correspondência: "Veremos, assim, se os alunos compreenderam ou não a correspondência precisa entre os dois jogos e dolce destacaram a abstração comum" . Portanto, a atividade também tem um papel de controle.

4. Representação da estrutura comum de maneira gráfica ou outra qualquer:

É introduzida uma representação que permite interpretar os diferentes jogos . Por exemplo: num diagrama sagital, a mesma flecha representa, em cada jogo, uma atividade; sendo as atividades assim associadas a essa flecha aquelas reconhecidas como correspondentes entre si na 3ª etapa. "Naturalmente, a criança não estará ainda em condições de se servir desta abstração (a da 3ª etapa) porque ela ainda não se fixou em seu espírito. Antes de tomar plena consciência de umd abstração, a criança tem necessidade de um processo de representação" [4].

5. Estudo das propriedades da abstração realizada:

"Após a introdução de uma representação ou mesmo de várias representações da mesma estrutura, será possível examinar esta representação. A finalidade deste exame é descobrir propriedades da abstração realizada. Numa representação, pode-se facilmente descobrir as propriedades principais do ser matemático que acabamos de criar" [4]. Aqui, o aluno é conduzido a inventar uma linguagem e a descrever elementos da representação com a ajuda da linguagem inventada.

6. Axiomatização e demonstração:

Em geral, nem todas as propriedades de uma estrutura podem ser explicitadas. Trata-se, pois, de determinar as propriedades iniciais (os axiomas) que vão permitir, com a ajuda de demonstrações, estabelecer todas as propriedades da estrutura. No final desta etapa, cada ponto de descrição (etapa 5) ou é um axioma ou é o resultado de uma demonstração(um teorema).

O processo de Dienes, que traduz a preocupação de conduzir o aluno a manipular diretamente as estruturas gerais (sem passar por casos particulares) tem sido objeto de inúmerais críticas. Por exemplo:

- A observação de objetos e de situações, utilizando conhecimentos anteriores, não pode garantir a descoberta da "estrutura comun" subjacente : a obtenção de bons resultados poderia provir apenas do fato de que o aluno interiorizou a expectativa do professor. Nos casos em que o aluno não "descobre", não resta ao professor outro recurso senão chamar a atenção para as analogias , "colocar lado a lado" (para utilizar uma expressão de Dienes). Além disso, o aluno pode haver percebido analogias entre duas situações e tê-las expressado sem que, por isso, se possa afirmar que ele descobriu que as estruturas subjacentes são idênticas.

- O domínio das situações escolares estudadas desta maneira não se transfere necessariamente para aquelas não escolares para as quais as analogias com as situações já encontradas não são percebidas.

-As situações propostas não colocam para o aluno problemas verdadeiros cujas soluções seriam, precisamente os conhecimentos que devem ser descobertos e que são , pois para o aluno, a oportunidade de dar uma significação para esses novos conhecimentos (o que é levado em consideração no ponto de vista que se segue). As etapas do procedimento de Dienes são ditadas pela "estratégia" do ~~(procedimento)~~ professor e não por uma evolução dos meios postos em execução para resolver um problema; assim, a linguagem é inventada, utilizada para explicar propriedades da situação e não para responder a uma necessidade na atividade do aluno. Autores dessas críticas acrescentam então que, se alguns alunos são suscetíveis de ter acesso a conhecimentos, segundo o processo de Dienes, é porque, na realidade, perceberam ou imaginaram um funcionamento desses conhecimentos em problemas pertinentes encontrados em outras situações.

II.2.2 <u>A construção do saber pelo aluno.</u>

. As situações são aqui escolhidas e organizadas não para que o aluno descubra analogias entre algumas dessas situações, mas para que ele possa, a partir de conhecimentos elementares, estabelecer novas noções. Estas situações podem ser retiradas do ambiente (por exemplo: emprego de contadores) , mas também podem ser construídas pelo professor (exemplo: problema de localização sobre uma semi-reta de outros pontos diferentes daqueles já representados por naturais). Elas são funções do objeto do estudo, dos modos de investimento e dos conhecimentos dos quais o aluno já dispõe. Assim, estão ligadas, não apenas ao interesse do modelo matemático do qual elas provêm, para o professor, mas também aos problemas que o aluno é suscetível de se colocar(ou tornar seus) a propósito delas. A observação dos conhecimentos mobilizados pelos alunos permite ao professor modificar ou escolher as situações para que as pesquisas evoluam na direção desejada.

Com a finalidade de levar os alunos a elaborarem, eles próprios, seus conhecimentos nestas situações, o professor favorece a expressão das soluções, o estabelecimento de uma linguagem adaptada, organizando as trocas entre os alunos e/ou os grupos de alunos. Ele intervém, então, para auxiliar os alunos a exprimirem seus pensamentos, para introduzir as convenções da linguagem matemática quando se percebe que elas são necessárias, mas evita os comentários e as apreciações suscetíveis de introduzir resultados. Assim, ele se apaga na qualidade de detentor do saber para estar mais presente como organizador e animador.

Na "Didática Psicológica" (5) , Aebli exprime elementos resultantes desta concepção e os justifica com a ajuda da teoria psicológica de Piaget: "interpretando-se,assim, as matérias do ensino, em termos de operações (ações interiorizadas no sentido de Piaget), o professor deverá perguntar-se como provocar a aquisição dessas matérias pelo aluno". Mostramos que não se pode tratar de um processo de impressão, como havia suposto a didática tradicional. Uma tese fundamental da psicologia de J. Piaget dá a base para a solução deste problema: todo ato intelectual é construído progressivamente a partir de reações anteriores e mais primitivas... A tarefa do professor consiste, então, em criar situações psicológicas tais que a criança possa construir as operações que deve

E o Bachelard?

adquirir. Deve recorrer aos esquemas anteriores de que a criança dispõe e, a partir deles, desenvolver a nova operação... J.Piaget nos ensina que um problema constitui um "esquema antecipador", isto é, o esboço esquemático de uma operação que deve ser descoberta, solidário a um sistema de conjunto de operações. No decorrer da pesquisa, ela então se estrutura e adquire suas articulações precisas. Se, desta forma, conseguirmos levar a criança a construir uma operação a partir de um problema claramente elaborado, poderemos supor que ela compreendeu, não só todos os elementos do novo ato intelectual, mas também sua estrutura de conjunto.

Aebli descreve condições didáticas relativas às situações e à articulação das situações a apresentar aos alunos; em seguida, relata uma experiência de ensino, comparando aulas "tradicionais" com aulas oriundas de uma "construção " pelos alunos.

. Apoiando-se em pesquisas e observações feitas no I.R.E.M., de Bordeaux, G. Brousseau e seus colaboradores tiveram ocasião de propor , em vários artigos, (6,7,8) elementos relativos a uma teoria das situações didáticas e à sua possibilidade de permitir uma construção dos conhecimentos, pelos alunos.

Trata-se, aqui, de escolher apropriados (com acento) adequadamente as situações para que o aluno possa, a propósito delas, mobilizar antecipar um sistema de representações (modelos, conhecimenos), ~~antecipar~~, de maneira que a agir suas ações sejam determinadas finalizadas. Essas ações podem, então, ser interpretadas como questões sobre a situação, pedidos de informações e o estado ~~estágio~~ da situação ao ~~no~~ final da intervenção é, de certa forma, uma resposta que confirma ou nega as hipóteses e conduz, eventualmente, a modificar as representações do aluno. Desta maneira, pode-se admitir que um conhecimento se realiza ~~organiza~~ opondo-se a outro sobre o qual ele se apóia e que ele substitui. "L'évolution se réalise alors selon un processus dialectique faisant intervenir d'une part les modèles de l'élève et la réalité, mais aussi l'élève et les autres, la connaissance et l'action,..

"Trata-se, não de comunicar as informações a ensinar , mas de encontrar uma situação na qual elas são as únicas (que satisfazem) verificadas ou optimais dentre aquelas às quais elas se opõem (a fim de) para obter um resultado para o qual o aluno se empenhou". Assim, num tal processo, as soluções descobertas pelo aluno são mais rápidas ou menos rápidas (por exemplo, algoritmo da divisão), mais fáceis ou menos fáceis de utilizar (por exemplo, a localização de pontos quaisquer sobre uma semi-reta já graduada por naturais), elas acarretam também mais erros ou menos erros... As dificuldades encontradas determinam, então, por ocasião dos estudos sucessivos, a evolução de certas concepções: estas serão mobilizadas, provadas, completadas e eventualmente rejeitadas para serem substituídas por outras melhor ~~mais bem~~ adaptadas, mais eficazes...

Neste procedimentos, as atividades do aluno podem ser distribuídas em 3 tipos que correspondem respectivamente, aos atos do aluno, ao que ele diz e a suas justificações. Esses 3 tipos estão ligados a 3 tipos de dialéticas suscetíveis de corresponder a situações didáticas diferentes.

a) <u>Atividades oriundas da validação (justificações)</u>.

São as atividades conduzidas pelo aluno para estabelecer a validade daquilo que enunciou: dirige-se, pois, a um interlocutor suscetível de lhe pedir provas, aceitar, recusar e refutar suas afirmações. Esse intercâmbio explora a linguagem já organizada e, eventualmente, conduz à elaboração de outra. Contribui para a explicitação das relações percebidas na situação, para a organização de provas, evitando o recurso à situação. Assim, no decorrer dessas atividades, o aluno mobiliza diferentes formas de convencer.

b) <u>Atividades oriundas da formulação</u>.

São, geralmente, atividades que são pré-requisitos para as anteriores, nas quais as linguagens têm ocasião de se elaborar a propósito de comunicações entre os alunos, sem que intervenham , necessariamente, problemas de validade. Por exemplo: os alunos devem comunicar informações para que seus correspondentes realizem uma construção ou forneçam objetos esperados.

Uma comunicação não satisfatória conduz a intercâmbios complementares de mensagens e à organização de uma linguagem adaptada. Dificuldades como a extensão das mensagens podem determinar escolhas judiciosas.

c) Atividades oriundas da ação.

São as atividades conduzidas pelo aluno sobre a situação, para obter um resultado adequado ao resultado esperado (por exemplo: construir um poliedro idêntico a um poliedro apresentado ou citado, ocupar ~~realizar uma pavimentação~~ do espaço com um tipo de pirâmide). A representação da situação que o aluno possui para orientar sua ação não é necessariamente esplicitada neste nível.

. Os trabalhos de Bachelard (9) a respeito da epistemologia das ciências despertam numerosas reflexões sobre a evolução das descobertas científicas, concordes com esta concepção da evolução dos conhecimentos no aluno. Evocando esses trabalhos, G.Brousseau (8) observa, assim, que o sentido de um conhecimento matemático se define, não só pela coleção das situações em que o aluno o encontrou como solução, mas também pelo conjunto das concepções e das escolhas anteriores que ele rejeita. Nesta ordem de idéias, apenas na medida em que certas concepções adquiriram alguma consistência, através de seu emprego, é que elas podem servir de pontos de apoio e contribuir para dar uma significação às aquisições posteriores. Aliás, uma concepção que adquire um desenvolvimento muito grande corre o risco de tornar sua rejeição cada vez mais difícil e de constituir um obstáculo para as aquisições posteriores.

Diferentes restrições foram formuladas contra o processo considerado.

-Se o aluno pode, efetivamente, construir seus conhecimentos dentro da classe e lhes dar um sentido, é necessário, para que êle possa efetivamente progredir, que algumas noções abordadas sejam objeto de uma aprendizagem complementar oriunda da memorização dos resultados dos métodos encontrados.

- Aliás, pode-se pensar que a organização de situações adaptadas a todos os alunos necessita de uma observação minuciosa dos modelos mobilizados, de um tempo de preparação relativamente importante e de um tempo de realização, em classe, superior ao usual. Aebli reconhece essa necessidade de dispor de mais tempo para conduzir esse tipo de ensino e acrescenta: "Poder-se-ia objetar que o ensino tradicional também obteria melhores resultados se dispusesse de mais tempo. Ao que nós responderíamos: o ensino tradicional não nos leva a sentir a necessidade de um tempo mais considerável para a formação das noções e operações no aluno. Sua maneira de proceder, parece realmente, permitir aos alunos que progridam num ritmo acelerado. Mas, na realidade, esta aparência se baseia no fato de que êle evita as verdadeiras dificuldades, apresentando ou classificando os problemas de modo a excluir as possibilidades de confusão entre as operações e permitindo ao aluno, encontrar a solução por um processo mecânico".

– Finalmente, as descobertas podem ser realizadas apenas por uma parte da classe (quase sempre a mesma), de sorte que os outros alunos podem contentar-se com a adoção dos resultados e de sua aplicação mecânica, sem que tenham realizado, efetivamente, uma construção. A essa objeção, Aebli responde, reafirmando a necessidade de fazer com que, à pesquisa de uma noção nova, se sucedam aulas no decorrer das quais a atividade intelectual introduzida não permita a nenhum aluno escapar, usando um processo mecânico.

II.3 DISCUSSÃO - CONCLUSÃO.

Se considerarmos o conjunto das atividades que conduzimos nas classes e que propomos neste trabalho, fica claro que elas não provêm, exclusivamente, de uma ou de outra das perspectivas anteirormente evocadas, mesmo que tenham afinidades mais estreitas com algumas e, em particular, com aquelas que têm por objetivo a construção do saber pelo aluno. Essas perspectivas permitiram trazer à luz pontos importantes do ensino, mas nenhuma delas parece permitir, no momento presente, levar em conta a totalidade dos elementos necessários para conduzir sessões de Matemática sobre o conjunto da escolaridade elementar, nem mesmo sobre o conjunto de um ano escolar. Ora, é nisso, precisamente, que consiste nosso projeto.

AS "PEDAGOGIAS DO CÁLCULO" NOS LEVAM A COLOCAR AS SEGUINTES QUESTÕES:

Qual o papel das manipulações ?

Mesmo quando não se faz Matemática (no sentido em que a entendemos), neste nível, as fases de familiarização de experiências iniciais são etapas necessárias , pré-requisitos para a construção das noções e continuam como recursos possíveis em caso de fracasso. Mas, admitindo-se essa necessidade, resta ainda um ponto delicado: qual deve ser a importância dessas fases? Uma duração muito curta torna-as completamente ineficazes e, portanto, inúteis; uma duração muito longa cria um hábito nos alunos, que mais tarde, irá se revelar como um obstáculo para a atividade matemática. Pode-se citar aqui, o exemplo de crianças que, no ciclo médio , ainda têm necessidade de traduzir uma escrita de números - como, por exemplo, 324 - por 3 placas, 2 barras e 4 cubinhos: neste nível, as crianças podem e devem raciocinar sobre as próprias escritas e sobre as regras que as regem.

Mais ainda: uma vez apresentado um problema, ou o aluno é capaz de resolvê-lo mobilizando instrumentos matemáticos que possui (o recurso à manipulação é, então, inútil) ou o aluno julga necessário trabalhar primeiro sobre a situação ou sobre um material, um desenho ou um esquema que a evoque. Percebe-se,assim, que a decisão de manipular deve ~~voltar a~~ ser de cada aluno em função da percepção que ele tem da situação; o papel do professor será apenas colocar à sua disposição o material eventualmente necessário.

É necessário partir do fácil?

Fragmentar uma dificuldade de modo que cada um dos segmentos obtidos se torne "fácil" para as crianças coloca questões, já evocadas anteriormente (cf. II.1.2). Se nós nos propomos, como perspectiva geral, levar as crianças a elaborarem seu saber matemático, devemos adotar outro ponto de vista: o grau de complexidade de uma situação que constitui o ponto de partida da aprendizagem deve evitar dois obstáculos:

- ela é muito simples; portanto, não motiva a criança para a construção da noção visada (por exemplo: introduzir a multiplicação a partir de situações que conduzem a escrever 2 x 3 não permite tornar necessária a utilização de um novo símbolo; entretanto, esse símbolo se torna indispensável se quisermos designar, de maneira econômica e pertinente, o número de casas de um quadriculado de 57 linhas e 23 colunas);

- a situação é muito complexa; as crianças fracassam , torna-se impossível, para elas, dominá-la.

Qual o lugar que se deve dar à atividade do aluno na construção do saber?

A participação ativa dos alunos na elaboração de seus conhecimentos é um dos pontos fundamentais de nossa concepção da aprendizagem. Entretanto, assim como não basta que haja manipulação de materiais multibases para que as regras de numeração sejam adquiridas, também a participação da criança não pode ser entendida como um fim em si. Ela deve ser orientada, finalizada pela tarefa a realizar, pela noção a construir.

AS PESQUISAS DA DIDÁTICA SUSCITAM AS SEGUINTES INTERROGAÇÕES :

Como organizar uma série de situações pedagógicas para permitir aos alunos que construam seus conhecimentos matemáticos? Quais devem ser as características dessas situações? Qual é, pois, o papel do professor? Quais são os comportamentos que desejamos favorecer nos alunos?

As pesquisas que devemos à equipe de G. Brousseau dizem respeito a todas essas questões sobre os elementos de resposta (que desenvolvemos em II.3.2). Entretanto, elas deixam de lado, como a teoria de Dienes, uma série de pontos que constituem parte integrante do ensino da Matemática na escola elementar e que nos parece importante levantar. Citaremos dois deles:

aprender a resolver problemas

Primeiro ponto: a aprendizagem na resolução de problemas.

É forçoso reconhecer que esse é um dos objetivos essenciais do ensino da Matemática. Ora, as teorias precedentes levam em conta, essencialmente, as aprendizagens de noções e deixam totalmente aberta a questão da disponibilidade dos instrumentos construídos , especialmente na resolução de problemas. Sabemos, por experiência, que não basta que uma noção seja "bem" construída para que seja utilizável num problema um pouco complexo: um enunciado muito longo, o número das questões, a necessidade de procurara informações que faltam ou, ao contrário de eléminar aquelas que não são pertinentes,... constituem fatores que, além das noções matemáticas subjacentes, definem a dificuldade de um problema para uma criança. Não voltaremos mais a falar aqui sobre o que faz a dificuldade de um problema (cf. capítulo correspondente). Vamos lembrar simplesmente que parece justo que, além dos conhecimentos postos em jogo, também se levam em conta elementos ligados ao funcionamento intelectual, tais como memória, carga de trabalho, etc.

Isso traz de volta a própria questão das primeiras aprendizagens. Em particular: para inteoduzir um novo conhecimento, deve-se proceder sempre de acordo com o mesmo método? Escolher, com referência a alguns pontos, uma abordagem diferente, não seria proceder de forma a favorecer certa flexibilidade no comportamento das crianças , flexibilidade essa necessária precisamente na abordagem de problemas variados? E, além do mais, estamos certos de que todas as crianças aprendem da mesma maneira? E mais ainda, temos certeza de que uma criança aprende sempre da mesma maneira?

Procurando avançar neste ponto, fomos, assim, levados a propor atividades sobre a mesolução de problemas que são difíceis de associar a esta ou àquela teoria.

Segundo ponto: lugar do "exercício".

Essas pesquisas deixam, igualmente de lado, tudo aquilo que constitui o exercício, o treinamento, tudo aquilo que permite consolidar, fixar na memória procedimentos ou resultados. Com efeito: é inconcebível que seja necessário reconstruir os instrumentos matemáticos toda vez que temos necessidade deles. O que deve acontecer é justamente o contrário, devemos poder dispor deles de maneira quase automática, pois isso condiciona, com mais frequência , as aprendizagens posteriores: por exemplo, abordar a divisão quando não possuímos o domínio perfeito da técnica da subtração, é uma tarefa tão difícil, tão longa, que isso se torna um obstáculo para a aprendizagem da divisão. A memorização de resultados, de automatismos é necessária para liberar o espírito e permitir-lhe que se consagre a outras tarefas. Esses automatismos e só podem desempenhar esse papel subalterno, mas indispensável, quando são suscetíveis de serem controlados (a fim de evitar os erros) e utilizados em suas diversas formas. Para tanto, é necessário que o aluno os tenha compreendido e reconhecido a necessidade da sua memorização. Uma memorização imposta sem compreensão exige, do aluno, um controle com o auxílio de procedimentos estranhos à estrutura matemática subjacente: ela não conduz a compreender um algoritmo (por exemplo, uma técnica operatória) como uma aplicação de propriedades matemáticas , mas como um objeto estranho, até mesmo mágico.

AS RELAÇÕES ENTRE O PROFESSOR ,OS ALUNOS E A SITUAÇÃO-PROBLEMA.

Para que as situações pedagógicas estejam de acordo com essa procura da compreensão , com esta construção pelo aluno que nós visamos, julgamos necessário que se apresentam condições favoráveis não independentes, com referência às relações entre os elementos fundamentais das situações pedagógicas: os alunos, o professor, a situação-problema.

A propósito das relações entre a situação-problema e os alunos.

As situações relativas à introdução das noções são escolhidas para modificar o estágio dos conhecimentos matemáticos do aluno. Elas devem, pois, ser para ele, uma oportunidade para mobilizar conhecimentos anteriores, de fazê-los evoluir de modo a construir os modelos desejados, a utilizar uma linguagem conhecida ou de elaborar uma; esta linguagem deve permitir - como vimos na primeira parte - descrever a situação, prever resultados, provar a exatidão destes , sem precisar conduzir manipulações efetivas na situação.

As situações apresentam modalidades ainda mais favoráveis,ao mesmo tempo ao empenho do aluno e à resolução:

- se conduzirem o aluno a encontrar, efetivamente, um problema ou a tornar seu aquilo que foi proposto pelo professor: procurar, por meio de uma atividade baseada em raciocínio (manipulação, cálculo,...),encontrar a explicação de um resultado obtido, estabelecer um procedimento...

- se permitirem envolver conhecimentos anteriores, escolares ou não, fazer antecipações, projetos.

Além disso, é importante que a situação esteja adaptada às possibilidades de investigação do aluno com referência a manipulações, representações ou ao cálculo. Assim, o aluno poderá estabelecer intercâmbios constantes com a situação que representa um problema para ele e experimentar todos os seus recursos, repetir sua ação, se julgar indispensável.

É preferível que as avaliações (êxitos, fracassos) não provenham do professor - cujas finalidades escapam ao aluno - mas que sejam fruto da própria situação.

Exemplo 1: se os alunos precisam efetuar multiplicações, o professor pode, passando perto de cada aluno, dizer-lhe se seu resultado está certo ou errado, mas também pode permitir uma verificação com uma máquina ou ainda colocar em conflito os alunos que obtiveram resultados diferentes e pedir, então, justificações.

Exemplo 2: Da mesma forma, se os alunos precisarem completar um molde de sólido, o professor pode avaliar os resultados individuais, mas também pode pedir uma verificação por meio da construção, ou justificações por meio da linguagem. Nestas condições, a aprendizagem de uma noção é abordada através de um problema e, como já vimos, esse problema e a solução constituem um significado da noção.

Igualmente, nessas condições, o prazer - que julgamos indispensável ao envolvimento da criança - não porém apenas do exercício de conhecimentos já encontrados (algoritmos, aplicações de noções,...). Deve-se, também, mais à conquista de resultados, à descoberta de provas, ao poder de convicção que a criança experimenta e refina e aos progressos que pode observar - do que ajuda das apreciações do professor.

Além do mais, um conhecimento, na medida em que é construído pelo aluno, lhe dá mais possibilidades de enfrentar erros e possíveis confusões // de anteriores.

A propósito da relações entre o professor e os alunos.

As relações estabelecidas entre professor e alunos devem permitir a estes terem uma imagem adequada das expectativas do mestre quanto à construção dos conhecimentos que lhes é exigida. As características das situações que descrevemos anteriormente contribuem para esse objetivo mas não são suficientes. Por exemplo: se o aluno percebeu que a intenção do professor é a aquisição das técnicas operatórias , ele poderá conduzir as pesquisas propostas mas se contentar com resultados obtidos por outros colegas, sem procurar apropriar-se das provas apresentadas.

Por meio de ~~Quando ocorrem~~ suas intervenções, o professor manifesta certas ~~algumas~~ intenções ~~de várias formas~~. seja de maneira explícita: ~~Por exemplo, de maneira explícita~~: "é preciso guardar esse resultado"; "você afirmou aqui, mas não provou"; "você se engana sempre nas operações, precisa treinar"...; seja mais simplesmente ~~ou , por exemplo, simplesmente,~~ segundo a forma pela qual formula as (ordens) instruções de trabalho ou as explicações; assim, a intenção do professor de ser ou não diretivo pode ser ~~entendida~~ percebida pela sua atitude ou pela entonação de sua voz. Essas intenções vão apresentar maior ou menor coerência. Por exemplo: um professor, em determinadas circunstâncias, dirá: " você pode se enganar, isso acontece " e, em outras, se irritará: "você cometeu outra vez o mesmo erro!"

Essas intenções vão conduzir o aluno a perceber uma imagem das expectativas do professor;essa imagem define convenções, conduz a um "contrato didático" (como descreve uma monografia da I.R.E.M., de Bordeaux (10)), determina hábitos quanto:

- às maneiras de intervir em classe: levantar a mão para responder, manifestar-se quando não compreender,...
- aos tipos de atividades a serem realizadas, ou que é possível realizar: utilizar ou não um material, deslocar-se ou não em classe, pedir, ou não, informações ao professor...

Esta imagem define também o que deve ser mobilizado para aprender ou para mostrar que se aprendeu: " você não presta atenção, depois diz que não entende"; "vocês devem escrever as operações quando redigirem a solução"; "prestem atenção ! Há muitos problemas como este".

Julgamos que tais atitudes - que são percebidas pelas crianças como expectativas - condicionam a aprendizagem, influem sobre a maneira pela qual elas constroem seus conhecimentos.

Na classe, é pois necessário, que as relações pedagógicas conduzam os alunos a perceber o que lhes compete:

1º) estabelecer, eles mesmos, sua convicção matemática e, ~~por~~ para isso, tomar iniciativas, utilizar os meios de que dispõem: manipulação, representação, linguagem ... e, não apenas os procedimentos que foram desenvolvidos (dégagés) anteriormente na classe; apoiar-se nos intercâmbios que mantêm entre si :argumentação, refutação, exigência de provas...

2º) procurar a utilidade do que se faz: existem situações em que a solução obtida pode ainda ser utilizada? Existem outros problemas como aquela de que estamos tratando?... e não apenas fornecer uma solução.

Tudo isso implica que as relações pedagógicas permitem, efetivamente, aos alunos:

- exigir que as explicações fornecidas sejam compreensíveis, e que os alunos possam recusá-las, refutá-las.

- propor explicações a fim de experimentá-las sem que intervenham nos julgamentos outras considerações a não ser aquelas oriundas da Matemática (autoridade, eloquência, simpatia,...). Isso exige que os alunos percebam que eles têm o direito absoluto de cometer erros, que estes são parte integrante da elaboração do saber matemático, o qual necessita passar por fases de ensaios e erros, por confrontações, por justificações,...

- distinguir as contribuições do professor (por exemplo: a propósito de convenções de escritas, de apresentações, de resultados no quadro, de formulações), das provas que eles mesmos devem estabelecer.

Uma explicação, tão completa e compreensível quanto às possíveis expectativas, da parte do professor, favorecerá nos alunos, uma imagem adequada dessas expectativas e a tomada de consciência de que, de acordo com o momento, as expectativas podem ser diferentes.

A propósito das relações entre o professor e as situações.

Partilhamos da idéia já expressa de que a memorização e a disponibilidade do um conhecimento, pelos alunos, dependem, em parte, do conjunto das situações encontradas em que esse conhecimento é uma solu ção melhor adaptada que soluções anteriores efetivamente experimentadas. Por exemplo: a homotetia é um conhecimento interessante para a ampliação de uma figura qualquer e não apenas para a dos polígonos.

Ela suplanta o conhecimento anterior relativo à ampliação dos polígonos, segundo o qual basta considerar a conservação dos ângulos e a razão entre os lados correspondentes, porque é mais geral. E este conhecimento relativo à conservação da razão dos lados suplanta, ele próprio, o conhecimento que certos alunos mobilizam, consistindo em ampliar círculos, quadrados, losangos, triângulos, cercando as figuras com uma faixa de largura constante.

Nesta ordem de idéias, um erro não pode ser considerado como uma ausência de conhecimento e sim como a consequência de um conhecimento anterior que se revelou eficaz num número suficiente de situações para ser retido. Essas observações corroboram as reflexões de Bachelard a propósito da epistemologia das ciências: "Na realidade, conhece-se em oposição a um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal elaborados, superando o que, no próprio espírito constitui obstáculo à espiritualização". E, mais adiante: "Não existem verdades primeiras; existem apenas erros primeiros".

O que precede mostra a necessidade para o professor:

1. de distinguir os objetivos intermediários dos objetivos a longo prazo e de consagrar a esses objetivos intermediários um número adaptado de situações. Por exemplo: a propósito da construção do algoritmo da divisão, um dos objetivos intermediários é proceder por subtrações sucessivas de produtos (cf. progressão): se o estudo é conduzido com muita rapidez, então os alunos não perceberão a economia da técnica definitiva; por outro lado, se esse processo for utilizado durante muito tempo, pode conduzir à aquisição de destrezas que mascaram as vantagens do procedimento definitivo.

2. de observar, nas atividades diversificadas, as incompreensões, os erros para, se possível, descobrir-lhes as origens, as ligações que eles mantêm e poder, então, propor atividades permitindo aos alunos de eliminá-los.

* * * * * * * * * * *

O que, em definitivo, nos parece importante numa classe é a concepção da aprendizagem da Matemática à qual o professor levou os alunos por meio do conjunto de suas intervenções; é, essa concepção que determina, em grande parte, as relações dos alunos com a Matemática. Assim, do nosso ponto de viste, mobilizar diferentes concepções para apresentar as noções não é um inconveniente na medida em que o professor está ciente das dificuldades que podem se apresentar: incompreensão ou erros. Em seu conjunto, as aulas descritas são concebidas para obter a construção dos conhecimentos, pelos alunos.

Essas aulas só têm sentido quando são acompanhadas de intervenções do professor permitindo aos alunos conceber a Matemática, não como um saber pré-digerido para ser assimilado passivamente, mecanicamente, sem colocar questões, com seus automatismos (técnicas, operadores,máquinas,...), seus processos (as árvores, as fórmulas,...) ou seus modos (as bases de numeração, os conjuntos,...). Mas sim como um lugar de pesquisa, de descoberta, de raciocínio, de previsão, em que as intervenções do professor preservam a originalidade, a diversidade, a eficácia das provas, o desejo, o prazer ~~de prazer~~ de procurar e de descobrir.

* * * * * * * * * *