temperatura, o cálculo do sinal de controle e a atuação no sistema. Foram utilizados os recursos de interrupção por tempo e interrupção externa do microcontrolador, para que fosse possível a implementação de outras técnicas de controle de potência para sinais de corrente alternada que não a tradicionalmente empregada pela ducha.

A arquitetura geral do sistema é apresentada na figura A.9, na qual o sistema embarcado é responsável por calcular o sinal de controle do processo a partir das informações recebidas do transdutor, que mede a temperatura da água na saída da ducha. Após o cálculo do sinal de controle, o sistema embarcado atua enviando um sinal de disparo para o circuito de acionamento do TRIAC apresentado na figura A.5, controlando assim a potência aplicada ao resistor de potência da ducha. Os dados de temperatura e do sinal de controle são enviados ao computador para serem analisados.

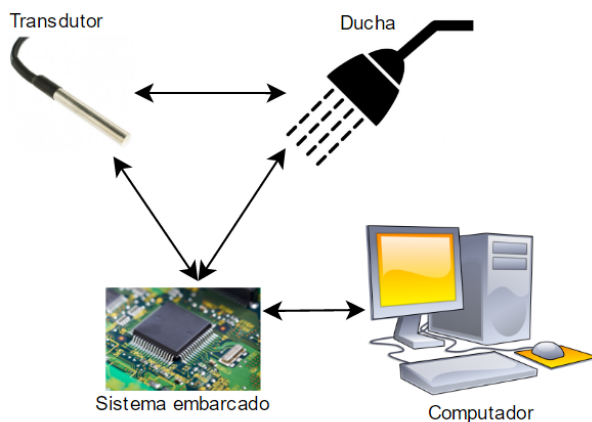


Figura A.9: Arquitetura geral do sistema

A.4.1. Interrupções

Para o cálculo do sinal de controle e a atuação do sistema, foram utilizados os recursos de interrupção por tempo e de interrupção externa do microcontrolador. Essas interrupções executam uma rotina de serviço (ISR, do inglês *interrupt service routine*) que tem prioridade sobre a execução das instruções do programa principal.

A interrupção por tempo é uma funcionalidade do microcontrolador que, basicamente, é responsável por gerar um desvio na execução de instruções do programa principal, para uma determinada ISR, quando o temporizador do microcontrolador atinge um determinado valor definido pelo usuário. A grande vantagem da interrupção por tempo é que ela facilita a execução periódica de uma ação que exige prioridade. Neste trabalho, essa função é utilizada para executar a rotina que calcula o sinal de controle a cada vez que o período de amostragem é atingido, garantindo assim a periodicidade do laço de controle.

A interrupção externa é uma funcionalidade que permite a execução de uma ISR quando um evento externo (mudança de tensão em um pino de I/O) ocorre. Neste trabalho ela é utilizada para informar ao microcontrolador quando há a passagem por zero volt na rede elétrica através do sinal de tensão enviado pelo circuito de detecção apresentado na seção A.2.2. Este sinal é de grande importância pois fornece a informação do momento no qual deve ser realizado o disparo do TRIAC, quando necessário.

A.4.2. Software

A implementação do *software* do sistema foi realizada em 'C, que é uma linguagem bastante usual para programação de microcontroladores.

Para a aplicação da técnica de controle de potência por ciclos inteiros, primeiramente é necessário a escolha de um período de amostragem, pois é a partir dele que é definida a quantidade máxima de ciclos do sinal da rede elétrica. O período de amostragem utilizado para o processo em questão foi de $T_s = 1$ s. Sabe-se que a rede elétrica no Brasil possui a frequência de 60 Hz, portanto para $T_s = 1$ s a quantidade máxima de ciclos passantes será de 60. Entretanto, como o sinal da rede elétrica passa por um retificador de onda completa, ele passa a ter uma frequência de 120 Hz e, portanto, 120 semi-ciclos. Com isso, define-se que para a aplicação da potência máxima na carga, são necessários 120 disparos do TRIAC. Essa informação é necessária pois a variável de controle, u , equivale ao número de disparos do TRIAC.

Para facilitar a análise do sinal de controle, a quantidade de disparos foi normalizada, de modo que para $u = 1$ a quantidade de disparos seja 120 e para $u = 0$ a quantidade de disparos seja zero.

A figura A.10 mostra um fluxograma do *software* embarcado, que foi programado no Arduino Nano, composto por três rotinas: o programa principal, a ISR1 e a ISR2.

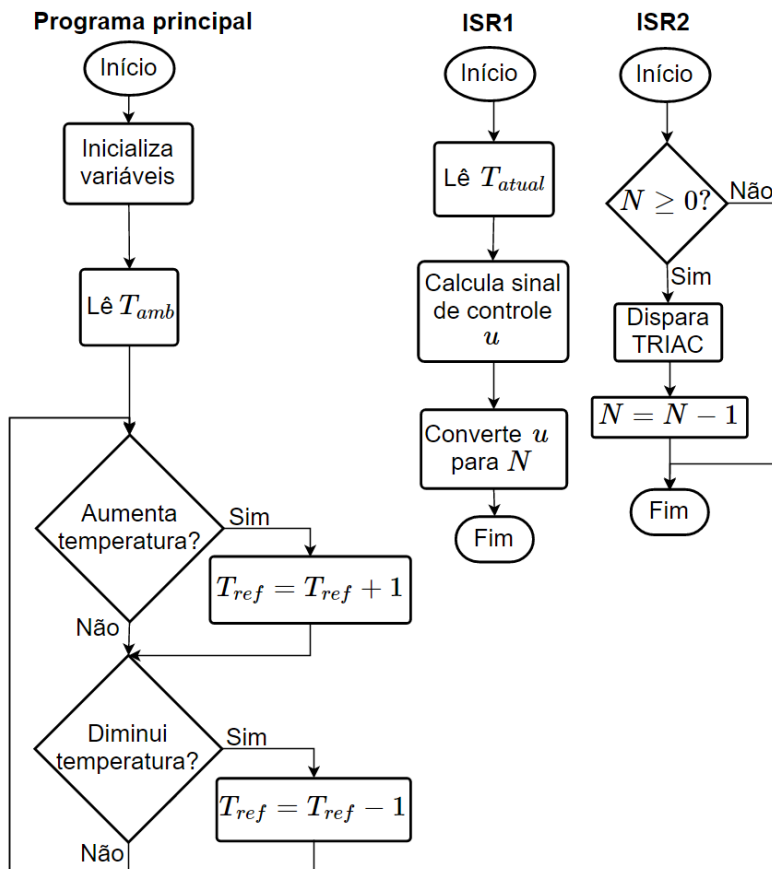


Figura A.10: Fluxograma do *software* embarcado

O programa principal primeiramente inicializa as variáveis e após isso faz a leitura da temperatura inicial da água da ducha (T_{amb}). Na sequência, o programa entra em um laço infinito no qual ele verifica se foi exigido o aumento ou a diminuição da temperatura de referência

(T_{ref}). O aumento e a diminuição de temperatura foram implementados através de dois botões físicos, conectados a portas digitais do microcontrolador.

A ISR1 refere-se à rotina de interrupção por tempo, que realiza a leitura da temperatura atual da água na saída da ducha (T_{atual}) e após calcula o sinal de controle (u). O sinal de controle é então convertido a um valor de quantidade de disparos do TRIAC (N).

A ISR2 refere-se à rotina de interrupção externa, causada pelo sinal de detecção de passagem por zero volt, que indica o momento exato no qual deve ser realizado o disparo do TRIAC. A ISR2 primeiramente verifica se N é maior que zero. Se sim, o sistema realiza o disparo do TRIAC, através do circuito de disparo apresentado na figura A.5, e após decrementa o valor de N . Dessa forma, é possível controlar a quantidade de semi-ciclos passantes e, conseqüentemente, a potência aplicada ao resistor de potência da ducha.