

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA FERROVIÁRIA E METROVIÁRIA

BRUNO VERNILLI

**MODELAGEM MATEMÁTICA DE PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS PARA
VELOCIDADES EM VIA PERMANENTE**

Joinville
2017

BRUNO VERNILLI

**MODELAGEM MATEMÁTICA DE PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS PARA
VELOCIDADES EM VIA PERMANENTE**

Trabalho de conclusão de curso, apresentado como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Ferroviária e Metroviária, no curso de Engenharia Ferroviária e Metroviária, na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Orientador: Alexandre Mikowski, Dr. Fís.

Joinville
2017

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Vernilli, Bruno
Modelagem Matemática de Propagação de Incertezas para
Velocidades em Via Permanente / Bruno Vernilli ;
orientador, Alexandre Mikowski, 2017.
52 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Joinville,
Graduação em Engenharia Ferroviária e Metroviária,
Joinville, 2017.

Inclui referências.

1. Engenharia Ferroviária e Metroviária. 2. Propagação
de incertezas. 3. Equações de velocidade. 4. Via
permanente. I. Mikowski, Alexandre . II. Universidade
Federal de Santa Catarina. Graduação em Engenharia
Ferroviária e Metroviária. III. Título.

BRUNO VERNILLI

MODELAGEM MATEMÁTICA DE PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS PARA VELOCIDADES EM VIA PERMANENTE

Este trabalho de conclusão de curso foi julgado adequado para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Ferroviária e Metroviária e aprovado em sua forma final pelo Programa de Graduação em Engenharia Ferroviária e Metroviária da Universidade Federal de Santa Catarina.

Joinville, 30 de Novembro de 2017.

Yesid Ernesto Assaf Mendonza, Prof. Dr.
Eng.
Coordenador do Curso de Engenharia
Ferroviária e Metroviária

Banca examinadora:

Alexandre Mikowski, Dr. Fís.
Universidade Federal de Santa Catarina
Orientador

Régis Kovacs Scalice, Prof. Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

Maria Simone Kugeratski Souza, Profa.
Dra. Fís.
Universidade Federal de Santa Catarina

Rafael Machado Casali, Prof. Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais que sempre apoiaram minhas decisões, acreditando em mim e me incentivando a ir cada vez mais longe.

Ao meu orientador Prof. Dr. Alexandre Mikowski pelo encorajamento na escolha do tema de estudo, por sua determinação e paciência.

Ao Laboratório de Medição e Análises de Dados - LabMAD, por ter me cedido um espaço de trabalho e um ambiente em que eu pudesse compartilhar e tirar dúvidas com seus integrantes.

RESUMO

O modal ferroviário teve um ganho de eficiência nas últimas décadas devido ao aumento no nível de segurança e à uma velocidade maior de operação. Objetivando um aumento na segurança operacional desenvolve-se neste estudo modelos matemáticos para a propagação de incertezas em equações de velocidade em via permanente, a fim de ser determinada uma faixa de valores para as velocidades. As equações a serem estudadas foram retiradas de livros para a área ferroviária e elas são para velocidade em curvas pelo critério da segurança, pelo critério do conforto e a velocidade mínima em curvas, também é analisado a velocidade máxima permitida pelo trilho. Logo, propõe-se identificar se essas equações que são reconhecidas pela literatura apresentam-se confiáveis e com baixa incerteza, de modo que as incertezas propagadas não prejudiquem na segurança operacional.

Palavras-chave: Velocidades. Propagação de incertezas. Operação. Via permanente.

ABSTRACT

Railways have gained efficiency in the last decades due to the increase in the level of security and to a greater speed of operation. With the objective of increasing operational safety, it is developed mathematical models for the propagation of uncertainties in equations of speed in railroads, in order to determine their range of values. The equations to be studied were taken from books for the railway field and they are for speed in curves by the criterion of safety, by the criterion of comfort and the minimum speed in curves, also the maximum speed allowed by the rail is analyzed. Therefore, it is proposed to identify if these equations that are recognized in the literature are reliable and with low uncertainty, so that the uncertainties propagated do not affect operational safety.

Keywords: Speed. Propagation of uncertainties. Operation. Railways.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Trilho Vignole e suas partes.	15
Figura 2 – Bitola.	16
Figura 3 – Distância entre centros dos trilhos.	17
Figura 4 – Superelevação.	17
Figura 5 – Variáveis superelevação prática.	19
Figura 6 – Veículo ferroviário simplificado.	20
Figura 7 – Diagrama de forças para o critério da segurança.	22
Figura 8 – Diagrama de forças para o critério do conforto.	24
Figura 9 – Diagrama de forças para a velocidade mínima.	25
Figura 10 – Influência da incerteza na velocidade pelo critério da segurança. . .	36
Figura 11 – Incerteza relativa quadrática e sua influência nos termos da soma do modelo para o critério da segurança.	37
Figura 12 – Gráfico da influência da incerteza na velocidade pelo critério do conforto.	40
Figura 13 – Incerteza relativa quadrática e sua influência nos termos da soma do modelo para critério do conforto.	40
Figura 14 – Gráfico da influência da incerteza na velocidade mínima em curva. .	44
Figura 15 – Incerteza relativa quadrática e sua influência nos termos da soma do modelo para a velocidade mínima em curva.	44
Figura 16 – Influência da incerteza na velocidade máxima permitida.	48
Figura 17 – Incerteza relativa quadrática e sua influência nos nos termos da soma do modelo para a velocidade máxima permitida.	49

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Requisitos de Projeto.	31
Tabela 2 – Propriedade do trilho.	31
Tabela 3 – Dados do Vagão	32
Tabela 4 – Valor adotado para as variáveis.	32
Tabela 5 – Valores para as variáveis para a velocidade em curva pelo critério da segurança.	35
Tabela 6 – Resultados obtidos para a velocidade em curva pelo critério da segurança.	36
Tabela 7 – Valores das variáveis para o critério do conforto	39
Tabela 8 – Resultados obtidos para a velocidade em curva pelo critério do conforto.	39
Tabela 9 – Valores das variáveis para a velocidade mínima em curvas.	43
Tabela 10 – Resultados obtidos para a velocidade mínima em curvas.	43
Tabela 11 – Valores das variáveis para a velocidade máxima permitida.	47
Tabela 12 – Resultados obtidos para a velocidade máxima permitida.	48

LISTA DE SÍMBOLOS

α	Inclinação da via
η	Aceleração descompensada
A_d	Área desgastada do boleto
B	Distância entre centros dos trilhos
b	Bitola
C_d	Carga dinâmica
d	Deslocamento do centro de gravidade
D	Diâmetro da roda
F_c	Força centrífuga
F'	Componente peso na direção de F_c
ΔF	Força centrífuga não equilibrada
G	Centro de gravidade
G'	Centro de gravidade deslocado
H	Altura do centro de gravidade em relação aos trilhos
h_p	Superelevação prática
h_t	Superelevação teórica
K_d	Coeficiente de impacto
K_{1-23}	Coeficientes dos modelos de propagação de incertezas
k_{1-23}	Coeficientes dos modelos de propagação da incerteza relativa quadrática
L	Apoio elástico
M	Momento de flexão
M_e	Momento estabilizador
M_r	Momento de reviramento

m	Massa do vagão
n	Coeficiente de segurança
P	Peso
R	Raio da curva
T	Tensão admissível
V	Velocidade
W_b	Módulo de resistência do boleto
x	Distância entre eixos

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Objetivos	14
1.1.1	Objetivo Geral	14
1.1.2	Objetivos Específicos	14
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
2.1	Trilho	15
2.2	Geometria da Via	16
2.2.1	Bitola	16
2.2.2	Superelevação	17
2.2.2.1	Superelevação Teórica	18
2.2.2.2	Superelevação Prática	18
2.3	Material Rodante	20
3	EQUAÇÕES DE VELOCIDADE LIMITE EM CURVAS	21
3.1	Critério da Segurança	21
3.2	Critério do Conforto	23
3.3	Velocidade Mínima	25
4	EQUAÇÃO DE VELOCIDADE MÁXIMA PERMITIDA	27
5	METODOLOGIA	30
6	RESULTADOS	33
6.1	Modelo para Velocidade em Curva	33
6.1.1	Critério da Segurança	33
6.1.2	Critério do Conforto	37
6.1.3	Velocidade Mínima	41
6.2	Modelo para Velocidade Máxima Permitida	44
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	50
7.1	Conclusões	50
7.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	51
	REFERÊNCIAS	52

1 INTRODUÇÃO

Ao se analisar as características do transporte ferroviário, pode ser constatado que esse modal possui capacidade de transportar altos volumes de carga. Outra característica é que apresenta um grau de liberdade, portanto um sistema de transporte pouco flexível, visto que o trem obedece a uma rota determinada pela via permanente (PROFILLIDIS, 2006). Assim, o maquinista tem a sua frente diversos instrumentos em que a principal variável que influenciam é a velocidade.

O modal ferroviário passou a se desenvolver como uma opção competitiva perante os outros modais, pois nas últimas décadas, houve um aumento de produtividade e ganho no setor (PROFILLIDIS, 2006). Tal aumento de eficiência está relacionado principalmente à velocidade de operação do trem. Logo, a velocidade relaciona produtividade e segurança, e se não for bem estabelecida e controlada, podem haver acidentes e diminuição de confiança do setor.

Os fatores que restringem a velocidade operacional são: condições geométricas da via permanente, passagens de nível, áreas urbanas, aparelhos de mudança de via e estado de manutenção da via e do material rodante (NABAIS, 2015). A definição de uma velocidade de operação passa a ser um trabalho complexo devido a todos esses elementos. Porém, há equações para determinar a velocidade exata em alguns desses pontos. O cálculo não leva em consideração a propagação de incertezas em cada expressão, e quando o erro é computado, pode-se verificar uma faixa de valores para a velocidade de operação, e não mais um valor fixo.

A importância em se conhecer a incerteza propagada nas equações que regem as velocidades em via férrea advém de que a velocidade operacional da via pode ser influenciada pela incerteza proveniente das equações estabelecidas. Logo, a velocidade de operação pode apresentar uma abrangente faixa de valores dependendo do equacionamento adotado para o cálculo da velocidade.

Propõe-se com este trabalho elaborar modelos matemáticos para a propagação de incertezas em equações de velocidade para trens em via permanente, sendo esses modelos baseados em expressões de velocidade reconhecidas pela literatura. Desse modo, pretende-se averiguar se as equações de velocidade são confiáveis para a realização de um projeto ou para auxiliar na determinação da velocidade operacional da via. Os modelos de propagação de incertezas desenvolvidos baseiam-se em equações de velocidade em curvas, sendo que elas são deduzidas pelo equilíbrio de forças, ou seja, são puramente físicas. Outro modelo elaborado tem por base a velocidade máxima permitida pelo trilho, essa expressão envolve conhecimentos físicos e de propriedade mecânicas do trilho.

Realiza-se uma simulação numérica dos modelos propostos, em que os dados

de entrada para a simulação são baseados em parâmetros condicionantes de projeto da VALEC. Essa simulação visa identificar qual é o impacto da incerteza propagada nas equações em estudo e ajudar a compreender se as expressões propostas pela literatura são ou não confiáveis.

1.1 Objetivos

O objetivo geral e específicos são apresentados.

1.1.1 Objetivo Geral

Determinar o intervalo de valores para a velocidade de operação de via permanente a partir do método de propagação de incertezas.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Desenvolver modelos matemáticos de propagação de incertezas para as expressões de velocidades máxima e mínima em curva;
- Desenvolver modelos matemáticos de propagação de incertezas para as expressões de velocidades máxima suportada pelo trilho;
- Determinar intervalos de valores para as velocidades de operação em via permanente.

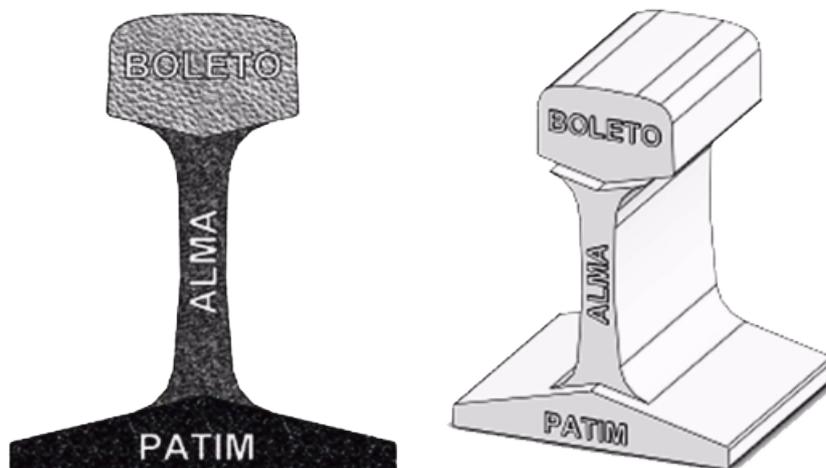
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo aborda-se os elementos que são variáveis das equações de velocidade estudadas neste trabalho. Logo, busca-se apresentar de maneira objetiva as definições desses elementos.

2.1 Trilho

O perfil de trilho amplamente utilizado é do tipo Vignole, definido pela norma NBR 7590 (ABNT, 2012). Além disso, essa norma classifica os trilhos utilizados no Brasil e suas propriedades mecânicas. O trilho é composto por boleto, alma e patim. O boleto é a superfície de rolamento da via, ou seja, a parte em que a roda fica apoiada e se desloca. A alma liga o patim ao boleto, e o patim é a base do trilho que é fixada ao dormente. Um trilho com esse perfil e suas partes pode ser visto na Figura 1.

Figura 1 – Trilho Vignole e suas partes.



Fonte: NBR 7640 (ABNT, 2014).

Nesse estudo, é de interesse o desgaste do boleto, visto que seu estado de conservação tem influência na velocidade. Os defeitos nos trilhos são determinados pela NBR 7640 (ABNT, 2014), porém, a norma não descreve sobre a área de desgaste percentual que o boleto pode ter. Brina (1979) e Steffler (2013) concordam que o limite aceito para a área desgastada do boleto é de 25%.

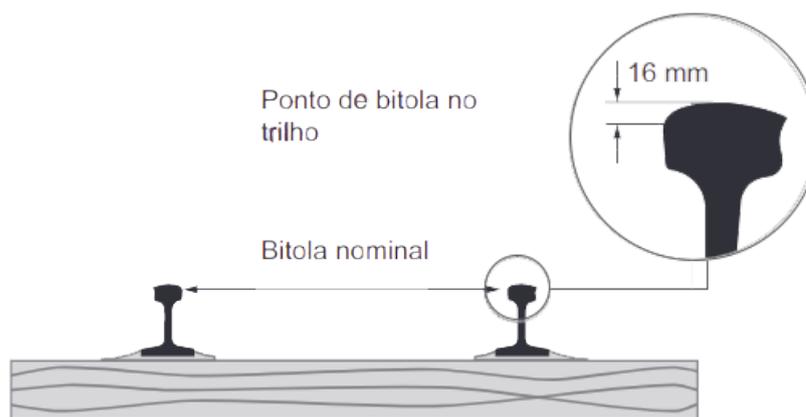
2.2 Geometria da Via

Nesta seção aborda-se os conceitos de geometria da via férrea que serão necessários para melhor compreensão quando o equacionamento das velocidades for realizado. Primeiro é apresentado a definição de bitola e posteriormente, define-se superelevação.

2.2.1 Bitola

A ABNT define através da norma NBR 16387 a bitola ferroviária. A bitola é a distância entre as faces internas dos boletos, medida a 16 milímetros do topo do boleto, sendo esta definição representada na Figura 2. Denomina-se bitola métrica para uma medida de 1 metro e bitola larga para 1,60 metro.

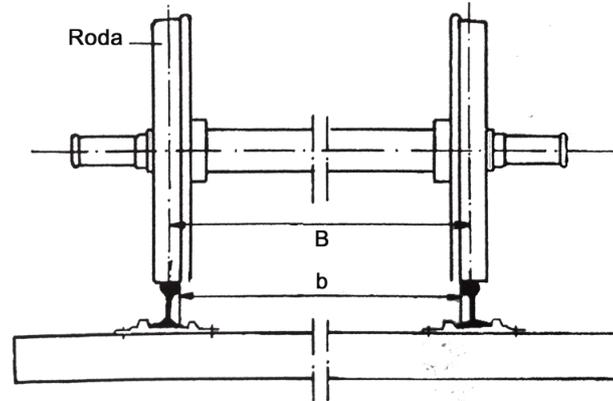
Figura 2 – Bitola.



Fonte: NBR 16387 (ABNT, 2016).

Pode-se calcular a distância entre centros dos trilhos, que depende da bitola e do tipo de trilho utilizado. Esta medida é simplesmente a soma da bitola com a largura do boleto de um trilho. A Figura 3 ilustra esta medida, sendo b a bitola e B a distância entre centro dos trilhos.

Figura 3 – Distância entre centros dos trilhos.



Fonte: adaptado de Profillidis (2006).

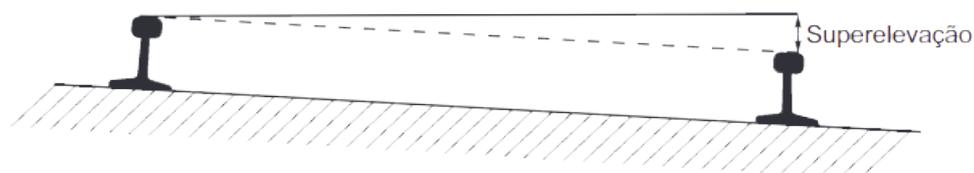
2.2.2 Superelevação

O traçado de uma linha férrea afeta a dinâmica de um trem. Para Brina (1979), um trajeto de via permanente onde haja curvas deve ser estudado a fim de que trens circulem com segurança.

Considerando uma via permanente com uma curva, nivelada horizontalmente, a componente de força centrífuga deslocará o veículo no sentido do trilho externo, criando resistência à tração. O veículo poderá tombar, se a força centrífuga possuir um valor alto. Torna-se necessário equilibrar essa força centrífuga e para isso, eleva-se o trilho externo da curva, fazendo com que a linha férrea fique inclinada (BRINA, 1979).

A NBR 16387 (ABNT, 2016) define a superelevação como sendo diferença da cota de altura do trilho externo e o interno de uma via em uma inclinação. A Figura 4 ilustra essa definição.

Figura 4 – Superelevação.



Fonte: NBR 16387 (ABNT, 2016).

Além de atenuar o efeito da força centrífuga, segundo Borba (2009), a superelevação também tem as funções de distribuir melhor as cargas em ambos os trilhos, reduzir os desgastes do trilho e do material rodante e proporcionar melhor conforto aos passageiros.

2.2.2.1 *Superelevação Teórica*

Brina (1979) realiza a dedução para o cálculo de superelevação, sendo a expressão final apresentada na Equação (1):

$$h = \frac{BV^2}{127R} \quad (1)$$

Em que:

B é a distância entre centros dos trilhos [m];

h é a superelevação [m];

R é o raio da curva [m];

V é a velocidade [km/h].

A Equação (1) foi desenvolvida de modo a anular a força centrífuga de um veículo em curva. Logo, essa expressão determina a superelevação teórica, visto que, para cada valor de V e R , tem-se um valor de h . Observa-se que nessa equação há uma constante igual a 127 que o raio da curva (R), a superelevação (h) e a distância entre centro dos trilhos (B) estão em metros e a velocidade está em quilômetros, logo, surge como um valor de conversão.

Segundo Brina (1979), a superelevação teórica não pode ser utilizada em uma ferrovia com tráfego de trens com velocidades diferentes. E de acordo com Borba (2009), a superelevação teórica pode ser aplicada em uma via em que o trem percorra a curva a uma velocidade constante. Assim, essa superelevação tem seu uso restrito, visto que ela não pode ser utilizada para uma ferrovia compartilhada por trens lentos e rápidos.

2.2.2.2 *Superelevação Prática*

Uma ferrovia onde circulam trens com diferentes velocidades, utiliza-se a superelevação prática em curvas a fim de determinar a velocidade máxima permitida no trecho (BORBA, 2009). A superelevação prática tem um valor menor que a superelevação teórica, com isso, Brina (1979) desenvolve a expressão para o cálculo dessa superelevação de modo que a força centrífuga não fique equilibrada, todavia, a estabilidade do veículo é mantida devido ao coeficiente de segurança (n), geralmente esse coeficiente possui valor igual à 5. Essa superelevação é apresentada na Equação

(2).

$$h_p = \frac{BV^2}{127R} - \frac{B}{Hn} \left(\frac{B}{2} - d \right) \quad (2)$$

Em que:

B é a distância entre centros dos trilhos [m];

d é o deslocamento do centro de gravidade [m];

H é a altura do centro de gravidade [m];

h_p é a superelevação prática [m];

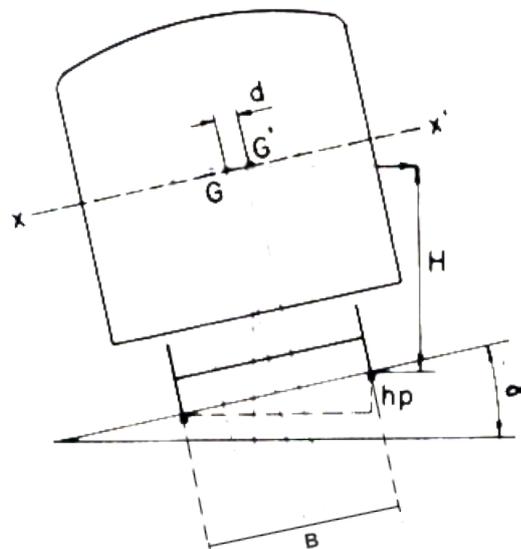
n é o coeficiente de segurança;

R é o raio da curva [m];

V é a velocidade [km/h].

A Figura 5 apresenta algumas das variáveis presentes na Equação (2). Desse modo, pode-se obter um melhor entendimento de onde estão localizadas essas variáveis.

Figura 5 – Variáveis superelevação prática.



Fonte: adaptado de Brina (1979).

Borba (2009) e Brina (1979) definem valores usuais para a superelevação prática (h_p), sendo o máximo valor de h_p igual a 0,18 metros e 0,10 metros para a bitola larga e métrica, respectivamente.

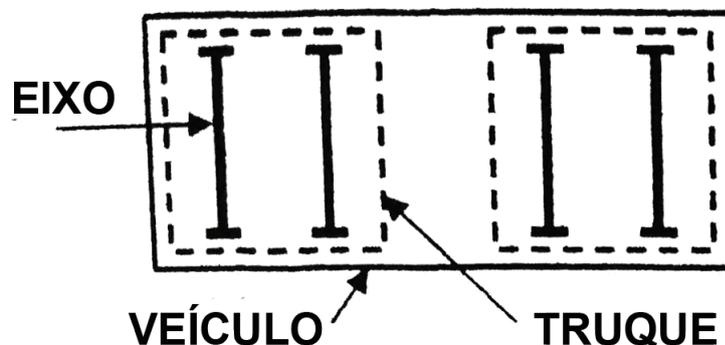
2.3 Material Rodante

Os veículos ferroviários que se movimentam em uma via permanente podem ser diferenciados em material de tração e rodante (BRINA, 1982). O material de tração, traciona o trem, ou seja, são as locomotivas. E o material rodante são os componentes rebocados pela locomotiva, como os vagões, truques e rodas.

O vagão é o veículo ferroviário destinado ao transporte de cargas (BRINA, 1982). A ABNT define os tipos de vagões, mas pode-se generalizar que cada tipo de produto a ser transportado tem um vagão apropriado.

O truque é o conjunto que configura o agrupamento dos eixos, rodas e outros elementos (PROFILLIDIS, 2006). No truque, a distância entre eixos, também conhecida por base rígida, e o diâmetro das rodas são importantes para o estudo das velocidades em via permanente, a Figura 6 exemplifica um veículo ferroviário indicando onde localiza-se o truque e os eixos. O diâmetro das rodas ferroviárias é importante porque ele é dependente da distância entre eixos, assim quanto maior a roda, maior deve ser a base rígida.

Figura 6 – Veículo ferroviário simplificado.



Fonte: adaptado de Profillidis (2006).

3 EQUAÇÕES DE VELOCIDADE LIMITE EM CURVAS

Brina (1979) define que a máxima velocidade que um trem pode atingir em uma curva é uma função do raio da curva e da sua superelevação. Além dessas variáveis, Brina (1979) utiliza dois critérios a fim de determinar a velocidade, o critério da segurança e do conforto. Brina (1979) também define uma velocidade mínima em curvas para que trens de carga não tombem. Neste capítulo realiza-se a dedução da velocidade em curva nessas três situações, sendo eles para o critério da segurança, do conforto e para a velocidade mínima em curvas.

3.1 Critério da Segurança

O uso desse critério para determinar a velocidade limite adota a superelevação prática no cálculo (BRINA, 1979). Isso faz com que as forças atuantes não fiquem em equilíbrio, devido à força centrífuga, porém, a estabilidade é alcançada por um coeficiente de segurança.

Para Porto (2004), esse critério é importante para obter a velocidade máxima em uma curva. Isso é justificado devido ao uso da superelevação prática na função da velocidade, desse modo, o trem movimenta-se pela curva sem que haja o perigo de tombamento para o lado externo.

A expressão da velocidade pelo critério da segurança pode ser deduzido a partir do diagrama de corpo livre apresentado na Figura 7, em que: α inclinação da via; d deslocamento do centro de gravidade; F_c força centrífuga; F' componente peso da direção de F_c ; G centro de gravidade; G' centro de gravidade deslocado; H , altura do centro de gravidade em relação aos trilhos; h_p superelevação prática; P componente de peso do vagão.

o coeficiente de segurança contra tombamento. Assim, tem-se:

$$P\left(\frac{B}{2} - d\right) = nH\left(\frac{PV^2}{127R} - P\frac{h_p}{B}\right) \quad (8)$$

Isolando a velocidade V , tem-se a velocidade pelo critério da segurança.

$$V = \sqrt{127R\left(\frac{h_p}{B} + \frac{\frac{B}{2} - d}{Hn}\right)} \quad (9)$$

Em que:

B é a distância entre centros dos trilhos [m];

d é o deslocamento do centro de gravidade [m];

H é a altura do centro de gravidade [m];

h_p é a superelevação prática [m];

n é o coeficiente de segurança;

R é o raio da curva [m];

V é a velocidade [km/h].

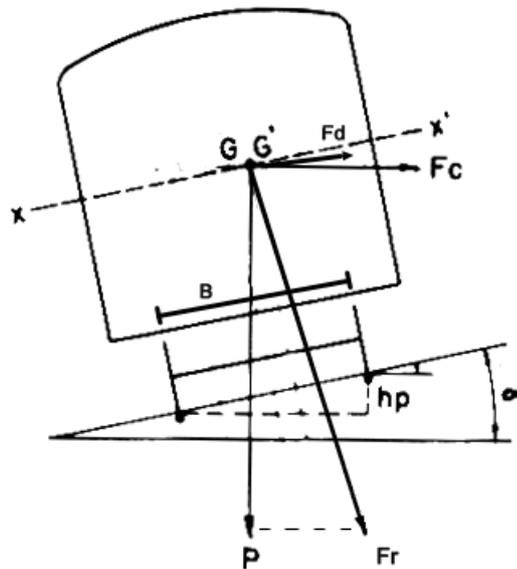
A Equação (9) representa a velocidade em que um trem pode se movimentar em uma curva sem correr o risco de tombar para o lado externo.

3.2 Critério do Conforto

Este critério é utilizado para trens de passageiros, assim, a velocidade em uma curva é calculada para que os usuários não sintam desconforto (BRINA, 1979). Esse incômodo na viagem é causado porque a superelevação prática é menor que a superelevação teórica, logo, surge uma componente de aceleração centrífuga não equilibrada.

A Figura 8, apresenta um diagrama de corpo livre para um veículo em uma curva com superelevação prática. A partir desse imagem, pode-se deduzir a velocidade máxima pelo critério do conforto. Na Figura 8, tem-se que: α inclinação da via; B distância entre centro dos trilhos; F_c força centrífuga; F_d força descompensada; F_r força resultante; G centro de gravidade; G' centro de gravidade deslocado; H altura do centro de gravidade em relação aos trilhos; h_p superelevação prática; P , componente de peso do vagão.

Figura 8 – Diagrama de forças para o critério do conforto.



Fonte: adaptado de Brina (1979).

Partindo do equilíbrio de forças em $x - x'$, tem-se:

$$F_c \cos \alpha - P \sin \alpha = m\eta \quad (10)$$

$$\frac{mV^2}{R} - \frac{mgh_p}{B} = m\eta \quad (11)$$

$$\eta = \frac{V^2}{R} - \frac{gh_p}{B} \quad (12)$$

Isolando-se V , obtém-se a velocidade em curva pelo critério do conforto pela Equação (13).

$$V = \sqrt{127R \left(\frac{h_p + \frac{\eta B}{g}}{B} \right)} \quad (13)$$

Em que:

B é a distância entre centros dos trilhos [m];

g é a aceleração gravidade [m/s^2];

h_p é a superelevação prática [m];

R é o raio da curva [m];

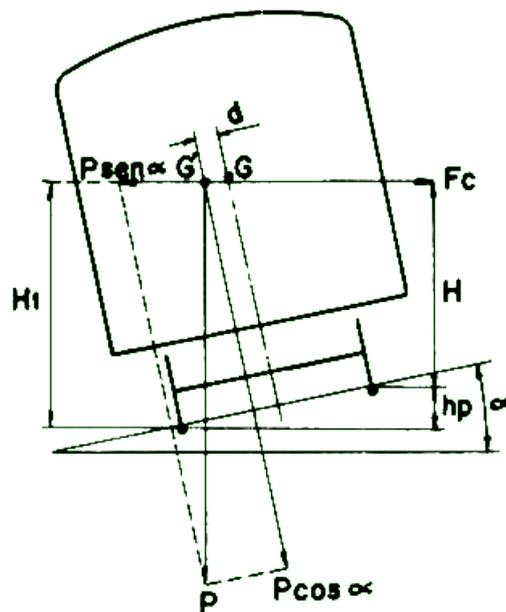
V é a velocidade [km/h].

3.3 Velocidade Mínima

Nas secções anteriores abordou-se a velocidade máxima em curvas. Para Brina (1979) deve ser considerado uma velocidade mínima em curvas, de modo que o trem trafegue com segurança sem o risco de descarrilamento e tombamento interno em curva com superelevação.

A equação para a velocidade mínima pode ser obtida a partir da Figura 9, em que: α inclinação da via; d deslocamento do centro de gravidade; F_c força centrífuga; G centro de gravidade; G' centro de gravidade deslocado; H altura do centro de gravidade em relação aos trilhos; H_i altura do centro de gravidade em relação ao trilho interno; h_p superelevação prática; P componente de peso do vagão.

Figura 9 – Diagrama de forças para a velocidade mínima.



Fonte: Brina (1979).

Pela Figura 9, tem-se que a força centrífuga não equilibrada é:

$$\Delta F = P \sin \alpha - F_c \quad (14)$$

ou

$$\Delta F = P \frac{h_p}{B} - \frac{PV^2}{127R} \quad (15)$$

Fazendo-se os momentos em relação ao trilho interno em que, M_r é o momento

de reviramento e M_e é o momento estabilizador, conforme expressões:

$$M_r = \Delta F \cdot H_i = \left(P \frac{h_p}{B} - \frac{PV^2}{127R} \right) H_i \quad (16)$$

$$M_e = P \cos \alpha \left(\frac{B}{2} - d \right) = P \left(\frac{B}{2} - d \right) \quad (17)$$

Pela relação entre momento de reviramento e estabilizador sendo $M_e = nM_r$, onde n é o coeficiente de segurança contra tombamento. Assim, tem-se,

$$P \left(\frac{B}{2} - d \right) = nPH_i \left(\frac{h_p}{B} - \frac{V^2}{127R} \right) \quad (18)$$

Desse modo isolando a velocidade V , tem-se a Equação (19), que representa a velocidade mínima em curvas. Sendo H_i a altura do centro de gravidade em relação ao trilho interno em que $H_i = H + h_p$.

$$V = \sqrt{127R \left(\frac{h_p}{B} - \frac{\frac{B}{2} - d}{H_i n} \right)} \quad (19)$$

Reescrevendo a Equação (19), tem-se:

$$V = \sqrt{127R \left(\frac{h_p}{B} - \frac{\frac{B}{2} - d}{(H + h_p)n} \right)} \quad (20)$$

Em que:

B é a distância entre centros dos trilhos [m];

H é a altura do centro de gravidade [m];

h_p é a superelevação prática [m];

n é o coeficiente de segurança;

R é o raio da curva [m];

V é a velocidade [km/h].

4 EQUAÇÃO DE VELOCIDADE MÁXIMA PERMITIDA

De acordo com Steffler (2013) a equação para a máxima velocidade permitida em uma via permanente depende do perfil do trilho em que o trem trafega, independente de a via permanente estar em curva ou tangente. A equação para essa velocidade pode ser deduzida a partir do coeficiente de impacto. Esse coeficiente relaciona-se com a carga estática, e tem como variáveis a velocidade do trem e o diâmetro das rodas. O coeficiente de impacto está apresentado pela Equação (21).

$$K_d = 1 + 0,205 \left(\frac{V}{D} \right) \quad (21)$$

Em que:

K_d é o coeficiente de impacto;

V é a velocidade [km/h];

D é o diâmetro da roda [in];

0,205 é o fator de conversão para que K_d seja adimensional.

Isolando-se a variável velocidade da Equação (21), tem-se:

$$V = (K_d - 1) \left(\frac{D}{0,205} \right) \quad (22)$$

A carga dinâmica na roda é o esforço do peso que cada roda exerce sobre o trilho multiplicado pelo coeficiente de impacto, assim:

$$C_d = K_d P \quad (23)$$

$$K_d = \frac{C_d}{P} \quad (24)$$

Em que:

C_d é a carga dinâmica [kgf];

P é o peso de cada roda [kgf].

Substituindo-se a Equação (24) em (22), tem-se:

$$V = \left(\frac{C_d}{P} - 1 \right) \left(\frac{D}{0,205} \right) \quad (25)$$

O momento de flexão das rodas do truque em relação ao trilho é definido por

Steffler (2013) pela Equação (26).

$$M = \frac{C_d}{4}L + \frac{C_d}{4}Le^{\frac{-x}{L}} \left[\cos\left(\frac{x}{L}\right) - \sin\left(\frac{x}{L}\right) \right] \quad (26)$$

Em que:

M é o momento de flexão [kgf.cm];

L é o apoio elástico [cm];

x é a distância entre eixos do truque [cm].

O apoio elástico, segundo Steffler (2013) é o vão entre dormentes necessário para a absorção da carga, proveniente da passagem do trem, pela estrutura da via permanente.

Isolando-se a carga dinâmica da Equação (26), tem-se:

$$C_d = \frac{4M}{L(1 + e^{\frac{-x}{L}} [\cos(\frac{x}{L}) - \sin(\frac{x}{L})])} \quad (27)$$

Realizando-se a substituição da Equação (27) em (25), tem-se:

$$V = \left(\frac{4M}{PL(1 + e^{\frac{-x}{L}} [\cos(\frac{x}{L}) - \sin(\frac{x}{L})])} - 1 \right) \left(\frac{D}{0,205} \right) \quad (28)$$

A tensão admissível máxima suportada por um trilho é apresentada na Equação 29.

$$T = \frac{\frac{M}{W_b}}{1 - A_d} \quad (29)$$

Em que:

T é a tensão [kgf/cm²];

W_b é o módulo de resistência do boleto [cm³];

A_d é a área desgastada do boleto[adimensional].

Reescrevendo a Equação (29) em termos de M , tem-se:

$$M = T(1 - A_d)W_b \quad (30)$$

Finalmente, substituindo a Equação (30) em (28), tem-se a expressão para a velocidade máxima permitida para um dado perfil de trilho em quilômetros por hora, apresentada na Equação (31).

$$V = \left(\frac{4T(1 - A_d)W_b}{PL(1 + e^{\frac{-x}{L}} [\cos(\frac{x}{L}) - \sin(\frac{x}{L})])} - 1 \right) \left(\frac{D}{0,205} \right) \quad (31)$$

Constatou-se que havia um erro, provavelmente de digitação, no equaciona-

mento elaborado por Steffler (2013), sua expressão final para a velocidade máxima permitida é apresentado na Equação (32):

$$V = \left(\frac{4T(1 - A_d)W_b}{PL(1 + e^{\frac{-x}{L}}) \cos \frac{x}{L} - \sin \frac{x}{L}} - 1 \right) \left(\frac{D}{0,205} \right). \quad (32)$$

Cabe ressaltar que a Equação (31) foi modificada e corrigida.

5 METODOLOGIA

As expressões de velocidade em via permanente foram obtidas através de uma revisão bibliográfica, a fim de que fossem estudadas equações reconhecidas pela literatura. Encontrou-se expressões de velocidade em curvas e de velocidade máxima permitida devido ao trilho. As funções de velocidade coletadas, foram deduzidas a fim de verificar se elas estavam corretas. E com isso, aplicou-se o método para a propagação de incertezas.

A incerteza pode ser definida como quanto que um valor obtido pode ser diferente de seu valor verdadeiro (VUOLO, 2005). Assim, o valor da grandeza calculada ou medida deve ser o mais próximo possível do seu valor real.

De acordo com Vuolo (2005), a propagação de incertezas de uma função qualquer $w = w(x, y, z...)$, sendo essas variáveis independentes, pode ser determinada pela Equação (33):

$$\delta w^2 = \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \delta x^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \delta y^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 \delta z^2 + \dots \quad (33)$$

Interpreta-se a Equação (33), sendo δ a incerteza, logo, δw é a incerteza propagada da função $w = w(x, y, z...)$, e δx , δy e δz são os erros adotados para as variáveis x , y e z . O símbolo ∂ representa a derivada parcial, logo, $\frac{\partial w}{\partial x}$, $\frac{\partial w}{\partial y}$ e $\frac{\partial w}{\partial z}$ são as derivadas parciais da função w em relação à x , y e z , respectivamente.

Desenvolveu-se quatro modelos matemáticos para a propagação de incertezas, sendo elas para as expressões de velocidade em curvas pelo critério da segurança, Equação (9). Pelo critério do conforto, Equação (13). Para a velocidade mínima em curvas, Equação (20). E para a velocidade máxima permitida pelo trilho, Equação (31).

As variáveis das equações de velocidade possuem valores fixos. Portanto, os modelos de propagação de incertezas apresentam distribuição retangular para os erros das variáveis envolvidas.

O modelo matemático de propagação de incertezas para as velocidades foram simulados em quatro cenários, os quais se diferenciam pelo erro adotado para as variáveis. Os erros utilizados em cada cenário são: 2,5%, 5%, 7,5% e 10%.

O erro é inserido na Equação (33) conforme exemplificado na Equação (34), por exemplo, para um erro de 2,5%. Desse modo, considerando a função qualquer $w = w(x, y, z...)$, sendo que X_i representa as variáveis x , y e z .

$$\frac{\delta X_i}{X_i} = 0,025 \quad (34)$$

As variáveis em cada modelo de velocidade foram obtidas com base na norma técnica Especificações de Projeto (VALEC, 2011), a qual descreve os requisitos de

projeto para uma via permanente e sua superelevação. A partir dessa normativa técnica da VALEC, definiu-se as variáveis relacionadas ao vagão com base nas normas da ABNT. A Tabela 1 apresenta os parâmetros condicionantes de projeto para Valec (2011).

Tabela 1 – Requisitos de Projeto.

Requisitos de Projeto	
Bitola de via [m]	1,60
Raio mínimo da curva[m]	343,823
Carga por eixo [kN]	360
Trilho	TR 57
	UIC 60

Fonte: Valec (2011).

A partir da Tabela 1, selecionou-se o trilho UIC 60, visto que esse tem um maior módulo de resistência do boleto (W_b). A NBR 7590 (ABNT, 2012) especifica as propriedades para o trilho Vignole e dela extraiu-se os dados a serem utilizados, apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Propriedade do trilho.

Propriedades Trilho		
Trilho	Módulo de resistência do boleto [cm^3]	Largura do boleto [mm]
UIC 60	333,6	74,2

Fonte: obtido da NBR 7590 (ABNT, 2012).

O requisito para a bitola da via é que ela seja de 1,60 m, segundo a Tabela 1. As equações de velocidade requerem a distância entre centros (B) dos trilhos, resultando em um valor de 1,6742 m.

Brina (1979) define valores usuais para algumas variáveis, sendo elas: deslocamento do centro de gravidade (d) de 0,1 m, coeficiente de segurança (n) igual a 5, aceleração descompensada (η) de 0,65 m/s^2 e o coeficiente de impacto (K_d), igual a 1,4, definiu-se o coeficiente de impacto porque ele é utilizado para calcular a carga dinâmica na roda e assim, calcular a velocidade máxima permitida.

Borba (2009) e Brina (1979) definem valores usuais para a superelevação (h_p), sendo que para a bitola larga, esse valor é de 0,18 m.

De acordo com Steffler (2013), o valor médio do apoio elástico (L) é de 70 cm,

podendo possuir valores extremos de 50 ou 90 cm. Assim, escolheu-se o valor médio para o estudo.

As características do vagão foram definidas a partir do dado de carga por eixo, presente na Tabela 1. A partir desse requisito, selecionou-se a carga nominal de um vagão pela NBR 11691(ABNT, 2015a), após foi determinado a distância entre eixos (x) e o diâmetro da roda (D) pela NBR 16440 (ABNT, 2015c). A altura do centro de gravidade (H) foi obtida pela NBR 12210 (ABNT, 2015b), em que escolheu-se o valor máximo permitido. A Tabela 3 apresenta esses dados.

Tabela 3 – Dados do Vagão

Dados Vagão			
Carga nominal [kg]	x [mm]	H [mm]	D [in]
140000	1828	2490	38

Fonte: obtido da NBR 11691(ABNT, 2015a), NBR 16440 (ABNT, 2015c) e NBR 12210 (ABNT, 2015b).

Todas as variáveis definidas que serão utilizadas no cálculo direto das velocidades estão reunidos na Tabela 4.

Tabela 4 – Valor adotado para as variáveis.

Variáveis	
A_d [%]	25
B [m]	1,6742
d [m]	0,1
D [in]	38
h_p [m]	0,18
H [m]	2,49
L [cm]	70
n	5
R [m]	350
W_b [cm ³]	333,6
x [cm]	182,8
η [m / s ²]	0,65

Fonte: Autor (2017).

6 RESULTADOS

Neste capítulo aborda-se os modelos matemáticos para a propagação de incertezas em cada situação de velocidade. Além disso, apresenta-se os resultados obtidos para cada cenário de erro.

6.1 Modelo para Velocidade em Curva

Nesta seção apresenta-se os modelos de propagação de incertezas para velocidade em curva. Além disso, aborda-se os resultados obtidos das simulações numéricas.

6.1.1 Critério da Segurança

Aplicando o método da propagação de incertezas da Equação (33) na expressão de velocidade em curva para o critério da segurança, Equação (9), em que a velocidade é definida com uma função $V = V(h_p, B, d, H, n, R)$, tem-se:

$$(\delta V)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial h_p} \delta h_p\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial B} \delta B\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial d} \delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial H} \delta H\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial n} \delta n\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial R} \delta R\right)^2 \quad (35)$$

As derivadas parciais de V em relação a cada variável em função de V , ficam:

$$\frac{\partial V}{\partial h_p} = \left(\frac{1}{2B}V\right) \left[\left(\frac{h_p}{B} + \frac{B/2 - d}{Hn}\right)\right]^{-1}, \quad (36)$$

$$\frac{\partial V}{\partial B} = \frac{1}{2} \left(V \frac{-h_p}{B^2} + \frac{1}{2Hn}\right) \left[\left(\frac{h_p}{B} + \frac{B/2 - d}{Hn}\right)\right]^{-1}, \quad (37)$$

$$\frac{\partial V}{\partial d} = \left(\frac{-1}{2Hn}V\right) \left[\left(\frac{h_p}{B} + \frac{B/2 - d}{Hn}\right)\right]^{-1}, \quad (38)$$

$$\frac{\partial V}{\partial H} = \frac{1}{2}V \left(\frac{-(\frac{B}{2} - d)}{H^2n}\right) \left[\left(\frac{h_p}{B} + \frac{B/2 - d}{Hn}\right)\right]^{-1}, \quad (39)$$

$$\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{1}{2}V \left(\frac{-(\frac{B}{2} - d)}{n^2H}\right) \left[\left(\frac{h_p}{B} + \frac{B/2 - d}{Hn}\right)\right]^{-1}, \quad (40)$$

e

$$\frac{\partial V}{\partial R} = \frac{1}{2}V\left(\frac{1}{R}\right). \quad (41)$$

Substituindo-se as Equações (36), (37), (38), (39), (40) e (41) na Equação (35), e realizando-se procedimentos matemáticos, obtém-se a Equação (42) que representa o modelo para a propagação de incerteza para a velocidade em curvas pelo critério da segurança, dado por:

$$\begin{aligned} \delta V = \frac{1}{2}V \left[K_1 \left(\frac{\delta h_p}{h_p} \right)^2 + K_2 \left(\frac{\delta B}{B} \right)^2 + K_3 \left(\frac{\delta d}{d} \right)^2 + K_4 \left(\frac{\delta H}{H} \right)^2 + \right. \\ \left. + K_5 \left(\frac{\delta n}{n} \right)^2 + K_6 \left(\frac{\delta R}{R} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (42)$$

Sendo:

$$K_1 = \left\{ \left(\frac{1}{B} \right) \left[\left(\frac{h_p}{B} + \frac{B/2 - d}{Hn} \right) \right]^{-1} \right\}^2,$$

$$K_2 = \left\{ \left(\frac{-h_p}{B^2} + \frac{1}{Hn} \right) \left[\left(\frac{h_p}{B} + \frac{B/2 - d}{Hn} \right) \right]^{-1} \right\}^2,$$

$$K_3 = \left\{ \left(\frac{-1}{Hn} \right) \left[\left(\frac{h_p}{B} + \frac{B/2 - d}{Hn} \right) \right]^{-1} \right\}^2,$$

$$K_4 = \left\{ \left(\frac{-(\frac{B}{2} - d)}{H^2 n} \right) \left[\left(\frac{h_p}{B} + \frac{B/2 - d}{Hn} \right) \right]^{-1} \right\}^2,$$

$$K_5 = \left\{ \left(\frac{-(\frac{B}{2} - d)}{n^2 H} \right) \left[\left(\frac{h_p}{B} + \frac{B/2 - d}{Hn} \right) \right]^{-1} \right\}^2,$$

e

$$K_6 = 1.$$

Pode-se escrever a Equação (42) em termos da incerteza relativa quadrática, assim, tem-se:

$$\left(\frac{\delta V}{V} \right)^2 = k_1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5 + k_6 \quad (43)$$

Sendo:

$$k_1 = \frac{1}{4} K_1 \left(\frac{\delta h_p}{h_p} \right)^2,$$

$$k_2 = \frac{1}{4} K_2 \left(\frac{\delta B}{B} \right)^2,$$

$$k_3 = \frac{1}{4} K_3 \left(\frac{\delta d}{d} \right)^2,$$

$$k_4 = \frac{1}{4} K_4 \left(\frac{\delta H}{H} \right)^2,$$

$$k_5 = \frac{1}{4} K_5 \left(\frac{\delta n}{n} \right)^2,$$

e

$$k_6 = \frac{1}{4} \left(\frac{\delta R}{R} \right)^2.$$

A fim de determinar o valor da velocidade e de sua incerteza, torna-se necessário ter valores de entrada das variáveis. A velocidade em curva pelo critério da segurança é uma função $V = V(h_p, B, d, H, n, R)$ e os coeficientes do modelo matemático da Equação (42) possuem as mesmas variáveis. A Tabela 5 apresenta os valores adotados para essas variáveis.

Tabela 5 – Valores para as variáveis para a velocidade em curva pelo critério da segurança.

Dados de Entrada					
h_p [cm]	B [m]	d [m]	H [m]	n	R [m]
0,18	1,6742	0,1	2,49	5	350

Fonte: Autor (2017).

Utilizando-se os dados da Tabela 5 e o erro adotado em diferentes cenários, obtém-se o valor para a velocidade e sua incerteza. Os resultados obtidos apresentam-se na Tabela 6 em que $\left(\frac{\delta X_i}{X_i} \right)$ é o erro adotado para cada variável em que X_i corresponde à h_p, B, d, H, n e R . O termo $V \pm \delta V$ representa a velocidade calculada mais sua variação e $\frac{\delta V}{V} \cdot 100$ é a incerteza percentual da velocidade.

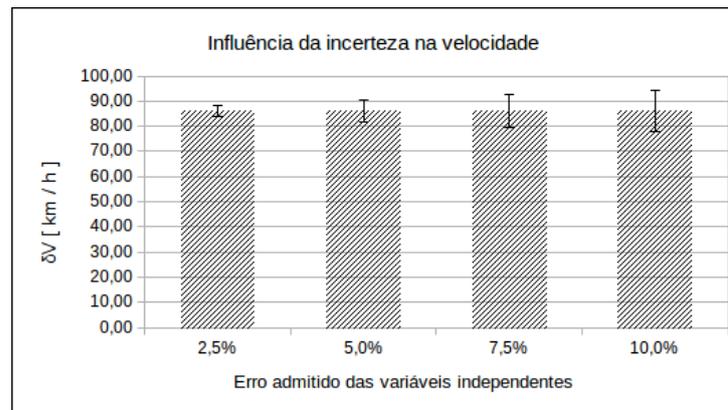
Tabela 6 – Resultados obtidos para a velocidade em curva pelo critério da segurança.

Erro [%]	$\frac{\delta X_i}{X_i}$	$V \pm \delta V$ [km/ h]	$\frac{\delta V}{V} . 100$ [%]
2,5	0,025	86,09 \pm 2,10	2,44
5,0	0,05	86,09 \pm 4,20	4,87
7,5	0,75	86,09 \pm 6,29	7,31
10	0,1	86,09 \pm 8,39	9,75

Fonte: Autor (2017).

A partir da Tabela 6 pode-se destacar que a incerteza da velocidade é menor que o erro das variáveis. E além disso, a variação da velocidade é pequena, não ultrapassando 10% em nenhum dos casos. Os dados apresentados na Tabela 6, podem ser demonstrados em um gráfico, conforme a Figura 10. No gráfico, pode-se observar a variação da velocidade em cada cenário de erro.

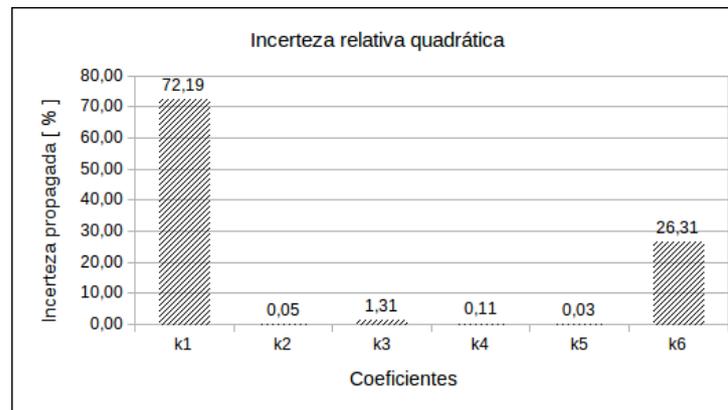
Figura 10 – Influência da incerteza na velocidade pelo critério da segurança.



Fonte: Autor (2017).

Analisando-se a Equação (43) que representa a incerteza relativa quadrática, ou seja, quanto que cada variável influencia na incerteza propagada da velocidade. Pode-se plotar o gráfico apresentado na Figura 11.

Figura 11 – Incerteza relativa quadrática e sua influência nos termos da soma do modelo para o critério da segurança.



Fonte: Autor (2017).

A partir da Figura 11, nota-se k_1 e k_6 representam por 72,19% e 26,31%, respectivamente, na propagação de incerteza para o modelo de velocidade em curvas pelo critério da segurança. Os outros coeficientes, em conjunto, têm uma influência na incerteza de 1,5%.

6.1.2 Critério do Conforto

Aplicando o método da propagação de incertezas da Equação (33) na expressão de velocidade em curva pelo critério do conforto, Equação (13) em que a velocidade é uma função $V = V(h_p, B, \eta, R)$, tem-se:

$$(\delta V)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial h_p} \delta h_p \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial B} \delta B \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial \eta} \delta \eta \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial R} \delta R \right)^2 \quad (44)$$

As derivadas parciais de V com relação a cada variável em função de V , ficam:

$$\frac{\partial V}{\partial h_p} = \frac{1}{2} V \frac{1}{B} \left(\frac{h_p + \frac{\eta B}{g}}{B} \right)^{-1}, \quad (45)$$

$$\frac{\partial V}{\partial B} = -\frac{1}{2} V \frac{h_p}{B^2} \left(\frac{h_p + \frac{\eta B}{g}}{B} \right)^{-1}, \quad (46)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \eta} = -\frac{1}{2} V \frac{1}{g} \left(\frac{h_p + \frac{\eta B}{g}}{B} \right)^{-1}, \quad (47)$$

e

$$\frac{\partial V}{\partial R} = \frac{1}{2} V \frac{1}{R}. \quad (48)$$

Substituindo-se as Equações (45), (46), (47) e (48) na Equação (44), e realizando-se procedimentos matemáticos, obtém-se a Equação (49) que representa a incerteza da velocidade em curva pelo critério do conforto, dada por:

$$\delta V = \frac{1}{2}V \left[K_7 \left(\frac{\delta h_p}{h_p} \right)^2 + K_8 \left(\frac{\delta B}{B} \right)^2 + K_9 \left(\frac{\delta \eta}{\eta} \right)^2 + K_{10} \left(\frac{\delta R}{R} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (49)$$

Sendo:

$$K_7 = \left[\frac{h_p}{B} \left(\frac{h_p + \frac{\eta B}{g}}{B} \right)^{-1} \right]^2,$$

$$K_8 = \left[(-1) \frac{h_p}{B} \left(\frac{h_p + \frac{\eta B}{g}}{B} \right)^{-1} \right]^2,$$

$$K_9 = \left[(-1) \frac{\eta}{g} \left(\frac{h_p + \frac{\eta B}{g}}{B} \right)^{-1} \right]^2,$$

e

$$K_{10} = 1.$$

Pode-se escrever a Equação (49) em termos da incerteza relativa quadrática, assim, tem-se:

$$\left(\frac{\delta V}{V} \right)^2 = k_7 + k_8 + k_9 + k_{10} \quad (50)$$

Sendo:

$$k_7 = \frac{1}{4} K_7 \left(\frac{\delta h_p}{h_p} \right)^2,$$

$$k_8 = \frac{1}{4} K_8 \left(\frac{\delta B}{B} \right)^2,$$

$$k_9 = \frac{1}{4} K_9 \left(\frac{\delta \eta}{\eta} \right)^2,$$

e

$$k_{10} = \frac{1}{4} \left(\frac{\delta R}{R} \right)^2.$$

A velocidade em curva pelo critério do conforto é uma função $V = V(h_p, B, \eta, R)$ e o seu modelo para a propagação de incertezas, Equação (49), apresenta coefici-

entes que são funções das mesmas variáveis. Os valores para as variáveis estão apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 – Valores das variáveis para o critério do conforto

Dados de Entrada			
h_p [m]	B [m]	η [m / s ²]	R [m]
0,18	1,6742	0,65	350

Fonte: Autor (2017).

Simula-se o modelo matemático apresentado na Equação (49) com base nos valores para as variáveis da Tabela 7. Os resultados para cada cenário apresentam-se na Tabela 8, em que $(\frac{\delta X_i}{X_i})$ é o erro adotado para cada variável em que X_i corresponde à h_p, B, η e R . O termo $V \pm \delta V$ representa a velocidade calculada mais sua variação e $\frac{\delta V}{V} \cdot 100$ é a incerteza percentual da velocidade.

Tabela 8 – Resultados obtidos para a velocidade em curva pelo critério do conforto.

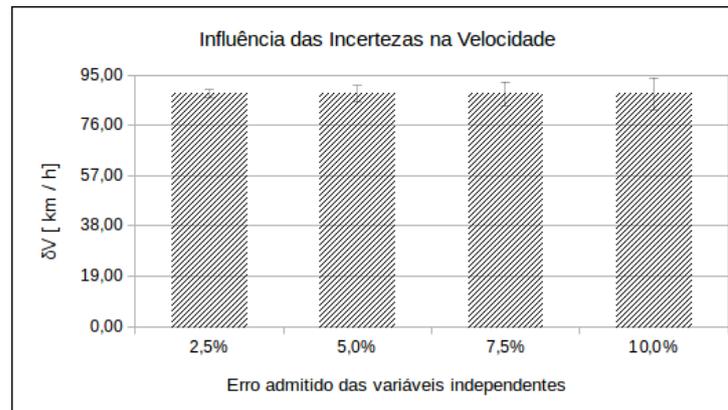
Erro [%]	$\frac{\delta X_i}{X_i}$	$V \pm \delta V$ [km/ h]	$\frac{\delta V}{V} \cdot 100$ [%]
2,5	0,025	87,89 ± 1,52	1,73
5,0	0,05	87,89 ± 3,04	3,46
7,5	0,075	87,89 ± 4,56	5,18
10	0,1	87,89 ± 6,07	6,91

Fonte: Autor (2017).

Nota-se através da Tabela 8 que a incerteza da velocidade é menor que o erro estabelecido para as variáveis. Assim, a velocidade apresenta uma leve variação, tornando a equação para a velocidade em curvas pelo critério do conforto adequada para uso.

Os resultados apresentados na Tabela 8 podem ser plotados em um gráfico, conforme a Figura 12. No gráfico, pode-se observar a variação da velocidade em cada cenário de erro admitido para as variáveis.

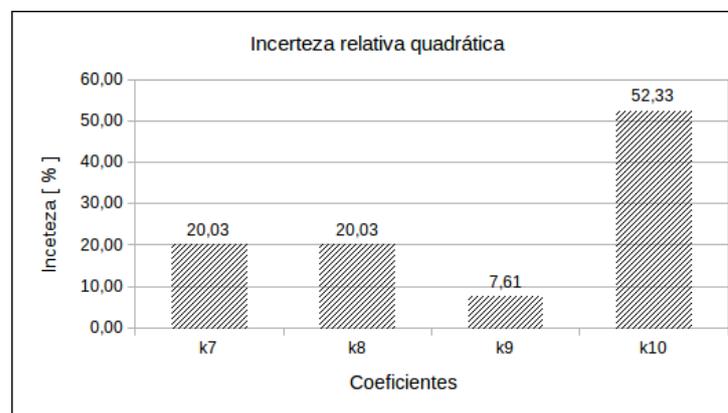
Figura 12 – Gráfico da influência da incerteza na velocidade pelo critério do conforto.



Fonte: Autor (2017).

Ao se analisar a Equação (50) que define a incerteza relativa quadrática da velocidade, obtém-se a Figura 13, para os cenários de erros admitidos em cada variável. A Figura 13 apresenta o quanto que cada coeficiente influencia na incerteza do modelo de velocidade em curvas pelo critério do conforto.

Figura 13 – Incerteza relativa quadrática e sua influência nos termos da soma do modelo para critério do conforto.



Fonte: Autor (2017).

Da Figura 13 conclui-se que o coeficiente k_{10} exerce uma contribuição de mais de 50% na propagação de incertezas. Os coeficientes k_7 e k_8 apresentam uma influência de 20,03% no resultado final, e o coeficiente k_9 têm a menor influência, que é de 7,61%.

6.1.3 Velocidade Mínima

Aplicando o método da propagação de incertezas da Equação (33) na expressão de velocidade mínima em curvas, Equação (20), sendo essa uma função $V = V(h_p, B, d, H, n, R)$, tem-se:

$$(\delta V)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial h_p} \delta h_p\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial B} \delta B\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial n} \delta n\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial H} \delta H\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial d} \delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial R} \delta R\right)^2 \quad (51)$$

As derivadas parciais de V com relação a cada variável em função de V , ficam:

$$\frac{\partial V}{\partial h_p} = \frac{1}{2}V \left(\frac{1}{B} + \frac{B/2 - d}{n(H + h_p)^2} \right) \left(\frac{h_p}{B} - \frac{B/2 - d}{n(H + h_p)} \right)^{-1}, \quad (52)$$

$$\frac{\partial V}{\partial B} = -\frac{1}{2}V \left(\frac{h_p}{B^2} + \frac{1}{2n(H + h_p)} \right) \left(\frac{h_p}{B} - \frac{B/2 - d}{n(H + h_p)} \right)^{-1}, \quad (53)$$

$$\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{1}{2}V \left(\frac{B/2 - d}{n^2(H + h_p)} \right) \left(\frac{h_p}{B} - \frac{B/2 - d}{n(H + h_p)} \right)^{-1}, \quad (54)$$

$$\frac{\partial V}{\partial H} = \frac{1}{2}V \left(\frac{B/2 - d}{n(H + h_p)^2} \right) \left(\frac{h_p}{B} - \frac{B/2 - d}{n(H + h_p)} \right)^{-1}, \quad (55)$$

$$\frac{\partial V}{\partial d} = \frac{1}{2}V \frac{1}{n(H + h_p)} \left(\frac{h_p}{B} - \frac{B/2 - d}{n(H + h_p)} \right)^{-1}, \quad (56)$$

e

$$\frac{\partial V}{\partial R} = \frac{1}{2}V \frac{1}{R}. \quad (57)$$

Substituindo-se as Equações (52), (54), (55), (56) e (57) na Equação (51), e realizando-se procedimentos matemáticos, obtém-se a Equação (58) que representa a incerteza da velocidade mínima em curvas.

$$\delta V = \frac{1}{2}V \left[K_{11} \left(\frac{\delta h_p}{h_p} \right)^2 + K_{12} \left(\frac{\delta B}{B} \right)^2 + K_{13} \left(\frac{\delta n}{n} \right)^2 + K_{14} \left(\frac{\delta H}{H} \right)^2 + K_{15} \left(\frac{\delta d}{d} \right)^2 + K_{16} \left(\frac{\delta R}{R} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (58)$$

Sendo:

$$\begin{aligned}
K_{11} &= \left[h_p \left(\frac{1}{B} + \frac{B/2 - d}{n(H + h_p)^2} \right) \left(\frac{h_p}{B} - \frac{B/2 - d}{n(H + h_p)} \right)^{-1} \right]^2, \\
K_{12} &= \left[(-1)B \left(\frac{h_p}{B^2} + \frac{1}{2n(H + h_p)} \right) \left(\frac{h_p}{B} - \frac{B/2 - d}{n(H + h_p)} \right)^{-1} \right]^2, \\
K_{13} &= \left[\left(\frac{B/2 - d}{n(H + h_p)} \right) \left(\frac{h_p}{B} - \frac{B/2 - d}{n(H + h_p)} \right)^{-1} \right]^2, \\
K_{14} &= \left[H \left(\frac{B/2 - d}{n(H + h_p)^2} \right) \left(\frac{h_p}{B} - \frac{B/2 - d}{n(H + h_p)} \right)^{-1} \right]^2, \\
K_{15} &= \left[d \left(\frac{1}{n(H + h_p)} \right) \left(\frac{h_p}{B} - \frac{B/2 - d}{n(H + h_p)} \right)^{-1} \right]^2,
\end{aligned}$$

e

$$K_{16} = 1.$$

Pode-se escrever a Equação (58) em termos da incerteza relativa quadrática, assim, tem-se:

$$\left(\frac{\delta V}{V} \right)^2 = k_{11} + k_{12} + k_{13} + k_{14} + k_{15} + k_{16} \quad (59)$$

Sendo:

$$k_{11} = \frac{1}{4} K_{11} \left(\frac{\delta h_p}{h_p} \right)^2,$$

$$k_{12} = \frac{1}{4} K_{12} \left(\frac{\delta B}{B} \right)^2,$$

$$k_{13} = \frac{1}{4} K_{13} \left(\frac{\delta n}{n} \right)^2,$$

$$k_{14} = \frac{1}{4} K_{14} \left(\frac{\delta H}{H} \right)^2,$$

$$k_{15} = \frac{1}{4} K_{15} \left(\frac{\delta d}{d} \right)^2,$$

e

$$k_{16} = \frac{1}{4} \left(\frac{\delta R}{R} \right).$$

A velocidade mínima em curva é uma função $V = V(h_p, B, d, H, n, R)$ e o seu modelo para a propagação de incertezas, Equação (58), apresenta coeficientes que são funções das mesmas variáveis. Os valores para as variáveis estão apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 – Valores das variáveis para a velocidade mínima em curvas.

Dados de Entrada					
h_p [m]	B [m]	d [m]	H [m]	n	R [m]
0,18	1,6742	0,1	2,49	5	350

Fonte: Autor (2017).

O modelo matemático da Equação (58) é simulado com base nos valores para as variáveis da Tabela 9. Os resultados para cada cenário apresentam-se na Tabela 10, em que $(\frac{\delta X_i}{X_i})$ é o erro adotado para cada variável em que X_i corresponde à h_p, B, d, H, n e R . O termo $V \pm \delta V$ representa a velocidade calculada mais sua variação e $\frac{\delta V}{V} \cdot 100$ é a incerteza percentual da velocidade.

Tabela 10 – Resultados obtidos para a velocidade mínima em curvas.

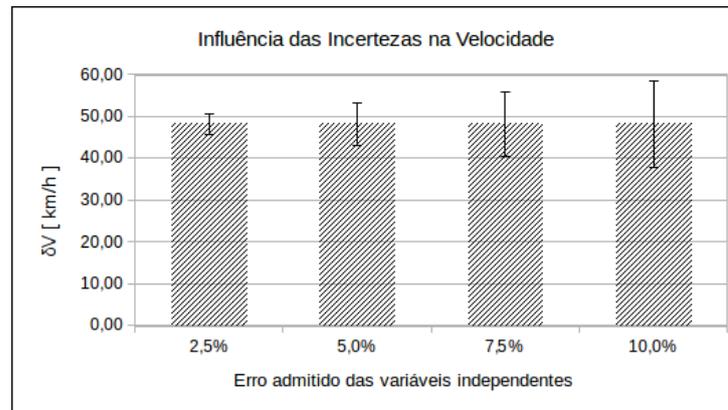
Erro [%]	$\frac{\delta X_i}{X_i}$	$V \pm \delta V$ [km/ h]	$\frac{\delta V}{V} \cdot 100$ [%]
2,5	0,025	48,22 \pm 2,57	5,34
5	0,05	48,22 \pm 5,15	10,67
7,5	0,075	48,22 \pm 7,72	16,01
10	0,1	48,22 \pm 10,29	21,34

Fonte: Autor (2017).

Observa-se pela Tabela 10 que a velocidade apresenta, em quatro dos cenários simulados, uma incerteza acima de 10%. Assim, a determinação da velocidade mínima em curvas com base apenas em sua equação, deve ser utilizada com cautela.

A Tabela 10 pode ser representada graficamente, como mostrado na Figura 14. No gráfico é possível identificar a influência do erro na variação no valor da velocidade.

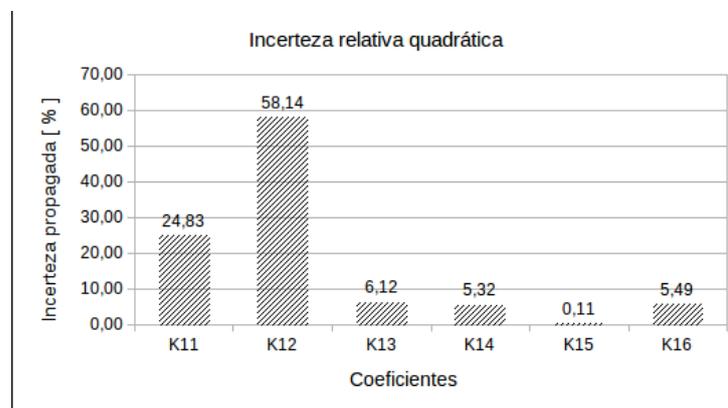
Figura 14 – Gráfico da influência da incerteza na velocidade mínima em curva.



Fonte: Autor (2017).

Analisando-se a Equação (59), é possível construir o gráfico apresentado na Figura 15 que representa quanto cada coeficiente colabora na propagação de incertezas no modelo da velocidade mínima em curvas.

Figura 15 – Incerteza relativa quadrática e sua influência nos termos da soma do modelo para a velocidade mínima em curva.



Fonte: Autor (2017).

De acordo com a Figura 15 o coeficiente k_{12} é o que mais exerce influência na incerteza propagada do modelo. E o coeficiente k_{15} é o que menos atua na propagação de incertezas.

6.2 Modelo para Velocidade Máxima Permitida

Aplicando o método da propagação de incertezas da Equação (33) na expressão de velocidade máxima permitida, Equação (31) sendo ela uma função $V =$

$V(T, A_d, W_b, P, L, x, D)$, tem-se:

$$(\delta V)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \delta T\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial W_b} \delta W_b\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial D} \delta D\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial A_d} \delta A_d\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial P} \delta P\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial L} \delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial x} \delta x\right)^2 \quad (60)$$

As derivadas parciais de V com relação a cada variável em função de V , ficam:

$$\frac{\partial V}{\partial T} = \left(\frac{V + \frac{D}{0,205}}{T}\right), \quad (61)$$

$$\frac{\partial V}{\partial W_b} = \left(\frac{V + \frac{D}{0,205}}{W_b}\right), \quad (62)$$

$$\frac{\partial V}{\partial D} = \frac{V}{D}, \quad (63)$$

$$\frac{\partial V}{\partial A_d} = (-1) \left(\frac{V + \frac{D}{0,205}}{1 - A_d}\right), \quad (64)$$

$$\frac{\partial V}{\partial P} = (-1) \left(\frac{V + \frac{D}{0,205}}{P}\right), \quad (65)$$

$$\frac{\partial V}{\partial L} = (-1)\gamma \left(V + \frac{D}{0,205}\right) \left[\frac{1}{L + Le^{\frac{-x}{L}}(\cos \frac{x}{L} - \sin \frac{x}{L})}\right], \quad (66)$$

sendo γ igual a:

$$\gamma = \left[1 + \left(\frac{x}{L}\right) e^{\frac{-x}{L}} \sin \frac{x}{L} + \left(1 + \frac{x}{L}\right) e^{\frac{-x}{L}} \cos \frac{x}{L} + \left(\frac{x}{L}\right) e^{\frac{-x}{L}} \cos \frac{x}{L} - \left(1 + \frac{x}{L}\right) e^{\frac{-x}{L}} \sin \frac{x}{L}\right]$$

e

$$\frac{\partial V}{\partial x} = (-1)\psi \left(V + \frac{D}{0,205}\right) \left[\frac{1}{1 + e^{\frac{-x}{L}}(\cos \frac{x}{L} - \sin \frac{x}{L})}\right] \quad (67)$$

onde ψ :

$$\psi = \left[-\left(\frac{1}{L}\right) e^{\frac{-x}{L}} \sin \frac{x}{L} - \left(\frac{1}{L}\right) e^{\frac{-x}{L}} \cos \frac{x}{L} + \left(\frac{1}{L}\right) e^{\frac{-x}{L}} \cos \frac{x}{L} - \left(\frac{1}{L}\right) e^{\frac{-x}{L}} \sin \frac{x}{L}\right]$$

Substituindo-se as Equações (61), (62), (63), (64), (65), (66) e (67) na Equação (60). E realizando-se procedimentos matemáticos, obtém-se a Equação (68) que

representa a incerteza da velocidade máxima permitida.

$$\delta V = \left(V + \frac{D}{0,205} \right) \left[K_{17} \left(\frac{\delta T}{T} \right)^2 + K_{18} \left(\frac{\delta W_b}{W_b} \right)^2 + K_{19} \left(\frac{\delta D}{D} \right)^2 + K_{20} \left(\frac{\delta A_d}{A_d} \right)^2 + K_{21} \left(\frac{\delta P}{P} \right)^2 + K_{22} \left(\frac{\delta L}{L} \right)^2 + K_{23} \left(\frac{\delta x}{x} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (68)$$

Sendo:

$$K_{17} = 1,$$

$$K_{18} = K_{17},$$

$$K_{19} = \left(\frac{V}{V + \frac{D}{0,205}} \right)^2,$$

$$K_{20} = \left(\frac{A_d}{1 - A_d} \right)^2,$$

$$K_{21} = K_{17},$$

$$K_{22} = \left[(-1)\gamma \left(\frac{1}{L + Le^{\frac{-x}{L}} (\cos \frac{x}{L} - \sin \frac{x}{L})} \right) \right]^2,$$

e

$$K_{23} = \left[(-1)\psi \left(\frac{1}{1 + e^{\frac{-x}{L}} (\cos \frac{x}{L} - \sin \frac{x}{L})} \right) \right]^2.$$

Pode-se escrever a Equação (68) em termos da incerteza relativa quadrática, assim, tem-se:

$$\left(\frac{\delta V}{V} \right)^2 = k_{17} + k_{18} + k_{19} + k_{20} + k_{21} + k_{22} + k_{23} \quad (69)$$

Sendo:

$$k_{17} = \left(1 + \frac{D}{0,205V} \right)^2 \left(\frac{\delta T}{T} \right)^2,$$

$$k_{18} = \left(1 + \frac{D}{0,205V} \right)^2 \left(\frac{\delta W_b}{W_b} \right)^2,$$

$$k_{19} = K_{19} \left(1 + \frac{D}{0,205V} \right)^2 \left(\frac{\delta D}{D} \right)^2,$$

$$k_{20} = K_{20} \left(1 + \frac{D}{0,205V} \right)^2 \left(\frac{\delta A_d}{A_d} \right)^2,$$

$$k_{21} = \left(1 + \frac{D}{0,205V} \right)^2 \left(\frac{\delta P}{P} \right)^2,$$

$$k_{22} = K_{22} \left(1 + \frac{D}{0,205V} \right)^2 \left(\frac{\delta L}{L} \right)^2,$$

e

$$k_{23} = K_{23} \left(1 + \frac{D}{0,205V} \right)^2 \left(\frac{\delta x}{x} \right)^2.$$

A velocidade máxima permitida pode ser representada por uma função $V(T, A_d, W_b, P, L, x, D)$ e o seu modelo para a propagação de incertezas, Equação (68), apresenta coeficientes que são funções das mesmas variáveis. Os valores dessas variáveis estão apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 – Valores das variáveis para a velocidade máxima permitida.

Dados de Entrada						
T [kgf / cm ²]	A_d [%]	W_b [cm ³]	P [kgf]	L [cm]	x [cm]	D [in]
75,06	25	333,6	1783,89	70	182,8	38

Fonte: Autor (2017).

A partir dos dados da Tabela 11, pode-se simular o modelo matemático, representado na Equação (68). Os resultados simulados estão apresentados na Tabela 12, , em que $\left(\frac{\delta X_i}{X_i} \right)$ é o erro adotado para cada variável em que X_i corresponde à $V(T, A_d, W_b, P, L, x, D)$ e R . O termo $V \pm \delta V$ representa a velocidade calculada mais sua variação e $\frac{\delta V}{V} \cdot 100$ é a incerteza percentual da velocidade.

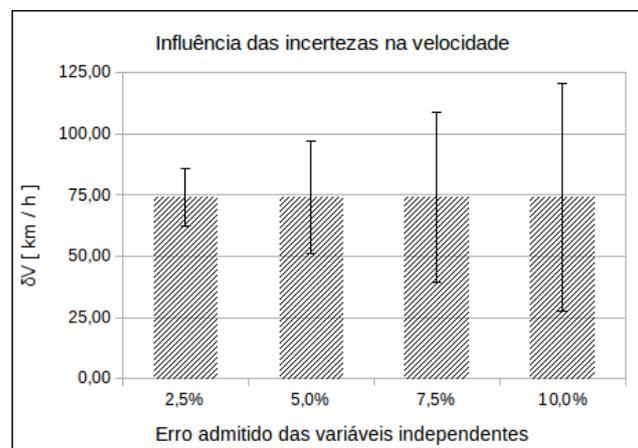
Tabela 12 – Resultados obtidos para a velocidade máxima permitida.

Erro [%]	$\frac{\delta X_i}{X_i}$	$V \pm \delta V$ [km/ h]	$\frac{\delta V}{V} \cdot 100$ [%]
2,5	0,025	74,15 \pm 11,59	15,64
5	0,05	74,15 \pm 23,19	31,27
7,5	0,075	74,15 \pm 34,78	46,91
10	0,1	74,15 \pm 46,37	62,54

Fonte: Autor (2017).

Os dados da Tabela 12, podem ser representados de forma gráfica na Figura 16. Nas duas formas de representação, observa-se uma alta variação da velocidade em todos os cenários. No cenário para um erro admitido de 5% a incerteza propagada chega a ser de 31,27%, logo, mesmo para um erro de engenharia a incerteza final está muito elevada. Desse modo, a equação para a velocidade máxima permitida proposta por Steffler (2013) deve ser revista a fim de diminuir sua incerteza propagada.

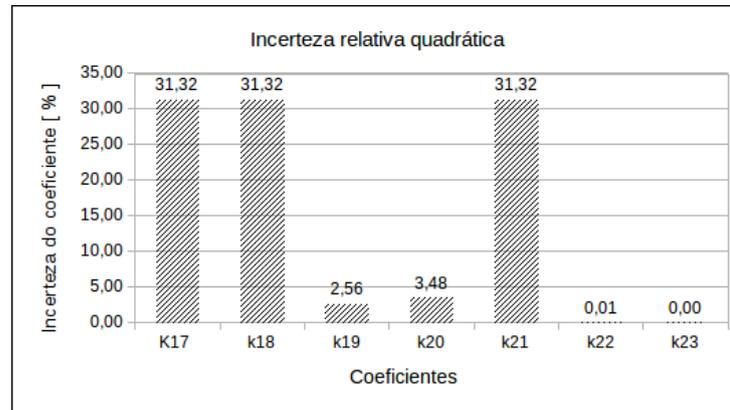
Figura 16 – Influência da incerteza na velocidade máxima permitida.



Fonte: Autor (2017).

A Equação (69), ao ser simulada, apresenta como resultado a Figura 17 que representa quanto cada termo contribui na propagação de incerteza. Nota-se que há coeficientes aproximadamente iguais a zero, logo, esses coeficientes podem ser descartados, já que não exercem influência na incerteza propagada.

Figura 17 – Incerteza relativa quadrática e sua influência nos nos termos da soma do modelo para a velocidade máxima permitida.



Fonte: Autor (2017).

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A seguir, serão apresentados as conclusões deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

7.1 Conclusões

Ao longo deste estudo foi possível desenvolver quatro modelos matemáticos para a propagação de incertezas, sendo eles para velocidades em curvas e para a velocidade máxima permitida devido ao trilho. Os modelos podem ser utilizados para o cálculo da incerteza da velocidade em diversas configurações de via permanente e de material rodante.

Determinou-se um intervalo de valores para as velocidades em curvas pelo critério da segurança e do conforto e a velocidade mínima em curvas. A simulação do modelo matemático da propagação de incerteza nesses casos serviu para demonstrar que as equações apresentadas por Brina (1979), e posteriormente, replicadas por outros autores, estão corretas e apresentam uma incerteza relativamente baixa.

Ao ser realizada a dedução da equação de velocidade máxima permitida devido ao trilho proposta por Steffler (2013), constatou-se um erro na expressão proposta pelo autor. Logo, modificou-se a equação aqui estudada, de modo que ela fica-se coerente e respeita-se os procedimentos matemáticos.

Foi determinado um intervalo de valores para a equação modificada de velocidade máxima permitida. Ao simular e analisar o modelo matemático, constatou-se que a incerteza gerada por essa equação é muito alto em todos os cenários verificados. Assim, recomenda-se que a expressão elaborada por Steffler (2013) para a velocidade máxima permitida seja revista.

Constatou-se que a velocidade em curvas é maior que a velocidade máxima permitida devido ao trilho. Isso deve-se ao fato que as equações para as velocidades em curvas são deduzidas a partir do equilíbrio de forças, ou seja, essas equações são abrangidas apenas pelas leis da física. E a equação de velocidade máxima permitida devido ao trilho também envolve as propriedades mecânicas do mesmo, logo, é aceitável que ela possua um valor menor que as outras. Entretanto, as equações em curvas propostas por Brina (1979) podem ser revistas para incluir outros fatores no cálculo da velocidade, como a força de atrito.

7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

- Expandir o presente trabalho para o estudo das equações de velocidade limite dos aparelhos de mudança de via;
- Considerar a covariância das variáveis das funções de velocidade e verificar seu impacto na propagação de incertezas;
- Elaborar e deduzir uma nova equação para a velocidade máxima permitida devido ao trilho, de modo que seu resultado apresente uma menor incerteza.

REFERÊNCIAS

- ASSOCIACAO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS. **NBR 7590**: Trilho vignole - requisitos. Rio de Janeiro, 2012. 37 p.
- ASSOCIACAO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS. **NBR 7640**: Defeitos de trilhos utilizados para linhas férreas. Rio de Janeiro, 2014. 14 p.
- ASSOCIACAO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS. **NBR 11691**: Vagão ferroviário - classificação, identificação e marcação. Rio de Janeiro, 2015. 6 p.
- ASSOCIACAO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS. **NBR 12210**: Vagão ferroviário - cálculo da altura do centro de gravidade para tráfego. Rio de Janeiro, 2015. 7 p.
- ASSOCIACAO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS. **NBR 16440**: Vagão ferroviário - truque do tipo três peças, com estrutura fundida, com dois rodeiros — requisitos mínimos. Rio de Janeiro, 2015. 12 p.
- ASSOCIACAO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS. **NBR 16387**: Via férrea - classificação de vias. Rio de Janeiro, 2016. 25 p.
- BORBA, J. L. **Mecânica de Locomotivas**: Dinâmica ferroviária. 1. ed. [S.l.]: PUC - Minas, 2009.
- BRINA, H. L. **Estradas de Ferro**: Via permanente. 1. ed. [S.l.]: Livros Técnicos e Científicos, 1979.
- BRINA, H. L. **Estradas de Ferro 2**: Via permanente. 1. ed. [S.l.]: Livros Técnicos e Científicos, 1982.
- NABAIS, R. J. da S. **Manual Básico de Engenharia Ferroviária**. 3. ed. [S.l.]: Oficina de Textos, 2015. 21-34 p.
- PORTO, T. G. **PTR 2501 – FERROVIAS**. [S.l.], 2004. Departamento de Engenharia de Transportes.
- PROFILLIDIS, V. A. **Railway Management Engineering**. 3. ed. [S.l.]: Ashgate, 2006. 4-7 p.
- STEFFLER, F. **Via Permanente Aplicada**: Guia teórico e prático. 3. ed. [S.l.]: LTC, 2013. 40-56 p.
- VALEC - ENGENHARIA, CONSTRUÇÕES E FERROVIAS. **Especificações de Projeto**: Superelevação em curvas ferroviárias. Brasília, 2011. 8 p.
- VUOLO, J. H. **Fundamento da Teoria dos Erros**. 2. ed. [S.l.]: Blucher, 2005.