CE 1

INRP - INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE PÉDAGOGIQUE

ERMEL - ÉQUIPE DE RECHERCHE MATHÉMATIQUE À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE

APRENDIZAGEM MATEMÁTICA NA ESCOLA ELEMENTAR - CICLO ELEMENTAR - TOMO 1

OBJETIVOS GERAIS

Hoje, na Escola Elementar, as crianças devem fazer Matemática e não mais cálculo; este é um fato que ninguém mais pensaria em contestar. Embora ainda haja discussões bastante acaloradas a respeito das modalidades e dos conteúdos deste nível de ensino, os adversários estão quase sempre de acordo sobre este ponto: que as crianças devem, evidentemente fazer Matemática.

Neste último quarto de século, toda uma série de razões conjugadas produziu uma espécie de consenso em torno da idéia de que a Matemática é necessária e deve ter o direito de entrar na Escola Elementar e até mesmo, às vezes, na Escola Maternal. Sem dúvida, haveria muito que aprender se tentássemos desembaraçar a meada de causas que contribuíram para que esse fato, social e culturalmente ambíguo, passasse a ser considerado como uma "evidência" dentro do nosso horizonte pedagógico. Mas ainda é, certamente, muito cedo. Em cada estudo se destaca, imediatamente, a apologia disfarçada da irresistível ascensão das ciências e da racionalidade ou, ao contrário, o discurso crítico que indaga sobre o mito da ciência na escola e a função escolar da Matemática. Em contrapartida, talvez seja possível colocar em evidência de maneira mais prosaica o que significa, hoje, "fazer Matemática na Escola Elementar". Entretanto, mesmo tendo chegado a este ponto, não nos devemos contentar com aquele outro tipo de evidência segundo a qual a Matemática teria por principal função formar, de maneira ativa, a inteligência da criança. Por esse motivo, de fato, nós nos contentamos, com demasiada freqüência, em acrescentar às atividades tradicionais (por exemplo, as 4 operações) alguns exercícios considerados "lógicos" ou pequenos problemas, não numéricos, encontrados nos trabalhos experimentais deste ou daquele psicólogo do desenvolvimento cognitivo.

Os objetivos que propomos no ciclo elementar

O caminho por nós seguido se inscreve, amplamante, na linha das novas práticas escolares da Matemática e os professores reconhecerão, freqüentemente, nas atividades que propomos os princípios que inspiraram a reforma de 70: utilização de situações que implicam manipulações, construção progressiva dos instrumentos operatórios ou das noções, emprego de representações como ferramentas matemáticas, trabalho sobre os vários tipos de escrita, diversificação dos exercícios, etc.

Os anos decorridos desde a instauração da reforma permitem avaliar de maneira menos polêmica e mais precisa "o que acontece" nas salas de aula. Nas pesquisas que empreendemos procuramos ver com mais clareza através das dificuldades que nossas escolhas levantam. Restringir-se a implantar tipos de escrita coerentes, privilegiar um tipo de apresentação da subtração em lugar de outro, utilizar as árvores de cálculo, utilizar o recurso da semi-reta numérica, etc..., todos esses fatores produzem efeitos previsíveis mas também efeitos imprevistos que não poderíamos deixar de lado.

No trabalho pedagógico que propomos aqui, a atenção que damos aos problemas pendentes nos levou, muitas vezes, a manter certa distância em relação às práticas que se tornaram correntes, a organizar outros tipos de encadeamentos e, principalmente, a refletir longamente sobre os tipos de tarefas que é possível propor às crianças, já que, segundo parece, é este um dos pontos de maior dificuldade.

Assim, quanto à Pré-Escola nosso objetivo era responder a duas questões: Como introduzir para as crianças a linguagem matemática a partir da linguagem natural e em ruptura com ela? Como introduzir as crianças no domínio do numérico?

Para o Ciclo Elementar, a determinação de nossos objetivos passa pela tomada de consciência de outras dificuldades encontradas mais especificamente neste nível (isso não significa que essas sejam as únicas que se podem encontrar neste nível e também que não digam respeito aos outros níveis).

Não se trata, absolutamente, de definir nem mesmo de esboçar uma nova teoria da aprendizagem. Ainda não atingimos o estágio de poder definir, com segurança, quais seriam os pontos de partida obrigatórios, as etapas necessárias e as formas de trabalho capazes de assegurar à grande maioria das crianças a aquisição de uma determinada noção ou a apresentação de um determinado comportamento (supondo-se que, algum dia, possamos chegar a esse ponto). Mas se este não é o nosso propósito, nossa prática dentro da sala de aula nos leva, entretanto, a propor alguns elementos de reflexão, despertados pelas próprias dificuldades que encontramos e que, em nossa opinião, podem representar outros tantos referenciais importantes.

1. Pluralidade dos tipos de abordagem

Dizer que não sabemos o que se passa na cabeça das crianças é uma banalidade. Os professores sabem muito bem que determinada criança "começa a compreender" em um momento inesperado, que outra não encontra as dificuldades que havíamos previsto, que muitas, enfim, tropeçam em obstáculos invisíveis e que nada é mais difícil do que determinar por que uma criança não compreende.

Em todo caso, é evidente que a maneira pela qual cada criança se apropria individualmente dos conhecimentos que lhe são propostos não se realiza de maneira logicamente encadeada, mas que ela constrói um caminho frequentemente bastante sinuoso onde "o ponto de vista matemático" enxerga uma estrada reta.

Se podemos caracterizar o Ciclo Elementar como uma época privilegiada para constituir o domínio do numérico, não é possível nem desejável pensar num tipo de ensino que se desenvolvesse de tal maneira que as diferentes noções já se apresentassem em ordem, sem repetições nem voltas. Se é verdade que não podemos propor às crianças certas aprendizagens antes de outras (por exemplo, parece difícil introduzir a divisão antes da subtração), também é verdade que parte do trabalho não é linearmente programável. Por essa razão, fomos levados a elaborar este livro colocando, lado a lado, capítulos de importância diferente que procuram traduzir esta pluralidade necessária de tipos de abordagem. Por exemplo, as atividades descritas nos capítulos Cálculo Mental, Problemas ou Medição vão permitir abordar de maneira diferente noções também abordadas em outros lugares e participar da elaboração dessas noções (inclusive antecipar-se a essa elaboração).

Assim, o ensino da Matemática no Ciclo Elementar não pode ser concebido segundo uma progressão única à qual corresponderia um único modelo de execução pedagógica. Pelo contrário, parece-nos essencial ter sempre em mente que as atividades têm pontos de partida variados, modalidades de realizações multiformes, capazes de responder, pelo menos em parte, às seguintes questões:

- Como levar em consideração o fato de que as aprendizagens matemáticas não se constroem a partir do nada, sobre o vazio de uma ignorância, mas sempre sobre uma rede de experiências prévias, sejam elas escolares ou extra escolares?

Levar em consideração esse fato é incluir, como parte integrante do trabalho, um tempo que permita aos alunos construir domínios de experiências tão ricas quanto possível; é, também, aceitar integrar a utilização extra-escolar dos instrumentos matemáticos em atividades que lhes restituam sua coerência e sua importância matemática.

. Como levar em conta o fato de que não existe Matemática quando não há domínio de uma linguagem particular que exige um tempo específico de trabalho? Não se pode esperar que a "noção" de subtração e as suas propriedades brotem da repetição pura e simples de problemas sobre bolinhas perdidas ou dinheiro gasto. Não é porque "existem" noções matemáticas contidas em múltiplas situações, que a simples convivência com as mesmas as revela como tais. Foi neste sentido que fomos levados (especialmente nos capítulos do Tomo 2) a escolher situações de ponto de partida concebidas de modo a tornar possível o acesso a noções matemáticas, isto é, a construção, etapa por etapa, de sinais, regras de escrita, propriedades, em suma, de uma linguagem e também simultaneamente, de instrumentos de representação.

. Enfim, como levar em consideração o fato de que fazer Matemática é, também, utilizar as ferramentas matemáticas construídas, para resolver toda uma gama de problemas? Se a capacidade de dominar os problemas de bolinhas perdidas não dava acesso imediato às propriedades da subtração, inversamente, conhecer as propriedades e as técnicas da subtração também não permite, ipso fato, identificar de maneira pertinente os casos que exigem o seu emprego. Descobrir o tipo de tratamento pertinente a um problema, identificar este ou aquele algoritmo de resolução não constituem práticas que decorrem necessariamente dos conhecimentos construídos aqui e ali, mas exigem aprendizagens específicas.

Fora da escola, as crianças têm oportunidades de aprender a "resolver" dificuldades tais como: ler o preço de um bife no visor de uma balança, aplicando regras aprendidas à força de repetição, sem nunca saber o que é uma função, conceito básico envolvido neste caso. Nossa preocupação foi não ignorar essas habilidades (com todo o aspecto de um tatear inteligente que possam conter) e dar-lhes possibilidade de adquirir uma posição, uma coerência, no interior de uma verdadeira atividade de fabricar modelos. Esta constrói, como atividade intelectual, aquilo que se pode tornar, em seguida, uma técnica tão bem dominada que se torna invisível como todos os "bons automatismos".

É em particular no capítulo "Problemas" deste Tomo I que se encon tram abordadas com maior precisão todas as dificuldades relativas a esta dimensão da atividade matemática que nos parece importante não minimizar.

Assim, dando relevo ao aspecto da pluralidade dos tipos de abordagem, podemos esperar que cada criança encontre mais facilmente, através das mudanças de ponto de vista, as repetições, os desvios e as voltas por meio das quais consegue abrir seu próprio caminho.

Podemos, agora, precisar alguns pontos relativos à apresentação dos domínios, ao emprego das representações e ao papel das situações matemáticas.

2. Construção de noções e convívio com os "domínios"

A aprendizagem vai se construindo sobre uma rede de experiências, de vivências sociais (não apenas escolares) que ultrapassam amplamente o "jogo" lógico-matemático. A maneira pela qual procuramos organizar a entrada no terreno do numérico pode, a este respeito, ser esclarecedora: se, na Pré-Escola, podemos apresentar como objetivo a construção da noção de número natural e as regras de sua representação escrita, encadeando-as no Ciclo Elementar com as operações em $\mathbb{N}$, permanece o fato de que não sabemos se a criança na Pré-Escola consegue chegar a essa síntese maravilhosa entre o cardinal como classe de equivalência e o ordinal concebido como ordem sobre essas classes; em resumo, se ela consegue dominar, simultaneamente, a idéia de inclusão sucessiva entre as classes e a de seriação. Sabemos, entretanto, que, ao longo de toda a Pré-Escola, multiplicamos as atividades de enumeração, tendo o cuidado, de um lado, para que as "imagens" suscitadas por essas atividades não estivessem em contradição com o que sabemos ser o "conceito" corrente de número e, de outro lado, para que os meios de que a criança dispõe sejam realmente utilizados: sua familiaridade com a contagem de rotina, a manipulação de instrumentos técnicos tais como os contadores, etc.

Construímos, assim, um campo de experiências onde se entrelaçam as múltiplas atividades de "quantificação" de objetos que permitem introduzir a criança no domínio do numérico. Antes mesmo de serem descobertas pelas crianças as leis que constituem esse domínio, não há dúvida de que ele já existe para elas.

<u>É através da rede de experiências</u>, que permitem a um domínio começar a existir para a criança, <u>que posteriormente decorrem a possibilidade e a utilidade de fornecer uma linguagem para que ela venha a verbalizá-lo</u>, primeiro em sua linguagem natural, com as precauções necessárias

(regras locais, referência permanente à situação), depois através de uma linguagem gráfica (instrumentos de representação) e, finalmente, através de uma linguagem mais formalizada. Em suma, a partir do domínio de "experiências", podemos esperar caminhar em direção à construção de noções.

Em relação às atividades de geometria, de elaboração de referenciais, etc.,apresentadas neste volume encontramos este mesmo cuidado de permitir à criança que construa uma rede importante de experiências. Descrever sólidos, construí-los, fazer a correspondência entre descrição e construção, ainda não é fazer geometria e sim familiarizar-se com um novo espaço que não é mais o espaço subjetivo dos deslocamentos ou das necessidades, mas o das formas no espaço. Aqui, existe todo um conjunto adequado à observação, à quantificação, à ordenação lógica. Resumindo: um domínio que se tornará, em seguida, matematizável e, mais tarde ainda, será um modelo eficaz de previsão. Entretanto, é preciso esperar até a 3ª ou 4ª série para que essa atividade de construção matemática do domínio geométrico comece a ser possível e é apenas mais tarde que poderemos esperar que "os conceitos" sejam rigorosamente atingidos.

3. A representação como instrumento e como imagem

Sabe-se que aprender a manejar os instrumentos de representação foi uma das inovações da reforma de 1970, mas pode-se, provavelmente, perceber, hoje melhor do que na época, quais funções tais aprendizagens podem ter.

Alguns constituem verdadeiros instrumentos operatórios e, se os apresentarmos às crianças em situações pedagógicas nas quais aparecem de imediato como ferramentas cômodas, o domínio sobre eles e a sua reaplicação torna-se facilitado: assim, a árvore ou a tabela cartesiana podem permitir seja encontrada a solução de um problema sob a forma de uma combinatória dinâmica e não como os esquemas descritivos de uma situação.

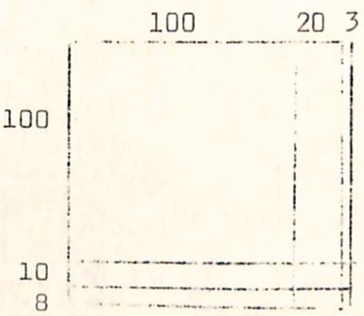
Por exemplo, no jogo do bloco lógico escondido, a construção da árvore permite racionalizar o processo de procura do bloco e nos garante que encontraremos suas características depois de um determinado número de passos.

Evidentemente, seria possível chegar ao mesmo resultado por meio do raciocínio, mas, pela extensão do processo, acarretaria riscos de erros bem maiores, a não ser que nos apoiássemos na linha do raciocínio justamente sobre a imagem anterior da árvore.

Eis aqui outra função extremamente importante das representações:

são elas apresentadas de modo a se tornarem outras tantas imagens mentais, bons pontos de apoio para o trabalho intelectual da criança? Certamente pontos de apoio mnemônicos contra as distrações ou os esquecimentos, mas também muito mais: imagens rapidamente evocáveis que, pela própria figura, dão a estrutura de uma relação, de uma ordem ou de uma organização conceitual. Por exemplo, é certo que a evocação da árvore corresponde à profusão de ramos em cada nível de descrição. Constitui, pois, uma garantia, de certa maneira "visual", que mostra ser necessário mobilizar a operação de multiplicação para conhecer o número total de casos possíveis.

Da mesma forma, quando se estabelece a técnica operatória da multiplicação, o quadrilátero sobre o qual se trabalha é progressivamente esquematizado de modo a ser apenas um ponto de apoio que garante o procedimento (cf. Tomo II). Com efeito, numa primeira etapa, propomos às crianças figuras retangulares quadriculadas, pedindo para que contem os quadrados: estes são, então, apenas objetos para contar. Em contrapartida, quando, logo após um processo de fracionamento empírico, as crianças usam a figura retangular para representar a decomposição segundo as potências da base do número de quadrados por linhas e por colunas, então o material se torna instrumento de representação:



Pouco importa, então, se existem ou não 14.514 quadrados no desenho: a figura se torna um ponto de apoio representativo; é ela que expressa os elementos que, do ponto de vista matemático, são úteis para a situação. Portanto, esta representação presente ou imaginada, desenhada realmente ou apenas evocada, continua garantindo a exatidão do trabalho que se faz apenas sobre os tipos de escrita, o que produz as igualdades:

$$123 \times 118 = [100 + (2 \times 10) + 3] \times (100 + 10 + 8) =$$
$$= 10.000 + 1.000 + 800 + 2.000 + 300 + 200 + 80 + 80 + \ldots$$

Se as representações desempenham um papel importante na resolução de problemas, pudemos observar que as crianças que sabem produzí-las são, geralmente, aquelas que também sabem resolver por outros meios o problema apresentado e que, portanto, poderiam dispensá-las; a menos que, como é sempre possível, a aprendizagem seja conduzida de tal forma que a representação apareça como um "truque", um automatismo que, sabemos, vai permitir resolver uma classe de problemas dados (neste sentido, elaborar uma representação equivale a desenvolver um algoritmo que mecanizamos perfeitamente). Não é, pois, fazendo as crianças elaborarem representações a priori que as ajudamos a resolverem problemas, e também não é pedindo que façam, a priori, um organograma que facilitamos seu trabalho de procura, uma vez que, precisamente, é necessário que já a tenhamos encontrado para saber qual representação ou qual organograma devemos elaborar.

Mas, podemos pensar que a representação desempenha um papel importante em outro nível: quando se trata de explicar como se fez para encontrar a solução, quando se trata de convencer da exatidão do raciocínio, então as crianças utilizam representações naturalmente.

Apoiar-se sobre este tipo de representação poderá, então, permitir, em troca, uma ajuda às crianças nas suas resoluções.

Longe de ser um simples esquema descritivo, a representação desempenha, portanto, papéis polimorfos segundo o seu lugar de inserção na prática de descoberta das crianças. Em nenhum momento procuramos apresentá-la como um exercício com finalidade em si mesmo, mas sempre como uma ferramenta polivalente, útil para transformar as situações e/ou imaginá-las, na ausência delas. É preciso ainda, para que o valor preditivo e modelizante da representação não se cristalize: não se limitar às práticas hegemônicas deste ou daquele tipo de esquema como pudemos observar, às vezes, com as representações conjuntistas. A lista das ferramentas de representação não se reduz, pois, a alguns diagramas matematicamente desenhados.

Ao mesmo tempo que as crianças constroem sua linguagem matemática, elaboram meios de representações múltiplas, muitos dos quais terão apenas um uso transitório: por exemplo, a árvore de cálculo.

Às vezes, pudemos nos preocupar com o fato de que a noção se cristaliza na representação e que, no final, as crianças reduzem o produto cartesiano à tabela de mesmo nome ou a relação às flechas do diagrama sagital. A partir da Pré-Escola, nosso esforço foi o de diversificar os meios de representação para evitar esse obstáculo. Julgamos que, nas séries iniciais do 1º grau, devemos prosseguir nesse sentido, fazendo da representação a oportunidade de um trabalho de elaboração mais do que o instrumento de um controle.

4. A situação como tarefa

Chegamos ao ponto de partida da "lição de Matemática" no Ciclo Elementar. Manipulação, representação da manipulação, ... a situação se apresenta aos alunos como um ponto de partida que lhes vai permitir entrar na linguagem matemática sem precisar assumir a austeridade da abstração e do formalismo.

Que sentido matemático e pedagógico tem esta "situação" quando nós a utilizamos como porta de entrada que dá acesso às diferentes noções do programa (cf. Tomo II)?

Ela é, em primeiro lugar, um instrumento de motivação para a criança, ou antes, para a atividade da criança. Por isso, se apresenta como "problema", levantando questões, desencadeando a dinâmica de uma série de transformações. Mas as transformações visíveis que as crianças realizam sobre a situação, manipulando o material, escrevendo, trocando mensagens, são, também, transformações do modo como a criança vê a situação.

O professor pede à criança para descrever aquilo que vê e faz, para relatar suas ações, justificar o processo adotado. As modalidades dessa descrição devem ser previstas pedagogicamente, com bastante cuidado, para que possam produzir, por sucessivos retoques, uma nova Matemática. Assim, o "jogo do banqueiro", que apresenta o trabalho proposto sobre a numeração na primeira série do 1º grau, não tem interesse do ponto de vista matemático pelas regras de troca sobre as quais se baseia, mas por causa da confrontação que provoca entre um resultado que se lê "uma ficha amarela, duas fichas azuis e uma ficha vermelha" de um lado e a notação do secretário que registrou a série de lances de dados (3 + 4 + 6 + 2 + 1). Todos sabem que 3 fichas amarelas valem uma azul, 3 azuis uma vermelha, etc... Por outro lado, todos sabem que o banqueiro dá ao jogador tantas fichas amarelas quantos são os pontos que ele obtém ao lançar os dados. Mas a situação de jogo se transforma numa tarefa intelectual quando é preciso explicar a passagem de um tipo de escrita para outro. Essas transformações sucessivas não constituem uma simples reiteração da cronologia das ações, mas a elaboração de uma linguagem capaz de explicitar a regra das transformações e, também, essas transformações.

Assim, qualquer situação deve servir de oportunidade para uma atividade de escrita, de produção de novos tipos de escrita e, além de tudo, de descoberta das restrições impostas a esses tipos de escritas.

Nesse sentido, a construção da linguagem é longa, lenta, parece não poder se reduzir a uma atividade individual. Ela implica o esforço de reflexão, de comparação, de comunicação de um pequeno grupo ou mesmo de toda a classe. A atividade matematizante, constituindo sua linguagem ao mesmo tempo que seus objetos e as estruturas que os reúnem, é uma atividade social, de intercâmbio de linguagem, da criança para o adulto e do adulto para a criança, mas também, e antes de tudo, da criança para a criança. Ao fim do trabalho sobre a "situação", no momento em que nos "instalamos" na língua (na faixa da língua que acabamos de elaborar), se colocará a questão da generalização possível fora da situação que a produziu. Esta trajetória transversal permite a elaboração de regras sintáticas mais gerais, libera o discurso da situação particular de sua origem e lhe assegura a possibilidade de tornar-se, por sua vez, um modelo para explicar outras situações.

CONCLUSÃO

Em cada uma das dificuldades que aqui abordamos procuramos trabalhar sobre os pontos que, intuitivamente, nos pareciam ser prioritários ou sobre os obstáculos mais sérios.

Ao cabo deste trabalho, na versão que hoje lhe damos, procuramos destacar a posteriori, aplicando a nós mesmos a famosa "abstração reflexiva", os princípios que haviam guiado, de uma forma confusa e, às vezes, contraditória, nosso "tatear heurístico". Este era o objetivo desta introdução que não deve ser entendida como uma estrutura programática, mas como o esforço de esclarecimento que acompanhou e sucedeu à pesquisa, mas que não a orientou "a priori".

Texto traduzido do livro:

Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire - cycle élémentaire - Tome 1

Tradução de Maria Apparecida Neves Blandy
Revisão técnica de Lydia Condé Lamparelli

Documento reproduzido para uso exclusivo na "Semana de Estudos sobre o ensino da Matemática no 1º Grau - 1ª a 4ª séries".

conjuntos estavam em bijeção, recebiam uma etiqueta que representava um cardinal e que esses conjuntos possuiam o mesmo cardinal. Em seguida, ao virar a página, via-se "Diz-se, portanto, que dois conjuntos têm o mesmo cardinal se tiverem o mesmo número de objetos". A criança então respondia: "É isso que vocês queriam dizer?". Porque as crianças, é claro, sabiam contar!".

Piaget:

-"Era necessário dizer isso imediatamente!"

F. Halbwachs:

-"Resta-me agradecer-lhe efusivamente em nome de todos nós e pela AFCED, por nos ter concedido esse encontro".

Tradução:
Lydia Condè Lamparelli

Revisão técnica:
Maria Bozzo
Carmen Sylvia Guedes
Ramon Américo Vasques