

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Marcel Tômas Grando

**ESTUDO DA UTILIZAÇÃO DE UM ELEMENTO  
COMPLACENTE VISANDO A MELHORIA DO CONTROLE DE  
FORÇA EM ROBÔS INDUSTRIAIS**

Florianópolis  
2016



Marcel Tômas Grando

**ESTUDO DA UTILIZAÇÃO DE UM ELEMENTO  
COMPLACENTE VISANDO A MELHORIA DO CONTROLE DE  
FORÇA EM ROBÔS INDUSTRIAIS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Henrique Simas, Dr. Eng.

Coorientador: Prof. Daniel Martins, Dr. Eng.

Florianópolis  
2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Grando, Marcel Tômas

Estudo da utilização de um elemento complacente visando a melhoria do controle de força em robôs industriais / Marcel Tômas Grando ; orientador, Henrique Simas ; coorientador, Daniel Martins. - Florianópolis, SC, 2016. 153 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui referências

1. Engenharia Mecânica. 2. Engenharia mecânica. 3. Robótica industrial. 4. Análise estática. 5. Compensação de deformações no planejamento de trajetória. I. Simas, Henrique. II. Martins, Daniel. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

Marcel Tômas Grando

**ESTUDO DA UTILIZAÇÃO DE UM ELEMENTO  
COMPLACENTE VISANDO A MELHORIA DO  
CONTROLE DE FORÇA EM ROBÔS INDUSTRIAIS**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Mecânica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Florianópolis, 11 de Março de 2016.

---

Prof. Armando Albertazzi Gonçalves Jr., Dr. Eng. -  
Coordenador do Curso

---

Prof. Henrique Simas, Dr. Eng. - Orientador

---

Prof. Daniel Martins, Dr. Eng. - Coorientador

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Daniel Martins, Dr. Eng – Presidente  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Eugênio de Bona Castelan Neto, Dr. Eng.  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Lucas Weihmann, Dr. Eng.  
Universidade Federal de Santa Catarina

Dedico este trabalho aos meus pais, Soneide e Altemir, ao meu irmão Nauê e a minha namorada Gabriela, por todo o amor, carinho, incentivo e suporte em todos os momentos da minha caminhada.

## AGRADECIMENTOS

A Deus por me proporcionar saúde e por me iluminar nos momentos mais difíceis de minha caminhada.

Aos meus pais, Altemir e Soneide, por todo o amor, carinho, suporte, incentivo e compreensão dados a mim ao longo da minha vida. Todos os conselhos, orações e confiança depositados em mim foram essenciais para que nas horas de maior dificuldade eu fosse capaz de continuar seguindo em frente cada vez mais.

Ao meu irmão Nauê, por sempre ter acreditado em mim e por inflar em mim o desejo de servir de inspiração para ele.

A minha namorada Gabriela por todo o carinho, companheirismo e apoio. Também a agradeço pela fundamental contribuição para o desenvolvimento de meu trabalho, uma vez que diante de uma das minhas maiores dificuldades, foste capaz de iluminar e me ajudar a superá-la.

Aos meus orientadores Henrique Simas e Daniel Martins e ao professor Rodrigo Vieira pelas suas contribuições, ensinamentos, palavras de apoio e compreensão. Todos os seus ensinamentos foram fundamentais para a construção deste trabalho e só por meio deles este trabalho se tornou possível.

Aos meus amigos Julio Cesar Frantz e Thais Muraro pela companhia, pelos ensinamentos compartilhados, pelas horas de estudo juntos, por todo o apoio prestado e por nunca terem deixado de acreditarem em mim e na minha capacidade.

A todos os meus amigos e familiares que contribuíram de maneira direta ou indireta para a realização deste trabalho. Faltaria espaço para que todos fossem propriamente agradecidos, mas o aqui fica o meu muito obrigado a todos vocês, saibam que todos foram de fundamental importância.

E por fim, agradecer ao CNPq e ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina pelo suporte prestado de modo a tornar viável a realização deste trabalho.

*“Não há problemas grandes, há apenas um monte de pequenos problemas.”*

Henry Ford.



## RESUMO

Forças e momentos adicionais são requeridas nas juntas dos robôs de forma a realizar deslocamentos requeridos por tarefas que exigem contato com o meio. Se estas forças e momentos no efetuador final não forem controlados de maneira adequada o efetuador final pode falhar no cumprimento de sua tarefa ou até mesmo se danificar. O uso de robôs em tarefas que exigem o contato com o meio é limitado devido aos sensores de força e momento geralmente realizarem a leitura de sinais ruidosos. Este trabalho visa propor uma solução para melhorar o controle de força em malha-fechada aplicada em robôs seriais industriais. O acoplamento de um elemento complacente entre o efetuador final e o sensor de força e momento tende a minimizar ruídos no controle de força. Entretanto em função do uso deste elemento complacente ocorre um erro entre a posição desejada e a posição real do efetuador final e este erro de posicionamento precisa ser compensado. Um ajuste de trajetórias online é desenvolvido de maneira a reposicionar o robô de acordo com as forças e momentos aplicados no efetuador final que são utilizados para compensar o erro de posicionamento oriundo do elemento complacente. A solução proposta foi desenvolvida em um robô 3R planar e 6R espacial utilizando seus modelos estáticos com a modelagem dinâmica da complacência. Como resultados as trajetórias das juntas dos robôs compensando as forças e momentos aplicados no efetuador final são demonstradas graficamente.

**Palavras-chave:** planejamento de trajetória, complacência, robôs seriais industriais.



## **ABSTRACT**

Additional forces and moments are necessary on robot joints to perform displacements for robotic tasks requiring contact with the environment. If these forces and moments on end-effector are not controlled properly, the end-effector may fail to accomplish the task satisfactorily or damage itself. The use of robots for the tasks requiring contact with the environment is limited due force/moment sensors generally producing noisy signals. This paper proposing a solution to improve the performance of closed-loop force control strategy applied on a serial industrial robot. A compliant element is used between the end-effector and the force/moment sensor to minimize the noise in force control. However due to compliant element there occur a buffer between the desired goal and the actual one and it is necessary to compensate this buffer. An online path planning is developed for repositioning the robot, according to the forces and moments applied on end-effector which is used to compensate the buffer due to the compliant element. The proposed solution is developed in both 3R planar and 6R spatial robots using its static models with the dynamical model of the compliance. As a result, the robot joints trajectories compensating the forces/moments applied on end-effector are shown graphically.

**Keywords:** path-planning, compliance, serial industrial robots.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Componentes gerais de um robô manipulador. (Adaptado de Golin (2002)) .....	22
Figura 2.2 – Exemplo de um grafo.(Adaptado de Gross, L. J.,Yellen, J., Zhang, P, (2004)). .....	34
Figura 2.3 – Exemplo de um subgrafo.(Adaptado de Gross, L. J.,Yellen, J., Zhang, P, (2004)). .....	35
Figura 2.4 – Estrutura cinemática e grafo equivalente de um mecanismo de 4 barras.(Fonte: Do autor).....	36
Figura 2.5 – Exemplo de uma junta rotativa. ....	37
Figura 2.6 – Representação de uma junta rotativa através de grafo na cinemática e estática. ....	38
Figura 2.7 – Exemplo de uma junta prismática.....	38
Figura 3.1 – Exemplo da atuação de uma força $F$ atuando sobre o elemento elástico em um plano 2D. ....	43
Figura 3.2 – Deformações de compressão e de tração. ....	44
Figura 3.3 – Deformações em relação ao eixo $y$ . ....	45
Figura 3.4 – Deformação apresentada pela ação de $M_x$ . ....	46
Figura 3.5 – Deformação apresentada pela ação de $F_x$ . ....	47
Figura 3.6 – Deformação apresentada pela ação de $F_y$ e $M_z$ . ....	48
Figura 3.7 – Deformação apresentada pela ação de $F_y$ e $M_z$ . ....	49
Figura 3.8 – Deslocamento de um elo pela ação de forças. (Adaptado de Deblaise <i>et al</i> (2004)). ....	51
Figura 3.9 –Leitura de forças com ruído. Adaptado de Cruz (2010). ....	54
Figura 3.10 – Elemento complacente sob a ação de forças.....	55
Figura 3.11 – Modelo dinâmico do elemento elástico. ....	56
Figura 3.12 – Diagrama de Bode da função de transferência do deslocamento na direção do eixo $x$ .....	61
Figura 3.13 – Diagrama de Bode da função de transferência do deslocamento na direção do eixo $y$ .....	62
Figura 4.1 – Representação de um robô 3R planar. ....	65
Figura 4.2 – Representação do fechamento da cadeia. ....	66
Figura 4.3 – Inserção da cadeia de simulação do elemento elástico. ....	67
Figura 4.4 – Rede de acoplamentos do mecanismo 3R planar com elemento complacente. ....	68
Figura 4.5 – Grafo de acoplamentos do mecanismo 3R planar com elemento complacente. ....	69
Figura 4.6 – Restrições internas e externas do mecanismo 3R planar com elemento complacente. ....	72
Figura 4.7 – Grafo das ações do mecanismo 3R planar com elemento complacente.....	73
Figura 4.8 – Cortes realizados no grafo das ações do mecanismo 3R planar com elemento complacente. ....	74

Figura 4.9 – Representação do robô ABB IRB 1600. Fonte ABB-Robotics (2015). .....	83
Figura 4.10 – Representação do robô ABB IRB 1600 com sensor e elemento elástico.....	84
Figura 4.11 – Grafo de acoplamentos do robô 6R com complacência.....	85
Figura 4.12 – Restrições de forças do robô 6R com complacência. ....	87
Figura 4.13 – Restrições de momento e torque do robô 6R com complacência.....	88
Figura 4.14 – Grafo das ações unitárias do mecanismo 6R com complacência.....	90
Figura 4.15 – Cortes realizados no grafo das ações do mecanismo. ....	91
Figura 5.1 – Ambiente de simulação. ....	96
Figura 5.2 – Fluxo de ações da simulação realizada.....	97
Figura 5.3 – Seguimento de trajetória simulado sem a ação de forças externas.....	98
Figura 5.4 – Estratégia de reposicionamento adotada.....	99
Figura 5.5 – Seguimento de trajetória simulado com a ação de forças externas. ....	101
Figura 5.6 – Diferença angular da junta A do manipulador espacial. ....	102
Figura 5.7 – Diferença angular da junta B do manipulador espacial. ....	103
Figura 5.8 – Diferença angular da junta C do manipulador espacial. ....	104
Figura 5.9 – Diferença angular da junta D do manipulador espacial. ....	105
Figura 5.10 – Diferença angular da junta E do manipulador espacial. ....	106
Figura 5.11 – Diferença angular da junta F do manipulador espacial.....	107

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

3R	Manipulador planar com três juntas rotativas
6R	Manipulador espacial com seis juntas rotativas
3RPR	Manipulador planar com 3 juntas rotativas e uma cadeia prismática rotativa





## LISTA DE SÍMBOLOS

Alfabeto latino:

$A$		Área da seção transversal
$A_N$		Matriz das ações
$\hat{A}_N$		Matriz das ações unitárias em rede
$A_{NESC}$		Matriz das ações unitárias em rede escalonada
$C$		Restrição
$C_N$		Grau de restrição líquido do sistema
$c$	[m]	Raio externo do eixo
$E$		Aresta
$E$	[Pa]	Módulo de elasticidade longitudinal
$F$	[N]	Força resultante
$G$		Grafo
$G$	[Pa]	Módulo de elasticidade transversal
$I$	[kgm <sup>2</sup> ]	Momento de inércia
$I_{a \times a}$		Matriz identidade na ordem $a$
$J$		Jacobiano
$J$	[kgm <sup>2</sup> ]	Momento de inércia polar
$K_c$		Matriz de rigidez
$k_c$		Matriz de complacência
$M_D$		Matriz de movimentos
$\hat{M}_D$		Matriz de movimentos unitários
$M_o$	[Nm]	Momento resultante
$P$	[N]	Resultante das forças internas
$Q_A$		Matriz de cortes-f expandida
$Q_C$		Matriz de cortes-f
$S$		Eixo de atuação do helicóide
$T$	[Nm]	Torque atuante na seção transversal
$f_x$	[N]	Força na direção $x$ do sistema de coordenadas
$f_y$	[N]	Força na direção $y$ do sistema de coordenadas
$f_z$	[N]	Força na direção $z$ do sistema de coordenadas
$h$		Passo do helicóide
$k$	[N/m]	Constante de rigidez do material
$k$		Corte
$m_x$	[Nm]	Momento na direção $x$ do sistema de coordenadas
$m_y$	[Nm]	Momento na direção $y$ do sistema de coordenadas
$m_z$	[Nm]	Momento na direção $z$ do sistema de coordenadas
$n$		Número de graus de liberdade

$v$	[m/s]	Velocidade linear
$v_A$	[m]	Deslocamento linear
$\$$		Helicoide
$\hat{\$}$		Helicoide normalizado
$\$^A$		Heliforça
$\hat{\$}^A$		Heliforça normalizada
$\$^M$		Heligiro
$\hat{\$}^M$		Heligiro normalizado

Alfabeto grego:

$\gamma$	[m]	Deformação de cisalhamento
$\delta$	[m]	Variação do comprimento de referência
$\epsilon$	[m]	Deformação
$\theta$	[rad]	Deformação angular
$\lambda$		Espaço de trabalho
$\xi$		Coefficiente de amortecimento do sistema
$\rho$	[m]	Raio de curvatura
$\sigma$	[Pa]	Tensão nominal
$\tau_a$	[Nm]	Torque na junta A
$\vec{\Phi}$	[rad/s]	Vetor das magnitudes dos movimentos
$\varphi$	[rad/s]	Magnitude do heligiro
$\phi$	[°]	Ângulo de torção
$\vec{\Psi}$	[N]	Vetor das magnitudes das ações
$\psi$	[N]	Magnitude das heliforças
$\omega$	[rad/s]	Velocidade angular
$\omega_n$	[rad/s]	Frequência natural do sistema

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>21</b>
<b>1.1</b>	<b>Apresentação do problema .....</b>	<b>21</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos.....</b>	<b>23</b>
1.2.1	Objetivo Geral. ....	24
1.2.2	Objetivos Específicos. ....	24
<b>1.3</b>	<b>Metodologia.....</b>	<b>24</b>
<b>1.4</b>	<b>Estrutura do trabalho .....</b>	<b>25</b>
<b>2</b>	<b>ANÁLISE ESTÁTICA DE ROBÔS .....</b>	<b>27</b>
<b>2.2</b>	<b>Teoria de Helicoides .....</b>	<b>28</b>
2.2.1	Helicóides na cinemática .....	31
2.2.2	Helicóides na estática .....	31
<b>2.3</b>	<b>Teoria de Grafos.....</b>	<b>32</b>
2.3.1	Terminologia básica da Teoria de Grafos.....	33
2.3.2	Teoria de Grafos aplicada a mecanismos .....	35
<b>2.4</b>	<b>Método de Davies.....</b>	<b>39</b>
2.4.1	Análise estática de mecanismos através do Método de Davies ..	40
<b>3</b>	<b>IMPACTO DA INSERÇÃO DE UM ELEMENTO ELÁSTICO EM UM MANIPULADOR SERIAL 3R PLANAR E 6R ESPACIAL.....</b>	<b>43</b>
<b>3.1</b>	<b>Deformação no caso planar .....</b>	<b>43</b>
<b>3.2</b>	<b>Deformação no caso espacial .....</b>	<b>46</b>
<b>3.3</b>	<b>Matriz de complacência .....</b>	<b>50</b>
<b>3.4</b>	<b>Estudo do impacto da atenuação na inserção de um elemento complacente .....</b>	<b>53</b>
<b>4</b>	<b>ESTÁTICA DE MANIPULADORES SERIAIS.....</b>	<b>65</b>
<b>4.1</b>	<b>Caso planar com elemento elástico .....</b>	<b>65</b>
<b>4.2</b>	<b>Caso espacial .....</b>	<b>83</b>
<b>5</b>	<b>APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS.....</b>	<b>95</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>109</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>111</b>
	<b>APÊNDICE A – CÁLCULOS DE TORÇÃO, DEFORMAÇÃO AXIAL E DEFLEXÃO ATRAVÉS DA MECÂNICA DOS SÓLIDOS.....</b>	<b>115</b>
	<b>ANEXO A –INFORMAÇÕES TÉCNICAS DO MANIPULADOR ABB IRB 1600 .....</b>	<b>131</b>
	<b>ANEXO B – MANUAL DE INSTALAÇÃO DO SENSOR DE FORÇA/TORQUE JR3 .....</b>	<b>135</b>
	<b>ANEXO C – INFORMAÇÕES TÉCNICAS DO ELASTÔMERO UTILIZADO.....</b>	<b>149</b>



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Apresentação do problema

A robótica surgiu devido à necessidade da manipulação de materiais perigosos sem que o operador fosse exposto a riscos. Foram criados então, manipuladores mecânicos mestre-escravo e mais tarde aprimorados com a inclusão de motores elétricos. (WHITNEY, 1987).

A partir de então, ao serem aprimorados, os manipuladores começaram a ser utilizados nas mais diversas áreas, apesar de seu foco ter sido mantido em atividades as quais contém tarefas repetitivas, previamente informadas ao manipulador e sem contato com o meio. A definição do Robot Institute of America (RIA) para um robô é descrita como “um manipulador multifuncional e reprogramável projetado para a manutenção de materiais, peças, ferramentas e outros dispositivos através do movimento de variáveis e programados para execução de tarefas”. (SCIAVICCO; SICILIANO, 1996).

Segundo Acevedo (2012), a maioria dos manipuladores são inspirados na funcionalidade do braço humano, tendo como objetivo proporcionar soluções na área industrial, área na qual se busca o aumento de produtividade, a redução de custos de produção e a qualidade dos produtos. Dentro da área industrial estes robôs podem ser utilizados para realizar tarefas de cooperação, manipulação, execução de tarefas como usinagem, embalagem, soldagem, montagem, etc. (SCIAVICCO; SICILIANO; 1996).

Tomando como exemplo o uso de robôs em montadoras automobilísticas, duas décadas atrás as montadoras empregavam até 80 trabalhadores a cada mil veículos produzidos, enquanto que, hoje, chegam ao volume igual de produção com apenas 35 operários. Laguna (2014), ainda complementa que, com a utilização de robôs, as montadoras reduzem em até 40% o custo com insumos a cada automóvel que sai da linha de montagem. Além disso, o autor destaca a utilização de robôs em linhas de pinturas e soldagem, praticamente dispensando a atuação humana. Considerando a necessidade de precisão na realização destas tarefas, destaca-se a importância do controle das forças de interação do robô com o meio.

Wang et al (2004) diz que ao tocar uma superfície forças surgirão no efetuador final de um robô e estas forças podem danificar o manipulador ou fazer com que a tarefa executada por este acabe tendo um resul-

tado inesperado e para que isto não venha a ocorrer, o controle de força é um método muito eficiente.

Nesse sentido, o controle de robôs manipuladores é um elemento essencial para que se garanta que o robô realize uma trajetória desejada. Acevedo (2012) complementa que o controle de robôs é uma tarefa essencial uma vez que permite que seja seguida uma determinada trajetória, além do fato de que exige-se uma alta sensibilidade na determinação das forças aplicadas pelo efetuador final.

Conforme Golin (2002), o sistema de controle de um robô manipulador pode ser representado de acordo com a Figura 1, sendo composto por um bloco de controle e supervisão, um bloco de acionamento e uma realimentação através de sensores. O bloco de controle e supervisão é responsável por enviar sinais de controle para as juntas do manipulador, ou seja, planejar adequadamente os movimentos do robô, o bloco de acionamento, é responsável por acionar as juntas do robô conforme planejado pelo bloco de controle e supervisão.

Através deste sistema é possível realizar no efetuador final um movimento através do controle e supervisão em conjunto com o acionamento dos motores das juntas. Porém, para a verificação de possíveis erros de trajetória, é necessária uma realimentação com um bloco responsável pelo sensoriamento, que torna possível a verificação da trajetória efetuada, bem como a realimentação destes dados no bloco de controle e supervisão. Assim podem ser analisadas as trajetórias desejadas e efetuadas, para que a partir do conhecimento do erro de trajetória seja gerada a próxima trajetória do robô, visando a correção da mesma.

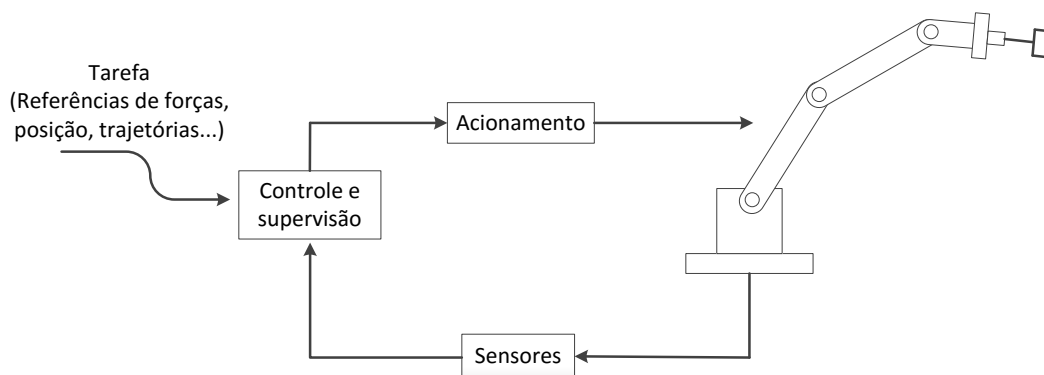


Figura 1.1– Componentes gerais de um robô manipulador. (Adaptado de Golin (2002))

Estevez *et al* (2012), diz que o sensoriamento de força e momento são essenciais para operações que necessitem de confiabilidade e para evitar danos a objetos frágeis. Algumas aplicações como, por exemplo,

manipulação de células possuem componentes na escala micrométrica e em função da fragilidade destes componentes as forças e torques devem ser controladas em uma escala milimétrica ou até micrométrica.

Porém muitas vezes este controle é dificultado pelo fato do sinal lido pelo sensor possuir ruídos. Geralmente em sensores de força/momento de 6 eixos as leituras de forças e momentos sempre incluem alguns erros, os quais podem ser originados pelas vibrações na estrutura do manipulador devido as forças excessivas do contato do robô com o meio (PAN *et al.*, 2006) (KANG, 2005).

Além disso, Kang (2005), diz que o sinal de saída do sensor pode ser facilmente contaminado com outras fontes de ruído, tais como ondas eletromagnéticas emitidas por computadores ou dispositivos eletrônicos.

Williamson (1995), diz que muitas pesquisas no controle de força têm observado que especialmente ao aplicarem-se forças sobre superfícies muito duras, há instabilidade no processo de controle e que uma solução para este problema foi envolver a extremidade do robô com revestimentos complacentes de modo a reduzir sua rigidez efetiva.

Como os robôs são rígidos seus elos tendem a ser pesados e por consequência uma quantidade maior de força é necessária para movimentá-los. Com isso os motores não são capazes de gerar estas forças a baixas velocidades, então é necessário o uso de reduções o que faz com que surjam folgas, ruído e variações de torque (WILLIAMSON, 1995).

Williamson (1995), ainda conclui que atuadores rígidos e robôs não são bons para o controle de força e afirma que de modo a obter um controle de força melhor é inserindo um elemento elástico no atuador.

## 1.2 Objetivos

Considerando então a proposta realizada por Williamson (1995), este trabalho de pesquisa objetiva-se em explorar o impacto que a inserção de um elemento complacente no braço de um robô serial exercerá ao realizar o controle de força do mesmo. Este trabalho foi desenvolvido em três temáticas que são: a solução da estática utilizando-se do elemento complacente inserido no robô serial, o impacto que a utilização do elemento complacente no robô exerce sobre o erro de posicionamento e o impacto exercido sobre as leituras de um sensor de força acoplado ao robô.

### 1.2.1 Objetivo Geral.

Avaliar a minimização de ruídos na leitura de um sensor de força acoplado a robôs industriais de cadeia aberta, através da utilização de um elemento complacente acoplado ao sensor de forças e do ajuste de trajetórias on-line de forma a gerar as forças e momentos desejados para o efetuador.

### 1.2.2 Objetivos Específicos.

De forma a alcançar o objetivo geral deste trabalho, os seguintes objetivos específicos são definidos:

- Avaliar o impacto da inserção de um elemento elástico a um robô industrial de cadeia aberta;
- Avaliar a deformação gerada no elemento elástico através da atuação de forças e momentos sobre ele;
- Desenvolver estratégias para recálculo de trajetórias on-line utilizando-se da deformação apresentada no elemento elástico;
- Simular os resultados obtidos com os resultados deste trabalho com o auxílio de softwares que possuam interface de programação.

## 1.3 Metodologia

Para desenvolvimento da dissertação e com vistas a alcançar os objetivos geral e específicos pretendidos, este trabalho foi desenvolvido através de quatro etapas que foram: (1) Revisão Bibliográfica, (2) Modelagem do sistema, (3) Simulação da modelagem e (4) Apresentação e discussão dos resultados.

A primeira etapa deste trabalho, chamada de Revisão Bibliográfica teve como objetivo prover a fundamentação teórica de modo que o conhecimento obtido por meio desta etapa auxiliasse na definição das características necessárias para a realização do trabalho. Nesta etapa é apresentada uma introdução sobre a análise estática de robôs manipuladores e bem como os conhecimentos necessários para a realização da análise estática em robôs manipuladores, que são a Teoria de Grafos, a Teoria de Helicóides e o Método de Davies. Como fontes para a realização deste estudo foram utilizados livros, artigos científicos, dissertações, teses e sites da internet.



Na segunda etapa deste trabalho, chamada de Modelagem da solução teve como objetivo apresentar uma visão sobre o sistema na qual fosse possível visualizar o comportamento do mesmo. A partir dos base teórica apresentada na etapa anterior foi possível realizar a análise e equacionamento das deformações apresentadas pelo elemento complacente, a aplicar a análise estática nos mecanismo planar e espacial e avaliar o comportamento do elemento complacente no manipulador através da modelagem dinâmica do sistema possibilitando a análise no domínio da frequência do sistema.

Na etapa de Simulação da modelagem, através de um software de programação foi possível implementar rotinas que realizam a análise estática do robô, tendo como retorno as reações do robô de acordo com as forças de contato com o meio atuantes no efetuador final do robô bem como rotinas responsáveis por calcular a deformação apresentada pelo elemento complacente através da atuação das forças de contato com o meio no efetuador final.

Sendo capaz de conhecer as deformações e as reações do robô em função das forças aplicadas no efetuador final pelo contato com o meio a estratégia de reposicionamento é aplicada de forma que o robô venha a compensar as forças atuantes e o deslocamento do elemento complacente.

Por fim, na última etapa deste trabalho, os resultados obtidos com a aplicação dos métodos utilizados na etapa de Modelagem da solução foram apresentados e discutidos. Também foram sugeridas algumas perspectivas para trabalhos futuros tendo em vista algumas possibilidades que não foram o foco deste trabalho.

## **1.4 Estrutura do trabalho**

De forma a auxiliar na leitura deste trabalho aqui será exposta a estrutura na qual esta dissertação foi produzida.

No Capítulo 1 é apresentada uma breve introdução sobre a utilização dos manipuladores robóticos em indústrias, o benefício que estes proporcionam, a problemática da iteração do robô com o meio e a proposta da solução empregada a este problema.

No Capítulo 2 uma revisão sobre a análise estática de manipuladores é apresentada bem como os conceitos sobre Teoria de Grafos, Teoria de Helicóides e o Método de Davies, ferramentas indispensáveis para a análise estática dos manipuladores.

O Capítulo 3 apresenta a análise estática do manipulador empregado neste trabalho, o qual possui um elemento elástico acoplado. Será realizada a análise estática para os casos planar (3R) e espacial (6R).

No Capítulo 4, os cálculos realizados para considerar a deformação da complacência com a atuação de forças no manipulador são realizados. Também é apresentado o impacto causado pelo uso da complacência no sinal de leitura do sensor de forças.

No Capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos com as simulações dos modelos planar (3R) e espacial (6R) que foram apresentados no Capítulo 3.

Por fim, o Capítulo 6 apresenta as conclusões obtidas com a realização deste trabalho e as perspectivas de trabalhos futuros.

## 2 ANÁLISE ESTÁTICA DE ROBÔS

Hibbeler (2004) apresenta a mecânica como um ramo das ciências físicas que trata dos estados de repouso e movimento de corpos sujeitos à ação de forças. A mecânica pode ser dividida ainda em mecânica dos corpos rígidos, mecânica dos corpos deformáveis e mecânica dos fluídos.

A mecânica dos corpos rígidos por sua vez, é dividida em duas subáreas que são a dinâmica e a estática. A dinâmica estuda o comportamento dos corpos em movimento e a ação das forças que produzem ou modificam seus movimentos. A estática estuda o equilíbrio dos corpos estando eles em repouso ou em movimento com velocidade constante.

De acordo com Tsai (1999) e com Cazangi (2008), a análise estática de forças é muito importante e é resolvida por vários métodos, tais como o método vetorial, vetores duais e quatérnios duais, o método de Davies utilizando helicóides e o princípio do trabalho virtual.

Tsai (1999), acrescenta que a análise estática é utilizada como base para o dimensionamento de elos e rolamentos de um robô manipulador e também para a seleção de atuadores apropriados.

Além do dimensionamento, através da análise estática é possível estabelecer uma relação entre as forças aplicadas no efetuador final e as forças/torques aplicadas nas juntas do manipulador para equilibrar o sistema. Esta relação pode ser expressa através da equação abaixo:(SICILIANO e KHATIB, 2008) (WEIHMANN, 2011).

$$\tau = J^T f \quad (2.1)$$

onde,  $\tau$  é um vetor  $n$ -dimensional das forças/torques aplicados em um manipulador com  $n$  graus de liberdade e  $f$  é o vetor de força espacial expresso por:

$$f = \begin{pmatrix} n \\ f \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

sendo que  $n$  e  $f$  são vetores dos torques e das forças aplicadas no efetuador final, respectivamente, ambos expressos em referência ao mesmo sistema no qual o Jacobiano ( $J$ ) é também expresso. E o Jacobiano transposto, por sua vez, mapeia as forças de contato agindo no efetuador

para as forças/torques equivalentes nas juntas.(SICILIANO e KHATIB, 2008).

Rincon (2012) e Weihmann (2011) dizem, que por tornar possível a representação tanto o estado de ações em um corpo rígido bem como o estado de movimentos, a Teoria de Helicoides é uma ferramenta muito forte para a análise cinemática e estática de mecanismos.

Neste contexto, este trabalho utilizou-se do Método da Davies que por sua vez se baseia na Teoria de Helicoides para a resolução da estática dos mecanismos apresentados. Tanto o método utilizado quanto a teoria por trás do método utilizada serão explicadas a seguir.

## 2.2 Teoria de Helicoides

A Teoria de Helicoides, surgiu através de uma formulação inicial feita por Gulio Mozzi em 1763 e sendo posteriormente, sistematizada por Robert Stawell Ball em 1900 (RINCON, 2012; HUNT, 1978).

A Teoria de Helicoides é baseada em dois teoremas, o Teorema de Poincot e o Teorema de Mozzi-Chasles. O primeiro teorema, diz que qualquer sistemas de forças em um corpo rígido, pode ser substituído por um único momento e uma força na mesma direção. Já o segundo teorema, permite representar o movimento de um corpo rígido no espaço por uma rotação sobre um eixo seguida de uma translação no mesmo eixo (BALL 1900).

Ball (1900) complementa que, através da Teoria de Helicoides é possível realizar a representação instantânea do estado de movimento e de ações de corpos rígidos no espaço, ou seja, a cinemática e a estática.

A Teoria de Helicoides se utiliza de um elemento geométrico que é capaz de representar tanto uma ação como um movimento, denominado de helicoides. Bonilla (2004), diz que um helicoides também pode ser útil na representação de grandezas mecânicas assim como outros elementos geométricos como um ponto, que pode representar uma partícula de massa e uma reta direcionada, que pode representar um momento.

Reis (2013), afirma que um helicoides, representado pelo símbolo  $\$$ , pode ser definido através de uma reta direcionada em relação a um eixo e um passo  $h$  associado. Já quando a reta direcionada é representada por um vetor normalizado, o helicoides é dito normalizado e é representado pelo símbolo  $\hat{\$}$ .

A forma geral de um helicoides pode ser expressa através das coordenadas de Plücker, que são  $L$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $P^*$ ,  $Q^*$  e  $R^*$ , como pode ser visto na Equação (2.3). Também na Equação (2.3), os vetores  $\vec{S}$  e  $\vec{S}_0$

representam o vetor diretor do eixo helicoidal e o vetor posição de um ponto que passa sobre o eixo helicoidal, respectivamente e  $h$  o passo associado ao helicoides.

$$\mathcal{S} = \begin{pmatrix} L \\ M \\ N \\ \text{-----} \\ P^* = P + hL \\ Q^* = P + hM \\ R^* = P + hN \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{S} \\ \text{-----} \\ \vec{S}_0 \times \vec{S} + h\vec{S} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Os helicoides podem ser representados através de duas notações, a notação axial conforme representado na Equação 2.3 e através da notação radial conforme apresentado na Equação 2.4. Nestas notações, geralmente as componentes são separadas por marcadores para tornar fácil a distinção do par de vetores (REIS, 2013; CAZANGI, 2008; MARTINS, 2002)

$$\mathcal{S} = \begin{pmatrix} P^* = P + hL \\ Q^* = P + hM \\ R^* = P + hN \\ \text{-----} \\ L \\ M \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 \times \vec{S} + h\vec{S} \\ \text{-----} \\ \vec{S} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Na análise cinemática, a notação empregada é a notação axial, onde o helicoides representado pela notação de  $\mathcal{S}^M$  indica que o helicoides é um helicoides de movimento, ou seja, um heligiro (do inglês *twist*). Nesta notação as coordenadas de Plücker  $L$ ,  $M$ ,  $N$ , representam a velocidade angular  $\omega$  de um corpo e as coordenadas  $P^*$ ,  $Q^*$  e  $R^*$ , a velocidade linear  $v$  deste mesmo corpo (FRANTZ, 2015; CAZANGI, 2008).

A Equação 2.5 representa um heligiro através da notação axial.

$$\mathcal{S}^M = \begin{pmatrix} \vec{S} \\ \text{-----} \\ \vec{S}_0 \times \vec{S} + h\vec{S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L \\ M \\ N \\ \text{-----} \\ P^* = P + hL \\ Q^* = P + hM \\ R^* = P + hN \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{\omega} \\ \text{---} \\ \vec{v} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Já na análise estática a notação utilizada é a notação radial, onde o helicóide representado pela notação de  $\mathcal{S}^A$  indica que o helicóide é um helicóide de ação, ou seja, uma heliforça (do inglês *wrench*). Nesta notação as coordenadas de Plücker  $L$ ,  $M$ ,  $N$ , representam a força  $F$  resultante sobre um corpo e as coordenadas  $P^*$ ,  $Q^*$  e  $R^*$ , representam o momento resultante  $M_o$  sobre o mesmo corpo em relação à origem do sistema de coordenadas (CAZANGI, 2008; BONILLA, 2004; REIS, 2013).

A Equação 2.6 representa uma heliforça através da notação radial.

$$\mathcal{S}^A = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 \times \vec{S} + h\vec{S} \\ \text{-----} \\ \vec{S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^* = P + hL \\ Q^* = P + hM \\ R^* = P + hN \\ \text{-----} \\ L \\ M \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{M}_o \\ \text{---} \\ \vec{F} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Tanto a heliforça como o heligiro podem ser normalizados, separando-se em uma parte o componente geométrico sem dimensão associada  $\mathcal{S}^A$  no caso da heliforça ou  $\mathcal{S}^M$  no caso do heligiro e um componente escalar  $\psi$  uma magnitude associada (BONILLA, 2004).

De acordo com Reis (2015), o passo  $h$  de um helicóide varia de acordo com a ação ou movimento que será representado. Existem dois casos especiais os quais são quando o passo  $h=0$  e quando passo  $h=\infty$ .

De acordo com Cazangi (2008), analisando através da estática, quando o passo for igual a zero, ( $h=0$ ) a heliforça de um corpo rígido representa o estado de ações puramente de força e quando o passo for infinito ( $h=\infty$ ) significa que a heliforça representa um momento puro agindo sobre um corpo rígido.

Ainda de acordo com Cazangi (2008), na cinemática quando o passo  $h$  do heligiro for nulo ( $h=0$ ) a velocidade linear do corpo é nula, resultando em uma pura translação do corpo rígido, porém quando

( $h=\infty$ ) a velocidade angular do corpo é nula, resultando em uma pura translação do mesmo.

Nos outros casos, quando o passo não for nulo nem infinito, o passo é calculado através de uma composição entre translações e rotações no caso de um heligiro e de forças e momentos no caso de uma heliforça.

### 2.2.1 Helicóides na cinemática

De maneira a realizar a análise cinemática em mecanismos, Martins (2002), expõe importância da definição da matriz de movimentos  $[M_D]_{\lambda \times F}$ , a qual é construída através da ordem do sistema ( $\lambda$ ), que corresponde ao número de linhas da matriz e os movimentos unitário através dos heligiros, que corresponde ao número de colunas da matriz, conforme pode ser visto na Equação 2.7.

$$[M_D]_{\lambda \times F} = [\$_1^M \$_2^M \cdots \$_F^M] \quad (2.7)$$

onde,  $\$_i^M$  representa o heligiro da junta  $i$ .

A matriz dos movimentos unitários  $[\widehat{M}_D]_{\lambda \times F}$  pode ser obtida através da normalização de cada heligiro que compõe a matriz de movimentos, conforme apresenta a Equação 2.8.

$$[\widehat{M}_D]_{\lambda \times F} = [\widehat{\$_1^M} \widehat{\$_2^M} \cdots \widehat{\$_F^M}] \quad (2.8)$$

onde,  $\widehat{\$_i^M}$  representa o heligiro normalizado da junta  $i$ .

As magnitudes dos heligiros formam o vetor das magnitudes dos movimentos  $[\vec{\Phi}]_{F \times 1}$ , conforme apresenta a Equação 2.9.

$$[\vec{\Phi}]_{F \times 1} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_F \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

em que,  $\varphi_i$  representa a magnitude do heligiro  $i$ .

### 2.2.2 Helicóides na estática

Similarmente à análise cinemática, a análise estática também se utiliza de uma matriz na qual estão dispostas as heliforças do mecanismo. Porém na análise estática a matriz de movimentos passa a ser a

matriz das ações  $[A_D]_{\lambda \times C}$ , onde o número de linhas continua correspondendo à ordem do sistema ( $\lambda$ ), e em cada coluna são representadas as ações unitárias de cada junta através das heliforças, conforme pode ser visto na Equação 2.10.

$$[A_D]_{\lambda \times C} = [\$^A_1 \$^A_2 \cdots \$^A_C] \quad (2.10)$$

onde,  $\$^A_i$  representa a heliforça da junta  $i$ .

A matriz das ações unitárias  $[\hat{M}_D]_{\lambda \times F}$  é obtida através da normalização de cada heliforça que compõe a matriz das ações, conforme apresenta a Equação 2.11.

$$[\hat{A}_D]_{\lambda \times C} = [\hat{\$}^A_1 \hat{\$}^A_2 \cdots \hat{\$}^A_C] \quad (2.11)$$

onde,  $\hat{\$}^A_i$  representa a heliforça normalizada da junta  $i$ .

As magnitudes das heliforças formam o vetor das magnitudes das ações  $[\vec{\Psi}]_{F \times 1}$ , conforme apresenta a Equação 2.12.

$$[\vec{\Psi}]_{F \times 1} = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_F \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

onde,  $\psi_i$  representa a magnitude da heliforça  $i$ .

### 2.3 Teoria de Grafos

Ao longo dos últimos quarenta anos a Teoria de Grafos foi uma das áreas da matemática que mais apresentou crescimento. Desde 1960 mais de 10 mil autores diferentes publicaram *papers* relacionados com a Teoria de Grafos, e na década passada mais de mil *papers* relacionados a Teoria de Grafos foram sido publicados a cada ano (GROSS, L. J., YELLEN, J., ZHANG, P, 2004).

Ainda de acordo com Gross, L. J., Yellen, J., Zhang, P, (2004), qualquer objeto matemático que envolva pontos e conexões entre eles pode ser chamado de grafo e se todas as conexões são unidirecionais, então é chamado de dígrafo.

A Teoria de Grafos é muito útil, pois é capaz de realizar em cada elemento do grafo uma correspondência com vários elementos diferentes dos sistemas de engenharia, como por exemplo, representar o com-



portamento de propriedades de sistemas como deformações, forças, movimentos, velocidades, entre outras (SHAI, O.; PREISS, K, 1999).

Na área de mecanismos, de acordo com Tsai (1999), a Teoria de Grafos é também muito útil, pois ela possui algumas vantagens, tais como:

- A aplicação de muitas propriedades dos grafos podem ser aplicadas também na teoria de mecanismos;
- Simplifica o processo de identificação de semelhanças e diferenças nas estruturas de mecanismos;
- É possível utilizar-se de algoritmos de grafos para realizar a enumeração e análise de cadeias cinemáticas e mecanismos; e
- A representação por grafos auxilia na organização cinemática e na análise dinâmica de mecanismos.

De forma a explanar os conhecimentos referentes à Teoria de Grafos, a seguir algumas definições básicas são apresentadas.

### 2.3.1 Terminologia básica da Teoria de Grafos

Um **grafo**  $G = (V, E)$  consiste de dois conjuntos  $V$  e  $E$ . O conjunto  $V$  é composto por elementos denominados vértices (ou nós) e o conjunto de elementos de  $E$  são chamados de arestas. Cada aresta possui um conjunto de uma ou mais vértices associados a ela, que são chamadas de extremidades. É dito que uma aresta une suas extremidades (GROSS, L. J., YELLEN, J., ZHANG, P, 2004).

Um grafo  $G = (V, E)$  é mostrado na Figura 2.1. Ele possui um conjunto de vértices  $V = \{u, v, w, x\}$  e um conjunto de arestas  $E = \{a, b, c, d, e, f\}$ . O conjunto  $\{a, b\}$  possui multiplicidade de arestas com as extremidades  $u$  e  $v$ , e a aresta  $c$  é um laço.

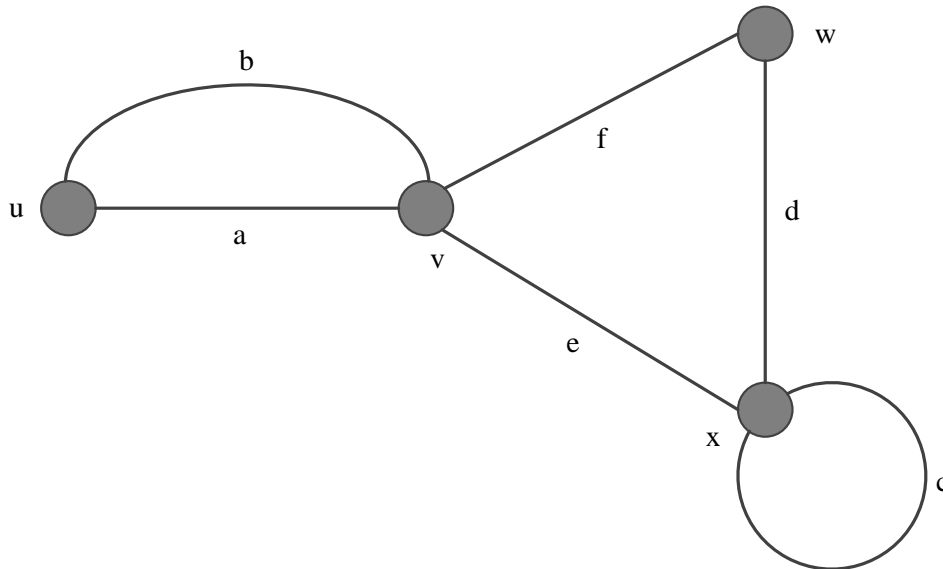


Figura 2.2– Exemplo de um grafo. (Adaptado de Gross, L. J., Yellen, J., Zhang, P, (2004)).

A **multiplicidade de arestas** entre um par de vértices  $u$  e  $v$  é o número de arestas entre eles.

Se um vértice  $v$  é uma extremidade de uma aresta  $e$ , então é dito que  $v$  é **incidente** em  $e$ , e que  $e$  é incidente em  $v$ .

Um vértice  $u$  é **adjacente** para o vértice  $v$  se eles estão unidos por uma aresta.

Dois vértices adjacentes são chamados de **vizinhos**.

**Arestas adjacentes** são duas arestas que possuem uma extremidade em comum.

Uma **adjacência simples** entre vértices ocorre quando há exatamente uma aresta entre eles.

Um **laço** é uma aresta que une uma única extremidade a ela mesma.

Um **circuito** é um caminho que inicia e termina no mesmo vértice.

Um **subgrafo** de um grafo  $G$  é um grafo  $H$  onde  $V_H \subset V_G$ <sup>1</sup> e  $E_H \subset E_G$ . Conforme pode ser visualizado na Figura 2.2,  $H$  é um subgrafo de  $G$ .

<sup>1</sup> As notações subscritas  $V_G$  e  $E_G$  são utilizadas para os conjuntos de vértices e arestas quando  $G$  não é o único grafo sendo levado em consideração.

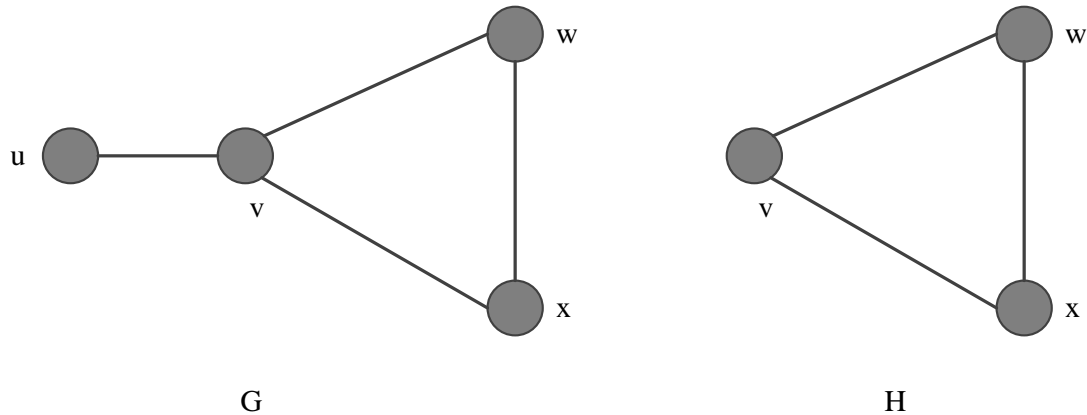


Figura 2.3– Exemplo de um subgrafo. (Adaptado de Gross, L. J., Yellen, J., Zhang, P, (2004)).

Um **corte** é um conjunto de arestas, que se removido, separa o grafo em dois subgrafos independentes.

Ao atribuir-se um sentido para as arestas de um grafo, o grafo passa a ser chamado de **di-grafo**. Ou seja, em um grafo não orientado, se  $u$  e  $v$  são vértices, é permitido fluxo tanto de  $u$  para  $v$  como de  $v$  para  $u$ , diferentemente de um di-grafo.

Tendo definido dígrafo, pode-se definir **caminho**, que é uma cadeia onde todas as arestas possuem o mesmo sentido de orientação.

Uma **árvore** é um grafo conexo, ou seja, um grafo que há pelo menos uma cadeia ligando cada par de vértice, que não possui circuitos.

Quando houver um grafo  $H$  que seja subgrafo de um grafo  $G = (V, E)$ , onde  $H$  possui todo o conjunto de vértices  $V$  e apenas um subconjunto de arestas de  $E$ , diz-se que  $H$  é uma **árvore geradora**.

As arestas pertencentes a árvore geradora são denominadas **ramos** e as demais **cordas**.

### 2.3.2 Teoria de Grafos aplicada a mecanismos

De acordo com Martins (2002), um grafo pode representar um mecanismo de forma unívoca. Cazangi (2008) complementa que na representação de mecanismos, os vértices de um grafo correspondem aos corpos rígidos e as arestas representam as conexões (ou acoplamentos) existentes entre os corpos.

A Figura 2.3 exemplifica a representação de estruturas cinemáticas através de grafos. Na figura 2.3a um mecanismo planar de 4 barras, composto por 4 juntas rotativas e 4 elos é representado e na Figura 2.3b o grafo equivalente ao mecanismo é apresentado.

Como é possível observar na figura abaixo, os elos são identificados pelos números, e as juntas são identificadas pelas letras.

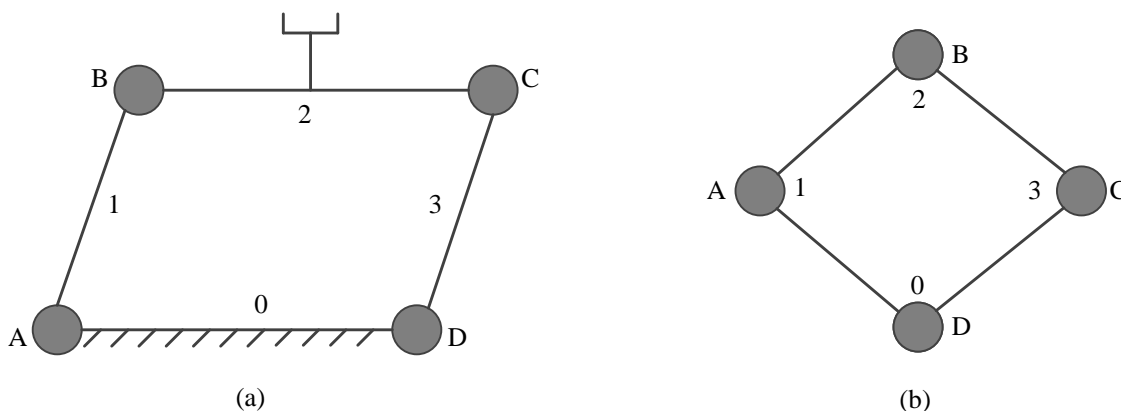


Figura 2.4– Estrutura cinemática e grafo equivalente de um mecanismo de 4 barras.(Fonte: Do autor).

Weihmann (2011), diz que nos grafos, independente das juntas utilizadas nos mecanismos, elas são representadas por arestas, necessitando-se então de uma identificação que defina qual junta está sendo representada no grafo.

Neste sentido, Morrison (2003) define uma terminologia composta por número e letras, onde o número representa o número de cadeias cinemáticas que ligam à plataforma móvel a base.

Para a representação das letras, denota-se “R” para as juntas rotativas, “P” para as juntas prismáticas, “U” ou “RR” para as juntas universais e “S” para as juntas esféricas. Para a identificação das juntas atuadas, um sublinhado na letra correspondente é utilizado (MORRISON, 2003).

Tomando como exemplo o mecanismo de 4 barras apresentado na Figura 2.4, o mesmo é denominado por  $2\text{RR}$  por possuir 2 pernas que ligam a plataforma móvel a base, e cada perna é composta por 2 juntas rotativas, sendo que a junta atuada seria a primeira das duas juntas rotativas.

Conforme definido na seção 2.3.1, um dígrafo diferencia-se de um grafo não direcionado por atribuir um sentido às suas arestas. Um dígrafo é de suma importância na análise de mecanismos, pois possibilita a representação dos estados cinemáticos e/ou estáticos de um corpo em relação aos corpos adjacentes (RINCON, 2012).

Na análise cinemática o direcionamento das arestas indica o sentido de movimento entre os elos adjacentes e na análise estática, indica o

sentido da aplicação de ações, ou seja, se um corpo está recebendo ou aplicando ação em um corpo adjacente.

Tsai (2001), afirma que as juntas transmitem forças e torques de um elo para seu adjacente em um mecanismo. Também são elas que permitem o movimento relativo entre dois elos adjacentes.

Tomando como exemplo uma junta rotativa num espaço tridimensional, conforme ilustrado na Figura 2.4, percebe-se que a mesma apenas permite rotação em torno do eixo  $z$ , ou seja, apenas a rotação  $R_{\theta_z}$  é permitida, enquanto restringe as rotações nos outros sentidos ( $R_{M_x}$  e  $R_{M_y}$ ). Por se tratar de uma junta rotativa, a mesma também não permite translação em nenhum dos três eixos, ou seja,  $R_{F_x}$ ,  $R_{F_y}$  e  $R_{F_z}$  não são permitidas.

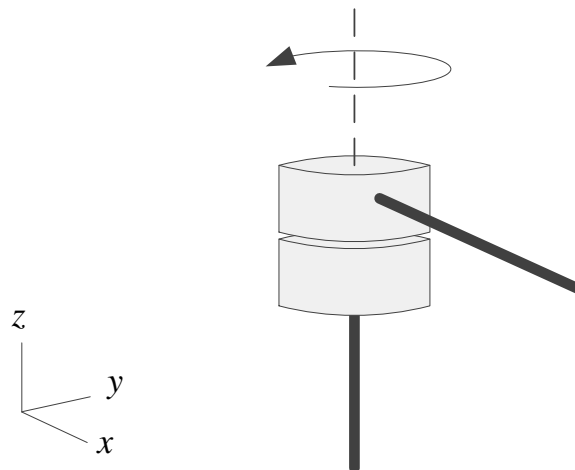


Figura 2.5– Exemplo de uma junta rotativa.

A Figura 2.5a ilustra a representação por grafos utilizada na análise cinemática do mecanismo, enquanto na Figura 2.5b é apresentado o grafo utilizado na análise estática.

Conforme ilustrado na Figura 2.5, no grafo utilizado na representação do mecanismo utilizado para a análise estática, cada aresta corresponde a uma ação de restrição da junta, e já na no grafo da análise cinemática a representação da junta se dá através de uma aresta, a qual corresponde ao grau de liberdade permitido (TSAI, 2001).

Se a junta a ser representada no grafo for atuada, apenas a representação do grafo na estática precisaria ser alterada, visto que a representação de uma atuação em uma junta é feita através da inserção de uma aresta adicional que une os elos adjacentes.

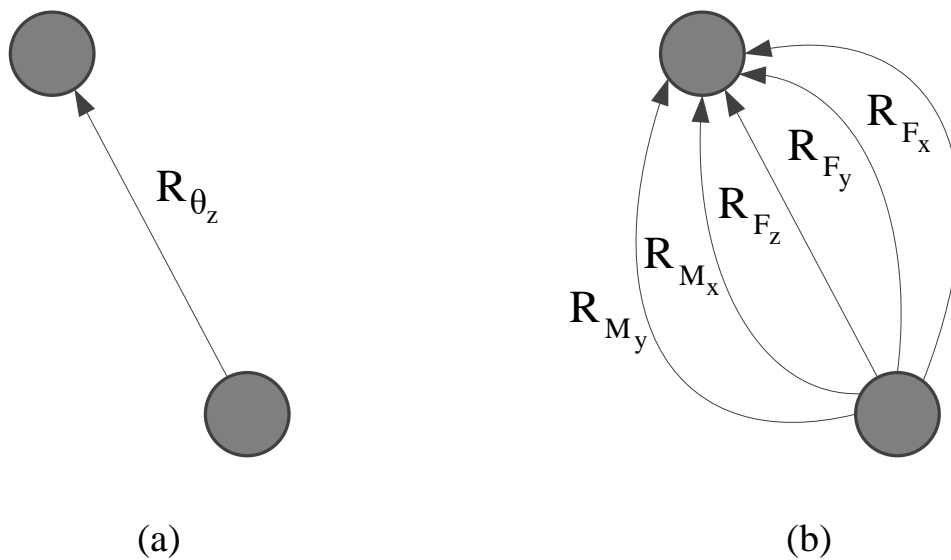


Figura 2.6– Representação de uma junta rotativa através de grafo na cinemática e estática.

Para juntas prismáticas, sendo representadas também em um espaço tridimensional, percebe-se através da Figura 2.6, que o único movimento permitido é o movimento de translação através do eixo  $z$  de acordo com o sistema referencial adotado. Já qualquer movimento de rotação é restringido pela junta, visto que a mesma permite apenas um movimento de translação.

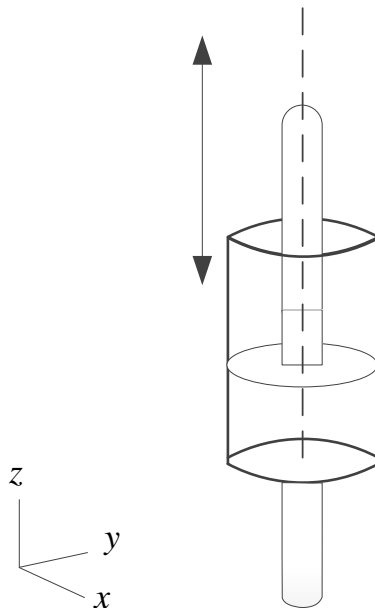


Figura 2.7– Exemplo de uma junta prismática.

Os grafos para a representação tanto na cinemática quanto na estática são similares aos grafos apresentados na Figura 2.5, porém o movimento possibilitado pela junta é um movimento translacional em torno do eixo  $z$  e as ações restringidas são translações em torno dos eixos  $x$  e  $y$  adotados e as rotações nas três direções.

## 2.4 Método de Davies

O Método de Davies é uma abordagem que se utiliza da Teoria de Grafos, da Teoria de Helicoides e na lei dos cortes e das malhas de Kirchhoff-Davies para o estudo da cinemática e da estática de mecanismos de forma desacoplada (CAZANGI, 2008; WEIHMANN, 2011).

Cazangi (2008), ainda complementa que neste método, efeitos dinâmicos dados pela força gravitacional, acelerações, inércias entre outros, são desconsiderados, pois o método visa apenas o estudo da cinemática instantânea e da estática de mecanismos de corpos rígidos.

Davies (1981), adaptou as Leis de Kirchhoff para circuitos elétricos para serem utilizadas em sistemas mecânicos. Através desta adaptação da lei das malhas é possível estabelecer relações entre os movimentos das juntas pertencentes a um mesmo circuito, na cinemática, e estabelecer relações entre as ações pertencentes a um mesmo corte, na estática.

A adaptação da Lei de Kirchhoff das Malhas conhecida por Lei dos Circuitos, realizada em Davies (1981), determina que a soma algébrica dos heligiros ao longo de qualquer percurso fechado é igual à zero, ou seja, a soma de cada coordenada de movimento para pares de corpos adjacentes em qualquer sequencia fechada de corpos em movimento é nula.

Matricialmente, de acordo com as equações definidas na seção 2.2.1, isso é formulado pela Equação 2.13

$$\sum \$^M = [M_D]_{\lambda \times F} = [\hat{M}_D]_{\lambda \times F} [\vec{\phi}]_{F \times 1} = [\vec{0}]_{\lambda \times 1} \quad (2.13)$$

onde,  $F$  é o grau de liberdade bruto da rede de acoplamentos<sup>2</sup>.

Já a adaptação da Lei de Kirchhoff dos Nós, conhecida por Lei dos Cortes, realizada em Davies (2006), determina que a soma algébrica

---

<sup>2</sup> Davies (1995), define acoplamento como sendo um meio pelo qual as ações são transmitidas entre corpos, permitindo movimento relativo entre eles.

das heliforças pertencentes a um mesmo corte é zero, ou seja, a soma de cada coordenada de ação para qualquer subconjunto de acoplamentos separados por um corte em uma rede de corpos acoplados em equilíbrio, é nula.

Matricialmente, de acordo com as equações definida na seção 2.2.2, isso é formulado pela a Equação 2.14

$$\sum \$^A = [A_D]_{\lambda \times C} = [\hat{A}_D]_{\lambda \times C} [\vec{\psi}]_{C \times 1} = [\vec{0}]_{\lambda \times 1} \quad (2.14)$$

onde,  $C$  é o grau de restrição bruto da rede de acoplamentos.

#### 2.4.1 Análise estática de mecanismos através do Método de Davies

Erthal (2010), diz que ao realizar a análise de mecanismos através do Método de Davies, os mesmo precisam ser de cadeias fechadas, portanto para tornar possível a análise de mecanismos de cadeia aberta, o fechamento da cadeia no efetuador final é realizado.

Este fechamento na cadeia ocorre no efetuador final, pois é o ponto de contato do mecanismo com o meio, e neste ponto as heliforças devem ser obrigatoriamente representadas em relação a um mesmo sistema de referência.

Cazangi (2008) sistematiza o método de análise estática de Davies em 9 etapas as quais são descritas a seguir:

1. Caracterização do Mecanismo
  - a. Representação esquemática com sistema inercial de coordenadas  $O_{xyz}$ .
  - b. Representação em Rede de Acoplamentos (topologia).
  - c. Representação do Grafo de Acoplamentos ( $G_C$ ).
  - d. Determinação da Matriz de Incidência do grafo  $G_C$ :  $[I_C]_{n \times e}$ .
  - e. Escalonamento da Matriz de Incidência para formar a Matriz dos Cortes-f de  $G_C$ :
 
$$[Q_C]_{k \times e} = [[U_b]_{b \times b} : [Q_C]_{b \times c}]_{k \times e}$$
2. Caracterização dos acoplamentos;
  - a. Levantamento das características geométricas  $(S, S_0, h)$  e de ação  $(c_p, c_a)$ .
3. Topologia (Cortes)
  - a. Representação do grafo das ações ( $G_A$ ).



- b. Expansão em paralelo das  $C$  restrições unitárias na matriz de Cortes-f:  $[Q_A]_{k \times C}$ .
4. Geometria (Heliforças)
  - a. Construção das Heliforças:  $\$^A$ .
  - b. Determinação da matriz das ações:  $[A_D]_{\lambda \times C}$ .
5. Sistema de Equações
  - a. Determinação da matriz de ações unitárias em rede:  $[\hat{A}_D]_{\lambda.k \times C}$ .
  - b. Lei dos Cortes:  $[\hat{A}_D]_{\lambda.k \times C} [\vec{\Psi}]_{C \times 1} = [\vec{0}]_{\lambda.k \times 1}$ .
6. Sub-restrição (Liberdade extra)
  - a. Determinação das  $F_N$  equações dependentes.
  - b. Eliminação das equações dependentes do sistema.
7. Separação de Variáveis
  - a. Seleção das  $C_N$  variáveis primárias no vetor  $[\vec{\Psi}]_{C \times 1}$ .
  - b. Separação das variáveis primárias e secundárias no sistema de equações.
8. Solução
  - a. Computar a matriz inversa de  $[A_{NS}]_{a \times a}$ , atribuir valores à  $\{\vec{\Psi}_p\}_{CN \times 1}$  e obtenção da solução  $\{\vec{\Psi}_s\}_{a \times 1}$ .
9. Estado instantâneo de ações
  - a. Aplicar as magnitudes  $\{\Psi\}$  às heliforças  $\$^A$  de cada acoplamento.

De forma a melhor explicar o método e ao mesmo tempo mostrar os resultados obtidos com a aplicação deste método no caso de estudo aplicado neste trabalho, o Capítulo 4 mostrará cada passo aplicado ao problema proposto juntamente com o detalhamento de cada passo proposto por Cazangi (2008) exposto acima.



### 3 IMPACTO DA INSERÇÃO DE UM ELEMENTO ELÁSTICO EM UM MANIPULADOR SERIAL 3R PLANAR E 6R ESPACIAL

De acordo com os objetivos traçados neste trabalho, um elemento deformável, com o objetivo de minimizar ruídos de leitura em sensores de força, foi acoplado nos robôs simulados.

Através da inserção de um elemento deformável, é natural que com a ação de forças agindo sobre o efetuador final quando este entra em contato com o meio, o elemento elástico venha a deformar, fazendo com que a trajetória efetuada pelo manipulador seja afetada em função da deformação apresentada pelo elemento elástico.

É importante salientar que todas as análises realizadas levam em consideração que o elemento elástico opera dentro de seu regime elástico, que é a faixa de valores de tensões na qual o material se deforma devido à ação destas forças e após a aplicação das forças o material volta ao seu estado original.

Tendo este problema em vista, este capítulo tem por objetivo analisar os impactos da inserção de um elemento deformável como forma de atenuar ruídos em um robô planar 3R e em um robô espacial 6R.

#### 3.1 Deformação no caso planar

Considerando uma força atuando sobre um elemento elástico em um espaço com apenas duas dimensões, e uma de suas extremidades fixa, é possível perceber que o elemento elástico tenderá a sofrer apenas dois tipos de deformação, pois qualquer força incidente sobre o elemento pode ser decomposta em uma força atuante sobre o eixo  $x$  e outra sobre o eixo  $y$  (considerando o plano de atuação  $x$ - $y$ ), conforme ilustra a Figura 3.1.

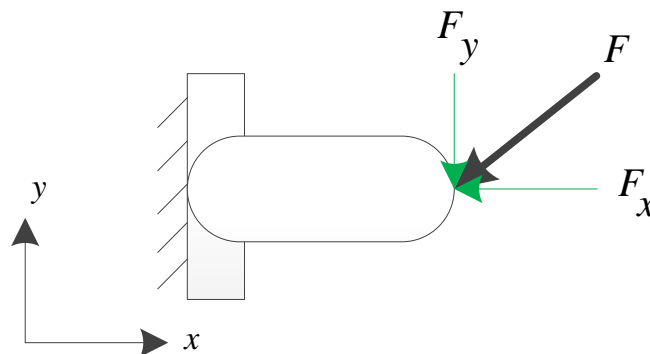


Figura 3.1– Exemplo da atuação de uma força  $F$  atuando sobre o elemento elástico em um plano 2D.

Se for considerado apenas uma força atuando na direção  $x$  do sistema de referências adotado na Figura 3.1, é possível perceber que a deformação que será apresentada pelo elemento elástico acontecerá ao longo do eixo  $x$  adotado. Com isso o elemento elástico, conforme pode ser visto na Figura 3.2 tenderá a sofrer uma deformação  $\Delta_x$  de compressão (Figura 3.2a) ou tração (Figura 3.2b).

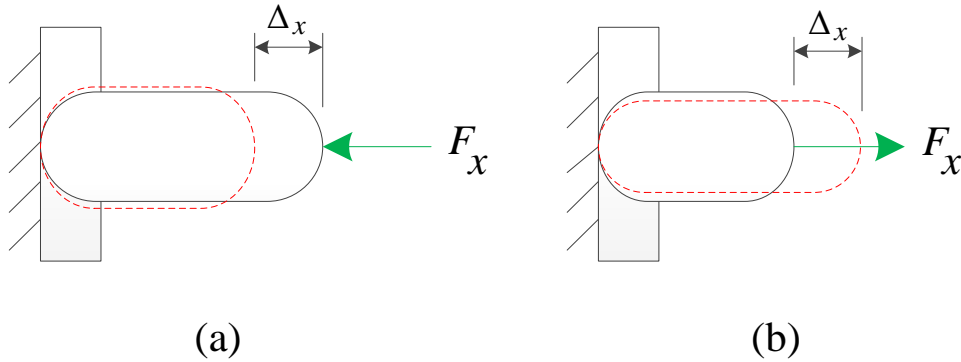


Figura 3.2– Deformações de compressão e de tração.

Esta deformação  $\Delta_x$  é calculada de acordo com a Lei de Hooke, expressa na Equação 3.1.

$$F = -kx \quad (3.1)$$

onde,  $k$  é a constante de rigidez do material,  $x$  o deslocamento apresentado pelo material e  $F_x$  a componente da força  $F$  que atua na direção do eixo  $x$  adotado. (HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J; 2002).

É importante ressaltar que o sinal negativo na Equação 3.1 significa que o vetor força elástica possui sentido oposto ao vetor da força aplicada (vetor deformação).

Considerando então que a deformação acontecerá no sentido que a força que está sendo aplicada sobre o elemento elástico, a Equação 3.1 pode ser escrita da seguinte forma:

$$\Delta_x = \frac{F_x}{k} \quad (3.2)$$

Através da Equação 3.2 é possível analisar que ao aplicar uma força no sentido negativo do eixo  $x$  adotado, o elemento elástico sofrerá uma compressão, conforme pode ser visualizado na Figura 3.2a, e quando a força for no sentido positivo do eixo  $x$  adotado, o elemento elástico tenderá a sofrer uma tração, conforme pode ser visualizado na Figura 3.2b.

Ao analisar somente a parcela em  $y$  da força  $F$  decomposta, é possível perceber que o elemento elástico tenderá a sofrer uma deformação na direção da força. Assim como na deformação axial apresentada anteriormente, o sentido da deformação apresentada dependerá do sentido de atuação da força.

As duas possíveis deformações apresentadas pelo elemento com a atuação de uma força sobre ele pode ser visualizada na Figura 3.3, onde percebe-se que o elemento tenderá a deformar-se no sentido  $y$ -positivo quando a força que estiver agindo sobre o corpo estiver neste mesmo sentido (Figura 3.3a), e conseqüentemente, uma deformação no sentido  $y$ -negativo quando a força atuante sobre o corpo estiver agindo neste mesmo sentido (Figura 3.3b).

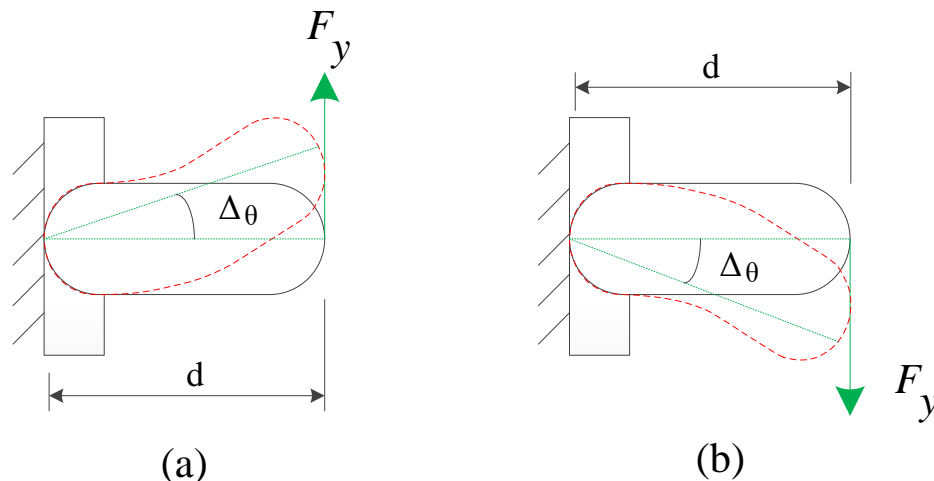


Figura 3.3– Deformações em relação ao eixo  $y$ .

Esta deformação angular apresentada no elemento em função da força aplicada no sentido do eixo  $y$  pode ser calculada de acordo com a Equação 3.3.

$$M_t = k_t \theta \quad (3.3)$$

onde,  $M_t$  é o momento produzido pelo elemento elástico,  $k_t$  a constante de rigidez do elemento elástico e  $\theta$  e a rotação do elemento elástico, medida em radianos (PLESHA, M, E., COSTANZO, F., GRAY, G. L; 2013).

Porém, visto que o corpo atua apenas em um espaço bidimensional, o corpo também sofre ações de momentos em relação ao sistemas de coordenadas  $z(M_z)$ . Portanto a rotação do elemento elástico se dá uma parcela pelo momento causado pela força  $y$  atuando sobre o corpo e a outra parcela pelo momento puro causado pelo meio no elemento elás-

tico. O momento causado no elemento elástico pela ação da força  $y$  pode ser calculado de acordo com a Equação 3.4.

$$M_{F_y} = F_y d \quad (3.4)$$

Com isso, a deformação angular apresentada pelo elemento elástico é encontrada através da soma dos momentos, conforme pode ser visto na Equação 3.5

$$\theta = \frac{M_t}{k_t} = \frac{M_{F_y} + M_z}{k_t} \quad (3.5)$$

### 3.2 Deformação no caso espacial

A partir do momento em que ocorrer a ação de forças e momentos no manipulador, o elemento elástico irá se deformar dependendo da intensidade e da direção das forças e dos momentos aplicados. A seguir uma análise da ação destas forças e momentos aplicadas ao manipulador é realizada de modo a calcular a deformação no elemento elástico. É importante ressaltar que todas as equações mostradas nesta seção estão apropriadamente desenvolvidas no Apêndice A deste trabalho.

Considerando o eixo do elemento elástico coincidente com o eixo  $x$  do sistema de coordenadas adotado e a ação de um momento em torno deste mesmo eixo, conforme ilustra a Figura 3.4, a deformação apresentada pelo elemento elástico pode ser calculada como uma torção em torno do eixo  $x$ , independente do momento ser positivo ou negativo.

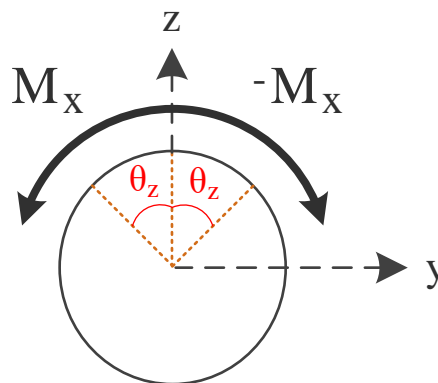


Figura 3.4– Deformação apresentada pela ação de  $M_x$ .

Através de Hibbeler (2010) é possível calcular esta relação entre um momento aplicado e o ângulo de torção  $\theta$  através da Equação 3.6.

$$\phi = \frac{TL}{JG} \quad (3.6)$$

onde,  $T$  representa o torque atuante na seção transversal,  $L$  é o comprimento do eixo,  $J$  o momento de inércia polar da área da seção transversal e  $G$  representa o módulo de elasticidade ao cisalhamento do material.

Considerando agora a aplicação de forças na direção do eixo  $x$ , a deformação apresentada pelo elemento elástico será dada apenas por uma deformação axial ao longo do eixo, conforme ilustra a Figura 3.5. Ao serem aplicadas forças no elemento elástico na direção do eixo  $x$ , percebe-se que a deformação será positiva (o elemento elástico terá um comprimento maior), quando a força aplicada for positiva, conforme ilustra a Figura 3.5a. A deformação será negativa (o elemento elástico terá um comprimento menor) quando a força aplicada for negativa, conforme ilustra a Figura 3.5b.

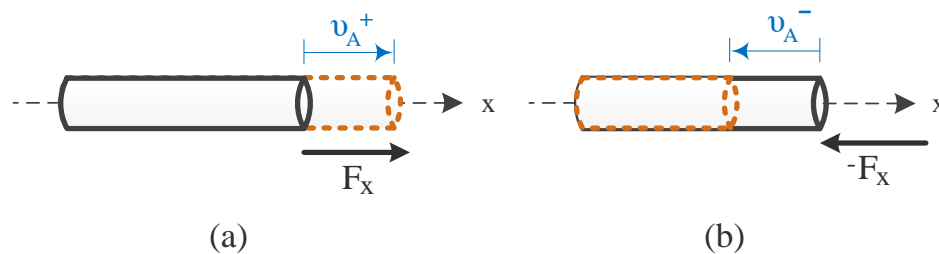


Figura 3.5– Deformação apresentada pela ação de  $F_x$ .

Levando em consideração a aplicação desta força no eixo do elemento complacente, de acordo com Beer (2012), a relação entre o deslocamento linear e a força aplicada na direção do eixo pode ser expressa como:

$$\delta = \frac{PL}{AE} \quad (3.7)$$

onde,  $P$  é a resultante das forças internas,  $L$  é o comprimento de referência inicial,  $A$  representa a área da seção transversal inicial do corpo de prova e  $E$  representa a constante de proporcionalidade denominada módulo de elasticidade ou módulo de Young.

Tendo as forças e momentos do eixo  $x$  analisados, restam então as forças e momentos em relação aos eixos  $y$  e  $z$ . De acordo com o sistema de referências adotado para a análise das forças, para que o elemento elástico apresente uma deflexão no sentido positivo do eixo  $y$  adotado, a força aplicada deve seguir o sentido positivo do eixo  $y$  adotado confor-

me pode ser visto na Figura 3.6a. O deslocamento no sentido positivo do eixo  $y$  pode ainda ser afetado por mais uma ação, que é o momento aplicado no elemento elástico em torno do eixo  $z$ . Tendo estas duas ações que resultam em uma deflexão no sentido positivo do eixo  $y$ , a deflexão pode ser calculada como uma soma das deflexões causadas pelas duas ações, conforme ilustra a Figura 3.6a.

De forma semelhante à deflexão no sentido positivo do eixo  $y$ , a deflexão no sentido negativo do eixo  $y$  se dá com a força aplicada no sentido negativo do eixo  $y$  e do momento negativo em relação ao eixo  $z$ , conforme pode ser visto na Figura 3.6b.

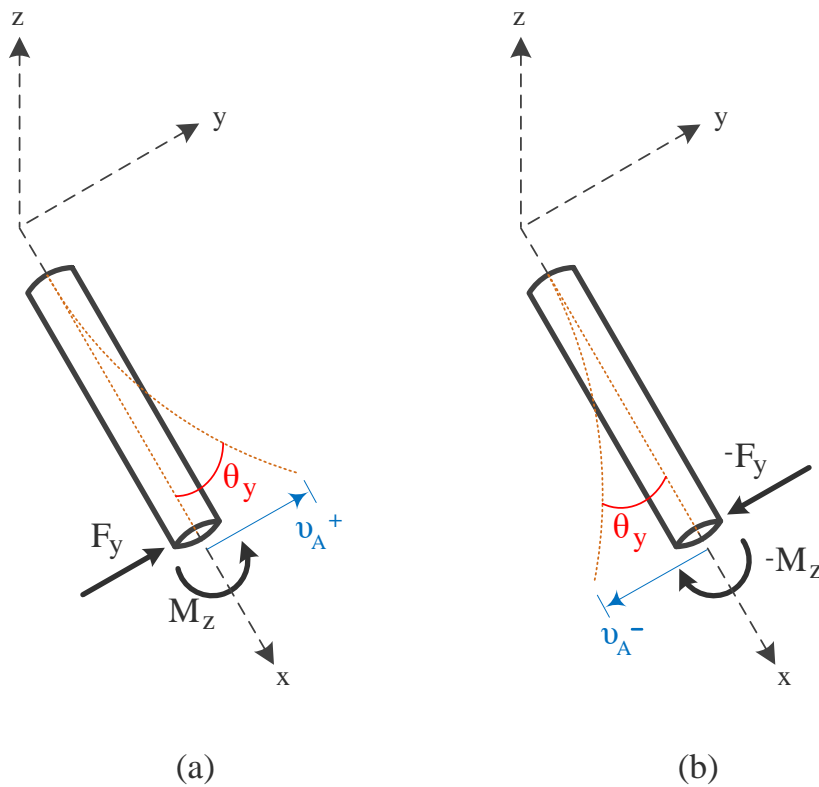


Figura 3.6– Deformação apresentada pela ação de  $F_y$  e  $M_z$ .

Tendo as forças em  $x$  e  $y$ , e os momentos em  $x$  e  $z$  analisados, resta apenas a análise do impacto da força aplicada em relação ao eixo  $z$  e do momento em torno do eixo  $y$  no elemento elástico. Como pode ser visualizado na Figura 4a, ao aplicar uma força no sentido positivo do eixo  $z$ , o elemento elástico tenderá a apresentar uma deflexão positiva no sentido do eixo  $z$ . A deflexão também é positiva quando um momento em torno do eixo  $y$  negativo é aplicado e ambas geram um ângulo de deflexão  $\theta_y$ , como pode ser visto na Figura 4a.

De forma similar a análise realizada com a força no sentido positivo do eixo  $z$  e do momento em torno do eixo  $y$  negativo, quando uma



força aplicada no sentido negativo do eixo  $z$  e/ou um momento em torno do eixo  $y$  é aplicado na extremidade do elemento elástico, uma deflexão negativa em relação ao eixo  $z$  é apresentada e ambas geram um ângulo de deflexão  $\theta_z$ , conforme ilustra a Figura 4b.

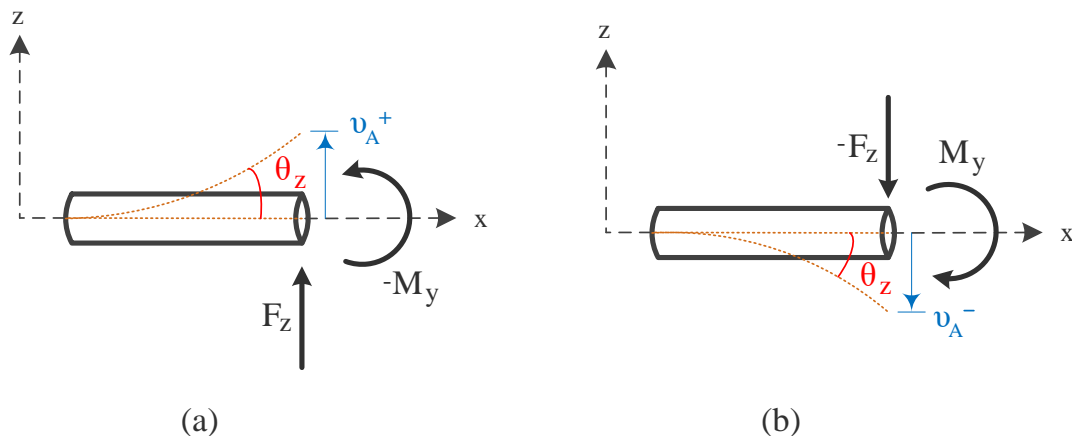


Figura 3.7– Deformação apresentada pela ação de  $F_y$  e  $M_z$ .

Tendo em vista as considerações realizadas acima sobre a deflexão da barra em função das forças aplicadas nos eixos  $y$  e  $z$ , a deflexão linear e angular, de acordo com Hibbeler (2010), pode ser calculada de acordo com as Equações 3.8 e 3.9 respectivamente.

$$\theta_A = -\frac{PL^2}{2EI} \quad (3.8)$$

$$v_A = \frac{PL^3}{3EI} \quad (3.9)$$

onde,  $P$  é a resultante das forças aplicadas na extremidade da barra,  $L$  é o comprimento de referência inicial,  $E$  representa a constante de proporcionalidade denominada módulo de elasticidade ou módulo de Young e  $I$  o momento de inércia da barra calculado em torno do eixo neutro.

Considerando agora a deflexão da barra em função dos momentos em torno dos eixos  $y$  e  $z$ , a deflexão linear e angular, de acordo com Hibbeler (2010), pode ser calculada de acordo com as Equações 3.10 e 3.11 respectivamente.

$$\theta_A = -\frac{ML}{EI} \quad (3.10)$$

$$v_A = -\frac{ML^2}{2EI} \quad (3.11)$$

De acordo com as análises feitas anteriormente, percebe-se que com a aplicação de forças e momentos no espaço atuando sobre o elemento elástico, o mesmo sofrerá três tipos de deformações. A primeira delas é uma torção de acordo com o momento aplicado sobre o elemento elástico em torno do eixo do elemento.

A outra deformação ocorre em função de uma força sendo aplicada no mesmo sentido do eixo do elemento elástico, e é denominada de deformação axial. E por fim, a última deformação apresentada pela ação de forças no elemento elástico, é denominada de deflexão, e se dá através das forças e momentos aplicados sobre os eixos transversais do elemento elástico.

### 3.3 Matriz de complacência

Klimchik e Pashkevitch (2012), afirmam que a rigidez do manipulador se torna uma das mais importantes medições de performance de um sistema robótico, e que particularmente em operações de contato com o meio a rigidez define erros de posicionamento em função da interação entre a ferramenta e a peça manipulada.

Essa propriedade é geralmente descrita como a matriz de rigidez  $K_c$  a qual é uma matriz  $6 \times 6$  simétrica e relaciona linearmente os deslocamentos translacionais/rotacionais no espaço cartesiano e as forças/torques da análise estática. A matriz inversa de  $K_c$  é chamada de matriz de complacência, e é representada por  $k_c$ .

Lipkin e Patterson (1990), Zhang, *et al* (2014) e Deblaise *et al* (2004) relacionam a matriz de rigidez com os deslocamentos translacionais/rotacionais e as forças aplicadas através da relação:

$$W = K_c T \quad (3.12)$$

onde  $W$ , conforme pode ser visto na Figura 3.8 corresponde à heliforça de dimensão  $6 \times 1$  atuante sobre o nó  $j$ , sendo definida por  $W = [F_{xj} F_{yj} F_{zj} M_{xj} M_{yj} M_{zj}]^T$ . O deslocamento em função da heliforça  $W$  é definido por  $T = [dP_j \delta_j]^T$ , onde  $dP_j = [u_j v_j w_j]$  corresponde ao vetor de deslocamentos translacionais e  $\delta_j = [\theta_{xj} \theta_{yj} \theta_{zj}]^T$  corresponde ao vetor de deslocamentos rotacionais.

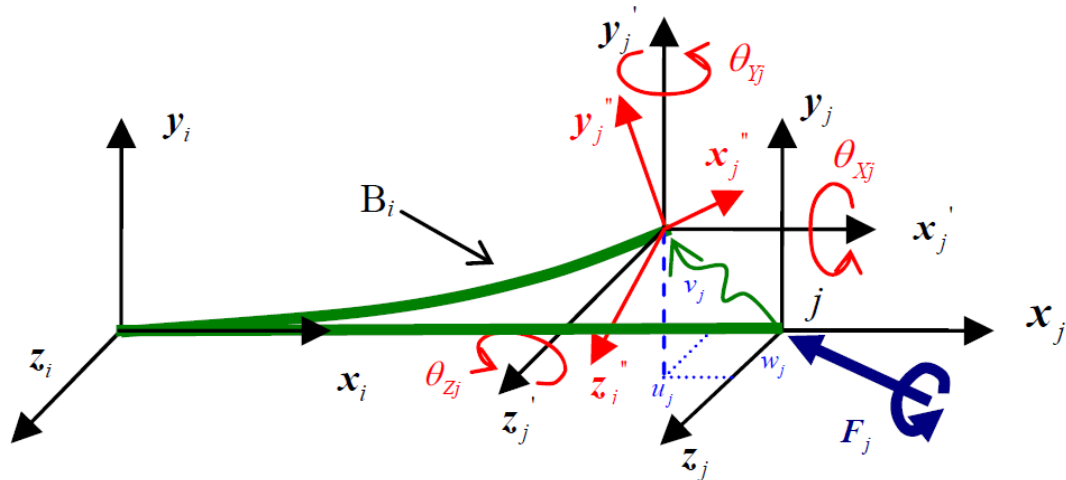


Figura 3.8– Deslocamento de um elo pela ação de forças. (Adaptado de Deblaise *et al* (2004)).

Klimchik, *et al* (2013) afirma que uma matriz de rigidez de um elo em um espaço tridimensional possui a forma demonstrada na Equação 3.13:

$$K_c = \begin{bmatrix} * & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & | & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & * & | & 0 & * & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & * & 0 & 0 \\ 0 & 0 & * & | & 0 & * & 0 \\ 0 & * & 0 & | & 0 & 0 & * \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

onde, o símbolo “\*” simboliza elementos diferentes de zero.

Ao aplicar a matriz de rigidez na Equação 3.12, tem-se que:

$$\begin{bmatrix} F_{xj} \\ F_{yj} \\ F_{zj} \\ M_{xj} \\ M_{yj} \\ M_{zj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & | & K_{12} \\ \hline K_{21} & | & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_j \\ v_j \\ w_j \\ \theta_{xj} \\ \theta_{yj} \\ \theta_{zj} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Através da relação mostrada na Equação 3.14 é possível visualizar que as sub-matrizes  $K_{11}$  e  $K_{12}$  relacionam os deslocamentos lineares e angulares, respectivamente, com as forças aplicadas sobre o nó  $j$ . Já as matrizes  $K_{21}$  e  $K_{22}$  relacionam os deslocamentos lineares e angulares

respectivamente, porém em relação aos momentos aplicados sobre o nó  $j$ .

Levando em consideração que a matriz de complacência ( $k_c$ ) é o inverso da matriz de rigidez ( $K_c$ ) e que o foco deste trabalho é o cálculo das deformações em função das forças atuantes sobre o elemento complacente, a Equação 3.12 pode ser manipulada de forma a isolar as deformações, conforme é apresentado na Equação 3.15.

$$T = (K_c)^{-1} W \rightarrow T = k_c W \quad (3.15)$$

Deblaise *et al* (2004) afirma que a matriz de rigidez é montada a partir de cálculos de análise estrutural de maneira a definir a matriz de rigidez de toda uma estrutura. Em Klimchik, *et al* (2010) é exposta a matriz de rigidez de um elo, conforme pode ser visto na Equação 3.16

$$K_c = \frac{E}{L^3} \begin{bmatrix} AL^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12I_z & 0 & 0 & 0 & -6LI_z \\ 0 & 0 & 12I_y & 0 & 6LI_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJL^2}{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6LI_y & 0 & 4L^2I_y & 0 \\ 0 & -6LI_z & 0 & 0 & 0 & 4L^2I_z \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

onde,  $A, I_y, I_z$  são a área e os momentos de inércia da seção transversal,  $J$  é o momento de inércia polar e  $E$  e  $G$  são os módulos de elasticidade longitudinal e transversal respectivamente. Conforme pode ser visto, as equações aqui presentes nesta matriz são as mesmas apresentadas na seção 3.2 e calculadas no Apêndice A.

Como a matriz de flexibilidade ( $k_c$ ) é o inverso da matriz de rigidez ( $K_c$ ), então Deblaise *et al* (2004) ainda apresenta:

$$k_c = \frac{L^3}{E} \begin{bmatrix} \frac{1}{AL^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3I_z} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2I_zL} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3I_y} & 0 & -\frac{1}{2I_yL} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{GJL^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2I_yL} & 0 & \frac{1}{I_yL^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2I_zL} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_zL^2} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Tendo definida esta matriz de complacência, através da relação expressa pela Equação 3.15, os deslocamentos em função das forças aplicadas e da rigidez do elo é calculada, sendo possível obter o deslocamento translacional e rotacional de um elo do manipulador, no caso deste trabalho, do elemento complacente acoplado ao manipulador.

### 3.4 Estudo do impacto da atenuação na inserção de um elemento complacente

Através das seções anteriores foi possível quantificar o deslocamento apresentado pelo elemento elástico inserido no manipulador com a atuação de forças e momentos sobre o mesmo.

Com isso a trajetória de um manipulador o qual possua um elemento elástico acoplado, pode ser corrigida levando-se em considerações as deformações apresentadas anteriormente juntamente com características do material utilizado.

Conforme Casolo (2010), durante a medição e o processamento de sinais digitalmente, é comum enfrentar problemas com ruídos, sendo que o ruído pode surgir de várias fontes com diferentes características e afetar os sistemas de medição.

Em Cruz (2010) é apresentado uma leitura de forças de contato com o meio obtidas através de um processo de usinagem com uma fresadora no Laboratório de Usinagem e Comando Numérico da Universi-

dade Federal de Santa Catarina, a qual pode ser visualizada na Figura 3.9.

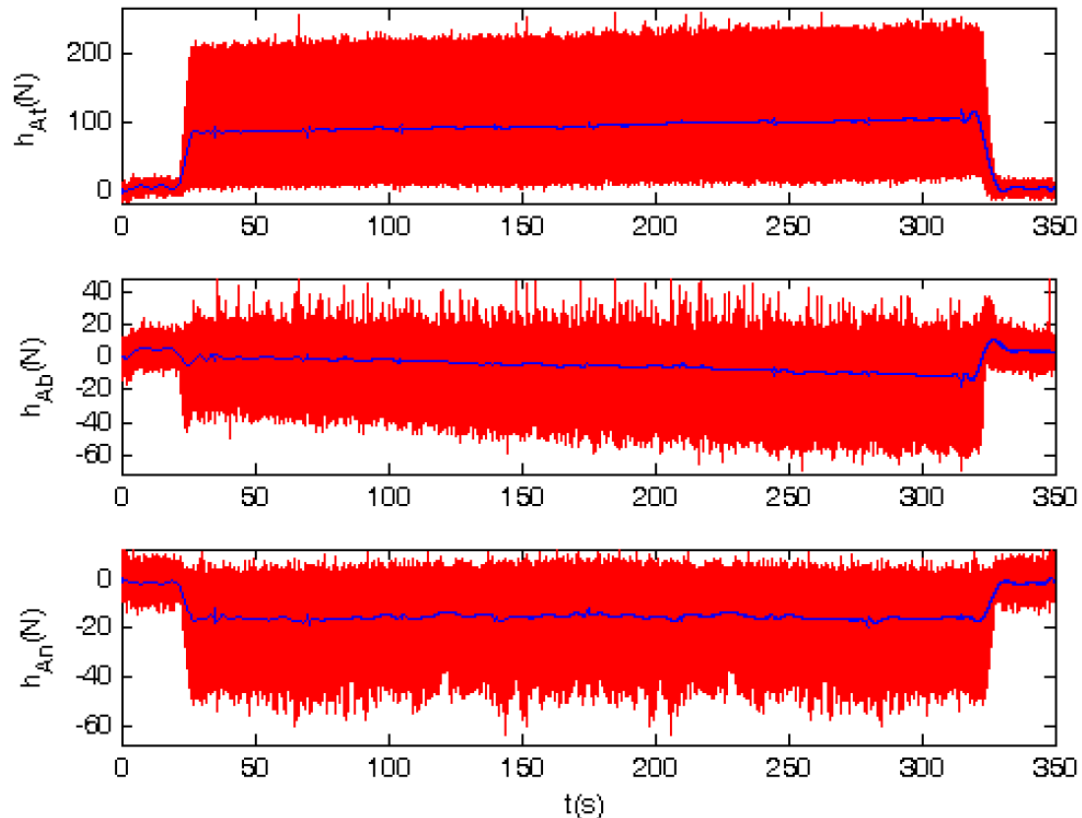


Figura 3.9–Leitura de forças com ruído. Adaptado de Cruz (2010).

Através desta figura é possível visualizar que a leitura do sensor representada pela linha vermelha é bastante afetada pelo ruído. Na linha azul é representado o valor médio da força lida pelo sensor.

É válido ressaltar que na Figura 3.9, a leitura do sensor de forças se dá em um manipulador industrial do tipo SCARA em um experimento de usinagem de superfície de peças, a priori um robô diferente do robô utilizado neste trabalho, porém os problemas com ruídos em aplicações robóticas independem do tipo de robô empregado.

Conforme exposto no mesmo trabalho, em situações onde o efetuador executa a tarefa em contato como meio o sinal de leitura destas forças é bastante ruidoso. Tendo isso em vista, propõe-se adicionar o elemento elástico entre o sensor responsável pela medição da leitura das forças de contato com o meio e o efetuador final, de forma a atenuar os ruídos provenientes da interação do manipulador com o meio.

Considerando o sensor de força preso ao punho como referência, e uma força  $F$  pura aplicada ao efetuador, o elemento complacente estará sujeito a forças e momentos como mostra a Figura 3.10.

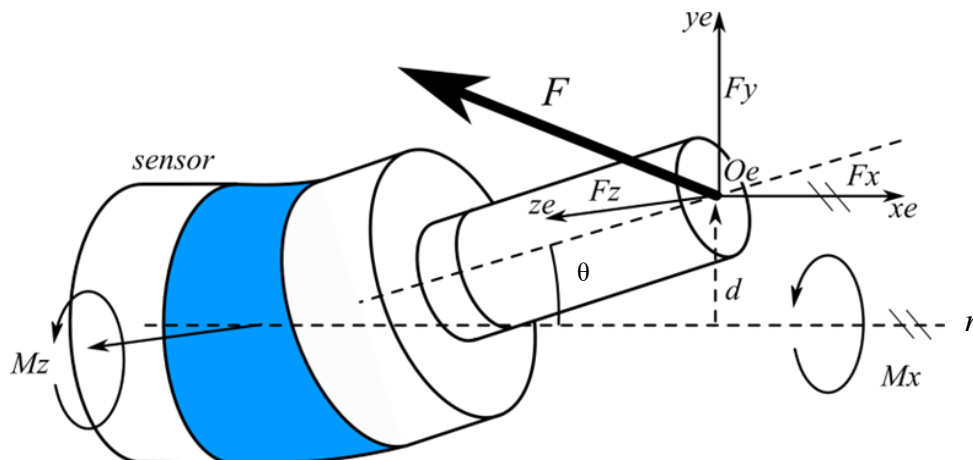


Figura 3.10– Elemento complacente sob a ação de forças.

Sendo  $O_e$  o sistema de coordenadas no ponto de ação da força  $F$ , com o eixo  $x_e$  paralelo ao eixo  $r$  (eixo do centro do sensor), eixo  $y_e$  definido na direção do vetor deslocamento  $d$  do efetuator causado pela flexibilidade do elemento complacente e o eixo  $z_e$  definido pela regra da mão direita. Portanto a força  $F$  gera:

- Momento  $M_z$  na direção  $z_e$ , com deslocamento angular  $\theta$ ;
- Momento  $M_x$  na direção  $x_e$  é obtido pela relação:

$$M_z = dF_z \quad (3.18)$$

O momento  $M_x$  provoca uma torção do elemento complacente, de forma similar ao modelo de torção de uma mola. A relação entre o momento  $M_x$  e o ângulo de torção na direção  $x_e$  é de 2ª ordem, o que permite concluir que existe uma frequência natural que atenua altas frequências do sinal  $M_x$ , minimizando assim os ruídos percebidos pelo sensor de forças.

As projeções de forças nas direções  $x_e$ - $y_e$  possuem um acoplamento de forças  $F_x$  e  $F_y$  e momento  $M_z$  o qual não mostra em primeira mão que exista alguma frequência natural associada e conseqüentemente uma atenuação de ruídos. Na seção a seguir um estudo das relações das forças  $F_x$  e  $F_y$  e do momento  $M_z$  é realizado com intuito de avaliar a atenuação de ruídos destes sinais sobre o sensor de força. Para este fim será utilizado uma análise dinâmica baseada no modelo mostrado na Figura 3.11

Tendo em vista os deslocamentos causados pela atuação de forças no elemento complacente, que como pode ser observado são deslocamentos lineares e angulares, o modelo dinâmico do sistema foi modelado conforme ilustra com a Figura 3.11.

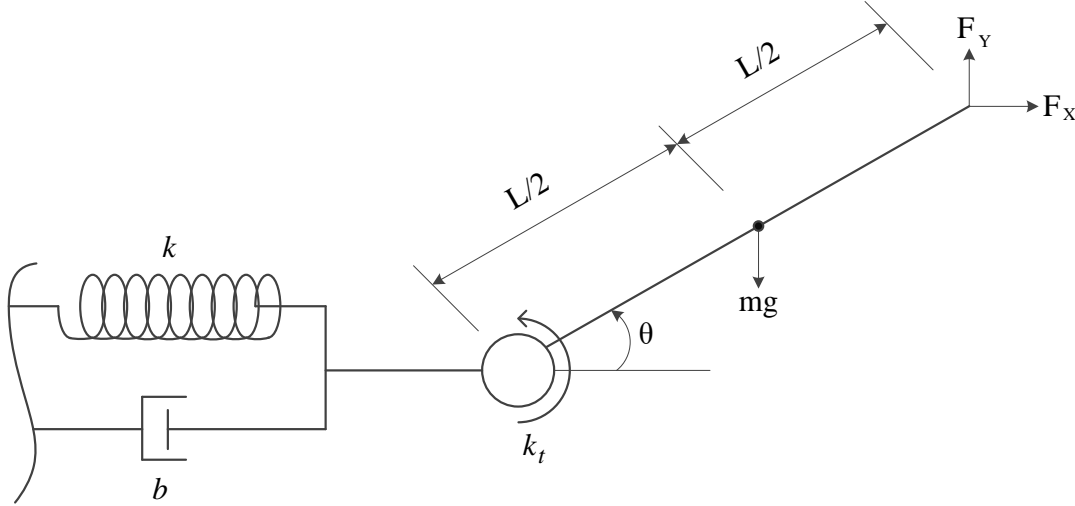


Figura 3.11– Modelo dinâmico do elemento elástico.

onde,  $k_t$  é a constante da mola de torção,  $L$  é a distância entre a mola de torção e o ponto da aplicação de força,  $\theta$  é o ângulo de rotação da mola de torção,  $m$  a massa do sistema e  $g$  a constante de gravidade.

O modelo dinâmico do sistema representado, conforme ilustrado na Figura 3.11 é composto de uma parte translacional e de uma parte rotacional. Então o movimento do sistema pode ser descrito conforme a Equação 3.19.

$$\begin{cases} J\ddot{\theta} + b_t\dot{\theta} + k_t\theta = L(F_y\cos(\theta) - F_x\sin(\theta)) + L\sin(\theta)(-kx - b\dot{x}) - mgL/2 \\ m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = mL(\cos(\theta)\dot{\theta}^2 + \sin(\theta)\ddot{\theta}) + F_x\cos(\theta) + F_y\sin(\theta) \end{cases} \quad (3.19)$$

Como o elemento elástico a ser utilizado possui dimensões pequenas, isso quer dizer que os ângulos de rotação serão muito próximos de zero, o sistema pode ser linearizado.

Como os ângulos tendem a ser muito próximos de zero, uma vez que objetiva-se a inserção de uma pequena porção de um material elástico no manipulador, então a parte da representação do movimento rotacional descrito na equação 3.19 pode ser simplificada, conforme pode ser visto na Equação 3.20.

$$J\ddot{\theta} + b_t\dot{\theta} + k_t\theta = L(F_y - F_x\theta) + L\theta(-kx - b\dot{x}) - mgL/2 \quad (3.20)$$



porém, como  $\theta \rightarrow 0$

$$J\ddot{\theta} + b_t\dot{\theta} + k_t\theta = F_yL - mgL/2 \quad (3.21)$$

Assim como a parte que descreve o movimento rotacional, a parte translacional também pode ser simplificada, conforme pode ser visto na Equação 3.22.

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = mL(\dot{\theta}^2 + \theta\ddot{\theta}) + F_x + F_y\theta \quad (3.22)$$

porém, como  $\theta \rightarrow 0$

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_x \quad (3.23)$$

Com isso, o sistema linearizado que descreve os movimentos de rotação e translação do elemento elástico acoplado ao manipulador é descrito na Equação 3.24.

$$\begin{cases} J\ddot{\theta} + b_t\dot{\theta} + k_t\theta = F_yL - mgL/2 \\ m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_x \end{cases} \quad (3.24)$$

De forma a analisar o impacto da inserção do elemento elástico na atenuação de ruídos, através das equações descritas em 3.22 a função de transferência no domínio da frequência que relaciona o deslocamento translacional com a força aplicada na complacência é descrita na Equação 3.25.

$$\frac{x(s)}{F_x(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k} \quad (3.25)$$

De maneira similar a parte que descreve o deslocamento translacional, a análise no domínio da frequência da parte responsável pela representação do movimento rotacional do modelo proposto na Figura 3.11 é dada através da função de transferência conforme pode ser visto na Equação 3.26.

$$\frac{\theta(s)}{F_y(s)} = \frac{L}{Js^2 + b_t s + k_t} \quad (3.26)$$

Através das Equações 3.25 e 3.26 é possível estabelecer uma relação entre a força aplicada no eixo  $x$  e o deslocamento translacional e uma força aplicada no eixo  $y$  e seu respectivo deslocamento rotacional.

Levando-se em consideração que em Ogata (2011) uma função de transferência de segunda ordem é definida conforme a Equação 3.27:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3.27)$$

onde,  $\omega_n$  corresponde à frequência natural do sistema,  $\xi$  é o coeficiente de amortecimento do sistema,  $C(s)$  corresponde à saída do sistema e  $R(s)$  à entrada do sistema.

Dividindo a Equação 3.27 por  $\omega_n^2$ , tem-se:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\xi s}{\omega_n} + 1} \quad (3.28)$$

onde, através da Equação 3.28 as frequências naturais das funções de transferência apresentadas nas Equações 3.25 e 3.26 podem ser extraídas, tendo então a frequência de corte do ruído.

Manipulando a Equação 3.25 é possível chegar em:

$$\frac{x(s)}{F_x(s)} = \frac{1/k}{\frac{m}{k}s^2 + \frac{b}{k}s + 1} \quad (3.29)$$

onde, a frequência natural ( $\omega_n$ ) deste sistema pode ser encontrada conforme a Equação 3.30.

$$\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{m}{k} \rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.30)$$

Esta frequência corresponde ao limite de frequência sob o qual o ruído será atenuado, ou seja, os ruídos de frequência adicionados ao sistema pelas forças axiais superiores ao  $\omega_n$  calculado na Equação 3.30 serão atenuados pelo elemento complacente acoplado ao manipulador.

Para as forças no sentido do eixo  $y$ , ou seja, da equação que descreve o movimento rotacional do sistema, manipula-se a Equação 3.26, obtendo-se a seguinte relação:

$$\frac{\theta(s)}{F_y(s)} = \frac{L/k_t}{\frac{J}{k_t}s^2 + \frac{b_t}{k_t}s + 1} \quad (3.31)$$

A frequência natural ( $\omega_n$ ) deste sistema pode ser encontrada conforme a Equação 3.32.

$$\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{J}{k_t} \rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{k_t}{J}} \quad (3.32)$$

Através das Equações 3.30 e 3.32 é possível perceber que para as forças atuantes no sistema os ruídos serão atenuados nas frequências que foram apresentadas.

Através do Diagrama de Bode, onde é possível evidenciar a frequência de corte do sistema, ou seja, a frequência que divide a resposta em frequência em duas regiões: a curva da região de baixa frequência e a curva da região de alta frequência (OGATA, 2011).

O Diagrama de Bode da Equação 3.29 pode ser calculado, levando-se em consideração as informações presentes do Anexo C deste trabalho.

Para isso, de acordo com Gonçalves (2009), a rigidez axial da complacência é calculada em função do módulo de elasticidade  $E$ , a área da seção transversal  $A$  e do comprimento  $l$ , conforme segue:

$$k = \frac{EA}{l} \quad (3.33)$$

De acordo com Granta (2015), o módulo de elasticidade ( $E$ ) é de 0.0021 GPa (Anexo C). Como se trata de um cilindro com 5cm de raio e 5cm de comprimento, a área da seção transversal  $A$  é calculada por:

$$A = \pi r^2 \quad (3.34)$$

Logo, a rigidez axial da complacência é calculada a seguir:

$$k = \frac{(0.021 \times 10^9) * (0.0079)}{0.05} = 3,298 \times 10^5 \quad (3.35)$$

A constante de amortecimento  $b$ , pode ser calculada em função fator de perda ( $\eta$ ). Silva (2005), define o fator de perda como a capaci-

dade específica de amortecimento por radiano do ciclo de amortecimento, onde o mesmo pode ser aproximado por duas vezes a razão de amortecimento ( $\xi$ ), conforme é apresentado na equação a seguir:

$$\eta = 2\xi \quad (3.36)$$

De acordo com Kallio (2005), a razão de amortecimento ( $\zeta$ ) se relaciona com a constante de amortecimento  $b$  através da seguinte equação:

$$\xi = \frac{b}{b_c} \quad (3.37)$$

onde  $b_c$  representa o amortecimento crítico do sistema.

O amortecimento crítico do sistema ( $b_c$ ), por sua vez, é calculado por:

$$b_c = 2m\omega_n \quad (3.38)$$

A massa do elemento complacente pode ser calculada de acordo com a densidade especificada no Anexo C. (GRANTA, 2015).

Como densidade é massa por volume, logo a massa do elemento é calculada por:

$$m = DV \quad (3.39)$$

com isso, tem-se que:

$$m = (1,02 \times 10^3)\pi lr^2 = 0,4 \text{ Kg} \quad (3.40)$$

Para calcular o amortecimento crítico do sistema,  $\omega_n$  pode ser encontrado de acordo com a Equação 3.30.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{3,298 \times 10^5}{0,4}} = 907,43 \text{ rad/s} \quad (3.41)$$

Tendo a frequência natural e a massa calculadas, o amortecimento crítico do sistema, conforme a Equação 3.38 é calculado por:

$$b_c = 2 * 0,4 * 907,43 = 725,944 \text{ Ns/m} \quad (3.42)$$

Lijesh e Hirani (2014) realizaram medições em diversos tipos de borracha e constataram que o fator de perda da borracha natural é de

0.948433. Utilizando-se da relação expressa na Equação 3.36, a razão de amortecimento pode ser calculada.

$$\xi = \frac{\eta}{2} = \frac{0,948433}{2} = 0,4742 \quad (3.43)$$

Por fim, tendo o amortecimento crítico e a razão de amortecimento calculadas é possível calcular o amortecimento  $b$ , conforme calculado anteriormente na Equação 3.37.

$$b = \xi b_c = 344,2426 \text{ Ns/m} \quad (3.44)$$

Com isso, o diagrama de bode da função de transferência que representa o deslocamento linear do sistema em função de uma força aplicada no eixo  $x$  (Equação 3.29), é apresentado a seguir:

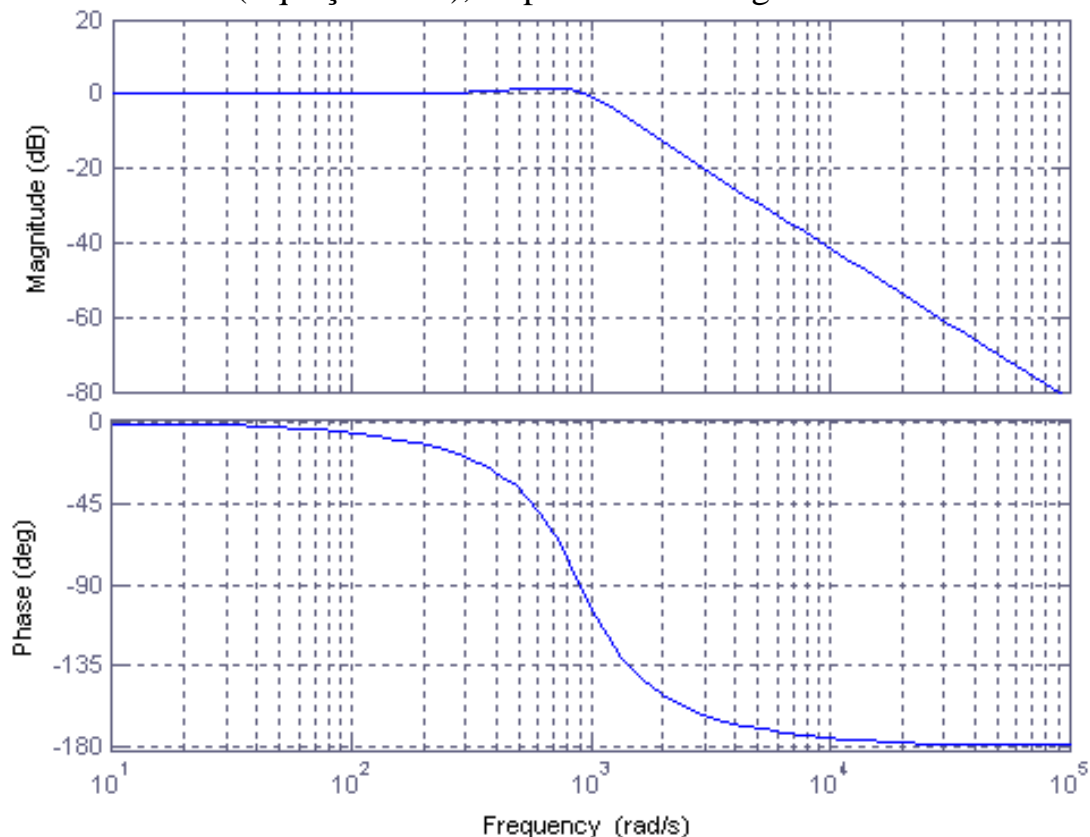


Figura 3.12– Diagrama de Bode da função de transferência do deslocamento na direção do eixo  $x$ .

Como pode ser visto na Figura 3.12, a frequência de corte encontra-se na região da frequência de  $10^3$ , comprovando o cálculo efetuado na Equação 3.41. Isto significa que as altas frequências de ruído impostas ao sensor pela ação de forças atuantes no eixo  $x$ , serão atenuadas.

Por se tratar de um material isotrópico e homogêneo, a rigidez axial ( $k = k_t$ ) e a razão de amortecimento ( $\xi$ ) é a mesma para as deformações apresentadas nos eixos  $x$  e  $y$ .

De forma a apresentar o Diagrama de Bode para a função de transferência que descreve o deslocamento no eixo  $y$ , a frequência natural ( $\omega_n$ ) equacionada na Equação 3.32 é calculada como:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{3,298 \times 10^5}{4,908 \times 10^{-6}}} = 2.5922 \times 10^5 \text{ rad/s} \quad (3.45)$$

Conhecendo-se os valores de  $\omega_n$ ,  $\xi e k_t$  o coeficiente de amortecimento pode ser obtido através da relação expressa na Equação 3.46.

$$b_t = 2\xi\omega_n k_t \rightarrow b_t = 81,074 \times 10^9 \text{ Ns/m} \quad (3.46)$$

Tendo todas as variáveis calculadas o Diagrama de Bode representando a frequência de corte da função de transferência apresentada na Equação 3.31 é apresentado na Figura 3.13.

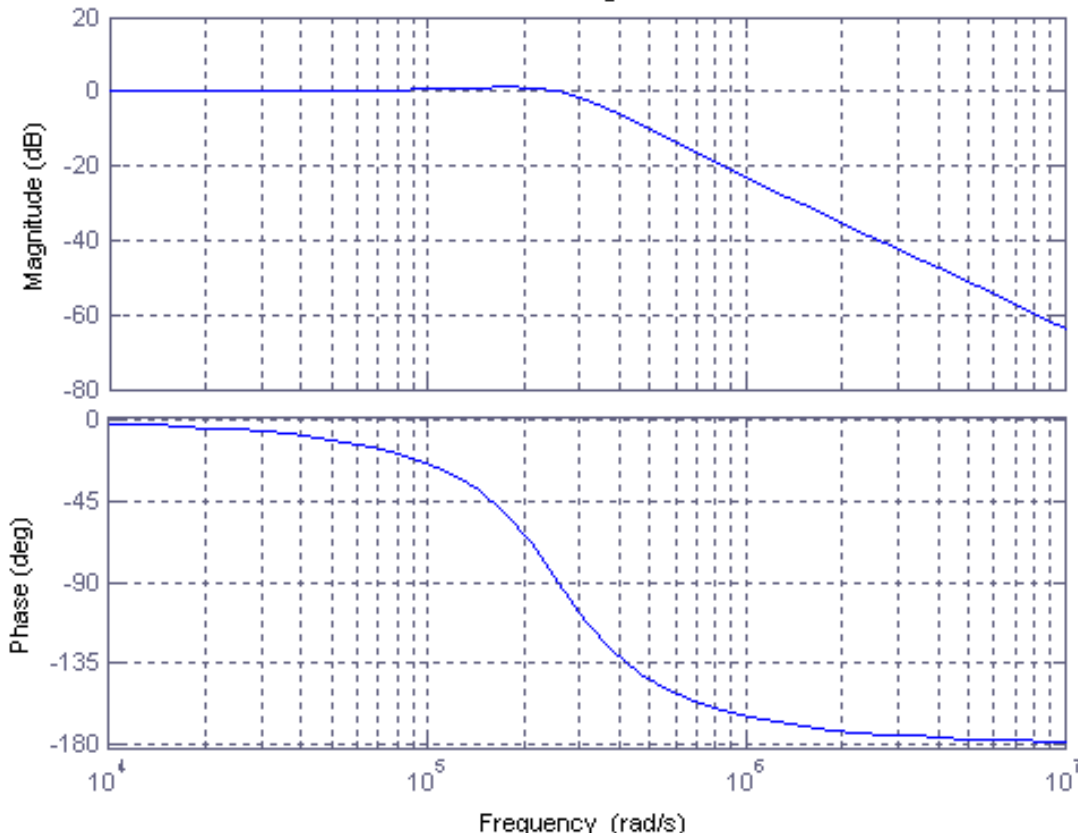


Figura 3.13– Diagrama de Bode da função de transferência do deslocamento na direção do eixo  $y$ .

Conforme visto nos diagramas de Bode, o ruído apresentado pela ação de forças em ambas as direções do elemento complacente é devidamente atenuado. Tais características se dão ao fato de que o elemento complacente se comporta como um filtro passa-baixa, onde as frequências acima da frequência de corte são atenuadas.

Através destas características apresentadas neste capítulo, percebe-se que com a inserção do elemento complacente os ruídos de alta frequência que estão presentes nas leituras dos sensores de força serão atenuados, podendo servir auxílio em aplicações as quais possam requerir uma sensibilidade ao ruído maior.

Para o modelo do robô 3D levado em consideração também por este trabalho, os cálculos apresentados nesta seção continuam válidos uma vez que as forças que atuam nos sentidos não axiais farão com que o material, uma vez que este seja homogêneo e isotrópico, possua as mesmas propriedades de deformação.

Neste capítulo foi possível avaliar o impacto da inserção do elemento complacente em um manipulador serial em relação ao ruído imposto pelo meio a um sensor acoplado a este manipulador. Porém com o acoplamento do elemento complacente ao manipulador, o mesmo irá em função da ação de forças externas, apresentar também erro de posicionamento, o qual será abordado nos capítulos a seguir.





## 4 ESTÁTICA DE MANIPULADORES SERIAIS

De acordo com os conhecimentos necessários para realizar a análise estática de manipuladores descritos no Capítulo 2, como Teoria de Helicóides, Teoria de Grafos, Lei dos Cortes e com o comportamento do elemento elástico sob a ação de forças e momentos descrito no Capítulo 3, neste capítulo objetiva-se a realização da análise estática de um manipulador serial planar 3R e de um manipulador espacial 6R, ambos com um elemento elástico acoplado ao manipulador.

De acordo com os passos para a resolução da estática através do método de Davies definidos por Cazangi (2008), e citados na seção 2.4, cada etapa será demonstrada e melhor esclarecida através da aplicação do método nos casos dos robôs simulados neste trabalho.

### 4.1 Caso planar com elemento elástico

Basicamente, um robô serial 3R planar é composto por três juntas rotativas, e três elos de comprimentos  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  conforme pode ser visualizado na Figura 4.1.

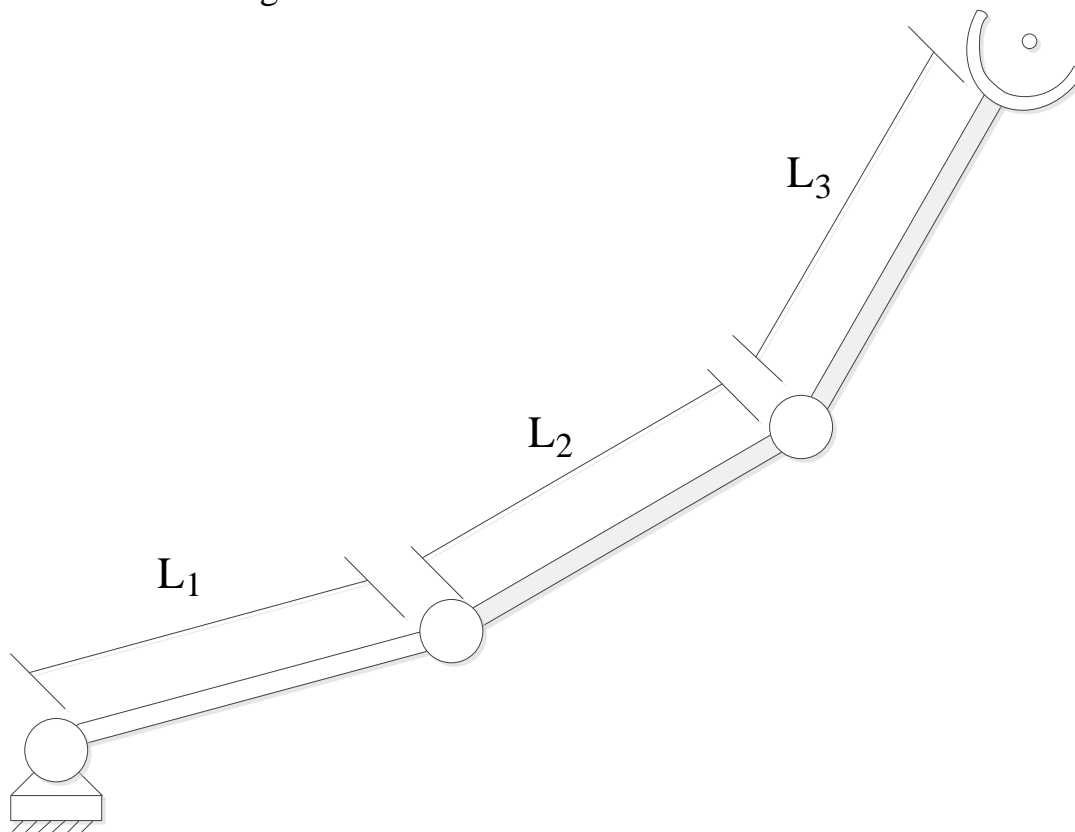


Figura 4.1– Representação de um robô 3R planar.

Conforme é possível observar na Figura 4.1 o mecanismo é composto por 4 corpos ( $n = 4$ ) e 4 acoplamentos ( $e = 4$ ), onde os acoplamentos são as juntas rotativas e o ponto de contato com o meio, já os corpos são considerados os elos 1, 2, 3 e o elo 0, que representa o fechamento da cadeia que é realizado através do ponto de contato com o meio, conforme pode ser visualizado na Figura 4.2.

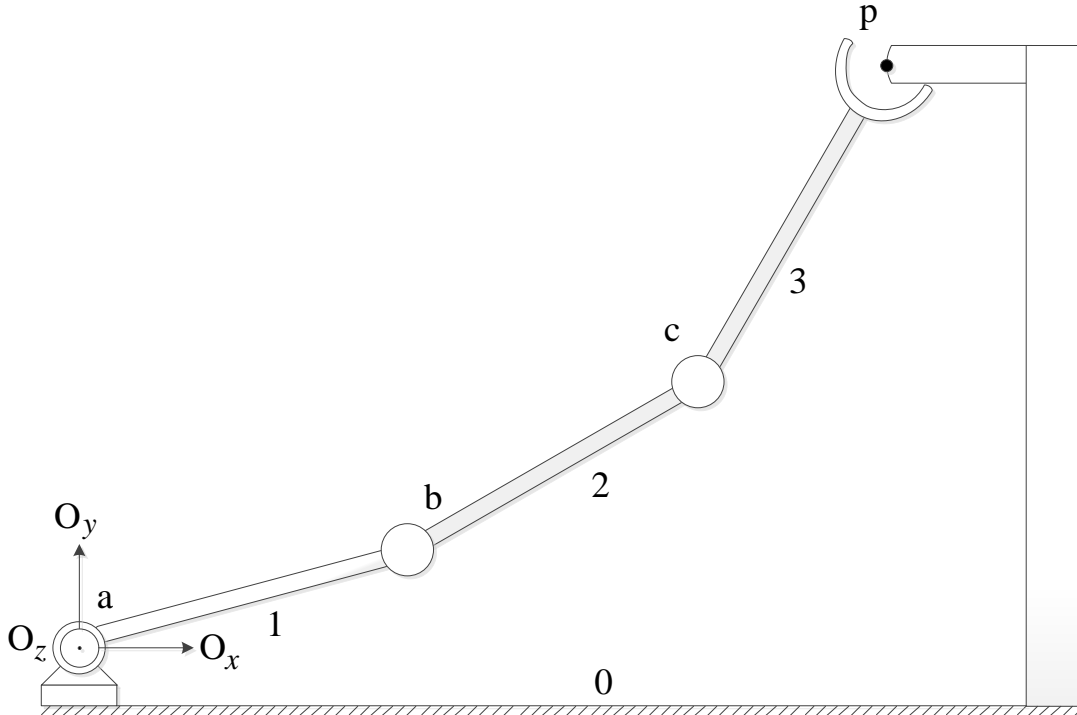


Figura 4.2– Representação do fechamento da cadeia.

Porém, conforme o modelamento dinâmico do sistema apresentado na seção 3.3 que simula o comportamento do elemento elástico acoplado ao manipulador, pode-se perceber que o sistema é composto por uma parte de translação e uma parte de rotação.

Por isso o mecanismo representado nas Figuras 4.1 e 4.2 não representa fielmente o mecanismo proposto neste trabalho. Tendo isso em vista, para que seja possível realizar a análise estática do mecanismo proposto, adicionou-se uma cadeia composta por uma junta prismática e uma junta rotativa ao manipulador 3R serial, como pode ser visto através da Figura 4.3.

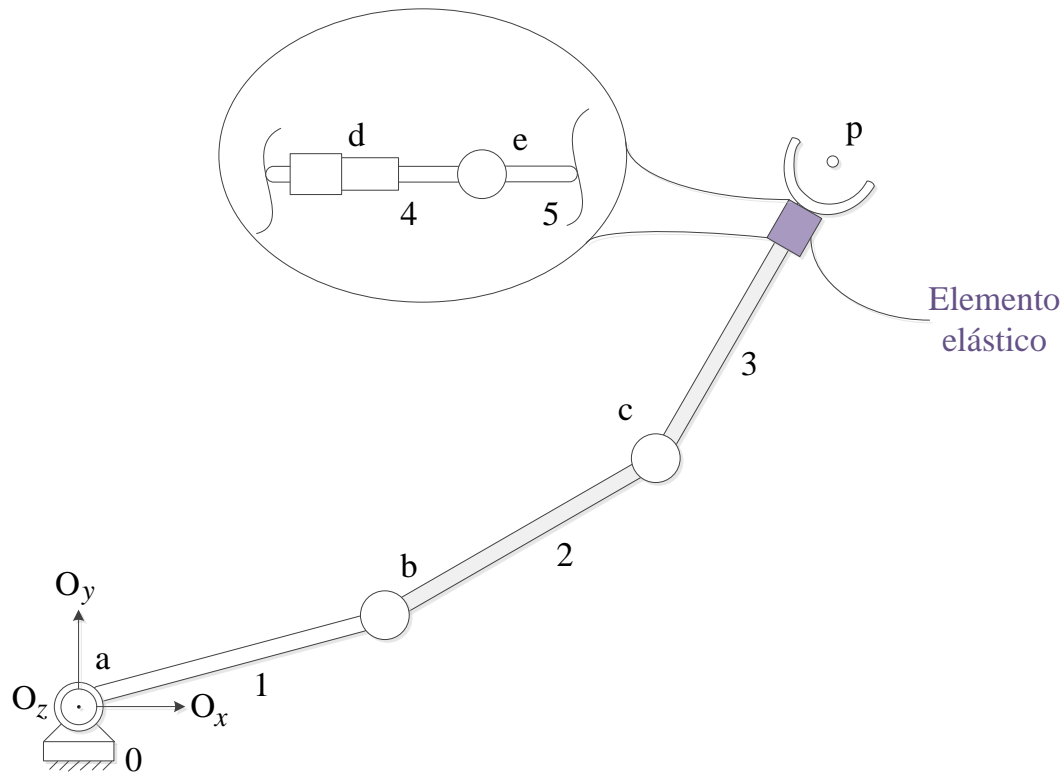


Figura 4.3– Inserção da cadeia de simulação do elemento elástico.

Então, com o fechamento da nova cadeia, na qual simula um robô 3R planar com um elemento elástico acoplado, é possível perceber que o número de corpos passou a ser 6 ( $n = 6$ ) e o número de acoplamentos passou a ser também igual a 6 ( $e = 6$ ).

De acordo com as etapas definidas por Cazangi (2008), a primeira subetapa do primeiro passo, consiste na **representação esquemática do mecanismo**, a qual o modelo físico do mecanismo é representado juntamente com as informações topológicas e geométricas e o sistema de coordenadas  $O_{xyz}$ , conforme pode ser visto na Figura 4.3.

Cazangi (2008) ainda complementa que a localização da origem do sistema de coordenadas  $O_{xyz}$  é arbitrária, porém deve ser realizada de maneira coerente tendo em vista a diminuição da complexidade do problema.

Na segunda subetapa do primeiro passo é realizada uma representação topológica do mecanismo, a qual é conhecida como **rede de acoplamentos**. A Figura 4.4 ilustra a rede de acoplamentos do manipulador 3R com a cadeia P-R correspondente ao elemento elástico.

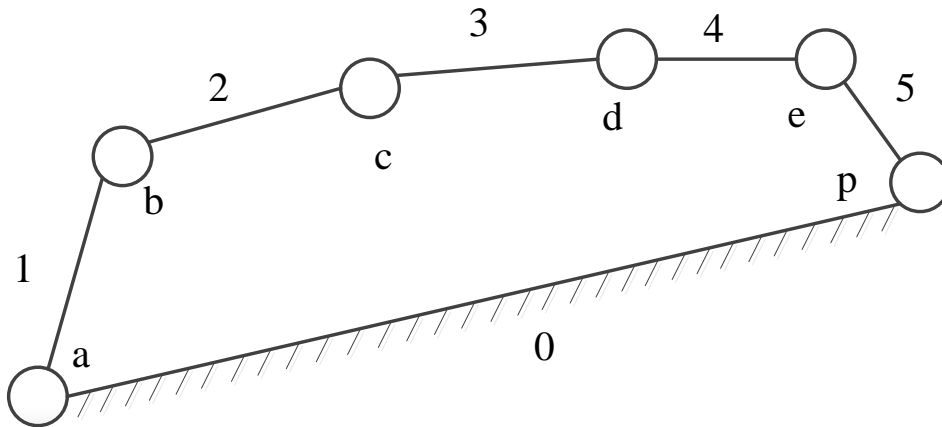


Figura 4.4– Rede de acoplamentos do mecanismo 3R planar com elemento complacente.

Na subetapa seguinte é montado o **grafo de acoplamentos**  $G_C$  o qual se utiliza da rede de acoplamentos como base. As arestas deste grafo representam as juntas do mecanismo e os vértices representam os elos do mesmo.

Nesta etapa também é necessário orientar as arestas do grafo de acoplamentos no sentido dos vértices menores para os maiores. No contexto da análise estática, o direcionamento das setas define o sentido de aplicação de ação de um corpo sobre seu adjacente. (CAZANGI, 2008; WEIHMANN, 2011).

A Figura 4.5 ilustra o grafo de acoplamentos que representa o mecanismo 3RPR.

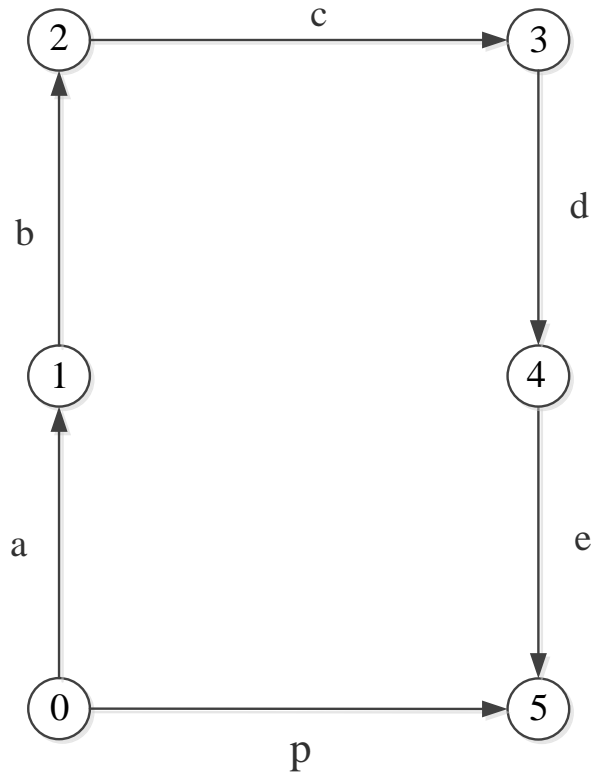


Figura 4.5– Grafo de acoplamentos do mecanismo 3R planar com elemento complacente.

A próxima subetapa consiste na representação do grafo de acoplamentos através da **matriz de incidência**  $[I_c]_{n \times e}$ , onde cada linha representa os elos e as colunas as juntas do manipulador. No caso do grafo de acoplamentos, cada linha corresponde aos vértices e cada coluna as arestas.

A matriz de incidência é construída atendendo às seguintes regras de construção:

$$\begin{cases} I_{c,i,j} = 1, & \text{se o vértice } i \text{ é um vértice de partida à aresta } j, \\ I_{c,i,j} = -1, & \text{se o vértice } i \text{ é um vértice de chegada à aresta } j, \\ I_{c,i,j} = 0, & \text{se o vértice } i \text{ não possui conexão aresta } j, \end{cases} \quad (4.1)$$

De acordo com as regras de construção expostas na Equação 4.1, a matriz de incidência é montada conforme pode ser visualizado na Equação 4.2.

$$[I_c]_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Na última subetapa do primeiro passo, a matriz de incidência é escalonada para a obtenção da **matriz dos cortes-f** de  $G_C, [Q_c]_{k \times e}$ , conforme pode ser visto na Equação 4.3.

$$[Q_c]_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Eliminando a última linha da matriz, a qual é nula, a matriz de cortes-f de  $G_C$  é reescrita conforme pode ser visto na Equação 4.4.

$$[Q_c]_{5 \times 6} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Através desta matriz é possível observar que as arestas  $a, b, c, de$  e são os ramos da árvore geradora determinada e a aresta  $P$  é a corda. Outra informação importante é que desta matriz o número de cortes é extraído, onde o mesmo é igual ao número de linhas da matriz de cortes-f  $[Q_c]$ .

Cazangi (2008), ressalta que o número de cortes também pode ser calculado através da Equação 4.5:

$$k = n - 1 \quad (4.5)$$

Substituindo o número de corpos do robô 3RPR na Equação 4.5, o número de cortes é:

$$k = 6 - 1 = 5 \quad (4.6)$$

Como pode ser visto através da matriz calculada na Equação 4.5 e através da Equação 4.5 os resultados foram os mesmos.

Na próxima etapa da análise estática através do Método de Davies as características geométricas dos acoplamentos são utilizadas para a construção do **grafo de ações** e para a construção das heliforças.

Levando em consideração que o manipulador trabalha no espaço planar, as ações sobre as juntas são analisadas levando em consideração o espaço planar.

Uma junta rotativa, no espaço planar, permite apenas um movimento de rotação e restringe dois movimentos de translações. Por permitir a transmissão de forças e torques de um elo para o outro em um mecanismo, é considerado nas juntas rotativas um torque de restrição do robô.

Somando-se as restrições de translação das juntas rotativas (restrições externas) com as restrições de transmissão (restrições internas), o grau de restrição bruto soma 12 restrições.

A junta prismática, responsável por simular a deformação linear do elemento elástico possui uma restrição de translação e uma de rotação. O movimento permitido da junta prismática é em um eixo ortogonal ao eixo do movimento restringido pela junta. Porém como este movimento só acontece quando ocorre alguma interação do manipulador com o meio, ou seja, é restringido às forças de contato com o meio.

Por fim, as forças de contato com o meio impõem mais três restrições ao manipulador que são as restrições das forças nos eixos do plano e uma restrição de momento que atua em um eixo ortogonal aos eixos do plano. Por fim, somam-se um total de 18 restrições final das análises, ou seja, o grau de restrição bruto é igual a 18 ( $C = 18$ ).

A Figura 4.6 ilustra as restrições presentes no manipulador 3R planar com elemento complacente.

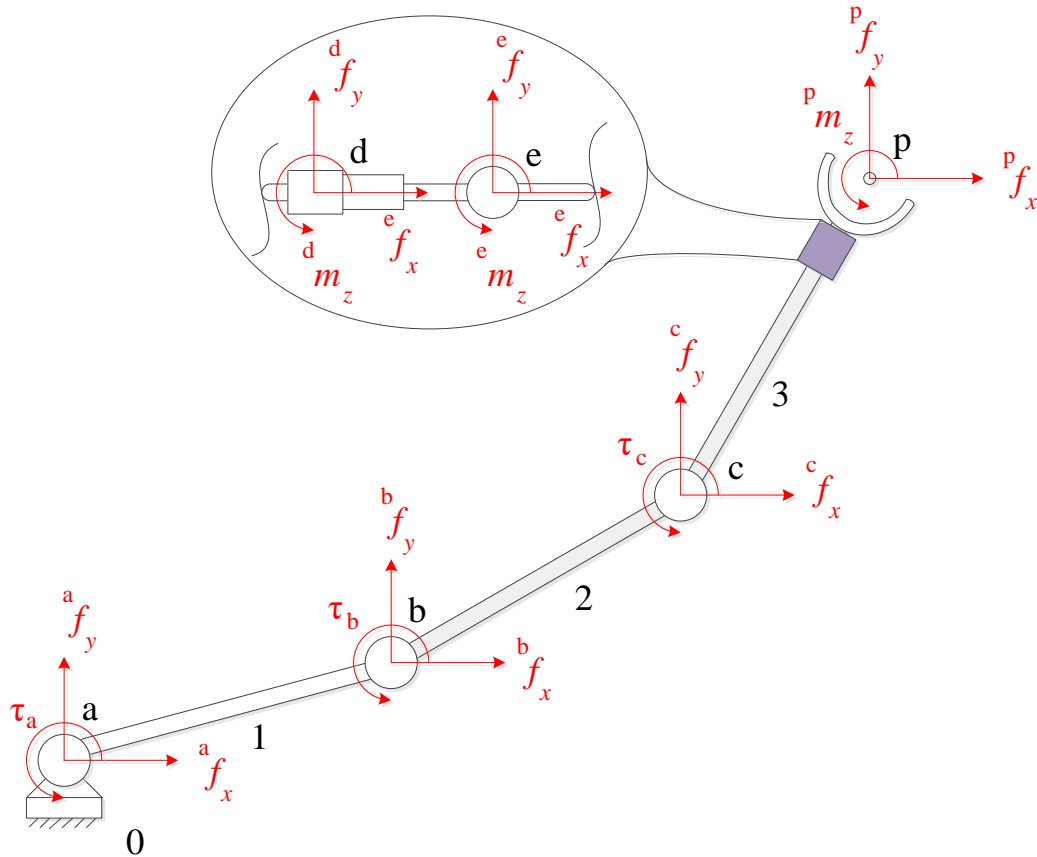


Figura 4.6– Restrições internas e externas do mecanismo 3R planar com elemento complacente.

Os vetores de posição  $\vec{S}_0$  dos heligiros são descritos como:

$$\vec{S}_{0A} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \vec{S}_{0B} = \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \\ 0 \end{Bmatrix}, \vec{S}_{0C} = \begin{Bmatrix} c_x \\ c_y \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (4.7)$$

$$\vec{S}_{0D} = \begin{Bmatrix} d_x \\ d_y \\ 0 \end{Bmatrix}, \vec{S}_{0E} = \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ 0 \end{Bmatrix}, \vec{S}_{0P} = \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ 0 \end{Bmatrix}$$

onde as componentes  $a_x$  e  $a_y$ , correspondem às coordenadas da junta a,  $b_x$  e  $b_y$  às coordenadas da junta b, e assim sucessivamente.

Conforme pode ser visto na Figura 4.6, as restrições das juntas são paralelas às restrições das coordenadas do sistema de referência  $O_{xyz}$  adotado, com isso os vetores de direção unitária para a formação das heliforças são:



$$\vec{S}_x^A = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \vec{S}_y^A = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \vec{S}_z^A = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad (4.8)$$

onde, os subscritos  $x$ ,  $y$  e  $z$  indicam as restrições unitárias das juntas. O passo  $h$  das heliforçados pares rotativos e também do par prismático é nulo, pois nesse caso considerou-se a junta prismática passiva, já o passo dos acoplamentos ativos é infinito, pois as restrições consideradas são somente de momento.

Na terceira etapa do método, o **grafo das ações**  $G_A$  é montado, onde nele cada uma das arestas é expandida caso seu grau de restrição do acoplamento analisado seja maior que 1. Também nesta etapa as ações externas são internalizadas de modo a tornar o mecanismo super-restringido (Condição necessária para que seja realizada a análise estática através do Método de Davies).

A Figura 4.7 demonstra o grafo das ações do mecanismo 3R planar com elemento complacente.

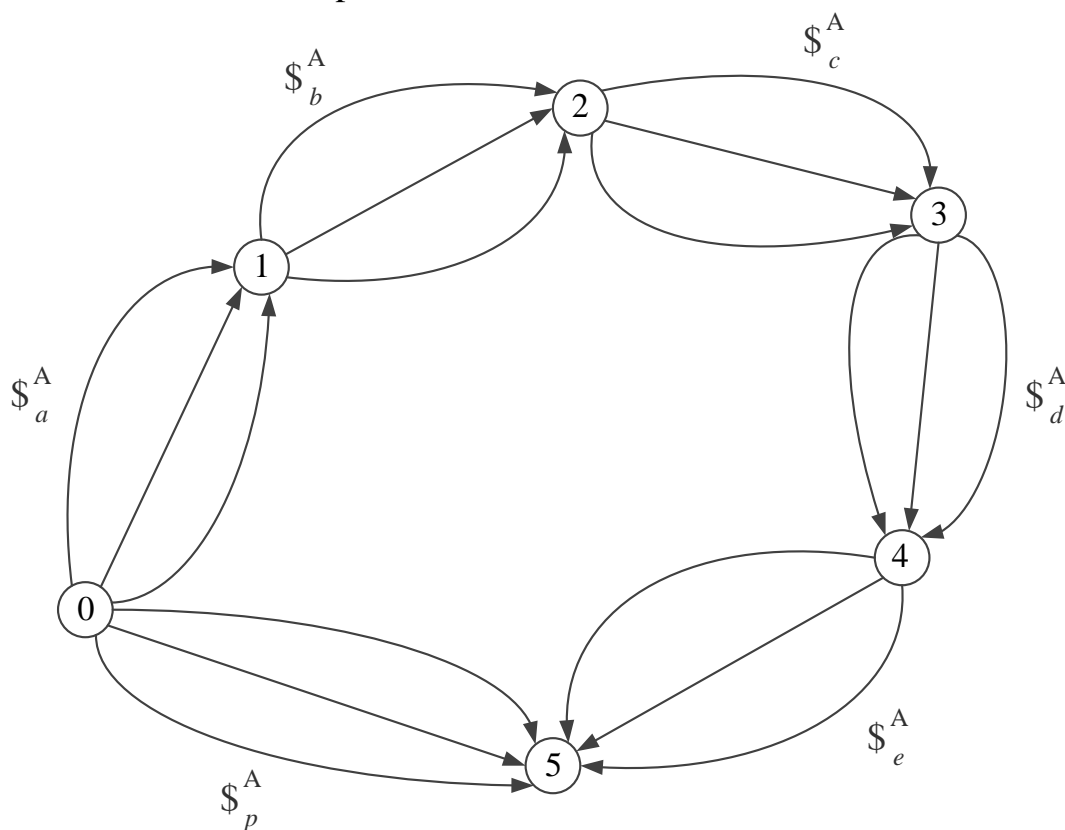


Figura 4.7– Grafo das ações do mecanismo 3R planar com elemento complacente.

No grafo é possível perceber que cada aresta foi substituída pelo helicóide de ação, ou seja, pela heliforça que representa as restrições aplicadas a cada junta do mecanismo.

Na segunda subetapa do terceiro passo da análise é realizada a conversão das informações topológicas contidas no grafo de ações para a forma matricial, resultando na matriz de cortes-f expandida  $[Q_A]_{n \times C}$ .

De acordo com a Equação 4.4 é possível identificar a corda e o número de cortes no grafo das ações. A Figura 4.8 ilustra os cortes realizados no grafo das ações.

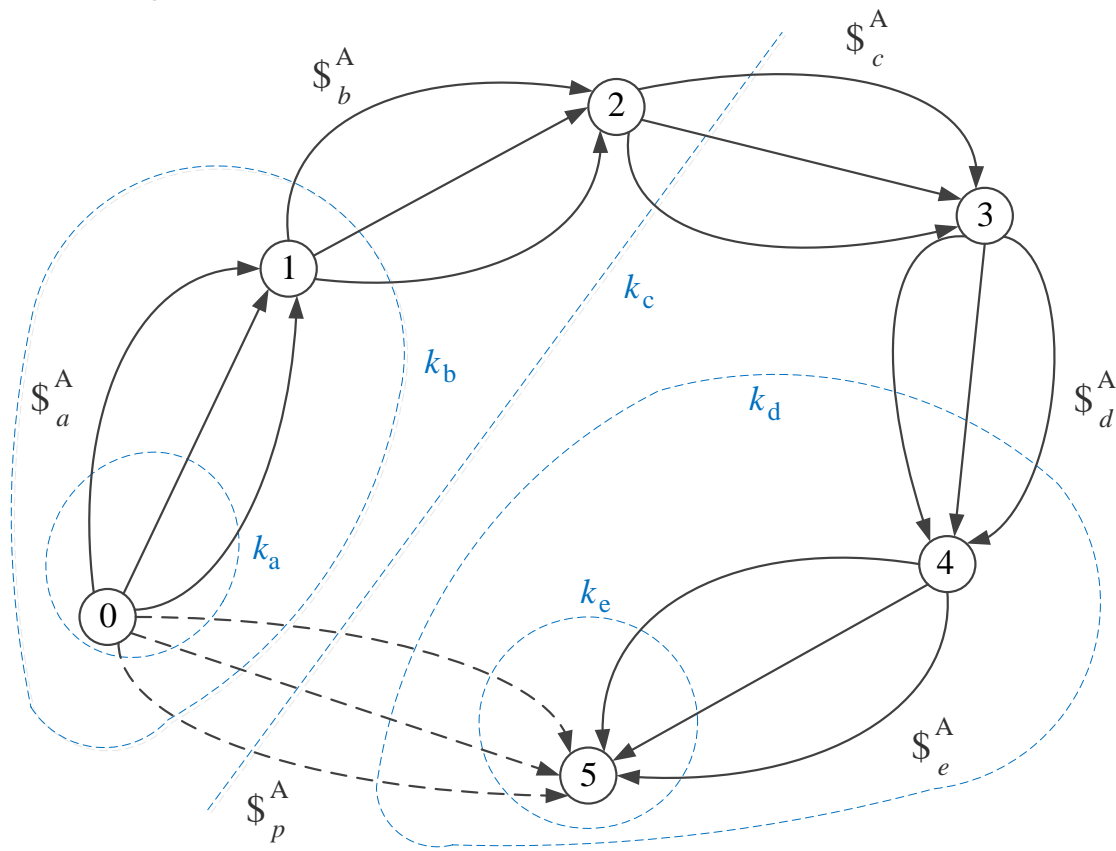


Figura 4.8– Cortes realizados no grafo das ações do mecanismo 3R planar com elemento complacente.

A **matriz de cortes-f expandida**  $[Q_A]_{k \times C}$  é obtida através da substituição das ações unitárias, conforme pode ser visto na Equação 4.9:

$$[Q_A]_{5 \times 18} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Na Equação 4.9, cada linha da matriz representa os cortes realizados, conforme ilustra a Figura 4.8 e cada coluna representa as ações unitárias.

Com isso, constroem-se agora as heliforças, conforme a equação 2.6.

Por se tratar de um plano, a heliforça representada na Equação 2.6 pode ser expressa somente com 3 coordenadas de Plücker, uma vez que considerando o plano  $xy$  as ações restringem-se somente a forças atuantes nas direções  $x$  e  $y$  e de momentos atuantes no eixo  $z$ .

Com isso, a representação das heliforças em um espaço plano é demonstrada pela Equação 4.10.

$$\$^A = \begin{pmatrix} \vec{S}_{0x} \times \vec{S}_x + h\vec{S}_x \\ \vec{S}_{0y} \times \vec{S}_y + h\vec{S}_y \\ \vec{S}_{0z} \times \vec{S}_z + h\vec{S}_z \\ \hline \vec{S}_x \\ \vec{S}_y \\ \vec{S}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^* = P + hL \\ Q^* = P + hM \\ R^* = P + hN \\ \hline L \\ M \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{M}_{0x} \\ \vec{M}_{0y} \\ \vec{M}_{0z} \\ \hline \vec{F}_x \\ \vec{F}_y \\ \vec{F}_z \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

A heliforça para a junta  $a$  do mecanismo é escrita na forma:

$$\$^A_a = \begin{Bmatrix} -a_y & a f_x \\ a f_x & 0 \\ 0 & \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} a_x & a f_y \\ 0 & \\ a f_y & \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \tau_a \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

Como pode visto na Equação 4.11 a heliforça é composta por três heliforças unitárias, as quais representam a atuação de uma força pura em relação ao eixo  $x$  e ao eixo  $y$ , e a terceira parcela corresponde a um momento puro.

Ainda levando em consideração a construção da heliforça na Equação 3.1, o índice  $a$  representa as forças e os momentos da junta  $a$ . As demais heliforças apresentadas no grafo das ações seguem o mesmo procedimento para a construção.

Com isso, a heliforça para a junta  $b$  do mecanismo é escrita conforme a equação 4.12:

$$\mathcal{F}_b^A = \begin{Bmatrix} -b_y {}^b f_x \\ {}^b f_x \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} b_x {}^b f_y \\ 0 \\ {}^b f_y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \tau_b \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

A heliforça para a junta  $c$  do mecanismo é escrita conforme a equação 4.13:

$$\mathcal{F}_c^A = \begin{Bmatrix} -c_y {}^c f_x \\ {}^c f_x \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} c_x {}^c f_y \\ 0 \\ {}^c f_y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \tau_c \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.13)$$

A heliforça para a junta  $d$  do mecanismo é escrita conforme a equação 4.14:

$$\mathcal{F}_d^A = \begin{Bmatrix} -d_y {}^d f_x \\ {}^d f_x \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} d_x {}^d f_y \\ 0 \\ {}^d f_y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} {}^d m_z \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.14)$$

A heliforça para a junta  $e$  do mecanismo é escrita conforme a equação 4.15:

$$\mathcal{F}_e^A = \begin{Bmatrix} -e_y {}^e f_x \\ {}^e f_x \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} e_x {}^e f_y \\ 0 \\ {}^e f_y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} {}^e m_z \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.15)$$

A heliforça o ponto  $p$  (ponto de contato com o meio) é escrita conforme a equação 4.16:

$$\$p^A = \begin{Bmatrix} -p_y^p f_x \\ p f_x \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} p_x^p f_y \\ 0 \\ p f_y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} p m_z \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.16)$$

A partir da construção dos helicoides a **matriz das ações**  $[A_D]_{\lambda \times C}$ , que reúne todas as heliforças do mecanismo, é montada:

$$[A_D]_{3 \times 18} = \begin{bmatrix} -a_y^a f_x & a_x^a f_y & \tau_a & -b_y^b f_x & & \\ a f_x & 0 & 0 & b f_x & \dots & \\ 0 & a f_y & 0 & 0 & & \\ & b_x^b f_y & \tau_b & -c_y^c f_x & c_x^c f_y & \tau_c & \\ \dots & 0 & 0 & c f_x & 0 & 0 & \dots \\ & b f_y & 0 & 0 & c f_y & 0 & \\ & -d_y^d f_x & d_x^d f_y & d m_z & -e_y^e f_x & e_x^e f_y & \\ \dots & d f_x & 0 & 0 & e f_x & 0 & \dots \\ & 0 & d f_y & 0 & 0 & e f_y & \\ & & & & & & \\ & & e m_z & -p_y^p f_x & p_x^p f_y & p m_z & \\ \dots & & 0 & p f_x & 0 & 0 & \\ & & 0 & 0 & p f_y & 0 & \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

onde, as colunas correspondem respectivamente às heliforças  $\$a_{f_x}$ ,  $\$a_{f_y}$ ,  $\$\tau_a$ ,  $\$b_{f_x}$ ,  $\$b_{f_y}$ ,  $\$\tau_b$ ,  $\$c_{f_x}$ ,  $\$c_{f_y}$ ,  $\$\tau_c$ ,  $\$d_{f_x}$ ,  $\$d_{f_y}$ ,  $\$d_{m_z}$ ,  $\$e_{f_x}$ ,  $\$e_{f_y}$ ,  $\$e_{m_z}$ ,  $\$p_{f_x}$ ,  $\$p_{f_y}$  e  $\$p_{m_z}$ .

Ao separar as magnitudes dos helicoides, os mesmos são utilizados para a construção da **matriz das ações unitárias**  $[\hat{A}_D]_{\lambda \times C}$ . A Equação 4.18 exemplifica o helicóide da junta A com as magnitudes separadas. O mesmo procedimento é aplicado aos outros helicoides do manipulador.

$$\$a^A = \begin{Bmatrix} -a_y \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} a f_x + \begin{Bmatrix} a_x \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} a f_y + \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tau_a \quad (4.18)$$

A matriz das ações unitárias é então montada, conforme pode ser visto na Equação 4.19.





$$[\hat{A}_{N_{esc}}]_{3.5 \times 18} = [I_{15 \times 15}] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a_y - p_y & p_x - a_x & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ b_y - p_y & p_x - b_x & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ c_y - p_y & p_x - c_x & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ d_y - p_y & p_x - d_x & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ e_y - p_y & p_x - e_x & 1 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Na etapa seguinte, verifica-se a inexistência de linhas nulas na matriz escalonada de ações unitárias, o que quer dizer que esta matriz não apresenta equações linearmente dependentes no sistema. Por consequência disso, o posto de  $[\hat{A}_N]_{15 \times 18}$  é  $a = 15$  e a dimensão das equações se mantêm preservada, conforme mostra a Equação 4.24.

$$[\hat{A}_N]_{15 \times 18} \{\vec{\Psi}\}_{18 \times 1} = \{\vec{0}\}_{15 \times 1} \quad (4.24)$$

Na sexta etapa o **grau de liberdade líquido** é avaliado. Através do grau de liberdade informa a existência de liberdades extra no sistema. A equação para o cálculo do grau de liberdade líquido é expressa na Equação 4.25.

$$F_N = \lambda \cdot k - a = 3.5 - 15 = 0 \quad (4.25)$$

Por não possuir equações dependentes a segunda subetapa da sexta etapa não necessita ser realizada.

Na sequência a **definição das variáveis primárias** da estática é realizada, ou seja, são determinadas as variáveis que são necessárias para determinar estaticamente o sistema.

Para realizar este passo é necessário avaliar o **grau de restrição líquido** ( $C_N$ ) do sistema. A determinação do grau de restrição líquido se dá de acordo com a equação 4.26



$$C_N = C - \lambda \cdot k = 18 - 3.5 = 18 - 15 = 3 \quad (4.26)$$

Portanto, de acordo com a Equação 4.26 são necessárias 3 variáveis primárias conhecidas para determinar estaticamente o sistema.

Como o problema a ser resolvido é a minimização de ruídos de leitura em um sensor de força acoplado a um manipulador industrial, através do sensor de força é possível conhecer as forças e momentos provenientes do contato como meio, sendo assim, definem-se como variáveis primárias as ações de contato com o meio  ${}^p f_x$ ,  ${}^p f_y$  e  ${}^p m_z$ .

Na oitava etapa, manipula-se então a Equação 4.24, particiona-se o sistema de equações em  $C_N$  variáveis primárias e  $a$  variáveis secundárias, conforme pode ser visto na Equação 4.27.

$$[\widehat{A}_{NS}]_{a \times a} \{\vec{\Psi}_S\}_{a \times 1} = -[\widehat{A}_{NP}]_{a \times C_N} \{\vec{\Psi}_P\}_{C_N \times 1} \quad (4.27)$$

Aplicando a Equação 4.27 nas equações calculadas para o caso do manipulador 3RPR, tem-se:

$$[I]_{15 \times 15} \{\vec{\Psi}_S\}_{15 \times 1} = -[\widehat{A}_{NP}]_{15 \times 3} \{\vec{\Psi}_P\}_{3 \times 1} \quad (4.28)$$

onde o vetor de magnitudes secundárias  $\{\vec{\Psi}_S\}_{15 \times 1}$  é dado por:

$$\begin{aligned} \{\vec{\Psi}_S\}_{15 \times 1} = \{ & {}^a f_x \quad {}^a f_y \quad \tau_a \quad {}^b f_x \quad {}^b f_y \quad \tau_b \quad {}^c f_x \quad \dots \\ & \dots \quad {}^c f_y \quad \tau_c \quad {}^d f_x \quad {}^d f_y \quad {}^d m_z \quad {}^e f_x \quad {}^e f_y \quad {}^e m_z \}^T \end{aligned} \quad (4.29)$$

o vetor das magnitudes primárias  $\{\vec{\Psi}_P\}_{3 \times 1}$  é dado por:

$$\{\vec{\Psi}_P\}_{3 \times 1} = \{{}^p f_x \quad {}^p f_y \quad {}^p m_z\}^T \quad (4.30)$$

e a matriz de ações unitárias primárias  $[\widehat{A}_{NP}]_{15 \times 3}$  é dada por:

$$[\widehat{A}_{NP}]_{15 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a_y - p_y & p_x - a_x & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ b_y - p_y & p_x - b_x & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ c_y - p_y & p_x - c_x & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ d_y - p_y & p_x - d_x & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ e_y - p_y & p_x - e_x & 1 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Isolando as variáveis secundárias a Equação 4.27 pode ser reescrita conforme mostra a Equação 4.32:

$$\{\bar{\Psi}_S\}_{15 \times 1} = -[\widehat{A}_{NS}^{-1}]_{15 \times 15} [\widehat{A}_{NP}]_{15 \times 3} \{\bar{\Psi}_P\}_{3 \times 1} \quad (4.32)$$

Como pode ser visto na Equação 4.32 é possível estabelecer uma relação entre os torques aplicados nos motores em função das ações de contato com o meio, bem como o momento causado na junta  $e$  responsável pela deformação angular do elemento elástico.

A última etapa do método consiste em solucionar a equação 4.32. Reescrevendo a equação 4.32 de forma a obter como resultado o torque dos atuadores e o momento aplicado na junta  $e$  em função das forças de interação do manipulador com o meio:

$$\begin{Bmatrix} \tau_a \\ \tau_b \\ \tau_c \\ e m_z \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} a_y - p_y & p_x - a_x & 1 \\ b_y - p_y & p_x - b_x & 1 \\ c_y - p_y & p_x - c_x & 1 \\ e_y - p_y & p_x - e_x & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p f_x \\ p f_y \\ p m_z \end{Bmatrix} \quad (4.33)$$

Desta forma, estabeleceu-se uma relação entre as forças e momentos de contato com o meio com os torques dos motores das juntas e o momento sobre o elemento complacente.

## 4.2 Caso espacial

Conforme apresentado na subseção anterior, o mesmo método (Método de Davies) será aplicado, porém desta vez em um robô 6R espacial. Como os passos do método foram todos detalhadamente explicados na subseção anterior, esta subseção apresentará apenas os resultados, sendo que a teoria aplicada é a mesma.

De forma a se obter uma melhor representação da realidade, nesta subseção utilizou-se do robô industrial ABB IRB 1600 e do sensor de força JR3 para a simulação.

O robô industrial ABB IRB 1600 é mostrado na Figura 4.9, onde cada letra corresponde a uma junta rotativa presente no robô. As juntas A, B e C trabalham dentro de um mesmo plano e as juntas D, E e F formam o punho esférico, o que torna o robô capaz de se movimentar no espaço tridimensional. Mais informações sobre o robô ABB IRB 1600 podem ser encontradas no Anexo A deste trabalho.

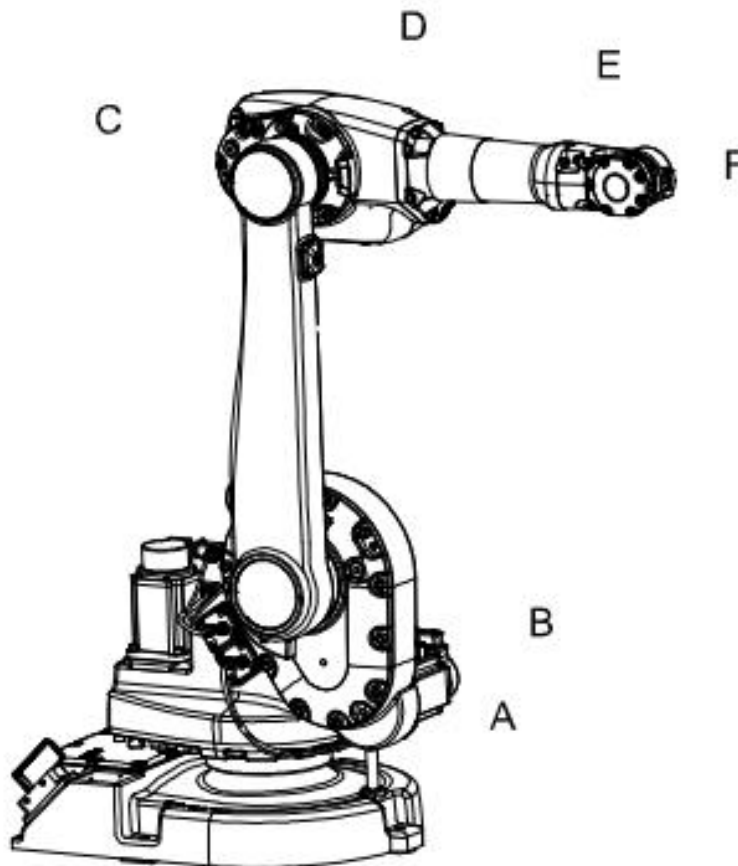


Figura 4.9– Representação do robô ABB IRB 1600. Fonte ABB-Robotics (2015).



vimentação em nenhum sentido. O conhecimento das forças neste ponto é de extrema importância uma vez que se possui o conhecimento das forças de contato com o meio e o elemento elástico está entre o ponto de contato com o meio e o sensor.

O grafo de acoplamentos do mecanismo é apresentado na Figura 4.11. É importante ressaltar que o direcionamento das setas implica no sentido de aplicação de ação de um corpo sobre outro, ou seja, no caso da Figura 4.11 está sendo considerado que o meio está aplicando ações sobre o elemento elástico e o sensor.

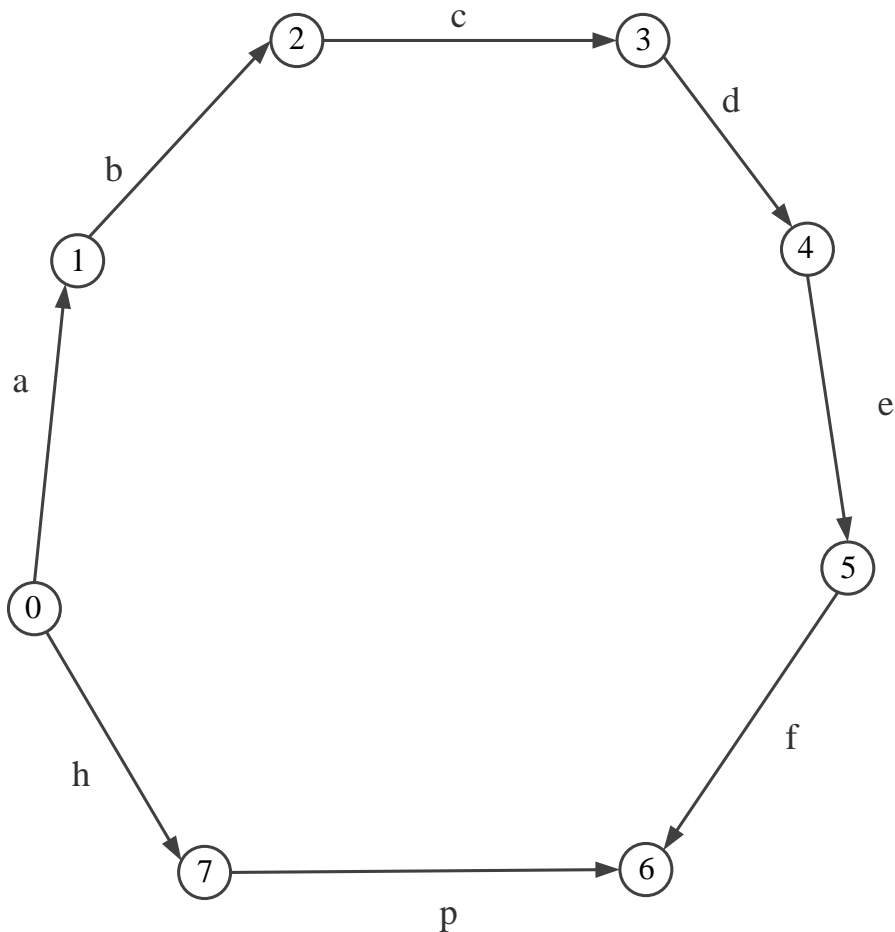


Figura 4.11– Grafo de acoplamentos do robô 6R com complacência.

Montando a matriz de incidência  $[I_c]_{n \times e}$ , do grafo apresentado na Figura 4.11, tem-se:

$$[I_c]_{8 \times 8} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Escalonando a Matriz de Incidência e eliminando as linhas nulas, a Matriz dos Cortes-f  $[Q_c]$  é apresentada na Equação 4.35.

$$[Q_c] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Tendo então o número de cortes  $k = 7$ , as restrições de forças do mecanismo são apresentadas na Figura 4.12.

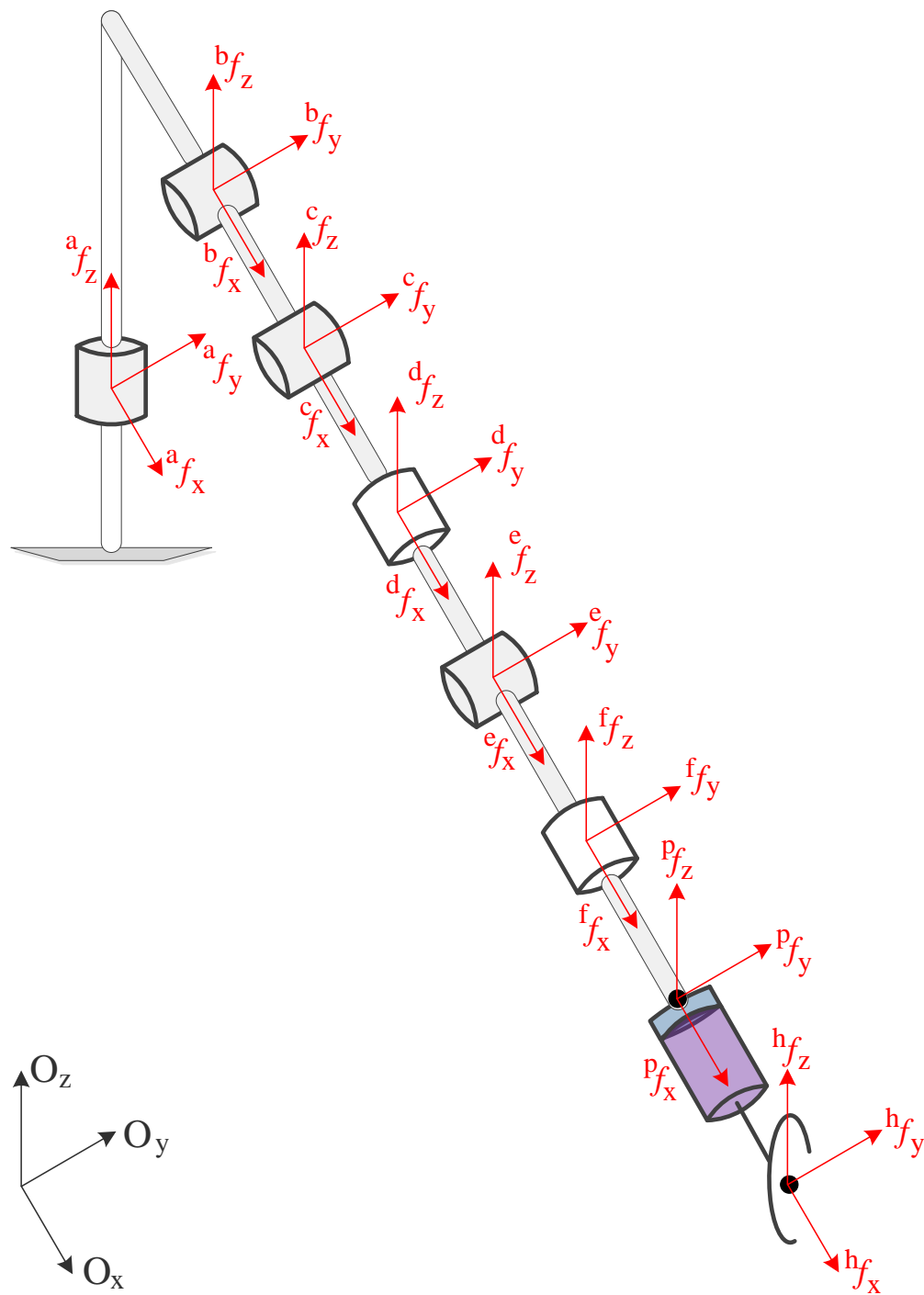


Figura 4.12– Restrições de forças do robô 6R com complacência.

Já as restrições de momentos e torques são apresentados na Figura 4.13, onde as restrições representadas por  $m$  são as restrições de momento e as restrições representadas por  $\tau$  são as restrições dos torques dos motores.

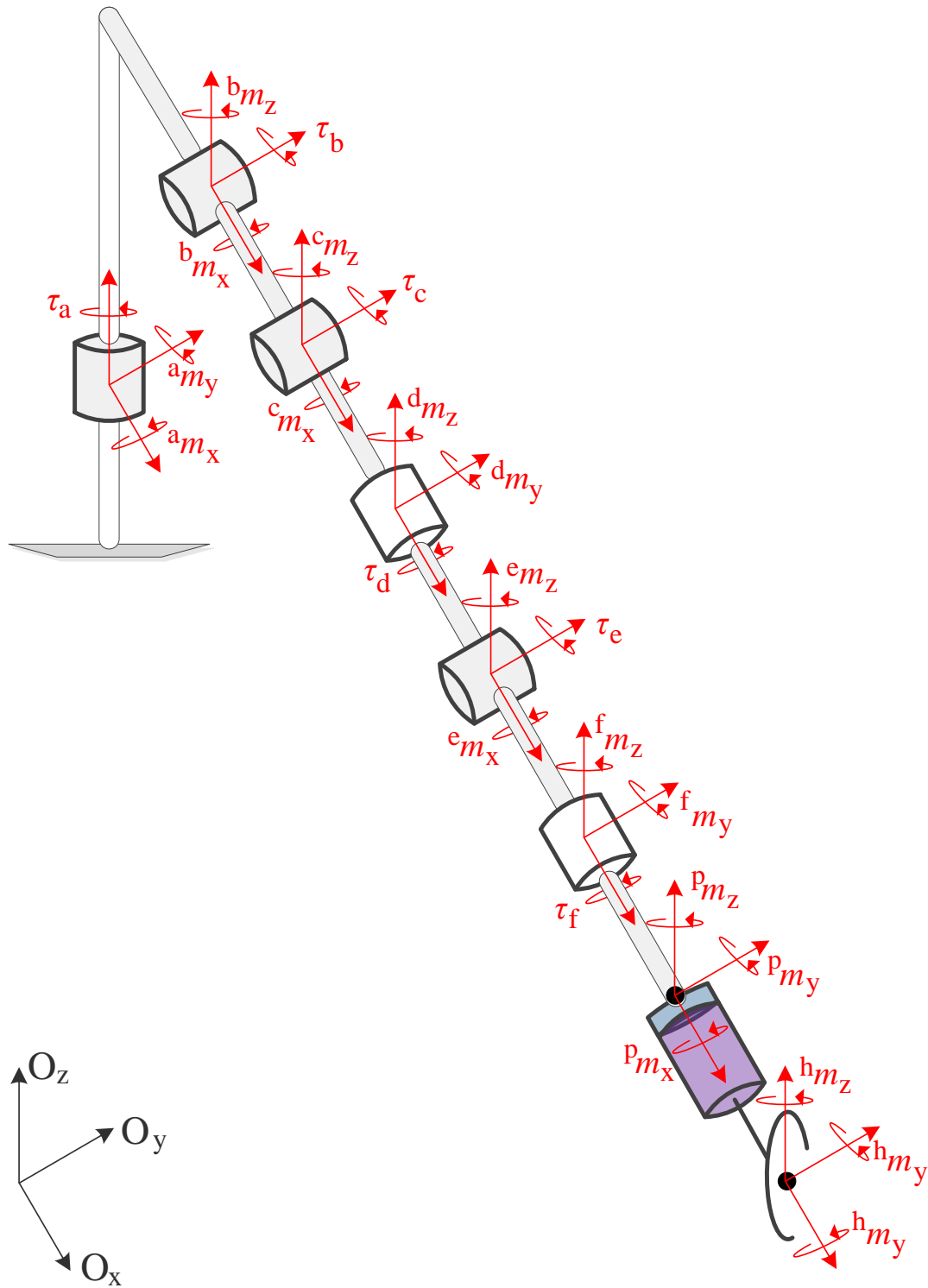


Figura 4.13– Restrições de momento e torque do robô 6R com complacência.

Considerando o sistema de coordenadas coincidente na junta  $a$  do robô, os vetores de posição  $\vec{S}_0$  dos heligeros são descritos como:



$$\vec{S}_{0A} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \vec{S}_{0i} = \begin{Bmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \end{Bmatrix} \quad (4.36)$$

onde, o índice  $i$  corresponde aos corpos  $a, b, c, d, e, f, p$  e  $o$  e os índices  $x, y$  e  $z$  correspondem às coordenadas em referência aos eixos do sistema de coordenadas  $O_{xyz}$ .

Os vetores de direção unitária são:

$$\vec{S}_x^A = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \vec{S}_y^A = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}, \vec{S}_z^A = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad (4.37)$$

O Grafo das Ações unitárias do mecanismo é apresentado na Figura 4.14.

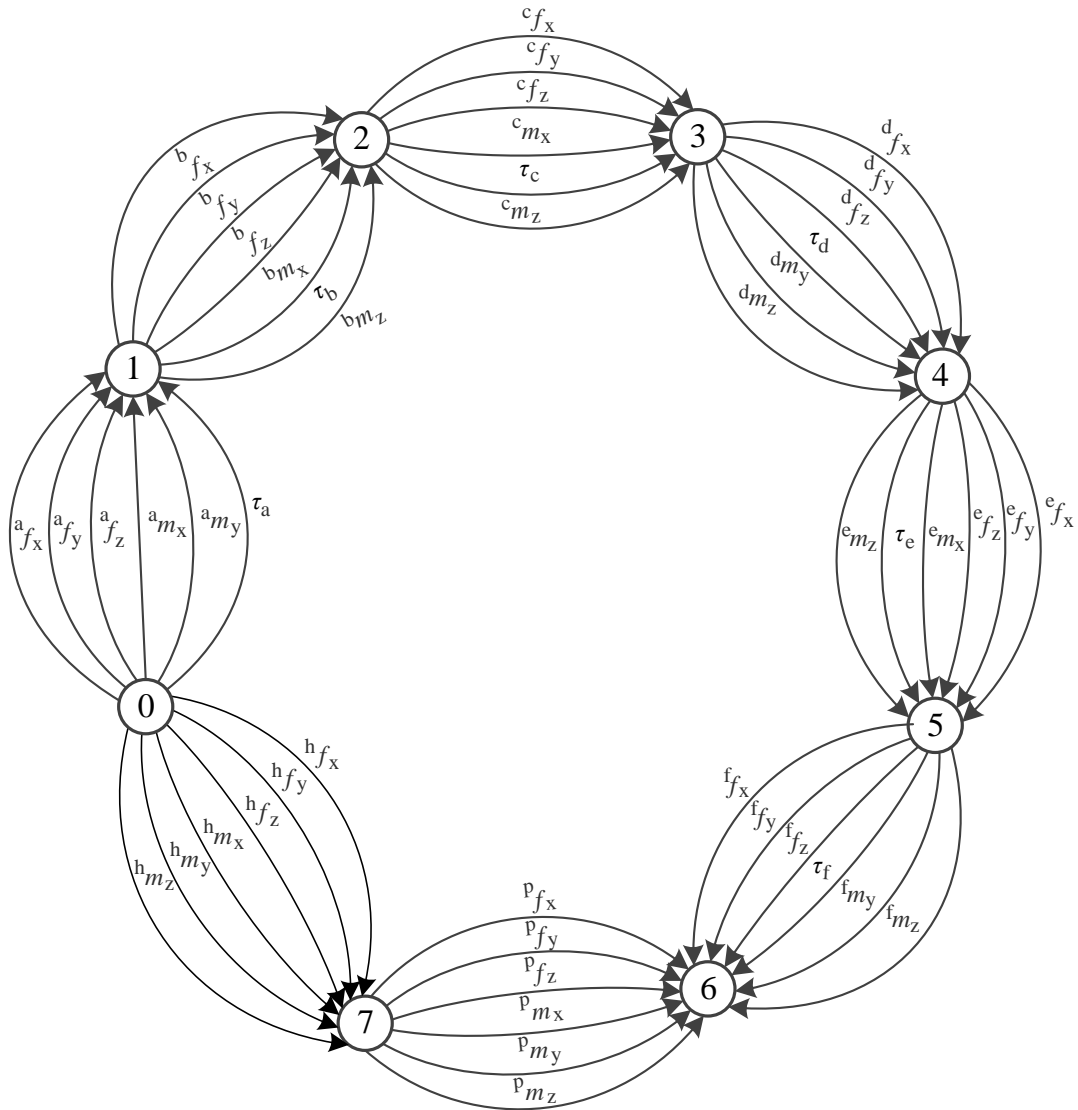


Figura 4.14– Grafo das ações unitárias do mecanismo 6R com complacência.

A seguir, os cortes são realizados no Grafo das Ações unitárias, conforme ilustra a Figura 4.15.

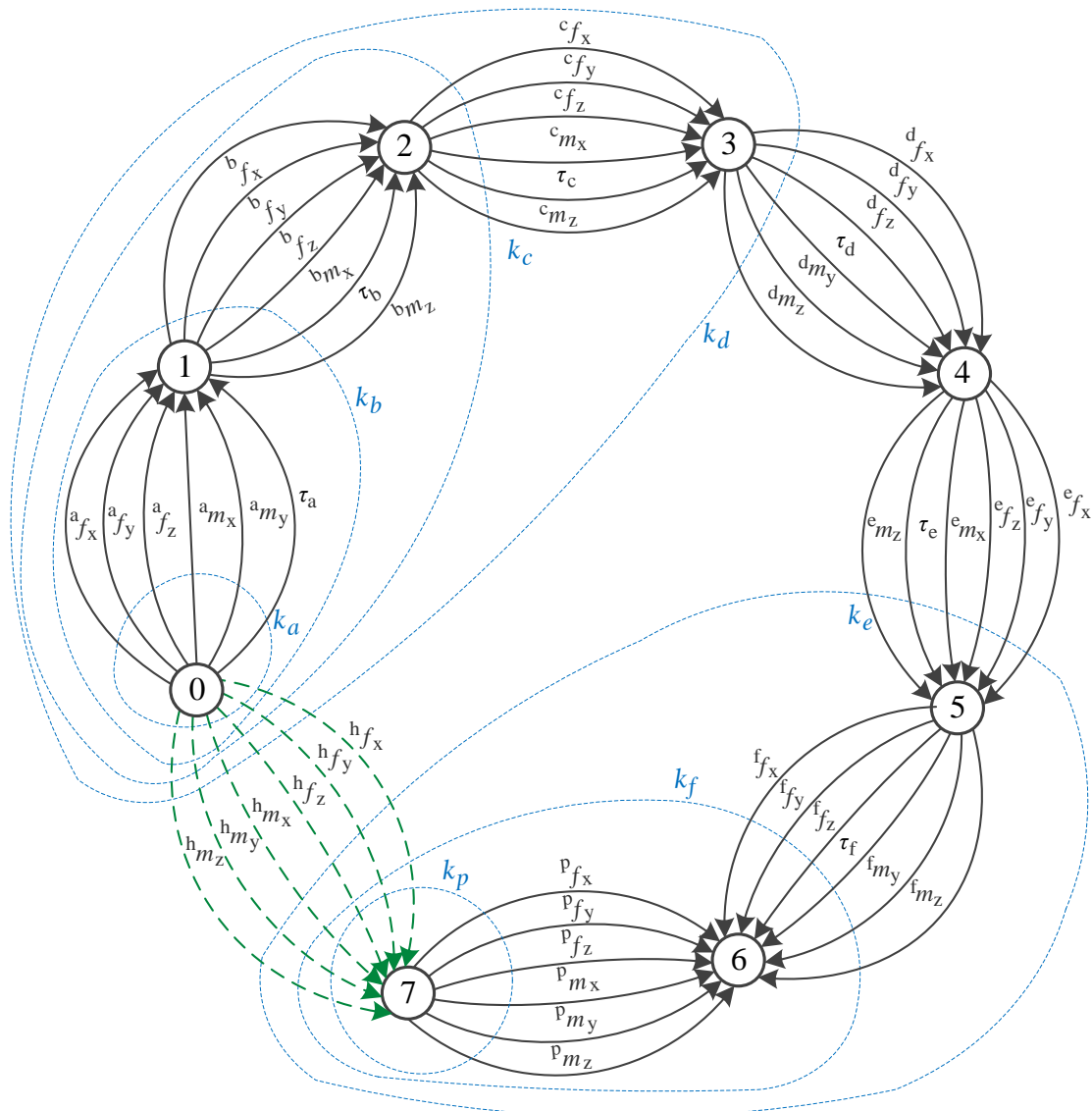


Figura 4.15– Cortes realizados no grafo das ações do mecanismo.

A partir dos cortes, a Matriz de Cortes- $f$  expandida e os helicóides são montados. Considerando que as heliciforças que representam a parcela de momento do helicóide devem ser decompostas nas direções do sistema de coordenadas da base, define-se uma matriz de rotação genérica  $R$  responsável por definir a orientação de um sistema de coordenadas  $i$  em relação à base.

Definindo  $R$  como:

$$R = \begin{bmatrix} n_x & t_x & b_x \\ n_y & t_y & b_y \\ n_z & t_z & b_z \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

onde  $n$ ,  $t$  e  $b$  são vetores unitários que apontam nas direções do sistema de coordenadas preso ao elo  $i$ .

Com isso, as heliforças para a junta  $a$  são descritas como:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_a^A = & \begin{Bmatrix} 0 \\ a_z \\ -a_y \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} a f_x + \begin{Bmatrix} -a_z \\ 0 \\ a_x \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} a f_y + \begin{Bmatrix} a_y \\ -a_x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} a f_z \\ & + \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} a m_x + \begin{Bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} a m_y + \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tau_a \end{aligned} \quad (4.39)$$

As demais heliforças responsáveis por representar as ações das demais juntas do manipulador foram representadas seguindo a mesma estrutura apresentada na Equação (4.39).

Tendo definidos os helicoides a matriz das ações é montada:

$$\begin{aligned} [A_D]_{6 \times 48} = & \begin{bmatrix} 0 & -a_z a f_y & a_y a f_z & n_x a m_x & t_x a m_y \\ a_z a f_x & 0 & -a_x a f_z & n_y a m_x & t_y a m_y \\ -a_y a f_x & a_x a f_y & 0 & n_z a m_x & t_z a m_y & \dots \\ a f_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a f_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a f_z & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ & \begin{matrix} b_x \tau_a & 0 & -b_z b f_y & b_y b f_z & n_x b m_x & t_x \tau_b & b_x a m_z \\ b_y \tau_a & b_z b f_x & 0 & -b_x b f_z & n_y b m_x & t_y \tau_b & b_y a m_z \\ \dots & b_z \tau_a & -b_y b f_x & b_x b f_y & 0 & n_z b m_x & t_z \tau_b & b_z a m_z & \dots \\ 0 & b f_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b f_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b f_z & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \end{aligned} \quad (4.40)$$

$$\begin{array}{cccccc}
0 & -c_z^c f_y & c_y^c f_z & n_x^c m_x & t_x \tau_c & b_x^c m_z \\
c_z^c f_x & 0 & -c_x^c f_z & n_y^c m_x & t_y \tau_c & b_y^c m_z \\
\dots & -c_y^c f_x & c_x^c f_y & 0 & n_z^c m_x & t_z \tau_c & b_z^c m_z & \dots \\
c_f^c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & c_f^y & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & c_f^z & 0 & 0 & 0 \\
& & & \vdots & & \\
0 & -h_z^h f_y & h_y^h f_z & n_x^h m_x & t_x^h m_y & b_x^h m_z \\
h_z^h f_x & 0 & -h_x^h f_z & n_y^h m_x & t_y^h m_y & b_y^h m_z \\
\dots & -h_y^h f_x & h_x^h f_y & 0 & n_z^h m_x & t_z^h m_y & b_z^h m_z \\
h_f^h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & h_f^y & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & h_f^z & 0 & 0 & 0
\end{array}$$

Como próximas etapas, temos a normalização dos helicoides, a criação do vetor das magnitudes das ações e a construção da matriz das ações unitárias em rede. Por se tratar do mesmo processo apresentado na seção anterior, este processo não será efetuado nesta etapa desta seção pois o mesmo consiste apenas na manipulação dos helicoides deste mecanismo anteriormente calculados.

A matriz das ações unitárias em rede escalonada é calculada da mesma forma que mostrado na Equação 4.31, esta, porém leva em consideração as variáveis desejadas para este caso

O grau de restrição líquido, calculado de acordo com a Equação 4.41 é:

$$C_N = C - \lambda \cdot k = 48 - 6 \cdot 7 = 48 - 42 = 6 \quad (4.41)$$

Isolando as forças e momentos de contato com o meio, que são as variáveis das quais serão lidas pelo sensor de força JR3 e particionando o sistema conforme exemplificado anteriormente na equação 4.32, é possível montar a relação:

$$\begin{Bmatrix} p f_x \\ p f_y \\ p f_z \\ p m_x \\ p m_y \\ p m_z \\ \tau_b \\ \tau_c \\ \tau_d \\ \tau_e \\ \tau_f \\ \tau_a \end{Bmatrix} = -[\widehat{A}_{NP}]_{12 \times 6} \begin{Bmatrix} h f_x \\ h f_y \\ h f_z \\ h m_x \\ h m_y \\ h m_z \end{Bmatrix} \quad (4.42)$$

Da Equação 4.42 é visível a relação das forças e momentos provenientes do contato com o meio do robô e os torques nas juntas e as forças e momentos. Com isso é possível realizar de forma mais precisa um controle baseado em informações tais como os torques nas juntas do robô e as forças de interação com o meio.

## 5 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Os resultados obtidos com a aplicação do Método de Davies nos manipuladores planar 3R e 6R juntamente com o impacto da inserção de um elemento elástico em ambos os manipuladores são discutidos neste capítulo.

Conforme pôde ser visto no Capítulo 2, ao ser acoplado um elemento elástico a um manipulador, um erro de trajetória será adicionado ao manipulador quando o mesmo necessita realizar o seguimento de uma determinada trajetória sob a ação de forças.

De forma a possibilitar a simulação através do software desenvolvido, o elemento elástico precisa ser definido para ser acoplado no robô, visto que as suas propriedades são levadas em consideração para a compensação do erro de trajetória, conforme pode ser visto no Capítulo 2.

De forma a utilizar propriedades de materiais que são utilizados na indústria, utilizou-se o software CES Selector, que é um software desenvolvido pela empresa GRANTA, no qual é possível obter dados sobre as propriedades de materiais. (GRANTA; 2015)

Através deste software foi possível obter informações tais como o Módulo de Young e o Coeficiente de Poisson de materiais elásticos. Estas informações são indispensáveis para a simulação do acoplamento da complacência no manipulador, uma vez que somente com estas informações é possível realizar os cálculos de deformação apresentadas pelo material.

Para a realização destas simulações utilizou-se como complacência uma borracha natural com 15% de negro de fumo, o qual possui um Módulo de Young de 0.0021 GPa e um Coeficiente de Poisson de 0.499.

É importante salientar que nas simulações considerou-se o raio da seção transversal do cilindro do elemento elástico igual à 5 cm (valor igual ao raio da seção transversal do sensor JR3) e o comprimento do mesmo igual a 5 cm.

O anexo C possui mais informações e especificações sobre o material utilizado nas simulações realizadas neste trabalho.

Tendo então definidas as propriedades do material, as compensações de trajetória em virtude da ação de forças sobre o manipulador foram efetuadas no modelo planar através da utilização das Equações 3.2 e 3.5 e no modelo espacial através das Equações 3.15, 3.20, 3.50 e 3.51.

Tendo então desenvolvido uma estratégia de reposicionamento baseada na análise estática dos mecanismos juntamente com os cálculos das deflexões apresentadas pelo material complacente acoplado ao manipulador, a simulação também levou em consideração as forças e torques provenientes da interação de um manipulador com o meio de acordo com o trabalho de Cruz (2010). Neste trabalho, através da utilização de um robô manipulador SCARA o autor apresenta as forças de contato deste manipulador com o meio em um processo de usinagem.

Tendo em vista que o manipulador planar é um caso especial de um robô espacial, as simulações apresentadas a seguir foram realizadas no manipulador espacial visto que nelas foram levadas em consideração todos os aspectos mencionados anteriormente.

Na Figura 5.1 é mostrado o ambiente no qual a simulação foi realizada. Como se pode perceber a simulação realizada consistiu no seguimento de uma trajetória circular, a qual foi definida através de 3 pontos arbitrários no espaço tridimensional, onde os pontos definidos foram:  $P_1 = (1.3; 0; 0.4865)$ ,  $P_2 = (1.15; 0.4; 0.7)$  e  $P_3 = (1; 0.7; 1)$ .

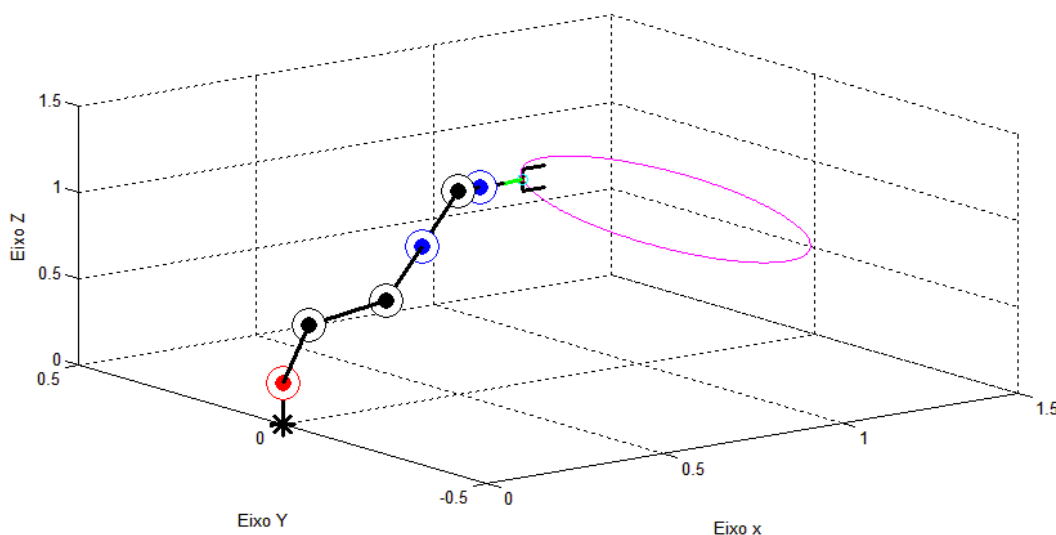


Figura 5.1– Ambiente de simulação.

Ainda em relação à Figura 5.1, a o robô simulado é um robô 6R espacial com as medidas do manipulador ABB IRB 1600. A junta em vermelho corresponde à primeira junta do manipulador, a qual exerce uma rotação em torno do eixo z, as juntas na cor preta simulam as juntas do manipulador que exercem uma rotação em torno do eixo y e por fim, as juntas na cor azul representam uma rotação em torno do eixo x adotado.



A trajetória adotada nas simulações é representada pela trajetória circular na cor vermelha e a complacência do robô é representada pela linha verde, conforme pode ser vista em detalhe na sequência.

Na simulação realizada, as forças de interação com o meio apresentadas em Cruz (2010) foram levadas em consideração, e foram aplicadas sobre o manipulador apresentado na Figura 5.1.

A simulação foi realizada seguindo o fluxo apresentado na Figura 5.2.

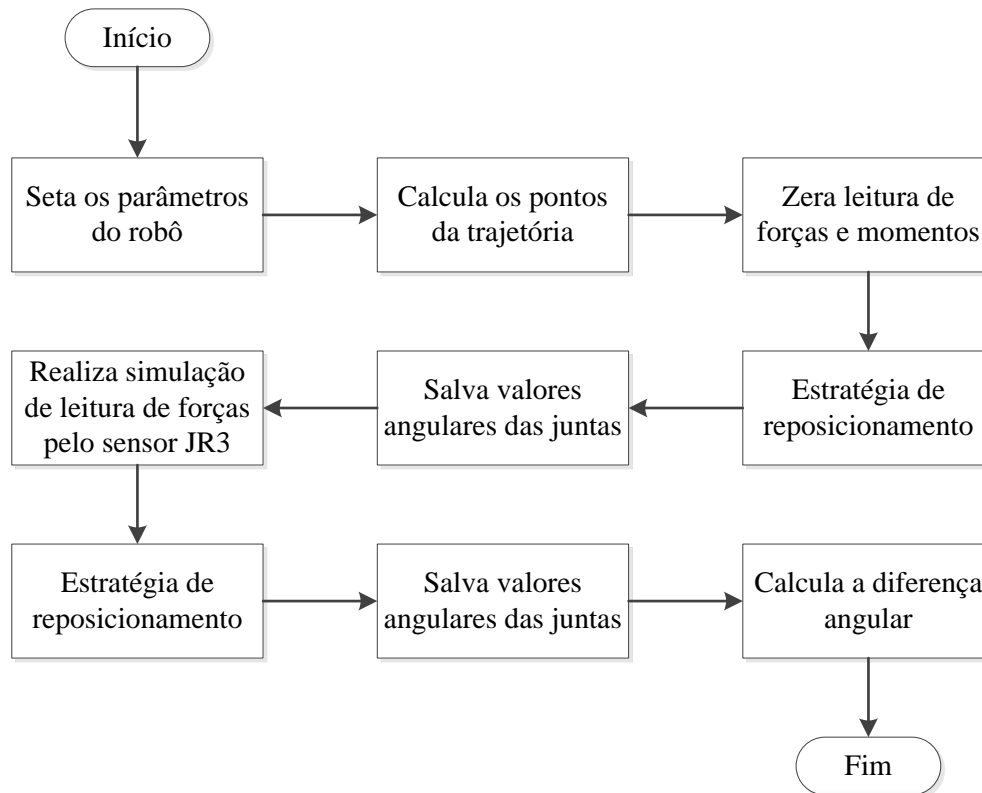


Figura 5.2– Fluxo de ações da simulação realizada.

Na primeira etapa da simulação, os parâmetros do manipulador e da complacência foram definidos no programa. Os parâmetros do robô foram o comprimento dos elos e os helicoides das juntas, os quais foram calculados no capítulo 4. Os parâmetros da complacência foram o comprimento, o raio da seção transversal, o Módulo de Young, o Coeficiente de Poisson e o Módulo de Elasticidade Transversal, onde os valores considerados para estas variáveis foram citados anteriormente.

Após a definição dos parâmetros da simulação, uma trajetória foi calculada através do posicionamento de três pontos arbitrários no espaço, com o objetivo de fazer que o manipulador seguisse esta trajetória calculada.

Tendo então definidos os parâmetros do robô e da complacência, inicialmente simulou-se o seguimento da trajetória calculada sendo efetuado pelo manipulador sem a ação de forças externas, com o intuito de validar o seguimento da trajetória pelo robô.

Como pode ser visualizado na Figura 5.3, tem-se em detalhe um ponto da trajetória, o qual o robô se posicionou sem a complacência, representada pela linha verde, sofrer deformação, o que aconteceu pelo fato de as forças e momentos, inicialmente, serem consideradas iguais a zero.

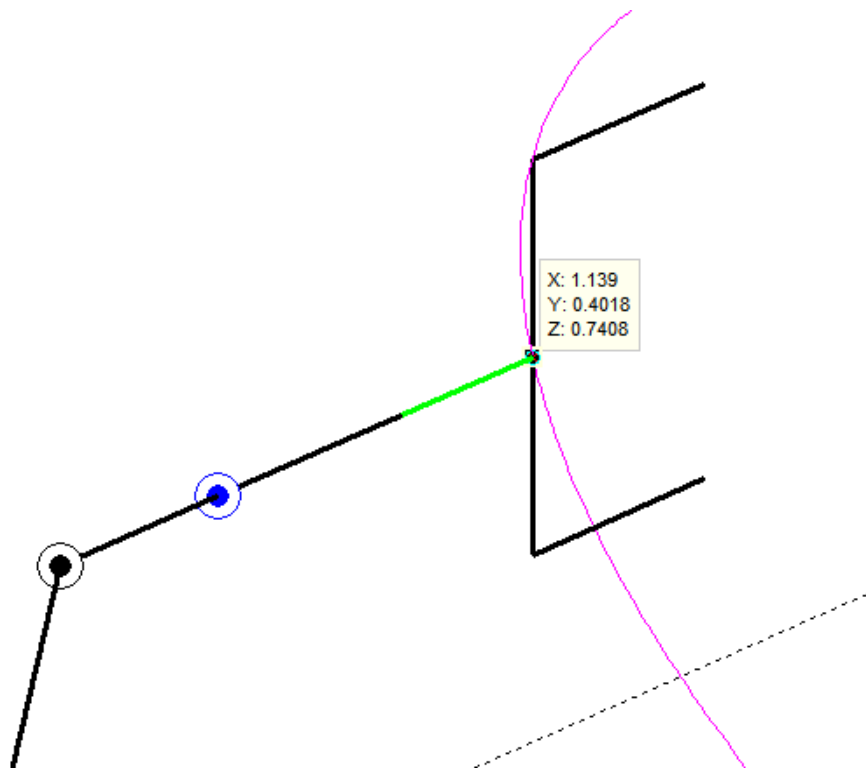


Figura 5.3– Seguimento de trajetória simulado sem a ação de forças externas.

A partir do momento que o manipulador está se posicionando nos pontos da trajetória simulada, a estratégia de posicionamento, mostrada em detalhe na Figura 5.4 considera as forças sendo aplicadas ao manipulador e realiza o reposicionamento das juntas de modo a fazer com que o manipulador percorra todos os pontos da trajetória.

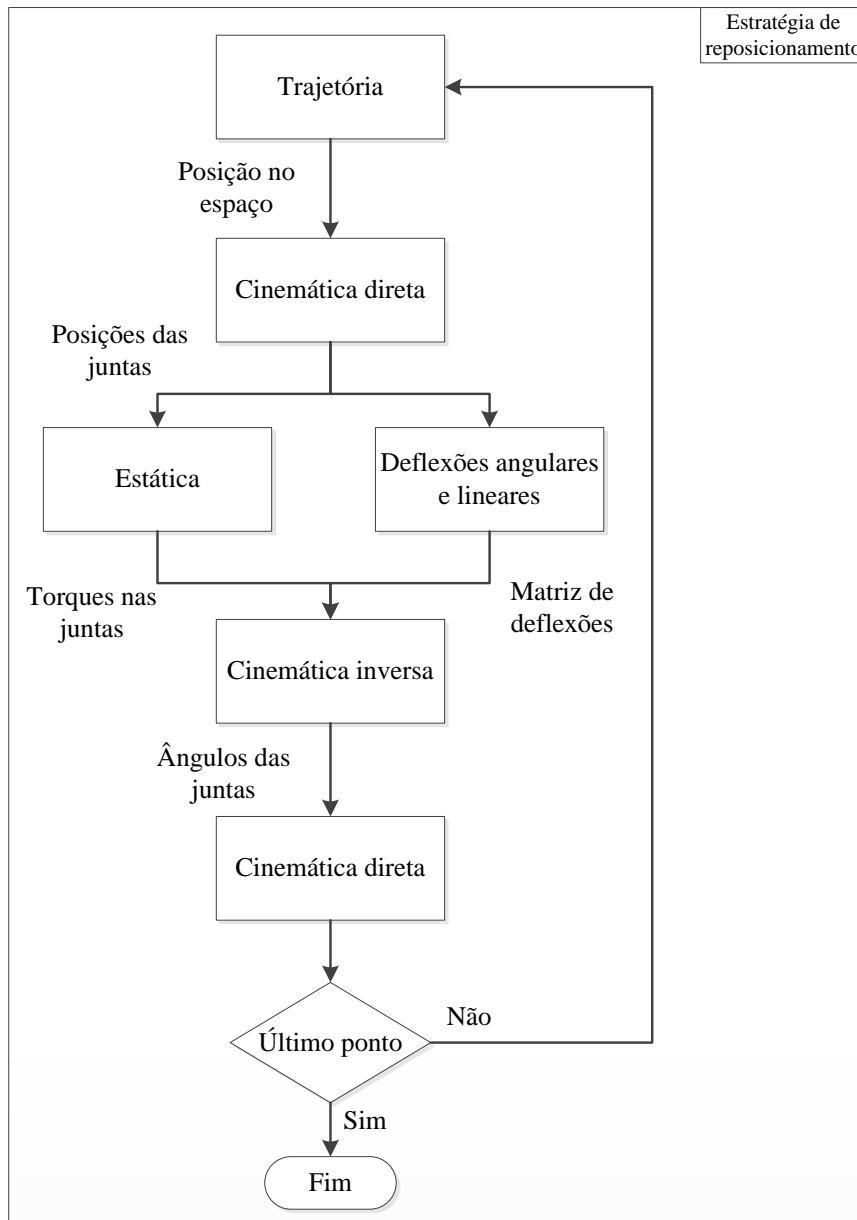


Figura 5.4– Estratégia de reposicionamento adotada.

Como se pode perceber na estratégia de reposicionamento adotada na simulação, para cada ponto da trajetória, a qual consiste em um ponto no espaço tridimensional, a cinemática direta do manipulador é calculada de forma a se obter as posições das juntas no espaço.

Com as posições das juntas, é possível realizar o cálculo da estática do manipulador, tendo como resultado os torques necessários nas juntas para anular as forças de contato com o meio. Paralelamente a isso, o cálculo das deflexões lineares e angulares apresentados no capítulo 3 e no Apêndice A é realizado, gerando por sua vez, uma matriz de deflexões, ou seja, uma matriz de transformação homogênea que informa

qual a rotação e a translação do sistema de coordenadas preso no final da complacência em relação ao sistema de coordenadas preso no início da complacência, em outras palavras, o quanto o elemento elástico translacionou e rotacionou.

Em posse de informações como a deflexão angular e linear do elemento elástico, os torques necessários para compensar as forças aplicadas ao efetuador final, é realizado o cálculo da cinemática inversa, o qual objetiva-se em calcular o ângulo das juntas em função destas informações.

Tendo então os ângulos calculados pela cinemática inversa, a cinemática direta é aplicada ao manipulador simulado, para que o mesmo se repositicione na trajetória desejada. Essa rotina segue até que o manipulador percorra todos os pontos da trajetória simulada.

Como inicialmente a trajetória é percorrida sem a ação de forças externas, o robô não realizará nenhum reposicionamento, uma vez que não houve deflexões na complacência.

Tendo o robô, por sua vez, percorrido todos os pontos da trajetória, inicialmente sendo consideradas as forças e momentos iguais a zero, os valores angulares das juntas foram salvos de modo a compará-los posteriormente com os valores angulares apresentados pelas juntas do manipulador percorrendo a mesma trajetória, desta vez, porém, simulando a ação de forças externas sendo aplicadas no manipulador.

Simulando então a aplicação de forças de interação (conforme Cruz (2010)) do manipulador com o meio, a simulação novamente aplica a estratégia de reposicionamento apresentada anteriormente ao manipulador, e salva os valores angulares das juntas.

Na Figura 5.5 é possível visualizar o manipulador percorrendo o mesmo ponto da trajetória mostrado anteriormente na Figura 5.3, porém desta vez sofrendo a ação das forças de contato com o meio. Como pode ser percebido, a complacência (representada pela linha verde), apresentou uma deformação em virtude das forças de interação com o meio.

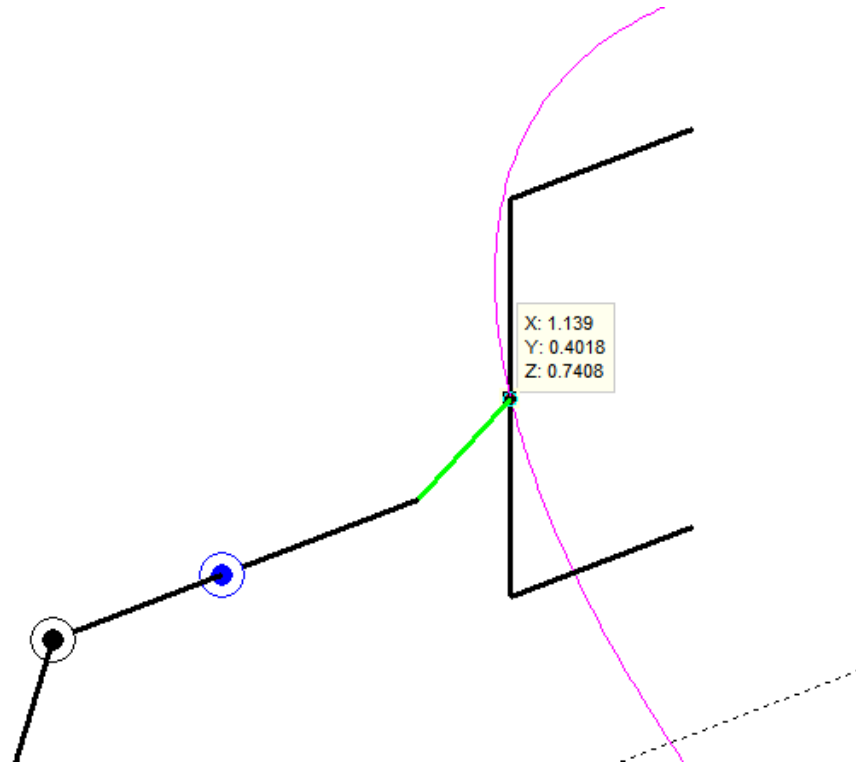


Figura 5.5– Seguimento de trajetória simulado com a ação de forças externas.

Tendo o manipulador percorrido a mesma trajetória sem a atuação de forças de interação como meio e com a atuação destas forças na sequência, foi possível apresentar através de gráficos a diferença angular apresentada pelas juntas do manipulador em cada ponto da trajetória.

A seguir são apresentados os gráficos que representam a diferença angular apresentada por cada junta ao longo da trajetória imposta ao manipulador.

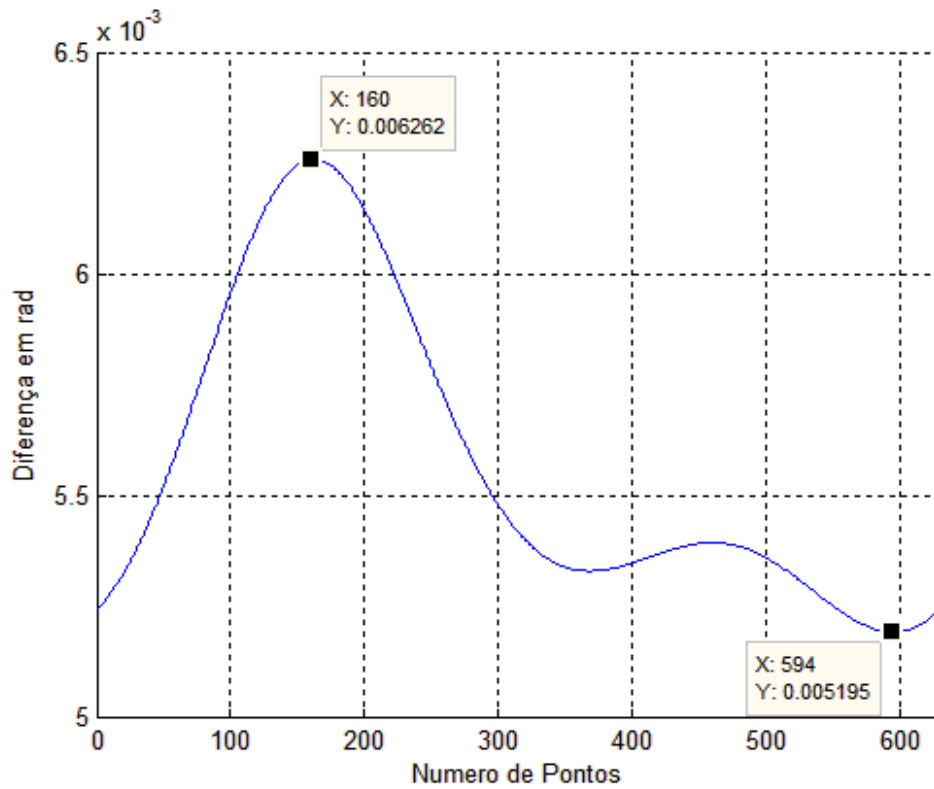


Figura 5.6– Diferença angular da junta A do manipulador espacial.

Como pode ser visto na Figura 5.6, a junta A apresentou uma variação angular que vai de 0.0051rad até 0.0062 rad. Já a junta B apresentou uma variação angular de -0.0018rad a-0.0087, uma variação um pouco maior se comparada a junta A, conforme pode ser visto na Figura 5.7.

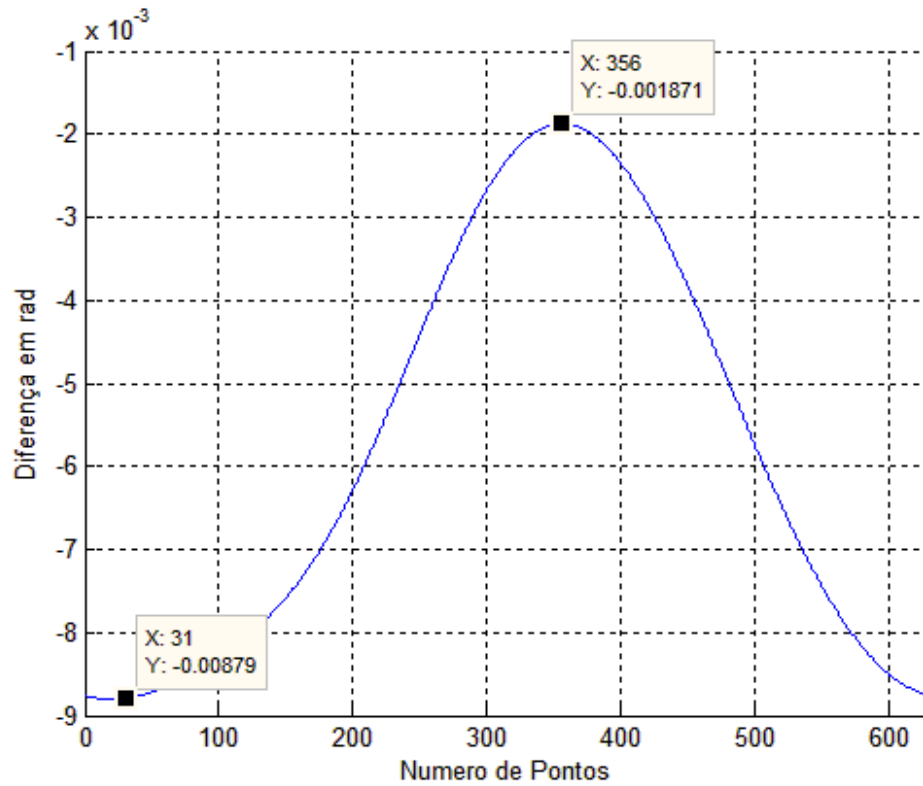


Figura 5.7– Diferença angular da junta B do manipulador espacial.

A junta C do manipulador espacial apresentou a maior variação angular dentre as juntas do manipulador, que foi de -0.001 rad até 0.013 rad, conforme pode ser visto na Figura 5.8.

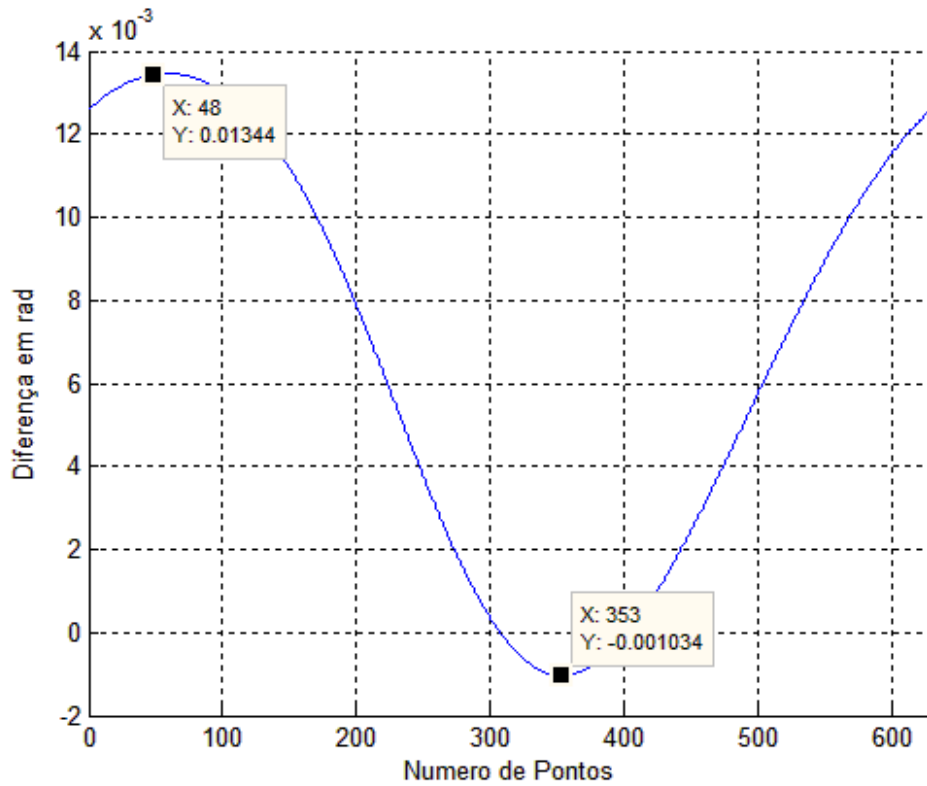


Figura 5.8– Diferença angular da junta C do manipulador espacial.

A junta D por sua vez, apresentou uma diferença angular similar à variação angular da junta B, que foi de -0.0078 rad até -0.0154 rad, conforme pode ser visto na Figura 5.9.



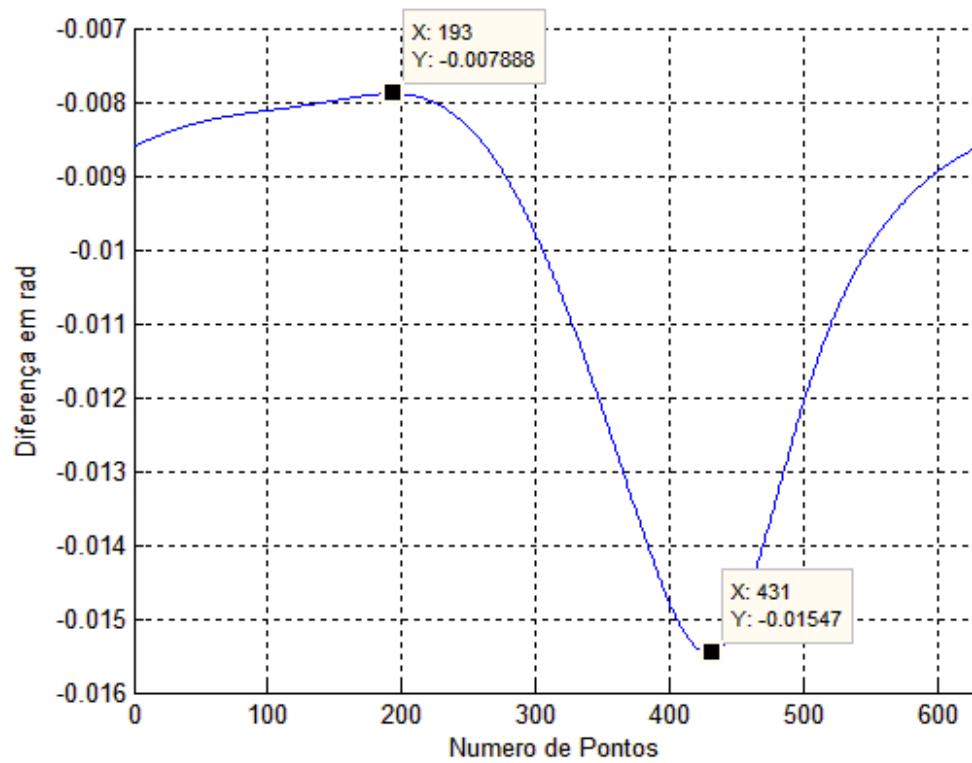


Figura 5.9– Diferença angular da junta D do manipulador espacial.

A junta E do manipulador apresentou uma variação angular que foi de -0.0033 rad até 0.0021 rad, conforme pode visto na Figura 5.10.

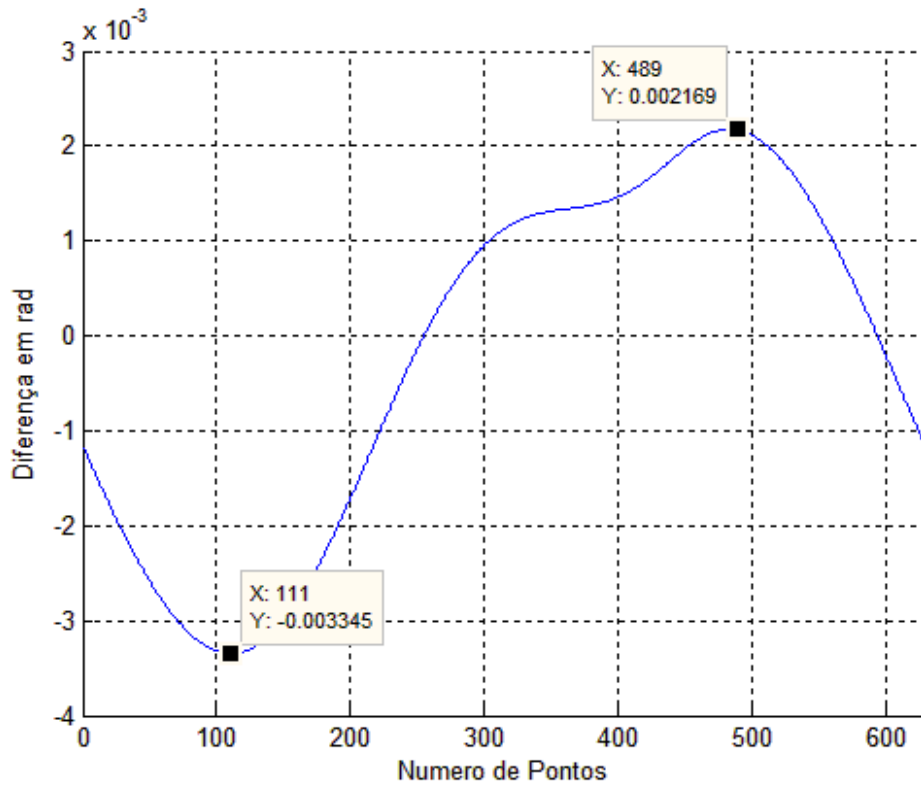


Figura 5.10– Diferença angular da junta E do manipulador espacial.

E por fim, a diferença angular apresentada pela última junta rotativa do manipulador simulador, a junta F apresenta uma diferença angular que varia de 0.0048 rad até 0.0145 rad, conforme ilustra a Figura 5.11.

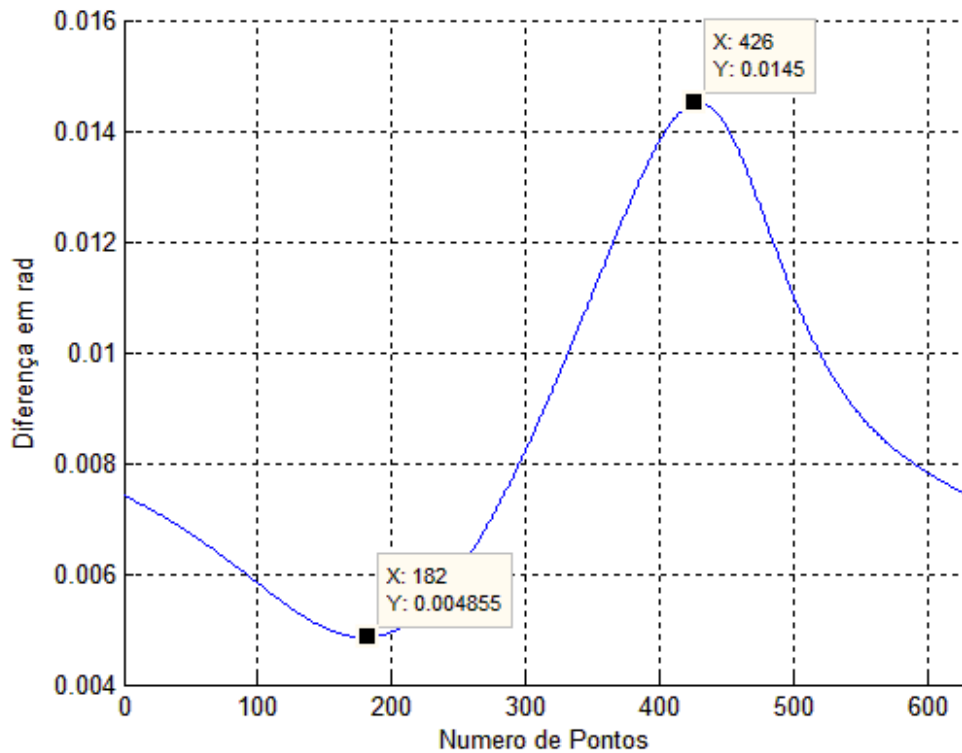


Figura 5.11– Diferença angular da junta F do manipulador espacial.

De acordo com os gráficos gerados com a diferença angular de cada junta apresentados anteriormente, é possível perceber que as juntas que mais apresentaram variação na diferença angular foram as juntas C e F, ou seja, a junta que antecede o punho esférico, a qual rotaciona em torno do eixo  $y$  e a última junta do punho esférico, a qual rotaciona em torno do eixo  $x$  adotado neste trabalho.

As juntas B, D e E tiveram uma variação da diferença de angular muito próxima. Dentre estas três juntas, a junta D foi a que mais apresentou variação na diferença angular, seguida pela junta B e a junta E, dentre estas três, foi a que menos apresentou variação na diferença angular.

A junta que menos apresentou variações na diferença angular foi a junta da base do robô, a junta A. Através disto é possível avaliar que a estratégia de reposicionamento do manipulador desenvolvida afetou mais o torque aplicado sobre as juntas C e F do que as juntas do centro do punho esférico e a da base do robô, representadas pelas letras E e A respectivamente.

Por fim, o desenvolvimento do presente trabalho permitiu demonstrar a possibilidade da utilização de um elemento complacente em juntas robóticas. Nesta direção, destaca-se o desenvolvimento do algo-

ritmo de compensação do posicionamento do efetuator final, que inicialmente era comprometido pela adição do elemento complacente.

## 6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Esta dissertação apresentou um estudo sobre o impacto da inserção de um elemento complacente em um manipulador industrial, bem como uma estratégia para compensar o deslocamento apresentado pela inserção de um elemento complacente na posição do efetuador final.

O estudo foi aplicado tanto em um manipulador planar quanto em um manipulador espacial, porém os resultados das simulações foram apresentadas apenas no manipulador espacial, visto que as ações de um manipulador planar podem ser representadas também por manipulador espacial.

De forma a realizar a relação entre as forças de interação com o meio e o robô manipulador a análise estática dos manipuladores foi realizada utilizando-se da Teoria de Helicóides juntamente com o Método de Davies.

Para realizar a compensação da deformação do elemento elástico inserido no manipulador foram realizados cálculos sobre as deformações axiais, deflexão e torção provenientes da atuação de forças sobre o ponto de contato do manipulador com o meio.

Para a avaliação do impacto da inserção do elemento complacente sobre o ruído do sinal apresentado nas leituras do sensor de força acoplado ao manipulador, a análise do comportamento dinâmico foi realizada, bem como a análise no domínio da frequência das equações encontradas através dos Diagramas de Bode, as quais tornam possível a compreensão da atenuação de ruído proveniente da inserção do elemento complacente no manipulador.

Levando-se em consideração as análises realizadas, utilizou-se uma simulação a qual se levou em consideração propriedades e características de uma borracha natural com 15% de negro de fumo para utilizá-la como elemento complacente acoplado ao manipulador. Também foram utilizadas forças provenientes de um processo de usinagem real como modelo para as simulações realizadas.

Através das simulações realizadas foi possível perceber que com a ação de forças sobre o manipulador com um elemento complacente acoplado o erro de posicionamento é facilmente afetado uma vez que o elemento complacente adotado possui uma capacidade de deformação significativa visto que o material utilizado trata-se uma borracha.

Com o estudo realizado sobre a torção, deflexão e deformação axial foi possível levar em consideração o erro de trajetória imposto pelas

deformações apresentadas e corrigi-lo de forma a fazer com que o manipulador se repositone em um ponto desejado.

Na simulação também foi possível avaliar que as juntas do manipulador que mais foram afetadas pelo reposicionamento foram as juntas que apresentaram uma maior diferença angular quando comparadas ao mesmo ponto da trajetória porém sem ter contato do manipulador com o meio, que foram as juntas D e F do punho esférico.

Tendo em vista os objetivos descritos no início deste trabalho, os mesmos foram alcançados, uma vez que foi possível realizar uma avaliação sobre o impacto da inserção de um elemento elástico em um robô industrial de cadeia aberta através da análise estática e da análise dinâmica apresentadas anteriormente. Através da estática foi possível relacionar o impacto das forças de interação com o meio com as forças e torques atuantes sobre as juntas do manipulador. Através da análise dinâmica e no domínio da frequência foi possível calcular relações as quais provam a atenuação de ruído proveniente da inserção do elemento complacente no manipulador.

Através das bibliografias utilizadas foi possível calcular as relações que determinam as diferentes deformações do elemento complacente tendo como responsáveis as forças e momentos oriundos do contato do robô manipulador com o meio. Tendo por sua vez, determinadas as deformações foi possível estabelecer uma estratégia para recalcular a trajetória do robô, compensando assim a deformação apresentada pelo elemento complacente acoplado ao robô e simular a estratégia de reposicionamento desenvolvida em um software.

Com a metodologia empregada, foi possível alcançar os objetivos traçados uma vez que a minimização de ruídos foi alcançada com a adição do elemento complacente e o posicionamento do robô, apesar de comprometido inicialmente foi corrigido com a implementação de uma estratégia de reposicionamento.

Este trabalho, porém, deixa em aberto como sugestão para trabalhos futuros algumas questões como a proposição de um estudo sobre os melhores tipos de materiais para serem utilizados como elemento complacente em aplicações de robótica industrial, uma análise mais profunda em questão do tipo de material em relação ao bloqueio de ruído e também quais as melhores formas de utilização de diferentes materiais como elementos complacentes em aplicações de robótica industrial.

## REFERÊNCIAS

- ABB-ROBOTICS. **Product specification IRB 1600 – ABB**. Disponível em: <  
[https://library.e.abb.com/public/818d1922d857a640c1257cc500449f38/Product%20specifications\\_IRB1600\\_3HAC023604-001\\_revM\\_en.pdf](https://library.e.abb.com/public/818d1922d857a640c1257cc500449f38/Product%20specifications_IRB1600_3HAC023604-001_revM_en.pdf)>.  
 Acesso em: 15/10/2015
- ACEVEDO, M. L. R. **Mecanismos com desacoplamento cinetoestático para substituição de atuadores robóticos**. 2012. 206 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2012.
- BALL, R. S. **A Treatise on the Theory of Screws**. Cambridge: Cambridge University Press, 1900.
- BEER, F. P., et al. **Mechanics of Materials**. 6<sup>a</sup> ed. McGraw-Hill, 2012.
- BONILLA, A. C. **Cinemática Diferencial de Manipuladores empregando Cadeias Virtuais**. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, 2004
- CASOLO, F. **Motion Control**. In-Tech. 2010.
- CAZANGI, H. R. **Aplicação do Método de Davies para análise cinemática e estática de mecanismos de múltiplos graus de liberdade**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Santa Catarina, Junho 2008.
- CRUZ, F. B. C. **Modelagem, controle e emprego de robôs manipuladores em processos de usinagem**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Santa Catarina, Setembro 2010.
- DAVIES, T. H. Kirchhoff's circulation law applied to multi-loop kinematic chains. **Mechanism and Machine Theory**, v. 16, p. 171–183, 1981.
- DAVIES, T. H. Couplings, coupling networks and their graphs. **Mechanism and Machine Theory**, v. 30, n. 7, p. 991–1000, 1995.
- DAVIES, T. H. Freedom and constraint in coupling networks. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science**, Professional Engineering Publishing, v. 220, p. 989–1010, 2006

DEBLAISE, D.; HERNOT, X.; MAURINE, P. A Systematic Analytical Method for PKM Stiffness Matrix Calculation. **Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation**, 2006.

ERTHAL, J. L. **Modelo cinestático para análise de rolagem em veículos**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

ESTEVEZ, P., BANK, J. M., PORTA, M., WEI, J., SARRO, P. M., TICHEM, M., STAUFER, U. 6 DOF force and torque sensor for micro-manipulation applications. **Sensors and Actuators A: Physical**, v. 186, p. 86-93, 2012.

GOLIN, J. F. **Implementação de controle de força e compensação de atrito em robô industrial**. 2002. 206 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2002.

GONÇALVES, R. S. **Estudo da rigidez de cadeias cinemáticas fechadas**. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, 263f. 2009.

GRANTA. “CES Selector - 2014”. 2015. Disponível em: <<http://www.grantadesign.com/download/pdf/CES-Selector-Overview.pdf>>. Acesso em: 20/10/2015.

GROSS, L. J., YELLEN, J., ZHANG, P. **Handbook of graph theory – Discrete mathematics and its applications**. 2<sup>a</sup> ed. CRC Press, 2004.

HALLIDAY, D; RESNICK, R; WALKER, J. **Fundamentos de Física 1- Mecânica**. 6. Ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2002.

HIBBELER, R. C. **Estática – Mecânica para engenharia**. 10<sup>a</sup> ed. Pearson, 2004.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais**. 7<sup>a</sup> ed. Pearson, 2010.

HUNT, K. H. **Kinematic Geometry of Mechanisms**. Oxford: Clarendon Press, 1978.

KALLIO, M. **The elastic and damping properties of magnetorheological elastomers**. Tese (Doutorado). Tampere University of Technology. 149f. Maio 2005.

KANG, C. Performance Improvement of a 6-Axis Force-torque Sensor via Novel Electronics and Cross-shaped Double-hole Struc-



ture. **International Journal of Control, Automation, and Systems**, vol. 3, no. 3, p. 469-476, 2005.

KLIMCHIK A.; PASHKEVITCH A.; CARO, S. Practical identifiability of the manipulator link stiffness parameters. **ASME 2013 International Mechanical Engineering Congress & Exposition**, pp.1-10, 2013.

KLIMCHIK A.; PASHKEVITCH A. **Elastic and elasto-dynamic models of robot manipulators**, ABBA, 2012

KLIMCHIK A.; PASHKEVITCH A.; CHABLAT, D. Enhanced stiffness modeling of serial manipulators with passive joints. **Advances in Robot Manipulators**, pp 331-360, 2010.

LAGUNA, E. “**Uso de robôs cresce nas novas linhas de montagem**”. 2014. Disponível em:  
<[http://www.cimm.com.br/portal/noticia/exibir\\_noticia/11869-uso-de-robos-cresce-nas-novas-linhas-de-montagem](http://www.cimm.com.br/portal/noticia/exibir_noticia/11869-uso-de-robos-cresce-nas-novas-linhas-de-montagem)>. Acesso em: 10/06/2015.

LJESH, K. P; HIRANI, H. Stiffness and damping coefficients for rubber mounted hybrid bearing. **Lubrication Science**. Ed 26. pgs 301-314. 2014

LIPKIN, H.; PATTERSON, T. Structure of robot compliance. **Robot and Mechanism Design**, 1990.

MARTINS, D. **Análise cinemática hierárquica de robôs manipuladores**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Fevereiro 2002.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 5ª ed. Pearson, 2011.

PAN, Z.; ZHANG, H.; ZHU, Z.; WANG, J. Chatter analysis of robotic machining process. **Jornal of Materials Processing Technology**, v. 173, p. 301-309, 2006.

PLESHA, M, E., COSTANZO, F., GRAY, G. L. **Mecânica para engenharia - Estática**. 1a ed, BOOKMAN, 2013.

REIS, M, G. **Desenvolvimento de uma ferramenta para modelagem estática de mecanismos e robôs utilizando Método de Davies**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Santa Catarina, Fevereiro 2013.

RINCON, L. M. **Otimização da capacidade de carga de um manipulador paralelo 3RRR simétrico em trajetórias com contato**. Disserta-

ção (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Santa Catarina, Fevereiro 2012.

SHAI, O.; PREISS, K. Graph theory representations of engineering systems and their embedded knowledge. **Artificial Intelligence in Engineering**, v. 13, p. 273–285, 1999.

SCIAVICCO, L; SICILIANO, B. **Modeling and control of robot manipulators**. [S.l.], McGraw-Hill, 1996.

SICILIANO, B., KHATIB, O. **Springer Handbook of Robotics**. Springer-Verlag New York, Inc., Secaucus, NJ, USA, 2007.

SILVA, C. W. de., **Vibration and shock handbook**. 1872f. CRC Press. 2005.

TIMOSHENKO, S. P., GOODIER, J. N. **Teoria da Elasticidade**. 6<sup>a</sup> ed. Tradução de Sérgio Fernandes Villaça, Huberto Lima Soriano e Hierônimo Santos Souza. McGraw-Hill, 1980.

TSAI, L.-W. **Robot Analysis: the Mechanics of serial and parallel manipulators**. New York: John Wiley & Sons, 1999.

TSAI, L.-W. **Mechanism design: enumeration of kinematic structures according to function**. CRC Press. Florida, 2001.

WANG, X., GE, Y., XIAO, B., YU, Y. "Application study of robotic control system based on force information," Information Acquisition, 2004. **Proceedings. International Conference on** , p. 494,497, 2004.

WEIHMANN, L. **Modelagem e otimização de forças e torques aplicados por robôs com redundância cinemática e de atuação em contato com o meio**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Agosto 2011.

WILLIAMSON, M. M., **Series elastic actuators**. Tese (Doutorado) – Massachusetts Institute of Technology. Cambridge, Estados Unidos da América, 1995.

WHITNEY, D. E; Historical perspective and the state of the art in robot force control. **International Journal of Robotic Research** [S.l.], v. 6, n. 1, 1987.

ZHANG, Y.; SU, H.-J.; LIAO, Q. Mobility criteria of compliant mechanisms based on decomposition of compliance matrices. **Mechanism and Machine Theory**. pp 80-93, 2014.

**APÊNDICE A– CÁLCULOS DE TORÇÃO, DEFORMAÇÃO  
AXIAL E DEFLEXÃO ATRAVÉS DA MECÂNICA DOS SÓ-  
LIDOS**

Neste apêndice será realizado o desenvolvimento das equações utilizadas no Capítulo 3 deste trabalho, responsáveis por descrever as deformações apresentadas pelo elemento complacente em um espaço tridimensional com a ação de forças e momentos nos três eixos do espaço.

A primeira subseção desenvolverá o equacionamento sobre o movimento de torção de um corpo ao aplicar-se um momento na direção do seu eixo. Na sequência será abordada a deformação axial apresentada pelo corpo ao aplicar-se uma força no mesmo sentido do eixo do corpo, e por fim são apresentados os cálculos de deflexão causados pela ação de forças atuando nos eixos perpendiculares ao eixo do corpo.

### **A.1 – Torção**

De acordo com Hibbeler (2010), torque é o momento que tende a torcer o membro em torno de seu eixo longitudinal e seu efeito é de interesse principal no projeto de eixos ou eixos de acionamento que são utilizados em veículos e maquinaria.

Hibbeler (2010), também afirma que quando um torque é aplicado em um material deformável os círculos e as retas longitudinais da grelha marcada sob a superfície do objeto tendem a se distorcer como pode ser visto na Figura A.1b. A torção faz os círculos permanecerem inalterados enquanto que cada reta longitudinal intercepta os círculos da grelha em ângulos iguais além de não alterar as retas radiais e manter as seções transversais das extremidades dos eixos planas.

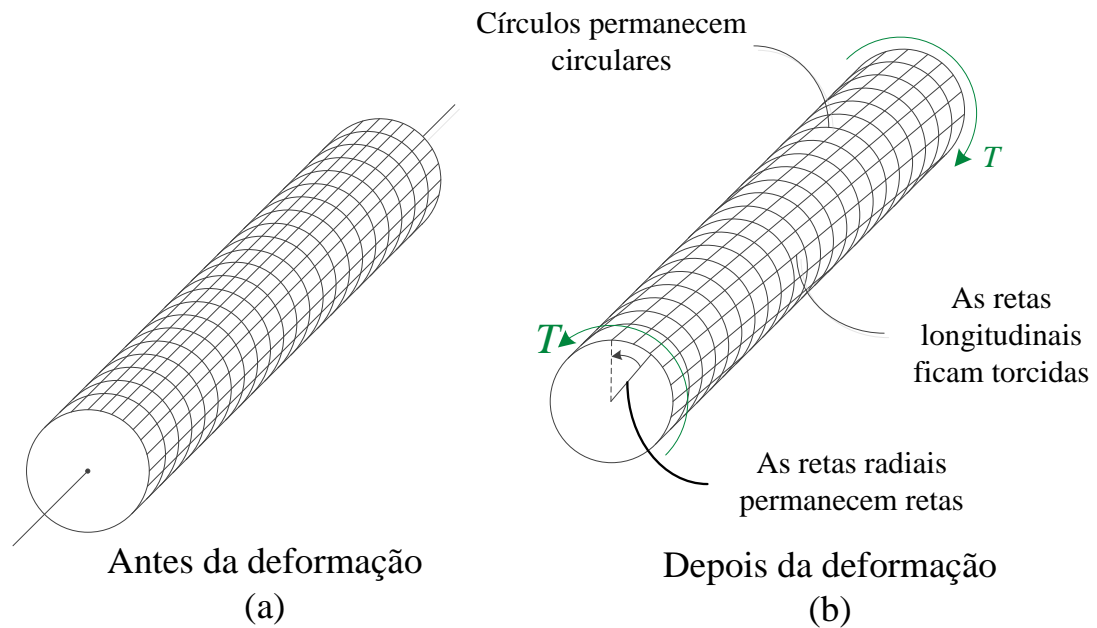


Figura A.1– Deformação por torção de um eixo circular (Adaptado de Hibbeler (2010)).

Beer *et al* (2011), também diz que se um torque  $T$  for aplicado na extremidade livre de uma barra de seção circular com suporte rígido, a barra sofrerá uma rotação  $\phi$  chamado de ângulo de torção, e que dentro de um certo intervalo de valores,  $\phi$  é proporcional ao torque  $T$  aplicado e ao comprimento  $L$  da barra, como mostra a Figura A.2.

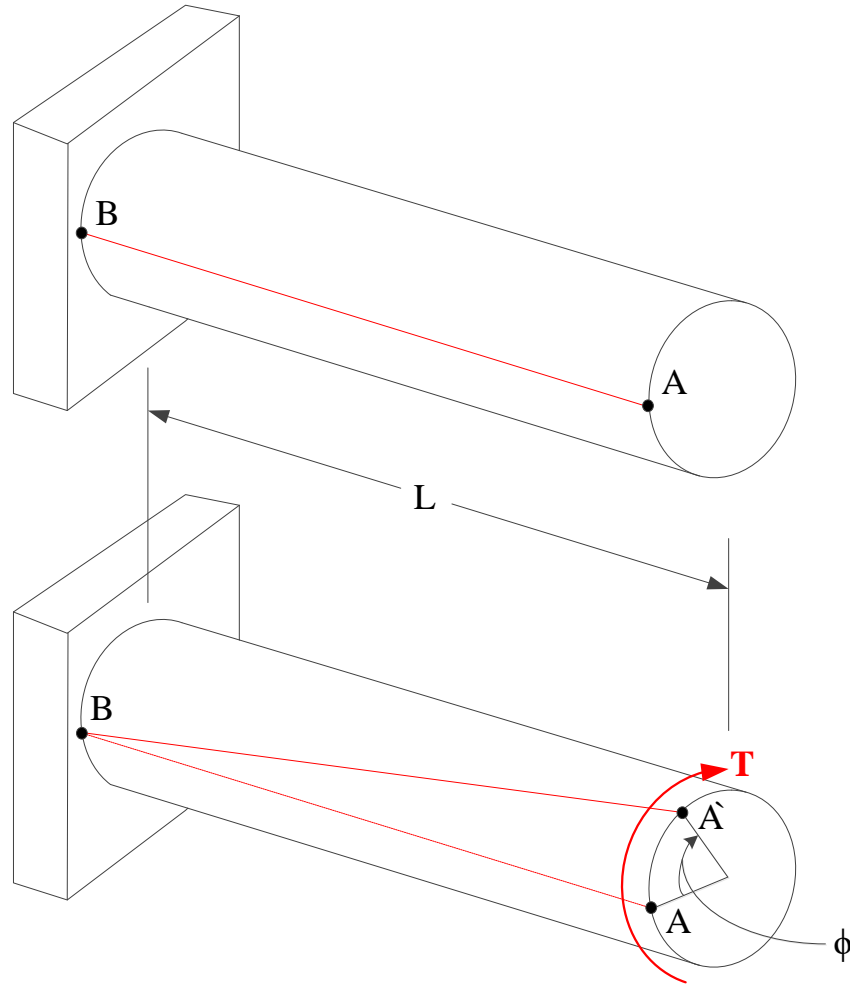


Figura A.2– Ângulo de torção em função de um torque aplicado. (Adaptado de Beer (2011)).

De acordo com Beer (2011), a deformação de cisalhamento máxima apresentada em uma barra circular é calculada por:

$$\gamma_{max} = \frac{c\phi}{L} \quad (A.1)$$

onde,  $\gamma_{max}$  é a deformação de cisalhamento máxima,  $c$  é o raio do eixo,  $L$  é o comprimento do eixo e  $\phi$  o ângulo de torção.

Como deseja-se saber o ângulo de rotação em torno do eixo da complacência em função das forças e dos momentos lidos pelo sensor de força JR3, e como as considerações feitas neste trabalho levam em conta que os materiais operam dentro do seu regime elástico, pode-se aplicar a lei de Hooke que relaciona tensão e deformação de cisalhamento que é expressa por:

$$\tau = G\gamma \quad (\text{A.2})$$

onde,  $\tau$  é a tensão de cisalhamento no eixo,  $G$  representa o módulo de elasticidade ao cisalhamento do material e  $\gamma$  que representa deformação de cisalhamento máxima.

Hibbeler (2010), ainda acrescenta que a tensão de cisalhamento pode ser calculada como:

$$\tau_{max} = \frac{Tc}{J} \quad (\text{A.3})$$

onde,  $T$  representa o torque atuante na seção transversal,  $c$  representa o raio externo do eixo e  $J$  o momento de inércia polar da área da seção transversal.

Como pode ser visto a Equação A.2 relaciona tensão de cisalhamento com deformação de cisalhamento, então substituindo a Equação A.3 e a Equação A.1 na Equação A.2 tem-se:

$$\frac{Tc}{J} = G \left( \frac{c\phi}{L} \right) \quad (\text{A.4})$$

Isolando o ângulo de deformação  $\phi$  tem-se:

$$\phi = \frac{TL}{JG} \quad (\text{A.5})$$

Assim, se o eixo estiver sujeito a torques vários torques ou a área da seção transversal ou o módulo ao cisalhamento mudar abruptamente de uma região do eixo para outra, a Equação A.6 deve ser aplicada a cada segmento do eixo no qual essas quantidades sejam constantes, sendo que o ângulo de torção de uma extremidade à outra do eixo será então calculado pela soma dos ângulos de torção de cada segmento, ou seja:

$$\phi = \sum \frac{TL}{JG} \quad (\text{A.6})$$

Vale ressaltar que o momento de inércia polar da seção transversal é uma propriedade geométrica da área do círculo e é sempre positiva e conforme Hibbeler (2010), para um eixo com seção transversal circu-

lar maciça, o momento de inércia polar da seção transversal é calculado por:

$$J = \frac{\pi}{2} c^4 \quad (\text{A.7})$$

Então, para o problema apresentado neste trabalho, substituindo a Equação A.7 na Equação A.5, tem-se:

$$\phi = \frac{2TL}{\pi G c^4} \quad (\text{A.8})$$

A Equação A.8 pode ainda ser modificada, de forma a relacionar o ângulo de torção  $\phi$  com o módulo de elasticidade longitudinal (Módulo de Young) e com o coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) do material. De acordo com Hibbeler (2010), o módulo de elasticidade transversal ( $G$ ), o módulo de elasticidade longitudinal ( $E$ ) e o coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) são relacionados de acordo com a Equação 3.14:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (\text{A.9})$$

Com isso, o ângulo de torção  $\phi$  expresso em função do módulo de elasticidade longitudinal e do coeficiente de Poisson é calculado conforme percebe-se na Equação 3.15:

$$\phi = \frac{4LT(\nu + 1)}{\pi E c^4} \quad (\text{A.10})$$

## A.2 – Deformação elástica de um elemento com carregamento axial

Beer (2012), diz que a análise de cargas sobre uma estrutura para saber as forças que a mesma pode suportar é muito importante e que para que esta análise seja feita o conhecimento da área da seção transversal da barra e do material que a barra é feita também é importante.

Hibbeler (2010), afirma que quando a barra possuir seção transversal constante; o material será homogêneo, portanto o módulo de elasticidade será constante, portanto se uma força externa constante for aplicada em cada extremidade da barra a força interna será constante ao longo de todo comprimento da barra.



Ainda segundo Hibbeler (2010), a força por unidade de área ou, tensão nominal ( $\sigma$ ), é obtida dividindo-se a resultante das forças internas ( $P$ ) pela área da seção transversal inicial do corpo de prova ( $A$ ), como pode ser visto na Equação A.11.

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (\text{A.11})$$

Como pode ser visto na Figura 3.6, uma barra sem a ação de forças (Figura A.3a), ao aplicar-se uma força sobre ela fará com que a barra, no caso demonstrado na Figura A.3, se alongue (Figura A.3b). Essa deformação é calculada em função da variação do comprimento de referência ( $\delta$ ) pelo comprimento de referência inicial ( $L$ ), ou seja:

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} \quad (\text{A.12})$$

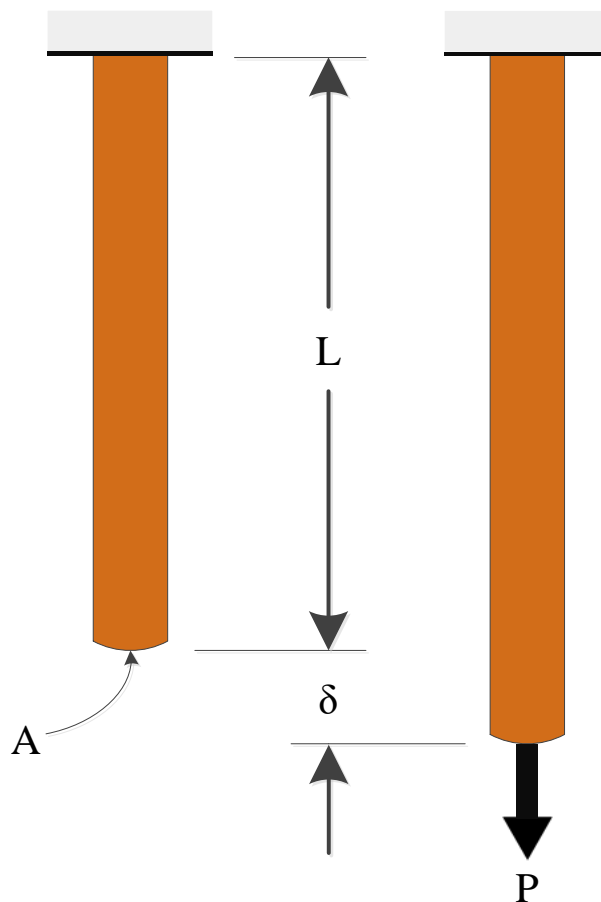


Figura A.3– Deformação por carregamento axial. (Adaptado de Hibbeler (2010)).

De acordo com Timoshenko e Goodier (1980), as componentes de tensão e as componentes de cisalhamento se relacionam linearmente através da Lei de Hooke,  $E$  representa a constante de proporcionalidade denominada módulo de elasticidade ou módulo de Young, conforme pode ser visto na Equação A.13:

$$\sigma = E\epsilon \quad (\text{A.13})$$

Para encontrar a deformação do material em função da carga aplicada sobre o mesmo, Beer (2012), afirma que se a tensão axial resultante não ultrapassar o limite de proporcionalidade do material e utilizando-se da Lei de Hooke demonstrada na Equação A.13, chega-se na seguinte relação:

$$\sigma = E\epsilon \rightarrow \frac{P}{A} = E \frac{\delta}{L} \quad (\text{A.14})$$

Rearranjando as variáveis e isolando a variação do comprimento de referência, tem-se:

$$\delta = \frac{PL}{AE} \quad (\text{A.15})$$

Através desta relação a variação do comprimento de referência pode ser encontrada em função da carga aplicada sobre o material, o comprimento do eixo, a área da seção transversal do eixo e o módulo de elasticidade do material utilizado.

### **A.3 – Deflexão e deslocamento pelo método da integração direta**

É conveniente que se esquematize a forma defletida de um eixo sob a ação de cargas antes de determinar a inclinação e o deslocamento de um ponto deste eixo a fim de visualizar e verificar os resultados parcialmente. De modo a cumprir esta função a linha elástica (diagrama de deflexão do eixo longitudinal que passa pelo centroide de cada área da seção transversal do eixo), na maioria das vezes é traçada sem dificuldade.

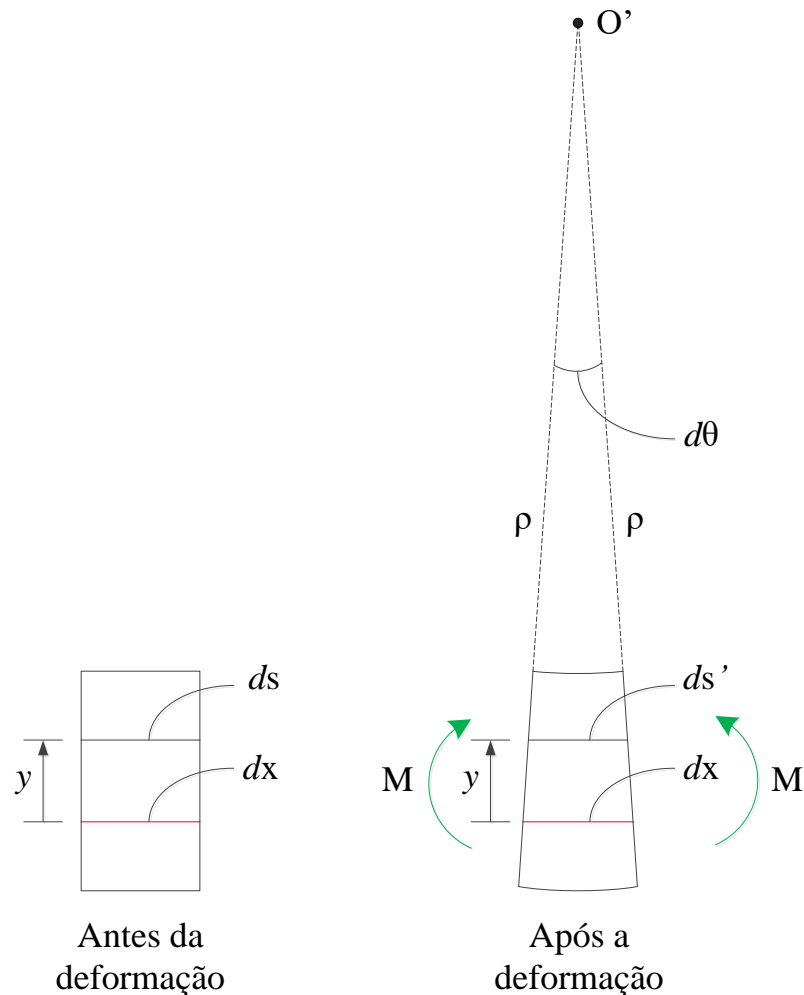


Figura A.4– Linha elástica de um eixo defletido

Beer (2012), afirma que uma barra prismática sujeita à flexão pura se curva em um arco, conforme ilustra a Figura A.4, que quando operando dentro do limite elástico, a curvatura da superfície neutra pode ser calculada como:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad (\text{A.16})$$

onde,  $\rho$  representa o raio de curvatura em um ponto específico da curva elástica,  $M$  o momento fletor interno da barra no ponto em que  $\rho$  deve ser determinado,  $E$  o módulo de elasticidade do material e  $I$  o momento de inércia da barra calculado em torno do eixo neutro. Na Figura 3.7 o eixo neutro, ou seja, o eixo que continua com o mesmo comprimento mesmo após a deformação do material está representado em vermelho.

Com isso, a linha elástica de uma viga pode ser expressa como uma função de  $x$ , onde a deflexão  $v = f(x)$ . Para a obtenção desta equação, representa-se a curvatura ( $1/\rho$ ) em termos de  $v$  e  $x$ . Hibbeler (2010), afirma que essa relação é expressa através da seguinte equação:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2v/dx^2}{[1 + (dv/dx)^2]^{3/4}} \quad (\text{A.17})$$

Substituindo na Equação A.16, tem-se:

$$\frac{d^2v/dx^2}{[1 + (dv/dx)^2]^{3/4}} = \frac{M}{EI} \quad (\text{A.18})$$

Esta equação representa uma solução denominada elástica, através de uma equação infinitesimal não-linear de segunda ordem, que dá forma a linha elástica, levando em consideração que as deflexões no eixo ocorram somente devido à flexão. (BEER, 2012).

Hibbeler (2010), afirma que na maioria das normas de projeto, limites de tolerância são especificados em relação às deflexões para a maioria das vigas e dos eixos, os quais toleram uma leve deflexão que pode ser determinada por  $dv/dx$ . Sendo assim, a inclinação da curva determinada por  $dv/dx$  é muito pequena e seu quadrado é desprezível, sendo assim possível aproximar a curvatura da seguinte forma:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2v}{dx^2} \quad (\text{A.19})$$

Com isso, a equação da linha elástica pode ser expressa como:

$$\frac{M}{EI} = \frac{d^2v}{dx^2} \quad (\text{A.20})$$

Para que seja possível calcular a deflexão de um eixo sob a ação de uma força em sua extremidade, consideremos o caso apresentado na Figura A.5a de uma viga engastada submetida à uma carga vertical  $P$  na sua extremidade livre.

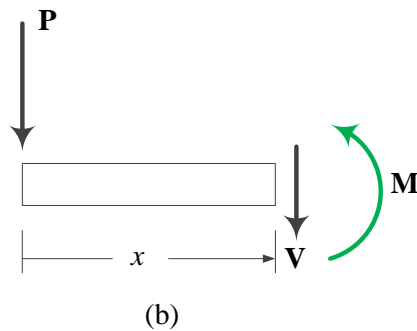
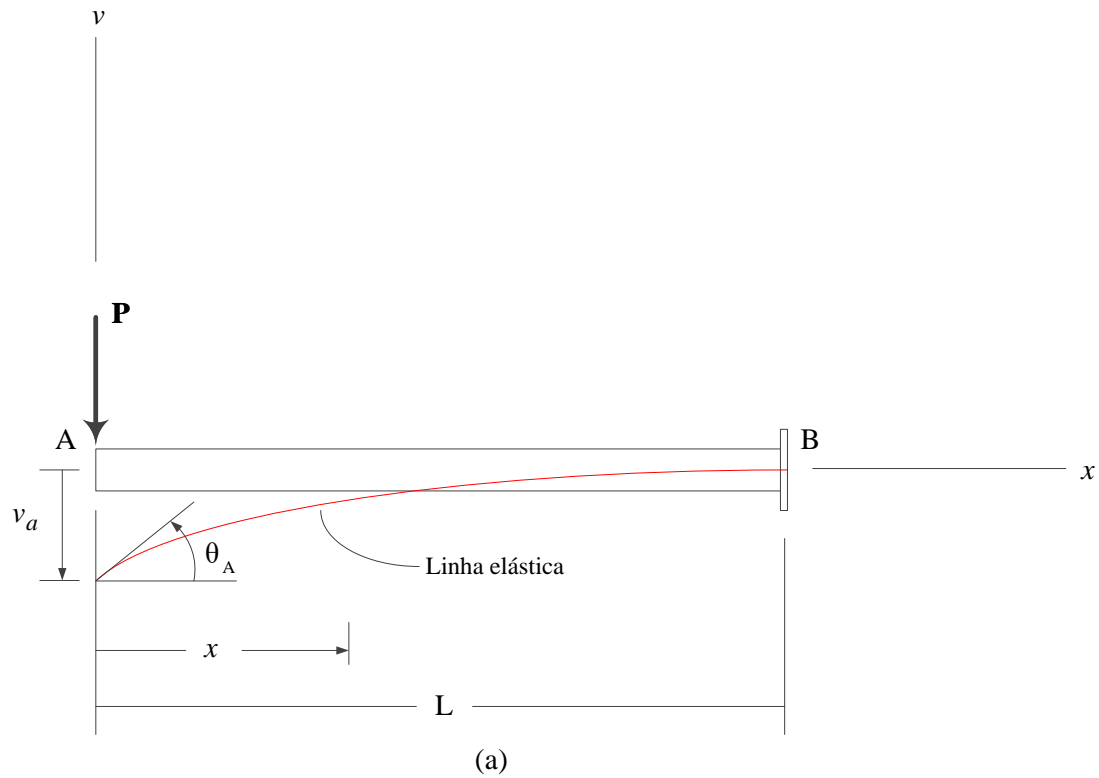


Figura A.5– Deflexão de um eixo sob a ação de uma força em sua extremidade. (Adaptado de Hibbeler, (2010)).

Pelo diagrama de corpo livre, como mostra a Figura A.5b tem-se:

$$M = Px \quad (\text{A.21})$$

Note que o sentido da força  $P$  deve ser considerado para a realização do cálculo.

Aplicando a Equação A.20 e integrando duas vezes, temos:

$$EI \frac{d^2 v}{dx^2} = Px \quad (\text{A.22})$$

$$EI \frac{dv}{dx} = \frac{Px^2}{2} + C_1 \quad (\text{A.23})$$

$$EIv = \frac{Px^3}{6} + C_1x + C_2 \quad (\text{A.24})$$

Utilizando as condições de contorno  $dv/dx = 0$  em  $x = L$  e  $v = 0$  em  $x = L$ , ou seja, que a viga não irá sofrer deflexão no ponto em que está engastada, as Equações A.23 e A.24 tornam-se:

$$0 = \frac{PL^2}{2} + C_1 \quad (\text{A.25})$$

$$0 = \frac{PL^3}{6} + C_1L + C_2 \quad (\text{A.26})$$

Assim torna-se possível calcular as constantes  $C_1$  e  $C_2$ :

$$C_1 = -\frac{PL^2}{2} \quad (\text{A.27})$$

$$C_2 = \frac{PL^3}{3} \quad (\text{A.28})$$

Substituindo os resultados das Equações A.28 e A.27 nas Equações A.24 e A.23 respectivamente, tem-se:

$$\theta = -\frac{P}{2EI}(L^2 - x^2) \quad (\text{A.29})$$

$$v = -\frac{P}{6EI}(-x^3 + 3L^2x - 2L^3) \quad (\text{A.30})$$

Porém, a inclinação e o deslocamento máximos ocorrem no ponto A, onde  $x = 0$ , então:

$$\theta_A = -\frac{PL^2}{2EI} \quad (\text{A.31})$$

$$v_A = \frac{PL^3}{3EI} \quad (\text{A.32})$$

Por fim, para realizar o cálculo da deflexão de um eixo sob a ação de um momento em sua extremidade, consideremos o caso apresentado na Figura A.6a de uma viga engastada submetida a um momento  $M$  na sua extremidade livre.

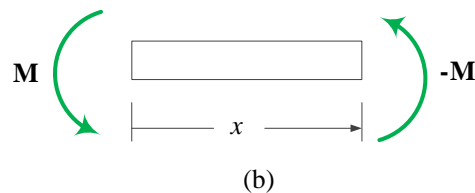
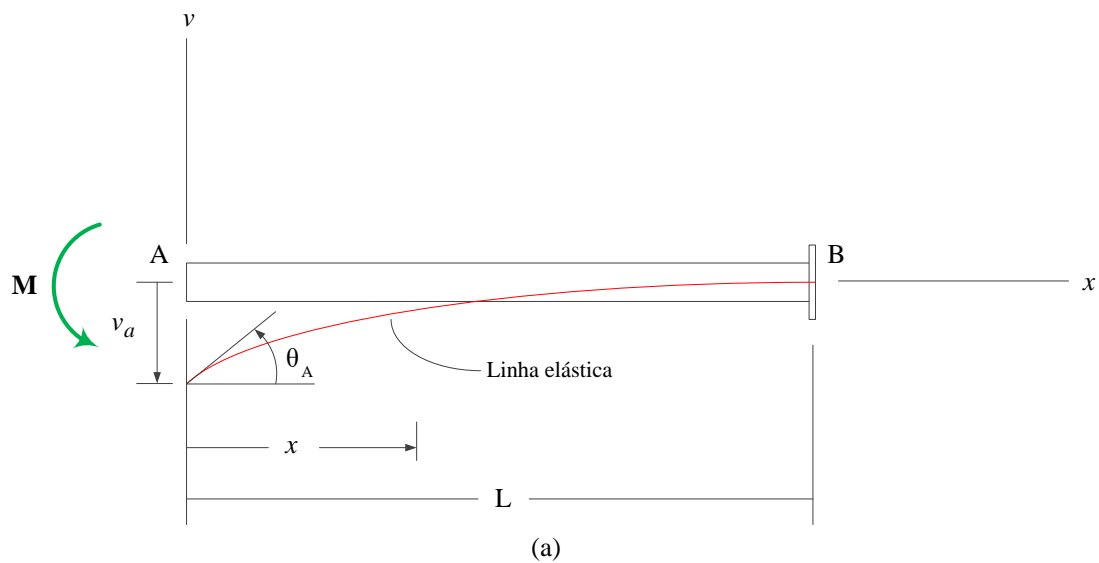


Figura A.6– Deflexão de um eixo sob a ação de um momento. (Adaptado de Hibbeler (2010)).

De acordo com o diagrama de corpo livre apresentado na Figura A.6b e com a Equação A.20, podemos fazer as seguintes relações:

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = M \quad (\text{A.33})$$

$$EI \frac{dv}{dx} = Mx + C_1 \quad (\text{A.34})$$

$$EIv = \frac{Mx^2}{2} + C_1x + C_2 \quad (\text{A.35})$$

Aplicando as condições de contorno  $dv/dx = 0$  em  $x = L$  e  $v = 0$  em  $x = L$ , tem-se:

$$0 = ML + C_1 \quad (\text{A.36})$$

$$0 = \frac{ML^2}{2} + C_1L + C_2 \quad (\text{A.37})$$

Assim torna-se possível calcular as constantes  $C_1$  e  $C_2$ :

$$C_1 = -ML \quad (\text{A.38})$$

$$C_2 = -\frac{ML^2}{2} \quad (\text{A.39})$$

Substituindo os resultados das Equações A.38 e A.39 nas Equações A.34 e A.35 respectivamente, tem-se:

$$\theta = \frac{M}{EI}(x - L) \quad (\text{A.40})$$

$$v = \frac{M}{2EI}(x^2 - 2Lx - L^2) \quad (\text{A.41})$$



Porém, a inclinação e o deslocamento máximos ocorrem no ponto A, onde  $x = 0$ , então:

$$\theta_A = -\frac{ML}{EI} \quad (\text{A.42})$$

$$v_A = -\frac{ML^2}{2EI} \quad (\text{A.43})$$

Com isso, é possível calcular a deflexão causada pelas forças e momentos que agem na complacência, sendo possível calcular sua deflexão, compressão ou extensão e torção após serem aplicadas forças e momentos sobre o manipulador do robô.

Todas as variáveis necessárias para a realização deste cálculo são obtidas no cálculo da estática do robô, com exceção do momento de inércia da barra calculado em torno do eixo neutro ( $I$ ), que de acordo com Hibbeler (2004), o momento de inércia calculado em torno do eixo neutro é calculado como:

$$I_x = I_y = \frac{\pi c^4}{4} \quad (\text{A.44})$$

onde,  $c$  corresponde ao raio do círculo que representa a área de seção transversal do elemento complacente, conforme ilustra a Figura A.7.

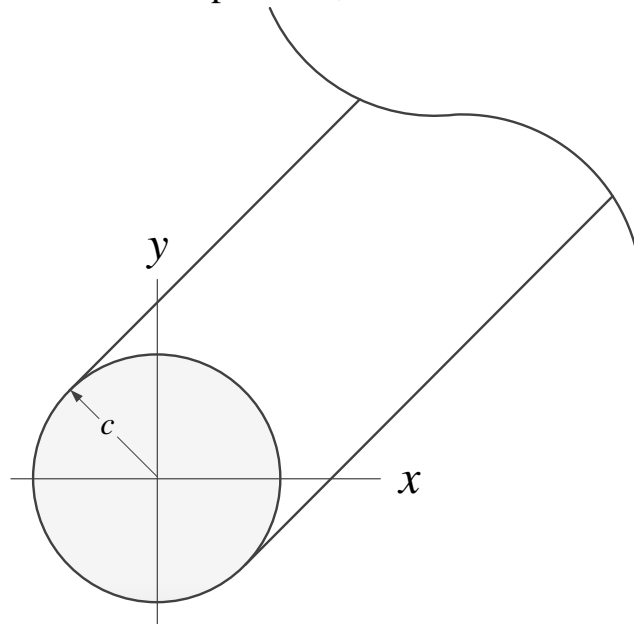


Figura A.7– Área da seção transversal do elemento elástico. (Adaptado de Hibbeler (2004)).

Incorporando o cálculo realizado para o momento de inércia, conforme demonstrado na Equação A.44, na Equação A.43, a deflexão realizada na barra por um momento é calculada então, por:

$${}^M v_A = -\frac{2ML^2}{\pi E C^4} \quad (\text{A.45})$$

De forma similar, incorporando o cálculo do momento de inércia em torno do eixo neutro, demonstrado na Equação A.44, na Equação A.32, que descreve a deflexão de acordo com a força aplicada, obtém-se:

$${}^f v_A = \frac{4PL^3}{3\pi E C^4} \quad (\text{A.46})$$

**ANEXO A – INFORMAÇÕES TÉCNICAS DO MANIPULADOR  
ABB IRB 1600**

## IRB 1600

The highest performance 10 kg robot.

Performance is often a trade off, optimizing for speed or accuracy. With ABB's IRB 1600, you don't have to choose. The robot's cycle times are shorter, sometimes half that of other robots, allowing you to increase throughput. Meanwhile, you will enjoy the work piece quality that only an ABB robot can offer. Extra everything.



### Double your throughput

The IRB 1600 has up to 50 percent shorter cycle times than competing robots in material handling, machine tending and process applications. It speeds up and slows down faster than other robots, saving time while moving between tasks. This is possible due to ABB's patented second generation QuickMove motion control, combined with the robot's strong motors and low friction losses in the spur gears.

### No more cutting corners

At high speed, most robots will cut corners. With the IRB 1600, the path will be the same regardless of speed, thanks to the robot's unique combination of brains and brawn. Intelligent second generation TrueMove motion control means that "what-you-program-is-what-you-get". Add muscle – a heavy and stiff design – low vibrations and low friction – and you have a robot that will deliver consistently high work piece quality, high yield and few rejects.

### Outstanding reliability

The IRB 1600 offers outstanding reliability, even in the toughest environments and the most demanding 24/7 duty cycles. The entire manipulator is IP 54 classed and sensitive parts are IP 67 classed as standard. The optional protection Foundry Plus offers IP 67, special paint, rust protection and is tailor made for tough foundry environments. The rigid and heavy design combined with spur gears, make the robot extremely robust. Smart collision detection software further adds to the robot's outstanding reliability.

### Easy to integrate

Mounting is fully flexible: on a shelf, on the wall, tilted or inverted. By choosing the compact short-arm version with the 1.2 m reach, you can even fit the IRB 1600 inside a machine, while ensuring sufficient payload as the maximum total load is as high as 36 kg.

### Sustainable and healthy

Low friction spur gears, and no unnecessary moves due to QuickMove and TrueMove, reduces power consumption down to 0.58 kW at max speed, and even less at low speeds. The airborne noise level of just <70 dB (A) secures a healthy sound environment.

# IRB 1600

## Main applications

Machine tending, material handling, arc welding, cutting, dispensing, assembly, palletizing and packaging, measuring, die casting, injection moulding

## Specification

Variants	Reach(m)	Payload(kg)	Armload(kg)
IRB 1600-6/1.2	1.2	6	30,5
IRB 1600-6/1.45	1.45	6	30,5
IRB 1600-10/1.2	1.2	10	20,5
IRB 1600-10/1.45	1.45	10	20,5
Number of axes	6+3 external (up to 36 with MultiMove)		
Protection	Standard IP54; opt. FoundryPlus 2 (IP 67)		
Mounting	Floor, wall, shelf, tilted, inverted		
IRC5 Controller variants	Single cabinet, Dual cabinet, Compact		

## Physical

Dimensions robot base:	484 x 648
Robot height: IRB 1600-6/1.2 and IRB 1600-10/1.2	1069 mm
Robot height: IRB 1600-6/1.45 and IRB 1600-10/1.45	1294 mm
Robot weight:	250 kg

## Performance (according to ISO 9283)

	6/1.2	6/1.45	10/1.2	10/1.45
Pos. repeatability (RP)	0.02 mm	0.02 mm	0.02 mm	0.05 mm
Path repeatability (RT)	0.13 mm	0.19 mm	0.06 mm	0.13 mm

## Movement

Working range	1.2	1.45
Axis 1	+180° to -180°	+180° to -180°
Axis 2	+136° to -63°	+150° to -90°
Axis 3	+55° to -235°	+65° to -245°
Axis 4	+200° to -200° def. +/-190° revolution	+200° to -200° def. +/-190° revolution
Axis 5	+115° to -115°	+115° to -115°
Axis 6	+400° to -400° def. +/-288 revolution	+400° to -400° def. +/-288 revolution
<b>Maximum Speed</b>	<b>6 kg</b>	<b>10 kg</b>
Axis 1	150°/s	180°/s
Axis 2	160°/s	180°/s
Axis 3	170°/s	185°/s
Axis 4	320°/s	385°/s
Axis 5	400°/s	400°/s
Axis 6	460°/s	460°/s

## Electrical connections

Supply voltage	200-600 V, 50-60 Hz
Power consumption	ISO-Cube at max speed 0.58 kW

## Environment

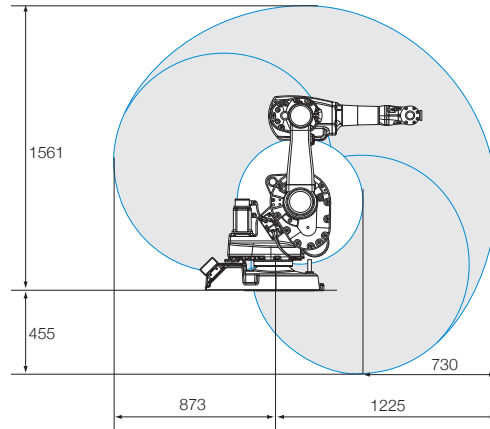
### Ambient temperature for mechanical unit:

During operation	+ 5°C (41°F) to + 45°C (113°F)
During transportation and storage	- 25°C (- 13°F) to + 55°C (131°F)
For short periods (max 24h)	up to + 70°C (158°F)
Relative humidity	Max. 95% at constant temperature
Safety	Double circuits with supervisions, emergency stops and safety functions, 3-position enable device
Emission	EMC/EMI shielded

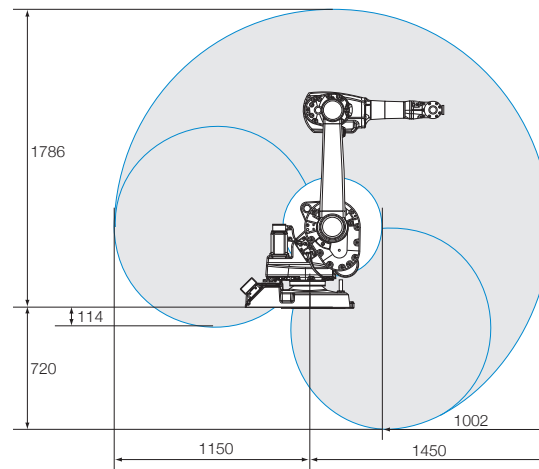
Data and dimensions may be changed without notice

## Working range

### IRB 1600-x/1.2



### IRB 1600-x/1.45





**ANEXO B – MANUAL DE INSTALAÇÃO DO SENSOR DE  
FORÇA/TORQUE JR3**

# ***JR3***

**INSTALLATION MANUAL  
FOR  
FORCE - TORQUE SENSORS  
WITH INTERNAL ELECTRONICS**

***JR3, Inc.***  
22 Harter Ave.  
Woodland, CA 95776

5977-



# TABLE OF CONTENTS

## CHAPTER 1 SENSOR OVERVIEW

General .....	1 - 1
Axis Orientation .....	1 - 1

## CHAPTER 2 INSTALLATION

Physical mounting.....	2 - 1
Bolt Torque.....	2 - 1
Mounting Surfaces .....	2 - 2
Cable Routing .....	2 - 3

## CHAPTER 3 ELECTRICAL INTERFACE

Digital Output .....	3 - 1
Sensor Cable .....	3 - 1
Sensor Jack Pin Assignments.....	3 - 3
Analog Output.....	3 - 3
Connector Pin Assignments .....	3 - 4
Grounding.....	3 - 4
Receiver Electronic System.....	3 - 4

## CHAPTER 4 CALIBRATION MATRIX

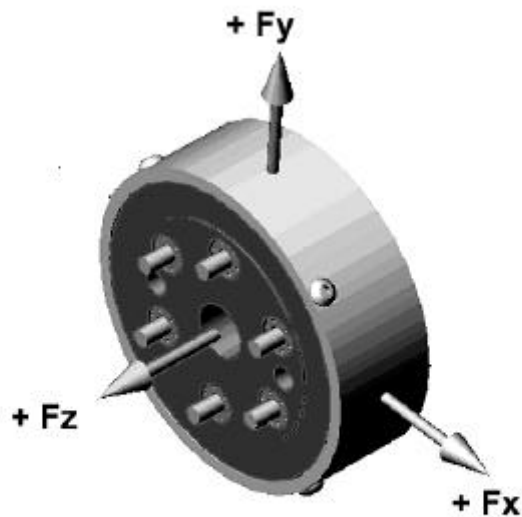
Use of Calibration Matrix.....	4 - 1
Digital Sensors.....	4 - 1
Analog Sensors.....	4 - 1
Manual Calculation.....	4 - 2
Software Example.....	4 - 2

## CHAPTER 1 SENSOR OVERVIEW

The **JR3** sensor is a monolithic aluminum (optionally stainless steel or titanium) device containing analog and digital electronics systems. Foil strain gages sense the loads imposed on the sensor. The strain gage signals are amplified and combined to become analog representations of the force loads on the three axes and the moments or torques about the three axes. In most models, the analog data is converted to digital form by electronic systems contained within the sensor. Some models optionally provide analog output instead of digital.

Sensors are produced in a wide variety of load ratings and bolt patterns. The physical size of the sensor varies, depending on factors such as force and moment ratings and required mounting dimensions. A drawing of your specific sensor and a detailed specification sheet is provided with your sensor.

The axes on standard **JR3** sensors are oriented with the X and Y axes in the plane of the sensor body, and the Z axis perpendicular to the X and Y axes. The reference point for all loading data is the geometric center of the sensor. When viewed from the Robot Side of the sensor the forces and moments are related by the Right Hand Rule.



**Fig. 1-1**  
**SENSOR AXIS ORIENTATION FROM ROBOT SIDE**

## CHAPTER 2 INSTALLATION

This chapter provides general instructions for installing the force - torque sensor with your own equipment. Because of the wide variety of possible applications of the sensor, it is not possible to provide detailed instructions for your exact application. If additional information is needed, contact **JR3**.

### PHYSICAL MOUNTING OF SENSOR

**CAUTION:** THE SENSOR IS A PRECISION MEASURING DEVICE, AND MAY BE DAMAGED IF PROPER PRECAUTIONS ARE NOT OBSERVED WHEN IT IS MOUNTED.

Refer to the sensor specification sheet and drawing for detailed information about the rated capacity and mounting bolt pattern of your specific sensor. The sensor drawing also shows the positioning of the axes on the sensor. Install the sensor with the axes in the desired orientation. Use particular care when handling and installing sensors having low force ratings.

Most **JR3** sensors use captive button-head bolts to mount the sensor. The bolts are tightened with a hex key (provided with the sensor) through the bolt holes in the tool side of the sensor. **DO NOT TURN ONE SENSOR BOLT ALL THE WAY IN AT A TIME.** In many cases these bolts will protrude from the sensor even when fully retracted. If these bolts are tightened one at a time, the sensor can be damaged. Turn each bolt in a few turns at a time, then go to the next bolt until the sensor mounting surface is flat against your mounting surface. Then tighten the bolts in a sequence, moving from side to side. Torque these bolts in two or more stages until the torque recommended on the sensor interface drawing is reached.

### BOLT TORQUE

The tables give torque values recommended by the bolt manufacturer to avoid damage to heads for the most commonly used bolt sizes. These values are for the captive button head screws used in standard sensors, other types of bolts may have different ratings. We recommend that sensor mounting bolts be torqued to the lower of the sensor's rated full scale torque, or to these values.

BE AWARE OF THE FORCE AND TORQUE RATINGS OF THE SENSOR WHEN TIGHTENING TOOL-SIDE BOLTS. Refer to the Sensor Load Ratings not the Electrical Load Settings. When tightening the mounting bolts on the tool side of the sensor forces and torques are exerted on the sensor. Be certain not to exceed the force or torque ratings of the sensor when tightening the mounting bolts on the tool side of the sensor.

*English screws:*

Size & Pitch	Recommended Tightening Torque
4-40	7 inlb
6-32	12 inlb
8-32	23 inlb
10-24 10-32	45 inlb
1/4-20 1/4-28	100 inlb
5/16-18 5/16-24	190 inlb (16ftlb)
3/8-16 3/8-24	300 inlb (25ftlb)
1/2-13 1/2-20	1000 inlb (83ftlb)

*Metric screws:*

Size & Pitch	Recommended Tightening Torque
M3x.5	1.25 Nm (11 inlb)
M4x.7	2.9 Nm (25 inlb)
M5x.8	5.9 Nm (52 inlb)
M6x1.0	10 Nm (88 inlb)
M8x1.25	24 Nm (210 inlb)
M10x1.5	48 Nm (425 inlb)
M12x1.75	84 Nm (740 inlb)
M16x2.0	207 Nm (1800 inlb)

**Fig. 2-1**  
Torque Values for **JR3** Sensor Mounting Screws

## MOUNTING SURFACES

The sensor surfaces are precisely machined to be extremely flat. The plates or flanges to which the sensor is bolted should be as flat as possible, preferably within .0005" (half thousandth). Because of its compact size, the sensor is sensitive to the boundary conditions at the mounting surfaces. For this reason it is necessary that the mounting surfaces be stiff relative to the loads imposed. The mounting plate thicknesses shown in the table are recommendations for typical situations. Your particular application may require thicker mounting plates or be able to use thinner mounting plates.

Sensor Fx, Fy Load Rating in pounds	Aluminum Plate Thickness	Steel Plate Thickness
15	1/2"	3/8"
25	1/2"	3/8"
50	3/4"	1/2"
100	7/8"	5/8"
250	1 1/4"	7/8"
500	1 1/2"	1"

**Fig 2-2  
Recommended Mounting Plate Thickness**

When mounting the sensor, or mounting a device to the sensor, be certain that no components are attached in such a way as to allow part of the load to pass around the sensor. No part attached to the "tool" or "load" side of the sensor should touch anything attached to the "robot" or "fixed" side of the sensor, or the sensor's protective canister, since it is attached to the "robot" or "fixed" side. If contact of this type is made, part of the load may be transmitted around the sensor resulting in false load readings.

There is a small gap between the protective canister and the face of the sensor on the tool, or load, side of the sensor. Be certain that no solid material or particles are allowed to lodge in the gap. If any solid is lodged in the gap, part of the load can be transmitted around the sensor resulting in false load readings. If the sensor environment

makes it likely that fluids or particles could enter the gap, a bellows or compliant booting is recommended.

## **CABLE ROUTING**

Cable routing must allow for all possible movement of machinery. Do not allow stretching, crushing or excessive twisting of the cable. Where cable flexing is essential, it should be spread over a loop or length of cable rather than concentrated in a single spot.

## CHAPTER 3 ELECTRICAL INTERFACE

Most sensors with internal electronic systems provide Digital output signals for use with several different **JR3** receiver systems. A few models are optionally available with Analog output.

### DIGITAL OUTPUT

Digital output sensors transmit data to the receiver electronics in a synchronous serial format. All low level analog signals and the Analog to Digital (A/D) circuitry are within the sensor body, shielded from electromagnetic interference by the metallic sensor body. Data for all six axes is returned to the receiver at a rate of 8 kHz. Certain sensor models may utilize other data rates.

The data stream also includes feedback monitoring the sensor power supply voltage and information about sensor characteristics and calibration. Transmission of sensor calibration data from the sensor allows sensors to be interchanged with no need for any adjustment of the receiver circuitry. Feedback of the sensor power voltage allows use of long lengths of small gage wire in the sensor cable. Sensor power and data signals can be passed through slip rings with no increase in noise or loss of accuracy.

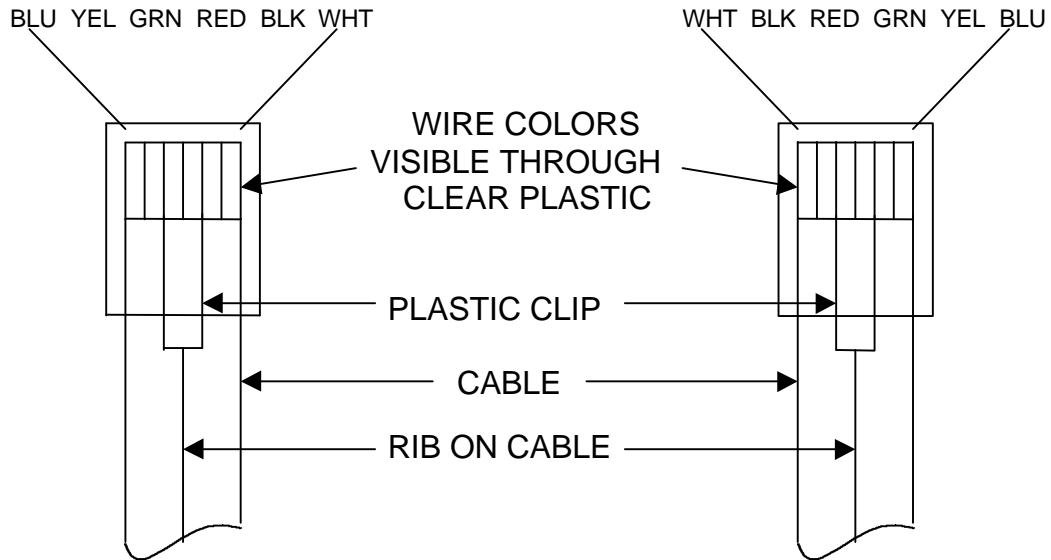
Standard digital output sensors utilize either a 6 pin RJ-11 or an 8 pin RJ-45 modular style jack depending on the sensor model. Other connectors may be used for special orders. See specifications provided with your sensor for details of connectors other than RJ-11 or RJ-45.

### SENSOR CABLE

The cable for most **JR3** digital sensors is a flat modular type cable with RJ-11 (6 pin) or RJ-45 (8 pin) modular plugs. If your sensor does not utilize the flat modular type cable refer to information provided with the sensor for information about the cable.

**JR3** digital sensors use a "standard" modular cable, as opposed to a "reverse" cable. The terms "standard" and "reverse" in regard to these cables are the cause of a great deal of confusion and misunderstanding. Therefore figure 3-1 showing the wire arrangement at the 2 ends of our normal 6 wire modular cable is provided to define our cable. The 8 pin cable is similar with the

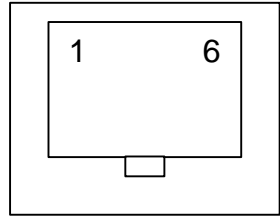
addition of 2 wires. Either end of the cable can connect to the sensor or the receiver/processor. Note that there is a reversal of pin order between sensor and receiver/processor.



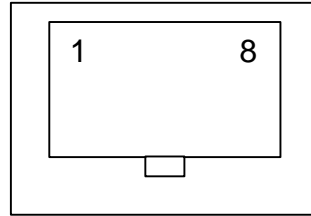
**Fig 3-1**  
**6 PIN SENSOR CABLE**

The sensor uses either a 6 pin 8 pin or 10 pin modular jack depending on the model; receiver/processors use a 10 pin modular jack designed to allow connection of a 10, 8 or 6 pin plug with no damage. When a 6 pin plug is plugged into the 10 pin jack only the central 6 pins are used. There are 2 unused jack pins on each side of a 6 pin plug. Similarly, an 8 pin plug has 1 unused jack pin on either side.





6 pin Sensor Jack



8 pin Sensor Jack

PIN	SIGNAL
1	DCLK +
2	DCLK -
3	+ ~ 8 V
4	PWR COM
5	DATA +
6	DATA -

PIN	SIGNAL
1	- 12 V
2	DCLK +
3	DCLK -
4	+ ~ 8 V
5	PWR COM
6	DATA +
7	DATA -
8	+ 12 V

**Fig 3-2  
MODULAR SENSOR CONNECTOR PIN ASSIGNMENTS**

Note that for the six central pins the function of each pin is identical though the pin numbers are different. This allows a sensor with six pins or a sensor with eight pins to connect to the same receiver electronic system jack.

### **ANALOG OUTPUT**

Standard analog output sensors utilize a DE-9P connector. Other connectors may be used for special orders. See specifications provided with your sensor for voltage requirements and for details of connectors other than DE-9P.

PIN	SIGNAL
1	Fx
2	Fy
3	Fz
4	Mx
5	My
6	Mz
7	+ power
8	- power
9	power and signal common

**Fig. 3-3**  
**DE-9P SENSOR CONNECTOR PIN ASSIGNMENTS**

Sensors with high level analog output provide an analog voltage for each axis, typically specified as +5 V to -5 V or +10 V to -10 V representing + full load to - full load. Data from analog sensors must be processed using the Calibration Matrix provided with the sensor. Refer to Chapter 4 for information about the decoupling matrix. When digital output sensors are used the receiver electronic system automatically processes the calibration matrix.

### **GROUNDING**

As with any sensitive electronic system, improper grounding can cause problems. The receiver electronics and the equipment the sensor is mounted on should be connected to the same ground. In unusual situations, where there is a severe noise source near the sensor, it may be necessary to add a heavy ground connection between the sensor mounting surface and the receiver electronic system.

### **RECEIVER ELECTRONIC SYSTEM**

Several different receiver/processors and electronic systems can be used with **JR3** sensors with serial data output. They receive the serial data from the sensor and provide sensor loading data in the desired form. Different electronic systems allow direct connection to computer and controller back planes, serial or parallel ports.

## CHAPTER 4

### CALIBRATION MATRIX

All multi-axis sensors have some degree of cross coupling, a condition where a force or moment load on one axis produces a change in the indicated load of other axes. Each **JR3** sensor is individually calibrated, with loads applied to each axis. The calibration data is used to generate a calibration and decoupling matrix, which is used to convert the output voltages to force and moment loading data in engineering units.

#### DIGITAL OUTPUT SENSORS

Sensor electronic systems with digital output store the matrix in non-volatile memory. When the sensor or electronic system is connected to the receiver the data is automatically downloaded in the first few seconds of operation. The receiver then applies the matrix to the sensor data stream without user intervention.

#### ANALOG OUTPUT SENSORS

When analog output electronic systems are used, the calibration matrix is provided on the Sensor Specification Sheet for your sensor. Sensors ordered with special calibration features may be provided with more than one matrix.

The six by six calibration matrix is multiplied by the six element voltage (column) vector. The result is calibrated force and moment data in the units specified on the Sensor Specification Sheet.

$$\begin{array}{l}
 F_x \\
 F_y \\
 F_z \\
 M_x \\
 M_y \\
 M_z
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} & A_{1,4} & A_{1,5} & A_{1,6} \\
 A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} & A_{2,4} & A_{2,5} & A_{2,6} \\
 A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} & A_{3,4} & A_{3,5} & A_{3,6} \\
 A_{4,1} & A_{4,2} & A_{4,3} & A_{4,4} & A_{4,5} & A_{4,6} \\
 A_{5,1} & A_{5,2} & A_{5,3} & A_{5,4} & A_{5,5} & A_{5,6} \\
 A_{6,1} & A_{6,2} & A_{6,3} & A_{6,4} & A_{6,5} & A_{6,6}
 \end{bmatrix}
 \times
 \begin{bmatrix}
 V_{FX} \\
 V_{FY} \\
 V_{FZ} \\
 V_{MX} \\
 V_{MY} \\
 V_{MZ}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 Load_{FX} \\
 Load_{FY} \\
 Load_{FZ} \\
 Load_{MX} \\
 Load_{MY} \\
 Load_{MZ}
 \end{bmatrix}$$

CALIBRATION  
MATRIX

OUTPUT  
VOLTAGE  
VECTOR

CALIBRATED  
LOADS IN  
ENGINEERING  
UNITS

**Fig. 4-1**  
**CALIBRATION MATRIX MULTIPLICATION**

## MANUAL CALCULATION:

Matrix calculations are most easily done with a computer, but they can, of course, be done manually. As an example, to find the decoupled, calibrated, Fx load reading using the raw analog voltages multiply the Fx row ( $A_{1,n}$ ) by the analog channel readings in volts. This gives the calibrated, decoupled, output in the units which were specified when the sensor was ordered.

$$(A_{1,1} \times V_{FX}) + (A_{1,2} \times V_{FY}) + (A_{1,3} \times V_{FZ}) + (A_{1,4} \times V_{MX}) + \\ (A_{1,5} \times V_{MY}) + (A_{1,6} \times V_{MZ}) = \text{Load}_{FX}$$

To find the loads for other axes, follow the same procedure using  $A_{2,n}$  for Fy,  $A_{3,n}$  for Fz, etc.

## SAMPLE COMPUTER CODE FOR DECOUPLING:

A brief Pascal procedure showing one possible way of programming a computer for the decoupling matrix multiplication is shown below. This procedure can easily be implemented in other programming languages.

```
TYPE
  matrix = ARRAY[0..5,0..5] OF real;
  vector = ARRAY[0..5] OF real;

PROCEDURE mult (mat : matrix; vecIn : vector; VAR vecOut : vector);
VAR
  row : integer;
  col : integer;

BEGIN
  FOR row := 0 TO 5 DO
    BEGIN
      vecOut [row] := 0;
      FOR col := 0 to 5 DO
        vecOut [row] := vecOut [row] + vecIn[col] * mat [row, col];
      END;
    END;
  END;
```

**Fig. 4-2**  
**MATRIX SOFTWARE EXAMPLE**

**ANEXO C – INFORMAÇÕES TÉCNICAS DO ELASTÔMERO  
UTILIZADO**

## General information

### Designation

Natural rubber / Natural cis-1,4-polyisoprene (NR) : 15-42% carbon black

### Typical uses

Car tires, seals, belts, anti-vibration mounts, tubing, rubber lining pipes and pumps.

## Composition overview

### Composition (summary)

Natural rubber reinforced with 15-42% carbon black. Here is a typical recipe in this material class on a part per hundred by weight basis for general engineering use: NR 100, process oil 5, stearic acid 2, zinc oxide 5, N-550 carbon black 20-85, phenylamine antioxidant 1.5, sulfur 2.5, cure accelerators 1.1. Cure 20 minutes at 150C.

Base	Polymer		
Polymer class	Thermoset elastomer : rubber		
Polymer type	NR		
Polymer type full name	Natural rubber		
% filler (by weight)	15 - 42		%
Filler type	Carbon powder		
Renewable content	58 - 85		%

### Composition detail (polymers and natural materials)

Polymer	58 - 85		%
Carbon (powder)	15 - 42		%

## Price

Price	* 11.2 - 12.3		BRL/kg
-------	---------------	--	--------

## Physical properties

Density	1.02e3 - 1.2e3		kg/m <sup>3</sup>
---------	----------------	--	-------------------

## Mechanical properties

Young's modulus	0.0021 - 0.0084		GPa
Yield strength (elastic limit)	20 - 27		MPa
Tensile strength	20 - 27		MPa
Tensile stress at 100% strain	* 1 - 5		MPa
Tensile stress at 300% strain	3 - 15.8		MPa
Elongation	385 - 690		% strain
Elongation at yield	385 - 690		% strain
Compressive modulus	* 0.0021 - 0.0084		GPa
Compressive strength	* 24 - 32.4		MPa
Flexural modulus	0.0021 - 0.0084		GPa
Flexural strength (modulus of rupture)	* 35.3 - 45.7		MPa
Shear modulus	7e-4 - 0.0028		GPa
Bulk modulus	* 1.5 - 2		GPa
Poisson's ratio	0.499 - 0.5		
Shape factor	1.5		
Hardness - Shore D	* 10 - 27		
Hardness - Shore A	45 - 77		
Fatigue strength at 10 <sup>7</sup> cycles	* 8 - 10.8		MPa
Mechanical loss coefficient (tan delta)	* 0.1 - 0.25		
Compression set at 23°C	1 - 9		%
Compression set at 70°C	10 - 32		%
Compression set at 100°C	21 - 51		%

Compression set at 125°C	35	-	72	%
Compression set at 150°C	43	-	96	%
Tear strength	28	-	112	N/mm

## Impact & fracture properties

Fracture toughness	0.153	-	0.614	MPa.m <sup>0.5</sup>
Impact strength, notched 23 °C	590	-	600	kJ/m <sup>2</sup>
Impact strength, notched -30 °C	590	-	600	kJ/m <sup>2</sup>

## Thermal properties

Glass temperature	-78	-	-63	°C
Maximum service temperature	97	-	120	°C
Minimum service temperature	-65	-	-50	°C
Thermal conductivity	0.2	-	1	W/m.°C
Specific heat capacity	* 1.4e3	-	1.7e3	J/kg.°C
Thermal expansion coefficient	150	-	200	µstrain/°C

## Electrical properties

Electrical resistivity	* 1e9	-	1e16	µohm.cm
Galvanic potential	0.07	-	0.15	V

## Optical properties

Transparency	Opaque
--------------	--------

## Bio-data

RoHS (EU) compliant grades?	✓
Toxicity rating	Non-toxic
Food contact	Yes

## Absorption & permeability

Water absorption @ 24 hrs	* 0.01	-	0.02	%
Water vapor transmission	* 11	-	21	g.mm/m <sup>2</sup> .day
Permeability (O <sub>2</sub> )	* 985	-	1.64e3	cm <sup>3</sup> .mm/m <sup>2</sup> .day.atm
Permeability (CO <sub>2</sub> )	* 6.52e3	-	1.13e4	cm <sup>3</sup> .mm/m <sup>2</sup> .day.atm
Permeability (N <sub>2</sub> )	* 334	-	838	cm <sup>3</sup> .mm/m <sup>2</sup> .day.atm

## Processing properties

Polymer injection molding	Acceptable
Polymer extrusion	Acceptable
Polymer thermoforming	Unsuitable

## Durability

Water (fresh)	Excellent
Water (salt)	Excellent
Weak acids	Acceptable
Strong acids	Unacceptable
Weak alkalis	Excellent
Strong alkalis	Acceptable
Organic solvents	Limited use
Oils and fuels	Unacceptable
ASTM D2000 oil resistance class	A (no requirement)
ASTM D2000 heat resistance type	A (70°C / 158°F)
Oxidation at 500C	Unacceptable
UV radiation (sunlight)	Good

Wear resistance	Acceptable		
Flammability	Highly flammable		
Flammability - typical UL 94 rating	HB		
Oxygen index	* 16	- 20	%

### Primary production energy, CO2 and water

Embodied energy, primary production	* 87.8	- 97	MJ/kg
CO2 footprint, primary production	* 2.75	- 3.04	kg/kg
NOx creation	* 16	- 17.7	g/kg
SOx creation	* 48	- 53.1	g/kg
Water usage	* 1.5e4	- 2e4	l/kg

### Processing energy & CO2 footprint

Polymer molding energy	* 14.7	- 16.2	MJ/kg
Polymer molding CO2	* 1.18	- 1.3	kg/kg
Grinding energy (per unit wt removed)	* 5.28	- 5.84	MJ/kg
Grinding CO2 (per unit wt removed)	* 0.396	- 0.438	kg/kg

### Recycling and end of life

Recycle	✗		
Recycle fraction in current supply	0.1		%
Downcycle	✓		
Combust for energy recovery	✓		
Heat of combustion (net)	* 38.1	- 40	MJ/kg
Combustion CO2	* 3.22	- 3.38	kg/kg
Landfill	✓		
Biodegrade	✗		

### Geo-economic data for principal component

Principal component	Natural Rubber		
Annual world production	7.37e6	- 8.15e6	tonne/yr

### Eco-indicators for principal component

Eco-indicator 95	360		millipoints/kg
------------------	-----	--	----------------

### Notes

#### Other notes

The original 'rubber' and still the most widely used, 40-50% all rubber produced. Synthetic rubbers struggle to match its remarkable mechanical properties, which are in part due to its ability to crystallize upon straining. This strain-induced crystallization increases strength and tear resistance just when it is needed.

Strengths: Outstanding strength, even without reinforcing fillers, long fatigue life, good creep and stress relaxation.

Compared to other rubbers, excellent tear ('cut growth') resistance, and 'tack'. Low cost. Good temperature range: -60C to 100C.

Limitations: Poor resistance to oil and other hydrocarbon fluids, oxygen, ozone, and UV. 'Perishing' due to oxidation/ozone/UV can be improved by antioxidant additives. Even without this protection, rubber components have been reported as serving satisfactorily after 100 years due to the formation of an oxidized layer less than 2mm thick.

NR will spontaneously crystallize at low temperatures, with maximum rate at -25C.

#### Reference sources

Ranges for mechanical properties taken from MRPRA Natural Rubber Engineering Data Sheets (1979)

### Links

ProcessUniverse

Producers



---

Reference

Shape