Caderflex

Aluna Celso Cardoso

Matéria Matemática

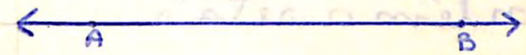
Professor Maria José

Colégio Pedro II.
Rio de Janeiro, 1 de maio de 1970.
Aluno: Celso Cardoso.
Professôra: Maria José.
3ª série – turma B – 2º turno.

Matemática

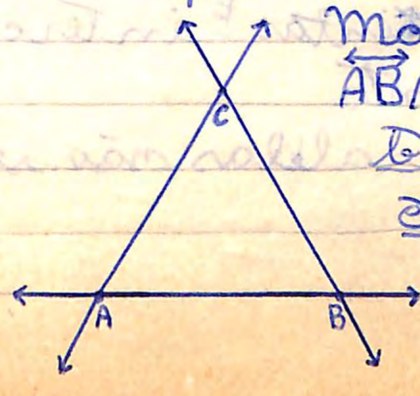
① Tendo por base a figura, escreva "V" ou "F" conforme a sentença seja "verdadeira" ou "falsa":

Môdelo: $A \in \overleftrightarrow{AB}$ (V)



a) $C \in \overleftrightarrow{AB}$ (F) C b) $B \notin \overleftrightarrow{AB}$ (F) C c) $C \notin \overleftrightarrow{AB}$ (V) C

② Olhando a figura abaixo, diga qual é a intercção das retas pedidas e indique com símbolos:



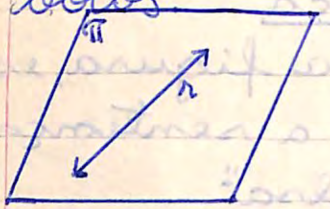
Modêlo: a) $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{AC}$?
$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{AC} = \{A\}$ C
b) $\overleftrightarrow{AC}$ e CB? $\overleftrightarrow{AC} \cap \overleftrightarrow{CB} = \{C\}$ C
c) $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{BC}$? $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{BC} = \{B\}$ C

③ Como se torna verdadeira a sentença?

$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{BC} = \{B\}$

Rio, 6/4/1970.

① Indique estas sentenças com símbolos:



ⓐ A reta "r" está contida no plano π. $r \subset \pi$.

ⓑ O plano π contém a reta "r".
$\pi \supset r$

② Complete:

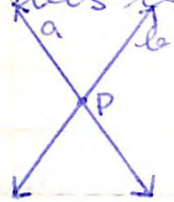
ⓐ No plano passam infinitas retas.

ⓑ Por dois pontos distintos A e B passa uma e uma só reta.

ⓒ Duas retas distintas interceptam-se num só ponto.

ⓓ Duas retas paralelas não se interceptam.

③ Preencha as seguintes sentenças relativas ao desenho, de modo a torná-las verdadeiras:



ⓐ $a \cap b = \{P\}$

ⓑ $P \in A$ e $P \in B$

ⓒ $b \cap a = \{P\}$

④ Escreva V ou F nas seguintes sentenças:

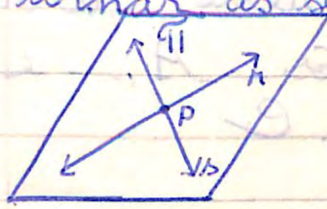
ⓐ Se $r \parallel s$ então $r \cap s = \emptyset$ (V)

ⓑ Se $r \parallel s$ então $r \cap s \neq \emptyset$ (F)

ⓒ Se $r \parallel s$ então $s \parallel r$ (V)

ⓓ Se $r \cap s = \emptyset$ então $r \parallel s$ (V)

⑤ As retas "r" e "s" estão desenhas no plano π. Escreva o símbolo conveniente para tornar as sentenças verdadeiras.



ⓐ $r \subset \pi$

ⓑ $\pi \supset s$

ⓒ $r \cap s = \{P\}$

ⓓ $P \in r$

ⓔ $P \in s$

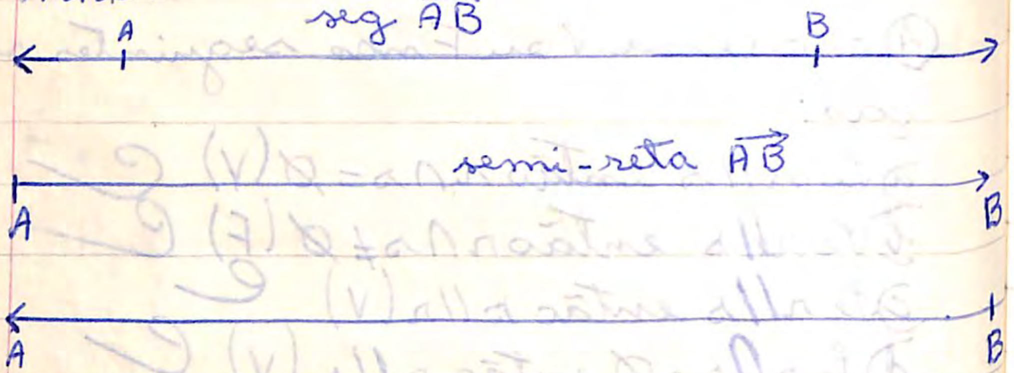
Correção

② Complete:

c) concorrentes

Rio, 13/4/1970

① Complete, com base no desenho:



$\overleftrightarrow{AB}$ indica a reta determinada pelos pontos A e B. C

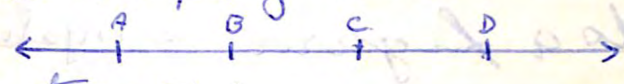
$\overrightarrow{AB}$ indica a semi-reta determinada pelos pontos A e B de origem A. C

$\overrightarrow{BA}$ indica a semi-reta determinada pelos pontos A e B de origem B. C

$\overline{AB}$ indica o segmento de reta determinado pelos pontos A e B, de extremos A e B. C

$\overleftrightarrow{AB}$ é a reta suporte de $\overline{AB}$, de $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BA}$ C

② Na figura:



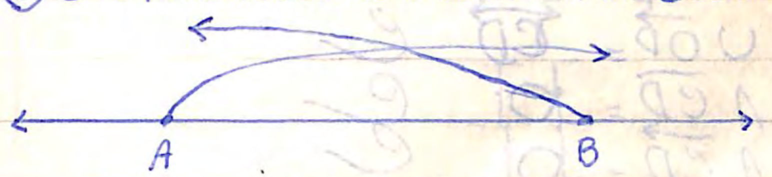
temos:

a) $\overline{AB} \cup \overline{BC} = \overline{AC}$ Por que?

b) $\overline{AB} \cap \overline{BC} = \{B\}$ Por que?

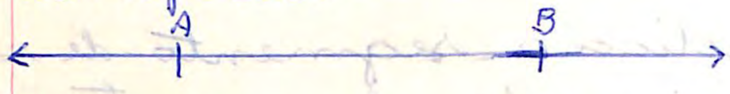
c) $\overrightarrow{BA} \cup \overline{BC} = \overleftrightarrow{AC}$ Por que?

③ Olhando o desenho complete:



a) $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{BA} = \overline{AB}$ C

④ Olhando o desenho responda e complete:

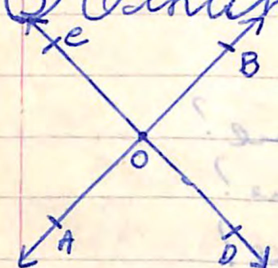


A sentença $\overrightarrow{AB} \supset \overrightarrow{AB}$ é verdadeira ou falsa? (V) C

$\overrightarrow{AB} \cup \overline{AB} = \overrightarrow{AB}$ C

$\overrightarrow{AB} \cap \overline{AB} = \overline{AB}$ C

⑤ Olhando a figura, complete:



Modêlo: $\overline{AO} \cup \overline{OB} = \overline{AB}$

a) $\overline{CO} \cup \overline{OD} = \overline{CD}$ C

b) $\overrightarrow{OC} \cup \overrightarrow{OD} = \overleftrightarrow{CD}$ C

c) $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{O\}$ C

d) $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD} = \{O\}$ C

Respostas:

② a) Porque $\overline{AC}$ é o conjunto de todos os pontos que pertence a ambos os segmentos C

b) Porque o ponto B é o único elemento comum aos conjuntos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ C

c) Porque a semi-reta AC é o conjunto dos pontos que pertencem à semi-reta $\overrightarrow{AB}$ mais o segmento $\overline{BC}$.

③ $\overline{AB}$ C

④ Verdadeira C a) $\overrightarrow{AB}$ C b) $\overline{AB}$ C

⑤ a) $\overline{CD}$ C b) $\overleftrightarrow{CD}$ C c) $\{O\}$ C d) $\{O\}$

Rio, 15/4/1970.

Exercícios:

① Quais são os três conceitos fundamentais da geometria?

R: Ponto, reta, plano. C

② Complete: "Plano é um conjunto de infinitos pontos" C

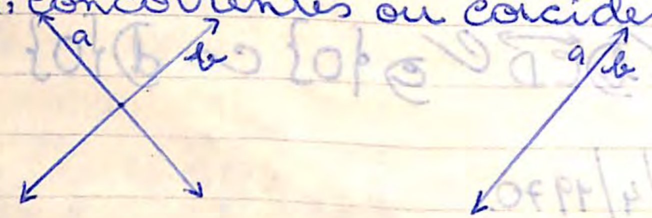
②"Reta é um conjunto de infinitos pontos" C

③ No plano π, sejam dadas uma reta r e um ponto A, em r. Complete com um dos símbolos, $\in$ (pertence) ou $\subset$ (está contido)

a) $r \subset \pi$ C b) $A \in \pi$ C c) $A \in r$ C

④ Se $a \cap b \neq \emptyset$, quais são as possíveis posições relativas das retas a e b?

R. concorrentes ou coicidentes



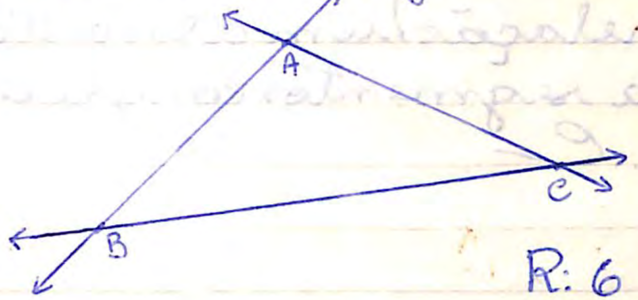
C

⑤ O ponto de origem de uma semi-reta aberta pertence a ela? E de uma semi-reta fechada?

R: Pertence. C Também. E

↓ 2º caso ↓ 1º caso

⑥ Dados três pontos A, B e C, não alinhados, quantas semi-retas de origem em cada um dêsses pontos e passando por um dos outros podem ser traçadas? Faça a figura e conte-as



R: 6 C

⑦ Complete as implicações seguintes com o sinal = ou com o sinal ≡

a) $m(AB) = m(CD) \Longrightarrow AB \equiv CD$ C

b) $PQ \equiv RS \Rightarrow m(PQ) = m(RS)$ C

⑧ Por que a relação de congruência entre segmentos é uma relação de equivalência?

R: Porque os segmentos para serem congruentes tem que ter a mesma medida. Ex: $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$ então $m(AB) = m(CD)$

E

⑨ Qual a diferença entre medida e comprimento de um segmento?

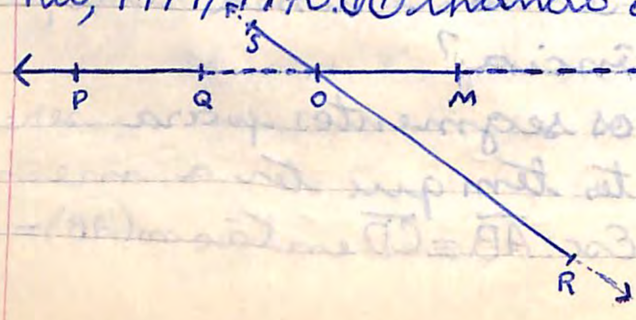
R: Medida é um número e comprimento não é um número, mas sim (a relação) um atributo comum a segmentos congruentes entre si. C

Correção

⑤ 1º caso - Não.
2º caso - Pertence.

⑧ Porque valem para ela as três propriedades: Reflexiva, Simétrica, Transitiva.

Rio, 17/4/1970. ① Olhando o desenho responda



$\overline{PQ} \cap \overline{SR} = \emptyset$ ou $\{ \}$ C

$\overleftrightarrow{PQ} \cap \overleftrightarrow{SR} = \{O\}$ C

② Sendo s uma reta e α um plano, dizer quais as posições relativas expressas pelas relações:

a) $s \cap \alpha = \emptyset$

R: paralelas. C

b) $s \cap \alpha = \{P\}$.

R: s corta o plano em um só ponto. C

c) $s \cap \alpha = s$

R: s está contida em α. $s \subset \alpha$ C

d) $s \cap \alpha = \alpha$

R: α está contido em s. E

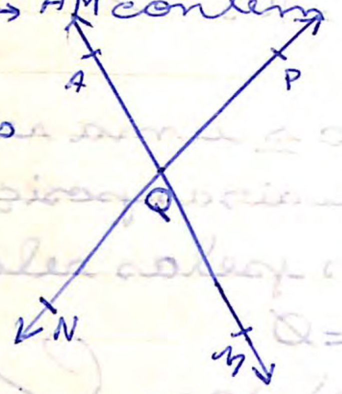
③ Dados os segmentos $\overline{AM}$ e $\overline{NP}$ escrever as sentenças expressas pelas relações.

a) $\overline{AM} \cap \overline{NP} = \{Q\}$ → se cortam (concorrentes) C

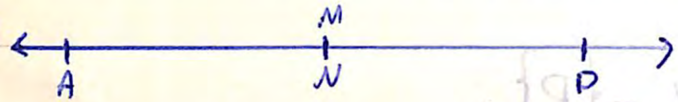
ⓑ $\overline{AM} \cup \overline{NP} = \overline{AP} \rightarrow \overline{AM}$ é colinear a $\overline{NP}$ e consecutivo

ⓒ $\overline{AM} \cup \overline{NP} = \overline{AM} \rightarrow \overline{AM}$ contém $\overline{NP}$

ⓐ concorrentes



ⓑ



ⓒ

Correção

② D impossível

Rio, 19/4/1970.

Questionário:

① Qual o conjunto universo em que vamos agora trabalhar?
R: É um plano que é um conjunto de pontos e será indicado pela letra grega π (o plano π).

② Que são pontos colineares?
R: São os pontos que pertencem a uma mesma reta.

③ Que é figura plana?
R: É a figura plana, todo subconjunto (não vazio) de um plano.

④ Quantas retas passam por dois pontos distintos?
R: Por dois pontos distintos passam uma e uma só reta.

⑤ Quando duas retas se dizem:
ⓐ concorrentes?
ⓑ paralelas?
ⓒ coincidentes?
R: ⓐ Quando elas têm um e um só ponto comum; a sua intersecção é um conjunto unitário (se cortam)
ⓑ Quando elas não têm ponto comum; a sua intersecção é um conjunto vazio

⑤ Quando elas têm todos os pontos comuns; constituem dois conjuntos iguais. C

⑥ Nas semi-retas abertas de origem O, qual a função do ponto O?
R: Dividir em duas partes a reta de origem O que formou as semi-retas abertas. Separar uma da outra. C

⑦ Que é uma semi-reta fechada?
R: É a figura constituída por uma semi-reta aberta e seu ponto de origem. C

⑧ Que é um segmento de reta?
R: É a figura constituída por um intervalo aberto e seus extremos. C

⑨ Que são segmentos congruentes?
R: Segmentos congruentes são aquêles que têm a mesma medida, feitas as medições com a mesma unidade. C

⑩ Cite 3 propriedades exigidas numa relação de equivalência!
R: Reflexiva, simétrica e transitiva C

⑪ Qual a diferença entre a medida e o comprimento de um segmento?
R: Medida é um número e comprimento não é um número, mas sim um atributo comum a segmentos congruentes entre si. C

⑫ Por que segmentos congruentes não são iguais?
R: Porque segmentos iguais (são) é quando todos os pontos de um são também do outro e congruentes é quan-

do os segmentos têm a mesma medida. C

(13) Que são segmentos colineares?
R: São aquêles que têm a mesma reta suporte. C

(14) Que são segmentos consecutivos?
R: São aquêles que têm um extremo em comum e nenhum ponto interno em comum. C

(15) Que são segmentos adjacentes?
R: São aquêles que são colineares e consecutivos ao mesmo tempo. C

(16) Que é um semi-plano fechado?
R: É aquêle que é constituído por um semi-plano aberto e sua reta de origem. C

(17) Que é ângulo?

R: É a figura constituída por duas semi-retas, de mesma origem e não colineares. C

(18) Quais as maneiras de se indicar um ângulo?
R: Sendo duas semi-retas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ de mesma origem O, não colineares indica-se o ângulo por $A\hat{O}B$ ou $B\hat{O}A$

(19) Que é região angular?
R: É a reunião do ângulo com seu interior. C

(20) Qual a unidade com que medimos os ângulos?
R: Grau, minuto, segundo C

Correção:

Rio, 29/4/1970

① Complete as implicações seguintes, com o sinal > ou com o sinal <.

a) $AB > MN \Rightarrow m(AB) > m(MN)$.

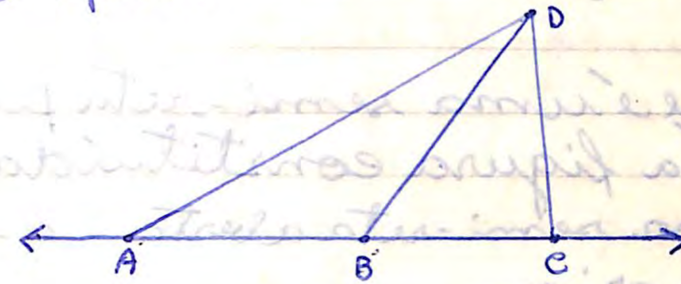
b) $CD < AB$ e $AB < MN \Rightarrow CD < MN$.

c) $m(CD) > m(EF) \Rightarrow CD > EF$

② Considere quatro pontos distintos, três dêles numa mesma reta e o quarto fora dela. Construa todos os segmentos que tenham por extremidades dois dêsses pontos, e responda:

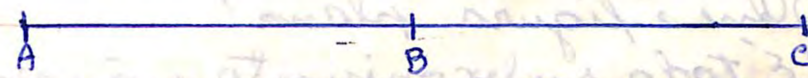
a) Quantos segmentos foram obtidos?
b) Quantos são colineares?
c) Quantos pares dêsses segmentos são consecutivos?
d) Quantos pares são adjacentes?

R: a) seis segmentos.
b) dois segmentos.
c)
d) 1 par.



③ Sendo $m(AB) = 7$ cm e $m(BC) = 5$ cm como devem ser os segmentos AB e BC a fim de que $m(AC) = 12$ cm? Faça a figura e responda?

R: adjacentes.



Rio, 4/5/1970

Questionário:

① Que são pontos colineares?

R: São os pontos que pertencem a uma mesma reta.

② Que são segmentos congruentes?
R: São os segmentos que têm a mesma medida, feitas as medições com a mesma unidade.

③ Que é uma semi-reta fechada?
R: É a figura constituída por uma semi-reta aberta e o seu ponto de origem.

④ Que são segmentos adjacentes?
R: São os segmentos que são consecutivos e colineares.

⑤ Que é figura plana?
R: É todo subconjunto não vazio de um plano.

⑥ Quantas retas passam por dois pontos distintos?
R: Por dois pontos distintos passam uma e uma só reta.

⑦ Qual a diferença entre a medida e o comprimento de um segmento?
R: Medida é um número, e comprimento não é um número, mas sim um atributo comum a segmentos congruentes entre si.

⑧ Qual a unidade com que medimos um ângulo?
R: Grau.

⑨ Que é região angular?
R: É a reunião do ângulo com o seu interior.

⑩ Que são ângulos congruentes?
R: São os ângulos que têm a mesma medida, feitas as medições com a mesma unidade.

Regular
Priscila
Machado

Rio, 13/5/1970.

① Quais são os três conceitos fundamentais da geometria?
R: Ponto, reta e plano.

② Que são pontos colineares?
R: São os pontos que pertencem a uma mesma reta.

③ Que é figura plana?
R: É todo subconjunto, não vazio, de um plano.

④ Quantas retas passam por dois pontos distintos?
R: Por dois pontos distintos passam uma e uma só reta.

⑤ Quantos pontos tem uma reta?
R: Uma reta qualquer tem infinitos pontos.

⑥ Quantas são as posições relativas da reta no plano?
R: As posições da reta no plano são três

⑦ Quando duas retas se dizem concorrentes?
R: Quando elas têm um e um só ponto comum, isto é, a sua intersecção é um conjunto unitário.

⑧ Quando duas retas se dizem paralelas?
R: Quando elas não têm ponto comum; a sua intersecção é um conjunto vazio.

⑨ Quando duas retas se dizem coicidentes?
R: Quando elas têm todos os pontos comuns; constituem dois conjuntos iguais.

⑩ Que é uma semi-reta fechada?
R: É a figura constituída por uma semi-reta aberta e seu ponto de origem

⑪ Que é segmento de reta?
R: É a figura constituída por um intervalo aberto e seus extremos.

⑫ Que são segmentos congruentes
R: São os segmentos que têm a mesma medida, feitas as medições com a mesma unidade.

⑬ Quais são as três propriedades exigidas numa relação de equivalência?
R: Reflexiva; $\overline{AB} \equiv \overline{AB}$
Simetrica; $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$ então $\overline{CD} \equiv \overline{AB}$
Transitiva; $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$ e $\overline{CD} \equiv \overline{EF}$, então $\overline{AB} \equiv \overline{EF}$

⑭ Que é ponto médio de um segmento?
R: Ponto médio de um segmento é o ponto interno que divide o segmento em duas partes iguais (em dois segmentos congruentes)

⑮ Quantos pontos médios pode haver?
R: Apenas um ponto médio.

⑯ Qual a diferença entre a medida e o comprimento de um segmento?
R: Medida é um número e comprimento não é um número, mas sim um atributo comum a segmentos congruentes entre si.

⑰ Que são segmentos colineares?
R: São os segmentos que estão na mesma reta suporte.

(18) Que são segmentos consecutivos?
R: São os segmentos que têm um extremo em comum e nenhum ponto interno em comum.

(19) Que são segmentos adjacentes?
R: São os segmentos que são colineares e consecutivos.

(20) Qual o sinal de equivalência que usamos para dois segmentos com a mesma medida?
R: O sinal de congruência; ≡.

(21) Que é um semiplano fechado?
R: É a figura constituída por um semiplano aberto com sua reta de origem.

(22) Quantos pontos tem um plano?
R: Um plano qualquer tem infinitos pontos.

(23) Que é ângulo?
R: É a figura constituída de duas semi-retas de mesma origem e não colineares.

(24) Quais as maneiras de se indicar um ângulo?
R: Sendo duas semi-retas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$, de mesma origem O, não colineares, indica-se o ângulo por $A\hat{O}B$ ou $B\hat{O}A$; ou simplesmente por $\hat{O}$.

(25) Que é interior de um ângulo?
R: É a região que fica situada entre os lados do ângulo.

(26) Que é escterior de um ângulo?
R: É a região que fica situada fora do

isto é, tudo menos o ângulo e seu interior.

(27) Que é região angular?
R: É a reunião do ângulo com o seu interior.

(28) Que são pontos internos de um ângulo?
R: São os pontos que ficam no interior do ângulo.

(29) Que são pontos externos de um ângulo?
R: São os pontos que ficam no interior do ângulo!

(30) Que são semi-retas internas de um ângulo?
R: São as semi-retas que têm origem no vértice do ângulo e passam por um ponto interno.

(31) Que são semi-retas externas de um ângulo?
R: São aquelas que têm origem no vértice do ângulo e passam por um ponto externo

(32) Qual o instrumento usado para medir um ângulo?
R: Transferidor

(33) Qual a unidade principal com que medimos um ângulo?
R: Grau

(34) Que são ângulos congruentes?
R: São aquêles que têm a mesma medida; feitas as medições com a mesma unidade.

(35) Quais as propriedades que valem para a relação de equivalência entre ângulos?
R: Reflexiva, simétrica e transitiva

(36) Que são ângulos consecutivos?
R: São os ângulos que têm um lado comum e nenhum ponto interno comum.

(37) Que são ângulos adjacentes?
R: São os ângulos consecutivos cujos lados não comuns são colineares

(38) Qual é a soma das medidas de dois ângulos adjacentes?
R: 180°

(39) Que é bissetriz de um ângulo?
R: É a semi-reta interna ao ângulo que determina com seus lados dois ângulos consecutivos congruentes.

(40) Quantas podem ser a bissetriz de um ângulo?
R: A bissetriz de um ângulo é única.

(41) Que são ângulos retos?
R: São os ângulos adjacentes e congruentes.

(42) Qual é a medida de um ângulo reto?
R: 90°

(43) Que são ângulos agudos?
R: São os ângulos menores do que o angulo reto, isto é, suas medidas são menores que 90°.

(44) Que são ângulos obtusos?
R: São os ângulos maiores do que o ângulo reto, isto é, suas medidas são maiores que 90°.

(45) Que são ângulos suplementares?
R: São dois ângulos cuja soma é 180°

(46) Que é suplemento de um ângulo?
R: É o que falta a êsse ângulo para formar 180°

(47) Qual é o ~~(suplento)~~ suplemento de um ângulo reto?
R: Outro ângulo reto.

(48) Dois ângulos adjacentes são suplementares? Porquê?
R: São. Porquê a soma dos dois é 180°.

(49) Porque dois ângulos retos são suplementares?
R: Porque êles são adjacentes, isto é, a sua soma é 180°.

(50) Como se constrói o suplemento de um ângulo?
R: Basta construir a semi-reta oposta de um dos seus lados?

(51) Todos os ângulos têm suplemento?
R: Sim.

(52) Que são ângulos complementares?
R: São dois ângulos que somados dão 90°.

(53) Que é complemento de um ângulo?
R: É o que falta a êsse ângulo para formar 90°

(54) Um ângulo para ter complemento tem que ser o que?
R: Agudo, isto é, menor que 90°

(55) Como se constrói um complemento de um ângulo?
R: Traçando uma semi-reta (a partir do vértice) perpendicular a um dos seus lados.

(56) Se um ângulo fôr chamado de x, qual será o seu complemento?

R: $90° - x$

(57) Que são ângulos opostos pelo vértice?
R: São dois ângulos de mesmo vértice em que os lados de um são semi-retas opostas dos lados do outro.

(58) Dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes?
R: Sim.

(59) Qual o símbolo para indicar as retas perpendiculares?
R: $\perp$

(60) Dois ângulos que têm suplementos congruentes são também congruentes?
R: São

10
Visto
19-5

Demonstração:

Sejam $\hat{A}$ e $\hat{B}$ dois ângulos e $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ seus respectivos suplementos, com $\hat{\alpha} \equiv \hat{\beta}$.
Então

$m(\hat{A}) + m(\hat{\alpha}) = 180°$ e $m(\hat{B}) + m(\hat{\beta}) = 180°$

$\therefore m(\hat{A}) + m(\hat{\alpha}) = m(\hat{B}) + m(\hat{\beta}) \quad (A)$

Mas,

$\hat{\alpha} \equiv \hat{\beta} \Rightarrow m(\hat{\alpha}) = m(\hat{\beta})$

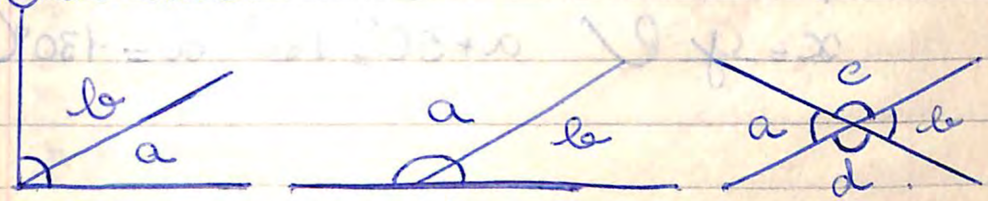
Na igualdade (A), cancelando $m(\hat{\alpha})$ e $m(\hat{\beta})$, que são iguais, segue-se $m(\hat{A}) = m(\hat{B})$

Ora,

$m(\hat{A}) = m(\hat{B}) \Rightarrow \hat{A} \equiv \hat{B}$, como queríamos demonstrar.

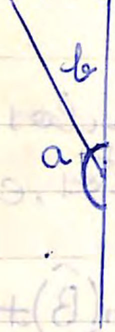
Rio, 15/5/1970.

(1) Sendo:

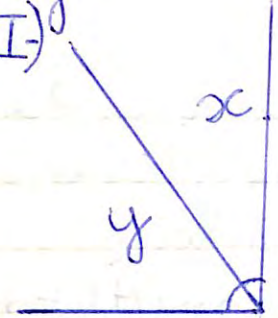


$a + b = 90°$ $\quad$ $a + b = 180°$

Completar as seguintes sentenças:

I-)


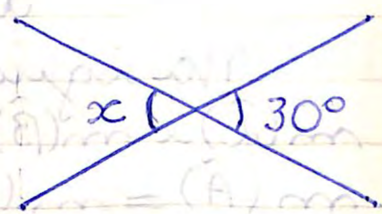
$a + b = 180°$ C

II-)


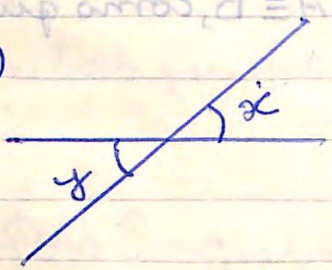
$x + y = 90°$ C

III-)

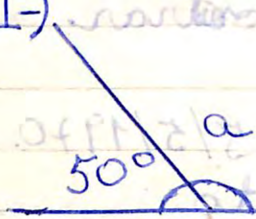

$a + b + c = 180°$ C

IV-)


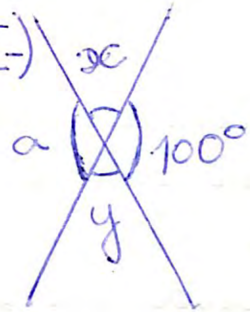
$x = 30°$ C

V-)


$x = y$ C

VI-)


$a + 50° = 180°$ | $a = 130°$ C

VII-)


$x = 80°$ C
$y = 80°$ C $x = y$ C
$a = 100°$ C
$x + a + y + 100° = 360°$ C

② Transformar em linguagem simbólica:

a) A metade do complemento de um ângulo.
b) A terça parte do suplemento de um angulo.
c) Os $\frac{3}{5}$ do complemento de um ângulo.
d) A soma entre a metade de um ângulo, com a terça parte de seu complementos

Respostas:

a) $\frac{(90 - x)}{2}$ C
b) $\frac{180 - x}{3}$ C
c) $\frac{3(90 - x)}{5}$ C
d) $\frac{x}{2} + \frac{(90 - x)}{3}$ C

Regular
dy
19-5

Rio, 20/5/1970.

Transformar em linguagem simbólica e em seguida resolver as equações obtidas:

① Um ângulo diminuído de seu suplemento é igual a um ângulo reto. Qual é o ângulo?

② A diferença entre dois ângulos suplementares é igual a 20°. Quais são os ângulos?

③ O suplemento de um ângulo excede o ângulo de 40°. Qual é êsse ângulo?

④ Calcular o ângulo que é o triplo do seu suplemento.

⑤ Dois ângulos opostos pelo vértice expressos em grau são respectivamente iguais a $2x + 20$ e $5x - 70$. Calcular o ângulo.

Respostas:

① $x - (180° - x) = 90°$

$x - 180° + x = 90°$

$x + x = 90° + 180°$

$2x = 270°$

$x = 135°$

Verificação

$135° - (180° - 135°) = 90°$

$135° - 45° = 90°$

$90° = 90°$ (V)

② $x - (180° - x) = 20°$

$x - 180° + x = 20°$

$x + x = 20° + 180°$

$2x = 200°$

$x = 100°$

outro ângulo $= 180° - 100° = 8$

Verificação

$100° - 80° = 20°$

$20° = 20°$ (V)

③ $(180° - x) - 40° = x$

$180° - x - 40° = x$

$-x - x = 40° - 180°$

$-2x = -140° \quad \div -2$

$x = 70°$

Verificação:

$(180° - 70°) - 40° = 70°$

$110° - 40° = 70°$

$70° = 70°$

④ $x = 3(180° - x)$

$x = 540° - 3x$

$x + 3x = 540°$

$4x = 540°$

$x = 135°$

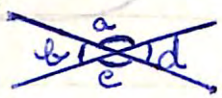
⑤ $2x + 20° = 5x - 70°$

$2x - 5x = 70° - 20°$

$-3x = -90°$ $(\div -3)$

$x = 30°$

Rio, 22/5/1970

① Na figura 

, o ângulo a diminuído de 30° é igual ao dôbro de b. Calcular os quatro ângulos.

② A soma dos ângulos $\hat{b}$ e $\hat{d}$ é igual a 160°. Calcular os ângulos.

③ A soma de um ângulo com a quarta parte de seu suplemento é igual a 60°. Calcular êsse ângulo.

④ Na figura 

, o ângulo m é o quíntuplo do ângulo n. Calcular êsses ângulos.

Respostas:

① $a - 30° = 2(180° - a)$

$a - 30° = 360° - 2a$

$a + 2a = 360° + 30°$

$3a = 390°$

$a = 130°$

b é o suplemento de a, logo:

$b = 180° - 130° = 50°$

$c \equiv a$, então $c = 130°$

$d \equiv b$, então $d = 50°$

Resposta: $a = 130°$; $b = 50°$; $c = 130°$; $d = 50°$

Verificação:

$a - 30° = 2b$

$130° - 30° = 2 \times 50°$

$130° - 30° = 100°$

$100° = 100°$ (V)

$a + b + c + d = 360°$

$130° + 50° + 130° + 50° = 360°$

② Se, a $m(b) = m(d)$ então podemos chamar o ângulo $\hat{b}$ de $\hat{d}$, e vice-versa

$b + b = 160°$

$2b = 160°$

$b = 80°$

$b \equiv d$, então $d = 80°$

Resposta: $\hat{b} = 80°$; $\hat{d} = 80°$

$\hat{a}$ e $\hat{c} = 100°$

③ $\dfrac{x}{\frac{1}{4}} + \dfrac{1(180° - x)}{\frac{4}{1}} = \dfrac{60°}{\frac{1}{4}}$

$4x + 1(180° - x) = 240°$

$4x + 180° - x = 240°$

$4x - x = 240° - 180°$

$3x = 60°$

$x = 20°$ Resposta: $x = 20°$

Verificação

$x + \dfrac{1(180° - x)}{4} = 60°$ $\quad$ $20° + \dfrac{160°}{4} = 60°$

$20° + \dfrac{1(180° - 20°)}{4} = 60°$ $\quad$ $20° + 40° = 60°$

$20° + \dfrac{1(160°)}{4} = 60°$ $\quad$ $60° = 60°$ (V)

④ $m = 5n$

$5n + n = 180°$

$6n = 180°$

$n = 30°$

$m = (5n)\ 30° \times 5 = 150°$ R: $\hat{m} = 150°$; $\hat{n} = 30°$

Verificação

$\hat{m} + \hat{n} = 180° \rightarrow 150° + 30° = 180°$ $\quad$ $180° = 180°$ (V)

$m = 5n$ $\quad$ $150° = 5 \times 30°$ $\quad$ $150° = 150°$ (V)

Rio, 25/5/1970.

A soma de dois ângulos vale 125° e um dêles é a metade do suplemento do outro. Calcular os ângulos.

$x + y = 125°$

$x = \dfrac{180° - y}{2}$

$\dfrac{y}{\frac{1}{2}} + \dfrac{180° - y}{\frac{2}{1}} = \dfrac{125°}{\frac{1}{2}}$

$2y + 180° - y = 250°$

$2y - y = 250° - 180°$

$y = 70°$

$x = \dfrac{180° - 70°}{2} = \dfrac{110°}{2} = 55°$

Resposta: $x = 55^\circ$; $y = 70^\circ$

$x + y = 125^\circ$

$55^\circ + 70^\circ = 125^\circ$ (V)

$y = 70^\circ$; então suplemento de y é igual a 110°

x = metade do supl. de y

$55^\circ = \frac{180^\circ - y}{2} = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$ (V)

$x = \frac{180^\circ - y}{2} = 55^\circ = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2}$

$55^\circ = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ = 55^\circ$ (V)

Rio, 3/6/1970.

① A soma de um ângulo e a sexta parte de seu suplemento é igual a um ângulo reto. Qual é o ângulo?

② A soma de dois ângulos vale 125° e um dêles é a metade do suplemento do outro. Calcular os ângulos.

③ A diferença entre o dôbro suplemento de um ângulo e os $\frac{2}{3}$ do seu complemento mede 248°. Qual é o ângulo?

Respostas

① $\frac{x}{1} + \frac{180^\circ - x}{6} = \frac{90^\circ}{1}$
$\quad 6 \quad\quad 1 \quad\quad 6$

$6 \times x + 1(180^\circ - x) = 6 \times 90^\circ$

$6x + 180^\circ - x = 540^\circ$

$6x - x = 540^\circ - 180^\circ$

$5x = 360^\circ$

$x = 72^\circ$

Verificação:

$$72° + \frac{180° - 72°}{6} = 90°$$

$$72° + \frac{108°}{6} = 90°$$

$$72° + 18° = 90°$$

$$90° = 90° \ (V)$$

Resposta: 72°

② $x + y = 125°$ $\qquad y = \frac{180° - x}{2}$

$$\underset{1/2}{x} + \underset{2/1}{\frac{180° - x}{}} = \underset{1/2}{125°}$$

$$2x + 180° - 1x = 250°$$

$$2x + 180° - x = 250°$$

$$2x - x = 250° - 180°$$

$$x = 70°$$

$$y = \frac{180° - x}{2}$$

$$y = \frac{180° - 70°}{2}$$

$$y = \frac{110°}{2}$$

$$y = 55°$$

Verificação

· $x + y = 125°$

$70° + 55° = 125 \ (V)$

· $y = \frac{180° - x}{2}$

$$y = \frac{180° - 70°}{2}$$

$$y = \frac{110}{2}$$

$y = 55°$

$55° \rightarrow y$

$110° \rightarrow$ suplemento de x

$y = \frac{110°}{2}$

$y = 55°$

$55° = 55°$ (V)

3) $2(180° - x) - \frac{2(90° - x)}{3} = 248°$

$\frac{360° - 2x}{1/3} - \frac{180° + 2x}{3/1} = \frac{248°}{1/3}$

$1080° - 6x - 180° + 2x = 744°$

$-6x + 2x = 744° - 1080° + 180°$

$-4x = -156 \quad (\div -4)$

$x = 39$

R: O ângulo vale 39°

Verificação:

$2(180° - 39°) - \frac{2(90° - 39°)}{3} = 248°$

$2(141°) - \frac{2(51°)}{3} = 248°$

$282° - \frac{102°}{3} = 248°$

$282° - 34° = 248°$

$248° = 248°$ (V)

Questionário:

1) Que é postulado?
R: É a propriedade verificada intuitivamente sem demonstração. C

2) Que é tese?
R: É a parte do teorema que se deve demonstrar. C

3) Que é hipótese?
R: É a parte do teorema que se supõe verificada. C

4) Que é triângulo?
R: É a figura constituída pelos três segmentos determinados por três pontos não alinhados. C

5) Que é mediana?
R: Chama-se mediana de um triângulo todo segmento que tem por extremides um vértice e um ponto médio do lado oposto. C

6) Que é altura?
R: Chama-se altura de um triângulo todo segmento que tem por extremidades um vértice e o ponto em que a perpendicular ao lado oposto traçada por êsse vértice, encontra a reta suporte dêsse lado. C

7) Que é bissetriz?
R: Chama-se bissetriz de um triângulo todo segmento que tem por extremidades um vértice encontra o lado oposto.

Rio, 10/6/1970.

1) O dôbro do complemento de um ângulo, aumentado de 36° é igual ao seu suplemento. Qual é o ângulo?

$2(90^\circ x) + 36^\circ = 180^\circ - x$

$2(90° - x) + 36° = 180° - x$

$180° - 2x + 36° = 180° - x$

$-2x + x = 180° - 180° - 36°$

$-x = -36° \quad (x -1)$

$x = 36°$ R: $x = 36°$

② $\hat{m}$ e $\hat{n}$ são dois ângulos adjantes. Um dêles é expresso em graus por $10x+25$ e o outro por $5x+35$. Calcular êsses ângulos.

$10x + 25° + 5x + 35° = 180°$

$10x + 5x = 180° - 25° - 35°$

$15x = 120°$

$x = 8°$

1º ângulo - $10x + 25 = (10 \times 8°) + 25° = 80° + 25° = 105°$

2º ângulo - $5x + 35° = (5 \times 8°) + 35° = 40° + 35° = 75°$

Respostas: Os ângulos valem 105° e 75°

③ Um ângulo é o complemento da sua quinta. Qual é o ângulo?

$\frac{x}{5} = 90° - x$

$\frac{1}{5} \quad \frac{5}{1}$

$5x = 90° - x$

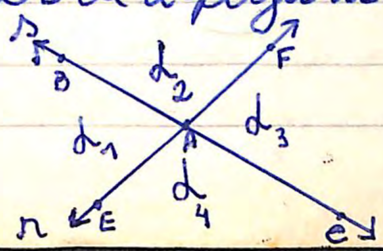
$5x + x = 90°$

$6x = 90°$

$x = 15°$

Respostas $x = 15°$

④ Observe a figura abaixo, onde d_1, d_2, d_3, d_4



$r \cap s = \{A\}$ C

$\overleftrightarrow{AB} \cap \overline{CA} = \overline{AC}$ C

$\overrightarrow{AE} \cap \overrightarrow{AC} = \{A\}$ C

$\overline{AB} \cap \overline{CA} = \{A\}$ C

$\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CA} = \overline{CA}$ C

$\overrightarrow{AC} \cap \overrightarrow{AE} = \{A\}$ C

Rio, 15/6/1970.

Dois ângulos são complementares. Calcular êsses ângulos sabendo-se que o suplemento do maior vale dezesseis vêzes o menor.

$$\begin{cases} x + y = 90^\circ \\ 180^\circ - x = 16y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 90^\circ \\ -x + 16y = -180^\circ \end{cases}$$

$$-15y = -90^\circ$$

$$-15y = -90^\circ \quad (\times -1)$$

$$\frac{15y}{15} = \frac{90^\circ}{15}$$

$$y = 6^\circ$$

Valor de x:

$$x + y = 90^\circ$$
$$x + 6^\circ = 90^\circ$$
$$x = 90^\circ - 6^\circ$$
$$x = 84^\circ$$

Prova Mensal de Matemática

① Resolva e verifique:

Qual o ângulo que aumentado de 15° é igual aos três quintos de seu suplemento menos 21°?

$$\frac{x}{1/5} + \frac{15^\circ}{1/5} = \frac{3(180^\circ - x)}{5/1} - \frac{21^\circ}{1/5}$$

$$5x + 75^\circ = 3(180^\circ - x) - 105^\circ$$

$$5x + 75^\circ = 540^\circ - 3x - 105^\circ$$

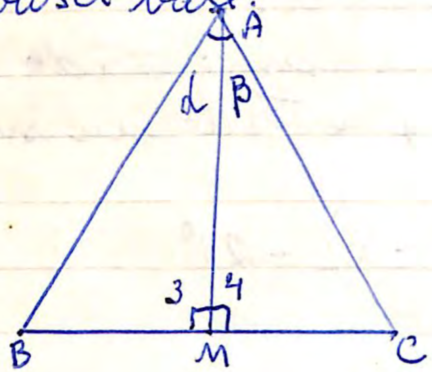
$$5x + 3x = 540^\circ - 105^\circ - 75^\circ$$

$$8x = 360^\circ$$

$$x = 45^\circ$$

R: O ângulo vale 45°

② Com base no enunciado do teorema; dar em linguagem simbólica a hipótese e a tese do mesmo. Em um triângulo isósceles a mediana relativa à base é também altura e bissetriz relativa à base.



$$H \begin{cases} \overline{AB} \equiv \overline{AC} \\ \overline{BM} \equiv \overline{MC} \end{cases}$$

$$T \begin{cases} AM \perp BC \\ \hat{\alpha} \equiv \beta \end{cases}$$

3) Resolva e verifique:
Dois ângulos são suplementares. O dôbro do menor é o complemento da quinta parte do maior. Quais são os ângulos?

$x + y = 180°$ $\qquad 2x = 90° - \frac{y}{5}$

Se $x + y = 180°$; $2x + 2y = 360°$

$2y + 2x = 360°$

$\frac{2y}{1} + \frac{90°}{1} - \frac{y}{5} = \frac{360°}{1}$

$10y + 450° - y = 1800°$

$10y - y = 1800° - 450°$

$9y = 1350°$

$y = 150°$

Se $y = 150°$; $x = 30°$, pois êles são adjacentes.

Verificação:

$x + y = 180°$ $\qquad 30° + 150° = 180°$ $\qquad 180° = 180°$(!)

$2x = 90° - \frac{y}{5}$

$2 \times 30° = 90° - \frac{150°}{5}$

$60° = 90° - 30°$

$60° = 60°$ (V)

Resposta: Os ângulos valem 30° e 150°

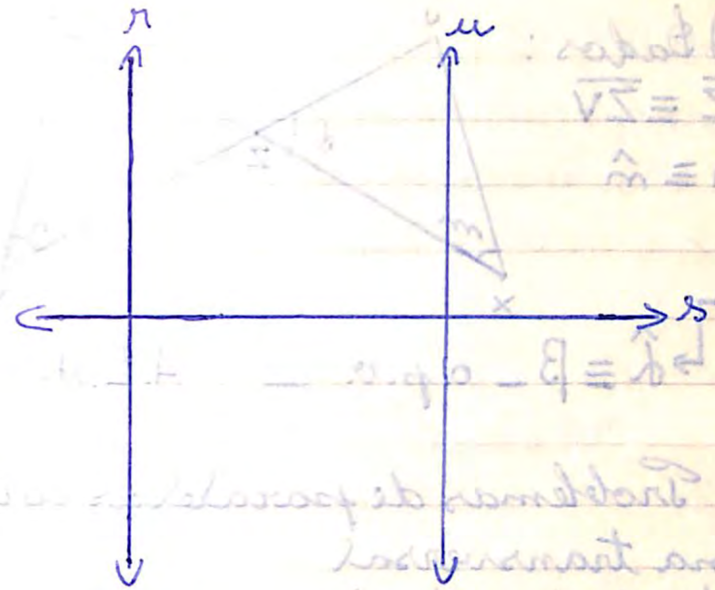
④ Marque a resposta certa com uma cruz e justifique sua escolha fazendo a respectiva figura:

$r \perp s \perp u$ então:

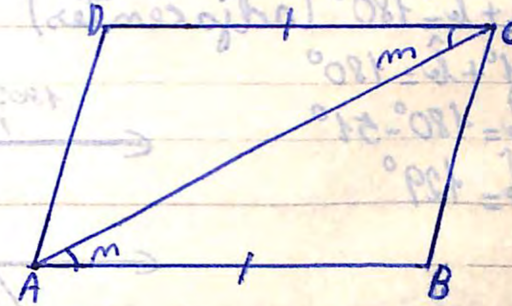
a) r perpendicular a u ( )

b) r é paralela a u (X)

c) r paralela a s ( )



⑤ Justifique o "porquê" da congruência dos triângulos que fazem parte da mesma figura, dando o caso de congruência aplicado.



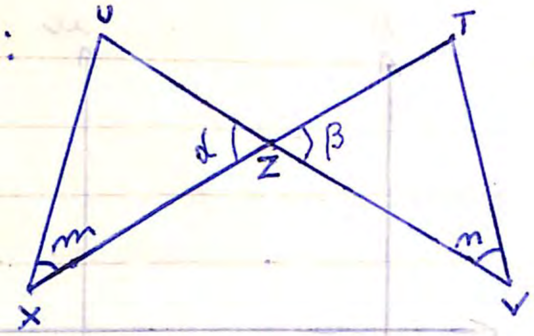
a) Dados:
$\overline{AB} \equiv \overline{CD}$
$\hat{m} \equiv \hat{n}$

R: $\overline{AC} \equiv \overline{AC}$, pela propriedade reflésciva.
L.A.L.

b) Dados:

$\overline{XZ} \equiv \overline{ZV}$

$\hat{m} \equiv \hat{n}$



R: → $\hat{\alpha} \equiv \beta$ — o.p.v. — A.L.A.

Problemas de paralelas cortadas por uma transversal

① Um dos ângulos formados por duas paralelas cortadas por uma transversal mede 51°. Calcular todos os ângulos.

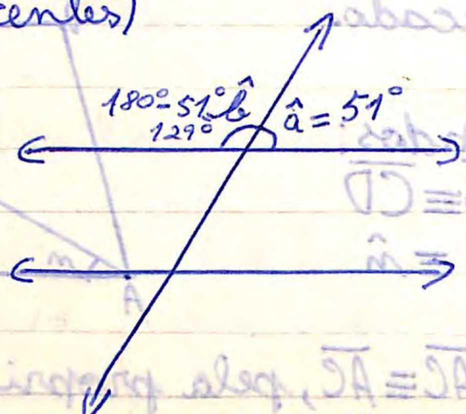
$\hat{a} = 51°$ (agudo)

$\hat{a} + \hat{b} = 180°$ (adjacentes)

$51° + \hat{b} = 180°$

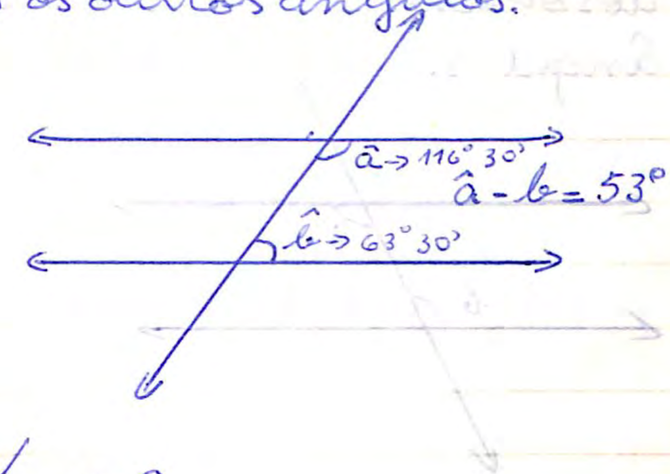
$b = 180° - 51°$

$b = 129°$



R: Os ângulos agudos medem 51° e os obtusos 129°.

② A diferença entre dois ângulos colaterais internos formados por duas paralelas cortadas por uma transversal é de 53°. Ache todos os outros ângulos.



$$\begin{cases} \hat{a} + \cancel{\hat{b}} = 180° \\ \hat{a} - \cancel{\hat{b}} = 53° \end{cases}$$

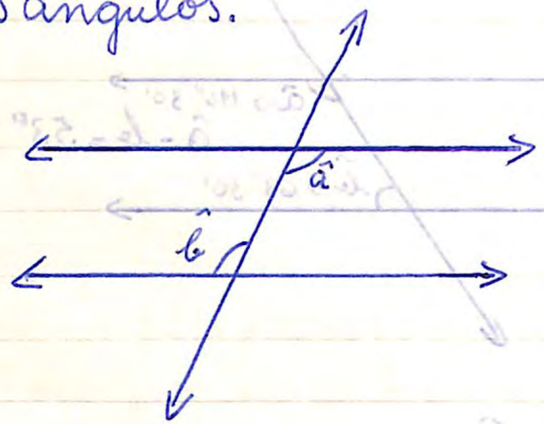
$2\hat{a} = 233°$ $\quad \hat{a} = 116° \, 30'$

Valor de $\hat{b}$

$180° - 116° \, 30' = 63° \, 30'$

R: Os ângulos agudos medem 63° 30' e os obtusos 116° 30'.

③ Duas paralelas cortadas por uma transversal formam quatro ângulos internos e quatro ângulos externos. Sabendo-se que a soma dos obtusos internos vale 320°, calcular os ângulos.



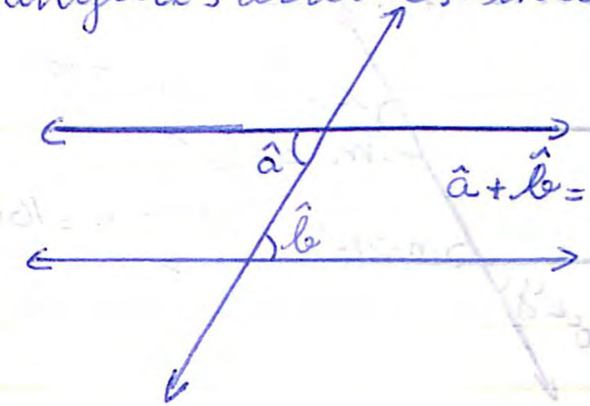
$\hat{a} + \hat{b} = 320°$

Como $\hat{a} \equiv \hat{b}$, então $320° : 2 = 160°$

Medida dos ângulos agudos:
$180° - 160° = 20°$

R: Os ângulos agudos medem 20° e os obtusos 160°.

④ Calcular os ângulos correspondentes formados por uma transversal que corta duas paralelas, sabendo-se que a soma de dois ângulos alternos-internos é 96°.



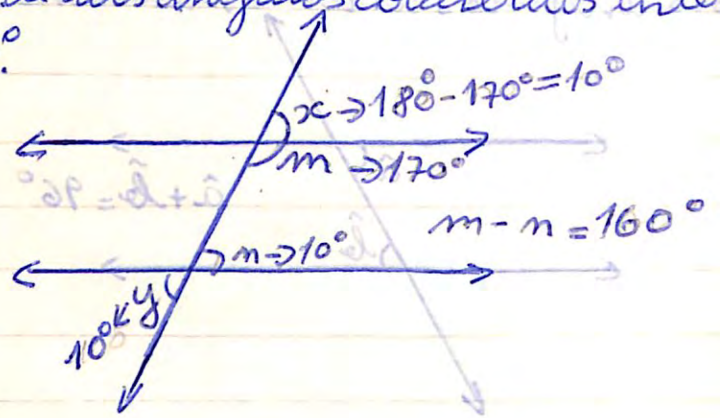
$\hat{a} + \hat{b} = 96°$

Sendo alternos-internos são congruentes:
$\hat{a} \equiv \hat{b} = 96° : 2 = 48°$

Medida dos ângulos obtusos correspondentes:
$180° - 48° = 132°$

R: Os ângulos correspondentes medem 48° e 132°

⑤ Calcular os ângulos alternos esternos formados por uma transversal que corta duas paralelas, sabendo-se que a diferença de dois ângulos colaterais internos é de 160°.



$a + b = 180$
$a - b = 160$
$2a = 340$
$a = 170$

R: Os ângulos alternos esternos valem 10° e 170°.

⑥ Um dos quatro ângulos que duas retas paralelas formam com uma transversal excede 27° os $\frac{2}{5}$ de dois ângulos suplementares. Quanto mede cada ângulo?

$\frac{2}{5}$ de dois ângulos suplementares.

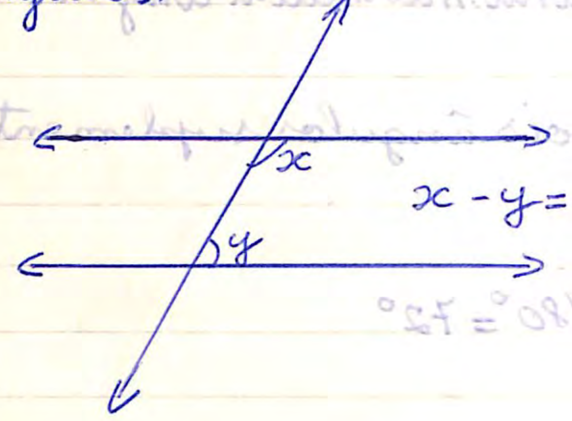
$\frac{2}{5}$ de $180° = 72°$

$72° + 27° = 99°$

Medida dos ângulos agudos:
$180° - 99° = 81°$

R: Os ângulos obtusos medem 99° e os agudos 81°.

7 A diferença das medidas de dois ângulos colaterais internos, formados por //s é de 26° 30'. Determinar todos os outros ângulos.



$x - y = 26°30'$

$$\begin{cases} x + \cancel{y} = 180° \\ x - \cancel{y} = 26° 30' \end{cases}$$

$2x = 206°30'$

$x = 103° 15'$

Valor de y

$179° 60'$
$\underline{103° 15'}$
$76° 45'$

R: Os ângulos obtusos medem 103° 15' e os agudos 76° 45'.

Rio, 10/8/1970.

1 O suplemento de um ângulo excede o ângulo de 40°. Qual é o ângulo?

$(180° - x) - x = 40°$

$180° - x - x = 40°$

$-x - x = 40° - 180°$

$-2x = -140° \quad (\div -2)$

$x = 70°$

R: 70°

Verificação

$(180° - x) - x = 40°$

$(180° - 70°) - 70° = 40°$

$110° - 70° = 40°$

$40° = 40°$ (V)

2 Calcular o ângulo que é o triplo de seu suplemento.

$x = 3(180° - x)$

$x = 540° - 3x$

$4x = 540°$

$x = 135°$

R: 135°

Verificação

$x = 3(180° - x)$

$135° = 3(180° - 135°)$

$135° = 3 \times 45°$

$135° = 135°$ (V)

③ Um ângulo é o complemento da sua quinta parte. Qual é o ângulo?

$x = 90° - \frac{x}{5}$

$\frac{x}{\frac{1}{5}} = \frac{90°}{\frac{1}{5}} - \frac{x}{\frac{5}{1}}$

$5x = 450° - x$

$6x = 450°$

$x = 75°$

R: 75°

Verificação

$x = 90° - \frac{x}{5}$

$75° = 90° - \frac{75°}{5}$

$75° = 90° - 15°$

$75° = 75°$ (V)

Rio, 14/8/1970

① Dois ângulos de um triângulo valem respectivamente 39°18' e 54°27'. Calcular o terceiro ângulo.

$A + B + C = 180°$

$39°18' + 54°27' + C = 180°$

$93°45' + C = 180°$

$C = 180° - 93°45'$

$C = 86°15'$

R: 86° 15'

Verificação

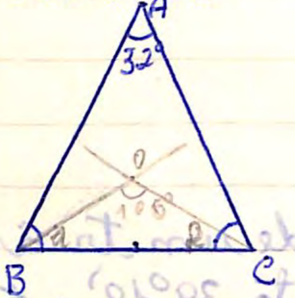
$A + B + C = 180°$

$39°18' + 54°27' + 86°15' = 180°$

$180° = 180°$ (V)

Rio, 17/8/1970.

① Num triângulo isósceles o ângulo do vé-
tice tem 32°. Calcular o valor do ângulo
formado pelas bissetrizes internas dos
ângulos da base.



Valor dos ângulos da base.

$180° - 32° = 148°$

$148° : 2 = 74°$

Valor das bissetrizes internas dos âng. da bas

$74° : 2 = 37°$

Valor do ângulo formado pelas bissetrizes in-
ternas dos ângulos da base.

$37° + 37° + O = 180°$

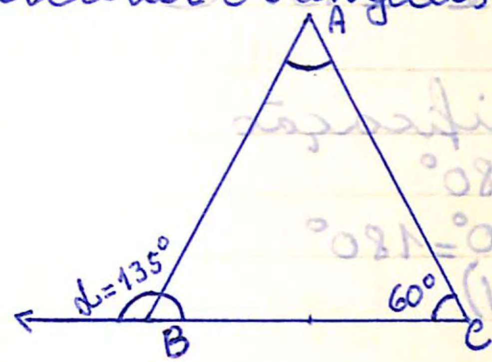
$O = 180° - 37° - 37°$

$O = 106°$

R: O ângulo mede 106°

Rio, 17/8/1970.

① O ângulo externo de um triângulo ABC mede 135° e o ângulo interno C mede 60°. Calcular os ângulos internos A e B.



$A + B + C = 180°$

$C = 60°$

Valor de $\hat{B}$

$\hat{\alpha}$ e $\hat{B}$ são adjacentes e $\hat{\alpha} = 135°$

Logo: $\hat{B} = 180° - \hat{\alpha}$

$\hat{B} = 180° - 135°$

$\hat{B} = 45°$

Valor de $\hat{A}$

$A + B + C = 180°$

$A + 45° + 60° = 180°$

$A = 180° - 45° - 60°$

$A = 75°$

R: $\hat{A} = 75°$ e $\hat{B} = 45°$

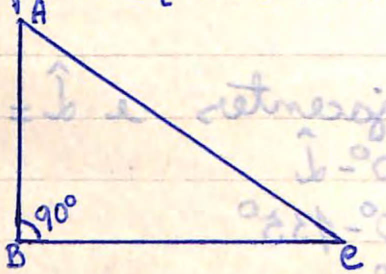
Verificação

$A + B + C = 180°$

$75° + 45° + 60° = 180°$

$180° = 180°$ (V)

② Calcular os ângulos agudos de um triângulo retângulo, sabendo-se que sua diferença é de 23° 18'



$$\begin{cases} \hat{A} + \cancel{\hat{C}} = 90° \\ \hat{A} - \cancel{\hat{C}} = 23° 18' \end{cases}$$

$2\hat{A} = 113° 18'$

$\hat{A} = 56° 39'$

Valor de $\hat{C}$

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$

$56° 39' + 90° + \hat{C} = 180°$

$\hat{C} = 180° - 56° 39' - 90°$

$\hat{C} = 33° 21'$

R: Os ângulos agudos medem 56° 39' e 33° 21'

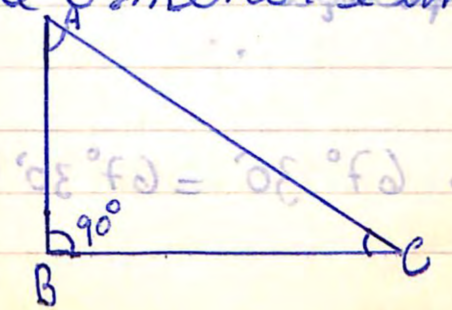
Verificação

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$

$56° 39' + 90° + 33° 21' = 180°$

$180° = 180°$ (V)

③ Calcular os ângulos agudos de um triângulo retângulo sabendo-se que o menor é um terço do maior.



$\hat{A}+\hat{C}=90°$
$\hat{A}=3\hat{C}$

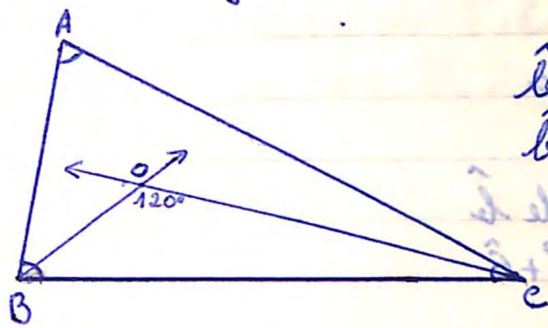
$\hat{A}+\hat{C}=90°$
$3\hat{C}+\hat{C}=90°$
$4\hat{C}=90°$
$\hat{C}=22°\,30'$

Valor de $\hat{A}$
$\hat{A}+\hat{C}=90°$
$\hat{A}+22°30'=90°$
$\hat{A}=90°-22°30'$
$\hat{A}=67°\,30'$

R: Os ângulos agudos medem 22° 30' e 67° 30'

Verificação
$\hat{A}=3\hat{C}$
$67°30'=3\times22°30'$
$67°30'=66°90' \rightarrow 67°30'=67°30'$ (V)

① Num triângulo ABC, as bissetrizes internas dos ângulos $\hat{b}$ e $\hat{c}$ formam um ângulo de 120° e êstes ângulos diferem de 40°.



$\hat{b}-\hat{c}=40°$
$\hat{b}=40°+\hat{c}$

Substituindo
$\frac{\hat{b}}{2}+\frac{\hat{c}}{2}+\hat{o}=180°$

$\frac{\hat{b}}{2}+\frac{\hat{c}}{2}+120°=180°$

$\frac{40°+\hat{c}}{\cancel{2}_1}+\frac{\hat{c}}{\cancel{2}_1}+\frac{120°}{1/2}=\frac{180°}{1/2}$

$40°+\hat{c}+\hat{c}+240°=360°$

$\hat{e} + \hat{e} = 360° - 40° - 240°$

$2\hat{e} = 80°$

$\hat{e} = 40°$

Valor de $\hat{b}$

$\hat{b} = 40° + \hat{e}$

$\hat{b} = 40° + 40°$

$\hat{b} = 80°$

Valor de $\hat{a}$

$\hat{a} + \hat{b} + \hat{e} = 180°$

$\hat{a} + 80° + 40° = 180°$

$\hat{a} = 180° - 80° - 40°$

$\hat{a} = 60°$

R: $\hat{a} = 60°$; $\hat{b} = 80°$; $\hat{e} = 40°$.

Rio, 28/8/1970.

Num $\triangle$ ABC, as primeiro ângulo vale os $\frac{2}{3}$ do segundo, aumentado de 48° e o segundo vale os $\frac{3}{5}$ do terceiro. Achar os ângulos do triângulo.

1º $\hat{a} = \frac{2}{3}$ de $\frac{3\hat{e}}{5} + 48°$

2º $\hat{b} = \frac{3\hat{e}}{5}$

3º $\hat{e}$

$$\frac{2}{\cancel{3}_{1}} \times \frac{\cancel{3}^{1}\hat{e}}{5} + 48° + \frac{3\hat{e}}{5} + \hat{e} = 180°$$

$$\frac{2\hat{e}}{5} + \frac{48°}{1} + \frac{3\hat{e}}{5} + \frac{\hat{e}}{1} = \frac{180°}{1}$$

$$2\hat{e} + 240° + 3\hat{e} + 5\hat{e} = 900°$$

$2\hat{e} + 3\hat{e} + 5\hat{e} = 900° - 240°$

$10\hat{e} = 660°$

$\hat{e} = 66°$

Valor de $\hat{b}$

$b = \frac{3\hat{e}}{5}$

$\hat{b} = \frac{3 \times 66°}{5}$

$\hat{b} = \frac{198°}{5}$

$\hat{b} = 39°36'$

Valor de $\hat{a}$,

$\hat{a} = \frac{2}{\cancel{3}_1} \times \frac{\cancel{3}\hat{e}}{5} + 48°$

$\frac{\hat{a}}{\frac{1}{5}} = \frac{\frac{2\hat{e}}{5}}{\frac{5}{1}} + \frac{48°}{\frac{1}{5}}$

$5\hat{a} = 2\hat{e} + 240°$

$5\hat{a} = (2 \times 66°) + 240°$

$5\hat{a} = 132° + 240°$

$5\hat{a} = 372°$

$\hat{a} = 74°24'$

R: Os ângulos medem $74°24'$ — $66°$ — $39°36'$

Verificação

$\hat{a} + \hat{b} + \hat{e} = 180°$

$74°24' + 39°36' + 66° = 180°$

$180° = 180°$ (V)

Problemas sôbre número de diagonais.

① Calcular o número de diagonais de um octógono.

Dados: Determinar

$n = 8$ d

Fórmula: $d = \frac{n(n-3)}{2}$

$d = \frac{8(8-3)}{2}$

$d = \frac{8 \times 5}{2}$

$d = \frac{40}{2}$

$d = 20$

R: O octógono tem 20 diagonais.

Rio, 24/8/1970.

① Calcular o número de diagonais dos seguintes polígonos: do icoságono, do pentágono, e do polígono de 13 lados

Do icoságono

Fórmula: $d = \frac{n(n-3)}{2}$

$d = \frac{20(20-3)}{2}$

$d = \frac{\overset{10}{\cancel{20}} \times 17}{\underset{1}{\cancel{2}}}$

$d = 170$ R: $d = 170$

Do pentágono

Fórmula: $d = \frac{n(n-3)}{2}$

$$d = \frac{5(5-3)}{2}$$

$$d = \frac{5 \times \cancel{2}^{1}}{\cancel{2}_{1}}$$

$d = 5$ R: $d = 5$

Do polígono de 13 lados.

Fórmula: $d = \frac{n(n-3)}{2}$

$$d = \frac{13(13-3)}{2}$$

$$d = \frac{13 \times \cancel{10}^{5}}{\cancel{2}_{1}}$$

$d = 65$

R: $d = 65$

Qual o polígono que tem 20 diagonais?

Dados: $d = 20$

Determinar n

Fórmula:

$$d = \frac{n(n-3)}{2}$$

$$\downarrow$$

$$20 = \frac{n(n-3)}{2}$$

$$\frac{20}{\cancel{1}_{2}} = \frac{n^2 - 3n}{\cancel{2}_{1}}$$

$$40 = n^2 - 3n$$

$$-n^2 + 3n + 40 = 0 \quad (\times -1)$$

$$n^2 - 3n - 40 = 0$$

$(n+5)(n-8) = 0$ (Para que um ~~dos~~ produto seja igual a zero, um dos fatôres será zero)

1º) $n+5=0$ 2º) $n-8=0$

$\cancel{n=-5}$ $n=8$

Qual o polígono que tem 27 diagonais?

Dados: Determinar

$d=27$ n

Fórmula:

$$d=\frac{n(n-3)}{2}$$

$$27=\frac{n(n-3)}{2}$$

$$\frac{27}{\frac{1}{2}}=\frac{n^2-3n}{\frac{2}{1}}$$

$$54=n^2-3n$$

$$-n^2+3n+54=0 \quad (\times -1)$$

$$n^2-3n-54=0$$

$$(n+6)(n-9)=0$$

1º) $n+6=0$ 2º) $n-9=0$

$\cancel{n=-6}$ $n=9$

Qual o polígono cujo número de diagonais é o triplo do número de lados?

Dados: Determinar:

$d=$ nº de diagonais n

$n=$ nº de lados

$d=3n$

$\downarrow$

$$\frac{n(n-3)}{2}=3n$$

$$\frac{n^2-3n}{2}=3n$$

$-n^2 + 3n + 54 = 0 \quad (\times -1)$

$n^2 - 3n - 54 = 0$

$(n+6)(n-9) = 0$

1º) $n + 6 = 0$

$\cancel{n = -6}$

2º) $n - 9 = 0$

$n = 9$

Qual o polígono cujo número de diagonais é o triplo do número de lados?

Dados:

$d =$ nº de diagonais

$n =$ nº de lados

$d = 3n$

Determinar:

n

$$\frac{n(n-3)}{2} = 3n$$

$$\frac{n^2 - 3n}{2} = \frac{3n}{1}$$

$n^2 - 3n = 6n$

$n^2 - 3n - 6n = 0$

$n^2 - 9n = 0$ (dividindo os têrmos pelo fator commum $\underline{n}$).

$$\frac{\cancel{n}^2}{\cancel{n}} - \frac{9\cancel{n}}{\cancel{n}} = 0$$

$n - 9 = 0$

$n = 9$

Qual o polígono cujo número de lados é $\frac{2}{3}$ do número das diagonais?

Dados: Determinar

$n = \frac{2}{3} d$ $\qquad n$

$n = \frac{2}{3}$ de d

Problemas sôbre soma de ângulos internos e externos de um polígono.

① Calcular a soma dos ângulos internos de um octógono.

Dados: $n = 8$

Determinar: S_i

Fórmula:

$S_i = 180°(n-2)$

$S_i = 180°(8-2)$

$S_i = 180° \times 6$

$S_i = 1080°$

② Calcular a medida do ângulo interno de um polígono de 10 lados.

Dados: $n = 10$

Determinar: a_i

$$a_i = \frac{180°(n-2)}{n}$$

$$a_i = \frac{180°(10-2)}{10}$$

$$a_i = \frac{180° \times 8}{10}$$

$$a_i = \frac{1440°}{10}$$

$$a_i = 144°$$

Rio, 2/9/1970.

① Qual o polígono cujo nº de lados é igual ao nº de diagonais.

Dados: $d = n$

Determinar: n

$$\frac{n(n-3)}{2} = n$$

$$\frac{n^2 - 3n}{\frac{2}{1}} = \frac{n}{\frac{1}{2}}$$

$$n^2 - 3n = 2n$$

$$n^2 - 3n - 2n = 0$$

$$\frac{n^2}{n} - \frac{5n}{n} = 0$$

$$n - 5 = 0$$

$$n = 5$$

R: O polígono é o pentágono. C

(2) Qual o polígono cujo número de lados é igual a $\frac{1}{9}$ do número de diagonais?

Dados

$n = \frac{1}{9}$ de d

Determinar

n

$$n = \frac{1}{9} \cancel{de} \frac{n(n-3)}{2}$$

$$n = \frac{1}{9} \times \frac{n^2 - 3n}{2}$$

$$\frac{n}{\frac{1}{18}} = \frac{n^2 - 3n}{\frac{18}{1}}$$

$$18n = n^2 - 3n$$

$$18n - n^2 + 3n = 0$$

$$-n^2 + 18n + 3n = 0$$

$$-n^2 + 21n = 0 \quad (\times -1)$$

$$\frac{n^2}{n} - \frac{21n}{n} = 0$$

$$n - 21 = 0$$

$$n = 21$$

R: É o polígono de 21 lados. C

③ Qual o polígono cujo nº de diagonais é o quádruplo do nº de lados!

Dados: Determinar

$d = 4n$

↓

$\frac{n(n-3)}{2} = 4n$

$\frac{n^2-3n}{2} = \frac{4n}{1}$

$n^2 - 3n = 8n$

$n^2 - 3n - 8n = 0$

$n^2 - 11n = 0$

$n - 11 = 0$

$n = 11$ R: É o undecágono.

④ Calcular os ângulos de um triângulo onde o primeiro excede o 2º de 14°36' e o segundo excede o terceiro de 28°. Calcular o ângulo do triângulo.

$\hat{1} = 14°36' + x + 28°$

$\hat{2} = x + 28°$

$\hat{3} = x$

$\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} = 180°$

$14°36' + x + 28° + x + 28° + x = 180°$

$3x + 70°36' = 180°$

$3x = 180° - 70°36'$

$3x = 109°24'$

$x = 36°28'$

$m(\hat{2})$:

$\hat{2} = x + 28°$

$\hat{2} = 36°28' + 28°$

$\hat{2} = 64°28'$

m$(\hat{1})$:

$\hat{1} = 14°36' + x + 28°$

$\hat{1} = 14°36' + 36°28' + 28°$

$\hat{1} = 78°64'$

$\hat{1} = 79°04'$

Respostas: ① $\hat{1} = 79°04'$; $\hat{2} = 64°28'$; $\hat{3} = 36°$

Verificação

$\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} = 180°$

$79°04' + 64°28' + 36°28' = 180°$

$180° = 180°$ (V)

Problemas sôbre S_i, S_e, a_i, a_e

① Calcular a soma dos ângulos internos de um decágono.

Dados: $n = 10$

Determinar: S_i

Fórmula:

$S_i = 180°(n-2)$

$S_i = 180°(10-2)$

$S_i = 180° \times 8$

$S_i = 1440°$

② Calcular a medida de um ângulo interno do polígono de 8

Dados: $n = 8$

Determinar: a_i

Fórmula:

$$a_i = \frac{180°(n-2)}{n}$$

$$a_i = \frac{180°(8-2)}{8}$$

$$a_i = \frac{180° \times \cancel{6}^{3}}{\cancel{8}_{4}}$$

$$a_i = \frac{540^\circ}{4}$$

$$a_i = 135^\circ$$

(3) Calcular o número de lados de um polígono regular, cujo ângulo interno vale 150°.

Dados: | Determinar
$a_i = 150$ | n

$$\frac{180(n-2)}{n} = 150^\circ$$

$$\frac{180^\circ n - 360^\circ}{n} = \frac{150^\circ}{1}$$

$$180^\circ n - 360^\circ = 150^\circ n$$

$$180^\circ n - 150^\circ n = 360^\circ$$

$$30^\circ n = 360^\circ$$

$$n = 12$$

R: O polígono tem 12 lados.

(4) Calcular o nº de lados de um polígono cujo ângulo externo mede 45°.

Dados: | Determinar:
$a_e = 45^\circ$ | n

$$\frac{360^\circ}{n} = \frac{45^\circ}{1}$$

$$360^\circ = 45^\circ n$$

$$-45n = -360^\circ \quad (\times -1)$$

$$45n = 360^\circ$$

$n = 8$ R: O polígono é o octógono

⑤ Achar o polígono regular cujo ângulo interno é o dôbro do ângulo externo.

Dados: $a_i = 2a_e$

Determinar: n

$$\frac{180°(n-2)}{n} = 2\frac{(360°)}{n}$$

$$\frac{180°n - 360°}{\cancel{n}} = \frac{720°}{\cancel{n}}$$

$180°n - 360° = 720°$

$180°n = 720° + 360°$

$180°n = 1080°$

$n = 6$

R: O polígono é o hexágono.

⑥ Qual o nº de diagonais de um polígono em que o ângulo interno é igual ao ângulo externo.

Dados: $a_i = a_e$

Determinar: d

$$d = \frac{n(n-3)}{2}$$

Cálculo de n:

$$\frac{180°(n-2)}{n} = \frac{360°}{n}$$

$$\frac{180°n - 360°}{\cancel{n}} = \frac{360°}{\cancel{n}}$$

$180°n - 360° = 360°$

$180°n = 360° + 360°$

$180°n = 720°$

$n = 4$

Cálculo de d:

$d = \frac{n(n-3)}{2}$

$d = \frac{4(4-3)}{2}$

$d = \frac{4 \times 1}{2}$

$d = \frac{4}{2}$

$d = 2$

R: O polígono tem duas diag

Rio, 16/9/1970.

① Calcular o ângulo interno de um polígono regular que tem 35 diagonais.

Dados:

$d = 35$

Determinar:

a_i

$\downarrow$

$\frac{180°(n-2)}{n}$

Cálculo de n:

$\frac{n(n-3)}{2} = 35$

$\frac{n^2 - 3n}{2} = \frac{35}{1}$

$n^2 - 3n = 70$

$n^2 - 3n - 70 = 0$

$(n+7)(n-10)$

1º $n+7=0$ $\qquad$ 2º $n-10=0$

$\cancel{n=-7}$ $\qquad$ $n = 10$

Cálculo de a_i:

$a_i = \frac{180°(n-2)}{n}$

$a_i = \frac{180°(10-2)}{10}$

$a_i = \frac{180° \times 8}{10}$

$a_i = \frac{1440°}{10}$

$a_i = 144°$

R: O ângulo interno do decágono mede 144°.

② A diferença entre os ângulos interno e externo é igual a 132°.

Dados: Determinar:

$a_i - a_e = 132°$ n

$\frac{180°(n-2)}{n} - \frac{360°}{n} = 132°$

$\frac{180°n - 360°}{n} - \frac{360°}{n} = \frac{132°}{1}$

$180°n - 360° - 360° = 132°n$

$180°n - 132°n = 360° + 360°$

$48°n = 720°$

$n = 15$

R: É o pentadecágono.

Rio, 21/9/1970.

① Num polígono regular em que o ângulo interno excede o externo de 108°, calcular o nº de diagonais.

Dados: Determinar:

$a_i - a_e = 108°$ d

$\frac{180°(n-2)}{n} - \frac{360°}{n} = 108°$

$\frac{180°n - 360°}{n} - \frac{360°}{n} = \frac{108°}{1}$

$180^\circ n - 360^\circ - 360^\circ = 108^\circ n$

$180^\circ n - 108^\circ n = 360^\circ + 360^\circ$

$72^\circ n = 720^\circ$

$n = 10$

Cálculo de d:

$\frac{n(n-3)}{2} =$

$\frac{10(10-3)}{2}$

$\frac{10(7)}{2}$

$\frac{70}{2}$

35

R: $d = 35$

② Num triângulo escaleno, um dos ângulos da base excede o outro de 12°, e o ângulo externo do 3º ângulo mede 154°. Calcular o ângulo maior.

$m(\hat{A})$

$180^\circ - 154^\circ = 26^\circ$

$m(\hat{C})$

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

$26^\circ + \hat{C} + 12 + \hat{C} = 180^\circ$

$2\hat{C} = 180^\circ - 26^\circ - 12^\circ$

$2\hat{C} = 142^\circ$

$\hat{C} = 71^\circ$

$m(\hat{B})$

$\hat{B} = \hat{C} + 12^\circ$

$\hat{B} = 71^\circ + 12^\circ$

$\hat{B} = 83^\circ$

R: O maior ângulo mede 83°.

Outro modo:

$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C} = 180°$

$26° + \hat{B} + \hat{C} = 180°$

$\hat{B} + \hat{C} = 180° - 26°$

$\hat{B} + \hat{C} = 154°$

$$\begin{cases} \hat{B} + \cancel{\hat{C}} = 154° \\ \hat{B} - \cancel{\hat{C}} = 12° \end{cases}$$

$2\hat{B} = 166°$

$\hat{B} = 83°$

R: O maior ângulo vale 83°.

Ângulo de segmento

É o ângulo formado por uma corda e uma tangente traçadas do mesmo ponto.

Rio, 21/9/1970.

Calcular quais são os polígonos cuja soma dos ângulos internos mede:

a) 540°

b) 900°

a) $S_i = 540°$

Dados: $S_i = 540°$ Determinar: n

$180°(n-2) = 540°$

$180°n - 360° = 540°$

$180°n = 540° + 360°$

$180^\circ n = 900^\circ$

$n = 5$

R: a) É o pentágono.

b) $S_i = 900^\circ$

Dados: $S_i = 900^\circ$

Determinar: n

$180^\circ(n-2) = 900^\circ$

$180^\circ n - 360^\circ = 900^\circ$

$180^\circ n = 900^\circ + 360^\circ$

$180^\circ n = 1260^\circ$

$n = 7$

R. É o heptágono.

2) Quantos lados tem o polígono onde cada ângulo externo mede:

a) 24°

b) $11^\circ 15'$

a) $a_e = 24^\circ$

Dados: $a_e = 24^\circ$

Determinar: n

$\frac{360^\circ}{n} = \frac{24^\circ}{1}$

$360^\circ = 24^\circ n$

$-24^\circ n = -360^\circ \quad (\times -1)$

$24^\circ n = 360^\circ$

$n = 15$

R: O polígono tem 15 lados, é o pentadecágono.

× b) $\hat{a}_e = 11°15'$

Dados:

$a_e = 11°15'$

↓

Determinar:

n

$$\frac{360°}{n} = \frac{11°15'}{1/n}$$

$360° = 11°15'n$

$-11°15'n = -360° \quad (\times -1)$

$11°15'n = 360°$

Transformando tudo em minutos:

$675'n = 21600'$

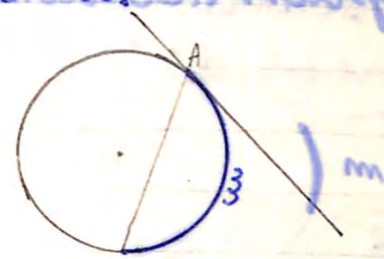
$$n = \frac{21.600'}{675'}$$

$n = 32$

R: O polígono tem 32 lados. C ✓

Ângulo de segmento

É o ângulo formado por uma corda e uma (corda) tangente traçadas do mesmo ponto.



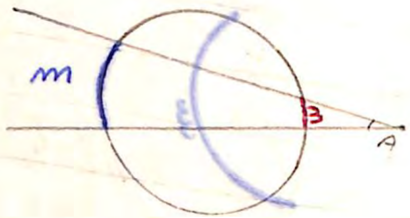
A medida do ângulo de segmento é igual à metade do arco compreendido entre seus lados:

$$m(\hat{A}) = \frac{m}{2}$$

A dedução da fórmula foi dada em aula.

Medida do Ângulo Excêntrico Externo

O ângulo excêntrico externo é formado por duas secantes que se interceptam (cortam) fora do centro.



A fórmula

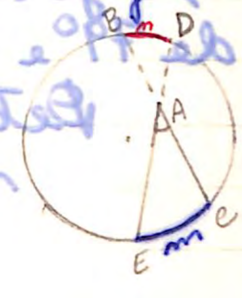
A sua medida é dada pela seguinte fórmula:

$m(\hat{A}) = \frac{m - n}{2}$,

isto é, a sua medida é igual à metade da diferença entre os arcos interceptados pelos seus lados. (A fórmula foi deduzida em aula.)

Ângulo excêntrico interno

O ângulo excêntrico interno tem o vértice no interior do círculo e os lados são segmentos de cordas.



A sua medida é dada pela fórmula seguinte:

$m(\hat{A}) = \frac{m + n}{2}$,

isto é, a sua medida é igual à metade da soma dos arcos compreendidos entre os lados e seus prolongamentos.

Problemas sôbre medida de ângulos na circunferência

① Calcular a medida de um ângulo inscrito, cujos lados subtendem arcos de 79° e 88° 30'

a) Dados:

$m = 79°$

Determinar:

$m(\hat{A})$

Fórmula:

$m(\hat{A}) = \frac{m}{2}$

$m(\hat{A}) = \frac{79°}{2}$

$m(\hat{A}) = 39° 30'$

R: $m(\hat{A}) = 39° 30'$

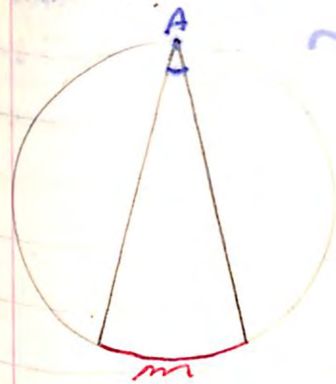
b) 88° 30'

Dados:

$m = 88° 30'$

Determinar:

$m(\hat{A})$



Fórmula:

$m(\hat{A}) = \frac{m}{2}$

$m(\hat{A}) = \frac{88° 30'}{2}$

$m(\hat{A}) = 44° 15'$

R: $m(\hat{A}) = 44° 15'$

② (Problema inverso) Um ângulo inscrito mede 48°. Qual o arco subtendido pelos seus lados?

Dados: $m(\hat{A}) = 48°$

Determinar: m

Fórmula:

$$m(\hat{A}) = \frac{m}{2}$$

$$\frac{48°}{1/2} = \frac{m}{2/1}$$

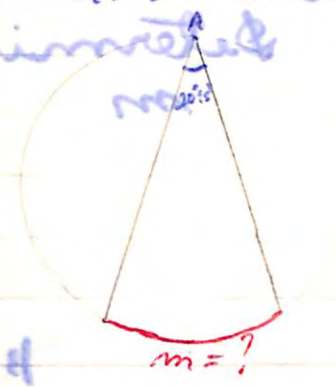
$96° = m$

$-m = -96°$ $(\times -1)$

$m = 96°$

R: O arco mede 96°.

ⓑ $m(\hat{A}) = 20° 15'$



Fórmula

$$m(\hat{A}) = \frac{m}{2}$$

$$\frac{20° 15'}{1/2} = \frac{m}{2/1}$$

$40° 30' = m$

$-m = 40° 30'$ $(\times -1)$

$m = 40° 30'$

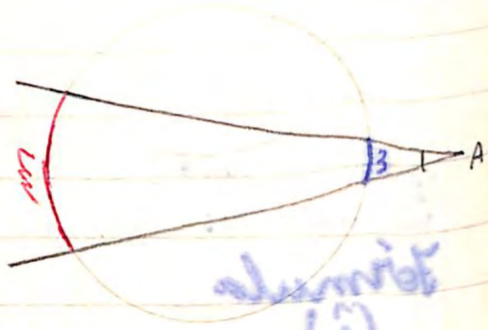
R: O arco mede 40° 30'

③ Duas secantes formam um ângulo de 38°. O menor dos arcos interceptado pelas secantes tem 68°. Calcular o maior arco interceptado pelas mesmas secantes.

a) Dados: Determinar: m

$m(\hat{A}) = 38°$

$n = 68°$



Fórmula:

$m(\hat{A}) = \frac{(m-n)}{2}$

$\frac{38°}{1} = \frac{m - 68°}{2}$

$76° = m - 68°$

$-m = -68 - 76° \; (\times -1)$ $m = 144°$

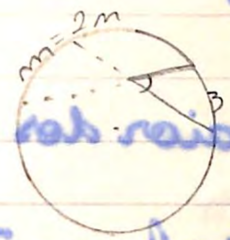
$m = 68 + 76°$ R: O maior arco mede 144°.

Duas cordas se cortam formando um ângulo agudo de 75°. Um dos arcos compreendido pelos lados dêsse ângulo é dôbro do outro. Qual o maior dos arcos?

Dados: Determinar: m

$m = 2n$

$m(\hat{M}) = 75°$



Fórmula:

$m(\hat{M}) = \frac{m+n}{2}$

$\frac{75°}{1} = \frac{2n + n}{2}$

$150° = 2n + n$

$-2n - n = 150° \; (\times -1)$

$2n + n = 150°$

$3n = 150°$

$n = 50°$

Valor de m:

$m = 2n$

$m = 2 \times 50°$

$m = 100°$

R: O maior dos arcos mede 100°.

Verificação

O arco $\widehat{AB}$ é a metade do arco $\widehat{DC}$. Traçam-se as secantes DA e CB, que se encontram num ponto exterior, formando um ângulo de 34°. Calcular os arcos $\widehat{AB}$ e $\widehat{CD}$.

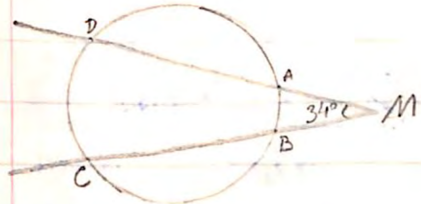
Dados:

$\widehat{DC} = 2\widehat{AB}$

$m(\hat{M}) = 34°$

Determinar

$\widehat{AB}$ e $\widehat{CD}$



Fórmula:

$$m(\hat{M}) = \frac{\widehat{DC} - \widehat{AB}}{2}$$

$$\frac{34°}{1} = \frac{2\widehat{AB} - \widehat{AB}}{2}$$

$68° = 2\widehat{AB} - \widehat{AB}$

$-2\widehat{AB} + \widehat{AB} = -68° \quad (\times -1)$

$2\widehat{AB} - \widehat{AB} = 68^\circ$

$\widehat{AB} = 68^\circ$

Valor de $\widehat{DC}$

$\widehat{DC} = 2\widehat{AB}$

$\widehat{DC} = 2 \times 68^\circ$

$\widehat{DC} = 136^\circ$

Verificação

$m(\hat{M}) =$

Rio, 2/10/1970.

1) Qual é o polígono cujo nº de lados é igual a $\frac{1}{6}$ do nº de diagonais.

Dados: | Determinar:

$6n = d$ | n

$\downarrow$

$$6n = \frac{n(n-3)}{2}$$

$$\frac{6n}{1} = \frac{n^2 - 3n}{2}$$

$$12n = n^2 - 3n$$

$$-n^2 + 3n + 12n = 0 \quad (\times -1)$$

$$n^2 - 3n - 12n = 0$$

$$n^2 - 15n = 0$$

$$n(n - 15) = 0$$

$$n = 15$$

R: É o pentadecágono

② Qual o valor do ângulo interno de um polígono regular cujo nº de diagonais é igual ao nº de lados.

Dados:

$d = n$

$\downarrow$

$\frac{n(n-3)}{2} = n$

$\frac{n^2-3n}{2} = \frac{n}{1}$

$n^2-3n = 2n$

$n^2-3n-2n=0$

$n^2-5n=0$

$n(n-5)=0$

$n=5$

Determinar:

a_i

Cálculo de a_i:

$\frac{180^\circ(n-2)}{n}$

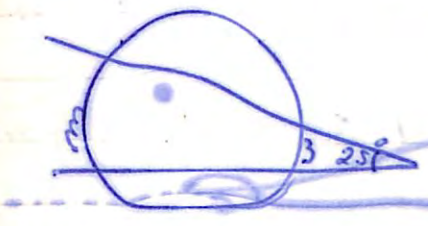
$\frac{180^\circ(5-2)}{5}$

$\frac{\cancel{180^\circ}^{36} \times 3}{\cancel{5}_1}$

108°

R.: $a_i = 108^\circ$

③ Duas secantes a um círculo formam um ângulo de 25° e os arcos por elas compreendido dão por soma 152°. Calcule o nº de graus do arco menor.



Dados:

$\hat{A} = 25^\circ$

$m+n=152^\circ$

Det

n

$\begin{cases} m+n=152^\circ \\ \frac{m-n}{2} = \frac{25^\circ}{1} \end{cases}$

$\begin{cases} m+\cancel{n}=152^\circ \\ m-\cancel{n}=50^\circ \end{cases}$

$2m = 202^\circ$

$m = 101^\circ$

Valor de n

$m+n=152^\circ$

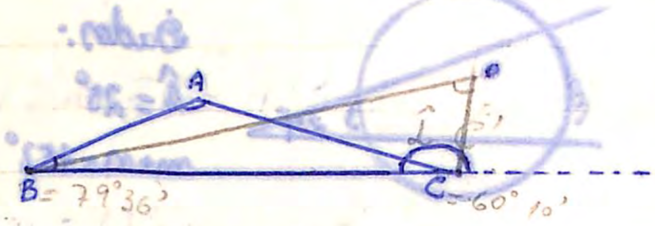
$101^\circ+n=152^\circ$

$n=152^\circ-101^\circ$

$n=51^\circ$

R: O menor arco mede 51°

(4) Num triângulo ABC são dados: $\hat{B} = 79°36'$ e $\hat{C} = 60°10'$. Calcular o ângulo formado pela bissetriz interna de $\hat{B}$ com a externa de $\hat{C}$.



$\hat{B} = 79°36'$

$\hat{C} = 60°10'$

$m(\hat{C}')$

$\hat{C}' = 180° - \hat{C}$

$\hat{C}' = 180° - 60°10'$

$\hat{C}' = 119°50'$

$m(\hat{L})$

$\hat{L} = \hat{C} + \frac{\hat{C}'}{2}$

$\hat{L} = 60°10' + \frac{119°50'}{2}$

$\hat{L} = 60°10° + 59°55'$

$\hat{L} = 119°65'$

$\hat{L} = 120°05'$

$m(\hat{O})$

$\frac{\hat{B}}{2} + \hat{O} + \hat{L} = 180°$

$\frac{79°36'}{2} + \hat{O} + 120°05' = 180°$

$\hat{O} = 180° - \frac{79°36'}{2} - 120°05'$

$\hat{O} = 20°07'$

R: O ângulo mede 20°07' C

Rio 9/10/1970.

A soma dos ângulos externos de um polígono regular aumentada de um ângulo interno é igual a 495°. Quantos lados tem o polígono?

Dados: Determinar:

$S_e + a_i = 495°$ n

$$\underset{\downarrow}{S_e}\quad \underset{\downarrow}{a_i}$$
$$360° + \frac{180°(n-2)}{n} = 495°$$

$$\frac{360°}{\frac{1}{n}} + \frac{180°n - \cancel{360°}}{\frac{n}{1}} = \frac{495°}{\frac{1}{n}}$$

$$360°n + 180°n - 360° = 495°n$$

$$360°n + 180°n - 495°n = 360°$$

$$45°n = 360°$$

$$n = 8$$

R: É o octógono.

Rio, 9/10/1970.

① Testar, usando a propriedade fundamental

1ª $1 : 2 = 5 : 10$ (V)

2ª $7 : 5 = 5 : 3$ (F)

3ª $\frac{3}{8} = \frac{6}{16}$ (V)

4ª $\frac{4}{4} = \frac{15}{15}$ (V)

5ª $0,5 : 6 = \frac{1}{3} : 4$ (V)

② Resolver

1ª $\boxed{30} : 15 = 12 : 6$ $\quad 30 \times 6 = 15 \times 12 \quad 180 = 180$

2ª

Rio, 9/10/1970.

① Testar, usando a propriedade fundamental

1º) $1:2 = 5:10$ (V)

2º) $7:5 = 5:3$ (F)

3º) $\frac{3}{8} = \frac{6}{16}$ (V)

4º) $\frac{4}{4} = \frac{15}{15}$ (V)

5º) $0,5:6 = \frac{1}{3}:4$ (V)

② Resolva

1º) $\boxed{x} : 15 = 12:6$ ... $30 \times 6 = 15 \times 12$ $180 = 180$

2º)