

Auro Cândido Marcolan Júnior

**INFLUÊNCIA DE DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE
AJUSTADAS A PROPRIEDADES MECÂNICAS SOBRE
PROBABILIDADES DE FALHA ESTRUTURAL**

Dissertação submetida ao Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Civil
da Universidade Federal de Santa
Catarina para a obtenção do Grau de
Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Wellison José de
Santana Gomes

Florianópolis – Santa Catarina
2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Marcolan Júnior, Auro Cândido

Influência de distribuições de probabilidade ajustadas a propriedades mecânicas sobre probabilidades de falha estrutural / Auro Cândido Marcolan Júnior ; orientador, Wellison José de Santana Gomes - Florianópolis, SC, 2016.
139 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

Inclui referências

1. Engenharia Civil. 2. Confiabilidade Estrutural. 3. Ajuste de Distribuições. 4. Estruturas de Madeira em Situação de Incêndio. I. Santana Gomes, Wellison José de. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

Auro Cândido Marcolan Júnior

**INFLUÊNCIA DE DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE
AJUSTADAS A PROPRIEDADES MECÂNICAS SOBRE
PROBABILIDADES DE FALHA ESTRUTURAL**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC).

Florianópolis, 21 de setembro de 2016.

Prof. Glicerio Triches, Dr.
Coordenador do Programa

Prof. Wellison José de Santana Gomes, Dr.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Banca Examinadora:

Prof. Rafael Holdorf Lopez, Dr.
Examinador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Ângela do Valle, Dr.^a
Examinadora
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Eduardo Toledo de Lima Júnior, Dr.
Examinador
Universidade Federal de Alagoas (Videoconferência)

AGRADECIMENTOS

Dedico este trabalho à minha família, meu pai Auro, minha mãe Siomara e meu irmão João. Vocês são meu porto seguro, minha fonte de energia e sabedoria.

Obrigado a todos meus amigos pelo apoio em todos os momentos.

Agradecimentos especiais ao meu orientador Prof. Wellison, por me guiar ao longo de todo o mestrado.

“Deus não só joga dados, como os joga onde não podemos ver.”

Stephen Hawking

RESUMO

Para quantificar a incerteza associada a um sistema de engenharia é necessária a obtenção de dados suficientes para representá-lo estatisticamente. Esta representação pode ser feita com técnicas de ajustes de distribuições, utilizadas para encontrar qual é o modelo que melhor representa a distribuição probabilística dos dados. Utilizando tais distribuições e a teoria da confiabilidade estrutural, é possível analisar a confiabilidade do sistema. Porém, os resultados obtidos, comumente probabilidades de falha, dependem das distribuições adotadas.

Neste trabalho foram estudadas as propriedades mecânicas do concreto e da madeira, ajustando distribuições de probabilidades a partir de dados experimentais obtidos da literatura. Por meio de exemplos de confiabilidade estrutural foi analisada qual a relevância do uso destas distribuições ajustadas, comparando os resultados com aqueles obtidos utilizando-se distribuições de probabilidade encontradas na literatura.

Para a variável aleatória da resistência à compressão do concreto foi utilizado um exemplo de um pilar curto submetido a carregamento axial. Foram realizadas análises de confiabilidade estrutural pelo método FORM (*First Order Reliability Method* - Método de Confiabilidade de Primeira Ordem), com diferentes taxas de armadura e diferentes razões de carregamento, utilizando as distribuições de probabilidades ajustadas e as distribuições fornecidas pela Norma NBR 12655:2006.

O exemplo relacionado à resistência à compressão paralela às fibras da madeira consistiu de uma viga biapoiada sujeita a situação de incêndio. Foram avaliados os modos de falha por flexão e por instabilidade lateral da viga separadamente, utilizando o método FORM. Para o modo de falha por instabilidade lateral foi desenvolvida, neste trabalho, uma equação de estado limite. Os dois modos de falha foram combinados em série no intuito de se avaliar a confiabilidade do sistema. Estudou-se ainda a utilização da análise de confiabilidade em conjunto com um modelo estrutural em elementos finitos.

As caudas das diferentes distribuições de probabilidade utilizadas para descrever as variáveis aleatórias das propriedades mecânicas dos materiais levaram a diferenças significativas nas probabilidades de falha calculadas. Existe uma maior diferença nos resultados que envolvem probabilidades de falha pequenas, situação em que as caudas das distribuições têm maior relevância.

Palavras-chave: Confiabilidade Estrutural. Ajuste de Distribuições. Estruturas de Madeira em Situação de Incêndio.

ABSTRACT

In order to quantify the uncertainty associated with an engineering system, it is necessary to have sufficient data to statistically represent the system properties. In cases involving random variables, distribution fitting techniques can be used to determine which statistical distributions better represent the available data. Considering these distributions, structural reliability analysis can be performed to estimate, for example, failure probabilities. However, the results obtained usually depend on the adopted distributions.

In this master's dissertation the mechanical properties of concrete and timber were studied by fitting probability distributions to experimental data obtained from the literature, related to these properties. The relevance of using the adjusted distributions was analyzed applying them in structural reliability problems and comparing the results with those obtained by using probability distributions from the literature.

In the first problem, a short column of reinforced concrete subjected to axial loading was considered. Structural reliability analyses were performed by FORM (First Order Reliability Method), considering different reinforcement and loading ratios. The results obtained by using the adjusted distributions and the distributions provided by the NBR 12655:2006 were compared.

The second problem consisted of a simply supported timber beam under fire conditions. Failure modes related to bending and lateral instability of the beam were analysed separately by using FORM. For the lateral instability failure mode a limit state equation was proposed herein. The two failure modes were combined as a series system in order to evaluate the system reliability. Finally, the analytical limit state equations were replaced by limit state equations based on a structural finite element model.

It was seen that the different tails of the probability distributions used to describe the mechanical properties led to significant differences in the calculated failure probabilities. As expected, the impact of the tails on the results is much more pronounced for small failure probabilities, however there are also significant differences for high failure probabilities.

Keywords: Structural Reliability. Distributions Fitting. Timber Structures Exposed to Fire.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Esquema da metodologia utilizada.....	34
Figura 2: Aproximação de primeira ordem (FORM) (adaptado) (Beck, 2014).	40
Figura 3: Ilustração da transformação composta pelo modelo de Nataf, de X para Z para Y (Beck, 2014).	41
Figura 4: Simulação de Monte Carlo (Adaptado) (Sorensen, 2004).	43
Figura 5: Componentes associados em série (Adaptado) (Sorensen, 2004).....	44
Figura 6: Componentes associados em paralelo (Sorensen, 2004).	44
Figura 7: Determinação dos limites bimodais linearizados (Beck, 2014).	46
Figura 8: Função de verossimilhança e parâmetro $\hat{\theta}$ máximo da função, considerando um único parâmetro (Portugal, 1995).	50
Figura 9: Melhor modelo segundo o critério de Akaike.	52
Figura 10: Ilustração da distancia máxima D_n relacionada ao teste Kolmogorov-Smirnov.	53
Figura 11: Distribuição de probabilidades Chi-quadrado sendo utilizada no teste de aderência Chi-quadrado.	57
Figura 12: Modelo elastoplástico perfeito (adaptado) (Proença, 2013).	64
Figura 13: Modelo elastoplástico com encruamento linear positivo isótropo (adaptado) (Proença, 2013).	64
Figura 14: Ponto de bifurcação, (a) Equilíbrio na posição deslocada, (b) Comportamento não linear geométrico (Proença, 2013).	68
Figura 15: Trajetória de Equilíbrio e Ponto limite (Rodrigues, 2000).	68
Figura 16: Função de densidade de probabilidades do conjunto C30 (a) e C60 (b) com distribuições ajustadas.	70
Figura 17: Função de densidade de probabilidades do conjunto C12 (a) e CS (b) com distribuições ajustadas.	72
Figura 18: Função de densidade de probabilidades do conjunto E13 com distribuições ajustadas.	74
Figura 19: Representação esquemática do pilar curto de seção quadrada de concreto armado com carregamento axial em vista isométrica (a) e vista frontal (b).	79
Figura 20: Índice de confiabilidade em função da razão de carregamento L_n/D_n e do tipo de distribuição utilizada para classe de concreto C30 e taxa de armadura de 0,4% (a), 2% (b) e 4% (c).	84
Figura 21: Índice de confiabilidade em função da razão de carregamento L_n/D_n e do tipo de distribuição utilizada para classe de concreto C60 e taxa de armadura de 0,4% (a), 2% (b) e 4% (c).	85
Figura 22: Sensibilidade \times Razão de carregamento L_n/D_n com distribuição Normal ajustada para a classe de concreto C30 e taxa de armadura de 0,4% (a), 2% (b) e 4% (c).	87
Figura 23: Geometria da viga (adaptado) (Cheung, 2011).	89
Figura 24: Carbonização da seção transversal (adaptado) (Cheung, 2011).	94

Figura 25: Comparação entre o método FORM e a simulação de Monte Carlo para a equação de estado limite g_2 .	100
Figura 26: Índice de Confiabilidade \times Tempo de Incêndio Viga para configuração $h = 40$ cm e $b = 30$ cm (a), $h = 60$ cm e $b = 20$ cm (b), $h = 80$ cm e $b = 15$ cm (c) e $h = 100$ cm e $b = 12$ cm.	101
Figura 27: Probabilidade de Falha \times Tempo de Incêndio Viga com $h = 40$ cm e $b = 30$ cm (a). Probabilidade de Falha (escala logarítmica) \times Tempo de Incêndio Viga com $h = 40$ cm e $b = 30$ cm (b).	102
Figura 28: Sensibilidade \times Tempo de Incêndio para Viga para configuração $h = 40$ cm e $b = 30$ cm (a), $h = 60$ cm e $b = 20$ cm (b), $h = 80$ cm e $b = 15$ cm (c) e $h = 100$ cm e $b = 12$ cm.	104
Figura 29: Índice de Confiabilidade \times Tempo de Incêndio Viga para configuração $h = 40$ cm e $b = 30$ cm (a), $h = 60$ cm e $b = 20$ cm (b), $h = 80$ cm e $b = 15$ cm (c) e $h = 100$ cm e $b = 12$ cm (d).	105
Figura 30: Sensibilidade \times Tempo de Incêndio para Viga para configuração $h = 40$ cm e $b = 30$ cm (a), $h = 60$ cm e $b = 20$ cm (b), $h = 80$ cm e $b = 15$ cm (c) e $h = 100$ cm e $b = 12$ cm.	106
Figura 31: Probabilidade de Falha \times Tempo de Incêndio Viga com $h = 40$ cm e $b = 30$ cm. Distribuições ajustadas g_2 e g_5 , Lognormal Literatura e Lognormal Literatura (a), Lognormal Literatura e Weibull (b), Lognormal Literatura e Normal (c).	108
Figura 32: Probabilidade de Falha \times Tempo de Incêndio Viga com $h = 40$ cm e $b = 30$ cm. Distribuições ajustadas g_2 e g_5 , Weibull e Lognormal Literatura (d), Weibull e Weibull (e), Weibull e Normal (f).	108
Figura 33: Probabilidade de Falha \times Tempo de Incêndio Viga com $h = 40$ cm e $b = 30$ cm. Distribuições ajustadas g_2 e g_5 , Gumbel e Lognormal Literatura (g), Gumbel e Weibull (h) e Gumbel e Normal (i).	109
Figura 34: Ensaio de flexão a quatro pontos (adaptado) (Andor et al., 2015).	110
Figura 35: Curvas Carga-Deslocamento vigas experimentais e modelo utilizado (adaptado) Andor <i>et al.</i> , 2015).	110
Figura 36: Elemento BEAM188.	112
Figura 37: Modelo em elementos finitos com elementos de viga.	112
Figura 38: Elemento SHELL181.	113
Figura 39: Modelo em elementos finitos com elementos de casca.	113
Figura 40: Gráfico Tensão-Deformação JCSS.	114
Figura 41: Tensão-Deformação elástoplástico perfeito utilizado no ANSYS.	115
Figura 42: Fluxograma método FORM utilizando modelo em elementos finitos	116
Figura 43: Modelo em elementos de viga com carga distribuída.	117
Figura 44: Modelo em elementos de casca com carga distribuída.	117
Figura 45: Gráfico de convergência do modelo em elementos de viga.	117
Figura 46: Gráfico de convergência do modelo em elementos de casca.	118
Figura 47: Índice de Confiabilidade \times Tempo de Incêndio Viga com configuração $h = 40$ cm e $b = 30$ cm, Modelo em elementos finitos de viga (a) e casca (b).	120

Figura 48: Índice de Confiabilidade \times Tempo de Incêndio Viga com configuração $h = 40$ cm e $b = 30$ cm, Modelo em elementos finitos de viga (a) e casca (b) com não linearidade geométrica.	121
Figura 49: Índice de Confiabilidade \times Tempo de Incêndio Viga com configuração $h = 40$ cm e $b = 30$ cm, Modelo em elementos finitos de viga (a) e casca (b) com não linearidade física.	122
Figura 50: Índice de Confiabilidade \times Tempo de Incêndio Viga com configuração $h = 40$ cm e $b = 30$ cm, Modelo em elementos finitos de viga (a) e casca (b) com não linearidade geométrica e física.	122

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Algumas distribuições de probabilidade contínuas.	37
Tabela 2: Valores críticos para a estatística do teste Kolmogorov-Smirnov.	55
Tabela 3: Valores obtidos na inferência estatística para o conjunto de dados C30 e C60.	70
Tabela 4: Parâmetros das distribuições ajustadas para o conjunto de dados C30 e C60.	71
Tabela 5: Valores obtidos na inferência estatística para o conjunto de dados C12 e CS.	72
Tabela 6: Parâmetros das distribuições ajustadas para o conjunto de dados C12 e CS.	73
Tabela 7: Valores obtidos na inferência estatística para o conjunto de dados E13.	73
Tabela 8: Parâmetros das distribuições ajustadas para o conjunto de dados E13.	74
Tabela 9: Teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov com reamostragem do conjunto de dados C30.	76
Tabela 10: Teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov com reamostragem do conjunto de dados C60.	76
Tabela 11: Teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov com reamostragem do conjunto de dados C12.	76
Tabela 12: Teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov com reamostragem do conjunto de dados CS.	77
Tabela 13: Teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov com reamostragem do conjunto de dados E13.	77
Tabela 14: Variáveis aleatórias de solicitação para o exemplo de concreto.	80
Tabela 15: Variáveis aleatórias de resistência para o exemplo de concreto.	81
Tabela 16: Dimensões das vigas utilizadas.	90
Tabela 17: Variáveis aleatórias utilizadas (Cheung, 2011).	90
Tabela 18: Comparação entre o método FORM e a simulação de Monte Carlo para a equação de estado limite g_2	99
Tabela 19: Resultados com elementos de viga.	119
Tabela 20: Resultados de Compressão Axial para idade de cura de 28 dias do concreto da classe C30 (Araújo, 2011), parte 1.	133
Tabela 21: Resultados de Compressão Axial para idade de cura de 28 dias do concreto da classe C30 (Araújo, 2011), parte 2.	134
Tabela 22: Resultados de Compressão Axial para idade de cura de 28 dias do concreto da classe C60 (Araújo, 2011), parte 1.	135
Tabela 23: Resultados de Compressão Axial para idade de cura de 28 dias do concreto da classe C60 (Araújo, 2011), parte 2.	136
Tabela 24: Resultados de resistência à compressão paralela às fibras da madeira para a espécie <i>Corymbia (Eucalyptus) citriodora</i> com 12% de umidade (Bejjamin, 2006).	137

Tabela 25: Resultados de resistência à compressão paralela às fibras da madeira para a espécie <i>Corymbia (Eucalyptus) citriodora</i> saturada (Beijamin, 2006)..	138
Tabela 26: Resultados do módulo de elasticidade longitudinal às fibras da madeira para a espécie <i>Corymbia (Eucalyptus) citriodora</i> com 13% de umidade (Balarin e Nogueira, 2003).	139

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas
AIC – Critério de informação de Akaike
BIC – Critério de informação Bayesiano
EMV – Estimador de Máxima Verossimilhança
EMQ – Estimador de Mínimos Quadrados
JCSS – *Joint Committee on Structural Safety*
K-S – Teste de Aderência de Kolmogorov-Smirnov
VA – Variável Aleatória

LISTA DE SÍMBOLOS

Relacionados às Variáveis Aleatórias

Ω	Espaço amostral
ω	Conjunto de números reais
X	Variável Aleatória
x	realização da variável aleatória X
μ	Média
σ	Desvio-padrão
$f_X(x)$	Função densidade de probabilidade de X
$F_X(x)$	Função de probabilidades acumuladas X
$E[X]$	Valor esperado de uma variável aleatória
$\text{VAR}[X]$	Variância de uma variável aleatória
CV	Coefficiente de variação
ρ_{XY}	Coefficiente de correlação
$\Phi(x)$	Função densidade de probabilidades normal padrão

Relacionados à Confiabilidade Estrutural

$g(\mathbf{X})$	Equação de estado limite
P_f	Probabilidade de falha
β	Índice de confiabilidade
y^*	Ponto de projeto
(α_1, α_2)	Cossenos diretores

Relacionados à Inferência estatística

$l(\theta; x)$	Função de verossimilhança
λ	Nível de significância
D_n	Distância máxima absoluta
χ^2	teste chi-quadrado

Relacionados à Análise não linear de estruturas

σ	Tensão
ε	Deformação
k	Módulo plástico
α	Medida que registra a história de deformação plástica

Relacionados ao Ajuste de distribuições

C30	Conjunto de dados resistência à compressão do concreto classe C30
C60	Conjunto de dados resistência à compressão do concreto classe C60
C12	Conjunto de dados resistência à compressão paralela às fibras da madeira <i>Corymbia (Eucalyptus) citriodora</i> com 12% de umidade
CS	Conjunto de dados resistência à compressão paralela às fibras da madeira <i>Corymbia (Eucalyptus) citriodora</i> saturada
E13	Conjunto de dados módulo de elasticidade da madeira <i>Corymbia (Eucalyptus) citriodora</i> com 13% de umidade

Relacionados ao exemplo de confiabilidade estrutural de um pilar de concreto armado

D	Ação permanente
L	Ação variável
C	Incertezas nas dimensões da seção transversal quadrada
f_c	Resistência à compressão do concreto
f_{ck}	Valor característico da resistência à compressão do concreto
f_{cm}	Valor médio da resistência à compressão do concreto
f_s	Resistência do aço
f_{sk}	Tensão de escoamento característica do aço
R_D	Resistência de projeto
S_D	Solicitação de projeto
D_n	Carga permanente nominal
L_n	Ação variável nominal

Relacionados ao exemplo de confiabilidade estrutural de uma viga de madeira em situação de incêndio

g	Ações permanentes
q	Ações variáveis
β	Taxa de carbonização da madeira
E_{co}	Módulo de elasticidade paralelo às fibras
F_{co}	Resistência paralela às fibras da madeira
θ_E	Efeito das ações
θ_R	Efeito das resistências
g_1	Equação de estado limite do modo de falha devido às tensões normais em temperatura ambiente
g_2	Equação de estado limite do modo de falha devido às tensões normais sob condições de incêndio com exposição nas 4 faces
g_3	Equação de estado limite do modo de falha devido às tensões normais sob condições de incêndio com exposição nas faces laterais e inferior
g_4	Equação de estado limite do modo de falha por deformações excessivas em condições normais de temperatura ambiente
g_5	Equação de estado limite do modo de falha devido à instabilidade lateral

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	29
1.1. JUSTIFICATIVA.....	31
1.2. OBJETIVOS	31
1.3. DESCRIÇÃO DO TRABALHO.....	32
2. VARIÁVEIS ALEATÓRIAS E CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	35
2.1. VARIÁVEIS ALEATÓRIAS	35
2.2. DISTRIBUIÇÕES USUAIS DE VARIÁVEIS ALEATÓRIAS	36
2.3. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	38
2.4. FORM (MÉTODO DE CONFIABILIDADE DE PRIMEIRA ORDEM) 40	
2.5. MÉTODO DE SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO	42
2.6. CONFIABILIDADE DE SISTEMAS	44
3. INFERÊNCIA ESTATÍSTICA.....	49
3.1. ESTIMADORES DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA	49
3.2. MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS	50
3.3. CRITÉRIO DE INFORMAÇÃO DE AKAIKE	51
3.4. CRITÉRIO DE INFORMAÇÃO BAYESIANO.....	52
3.5. TESTE DE ADERÊNCIA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV	52
3.6. TESTE DE ADERÊNCIA CHI-QUADRADO (χ^2).....	56
4. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL E AJUSTES DE DISTRIBUIÇÕES.....	59
5. ANÁLISE NÃO LINEAR DE ESTRUTURAS	63
5.1. ANÁLISE NÃO LINEAR FÍSICA	63
5.2. ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA	66
6. AJUSTES DE DISTRIBUIÇÕES	69
6.1. DADOS DE PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CONCRETO	69
6.2. DADOS DE PROPRIEDADES MECÂNICAS DA MADEIRA	71

6.3.	REAMOSTRAGEM	75
7.	EXEMPLO DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE UM PILAR DE CONCRETO ARMADO	79
7.1.	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	79
7.2.	VARIÁVEIS ALEATÓRIAS USUAIS ENCONTRADAS NA LITERATURA	80
7.3.	EXEMPLO DE CONFIABILIDADE UTILIZANDO AS DISTRIBUIÇÕES AJUSTADAS DE PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CONCRETO	81
7.4.	RESULTADOS	83
8.	EXEMPLO DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE UMA VIGA DE MADEIRA EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO	89
8.1.	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	89
8.2.	VARIÁVEIS ALEATÓRIAS USUAIS ENCONTRADAS NA LITERATURA	90
8.3.	INCÊNDIO EM ESTRUTURAS DE MADEIRA	91
8.4.	EQUAÇÕES DE ESTADO LIMITE	93
8.5.	RESULTADOS E DISCUSSÃO	98
8.5.1.	VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS DO MÉTODO FORM UTILIZANDO A SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO	98
8.5.2.	EQUAÇÃO DE ESTADO LIMITE G_2 PARA TENSÕES NORMAIS NA VIGA DEVIDO A UM MOMENTO FLETOR	101
8.5.3.	EQUAÇÃO DE ESTADO LIMITE G_5 PARA INSTABILIDADE LATERAL DA VIGA DEVIDO A UM MOMENTO FLETOR	104
8.5.4.	MODOS DE FALHA ASSOCIADOS EM SÉRIE	106
8.6.	CONFIABILIDADE ESTRUTURAL UTILIZANDO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS COM ANÁLISE NÃO LINEAR	109
8.6.1.	VERIFICAÇÃO DA MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS	110
8.6.2.	VALIDAÇÃO DE MODELOS EM ELEMENTOS FINITOS UTILIZANDO COMPARAÇÃO COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS	111
8.6.3.	ANÁLISE NÃO LINEAR CONSIDERADA	114
8.6.4.	CONFIABILIDADE ESTRUTURAL UTILIZANDO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	115
8.6.5.	RESULTADOS	118

9. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	123
REFERÊNCIAS.....	127
ANEXO A – RESULTADOS DOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS DE ARAÚJO (2011).....	133
ANEXO B – RESULTADOS DOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS DE BENJAMIM (2006).....	137
ANEXO C – RESULTADOS DOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS DE BALARIN E NOGUEIRA (2003).....	139

1. INTRODUÇÃO

Incertezas são inerentes a sistemas de engenharia. Elas se originam, por exemplo, da falta de conhecimento *a priori* a respeito do comportamento daquilo que se deseja projetar em relação ao comportamento do sistema quando ele for implementado e estiver operando. As incertezas na engenharia são classificadas em dois grupos principais: incertezas intrínsecas e epistêmicas. Intrínsecas estão relacionadas à natureza dos processos envolvidos, não sendo possível eliminá-las com maior conhecimento do problema, somente reduzi-las. Epistêmicas estão relacionadas ao conhecimento acerca do problema, elas podem ser reduzidas ou eliminadas por meio da coleta de mais dados, ou de melhor conhecimento acerca do problema.

Para quantificar a incerteza associada a um sistema de engenharia é necessário obter dados suficientes para representá-lo estatisticamente. Tais dados podem ser obtidos a partir da construção de uma grande quantidade de cópias do sistema ou da observação de cópias existentes. Como em várias situações os sistemas de engenharia são complexos, envolvem um dispêndio grande de recursos para serem construídos e são projetados para casos específicos, comumente a construção do sistema só ocorre uma vez. Exemplos desta problemática são as edificações, caso no qual usualmente cada construção é única e é projetada para atender certas características desejadas.

A quantificação de incertezas deste tipo de sistema pode ser feita desmembrando o mesmo em componentes mais simples que são comuns a sistemas semelhantes e que possam ser estudados de uma maneira mais abrangente. Estes estudos geram dados básicos dos problemas, que são obtidos de maneira experimental, ou por meio de observações dos fenômenos. Para que estes dados possam ser utilizados e extrapolados devem passar por um tratamento estatístico. Por exemplo, técnicas de inferência estatística podem ser utilizadas para encontrar qual é o modelo estatístico que melhor representa a distribuição (probabilística) dos dados estudados.

Algumas das técnicas de inferência estatística são os métodos de estimação como os estimadores de máxima verossimilhança e os estimadores de mínimos quadrados, além dos critérios de informações como o critério de informação de Akaike e o critério de informação Bayesiano, e os testes de aderência como o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov, e o teste de aderência chi-quadrado (χ^2). A descrição de dados básicos de um sistema estrutural utilizando

distribuições de probabilidade permite, dentre outras coisas, analisar a confiabilidade do sistema, a partir da aplicação da teoria da confiabilidade estrutural.

Um dos principais resultados da aplicação da confiabilidade estrutural é a chamada probabilidade de falha. Para que se possa estimar tal probabilidade no caso de um sistema específico, são definidos requisitos básicos que devem ser atendidos pelo mesmo. Estes requisitos podem ser equacionados na forma de equações de estados limite, que têm como objetivo estabelecer fronteiras entre o que seria considerada uma falha do sistema e uma não falha, sendo que cada equação de estado limite está relacionada a um modo de falha possível. A informação estatística a respeito das variáveis envolvidas no problema é utilizada em conjunto com os critérios de falha para que se possa estimar probabilidades de falha, que correspondem a probabilidades de violação das equações de estado limite. De maneira geral, quanto menores forem as probabilidades de falha associadas ao sistema, maior a confiabilidade do mesmo.

A análise de confiabilidade pode ser feita, por exemplo, utilizando-se os métodos FORM (*First Order Reliability Method* - método de confiabilidade de primeira ordem), SORM (*Second Order Reliability Method* - método de confiabilidade de segunda ordem), e o método de simulação de Monte Carlo.

Verifica-se que os resultados obtidos dependem das informações estatísticas adotadas e que, portanto, é necessário obter informações com a maior qualidade possível. Uma descrição pouco precisa das propriedades mecânicas dos materiais envolvidos, por exemplo, pode levar a probabilidades de falha estimadas muito diferentes das probabilidades reais.

Neste trabalho são estudadas as propriedades mecânicas de resistência à compressão do concreto e resistência à compressão paralela às fibras da madeira, ajustando distribuições de probabilidades a partir de dados experimentais obtidos da literatura. Por meio de exemplos de problemas de confiabilidade estrutural será analisada qual a relevância do uso destas distribuições ajustadas, comparando com distribuições de variáveis aleatórias encontradas na literatura e em códigos normativos.

1.1. Justificativa

As normas atuais utilizam-se de métodos semi-probabilísticos nos quais coeficientes de segurança impõem reduções de valores característicos de resistência e majoração das solicitações de projeto. Isto cria uma margem de segurança uma vez que tende a afastar as distribuições de resistências e de solicitações reais. Os coeficientes de segurança das normas atuais são calibrados por meio da aplicação da confiabilidade estrutural e permitem que o usuário final possa trabalhar com problemas determinísticos, mas ainda assim manter níveis de confiabilidade aceitáveis.

O conhecimento das propriedades mecânicas dos materiais utilizados em uma análise estrutural é indispensável. A variabilidade que existe nestas propriedades é intrínseca, desta forma seu estudo é imprescindível. Dentre os materiais utilizados em estruturas e que possuem uma variabilidade significativa em suas propriedades mecânicas estão o concreto e a madeira.

A utilização correta de variáveis aleatórias para caracterização dos parâmetros envolvidos em problemas de engenharia, dentre eles, aqueles relacionados à resistência dos materiais, tem fundamental importância para que sejam gerados resultados de qualidade em um estudo de confiabilidade. O presente trabalho se encaixa neste contexto.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo Geral

O objetivo principal deste trabalho é avaliar a influência nos resultados da análise de confiabilidade estrutural da adoção de diferentes funções de distribuições de probabilidade para descrição de propriedades mecânicas dos materiais, utilizando-se equações de estado limite analíticas e numéricas.

1.2.2. Objetivos Específicos

São objetivos específicos deste trabalho:

- a) Desenvolver e avaliar distribuições de probabilidade a partir de dados experimentais, de resistência de concreto e madeira;

- b) Desenvolver exemplos de confiabilidade estrutural utilizando as distribuições ajustadas desenvolvidas e distribuições usuais da literatura ou de códigos normativos;
- c) Avaliar como a utilização de diferentes tipos de distribuições na análise de confiabilidade afeta a probabilidade de falha calculada;
- d) Analisar os resultados da análise de confiabilidade estrutural de um elemento de madeira em situação de incêndio utilizando equações de estado limite analíticas e equações baseadas em modelos em elementos finitos.

1.3. Descrição do trabalho

No presente trabalho, primeiramente apresenta-se a pesquisa de dados experimentais da literatura acerca de propriedades mecânicas da madeira e do concreto. A seguir, efetua-se um processo estatístico de análise da representatividade da amostra encontrada e um ajuste de diferentes distribuições de probabilidade aos dados obtidos, por meio de métodos de estimação. As distribuições ajustadas são avaliadas via critérios de informação, que elencam quais entre estas melhor representam os dados. Por fim são realizados testes de aderência, com o objetivo de determinar o nível de significância das informações obtidas.

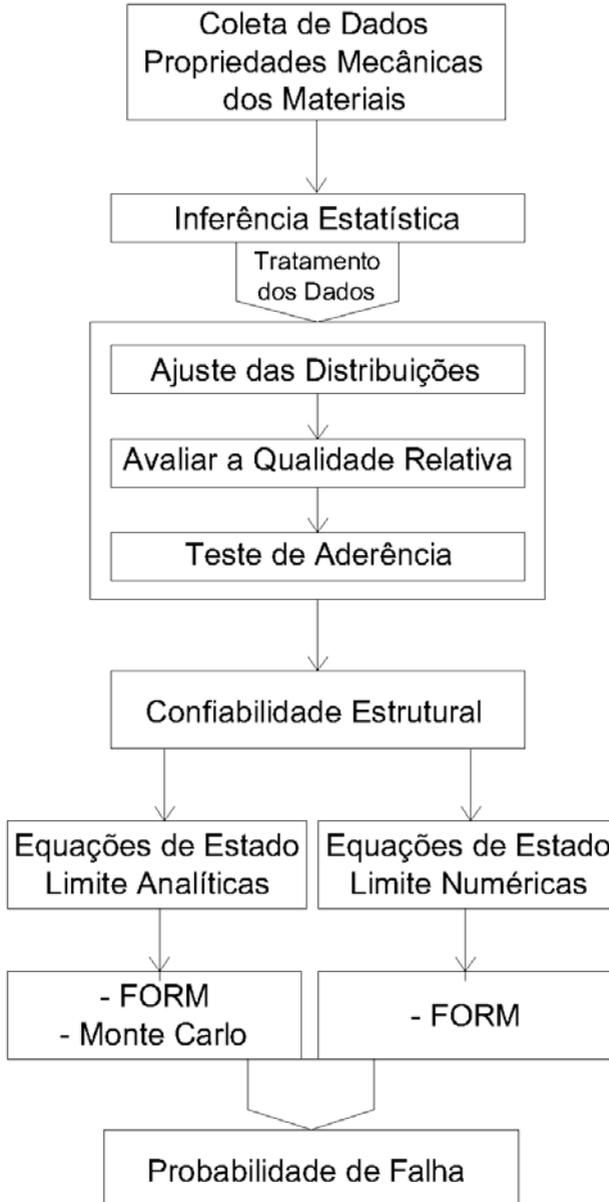
Com diferentes distribuições ajustadas para os parâmetros de propriedades mecânicas dos materiais são desenvolvidos exemplos de confiabilidade estrutural, empregando-se equações de estado limite. Algumas destas equações estão na forma analítica, as quais são resolvidas utilizando o método FORM e a simulação de Monte Carlo. Outras equações de estado limite baseiam-se em modelos numéricos (utilizando o método dos elementos finitos), e são analisadas somente pelo método FORM. São obtidos valores para a probabilidade da violação destas equações, ou seja, probabilidades de falha. Por fim, foram analisados os efeitos da utilização de diferentes distribuições estatísticas e modelos discretos na confiabilidade estrutural.

A Figura 1 apresenta um esquema explicando a metodologia utilizada.

O presente trabalho é organizado da seguinte maneira. No presente capítulo faz-se a introdução descrevendo o trabalho, as justificativas e os objetivos. No Capítulo 2 são apresentados os

conceitos de variáveis aleatórias e confiabilidade estrutural. Na sequência, no Capítulo 3 são descritos conceitos e métodos de inferência estatística. O Capítulo 4 apresenta o estado da arte envolvendo confiabilidade estrutural e ajustes de distribuições, enquanto que no Capítulo 5 uma breve descrição acerca da análise não linear de estruturas é apresentada. Dentro do Capítulo 6 é desenvolvido o ajuste de distribuição a partir de dados experimentais encontrados na literatura, para propriedades mecânicas da madeira e do concreto. No Capítulo 7 é apresentado um exemplo de confiabilidade estrutural de um pilar de concreto armado, no qual são analisados os efeitos da utilização de diferentes distribuições de probabilidade. Da mesma maneira no Capítulo 8 é apresentado um exemplo de confiabilidade estrutural de uma viga de madeira em situação de incêndio, que envolve diferentes distribuições de probabilidade, bem como equações de estado limite analíticas e numéricas. Para finalizar no Capítulo 9 são feitas conclusões das análises realizadas e são apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

Figura 1: Esquema da metodologia utilizada



2. VARIÁVEIS ALEATÓRIAS E CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Este capítulo aborda as características básicas de uma variável aleatória, apresentando ainda algumas distribuições usuais de variáveis aleatórias. Na sequência, discorre sobre conceitos fundamentais de uma análise de confiabilidade estrutural e mostra métodos para a resolução de problemas de confiabilidade. Por fim disserta sobre a confiabilidade de sistemas.

2.1. Variáveis Aleatórias

De acordo com Montgomery e Runger (2014) uma variável aleatória é uma função que assume um número real para cada resultado no espaço amostral de um experimento aleatório.

Segundo DeGroot e Schervish (2011) uma variável aleatória é uma função com valores reais definida em um espaço amostral Ω . Variáveis aleatórias são as principais ferramentas para a modelagem de quantidades desconhecidas em análises estatísticas. Para cada variável aleatória X e cada conjunto ω de números reais, podemos calcular a probabilidade de que X assumira seu valor em ω . A coleção de todas essas probabilidades é a distribuição de X .

De outra maneira, uma variável aleatória (VA) pode ser definida como um número $X(\omega)$ atribuído para cada resultado ω de um experimento de um espaço amostral Ω (Papoulis, 1991).

Os elementos de um espaço amostral Ω que são contidos no evento $\{X \leq x\}$ mudam à medida que o número x assume valores diferentes. A probabilidade $P\{X \leq x\}$ do evento $\{X \leq x\}$ é um número que depende de x . Este número é denotado por $F_X(x)$, que é a chamada função de distribuição acumulada de probabilidades (FDA) de uma variável aleatória X (Papoulis, 1991).

Portanto, a função de distribuição acumulada de probabilidades de uma variável aleatória X é:

$$F_X(x) = P\{X \leq x\} \quad (1)$$

definida para cada x de $-\infty$ a ∞ .

A função de densidade de probabilidades (FDP), $f_X(x)$, é obtida derivando a FDA em relação a x , de maneira que:

$$f_x(x) = \frac{dF_x(x)}{dx} \quad (2)$$

Dentre as medidas mais utilizadas para descrever uma variável aleatória, pode-se citar o valor esperado ou a média da mesma, definida por:

$$E[X] = \mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} xf_x(x)dx \quad (3)$$

Outra medida comumente utilizada é a variância de uma variável aleatória X , definida pela integral:

$$\text{VAR}[X] = \sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 f_x(x)dx \quad (4)$$

onde σ_x , é denominado desvio-padrão de X .

Para facilitar a comparação entre dispersões em torno da média associadas a diferentes variáveis aleatórias, uma medida adimensional pode ser utilizada. Esta medida é o coeficiente de variação, CV , definido da seguinte maneira:

$$CV = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad (5)$$

2.2. Distribuições Usuais de Variáveis Aleatórias

Algumas FDPs de particular interesse para este trabalho são apresentadas na Tabela 1, baseada em Forbes *et al.* (2011).

Tabela 1: Algumas distribuições de probabilidade contínuas.

Distribuição	$f_X(x)$	Média (μ)	Variância (σ^2)
Normal	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$	μ	σ^2
Gamma	$\left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} \cdot \frac{\exp\left(\frac{-x}{b}\right)}{b \cdot \Gamma(c)}$ (*)	$b \cdot c$	$b^2 \cdot c$
Gumbel	$\left(\frac{1}{b}\right) \exp\left[\frac{-(x-a)}{b}\right] \cdot \exp\left\{-\exp\left[\frac{-(x-a)}{b}\right]\right\}$	$a - b \cdot \Gamma'(1)$ (**)	$\frac{b^2 \cdot \pi^2}{6}$
Lognormal	$\frac{1}{x \cdot \sigma \cdot (2\pi)^{1/2}} \cdot \exp\left(\frac{-(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$	$\exp(\mu) \cdot \exp\left(\frac{1}{2}\sigma^2\right)$	$\exp(\mu) \cdot \exp(\sigma^2) \cdot (\exp(\sigma^2) - 1)$
Weibull	$\left(\frac{B \cdot x^{B-1}}{A^B}\right) \cdot \exp\left[-\left(\frac{x}{A}\right)^B\right]$	$A \cdot \Gamma\left[\frac{(B+1)}{B}\right]$	$A^2 \cdot \left\{ \Gamma\left[\frac{(B+2)}{B}\right] - \Gamma\left[\frac{(B+1)}{B}\right]^2 \right\}$

* $\Gamma(\cdot)$ é a função Gamma;

** $\Gamma'(1)=-0,57722$ é a primeira derivada da função Gamma, avaliada em 1.

2.3. Confiabilidade Estrutural

A confiabilidade estrutural tem como objetivo quantificar e avaliar a segurança de estruturas se utilizando da teoria da probabilidade, usualmente por meio do cálculo de probabilidades de falha relacionadas ao sistema estrutural.

Alguns requisitos básicos de segurança devem ser atendidos para que a função proposta para a estrutura seja cumprida (Beck, 2014). Pode-se dividi-los em:

- a. Requisitos de serviço: a função para a qual a estrutura foi destinada deve ser atendida sob condições apropriadas durante todo o período de vida útil;
- b. Requisitos de segurança: durante o período de vida útil a estrutura não pode colapsar e nem apresentar danos permanentes, quando sujeita, por exemplo, a carregamentos extremos esporádicos e/ou carregamentos repetitivos;
- c. Requisitos de robustez: na ocorrência de eventos acidentais a estrutura não deve sofrer danos desproporcionais à severidade do evento causador.

Além de atender aos requisitos básicos devem-se estabelecer requisitos econômicos e sociais, uma vez que a capacidade da estrutura de gerar lucros deve ser contemplada e que o risco de falha deve estar dentro de limites aceitáveis pelos usuários e pela sociedade (Gomes, 2013).

Os requisitos básicos podem ser equacionados na forma de estados limites. A possibilidade de não atendimento de algum dos requisitos está relacionada a um possível modo de falha da estrutura. Os estados limites de uma estrutura podem ser divididos genericamente em duas categorias principais: estados limites últimos, correspondentes aos requisitos de segurança, e que englobam o colapso ou danos graves à estrutura gerados ao se atingir a capacidade máxima de carga ou deformação da mesma; estados limites de serviço, que correspondem aos requisitos de serviço da estrutura e a condições normais de uso (Beck, 2014).

As equações de estado limite, representadas por $g(\mathbf{X})$, dependem das variáveis aleatórias do problema, representadas pelo vetor \mathbf{X} . Cada realização do vetor de variáveis aleatórias \mathbf{X} é representada por um vetor x . Por ter um caráter fronteiroço, equações de estado limite são iguais a

0, valores negativos da mesma representam falha e valores positivos representam não falha (Ditlevsen e Madsen, 2007). Desta forma:

$$g(\mathbf{X}) = g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (6)$$

As variáveis da equação de estado limite podem ser divididas em variáveis relacionadas à resistência (R) e à solicitação (S), de maneira que tanto a resistência quanto a solicitação são funções de variáveis aleatórias. A diferença entre estas funções também pode representar a equação de estado limite:

$$g(R, S) = R - S = 0 \quad (7)$$

A probabilidade de falha, P_f , representa uma medida da propensão à violação de estados limites, e pode ser escrita da seguinte forma:

$$P_f = P[\{g(\mathbf{X}) \leq 0\}] \quad (8)$$

A avaliação da P_f relacionada a uma dada equação de estado limite, $g(\mathbf{X})$, pode ser efetuada por meio da seguinte integração (Ditlevsen e Madsen, 2007):

$$P_f = \int \dots \int_{g(\mathbf{X}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(x) dx \frac{1}{2} \quad (9)$$

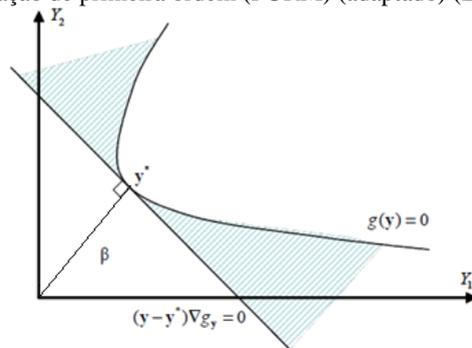
onde $f_{\mathbf{X}}(x)$ é a função de densidade de probabilidade conjunta das variáveis representadas pelo vetor \mathbf{X} .

Conforme aumenta a complexidade para a solução da integral multidimensional e para a definição do domínio de integração da Equação 9, torna-se impraticável a solução analítica do problema. Grande parte dos problemas de engenharia se enquadram neste caso, de maneira que se torna comum o emprego de métodos aproximados tal como o FORM, ou uma abordagem por meio de métodos de simulação de Monte Carlo, conforme apresentado a seguir (Melchers, 1999; Sorensen, 2004).

2.4. FORM (Método de Confiabilidade de Primeira Ordem)

O FORM é um método que permite que problemas de confiabilidade sejam resolvidos de maneira aproximada, mas de forma prática e concisa. O método utiliza informações estatísticas das variáveis aleatórias que definem o problema, na forma das distribuições marginais destas variáveis, que podem ser normais ou não, e coeficientes de correlação entre pares de variáveis. Caso variáveis aleatórias não normais estejam envolvidas, as mesmas são convertidas em variáveis aleatórias normais equivalentes ao longo de todo o processo de solução, o que leva a uma descrição aproximada da função conjunta $f_X(x)$. Além disso, a equação de estado limite é aproximada por uma função linear, definindo-se também de maneira aproximada o domínio de integração relacionado à Equação 9. Tal aproximação é construída sobre o chamado ponto de projeto (y^*), que é o ponto sobre a equação de estado limite em que a menor distância entre a origem e a equação de estado limite é obtida. Esta definição geométrica é válida unicamente no espaço transformado, graças à simetria radial da FDP. Esta menor distância é usualmente representada por β e denominada índice de confiabilidade. A Figura 2 exemplifica esta aproximação.

Figura 2: Aproximação de primeira ordem (FORM) (adaptado) (Beck, 2014).



A definição geométrica do índice de confiabilidade β permite estender a solução para problemas multi-dimensionais. Para isto é utilizado o vetor de cossenos diretores para o ponto de projeto:

$$(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{1}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} (\sigma_R - \sigma_S) \quad (10)$$

Utilizando coordenadas do ponto de projeto tem-se a equação:

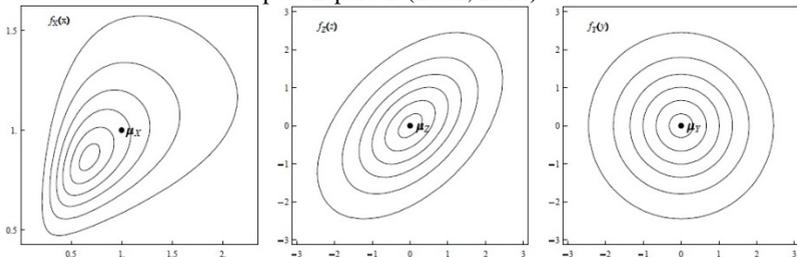
$$(y_1^*, y_2^*) = (\alpha_1, \alpha_2) \beta \quad (11)$$

Este método é denominado método de transformação, uma vez que se baseia na transformação de variáveis aleatórias do problema do espaço real, \mathbf{X} , para um espaço normal padrão, denominado \mathbf{Y} . O problema é resolvido no espaço normal padrão e depois se efetua a transformação inversa para obter informações em termos do espaço real. Isto é possível utilizando-se, por exemplo, a transformação de Hassofer e Lind (HL), neste caso as variáveis aleatórias do espaço \mathbf{X} devem ser normais. A equação de Hassofer e Lind consiste em:

$$Y_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (12)$$

No caso das variáveis aleatórias que não sejam normais, pode-se utilizar o Modelo de Nataf. Neste método, as distribuições marginais de \mathbf{X} são primeiramente transformadas em distribuições normais equivalentes. Em seguida são determinados coeficientes de correlação equivalentes para as distribuições. Por fim a correlação é eliminada aplicando-se, por exemplo, a fatoração de Cholesky. Isto cria um conjunto de variáveis aleatórias \mathbf{Z} . Em seguida ocorre a transformação para o espaço \mathbf{Y} . Na Figura 3 é representada a transformação entre os espaços.

Figura 3: Ilustração da transformação composta pelo modelo de Nataf, de \mathbf{X} para \mathbf{Z} para \mathbf{Y} (Beck, 2014).



A busca pelo ponto de projeto, no qual se constrói a equação de estado limite linearizada pode ser definida como um problema de

otimização, cuja solução pode ser encontrada, por exemplo, por meio dos métodos HLRF (Hasofer e Lind, 1974, Rackwitz e Fiessler, 1978) e HLRF melhorado (Zhang e Der Kiureghian, 1997). A probabilidade de falha pode ser calculada utilizando a função de distribuição acumulada normal padrão, $\Phi(\cdot)$, e inserindo nela o índice de confiabilidade (Ditlevsen e Madsen, 2007). Assim a probabilidade aproximada pode ser definida como:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (13)$$

Para casos envolvendo somente variáveis aleatórias normais, sem correlação, e equação de estado limite linear, a resposta obtida pela Equação 12 é a resposta exata.

2.5. Método de Simulação de Monte Carlo

A simulação de Monte Carlo pode ser utilizada como ferramenta para o cálculo de integrais, equações algébricas e equações diferenciais complexas (Beck, 2014). Desta maneira pode-se obter uma solução para a integral presente na Equação 9. Para a determinação da probabilidade de falha, considerando um componente ou um sistema estrutural sobre um domínio de falha D_f e uma função de densidade de probabilidade conjunta $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$, a Equação 9 pode ser reescrita por meio da seguinte integral multidimensional:

$$P_f = \int_{D_f} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (14)$$

O domínio de falha pode ser definido por uma única equação de estado limite ou uma combinação de estados limites em série e/ou em paralelo. Utilizando uma função indicadora $I[\mathbf{x}]$ com valor 1 representando falha e 0 sobrevivência pode-se efetuar a integração sobre todo o domínio:

$$P_f = \int_{\Omega} I[\mathbf{x}] f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \cong E[I[\mathbf{x}]] \quad (15)$$

A Equação 3 representa o valor esperado da função indicadora $I[\mathbf{x}]$ com tamanho de amostra infinito. O valor esperado da probabilidade de falha para uma amostra de tamanho finito com n_{si}

pontos amostrais, que podem ser interpretados como n_{si} simulações do sistema, pode ser calculado por meio da seguinte equação:

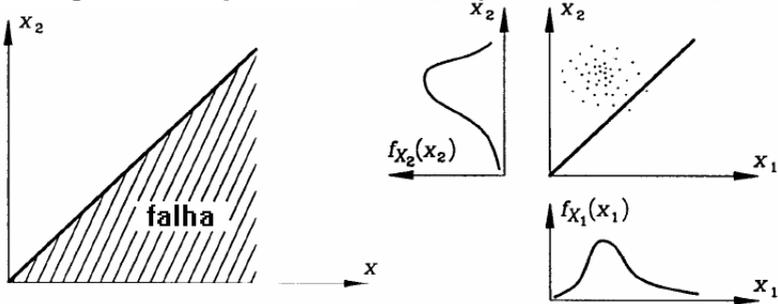
$$\widehat{P}_f \cong \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{n_{si}} I[\mathbf{x}_i] \quad (16)$$

O resultado da Equação 16 é uma estimativa da probabilidade de falha dada pela Equação 15. O cálculo se resume a dividir o número de simulações nos quais o sistema ficou no domínio de falha, denominado N_f , pelo número total de simulações realizadas, denominado N . Deste modo tem-se:

$$P_f \cong \frac{N_f}{N} \quad (17)$$

O valor encontrado para a probabilidade de falha é aproximado, e tende ao exato quando o número de simulações tende ao infinito. Desta maneira quanto maior for o número de simulações realizados, maior será a precisão. A Figura 4 exemplifica este método.

Figura 4: Simulação de Monte Carlo (Adaptado) (Sorensen, 2004).



Comumente, nos problemas de confiabilidade estrutural as probabilidades de falha são pequenas, o que faz com que se tenha que realizar um número considerável de simulações para se obter respostas suficientemente precisas.

2.6. Confiabilidade de sistemas

Elementos ou membros estruturais que compõem uma estrutura, assim como estruturas completas ou sistemas estruturais, em geral apresentam múltiplos modos de falha (Beck, 2014).

Os sistemas idealizados podem ser classificados em sistemas com componentes associados em série, em que a falha de um componente representa a falha do sistema, representado na Figura 5, e em sistemas com componentes associados em paralelo, nos quais a falha do sistema só ocorre se vários ou todos os componentes falharem simultaneamente, representado na Figura 6. Pode ocorrer ainda uma associação mista de componentes, com o sistema completo formado por subsistemas com componentes associados em série ou em paralelo.

O caso de componentes associados em série, que será considerado neste trabalho, é descrito de maneira um pouco mais aprofundada.

Figura 5: Componentes associados em série (Adaptado) (Sorensen, 2004).

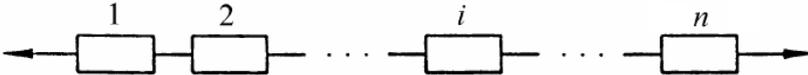
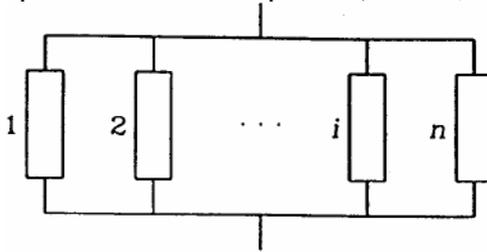


Figura 6: Componentes associados em paralelo (Sorensen, 2004).



Sistemas formados por componentes associados em série, também conhecidos como sistemas de correntes, são aqueles nos quais a falha do componente mais fraco leva à falha do sistema, de maneira análoga ao elo mais fraco de uma corrente (*weakest link system*) (Sorensen, 2004). Se um evento E_i corresponde à falha do i -ésimo componente em série, considerando n componentes no sistema, o evento falha do sistema (F) é dado pela união:

$$F = E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup \dots \cup E_n = \bigcup_{i=1}^n E_i \quad (18)$$

O evento sobrevivência (não falha) é dado pelo evento complementar:

$$\bar{F} = \bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 \cap \bar{E}_3 \cap \dots \cap \bar{E}_n = \bigcap_{i=1}^n \bar{E}_i \quad (19)$$

Portanto, a probabilidade de falha de sistemas em série é dada por:

$$P_f = P[F] = P[\bigcup_{i=1}^n E_i] \quad (20)$$

Na avaliação desta probabilidade de falha, deve-se considerar se existe dependência entre os eventos E_i . A probabilidade de falha é limitada por:

$$\max_i P[E_i] \leq P_f \leq 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P[E_i]) \approx \sum_{i=1}^n P[E_i] \quad (21)$$

O limite inferior, lado esquerdo da Equação 21 corresponde à dependência perfeita entre os eventos, sendo esta a falha do componente mais fraco (evento com maior probabilidade de ocorrência). O limite superior, lado direito da Equação 21 corresponde à independência entre os eventos (modos de falha independentes). Para probabilidades $P[E_i]$ pequenas ou eventos mutuamente exclusivos, o limite superior pode ser aproximado pela quase igualdade à direita da Equação 21.

A probabilidade de falha para um sistema em série qualquer pode ser escrita agrupando-se as probabilidades de eventos individuais e as probabilidades de intersecções entre dois ou mais eventos:

$$P_f = \sum_{i=1}^n P[F_i] - \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^{i-1} P[F_i \cap F_j] + \sum_{i=3}^n \sum_{j=2}^{i-1} \sum_{k=1}^{i-2} P[F_i \cap F_j \cap F_k] \dots \quad (22)$$

Os denominados limites unimodais são obtidos desconsiderando-se todos os termos que envolvem intersecções, desta maneira os limites são calculados considerando-se apenas os modos individuais de falha. Os limites bimodais da probabilidade de falha do sistema são obtidos

incluindo os termos de segunda ordem da Equação 22, ou seja, as intersecções envolvendo dois eventos (Beck, 2014).

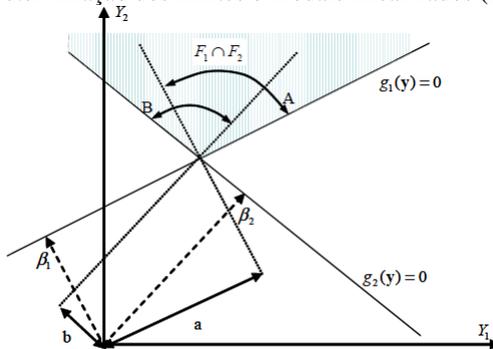
Sistemas com múltiplos modos de falha podem ser avaliados a partir de uma aproximação de primeira ordem das equações de estado limite que definem o problema, compatível com o método FORM, consistindo na determinação dos termos bimodais de probabilidade a partir dos coeficientes de correlação entre as equações de estado limite linearizadas nos devidos pontos de projeto, $\rho_{g_i g_j}$. Desta maneira, existindo uma correlação entre os modos de falha, mede-se a dependência linear entre os modos de falha, sendo calculada como na Equação 23:

$$\rho_{g_i g_j} = \mathbf{a}_i^T \cdot \mathbf{a}_j \quad (23)$$

Os valores contidos nos vetores \mathbf{a} são os coeficientes de sensibilidade presentes em cada uma das equações de estado limite, sendo estes os cossenos diretores de cada uma das equações de estado limite. O produto interno destes vetores gera o cosseno do ângulo entre as equações de estado limite linearizadas.

As probabilidades de intersecção não podem ser determinadas diretamente, nem de forma exata, estas probabilidades são aproximadas a partir das probabilidades de ocorrência de eventos A e B , como pode ser visto na Figura 7, para cada combinação de modos de falha.

Figura 7: Determinação dos limites bimodais linearizados (Beck, 2014).



Relações de ortogonalidade permitem determinar as probabilidades de ocorrência de eventos A e B entre equações de estado limite:

$$P(A_{ij}) = \Phi(-\beta_i) \Phi \left(-\frac{\beta_j - \rho_{g_i, g_j} \beta_i}{\sqrt{1 - \rho_{g_i, g_j}^2}} \right) \quad (24)$$

$$P(B_{ij}) = \Phi(-\beta_j) \Phi \left(-\frac{\beta_i - \rho_{g_i, g_j} \beta_j}{\sqrt{1 - \rho_{g_i, g_j}^2}} \right) \quad (25)$$

Para a avaliação dos limites inferior e superior, os termos da intersecção são aproximados de forma a preservar os respectivos limites (Beck, 2014).

As Equações 26 e 27 indicam para um coeficiente de correlação positivo os limites inferior e superior respectivamente:

$$P(F_i \cap F_j) = P(A_{ij}) + P(B_{ij}) \quad (26)$$

$$P(F_i \cap F_j) = \max[P(A_{ij}), P(B_{ij})] \quad (27)$$

As Equações 28 e 29 indicam para um coeficiente de correlação negativo os limites inferior e superior respectivamente:

$$P(F_i \cap F_j) = \min[P(A_{ij}), P(B_{ij})] \quad (28)$$

$$P(F_i \cap F_j) = 0 \quad (29)$$

Estes limites serão utilizados na análise de confiabilidade de sistemas no Capítulo 8.

3. INFERÊNCIA ESTATÍSTICA

A inferência estatística é o processo pelo qual podemos tirar conclusões acerca de um conjunto maior (a população) utilizando informação de um conjunto menor (a amostra) (Ehlers, 2009). No contexto deste trabalho, a inferência estatística é aplicada para determinar distribuições de probabilidade que melhor se ajustem a dados referentes a propriedades mecânicas de materiais. Tais distribuições podem ser utilizadas para avaliar respostas estruturais mais complexas. Consequentemente, dentre estes ajustes deve ser avaliado qual deles melhor representa os dados, sob a perspectiva de diferentes métodos de inferência estatística.

Para ajustar curvas de distribuições de probabilidade a partir de dados, são utilizados métodos de estimação, em que os parâmetros que melhor descrevem a distribuição desejada são encontrados por meio de técnicas de otimização. Algumas dessas técnicas são os estimadores de máxima verossimilhança e os estimadores de mínimos quadrados.

Para avaliar a qualidade relativa entre modelos estatísticos do ajuste realizado, utilizam-se critérios de informação, tais como o critério de informação de Akaike e o critério de informação Bayesiano.

Usam-se também testes de aderência para avaliar, a partir de hipóteses, a representatividade de uma distribuição ajustada, de acordo com as características da amostra que foram utilizadas para criá-la. Dois desses testes de aderência são o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov e o teste de aderência chi-quadrado (χ^2).

3.1. Estimadores de máxima verossimilhança

O estimador de máxima verossimilhança (EMV) pode ser utilizado no ajuste de distribuições que representam as variáveis aleatórias das propriedades mecânicas dos materiais, pelos dados obtidos.

A função de verossimilhança de um parâmetro θ , associado à distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X , é representada por $l(\theta; x)$, conforme Ehlers (2009). Dado o parâmetro θ , ela associa probabilidades de ocorrência a cada valor possível de x , sendo x , uma realização da variável aleatória X . Esta probabilidade corresponde a $p(x|\theta)$ conforme indica a Equação 30:

$$p(x|\theta) = l(\theta; x) \quad (30)$$

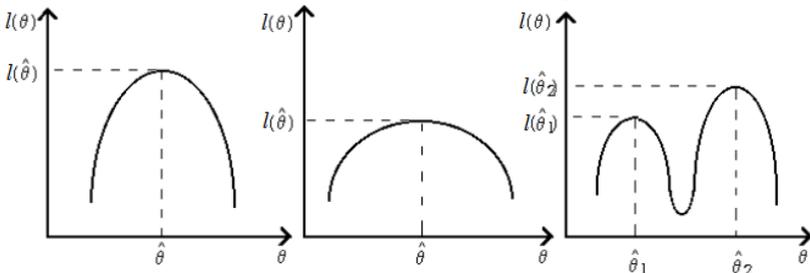
Para uma amostra aleatória de $p(x|\theta)$, a função de verossimilhança de θ que correspondente a esta amostra é dada por:

$$l(\theta; x) = \prod_{i=1}^n p(x_i | \theta) \quad (31)$$

onde x_i são as realizações da variável aleatória.

O EMV de θ é o valor que maximiza $l(\theta; x)$. A Figura 8 ilustra esta maximização.

Figura 8: Função de verossimilhança e parâmetro $\hat{\theta}$ máximo da função, considerando um único parâmetro (Portugal, 1995).



Este parâmetro maximizado é o que irá produzir a distribuição que tem a maior probabilidade de representar os dados utilizados. Outros detalhes a respeito do EMV podem ser encontrados em Ehlers (2009).

3.2. Método dos mínimos quadrados

Considerando uma amostra aleatória das variáveis aleatórias Y_1, Y_2, \dots, Y_n tomada de uma distribuição tal que $E(Y_i|\theta) = f_i(\theta)$ e $VAR(Y_i|\theta) = \sigma^2$, o método dos mínimos quadrados consiste em estimar θ de modo a minimizar a diferença entre os valores observados de uma amostra e seus respectivos valores esperados ($Y_i - f_i(\theta)$). Para que se penalize igualmente erros positivos e negativos, uma função quadrática pode ser utilizada. A função resultante pode ser escrita da seguinte forma:

$$S(\theta) = \sum_{i=1}^n (Y_i - f_i(\theta))^2 \quad (32)$$

O valor $\hat{\theta}$ obtido é chamado de estimador de mínimos quadrados (EMQ) de θ .

Para a aplicação deste método, não é necessário assumir nenhuma distribuição de probabilidades. Este é um dos motivos para a grande utilização do mesmo (Ehlers, 2009). Se os dados tiverem distribuição normal o procedimento coincide com a estimação de máxima verossimilhança, a minimização da soma dos quadrados dos erros é equivalente a maximizar a função de verossimilhança.

Neste trabalho somente o método da máxima verossimilhança será utilizado para o ajuste de distribuições.

3.3. Critério de informação de Akaike

O critério de informação de Akaike (AIC) fornece uma ferramenta para a avaliação da qualidade relativa entre modelos estatísticos. Vale ressaltar que o critério não fornece uma avaliação no sentido absoluto da qualidade do modelo. Por exemplo, se todas as diferentes distribuições ajustadas candidatas a representar os dados o façam de forma pobre, o critério não fornecerá uma avaliação sobre este aspecto.

Akaike (1974) definiu um critério de informação aplicando o logaritmo à função de verossimilhança e considerando que o viés (que é a distorção sistemática entre a medida de uma variável estatística e o valor real da grandeza a estimar) é dado assintoticamente pelo número de parâmetros a serem estimados no modelo, denominado por p , conforme representado na Figura 9. Assim o critério de informação é dado pela fórmula:

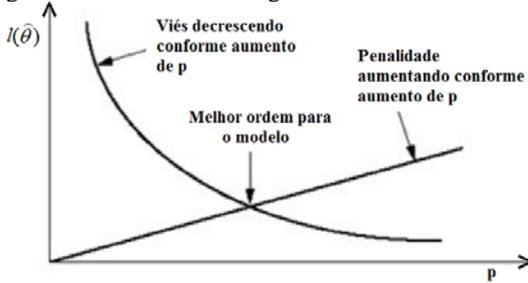
$$AIC = -2 \log l(\hat{\theta}) + 2(p) \quad (33)$$

O AIC recompensa o melhor ajuste de distribuição pela avaliação da função de verossimilhança e também inclui uma penalidade que é uma função crescente do número de parâmetros estimados. A penalidade desencoraja o sobreajuste (quando o modelo estatístico se ajusta em demasiado ao conjunto de dados), pois o aumento do número de parâmetros no modelo quase sempre resulta em um melhor ajuste.

Para aplicar o AIC na prática, seleciona-se um conjunto de modelos candidatos, na sequência são encontrados os valores de AIC dos modelos. Quase sempre haverá perda de informação devido à utilização de um modelo candidato para representar o modelo

“verdadeiro”. Deseja-se selecionar dentre os modelos candidatos o que minimiza a perda de informação. O modelo relativamente melhor é aquele que apresenta menor valor de AIC.

Figura 9: Melhor modelo segundo o critério de Akaike.



3.4. Critério de informação Bayesiano

O critério de informação Bayesiano (BIC) possui a mesma característica (relativa) do AIC acerca da informação fornecida. A diferença, segundo Emiliano (2010), é que o BIC tem desempenho superior ao do AIC para amostras grandes e se equivale ao AIC para amostras de tamanho pequeno. Para Emiliano (2010), amostras com tamanho pequeno têm menos que 500 realizações.

Schwarz (1978) propôs o critério de informação Bayesiano por meio da seguinte equação:

$$BIC = -2 \log[f(x_n | \theta)] + p \log(n) \quad (34)$$

onde $f(x_n | \theta)$ é o modelo estatístico, p é o número de parâmetros a serem estimados e n é o número de observações da amostra.

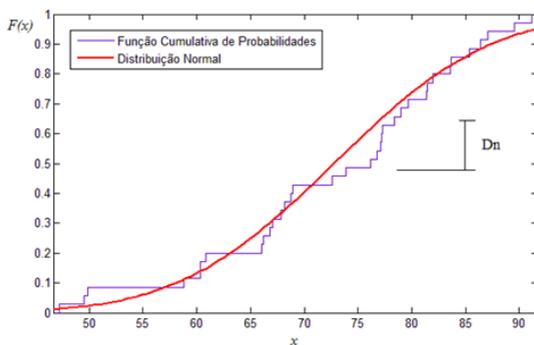
3.5. Teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov

Assim como os critérios de informação, o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov (K-S) pode avaliar dentre um conjunto de distribuições ajustadas quais delas melhor representam os dados. Além disso, este método pode ser utilizado para avaliar hipóteses acerca da representatividade de uma distribuição ajustada de acordo com os dados que foram utilizados para criá-la. Estas hipóteses podem ser descritas, por exemplo, como:

$$\begin{cases} H_0 : \text{Os dados seguem a distribuição ajustada considerada;} \\ H_1 : \text{Os dados não seguem a distribuição ajustada considerada.} \end{cases}$$

O objetivo do teste é encontrar a distância máxima absoluta (D_n) entre a distribuição cumulativa ajustada e a distribuição cumulativa dos dados, como pode ser visto na Figura 10. Como critério, compara-se esta distância com um valor crítico, relacionado a um dado nível de significância λ .

Figura 10: Ilustração da distancia máxima D_n relacionada ao teste Kolmogorov-Smirnov.



Esta distância é definida pela seguinte equação:

$$D_n = \max[| F_n(x) - F(x) |] \quad (35)$$

Onde $F(x)$ é a função de distribuição acumulada assumida para os dados (teórica) e $F_n(x)$ é a função de distribuição acumulada dos dados (empírica), que é dada por uma função escada definida pela fórmula:

$$F_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I\{(-\infty, x]\}(x_i) \quad (36)$$

onde $I\{(-\infty, x]\}$ é a função indicadora, que é definida como:

$$I\{(-\infty, x]\} = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in \{(-\infty, x]\} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (37)$$

Assim a função da distribuição empírica $F_n(x)$ pode ser escrita como uma função descontínua como:

$$F_n(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < x_{(1)} \\ \frac{k}{n}, & \text{se } x_k \leq x < x_{k+1} \\ 1, & \text{se } x > x_n \end{cases} \quad (38)$$

onde k é o número do intervalo considerado e n é o número total de dados.

Levando-se em conta a hipótese H_0 a distribuição assintótica da estatística de Kolmogorov-Smirnov é dada pela seguinte fórmula, onde n é o tamanho da amostra:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P[\sqrt{n}D_n \leq x] = 1 - 2 \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j-1} \exp^{-2j^2 x^2} \quad j = 1, \dots, n \quad (39)$$

Como a função empírica $F_n(x)$ é descontínua e a função de distribuição assumida pelos dados $F(x)$ é contínua, pode-se considerar duas funções que calculam as distâncias entre os gráficos das funções teórica e empírica, nos pontos x_{i-1} e x_i , na forma das seguintes equações:

$$D^+ = \sup_{x_i} |F(x_i) - F_n(x_i)| \quad (40)$$

$$D^- = \sup_{x_i} |F(x_i) - F_n(x_{i-1})| \quad (41)$$

A partir das Equações 40 e 41, que medem os valores superiores das distâncias verticais entre os gráficos das funções teóricas e empíricas, por meio do operador matemático supremo, que é o menor valor para um limite superior de um conjunto. D_n pode ser representado da seguinte maneira:

$$D_n = \max[D^+, D^-] \quad (42)$$

Desta forma, se D_n for maior que o valor crítico, rejeita-se a hipótese de que os dados sejam representados pela distribuição ajustada com $(1 - \lambda) \times 100\%$ de confiança. Caso contrário, não se rejeita a hipótese. O valor de λ é chamado de nível de significância e esta relacionado ao nível de confiança ao rejeitar a hipótese nula quando esta na verdade é verdadeira. A Tabela 2, a seguir, apresenta os valores críticos para o teste:

Tabela 2: Valores críticos para a estatística do teste Kolmogorov-Smirnov.

n	Nível de Significância λ			
	0,20	0,1	0,05	0,01
5	0,45	0,51	0,56	0,67
10	0,32	0,37	0,41	0,49
15	0,27	0,30	0,34	0,40
20	0,23	0,26	0,29	0,36
25	0,21	0,24	0,27	0,32
30	0,19	0,22	0,24	0,29
35	0,18	0,20	0,23	0,27
40	0,17	0,19	0,21	0,25
45	0,16	0,18	0,20	0,24
50	0,15	0,17	0,19	0,23
Valores maiores	$1,07 / \sqrt{n}$	$1,22 / \sqrt{n}$	$1,36 / \sqrt{n}$	$1,63 / \sqrt{n}$

A estatística do teste só é válida se o conjunto de dados utilizado para parametrizar a distribuição candidata for diferente do conjunto de dados utilizados no teste. Neste sentido pode-se particionar a amostragem em subconjuntos de parametrização e teste, ou fazer reamostragem. No presente trabalho, optou-se por empregar reamostragem, isto é, sortear aleatoriamente pontos da amostra para gerar um conjunto de dados de validação.

Tanto o teste estatístico quanto a distribuição assintótica sobre a hipótese nula foram publicados por Kolmogorov (1933), enquanto a

tabela de distribuições foi publicada por Smirnov (1948). O teste de aderência foi publicado por Massey (1951).

3.6. Teste de aderência Chi-quadrado (χ^2)

O teste chi-quadrado (χ^2) quantifica a probabilidade da distribuição ajustada representar a distribuição do histograma dos dados observados. Por meio desta quantificação pode-se avaliar o nível de significância obtido pelo ajuste, isto é, a probabilidade de que o número de dados da amostra e o ajuste representem a distribuição da população de forma adequada. O teste Chi-quadrado é baseado na seguinte fórmula:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{[O(i) - E(i)]^2}{E(i)} \quad (43)$$

onde $O(i)$ é a frequência observada da i -ésima barra do histograma dos dados utilizados e $E(i)$ é a frequência esperada de uma distribuição ajustada. Portanto, a equação anterior depende do número de intervalos utilizados para gerar o histograma empírico, também denominado número de cestas. $E(i)$ é calculada como:

$$E(i) = [F(i_{\max}) - F(i_{\min})] \times n \quad (44)$$

onde $F(x)$ é a função da distribuição ajustada, i_{\max} é o valor limite superior de x do histograma de barras e i_{\min} é o valor limite inferior de x do histograma de barras.

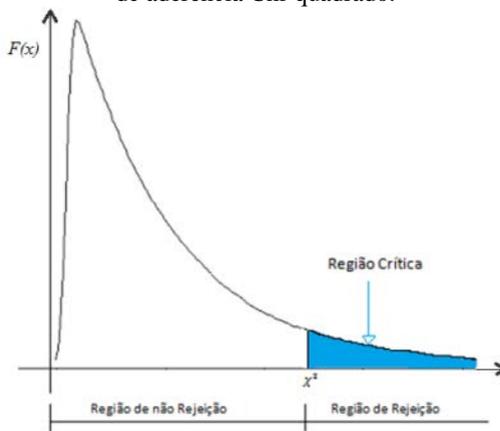
Hipóteses podem ser criadas para avaliar a representatividade de uma distribuição ajustada da mesma maneira que as hipóteses geradas para o Teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov, assim tem-se:

$$\begin{cases} H_0 : \text{Os dados seguem a distribuição ajustada considerada;} \\ H_1 : \text{Os dados não seguem a distribuição ajustada considerada.} \end{cases}$$

As hipóteses são avaliadas por meio da distribuição Chi-quadrado, para rejeitar ou aceitar a hipótese nula com um determinado

grau de significância. É encontrado um valor- p , que é a probabilidade de se obter uma estatística de teste igual ou mais extrema que aquela observada em uma amostra. Um valor- p pequeno indica uma forte evidência contra a hipótese nula H_0 , então ela é rejeitada. Um valor- p grande indica uma fraca evidência contra a hipótese nula H_0 , então a falha é rejeitada. Um valor comum utilizado para o valor- p é de 5%. Na Figura 11 é representada a distribuição de probabilidades Chi-quadrado e como ela é utilizada no teste de aderência Chi-quadrado. É válido destacar a falta de robustez do método para a avaliação de distribuições ajustadas, devido à dependência do número de cestas no histograma.

Figura 11: Distribuição de probabilidades Chi-quadrado sendo utilizada no teste de aderência Chi-quadrado.



4. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL E AJUSTES DE DISTRIBUIÇÕES

Na literatura as distribuições a serem atribuídas a dados estatísticos em sua maioria são selecionadas por experiência ou extensiva utilização na problemática e pelo tipo de fenômeno físico ligado à variável aleatória (por exemplo: evento extremo, evento que não pode assumir valores negativos, entre outros). De maneira geral, os ajustes de distribuições para variáveis aleatórias de ações e propriedades mecânicas dos materiais são realizadas por métodos como os que envolvem estimadores de máxima verossimilhança.

Para variáveis aleatórias de ações a forma mais utilizada para a obtenção de parâmetros das distribuições ajustadas é o método da máxima verossimilhança. Destaca-se a utilização de métodos com enfoque especial para a cauda das distribuições ajustadas. Esta é uma preocupação válida já que variáveis aleatórias de ações comumente se referem a eventos extremos. Para a quantificação da qualidade do ajuste utiliza-se frequentemente o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov e o critério de informação de Akaike.

Gu *et al.* (2014) demonstram um modelo de distribuição de valor extremo para cargas de veículos em uma ponte incorporando um ajuste de cauda. O trabalho usa o método da máxima verossimilhança para a obtenção de parâmetros para as distribuições ajustadas. A distribuição de valor extremo é utilizada com um ajuste de cauda sem indicação de uma metodologia indicativa da razão da utilização deste tipo de distribuição.

Lo Brano *et al.* (2010) estudaram a qualidade do ajuste de distribuições de velocidade do vento para a área urbana de Palermo, Itália. As distribuições utilizadas para representar a variável aleatória foram Weibull, Rayleight, Lognormal, Gamma, Gaussiana Inversa, Pearson tipo V e Burr. Os parâmetros das distribuições ajustadas foram encontrados pelo método da máxima verossimilhança. Para classificar qual das distribuições que melhor se ajusta aos dados, foi utilizado o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov.

Lehmann (2015) comparou critérios de informação e testes de normalidade na observação de erros na seleção de modelo estatístico. Como critério de informação utilizou o de Akaike e como teste de normalidade o teste de Anderson–Darling. Aos testes, foi aplicado um problema de ajuste de uma linha reta. No estudo apontou-se que a

seleção do modelo estatístico é mais adequada pelo critério de informação de Akaike.

Wang *et al.* (2016) estudaram uma estimação de distribuições de probabilidades de velocidade de vento e uma avaliação da energia eólica. Foram utilizados como técnicas de estimação de parâmetros o método dos momentos, o método da máxima verossimilhança, o método de estimação de mínimos quadrados e o método pelo princípio da máxima entropia. Como critério de avaliação dos ajustes de distribuições para as velocidades dos ventos foram utilizados o teste de aderência chi-quadrado, o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov e o erro da raiz do valor quadrático médio. Foram investigadas para o ajuste as distribuições Weibull, Normal, Lognormal, Rayleigh, Gamma e Loglogística.

As variáveis aleatórias das propriedades mecânicas da madeira também têm suas distribuições ajustadas comumente pelo método da máxima verossimilhança. A qualidade dos ajustes não é quantificada, sendo utilizada para o ajuste distribuições regularmente utilizadas pela experiência adquirida de trabalhos na área. Quando a qualidade é estudada o mais comum é a utilização do teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov.

Gupta *et al.* (1992) caracterizaram a resistência de conexões de treliças de madeira. As propriedades estudadas foram o módulo de elasticidade da madeira, o módulo de elasticidade e resistência das conexões. As distribuições consideradas foram Normal, Lognormal e Weibull. O método da máxima verossimilhança foi utilizado para descobrir quais os parâmetros das distribuições ajustadas escolhidas para representar os dados. Os testes de aderência de Kolmogorov-Smirnov e chi-quadrado foram utilizados para encontrar quais das distribuições ajustadas melhor representa os dados.

Faber *et al.* (2004) apresentam um modelo probabilístico de propriedades materiais de madeiras graduadas. O comportamento das funções de distribuições nas regiões das caudas tem importância em problemas de confiabilidade. Para variáveis de carga a cauda superior é geralmente a de maior importância, enquanto que para as variáveis de resistência a cauda inferior é a de maior importância. Neste trabalho é apresentada uma técnica utilizando uma estimação de máxima verossimilhança limitada apenas aos dados da cauda da distribuição definida por um valor limite. Foi utilizada uma distribuição de Weibull para a resistência à flexão. Não foi especificado qual foi o critério utilizado para a escolha desta distribuição.

Köhler *et al.* (2007) propuseram uma modelagem probabilística para as propriedades materiais ortotrópicas da madeira e equações de estado limite para estruturas de madeira. As propriedades mecânicas de referência apresentadas são: capacidade de momento fletor, módulo de elasticidade para flexão e densidade da madeira. Outras propriedades são apresentadas em função das de referência. Os parâmetros das distribuições propostos foram encontrados aplicando-se o método da máxima verossimilhança. Não é apresentada uma metodologia para explicar o motivo para a utilização de uma distribuição ao invés de outra.

Köhler *et al.* (2013) estudaram a caracterização probabilística do comprimento efetivo para resistência paralela às fibras de espécies de madeira da Europa Central. Neste trabalho utilizou-se o método da máxima verossimilhança para calibrar os parâmetros das distribuições ajustadas. Foi empregada uma distribuição exponencial para caracterizar a distância entre zonas fracas e a capacidade da zona fraca foi representada por uma distribuição lognormal. O autor não indica qual o critério utilizado para atribuir estas distribuições aos dados analisados.

Fink e Köhler (2015) apresentaram uma modelagem probabilística para a tensão relacionada às propriedades materiais de tábuas de madeira e conexões *finger joint*. É utilizado o método da máxima verossimilhança para a obtenção dos parâmetros das distribuições da razão total da área do nó de madeira (Lognormal), da distância entre zonas fracas (Γ) e o módulo de elasticidade dinâmico (Lognormal). Não são apresentadas técnicas para a análise de qual é a melhor distribuição que representa as distribuições empíricas.

Para as variáveis aleatórias das propriedades mecânicas do concreto a situação é semelhante à das variáveis aleatórias das propriedades mecânicas da madeira.

Rackwitz (1983) estudou a previsão de distribuições para resistência de concreto sob controle. O método da máxima verossimilhança é eficiente para a quantificação de informação *a priori* em uma análise Bayesiana.

Deo e Neithalath (2010) estudaram o comportamento compressivo de concretos e quantificaram a influência de porosidades aleatórias. Para a resistência a compressão do concreto foram consideradas as distribuições Weibull, Normal e Lognormal. A distribuição considerada que melhor representa o modelo foi aquela que atingiu o menor valor para o teste de Anderson-Darling e o maior valor- p .

Dias *et al.* (2015) realizaram uma análise estatística de propriedades mecânicas de conexões entre madeira e concreto. Para 5 tipos de conexões uma gama considerável de tipos de distribuições foi utilizada para descrever as variáveis aleatórias, dentre elas distribuições de máximos, Normal, Lognormal. Os parâmetros destas distribuições foram encontrados utilizando o método da máxima verossimilhança e para encontrar qual das distribuições melhor se ajusta aos dados foi utilizado o teste de aderência chi-quadrado.

Observando-se a literatura que envolve ajustes de distribuições de variáveis aleatórias nota-se uma tendência na utilização do método da máxima verossimilhança para a obtenção de parâmetros de distribuições ajustadas e a utilização do teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov para a verificação da qualidade do ajuste. Apesar das variáveis aleatórias já terem sido largamente estudadas não são apresentadas metodologias mais criteriosas acerca da escolha de distribuições para a representação das variáveis aleatórias, e não se discute o impacto que esta escolha teria em uma avaliação da confiabilidade da estrutura.

5. ANÁLISE NÃO LINEAR DE ESTRUTURAS

Os tipos de não linearidades que podem ser considerados em uma análise de estrutura são: física, que está relacionada à não proporcionalidade de deformações para a resposta do material envolvido frente a uma solicitação; geométrica, que diz respeito à consideração do equilíbrio da estrutura em sua configuração deformada; e de condições de contorno, que acontece quando a vinculação original e/ou forças aplicadas na estrutura se modificam com o processo de deformação. No presente trabalho, considera-se os dois primeiros tipos citados, que são descritos brevemente a seguir.

5.1. Análise Não Linear Física

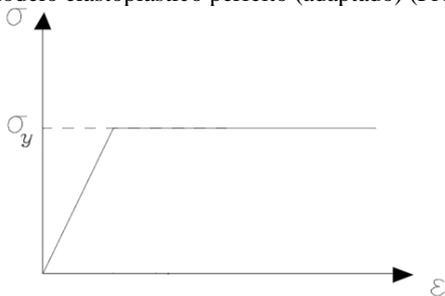
A não linearidade física, segundo Pereira (2002), decorre do fato do material não apresentar uma relação tensão-deformação linear. Como esta relação não segue a lei de Hooke, o comportamento do material não pode ser considerado elástico linear, pelo menos não para níveis de deformação suficientemente grandes.

Conceitos de plasticidade e encruamento são essenciais para o entendimento do comportamento não linear físico de um material. Ambos os fenômenos se manifestam para além do regime elástico (Proença, 2013). Plasticidade se caracteriza pelo aparecimento de deformações irrecuperáveis, ou permanentes. Encruamento caracteriza-se pela capacidade de ganho de resistência com o crescimento da deformação.

Em modelos elásticos a relação tensão-deformação é biunívoca, cada nível de deformação (ε) está sempre associado a um único nível de tensão (σ). A recíproca também é verdadeira.

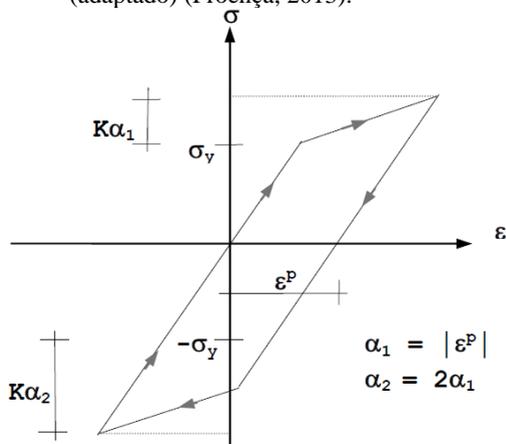
Para um modelo elastoplástico perfeito, não há o encruamento. Desta maneira, neste modelo ideal, uma vez atingido um nível de tensão σ_y , o material pode escoar indefinidamente, ou até que um valor máximo de deformação seja atingido. A Figura 12 esquematiza esta relação.

Figura 12: Modelo elastoplástico perfeito (adaptado) (Proença, 2013).



Um modelo elastoplástico com encruamento linear positivo isótropo apresenta um comportamento elástico linear até que seja atingido o limite de escoamento. Depois de atingido este limite ocorre uma evolução da plastificação, obedecendo a um módulo plástico de encruamento, denominado k , e considerando ainda $\alpha > 0$, que é uma medida que registra a história da deformação plástica no ciclo de carregamento (Proença, 2013). Por se tratar de um modelo isótropo a evolução da plastificação em seu domínio elástico ocorre de maneira simétrica em relação à média das tensões de escoamento positiva e negativa (Oliveira, 1997). Na Figura 13 é apresentado o modelo em questão.

Figura 13: Modelo elastoplástico com encruamento linear positivo isótropo (adaptado) (Proença, 2013).



Segundo Araújo (2010) após um certo estágio depois do escoamento inicial o acréscimo de deformação $d\varepsilon$ é associado a um acréscimo de tensão $d\sigma$. Separando as deformações elástica e plástica, tem-se:

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (45)$$

O módulo plástico de encruamento é definido pela equação:

$$k = \frac{d\sigma}{d\varepsilon^p} \quad (46)$$

Utilizando a Equação 46 na 45 o módulo plástico de encruamento pode ser escrito em função do módulo tangente E_t da seguinte maneira:

$$k = \frac{d\sigma}{d\varepsilon - d\varepsilon^e} = \frac{E_t}{1 - \left(\frac{E_t}{E}\right)} \quad (47)$$

Reescrevendo a Equação 45, obtém-se:

$$d\varepsilon = \left(\frac{1}{E} + \frac{1}{k}\right) d\sigma = \left(\frac{k + E}{E \cdot k}\right) d\sigma \quad (48)$$

Assim,

$$d\sigma = \left(\frac{E \cdot k}{E + k}\right) d\varepsilon \quad (49)$$

Sendo $d\sigma = E_t \cdot d\varepsilon$, o módulo tangente é:

$$E_t = \left(\frac{E \cdot k}{E + k}\right) \quad (50)$$

Pode-se escrever $d\sigma$ como:

$$d\sigma = E_t \cdot d\varepsilon = (E - \gamma) d\varepsilon \quad (51)$$

Utilizando a Equação 50, sendo $E_t = E - \gamma$, tem-se:

$$\gamma = \frac{E^2}{E + k} \quad (52)$$

Inserindo a Equação 52 na Equação 51, obtém-se:

$$d\sigma = E \left(1 - \frac{E}{E + k} \right) d\varepsilon \quad (53)$$

Desta maneira as tensões resultantes na fase elástica e elastoplástica são dadas por:

$$d\sigma = \begin{cases} E d\varepsilon & \text{fase elástica} \\ E \left(1 - \frac{E}{E + k} \right) d\varepsilon & \text{fase elastoplástica} \end{cases} \quad (54)$$

Apesar de a madeira apresentar comportamento ortotrópico, no exemplo da viga de madeira biapoiada com carregamento uniformemente distribuído em situação de incêndio no capítulo 8, o comportamento não linear físico será descrito por um modelo com encruamento linear isotrópico. Enquanto isto pode ser visto como uma simplificação, acredita-se que as diferenças entre resultados não seriam significativas, face ao tipo de solitação considerando no exemplo da viga de madeira, já que nos modelos avaliados apenas os esforços na direção vertical são avaliados.

5.2. Análise Não Linear Geométrica

A linearidade geométrica parte da hipótese de pequenos deslocamentos e deformações, de maneira que o equilíbrio é estudado na configuração inicial da estrutura.

Segundo Rodrigues (2000) em geral se utilizam as formulações Lagrangeana total e Lagrangeana atualizada para a descrição do movimento. Na Lagrangeana total a configuração de referência corresponde ao estado original da estrutura e os deslocamentos são calculados em uma análise incremental. Na Lagrangeana atualizada a configuração de referência é a última configuração de equilíbrio determinada.

Neste trabalho o equilíbrio da análise não linear geométrica é verificado na configuração atual da estrutura, levando em consideração os deslocamentos e deformações ocorridas. Trata-se de uma consideração mais consistente conceitualmente, que permite uma descrição completa da trajetória de equilíbrio (Proença, 2013).

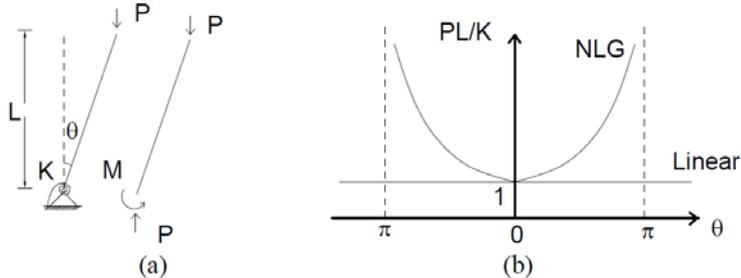
Existem diversos procedimentos de solução para se traçar as trajetórias de equilíbrio. Muitos deles se baseiam no método de Newton-Raphson, incorporando técnicas como: técnicas de controle de deslocamento, de controle de energia, técnicas do tipo *arc-length* (comprimento de arco) e técnica do controle de deslocamento generalizado (Rodrigues,2000). No método de Newton-Paphson Padrão a matriz de rigidez tangente é atualizada a cada iteração, enquanto que no método de Newton-Raphson Modificado a matriz de rigidez tangente é mantida constante durante um incremento ou conjunto de incrementos.

Normalmente a hipótese é de que os regimes de comportamento são governados por grandes deslocamentos lineares e pequenas deformações, ou de maneira mais geral por grandes deformações (Proença, 2013). Ainda assim, existem situações peculiares como as estruturas esbeltas, nas quais mesmo com pequenos deslocamentos lineares e em regime de pequenas deformações as parcelas de rigidez adicionais movimentadas na mudança de geometria, e que precisam ser levadas em conta para a consideração dos fenômenos de instabilidade estrutural, decorrem somente da correta descrição das rotações globais.

Uma trajetória de equilíbrio pode estar em um regime estável ou instável. A transição entre estes regimes é identificada pelos pontos críticos, que podem ser um ponto de bifurcação ou um ponto limite (Proença, 2013).

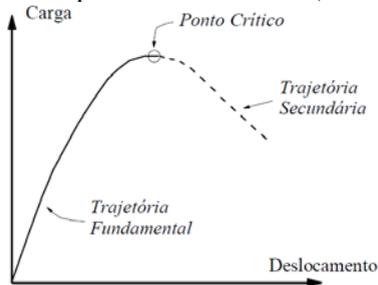
O ponto de bifurcação é o ponto a partir do qual as configurações equilibradas deixam de constituir uma trajetória única. Este ponto corresponde à chamada carga crítica de flambagem (instabilidade de primeira espécie). Na Figura 14 é apresentado um exemplo do aparecimento do ponto de bifurcação em um pilar.

Figura 14: Ponto de bifurcação, (a) Equilíbrio na posição deslocada, (b) Comportamento não linear geométrico (Proença, 2013).



O ponto limite é o ponto que encerra uma sucessão de configurações com certa característica de equilíbrio, sem o aparecimento de bifurcação (instabilidade de segunda espécie). Na Figura 15 é apresentada um gráfico esquematizando uma trajetória de equilíbrio e o ponto limite.

Figura 15: Trajetória de Equilíbrio e Ponto limite (Rodrigues, 2000).



No presente trabalho a não linearidade geométrica é considerada no exemplo da viga de madeira biapoiada com carregamento uniformemente distribuído em situação de incêndio no capítulo 8 no intuito de capturar as mudanças na rigidez do elemento estrutural considerado, ao longo do processo de deformação.

6. AJUSTES DE DISTRIBUIÇÕES

Nesta seção do trabalho serão apresentados os dados utilizados e os ajustes de distribuições realizados para as propriedades de materiais com foco nos casos do concreto e madeira. A qualidade relativa entre os ajustes foi avaliada por meio do critério de informação de Akaike e do critério de informação Bayesiano. Além disso, são utilizados os testes de aderência de Kolmogorov-Smirnov e Chi-quadrado para avaliar se a distribuição escolhida representa ou não os dados, ou seja, aceitar ou rejeitar a hipótese nula, com certo nível de significância. Para encontrar as distribuições que melhor representam os conjuntos de dados é utilizado o algoritmo *allfitdist* para o *software* Matlab feito por Sheppard (2012). Os ajustes de distribuições foram realizados utilizando o *software* Matlab por meio de suas ferramentas e funções incorporadas e programação de algoritmos pelo autor.

6.1. Dados de propriedades mecânicas do concreto

No intuito de analisar distribuições estatísticas relacionadas a propriedades mecânicas do concreto, considera-se a resistência à compressão axial dos corpos de prova. Os dados de resistência foram obtidos a partir de Araújo (2011), e dizem respeito a dois conjuntos de corpos de prova de concreto com idade de cura de 28 dias. Um conjunto refere-se à classe de concreto C30, com 158 dados e o outro é referente à classe de concreto C60 com 100 dados. Estes dados podem ser encontrados no Anexo A.

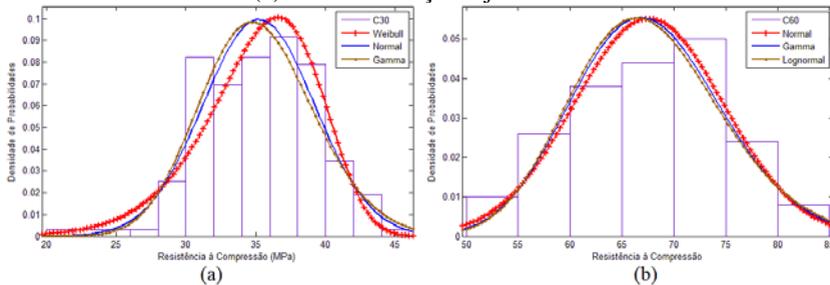
Os valores obtidos na inferência estatística a partir do conjunto de dados C30 e C60 são apresentados na Tabela 3. As distribuições estão organizadas conforme o critério de informação de Akaike (AIC) do menor valor para o maior: Na coluna K-S é apresentado o valor crítico calculado do teste. Na coluna Chi-quadrado tem-se o valor- p , são utilizadas 10 cestas para a realização do teste.

Tabela 3: Valores obtidos na inferência estatística para o conjunto de dados C30 e C60.

Conjunto C30					Conjunto C60				
Distribuição	AIC	BIC	K-S	Chi-quadrado	Distribuição	AIC	BIC	K-S	Chi-quadrado
Weibull	889	895	0,08	0,0014	Normal	682	687	0,07	0,1711
Normal	889	895	0,07	0,0121	Gamma	682	687	0,08	0,1819
Gamma	895	901	0,08	0,0049	Lognormal	683	688	0,08	0,1761
Gumbel	897	903	0,08	0,0001	Weibull	687	692	0,09	0,0460
Lognormal	899	905	0,09	0,0027	Gumbel	692	698	0,10	0,0058

A Figura 16 ilustra o histograma dos conjuntos de dados C30 e C60 e as curvas das três melhores distribuições ajustadas.

Figura 16: Função de densidade de probabilidades do conjunto C30 (a) e C60 (b) com distribuições ajustadas.



A distribuição de Weibull é a que melhor representa os dados, mas a diferença entre os valores de AIC e BIC para as outras distribuições é pequena, na ordem de 1% em comparação com o valor total dos critérios. Para o teste K-S com nível de significância de 5%, considerando uma amostra com 158 dados, obtém-se um nível crítico de 0,108. Como todos os valores obtidos são inferiores ao crítico não há evidências para rejeitar a hipótese nula de que as distribuições ajustadas representam os dados. Os valores de significância do teste Chi-quadrado são inferiores a 2%, o que contraria a conclusão levantada com base no teste K-S, rejeitando a hipótese nula. Nota-se, na Figura 16, que existe uma concentração de resultados próxima a 30 MPa, o que corresponde à resistência nominal do concreto. Esta concentração é o que diminui os níveis de significância dos testes de aderência. Por este motivo, e com

base ainda nos resultados do teste K-S, as distribuições ajustadas serão aceitas como representantes dos dados.

Para o conjunto de dados C60 a distribuição que melhor representa os dados é a distribuição normal, mas novamente a diferença entre os critérios de informação é pequena em comparação com valor total dos mesmos. Para o teste K-S com nível de significância de 5%, e uma amostra com 100 dados, o nível crítico é de 0,136, portanto a hipótese nula não é rejeitada para nenhuma das distribuições ajustadas. Os valores de significância do teste Chi-quadrado são superiores a 17% para as distribuições Normal, Gamma e Lognormal. Desta maneira, com a obtenção de valores superiores a 5%, não é rejeitada a hipótese nula H_0 , e as 3 distribuições são aceitas.

Os parâmetros das distribuições ajustadas para o conjunto de dados C30 e C60, obtidas por meio do *software* Matlab utilizando estimadores de máxima verossimilhança, são apresentados na Tabela 4:

Tabela 4: Parâmetros das distribuições ajustadas para o conjunto de dados C30 e C60.

Conjunto C30				Conjunto C60					
Distribuição	Parâmetros (MPa)			Distribuição	Parâmetros (MPa)				
Weibull	A	36,97	B	10,05	Normal	μ	67,58	σ	7,23
Normal	μ	35,22	σ	4,00	Gamma	a	87,44	b	0,77
Gamma	a	74,53	b	0,47	Lognormal	μ	4,20	σ	0,10

6.2. Dados de propriedades mecânicas da madeira

No caso da madeira, optou-se por analisar a resistência à compressão paralela às fibras da madeira. Os dados foram obtidos a partir de Benjamin (2006), no qual se analisou uma espécie de madeira, a *Corymbia (Eucalyptus) citriodora*. A madeira foi submetida a ensaio na condição saturada e na condição com 12% de umidade. Desta forma 2 conjuntos de dados são obtidos: o conjunto de dados de C12 (com 12% de umidade), com amostra de tamanho 35, e o conjunto CS (condição saturada), com 36 dados na amostra. Estes dados podem ser encontrados no Anexo B.

Para o módulo de elasticidade da madeira *Corymbia (Eucalyptus) citriodora* foram analisados os dados obtidos de Ballarin e Nogueira (2003), unindo amostras de ensaios a compressão e a tração. O conjunto

E13 conta com uma amostra de tamanho 11. A madeira foi testada com 13% de umidade.

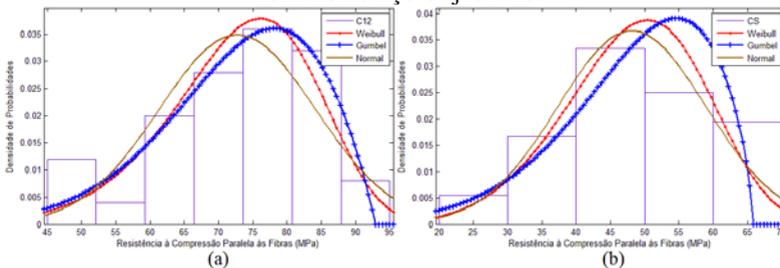
Os valores obtidos na inferência estatística a partir do conjunto de dados C12 e CS são apresentados na Tabela 5:

Tabela 5: Valores obtidos na inferência estatística para o conjunto de dados C12 e CS.

Conjunto C12					Conjunto CS				
Distribuição	AIC	BIC	K-S	Chi-quadrado	Distribuição	AIC	BIC	K-S	Chi-quadrado
Weibull	270	273	0,10	0,7048	Normal	333	337	0,06	0,2323
Gumbel	270	273	0,11	0,8187	Gamma	333	337	0,07	0,1961
Normal	272	275	0,13	0,3095	Lognormal	334	337	0,07	0,1825
Gamma	275	278	0,14	0,1782	Weibull	335	339	0,09	0,2012
Lognormal	276	279	0,15	0,1143	Gumbel	338	342	0,12	0,2593

A Figura 17 ilustra os histogramas dos conjuntos de dados C12 e CS e as três melhores curvas de distribuições ajustada.

Figura 17: Função de densidade de probabilidades do conjunto C12 (a) e CS (b) com distribuições ajustadas.



Para o conjunto de dados C12, a distribuição ajustada que representa com melhor qualidade relativa, é a de Weibull, mas a diferença dos critérios de informação entre as distribuições é pequena. Para o teste K-S com nível de significância de 5%, e amostra com 35 dados, o nível crítico é de 0,23. Para os valores de significância do teste Chi-quadrado as distribuições Weibull e Gumbel apresentaram valores superiores a 70%, o que indica uma fraca evidência contra a hipótese nula H_0 . A Figura 17 (a) corrobora com esta afirmação. A distribuição

Normal com 30% de nível de significância também é aceita. As distribuições Gamma e Lognormal obtiveram níveis de significância de 17% e 11% respectivamente, valores inferiores ao das outras distribuições, mas também aceitos por obterem valores acima de 5%.

Para o conjunto de dados CS, apresentados na Tabela 5, o melhor ajuste (relativo) está relacionado à distribuição de Weibull, com pequenas diferenças dos valores dos critérios de informação. Nesse caso, o nível crítico para o teste K-S, com nível de significância 5%, é de 0,22, e a hipótese nula também não é rejeitada. Para os valores de significância do teste Chi-quadrado as distribuições obtiveram valores acima de 18%, não rejeitando a hipótese nula H_0 e sendo aceitas.

Os parâmetros obtidos são apresentados na Tabela 6 a seguir:

Tabela 6: Parâmetros das distribuições ajustadas para o conjunto de dados C12 e CS.

Conjunto C12				Conjunto CS					
Distribuição	Parâmetros (MPa)			Distribuição	Parâmetros (MPa)				
Weibull	A	77,426	B	7,918	Weibull	A	52,333	B	5,423
Gumbel	μ	78,072	σ	9,315	Gumbel	μ	53,247	σ	8,939
Normal	μ	72,746	σ	11,432	Normal	μ	48,137	σ	10,85
Gamma	a	38,313	b	1,898	Gamma	a	18,018	b	2,671

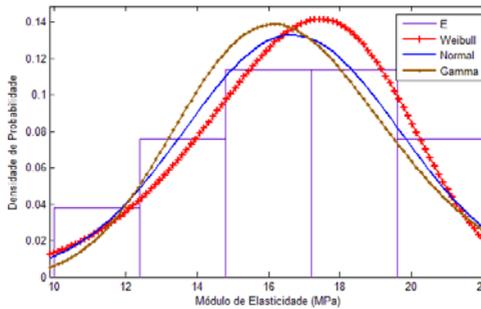
Os valores obtidos na inferência estatística a partir do conjunto de dados E13 são apresentados na Tabela 7:

Tabela 7: Valores obtidos na inferência estatística para o conjunto de dados E13.

Distribuição	AIC	BIC	K-S	Chi-quadrado
Weibull	44,991	46,185	0,16369	-
Normal	58,39	59,185	0,13142	-
Gamma	58,511	59,306	0,15243	-
Gumbel	58,541	59,336	0,21428	-
Lognormal	58,752	59,548	0,14946	-

A Figura 18 representa a função densidade de probabilidades do conjunto de dados E13 com as três melhores curvas de distribuições ajustadas.

Figura 18: Função de densidade de probabilidades do conjunto E13 com distribuições ajustadas.



Para o conjunto de dados E13, apresentados na Tabela 7, o melhor ajuste (relativo) está relacionado à distribuição de Weibull, com uma diferença de 23% para as demais distribuições que melhor se ajustam aos dados. Para a distribuição Weibull, o nível crítico para o teste K-S, com nível de significância 5%, é de 0,16, e a hipótese nula também não é rejeitada. Não foi possível a realização do teste Chi-quadrado, pois o número de elementos da amostra é pequeno para ser dividido na quantidade de cestas que permitam a realização do teste. Apesar do pequeno número de amostras a inferência estatística é aceita, com base na Figura 18.

Os parâmetros obtidos são apresentados na Tabela 8:

Tabela 8: Parâmetros das distribuições ajustadas para o conjunto de dados E13.

Distribuição	Parâmetros (GPa)			
Weibull	A	17,860	B	6,790
Normal	μ	16,6653	σ	3,0005
Gamma	a	32,687	b	0,5095
Gumbel	μ	18,0616	σ	2,496
Lognormal	μ	2,7972	σ	0,186

Após as análises realizadas para o ajuste de distribuições observou-se que a utilização do teste K-S se mostrou mais efetiva que a utilização do teste Chi-quadrado, pois o último possui uma dependência de como os dados são distribuídos dentro de cestas. Isto pode levar além

da manipulação do número de cestas para a obtenção de um resultado, a necessidade de se ter uma amostra com um número elevado de dados

6.3. Reamostragem

Como o critério de aceitação das distribuições ajustadas utilizado foi o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov, em que o teste só é válido se o conjunto de dados utilizado para parametrizar a distribuição candidata for diferente do conjunto de dados original, faz-se necessária a comprovação da eficácia do teste. Isto seria possível particionando a amostragem em subconjuntos, utilizando uma parte para a realização do teste e a outra para a comprovação, ou por meio da técnica de reamostragem. Como todos os dados foram utilizados no teste K-S a reamostragem é uma alternativa.

O método consiste em sortear aleatoriamente dentro do conjunto de dados original os próprios dados em uma quantidade desejada. Neste novo conjunto de dados pode estar contido um valor da amostra por mais de uma vez, ou não estar presente. Desta maneira a cada reamostragem cria-se uma nova amostra.

Para a avaliação do nível de confiança dos resultados do teste K-S foi realizada a reamostragem dos conjuntos dos dados estudados com 70% do tamanho de amostras do conjunto original, para não criar uma tendência de repetições de resultados. Na sequência, com o conjunto reamostrado é realizado o teste K-S, obtendo-se um valor de nível crítico. Este processo é realizado 100 vezes para cada conjunto de dados estudado, são calculados a média e o desvio-padrão destes novos testes e é montado um intervalo de confiança com nível de 95%.

Na reamostragem do conjunto C30 cada amostra utilizada teve um tamanho de 111 e para o C60 foram utilizadas 70. Nota-se que existe uma pequena diferença entre os valores obtidos pelo teste com o conjunto completo e pela reamostragem, mas esta diferença foi pequena e os valores críticos superiores do teste ficaram abaixo do exigido no teste com 95% de nível de confiança, então os conjuntos de dados são aceitos. Os valores obtidos no teste com a reamostragem são apresentados na Tabela 9 e Tabela 10 a seguir:

Tabela 9: Teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov com reamostragem do conjunto de dados C30.

Distri- buição	C30			
	Média	Desvio- Padrão	Intervalo de Confiança	
			Inferior	Superior
Weibull	0,0928	0,0196	0,0889	0,0967
Normal	0,0958	0,0163	0,0926	0,0991
Gamma	0,102	0,0184	0,0983	0,1056

Tabela 10: Teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov com reamostragem do conjunto de dados C60.

Distri- buição	C60			
	Média	Desvio- Padrão	Intervalo de Confiança	
			Inferior	Superior
Normal	0,1021	0,0215	0,0978	0,1063
Gamma	0,103	0,0221	0,0986	0,1074
Lognormal	0,1027	0,0223	0,0983	0,1072

Para os conjuntos C12 e CS foram utilizados para reamostragem conjuntos com 25 amostras. Assim como para os conjuntos anteriores os valores obtidos tiveram pequena diferença para o conjunto completo, e os valores críticos superiores ficaram abaixo do limite do teste com 95% de nível de significância. Os valores críticos são apresentados na Tabela 11 e na Tabela 12:

Tabela 11: Teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov com reamostragem do conjunto de dados C12.

Distri- buição	C12			
	Média	Desvio- Padrão	Intervalo de Confiança	
			Inferior	Superior
Weibull	0,1521	0,0326	0,1457	0,1586
Gumbel	0,1484	0,0317	0,1421	0,1547
Normal	0,1634	0,0352	0,1565	0,1704
Gamma	0,1753	0,0375	0,1678	0,1827

Tabela 12: Teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov com reamostragem do conjunto de dados CS.

Distri- buição	CS			
	Média	Desvio- Padrão	Intervalo de Confiança	
			Inferior	Superior
Weibull	0,1351	0,0299	0,1291	0,141
Gumbel	0,1358	0,0282	0,1302	0,1414
Normal	0,1409	0,0303	0,1349	0,1469
Gamma	0,1688	0,035	0,1619	0,1758

O conjunto E13 completo conta com 11 amostras, na reamostragem foram utilizadas 7 amostras, novamente os valores críticos superiores com a reamostragem tiveram uma pequena diferença a mais que os completos, mas ainda assim são menores que o limite do teste com 95% de nível de confiança. Na Tabela 13 são apresentados os valores críticos para o conjunto E13.

Tabela 13: Teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov com reamostragem do conjunto de dados E13.

Distribuição	E13			
	Média	Desvio- Padrão	Intervalo de Confiança	
			Inferior	Superior
Weibull	0,2445	0,0498	0,2346	0,2544
Normal	0,2355	0,0523	0,2251	0,2459
Gamma	0,2438	0,0516	0,2335	0,254
Gumbel	0,2511	0,0525	0,2406	0,2615

A reamostragem levou a valores maiores para o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov que para o conjunto completo. Apesar disto, os valores superiores do intervalo de confiança com nível de 95% ficaram abaixo dos valores críticos do teste, aprovando todas as distribuições ajustadas. A técnica de reamostragem comprovou a eficácia do teste realizado anteriormente.

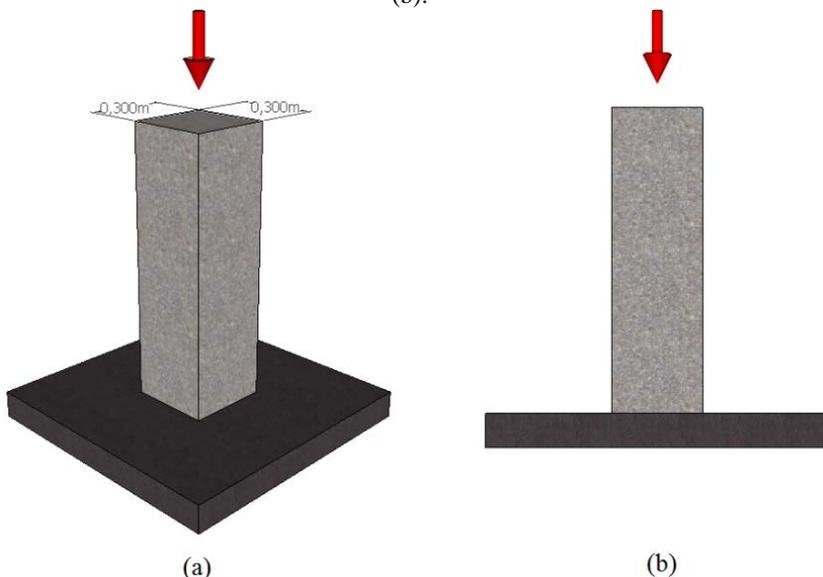
7. EXEMPLO DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE UM PILAR DE CONCRETO ARMADO

Neste capítulo é apresentado um exemplo de aplicação envolvendo as distribuições ajustadas para a resistência à compressão do concreto. O exemplo consiste em um pilar curto de concreto armado submetido a um carregamento axial.

7.1. Descrição do problema

O caso analisado é um pilar engastado em sua base e livre no topo, submetido a uma carga pontual perfeitamente centrada no topo. Portanto, o pilar está sujeito apenas a esforços axiais. Por ser considerado um pilar curto, a possibilidade de flambagem lateral é desconsiderada. A seção transversal é quadrada com dimensões fixadas em 30 centímetros, conforme pode ser visto na Figura 19.

Figura 19: Representação esquemática do pilar curto de seção quadrada de concreto armado com carregamento axial em vista isométrica (a) e vista frontal (b).



7.2. Variáveis aleatórias usuais encontradas na literatura

As variáveis aleatórias de solicitação que consistem em ação permanente (D), e ação variável (L) foram obtidas do trabalho de Santiago (2011), e são resumidas na Tabela 14:

Tabela 14: Variáveis aleatórias de solicitação para o exemplo de concreto.

Variável	Média	Coefficiente de variação	Tipo de distribuição de probabilidade
D	$1,05 \times D_n$	0,10	Normal
L	$1,00 \times L_n$	0,25	Gumbel

As variáveis aleatórias de resistência compreendem a resistência à compressão do concreto (f_c) para diferentes classes de concretos analisadas, a resistência do aço que constitui a armadura (f_s) e a incerteza nas dimensões da seção transversal quadrada (C), que também afeta significativamente a resistência dos pilares.

Para o caso da resistência à compressão, o valor médio pode ser obtido a partir do valor característico, f_{ck} , conforme a NBR 12655:2006 Concreto – Preparo, controle e recebimento. Utiliza-se a seguinte equação para a obtenção de um valor médio para a resistência à compressão:

$$f_{cm} = f_{ck} + 1,65 \cdot \sigma \quad (55)$$

O desvio-padrão σ , segundo o item 5.6.3.2 da NBR 12655:2006, deve ser fixado com no mínimo 20 resultados e em nenhum caso o valor do desvio-padrão deve ser menor que 2 MPa. Segundo o item 5.6.3.3, para um concreto com desvio-padrão desconhecido, com condição de preparo A, única condição que engloba as classes de resistência C30 e C60, o desvio-padrão é fixado em 4 MPa. Nesta condição de preparo o cimento e os agregados são medidos em massa e a água de amassamento é medida em massa ou volume com dispositivo dosador e corrigida em função da umidade dos agregados.

Para a classe C30 tem-se um f_{ck} de 30 MPa, juntamente com um coeficiente de variação de 0,099, segundo Santiago (2011). Assim, utilizado-se o coeficiente de variação (CV) dado na Equação 5, obtém-se um desvio padrão de 3,55 MPa e uma média de 35,857 MPa. Da mesma maneira, utilizando um coeficiente de variação de 0,053

conforme indicado por Santiago (2011) como sendo para a classe C50, mas aqui empregado para classe C60, obtém-se um desvio padrão com valor de 3,48 MPa e uma média de 65,75 MPa. A tendência observada seria que quanto maior é a classe de concreto, menor é o coeficiente de variação, sendo a decisão tomada conservadora.

A variável aleatória f_s depende do valor da tensão de escoamento característica do aço (f_{sk}), considerada igual a 500 MPa, que representa um aço estrutural do tipo CA-50. Agrupando as informações a respeito das variáveis aleatórias obtém-se a Tabela 15:

Tabela 15: Variáveis aleatórias de resistência para o exemplo de concreto.

Variável	Média	Desvio Padrão	Tipo de distribuição de probabilidade
C30 Conforme	35,857	3,550	Normal
C60 Conforme	65,750	3,480	Normal
f_s	$1,12 \times f_{sk}$	0,050	Lognormal
C	$1,00 \times b$	$\frac{4mm + 0,006 \times b}{0,002 \times b}$	Normal

Onde o valor b representa a dimensão da seção transversal do pilar quadrado.

7.3. Exemplo de confiabilidade utilizando as distribuições ajustadas de propriedades mecânicas do concreto

Seguindo com o que é proposto em Santiago (2011), na avaliação da confiabilidade de um pilar genérico, a ordem convencional de projeto é invertida. Ao invés de dimensionar o pilar para um dado carregamento, encontra-se o carregamento que poderia ser imposto a um pilar com seção transversal pré-definida.

Para encontrar o valor de resistência de projeto (R_D) utiliza-se a equação:

$$R_D = \frac{0,85 \cdot [b^2 - A_s] \cdot f_{ck}}{\gamma_c} + A_s \cdot f_s \quad (56)$$

onde b é a dimensão da seção transversal do pilar, f_{ck} é o valor característico de resistência à compressão do concreto, f_s é o valor característico de resistência à compressão do aço, dada pela tensão no aço que corresponde à deformação de ruptura do concreto de 2‰, f_y dividido por um fator de redução γ_s dado pela Norma NBR 6118:2004, e A_s é a área de aço da seção que é função da taxa de armadura (α). O fator de redução γ_s tem valor igual a 1,15.

O valor 0,85 na Equação 56 representa a redução de resistência pelo efeito Rusch e γ_c é o fator de redução dado pela norma NBR 6118:2004 Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, que tem valor igual a 1,4. Desta forma, independente da classe do concreto, poderemos compará-las, pois o que é encontrado é a resistência máxima oferecida pelas características da seção transversal.

Encontrada a resistência de projeto (R_D), está é igualada à solicitação de projeto (S_D), na forma:

$$R_D = S_D = \gamma_D \cdot D_n + \gamma_L \cdot L_n \quad (57)$$

onde γ_D é igual a 1,4 e γ_L , também igual a 1,4, são os coeficientes de majoração das ações dados pela NBR 6118:2004. Rearranjando a equação temos:

$$D_n = \frac{R_D}{\gamma_D + \gamma_L \cdot \frac{L_n}{D_n}} \quad (58)$$

Arbitrando um valor para razão de carregamento L_n/D_n encontra-se a carga permanente nominal D_n , e por consequência, a ação variável nominal L_n .

Segundo Santiago (2011), a equação de estado limite para um pilar de concreto com seção transversal quadrada, é:

$$g(\mathbf{X}) = 0,85 \cdot [(C + b) \cdot (C + b) - A_s] \cdot f_c + A_s \cdot f_s - D - L \quad (59)$$

sendo $\mathbf{X} = \{C, A_s, f_c, f_s, D, L\}$

Desta forma, o índice de confiabilidade vai estar em função das variáveis aleatórias utilizadas na equação de estado limite, não de valores nominais de resistência e solitação.

As taxas de armaduras (α) selecionadas são de 0,4%, que corresponde à taxa de armadura mínima segundo a Norma NBR 6118:2004, 2% e 4%. São consideradas neste trabalho, assim como em Santiago (2011) as seguintes oito razões de carregamento $L_n/D_n = \{0,1; 0,4; 0,7; 1,0; 1,3; 1,6; 1,9; 2,2;\}$, sendo que a faixa típica da razão de carregamento para estruturas de concreto é $0,5 \leq L_n/D_n \leq 1,5$. Desta maneira, a faixa de razões de carregamento engloba a faixa típica.

Com estas informações e com a equação de estado limite estabelecida utiliza-se o software RT, desenvolvido por Mahsuli (2013) na *University of British Columbia*, para avaliar quais os índices de confiabilidade para as diferentes razões L_n/D_n . O método utilizado para a análise é o Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM).

7.4. Resultados

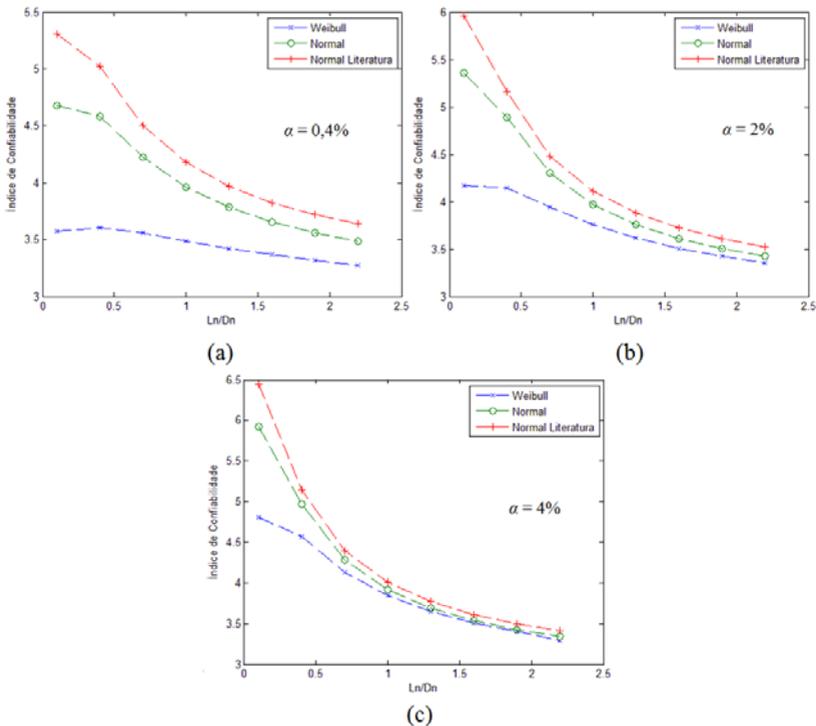
A Figura 20 e na Figura 21 ilustram a tendência entre o índice de confiabilidade e as razões de carregamentos, para cada uma das configurações, com diferentes classes de concreto e diferentes taxas de armaduras. Elas ainda servem para salientar a diferença da utilização de um tipo de distribuição ou outro.

A Figura 20 tem como parâmetro a classe de concreto C30. Na Figura 20 (a), com taxa de armadura de 0,4%, observa-se que para a razão de carregamento 0,1 a diferença entre os índices de confiabilidade para a distribuição Normal conforme a Norma NBR 12655:2006 e as distribuições Weibull e Normal ajustadas aos dados experimentais é significativa, da ordem de 32% e 12% respectivamente. Na Figura 20 (b), no qual o concreto apresenta taxa de armadura de 2%, as diferenças são de 30% e 10%, respectivamente. Na Figura 20 (c), para taxa de armadura de 4%, essas diferenças são de 25% e 8%.

Assim que a razão de carregamento aumenta, a diferença dos índices de confiabilidade entre as distribuições diminui para todas as taxas de armaduras. A diferença de resultados para distribuições Weibull e Normal em relação à distribuição Normal conforme a Norma NBR 12655:2006 na razão de carregamento 2,2 e taxa de armadura de 0,4 esta na ordem de 10% e 4% para as distribuições Weibull e Normal, respectivamente. Para as taxas de armaduras no concreto de 2% e 4% a diferença entre as distribuições não são significativas.

Nota-se que, conforme esperado, à medida que a taxa de armadura aumenta, a influência da distribuição de probabilidades assumida para a resistência do concreto diminui, fazendo com que os índices de confiabilidade calculados se tornem mais próximos.

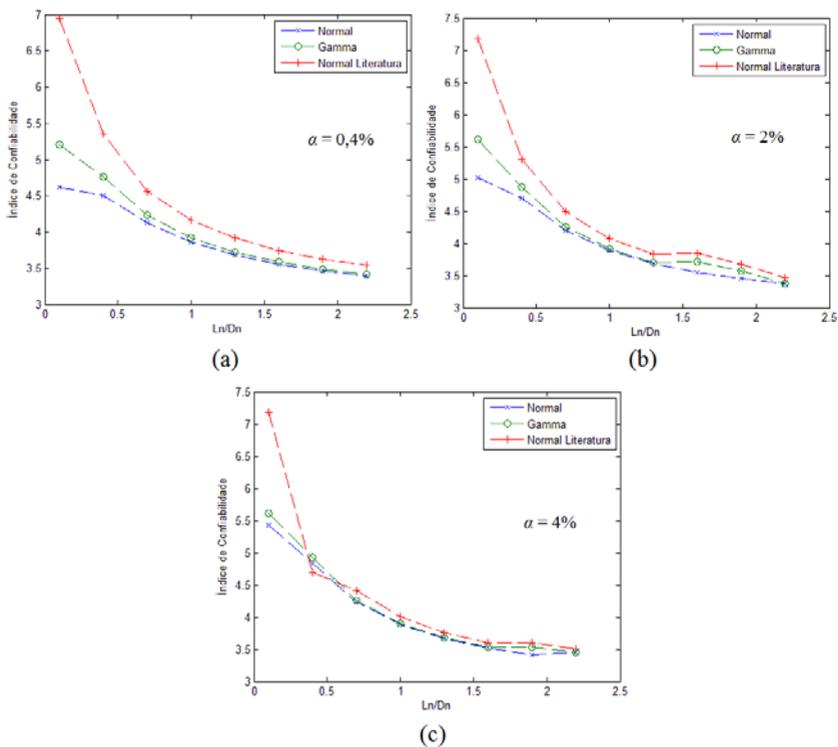
Figura 20: Índice de confiabilidade em função da razão de carregamento L_n/D_n e do tipo de distribuição utilizada para classe de concreto C30 e taxa de armadura de 0,4% (a), 2% (b) e 4% (c).



Observando a Figura 21, para a classe de concreto C60 e razão de carregamento 0,1 a diferença entre a distribuição Normal conforme a Norma NBR 12655:2006 e as distribuições Gamma e Normal ajustadas é significativa. Na Figura 21 (a), para a taxa de armadura de 0,4%, a diferença é da ordem de 25% e 33%, respectivamente. Na Figura 21 (b), em que a taxa de armadura no concreto é de 2% a diferença entre as distribuições é de respectivamente de 21% e 30% e para a taxa de armadura de 4%, tem-se 21% e 24% respectivamente, conforme apresentada a Figura 21 (c).

Da mesma maneira que para a classe de concreto C30, conforme aumenta a razão de carregamento, a diferença entre os índices de confiabilidade para diferentes distribuições diminui para todas as taxa de armaduras, sendo esta diminuição mais significativa que para a classe anterior.

Figura 21: Índice de confiabilidade em função da razão de carregamento L_n/D_n e do tipo de distribuição utilizada para classe de concreto C60 e taxa de armadura de 0,4% (a), 2% (b) e 4% (c).



Em todos os gráficos nota-se que a tendência do índice de confiabilidade é de diminuir conforme a razão de carregamento aumenta. Isto ocorre, pois o coeficiente de variação da ação variável (L) igual a 0,25 é maior que o da ação permanente (D), igual a 0,1. À medida que a proporção da ação variável aumenta, o índice de confiabilidade diminui, pois a quantidade de incerteza aumenta.

Para as razões de carregamentos mais baixas, maiores taxas de armaduras para ambas as classes de concretos resultaram em maior confiabilidade do sistema. Isto resulta do aumento da proporção de um material mais resistente, o aço, que tem também coeficiente de variação menor, em comparação ao concreto. Assim, uma maior proporção de aço, atenua os efeitos da variabilidade do concreto. Para as razões mais altas a influência das armaduras não é tão importante, pois a variabilidade da ação variável tende a ser mais importante para o sistema que a variabilidade das resistências.

Para as classes de concretos analisadas C30 e C60 nota-se que para as razões de carregamento L_n/D_n mais baixas existe uma diferença significativa entre os índices de confiabilidade entre as duas classes, pois neste caso a variação do C60 é menor que a variação do C30. O que corresponde à realidade, pois quanto maior a resistência do concreto utilizado maior o controle de qualidade e maior o interesse em manter a resistência com uma variação menor.

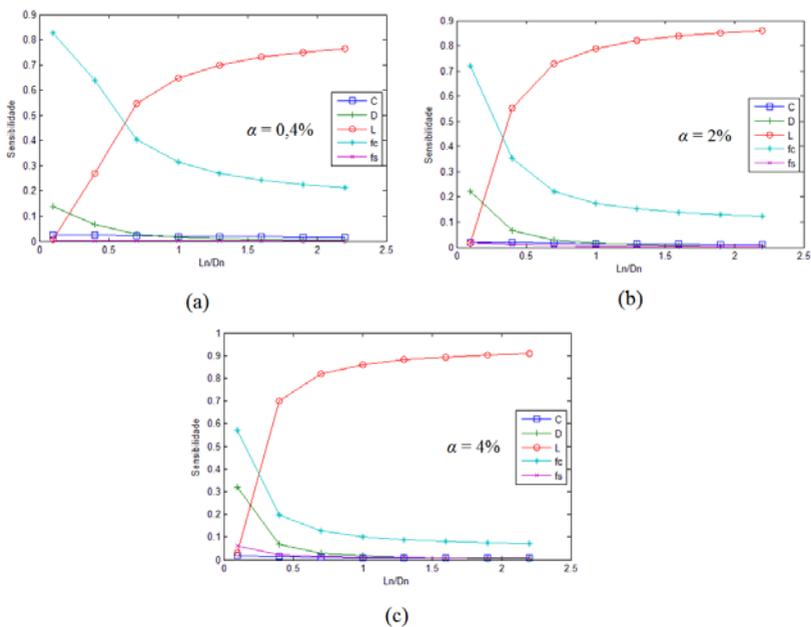
Em quase todos os casos a utilização da distribuição Normal conforme a Norma NBR 12655:2006 levou a índices de confiabilidades significativamente maiores que aqueles obtidos com as distribuições ajustadas a partir de dados experimentais. Desta maneira, a distribuição Normal segundo a Norma pode ser vista como não conservadora, o que pode ser considerado preocupante.

Na Figura 22 são apresentados gráficos envolvendo as sensibilidades dos índices de confiabilidade calculados em relação às variáveis aleatórias envolvidas para cada uma das razões de carregamento L_n/D_n , para o conjunto C30 ajustado com a distribuição Normal. Nota-se que para as razões mais baixas de L_n/D_n , como esperado, a influência da variável aleatória L é menor. Com o aumento das razões L_n/D_n a influência de L aumenta até se tornar a principal variável aleatória, isto ocorre pela maior variabilidade desta variável.

A resistência à compressão do concreto tem o maior peso na análise nas razões mais baixas, com o aumento das razões passa a ser a segunda variável mais importante.

Para todas as taxas de armaduras o comportamento observado é semelhante, até mesmo para o conjunto C60 não apresentado. O aumento da taxa de armadura entre as Figuras (a), (b) e (c) implica em um aumento da importância da variável da tensão de escoamento do aço, mas ainda assim não provoca alterações significativas nas sensibilidades do problema.

Figura 22: Sensibilidade \times Razão de carregamento L_n/D_n com distribuição Normal ajustada para a classe de concreto C30 e taxa de armadura de 0,4% (a), 2% (b) e 4% (c).



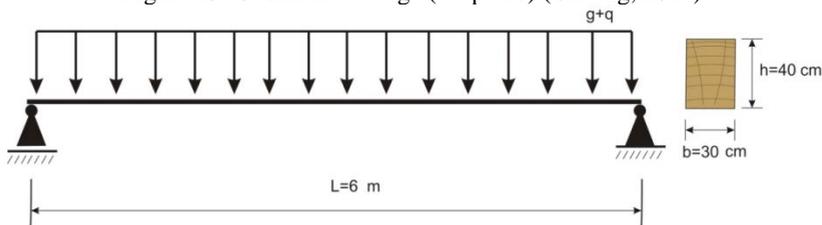
8. EXEMPLO DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE UMA VIGA DE MADEIRA EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

Nesta seção será apresentado um exemplo de aplicação envolvendo as distribuições ajustadas para a resistência à compressão paralela às fibras e o módulo de elasticidade da madeira. O exemplo apresentado consiste em uma viga em situação de incêndio submetida a um carregamento distribuído. Foi escolhida a situação de incêndio, pois se trata de uma situação especial em que as normas são relativamente recentes, como o projeto da Norma NBR 7190 (2010) – Projeto de estruturas de madeira, em que foram introduzidas as questões de incêndio, aumentando o impacto da confiabilidade estrutural como ferramenta para avaliação do risco. Além disso, à medida que o tempo de exposição ao incêndio aumenta, as probabilidades de falha envolvidas também aumentam, o que permite comparar o impacto da escolha das distribuições de probabilidade para uma ampla gama de valores de probabilidades de falha.

8.1. Descrição do problema

O exemplo consiste de uma viga biapoiada submetida a um carregamento transversal uniformemente distribuído e exposta a uma situação de incêndio e baseia-se em um exemplo apresentado na literatura (Cheung, 2011). Em Cheung (2011), considerou-se uma viga com comprimento de 6 metros e seção retangular com dimensões de 30 centímetros de largura e altura de 40 centímetros com exposição ao incêndio nas quatro faces, conforme ilustrado na Figura 23.

Figura 23: Geometria da viga (adaptado) (Cheung, 2011).



Neste trabalho são atribuídas 4 diferentes seções transversais para a viga de 6 metros de comprimento expostas ao incêndio pelas 4 faces em uma primeira análise e exposta nas faces laterais e inferior em um segundo caso. Respeitando a área de seção transversal de $0,12 \text{ m}^2$, foram

estipuladas seções de 30cm × 40cm, 60 cm × 20 cm, 80 cm × 15 cm e 100cm × 12cm. Em resumo as seções utilizadas são as seguintes:

Tabela 16: Dimensões das vigas utilizadas.

Viga	Profundidade b (m)	Altura h (m)	Área de seção transversal A (m ²)	Perímetro da seção P (m)
1	0,3	0,4	0,12	1,4
2	0,2	0,6	0,12	1,6
3	0,15	0,8	0,12	1,9
4	0,12	1	0,12	2,24

Os tempos de exposição ao incêndio utilizados neste trabalho variam de 10 em 10 minutos entre 0 a 200 minutos. Para cada valor de exposição se computa a probabilidade de ocorrência de falha naquele instante específico, ou seja, é resolvido um problema de confiabilidade independente do tempo, e se apresenta o respectivo índice de confiabilidade.

8.2. Variáveis aleatórias usuais encontradas na literatura

As variáveis aleatórias utilizadas foram obtidas de Cheung (2011), e correspondem à espécie *Eucalipto Citridora* com umidade de 12%. Detalhes a respeito das mesmas estão resumidos na Tabela 17.

Tabela 17: Variáveis aleatórias utilizadas (Cheung, 2011).

Categoria das variáveis	Nome das variáveis básicas	Símbolos	Unidades	Distribuição de Probabilidades	Média (μ)	Desvio Padrão (σ)
Ações	Permanente	g	kN/m	Normal	10,0	2,0
	Variável	q	kN/m	Gumbel	25,0	6,25
	Taxa de carbonização	$beta$	mm/min	Lognormal	0,6	0,1
Propriedades	Módulo de Elasticidade paralelo às fibras	E_{co}	kN/cm ²	Lognormal	2067,0	254,0
	Resistência paralela às fibras	F_{co}	kN/cm ²	Lognormal	6,2	0,64
Incertezas de modelo	Efeito das ações	θ_E	-	Normal	1,0	0,1
	Efeito das resistências	θ_R	-	Normal	1,1	0,1

8.3. Incêndio em estruturas de madeira

A falha de uma estrutura sujeita a um incêndio é verificada utilizando três tipos de critérios de falha (Buchanan, 2002):

- a. Critério de estabilidade: um membro estrutural deve manter sua capacidade portante e suportar as cargas nele aplicadas sem entrar em colapso.
- b. Critério de isolamento térmico: a temperatura no lado frio, no qual não está localizado o incêndio não pode exceder um limite especificado.
- c. Critério de integridade: um membro não pode desenvolver fissuras que permitam que fumaça ou gases quentes passem através dele. Este critério avalia a habilidade de barreira para contenção do incêndio do membro para prevenir que o incêndio se espalhe a partir do compartimento de origem.

No caso em que uma estrutura não exerce função de isolamento, somente o critério de estabilidade tem que ser avaliado. Uma verificação do critério de estabilidade é entendida como uma verificação se a resistência ao incêndio de uma estrutura (ou partes da estrutura) é maior que a severidade do incêndio ao qual a estrutura está exposta (Buchanan, 2002). A resistência ao incêndio é a medida da habilidade de um elemento em resistir a um incêndio, geralmente quantificada como o tempo para o qual o elemento atinge certo critério durante a exposição ao incêndio. A severidade de um incêndio é a medida do potencial destrutivo do incêndio, geralmente definida em termos de período de exposição ao incêndio. A expressão geral para a verificação do critério é:

$$\text{Resistência ao Incêndio} \geq \text{Severidade do Incêndio} \quad (60)$$

A verificação pode ser feita no domínio do tempo, no domínio da temperatura, ou no domínio da resistência. A comparação da severidade do incêndio no domínio do tempo é o processo mais comum para todos os tipos de estruturas. No entanto, para estruturas de madeira o domínio da temperatura não é utilizado, pois não se tem uma temperatura crítica para a madeira exposta ao incêndio. O mais comum neste caso é avaliar a segurança ao incêndio no domínio da resistência.

Em uma análise estrutural determinística para a segurança ao incêndio a verificação no domínio da resistência consiste em comparar a carga aplicada no momento do incêndio com a capacidade de carga dos elementos estruturais através do incêndio (Buchanan, 2002), na forma da inequação:

$$R_f \geq U_f \quad (61)$$

onde R_f é a capacidade de carga mínima alcançada durante o incêndio, ou a capacidade em um dado tempo especificado em norma, e o U_f é a carga aplicada no momento do incêndio.

Quando membros de madeira são expostos a incêndios severos, a camada exterior de madeira é carbonizada. A temperatura da superfície da camada exterior é próxima à temperatura do incêndio, existindo um gradiente de temperatura entre a camada carbonizada e o interior da seção transversal. O limite entre a camada carbonizada e a madeira restante é bem distinto, correspondendo à temperatura de cerca de 300 °C. Abaixo da camada carbonizada existe uma camada de madeira aquecida com cerca de 35 mm de espessura. Parte desta camada que está acima de 200 °C é conhecida como zona de pirólise, porque esta madeira está sob decomposição em produto gasoso da pirólise, acompanhado pela perda de peso e descoloração. A umidade evapora da madeira acima de 100 °C (Buchanan, 2002). Esta camada de carvão age como um isolante que dificulta o aquecimento do núcleo da peça estrutural, de maneira que o núcleo permanece com as propriedades mecânicas da madeira sã. Desta forma, no domínio de resistência pode-se considerar somente a seção residual do membro de madeira.

A perda de seção é governada pela chamada taxa de carbonização. Esta taxa depende da densidade e teor de umidade da madeira. Os valores mais comuns são de 0,6 – 0,75 mm por minuto para madeiras macias, com massa específica menor que 290 kg/m³, e cerca de 0,5 mm por minuto para madeiras duras, com massa específica entre 290 e 450 kg/m³ (Buchanan, 2002).

Em uma análise estrutural probabilística, a inequação de segurança ao incêndio representa o estado limite último. A falha ocorre, se $R_f \leq U_f$. Então na equação de estado limite é relacionada à diferença $R_f - U_f$.

Vale ressaltar a existência do método das propriedades reduzidas, que além de analisar a seção residual do elemento estrutural, leva em consideração a modificação das propriedades mecânicas pela elevação

da temperatura na madeira, o que não foi considerado neste trabalho pela maior simplicidade da utilização do método da seção reduzida.

8.4. Equações de estado limite

Para vigas simplesmente apoiadas submetidas a um momento fletor, o projeto é verificado satisfazendo a inequação (Buchanan, 2002):

$$M_f^* \leq M_f \quad (62)$$

onde M_f^* é o momento fletor no momento do incêndio, e M_f é a capacidade de flexão sob condições de incêndio.

A partir de Cheung (2011), estabelece-se como modelo para estudo uma viga biapoiada com seção retangular à qual são associadas as seguintes equações de estado limite:

1. Modo de falha devido às tensões normais em temperatura ambiente:

$$g_1 = \theta_R \cdot f_{c0} - \theta_E \cdot \frac{(g+q) \cdot L^2}{8} \cdot \frac{1}{\left(\frac{b \cdot h^2}{6}\right)} \quad (63)$$

2. Modo de falha devido às tensões normais na seção residual sob condições de incêndio com exposição nas 4 faces:

$$g_2 = \theta_R \cdot f_{c0} - \theta_E \cdot \frac{(g+q) \cdot L^2}{8} \cdot \frac{1}{\left(\frac{(b-2 \cdot \text{beta} \cdot T) \cdot (h-2 \cdot \text{beta} \cdot T)^2}{6}\right)} \quad (64)$$

3. Modo de falha devido às tensões normais na seção residual sob condições de incêndio com exposição nas faces laterais e inferior:

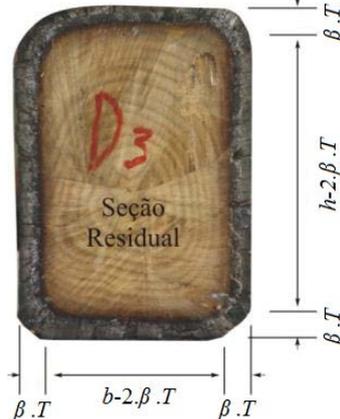
$$g_3 = \theta_R \cdot f_{c0} - \theta_E \cdot \frac{(g+q) \cdot L^2}{8} \cdot \frac{1}{\left(\frac{(b-2 \cdot \beta \cdot T) \cdot (h-\beta \cdot T)^2}{6} \right)} \quad (65)$$

4. Modo de falha por deformação excessiva em condições normais em temperatura ambiente:

$$g_4 = \frac{L}{200} - \frac{5 \cdot (g+q) \cdot L^4}{384} \cdot \frac{1}{E_{c0} \cdot \left(\frac{b \cdot h^3}{12} \right)} \quad (66)$$

onde: g é o carregamento permanente, q é o carregamento variável, f_{c0} é a resistência à compressão paralela às fibras, θ_E é o parâmetro de incerteza do efeito da ação, θ_R é o parâmetro de incerteza da resistência e β é a taxa de carbonização, e T é o tempo de exposição ao incêndio. A equação g_3 é uma adaptação da equação g_2 de Cheung (2011) para exposição ao incêndio nas faces laterais e inferior. A Figura 24 exemplifica como ocorre a carbonização da seção transversal.

Figura 24: Carbonização da seção transversal (adaptado) (Cheung, 2011).



Para vigas simplesmente apoiadas submetidas a um momento fletor, a instabilidade lateral é verificada com base na tensão crítica provocada pela flexão no eixo de menor inércia, dado pela equação do Eurocode 5: *Design of timber structures*:

$$\sigma_{m,crit} = \frac{M_{y,crit}}{W_y} \quad (67)$$

em que $M_{y,crit}$ é o momento de elástico crítico da viga e W_y é o módulo resistente da seção, que para uma seção retangular é:

$$W_y = \frac{b \cdot h^3}{6} \quad (68)$$

O momento de elástico crítico de uma viga restringida ao movimento torsional em suas pontas e livre para rotacionar no plano é dada pela seguinte equação de Porteous (2007):

$$M_{y,crit} = \frac{\pi}{l_{fl}} \sqrt{\frac{E \cdot I_z \cdot G \cdot I_{tor}}{\left(1 - \frac{I_z}{I_y}\right)}} \quad (69)$$

onde: l_{fl} é o comprimento de flambagem da viga, G é o módulo de elasticidade transversal, I_y é o momento de inércia de uma seção retangular em torno do eixo principal y , I_z é o momento de inércia de uma seção retangular em torno do eixo secundário z e I_{tor} é o momento polar de inércia.

O momento polar de inercia, segundo Porteous (2007), pode ser aproximado pela equação:

$$I_{tor} = \frac{b^3 h}{3} \cdot \frac{1 - 0,63 \cdot \frac{b}{h}}{1 - \frac{b^2}{h^2}} \quad (70)$$

O momento de inércia em torno do eixo y é:

$$I_y = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (71)$$

E em torno do eixo z :

$$I_z = \frac{h \cdot b^3}{12} \quad (72)$$

Substituindo as Equações 70, 71 e 72 em 69 e na sequencia esta juntamente com 68 em 67 obtém-se a seguinte equação para a tensão crítica provocada pela flexão no eixo de menor inércia, já incorporando a diminuição da seção transversal pela carbonização da madeira:

$$\sigma_{m,crit} = E \cdot \frac{\pi}{l_{\beta}} \cdot \frac{(b - 2 \cdot \text{beta} \cdot T)^2}{(h - 2 \cdot \text{beta} \cdot T)} \cdot \sqrt{\frac{G}{E}} \cdot \sqrt{\frac{1 - 0,63 \cdot \frac{(b - 2 \cdot \text{beta} \cdot T)}{(h - 2 \cdot \text{beta} \cdot T)}}{1 - \frac{(b - 2 \cdot \text{beta} \cdot T)^2}{(h - 2 \cdot \text{beta} \cdot T)^2}}} \quad (73)$$

A variável aleatória G para o *Eucalipto Citridora* pode ser encontrada pela relação fornecida na NBR 7190 – Projeto de estruturas de madeira e em Ballarin e Nogueira (2003) que atestam o que afirma a NBR 7190 para esta espécie de madeira. Assim o módulo de elasticidade transversal é dada por:

$$G = \frac{E}{20} \quad (74)$$

Procedendo com a definição de G , com o valor baseado na variável aleatória E de Cheung (2011), obtém-se uma variável aleatória com distribuição Lognormal, $\mu = 103 \text{ kN/cm}^2$ e $\sigma = 12,7 \text{ kN/cm}^2$.

A tensão de compressão atuante na seção transversal da viga é dada pela equação:

$$\sigma_c = \frac{M \cdot y_c}{I_y} \quad (75)$$

onde M é o momento fletor atuante na seção transversal e y_c é a distância entre a extremidade e a centroide da seção transversal. Em uma viga biapoada com carregamento distribuído constante tem-se, na seção crítica:

$$M = \frac{(q + g) \cdot L^2}{8} \quad (76)$$

O momento de inércia I de uma seção retangular é:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (77)$$

A distância da linha neutra até a fibra mais distante comprimida y_c é:

$$y_c = \frac{h}{2} \quad (78)$$

Desta maneira a tensão de compressão atuante na seção transversal da viga pode ser representada pela fórmula:

$$\sigma_c = \frac{3 \cdot (q + g) \cdot L^2}{A \cdot b \cdot h^2} \quad (79)$$

A equação de estado limite desenvolvida para a instabilidade lateral leva em conta a tensão crítica relacionada à flexão segundo o eixo de menor inércia e a tensão de compressão atuante na seção transversal da viga. Desta maneira a equação de estado limite desenvolvida é a seguinte:

$$g_s = E \cdot \frac{\pi}{l_{\beta}} \cdot \frac{B^2}{H} \cdot \sqrt{\frac{G}{E}} \cdot \sqrt{\frac{1 - 0,63 \cdot \frac{B}{H}}{1 - \frac{B^2}{H^2}}} - \frac{3 \cdot (q + g) \cdot L^2}{4 \cdot B \cdot H^2} \quad (80)$$

onde:

$$B = (b - 2 \cdot \beta \cdot T) \quad (81)$$

e

$$H = (h - 2 \cdot \beta \cdot T) \quad (82)$$

As equações de estado limite utilizadas neste estudo são a equação g_2 (Equação 64), e a equação g_5 (Equação 80).

O *Joint Committee on Structural Safety* (JCSS, 2015) estipula valores admissíveis para o índice de confiabilidade sob condições específicas, relacionando-as com a consequência da falha. Para um custo relativo de medidas de segurança normal e consequências de nível moderado para a falha o índice de confiabilidade limite é de 4,2 e para estruturas em situação de incêndio Cheung (2011) admite um valor limite de 2, inferior a uma situação normal. O valor de índice de confiabilidade limite considerado nas análises é o 2.

Segundo a norma NBR 14432 Exigências de resistência ao fogo de elementos construídos de edificações – Procedimento o maior tempo requerido de resistência ao fogo (TRRF) é de 120 minutos para algumas situações específicas. Para edificações de até 23 metros de altura o TRRF é no máximo de 60 minutos.

Para o cálculo do índice de confiabilidade e probabilidades de falha foi utilizado o *software* Rt (*Risk Tools*) desenvolvido por Mahsuli (2013) na *University of British Columbia*, para os casos envolvendo equações de estado limite analíticas, e códigos computacionais desenvolvidos para o *software* Matlab no grupo de pesquisa CORE (Center for Optimization and Reliability in Engineering), ECV/UFSC, para os casos com equações de estado limite numéricas.

8.5. Resultados e discussão

Nesta seção, primeiramente, é analisada a validade do método FORM para a equação de estado limite g_2 , utilizando a simulação de Monte Carlo. Na sequência são avaliadas as equações g_2 e g_5 com o método FORM, utilizando distribuições da literatura e ajustadas. Com os resultados obtidos das duas equações é realizada e analisada a associação em série destas equações.

8.5.1. Validação dos resultados do método FORM utilizando a simulação de Monte Carlo

Considerando a não linearidade relacionada à equação de estado limite g_2 , foi realizada uma comparação dos resultados obtidos via método FORM, que é um método aproximado, com aqueles obtidos via simulação de Monte Carlo, que desde que a amostra seja grande o

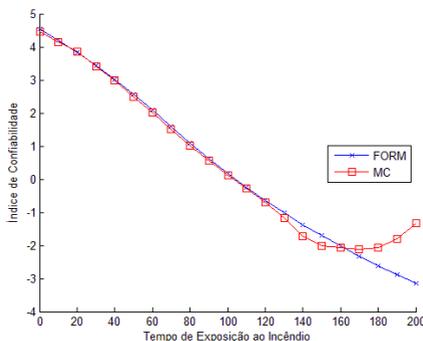
suficiente tende a apresentar resultados próximos ao exato. Como tamanho máximo de amostra estipulou-se 1 milhão de simulações e o coeficiente de variação alvo em 1%. Neste caso, considerou-se uma viga de 6 metros de comprimento, com seção transversal de base 30 cm e altura 40 cm. Os resultados são apresentados na Tabela 18.

Tabela 18: Comparação entre o método FORM e a simulação de Monte Carlo para a equação de estado limite g_2 .

Tempo	FORM (β)	MC (β)	Coefficiente de Variação	Número de Amostras	Diferença
0	4,53844	4,44802	0,27735	3000000	1,99%
10	4,20047	4,15403	0,14286	3000000	1,11%
20	3,83589	3,85868	0,13245	1000000	0,59%
30	3,44198	3,41407	0,05589	1000000	0,81%
40	3,01676	2,97814	0,02624	1000000	1,28%
50	2,56061	2,49561	0,01257	1000000	2,54%
60	2,07951	2,00404	0,01	433811	3,63%
70	1,58697	1,50756	0,01	141903	5,00%
80	1,09933	1,01671	0,01	54667	7,52%
90	0,62863	0,55484	0,01	24542	11,74%
100	0,18085	0,11964	0,01	12107	33,84%
110	-0,2423	-0,2813	0,01	6374	16,12%
120	-0,6411	-0,7046	0,01	3168	9,91%
130	-1,0171	-1,1747	0,01	1366	15,50%
140	-1,3719	-1,7338	0,01	434	26,38%
150	-1,7075	-2,0136	0,01	227	17,93%
160	-2,0254	-2,0599	0,01	203	1,70%
170	-2,3272	-2,1167	0,01	175	9,05%
180	-2,6144	-2,0599	0,01	203	21,21%
190	-2,8882	-1,791	0,01	382	37,99%
200	-3,1498	-1,3292	0,01	1012	57,80%

Para auxiliar no entendimento da tabela anterior é apresentada a Figura 25, comparando os resultados pelo método FORM e pela simulação de Monte Carlo.

Figura 25: Comparação entre o método FORM e a simulação de Monte Carlo para a equação de estado limite g_2 .



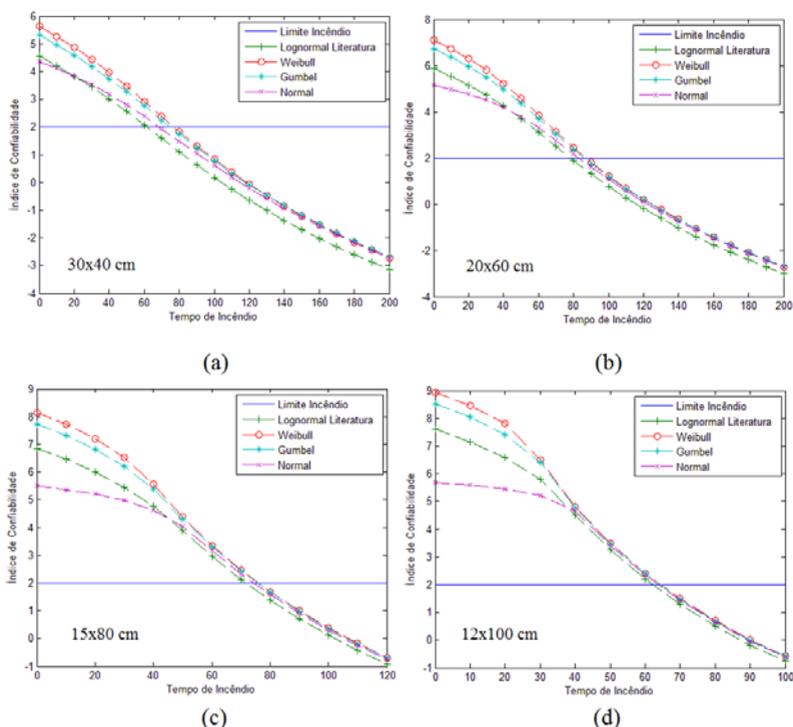
Pode-se observar na Tabela 18 e na Figura 25 que a diferença nos valores dos índices de confiabilidade entre os métodos até o tempo de exposição de 120 minutos não é significativa. Após o tempo de 120 minutos nota-se que existe uma diferença entre os dois métodos, inclusive com os valores oriundos da simulação de Monte Carlo diminuindo. Isto ocorre pelo fato de que com o tempo de exposição ao incêndio aumentando a seção transversal residual pode assumir valores negativos, o que implica em uma sollicitação positiva na equação de estado limite avaliada, ajudando a resistência, aumentando o índice de confiabilidade. A diferença entre os métodos nos valores próximos a 0 é compreensiva, na medida que quanto menores os valores maior pode ser a diferença relativa entre eles, mesmo não representando uma diferença absoluta significativa.

Como não foram constadas diferenças significativas entre os métodos nos tempos iniciais de exposição de incêndio, até o tempo de 120 minutos, que é o TRRF máximo encontrado na NBR 14432, o método FORM é aceito para a avaliação da equações de estado limite a seguir. A simulação de Monte Carlo não será utilizada pelo maior esforço computacional necessário para seu emprego.

8.5.2. Equação de estado limite g_2 para tensões normais na viga devido a um momento fletor

Foi realizada a análise de confiabilidade pelo método FORM da equação de estado limite g_2 , utilizando as diferentes distribuições ajustadas para a resistência a compressão paralela às fibras da madeira. Os índices de confiabilidade para cada uma das seções transversais consideradas para a viga, ao longo do tempo de exposição, são apresentados na Figura 26:

Figura 26: Índice de Confiabilidade \times Tempo de Incêndio Viga para configuração $h = 40$ cm e $b = 30$ cm (a), $h = 60$ cm e $b = 20$ cm (b), $h = 80$ cm e $b = 15$ cm (c) e $h = 100$ cm e $b = 12$ cm.



Na Figura 26 (a) nota-se que os índices de confiabilidade para a distribuição Normal são similares aos obtidos utilizando a distribuição Lognormal encontrada na literatura até um tempo de exposição de incêndio de 40 minutos. A partir dos 80 minutos de exposição, as

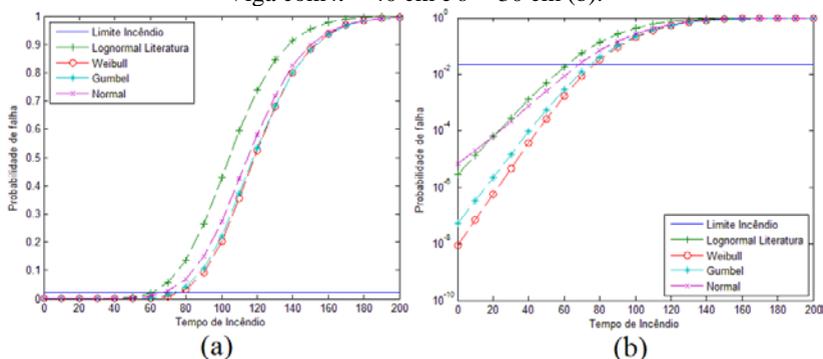
distribuições ajustadas levam a valores de índice de confiabilidade próximos entre si, mas ainda diferentes dos valores associados à distribuição da literatura.

Nota-se que, para a distribuição Lognormal da literatura o tempo de exposição ao incêndio até atingir o índice de confiabilidade mínimo aceitável, $\beta=2$, é de aproximadamente 60 minutos, enquanto que o mesmo tempo é de cerca de 70 minutos considerando a distribuição Weibull e de 80 minutos para distribuições Normal e Gumbel.

Para os casos ilustrados na Figura 26 (b), (c) e (d), há uma diferença considerável nos índices de confiabilidade iniciais (relacionados a pequenas probabilidades de falha), mas tais diferenças se mantêm apenas até um determinado tempo de exposição, de 60 minutos para (b), 50 para (c) e 40 para (d). A partir daí os resultados são semelhantes, e inclusive os tempos associados ao valor limite do índice de confiabilidade são similares, atingido em 90 minutos em (b), 75 em (c) e 65 em (d). Observou-se também que conforme se varia a seção, assumindo alturas maiores, os valores dos índice de confiabilidade aumentam.

Na Figura 27 são apresentadas as probabilidades de falha relacionadas aos índices de confiabilidade da Figura 26 (a), isto é, para a viga com $h = 40$ cm e $b = 30$ cm. Na Figura 27 (b) considera-se eixo vertical em escala logarítmica.

Figura 27: Probabilidade de Falha \times Tempo de Incêndio Viga com $h = 40$ cm e $b = 30$ cm (a). Probabilidade de Falha (escala logarítmica) \times Tempo de Incêndio Viga com $h = 40$ cm e $b = 30$ cm (b).

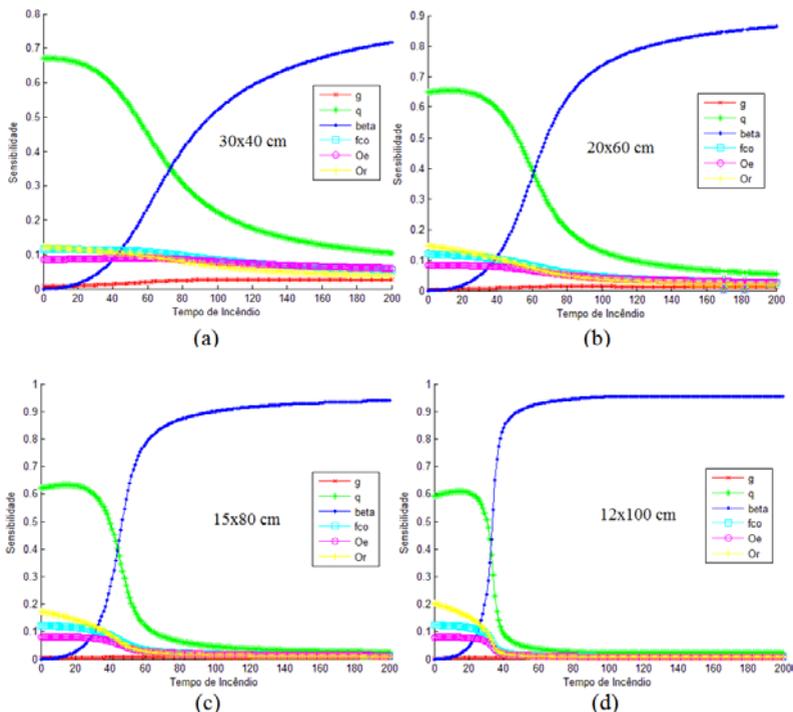


Na Figura 27 (a), nota-se que a probabilidade de falha associada à distribuição Lognormal da literatura aumenta rapidamente a partir do tempo de exposição ao incêndio de 60 minutos. As demais distribuições

apresentam este comportamento a partir do tempo de 70 minutos. Na Figura 27 (b), observa-se mais claramente o comportamento dos valores de probabilidades de falha ao longo do tempo de exposição ao incêndio.

Na Figura 28, são analisadas as sensibilidades dos índices de confiabilidade calculados em relação às variáveis aleatórias envolvidas. Em todos os casos o comportamento é semelhante. Observa-se que nos tempos iniciais a variável aleatória q , relacionada ao carregamento variável, tem maior impacto sobre a probabilidade de falha do elemento, apresentando índice de sensibilidade que varia entre 60% e 70%. Com o avançar do tempo de exposição ao incêndio a variável aleatória β , que representa a taxa de carbonização, passa a ter impacto mais significativo, com índice de sensibilidade entre 60% e 90%. Isto ocorre uma vez que nos tempos iniciais a seção transversal se encontra pouco degradada e alta variabilidade de q é preponderante, mas nos tempos mais avançados qualquer redução da seção transversal passa a ter um impacto mais significativo, principalmente redução na altura da seção.

Figura 28: Sensibilidade \times Tempo de Incêndio para Viga para configuração $h = 40$ cm e $b = 30$ cm (a), $h = 60$ cm e $b = 20$ cm (b), $h = 80$ cm e $b = 15$ cm (c) e $h = 100$ cm e $b = 12$ cm.



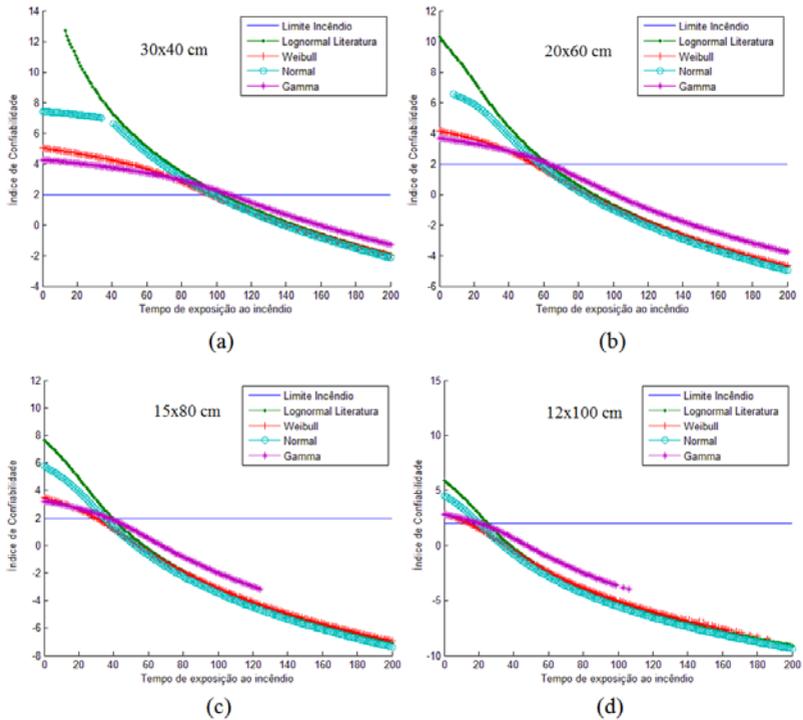
8.5.3. Equação de estado limite g_5 para instabilidade lateral da viga devido a um momento fletor

O procedimento neste caso é análogo ao utilizado para o caso da equação g_2 .

Na Figura 29 analisa-se como diferentes distribuições ajustadas para o módulo de elasticidade da madeira influenciam os valores do índice de confiabilidade. O gráfico demonstra esta influência sobre diferentes configurações de viga, na Figura 29 (a), a seção transversal menos esbelta e na (d), a mais esbelta. O limite estabelecido por Cheung (2011) foi atingido pelas diferentes distribuições em (a) próximos a 100 minutos de exposição ao incêndio, para (b) em 60 minutos, para (c) em 40 minutos e para (d) em 30 minutos.

Assim como ocorre para a equação g_2 , nos tempos iniciais de exposição ao incêndio existe uma diferença entre os índices de confiabilidade obtidos para diferentes distribuições, que diminui ao longo do tempo de exposição. Mas, diferentemente de g_2 , a diferença inicial é maior para a seção transversal menos esbelta que para a mais esbelta.

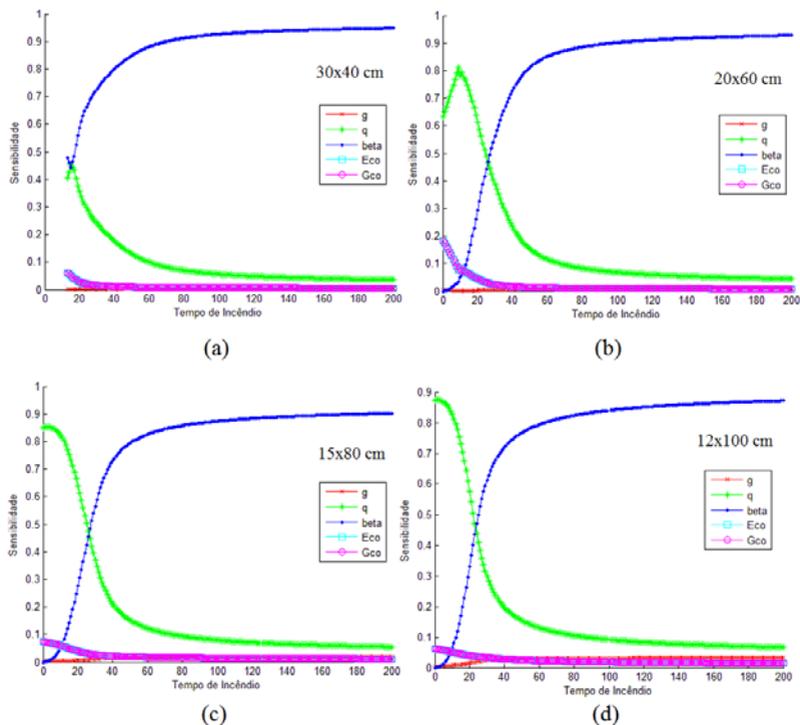
Figura 29: Índice de Confiabilidade \times Tempo de Incêndio Viga para configuração $h = 40$ cm e $b = 30$ cm (a), $h = 60$ cm e $b = 20$ cm (b), $h = 80$ cm e $b = 15$ cm (c) e $h = 100$ cm e $b = 12$ cm (d).



Na Figura 30, analisando as sensibilidades nas diferentes configurações de viga, observa-se o mesmo comportamento que para a equação de estado limite g_5 . A variável aleatória q do carregamento variável tem maior influência na sensibilidade nos tempos iniciais de exposição ao incêndio, mas conforme o tempo aumenta a variável β passa a ter maior influência. Diferente do observado para a equação de

estado limite g_2 a mudança de seção implica em redução da largura da mesma, o que diminui o desempenho da viga à instabilidade lateral.

Figura 30: Sensibilidade \times Tempo de Incêndio para Viga para configuração $h = 40$ cm e $b = 30$ cm (a), $h = 60$ cm e $b = 20$ cm (b), $h = 80$ cm e $b = 15$ cm (c) e $h = 100$ cm e $b = 12$ cm.



8.5.4. Modos de falha associados em série

Os modos de falha representados pelas equações de estado limite g_2 e g_5 foram considerados em série no intuito de estimar a probabilidade de falha da viga, vista como um sistema. Os modos de falha não são completamente independentes pelo fato de algumas variáveis aleatórias do problema estarem contidas em ambas as equações de estado limite. As variáveis aleatórias que influenciam ambas as equações são: a ação permanente g , a ação variável q e a taxa

de carbonização β . Desta maneira, existe uma correlação entre os modos de falha.

Na equação g_2 são utilizadas para a variável aleatória da resistência à compressão paralela às fibras da madeira, a distribuição Lognormal da literatura e as distribuições ajustadas Weibull e Gumbel. Na equação g_5 a distribuição utilizada para representar o módulo de elasticidade é a Lognormal da literatura e as distribuições ajustadas Weibull e Normal.

Para analisar a confiabilidade do sistema, considera-se apenas uma viga com seção transversal de $h = 40$ cm e $b = 30$ cm, a título de ilustração. Os resultados para este caso são apresentados na Figuras 31, 32 e 33.

Ao contrário do que aconteceu nas análises isoladas, a maior influência para estes casos ocorre para maiores valores de probabilidade de falha, quando o afastamento entre as equações de estado limite diminui e a interferência entre curvas se torna mais significativa, aumentando a diferença entre os limites superior e inferior. Isto ocorre devido à linearização feita no cálculo da probabilidade da intersecção entre as equações de estado limite. Para um melhor entendimento seriam necessários maiores estudos utilizando a simulação de Monte Carlo, para avaliar esta linearização. Por outro lado, pode-se notar que ainda há diferenças significativas entre resultados obtidos para diferentes distribuições de probabilidade, mesmo considerando o procedimento simplificado adotado. O modo de falha dominante nesta associação em série é o de flexão.

Figura 31: Probabilidade de Falha × Tempo de Incêndio Viga com $h = 40$ cm e $b = 30$ cm. Distribuições ajustadas g_2 e g_5 , Lognormal Literatura e Lognormal Literatura (a), Lognormal Literatura e Weibull (b), Lognormal Literatura e Normal (c)

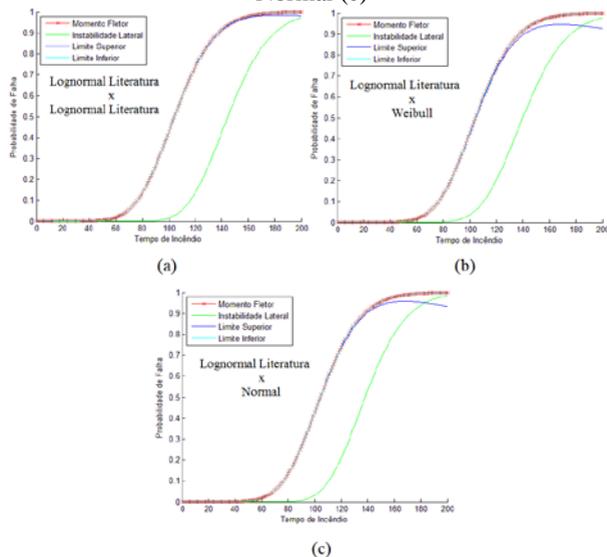


Figura 32: Probabilidade de Falha × Tempo de Incêndio Viga com $h = 40$ cm e $b = 30$ cm. Distribuições ajustadas g_2 e g_5 , Weibull e Lognormal Literatura (d), Weibull e Weibull (e), Weibull e Normal (f)

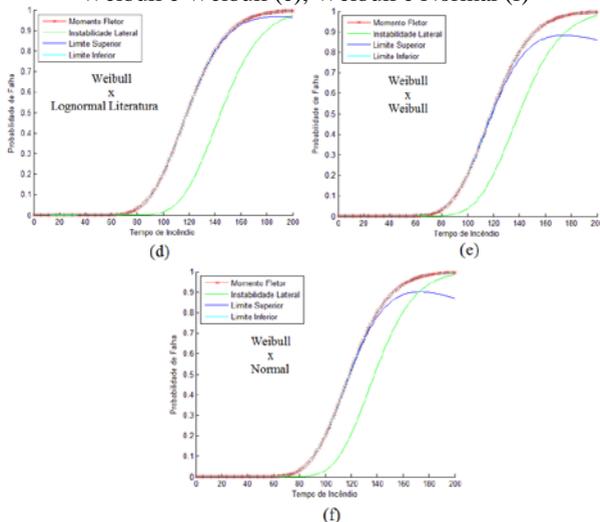
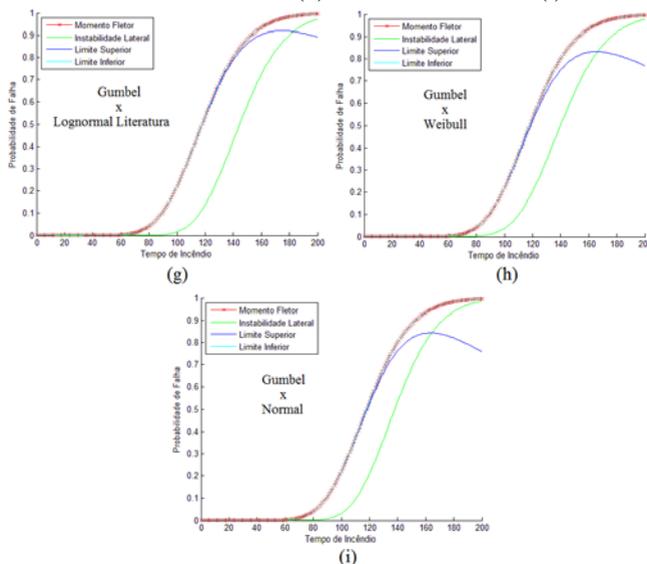


Figura 33: Probabilidade de Falha \times Tempo de Incêndio Viga com $h = 40$ cm e $b = 30$ cm. Distribuições ajustadas g_2 e g_5 , Gumbel e Lognormal Literatura (g), Gumbel e Weibull (h) e Gumbel e Normal (i)



8.6. Confiabilidade Estrutural utilizando Método dos Elementos Finitos com Análise Não Linear

Nesta seção será apresentada uma metodologia demonstrando a utilização da confiabilidade estrutural juntamente com o método dos elementos finitos em uma análise não linear física e geométrica. A avaliação da representatividade desta modelagem em elementos finitos para uma viga de madeira é feita comparando dados experimentais com modelos de elementos de viga e casca.

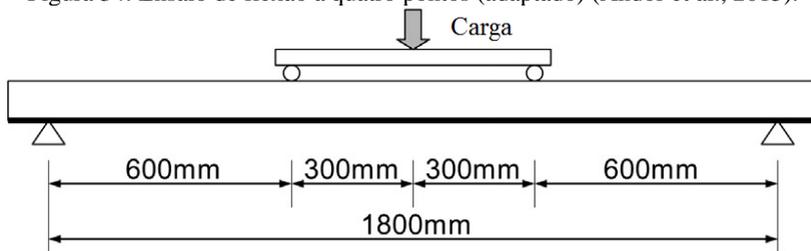
A equação de estado limite g_2 com a distribuição Lognormal da literatura é avaliada utilizando os modelos desenvolvidos em elementos de viga e casca com análise não linear. É feita a comparação com resultados das análises pelo método FORM e pela simulação de Monte Carlo. Na sequência é avaliada a utilização das diferentes distribuições ajustadas.

8.6.1. Verificação da modelagem em elementos finitos

Para a avaliação da representatividade dos modelos em elementos finitos a serem utilizados, é proposta a modelagem de exemplos baseados em um experimento. As respostas mecânicas encontradas experimentalmente foram comparadas às obtidas pelos modelos.

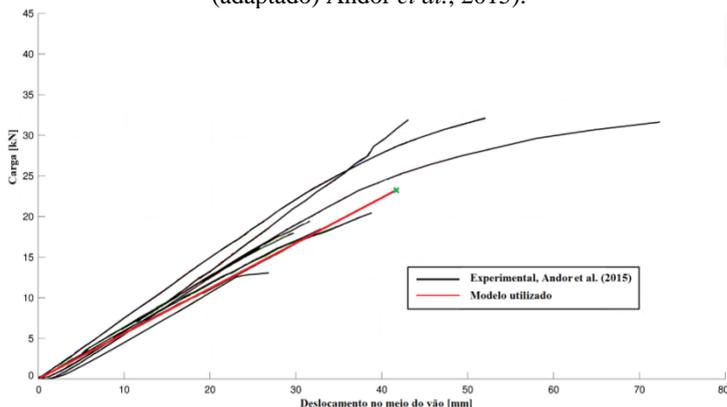
O experimento avaliado foi encontrado em Andor *et al.* (2015) e trata de ensaios de flexão a quatro pontos de vigas de madeira de abeto da Noruega. O esquema do ensaio é apresentado na Figura 34.

Figura 34: Ensaio de flexão a quatro pontos (adaptado) (Andor et al., 2015).



No estudo foram ensaiadas 8 vigas de madeira, com seção transversal quadrada de dimensão igual a 9,5 cm. A carga máxima portante média encontrada foi de 23,220 kN, e a média do deslocamento no meio do vão é de 41,312 mm. Considerando estes valores médios como limites em um modelo elastoplástico perfeito, pode-se montar a Figura 35.

Figura 35: Curvas Carga-Deslocamento vigas experimentais e modelo utilizado (adaptado) Andor *et al.*, 2015).



Analisando o gráfico, na fase elástica dos resultados experimentais percebe-se que o modelo utilizado tem um comportamento similar, apesar da dispersão entre as curvas.

A partir da equação da linha elástica para uma viga com as características do experimento, tem-se a expressão para o deslocamento máximo no meio do vão, dada por:

$$w_{(\max)} = \frac{a(4a^2 - 3L^2)P}{24EI} \quad (83)$$

onde a é a distância do apoio até a carga, L é o comprimento do vão, P é a carga total aplicada no modelo dividida por 2, já que é aplicada em dois pontos, E é o módulo de elasticidade do material e I é o momento de inércia da seção.

Rearranjando esta equação de forma a isolar o módulo de elasticidade tem-se:

$$E = \frac{a(4a^2 - 3L^2)P}{24Iw_{(\max)}} \quad (84)$$

Entretanto com os valores na equação encontra-se para o módulo de elasticidade o valor de 857,0638 kN/cm².

8.6.2. Validação de modelos em elementos finitos utilizando comparação com resultados experimentais

Foram feitos modelos em elementos finitos baseados na geometria da viga experimental de Andor *et al.* (2015), utilizando elementos finitos de viga e de casca. Na sequência foram comparados os resultados de deslocamento máximo no meio do vão dos modelos em elementos finitos com o valor experimental.

8.6.2.1. Modelo com elementos de viga

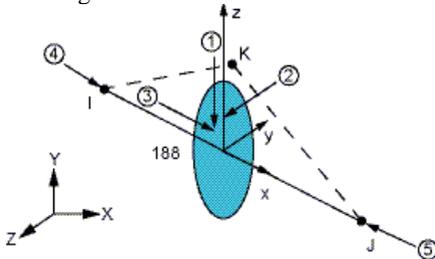
Foi montado um modelo em elementos finitos com elementos de viga no programa ANSYS seguindo a geometria e condições de contorno dos experimentos de Ardor *et al.* (2015), juntamente com o módulo de elasticidade calculado. O elemento utilizado é o BEAM188,

um elemento de viga 3D com dois nós e 6 graus de liberdade por nó, deslocamento e rotação em cada um dos 3 eixos. O elemento se baseia na teoria de vigas de Timoshenko. As cargas são aplicadas no centroide da seção transversal. As tensões provocadas na seção transversal são calculadas pela seguinte equação:

$$\sigma = \frac{M \cdot y_c}{I} \quad (85)$$

onde M é o momento fletor atuante na seção transversal, y_c a distância entre a extremidade e a centroide da seção transversal e I o momento de inércia da seção transversal. A Figura 36 ilustra o elemento.

Figura 36: Elemento BEAM188.



A Figura 37 mostra o modelo em elementos finitos, com a mesma geometria e carregamento do experimento de Ardor *et al.* (2015), sendo este dividido em 100 elementos de viga de tamanhos iguais.

Figura 37: Modelo em elementos finitos com elementos de viga.

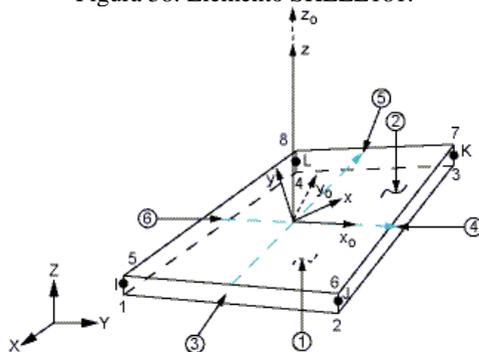


O valor máximo encontrado para o deslocamento no meio do vão foi de 4,15898 cm. Comparando este valor com o valor máximo experimental, de 4,1312 cm, observa-se que a diferença entre o modelo experimental e o do modelo em elementos finitos é de 1%. Baseado em resultados experimentais, o modelo em elementos finitos de viga pode representar o problema em questão na fase de elasticidade linear.

8.6.2.2. Modelo com elementos de casca

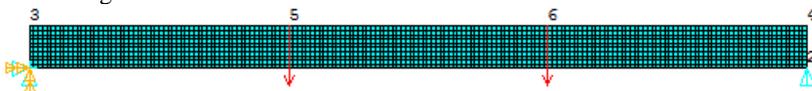
Assim como feito para o modelo em elementos de viga foi montado um modelo em elementos finitos com elementos de casca no programa ANSYS. O elemento utilizado é o SHELL181, um elemento de casca 3D com quatro nós e 6 graus de liberdade por nó, deslocamento e rotação em cada um dos 3 eixos. O elemento é apropriado para pequenos e grandes deslocamentos e rotações. As tensões no elemento são calculadas por meio dos pontos de Gauss localizados ao longo da superfície do mesmo. A malha de elementos finitos deste modelo conta com elementos de casca quadrados com dimensões de 1 cm. Na camada inferior da malha foram utilizados elementos retangulares de 1 cm x 0,5 cm. A espessura do elemento utilizada é a dimensão da base da viga. A Figura 38 apresenta o elemento SHELL181.

Figura 38: Elemento SHELL181.



A Figura 39 mostra o modelo em elementos finitos utilizando elementos de casca com a geometria e carregamento da viga experimental de Ardor *et al.* (2015).

Figura 39: Modelo em elementos finitos com elementos de casca.



O valor máximo encontrado para o deslocamento no meio do vão foi de 4,19976 cm. Comparando este valor com o valor máximo experimental, de 4,1312 cm, observa-se que a diferença entre o modelo experimental e o do modelo em elementos finitos é de 2%. Neste caso

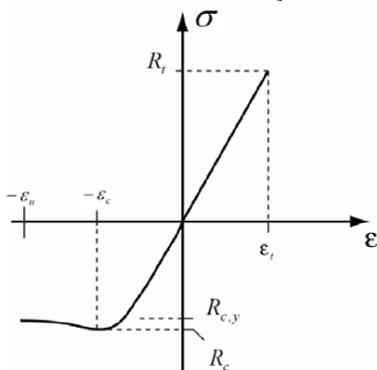
também foi possível concluir, com base nos resultados experimentais, que o modelo em elementos finitos de casca representa satisfatoriamente o modelo analítico teórico na fase de elasticidade linear. No entanto o valor obtido no modelo em elementos finitos é maior que o do modelo analítico teórico, pois a rigidez proporcionada pelo modelo em elementos finitos é inferior à do modelo analítico.

8.6.3. Análise Não Linear considerada

A análise não linear geométrica será realizada pela avaliação da trajetória de deslocamento calculada pelo método Newton-Raphson, presente no programa ANSYS.

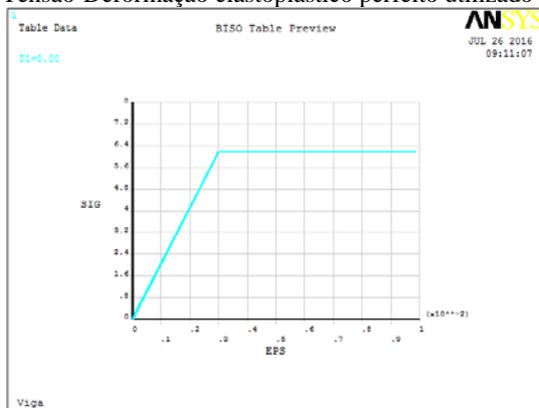
O modelo previsto no JCSS (2015) para a análise não linear física da madeira apresenta comportamento elástico para tensões de tração até atingir o limite de escoamento, rompendo de forma frágil e elastoplástico perfeito para tensões de compressão, escoando como um material visco elástico a partir do limite de escoamento.

Figura 40: Gráfico Tensão-Deformação JCSS.



Diferente do modelo apresentado no JCSS, foi utilizado um modelo elastoplástico perfeito, tanto para as tensões de tração e compressão. Isto implica em uma simplificação contra a segurança, pois quando o limite de escoamento é atingido por tensões de tração o material deforma indefinidamente, ao invés de apresentar a ruptura frágil à tração, comum à madeira. Na Figura 41 é apresentado o modelo utilizado no ANSYS.

Figura 41: Tensão-Deformação elástóplástico perfeito utilizado no ANSYS.



8.6.4. Confiabilidade estrutural utilizando método dos elementos finitos

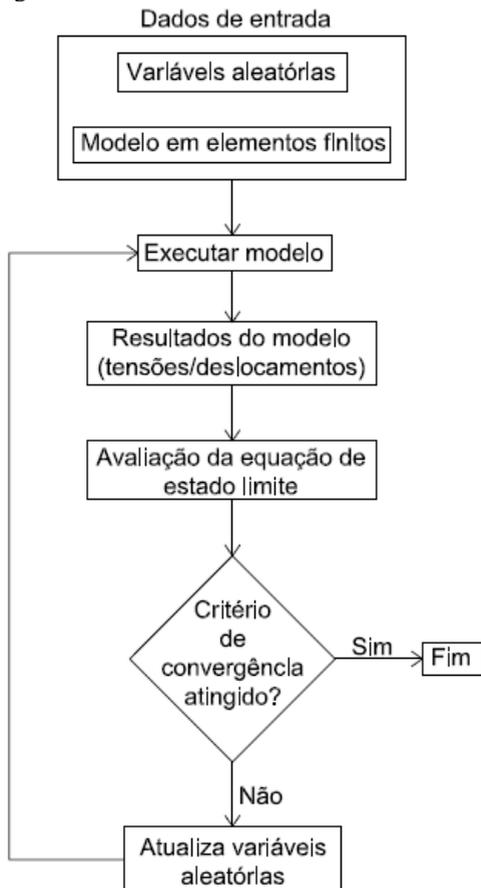
Para aliar a análise de confiabilidade estrutural ao método dos elementos finitos utiliza-se uma equação de estado limite modificada, substituindo na equação fundamental da confiabilidade (Equação 7), a parte referente a sollicitação pela resposta do modelo em elementos finitos. Desta maneira cada avaliação da equação de estado limite corresponde a uma solução do modelo de elementos finitos.

Não foi realizada a simulação de Monte Carlo aliada ao método dos elementos finitos, pois a cada simulação é necessário que o modelo em elementos finitos opere, o que eleva o custo computacional, tornando inviável o processo.

Na análise utilizando o método FORM, primeiramente são definidas as variáveis aleatórias do problema e, na sequência, os valores referentes a estas variáveis aleatórias são inseridos no modelo em elementos finitos. Em seguida é executado o modelo em elementos finitos. No pós-processamento do modelo são obtidos valores de tensões máximas ou deslocamentos máximos. Com estes valores máximos, avalia-se a equação de estado limite, de modo que a parte referente à resistência seja um valor constante ou uma variável aleatória, e a parte da sollicitação seja o valor obtido do modelo em elementos finitos, mas que foi obtido por um processo de avaliação de variáveis aleatórias. O ponto de projeto é calculado pelo algoritmo HRLF, calculando os gradientes por diferenças finitas. Após a avaliação, há atualização dos valores das variáveis aleatórias. Se houver a convergência do processo,

em que o critério é a obtenção de um valor na avaliação da equação de estado limite próximo de zero com a tolerância almejada, o algoritmo é interrompido. Então é calculado o índice de confiabilidade a partir do ponto de projeto obtido. Caso o algoritmo não atinja a convergência, retorna-se para o modelo em elementos finitos com os valores das variáveis aleatórias atualizadas e repete-se o processo até a convergência. Na Figura 42 é apresentado um fluxograma mostrando este processo.

Figura 42: Fluxograma método FORM utilizando modelo em elementos finitos



A utilização da confiabilidade estrutural aliada ao método dos elementos finitos é uma ferramenta de grande valia, que permite que

modelos complexos possam ser analisados pela confiabilidade estrutural.

As Figura 43 e a Figura 44 apresentam o modelo em elementos finitos de viga e de casca (apresentado com menos elementos que o realmente utilizado para melhor visualização), respectivamente, com carga distribuída e geometria como apresentado em Cheung (2011).

Figura 43: Modelo em elementos de viga com carga distribuída.

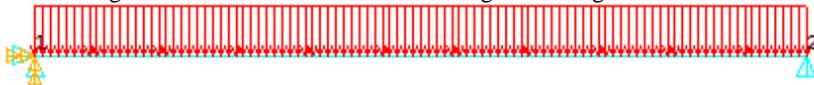
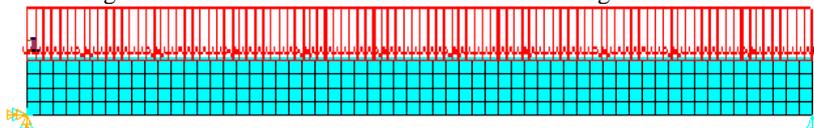


Figura 44: Modelo em elementos de casca com carga distribuída.

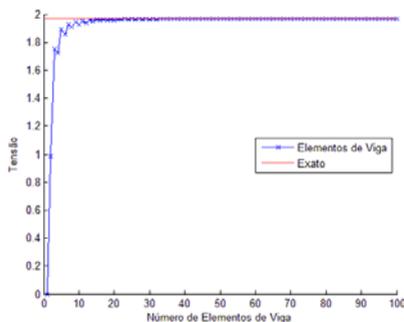


Na Figura 45 é apresentado o gráfico de convergência do modelo em elementos de viga, utilizando a tensão normal obtida do modelo em comparação com o valor exato obtido para a tensão da Equação 85, utilizando os valores médios das variáveis aleatórias.

Neste caso, procura-se validar o modelo em elementos finitos considerando a resposta elástica linear, para que o mesmo modelo seja estendido posteriormente para as análises não lineares.

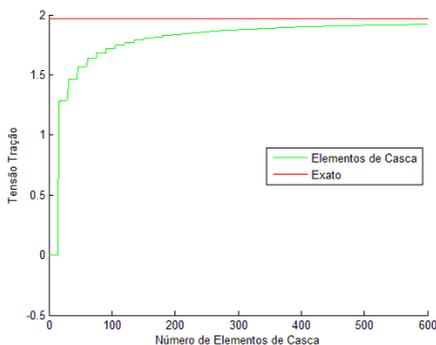
Utilizando 100 elementos de viga obteve-se um valor para a tensão de tração de 1,9684 kN/cm², o valor exato é de 1,96875 kN/cm². A diferença entre os valores é desprezível, sendo possível a utilização do modelo com 100 elementos.

Figura 45: Gráfico de convergência do modelo em elementos de viga.



Para o modelo em elementos de casca avaliou-se a convergência dividindo o membro em elementos quadrados de tamanhos iguais, utilizando como base o comprimento da viga dividido pelo número de elementos de casca utilizados, resultando em um tamanho para os elementos. O gráfico de convergência é apresentado na Figura 46. Observa-se que utilizando 600 elementos de casca no comprimento da viga, resultando em elementos quadrados com 1 cm de comprimento, o valor para a tensão de tração na seção transversal é de 1,9209 kN/cm², comparando com o valor exato de 1,96875 kN/cm², tem-se uma diferença na ordem de 2,5%, considerada adequada.

Figura 46: Gráfico de convergência do modelo em elementos de casca.



Com posse de informações como o deslocamento máximo e tensão máxima na viga, resultados do modelo em elementos finito, é possível a utilização de uma equação de estado limite modificada. Da mesma maneira como na modelagem para o estudo experimental foram desenvolvidos modelos para a viga em situação de incêndio, os resultados são apresentados a seguir.

8.6.5. Resultados

No contexto da não linearidade, foram analisadas vigas com a geometria de Cheung, com vão de 6 metros de comprimento, seção com base 30 cm e altura de 40 cm. Utilizou-se o modelo constitutivo calibrado com base nos resultados das vigas de Andor, que possuem vão de 1,80 m. A equação de estado limite utilizada é a equação g_2 , que se refere ao modo de falha devido às tensões normais na seção residual sob condições de incêndio. Para fins de comparação, um modelo em

elementos finitos com resposta linear também é considerado. Os resultados foram obtidos para tempos de exposição ao incêndio entre 0 a 200 minutos, com intervalos de 10 em 10 minutos.

Na Tabela 19 são apresentados valores de probabilidades de falha obtidos via FORM e via Simulação de Monte Carlo, para o caso da equação analítica g_2 e somente FORM para as equações numéricas de g_2 . Nesta tabela NLG se refere ao modelo que inclui a não linearidade geométrica, NLF a não linearidade física e NLG+NLF a combinação das duas não linearidades.

Tabela 19: Resultados com elementos de viga.

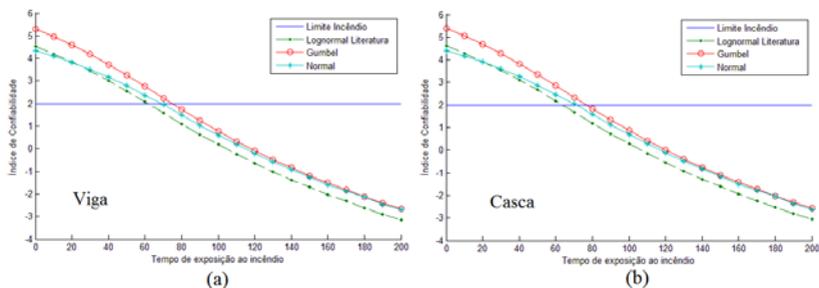
Tempo (min)	FORM Linear	MC Linear	Viga Linar	Viga NLG	Viga NLF	Viga NLG+NLF
0	2,83E-06	2,97E-06	2,82E-06	2,81E-06	2,82E-06	2,81E-06
10	1,33E-05	0,000021	1,33E-05	1,32E-05	1,33E-05	1,32E-05
20	6,26E-05	0,000057	6,24E-05	6,20E-05	6,24E-05	6,20E-05
30	0,000289	0,00032	0,000288	0,000286	0,000288	0,000286
40	0,001277	0,00145	0,001275	0,001265	0,001275	0,001265
50	0,005224	0,006287	0,005214	0,005175	0,005214	0,005175
60	0,018785	0,022533	0,018755	0,018617	0,018755	0,018617
70	0,056257	0,065834	0,056187	0,055797	0,056187	0,055797
80	0,135806	0,154645	0,13568	0,134838	0,13568	0,134838
90	0,264789	0,289504	0,264607	0,263246	0,264607	0,263246
100	0,428241	0,452383	0,428021	0,426293	0,428021	0,426293
110	0,595711	0,610762	0,595514	0,593221	0,595514	0,593215
120	0,739279	0,75947	0,739098	0,737078	0,739103	0,737065
130	0,845454	0,879941	0,845321	0,843747	1,00	1,00
140	0,914972	0,958525	0,914887	0,913786	1,00	1,00
150	0,956144	0,977974	0,956102	0,955415	1,00	1,00
160	0,978595	0,980296	0,978567	0,978174	1,00	1,00
170	0,990029	0,982857	0,990016	0,989805	1,00	1,00
180	0,995535	0,980296	0,995528	0,995421	1,00	1,00
190	0,998065	0,963351	0,998062	0,99801	1,00	1,00
200	0,999184	0,908103	0,999183	0,999158	1,00	1,00

Observa-se, na Tabela 19, que existe uma diferença pequena entre os métodos utilizados, indicando que, neste caso, tanto as formulações mais simples quanto as mais complexas conseguem representar o problema de forma satisfatória. Esta constatação pode ser dita esperada, uma vez que o problema em questão é bastante simples, não permitindo uma redistribuição significativa de esforços ou uma mobilização considerável de efeitos de ordem superior.

Por outro lado, para as análises não lineares verifica-se que o modelo se torna bem mais complexo, de maneira que a convergência numérica deixa de ser alcançada para vários casos envolvendo tempos relativamente grandes de exposição de incêndio. Para as realizações das variáveis aleatórias que levam à não convergência do processo de solução numérica, considera-se a favor da segurança que a falha ocorreu. Assim, verifica-se que, para uma análise mais detalhada do problema em questão, um estudo mais aprofundado deveria ser desenvolvido quanto à convergência.

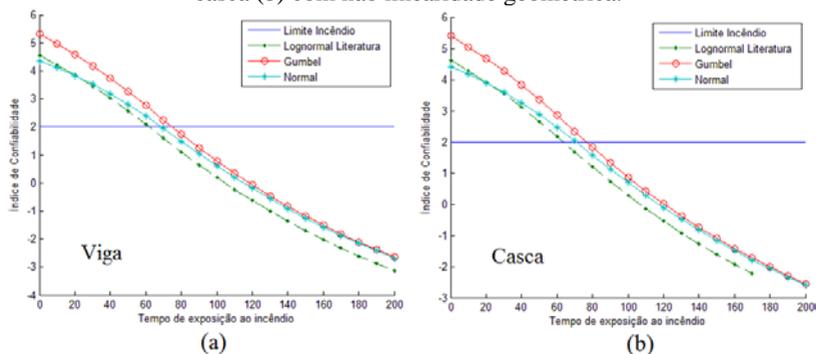
Na Figura 47 observa-se o mesmo comportamento entre os modelos em elementos finitos de viga (a) e de casca (b) para a utilização de diferentes distribuições para a equação g_2 numérica. Assim como é observado na Figura 26 (a), para a equação de estado limite analítica. Demonstrando que neste caso a utilização de diferentes distribuições afeta da mesma maneira a análise com equações de estado limite numéricas. Novamente nota-se que utilizando a distribuição Normal para representar a resistência a compressão paralela às fibras da madeira o comportamento da equação de estado limite g_2 inicialmente é similar ao da distribuição Lognormal da literatura e com o avançar do tempo de exposição ao incêndio, se aproxima da distribuição Gumbel.

Figura 47: Índice de Confiabilidade \times Tempo de Incêndio Viga com configuração $h = 40$ cm e $b = 30$ cm, Modelo em elementos finitos de viga (a) e casca (b).



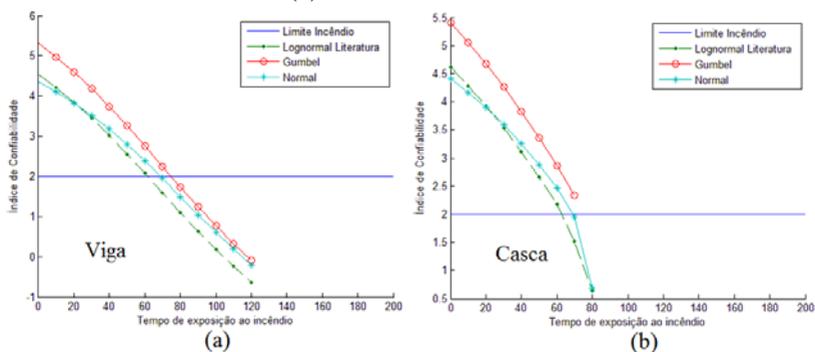
Na Figura 48 repete-se o comportamento observado na Figura 47. A utilização da análise não linear geométrica no modelo em elementos finitos não levou a diferenças significativas em comparação com a análise linear, pois se permaneceu no campo das pequenas deformações. Para outras situações geométricas e de carregamento, a análise não linear geométrica poderia ter um efeito mais significativo.

Figura 48: Índice de Confiabilidade \times Tempo de Incêndio Viga com configuração $h = 40$ cm e $b = 30$ cm, Modelo em elementos finitos de viga (a) e casca (b) com não linearidade geométrica.



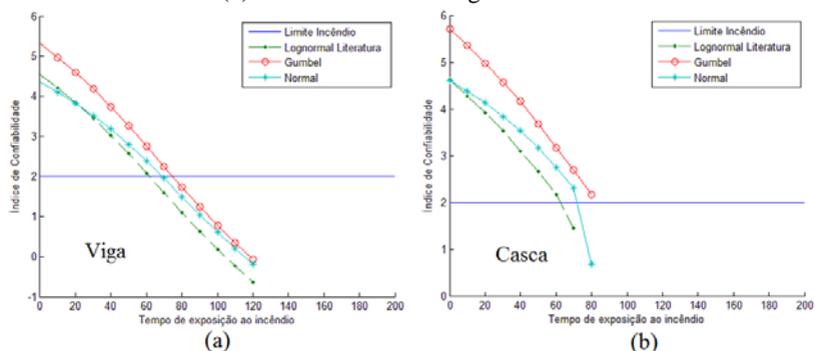
Com a análise não linear física no modelo, demonstrada na Figura 49, a convergência é possível até um determinado tempo de exposição ao incêndio. Isto ocorre, pois quando o modelo em elementos finitos é executado e entra na fase elastoplástica perfeita do material não é mais possível a convergência do modelo e consequentemente da análise de confiabilidade. Vale ressaltar que para tempos menores de exposição de incêndio foi possível a convergência dos resultados e que nesses tempos é que são realizadas as análises de incêndio.

Figura 49: Índice de Confiabilidade \times Tempo de Incêndio Viga com configuração $h = 40$ cm e $b = 30$ cm, Modelo em elementos finitos de viga (a) e casca (b) com não linearidade física.



Apesar dos problemas de convergência encontrados, na Figura 50 são ilustrados os resultados considerando os dois tipos de não linearidade empregados. Os casos que não convergiram foram eliminados do gráfico. Entretanto, nota-se uma tendência bastante semelhante àquela apresentada nos resultados ilustrados na Figura 47.

Figura 50: Índice de Confiabilidade \times Tempo de Incêndio Viga com configuração $h = 40$ cm e $b = 30$ cm, Modelo em elementos finitos de viga (a) e casca (b) com não linearidade geométrica e física.



Não foi utilizada a distribuição Weibull nesta análise, pois ela não estava disponível no código computacional utilizado na análise para as equações de estado limite numéricas.

9. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

As técnicas de ajustes de distribuições aplicadas aos dados das propriedades mecânicas dos materiais apresentaram em geral uma uniformidade na ordem e na indicação das distribuições que melhor ajustaram os dados. Mesmo não sendo técnicas assertivas quanto ao melhor ajuste empregado, ou quanto à precisão do ajuste em relação aos dados, as classificações qualitativa e quantitativa fornecidas entre os ajustes permitem que sejam avaliadas quais distribuições podem ter relevância na representação dos dados.

De maneira geral e, conforme esperado, a influência dos diferentes tipos de distribuição de probabilidade adotados ocorre de maneira mais impactante quando a probabilidade de falha é relativamente baixa. Neste caso as diferenças entre as caudas das distribuições podem conduzir a resultados bastante distintos. Entretanto, podem aparecer diferenças significativas também para níveis elevados de probabilidade de falha.

No exemplo envolvendo o pilar de concreto armado com carga centrada constata-se que os resultados obtidos pela utilização da distribuição Normal indicada pela Norma NBR 12655:2006 para descrever a resistência à compressão do concreto foram conservadores em comparação com os resultados obtidos a partir das distribuições ajustadas. Verificou-se uma maior diferença entre os índices de confiabilidade para as menores razões de carregamento L_n/D_n . Como o coeficiente de variação do carregamento variável L_n é bem maior do que o do carregamento permanente D_n , menores razões de carregamento levam a menores variabilidades do carregamento aplicado e menores probabilidades de falha. Os valores do índice de confiabilidade diminuem e tendem a convergir para um mesmo valor conforme aumenta a relação de carregamento, uma vez que o carregamento variável passa a ter maior impacto no problema e que sua variabilidade passa a ter influência preponderante sobre as probabilidades de falha calculadas, diminuindo a influência das demais distribuições envolvidas.

No exemplo da viga de madeira em situação de incêndio, submetida a um carregamento transversal uniformemente distribuído, para o modo de falha devido às tensões normais na seção residual, sob condições de incêndio com exposição nas 4 faces, existe uma dispersão maior dos valores de probabilidade de falha entre as distribuições utilizadas, nos tempos iniciais de exposição ao incêndio, independente

das configurações geométricas da sessão da viga. Isto ocorre novamente devido à influência das caudas das distribuições nos casos envolvendo baixas probabilidades de falha. Porém, à medida que o tempo de exposição ao incêndio vai aumentando, a taxa de carbonização passa a ter uma influência maior e os resultados tendem a se uniformizar. Nota-se, entretanto, que mesmo para grandes tempos de exposição do incêndio, ainda há diferenças significativas entre os resultados obtidos para distribuição lognormal (indicada na literatura) e as distribuições ajustadas. Acredita-se que esta diferença esteja relacionada às diferentes assimetrias das distribuições, bem como à simetria existente na distribuição normal.

O modo de falha por instabilidade lateral da viga apresenta o mesmo comportamento que a equação g_2 na utilização de diferentes distribuições. Existe uma diferença nas probabilidades de falha entre as distribuições nos tempos iniciais de exposição ao incêndio, ao longo do tempo esta diferença diminui.

Considerando os dois modos de falha da viga em série, a maior influência na utilização de diferentes distribuições ocorre para maiores valores de probabilidade de falha, quando o afastamento entre as equações de estado limite diminui e a interferência entre curvas se torna mais significativa, aumentando a diferença entre os limites superior e inferior.

Nos casos estudados para os modelo em elementos finitos de viga e de casca observou-se que a incorporação da não linearidade geométrica nos modelos não teve grande influência, pois a análise aconteceu com pequenos deslocamentos. Nota-se que, mesmo nos instantes finais, com incêndio severo, ou seja, com a seção transversal bastante penalizada, os efeitos da não linearidade geométrica não se manifestaram. Embora tenham sido encontrados problemas de convergência nos modelos numéricos com não linearidade física para situações com alta probabilidade de falha, nas demais situações se verificou diferenças entre os resultados obtidos para diferentes distribuições, da mesma maneira que no caso envolvendo a equação de estado limite analítica. Entretanto, ressalta-se a necessidade de efetuar estudos mais aprofundados, a partir de problemas nos quais os efeitos das não linearidades sejam mais impactantes, para que se possa levantar conclusões mais gerais a respeito da influência da escolha das distribuições de probabilidade nos casos envolvendo não linearidades.

Como sugestões para trabalhos futuros propõem-se:

1. Utilização dos testes de Anderson-Darling e Shapiro-Wilk para avaliação da qualidade dos ajustes de distribuições ajustadas.
2. Criação de equações de estado limite para um pilar de madeira, explorando os modos de falha por compressão axial e a instabilidade lateral, expandindo para uma situação de incêndio.
3. Avaliação da ortotropia da madeira utilizando-se da confiabilidade estrutural combinada a uma análise pelo método de elementos finitos. Em uma situação que justifique seu estudo.
4. A implementação da simulação de Monte Carlo aliada à equação de estado limite numérica, inviabilizada neste trabalho pelo custo computacional envolvido no processo.
5. Criação de modelo de incêndio para estruturas de madeira utilizando alteração das propriedades mecânicas conforme exposição ao incêndio padrão e natural, aliado à confiabilidade estrutural.
6. Estudo da influência de materiais de proteção térmica nos níveis de segurança em estruturas de madeira submetidas a situação de incêndio.

REFERÊNCIAS

- AKAIKE, H. *A New Look at Statistical Model Identification*. IEEE Transactions On Automatic Control, Tóquio, Japão, v. 19, n. 6, p.716-723, 1974.
- ARAÚJO, S. S. *Influência do tipo de medição na determinação do módulo estático de elasticidade do concreto*. 211 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Goiás, 2011.
- ANDOR, K., LENGYEL, A., POLGÁR, R., FEDOR, T., KARÁCSONYI, Z. *Experimental and statistical analysis of spruce timber beams reinforced with CFRP fabric*. Construction and Building Materials v. 99, p.200-207, 2015.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 7190: Projeto de estruturas de madeira*. Rio de Janeiro, 1997. 107 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 12.665: Concreto – Preparo, controle e recebimento*. Rio de Janeiro, 2006. 22 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 14432: Exigência de resistência ao fogo de elementos construtivos de edificações – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2001. 15 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento*. Rio de Janeiro, 2014. 256 p.
- BALLARIN A. W., NOGUEIRA M. *Caracterização elástica da madeira de Eucalyptus citriodora*. CERNE, v. 9, n. 1, p.66-80, 2003.
- BECK, A. T. *Curso de confiabilidade estrutural*. São Carlos, São Paulo: Universidade de São Paulo, 2014. 243 p.
- BENJAMIN, C. A. *Estudo da estrutura anatômica e das propriedades físicas e mecânicas da madeira*. 180 f. Tese (Doutorado) - Curso de Agronomia, Universidade Estadual Paulista, Botucatu, São Paulo, 2006.

BUCHANAN, A. B. *Structural Design for Fire Safety*. Nova Zelândia: University of Canterbury, 2002. 406 p.

CHEUNG, A. B., PINTO, E. M., CALIL, C. Jr. *Confiabilidade estrutural de vigas de madeira submetidas à flexão em condições normais e em situação de incêndio*. Madeira Arquitetura e Engenharia, 12 p. 2011.

DEGROOT, M. H., SCHERVISH, J. M. *Probability and Statistics*. 4. ed. Addison-Wesley, 2011. 893 p.

DEO, O., NEITHALATH, N. *Compressive behavior of pervious concretes and a quantification of the influence of random pore structure features*. Materials Science and Engineering: A, v. 528, n. 1, p.402-412, 2010.

DIAS, A. M. P. G., ANDRADE, A., SIMÕES, L. M. C. *Statistical analysis of timber-concrete connections – Mechanical properties*. Computer & Structures, v. 155, p.67-84, 2015.

DITLEVSEN O., MADSEN, H. O. *Structural Reliability Methods*. Department of Mechanical Engineering, Technical University of Denmark, Copenhagen, Dinamarca, 2007. 361 p.

EHLERS, R. S. *Inferência Estatística*. São Paulo, São Paulo: Universidade de São Paulo, 2009. 132 p. Disponível em: <<http://www.icmc.usp.br/~ehlers/inf/inf.pdf>>. Acesso em: 21 nov. 2015.

EMILIANO, P. C., VEIGA, E. P., VIVANCO, M. J. F., MENEZES, F. S. *Critérios de informação de Akaike versus Bayesiano: Análise comparativa*. 6 p. 2010.

EN 1995-1-1: EUROCODE 5. *Design of timber structures –Part 1-1*. União Europeia, 2004. 121 p.

FABER, M. H., KOHLER, J., SORENSEN, J. D. *Probabilistic modeling of graded timber material properties*. Structural Safety, v. 26, p.295-309, 2004.

FINK, G., KOHLER, J. *Probabilistic modeling of the tensile related material properties of timber boards and finger joint connections*. European Journal of Wood and Wood Products, v. 73, n. 3, p.335-346, 2015.

FORBES, C., EVANS, M., HASTINGS, N., PEACOCK, B. *Statistical Distributions*. 4. ed. Wiley, 2011. 212 p.

GOMES, W. J. de S. *Otimização de riscos sob processos aleatórios de corrosão e fadiga*. 188 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, São Paulo, 2013.

GU, Y., LI, S., LI, H., GUO, Z. *A novel Bayesian extreme value distribution model of vehicle loads incorporating de-correlated tail fitting: Theory and application to the Nanjing 3rd Yangtze River Bridge*. Engineering Structures, v. 59, p.386-392, 2014.

GUPTA, R., GEBREMEDHIN, K. G., GRIGORIU, M. D. *Characterizing the strength of wood truss joints*. American Society of Agricultural Engineers, v. 35, n. 4, p.1285-1290, 1992.

HASOFER, A. M., LIND, N. C. *Exact and Invariant Second Moment Code Format*. ASCE 100. p.111-121, 1974.

JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY. *JCSS: Probabilistica Model Code*. Copenhage, Dinamarca, 2015. 198 p.

KOHLER, J., SORENSEN, J. D., FABER, H. M. *Probabilistic modeling of timber structures*. Structural Safety, v. 29, p.255-267, 2007.

KOHLER, J., BRANDNER, R., THIEL, A. B., SCHICKHOFER, G. *Probabilistic characterization of the length effect for parallel to the grain tensile strength of Central European spruce*. Engineering Structures, v. 56, p.691-697, 2013.

KOLMOGOROV, A. *Sulla Determinazione Empirica di una Legge di Distribuzione*. Giornale dell Istituto Italiano degli Attuari. Roma, Itália, 1933.

LEHMANN, R. *Observation error model selection by information criteria vs. normality testing*. *Studia Geophysica et Geodaetica*, Dresden, Alemanha, v. 59, n. 4, p.489-504, 2015.

LO BRANO, V., ORIOLI, A., CIULLA, G., CULOTTA, S. *Quality of wind speed fitting distribution for urban area of Palermo, Italy*. *Renewable Energy*, v. 36, n. 3, p.1026-1039, 2011.

MAHSULI, M., HAUKAAS, T. *Computer program for multimodel reliability and optimization analysis*, *ASCE Journal of Computing in Civil Engineering*, v. 27, n. 1, p. 87-98, 2013

MASSEY, F. J. *The Kolmogorov-Smirnov Test for Goodness of Fit*. *Journal of the American Statistical Association*, v. 46, n. 253, 1951.

MELCHERS, R. E. *Structural Reliability Analysis and Prediction*. 2. ed. Wiley, 1999. 456 p.

MONTGOMERY, D. C., RUNGER, G. C. *Applied Statistics and Probability Engineers*. 6. ed. Wiley, 2014. 832 p.

OLIVEIRA, R. S. *Análise de pavimentos de edifícios de concreto armado com a consideração da não-linearidade física*. 123 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, São Paulo, 1997.

PAPOULIS, A. *Probability, random variables, and stochastic processes*. 3. Ed. Nova Iorque, Estados Unidos da América: McGraw-Hill, 1991. 666 p.

PEREIRA, A. *Projeto ótimo de pórticos planos com restrição à flambagem*. 99 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.

PORTEOUS, J., KERMANI, A. *Structural Timber Design to Eurocode 5*. 1. ed. Blackwell Publishing, 2007. 542 p.

PORTUGAL, M. S. *Notas introdutórias sobre o princípio de máxima verossimilhança: Estimação e Teste de Hipóteses*, Porto Alegre, Rio Grande do Sul: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1995. 12 p. Disponível em: <<http://www.ufrgs.br/decon/publionline/textosdidaticos/Textodid04.pdf>>. Acesso em: 21 nov. 2015.

PROENÇA, S. P. B. *Análise não-linear de estrutural* São Carlos, São Paulo: Universidade de São Paulo, 2013. 218 p.

RACKWITZ, R., FIESSLER B. *Structural Reliability Under Combined Load Sequences*. Computer & Structures, v. 9, p. 489-494. 1978.

RACKWITZ, R. *Predictive distribution of strength under control*. Matériaux et Constructions, v. 16, n. 4, p.259-267, 1983.

RODRIGUES, P. F. N. *Ferramentas Numéricas para a Análise Não-Linear Física e Geométrica de Estruturas Reticuladas na Exploração de Petróleo Offshore*. 268 f. Tese (Doutorado) - Programas de Pós-Graduação de Engenharia, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000.

SANTIAGO, W. C. *Estudo da (Não-) conformidade de concretos produzidos no Brasil e sua influência na confiabilidade estrutural*. 107 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, São Paulo, 2011.

SCHWARZ, G. *Estimating the dimensional of a model*. Annals of Statistics, v. 6, n. 2, p. 461-464, 1978.

SHEPPARD, M. *Fit all valid parametric probability distributions to data*, 2012. Disponível em: <<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/34943-fit-all-valid-parametric-probability-distributions-to-data/content/allfitdist.m>>. Acesso em: 21 nov. 2015.

SMIRNOV, H. *Table for Estimating the Goodness of Fit of Empirical Distributions*. Annals of Mathematical Statistics. v. 19, n. 2, p.279-281, 1948.

SORENSEN, J. D. *Structural Reliability Theory and risk analysis*. Alborg, Dinamarca, 2004. 231 p.

WANG, J., HU, J., MA, K. *Wind speed probability distribution estimation and wind energy assessment*. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 60, p.881-899, 2016.

ZHANG, Y., DER KIUREGHIAN A. *Finite element reliability methods for inelastic structures*. Report UCB/SEMM – 95/05, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, Estados Unidos da América, 1997.

**ANEXO A – Resultados dos ensaios experimentais de Araújo
(2011)**

Tabela 20: Resultados de Compressão Axial para idade de cura de 28 dias do concreto da classe C30 (Araújo, 2011), parte 1.

Corpo de Prova	Tensão de Ruptura (MPa)	Corpo de Prova	Tensão de Ruptura (MPa)	Corpo de Prova	Tensão de Ruptura (MPa)	Corpo de Prova	Tensão de Ruptura (MPa)
1	36,2	21	31,2	41	36	61	36,4
2	36,8	22	32,9	42	34,9	62	35,9
3	35,5	23	32,1	43	34,9	63	36,9
4	36,1	24	31,2	44	39,2	64	36,4
5	35,9	25	33,1	45	36,5	65	37,7
6	35,6	26	32,1	46	37	66	35,9
7	35,2	27	31,8	47	37	67	31,7
8	36,3	28	33,1	48	35,5	68	37
9	36	29	33,2	49	35,5	69	37,8
10	35	30	34,8	50	23,7	70	35,5
11	35,1	31	31,7	51	29,4	71	35,1
12	36,1	32	32,9	52	29,8	72	38,2
13	39,5	33	31,9	53	30,2	73	31,7
14	40,9	34	33	54	28,8	74	32,6
15	41	35	38,9	55	29,1	75	38,4
16	37,8	36	35	56	31,9	76	39,9
17	38,4	37	34	57	31,4	77	36,1
18	37,4	38	33	58	30,8	78	33,1
19	40,2	39	32,9	59	40,4	79	33,4
20	38,5	40	35,5	60	36,5	80	31,7

Tabela 21: Resultados de Compressão Axial para idade de cura de 28 dias do concreto da classe C30 (Araújo, 2011), parte 2.

Corpo de Prova	Tensão de Ruptura (MPa)	Corpo de Prova	Tensão de Ruptura (MPa)	Corpo de Prova	Tensão de Ruptura (MPa)	Corpo de Prova	Tensão de Ruptura (MPa)
81	30	101	35,5	121	45,1	141	32,3
82	32,5	102	33,9	122	41,1	142	31,4
83	31,8	103	36,1	123	42,3	143	29,6
84	32	104	35,9	124	42,4	144	30,2
85	32,4	105	35,2	125	42,1	145	30,8
86	29	106	34,3	126	42,3	146	32,9
87	32,3	107	26,2	127	42,3	147	32
88	30,7	108	35,6	128	41,2	148	31,6
89	32,1	109	30,9	129	41	149	31,1
90	31,1	110	31,5	130	42,3	150	31,6
91	38,6	111	39	131	30,7	151	37,8
92	38,7	112	38,4	132	35,7	152	40
93	37,8	113	38,3	133	30,9	153	39,8
94	36,1	114	40,4	134	28,8	154	39,9
95	38,7	115	40,4	135	36,9	155	38,3
96	25,9	116	37,6	136	28,3	156	39,1
97	38,5	117	39,3	137	35,6	157	39,7
98	36,9	118	38,6	138	34,6	158	37,2
99	38,4	119	39,8	139	38,3		
100	37,3	120	40,7	140	21,7		

Tabela 22: Resultados de Compressão Axial para idade de cura de 28 dias do concreto da classe C60 (Araújo, 2011), parte 1.

Corpo de Prova	Tensão de Ruptura (MPa)	Corpo de Prova	Tensão de Ruptura (MPa)	Corpo de Prova	Tensão de Ruptura (MPa)
1	72,8	21	74,9	41	62,1
2	63,7	22	71,5	42	65,5
3	74,5	23	72,9	43	65,7
4	68,7	24	70,2	44	60,8
5	67,9	25	68,8	45	63,9
6	61,4	26	70	46	64,2
7	72,6	27	78,1	47	63,2
8	61,6	28	70,8	48	59
9	67,7	29	67,2	49	61
10	66,1	30	73,4	50	52,5
11	73,8	31	60	51	78,8
12	67,6	32	59,6	52	80,2
13	64,3	33	59,1	53	79,5
14	73,2	34	57,3	54	76,4
15	70,2	35	58,3	55	78,3
16	73,5	36	65,3	56	81,8
17	67,5	37	59,5	57	74,9
18	75,4	38	63,9	58	74,1
19	71,1	39	59,8	59	77,1
20	65,1	40	59,4	60	75,1

Tabela 23: Resultados de Compressão Axial para idade de cura de 28 dias do concreto da classe C60 (Araújo, 2011), parte 2.

Corpo de Prova	Tensão de Ruptura (MPa)	Corpo de Prova	Tensão de Ruptura (MPa)
61	70,3	81	82,4
62	66,4	82	78,4
63	64,4	83	81,5
64	61,7	84	73,9
65	54,9	85	77,6
66	62,6	86	74,7
67	53,6	87	74,9
68	54,2	88	76,9
69	64,6	89	74,2
70	66,6	90	75,7
71	59,8	91	59,7
72	65,1	92	66,5
73	66	93	66,7
74	65,8	94	66,2
75	53,7	95	65,6
76	57,6	96	56,2
77	70,7	97	63,7
78	68,3	98	59,6
79	70	99	60,4
80	73,6	100	61,1

**ANEXO B – Resultados dos ensaios experimentais de Benjamin
(2006)**

Tabela 24: Resultados de resistência à compressão paralela às fibras da madeira para a espécie *Corymbia (Eucalyptus) citriodora* com 12% de umidade (Beijamin, 2006).

Corpo de Prova	Tensão de Ruptura (MPa)	Corpo de Prova	Tensão de Ruptura (MPa)
1	47,18	21	81,43
2	67,83	22	49,89
3	49,51	23	78,94
4	66,06	24	85,36
5	68,73	25	60,82
6	77,16	26	76,2
7	60,33	27	60,36
8	66,79	28	89,58
9	58,77	29	91,19
10	73,89	30	67,06
11	87,06	31	79,69
12	76,78	32	68,19
13	77,08	33	81,93
14	66,18	34	78,39
15	81,36	35	68,89
16	77,29		
17	83,65		
18	83,6		
19	72,57		
20	86,39		

Tabela 25: Resultados de resistência à compressão paralela às fibras da madeira para a espécie *Corymbia (Eucalyptus) citriodora* saturada (Beijamin, 2006).

Corpo de Prova	Tensão de Ruptura (MPa)	Corpo de Prova	Tensão de Ruptura (MPa)
1	32,13	21	53,71
2	45,68	22	49,32
3	26,46	23	26,27
4	30,82	24	48,24
5	33,55	25	61,74
6	54,82	26	38,32
7	36,55	27	53,11
8	52,28	28	40,72
9	31,88	29	41,07
10	43,68	30	57,53
11	61,4	31	48,55
12	45,73	32	61,2
13	60,59	33	45,04
14	46,78	34	56,96
15	52,19	35	49,56
16	57,19	36	50,54
17	64,43		
18	60,58		
19	64,28		
20	49,91		

ANEXO C – Resultados dos ensaios experimentais de Balarin e Nogueira (2003)

Tabela 26: Resultados do módulo de elasticidade longitudinal às fibras da madeira para a espécie *Corymbia (Eucalyptus) citriodora* com 13% de umidade (Balarin e Nogueira, 2003).

Corpo de Prova	Tensão de Ruptura (MPa)
1	14,076
2	11,622
3	18,030
4	20,339
5	15,478
6	20,719
7	18,803
8	16,034
9	15,063
10	19,433
11	13,584