LA RESOLUTION DE PROBLEMES: LE MOT D'ORDRE POUR LES ANNEES 1980-90. QUOI EN PENSER?

Claude Gaulin
Didacticien en mathématique
Université Laval

Depuis des décennies, l'enseignement des mathématiques dans les écoles a fait l'objet de plusieurs courants et contre-courants successifs. Au cours des années 60, par exemple, on a vu se développer un très fort mouvement de "mathématique moderne". Puis, au cours des années 70, en réaction à ce courant, mais également sous l'influence de d'autres facteurs[1], le mouvement "Back to Basics" a pris peu à peu de l'ampleur. Il y a quelques années à peine, au moment où certaines associations professionnelles organisaient une contre-offensive en réaction au mouvement "Back to Basics", on a vu surgir un nouveau courant qui s'est finalement cristallisé dans la toute première recommandation du célèbre rapport "Agenda for Action -- Recommendations for School Mathematics of the 1980s", rendu public en avril 1980:

PREMIERE RECOMMANDATION

L'enseignement des mathématiques doit être centré sur la résolution de problèmes au cours des années 80.

Ainsi, du jour au lendemain, chez les leaders de l'enseignement des mathématiques aux Etats-Unis et au Canada, est apparu un nouveau mouvement autour du mot d'ordre *"RESOLUTION DE PROBLEMES"* (en anglais: *PROBLEM SOLVING"*). Et aussitôt, de nombreuses maisons d'édition se sont mises à exploiter le mot d'ordre à des fins commerciales ...

---

[1]Voir les pages 9-10 des actes de ce colloque.

Que penser de ce nouveau mouvement qui semble provoquer présentement l'engouement de beaucoup de gens, tant au primaire qu'au secondaire? Que signifie-t-il au juste? S'agit-il d'une mode passagère ou bien d'un mouvement sérieux et bien articulé?

Afin de mieux pouvoir répondre à ces questions, il est essentiel d'analyser les principales raisons qui expliquent la popularité soudaine de la résolution de problèmes en mathématique. Pour commencer, arrêtons-nous sur ce qui a été sans doute le facteur le plus déterminant.

LES RESULTATS PITOYABLES DE LA "SECONDE EVALUATION NATIONALE EN MATHEMATIQUES" EN 1977-78

Le National Assessment of Educational Progress est un organisme américain qui se propose d'évaluer périodiquement le rendement des élèves en mathématiques et dans d'autres matières, et de mesurer jusqu'à quel point ce rendement varie suivant les années. A cette fin, le NAEP a interviewé et testé plus de 810 000 jeunes américains depuis 1969.

Jusqu'à maintenant, le NAEP a organisé deux "évaluations nationales en mathématiques" de grande envergure: la première en 1972-73 et la seconde en 1977-78. Chaque fois, on a procédé par questionnaire avec choix de réponses multiples correspondant à quatre niveaux d'objectifs: connaissances; habiletés techniques; compréhension; exercices écrits.

Le rendement déplorable des élèves, lors de l'évaluation de 1972-73, provoqua une stupéfaction générale aux Etats-Unis. De nombreux éducateurs, parents et administrateurs y trouvèrent une bonne raison pour réclamer un retour aux "habiletés de base" d'autrefois (mouvement "Back to Basics").[1]

---

[1]Voir le haut de la page 10 des actes de ce colloque.

En 1977-78, le NAEP organisa la "seconde évaluation nationale en mathématiques", avec un échantillon de plus de 70 000 élèves: 17 000 âgés de 9 ans, 27 000 âgés de 13 ans et 27 000 âgés de 17 ans. Cette fois, non seulement les résultats obtenus furent-ils de nouveau pitoyables, mais on constata avec surprise que la situation avait même empiré depuis 1973! Voici un tableau-synthèse[1] éloquent à ce sujet.

Niveau d'objectifs	Age	Items administrés à la fois en 1972-73 et en 1977-78	Rendement moyen en 1977-78	Changement de 1972-73 à 1977-78
Connaissances	9 ans	17	55%	Diminution de 1%
	13 ans	16	64%	0%
	17 ans	18	63%	0%
Habiletés techniques	9 ans	21	26%	0%
	13 ans	37	49%	Diminution de 2%*
	17 ans	46	50%	Diminution de 5%*
Compréhension	9 ans	--**	--**	0%
	13 ans	12	50%	Diminution de 2%
	17 ans	13	58%	Diminution de 4%*
Exercices écrits	9 ans	9	32%	Diminution de 6%*
	13 ans	12	38%	Diminution de 3%*
	17 ans	25	29%	Diminution de 4%*

*Résultat significatif (seuil de signification: 0,05)
**Nombre insuffisant d'items administrés; résultats difficiles à interpréter

[1] Cf. N.C.T.M., Results from the Second Assessment of the National Assessment of Educational Progress, Reston, Virginia, 1981, page 10.

Un fait est particulièrement frappant dans ce tableau: dans tous les groupes d'âges, le rendement des élèves dans la résolution d'"exercices écrits"[1] est extrêmement faible. Et pourtant les exercices écrits utilisés pour évaluer les élèves en 1972-73 et en 1977-78, étaient relativement peu compliqués, comme le montrent les neuf exemples suivants.[2]

Exemple 1

Un lapin mange 2 livres de nourriture chacue semaine. Il y a 52 semaines dans une année. Combien de nourriture 5 lapins mangeront-ils en une semaine?

Répartition des réponses:

	Elèves de 9 ans	Elèves de 13 ans
2 livres	2%	1%
10 livres	47%	56%
52 livres	16%	5%
104 livres	16%	11%
520 livres	12%	23%
Ne sait pas	6%	3%

Le fait qu'il y ait de l'information superflue dans l'énoncé du problème sème la confusion chez un nombre impressionnant d'élèves ...

[1] En anglais: "word problems". Il s'agit d'exercices (tels qu'on en trouve dans les manuels) présentés à l'élève à l'aide d'un texte à propos d'une situation fictive ou réelle.

[2] Exemples extraits de: N.A.E.P., Mathetical Applications (Selected Results from the Second Assessment of Education Progress), Denver, Colorado, 1979, Adaptation française de C. Gaulin.

Exemple 2

Un homme doit empaqueter 1310 bâtons de baseball dans des caisses pouvant contenir chacune 24 bâtons. Combien de bâtons restera-t-il une fois que l'homme aura rempli autant de caisses qu'il le peut?

Répartition des réponses:

	Elèves de 13 ans
Bonne réponse 14	29%
54 ou bien 54 r 14	22%
1310-24 ou 1310+24	8%
Erreur de calcul du reste	7%

Plus des deux-tiers des répondants savaient qu'ils devaient diviser 1310 par 24 pour résoudre le problème, mais un pourcentage élevé ne s'est pas rendu compte que c'est le reste qu'il fallait trouver et non le quotient.

Exemple 3

Voici le menu d'un snack bar.

Hamburger	.85	Lait	.20
Hot dog	.70	Coca Cola	.15
Grilled cheese	.40	Milk shake	.45
Frites	.40	Crème glacée	.40

André a commandé un hot dog, un ordre de frites et un verre de lait. Combien a-t-il dû payer?

Répartition des réponses:

	Elèves de 9 ans	Elèves de 13 ans	Elèves de 17 ans
$1.20	9%	2%	1%
$1.30	57%	92%	95%
$1.40	9%	2%	2%
$1.50	16%	3%	1%
Ne sait pas	6%	0%	0%

Beaucoup d'élèves de 9 ans ont simplement additionné le prix d'un hot dog et les deux nombres suivants ... Dans le cas d'un problème semblable, 38% des élèves de 9 ans trouvèrent le prix demandé, tandis que 37% calculèrent, sans trop réfléchir, le prix de tout ce qui figurait au menu!

Exemple 4

Pour faire un gâteau, il faut $2\frac{1}{4}$ tasses de sucre pour le glaçage et $1\frac{1}{2}$ tasse de sucre pour le gâteau. Combien de tasses de sucre sont nécessaires pour préparer le gâteau et le glaçage ensemble?

Répartition des réponses:

	Elèves de 13 ans	Elèves de 17 ans
3 2/6 tasses	31%	10%
3 2/4 tasses	10%	7%
3 3/4 tasses	54%	81%
3 2/2 tasses	3%	1%
Ne sait pas	1%	1%

Un nombre impressionnant d'élèves n'arrivent pas à calculer $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$, après avoir passé tellement d'heures à apprendre les fractions ...

Exemple 5

Une voiture parcourt 8km en cinq minutes. À cette vitesse-là, combien de KILOMETRES peut-elle parcourir en une heure?

Répartition des réponses:

	Elèves de 13 ans	Elèves de 17 ans
Réponse correcte 96	28%	56%
Ont tenté de calculer 8x5	7%	3%
Ont tenté de calculer 60x8	16%	10%

Exemple 6

Voici une facture d'électricité:

LECTURE DU COMPTEUR AUJOURD'HUI	LECTURE DU COMPTEUR LA DERNIERE FOIS	CONSOMMATION	COUT
1548 kw-h	942 kw-h	606 kw-h	$9.09

Combien le client doit-il payer pour chaque kilowatt-heure (kw-h) d'électricité consommée?

<u>Répartition des réponses</u> (élèves de 17 ans):

Seulement 5% ont trouvé la réponse correcte (1.5 cents), alors que 4% ont donné comme réponse 1.5 ou $1\frac{1}{2}$ (sans unités). Fait remarquable, 19% des répondants ont tenté d'effectuer la division 606 ÷ 9.09 (au lieu de 9.09 ÷ 606) et 22% ont répondu "Je ne sais pas".

On a également administré aux élèves de 13 ans un problème du même genre, mais plus simple, où il s'agissait, étant donné deux lectures de l'odomètre d'une voiture et le nombre de gallons d'essence consommés entre les deux, de déterminer combien de milles la voiture avait parcourus en moyenne pour chaque gallon d'essence dépensé. Seulement 20% des répondants trouvèrent la bonne réponse.

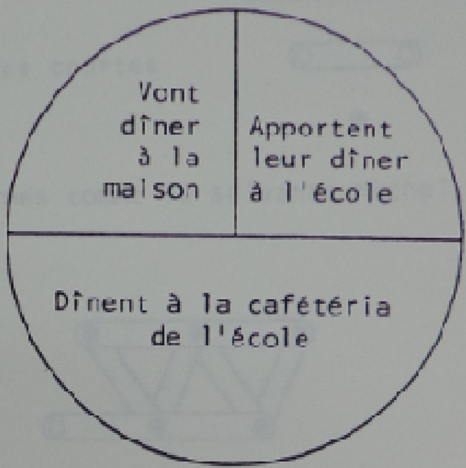
Exemple 7

Présentement, Robert a $12 en banque, tandis que Carole a $26 dans son compte. A partir de maintenant, chacun d'eux va déposer $1 par semaine dans son compte. Combien d'argent Robert aura-t-il dans son compte au moment où il aura la moitié de ce que Carole aura dans son compte?

Ont trouvé la réponse correcte: 12% des élèves de 9 ans, 20% des élèves de 13 ans et 32% des élèves de 17 ans. Les répondants se sentent perdus devant un genre de problèmes qu'ils ne sont pas habitués à rencontrer.

Exemple 8

ELEVES DE L'ECOLE STE-MARIE



S'il y a 400 élèves dans l'école Ste-Marie, à peu près combien d'entre eux vont dîner à la maison le midi?

<u>Répartition des réponses:</u>

	Elèves de 9 ans	Elèves de 13 ans	Elèves de 17 ans
25	27%	12%	6%
100	29%	60%	72%
200	20%	18%	16%
300	4%	2%	1%
400	5%	2%	2%
Ne sait pas	15%	6%	2%

L'interprétation de diagrammes et de graphiques: une habileté de base en mathématiques apparemment peu développée ...

Exemple 9

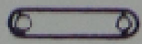
Une bouteille de limonade de 56 onces coûte 95 cents. Durant une fête organisée par l'école, on a vendu la limonade 20 cents le verre de 8 onces. Combien de profit l'école a-t-elle réalisé sur chaque bouteille de limonade vendue?

Seulement 11% des élèves de 13 ans et 29% des élèves de 17 ans ont répondu correctement à cette question.

Exemple 10

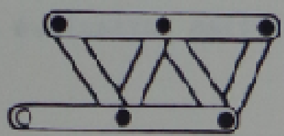
Michel possède un jeu de construction, qui contient:

60 barres allongées 

60 barres courtes 

60 vis 

Combien de formes comme la suivante Michel peut-il construire?



Voilà un problème non routinier, qui exige un peu de réflexion. Seulement 3% des élèves de 9 ans et 24% des élèves de 13 ans ont trouvé la réponse correcte 12. Cela laisse songeur ...!

REACTIONS FACE AUX RESULTATS DE L'EVALUATION DE 1977-78

Un examen attentif du tableau de la page 31, révèle une diminution significative, de 1972-73 à 1977-78, du rendement des élèves en mathématiques, tant au niveau des "exercices écrits" qu'au niveau des habiletés techniques. Et pourtant, c'est précisément durant cette période que s'est amplifié aux Etats-Unis le mouvement "Back to Basics"[1] et que dans beaucoup d'écoles américaines, on s'est mis à consacrer plus de temps à des exercices de "drill" en calcul. On voit là, de façon éclatante, qu'un "retour aux habiletés de base" conçu dans une perspective simpliste et étroite, loin d'améliorer le rendement, peut au contraire contribuer à sa détérioration! Cela vient également confirmer le fait que le National Council of Supervisors of Mathe-

[1]Voir page 8ss. des actes de ce colloque.

matics avait visé juste dans sa célèbre prise de position de 1977[1], d'abord en insistant fortement sur une définition élargie des habiletés de base en mathématiques, ensuite en accordant une place privilégiée à la résolution de problèmes en mathématiques.

Lorsqu'en 1979 ont été rendus publics les résultats de la "seconde évaluation nationale en mathématiques", un fait est devenu évident. Durant les années à venir, il va falloir prendre des mesures afin que le rendement des élèves dans la résolution d'exercices écrits soit sensiblement meilleur lors de la prochaine évaluation nationale en mathématique (en 1982-83?).

Il n'est donc pas étonnant de constater présentement que:

> *Pour beaucoup d'individus, le mot d'ordre "RESOLUTION DE PROBLEMES" signifie que, durant les années 80, il faudra mettre l'accent sur les "exercices écrits" dans l'enseignement des mathématiques.*

UNE DISTINCTION FONDAMENTALE

De plus en plus, on a tendance à faire une distinction entre un exercice (problème routinier) et un "véritable problème" (problème non routinier).

Cette distinction se trouve présenter de façon dichotomique et schématique à la page suivante.

[1] Voir pages 15ss. et 20ss. des actes de ce colloque.

EXERCICE (problème routinier)	"VERITABLE PROBLEME" (problème non routinier)
1) De prime abord, on voit immédiatement ou presque ... en quoi consiste le problème et comment il y a moyen d'arriver à le résoudre.	1) De prime abord, on ne voit pas du tout comment s'attaquer au problème et le résoudre; parfois, même, on ne voit pas en quoi consiste au juste le problème.
2) L'objectif principal du problème est d'appliquer de façon plutôt routinière des savoirs et des savoir-faire déjà connus et faciles à identifier.	2) Pour résoudre le problème, il ne suffit pas d'appliquer une règle ou une méthode de façon routinière; à force de recherche et d'intuition, il faut arriver à élaborer une solution en puisant dans l'ensemble de ses connaissances et expériences antérieures.
3) En général, la résolution d'un problème routinier demande peu de temps.	3) En général, la résolution d'un problème non routinier demande beaucoup de temps.
4) En général, on ne prend pas en considération les aspects affectifs de la résolution d'un exercice: motivation pour le résoudre, intérêt du problème, etc.	4) La résolution d'un "véritable problème" exige un investissement important d'énergie et d'affectivité: frustration initiale, volonté de résoudre le problème, persévérance dans la recherche, ...
5) En général, il s'agit d'un problème fermé.	5) Le problème peut être plus ou moins ouvert ou fermé.
6) Les exercices abondent dans les manuels, sous la forme d'exercices de "drill" et d'"exercices écrits".	6) On trouve très peu de problèmes non routiniers dans les manuels.

Naturellement, la différence entre un exercice et un "véritable problème" demeure relative. Ce qui pour l'un constitue un problème non routinier peut bien être un simple exercice pour l'autre; tout dépend des connaissances et expériences antérieures de l'élève, de même que du moment où le problème lui est posé.

George Polya a tenté de raffiner la distinction précédente, en proposant une classification des problèmes en quatre types[1]:

1. Problème où la règle à appliquer saute aux yeux. Il s'agit d'un problème dont la résolution requiert l'application mécanique d'une règle qui vient tout juste d'être présentée ou étudiée en classe.

2. Problème où la règle à appliquer nécessite un choix. Il s'agit d'un problème dont la résolution requiert l'application d'une règle ou d'une méthode donnée en classe quelque temps auparavant, de sorte que l'élève doit faire un choix réfléchi.

3. Problème où il faut choisir une combinaison de règles. Il s'agit d'un problème dont la résolution nécessite la combinaison d'au moins deux règles ou exemples déjà donnés en classe.

4. Problème où il faut chercher beaucoup. Il s'agit d'un problème à ramifications multiples, dont la résolution nécessite une combinaison originale de règles ou d'exemples, beaucoup d'indépendance d'esprit, ainsi que l'utilisation de raisonnements plausibles.

Cette classification permet de mettre en évidence un fait indéniable, que beaucoup d'éducateurs se plaisent à souligner depuis un certain nombre d'années: de tous les problèmes de mathématiques discutés en classe avec les élèves, beaucoup trop sont du genre routinier (types 1 et 2) et vraiment trop peu sont du genre non routinier (types 3 et 4).

[1]POLYA, G., La découverte des mathématiques, Dunod, Paris.

Il n'est donc pas surprenant de constater présentement que:

> *Pour beaucoup d'individus, le mot d'ordre "RESOLUTION DE PROBLEMES" signifie que, durant les années 80, il faudra mettre l'accent sur l'utilisation de problèmes non routiniers dans l'enseignement des mathématiques.*

UTILISATION D'APPLICATIONS REALISTES DANS L'ENSEIGNEMENT

Il y a longtemps que l'on reconnaît le rôle important que peuvent jouer dans l'enseignement les applications de la mathématique à la vie courante et à divers domaines. En effet, non seulement celles-ci permettent-elles de monter l'aspect utilitaire de cette discipline, mais elles peuvent également faciliter l'introduction et l'apprentissage de certaines notions.

Au cours des années 70, en Amérique du Nord, de grands efforts ont été déployés, tant au primaire qu'au secondaire, pour encourager les enseignants à utiliser davantage d'applications des mathématiques à la réalité. Cela s'est avéré d'ailleurs d'autant plus nécessaire que, durant les années précédentes, l'enseignement de la "mathématique moderne" avait souffert de l'absence quasi totale de telles applications.

Le problème majeur que l'on rencontre, semble-t-il, demeure celui de trouver des applications réelles - ou du moins réalistes, c'est-à-dire vraisemblables dans la réalité: "mathématiques du consommateur" ou mathématiques de la vie quotidienne; mathématiques employées dans les métiers et les techniques; mathématiques pour les sciences (physique, biologie, géologie, ...); mathématiques pour les sciences humaines (économie, sociologie, démographie, ...; etc. Car si l'on examine les manuels utilisés par le passé, plus particulièrement ceux du secondaire, on se rend compte que la plupart des exercices et des problèmes d'applications qui y figurent sont en fait des "pseudo-applications", basées sur des situations, des données ou des questions tout à fait artificielles et sans fondement dans la réalité d'aujourd'hui.

Depuis quatre à cinq ans, aux Etats-Unis, plusieurs recueils d'applications réelles ou réalistes ont été publiés[1] à l'intention des enseignants et des auteurs de manuels de mathématiques. Dans les congrès, également, le nombre de présentations et d'ateliers consacrés aux "véritables" applications s'est accru considérablement.

Il n'est donc pas étonnant de constater aujourd'hui que:

> *Pour beaucoup d'individus, le mot d'ordre "RESOLUTION DE PROBLEMES" signifie que, durant les années 80, il faut mettre l'accent dans l'enseignement sur l'utilisation de problèmes mathématiques présentant des applications réelles ou réalistes.*

L'INFLUENCE DES TRAVAUX DE POLYA

Le mathématicien George Polya a proposé une démarche en quatre grandes étapes pour résoudre un problème mathématique[2]:

Etape 1: comprendre le problème.

Etape 2: concevoir un plan pour le résoudre.

Etape 3: exécuter le plan.

Etape 4: revenir sur la solution.

---

[1] Cf. N.C.T.M., Applications in School Mathematics, (1979 Yearbook), 1979; N.C.T.M./M.A.A., A Sourcebook of Applications in Mathematics, 1978; N.C.T.M., Applications in Mathematics, 1978; divers recueils d'activités statistiques; etc.

[2] Cf. G. Polya, Comment poser et résoudre un problème de mathématiques, Dunod, Paris, 1957. Voir aussi le résumé de l'atelier de Mariette Gélinas-Sauvageau, aux pages 101 à 107 des actes de ce colloque.

Il a aussi proposé un certain nombre de stratégies générales de résolution[1] susceptibles de faciliter le travail durant les étapes 1 et 2 de la démarche. En voici des exemples:

— Bien identifier ce que l'on donne et ce que l'on cherche dans le problème.

— Faire un dessin ou un diagramme pour faciliter la compréhension du problème.

— Décomposer le problème en sous-problèmes.

— Chercher une régularité à partir de l'observation de plusieurs cas particuliers.

Polya a formulé l'hypothèse suivante: *on peut accroître sensiblement l'habileté générale d'un élève à résoudre des problèmes mathématiques, si on lui enseigne EXPLICITEMENT des stratégies générales de résolution telles que les précédentes.*[2]

Jusqu'ici les recherches à propos de la validité de cette hypothèse demeurent disparates et non concluantes. Néanmoins, plusieurs éducateurs ont la conviction profonde qu'une prise de conscience et une bonne connaissance de certaines stratégies générales de résolution de problèmes mathématiques ne peut être que bénéfique pour les élèves du primaire et du secondaire, tant pour leur formation mathématique que pour leur formation générale.

---

[1]Polya les appelle des "procédés heuristiques".

[2]L'hypothèse concerne exclusivement des stratégies générales de résolution c.à.d. applicables en principe à une grande variété de problèmes mathématiques. En effet, on ne voit pas bien comment l'enseignement de stratégies très spécifiques (par ex. "Réduire les deux membres de l'équation au même commun dénominateur") pourrait produire un accroissement de l'habileté générale à résoudre des problèmes mathématiques.

Il n'est donc pas étonnant de constater présentement que:

Pour beaucoup d'individus, le mot d'ordre "RESOLUTION DE PROBLEMES" signifie que, durant les années 80, il faudra mettre l'accent sur un enseignement explicite de stratégies générales de résolution de problèmes mathématiques.

LA RESOLUTION DE PROBLEMES EN TANT QUE MOYEN DE DEVELOPPER DES CONNAISSANCES MATHEMATIQUES

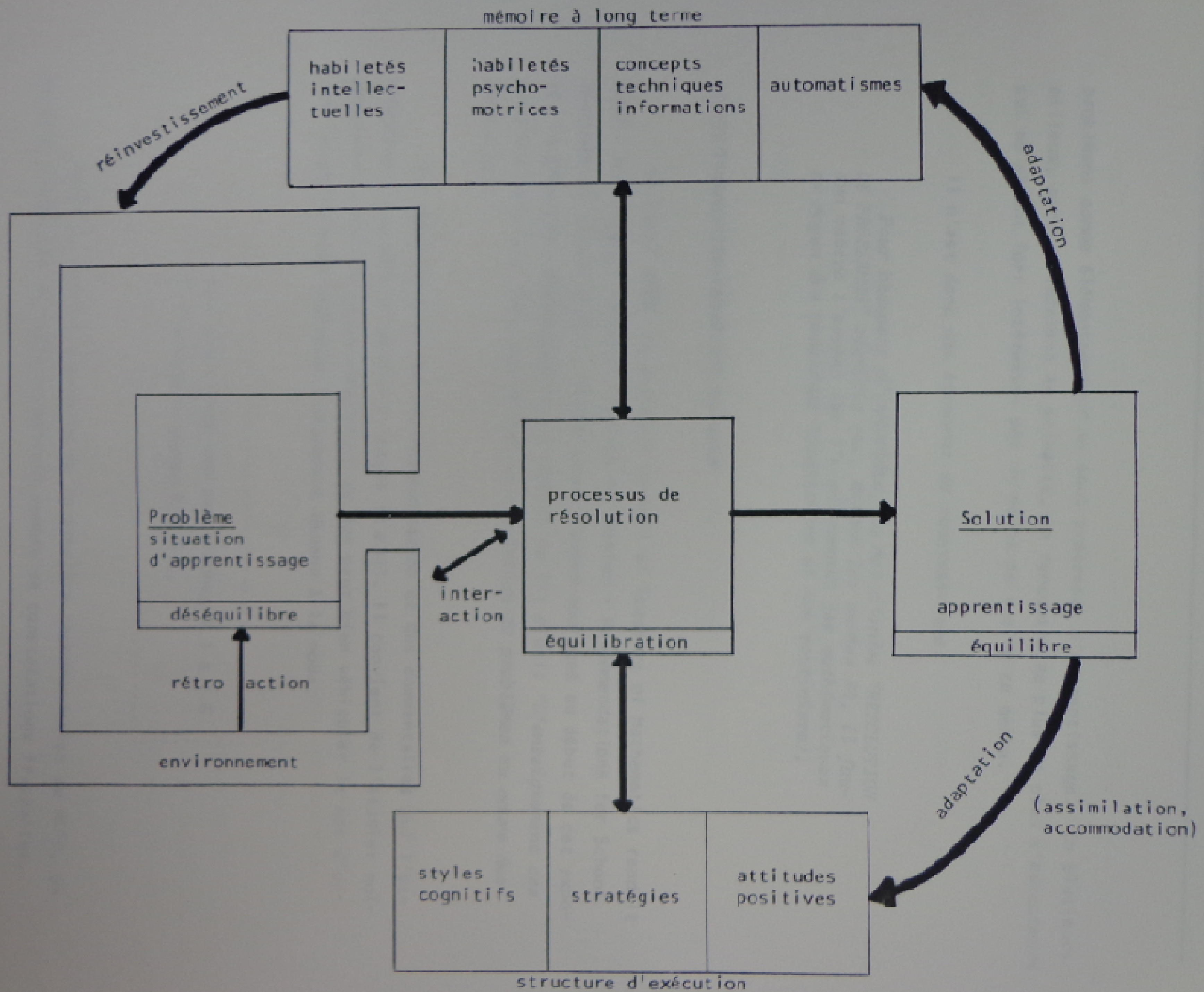
Depuis plus de 30 ans, Georges Polya a maintes fois répété que la résolution de problèmes (routiniers et non routiniers) devrait être l'épine dorsale de l'enseignement des mathématiques dans les écoles. C'est-à-dire que, d'après lui, c'est principalement en faisant résoudre des problèmes aux élèves que l'on devrait enseigner la mathématique.

Suivant ce point de vue, la résolution de problèmes constitue un moyen privilégié à la fois d'explorer, de développer et d'appliquer des connaissances et des habiletés mathématiques. Cela fait nettement contraste avec la conception traditionnelle encore généralement répandue, selon laquelle le rôle des problèmes, dans l'apprentissage, est, d'abord et avant tout, d'appliquer des savoirs et des savoir-faire déjà acquis.

Beaucoup de psychologues et de pédagogues vont encore plus loin en adoptant un point de vue similaire à propos de toute espèce d'apprentissage. Certains considèrent que c'est en cherchant à résoudre des problèmes dans de véritables situations problématiques qu'un individu fait ses apprentissages les plus significatifs.

Le schéma de la page suivante[1] illustre le processus de résolution de

[1] Ce schéma a été emprunté à Marcel Hamel, Conseiller pédagogique à la C.S. de Sherbrooke. Il a été inspiré du "schéma de français" proposé par le M.E.Q. dans le nouveau programme de français pour le primaire. Certains de ses éléments sont également inspirés de récentes théories du traitement de l'information.


mémoire à long terme
habiletés intellec- tuelles
habiletés psycho- motrices
concepts techniques informations
automatismes
réinvestissement
adaptation
Problème
situation d'apprentissage
déséquilibre
rétro action
environnement
inter- action
processus de résolution
équilibration
Solution
apprentissage
équilibre
adaptation
(assimilation, accommodation)
styles cognitifs
stratégies
attitudes positives
structure d'exécution

problèmes comme élément-moteur de tout processus d'apprentissage. En plusieurs milieux, particulièrement au primaire, on rencontre de plus en plus d'éducateurs qui se disent fort intéressés par un point de vue de ce genre.

Il n'est donc pas étonnant de constater que:

> *Pour beaucoup d'individus, le mot d'ordre "RESOLUTION DE PROBLEMES" signifie que, durant les années 80, il faudra mettre l'accent sur l'enseignement des mathématiques au moyen des problèmes (routiniers et non routiniers).*

LA RECOMMANDATION-PARAPLUIE DU NCTM

En avril 1980, le National Council of Teachers of Mathematics rendait public son rapport intitulé "Agenda for Action - Recommendations for School Mathematics of the 1980s". Comme nous l'avons souligné au début de cet exposé, la première recommandation du rapport se lit ainsi: *"L'enseignement des mathématiques doit être centré sur la résolution de problèmes au cours des années 80"*.

Le texte intégral de la recommandation et des commentaires qui l'accompagnent apparaît en annexe A (pages 49 à 51). Il convient de l'étudier soigneusement, afin de mieux comprendre ce que peut bien véhiculer le mot d'ordre *"RESOLUTION DE PROBLEMES"* récemment devenu à la mode.

> Voir les titres des paragraphes 1.1 à 1.6 de l'annexe A (pages 49 à 51).

Après la lecture attentive de la première recommandation du NCTM, on ne peut s'empêcher de faire un certain nombre de constatations frappantes.

D'abord, il s'agit d'une véritable *recommandation-parapluie*. Sans doute, dans un esprit de compromis et pour des raisons stratégiques, elle a été formulée dans des termes vagues et très généraux. C'est ainsi que cette recommandation vient chapeauter *en apparence* toutes sortes d'interprétations de l'expression "centrer l'enseignement des mathématiques sur la résolution de problèmes", entre autres les cinq interprétations déjà mentionnées:

Mettre l'accent sur les "exercices écrits".

Mettre l'accent sur l'utilisation de problèmes présentant des applications réalistes.

Mettre l'accent sur l'utilisation de problèmes non routiniers.

Mettre l'accent sur un enseignement explicite de stratégies générales de résolutions de problèmes.

Mettre l'accent sur l'enseignement de connaissance au moyen des problèmes.

De cette façon, en cherchant à regrouper pêle-même des interprétations fort différentes — parfois même divergentes — et en voulant donner à leurs partisans l'impression de marcher sous une même bannière, la première recommandation du NCTM est source d'équivocité et, par le fait même, de confusion qui n'en facilitera sans doute pas l'implantation durant les prochaines années.

La recommandation est si équivoque, qu'un spécialiste reconnu de la résolution de problèmes en mathématique, le professeur Jeremy Kilpatrick, habituellement modéré et constructif dans ses opinions, a cru bon de publier en avril 1981, un éditorial-choc sur ce sujet.[1]

[1] KILPATRICK, Jeremy, Stop the Bandwagon, I Want Off, Arithmetic Teacher, April 1981 (adaptation française de C. Gaulin).

Voici quelques extraits qui serviront en même temps de conclusion à cet exposé.

> "Qu'on le veuille ou non, il semble bien que l'enseignement des mathématiques est apparemment destiné à être centré sur la résolution de problèmes pour les dix prochaines années (...). Je ne m'oppose pas à la résolution de problèmes en tant qu'activité ou objectif, mais je m'oppose à ce que l'on en fasse un simple slogan. (...) Dans l'enseignement des mathématiques, le mot "problème" a une variété de significations, allant d'un exercice écrit des plus stériles à une situation réelle qui exige une formulation mathématique. L'expression "Résolution de Problèmes" est tout aussi équivoque. Par suite de l'utilisation imprécise et sans discernement du mot "Problème" et de l'expression "Résolution de Problèmes", il peut se commettre toutes sortes d'abus en leur nom. Par exemple, cela donne l'occasion à des maisons d'édition de mettre sur le marché des versions "renouvelées" de vieux manuels en inscrivant sur la couverture "RESOLUTION DE PROBLEMES" en grosses lettres et en couleur. Cela permet également à des enseignants de continuer à faire comme par le passé, sans se sentir le moindrement démodés. (...).
>
> Parce qu'il ne spécifie pas ce qu'il entend par "Résolution de problèmes";
>
> Parce qu'il ne situe pas sa première recommandation dans un contexte historique;
>
> Parce qu'il omet de mentionner des pratiques déjà existantes qui pourraient servir d'exemples; le document *An Agenda for Action* perpétue l'emploi de l'expression "Résolution de Problèmes" comme un contenant vide que chacun peut remplir de sa propre interprétation.
>
> Cela n'est pas nouveau. Au cours des années 1930, la "Résolution de Problèmes" a été le cri de ralliement des enseignements des mathématiques; une bonne partie du document de *An Agenda for Action* aurait pu être tirée avec peu de changements du rapport *Mathematics in General Education* rendu public en 1940 par la *Progressive Education Association*.

Pour terminer sur une note plus optimiste, disons à ce sujet que le National Council of Teachers of Mathematics, NCTM, entend encourager la publication de nombreux articles ou documents qui viendront clarifier le sens de sa première recommandation et ainsi aider son opérationalisation.

(Extrait du rapport "An Agenda for Action — Recommendations for School Mathematics of the 1980s", NCTM, 1980).

Recommendation 1

PROBLEM SOLVING MUST BE THE FOCUS OF SCHOOL MATHEMATICS IN THE 1980s

The development of problem-solving ability should direct the efforts of mathematics educators through the next decade. Performance in problem solving will measure the effectiveness of our personal and national possession of mathematical competence.

Problem solving encompasses a multitude of routine and commonplace as well as nonroutine functions considered to be essential to the day-to-day living of every citizen. But it must also prepare individuals to deal with the special problems they will face in their individual careers.

Problem solving involves applying mathematics to the real world, serving the theory and practice of current and emerging sciences, and resolving issues that extend the frontiers of the mathematical sciences themselves.

This recommendation should not be interpreted to mean that the mathematics to be taught is solely a function of the particular mathematics needed at a given time to solve a given problem. Structural unity and the interrelationships of the whole should not be sacrificed.

True problem-solving power requires a wide repertoire of knowledge, not only of particular skills and concepts but also of the relationships among them and the fundamental principles that unify them. Each problem cannot be treated as an isolated example. This recommendation looks toward the need to solve problems in an uncertain future as well as here and now. As such, mathematics needs to be taught as mathematics, not as an adjunct to its fields of application. This demands a continuing attention to its internal cohesiveness and organizing principles as well as to its uses.

Recommended Actions

1.1 *The mathematics curriculum should be organized around problem solving.*

- The current organization of the curriculum emphasizes component computational skills apart from their application. These skills are necessary tools but should not determine the scope and sequence of the curriculum. The need of the student to deal with the personal, professional, and daily experiences of life requires a curriculum that emphasizes the selection and use of these skills in unexpected, unplanned settings.
- Mathematics programs of the 1980s must be designed to equip students with the mathematical methods that support the full range of problem solving, including—
  - —the traditional concepts and techniques of computation and applications of mathematics to solve real-world problems, the rational and real number systems, the notion of function, the

use of mathematical symbolism to describe real-world relationships, the use of deductive and inductive reasoning to draw conclusions about such relationships, and the geometrical notions so useful in representing them;

—methods of gathering, organizing, and interpreting information, drawing and testing inferences from data, and communicating results;

—the use of the problem-solving capacities of computers to extend traditional problem-solving approaches and to implement new strategies of interaction and simulation;

—the use of imagery, visualization, and spatial concepts.

- Mathematics programs should give students experience in the application of mathematics, in selecting and matching strategies to the situation at hand. Students must learn to—
  - —formulate key questions;
  - —analyze and conceptualize problems;
  - —define the problem and the goal;
  - —discover patterns and similarities;
  - —seek out appropriate data;
  - —experiment;
  - transfer skills and strategies to new situations;
  - —draw on background knowledge to apply mathematics.
- Fundamental to the development of problem-solving ability is an open mind, an attitude of curiosity and exploration, the willingness to probe, to try, to make intelligent guesses.
- The curriculum should maintain a balance between attention to the applications of mathematics and to fundamental concepts.

1.2 *The definition and language of problem solving in mathematics should be developed and expanded to include a broad range of strategies, processes, and modes of presentation that encompass the full potential of mathematical applications.*

- Computational activities in isolation from a context of application should not be labeled "problem solving."
- The definition of problem solving should not be limited to the conventional "word problem" mode.
- As new technology makes it possible, problems should be presented in more natural settings or in simulations of realistic conditions.
- Educators should give priority to the identification and analysis of specific problem-solving strategies.
- Educators should develop and disseminate examples of "good problems" and strategies and suggest the scope of problem-solving activities for each school level.

1.3 *Mathematics teachers should create classroom environments in which problem solving can flourish.*

- Students should be encouraged to question, experiment, estimate, explore, and suggest explanations. Problem solving, which is essentially a creative activity, cannot be built exclusively on routines, recipes, and formulas.

- The mathematics teacher should assist the student to read and understand problems presented in written form, to hear and understand problems presented orally, and to communicate about problems in a variety of modes and media.
- The mathematics curriculum should provide opportunities for the student to confront problem situations in a greater variety of forms than the traditional verbal formats alone; for example, presentation through activities, graphic models, observation of phenomena, schematic diagrams, simulation of realistic situations, and interaction with computer programs.

1.4 *Appropriate curricular materials to teach problem solving should be developed for all grade levels.*

- Most current materials strongly emphasize an algorithmic approach to the learning of mathematics, and as such they are inadequate to support or implement fully a problem-solving approach. Present textbook problems tend to be easily categorized and stylized and often bear little resemblance to highly diversified, real-life problems. They do not permit the full range of strategies and abilities actually demanded in realistic problem contexts.
- The potential of computing technology for increasing problem-solving ability should be explored and exploited by the development of creative and imaginative software.

1.5 *Mathematics programs of the 1980s should involve students in problem solving by presenting applications at all grade levels.*

- Applications should be presented that use the student's growing and changing repertoire of basic skills to solve a multitude of routine and commonplace problems essential to the day-to-day living of every citizen.
- Applications of mathematics to other disciplines such as the social sciences, business, engineering, and the natural sciences should be presented.
- The enormous versatility of mathematics should be illustrated by presenting as diversified a collection of applications as possible at the given grade level.
- At the college level, courses in mathematics and the mathematical sciences should give prospective teachers experiences that develop their capacities in modeling and problem solving.

1.6 *Researchers and funding agencies should give priority in the 1980s to investigations into the nature of problem solving and to effective ways to develop problem solvers.*

- Support should be provided for—
  - —the analysis of effective strategies;
  - —the identification of effective techniques for teaching;
  - —new programs aimed at preparing teachers for teaching problem-solving skills;
  - —investigations of attitudes related to problem-solving skills;
  - —the development of good prototype material for teaching the skills of problem solving, using all media.