

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CTC - CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

Lucas Franceschi

**ESCOLHA ÓTIMA DAS HIPÓTESES DE VINCULAÇÃO
ENTRE VIGAS E PILARES EM PÓRTICOS DE
CONCRETO ARMADO PARA MINIMIZAÇÃO DO
CUSTO DE AÇO**

Florianópolis

2017

Lucas Franceschi

**ESCOLHA ÓTIMA DAS HIPÓTESES DE VINCULAÇÃO
ENTRE VIGAS E PILARES EM PÓRTICOS DE
CONCRETO ARMADO PARA MINIMIZAÇÃO DO
CUSTO DE AÇO**

Monografia submetida ao Curso de Graduação em Engenharia Civil como parte dos requisitos para a obtenção do Grau de Bacharel em Engenharia Civil.
Orientador: Prof. Dr. Wellison José de Santana Gomes

Florianópolis

2017

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Franceschi, Lucas

Escolha Ótimas da hipóteses de vinculação entre vigas e pilares em pórticos de concreto armado para minimização do custo de aço / Lucas Franceschi ; orientador, Wellison José de Santana Gomes, 2017.
77 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Graduação em Engenharia Civil, Florianópolis, 2017.

Inclui referências.

1. Engenharia Civil. 2. Concreto Armado. 3. Otimização. 4. Engenharia. 5. Projeto Estrutural. I. Gomes, Wellison José de Santana. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

Lucas Franceschi

ESCOLHA ÓTIMA DAS HIPÓTESES DE VINCULAÇÃO
ENTRE VIGAS E PILARES EM PÓRTICOS DE
CONCRETO ARMADO PARA MINIMIZAÇÃO DO
CUSTO DE AÇO

Esta Monografia foi julgada aprovada para a obtenção do Título de "Bacharel em Engenharia Civil", e aprovada em sua forma final pelo Curso de Graduação em Engenharia Civil.

Florianópolis, 20 de novembro 2017.

Luciana Rohde

Prof^ª. Dra. Luciana Rohde
Coordenadora do Curso
Universidade Federal de Santa Catarina

Banca Examinadora:

Wellison José de Santana Gomes

Prof. Dr. Wellison José de Santana Gomes
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Roberto Caldas de Andrade Pinto
Universidade Federal de Santa Catarina

Eng.^a Marcela Alejandra Juliani
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela vida, pela salvação, e por sua incansável misericórdia.

A meus pais Altair e Odete Franceschi, pela excelente educação e pelo diligente apoio durante toda minha vida.

A minha linda esposa Natalyta, pelo amor e pelo suporte durante os incontáveis dias de estudo e trabalho durante minha formação.

À UFSC, ao CTC, e ao departamento de Engenharia Civil e todo seu corpo docente pelo excelente curso.

A todos meus professores que, durante a graduação, educaram e inspiraram a ética e a boa prática da profissão que almejo.

Ao orientador Prof. Dr. Wellison José de Santana Gomes, pelo auxílio e acompanhamento na realização deste trabalho.

À Engenheira Marcela Juliani, pela revisão deste trabalho e pelas sugestões oferecidas.

À AltoQi, por gentilmente disponibilizar acesso a seu software para a realização deste trabalho.

E a todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho, expreso minha imensa gratidão.

RESUMO

Este trabalho realiza a minimização do custo de aço de estruturas de concreto armado por meio da otimização das hipóteses de vinculação entre vigas e pilares adotadas no modelo estrutural. Os vínculos são considerados de maneira simplificada como rótulas ou engastes. Para realizar tal minimização, um problema de otimização é formulado e resolvido por meio de um Algoritmo Genético. Um software comercial é utilizado para análise e dimensionamento das estruturas de acordo com a norma NBR 6118:2014. A otimização é restrita pelos critérios de dimensionamento dos elementos e por estados limites de serviço, avaliados de acordo com a mesma norma. O consumo de aço avaliado inclui vigas, pilares e fundações. A aplicação da técnica desenvolvida em pórticos tri-dimensionais mostra que o consumo de aço da estrutura pode variar em até 14% com a escolha das vinculações do modelo estrutural. A partir dos resultados encontrados, conclui-se que a otimização dos vínculos internos do modelo estrutural durante a concepção do projeto permite que a estrutura seja concebida com um menor custo de aço sem que sua geometria seja alterada, e respeitando ainda os estados limites normativos. Este resultado é de significativo interesse para a pesquisa em otimização de estruturas de concreto armado.

Palavras-chave: Otimização; Vinculações; Estruturas; Concreto armado; Projeto estrutural.

ABSTRACT

A procedure is proposed to minimize steel consumption in reinforced concrete structures via appropriate choice of the beam-column joint behaviour adopted in design. The structural members are considered either as pinned or fully-rigid. In order to perform such minimization, an optimization problem is formulated and solved using a Genetic Algorithm. A commercial software is employed to analyse and design the structures, according to the Brazilian design code NBR 6118:2014. The constraints considered are those related to ultimate and serviceability limit states. The steel consumption takes into account beams, columns and foundations. The procedure is applied in the design of spacial frames, showing that the final steel cost may vary up to 14% by changing the hypothesis about the joints behaviour. The results indicate that it is possible to optimize the reinforced concrete structure, reducing the steel consumption while keeping the geometry of the structure, and still respect the limit states given by the design codes. This result is of significant interest to research in the optimization of reinforced concrete structures.

Keywords: Optimization; Structural joints; Engineering; Structures; Reinforced concrete; Structural design

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Exemplos de mínimo local (A) e global (B)	29
Figura 2	Determinação das cargas de desaprumo aplicadas à estrutura.	34
Figura 3	Envoltória de resistência de um pilar de concreto armado e seus casos de carregamento.	39
Figura 4	Configurações disponíveis no Eberick para verificações ao ELS.	41
Figura 5	Cadastro de custos no software Eberick (modificado) com os valores padrão.	44
Figura 6	Tradução de um vetor (indivíduo) para um caso de vinculação da estrutura	47
Figura 7	Torneios realizados para a seleção de uma nova população	49
Figura 8	Processo de cruzamento em um par da nova população	51
Figura 9	Procedimento geral de otimização de uma estrutura. . . .	54
Figura 10	Representação tri-dimensional do primeiro caso de validação	56
Figura 11	Planta do pavimento tipo do exemplo 1 com indicação da seção dos elementos (valores em centímetros).	56
Figura 12	Vista frontal do exemplo 1 com indicação da altura dos pavimentos (valores em centímetros)	57
Figura 13	Valores de custo de aço em kg para os casos válidos do exemplo 1	58
Figura 14	Caso ótimo de vinculações para o exemplo 1	59
Figura 15	Número de avaliações necessárias para encontrar o ótimo por execução do exemplo 1	60
Figura 16	Representação tri-dimensional do caso de estudo 2. . . .	61
Figura 17	Planta do pavimento tipo do exemplo 2 com indicação da seção dos elementos (valores em centímetros).	61
Figura 18	Vista frontal do exemplo 2 com indicação da altura dos pavimentos (valores em centímetros)	62
Figura 19	Valores de custo de aço em R\$ para os casos válidos do exemplo 2.	62
Figura 20	Caso ótimo de vinculações para o exemplo 2.	63
Figura 21	Número de avaliações necessárias para encontrar o caso	

ótimo por execução do exemplo 2.....	64
Figura 22 Representação tri-dimensional do caso final de aplicação	65
Figura 23 Planta baixa dos níveis do caso de aplicação (todas as medidas em centímetros).....	66
Figura 24 Vista frontal do caso final de aplicação com indicação da altura entre os níveis (valores em centímetros).....	67
Figura 25 Valores de custo de aço em R\$ para os casos válidos da aplicação final.....	68
Figura 26 Convergência da otimização da estrutura de aplicação .	69
Figura 27 Caso ótimo de vinculações da estrutura de aplicação...	70

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACI	American Concrete Institute
CA	Concreto Armado
AG	Algoritmo Genético
LN	Linha Neutra
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ELS	Estado Limite de Serviço
ELU	Estado Limite Último

LISTA DE SÍMBOLOS

\bar{x}	Vetor com variáveis de projeto (vinculações)
x_i	Vinculação do nó i
n	Número de vínculos entre vigas e pilares da estrutura
$f(\bar{x})$	Custo de aço da estrutura com as vinculações \bar{x}
k	Número de diâmetros de barra no detalhamento
m_{ϕ_j}	Massa total de aço com o diâmetro ϕ_j
$c_{m\phi_j}$	Custo de material das barras com diâmetro ϕ_j
$c_{e\phi_j}$	Custo de execução das barras com diâmetro ϕ_j
$d_{v,máx}^e(\bar{x})$	Deslocamento máximo do elemento e
$d_{v,lim}^e$	Deslocamento limite normativo do elemento e
$d_{h,máx}(\bar{x})$	Deslocamento horizontal máximo da estrutura
$d_{h,lim}$	Deslocamento horizontal limite da estrutura
γ_z	Parâmetro da importância dos efeitos de segunda ordem
θ	Inclinação acidental dos elementos verticais
ΔH_p	Esforço horizontal fictício do pavimento p
V_{pi}	Carga vertical atuante no nó i do pavimento p da estrutura
\bar{f}	Vetor de forças do pórtico
\bar{K}	Matriz de rigidez do pórtico
\bar{d}	Vetor de deslocamentos do pórtico
y'	Profundidade da região comprimida da viga
h	Altura útil da viga
M_{sd}	Momento solicitante de cálculo
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
γ_c	Coefficiente de minoração da resistência do concreto
b_w	Largura da viga
A_s	Área transversal de aço
f_{yd}	Tensão de escoamento de cálculo do aço
V_{sd}	Força cortante solicitante de cálculo
$V_{Rd,2}$	Força cortante resistente de cálculo referente à ruína das diagonais comprimidas de concreto
$V_{Rd,3}$	Força cortante resistente de cálculo referente à ruína das

diagonais tracionadas

V_c	Força cortante absorvida por mecanismos complementares
V_{sw}	Força cortante resistida pela armadura transversal
T_{sd}	Torção solicitante máxima na viga
$T_{Rd,2}$	Torção resistente referente à ruína das diagonais comprimidas de concreto
$T_{Rd,3}$	Torção resistente referente aos estribos transversais da viga
$T_{Rd,4}$	Torção limite definida pela resistência das barras longitudinais
M_{dx}	Momento de cálculo na direção x
M_{dy}	Momento de cálculo na direção y

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	OBJETIVOS	23
1.1.1	Objetivo geral	23
1.1.2	Objetivos Específicos	23
1.2	ESTRUTURA DO TRABALHO	23
2	OTIMIZAÇÃO E ALGORITMO GENÉTICO	25
2.1	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO ..	25
2.1.1	Variáveis de projeto	25
2.1.2	Função objetivo	26
2.1.3	Restrições	26
2.1.4	Formulação do problema	27
2.2	MÍNIMO GLOBAL E MÍNIMOS LOCAIS	28
2.3	EVOLUÇÃO POR ALGORITMO GENÉTICO	29
3	CRITÉRIOS DE DIMENSIONAMENTO	31
3.1	AÇÕES E COMBINAÇÕES	31
3.1.1	Cargas de vento	32
3.1.2	Cargas de desaprumo	32
3.2	ANÁLISE ESTRUTURAL	33
3.3	DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS	35
3.3.1	Armaduras longitudinais: flexão	35
3.3.2	Armaduras transversais: cisalhamento	36
3.3.3	Armaduras transversais: torção	37
3.3.4	Verificação conjunta das diagonais comprimidas de concreto	37
3.4	DIMENSIONAMENTO DOS PILARES	38
3.5	VERIFICAÇÃO DOS ESTADOS LIMITE DE SERVIÇO	40
3.6	ESTABILIDADE GLOBAL DA ESTRUTURA	42
3.7	CÁLCULO DA FUNÇÃO DE CUSTO	43
4	FERRAMENTAS E IMPLEMENTAÇÕES COM- PUTACIONAIS	45
4.1	PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO	45
4.1.1	População Inicial	46
4.1.2	Avaliação	46
4.1.3	Seleção	48
4.1.4	Cruzamento	48
4.1.5	Mutação	50
4.1.6	Elitismo e repetição	50

4.1.7	Critério de parada	52
4.2	EXECUÇÃO DA FUNÇÃO OBJETIVO	52
4.3	FLUXOGRAMA DE OTIMIZAÇÃO	53
5	CASOS DE VALIDAÇÃO	55
5.1	EXEMPLO 1	55
5.1.1	Resultados	57
5.2	EXEMPLO 2	59
5.2.1	Resultados	60
5.3	DISCUSSÃO DOS EXEMPLOS.....	63
6	APLICAÇÃO PRÁTICA	65
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	71
	REFERÊNCIAS	73

1 INTRODUÇÃO

O projeto estrutural de edificações é uma das principais áreas de atuação da engenharia civil. Através deste, o projetista dedica-se em aplicar seus conhecimentos do comportamento dos materiais e das estruturas na obtenção de projetos que satisfaçam critérios de segurança e funcionamento. Atualmente, além dos requisitos básicos de segurança e serviço, critérios relacionados à economia e aproveitamento dos materiais também estão em foco.

O avanço da capacidade de processamento dos computadores e o aumento da disponibilidade de softwares não apenas agilizou a obtenção do projeto, mas também trouxe a possibilidade de se utilizar soluções estruturais mais sofisticadas para os projetos estruturais de edificações. Anteriormente, em projetos de edificações, costumava-se utilizar pequenos vãos e lajes retangulares, devido à facilidade de cálculo e aplicabilidade de modelos simplificados. Atualmente, o projetista geralmente tem acesso a softwares que o permitem dimensionar e detalhar soluções estruturais mais sofisticadas de maneira ágil.

Dentre as atividades desenvolvidas pelo engenheiro projetista ao conceber uma estrutura, está a criação de um modelo estrutural representativo da estrutura real. Neste passo, o projetista define parâmetros iniciais, como a posição dos pilares e das vigas, a dimensão inicial destes elementos, e o tipo de vinculação entre vigas e pilares da estrutura. Tais escolhas terão impacto significativo no projeto estrutural, uma vez que a alteração do modelo representativo da estrutura irá alterar as solicitações internas de cada elemento.

Uma maneira eficiente de automatizar a definição de parâmetros de projeto é a utilização de técnicas de otimização computacional. Algoritmos de otimização vêm sendo aplicados a projetos de estruturas desde a década de 1960 (TORRES, 2001). Entretanto, inicialmente havia grande limitação da capacidade de processamento dos computadores disponíveis aos projetistas de estruturas. A partir da década de 1990, com a popularização e acessibilidade dos computadores pessoais, houve um aumento na aplicação de técnicas de otimização para elaboração de projetos estruturais e, conseqüentemente, um significativo aumento da ocorrência de estudos sobre a aplicação de algoritmos de otimização em estruturas.

De acordo com Silva (2001):

Nos últimos anos, o mercado competitivo criado entre as empresas de engenharia aumentou a pre-

ocupação com a redução de custos dos empreendimentos. Atualmente a otimização de estruturas tem se mostrado uma ferramenta importante para tornar as empresas mais competitivas num mercado globalizado. A otimização pode ser entendida como uma maneira hábil de se identificar a melhor solução dentre as inúmeras disponíveis.

Torres (2001) defende que o procedimento de otimização é uma metodologia fundamental para aplicações de métodos computacionais na engenharia prática, e que “a otimização de estruturas tornou-se uma área de grande importância, devido à necessidade de se obter em tempo hábil, soluções econômicas e viáveis”.

Constata-se da literatura que a aplicação de algoritmos de otimização computacional em projetos de estruturas é amplamente aceita e estudada (Lagaros, Papadrakakis e Kokossalakis (2002); Kwak e Noh (2006); Barakat e Altoubat (2009); Pérez *et al.* (2012); Almeida, Simonetti e Neto (2013); Amir (2013); Rana *et al.* (2013); Simonetti, Almeida e Neto (2014); Hardjasaputra (2015); Palmisano e Elia (2015); Shahnewaz *et al.* (2016); España *et al.* (2017); Fernandes, Greco e Almeida (2017); Liu *et al.* (2017)). A hipótese de vinculação entre elementos estruturais como variável de projeto também é aplicada em problemas de otimização, embora com menor frequência e usualmente em estruturas metálicas (Simões (1996); Kameshki e Saka (2003); Ali *et al.* (2009); Degertekin e Hayalioglu (2010); Jin, Ohmori e Lee (2017); Kaveh, Ghafari e Gholipour (2017); Truong, Nguyen e Kim (2017)).

No Brasil, diversos estudos envolvendo a otimização de estruturas de concreto armado (CA) têm sido desenvolvidos, como, por exemplo, Soares (1997), Silva (2001), Torres (2001), Vianna (2003) e Bastos (2004).

Soares (1997) realizou a otimização da altura das vigas de um pavimento de CA. Foi utilizada uma formulação matemática desenvolvida pelo autor, e o custo da estrutura foi calculado com base no volume de concreto, área de formas e peso total do aço. O autor realizou o estudo de convergência de várias vigas de concreto armado, e comparou o resultado encontrado com as alturas adotadas em projetos reais.

Silva (2001) efetuou uma comparação entre dois métodos de otimização, a Programação Matemática e os Algoritmos Genéticos (AG). O autor explicou diferenças entre os métodos e efetuou a otimização de pilares retangulares de CA sujeitos à flexão composta oblíqua. O autor obteve, através do algoritmo de otimização, o arranjo ótimo de armadura para um pilar sujeito a um caso de carregamento específico.

Torres (2001) apresentou um procedimento para obtenção das seções ótimas de um pórtico de CA. As seções dos elementos foram consideradas retangulares e as restrições aplicadas no problema foram baseadas na norma americana do *American Concrete Institute (ACI)*. A análise e otimização foi realizada através do software computacional ANSYS. Os resultados foram apresentados para uma edificação exemplo de 22 pavimentos.

Vianna (2003) utilizou o procedimento apresentado por Soares (1997) e ampliou a aplicação deste para um pórtico plano, sujeito adicionalmente a verificações de equilíbrio e de restrições laterais.

Bastos (2004) realizou a busca de seções ótimas para pilares de concreto armado sujeitos à flexão composta oblíqua, utilizando AG. O autor realizou uma revisão extensa da aplicação do AG, detalhando os operadores utilizados e o processo geral do algoritmo.

Percebe-se, através dos referidos trabalhos, que a otimização computacional vem sendo amplamente aplicada em projetos estruturais de CA. Também percebe-se a tendência de que as variáveis de projeto, na maioria dos casos, sejam as dimensões da seção transversal dos elementos da estrutura.

No que diz respeito às vinculações entre elementos, existe liberdade na definição do comportamento das vinculações na ocasião da modelagem estrutural. Suponha-se, por exemplo, um elemento de viga apoiado em pilares. Caso se permita a rotação dos apoios no modelo estrutural, o diagrama de momentos fletores da viga será tal que o centro da viga seja mais solicitado, o que por resultado irá exigir maior armadura no centro da viga. Em contrapartida, pode-se considerar que as rotações da viga sejam restringidas em sua vinculação com os pilares. Esta consideração leva ao aparecimento de momentos fletores na extremidade da viga, o que resulta em uma redução da solicitação em seu centro, exigindo menos armadura nesta região. No entanto, por transmitir momentos da viga para o pilar, a região de apoio da viga passa a requerer armadura para momentos negativos. Além disso, o momento fletor que é transmitido para o pilar pode ou não exigir acréscimo na armadura deste, dependendo de sua seção e das solicitações previamente existentes.

Para tomar a decisão de qual tipo de vinculação deve ser adotado, o projetista deve considerar as vantagens e desvantagens de cada opção, realizando estudos de alternativas e escolhendo a melhor dentre estas. Este processo aparenta ser simples para o caso apresentado, em que se está estudando apenas uma viga apoiada em pilares. No entanto, caso este mesmo processo seja aplicado para a definição das vincula-

ções de um pavimento composto por dezenas de vigas, com condições de apoio diversas (incluindo vigas apoiadas em outras vigas e pilares com inércia muito maior em uma direção que na outra), sujeitas a solicitações diversas (torção, cisalhamento e flexão) e aos estados limites último (ELU) e de serviço (ELS) normativos, chega-se a um problema complexo. As decisões de vinculação tem impacto não apenas no custo da viga em si, mas também na estabilidade global da estrutura e no funcionamento de sub-sistemas estruturais como o contraventamento por pórticos.

Portanto, o custo resultante de uma estrutura não está relacionado somente com as dimensões dos elementos estruturais, mas também com as vinculações adotadas no modelo estrutural de análise. Neste sentido, nenhum material foi encontrado sobre problemas de otimização que considerassem as vinculações internas como variáveis de projeto em estruturas de CA. Foi possível encontrar, no entanto, alguns trabalhos no campo de pesquisa de estruturas metálicas que utilizam a rigidez das vinculações como forma de minimizar o custo da estrutura.

Simões (1996), Degertekin e Hayalioglu (2010) e Truong, Nguyen e Kim (2017) são exemplos de trabalhos que realizaram a otimização de pórticos metálicos considerando como variável de projeto não apenas as seções dos elementos, mas também a rigidez das vinculações. Acredita-se, assim, que existe um potencial não explorado de redução dos custos de estruturas de concreto armado através da otimização de seu sistema de vinculações internas.

É possível verificar que a otimização aplicada a projetos de estruturas de concreto armado está em expansão na engenharia civil. Além disso, a consideração das vinculações do modelo estrutural como variável de projeto é amparada em outros trabalhos aplicados em estruturas metálicas, nos quais se otimiza a rigidez dos vínculos de modo a obter o projeto mais eficiente.

Em vista disso, a proposta deste trabalho é automatizar a escolha dos tipos de vinculação, com o objetivo de minimizar o custo de aço da estrutura através da solução de um problema de otimização. A solução encontrada deve respeitar ainda às restrições de ELS e de dimensionamento dos elementos estruturais.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é determinar hipóteses ótimas de vinculação entre vigas e pilares de pórticos tridimensionais de concreto armado de modo a minimizar o custo total de aço.

1.1.2 Objetivos Específicos

De maneira específica, objetiva-se:

- a) formular um problema de otimização em que a geometria dos elementos é considerada constante e a hipótese de vinculação entre vigas e pilares é considerada variável de projeto;
- b) resolver o problema de otimização por meio da aplicação de um algoritmo genético;
- c) aplicar o procedimento desenvolvido em casos de validação e de aplicação prática;
- d) quantificar a influência da escolha das vinculações do modelo estrutural no custo de aço da estrutura, para verificar a viabilidade da otimização destas variáveis em estruturas de CA.

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está estruturado da seguinte maneira: no Capítulo 2, apresenta-se a formulação e o algoritmo utilizados para o procedimento de otimização. No Capítulo 3, são apresentados os critérios considerados para o dimensionamento e análise das estruturas. O Capítulo 4 descreve a implementação computacional do método de otimização e as demais ferramentas computacionais utilizadas. O Capítulo 5 apresenta casos de validação do processo desenvolvido e o Capítulo 6 realiza a aplicação em um caso prático. Finalmente, o Capítulo 7 apresenta as conclusões do trabalho.

2 OTIMIZAÇÃO E ALGORITMO GENÉTICO

Para verificar a influência das vinculações da estrutura no custo final de aço, é formulado um problema de otimização, que será resolvido por meio de um algoritmo apropriado. Com esta formulação e através do algoritmo, procura-se explorar de maneira orientada o domínio das possíveis vinculações entre pilares e vigas que podem ser adotadas em projeto, com o objetivo de conhecer quais vinculações levam aos menores custos. Esta busca é realizada por meio de um AG.

O funcionamento deste algoritmo de busca depende da existência de um mecanismo de avaliação de indivíduos, que deve atribuir a cada hipótese testada uma pontuação a ser minimizada. Esta pontuação refere-se neste trabalho ao custo total de aço da estrutura.

Além de um mecanismo para avaliação de indivíduos, também são implementadas restrições para a busca, isto é, critérios paralelos à pontuação do indivíduo que devem determinar se essa é uma solução aceitável ou não. Neste caso, as restrições de dimensionamento dos elementos estruturais e as verificações de estados limites de serviço são consideradas.

2.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

A formulação do problema de otimização é realizada de acordo com Arora (2004), onde se define variáveis de projeto, restrições do problema e função objetivo, conforme apresentado a seguir.

2.1.1 Variáveis de projeto

São as variáveis que definem um caso de estudo do problema em questão. Neste trabalho, as variáveis de projeto são as vinculações da estrutura, representadas por um índice inteiro x_i com valor 0 para vinculação rotulada e 1 para vinculação engastada. Portanto o número de variáveis de projeto depende do número de vínculos entre vigas e pilares da estrutura que está sendo analisada. Um caso de projeto pode então ser definido pelas variáveis adotadas, da seguinte maneira:

$$\bar{x} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n], x_i \in [0, 1], \quad (2.1)$$

onde n é o número de vínculos entre membros da estrutura e \bar{x} é o vetor de variáveis de projeto.

2.1.2 Função objetivo

A função objetivo deste problema de otimização é o custo total de aço da estrutura. Esta função não pode ser expressa diretamente em relação às variáveis de projeto pois há um extenso processo de dimensionamento e detalhamento da estrutura (por “detalhamento” entende-se o processo de escolha do arranjo de barras de aço com diâmetros pré-definidos para satisfazer as áreas de aço determinadas no dimensionamento). A dependência da função objetivo com as variáveis de projeto é comprovada posteriormente, através dos casos de validação apresentados no Capítulo 5

Em vista disso, a função objetivo é expressa em função de variáveis intermediárias, que também dependem das vinculações adotadas, e é definida por:

$$f(\bar{x}) = \sum_{j=0}^k (m_{\phi_j} (c_{m\phi_j} + c_{e\phi_j})), \quad (2.2)$$

onde k é o número de diâmetros adotados no detalhamento, m_{ϕ_j} é a massa total das barras de diâmetro ϕ_j e $c_{m\phi_j}$ e $c_{e\phi_j}$ são os custos por quilograma de material e de execução destas barras, respectivamente. A determinação do valor destas variáveis em função das variáveis de projeto é realizada por meio do processo de dimensionamento e detalhamento da estrutura, que é apresentado no Capítulo 3. O cálculo especificamente do valor desta função é explicado na Seção 3.7.

2.1.3 Restrições

As restrições de projeto são os critérios limitantes dos casos avaliados. Estes critérios restringem a região de busca para uma região denominada região viável da análise. Neste trabalho, as restrições de projeto implementadas são associadas a deslocamentos limites dos elementos estruturais e a parâmetros simplificados de estabilidade global, além das restrições existentes para o dimensionamento da estrutura. Especificamente, as restrições de projeto referentes aos ELS são:

$$\begin{aligned}
d_{v,m\acute{a}x}^e(\bar{x}) &\leq d_{v,lim}^e \\
d_{h,m\acute{a}x}^e(\bar{x}) &\leq d_{h,lim} \\
\gamma_z(\bar{x}) &\leq 1, 10
\end{aligned}
\tag{2.3}$$

onde: $d_{v,m\acute{a}x}^e(\bar{x})$ e $d_{v,lim}^e$ são os deslocamentos verticais máximos e limite, respectivamente, de cada elemento da estrutura, determinados conforme a Seção 3.5; $d_{h,m\acute{a}x}^e(\bar{x})$ e $d_{h,lim}$ são, respectivamente, os deslocamentos horizontais total e limite da estrutura, considerando efeitos de ordem superior, conhecidos na prática como efeitos de segunda ordem, conforme apresentado na Seção 3.6 e $\gamma_z(\bar{x})$ é o parâmetro normativo de verificação da importância de efeitos de segunda ordem na estrutura, apresentado com mais detalhes na Seção 3.6.

As restrições referentes aos critérios de dimensionamento da estrutura são conforme a norma NBR 6118:2014 (ABNT, 2014), e estão incorporadas ao dimensionamento realizado. Elas estão relacionadas ao fato de que os esforços solicitantes de projeto não devem ultrapassar a capacidade resistente de projeto em nenhum dos membros estruturais, e são definidas por:

$$\begin{aligned}
M_{Sd}^e &\leq M_{Rd}^e \\
V_{Sd}^e &\leq V_{Rd}^e \\
T_{Sd}^e &\leq T_{Rd}^e \\
N_{Sd}^e &\leq N_{Rd}^e
\end{aligned}
\tag{2.4}$$

onde M_{Sd}^e e M_{Rd}^e são respectivamente os momentos solicitantes e resistentes de cálculo do elemento; V_{Sd}^e e V_{Rd}^e são os esforços cortantes solicitantes e resistentes deste elemento; T_{Sd}^e e T_{Rd}^e são os esforços solicitantes e resistentes (respectivamente) de torção do elemento, e N_{Sd}^e e N_{Rd}^e são os esforços normais solicitantes e resistentes do elemento, respectivamente.

A violação de alguma destas restrições configura o caso em análise como um caso inválido. Desta forma, têm-se a definição do “domínio válido” das variáveis de projeto como o domínio formado por todos os \bar{x} para os quais nenhuma das restrições acima é violada.

2.1.4 Formulação do problema

O problema de otimização é definido da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
\text{Minimizar:} \quad & f(\bar{x}) = \sum_{j=0}^k (m_{\phi_j} (c_{m\phi_j} + c_{e\phi_j})) \\
\text{Sujeita a:} \quad & d_{v,m\acute{a}x}^e(\bar{x}) \leq d_{v,lim}^e \\
& d_{h,m\acute{a}x}(\bar{x}) \leq d_{h,lim} \\
& \gamma_z(\bar{x}) \leq 1, 10 \\
& M_{Sd}^e \leq M_{Rd}^e \\
& V_{Sd}^e \leq V_{Rd}^e \\
& T_{Sd}^e \leq T_{Rd}^e \\
& N_{Sd}^e \leq N_{Rd}^e
\end{aligned} \tag{2.5}$$

$$\text{Onde:} \quad \bar{x} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n], \quad x_i \in \{0, 1\}$$

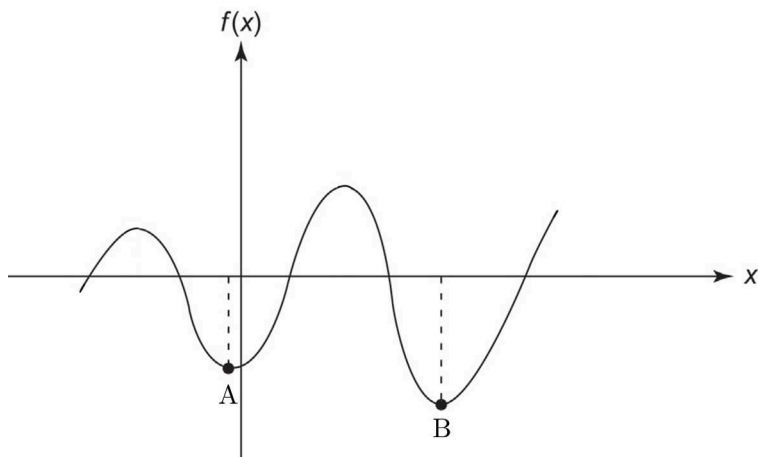
2.2 MÍNIMO GLOBAL E MÍNIMOS LOCAIS

De acordo com Arora (2004), um ponto é denominado ponto de mínimo local da função quando o valor da função objetivo neste ponto é menor ou igual aos valores dos pontos da vizinhança. Por outro lado, um ponto é denominado ponto de mínimo global quando o valor a ele associado é menor que o valor associado a qualquer ponto dentro do domínio válido da função.

Desta forma, \bar{x}_l é definido como um mínimo local quando $f(\bar{x}_l) \leq f(\bar{x})$ para todos os \bar{x} na vizinhança de \bar{x}_l . De maneira semelhante, \bar{x}_g é dito mínimo global da função quando $f(\bar{x}_g) \leq f(\bar{x})$ para todos os \bar{x} dentro do domínio válido. Um exemplo gráfico desta definição está apresentado na Figura 1, em que o ponto *A* define um mínimo local, e o ponto *B* um mínimo global para a função.

Esta distinção é importante pois, na formulação de um problema de otimização, pressupõe-se que os valores da função $f(\bar{x})$ não são conhecidos em todo seu domínio. Desta forma, não é possível saber com certeza se um valor de mínimo encontrado é um mínimo local ou um mínimo global, exceto para casos específicos nos quais a função objetivo é dita convexa.

Figura 1 – Exemplos de mínimo local (A) e global (B)



Fonte: Adaptado de Arora (2004).

2.3 EVOLUÇÃO POR ALGORITMO GENÉTICO

Para resolver o problema de otimização apresentado na Equação 2.5, é implementado um Algoritmo Genético (AG) (HOLLAND, 1975) que se utiliza de uma analogia com a teoria da evolução das espécies para realizar a busca da melhor solução em um domínio específico. Neste método, são criadas populações consecutivas compostas por diversos “indivíduos”. Cada indivíduo representa um caso inicialmente aleatório de “código genético”, que neste trabalho corresponde a um caso de vinculações da estrutura (aqui, um “gene” corresponde a uma vinculação da estrutura e seu valor indica qual a hipótese de vinculação adotada).

Cada população criada tem todos seus indivíduos avaliados, processo no qual os indivíduos recebem uma pontuação, que neste trabalho é o custo de aço da estrutura. Após avaliar todos os indivíduos de uma população, a próxima geração da população é criada utilizando os melhores indivíduos da população anterior, escolhidos por um processo chamado de “seleção”. Em seguida, o processo de reprodução é executado, no qual características de dois ou mais indivíduos são combinadas através de uma troca de genes. Após a reprodução, é aplicada

uma operação de “mutação”, através da qual são introduzidas alterações aleatórias nos indivíduos, responsáveis pelo aparecimento de novas características, possivelmente benéficas para a pontuação da população.

A repetição deste processo em centenas de populações diferentes simula a evolução das espécies através do tempo, proposta por Darwin (1859), em que a priorização dos indivíduos mais aptos na seleção das novas gerações faz com que a aptidão da espécie seja melhorada com o tempo. Para esta aplicação, isto significa que as hipóteses de vinculação que levam a um menor custo têm mais chances de se propagar, e encontrar hipóteses ainda mais eficientes através do intercâmbio de características com outros casos de baixo custo e da mutação de características benéficas.

Duas características são buscadas no desenvolvimento do algoritmo de otimização, que levam o algoritmo a convergir para a solução global. A primeira é chamada de capacidade de exploração, que é a capacidade de explorar diversas regiões do domínio do problema sem tender a um mínimo local. A segunda característica procurada é a capacidade de investigação de uma região promissora do domínio, isto é, identificada uma região favorável, a capacidade que o algoritmo possui de explorar outras soluções próximas nesta região. Estas duas características podem ser contrárias na prática, de maneira que garantindo uma boa exploração para o algoritmo pode-se perder em capacidade de investigação de soluções, e de mesma forma garantir uma investigação eficiente das soluções pode significar uma convergência precipitada a um mínimo local, não tendo sido exploradas outras regiões promissoras do domínio.

3 CRITÉRIOS DE DIMENSIONAMENTO

Para realizar a análise e dimensionamento das estruturas com diversas hipóteses de vinculação, escolheu-se utilizar um software comercial de dimensionamento de estruturas de concreto armado, para possibilitar a obtenção do consumo de aço mais realista possível, uma vez que estes programas efetuam verificações de vários critérios de norma e realizam o dimensionamento e detalhamento completo da estrutura e de todas suas armaduras, com foco na aplicação prática. O software de projeto estrutural escolhido foi o Eberick, fornecido pela AltoQi Tecnologia Aplicada à Engenharia.

Ao processar uma determinada hipótese de vinculações para obter o custo total de aço, o software Eberick realiza a análise da estrutura com a aplicação de diversas combinações de cálculo, determinadas de acordo com as ações cadastradas e adicionadas. Após analisar a estrutura, o programa realiza o dimensionamento de todos os elementos estruturais, sujeitos aos critérios prescritos em norma. Após o dimensionamento, a armadura dos elementos é detalhada, e são verificados todos os elementos em relação aos ELS. Além da verificação dos elementos individualmente, também será verificada a estabilidade global da estrutura, com a consideração de efeitos de segunda ordem.

Neste capítulo são detalhados os processos de dimensionamento adotados pelo programa, incluindo a determinação das ações, a análise e o dimensionamento da estrutura, as verificações ao ELS, a estabilidade global da estrutura e, finalmente, a determinação do custo total de aço.

3.1 AÇÕES E COMBINAÇÕES

A simulação da estrutura através do Eberick é realizada considerando diversas combinações de ações que atuarão na estrutura, de acordo com o prescrito na norma NBR 8681 (ABNT, 2004). Para realizar isto, o programa possui cadastradas ações, que são classificadas em cargas permanentes (peso próprio e cargas adicionais), cargas acidentais (utilização), cargas de vento e cargas de desaprumo.

Ao lançar a estrutura, o projetista informa ao programa o valor e a natureza das cargas adicionais, bem como o tipo de ação na qual esta carga se encaixa. De acordo com os tipos de ação cadastrados e com o procedimento indicado em norma, o programa gera as combinações de ações para cálculo. Estas combinações também são divididas

em grupos, de acordo com a finalidade para a qual serão utilizadas. Estes grupos são: combinações últimas, para o dimensionamento no ELU; combinações de fundações, utilizados para dimensionamento dos elementos de fundação; combinações frequentes, quase permanentes e raras, que são utilizadas em verificações de ELS.

Estas combinações podem ser definidas pelo usuário, mas também podem ser geradas automaticamente pelo programa. Neste trabalho, utilizou-se a geração automática de combinações, com os coeficientes pré-cadastrados de acordo com a norma.

Algumas cargas, como as cargas de vento, desaprumo e peso próprio são calculadas automaticamente pelo programa com algumas considerações especiais, sendo necessário apenas informar alguns valores adicionais, como a velocidade média do vento. Neste trabalho, considerou-se em todos os modelos a aplicação das cargas de vento e de desaprumo, descritas a seguir.

3.1.1 Cargas de vento

As cargas referentes à atuação do vento são consideradas automaticamente pelo programa, de acordo com as prescrições da norma NBR 6123 (ABNT, 1988). É calculada pelo programa uma força total do vento por pavimento, determinada utilizando valores configurados de velocidade típica de vento e da situação da edificação e do entorno.

Utiliza-se no Eberick a hipótese de que as lajes funcionam como “diafragmas rígidos”, e que portanto as cargas horizontais atuantes são distribuídas uniformemente pelos pilares do pavimento. Por este motivo, o programa apenas divide a carga total de vento do pavimento por todos os pilares. Por simplificação, isto é realizado mesmo quando não há lajes lançadas no projeto.

A carga de vento é aplicada nas quatro direções cartesianas da edificação em planta, sendo geradas combinações de carregamento para cada uma das direções de incidência do vento. A aplicação simultânea de cargas externas de vento em duas direções diferentes é desconsiderada.

3.1.2 Cargas de desaprumo

As cargas de desaprumo, causadas pela consideração de imperfeições geométricas globais, são adicionadas automaticamente no Eberick.

No item 11.3.3.4.1, a norma NBR 6118 (ABNT, 2014) prescreve que para a análise global da estrutura deve-se considerar o efeito de desaprumo dos elementos verticais. No Eberick, este efeito é considerado por meio de uma ação externa à estrutura, aplicada sempre na mesma direção dos esforços de vento.

Para determinar o valor da carga horizontal de desaprumo, supõe-se, conforme determinação de norma, que os pilares estejam inclinados em um ângulo $\theta = \frac{1}{300}$ com a vertical. A partir desta inclinação, verifica-se o deslocamento horizontal de cada pavimento do pórtico espacial. Este deslocamento horizontal, associado à carga vertical V_{pi} existente em cada nó do pórtico espacial, produz um momento na base da estrutura. Calcula-se então para cada pavimento p qual seria a carga horizontal que, aplicada no pórtico, resultaria no mesmo momento fletor causado pelo deslocamento acidental (desaprumo) das cargas verticais V_{pi} . Estas cargas são chamadas cargas horizontais fictícias ΔH_p .

A Figura 2 mostra um esquema da determinação destas cargas.

A carga total de desaprumo de cada pavimento é obtida pelo somatório das cargas horizontais associadas ao deslocamento de cada nó do pórtico no pavimento, isto é,

$$\Delta H_p = \sum_{i=1}^n V_{pi} \cdot \theta, \quad (3.1)$$

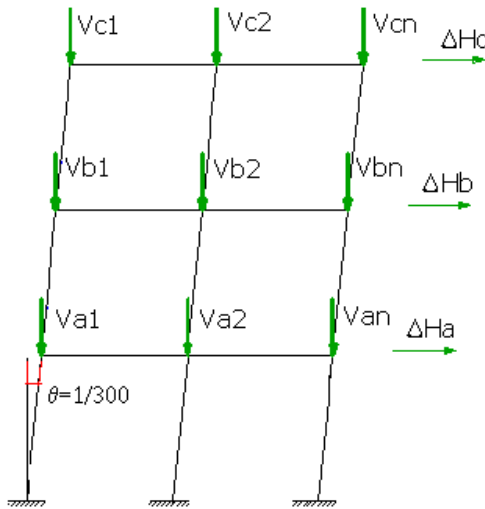
onde θ é a inclinação acidental dos pilares, com valor $\frac{1}{300}$.

3.2 ANÁLISE ESTRUTURAL

Para realizar a análise da estrutura, o Eberick utiliza um modelo de pórtico espacial, com a geometria informada através da entrada gráfica do programa. Para cada barra, é atribuída uma rigidez inicial, obtida da seção homogênea de concreto com dimensões definidas. As vinculações entre vigas e pilares do pórtico são atribuídas de acordo com o lançamento realizado. Com o pórtico elaborado com as devidas rigidezes e vinculações, é analisado o equilíbrio estático do pórtico para cada caso de vinculação.

A análise do equilíbrio estático do pórtico espacial traduz-se na solução de um sistema de equações, no qual a posição inicial, a rigidez e a vinculação de todas as barras e nós do pórtico são conhecidas, e deseja-se conhecer o deslocamento dos nós. Para possibilitar a solução do sistema de equações, são aplicadas as condições essenciais de

Figura 2 – Determinação das cargas de desaprumo aplicadas à estrutura.



Fonte: Manual de ajuda do software Eberick.

contorno ao mesmo, que no caso de estruturas de concreto armado correspondem aos vínculos das fundações. Além das vinculações externas, são aplicadas ao problema as cargas da estrutura (condições de contorno naturais).

A partir da geometria e propriedades mecânicas do pórtico espacial obtém-se a matriz de rigidez $\overline{\overline{K}}$ da estrutura. As ações aplicadas na estrutura são agrupadas em um vetor de forças \overline{f} , e define-se o vetor de deslocamentos como \overline{d} . Neste vetor de deslocamentos, alguns valores são conhecidos pelas condições de contorno, que são os deslocamentos da fundação. Desta forma, a solução da estrutura consiste em determinar os deslocamentos dos nós da mesma a partir do sistema de equações apresentado na Equação 3.2.

$$\overline{f} = \overline{\overline{K}} \times \overline{d} \quad (3.2)$$

Para uma dada combinação de carregamentos resulta um vetor \overline{f} . Uma vez determinado o vetor de deslocamentos \overline{d} associado, pode-se determinar os esforços internos solicitantes em cada elemento a partir deste vetor. Desta maneira obtém-se a distribuição de esforços internos de toda a estrutura para cada combinação de cargas aplicada.

3.3 DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS

As vigas no Eberick são dimensionadas de acordo com a norma NBR 6118 (ABNT, 2014) para resistir aos valores máximos de momento fletor, esforço cortante e momento torçor no elemento. Para determinar os esforços máximos, o programa obtém a envoltória de esforços internos de todas as combinações aplicadas.

3.3.1 Armaduras longitudinais: flexão

Segundo Mattos (2010a), o dimensionamento de vigas à flexão no Eberick é realizado preferencialmente no Domínio 3 de deformação. Neste, o estado limite último diz respeito à ruptura por compressão do concreto juntamente com o escoamento do aço tracionado. Deste modo, obtém-se o melhor aproveitamento de ambos os materiais, além de que a estrutura tem deformação significativa antes da ruptura, devido ao escoamento do aço, fornecendo portanto aviso da ruína.

De acordo com Mattos (2010a), no Eberick, a profundidade da região comprimida da viga de acordo com o diagrama retangular simplificado, y' , é obtida a partir da equação:

$$y' = h - \sqrt{h^2 - \frac{M_{sd}}{0,425 \times \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \times b_w}}, \quad (3.3)$$

onde h é a altura útil da viga; M_{sd} é o momento máximo solicitante da viga; f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto; γ_c é o coeficiente de ponderação da resistência do concreto, adotado de acordo com o item 12.4.1 da norma como $\gamma_c = 1,4$ e b_w é a largura da viga.

Depois disso, a área da seção transversal da armadura longitudinal A_s da viga é calculada de acordo com a seguinte equação:

$$A_s = \frac{M_{sd}}{f_{yd} \left(h - \frac{y'}{2} \right)}, \quad (3.4)$$

onde f_{yd} é a tensão de escoamento de cálculo do aço adotado. É escolhida, então, uma combinação de barras (dos diâmetros disponíveis no projeto) que atenda ao A_s calculado.

Caso a seção resulte superarmada (isto é, situa-se no domínio 4 de deformação), o dimensionamento é realizado com armadura de

compressão, com o objetivo de conduzir à situação de seção subarmada (domínio 3 de deformação). Neste caso, utiliza-se o procedimento descrito em Mattos (2010a) para dimensionar as armaduras de tração e compressão da viga, que consiste em fixar a linha neutra em uma posição no domínio 3, dimensionar armadura para o esforço de tração resultante e dimensionar armadura adicional de compressão, situada na região comprimida da viga, para resistir aos esforços excedentes de compressão.

O procedimento adotado para dimensionamento de vigas de concreto armado pode ser encontrado com mais detalhes em Leonhardt e Mönnig (1979a). Mais detalhes sobre os critérios de detalhamento das vigas de concreto armado também podem ser encontrados em Leonhardt e Mönnig (1979b) e Fusco (1995).

3.3.2 Armaduras transversais: cisalhamento

O dimensionamento da viga quanto ao esforço cortante se dá de acordo com o item 17.4 da norma NBR 6118 (ABNT, 2014). De acordo com Mattos (2010b), a segurança da viga é considerada satisfatória em relação ao cisalhamento quando atendem-se simultaneamente as seguintes condições:

$$\begin{aligned} V_{sd} &\leq V_{Rd,2} \\ V_{sd} &\leq V_{Rd,3} = V_c + V_{sw} \end{aligned} \quad (3.5)$$

onde V_{sd} é a força cortante solicitante de cálculo; V_{Rd2} é a força cortante resistente de cálculo, referente à ruína das diagonais comprimidas de concreto; V_{Rd3} é a força cortante resistente de cálculo, referente à ruína das diagonais tracionadas; V_c é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares; V_{sw} é a parcela resistida pela armadura transversal.

De acordo com as prescrições de norma e conforme detalhado em Mattos (2010b), são calculados os valores das forças cortantes resistentes V_{Rd2} e V_c , e através das inequações da Equação 3.5 será calculado o valor de V_{sw} necessário, sendo então detalhada armadura transversal de cisalhamento para resistir a este esforço. Mais detalhes sobre o dimensionamento e detalhamento das armaduras transversais das vigas podem ser encontrados em Leonhardt e Mönnig (1979a) e Fusco (1995).

3.3.3 Armaduras transversais: torção

Quando existe algum elemento de viga submetido a momento torçor, este é verificado e dimensionado de modo a satisfazer as verificações abaixo, definidas no item 17.5.1.3 da norma NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$\begin{aligned} T_{sd} &\leq T_{Rd,2} \\ T_{sd} &\leq T_{Rd,3} \\ T_{sd} &\leq T_{Rd,4} \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde T_{sd} é o esforço de torção solicitante máximo na viga; $T_{Rd,2}$ é o esforço de torção resistente referente à ruína das diagonais comprimidas de concreto; $T_{Rd,3}$ é a torção resistente referente aos estribos transversais da viga; $T_{Rd,4}$ é o limite definido pela resistência das barras longitudinais.

Desta forma, são verificados os valores de resistência à torção dos limites definidos na Equação 3.6 de acordo com o procedimento detalhado em Reis (2010), e caso verifique-se que é necessária a adoção de armadura adicional para resistência aos esforços de torção, esta é adicionada aos estribos transversais na viga. Mais detalhes sobre o dimensionamento de vigas à torção também podem ser encontrados em Leonhardt e Mönning (1979a).

3.3.4 Verificação conjunta das diagonais comprimidas de concreto

Tanto as solicitações de torção quanto cisalhamento da viga produzem compressão em bielas diagonais de concreto. Por este motivo, verifica-se o efeito conjunto da torção e do cisalhamento através da verificação abaixo:

$$\frac{T_{sd}}{T_{Rd,2}} + \frac{V_{sd}}{V_{Rd,2}} \leq 1 \quad (3.7)$$

3.4 DIMENSIONAMENTO DOS PILARES

O dimensionamento de pilares retangulares sujeitos a flexão composta oblíqua é significativamente mais complexo que os outros elementos estruturais tratados até aqui. Segundo Santos (apud SMANIOTTO, 2005, p. 43), não se conhecem até hoje métodos diretos de dimensionamento de elementos lineares sujeitos à flexão composta oblíqua, que não sejam por diagramas de interação ou processos iterativos.

O procedimento utilizado no Eberick é um processo iterativo conhecido como processo da linha neutra, baseado no apresentado em Santos (1994). Neste processo, conhecidas a seção transversal e a armadura adotada para o pilar, fixa-se uma determinada inclinação para a LN do elemento, e busca-se, por processo iterativo, a posição da LN que resulta no equilíbrio entre os esforços internos e externos, e possibilita a determinação do momento resistente da seção para esta inclinação. Esta busca é repetida então para vários valores de inclinação da LN, encontrando para cada inclinação um valor de momento resistente.

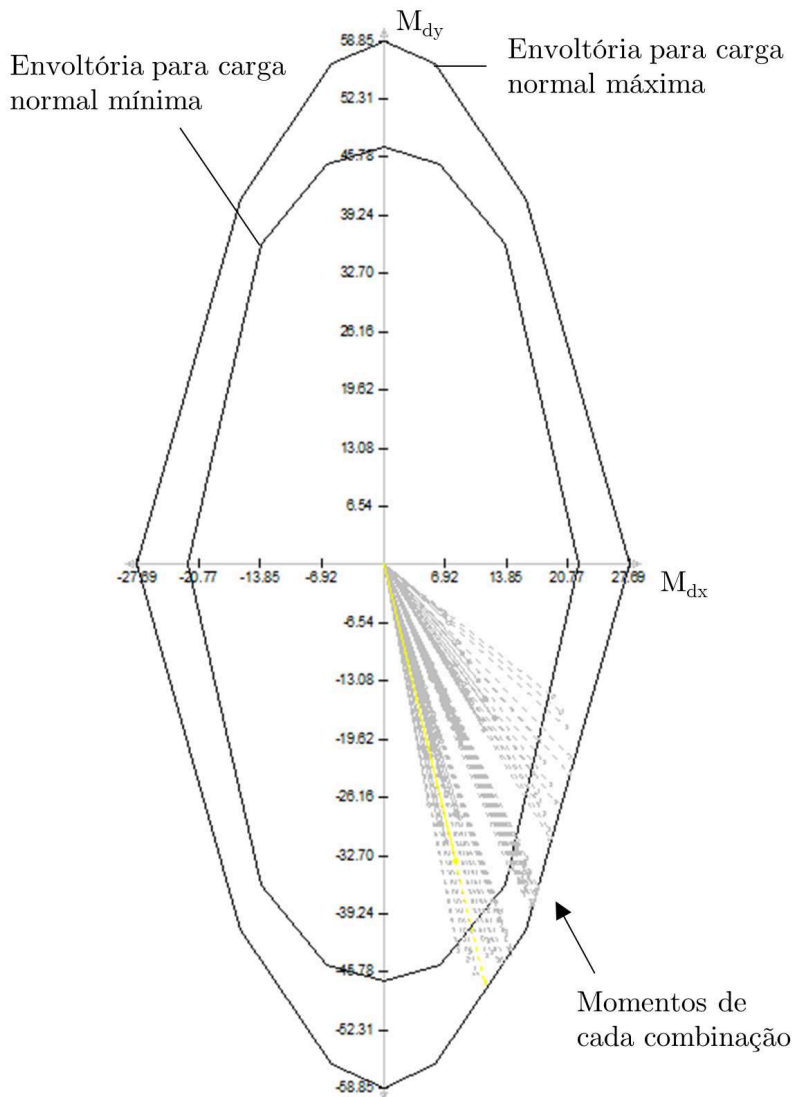
A varredura para todas as inclinações da LN resulta em um diagrama de envoltória de momentos resistentes do pilar. Esta envoltória é então comparada a todas as combinações de momentos a que o pilar está sujeito, e caso a envoltória seja externa a todos os casos, considera-se garantida a segurança do pilar. Os momentos solicitantes considerados nesta verificação incluem a consideração de efeitos de segunda ordem locais nos pilares.

A determinação do momento resistente do pilar, no entanto, depende do valor da carga axial atuante, que é variável para cada combinação. Isto exigiria que fosse calculada uma envoltória de resistência do pilar para cada caso de carregamento, o que seria demasiadamente custoso em termos de esforço computacional. Desta forma, o Eberick realiza a envoltória de momentos resistentes apenas para as cargas axiais máxima e mínima atuantes no pilar, realizando uma interpolação linear para a envoltória dos demais casos de carregamento.

Um exemplo da envoltória de momentos resistentes comparada com os momentos solicitantes de um pilar pode ser encontrado na Figura 3. Nesta figura, os eixos x e y representam os momentos de cálculo M_{dx} e M_{dy} nestas direções. São representadas duas envoltórias, referentes às cargas normais máxima e mínima do pilar, e várias linhas (traçadas) que representam os casos de flexão oblíqua a que o pilar está sujeito.

Desta forma, o programa escolhe um arranjo de armaduras que resulte em uma envoltória de momentos resistentes que atenda a todas

Figura 3 – Envoltória de resistência de um pilar de concreto armado e seus casos de carregamento.



Fonte: Adaptado do diagrama de interação do software Eberick

as combinações de ações aplicadas ao pilar.

O dimensionamento do pilar ao cisalhamento e à torção segue os mesmos modelos apresentados anteriormente, nos itens 3.3.2 e 3.3.3.

3.5 VERIFICAÇÃO DOS ESTADOS LIMITE DE SERVIÇO

De modo a avaliar e classificar as hipóteses de vinculação, é importante que sejam levados em consideração critérios de funcionamento da estrutura, através dos Estados Limites de Serviço (ELS). A análise pelos ELS é determinada por norma em função da configuração deformada dos elementos estruturais, analisando-se na maioria dos casos o maior deslocamento vertical (flecha) ou a rotação do elemento nos apoios.

A configuração deformada é obtida através da análise estrutural com combinações de ações específicas para cada verificação realizada. Para isso, não se deve considerar apenas o comportamento elástico da estrutura, mas também utilizar modelos que levem em conta a fissuração dos elementos estruturais. Através do software Eberick, é possível configurar quais combinações são utilizadas para cada verificação, e qual é o limite de deformação/rotação de cada caso. Isto é realizado através de uma janela específica de configurações, apresentada na Figura 4.

Para determinar a configuração deformada dos elementos estruturais, o item 17.3.2.1 da norma NBR 6118 (ABNT, 2014) especifica um método aproximado. Tal método prescreve que pode-se realizar uma análise elástica linear dos elementos, desde que seja considerada uma rigidez modificada, para representar a fissuração da estrutura. No software Eberick, este procedimento é implementado da seguinte maneira: após realizar a análise da estrutura através do procedimento de pórtico espacial (utilizando a rigidez elástica dos elementos) e conhecer a armadura necessária em cada elemento, o software recalcula a rigidez dos elementos considerando sua fissuração, através da formulação de Branson (BRANSON; METZ, 1963). Com a rigidez recalculada, o programa processa novamente o pórtico espacial, atribuindo como rigidez dos elementos não mais a rigidez inicial, mas a re-calculada.

A fluência do concreto também é considerada pelo programa, e a quantificação de seus efeitos é recomendada por norma através de um procedimento simplificado, indicado no item 17.3.2.1.2. Este método no entanto não considera variáveis importantes para o efeito da fluência, como a umidade do ambiente e as características do concreto. Por

Figura 4 – Configurações disponíveis no Eberick para verificações ao ELS

Verificações ao ELS

Rechas

Aceitabilidade sensorial (visual)

Deslocamentos visíveis devidos à carga

Vigas L/ 250

Lajes L/ 250

Muros L/ 150

Vigas PM (construção preliminar) L/ 500

Combinacões Quase permanentes

Aceitabilidade sensorial (vibração)

Vibrações sentidas no piso devidas à carga acidental L/ 350

Combinacões Frequentes

Efeitos estruturais em serviço

Deslocamentos após a construção do piso L/ 100

Combinacões Frequentes

Efeitos após a construção das paredes

Deslocamento em alvenarias caixilhos e revestimentos L/ 200

Deslocamento limite 10 mm

Rotação limite 0.01 rad

Combinacões Quase permanentes

Movimentos laterais

Movimentos laterais do edifício devidos à ação do vento H/ 1700

HPav/ 850

Combinacões Frequentes

Demais situações

Combinacões Frequentes

Limites da contraflecha

Vigas L/ 350

Não permitir maior que o deslocamento imediato

OK Cancelar Ajuda

Fonte: Software Eberick V10 2017-06.

este motivo, a norma apresenta, no anexo A, um método de cálculo mais preciso do efeito de fluência. Este método, no entanto, pode ser complexo e de difícil implementação. No Eberick, para consideração da fluência, não são utilizados os métodos recomendados por norma, mas o método aproximado apresentado por Ruiz e Dutari (1992).

A análise estrutural do pórtico efetuada com as rigidezes recalculadas e com a consideração da fluência resulta na situação deformada dos elementos para verificação do ELS. Com isso, cada elemento é verificado em termos da deformação vertical máxima e rotação nos apoios; os valores encontrados são comparados com os limites pré-estabelecidos e um aviso é dado ao usuário referente ao elemento que apresenta deformação excessiva. No contexto deste trabalho, a ocorrência de um aviso de deformação excessiva invalida o caso de vinculações pilares-vigas em estudo, significando que a solução encontrada pelo algoritmo proposto sempre estará cumprindo os ELS verificados, de acordo com os valores configurados no programa.

3.6 ESTABILIDADE GLOBAL DA ESTRUTURA

Considerando que são aplicadas à estrutura cargas horizontais de vento e de desaprumo, a estabilidade global da estrutura deve ser verificada. Mesmo que as estruturas estudadas neste trabalho sejam de pequeno porte (portanto dispensariam a verificação de estabilidade global), essa análise é realizada automaticamente pelo programa.

Uma primeira verificação simplificada da estabilidade global da estrutura é a verificação do coeficiente γ_z , definido no item 15.5.3 da norma NBR 6118 (ABNT, 2014). Este é um coeficiente de avaliação da importância dos efeitos de ordem superior globais e classifica a estrutura como de nós fixos ou de nós móveis, de acordo com o valor encontrado. O item citado da norma define o limite $\gamma_z \leq 1,10$ para que a estrutura seja considerada de nós fixos, situação na qual não seria necessário realizar análise da estabilidade global da estrutura. Para as aplicações deste trabalho, é adotado como regra o limite para consideração de estrutura como de nós fixos, sendo que qualquer estrutura que resulte em $\gamma_z > 1,10$ é considerada um caso inválido.

A verificação do valor do coeficiente γ_z , no entanto, é insuficiente para análise da estabilidade global da estrutura, por ser uma análise demasiadamente simplificada e por não ter a finalidade de classificar a estabilidade da estrutura, mas apenas a necessidade da avaliação de efeitos de ordem superior. Desta forma, a análise global de efeitos de

ordem superior ainda é realizada através do chamado processo $P-\Delta$. A restrição apresentada anteriormente para o valor do coeficiente γ_z dispensaria a execução desta análise, porém a análise pelo processo $P-\Delta$ é realizada automaticamente pelo programa. Além disso, a análise através deste processo é um parâmetro mais preciso da estabilidade global da estrutura.

A análise pelo processo $P-\Delta$ realizada pelo Eberick consiste em um procedimento iterativo aproximado, em que serão verificados os momentos produzidos pelo deslocamento dos pontos de aplicação das cargas verticais, obtidos pela análise com os esforços de primeira ordem.

O deslocamento total da estrutura após a convergência do processo $P-\Delta$ é então comparado com os limites de deslocamento total da estrutura e por pavimento, definidos na Tabela 13.3 da norma NBR 6118 (ABNT, 2014).

3.7 CÁLCULO DA FUNÇÃO DE CUSTO

O programa possui em suas configurações um cadastro do custo unitário das barras de aço, expresso em R\$/kg. Este valor é configurado pelo usuário, de acordo com o fornecimento de aço disponível para a obra. O custo unitário é informado em função do diâmetro da barra (também chamado *bitola*), e é cadastrado como dois valores separados, um custo de material e outro de execução. Ambos os valores são informados na mesma unidade, de modo que o custo unitário final é a soma dos dois.

A configuração destes valores é realizada em janela específica de configuração, apresentada na Figura 5. Nesta figura, foram omitidas algumas colunas, que incluem os tamanhos máximos das barras e tipo de emenda utilizado para cada diâmetro. A Figura 5 apresenta também os valores padrão do programa para estes custos, que foram os valores utilizados no presente trabalho.

Desta forma, após realizar o detalhamento de todos os elementos estruturais, o programa calcula o custo de material e execução de toda a estrutura, e apresenta este valor em relatórios como o “Diagnóstico da estrutura”, que possui além de outras informações uma tabela com um resumo simplificado dos custos de cada material. Este relatório portanto é utilizado para a obtenção do valor de custo de aço da estrutura.

Destaca-se que a soma dos custos da estrutura inclui, também, os elementos de fundação, lançados neste trabalho como fundações diretas

Figura 5 – Cadastro de custos no software Eberick (modificado) com os valores padrão.

Armadura

	Bitola	Ativa	Aço	Custo do material (R\$/kg)	Custo de execução (R\$/kg)
1	3.2	<input checked="" type="checkbox"/>	CA60	4.96	3.99
2	3.4	<input checked="" type="checkbox"/>	CA60	4.96	3.99
3	4.0	<input checked="" type="checkbox"/>	CA60	4.96	3.99
4	4.2	<input checked="" type="checkbox"/>	CA60	4.96	3.99
5	4.6	<input checked="" type="checkbox"/>	CA60	4.82	3.19
6	5.0	<input checked="" type="checkbox"/>	CA60	4.82	3.19
7	6.0	<input checked="" type="checkbox"/>	CA60	4.00	4.88
8	6.3	<input checked="" type="checkbox"/>	CA50	4.82	4.88
9	7.0	<input checked="" type="checkbox"/>	CA60	4.07	4.88
10	8.0	<input checked="" type="checkbox"/>	CA50	5.50	3.92
11	10.0	<input checked="" type="checkbox"/>	CA50	4.69	2.99
12	12.5	<input checked="" type="checkbox"/>	CA50	4.44	1.98
13	16.0	<input checked="" type="checkbox"/>	CA50	4.41	0.70
14	20.0	<input checked="" type="checkbox"/>	CA50	4.22	0.41
15	22.2	<input checked="" type="checkbox"/>	CA50	4.84	0.20
16	25.0	<input checked="" type="checkbox"/>	CA50	4.84	0.20
17	32.0	<input checked="" type="checkbox"/>	CA50	4.84	0.20

OK Cancelar Ajuda

Fonte: Software Eberick V10 2017-06.

(sapatas). O objetivo da inclusão destes elementos no modelo é que seja considerado também o impacto das vinculações da supraestrutura no dimensionamento das fundações, uma vez que este depende dos esforços resultantes nas fundações, que dependem diretamente do mecanismo interno de transmissão de cargas da estrutura.

4 FERRAMENTAS E IMPLEMENTAÇÕES COMPUTACIONAIS

Para implementar o processo de otimização deste trabalho, foram utilizadas várias ferramentas, disponíveis comercialmente (Eberick) ou de maneira distribuída gratuita. Além destas ferramentas, foi necessário implementar alguns algoritmos, utilizando para isso a linguagem de programação *Python*. Este capítulo apresenta as implementações realizadas, o processo geral de otimização e as ferramentas utilizadas em cada etapa do processo.

4.1 PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO

O algoritmo de otimização descrito no Capítulo 2, foi implementado em *Python* utilizando a biblioteca *deap* (*Distributed Evolutionary Algorithms in Python*) (FORTIN *et al.*, 2012), uma biblioteca para implementação facilitada de algoritmos evolutivos. Esta biblioteca inclui implementações de operações de cruzamento, seleção e mutação.

Foi necessário ainda codificar parte do processo de otimização, incluindo a função objetivo, bem como funcionalidades de controle de processo, como a saída de informações para o terminal em que o algoritmo está sendo executado (para que seja possível acompanhar o processo de otimização) e o salvamento periódico do progresso do algoritmo (para que possa ser retomado o processo de otimização caso haja alguma interrupção). Para salvar o progresso do algoritmo genético, basta que a última população processada seja salva em um arquivo no computador. Para retomar este processo, os indivíduos salvos são carregados como a primeira população do algoritmo, ao invés de ser criada uma primeira população aleatória.

Para a implementação da função objetivo, foi criado um arquivo específico que se utiliza de bibliotecas de controle de interface para poder haver interação com o Eberick. Para avaliar um indivíduo durante a otimização, é realizada apenas uma chamada à função de avaliação, para a qual devem ser fornecidas as informações específicas da estrutura em análise.

Todas as informações específicas da estrutura em análise, como a coordenada dos vínculos da estrutura ou o número de vínculos existentes, são codificadas em um arquivo isolado. Deste modo, caso seja alterado o caso em estudo, basta que seja criado um novo arquivo com

as informações específicas da estrutura.

Buscando-se uma boa convergência para o algoritmo de otimização, os seus parâmetros de calibração, que são os valores de controle do processo de otimização (como o número de indivíduos por geração ou a probabilidade de mutação dos indivíduos) foram escolhidos através da execução do algoritmo de maneira repetida sobre um domínio conhecido, e a observação dos valores que levariam à melhor convergência do método. Esta observação foi realizada de maneira intuitiva, por um processo simplificado de tentativa e erro, que resultou nos valores adotados para os parâmetros de calibração do algoritmo. Nesta seção, apresenta-se o procedimento implementado para a otimização e o valor adotado para tais parâmetros.

4.1.1 População Inicial

Para dar início ao processo de evolução, uma população de 20 indivíduos é criada de maneira aleatória. A diversidade nesta primeira geração favorece a capacidade de exploração do algoritmo. Os indivíduos neste caso são considerados como vetores com valores binários, em que cada posição do vetor indica um vínculo específico da estrutura, e o valor nesta posição indica se este vínculo é uma rótula (valor 0) ou um engaste (valor 1).

Desta forma, a criação da primeira população é a simples criação aleatória de 20 vetores com o número de posições igual ao número de vínculos do problema analisado e com os valores de cada posição escolhidos aleatoriamente como 0 ou 1.

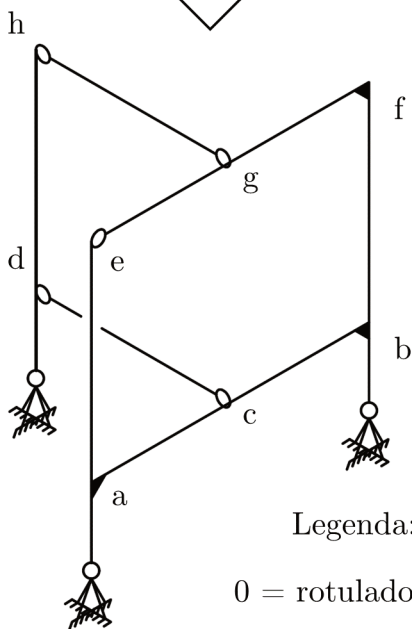
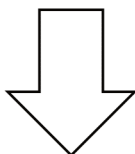
4.1.2 Avaliação

Com a população gerada, todos os indivíduos devem ser analisados para receber uma respectiva pontuação. Nesta etapa, cada vetor deve ser traduzido para um caso de vinculação do pórtico em estudo. A Figura 6 ilustra o processo de tradução de um vetor de indivíduo para um caso de vinculação, utilizando um dos exemplos que será apresentado na Seção 5.1.

Para que esta tradução possa ser realizada e o vetor possa ser associado a um caso de vinculações, as coordenadas de cada nó no modelo e a sua correspondência com a posição do vetor devem estar previamente determinadas e armazenadas. Como o estudo possui como

Figura 6 Tradução de um vetor (indivíduo) para um caso de vinculação da estrutura

Nó:	a	b	c	d	e	f	g	h
Indivíduo:	1	1	0	0	0	1	0	0



Legenda:

0 = rotulado =

1 = engastado =

variável apenas as vinculações entre vigas e pilares, toda a estrutura estará lançada e pronta para ser analisada, sendo necessário apenas que o algoritmo altere suas vinculações.

Portanto, nesta etapa de avaliação, através do procedimento descrito na Seção 4.2, os indivíduos da população serão traduzidos para um caso de vinculações da estrutura e serão analisados, dimensionados e detalhados, resultando em um valor de custo de aço. Neste ponto, caso o indivíduo seja considerado inválido por não satisfazer alguma das restrições, ele recebe uma penalização que torna-o desfavorável para o processo de seleção. Esta punição é uma multiplicação por 3 do seu custo de aço. O valor foi obtido através de uma estimativa da variabilidade do custo da estrutura, de modo que o indivíduo inválido tenha seu custo superior a qualquer caso válido.

4.1.3 Seleção

Após a avaliação dos indivíduos, parte-se para a criação de uma nova população utilizando os melhores indivíduos da população atual. Nesta etapa de seleção, portanto, são escolhidos 20 indivíduos da geração atual para formar a próxima geração.

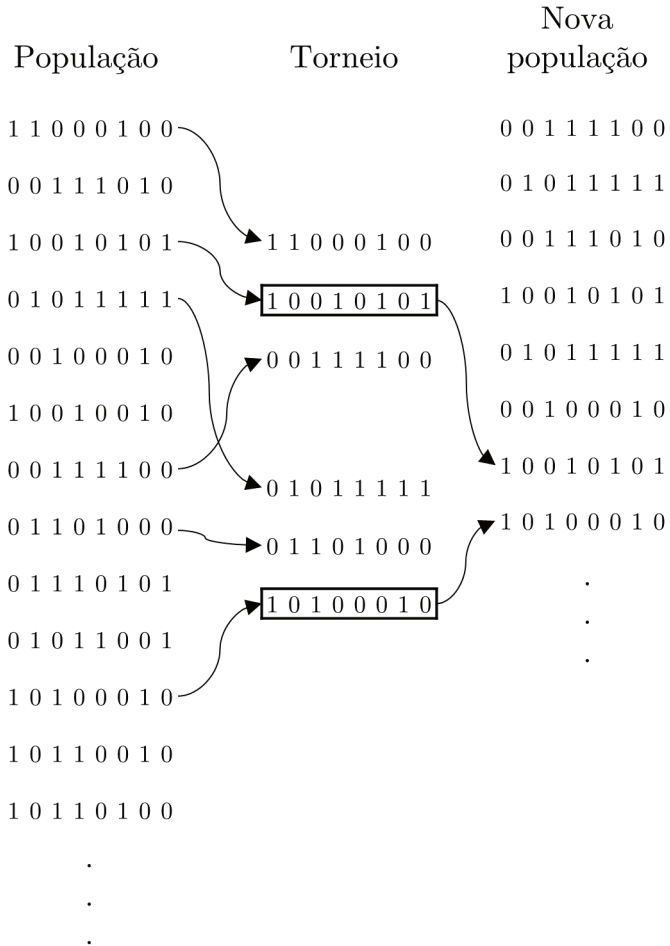
Para escolher estes indivíduos, utiliza-se um processo chamado de seleção por torneio. Através dele, 3 indivíduos são selecionados aleatoriamente e suas pontuações comparadas. Aquele que tiver a melhor pontuação (menor custo) será escolhido para fazer parte da nova geração. Este processo é repetido 20 vezes, de modo a formar a próxima geração. A Figura 7 ilustra este processo.

4.1.4 Cruzamento

Com uma nova população pré-selecionada, os indivíduos desta nova população passam por um processo de cruzamento, no qual serão trocadas características entre os indivíduos selecionados. Para isto, primeiramente, os indivíduos são agrupados em pares. Cada par possui 50% de chance de sofrer cruzamento, portanto, o algoritmo, para cada par de indivíduos, realiza um sorteio para determinar se este par deve sofrer cruzamento ou não. Caso o sorteio resulte em que o par não deve ser cruzado, os indivíduos não são alterados nesta etapa.

Caso o par seja selecionado, então o algoritmo, para cada posição dos vetores, realiza uma segunda verificação, desta vez, da probabili-

Figura 7 Torneios realizados para a seleção de uma nova população



Fonte: Elaborado pelo autor.

dade de cruzamento do gene. Esta probabilidade também é de 50%. Caso um par de genes seja selecionado para cruzamento, os seus valores serão simplesmente trocados de um indivíduo para o outro. O processo de cruzamento de um par está ilustrado na Figura 8.

4.1.5 Mutação

Para garantir que o algoritmo possua capacidade de explorar o domínio, durante o processo de evolução, os indivíduos sofrem mutações aleatórias. Estas mutações tomam a forma de uma simples alteração de alguns dos valores do indivíduo.

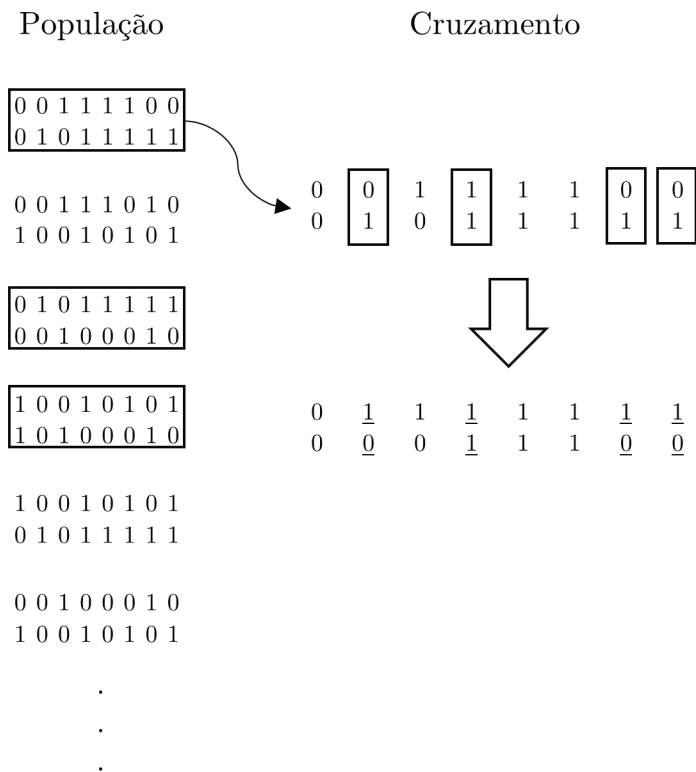
Na nova população, após o processo de cruzamento, a mutação é realizada da seguinte maneira: primeiramente, para cada indivíduo, a probabilidade de ocorrência da mutação é verificada através de um sorteio. Nesse sorteio, o indivíduo possui 50% de chance de ser selecionado. Para cada indivíduo escolhido, cada posição do vetor terá um segundo sorteio que determina se esta posição deve sofrer mutação ou não. Aqui, a probabilidade de que o gene seja mutado é de 30%. Portanto, caso o gene seja selecionado para mutação, seu valor antigo é esquecido, e um novo valor (0 ou 1) é sorteado para esta posição.

4.1.6 Elitismo e repetição

Após os processos de seleção, cruzamento e mutação, o indivíduo com o menor custo dentre todos os da população anterior é simplesmente copiado para a nova população, substituindo um indivíduo desta (escolhido aleatoriamente). Desta forma, esse indivíduo, que é considerado o mais apto dentre toda a população antiga, está protegido de sofrer alterações nos processos de cruzamento e mutação. Esta proteção é chamada de Elitismo, e garante que o algoritmo sempre encontre uma solução melhor ou igual à da geração anterior.

Após efetuar todas as devidas operações o processo é repetido. Esta repetição em centenas de gerações é o que simula a sobrevivência de uma espécie sujeita a restrições de ambiente, e faz com que a população se torne mais apta, na analogia com a teoria da evolução.

Figura 8 Processo de cruzamento em um par da nova população



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1.7 Critério de parada

O critério de parada adotado neste trabalho é o número de gerações executadas, definido de acordo com a complexidade e o custo computacional da análise da estrutura em estudo. Desta forma, antes de se iniciar o processo, é definido o número de iterações da otimização, sendo o algoritmo interrompido apenas quando todas as gerações forem executadas. Em todos os casos, o processo de otimização pode ser interrompido e retomado por uma execução seguinte, uma vez que a população, após ter sido processada, é salva em um arquivo no computador, e pode ser carregada no início do processo, substituindo a primeira população.

4.2 EXECUÇÃO DA FUNÇÃO OBJETIVO

A avaliação da função objetivo consiste em determinar o custo de aço para um caso específico de hipóteses de vinculação. Para realizar esta avaliação, é necessário que seja efetuada a análise da estrutura com as vinculações desejadas e o dimensionamento de todos os elementos estruturais, de modo a obter-se um detalhamento da armadura destes elementos, e então conhecer o custo de aço da hipótese de vinculação avaliada. Conforme apresentado anteriormente, o software Eberick é utilizado para realizar esta etapa do processo.

Softwares comerciais como o Eberick no entanto, por serem desenvolvidos principalmente para uso direto do projetista, geralmente não possuem interface disponível para comunicação automatizada com outros códigos computacionais. Por este motivo, para que fosse possível controlar o software, alterar as vinculações da estrutura e solicitar a análise do caso, decidiu-se por utilizar uma biblioteca de controle de interface, a biblioteca *pyautogui* (SWEIGART, 2014), que permite que o algoritmo controle os dispositivos de entrada do computador (mouse e teclado). Esta biblioteca fornece funções para executar cliques na tela, digitar comandos na linha de comando do software, executar atalhos do teclado ou procurar por uma imagem específica na tela e retornar sua coordenada.

A utilização desta biblioteca permite que o processo de análise de hipóteses através do Eberick seja automatizado. Uma vez que se deseja variar apenas as vinculações dos elementos estruturais, no entanto, não é necessário que todo o processo de lançamento do projeto estrutural seja automatizado, apenas a atribuição de vínculos para um

projeto lançado manualmente. Portanto, foi necessário implementar as seguintes etapas:

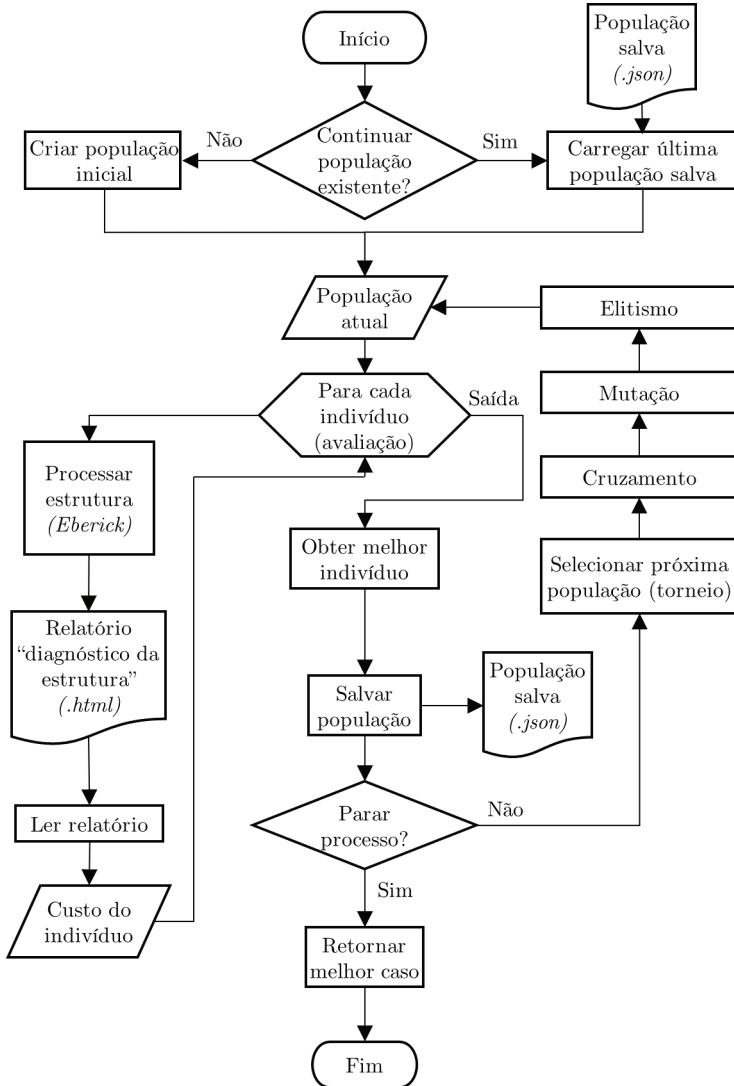
- Atribuição de vínculos para as vigas;
- Comandos para iniciar o dimensionamento e detalhamento da estrutura;
- Solicitação para geração de relatório de “diagnóstico da estrutura”;
- Leitura do relatório gerado para obtenção do consumo de aço.

Desta forma, ao longo do processo de otimização, o projeto tem suas vinculações alteradas para corresponder ao caso que se deseja avaliar. Após aplicação das vinculações, o algoritmo inicia o processamento da estrutura, que realiza a análise, o dimensionamento e o detalhamento desta. Após realizada a análise, solicita-se a geração de um relatório de “diagnóstico da estrutura”, que é salvo no computador, em formato *.html*. O algoritmo de avaliação carrega este arquivo de relatório e obtém a informação de custo total de aço e da ocorrência ou não de elementos com deslocamentos excessivos. Estas informações são retornadas para o algoritmo de otimização, e servem para determinar a pontuação atribuída ao caso em análise.

4.3 FLUXOGRAMA DE OTIMIZAÇÃO

Para melhor compreensão, o fluxograma apresentado na Figura 9 resume o procedimento geral de execução da otimização de uma dada estrutura.

Figura 9 Procedimento geral de otimização de uma estrutura



Fonte: Elaborado pelo autor.

5 CASOS DE VALIDAÇÃO

Para validação do algoritmo implementado foram desenvolvidos alguns casos de estudo. Estes casos são pórticos simples (compostos por pilares, vigas e fundações) de pequena dimensão e com poucos vínculos, sendo possível determinar os valores da função objetivo para todas as combinações de vinculações pilares-vigas possíveis, com esforço computacional aceitável.

Para cada exemplo estudado, são apresentados os valores resultantes de custo de aço para os casos válidos. Além disso, o caso resultante no custo ótimo é apresentado por meio de um pórtico espacial unifilar, no qual as ligações consideradas rotuladas são representadas como círculos, e as ligações engastadas como chanfros.

Em todos os casos foi utilizado um computador com processador do tipo *Intel(R) Core(TM) i5-5200U*, com frequência de 2,20GHz. O computador utilizado possui 4GB de memória instalada e o sistema operacional instalado é o *Microsoft Windows 10 v.1703 64 bits*.

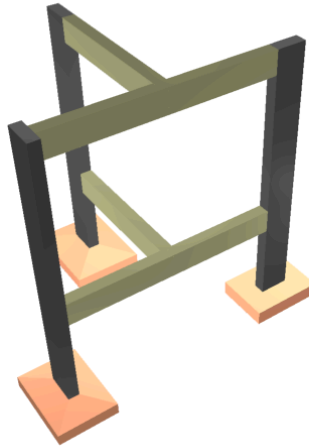
5.1 EXEMPLO 1

O primeiro caso de estudo consiste no pórtico apresentado na Figura 10, composto por três pilares, interligados por duas vigas. As seções transversais dos pilares e das vigas são retangulares, e os pilares estão dispostos em orientações diferentes em relação às vigas que neles se apoiam.

Uma representação em planta do pavimento tipo desta estrutura está apresentada na Figura 11, com as respectivas dimensões dos elementos representadas em cm. A Figura 12 apresenta uma visão frontal do pórtico, com a indicação das alturas dos pavimentos.

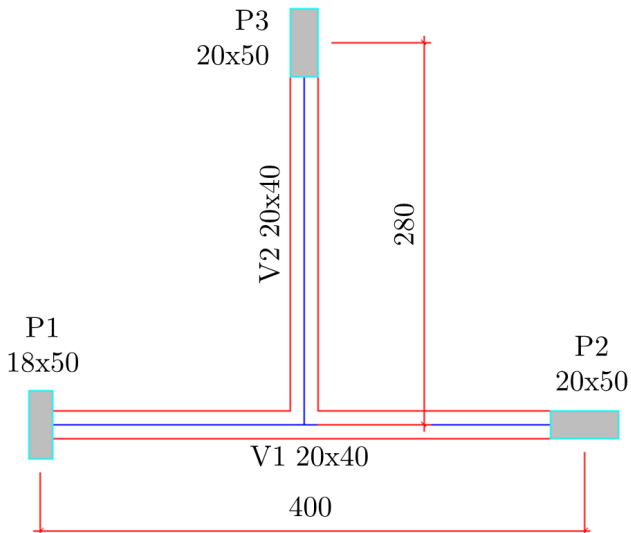
A estrutura possui oito vínculos, sendo quatro em cada pavimento. No pavimento, três vínculos ocorrem nos encontros das vigas com os pilares e um no encontro das duas vigas. Considerando-se que cada vinculação possui duas hipóteses possíveis neste estudo (rotulado ou engastado), resultam $2^8 = 256$ possibilidades de vinculação para esta estrutura. Considerando-se que o tempo aproximado para realizar a avaliação de um caso (desde o início da aplicação das vinculações até a obtenção do custo final de aço) para este exemplo é de aproximadamente dez segundos, o domínio é completamente mapeável em aproximadamente $\frac{256 \times 10}{60} = 43$ minutos, através de um processo de

Figura 10 – Representação tri-dimensional do primeiro caso de validação



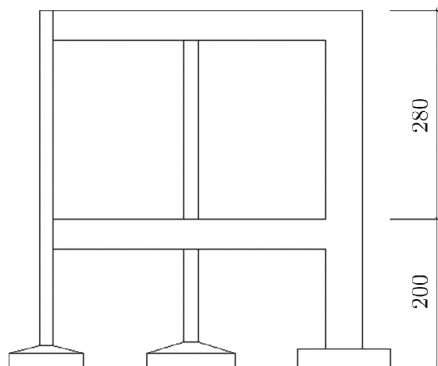
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 11 – Planta do pavimento tipo do exemplo 1 com indicação da seção dos elementos (valores em centímetros)



Fonte: Adaptado do software Eberick.

Figura 12 Vista frontal do exemplo 1 com indicação da altura dos pavimentos (valores em centímetros)



Fonte: Adaptado do software Eberick..

busca exaustiva (que realiza a análise de todos os 256 casos possíveis).

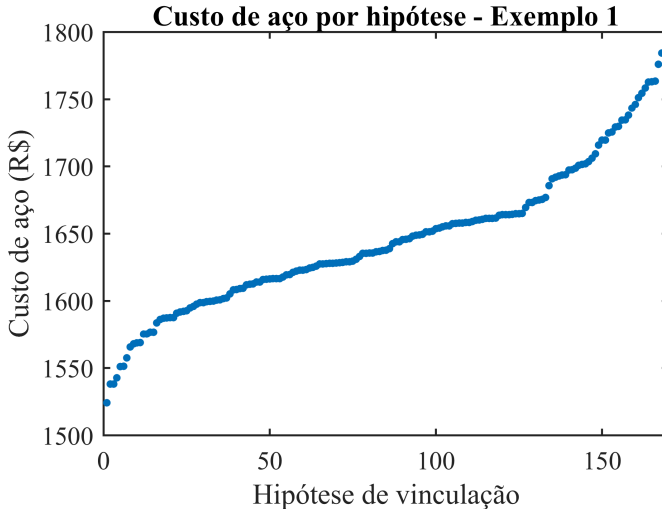
As cargas aplicadas constituem em cargas permanentes no valor de 10,46 kN/m aplicadas linearmente a todas as vigas. Esta carga é composta por uma parcela de carga de parede de 5,46 kN/m, calculada automaticamente pelo programa, e de uma carga aproximada de reação de lajes de 5 kN/m. Além das cargas lineares aplicadas às vigas, são considerados automaticamente pelo software esforços de incidência de vento, peso próprio dos elementos, e o esforço horizontal equivalente de desaprumo, conforme detalhado no Capítulo 3.

5.1.1 Resultados

Dos 256 casos de vinculação possíveis, 168 resultaram em hipóteses válidas. A Figura 13 mostra os custos de aço para todos os casos válidos. Nota-se a variabilidade no custo de aço da estrutura em função das vinculações adotadas. O custo máximo de aço é de R\$1.784,28, e o mínimo é de R\$1.524,17. A média de custo resultou em R\$1.644,69. A diferença de custo do caso ótimo em relação ao custo máximo foi de 14,58%.

O caso que resultou no custo mínimo, chamado caso ótimo, é ilustrado na Figura 14, que mostra a representação tridimensional do

Figura 13 – Valores de custo de aço em kg para os casos válidos do exemplo 1



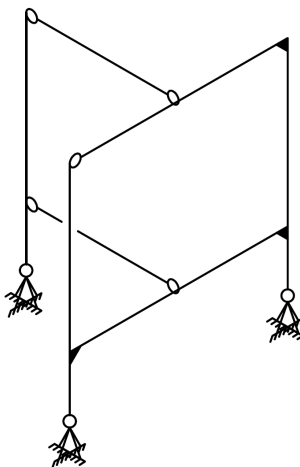
Fonte: Elaborado pelo autor.

pórtico com indicação das vinculações adotadas.

Para fins de validação, o algoritmo genético foi executado cem vezes, e para cada execução foi observado o número de avaliações necessárias para atingir o valor ótimo. A Figura 15 mostra o número de avaliações necessárias, em cada execução, para encontrar o caso ótimo. Em média, o algoritmo foi capaz de encontrar o valor ótimo após 123 avaliações.

A média de avaliações necessárias para encontrar o valor mínimo representa 45% do número total de casos. Uma exploração desta magnitude, em casos práticos, é inviável. Em contraponto, observa-se que as 123 avaliações necessárias para obtenção do resultado ótimo representa a execução de apenas 6 gerações do processo evolutivo (cada população possui 20 indivíduos). Este exemplo ilustra a variabilidade da função de custo em função das vinculações adotadas, porém, a utilização do AG não se justificaria neste caso.

Figura 14 – Caso ótimo de vinculações para o exemplo 1



Fonte: Elaborado pelo autor.

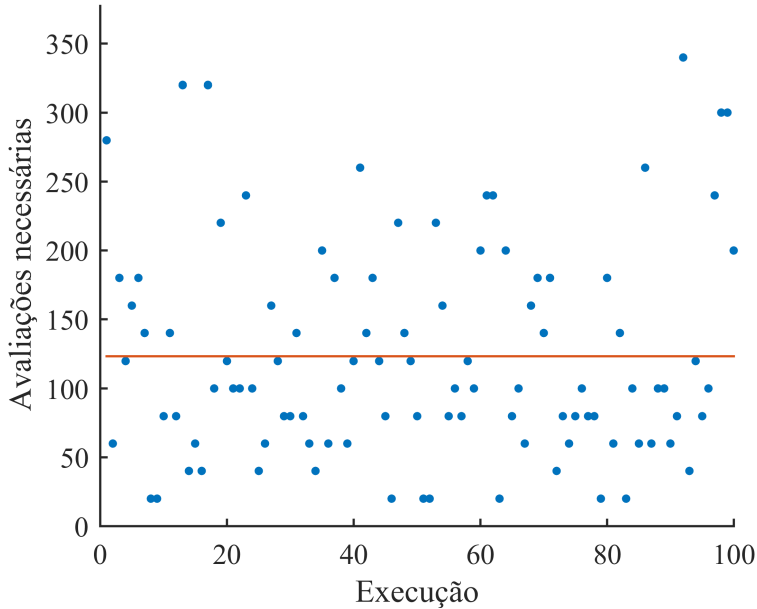
5.2 EXEMPLO 2

O segundo exemplo é uma ampliação do caso anterior, com a adição de alguns elementos, e portanto aumentando o número de possibilidades de vinculação. O pórtico possui um formato em planta de “H”, conforme apresentado na Figura 16.

Uma representação em planta do pavimento tipo desta estrutura está apresentada na Figura 17, com dimensões em cm. A Figura 18 apresenta uma visão frontal do pórtico, com a indicação das alturas dos pavimentos.

Este exemplo possui no total doze vínculos, sendo seis em cada pavimento (quatro nas ligações das vigas com os pilares, e dois na ligação da viga central com as duas vigas de apoio). Desta forma, existem $2^{12} = 4096$ possibilidades de vinculação. Com um tempo de processamento de aproximadamente dez segundos, isto resulta em um tempo necessário de aproximadamente $\frac{4096 \times 10}{3600} = 11,38$ horas para realizar o mapeamento dos resultados através de busca exaustiva. As cargas adicionadas ao pórtico são as mesmas do exemplo anterior.

Figura 15 – Número de avaliações necessárias para encontrar o ótimo por execução do exemplo 1



Fonte: Elaborado pelo autor.

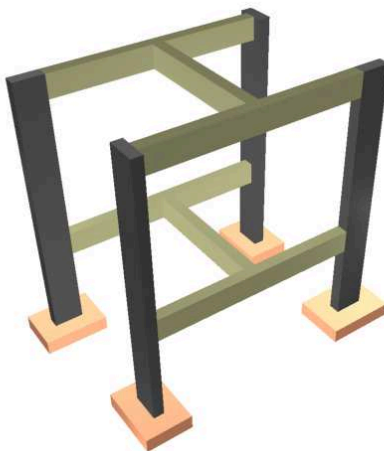
5.2.1 Resultados

O número de casos válidos encontrados para este exemplo foi de 1295. A Figura 19 mostra os valores de custo de aço para estes casos.

Destes valores, o máximo encontrado é R\$2.338,96, a média é R\$2.187,33 e o valor mínimo é R\$2.074,25. O valor ótimo representa uma redução de 11,32% em relação ao máximo. O caso ótimo encontrado é apresentado na Figura 20.

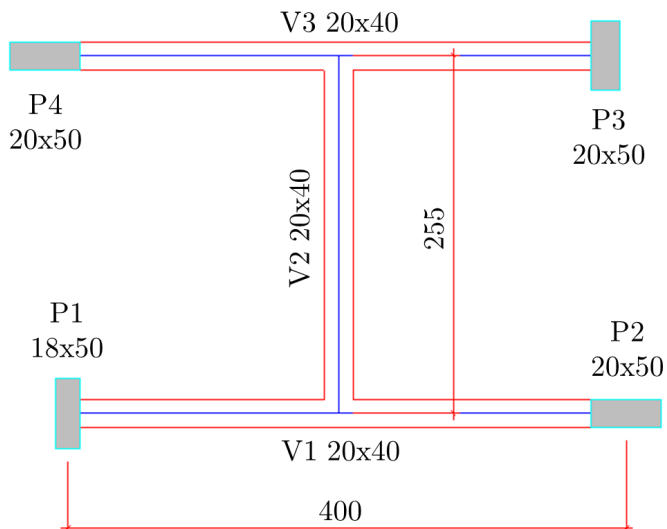
A otimização por algoritmo genético foi executada 100 vezes, como no exemplo anterior. A Figura 21 mostra o número de avaliações necessárias para cada execução realizada. A média de avaliações necessárias para encontrar o caso ótimo foi 822 avaliações, ou aproximadamente 20%, o que justifica a aplicação do AG.

Figura 16 – Representação tri-dimensional do caso de estudo 2.



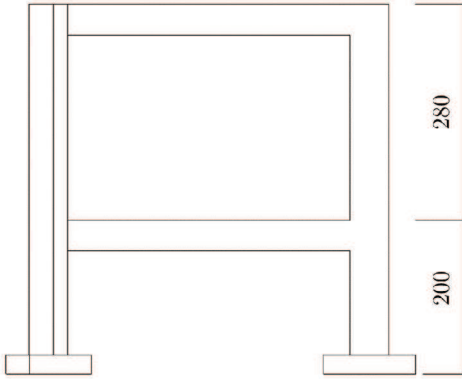
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 17 – Planta do pavimento tipo do exemplo 2 com indicação da seção dos elementos (valores em centímetros)



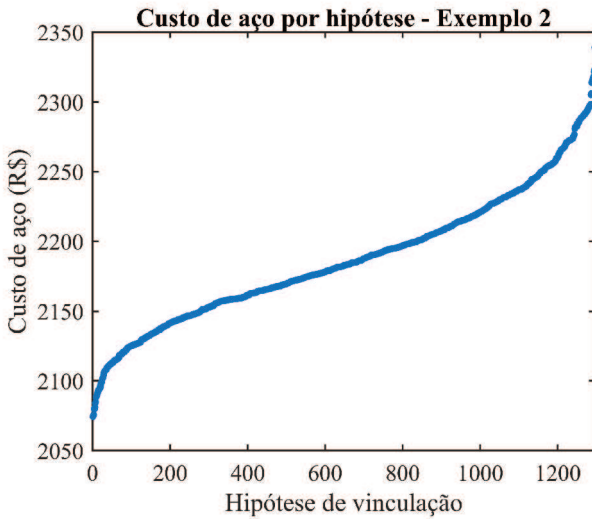
Fonte: Adaptado do software Eberick.

Figura 18 Vista frontal do exemplo 2 com indicação da altura dos pavimentos (valores em centímetros)



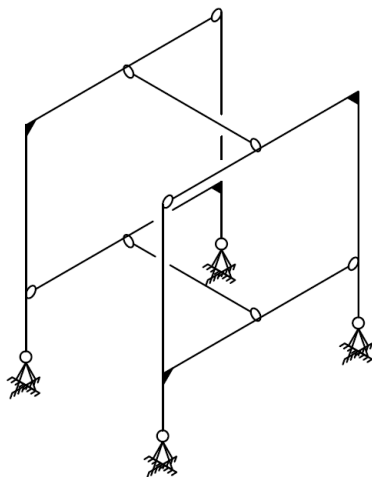
Fonte: Adaptado do software Eberick.

Figura 19 Valores de custo de aço em R\$ para os casos válidos do exemplo 2



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 20 – Caso ótimo de vinculações para o exemplo 2



Fonte: Elaborado pelo autor.

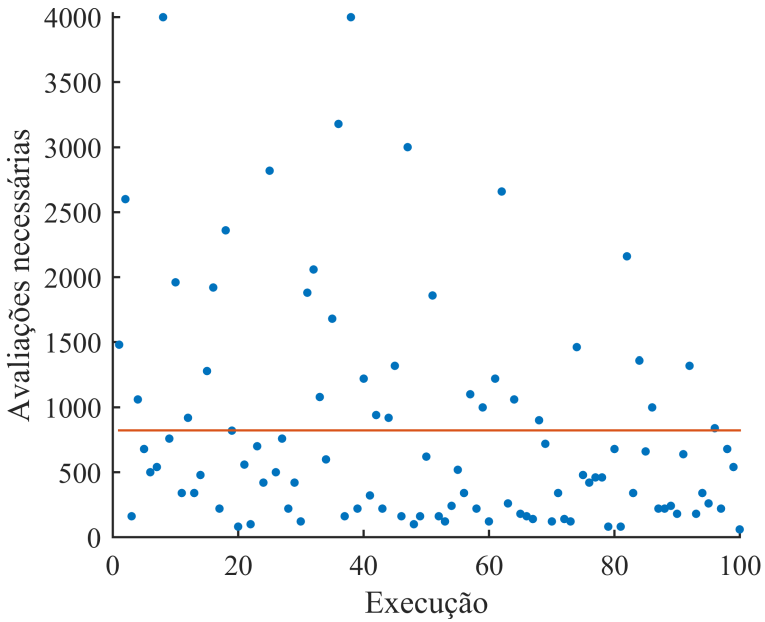
5.3 DISCUSSÃO DOS EXEMPLOS

A partir da análise dos exemplos apresentados, pode-se observar que existe uma dependência do custo da estrutura com a variação das vinculações adotadas, conforme esperado, e está de acordo com a formulação apresentada na Equação 2.5.

A otimização por AG também foi validada através da observação da capacidade do algoritmo de encontrar a solução ótima sem necessitar explorar todo o domínio da função. Esta observação pode ser visualizada nas Figuras 15 e 21, em que verifica-se que em média o algoritmo encontrou o caso ótimo tendo avaliado apenas uma parte do domínio. A diferença entre o número de avaliações necessárias para encontrar o ótimo via AG e por busca exaustiva se acentua à medida que a complexidade do problema aumenta. Portanto, a aplicação do AG se justifica para casos envolvendo muitas vinculações entre vigas e pilares.

Observa-se também que a convergência do algoritmo de otimização é dependente de fatores aleatórios, como a escolha da primeira população e a ocorrência de mutações e cruzamentos. Além disso, como as variáveis de projeto são discretas, o problema apresenta muitos mínimos locais.

Figura 21 – Número de avaliações necessárias para encontrar o caso ótimo por execução do exemplo 2

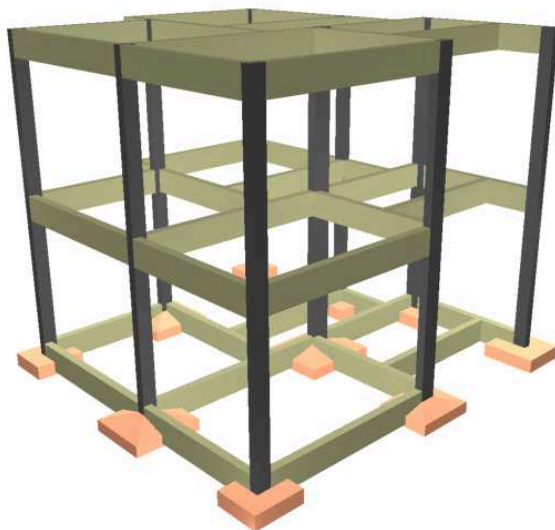


Fonte: Elaborado pelo autor.

6 APLICAÇÃO PRÁTICA

Para verificar o funcionamento da técnica proposta em um problema de dimensões reais, a otimização foi executada em um projeto com dimensões de um edifício residencial unifamiliar típico. O pórtico utilizado para esta aplicação está representado na Figura 22. Esta estrutura, do ponto de vista do problema de otimização, é significativamente mais complexa que os exemplos trabalhados até agora, devido ao elevado número de nós do pórtico.

Figura 22 – Representação tri-dimensional do caso final de aplicação



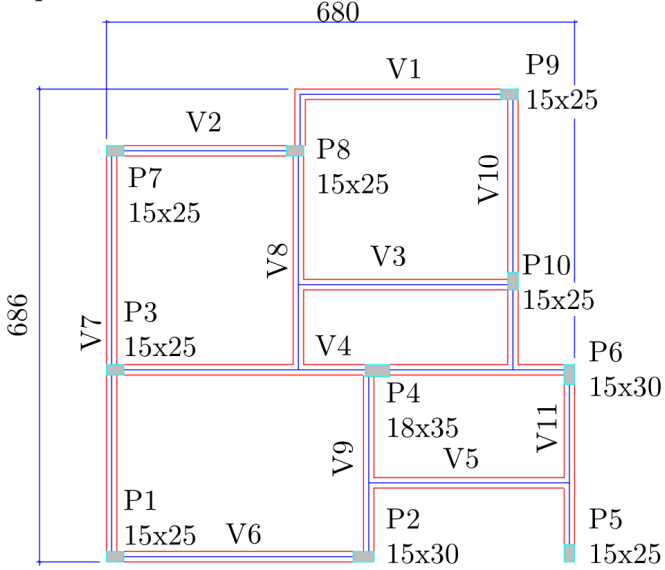
Fonte: Elaborado pelo autor.

A estrutura possui três níveis (Térreo, Superior e Cobertura). O primeiro nível, Térreo, também inclui os elementos de fundação (sapatas). No entanto, as vigas deste nível são dimensionadas sem considerar a presença do solo, e apoiadas somente nos pilares, sem considerar a ligação entre a viga e a sapata, existente na prática. A planta de cada nível, juntamente com a seção dos pilares, é apresentada na Figura 23. Neste projeto, todas as vigas possuem 15 cm de largura e 45 cm de altura. A Figura 24 mostra uma vista frontal do pórtico, com a indicação da altura entre os níveis.

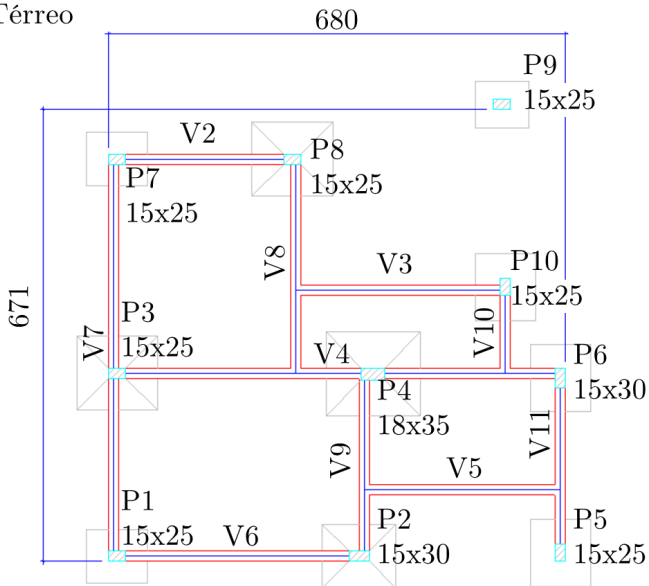
Neste caso, diferente dos casos de validação, nem todos os en-

Figura 23 – Planta baixa dos níveis do caso de aplicação (todas as medidas em centímetros)

Pav. Superior e Cobertura

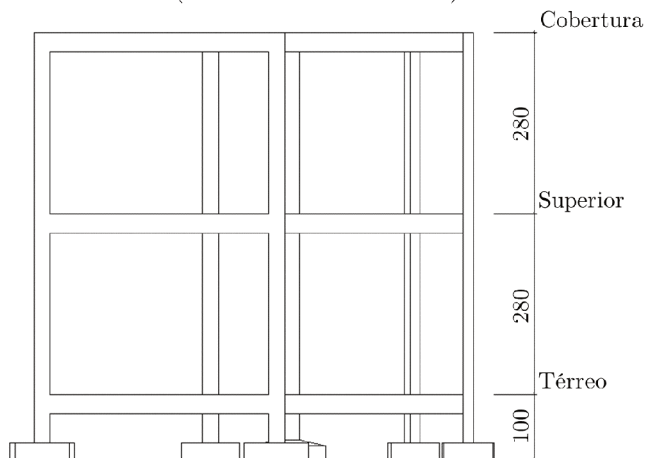


Pav. Térreo



Fonte: Elaborado pelo autor a partir de planta gerada no Eberick.

Figura 24 Vista frontal do caso final de aplicação com indicação da altura entre os níveis (valores em centímetros)



Fonte: Adaptado do software Eberick.

contros de vigas com pilares foram considerados variáveis de projeto. Isto é devido à existência de vigas contínuas (apoiadas em mais de dois pilares), de trechos em balanço, que exigem a presença do engaste, e vínculos extremos nos quais uma viga se apóia em outra, caso nos quais só faz sentido que o vínculo da viga apoiada seja variável. Esta consideração também ilustra a aplicabilidade da técnica proposta em casos reais de projeto, em que o projetista possui liberdade de escolha de quais vínculos serão considerados variáveis de projeto.

Na viga V8, nos níveis superior e cobertura, o vínculo extremo, no encontro com a viga V1, não é considerado como variável, sendo adotado como engaste, uma vez que este vínculo não constitui um apoio desta viga, mas um trecho em balanço, no qual se apóia a viga V1. Além disso, algumas vigas (V4, V7 e V10) têm configuração contínua (apoiada em mais de dois pilares), caso no qual a vinculação com os pilares intermediários não é considerada como variável de projeto, apenas os vínculos extremos da viga.

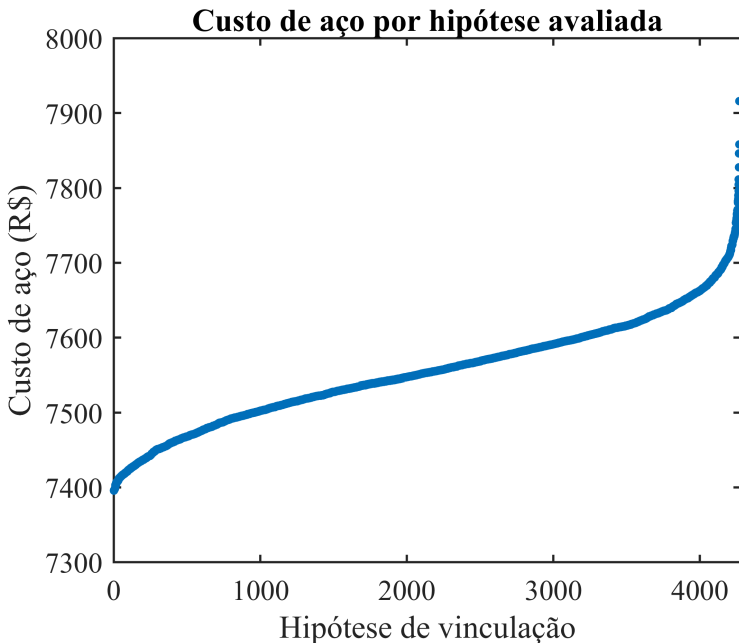
Nas vigas, foram aplicadas cargas permanentes adicionais de 13,79 kN/m, que representam cargas de parede de 3,79 kN/m, calculada automaticamente pelo software, mais uma carga aproximada de reação de lajes de 5 kN/m. No nível “Cobertura” a carga de parede não foi aplicada, sendo portanto adicionada apenas uma carga de 5 kN/m. As demais cargas de peso próprio, vento e desaprumo foram

consideradas de acordo com a Seção 3.1.

A estrutura possui um total de 62 vínculos. Portanto, existem $2^{62} = 4,62 \times 10^{18}$ possibilidades de vinculação. Cada avaliação leva aproximadamente 25 segundos para ser analisada em um computador com a mesma configuração do computador utilizado para os casos de validação, fazendo com que, para determinar o custo de aço para todas as possíveis vinculações, sejam necessários $\frac{4,62 \times 10^{18} \times 25}{86400 \times 365} = 3,66 \times 10^{12}$ anos. Neste caso, portanto, a utilização de um método de otimização é justificada.

Durante a otimização, foram analisados 4501 indivíduos diferentes. Destes, 4270 foram casos válidos. A Figura 25 mostra os valores de custo de aço para cada caso válido avaliado. O maior valor de custo dos casos avaliados foi de R\$ 7915,98. O custo mínimo encontrado foi R\$ 7395,89. A redução do caso mínimo em relação ao máximo foi de 6,57%.

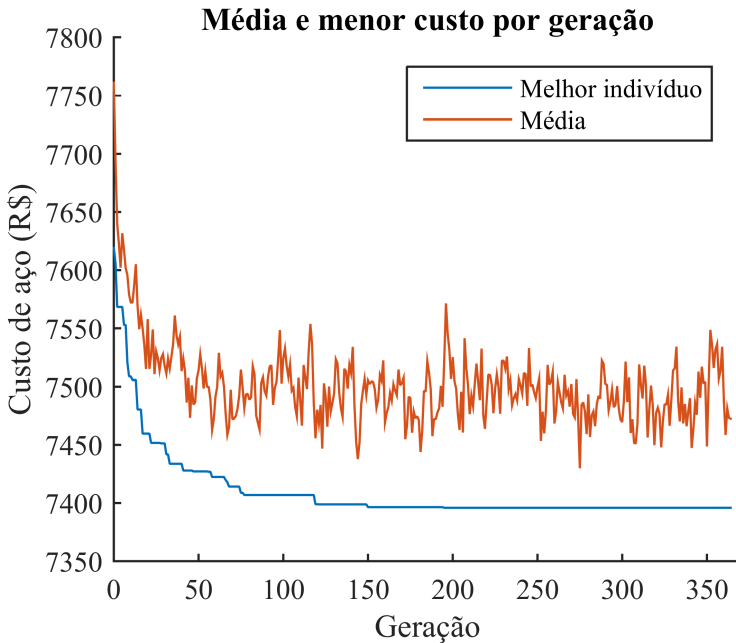
Figura 25 – Valores de custo de aço em R\$ para os casos válidos da aplicação final



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para este caso, devido à maior demanda por tempo, foi realizada apenas uma execução do algoritmo genético. Esta execução foi acompanhada e interrompida quando o custo não foi alterado por 170 gerações consecutivas. O algoritmo genético realizou 365 gerações, resultando em um total de 7280 avaliações da função objetivo. A convergência do algoritmo de otimização pode ser visualizada na Figura 26, que mostra a média e o menor valor de custo de cada geração executada. O valor ótimo foi encontrado na geração 195, e a execução foi interrompida na geração 365.

Figura 26 – Convergência da otimização da estrutura de aplicação

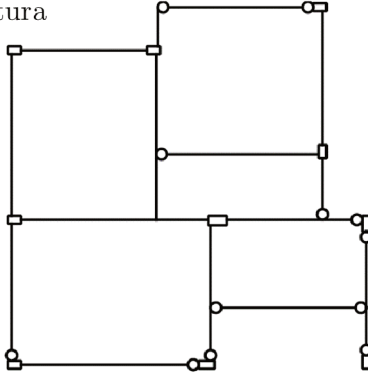


Fonte: Elaborado pelo autor.

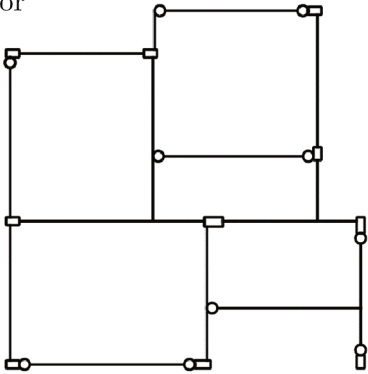
O caso ótimo de vinculações encontrado é representado na Figura 27, que mostra a planta baixa de cada um dos níveis da estrutura com a indicação dos vínculos.

Figura 27 Caso ótimo de vinculações da estrutura de aplicação

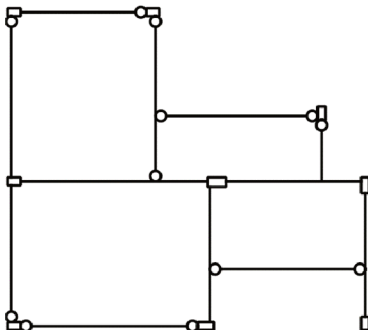
Pav. Cobertura



Pav. Superior



Pav. Térreo



Legenda:

○ — Rótula

□ — Engaste

Fonte: Elaborado pelo autor.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho analisou o problema de minimização do custo de aço de estruturas de concreto armado através da otimização das hipóteses de vinculações entre vigas e pilares. Para solucionar o problema, foi desenvolvida uma ferramenta que utiliza o software Eberick e bibliotecas em Python para realizar o dimensionamento automático das estruturas, acoplados a um algoritmo de otimização para auxiliar na busca da solução ótima. Utilizando o procedimento apresentado, foram analisados alguns casos de validação e um caso de aplicação prática.

O desenvolvimento da técnica e a aplicação aos casos de estudo permitiu observar a variação do custo de aço em algumas estruturas em função das vinculações adotadas. A relevância desta observação consiste na existência de diversas soluções válidas para uma mesma geometria em projetos de concreto armado, sendo a solução escolhida atualmente de maneira empírica pelo projetista.

Para validar o procedimento proposto, foram desenvolvidos dois exemplos de validação, nos quais constatou-se uma variação de 14,58% e 11,32% entre o custo máximo e mínimo de todas as hipóteses válidas de vinculação. Este custo considerou o custo de aço dos pilares, das vigas e das fundações. Através destes casos também foi avaliada a capacidade do algoritmo de encontrar a solução com custo mínimo realizando menos avaliações da função objetivo do que uma busca exaustiva.

O procedimento de otimização foi aplicado em um caso de caráter prático de uma estrutura residencial unifamiliar. Neste caso, após avaliar 4501 casos diferentes, ao longo de 365 gerações do algoritmo genético, foi encontrado um possível caso ótimo. Este caso representou uma redução de 6,57% no custo de aço da estrutura em relação ao custo máximo observado durante a análise.

Por meio dos resultados obtidos neste trabalho, verifica-se que a aplicação de técnicas de otimização em estruturas de concreto armado pode ser direcionada para o estudo das vinculações adotadas no modelo estrutural, visto que existe um inexplorado potencial de minimização do custo de aço em estruturas através da escolha orientada de suas vinculações.

Assim, conclui-se que a escolha dos vínculos de uma estrutura de concreto armado utilizando métodos de otimização permite que seja encontrada uma solução com menor custo de aço sem alterar a geometria dos elementos estruturais, resultado de significativo interesse para a área de projetos de estruturas de concreto armado.

REFERÊNCIAS

- ABNT. **NBR 6123**: Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.
- ABNT. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas - procedimento. Rio de Janeiro, 2004.
- ABNT. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- ALI, N. B. H. *et al.* Multi-stage production cost optimization of semi-rigid steel frames using genetic algorithms. **Engineering Structures**, v. 31, 11 2009.
- ALMEIDA, V. S.; SIMONETTI, H. L.; NETO, L. O. Comparative analysis of strut-and-tie models using smooth evolutionary structural optimization. **Engineering Structures**, v. 56, n. Supplement C, p. 1665 – 1675, 2013. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029613003313>>.
- AMIR, O. A topology optimization procedure for reinforced concrete structures. **Computers & Structures**, v. 114, n. Supplement C, p. 46 – 58, 2013. ISSN 0045-7949. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794912002337>>.
- ARORA, J. **Introduction to Optimum Design**. Iowa City: Elsevier Science, 2004. ISBN 9780080470252.
- BARAKAT, S. A.; ALTOUBAT, S. Application of evolutionary global optimization techniques in the design of rc water tanks. **Engineering Structures**, v. 31, n. 2, p. 332 – 344, 2009. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029608003118>>.
- BASTOS, E. A. **Otimização de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexo-compressão oblíqua utilizando algoritmos genéticos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.
- BRANSON, D.; METZ, G. **Instantaneous and Time-dependent Deflections of Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams**. Auburn: State of Alabama Highway Department, Bureau of Research and Development, 1963.

DARWIN, C. **On the Origin of Species by Means of Natural Selection**. London: Murray, 1859. Or the Preservation of Favored Races in the Struggle for Life.

DEGERTEKIN, S. O.; HAYALIOGLU, M. S. Harmony search algorithm for minimum cost design of steel frames with semi-rigid connections and column bases. **Structural Multidisciplinary Optimization**, p. 755–768, 2010.

ESPAÑA, R. M. *et al.* Evolutionary strategies as applied to shear strain effects in reinforced concrete beams. **Applied Soft Computing**, v. 57, n. Supplement C, p. 164 – 176, 2017. ISSN 1568-4946. Disponível em:
<<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1568494617301618>>.

FERNANDES, W. S.; GRECO, M.; ALMEIDA, V. S. Application of the smooth evolutionary structural optimization method combined with a multi-criteria decision procedure. **Engineering Structures**, v. 143, n. Supplement C, p. 40 – 51, 2017. ISSN 0141-0296. Disponível em:
<<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014102961730562X>>.

FORTIN, F.-A. *et al.* DEAP: Evolutionary algorithms made easy. **Journal of Machine Learning Research**, v. 13, p. 2171–2175, jul 2012.

FUSCO, P. **Técnica de armar as estruturas de concreto**. São Paulo: Pini, 1995. ISBN 9788572660570.

HARDJASAPUTRA, H. Evolutionary structural optimization as tool in finding strut-and-tie-models for designing reinforced concrete deep beam. **Procedia Engineering**, v. 125, n. Supplement C, p. 995 – 1000, 2015. ISSN 1877-7058. Civil Engineering Innovation for a Sustainable. Disponível em:
<<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705815034700>>.

HOLLAND, J. **Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence**. [S.l.]: University of Michigan Press, 1975.

JIN, S.-W.; OHMORI, H.; LEE, S.-J. Optimal design of steel structures considering welding cost and constructability of beam-column connections. **Journal of Constructional Steel**

Research, v. 135, n. Supplement C, p. 292 – 301, 2017. ISSN 0143-974X. Disponível em:
<<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143974X16305478>>.

KAMESHKI, E.; SAKA, M. Genetic algorithm based optimum design of nonlinear planar steel frames with various semi-rigid connections. v. 59, p. 109–134, 01 2003.

KAVEH, A.; GHAFARI, M.; GHOLIPOUR, Y. Optimum seismic design of steel frames considering the connection types. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 130, n. Supplement C, p. 79 – 87, 2017. ISSN 0143-974X. Disponível em:
<<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143974X1630726X>>.

KWAK, H.-G.; NOH, S.-H. Determination of strut-and-tie models using evolutionary structural optimization. **Engineering Structures**, v. 28, n. 10, p. 1440 – 1449, 2006. ISSN 0141-0296. Disponível em:
<<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029606000654>>.

LAGAROS, N. D.; PAPADRAKAKIS, M.; KOKOSSALAKIS, G. Structural optimization using evolutionary algorithms. **Computers & Structures**, v. 80, n. 7, p. 571 – 589, 2002. ISSN 0045-7949. Disponível em:
<<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794902000275>>.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de concreto, volume 1**: princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado. Rio de Janeiro: INTERCIENCIA, 1979a.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de concreto, volume 3**: princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto armado. Rio de Janeiro: INTERCIENCIA, 1979b.

LIU, B. *et al.* Topological design of structures under dynamic periodic loads. **Engineering Structures**, v. 142, n. Supplement C, p. 128 – 136, 2017. ISSN 0141-0296. Disponível em:
<<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029616312299>>.

MATTOS, N. C. **Dimensionamento de vigas à flexão simples**. 2010a. Disponível em:
<<http://faq.altoqi.com.br/content/268/651/pt-br/dimensionamento-de-vigas-a-flex%C3%A3o-simples.html>>. Acesso em: 09/07/2017.

MATTOS, N. C. **Dimensionamento de vigas ao cisalhamento - NBR 6118/2007**. 2010b. Disponível em:

<http://faq.altoqi.com.br/content/268/653/pt-br/dimensionamento-de-vigas-ao-cisalhamento--nbr-6118_2007.html>. Acesso em: 09/07/2017.

PALMISANO, F.; ELIA, A. Shape optimization of strut-and-tie models in masonry buildings subjected to landslide-induced settlements. **Engineering Structures**, v. 84, n. Supplement C, p. 223 – 232, 2015. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029614007184>>.

PÉREZ, J. L. *et al.* Optimization of existing equations using a new genetic programming algorithm: Application to the shear strength of reinforced concrete beams. **Advances in Engineering Software**, v. 50, n. Supplement C, p. 82 – 96, 2012. ISSN 0965-9978. CIVIL-COMP. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0965997812000397>>.

RANA, S. *et al.* Application of evolutionary operation to the minimum cost design of continuous prestressed concrete bridge structure. **Engineering Structures**, v. 46, n. Supplement C, p. 38 – 48, 2013. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029612003781>>.

REIS, R. F. **Dimensionamento de vigas à torção conforme a NBR 6118:2007**. 2010. Disponível em: <<http://faq.altoqi.com.br/content/268/654/pt-br/dimensionamento-de-vigas-a-tor%C3%A7%C3%A3o-conforme-a-nbr-61182007.html>>. Acesso em: 09/07/2017.

RUIZ, J.; DUTARI, L. **Cálculo de flechas en estructuras de hormigón armado: forjados, losas, vigas de canto, vigas planas**. [S.l.]: INTEMAC, 1992. ISBN 9788487892080.

SANTOS, L. M. dos. **Sub-rotinas Básicas do Dimensionamento de Concreto Armado, volume 1**. São Paulo: THOT, 1994.

SHAHNEWAZ, M. *et al.* Optimized shear design equation for slender concrete beams reinforced with frp bars and stirrups using genetic algorithm and reliability analysis. **Engineering Structures**, v. 107, n. Supplement C, p. 151 – 165, 2016. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029615006914>>.

SILVA, E. E. da. **Otimização de estruturas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos**. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica na Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

SIMÕES, L. M. C. Optimization of frames with semi-rigid connections. **Computers & Structures**, p. 531–539, 1996.

SIMONETTI, H. L.; ALMEIDA, V. S.; NETO, L. de O. A smooth evolutionary structural optimization procedure applied to plane stress problem. **Engineering Structures**, v. 75, n. Supplement C, p. 248 – 258, 2014. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029614003393>>.

SMANIOTTO, A. **Dimensionamento e detalhamento automático de pilares retangulares submetidos à flexão composta oblíqua**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

SOARES, R. de C. **Otimização de seções transversais de concreto armado sujeitas à flexão - aplicação a pavimentos**. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

SWEIGART, A. **PyAutoGUI: Cross-platform GUI automation for human beings**. 2014. Disponível em: <<https://pyautogui.readthedocs.io>>. Acesso em: 15/07/2017.

TORRES, J. von S. **Otimização de pórticos de concreto armado utilizando o sistema computacional ansys**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2001.

TRUONG, V.-H.; NGUYEN, P.-C.; KIM, S.-E. An efficient method for optimizing space steel frames with semi-rigid joints using practical advanced analysis and the micro-genetic algorithm. **Journal of Constructional Steel Research**, p. 416–427, 2017.

VIANNA, L. C. C. **Otimização de seções transversais de concreto armado: aplicação a pórticos**. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.