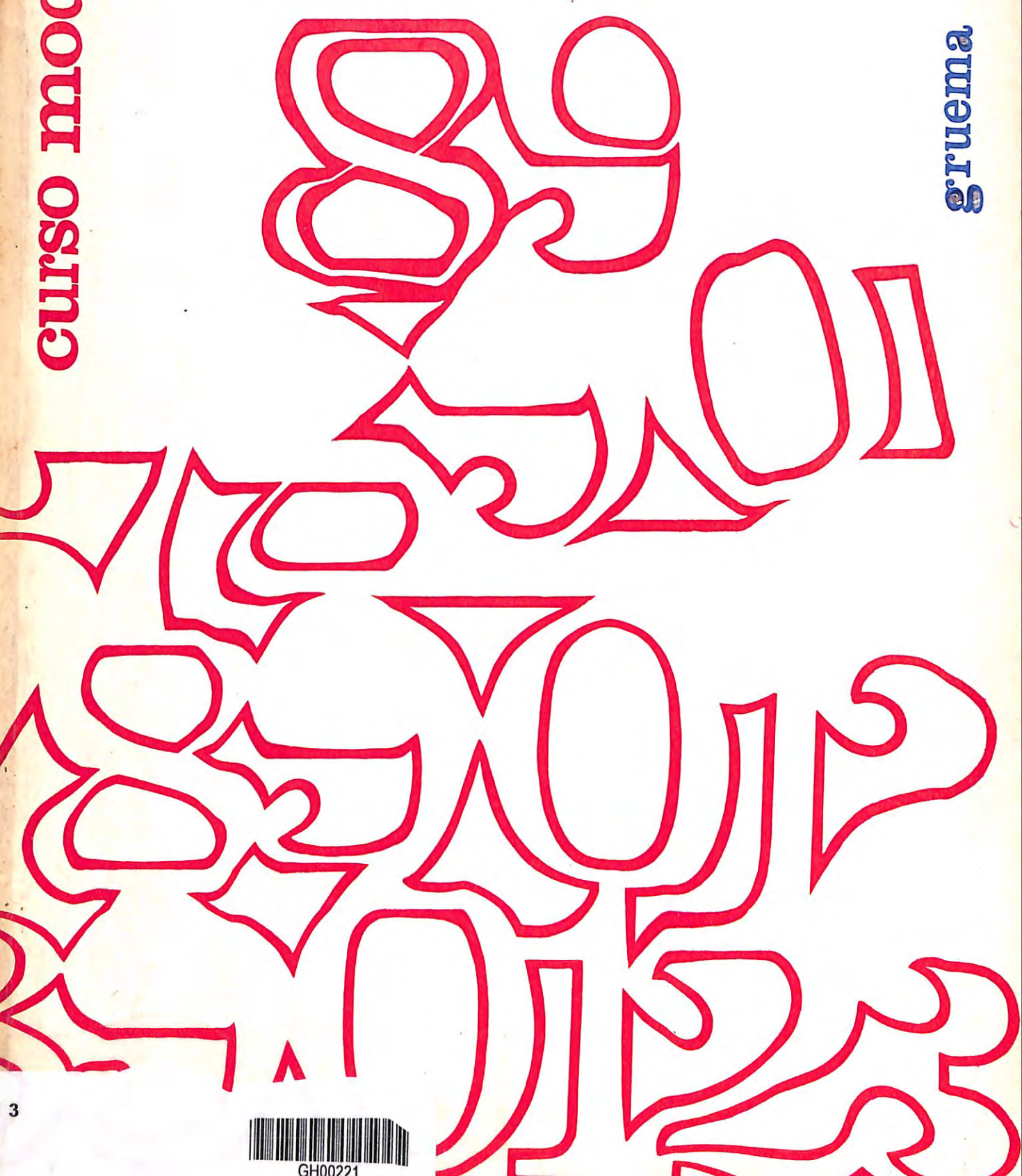


curso moderno

**de matemática
para o ensino de 1º grau**

gruema



GRUEMA
(Grupo de Ensino de Matemática Atualizada)

ANNA AVERBUCH
FRANCA COHEN GOTTLIEB
LUCÍLIA BECHARA SANCHEZ
MANHÚCIA PERELBERG LIBERMAN
(licenciadas em Matemática)

Supervisão de
L. H. JACY MONTEIRO
(da Universidade de São Paulo)

CURSO MODERNO DE
MATEMÁTICA
para o ensino de primeiro grau

8

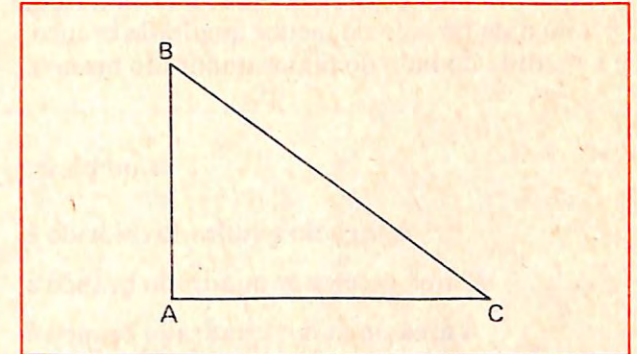
COMPANHIA EDITORA NACIONAL

TÉCNICAS OPERATÓRIAS EM \mathbb{R}

REPRESENTAÇÃO DE ALGUNS IRRACIONAIS NA RETA

Grupo I – Exercícios Preliminares

1) Considere o triângulo retângulo ABC ao lado.

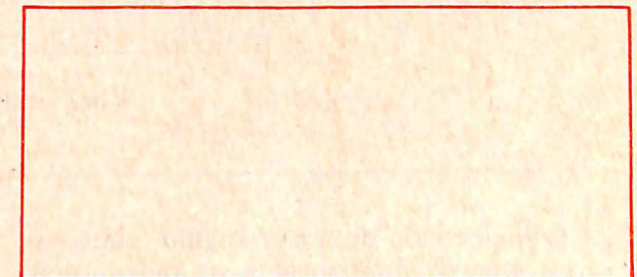


a) Meça e complete: $m(\overline{BC}) = a = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$ $a^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$
 $m(\overline{AC}) = b = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$ $b^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$
 $m(\overline{AB}) = c = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$ $c^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$

b) Assinale com V ou F: $a^2 + b^2 = c^2$
 $a^2 + c^2 = b^2$
 $b^2 + c^2 = a^2$

2) Desenhe um triângulo retângulo PQR de modo que:

$p = m(\overline{QR}) = 6,5 \text{ cm}$
 $q = m(\overline{RP}) = 2,5 \text{ cm}$
 $r = m(\overline{PQ}) = 6 \text{ cm}$



a) Complete: $p^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$
 $q^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$
 $r^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$

b) Assinale com V ou F: $p^2 + q^2 = r^2$

$p^2 + r^2 = q^2$

$q^2 + r^2 = p^2$

3) Na folha recortável você encontra quadrados brancos e um quadrado colorido.

a) Chame:

a a medida do lado do quadrado colorido.

b a medida do lado do menor quadrado branco.

c a medida do lado do maior quadrado branco.

Complete:

A área do quadrado colorido é _____

A área do menor quadrado branco é _____

A área do maior quadrado branco é _____

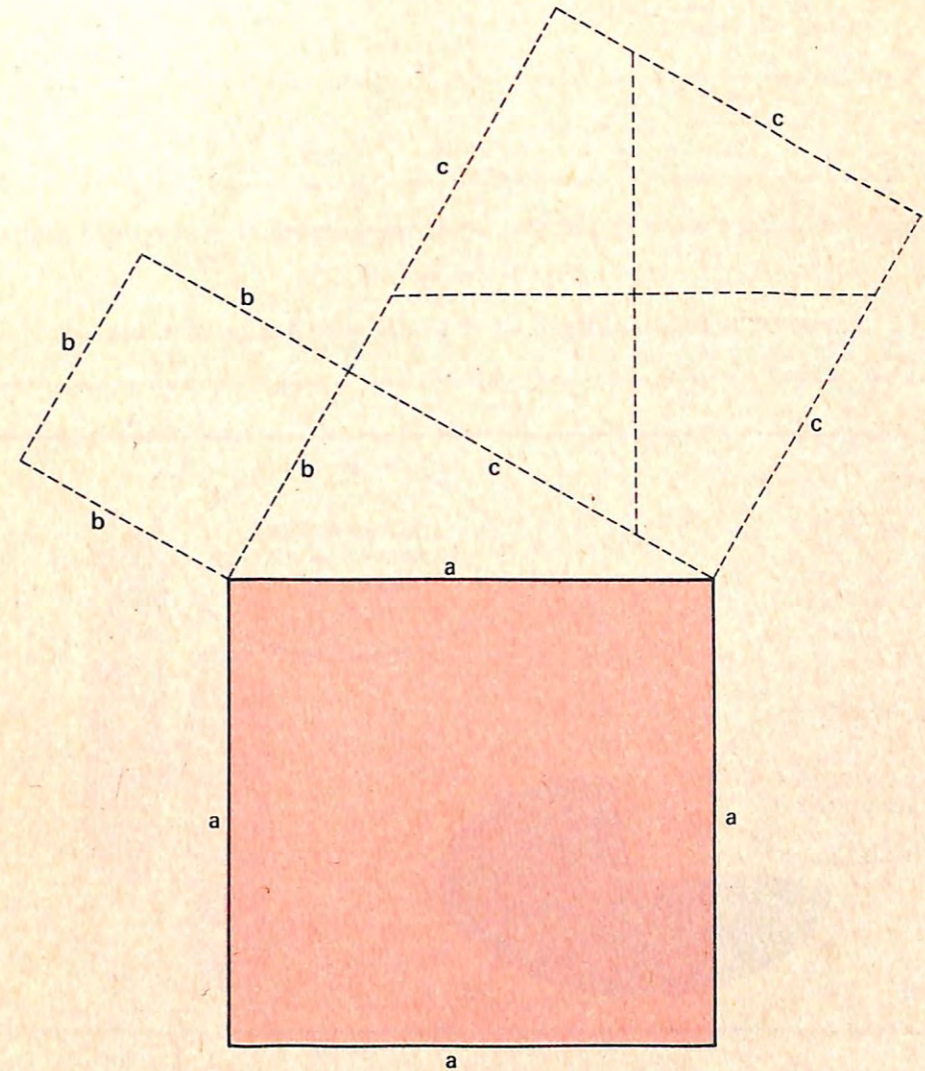
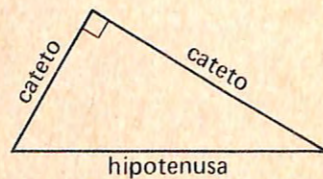
b) Recorte as figuras pelos segmentos pontilhados e procure encaixá-las dentro do quadrado colorido até recobri-lo totalmente.

c) Se você conseguiu recobrir totalmente o quadrado colorido com todas as figuras brancas, quer dizer que a soma das áreas das figuras brancas é igual à área da figura colorida.

Complete: $a^2 = \text{_____} + \text{_____}$

Você lembra que:

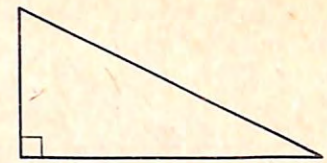
O maior lado de um triângulo retângulo se chama *hipotenusa* e os outros dois se chamam *catetos*.



Anote:

Se num triângulo retângulo a medida da hipotenusa é a e as medidas dos catetos são respectivamente b e c , então:

$$a^2 = b^2 + c^2$$



Anote:

Se num triângulo os lados medem, respectivamente, m , n e p e acontece que:

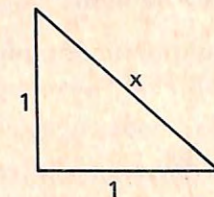
$$m^2 = n^2 + p^2$$

então o triângulo é retângulo e m é a medida de sua hipotenusa.



Grupo II – Exercícios de Aplicação

1) No triângulo retângulo ao lado os catetos medem 1 unidade cada um.



a) Escreva a relação de Pitágoras para x : $x^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

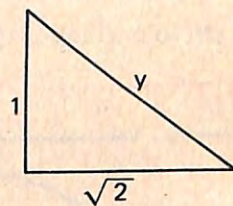
b) Complete: $V = \{ \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \}$

Observação:

A solução negativa de uma equação não interessa quando o problema envolve medidas.

c) A hipotenusa deste triângulo mede $\underline{\hspace{2cm}}$ unidades.

2) Os catetos do triângulo retângulo ao lado medem 1 e $\sqrt{2}$ unidades respectivamente.



a) Escreva a relação de Pitágoras para y
(lembre que $(\sqrt{2})^2 = 2$) $y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

b) Complete: $V = \{ \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}} \}$

c) A hipotenusa mede $\underline{\hspace{2cm}}$ unidades.

3) Observe a figura ao lado.

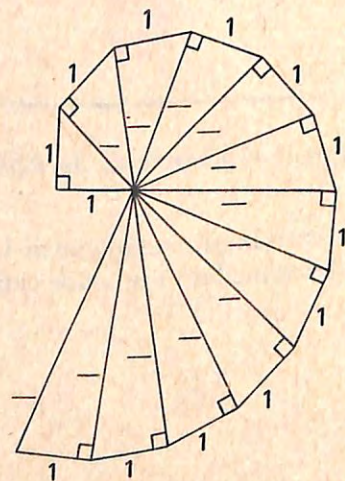
Ela é formada de triângulos retângulos um após o outro.
(O número 1 indica a unidade de comprimento considerada.)

a) Escreva na figura os números que indicam as medidas dos outros segmentos.

b) Quantos triângulos há na figura? $\underline{\hspace{2cm}}$

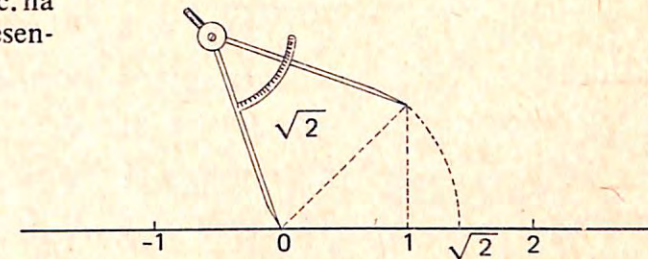
c) Quanto mede a hipotenusa do último triângulo? $\underline{\hspace{2cm}}$

d) Aproveitando a construção considerada, quantos triângulos deveriam ser traçados para encontrar um segmento medindo $\sqrt{327}$? $\underline{\hspace{2cm}}$



Anote:

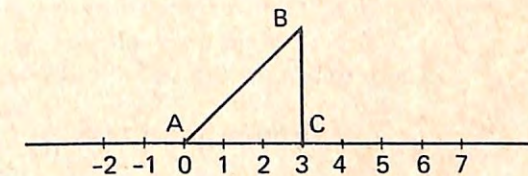
Podemos marcar a $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}$ etc. na reta, sem precisar recorrer à representação decimal.



4) Considere a reta graduada ao lado. O triângulo ABC é retângulo isósceles.

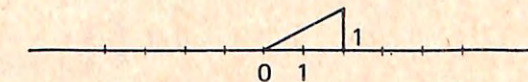
a) Quanto mede \overline{AB} ? $\underline{\hspace{2cm}}$

b) Marque na reta o ponto D cuja abscissa é $\sqrt{18}$.



5) a) Na reta graduada ao lado, usando o triângulo retângulo desenhado, marque o ponto A, cuja abscissa é $\sqrt{5}$.

b) Marque agora o ponto B, cuja abscissa é $-\sqrt{5}$ (ou seja, o oposto de $\sqrt{5}$).



Grupo III – Exercícios de Recordação

1) Complete:

a) $2^3 = \underline{\hspace{1cm}} \iff \sqrt[3]{\underline{\hspace{1cm}}} = 2$

b) $(\frac{3}{10})^5 = \underline{\hspace{1cm}} \iff \sqrt[5]{\underline{\hspace{1cm}}} = \frac{3}{10}$

c) $(-5)^3 = \underline{\hspace{1cm}} \iff \sqrt[3]{\underline{\hspace{1cm}}} = -5$

d) $(\sqrt[3]{5})^3 = \underline{\hspace{1cm}} \iff \sqrt[3]{\underline{\hspace{1cm}}} = \sqrt[3]{5}$

2) Dê os conjuntos-verdade, em \mathbb{R} , das equações abaixo:

- a) $x^2 = 36$ $V = \{ \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} \}$
 b) $y^3 = 8$ $V = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$
 c) $z^3 = -8$ $V = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$
 d) $t^4 = 81$ $V = \underline{\hspace{2cm}}$
 e) $t^4 = -81$ $V = \underline{\hspace{2cm}}$
 f) $m^2 = 5$ $V = \underline{\hspace{2cm}}$
 g) $x^3 = 7$ $V = \underline{\hspace{2cm}}$
 h) $y^4 = 10$ $V = \underline{\hspace{2cm}}$
 i) $y^4 = -10$ $V = \underline{\hspace{2cm}}$
 j) $z^5 = 12$ $V = \underline{\hspace{2cm}}$

3) Complete:

(lembre que $d^{-n} = \frac{1}{d^n}$)

- a) $2^{-5} = \underline{\hspace{2cm}}$
 b) $15^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$
 c) $(\frac{1}{3})^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$
 d) $(\frac{3}{4})^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$

4) Complete, observando o modelo:

- a) $x^{-2} = \frac{1}{4} \iff \frac{1}{x^2} = \frac{1}{4} \iff x^2 = 4$ (modelo)
 b) $y^{-3} = 7 \iff \underline{\hspace{2cm}}$
 c) $z^{-5} = -2 \iff \underline{\hspace{2cm}}$
 d) $m^{-1} = -3 \iff \underline{\hspace{2cm}}$
 e) $p^{-2} = -4 \iff \underline{\hspace{2cm}}$
 f) $q^{-3} = \frac{4}{5} \iff \underline{\hspace{2cm}}$

5) Dê os conjuntos-verdade, em \mathbb{R} , das equações abaixo:

- a) $x^{-2} = 4$ $V = \underline{\hspace{2cm}}$
 b) $y^{-3} = 7$ $V = \underline{\hspace{2cm}}$
 c) $z^{-5} = -2$ $V = \underline{\hspace{2cm}}$
 d) $m^{-1} = -3$ $V = \underline{\hspace{2cm}}$
 e) $p^{-2} = -4$ $V = \underline{\hspace{2cm}}$

Você observou que:

Dada a equação, em \mathbb{R} , $x^m = a$ sendo x e a reais
 m inteiro maior que 1
 teremos:
 se m for ímpar $V = \{ \sqrt[m]{a} \}$
 se m for par e a positivo $V = \{ \sqrt[m]{a}, -\sqrt[m]{a} \}$
 se m for par e a negativo $V = \emptyset$

Você lembra que:

$\sqrt[m]{a} = x$ m é o índice
 a é o radicando
 x é a raiz
 $\sqrt{\hspace{1cm}}$ é o sinal de raiz

Note:

$\sqrt[m]{a} = x \iff x^m = a$
 Sendo: a real positivo
 m inteiro maior que 1

EXPOENTE FRACIONÁRIO

Grupo IV – Exercícios Preliminares

Você lembra que:

Para todo a racional positivo e
 n inteiro maior que 1

$$\sqrt[n]{a^n} = a \quad \text{pois} \quad a^n = a^n$$

Complete: a) $\sqrt{2^8} = \sqrt{(2^4)^2} = 2^4$ (modelo)

b) $\sqrt[4]{3^{12}} =$ _____

c) $\sqrt[3]{7^{15}} =$ _____

d) $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^6} =$ _____

e) $\sqrt[m]{m^{25}} =$ _____ ($m \in \mathbb{Q}_+$)

Observe que:

Ao escrever $\sqrt{a^8} = 2^4$ dividiu-se 8 por 2.

Podemos escrever $\sqrt{2^8} = 2^{\frac{8}{2}} = 2^4$

DE UM MODO GERAL:

$$\sqrt[m]{a^{mr}} = a^{\frac{mr}{m}} = a^r$$

Sendo: a número real positivo
 m número natural maior que 1
 r número natural

VOCÊ SABE QUE $\sqrt[6]{2^9}$ É O MESMO QUE $\sqrt[2]{2^3}$?

VOCÊ TRANSFORMA E EU JUSTIFICO! VAMOS VER SE É MESMO!

$\sqrt[6]{2^9} = b$ é o mesmo que ${}^{2 \cdot 3}\sqrt{2^{3 \cdot 3}} = b$ Você fatorou 6 e 9.

$b^{2 \cdot 3} = 2^{3 \cdot 3}$ Pela definição da raiz.

$(b^2)^3 = (2^3)^3$ Potência de potência.

$b^2 = 2^3$ Potências iguais de expoentes iguais têm bases iguais.

$b = \sqrt[2]{2^3}$ Pela definição da raiz.

PODE-SE DIVIDIR O ÍNDICE DA RAIZ E O EXPOENTE QUE ESTÁ NO RADICANDO PELO MESMO NÚMERO!

ESTAMOS ENTÃO SIMPLIFICANDO RADICAIS, ASSIM COMO SIMPLIFICAMOS FRAÇÕES!

$$\sqrt[mn]{a^{nr}} = \sqrt[m]{a^r}$$

Sendo: a real positivo
 m e n natural maior que 1
 r natural

Convenção:

$$\sqrt[q]{a^p} = a^{\frac{p}{q}}$$

Sendo: a real positivo
 p inteiro
 q natural maior que 1

Grupo V – Exercícios de Aplicação

1) Complete, observando o modelo:

a) $\sqrt[4]{a^6} = \sqrt[2 \cdot 2]{a^{3 \cdot 2}} = \sqrt{a^3}$ (modelo) ($a \in \mathbb{R}_+$)

b) $\sqrt[15]{x^{12}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($x \in \mathbb{R}_+$)

c) $\sqrt[12]{6^{10}} = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $\sqrt[10]{\left(\frac{1}{4}\right)^{20}} = \underline{\hspace{2cm}}$

2) Complete, observando o modelo:

a) $\sqrt[5]{5^9} = 5^{\frac{9}{5}}$ (modelo)

b) $\sqrt[4]{3^9} = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $\sqrt[3]{\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $\sqrt[5]{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $\sqrt[10]{m^3} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($m \in \mathbb{R}_+$)

3) Complete, observando o modelo:

a) $2^{\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{2^2}$ (modelo)

b) $17^{\frac{4}{5}} = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $15^{\frac{1}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{3}{5}} = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $m^{\frac{3}{10}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($m \in \mathbb{R}_+$)

4) Complete, observando o modelo:

a) $5^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{5^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{5^3}}$ (modelo)

b) $9^{-\frac{1}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $4^{-\frac{1}{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $\left(\frac{5}{6}\right)^{-\frac{2}{9}} = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $m^{-\frac{4}{5}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($m \in \mathbb{R}_+$)

5) Simplifique os radicais:

a) $\sqrt[6]{2^3} = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $\sqrt[4]{5^{10}} = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $\sqrt[12]{a^4} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($a \in \mathbb{R}_+$)

d) $\sqrt[12]{x^3} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($x \in \mathbb{R}_+$)

6) Complete de modo a obter radicais de índice 12:

a) $\sqrt[3]{a} =$ _____ ($a \in \mathbb{R}_+$)

b) $\sqrt{b} =$ _____ ($b \in \mathbb{R}_+$)

c) $\sqrt[3]{2^2} =$ _____

d) $\sqrt[6]{5^2} =$ _____

e) $\sqrt[4]{a^3} =$ _____

7) Complete de modo a obter radicais de índice 10:

a) $\sqrt{3} =$ _____

b) $\sqrt[5]{2^2} =$ _____

c) $\sqrt[5]{7^3} =$ _____

PARA QUE SERVE TRANSFORMAR RADICAIS DE ÍNDICES DIFERENTES EM RADICAIS DE MESMO ÍNDICE?

OUVI DIZER QUE É PARA MULTIPLICÁ-LOS, DIVIDI-LOS E COMPARÁ-LOS!

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE RADICAIS

Grupo VI – Exercícios Preliminares

1) Complete, observando o modelo:

a) $a^3 \cdot a^2 = a^{3+2} = a^5$ (modelo)

b) $a^8 \cdot a^4 =$ _____

c) $a^9 : a^4 =$ _____ ($a \neq 0$)

d) $a^3 : a^5 =$ _____ ($a \neq 0$)

2) Complete, observando o modelo:

a) $a^3 \cdot b^3 = (ab)^3$ (modelo)

b) $m^4 \cdot p^4 =$ _____

c) $p^5 : q^5 =$ _____ ($q \neq 0$)

Anote:

Vamos admitir que as regras para as operações com potências positivas são válidas também quando os expoentes são racionais.

3) Complete, observando o modelo:

a) $\sqrt[3]{5^4} \cdot \sqrt[3]{5^7} = 5^{\frac{4}{3}} \cdot 5^{\frac{7}{3}} = 5^{\frac{4+7}{3}} = \sqrt[3]{5^{4+7}} = \sqrt[3]{5^4 \cdot 5^7} = \sqrt[3]{5^{11}}$ (modelo)

b) $\sqrt[4]{3^5} \cdot \sqrt[4]{3^2} =$ _____

c) $\sqrt[7]{2^9} \cdot \sqrt[7]{2^6} =$ _____

d) $\sqrt[3]{5^2} \cdot \sqrt[3]{5^3} =$ _____

e) $\sqrt[5]{7^3} \cdot \sqrt[5]{7^5} =$ _____

f) $\sqrt[4]{3^7} \cdot \sqrt[5]{3^2} =$ _____

DE UM MODO GERAL:

$$\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[r]{a} = \sqrt[mr]{a^r \cdot a^m} = \sqrt[mr]{a^{r+m}}$$

Sendo: a real positivo

m e r naturais maiores que 1

4) Complete, observando os modelos:

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = 3^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} = (3 \cdot 5)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3 \cdot 5}$ (modelo)

b) $\sqrt[4]{7} \cdot \sqrt[4]{8} =$ _____

c) $\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[4]{7} = 3^{\frac{1}{5}} \cdot 7^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{4}{20}} \cdot 7^{\frac{5}{20}} = 3^{\frac{4}{20}} \cdot 7^{\frac{5}{20}} = (3^4 \cdot 7^5)^{\frac{1}{20}} = \sqrt[20]{3^4 \cdot 7^5}$ (modelo)

d) $\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[8]{9} =$ _____

e) $\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[9]{7} =$ _____

DE UM MODO GERAL:

$$\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[p]{b} = \sqrt[mp]{a^p \cdot b^m}$$

Sendo: a e b reais positivos

p e m naturais maiores que 1

5) Complete, observando o modelo:

a) $\sqrt[5]{8^7} : \sqrt[5]{8^4} = 8^{\frac{7}{5}} : 8^{\frac{4}{5}} = 8^{\frac{7-4}{5}} = \sqrt[5]{8^{7-4}} = \sqrt[5]{8^3}$ (modelo)

b) $\sqrt[6]{5^9} : \sqrt[6]{5^7} =$ _____

c) $\sqrt[3]{2^7} : \sqrt[5]{2^4} =$ _____

d) $\sqrt[5]{3^9} : \sqrt[8]{3^7} =$ _____

DE UM MODO GERAL:

$$\sqrt[m]{a} : \sqrt[r]{a} = \sqrt[mr]{a^r : a^m} = \sqrt[mr]{a^{r-m}}$$

Sendo: a real positivo diferente de zero
 m e r naturais maiores que 1

6) Complete, observando o modelo:

a) $\sqrt{3} : \sqrt{5} = 3^{\frac{1}{2}} : 5^{\frac{1}{2}} = (3 : 5)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3:5}$ (modelo)

b) $\sqrt[5]{9} : \sqrt[5]{8} =$ _____

c) $\sqrt[3]{5} : \sqrt[7]{4} =$ _____

d) $\sqrt[3]{7} : \sqrt[8]{9} =$ _____

DE UM MODO GERAL:

$$\sqrt[m]{a} : \sqrt[p]{b} = \sqrt[mp]{a^p : b^m}$$

Sendo: a real positivo

b real positivo diferente de zero

m e p naturais maiores que 1

Grupo VII — Exercícios de Aplicação

1) Efetue:

a) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{7} =$ _____

b) $\sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} =$ _____

c) $\sqrt[3]{\frac{1}{5}} : \sqrt[3]{\frac{1}{2}} =$ _____

$$d) \sqrt[4]{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt[3]{10} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$e) \sqrt{\frac{2}{3}} : \sqrt[3]{\frac{2}{5}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2) Efetue:

$$a) \sqrt{\frac{2}{3}} : \sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b) \sqrt[3]{a^4b} \cdot \sqrt[5]{a^4b} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c) \sqrt[4]{\frac{a^2}{b}} : \sqrt[3]{\frac{a^2}{b}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (a \neq 0 \text{ e } b \neq 0)$$

3) Complete, observando o modelo:

$$\begin{aligned} a) \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^2} &= \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{3^6} \cdot \sqrt[3]{5^2} = \text{(modelo)} \\ &= 2 \cdot 3^2 \cdot \sqrt[3]{5^2} = 18\sqrt[3]{5^2} = \\ &= 18\sqrt[3]{25} \end{aligned}$$

$$b) \sqrt{5^4 \cdot 3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c) \sqrt[3]{5^6 \cdot 7} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$d) \sqrt{a^6 \cdot b^2 \cdot c} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$e) \sqrt[5]{a^5 \cdot b^{10} \cdot c^3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$f) \sqrt[3]{2^7 \cdot 3^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$g) \sqrt[5]{2^{12}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$h) \sqrt{3^9} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$i) \sqrt[3]{m^5n^3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$j) \sqrt[4]{m^3n^4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

4) Fatore o radicando e simplifique os radicais:

$$a) \sqrt[3]{375} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b) \sqrt{600} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c) \sqrt[3]{16} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$d) \sqrt[4]{48} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$e) \sqrt{128} = \underline{\hspace{2cm}}$$

POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

Grupo VIII – Exercícios Preliminares

1) Complete:

$$a) (a^5)^4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b) (a^3)^8 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c) (a^m)^n = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$d) a^{12} = \underline{(a^{-})^4}$$

$$e) a^{12} = \underline{(a^4)^{-}}$$

$$f) a^{15} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

2) Complete, observando o modelo:

$$a) (\sqrt[3]{5})^7 = \underline{(5^{\frac{1}{3}})^7} = \underline{5^{\frac{7}{3}}} = \underline{\sqrt[3]{5^7}} \quad \text{(modelo)}$$

$$b) (\sqrt{3^5})^4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c) (\sqrt{a^p})^m = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$d) (\sqrt[3]{5^2})^7 = \underline{\hspace{2cm}}$$

DE UM MODO GERAL:

$$(\sqrt[m]{a})^q = \sqrt[m]{a^q}$$

Sendo: a real positivo
 m natural maior que 1
 q inteiro

3) Complete, observando o modelo:

$$a) \sqrt[3]{\sqrt{5}} = (\sqrt[3]{5})^{\frac{1}{2}} = (5^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{5} \quad (\text{modelo})$$

$$b) \sqrt[4]{\sqrt[5]{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c) \sqrt[3]{\sqrt[7]{5^2}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$d) \sqrt[m]{\sqrt{a}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (m \text{ natural maior que } 1)$$

DE UM MODO GERAL:

$$\sqrt[m]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[m \cdot p]{a}$$

Para a real positivo

m e p naturais diferentes de 1

Grupo IX – Exercícios de Aplicação

1) Observe o modelo e complete, dando o resultado com um só radical:

$$a) \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2^2} \cdot 2} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2} \quad (\text{modelo})$$

$$b) \sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (x \in \mathbb{R}_+)$$

$$c) \sqrt[3]{\sqrt[4]{a^3}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (a \in \mathbb{R}_+)$$

$$d) \sqrt{3\sqrt{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2) Complete, dando o resultado sob a forma de uma única potência:

$$a) m^{\frac{1}{2}} \cdot m^{\frac{5}{4}} \cdot m^{-1} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (m \in \mathbb{R}_+)$$

$$b) x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{-\frac{2}{3}} : x^4 = \underline{\hspace{2cm}} \quad (x \in \mathbb{R}_+)$$

$$c) (5^4)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$d) \sqrt{a^{\frac{8}{3}}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (a \in \mathbb{R}_+)$$

3) Efetue as potências indicadas, simplificando os resultados ao máximo:

$$a) (2\sqrt{3})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$


$$b) (3\sqrt[3]{3})^3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c) \left(\frac{m^3\sqrt{n}}{n}\right)^2 = \underline{\hspace{2cm}} \quad \begin{matrix} (m \in \mathbb{R}_+ \\ n \in \mathbb{R}_+^*) \end{matrix}$$

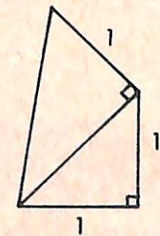
$$d) \left(\frac{p\sqrt[3]{q^2}}{q^2}\right)^3 = \underline{\hspace{2cm}} \quad \begin{matrix} (p \in \mathbb{R}_+ \\ q \in \mathbb{R}_+^*) \end{matrix}$$

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Grupo X – Exercícios Preliminares

1) a) Construa ao lado, continuando o “caracol” iniciado, os segmentos de comprimentos $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$, respectivamente, na unidade 1 

b) A reta real ao lado é graduada com a mesma unidade do item a). Com a ajuda de um compasso marque o ponto A tal que $a(A) = \sqrt{2}$ (lembre que $a(A)$ significa abscissa de A).

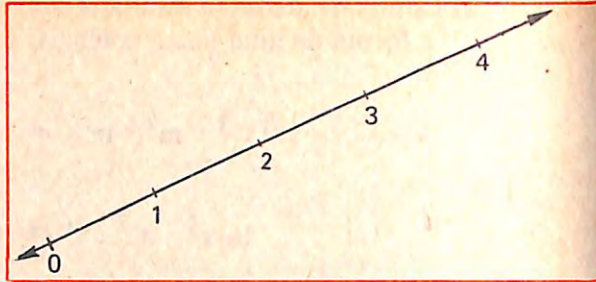


c) Com a ajuda do compasso marque, à direita de A, um ponto B tal que:
 $m(\overline{AB}) = \sqrt{3}$

d) Com a ajuda do compasso marque o ponto C tal que:
 $a(C) = \sqrt{5}$

e) Complete com = ou \neq B _____ C

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} \text{ _____ } \sqrt{5}$$



Você observou que:

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$$

DE UM MODO GERAL:

Quase sempre: $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

para a e b reais positivos.

SERÁ QUE:
 $2\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$ É O
 MESMO QUE
 $6\sqrt{3}$?

VOCÊ FAZ
 E EU
 JUSTIFICO!

$$2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = (2 + 4)\sqrt{3} \text{ Colocou a } \sqrt{3} \text{ em evidência pela distributiva.}$$

$$(2 + 4)\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ Somou números inteiros.}$$

É COMO
 REDUZIR TERMOS
 SEMELHANTES.

O RADICAL
 SE COMPORTA COMO
 UMA LETRA!

Grupo XI – Exercícios de Aplicação

1) Coloque = ou \neq de modo a obter sentenças verdadeiras:

- a) $2 + 5$ _____ 7
- b) $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ _____ $\sqrt{7}$
- c) $\sqrt{4} + \sqrt{9}$ _____ $\sqrt{13}$
- d) $\sqrt{4} + \sqrt{9}$ _____ $\sqrt{5}$
- e) $\sqrt{4} + \sqrt{9}$ _____ 5
- f) $\sqrt{4} - \sqrt{9}$ _____ $-\sqrt{5}$
- g) $\sqrt{4} - \sqrt{9}$ _____ $\sqrt{-5}$
- h) $\sqrt{4} - \sqrt{9}$ _____ -5
- i) $\sqrt{4} - \sqrt{9}$ _____ 1
- j) $\sqrt{4} - \sqrt{9}$ _____ -1

2) Reduza os termos semelhantes:

- a) $3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 7\sqrt{2} =$ _____
- b) $\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2} =$ _____
- c) $\sqrt[4]{3} - 7\sqrt[4]{3} + 5 =$ _____
- d) $2\sqrt[5]{7} + 3\sqrt[5]{5} - 6\sqrt[5]{7} + \sqrt[5]{5} =$ _____
- e) $\sqrt[3]{12} - \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{12} + 5\sqrt[3]{4} =$ _____

3) Observe o modelo e complete:

a) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{8} = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = (3 + 5 - 2)\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$
 (modelo)

b) $\sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{75} =$ _____

c) $\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{375} =$ _____

d) $\sqrt[3]{16} - 5\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{2} =$ _____

4) Observe o modelo e complete:

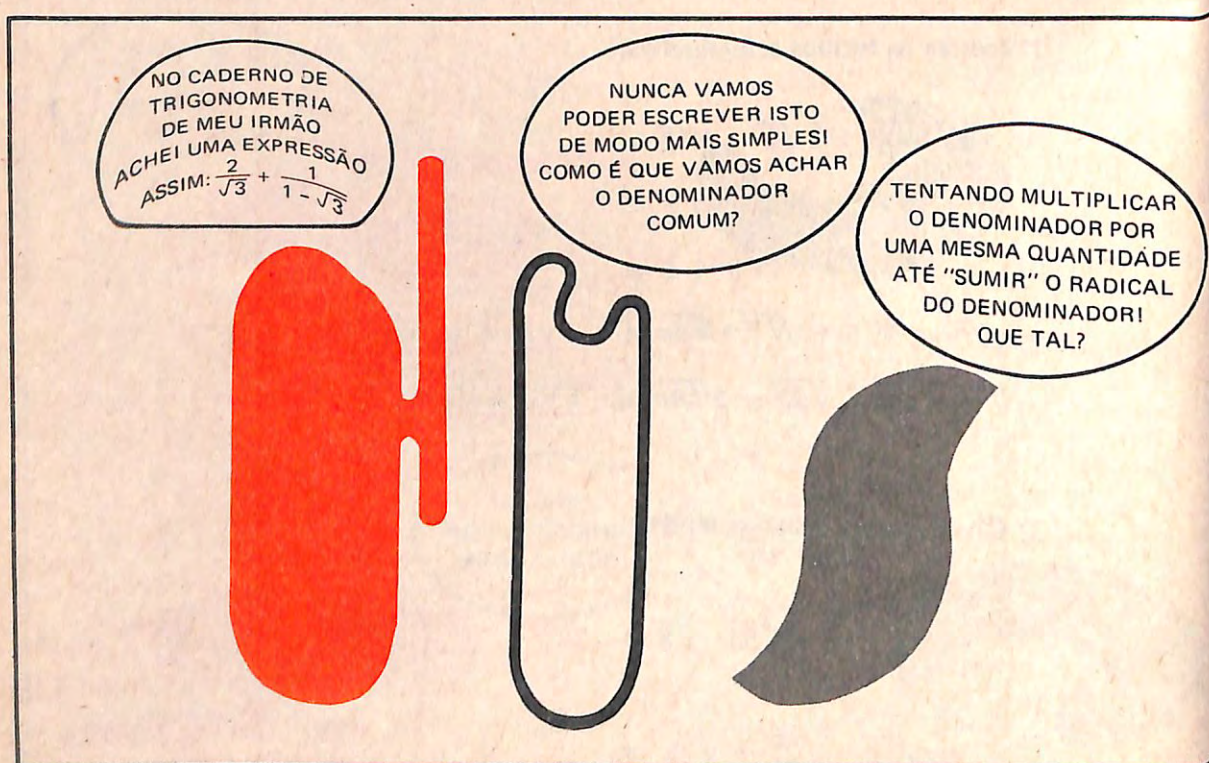
a) $\frac{2 + \sqrt{18}}{6} = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{6} = \frac{2(1 + \sqrt{3})}{6} =$
 $= \frac{1 + \sqrt{3}}{3}$ (modelo)

b) $\frac{15 - \sqrt{75}}{15} =$ _____

c) $\frac{10 + \sqrt{12}}{4} =$ _____

d) $\frac{\sqrt{50} - \sqrt{75}}{5} =$ _____

RACIONALIZAÇÃO DOS DENOMINADORES DE FRAÇÕES



Grupo XII – Exercícios Preliminares

1) Calcule os produtos e as potências indicadas (lembre os produtos notáveis):

a) $(\sqrt{5})^2 =$ _____

b) $(\sqrt[3]{5})^2 =$ _____

c) $(\sqrt[3]{5})^3 =$ _____

d) $(\sqrt{5})^3 =$ _____

e) $(\sqrt{2} + 2)^2 =$ _____

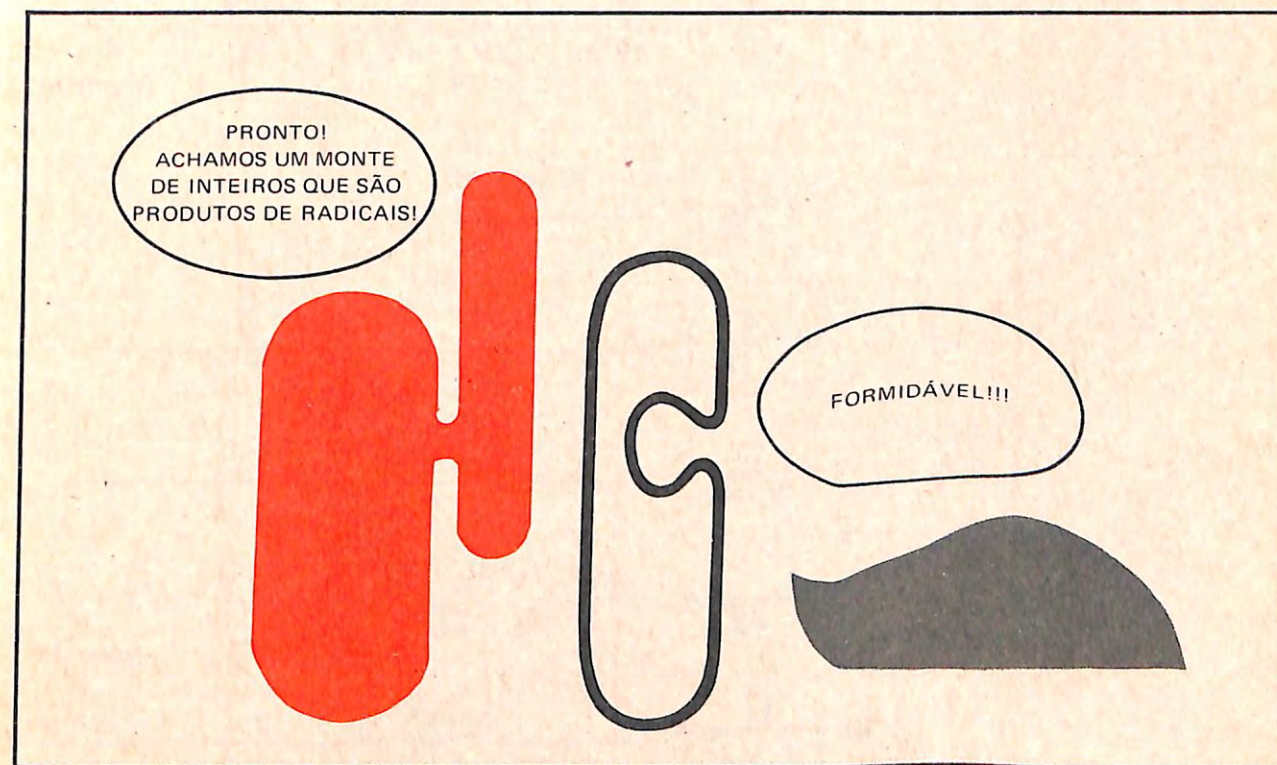
f) $(\sqrt{2} + 2)(\sqrt{2} - 2) =$ _____

g) $(\sqrt{5} - 3)^2 =$ _____

h) $(\sqrt{5} - 3)(\sqrt{5} + 3) =$ _____

i) $(1 - \sqrt{3})^2 =$ _____

j) $(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) =$ _____



2) Complete de modo a ter sentenças verdadeiras:

- a) $\sqrt{15} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 15$
- b) $\sqrt[3]{2} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 2$
- c) $\sqrt[3]{5^2} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 5$
- d) $\sqrt{18} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 6$
- e) $(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 3 - 2$
- f) $(1 + \sqrt{7}) \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 1 - 7$
- g) $(3 - \sqrt{15}) \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 9 - 15$

3) Observe os modelos e complete de modo a obter frações iguais de denominadores inteiros:

- a) $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (modelo)
- b) $\frac{3}{\sqrt{18}} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\cancel{3}\sqrt{2}}{\cancel{3} \cdot 2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (modelo)
- c) $\frac{2}{\sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- d) $\frac{1}{\sqrt{12}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- e) $-\frac{10}{\sqrt{75}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- f) $\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{5 - 2} = \frac{\cancel{3}(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{\cancel{3}}$ (modelo)
- g) $\frac{1}{2 + \sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$

h) $\frac{5}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$

i) $\frac{-4}{3 - \sqrt{15}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Anote:

Se uma fração tem radicais em seu denominador, dizemos que *racionalizamos seu denominador* quando escrevemos uma fração igual que tem *denominador racional*.

Grupo XIII – Exercícios de Aplicação

1) Racionalize os denominadores das frações:

- a) $\frac{7}{\sqrt{5}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- b) $\frac{a}{\sqrt{a}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- c) $\frac{4}{3\sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- d) $\frac{5}{\sqrt{45}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- e) $\frac{8}{3 + \sqrt{7}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- f) $\frac{a}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- g) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$
- h) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} = \underline{\hspace{2cm}}$

RELAÇÃO DE ORDEM EM \mathbb{R}

JÁ SABEMOS EFETUAR:

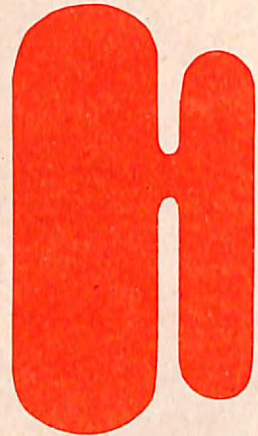
$$\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{1-\sqrt{3}}$$

RACIONALIZAMOS OS DENOMINADORES E ENCONTRAMOS:

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{1+\sqrt{3}}{-2}$$

E AGORA EFETUAMOS, PARA AGRADAR AOS MATEMÁTICOS QUE GOSTAM DE TUDO BEM SIMPLES:

$$\frac{4\sqrt{3}-3-3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}-3}{6}$$



COMO SE PODEM COMPARAR ELEMENTOS DE \mathbb{R} ? SE FOREM RACIONAIS, JÁ SABEMOS!

SE FOREM RADICAIS, ACHO QUE ELES PRECISAM TER O MESMO ÍNDICE!

SERÁ QUE DÁ?
 $\sqrt[m]{a}$ E $\sqrt[m]{b}$

VOCÊ TRANSFORMA E EU JUSTIFICO, TÁ?

Afirmações

Justificativas

$$\sqrt[m]{a} = x \iff x^m = a$$

$$\sqrt[m]{b} = y \iff y^m = b$$

Aplicou a definição de raiz de índice m .

$$a \geq 0 \text{ e } b \geq 0$$

Em todo este assunto os radicandos são de \mathbb{R} .

Suponhamos $a < b$

Idéia sua!

$$x^m < y^m$$

Substituíu a e b por seus valores.

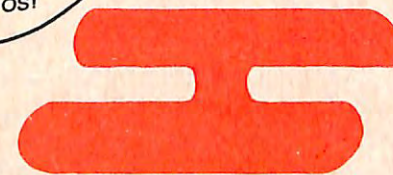
$$x < y$$

Potências de mesmo expoente inteiro de números positivos variam de acordo com suas bases.

$$\sqrt[m]{a} < \sqrt[m]{b}$$

Substituíu x e y por seus valores.

BACANA!
PARA COMPARARMOS RADICAIS DE MESMO ÍNDICE É SÓ COMPARAR OS RADICANDOS!



SE O ÍNDICE FOR IGUAL, O RADICAL QUE TEM MAIOR RADICANDO REPRESENTA O MAIOR NÚMERO!

Grupo I – Exercícios de Aplicação

1) Complete com $>$ ou $<$:

a) $\sqrt[3]{5}$ _____ $\sqrt[3]{7}$
 b) $\sqrt[4]{321}$ _____ $\sqrt[4]{231}$
 c) $\sqrt[3]{a^4}$ _____ $\sqrt[3]{a^2}$ ($a \neq 0$)

2) Observe o modelo e complete:

a) $\sqrt[3]{5} = \sqrt[6]{5^2} = \sqrt[6]{25} \Rightarrow \sqrt[3]{5} < \sqrt{3}$ (modelo)
 $\sqrt{3} = \sqrt[6]{3^3} = \sqrt[6]{27}$
 b) $\sqrt{10} =$ _____ \Rightarrow _____
 $\sqrt[3]{4} =$ _____
 c) $\sqrt[5]{a^3} =$ _____ \Rightarrow _____ ($a \neq 0$)
 $\sqrt[3]{a^4} =$ _____
 d) $\sqrt[3]{x^2} =$ _____ \Rightarrow _____ ($x \neq 0$)
 $\sqrt[6]{x^4} =$ _____

PROPRIEDADES

Grupo II – Exercícios Preliminares

1) Considere o conjunto \mathbb{R} e a relação T sobre \mathbb{R} definida por:

$x \leq y$

Assinale com V ou F:

- a) T é reflexiva
 b) T é simétrica

- c) T é anti-simétrica
 d) T é transitiva
 e) T é uma relação de equivalência
 f) T é uma relação de ordem

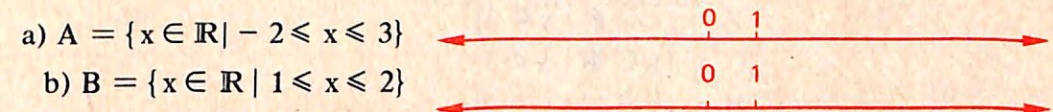
Você observou que:

A relação sobre \mathbb{R} definida por $x \leq y$ é uma relação de ordem.

2) Seja a relação S sobre \mathbb{R} definida por:
 $x \geq y$

- a) S é uma relação de equivalência? _____
 Por quê? _____
 b) S é uma relação de ordem? _____
 Por quê? _____

3) Marque nas retas graduadas os subconjuntos de \mathbb{R} indicados:



Anote:

O conjunto A também é representado por $[-2, 3]$ e se chama *intervalo* (ou segmento) *fechado de extremidades* -2 e 3 .

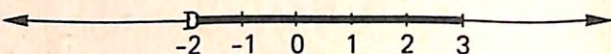
4) Considere os conjuntos:

$C = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 3\}$
 $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 3\}$
 $E = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 3\}$

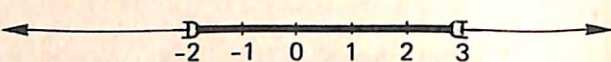
Você já sabe representá-los numa reta graduada? _____

Anote:

Convencionamos:

A representação de C na reta 

A representação de D na reta 

A representação de E na reta 

Indicamos:

$$C =]-2, 3], D = [-2, 3[\text{ e } E =]-2, 3[$$

C se chama *intervalo (ou segmento) aberto à esquerda de extremidades -2 e 3.*

D se chama *intervalo (ou segmento) aberto à direita de extremidades -2 e 3.*

E se chama *intervalo (ou segmento) aberto de extremidades -2 e 3.*

5) Considere os conjuntos:

$$F = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 3\}$$

$$G = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\}$$

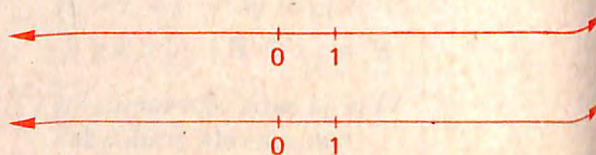
$$H = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2\}$$

$$I = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$$

a) Você já sabe representá-los todos numa reta graduada? _____

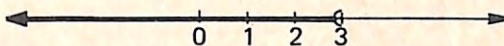
b) Quais os que você sabe representar? _____

c) Represente-os:



Anote:

Convencionamos:

A representação de G na reta é: 

A representação de I na reta é: 

Indicamos:

$$F =]-\infty, 3], G =]-\infty, 3[, H = [2, \infty[, I =]2, \infty[$$

F se chama *semi-reta fechada de origem 3.*

G se chama *semi-reta aberta de origem 3.*

H se chama *semi-reta fechada de origem 2.*

I se chama *semi-reta aberta de origem 2.*

Anote:

Os símbolos: ∞ se lê: infinito
 $-\infty$ se lê: menos infinito

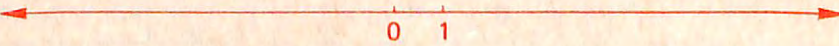
Grupo III – Exercícios de Aplicação

1) Represente nas retas os intervalos:

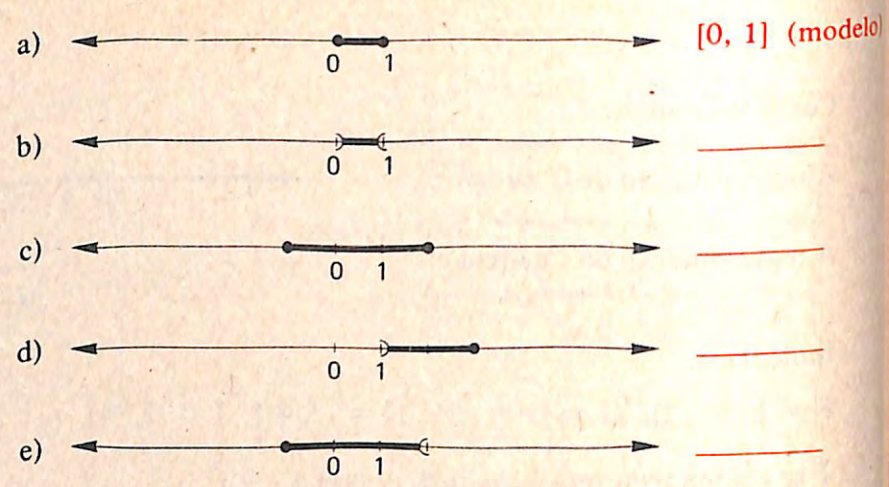
a) $[-2, 0]$ 

b) $]-3, -2]$ 

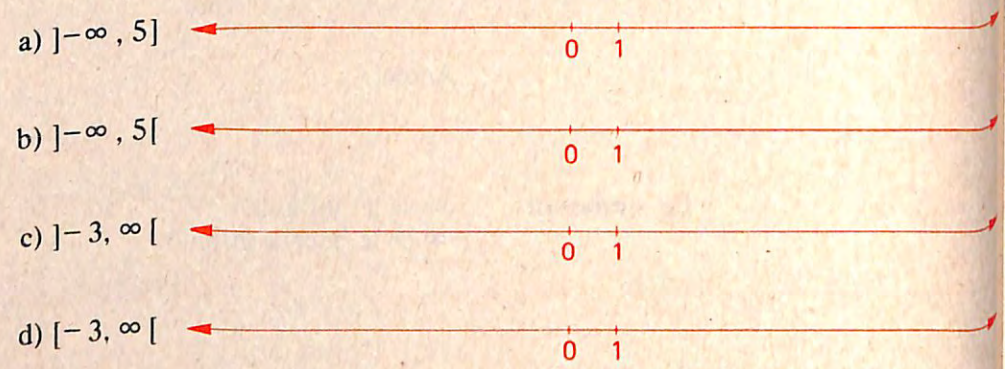
c) $]5, 7[$ 

d) $[3, 6[$ 

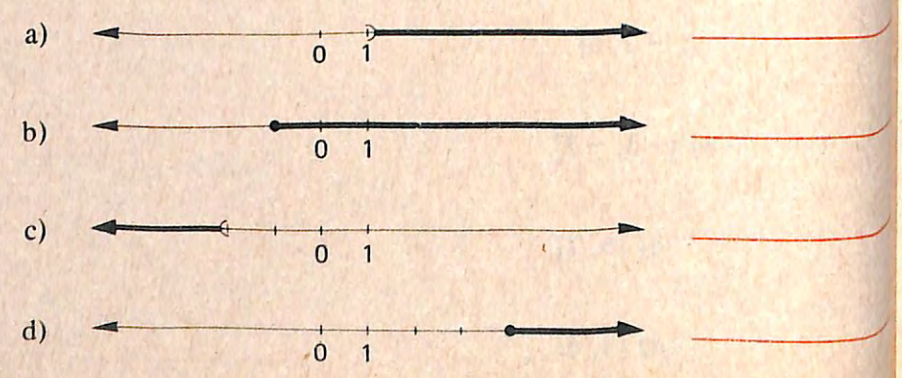
2) Observe o modelo e complete:



3) Represente nas retas:



4) Complete analogamente ao exercício 2:



5) Como você representaria na notação de intervalo:

- a) o conjunto \mathbb{R} ? _____
- b) o conjunto \mathbb{R}_+ ? _____
- c) o conjunto \mathbb{R}_- ? _____
- d) o conjunto \mathbb{R}^* ? _____
- e) o conjunto \mathbb{R}^{*-} ? _____

NO ANO PASSADO VIMOS QUE: $(\mathbb{R}, +)$ E (\mathbb{R}^*, \cdot) SÃO GRUPOS COMUTATIVOS. VALEM EM \mathbb{R} A PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA DA MULTIPLICAÇÃO SOBRE A ADIÇÃO E OS PRINCÍPIOS ADITIVOS E MULTIPLICATIVOS!

MEU IRMÃO DISSE QUE TUDO ISTO SE ABREVEIA DIZENDO QUE $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ É UM CORPO ORDENADO PELA RELAÇÃO \leq .

FUNÇÕES – DOMÍNIO E CONJUNTO-IMAGEM

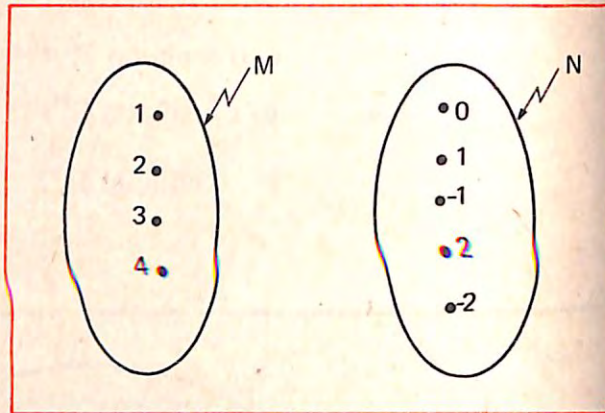
Grupo I – Exercícios Preliminares

1) Considere os conjuntos M e N da figura ao lado e a relação S de M em N definida por:

$$x \mapsto y = \pm \sqrt{x}$$

a) Trace as flechas que representam S.

b) Contorne o subconjunto de M cujos elementos têm imagem pela S, e chame-o de D.



c) Complete: D = _____

d) Contorne o subconjunto de N cujos elementos são imagens de elementos de M pela S, e chame-o de I.

e) Complete: I = _____

Anote:

D chama-se domínio de S.
I chama-se conjunto-imagem de S.

DE UM MODO GERAL:

Dada uma relação R de A em B chamamos:

Domínio de R ao subconjunto de A cujos elementos têm imagem pela R.

Conjunto-imagem de R ao subconjunto de B cujos elementos são imagens de algum elemento de A pela R.

Notação:

D(R) é o domínio de R
I(R) é o conjunto-imagem de R

2) Considere os conjuntos:

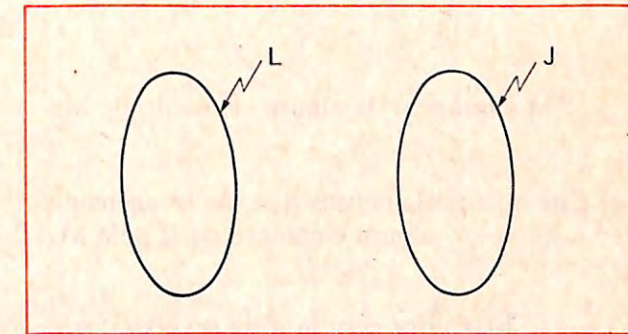
$$L = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$J = \{0, 3, 6, 9, 12\}$$

e a relação T de L em J definida por:

$$x \mapsto y = 3x$$

a) No diagrama ao lado represente os elementos de L e de J e trace as flechas que representam T.



b) Todo elemento de L tem imagem em J? _____

c) Esta imagem é única? _____

d) Contorne em azul D(T) e em verde I(T).

e) Assinale com V ou F:

D(T) \subset L	<input type="checkbox"/>
D(T) = L	<input type="checkbox"/>
T é função	<input type="checkbox"/>
I(T) \subset J	<input type="checkbox"/>
D(T) = J	<input type="checkbox"/>

3) O gráfico ao lado representa uma relação M sobre R.

a) Quais as imagens pela M:

de -5? _____

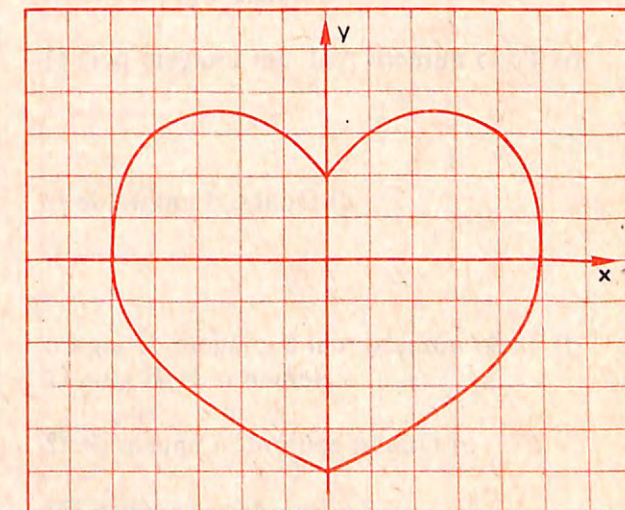
de +5? _____

de 0? _____

de +6? _____

b) Cite outros 4 elementos que possuem imagens pela M.

c) Cubra em azul no eixo dos x o domínio de M.



d) Complete: $D(M) = [\text{---}, \text{---}]$

e) Complete:

2 é imagem de pela M
 3 é imagem de , de , de
 de pela M.

f) 4 é imagem de algum elemento de M?

g) Cite outros elementos que são imagens de algum elemento de R pela M.

h) Cubra com laranja no eixo dos y o conjunto-imagem de M.

i) Complete: $I(M) = [\text{---}, \text{---}]$

j) M é uma função?

4) Considere a função f em \mathbb{R} definida por:

$$f : y = 2x + 1$$

a) Trace o gráfico de f.

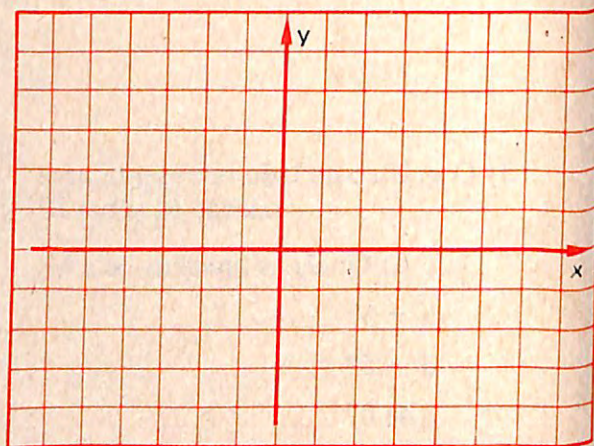
b) Todo número real tem imagem pela f?

c) Qual o domínio de f?

d) Todo número real é imagem de algum elemento de \mathbb{R} pela f?

e) Qual o conjunto-imagem de f?

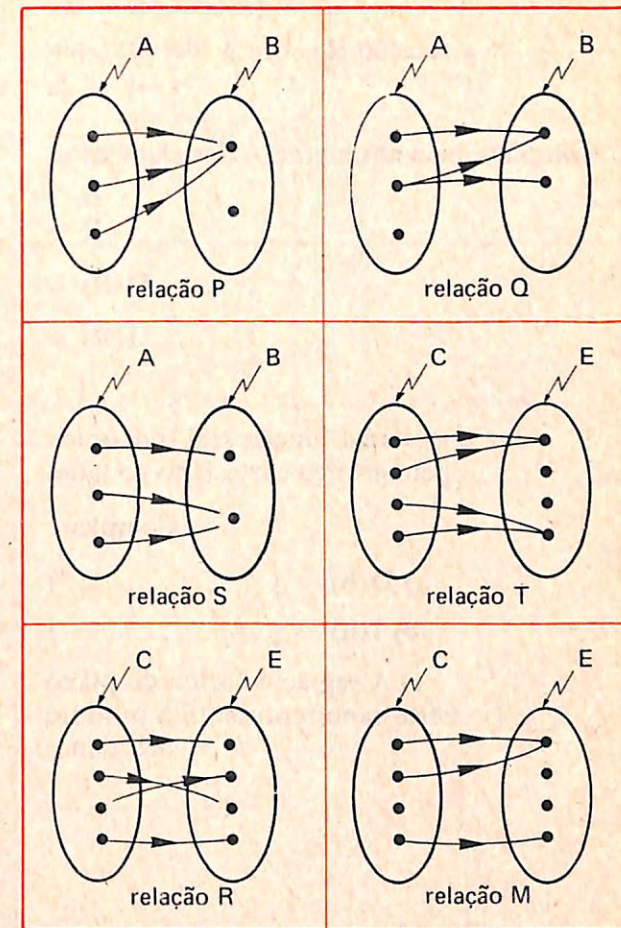
f) f é uma função sobre \mathbb{R} ?



Grupo II – Exercícios de Aplicação

1) Observe os diagramas ao lado.

a) Assinale com X, no quadro, as funções:



relação	função
P	
Q	
S	
T	
R	
M	

b) Assinale com V ou F:

- D(P) = A
- D(Q) = A
- D(S) = A
- D(T) = C
- D(R) = C
- D(M) = C
- I(P) = B
- I(Q) = B
- I(S) = B
- I(T) = E
- I(R) = E
- I(M) = E

2) Considere o conjunto

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 10\}$$

e a relação R sobre A definida por $x \mapsto y = 2x$

Complete pela enumeração dos elementos:

R = _____

D(R) = _____

I(R) = _____

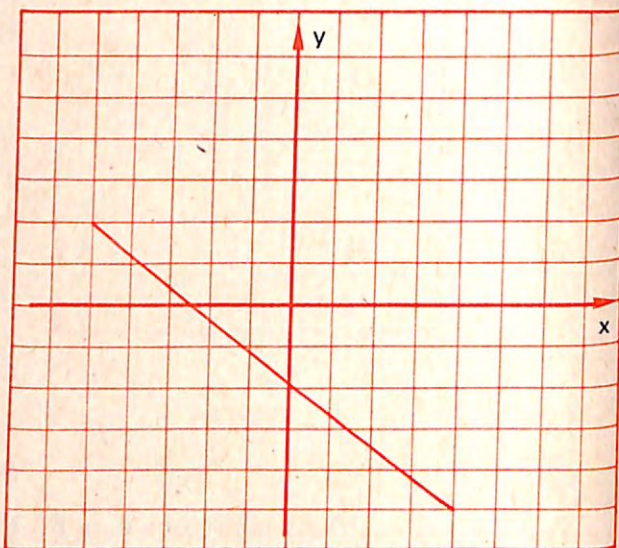
3) Considere a função real h definida pelo gráfico cartesiano ao lado.

Complete:

a) $D(h) = [\quad , \quad]$

b) $I(h) = [\quad , \quad]$

c) A região colorida do plano cartesiano representa o produto cartesiano:



4) Considere a função real f definida por:

$$y = x - 3$$

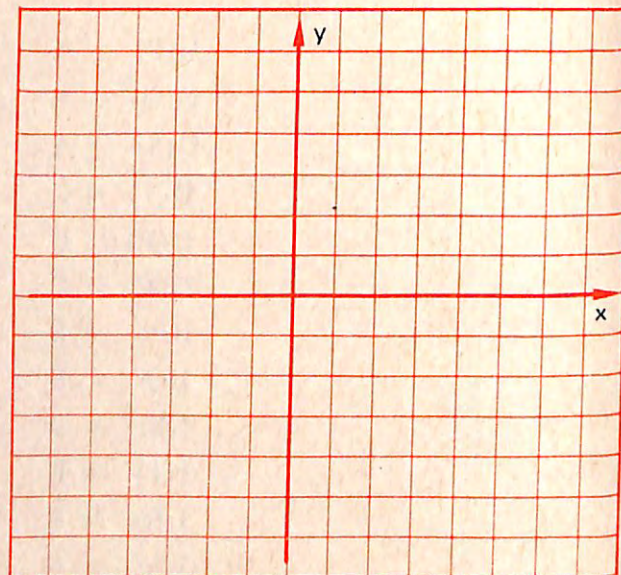
Seja: $D(f) = [-4, 6]$

a) Trace na figura o gráfico cartesiano de f.

b) Complete:

$I(f) =$ _____

A região colorida representa o produto cartesiano:



5) Considere a função real m definida por:

$$y = \frac{x + 3}{2}$$

Seja $D(m) = [-5, 7]$

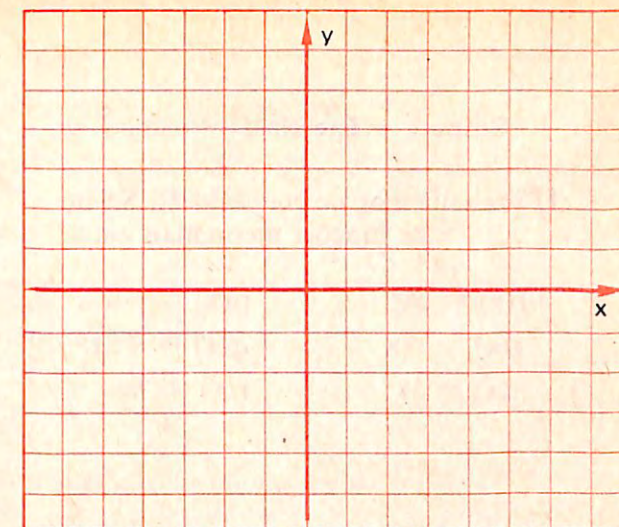
a) Pinte a região do plano cartesiano que representa o produto cartesiano:

$D(m) \times \mathbb{R}$

b) Trace o gráfico cartesiano de m.

c) Complete:

$I(m) =$ _____



FUNÇÃO QUADRÁTICA

Grupo I – Exercícios Preliminares

1) Trabalhem no conjunto \mathbb{R} . Sejam as funções monomiais em x :

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x^2 & p(x) &= -8 \\ g(x) &= -x & q(x) &= -5x^2 \\ h(x) &= 5x & r(x) &= 7x \end{aligned}$$

a) Complete reduzindo os termos semelhantes quando possível:

$$\begin{aligned} s(x) &= f(x) + g(x) = \underline{\hspace{2cm}} \\ t(x) &= f(x) + g(x) + h(x) = \underline{\hspace{2cm}} \\ u(x) &= f(x) + h(x) + p(x) = \underline{\hspace{2cm}} \\ m(x) &= f(x) + g(x) + h(x) + p(x) + \\ &\quad + q(x) + r(x) = \underline{\hspace{2cm}} \\ n(x) &= g(x) + h(x) + r(x) = \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

b) Complete o quadro:

função	grau da função
$f(x)$	
$h(x)$	
$p(x)$	
$s(x)$	
$t(x)$	
$u(x)$	
$m(x)$	
$n(x)$	

Você lembra que:

A função constante é definida por um monômio do grau zero.

Anote:

A expressão $3x^2 + 4x$ chama-se *binômio em x*

e

a expressão $-2x^2 - 11x - 8$ chama-se *trinômio em x* .

Podemos considerar um monômio como um polinômio de um só termo.

2) a) Complete o quadro assinalando, na 2ª coluna, com T os trinômios, com B os binômios e com M os monômios:

polinômios	tipo do polinômio	grau do polinômio
$3x + 4$		
$4 - 3x^2$		
$2x - 3x^2 + 1$		
$5x^4 - 3x - x^2$		
$4x^4 - 6$		
$2x - 3x^2$		
$2x^2$		
$-\frac{3x^3}{4}$		
$-\frac{2}{5}$		
$x - 1 + x^2$		

b) Escreva os polinômios do 2º grau, entre os acima, ordenados pelas potências decrescentes de x:

Anote:

A função do 2º grau se chama função quadrática.

Na função quadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$$

a é o coeficiente do termo do 2º grau
 b é o coeficiente do termo do 1º grau
 c é o termo independente de x

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Grupo II – Exercícios Preliminares

1) Seja a função quadrática:

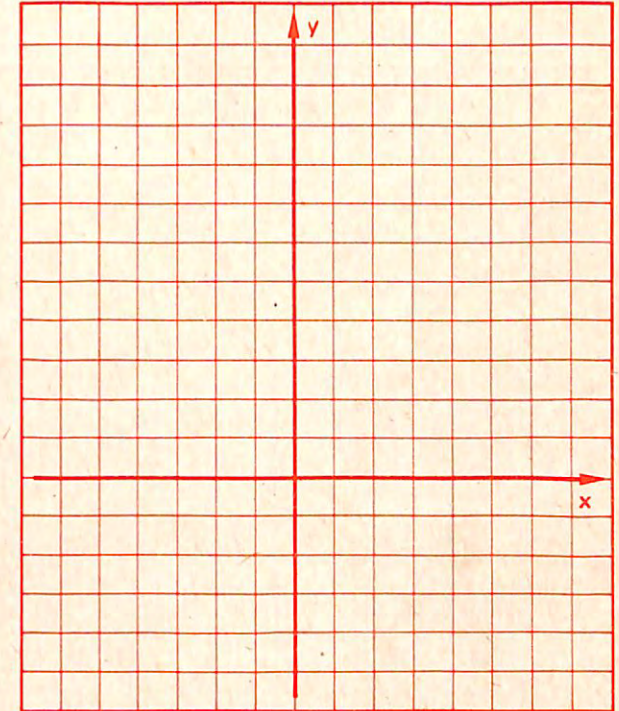
$$f(x) = \frac{x^2}{2}$$

a) Complete o quadro:

x	0	1	-1	2	-2	4	-4
f(x)							

b) Represente no gráfico os pontos cujas coordenadas você encontrou no item a.

c) Esboce a curva que representa a função.



d) Complete:

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$I(f) = \underline{\hspace{2cm}}$$

2) Considere a função quadrática:

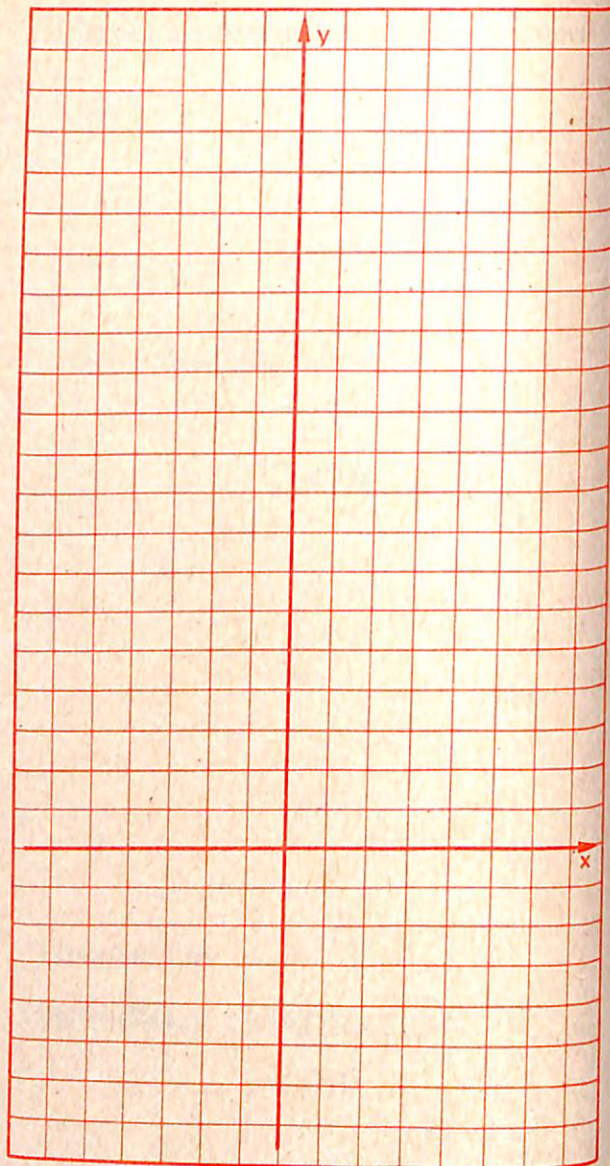
$$g(x) = x^2 - 4$$

a) Complete o quadro:

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
g(x)									

b) Represente no gráfico os pontos cujas coordenadas são os pares do item a.

c) Esboce a curva que representa a função.



d) Complete:

$D(g) = \mathbb{R}$ $I(g) =$ _____

e) Quais são os valores de x para os quais $g(x) = 0$?

3) Considere a função quadrática:

$$h(x) = 6x - x^2$$

a) Complete o quadro:

x	0	1	-1	2	3	4	5	6	7
h(x)									

b) Assinale no gráfico os pontos que representarem os pares do item a.

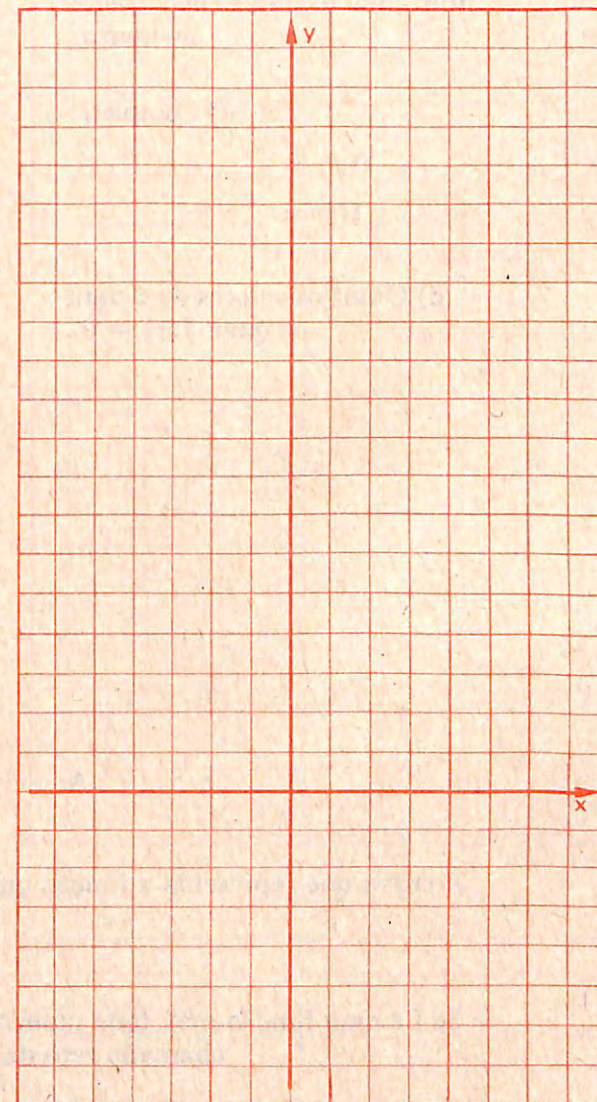
c) Esboce a curva que representa a função h(x).

d) Complete:

$D(h) = \mathbb{R}$

$I(h) =$ _____

e) Quais os valores de x para os quais $h(x) = 0$?

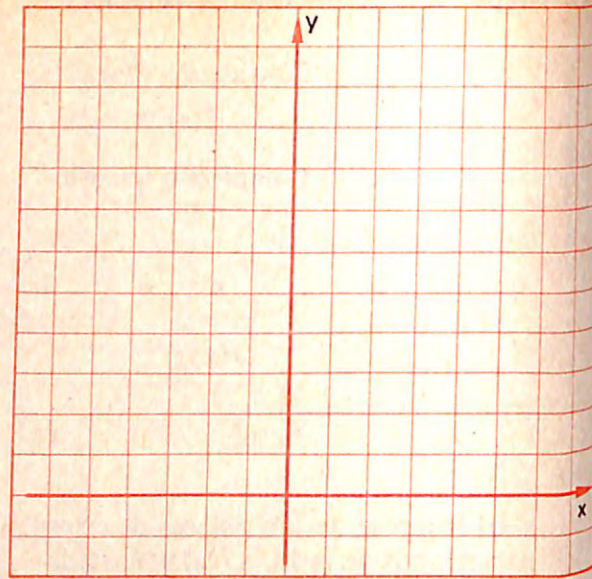


b) Esboce, ao lado, o gráfico cartesiano de $g(x)$, utilizando os pares obtidos no item a.

c) A g possui zeros em \mathbb{R} ?

_____ quantos?

_____ quais?



3) Considere a função:

$$h(x) = x^2 + 6x + 5$$

a) Complete o quadro:

x	0	1	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7
h(x)									

b) Esboce, ao lado, o gráfico de h , utilizando os dados do item a.

c) Complete:

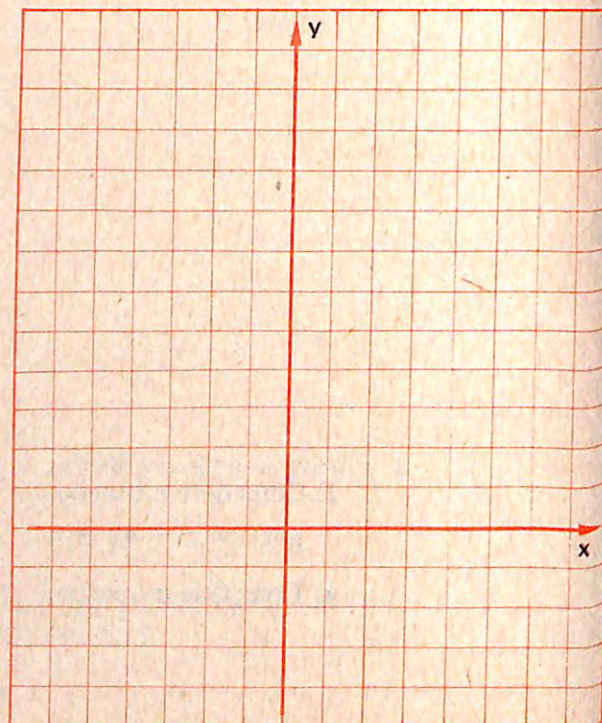
D(h) = _____

I(h) = _____

d) Há em \mathbb{R} zeros de h ?

_____ quantos?

_____ quais?



4) Considere a função:

$$j(x) = 2x^2 + 3 - 4x$$

a) Complete o quadro:

x	0	1	-1	2	-2	3	4
j(x)							

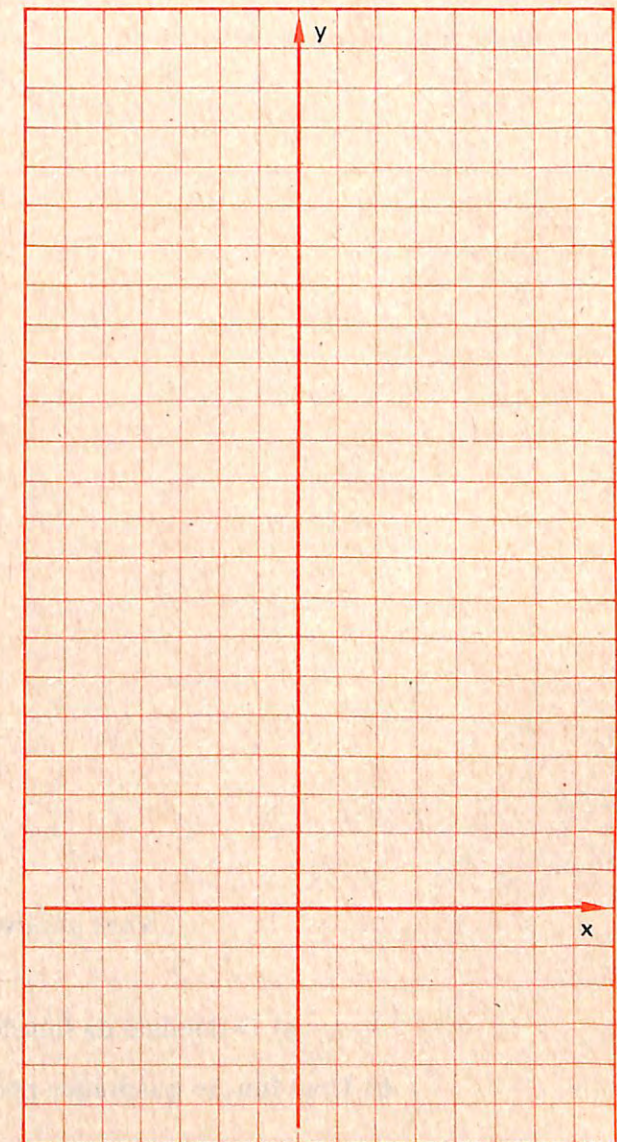
b) Represente, ao lado, o gráfico de j , utilizando os pares obtidos no item a.

c) Complete:

D(j) = _____

I(j) = _____

d) j possui zeros em \mathbb{R} ?



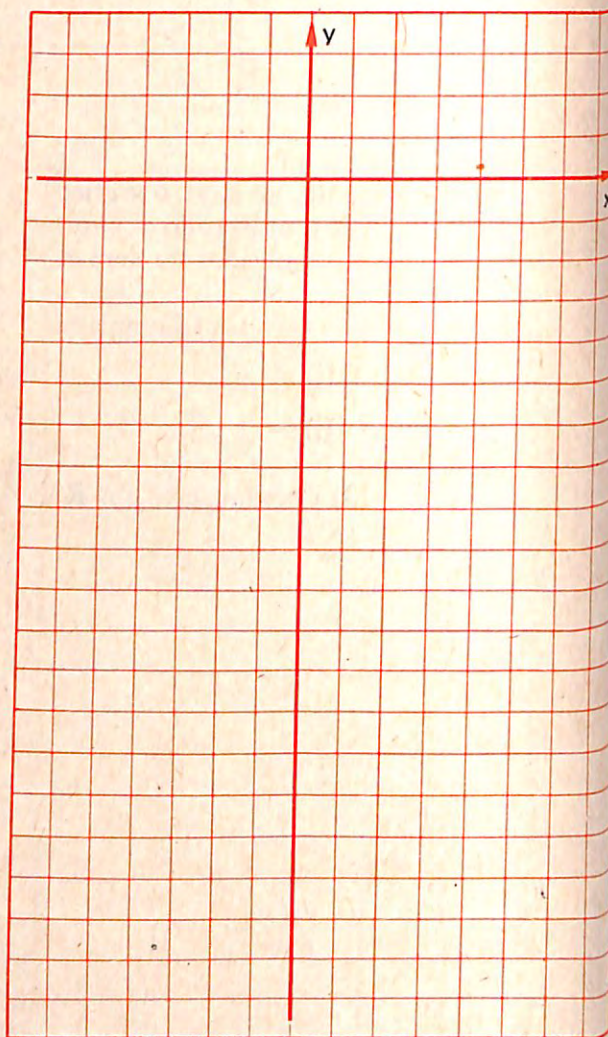
5) Considere a função:

$$m(x) = -x^2 + 6x - 11$$

a) Complete o quadro:

x	0	1	-1	2	3	4	5	6	7
m(x)									

b) Esboce, ao lado, o gráfico de m, usando os pares do item a.



c) Há em \mathbb{R} zeros de m?

Você observou que:

a) O domínio da função quadrática é sempre \mathbb{R} .

b) Uma função quadrática pode ter dois, um ou nenhum zero.

EQUAÇÕES DO 2º GRAU

Grupo I – Exercícios Preliminares

1) Considere a função:

$$f_1(x) = 9 - x^2$$

a) Complete o quadro:

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
f ₁ (x)									

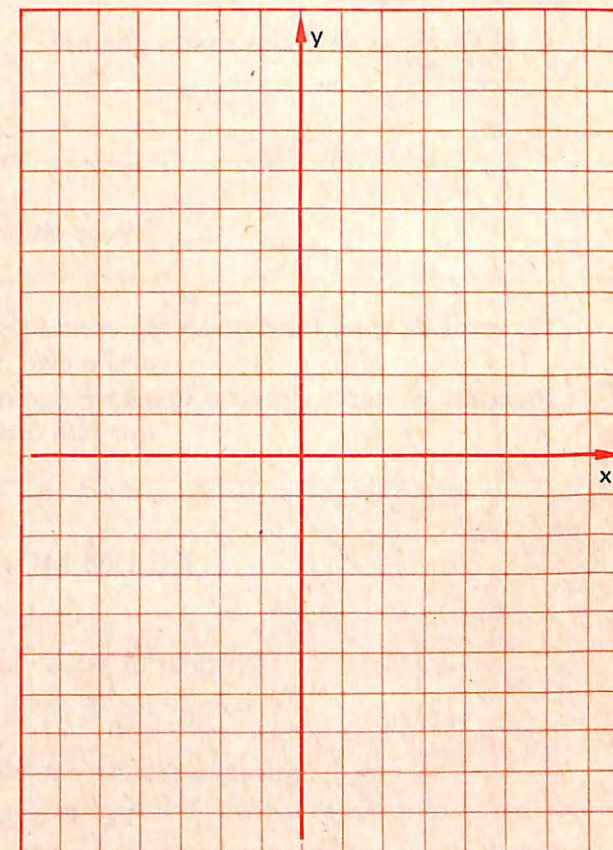
b) Represente ao lado a f₁(x), utilizando os pares do item a.

c) Quais as coordenadas dos pontos em que a curva corta o eixo dos x?

(_____ , _____)
(_____ , _____)

d) Quais as ordenadas destes pontos?

e) Quais as abscissas destes pontos?



d) Neste caso:
 Se $x(x - 2) = 0$ então teremos:
 $x = 0$, cujo conjunto-verdade é $V_1 =$ _____
 ou $x - 2 = 0$, cujo conjunto-verdade é $V_2 =$ _____
 e) O conjunto-verdade da equação
 $x^2 - 2x = 0$ é $V =$ _____

4) Considere a equação:
 $3x + 2x^2 = 5x$

Complete:

a) Reduzindo os termos
 semelhantes obtém-se: _____ = 0

b) Fatorando o primeiro membro tem-se: _____ = 0

c) Você conclui que: _____ = 0 ou _____ = 0

d) O conjunto verdade da equação
 $3x + 2x^2 = 5x$ é $V =$ _____

5) Considere a equação:
 $x^2 + 2x - 15 = 0$

Complete:

a) Fatore o primeiro membro:

$x^2 + 2x - 15 = (x \text{ _____ })(x \text{ _____ })$

(lembre que você deve procurar
 dois números cuja soma seja + 2 e cujo
 produto seja - 15).

b) Se o primeiro membro é nulo,
 você tem: $(x \text{ _____ })(x \text{ _____ }) = 0$

c) Você conclui que _____ = 0 ou _____ = 0

d) E então $V =$ _____

6) Considere a equação:

$x^2 + 2x + 1 = 0$

Complete:

a) Fatore o primeiro membro: $(x \text{ _____ })(x \text{ _____ }) = 0$

b) Você conclui que: _____ = 0 ou _____ = 0

c) Onde: $V =$ _____

7) Considere a equação:

$x^2 - 10x + 25 = 0$

Complete:

a) Fatore o primeiro membro: $(x \text{ _____ })(x \text{ _____ }) = 0$

b) Você conclui que: _____ = 0 ou _____ = 0

c) Onde: $V =$ _____

8) Complete os quadros:

a)	equação	$x^2 = p$	V
	$x^2 - 25 = 0$		
	$4x^2 - 25 = 0$		
	$25 + x^2 = 0$		
	$x^2 - 2 = 0$		

b)	equação	$ax^2 + bx + c = 0$	fatorando o 1º membro	V
	$x^2 + 5x = 0$			
	$x^2 - 2x = 3x$			
	$2x + 4 = 3x^2 + 4$			
	$4x + x^2 = 5x + 3x^2$			
	$2x^2 - 5 = 5x - 5$			

c)	equação	$ax^2 + bx + c = 0$	fatorando o 1º membro	V
	$x^2 - 7x = -6 - 12x$			
	$x^2 - 11x + 30 = x - 6$			
	$4x = x^2 - x + 4$			
	$6x = x^2 + 9$			
	$x^2 + 14x + 40 = -9$			

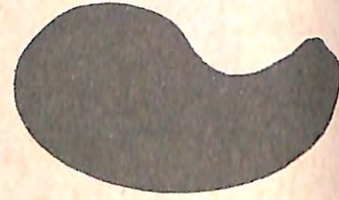
VAMOS TENTAR TRANSFORMAR. EU FAÇO E VOCÊ JUSTIFICA!

ESTÁ BEM. VAMOS RESOLVER
 $3x^2 + 7x + 2 = 0$
NESTA EQUAÇÃO: $a = 3$
 $b = 7$
 $c = 2$



- $3x^2 + 7x = 2$ Aplicou o princípio aditivo.
- $12(3x^2 + 7x) = 12(-2)$ Aplicou o princípio multiplicativo (escolheu o fator 12 por ser o quádruplo de 3 e facilitar a obtenção de um quadrado no 1º membro).
- $36x^2 + 84x = -24$ Efetuou os cálculos aplicando a distributiva.
- $(36x^2 + 84x) + 49 = -24 + 49$ Aplicou o princípio aditivo (somou o quadrado de 7, para tornar o 1º membro um quadrado).
- $36x^2 + 84x + 49 = 25$ Efetuou os cálculos.
- $(6x + 7)^2 = 25$ Fatorou o 1º membro.
- $6x + 7 = \pm\sqrt{25}$ Definição de raiz quadrada.
- $6x + 7 = 5$ ou $6x + 7 = -5$ Separou as duas possibilidades.
- $6x = -7 + 5$ ou $6x = -7 - 5$ Aplicou o princípio aditivo às duas equações.
- $x_1 = \frac{-2}{6}$ ou $x_2 = \frac{-12}{6}$ Efetuou os cálculos indicados.
- $x_1 = -\frac{1}{3}$ ou $x_2 = -2$ Simplificou as frações.
- $V = \{-\frac{1}{3}, -2\}$ Achou o conjunto verdade.

RESOLVEMOS!!!



Anote:

As sentenças ligadas pelo conectivo *ou* do tipo:

$6x = -7 + 5$ ou $6x = -7 - 5$ e $x = \frac{-7+5}{6}$ ou $x = \frac{-7-5}{6}$

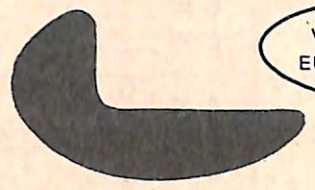
podem ser escritas, resumidamente, como a sentença composta:

$6x = -7 \pm 5$ e $x = \frac{-7 \pm 5}{6}$

(lê-se: x é igual a menos sete mais ou menos cinco, sobre seis)

VAMOS RESOLVER OUTRA EQUAÇÃO:
 $2x^2 + 3x + 3 = 0$

VOCÊ FAZ E EU JUSTIFICO!



- $2x^2 + 3x = -3$ Aplicou o princípio aditivo.
- $8(2x^2 + 3x) = 8(-3)$ Aplicou o princípio multiplicativo (escolheu 8 por ser o quádruplo de 2 e facilitar a obtenção de um quadrado no 1º membro).
- $16x^2 + 24x = -24$ Distributiva.
- $16x^2 + 24x + 9 = -24 + 9$ Aplicou o princípio aditivo (somou o quadrado de 3, para tornar o 1º membro um quadrado).
- $(4x + 3)^2 = -15$ Fatorou o 1º membro.

MAS NÃO É POSSÍVEL UM QUADRADO NEGATIVO!

ENTÃO ESTA EQUAÇÃO NÃO TEM RAIZ REAL!



Grupo IV – Exercícios de Aplicação

1) a) Complete o quadro, calculando Δ :

$ax^2 + bx + c = 0$	Δ
1) $9x^2 - 6x + 1 = 0$	
2) $3x^2 + 14x - 5 = 0$	
3) $2x^2 - x + 3 = 0$	
4) $x^2 + 5x + 7 = 0$	
5) $4x^2 + 12x + 9 = 0$	

b) Quais as equações acima em que $b^2 - 4ac \geq 0$? _____

c) Quais as equações acima que têm raízes reais? _____

d) Quais as equações acima em que $b^2 - 4ac < 0$? _____

e) Quais as equações acima que não têm raízes reais? _____

2) Observe os modelos e resolva as equações em \mathbb{R} , completando:

a) $2x^2 - x + 4 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac$
 $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = -31 < 0$
 A equação não tem solução real
 $V = \{ \} = \emptyset$

b) $2x^2 + 7x + 3 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac$
 $\Delta = 49 - 24 = 25 > 0$
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
 $x = \frac{-7 \pm \sqrt{25}}{4}$
 $x_1 = \frac{-7 + 5}{4}$ ou $x_2 = \frac{-7 - 5}{4}$
 $x_1 = -\frac{1}{2}$ ou $x_2 = -3$
 $V = \{-\frac{1}{2}, -3\}$

c) $x^2 + x - 72 = 0$ $\Delta =$ _____
 $\Delta =$ _____
 $x =$ _____
 $\hat{x} =$ _____
 $x_1 =$ _____ ou $x_2 =$ _____
 $x_1 =$ _____ ou $x_2 =$ _____
 $V =$ _____

d) $2x^2 + 2x + 3 = 0$

e) $3x^2 + 8x - 3 = 0$

f) $x^2 + 4x + 4 = 0$

g) $4x^2 - 20x + 25 = 0$

Você observou que:

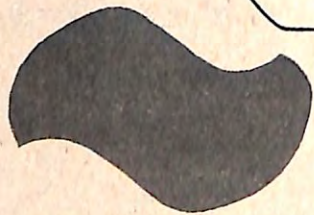
Numa equação do 2º grau

se $\Delta > 0$ então a equação tem duas raízes reais e diferentes.

se $\Delta = 0$ então a equação tem uma só raiz real.

Se $\Delta < 0$ então a equação não tem raízes reais.

SE $\Delta < 0$ TEMOS
QUE DIZER QUE NÃO
HÁ RAÍZES REAIS? NÃO
BASTA DIZER QUE $V = \emptyset$?
SERÁ QUE HÁ
RAÍZES NÃO
REAIS?



DE FATO OUVI
DIZER QUE EXISTE UM
CONJUNTO NUMÉRICO
ONDE AS EQUAÇÕES DO
2º GRAU COM
 $\Delta < 0$
TÊM RAÍZES!

3) Complete o quadro (U = \mathbb{R}) e coloque
<, > ou = na 3ª coluna.

$ax^2 + bx + c = 0$	$b^2 - 4ac$	$\Delta \dots 0$	número de raízes em \mathbb{R}
$4x^2 - 2x + 1 = 0$			
$x^2 - 6x + 4 = 0$			
$4x^2 - 20x + 25 = 0$			
$x^2 = 2x + 1 = 0$			
$3x^2 - 10x + 8 = 0$			
$3x^2 - 10x + 10 = 0$			
$81x^2 + 60x + 100 = 0$			

4) Resolva as equações em \mathbb{R}
e complete:

a)

$ax^2 + bx + c = 0$	Δ	V
$x^2 - 4x + 4 = 0$		
$x^2 - 2x - 2 = 0$		
$x^2 - 2x + 5 = 0$		
$5x^2 - 5x + 2 = 0$		
$x^2 - 4x - 1 = 0$		
$9x^2 + 10x + 1 = 0$		
$x^2 + 3x + 5 = 0$		
$2x^2 - 2x - 1 = 0$		

b)

equação	$ax^2 + bx + c = 0$	Δ	V
$\frac{x^2}{7} - 2x = -7$			
$x^2 + \frac{3}{32} = \frac{7x}{8}$			
$3x^2 - \frac{5}{8} = \frac{17x - 6}{4}$			
$\frac{x - 1}{2} - \frac{3x - x^2}{3} = x + \frac{1}{3}$			
$(x + 5)(x + 2) = 40$			
$\frac{(x - 1)(x + 4)}{3} = 2$			

5) Considere a equação:
 $4x^2 - 12x + p = 0$

Complete:

a) $\Delta =$ _____

b) Para que aquela equação tenha uma só raiz real é preciso que:

$\Delta =$ _____ ou _____ $= 0$

c) Resolvendo a equação do item b você obtém:

$p =$ _____

d) Este é o valor de p para que a equação tenha _____

e) Para que a equação dada tenha duas raízes reais e diferentes é preciso que:

Δ _____ 0 ou _____ > 0

f) Resolvendo a inequação do item e você obtém:

p _____

g) Esta é a condição para que a equação dada tenha _____

h) Para que a equação dada não tenha raízes reais é preciso que:

p _____

6) Considere a equação:

$3x^2 - 2x - 3m = 0$

Para que valores de m a equação tem duas raízes reais e diferentes? _____

7) Considere a equação:

$9x^2 + rx + 4 = 0$

Para que valores de r a equação terá só uma raiz real? _____

8) Considere a equação:

$nx^2 - 2x + 1 = 0$

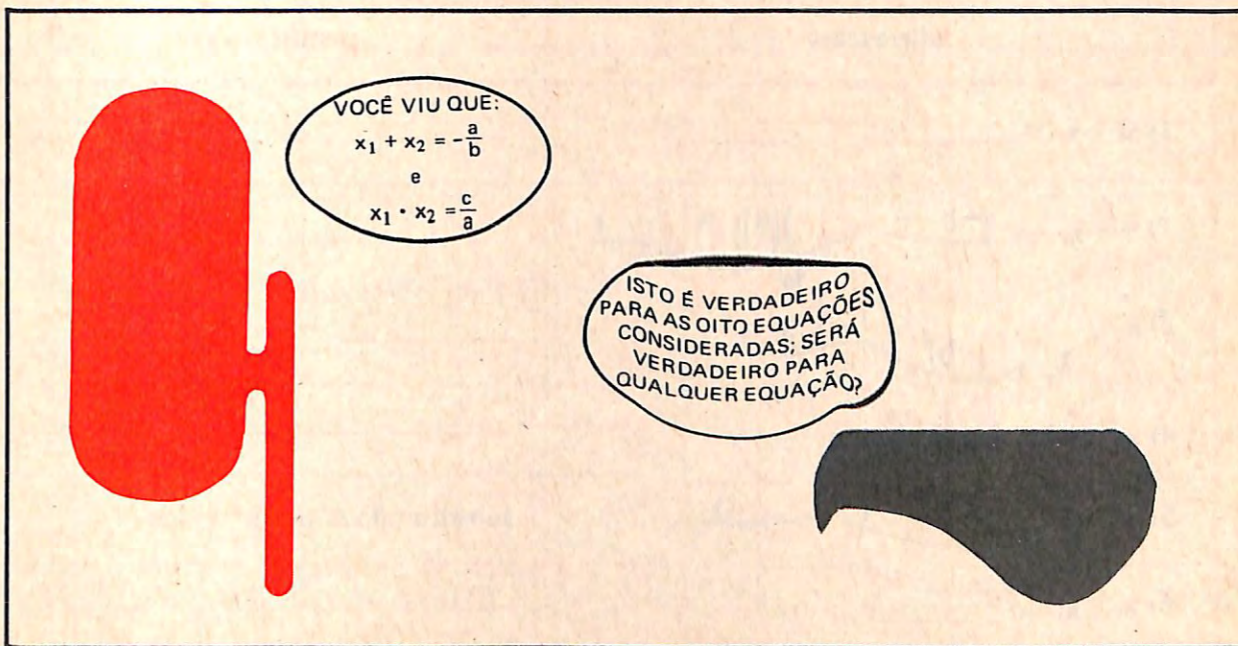
Para que valores de n a equação terá raízes reais? _____

SOMA E PRODUTO DAS RAÍZES

Grupo V – Exercícios Preliminares

1) Complete o quadro:

$ax^2 + bx + c = 0$	x_1	x_2	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$	$-\frac{b}{a}$	$\frac{c}{a}$
$2x^2 + 7x + 3 = 0$						
$3x^2 - 8x - 3 = 0$						
$x^2 + 9x + 14 = 0$						
$4x^2 - 20x + 25 = 0$						
$x^2 - 9 = 0$						
$x^2 - 2x = 0$						
$x^2 - 2 = 0$						
$x^2 + 5x = 0$						



2) Dada a equação
 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0, \Delta \geq 0$)

e as suas raízes

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

mostre que:

a) $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

afirmações	justificativa
1) $x_1 + x_2 =$ _____ $+$ _____	somando as duas raízes
2) $x_1 + x_2 =$ _____	efetuando os cálculos
3) $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$	_____

b) $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

afirmações	justificativas
1) $x_1 \cdot x_2 =$ _____	
2) $x_1 \cdot x_2 = \frac{(-b + \text{_____})(-b - \text{_____})}{4a^2}$	
3) $x_1 \cdot x_2 = \frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{\text{_____}}$	
4) $x_1 \cdot x_2 = \frac{\text{_____} - \Delta}{\text{_____}}$	
5) $x_1 \cdot x_2 = \frac{\text{_____} - (\text{_____})}{\text{_____}}$	substituindo Δ por $b^2 - 4ac$
6) $x_1 \cdot x_2 =$ _____	

Grupo VI – Exercícios de Aplicação

Observe os modelos e complete o quadro:

x_1	x_2	$S = x_1 + x_2$	$\frac{b}{a}$	$P = x_1 \cdot x_2$	$\frac{c}{a}$	ou $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ $x^2 - Sx + P = 0$	$ax^2 + bx + c = 0$
1	-3	$S = -2$	2	$P = -3$	-3	$x^2 + 2x - 3 = 0$	$x^2 + 2x - 3 = 0$
$\frac{1}{2}$	2	$S = \frac{5}{2}$	$-\frac{5}{2}$	$P = 1$	1	$x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$	$2x^2 - 5x + 2 = 0$
2	-4						
-1	-3						
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$						
$\frac{1}{5}$	$-\frac{4}{3}$						
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$						
5	5						
0,3	-2						
0,1	-0,5						
-2,5	$-\frac{1}{4}$						
$1 + \sqrt{2}$	$1 - \sqrt{2}$						
$\frac{2 + \sqrt{3}}{3}$	$\frac{2 - \sqrt{3}}{3}$						

SISTEMA DE EQUAÇÕES E PROBLEMAS

Grupo VII – Exercícios de Aplicação

1) Observe e complete, resolvendo os sistemas de equações em \mathbb{R} .

a) $\begin{cases} x - y = 4 \\ xy = 21 \end{cases} \implies x = 4 + y$

$(4 + y)y = 21$

$y_1 = \underline{\hspace{2cm}} \implies x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$

$y_2 = \underline{\hspace{2cm}} \implies x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$V = \{(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}), (\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})\}$

b) $\begin{cases} x + y = -5 \\ xy = -50 \end{cases} \implies x = \underline{\hspace{2cm}}$

$V = \{(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}), (\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})\}$

c) $\begin{cases} x - y = -2 \\ x^2 - y^2 = 20 \end{cases}$

$V = \{(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})\}$

d) $\begin{cases} x + 2y = 9 \\ xy = 10 \end{cases}$

$V = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases} \implies y = \underline{\hspace{2cm}}$

$V = \underline{\hspace{2cm}}$

Problemas

2) O produto de dois números pares consecutivos é 224. Quais são estes números?

Complete:

a) Se indicarmos o primeiro número por x , o segundo será $\underline{\hspace{2cm}}$

b) e o produto será $\underline{\hspace{2cm}}$

c) A sentença matemática correspondente à sentença dada é $x(x + 2) = \underline{\hspace{2cm}}$

d) Para descobrir estes números basta resolver a equação do 2º grau $\underline{\hspace{2cm}} = 0$

e) O conjunto verdade é $V = \underline{\hspace{2cm}}$

f) Os dois números são $\underline{\hspace{1cm}}$ ou $\underline{\hspace{1cm}}$

3) O quadrado da quantia que Janete possui, aumentado do dobro da mesma quantia, é Cr\$ 120,00. Quanto possui Janete?

Complete:

a) Se representarmos a quantia de Janete por y , o quadrado da quantia de Janete será $\underline{\hspace{2cm}}$

b) O dobro da quantia de Janete será $\underline{\hspace{2cm}}$

c) A sentença matemática correspondente ao enunciado do problema será $\underline{\hspace{2cm}}$

d) Resolvendo a equação obtemos $V = \underline{\hspace{2cm}}$

e) A solução que satisfaz o problema é $y = \underline{\hspace{2cm}}$

f) Janete possui $\underline{\hspace{2cm}}$

Você observou que:

Ao resolver um problema você passa pelas seguintes fases:

- 1) Simbolizar as incógnitas do problema.
- 2) Equacionar a situação apresentada.
- 3) Resolver a equação ou o sistema encontrados.
- 4) Discutir as soluções encontradas em relação à situação do problema.

4) Qual o número inteiro cujo dobro, adicionado ao triplo de seu quadrado, é igual a 1? Represente o número procurado por x .

Complete:

- a) Equacionando a situação obtém-se a equação: _____
- b) Resolvendo a equação, obtém-se: $V =$ _____
- c) O único elemento inteiro de V é _____
- d) O número procurado é _____

5) A soma de dois números é 16 e a soma de seus quadrados é 136. Quais são estes números? Represente os números por x e y .

Complete:

- a) Equacionando a situação obtemos o sistema:
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{_____} \\ \text{_____} \end{array} \right.$$
- b) Resolvendo o sistema obtemos $V = \{ (\text{_____} , \text{_____}), (\text{_____} , \text{_____}) \}$
- c) Os dois números são _____

6) Um grupo de alunos alugou um ônibus para uma excursão, por Cr\$ 300,00.

Dois deles não puderam viajar, e, em consequência, a despesa de cada um dos outros aumentou em Cr\$ 5,00.

Quantos alunos deviam ir à excursão?

Quanto gastou cada aluno que participou da excursão?

Represente por:

x o número de alunos que deviam ir à excursão.
 y a despesa que cada aluno teria.

Complete:

- a) O número de alunos que viajaram é _____
- b) A despesa de cada aluno que viajou é _____
- c) A despesa total é sempre igual ao produto do número de pessoas pela _____
- d) Equacionando a situação tem-se:
$$\begin{cases} xy = \text{_____} \\ (x - 2)(\text{_____}) = 300 \end{cases}$$
- e) Efetue o produto indicado na segunda equação. Você obtém:
$$\begin{cases} xy = \text{_____} \\ xy - 2y \text{_____} = 300 \end{cases}$$
- f) Resolva o sistema, retirando o valor de y na primeira equação. Você obtém: $y = \frac{\text{_____}}{x}$
(a fração existe pois o número de alunos não é zero)
- g) Substitua na segunda equação o valor encontrado para y . Você obtém: _____
- h) Elimine os denominadores da equação acima, usando o princípio multiplicativo. Você encontra: _____

i) Reduza os termos semelhantes e resolva a equação. Você encontra: $V =$ _____

j) Os alunos que planejavam ir à excursão eram em número de _____

l) A despesa individual, antes da desistência, seria de _____

m) Cada aluno que viajou gastou _____

7) Marcos comprou cadernos iguais e gastou Cr\$ 36,00. Fábio foi em outra papelaria e comprou cadernos mais baratos Cr\$ 1,00 cada um. Então Fábio, com quantia igual à de Marcos, comprou 6 cadernos a mais. Quanto pagou Marcos cada caderno? Quantos cadernos comprou Fábio?

Represente por:

x o preço de cada caderno de Marcos.
 y o número de cadernos comprados por Marcos.

Complete:

a) Preço de um caderno de Fábio: _____

b) Número de cadernos de Fábio: _____

c) Escreva as duas sentenças matemáticas que representam os gastos de cada criança. { _____

d) Resolva o sistema, retirando o valor de y na equação relativa a Marcos. (Marcos não comprou zero cadernos.) Você obtém a equação em x : _____

e) Resolvendo a equação achada você obtém: $V =$ _____

f) Cada caderno de Marcos custava _____

g) Fábio comprou _____ cadernos.

8) Maurício percorreu, com seu carro, uma distância de 480 km. Roberto, rodando a uma velocidade média superior em 20 km/h à de Maurício, percorreu a mesma distância em 2 horas a menos. Qual a velocidade média do carro de Maurício?

Quanto tempo viajou cada um?

Represente por:

x o número de horas que rodou Maurício.
 y a velocidade média do carro de Maurício.

Complete:

a) Número de horas que rodou Roberto: _____

b) Velocidade média do carro de Roberto: _____

c) Escreva o sistema que traduz a situação do problema _____

d) Resolva o sistema, retirando o valor de y na equação relativa à situação de Maurício (a velocidade do carro de Maurício não é zero). Você obtém a equação em x : _____

e) Resolvendo a equação acima você obtém: $V =$ _____

f) Quanto tempo rodou Maurício? _____

g) Quanto tempo rodou Roberto? _____

h) Qual a velocidade média do carro de Maurício? _____

9) Um polígono tem 9 diagonais. Quantos lados tem este polígono? Qual é seu nome?

Representamos por n o número de lados do polígono.

Complete ou responda:

a) O número de vértices é _____

b) De cada vértice podemos traçar segmentos que o ligam com todos os vértices do polígono, menos os dois que lhe são vizinhos, e ele mesmo. Logo, de cada vértice podemos traçar _____ diagonais.

c) Fazendo o mesmo raciocínio para todos os vértices teremos ao todo _____ diagonais.

d) Considere agora dois vértices não consecutivos do polígono, chamando-os, por exemplo, A e M. Pelo raciocínio acima você contou \overline{AM} e \overline{MA} . Estes segmentos representaram duas diagonais diferentes? _____

e) Então cada diagonal foi contada duas vezes. O número total de diagonais é $\frac{n(\underline{\quad})}{2}$

f) A sentença correspondente ao enunciado do problema é _____ = _____

g) Resolvendo a equação $n^2 - 3n - 18 = 0$ obtém-se $V = \underline{\quad}$

h) Das duas raízes encontradas, a que representa o número de lados do polígono é _____

i) O polígono tem _____ lados.

j) O polígono se chama _____

Você observou que:

Se d é o número de diagonais de um polígono de n lados, tem-se:

$$d = \frac{n(n-3)}{2}$$

10) Explique por que o triângulo não tem diagonais (observe a fórmula acima).

11) Procuremos qual é o polígono que tem 20 diagonais.

Complete:

a) Chamando de n o número de lados do polígono considerado, a sentença correspondente ao enunciado do problema é _____

b) Resolvendo a equação obtém-se: $V = \underline{\quad}$

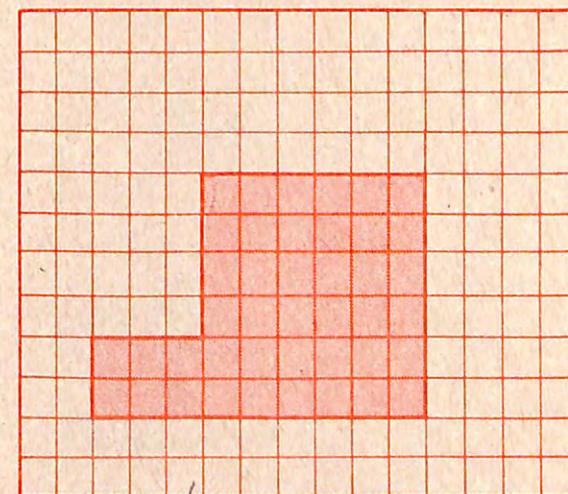
c) O polígono tem _____ lados.

d) O polígono é um _____

12) Complete o quadro, convencendo chamar de n o número de lados de um polígono e de d o número de suas diagonais.

n	d
5	
	14
14	
	35
	135

13. Na figura ao lado, a região colorida representa um terreno, cuja área é de 1 050 m². Qual a medida real do lado de cada quadrinho da planta? (Sugestão: chame a medida procurada de x . Equacione o problema, lembrando que a área de um quadrado é o quadrado da medida do lado.)



14. A área de um retângulo é 70 m^2 .
 Sua largura excede de 3 m o seu comprimento.
 Quais as medidas de suas dimensões?
 Chame de x a medida em metros do comprimento.

Complete:

a) A medida da largura é representada por: _____

b) A área é representada por $x(\text{_____})$

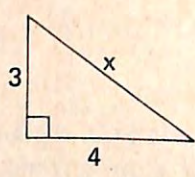
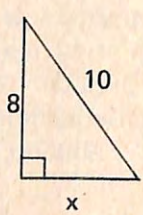
c) A equação que traduz o enunciado do problema é: $x(\text{_____}) = \text{_____}$

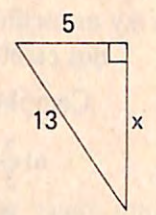
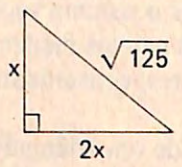
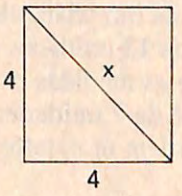
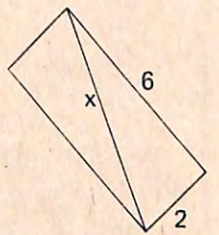
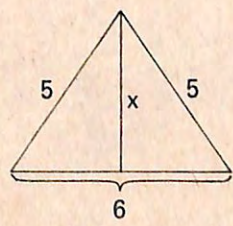
d) Resolvendo a equação você acha: $V = \text{_____}$

e) O comprimento do retângulo mede _____ m

f) A largura do retângulo mede _____ m

15. Complete o quadro ao lado, que continua na página seguinte (o número ou a letra ao lado de um segmento representa sua medida):
 (Atenção: recorde a relação de Pitágoras.)

Polígono	equação e conjunto verdade	x
		
		

Polígono	equação e conjunto verdade	x
		
		
		
		
		

AXIOMA DE TALES

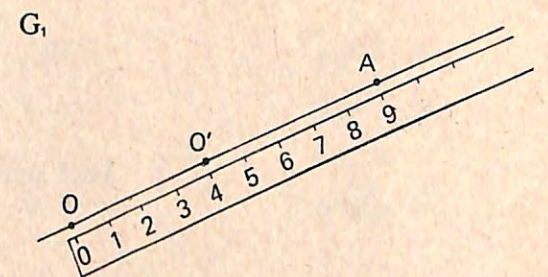
Grupo I — Exercícios Preliminares

Você lembra que:

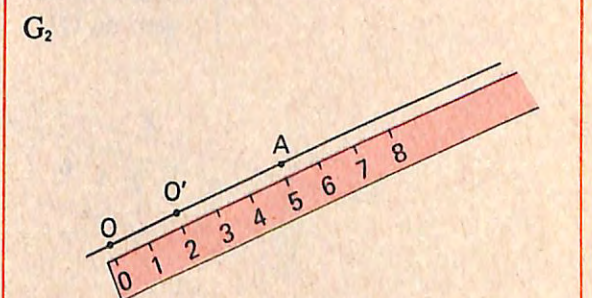
Com uma origem, um sentido e uma unidade, temos uma graduação na reta. Para associar números reais a pontos de uma reta precisamos escolher uma graduação.

1) a) Determine a abscissa do ponto A nas seguintes graduações:

G_1 $\left\{ \begin{array}{l} \text{origem } O \\ \text{régua branca} \\ \text{sentido } \overrightarrow{OO'} \end{array} \right.$
 $a(A) = \underline{\hspace{2cm}}$



G_2 $\left\{ \begin{array}{l} \text{origem } O \\ \text{régua colorida} \\ \text{sentido } \overrightarrow{OO'} \end{array} \right.$
 $a(A) = \underline{\hspace{2cm}}$



16. A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 26 cm e a razão entre as medidas dos catetos é $\frac{5}{12}$. Quanto medem os catetos? Represente por x e y as medidas dos catetos.

Complete:

a) $\frac{x}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$

b) O sistema que traduz o enunciado do problema é:

$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\hspace{2cm}} \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{array} \right.$

c) Após resolver o sistema você encontrou que os catetos medem respectivamente

$\underline{\hspace{1cm}}$ cm e $\underline{\hspace{1cm}}$ cm

17. A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 15 cm e a soma das medidas dos catetos é 21 cm. Quanto medem os catetos?

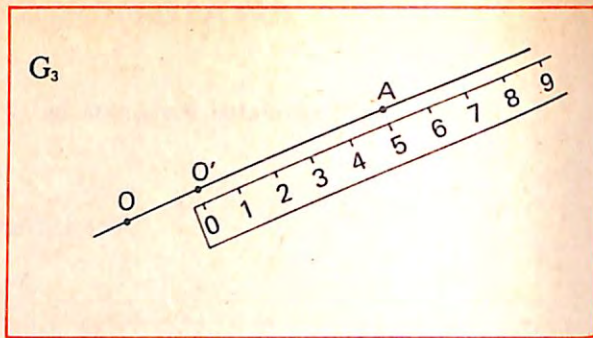
$\underline{\hspace{2cm}}$

18. A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 13 unidades e a diferença entre as medidas dos catetos é de 7 unidades. Quanto medem os catetos?

$\underline{\hspace{2cm}}$

G_3 { origem O'
régua branca
sentido $\overrightarrow{OO'}$

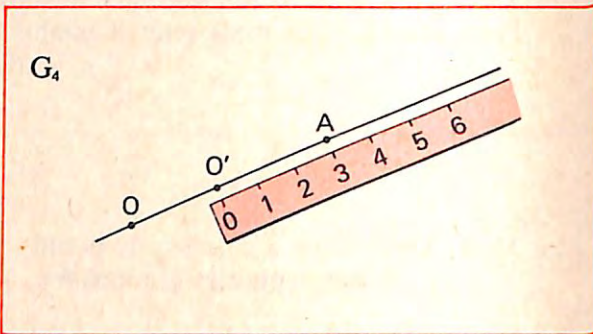
$a(A) = \underline{\hspace{2cm}}$



b) Complete:

G_4 { origem $\underline{\hspace{2cm}}$
régua colorida
sentido $\underline{\hspace{2cm}}$

$a(A) = \underline{\hspace{2cm}}$



Você lembra que:

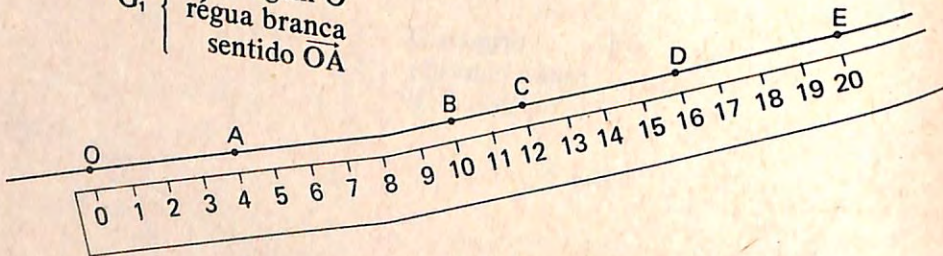
A medida do segmento \overline{XY} numa graduação é o módulo da diferença das abscissas de suas extremidades.

Representamos:

$$m(\overline{XY}) = XY = |a(Y) - a(X)|$$

2) Determine as medidas dos segmentos na graduação G_1 .

G_1 { origem O
régua branca
sentido \overrightarrow{OA}

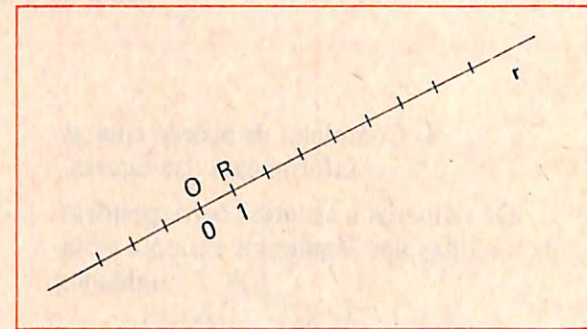


$AB = \underline{\hspace{2cm}}$ $DA = \underline{\hspace{2cm}}$
 $BD = \underline{\hspace{2cm}}$ $OD = \underline{\hspace{2cm}}$
 $ED = \underline{\hspace{2cm}}$ $BE = \underline{\hspace{2cm}}$

Grupo II — Exercícios de Aplicação

1) Sabendo que, em uma graduação,
 $a(P) = 8$, $a(Q) = 3$, $a(O) = 0$,
 $a(R) = 1$, $a(S) = -3$, $a(T) = -1$

a) marque os pontos P, Q, S, T na reta r.



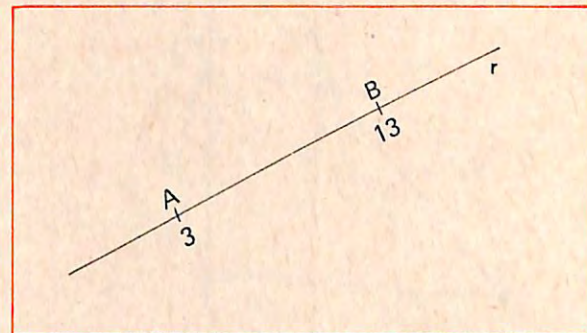
b) determine:

$m(\overline{PQ}) = \underline{\hspace{2cm}}$ $m(\overline{OP}) = \underline{\hspace{2cm}}$
 $m(\overline{RS}) = \underline{\hspace{2cm}}$ $m(\overline{OS}) = \underline{\hspace{2cm}}$
 $m(\overline{PT}) = \underline{\hspace{2cm}}$ $m(\overline{PO}) = \underline{\hspace{2cm}}$
 $m(\overline{ST}) = \underline{\hspace{2cm}}$ $m(\overline{SO}) = \underline{\hspace{2cm}}$

2) Sabendo que $a(A) = 3$, $a(B) = 13$
a) determine a abscissa do ponto médio M de \overline{AB}

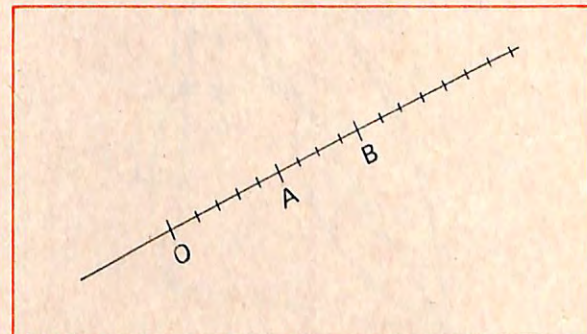
$a(M) = \underline{\hspace{2cm}}$

b) marque o ponto M na reta.



3) Sabendo-se que numa dada graduação
 $a(A) = 5$, $a(B) = 9$
assinale

P: tal que $a(P) = 13$
R: tal que $m(\overline{AR}) = 5$ e $BR = 1$
Q: tal que R é ponto médio de \overline{AQ}



Você lembra que:

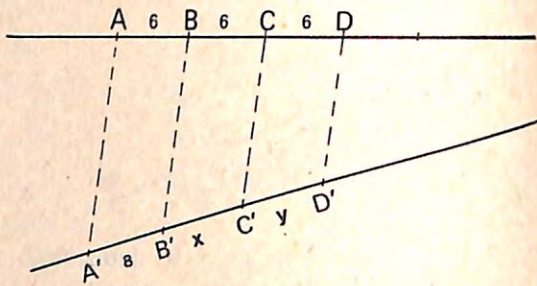
Projeções, paralelamente a uma reta, de segmentos eqüipolentes são segmentos eqüipolentes.
 Segmentos eqüipolentes são congruentes, portanto possuem a mesma medida em qualquer graduação.

4) Complete, de acordo com as informações das figuras.

Os números e as letras correspondem às medidas dos segmentos em uma certa unidade.

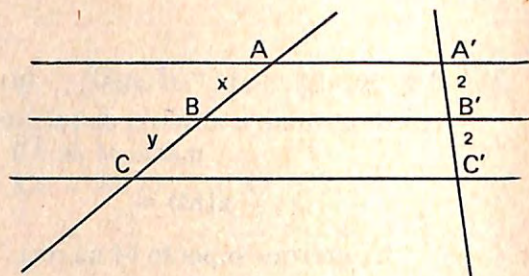
- a) $AB = 6$ $A'B' = 8$
 $BC = 6$ $B'C' = x$
 $CD = 6$ $C'D' = y$

$x =$ _____
 $y =$ _____



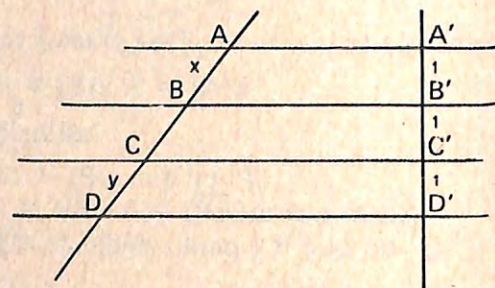
b) Sabendo que $AC = 24$

$x =$ _____
 $y =$ _____

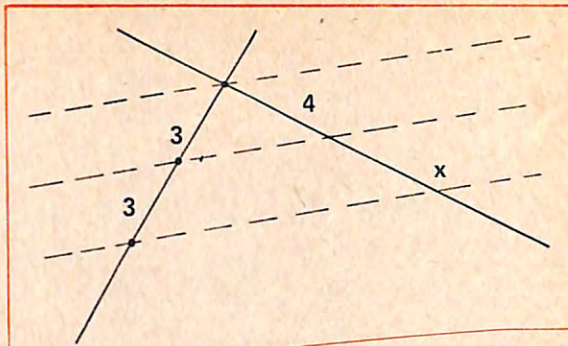


c) sabendo que $AD = 36$

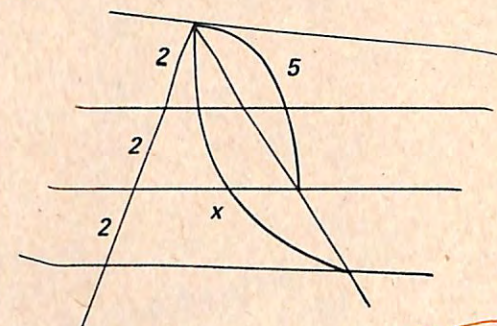
$x =$ _____
 $y =$ _____



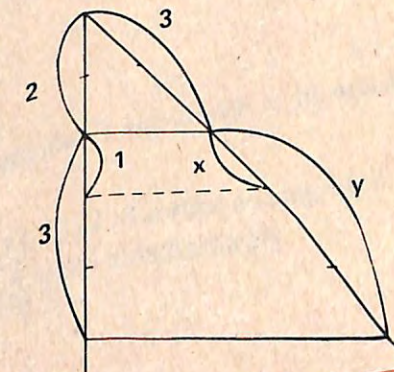
d) $x =$ _____



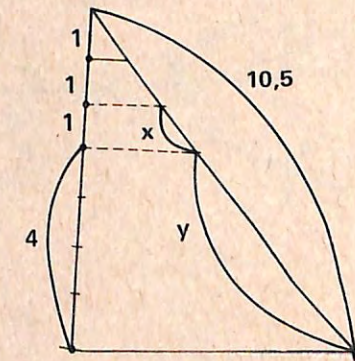
e) $x =$ _____



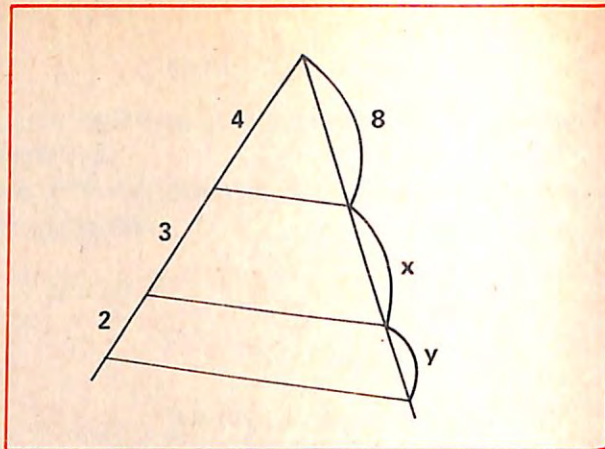
f) $x =$ _____
 $y =$ _____



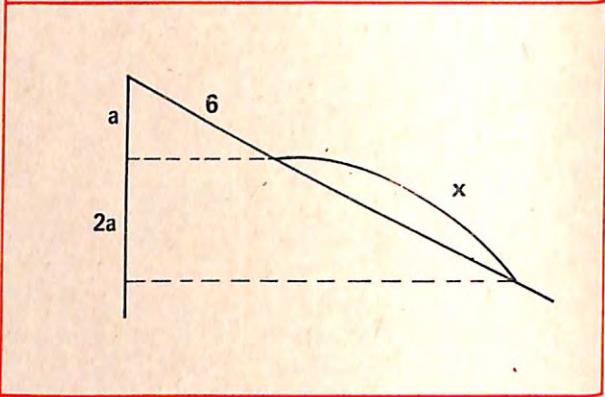
g) $x =$ _____
 $y =$ _____



h) $x =$ _____
 $y =$ _____

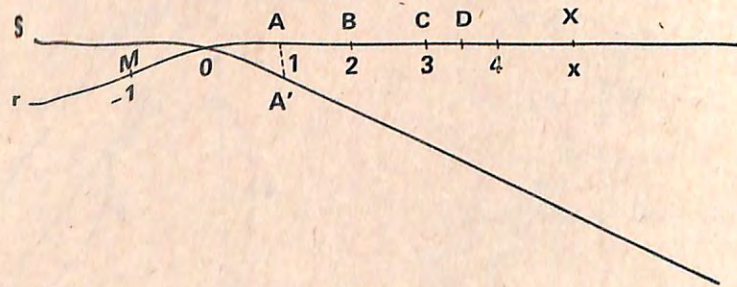


i) $x =$ _____



Grupo III – Exercícios Preliminares

1) a) Projete os pontos B, C, D, M, X paralelamente à reta AA'.



b) Complete os quadros:

Gradação I

r	a(X)	1	2	3	3,5	-1	x
s	a(X')	3					

Gradação II

r	a(X)	1	2	3	3,5	-1	x
s	a(X')	5					

Gradação III

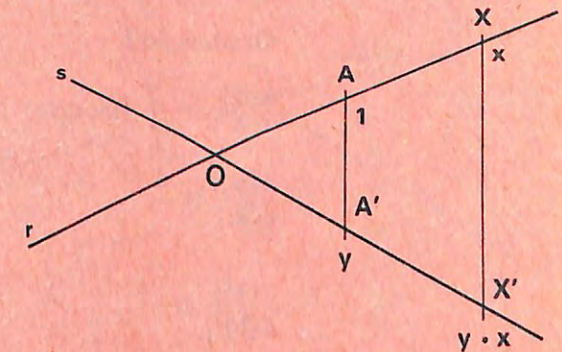
r	a(X)	1	2	3	3,5	-1	x
s	a(X')	-3					

Você observou que:

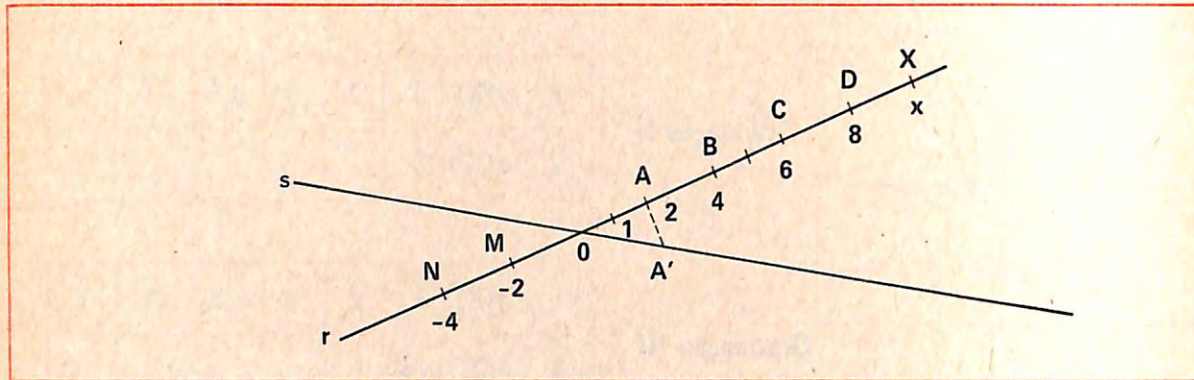
	Abscissas dos pontos em r			Abscissas dos pontos em s		
	gradação I			II	III	
$a(A) = 1$	$a(A')$	3		5		-3
$a(B) = 2$	$a(B')$	3 · 2		5 · 2		-3 · 2
$a(D) = 3,5$	$a(D')$	3 · 3,5		5 · 3,5		-3 · 3,5
$a(X) = x$	$a(X')$	3 · x		5 · x		-3 · x

DE UM MODO GERAL:

$a(A) = 1$ $a(A') = y$
 $a(X) = x$ $a(X') = y \cdot x$



2) a) Projete os pontos B, C, D, M, N e X paralelamente à reta AA' sobre s.



b) Complete os quadros:

Gradação I	r	a(X)	2	4	6	8	-2	-4	x
	s	a(X')	3						

Gradação II	r	a(X)	2	4	6	8	-2	-4	x
	s	a(X')	5						

Gradação III	r	a(X)	2	4	6	8	-2	-4	x
	s	a(X')	-3						

c) Complete:

Gradação I	Gradação II	Gradação III
$\frac{a(A)}{a(A')} = \frac{2}{3}$ (modelo)	$\frac{a(A)}{a(A')} = \frac{2}{5}$ (modelo)	$\frac{a(A)}{a(A')} = \frac{2}{-3}$ (modelo)
$\frac{a(B)}{a(B')} = \frac{4}{-}$	$\frac{a(B)}{a(B')} = \frac{-}{-}$	$\frac{a(M)}{a(M')} = \frac{-}{-}$
$\frac{a(M)}{a(M')} = \frac{-}{-}$	$\frac{a(D)}{a(D')} = \frac{-}{-}$	$\frac{a(N)}{a(N')} = \frac{-}{-}$
$\frac{a(N)}{a(N')} = \frac{-}{-}$	$\frac{a(X)}{a(X')} = \frac{-}{-}$	$\frac{a(X)}{a(X')} = \frac{-}{-}$

d) Complete com = ou ≠:

na graduação I $\frac{a(A)}{a(A')} = \frac{a(B)}{a(B')} = \frac{a(X)}{a(X')}$

na graduação II $\frac{a(A)}{a(A')} = \frac{a(B)}{a(B')} = \frac{a(X)}{a(X')}$

na graduação III $\frac{a(A)}{a(A')} = \frac{a(B)}{a(B')} = \frac{a(X)}{a(X')}$

Você observou que:

$$\frac{a(A)}{a(A')} = \frac{a(B)}{a(B')} = \frac{a(C)}{a(C')} = \dots = \frac{a(X)}{a(X')} \text{ nas três graduações}$$

ou ainda

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OC}{OC'} = \frac{OD}{OD'} = \dots = \frac{OX}{OX'}$$

DE UM MODO GERAL:

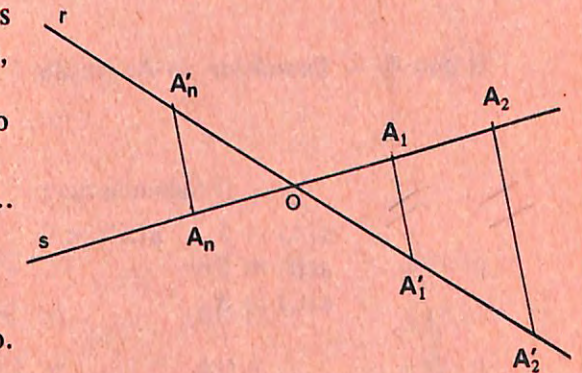
Dadas duas retas r e s, secantes em O, e os pontos A₁, A₂, A₃, ..., A_n, em r, e suas projeções paralelas A'₁, A'₂, A'₃, ..., A'_n em s,

então

$$\frac{OA_1}{OA'_1} = \frac{OA_2}{OA'_2} = \frac{OA_3}{OA'_3} \dots$$

$$\dots = \frac{OA_n}{OA'_n} \text{ em qualquer graduação.}$$

Esta relação é conhecida como *Relação de Tales*.



3) Sejam as retas r e s secantes em O .
 Considere os pontos A e B de r tais que

$$\frac{OB}{OA} = \frac{3}{2}$$

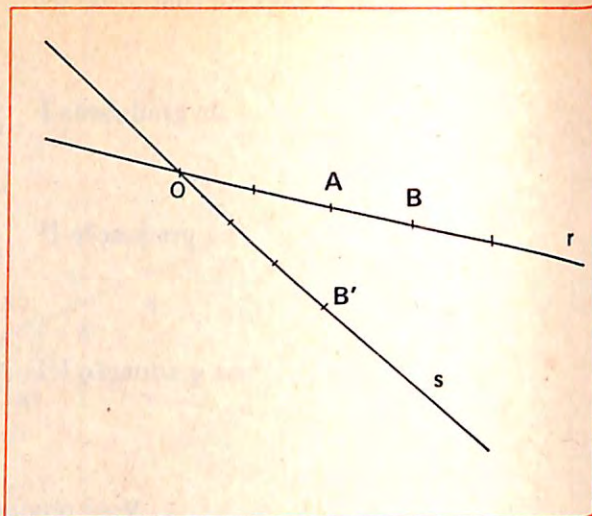
Seja B' de s .

a) Assinale A' pertencente a s de modo que

$$\frac{OB'}{OA'} = \frac{3}{2}$$

b) Trace uma reta por A paralela a $\overline{BB'}$.

c) Esta reta passa por A' ? _____

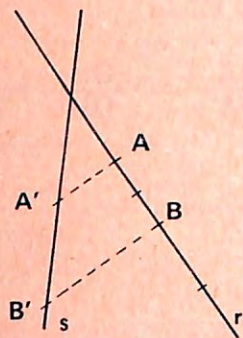


DE UM MODO GERAL:

Dadas duas retas r e s secantes em O , A e B pertencentes a r e A' e B' pertencentes a s , se

$$\frac{OB}{OA} = \frac{OA'}{OB'}, \text{ então}$$

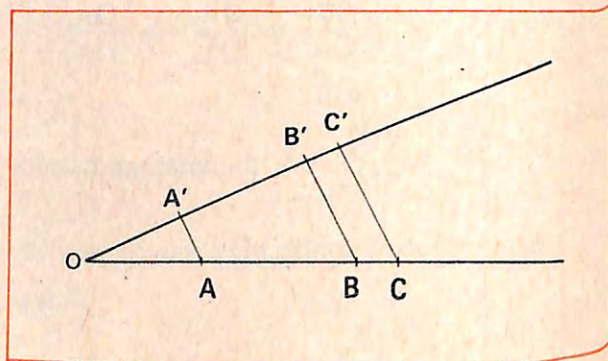
a reta $\overline{AA'}$ é paralela à reta $\overline{BB'}$.



Grupo IV — Exercícios de Aplicação

1) Sabendo que:

$$\begin{aligned} a(A) &= 3 & a(A') &= 9 \\ a(B) &= 7 \\ a(C) &= 8 \end{aligned}$$



a) Complete: $a(B') = \underline{\hspace{2cm}}$

$a(C') = \underline{\hspace{2cm}}$

$OA = \underline{\hspace{2cm}}$

$OA' = \underline{\hspace{2cm}}$

$OB = \underline{\hspace{2cm}}$

$OB' = \underline{\hspace{2cm}}$

$OC = \underline{\hspace{2cm}}$

$OC' = \underline{\hspace{2cm}}$

$AB = \underline{\hspace{2cm}}$

$A'B' = \underline{\hspace{2cm}}$

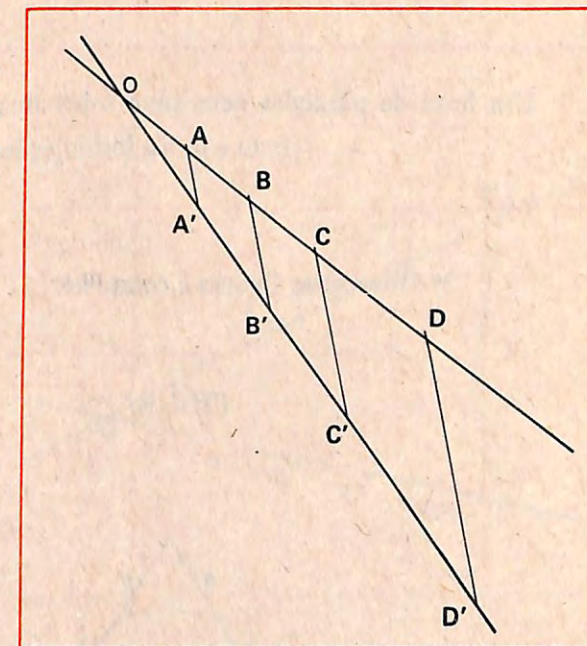
$BC = \underline{\hspace{2cm}}$

$B'C' = \underline{\hspace{2cm}}$

b) Coloque = ou \neq : $\frac{OA}{OA'} = \frac{AB}{A'B'}$; $\frac{OB}{OB'} = \frac{BC}{B'C'}$

2) Sabendo que:

$$\begin{aligned} OA' &= 2 \\ OA &= 3 \\ OB &= 6 \\ OC &= 9 \\ OD &= 15 \end{aligned}$$



a) Complete:

$OB' = \underline{\hspace{2cm}}$ $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ $A'B' = \underline{\hspace{2cm}}$

$OC' = \underline{\hspace{2cm}}$ $AC = \underline{\hspace{2cm}}$ $A'C' = \underline{\hspace{2cm}}$

$OD' = \underline{\hspace{2cm}}$ $AD = \underline{\hspace{2cm}}$ $A'D' = \underline{\hspace{2cm}}$

$BC = \underline{\hspace{2cm}}$ $B'C' = \underline{\hspace{2cm}}$

$BD = \underline{\hspace{2cm}}$ $B'D' = \underline{\hspace{2cm}}$

$CD = \underline{\hspace{2cm}}$ $C'D' = \underline{\hspace{2cm}}$

b) Coloque V ou F e complete com = ou ≠:

$\frac{OC}{OC'} = \frac{AB}{A'B'}$ pois $OC \cdot A'B' \underline{\hspace{1cm}} OC' \cdot AB$

$\frac{OC}{OB} = \frac{OB'}{OC'}$ pois $OC \cdot OC' \underline{\hspace{1cm}} OB \cdot OB'$

$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$ pois $AB \cdot A'C' \underline{\hspace{1cm}} A'B' \cdot AC$

$\frac{AB}{C'D'} = \frac{A'B'}{CD}$ pois $AB \cdot CD \underline{\hspace{1cm}} C'D' \cdot A'B'$

Você observa que:

Um feixe de paralelas determina sobre duas transversais segmentos proporcionais.
(Esta é outra formulação da relação de Tales.)

3) Observe as figuras e complete:

FIGURA	PROPORÇÃO	x
	$\frac{a}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$	$x = \underline{\hspace{2cm}}$
	$\frac{1}{g} = \underline{\hspace{2cm}}$	

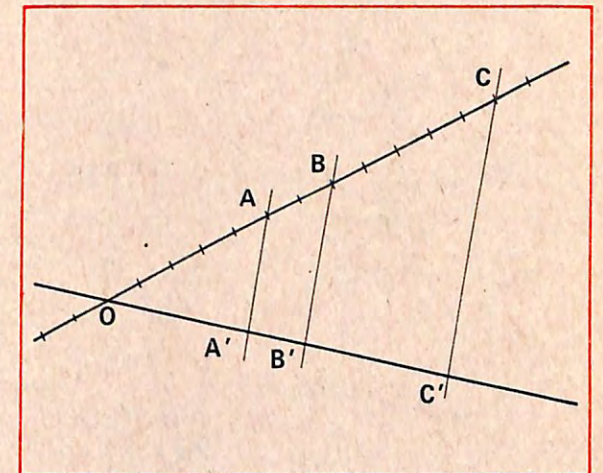
FIGURA	PROPORÇÃO	x

4) Sabendo que:

$OA = 5$ $AB = 2$
 $OA' = 4$ $AC = 7$

Complete:

$A'B' = \underline{\hspace{2cm}}$ $A'C' = \underline{\hspace{2cm}}$
 $B'C' = \underline{\hspace{2cm}}$ $OB' = \underline{\hspace{2cm}}$



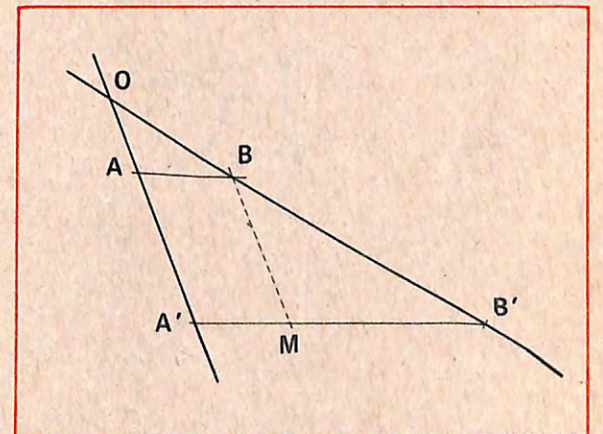
5) Sabendo que:

$\overline{AB} \parallel \overline{A'B'}$ e $\overline{BM} \parallel \overline{OA}$

$OA = 3$ $BB' = 12$
 $OB = 6$ $B'M = 8$

Complete:

$AA' = \underline{\hspace{2cm}}$ $AB = \underline{\hspace{2cm}}$
 $A'M = \underline{\hspace{2cm}}$ $BM = \underline{\hspace{2cm}}$



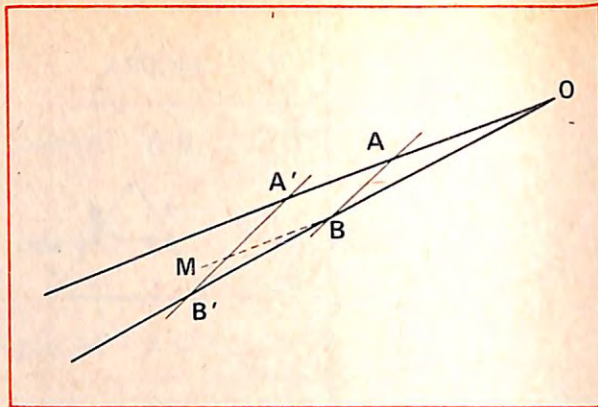
6) Sabendo que:
 $\overline{AB} \parallel \overline{A'B'}$ e $\overline{AA'} \parallel \overline{BM}$

$OA' = 10$
 $OA = 6$
 $OB = 9$
 $AB = 3$

Complete:

$AA' = \underline{\hspace{2cm}}$
 $BB' = \underline{\hspace{2cm}}$

$A'M = \underline{\hspace{2cm}}$
 $MB = \underline{\hspace{2cm}}$
 $A'B' = \underline{\hspace{2cm}}$



HOMOTETIA

Grupo I – Exercícios Preliminares

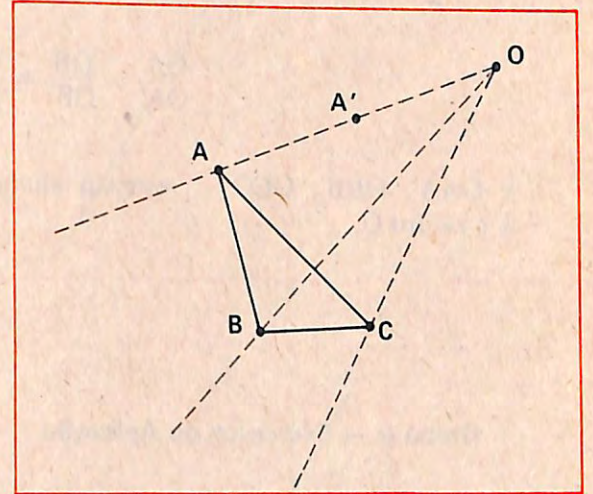
1) Considere o triângulo ABC da figura ao lado.

a) Assinale os pontos B' e C' de modo que

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OC}{OC'}$$

b) Trace os segmentos

$$\overline{A'B'}, \overline{B'C'}, \overline{C'A'}$$



2) Considere o polígono ABCDE e o ponto O.

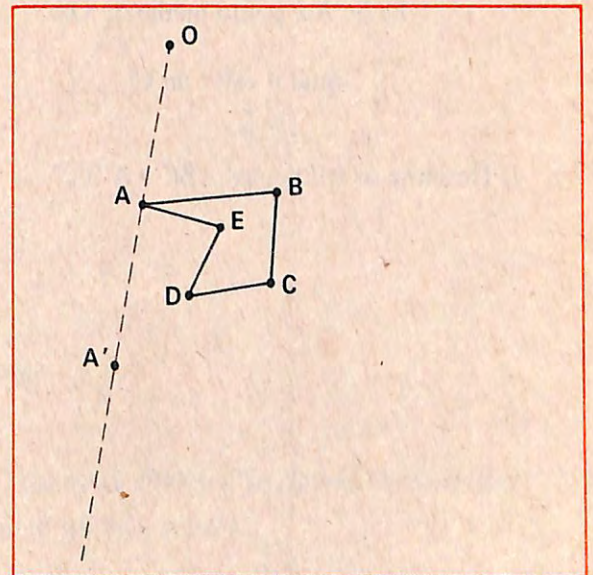
a) Trace as semi-retas

$$\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OE}$$

b) Assinale os pontos B', C', D' e E' de modo que

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OC}{OC'} = \frac{OD}{OD'}$$

c) Trace os segmentos
 $\overline{A'B'}, \overline{B'C'}, \overline{C'D'}, \overline{D'E'}, \overline{E'A'}$



Anote:

A correspondência que associa os pontos

$A \mapsto A'$
 $B \mapsto B'$
 $C \mapsto C'$ etc.

de tal modo que

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OC}{OC'} = \dots = k$$

e OAA' , OBB' , OCC' ... estejam alinhados chama-se *HOMOTETIA* de razão k e centro O .

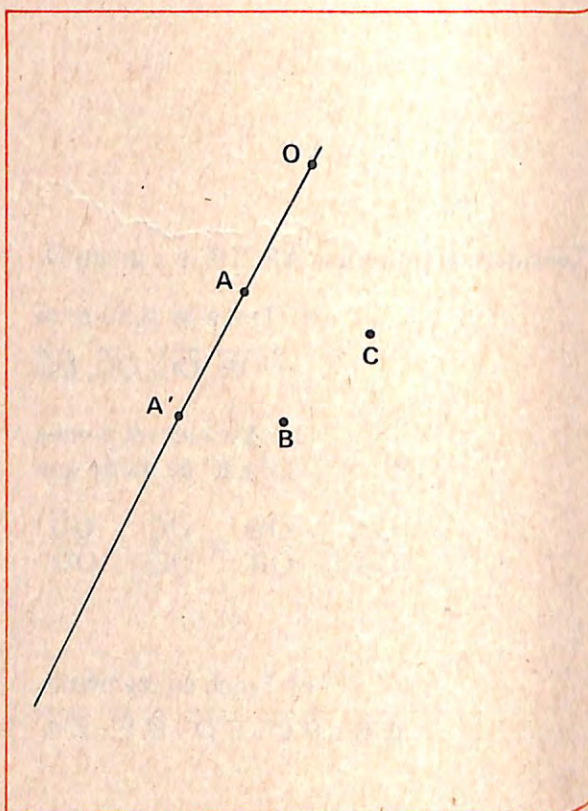
Grupo II – Exercícios de Aplicação

- 1) a) Determine os correspondentes de B e C pela homotetia de centro O e razão

$$k = \frac{OA}{OA'}$$

- b) Se A é ponto médio de OA' qual o valor de k ? _____

- c) Desenhe os triângulos ABC e $A'B'C'$.

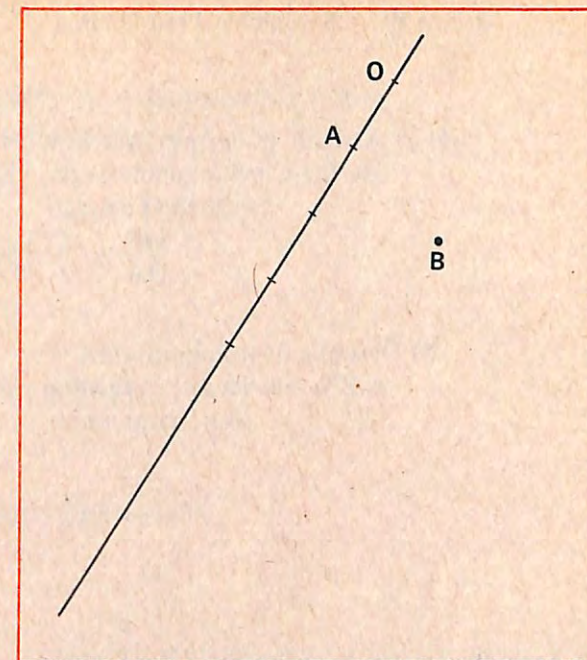


- 2) a) Assinale o ponto A' na reta \overleftrightarrow{OA} tal que:

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{1}{3}$$

- b) Assinale o correspondente de B pela homotetia de centro O e razão k tal que:

$$k = \frac{1}{3} = \frac{OA}{OA'}$$

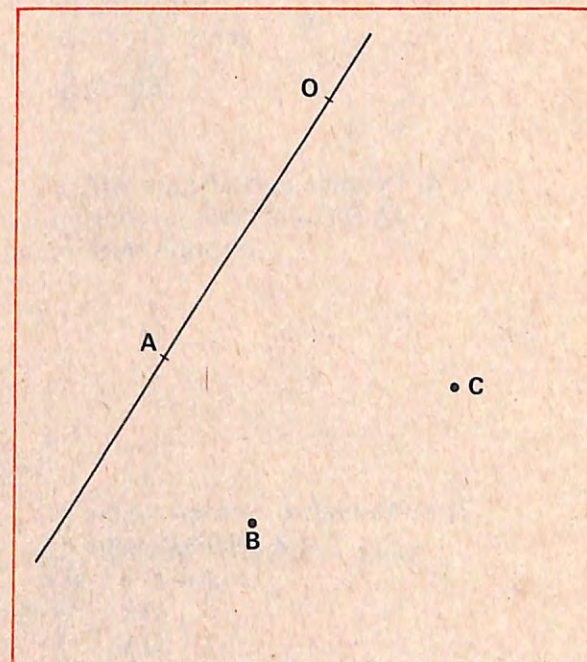


- 3) a) Assinale o ponto A' na reta OA tal que:

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{2}{1}$$

- b) Assinale os correspondentes de B e C pela homotetia de centro O e razão $\frac{2}{1} = \frac{OA}{OA'}$.

- c) Desenhe os triângulos ABC e $A'B'C'$.

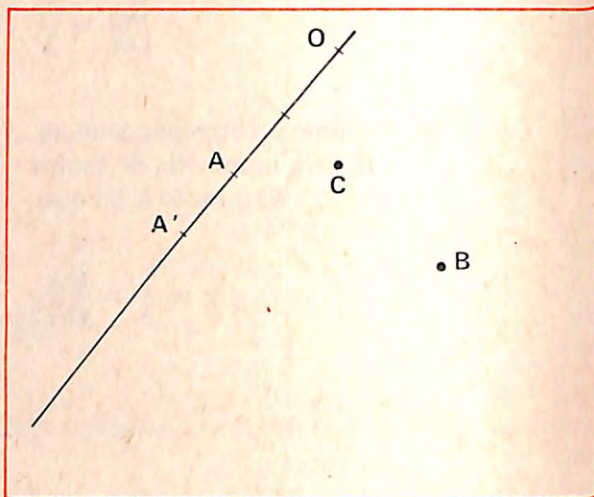


Anote:

Figuras que se correspondem por uma homotetia chamam-se *figuras homotéticas*.
Toda figura é homotética dela mesma.

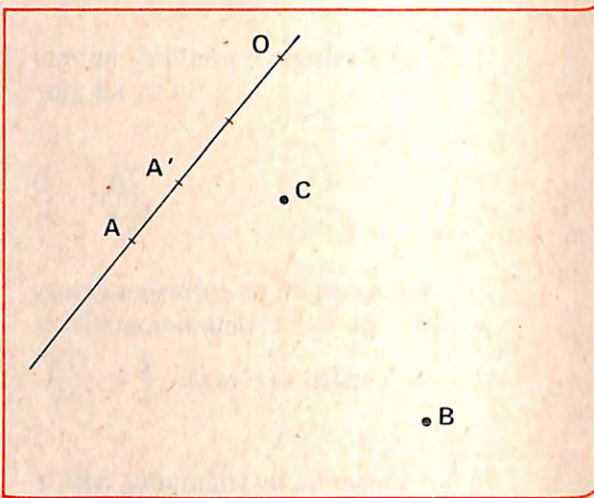
Grupo III – Exercícios Preliminares

- 1) a) Assinale os correspondentes de B e C pela homotetia de centro O e razão $\frac{OA}{OA'} = \frac{2}{3}$



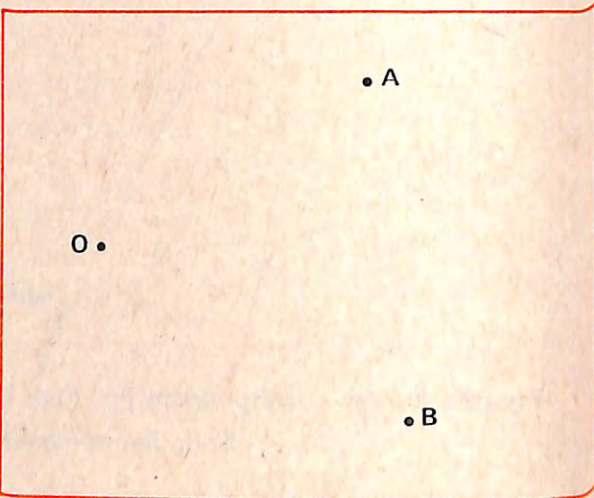
- b) Desenhe os triângulos ABC e A'B'C' em verde e vermelho respectivamente.

- c) Assinale os correspondentes de B e C pela homotetia de centro O e razão $\frac{OA}{OA'} = \frac{3}{2}$



- d) Desenhe os triângulos ABC e A'B'C' em verde e vermelho respectivamente.

- 2) a) Assinale o correspondente de A e B pela homotetia de centro O e razão $\frac{OA}{OA'} = \frac{5}{3}$



- b) Trace \overline{AB} e $\overline{A'B'}$.

- c) Marque um ponto $C \in \overline{AB}$ e assinale o seu correspondente pela mesma homotetia.

- d) O ponto C' pertence a $\overline{A'B'}$? _____

Anote:

Se A', B', C' são correspondentes de A, B, C por uma homotetia de centro O e razão k e $C \in \overline{AB}$ então $C' \in \overline{A'B'}$

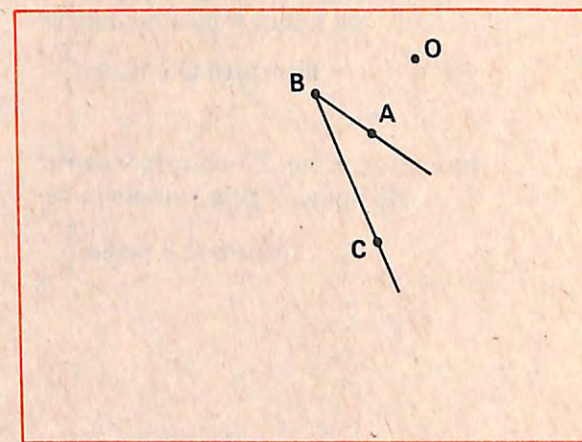
DE UM MODO GERAL:

A homotetia conserva o alinhamento.

- 3) Pela homotetia de centro O e razão $\frac{1}{2}$

- a) trace os correspondentes de \overline{BA} e \overline{BC} .

- b) $\widehat{ABC} \cong \widehat{A'B'C'}$? _____



Anote:

Se $A'B'C'$ é o correspondente de ABC por uma homotetia, então $\widehat{ABC} \cong \widehat{A'B'C'}$.

DE UM MODO GERAL:

A homotetia mantém a medida dos ângulos e a segmentos paralelos correspondem segmentos paralelos.