

- i) - ensinar a numeração oral e escrita de 80 a 90.
 j) - " " " " e " de 90 a 100.
 k) - " " " " e " e o conhecimento verdadeiro dos números de 100 a 110.
 l) ensinar a numeração oral e escrita e o conhecimento verdadeiro dos números de 110 a 120.
 m) ensinar a numeração oral e escrita e o conhecimento verdadeiro dos números de 120 a 130.
 n) ensinar a numeração oral e escrita e o conhecimento verdadeiro dos números de 130 a 140.
 o) - " " " " e " e o " " " de 140 a 150.
 p) - " " " " e " e o " " " de 150 a 160.
 q) - " " " " e " e o " " " de 160 a 170.
 r) - " " " " e " e o " " " de 170 a 180.
 s) - " " " " e " e o " " " de 180 a 190.
 t) - " " " " e " e o " " " de 190 a 200.
 u) - " " " " e " e o " " " de 200 a 210.
 v) - " " " " e " e o " " " de 210 a 220.
 w) - " " " " e " e o " " " de 220 a 230.
 x) - " " " " e " e o " " " de 230 a 240.
 y) - " " " " e " e o " " " de 240 a 250.
 z) - " " " " e " e o " " " de 250 a 260.
 a) - " " " " e " e o " " " de 260 a 270.
 b) - " " " " e " e o " " " de 270 a 280.
 c) - " " " " e " e o " " " de 280 a 290.
 d) - " " " " e " e o " " " de 290 a 300.
 e) - " " " " e " e o " " " de 300 a 310.

... e assim, sucessivamente, até mil.

2 - Ensino da adição

- a) - adição sobre números simples.
 a') - exercícios sobre essa parte.
 b) - adição sobre números compostos de dezenas.
 b') - exercícios sobre essa parte.
 c) - adição sobre números compostos de centenas.

c) - exercícios sobre essa parte.

3 - Ensino da subtração.

a) - subtração sobre números simples.

a') - exercícios sobre essa parte.

b) - subtração sobre números compostos de dezenas.

b') - exercícios sobre essa parte.

c) - subtração sobre números compostos de centenas.

c') - exercícios sobre essa parte.

4 - Preparação prática para a multiplicação e divisão.

a) - formação oral dos múltiplos de dois até 20.

a') - continuação da formação dos múltiplos de dois em exercícios escritos.

b) - formação oral dos múltiplos de tres até 30.

b') - continuação da formação dos múltiplos desse número em exercícios escritos.

c) - formação oral dos múltiplos de quatro até 40.

c') - continuação da formação dos múltiplos desse número em exercícios escritos.

d) - formação oral dos múltiplos de cinco até 50.

d') - continuação da formação dos múltiplos desse número em exercícios escritos.

e) - formação oral dos múltiplos de seis até 60.

e') - continuação da ...

f) - formação oral dos múltiplos de sete até 70.

f') - continuação da ...

g) - formação oral dos múltiplos de oito até 80.

g') - continuação da ...

h) - formação oral dos múltiplos de noze até 90.

h') - continuação da ...

i) - formação oral dos múltiplos de dez até 100.

i') - continuação da ...

f) - decomposição prática do múltiplo em seus factores, por inversão dos problemas de multiplicação que se

formam propostos e a medida que se forem propostos, d'aqui por diante.

k) - formação oral dos múltiplos de onze até 110

k') - continuação da...

l) - formação oral dos múltiplos de doze até 120

l') - continuação da...

m) - formação oral dos múltiplos de treze até 130

m') - continuação da...

n) - formação oral dos múltiplos de quatorze até 140

n') - continuação da...

o) - formação oral dos múltiplos de quinze até 150

o') - continuação da...

p) - formação oral dos múltiplos de dezesseis até 160

p') - continuação da...

q) - formação oral dos múltiplos de dezessete até 170

q') - continuação da...

r) - formação oral dos múltiplos de dezoito até 180

r') - continuação da...

s) - formação oral dos múltiplos de dezanove até 190

s') - continuação da...

t) - formação oral dos múltiplos de vinte até 200

t') - continuação da...

e assim, sucessivamente, até 1000

5 - Ensino da multiplicação

a) - multiplicação sobre números simples

a') - exercícios sobre essa parte

b) - multiplicação em que o multiplicando seja composto de dezenas e o multiplicador, simples

b') - exercícios sobre essa parte

c) - multiplicação em que o multiplicando seja composto de centenas e o multiplicador, simples

c') - exercícios sobre essa parte

d) - multiplicação em que o multiplicando e mul

ultiplicados, são compostos de dezenas.

d) - exercícios sobre essa parte.

e) - multiplicação em que o multiplicando e multiplicador são compostos de centenas.

e') - exercícios sobre essa parte.

6 - Ensino da divisão

a) - divisão em que o dividendo e divisor são números simples.

a') - exercícios sobre essa parte.

b) - divisão em que o dividendo é composto de dezenas e o divisor é simples, não havendo, porém, dividendo parcial.

b') - exercícios sobre essa parte.

c) - divisão em que o dividendo é composto de dezenas e o divisor também, não havendo, porém, dividendo parcial.

c') - exercícios sobre essa parte.

d) - divisão em que o dividendo é composto de dezenas e o divisor, simples, havendo, porém, dividendo parcial.

d') - exercícios sobre essa parte.

e) - divisão em que o dividendo e o divisor são compostos de dezenas, havendo dividendo parcial.

e') - exercícios sobre essa parte.

f) - divisão em que o dividendo e o divisor são compostos de centenas, não havendo dividendo parcial.

f') - exercícios sobre essa parte.

g) - divisão em que o dividendo e divisor são compostos de centenas, havendo dividendo parcial.

g') - exercícios sobre essa parte.

7 - Noções sobre o sistema métrico decimal.

a) - ensinar a medir comprimentos.

b) ensinar a medir quantidades.

c) ensinar a pesar.

(c) Oficina prática de dar essas lições

Numeração oral e escrita dos números de 1 a 1000

Leve tenho? - Você tem um p. Pois bem, tenho um p. ou uma unidade. Todas as vezes que eu tenho uma coisa só, tenho uma unidade. Esta mesa será uma unidade? E este lapis? E esta bolinha? Agora, eu lhe dei mais este p., com quantos você ficou? - Fiquei com dois p. E, com quantas unidades? - Com duas unidades. Escreva duas unidades. E agora, quantos p. você tem? - Tenho cinco p. Então, quantas unidades? - Cinco unidades. Escreva cinco unidades. E, agora, quantas unidades você tem? - Tenho dez unidades. Vamos arrumar estas dez unidades nesta caixa? Caberão todas? Não sobrou nenhuma? Nesta caixa cabem exactamente as dez unidades, então, chamemo-la uma dezena, desde que nella cabem dez unidades. Quantas unidades cabem numa dezena? - Numa dezena cabem dez unidades. Então, tanto faz dizer uma dezena como dez unidades? Quantas dez ha numa dezena? - Numa dezena ha um dez. Nesta dezena ha só um dez? - Nesta dezena ha só um dez. Não ha mais nada? - Então, nesta dezena ha um dez e nada? Nesta dezena ha um dez e nada. Vamos escrever uma dezena ou um dez e nada. As crianças escreverão, immediatamente, desde que apprenderam,

no 1º anno, a escrever um dez e nada, etc.
Lia, agora, X - Um dez e nada. Ou ? - Dez.
Mas, dez o que ? O que tenho aqui ? - Dez uni-
dades. Mas, não pimes que dez unidades é
a mesma coisa que... ? - Dez unidades é a mes-
ma coisa que uma dezena. Então, aquillo
se lê tambem... ? - Uma dezena é o que mais ?
- Mais nada. Têm, pois, que uma dezena come-
ça por que numero ? - Uma dezena começa por
um. E por que se escreve o zero ? Nós temos
mais alguma coisa, alem da dezena ? - Não
temos mais nada, alem da dezena. E o que
quer dizer o zero ? - O zero quer dizer nada (já
apprenderam no anno anterior). Então, por que
se escreve o zero depois da dezena ? - Porque não
temos mais nada. Olhe mais dois pp. Quan-
tas unidades você tem ? - Tenho duas unidades.
Calerão ainda nesta caixa ? - Não. Então, ficam
do lado de fóra. Temos, agora... ? Temos, agora,
uma dezena e duas unidades. Quantos dez ? - Um
dez e dois. Ou ainda, quantas unidades ? - Onze.
- Onze unidades. Vai escrever uma dezena e
duas unidades ou um dez e dois ou ainda
doze unidades. A creanca, escreverá, perfeitamente,
desde que já apprende a escrever um dez e
dois. Poderemos ainda lhe dizer : um dez e nada
ou uma dezena e nada. você já escreveu, ha
pouco, agora escreva um dez e dois ou uma
dezena e duas unidades. Mostre-me, agora,
onde você escreveu uma dezena e duas uni-
dades.

Assim se procederá com 13, 14, 15, 16, 17, 18 e 19.
já ha muitos pp. do lado de fóra ; vamos ar-

numal-os noutra caixa senão a mesa fica m^{te} cheia. Prompto, enchi a caixa. Esta caixa é do tamanho desta? - É sim. Quantas unidades ha abi? - Aqui ha dez unidades. Então, tambem poderemos chamar esta caixa...? - Poderemos chamar esta caixa uma dezena. Quantas dezenas ha, na mesa? - Na mesa ha duas dezenas. É quantas unidades? - Vinte unidades. Quantos dez são duas dezenas? - Duas dezenas são dois dez. É o que mais? - É nada. Então, escrevam duas dezenas e nada ou dois dez e nada. A criança escreverá, perfeitamente.

Assim se procederá até 100.

Quantas dezenas temos aqui? - Temos aqui dez dezenas. Trazendo uma porção de pp. e collocando-os sobre a mesa, direi: vamos agora, arrumar nas caixinhas estes pp. que trouxe. Como se faz para caberem todos? You vir se arranjo uma caixa maior onde caibam essas caixas que já estão arrumadas, senão não poderemos arrumar os outros. Prompto X, arrume nesta caixa estas dezenas que abi estão. Se nesta caixa couberem todas? Ainda sobrou algum lugar? Quantas dezenas ha nessa caixa? - Nessa caixa ha dez dezenas. É quantas unidades? - Cem unidades. Pois bem, devem ter reparado que collocamos os pp. nas caixas menores e demos a essas caixas o nome de dezenas, porque continham dez pp. ou dez unidades, que nome devemos dar a caixa maior que cabe cem pp. ou cem unidades? Reparar: uma caixa que cabe dez unidades chama-se uma dezena, uma que cabe cem unidades chamar-se-á uma...? É

possível que ellas digam que se chamara' uma centena. Uma dezena quantas unidades tem? É uma centena quantas dezenas? Está direito, uma dez dezenas tem dez unidades e uma centena dez dezenas.

Aqui, nesta caixa, eu tenho uma centena e o que mais...? - Uma centena e mais nada. Por que numero devo começar a escrever uma centena? - Deve começar a escrever uma centena por um. Então, escreva um. Mas, você não disse que é uma centena e nada? Então, que é que serve para significar nada?

O zero é que serve para significar nada. Então, o que deve escrever agora, ao lado de uma centena? - O zero. Se os dois lugares ocupam as unidades? - As unidades ocupam o 1º lugar. E as dezenas? Então, se os dois primeiros lugares estão ocupados, fica combinado que a centena ocupará o terceiro. Se temos uma centena e mais nada, o que você deve escrever, no lugar das dezenas e das unidades? - Deve escrever dois zeros.

Agora, vamos arrumar os p.p. nas caixas, mas, contando de um em um. Aqui temos (apontando para a caixa da centena) quantas unidades? - Abi temos cem unidades. Já collocando, na caixa menor como fizemos com as outras, mas, vá contando. - Cem mais um, cento e um; mais um, cento e dois. mais um, cento e tres até cento e dez. Prompto, enchi a caixa. Então, temos quantas unidades ao todo? Temos cento e dez unidades. E, si abri, nessa caixa que você acabou de en-

ber, quantas unidades ha? - Ha dez unidades. Quantas dezenas? - Uma dezena. E, não temos mais nada? Então, repita o que temos aqui. - Uma centena, uma dezena e nada. Você já sabe em que lugar se escrevem uma centena e uma dezena, falta apenas o nada.

Assim se procederá até que a creança encha dez caixinhas de dezenas, formando a segunda centena, depois a terceira, a quarta, etc. até a décima. Quando a creança conta novecentos e noventa e nove mais um mil, dirá o professor.

Sob o pretexto de que já ha muitas caixas na mesa, diz o professor que vai procurar uma caixa que caiba as centenas e voltará trazendo-a. A creança começa a collocar dentro as centenas e vê que, realmente, realmente aquella caixa que o professor trouxe comporta as dez centenas, exactamente. O professor lhes fará ver que, assim como chamaram uma dezena a caixa que coube dez unidades, uma centena a caixa que coube cem unidades, deverão chamar um milhar a caixa que cabe mil unidades.

Mostrar-lhes-á que, da mesma maneira que a dezena tem dez unidades e a centena, dez dezenas, o milhar tambem tem dez centenas. Temos, aqui, sobre a mesa X...? - Um milhar. E o que mais? - E nada. Então, com que numero se deve começar a escrever um milhar? - Com um. Já conhecem o lugar das unidades, das dezenas e das cen-

tenas. Desde que os tres primeiros lugares estão ocupados, que lugar dev occupar o milhar? É possível que digam o quarto lugar. Mas, nós temos um milhar e o que mais? - Um milhar e nada. Então, o que se deve escrever, nos outros lugares? - Devem-se escrever, nos outros lugares zeros.

Observações

1- Deve o professor, a proposito, ir profundo problemazinhos, sempre arranjados em historietas, porque, assim, interessará á criança, dando-lhe desse modo a idéa perfeita da relação entre as unidades, dezenas, centenas e milhar. Diga, por exemplo: X tem uma dezena de laranjas e M. tem dez laranjas, qual das duas tem mais laranjas? L. tinha vinte e quatro limas; quantas sobram de duas dezenas de limas? Quantas faltam para três dezenas? Mostre-me, nesta caixa, as cento e vinte e cinco bolas que você viu, as oitenta rosas, as vinte maçãs, etc. M. viu numa loja, quarenta e cinco bonecas; quantas dezenas de bonecas havia? Quantas unidades? Mostre-me as quarenta e cinco só em unidades, etc.

2- Todos os números em que a criança falar, devem ser escriptos, na pedra, por ellas mesmas; também, no quadro-negro, deve ser representado tudo aquillo que a alumna vai fazendo, oralmente, mostrando ella onde fica o lugar das unidades, o das dezenas, o das centenas, o do milhar, etc.

3- Apesar de se representarem, na pedra, os calculos que a criança vai fazendo, não se

lhes fala, até aqui, em sommar, subtrahir, multiplicar e dividir, usando-se, relativamente ás quatro operações, a ultima linguagem do 1.º anno.

4- Não ha necessidade de se dar ainda o nome de ordem e classe, bastando que ellas saibam, neste anno, que as unidades occupam o primeiro lugar, as dezenas, o segundo, as centenas, o terceiro e o milhar, o quarto.

5- Para despertar maior interesse, pôde-se tambem tratar de arranjar caixinhas pequeninas, dentro das quaes caibam dez unidades, por exemplo, uma outra maior que comporte dez das primeiras, uma ainda maior que comporte dez dessas ultimas. A mesma coisa se pôde fazer com bolinhas de miolo de pão. Não as crianças fazendo as bolinhas e arrumando-as nas caixas. Ainda o mesmo se pôde fazer com palitos, etc. Isso distrahirá as crianças que, sendo por natureza instaveis, não se interessam muito tempo, por uma mesma coisa.

Ensino da addição

X, se você tiver cinco bonecas, depois elle dizem oito e depois mais quatro, com quantas você fica? A criança saberá responder, que deve juntar cinco a oito e depois a quatro, representará mesmo, no quadro negro, $5+8+4$, porquanto foi o que ella apprendeu, no 1.º anno. Deve o professor perguntar-lhe, então, quantas unidades ha em oito, em cinco e em quatro e o que acaba de fazer

Tendo que juntar os cinco ás oito e ás quatro, juntará as cinco unidades ás oito e ás quatro, collocando, porém, os números uns abaixo dos outros, a convite do professor. Verificará, então, que as unidades ficaram umas abaixo das outras. A creança, naturalmente, dirá cinco mais oito são treze, mais quatro são dezete. Convidá-a-á o professor a passar um traço assim (pois que a creança não sabe o que é linha horizontal) para poder escrever 17, isto é, dezete bonecas. Perguntará quantas unidades, quantas dezenas ha em dezete, fazendo com que a creança note que deve escrever unidades abaixo de unidades e dezenas abaixo de dezenas. Perguntará, depois, o que ellas acabam de fazer. Há de dizer que juntar os números. Dir-lhes-á o mestre que juntar ou sommar é a mesma coisa; veráõ, portanto, que aquillo que conhecem por juntar é sommar. Dir-lhes-á o professor que os números que se juntam ou se sommam são as parcellas. Depois de exemplos, no mesmo género, comparará e veráõ que quando juntam ou sommam muitos números, encontram sempre um outro número que é, pois, a somma.

Vou contar uma historia a vocês. Ha ontem estava numa loja a "Boneca". O dono dessa loja havia aberto quatro caixões muito grandes cheios de bonecas de louca. Do primeiro caixão elle tirou trinta e oito bonecas; do segundo, vinte e quatro; do terceiro, cinquenta e nove, do quarto, noventa. Quero vêr

quem me diz quantas bonecas o homem recebeu? Você sabe que deve fazer para saber quantas bonecas o homem recebeu? - Devo sommar as trinta e oito às vinte e quatro, às cinquenta e nove e às noventa.

A criança já será capaz de escrever os números uns abaixo dos outros, conquanto que o professor, estabelecendo comparações com exemplos, em números simples (sem falar em número simples) faça vir a criança que as unidades ficaram abaixo das unidades, as dezenas devem ficar também abaixo das dezenas. Naturalmente, a criança não saberá por onde deve começar a sommar. Dir-lhe-á o mestre que deve começar pelo primeiro lugar, isto é, pelo lugar das...? - Pelo lugar das unidades. Uma vez somadas as unidades e encontrado o número vinte e um, fará o mestre com que a criança note que, em vinte e um, há uma unidade e duas dezenas. Ora, se ella sabe que só se escrevem abaixo de unidades unidades, verá que só se deve escrever no primeiro lugar o um. Guardadas as duas dezenas, na pedra, o mestre fará com que notem que, da mesma maneira que somaram as unidades devem sommar as dezenas. Encontradas dezoito dezenas, e, vinte e duas centenas e oito dezenas, verificarão que devem sommar as oito dezenas com as duas que tinham sobrado. Não havendo mais nada a sommar, não que devem escrever o um (centena), no terceiro lugar, isto é, no lugar das centenas.

Observações.

Os exemplos devem ser variados, mas sempre

pre sob a forma de listrietas.

A maneira de ensinar os números em que entram centenas é a mesma usada para com as dezenas e unidades.

Deve-se tornar bem claro ao espirito da criança que só se sommam laranças com laranças, bolas com bolas, etc.

Ensino da subtração.

M., se você tiver oito boncas e der quatro, com quantas você fica? A criança saberá responder que deve tirar quatro de oito e representará mesmo, no quadro-negro $8-4=4$, porquanto isso aprendeu ella no 1.º anno. Deve o professor fazer com que ella note que de oito unidades tirou quatro unidades. Convida-lhe depois a fazer a mesma coisa, collocando, porém, um número abaixo do outro. Observará, logo, que não podem tirar oito de quatro, mas, quatro de oito, assim, pois, escreverá quatro abaixo de oito. Encontrado o resultado quatro, o mestre lhes dirá que, assim como, quando sommaram, escreveram a somma abaixo de um traço, também, aqui, devem escrever o que sobrou, abaixo de um traço igual.

Perguntar-lhes emos o que fizeram. Não de dizer que tiraram quatro de oito. Feitos varios exercicios, dirá então o mestre que isso é que se chama subtração e, portanto, tirar ou subtrahir é a mesma coisa. Verão também que quatro (no exemplo anterior), sendo o número que se tirou do outro é o subtraendo. Verão também que tirando o quatro do oito, este

ficou menor do que era, portanto, diminuiu, chama-se, pois, o oitavo minuendo.

Uma amiguinha trouxe da Bahia (é um pedaço do Brasil como o Ceará, onde ha as melhores laranjas de todo o Brasil) noventa laranjas. Chegando aqui, mandou trinta e cinco para uma sua amiguinha, com quantos ella ficou? A creanca já sabe dizer que deve tirar ou subtrahir das noventa que a onça possuia, as trinta e cinco d'que fez presente. Depois de futo tudo, nas taboas, pedir-se á a creanca que faça, no quadro negro, notando ellas que, da mesma maneira que as unidades ficam abaixo das unidades, as dezenas tambem devem ficar abaixo das dezenas. Passado o traço, ellas devem comear a subtrahir, já sabem que devem comear pelas unidades. Pergun, pois, vão tirar cinco unidades de zero unidades. Verificando ellas que não se pôde tirar uno de nada, diremos o seguinte: quantas dezenas ha em noventa? - Em noventa ha nove dezenas. Então vamos pedir emprestado uma dezena ao nove. Tendo que se tirarmos uma dezena dal nove, ficam oito, concordará em que se escreva oito acima de nove, para todos verem que alli só, agora, oito dezenas. Pergun deis que tomamos emprestado uma dezena, mas, podemos escrever uma dezena, na ordem das unidades? Então, ficamos no mesmo. Virá a creanca que, tendo uma dezena dez unidades, pôde-se tirar cinco unidades de dez unidades, tendo antes escripto dez, acima do zero escripto o cinco abaixo das unidades, passará a sub

...ber tres dezenas de oito dezenas
Depois de muitos exercicios nesse genero, mostrar-
lhes a o mestre que, para andar mais depressa,
suppoit-se o numero de dezenas como esta (mostrando
no exemplo anterior), levando-se o um para
funtar ao subtrahendo, em vez de diminuir
o minuendo, desendo mostrar-lhes, antes mes-
mo de lhes dizer isso, em exercicios nas ta-
boinhas, que e a mesma coisa, feita de
uma maneira mais ligeira.

Observações.

A maneira de se ensinar a subtrahir nu-
meros compostos de centenas e rigorosamente
a mesma empregada para com as centenas.
Os exercicios devem sempre ser propostos em
historietas.

Do mesmo modo que na addição, deve-se
tornar bem claro ao seu espirito que se
se subtrahem laranjas de laranjas, bolas de
bolas, etc.

Preparação para a multiplicação e divisão.
Antes de se passar a multiplicação e divisão,
deve-se preparar o espirito da criança, para
comprehendel-as melhor, pois que até aqui, ellas
multiplicaram e dividiram, praticamente ape-
nas, sem saber mesmo se o fizeram. Para
isso, usa-se de um processo muito simples - for-
mação dos multiplos dos numeros e decomposi-
ção em seus factores. Assim e que multipli-
cando e dividindo, suavemente, nenhuma diffi-
culdade encontrará a criança, na passagem
para a theoria dessas operações. Alem disso, o

conhecimento de cada número se firmará muito mais claramente, no espírito da criança

X, eu tinha duas laranças e lo deu-me outras duas; com quantas fiquei? A criança já sabe provar que ficou com quatro, porque, recebendo $2+2$, isto é, da 1ª vez duas e da segunda duas, recebeu duas vezes duas ou quatro laranças. Então, para fazer quatro, preciso repetir duas vezes o dois. Se eu tiver quatro laranças e receber mais duas com quantas ficarei? Terá com seis. Terá a criança que disse $2+2+2$, isto é, tres vezes dois.

Propor-se-ão novos exemplos de modo a repetir o dois, uma, duas, tres, quatro, etc. vezes, ou a criança formando os multiples de dois, ainda que, sob a forma de addição.

Da mesma forma se procederá para com o tres, quatro, etc. até mil. Convidar-se-ão as crianças a fazer números, repetindo o dois, tres, etc. uma, duas, etc. vezes e ellas as m^{tas} contentes a fazel-os.

É preciso notar, porém, que a criança começa a fazer multiples, como vimos, sommando um certo numero de vezes o mesmo numero. Assim: $2+2+2=6$ (multiplo de 2)

$$2 \cdot 2+2+2=8 \text{ (multiplo de 2)}$$

Embora ella diga logo depois tres vezes dois, quatro vezes dois, ella não comprehende, evidentemente ainda que o seis é multiplo de dois e tres, ao mesmo tempo, sabe apenas que seis é multiplo de dois. Quando ella, formando os multiples de tres, pelo mesmo processo, encontra o seis, então, sem elle com

prehende que seis é múltiplo de tres e de dois, porquanto já viu que 6 é de dois e agora vê que é de tres também. Assim, com os demais numeros. Só quando estiver mais esclarecida a respeito d'elles é que se deve fazer com que veja que todo múltiplo 6 é sempre de dois numeros. Assim, por exemplo, 8 oito que ella sabe até aqui - múltiplo de quatro, porque é $4+4$ ou quatro vezes dois e múltiplo de dois porque é $2+2+2+2$ ou quatro vezes dois, só se fez, portanto, com os dois numeros ao mesmo tempo, isto é, repetindo o quatro duas vezes ou o dois quatro vezes. Chamar-se-á então a sua attenção para o facto das parcelas sempre iguaes e só então lhes diremos que o numero que se faz assim de muitas parcelas (mais de uma sempre) chama-se múltiplo e o que se faz então dizendo quatro vezes dois, etc. já é uma multiplicação, desde que se repetem parcelas iguaes para se achar o múltiplo.

É occasião do professor começar a propor a decomposição do múltiplo em seus factores (não dá esse nome). Assim, por exemplo, ella acabou de fazer o seguinte problema: uma menina tem quatro boncos e lhe dão mais quatro e depois mais quatro, ella tem 4×3 ou doze boncos, ella tem tres boncos e lhe dão mais tres, depois outros tres, etc.

mental-o, dizendo, por exemplo: se vocé possuir doze boncas, póde repartir por tres meninas, quantas caberá a cada uma? E se vocé repartir as doze boncas por quatro meninas?

D'aqui por diante sempre se fará o problema em ordem inversa também. Necessário, porém, é que estes exercícios sejam sempre feitos com as taboinhas e em problemas juntos. Será a creanca que

1- repetindo o mesmo numero uma vez, duas, tres, etc, faz se um outro numero que será múltiplo de tal ou tal numero dado, 2- o múltiplo ou o numero feito comporta dentro d'elle o mesmo o numero repetido, na quantidade de vezes em que foi repetido.

Assim, multiplicará e dividirá até mil, sem saber que o está fazendo.

Multiplicação.

Saua gosta muito de brincar com boncas. Sendo o dia do aniversario de sua bonca, a Mamãe preparou uma festinha. Havia, na sala de jantar, tres mesas pequenas com frutas, bolos e doces. Maria vendo as limas sobre as mesas quiz saber quantas limas havia, ao todo. Ora, na primeira mesa, havia quatorze limas; na segunda, quinze limas; na terceira, quatorze limas. As creancas verdo que havia quatorze limas, mais quatorze limas, mais quatorze limas $(14+14+14)$. Agora, vou mostrar como se póde fazer isto mesmo mais depressa fi

vimos que ha quatorze linhas tres vezes, entao, escreva quatorze e abaixo tres.

Quantas unidades ha em quatorze? - Em quatorze ha quatro unidades. Pois bem, tres vezes quatro unidades ou tres vezes quatro sao...?

- Tres vezes quatro unidades sao doze unidades.

Em doze unidades, quantas dezenas ha e quantas unidades? Para o professor ver que

deve escrever as duas unidades abaixo das unidades, porquanto repetio tres vezes as quatro unidades sobrando uma dezena, a crianca es-

creva-a-a, na pedra, para nao esquecer. Quantas dezenas ha em quatorze? - Em quatorze ha

uma dezena. Tendo a crianca que nao somamos ha pouco ($14+14+14$) nao somente as

as unidades, mas, tambem as dezenas e sabendo que estamos fazendo a mesma coisa, ape-

nas com mais prestiza, vera que temos de repetir tambem tres vezes uma dezena. Tra com

certeza escrever tres dezenas abaixo das dezenas, mas, antes que o faca (para nao ensinar pelo erro), o professor lhe lembrara a de-

ma que sobrou sommando a, entao, a tres escrevera quatro abaixo do traço, no lugar

das dezenas. Havia quarenta e duas linhas. Nao acham que, assim, andamos mais de-

pressa? Quarenta e dois e que sera de qua-

torze? - Quarenta e dois e multiplo de quatorze. Entao, achamos um multiplo? - Sim.

Pois bem, desde que achamos um multiplo, isto que acabamos de fazer chama-se mul-

tiplicação. As crianças sabem que quarenta e dois

vezes de quatorze repetido tres vezes, pois bem,

Elle dirá o mestre: os números que fazem o
 múltiplo são os factores da multiplicação.
 Era 7 de Setembro, havia, portanto, uma
 festa, na Escola. A professora pediu a doze
 de suas alumnas que lhe trouxessem quin-
 ze rosas muito bonitas para enfeitar a classe.
 No dia seguinte, efectivamente, cada uma das
 doze meninas trouxe quinze rosas. Uma das
 alumnas da classe mais atrozada queria saber
 quantas rosas havia, ao todo? Então, foi-lhe
 mostrar como se fazia para saber o número
 de rosas. Quantas eram as meninas? - As me-
 ninas eram doze. Quantas rosas trazia cada
 uma dellas? - Cada uma dellas trazia quinze
 rosas. Então, vamos fazer assim:

a 1 ^a menina	trazia	15	rosas.
a 2 ^a menina	"	15	rosas.
a 3 ^a	" "	15	rosas.
a 4 ^a	" "	15	rosas.
a 5 ^a	" "	15	"
a 6 ^a	" "	15	"
a 7 ^a	" "	15	"
a 8 ^a	" "	15	"
a 9 ^a	" "	15	"
a 10 ^a	" "	15	"
a 11 ^a	" "	15	"
a 12 ^a	" "	15	"

Naturalmente, ella verá ⁷⁸⁰ que é preciso som-
 mar, agora 780, porém, que é muito diffi-
 cil fazer assim, sommando. Como se poderá
 andar mais depressa? - Multiplicando doze por
 quinze:

Escreva os números um abaixo do outro,

dará o professor quantas vezes repetir o cinco?

- Repetir o cinco dez vezes é a dezena? - Também dez vezes. Então, repetir o cinco unidades dez vezes mais duas vezes (10+2), repetir uma dezena dez vezes mais duas vezes. Repetir cinco unidades dez vezes é...? - Multiplicar cinco por dez ou por uma dezena do dois. Repetir o cinco unidades duas vezes é...? - Multiplicar cinco por dois ou por duas unidades do dez. Agora, quando repetimos uma dezena do quinze dez vezes é...? - Multiplicar uma dezena de quinze por dez ou por uma dezena do dez. Repetir uma dezena de quinze duas vezes é...? - Multiplicar uma dezena de quinze por dois ou por duas unidades de dez. Então, agora, a creança que as cinco unidades do quinze ficam multiplicadas pelas dezenas e unidades de dez, como a dezena do quinze, multiplicada pelas dezenas e unidades do dez.

(10x5)

$$\begin{array}{r} 50 \\ 100 \\ \hline 150 \\ \times 2 \\ \hline 300 \\ \hline 300 \end{array}$$

cinco unidades
 repetidas dez vezes
 ou multiplicadas
 pelas dezenas do
 12

(2x5)

$$\begin{array}{r} 5 \\ 5 \\ \hline 10 \end{array}$$

cinco unidades
 repetidas duas vezes
 ou multiplicadas
 pelas duas unidades
 do 12

(10x10)

$$\begin{array}{r} 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ \hline 100 \end{array}$$

dezena de quinze
 repetida dez vezes ou
 multiplicada por
 dez ou uma dezena
 do 12

(2x10)

$$\begin{array}{r} 10 \\ 10 \\ \hline 20 \end{array}$$

a dezena de quinze
 repetida duas vezes
 ou multiplicada
 por duas unidades
 do 12

Feitas todas as operações acima pelas próprias creanças, dir-se-lhes-á: como é muito demonstrado ainda esta maneira de fazer, arranjam-se um meio mais ligeiro? facamos a mesmíssima coisa, escrevendo, porém, somente

os resultados.

Escreva os números, irá a criança dizendo facilmente: dois vezes cinco são dez, exatamente o que tínhamos ali. Mas, dez é igual a um? Dez é igual a uma dezena. Esta casa deve ser a das...? - Unidades. Se há uma dezena, restam quantas unidades? - Nenhuma. Então, o que se deve escrever no lugar das unidades? - Deve-se escrever o zero. Escreva, na penúltima, a dezena para não se esquecer della. Continuemos. Agora, as duas unidades pela dezena do quinze. Naturalmente, a criança dirá: dois vezes um, dois e como é dezena, ella escreverá, no lugar das dezenas. Agora, o um dezena pelas unidades do quinze, agora o um dezena pela dezena do quinze.

Desde que já sabe que a multiplicação forma um multiplo, compreenderá que há necessidade de sommar os resultados para achar um número só - o multiplo de quinze e doze.

Observações

1- Para continuar a multiplicação sobre números compostos de centenas, empregar-se-á o mesmo processo que se usou para os compostos de dezenas.

2- A adição só é feita enquanto a criança não está ainda bastante esclarecida, a respeito.

3- As taboinhas só são usadas no caso que até o n.º 2, depois devem ir sendo abolidas.

4- Sempre os problemas devem ser propostos em listas.

Divisão

M. tem vinte e quatro bonecas e quer repartil-as entre estas quatro meninas, quantas caberão a cada menina? Fazendo, praticamente, a mesma coisa, saberá repartir as vinte e quatro pelas quatro meninas, dando seis a cada uma; sabe mesmo representar $24 \div 4 = 6$ e diz que cada uma receberá seis bonecas. Convidal-a a o professor a fazer, na pedra, isso mesmo que ella fizera, nas taboas. Escreptos os numeros vinte e quatro e quatro, dirá o mestre: para que esses dois numeros não se misturem, vamos separal-os por essa chave. Quanto cabe a cada menina? - Cabem seis bonecas. Desde que já escrevemos o que se vai repartir (24) e por quem se vai repartir, vamos escrever tambem quanto ganhou cada menina, pois é a unica coisa que falta. Escrevamos o seis, então (já sabem que cada menina ganhou seis bonecas) aqui, em baixo da chave, que é o lugar desoccupado. Você tendo vinte e quatro bonecas e repartindo por quatro meninas, quanto sobra? - Nada. O que serve para representar nada? - O zero. Então, escrevamos o zero abaixo de vinte e quatro para saber que das vinte e quatro não sobrou nada. Vamos pôr o que fizemos. - Vinte e quatro repartido por quatro meninas, cabem seis a cada uma e não sobra nada.

Propõe-se, agora, o mesmo problema, em ordem inversa. Assim, por exemplo; as donas das bonecas foram, com suas bonecas, pas-

sar o dia em casa de Maria. Depois de brincarem muito, pederam-lhe que guardasse as bonecas, na caixa. Quantas bonecas foram collocadas, na caixa? Desde que já sabem multiplicar, poderão ver que foram vinte e quatro bonecas.

Para o divisor composto, usa-se do mesmo processo. A Mãe de G. tinha vinte laranjas e queria repartil-as por oito filhas.

Usa-se do mesmo processo anterior, fazendo-se ver a criança que, sobrando quatro laranjas das vinte e oito, deve-se escrever o quatro abaixo do vinte e oito, do mesmo modo que, ha pouco, não sobrando nada, se escreveu o zero abaixo do vinte e quatro. Mostra-se a criança que o quatro, sendo unidades, deve ser escripto abaixo das unidades de vinte e oito.

Como, anteriormente, propõe-se o problema, em ordem inversa.

Poder-se-ão propor varios exemplos, no mesmo genero, effectuando-se a multiplicação, immediatamente depois, de modo a ficar bem claro, no espirito da criança que:

- 1- toda numero repartido por outro dá em resultado um terceiro
- 2- para se ter o primeiro numero, multiplica-se o numero que coube pelo que se repartio o primeiro.

É preciso, notar, porém, que a criança não diz isso que escrevi, mas observa e abstrahé isso, na variedade de problemas que vai resolvendo. Já se lhes deve ensinar, então, que

repetir ou dividir é a mesma coisa, dividendo é o número que se divide, divisor é o número pelo qual se divide o dividendo, quociente é o número que cabe ou o número que se encontra, resto é o que sobra do dividendo. Isso ella própria irá auxiliando o professor a dizer, baptizando-os, ella mesma. Terá que o que fez só se pôde chamar divisão, visto como dividido. Só então se lhes dará (uma vez dispostos o dividendo e o divisor) que, agora, para andar mais depressa, em vez de resolver os problemas, nas taboas, iremos resolvê-los de cabeça, escrevendo os resultados. Assim, depois de verificar que vinte e oito por oito dá tres (já sabe, perfeitamente que, para ter vinte e oito ou ver quanto sobrou de vinte e oito, tem de multiplicar tres por oito e subtrahir de vinte e oito, como sem fazendo, praticamente subtraher o producto delles, de vinte e oito. Deve-se, porém, dispor, primeiramente, assim:

$$\begin{array}{r} 28 \overline{) 18} \\ 24 \\ \hline 4 \end{array}$$

e só, depois, assim:

$$\begin{array}{r} 28 \overline{) 18} \\ \\ \hline \end{array}$$

Naturalmente, a criança encontrará alguma difficuldade nas divisões em que entrem dividendos parciais, o estudo dos multiplos virá, porém, destruir toda essa difficuldade.

Assim, primeiramente propõem-se problemas simples que devem ser resolvidos, praticamente. Neste modo se certificará de que pôde dividir quatro por quatro, desde que em quatro

cabem quatro uma vez, pôde dividir oito por quatro, desde que oito é múltiplo de quatro e, portanto, comporta, contém quatro duas vezes; pôde dividir dez por cinco, desde que dez é múltiplo de cinco; pôde dividir quinze por quatro, desde que quinze é mais que múltiplo de quatro (desde que é mais que doze, etc). Em resumo, verá que pôde dividir um número por outro:

- 1- quando esse número é igual ao divisor;
- 2- quando esse número é múltiplo do divisor;
- 3- quando esse número é mais que múltiplo do divisor.

Ella não dirá isso, certamente, mas, abstrahirá isso, na variedade de problemas que vai resolvendo.

Deve-se sempre propor o mesmo problema, em ordem inversa. Só, agora, devem-se começar as divisões em que ha dividendos parciais. Como vimos um pouco atrás, a principio esses problemas são apenas resolvidos, nas taboalhas. Uma menina sabia com quarenta e quatro pais para dividir por quatro pobres. Perguntar-lhes a o professor se em 44 não ha um número igual ao divisor. Verá a criança que ha 4 (e 1^o) que contém o quatro do divisor e, como tal, deverá dividir, primeiramente, o primeiro quatro. Conhecendo os múltiplos, facilmente, achará o algarismo do quociente. Achado o 1^o algarismo do quociente e feita a multiplicação (pois que ella verifique, praticamente, que se faz a multiplicação) e feita também a subtracção, dirá

o professor: não ha mais nenhum numero no dividendo que possa ser dividido por quatro? Será que falta o outro quatro, com este se procederá como com o 1º.

Da mesma maneira se procederá para com um numero qualquer, apenas chamando a atenção da criança para quando ha, no dividendo, um numero igual, um multiplo, um mais que multiplo. Treze por quatro, por exemplo, usam os numeros de uma divisão. Ella verá que um é menor que quatro e portanto, não contém quatro, mas, observará que juntando o um as tres, isto é, em treze, tem-se um mais que multiplo de quatro; pôde-se, portanto, dividir treze por quatro.

A principio, a disposição será esta:

$$\begin{array}{r} 44 \overline{) 14} \\ \underline{4} \\ 04 \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

e só depois esta:

$$\begin{array}{r} 44 \overline{) 14} \\ \underline{04} \\ 0 \end{array}$$

O numero de algarismos do divisor pôde augmentar, nem por isso o processo varia.

Nenhuma difficuldade ha mais a vencer. Sabida, realmente, a divisão pôde-se perguntar á criança a que é igual o dividendo. Ella já será capaz de dizer, immediatamente, que o divisor multiplicado pelo quociente (mais o resto, se houver).

Noções muito simples, acerca do systema métrico decimal.

Neste anno, a capacidade mental das crianças não lhes permite conhecerem o systema métrico decimal, com perfeição. Aqui, portanto, o intuito é dar ás crianças uma noção muito superficial do systema métrico decimal, isto é, fazer uma preparação para o desenvolvimento desse estudo, no 3º anno, e além disso ensinar-lhes a pesar e medir. Basta que ellas conheçam bem que cousas se pesam e com que essas cousas se pesam, que cousas se medem com o metro, que cousas se medem com o litro, que há cousas cujo tamanho só se conhece, medindo o comprimento, e há cousas cujo tamanho só se conhece, medindo o comprimento, a largura e a altura.

Assim, dando, por exemplo, um pedaço de fita (2 metros) a M., dir-lhe-á o professor: X quer lhe pedir um pedaço de sua fita, você lh'o dará? Então o faças, dirá o professor, insinuando-lhe a dar exactamente a metade. X, você sabe quanto M. lhe deu de fita? A criança saberá dizer que recebeu um pedaço de fita, mas, será incapaz de precisar quanto ha de fita nesse pedaço. O professor, contando-lhe a historia de uma senhora que foi a uma loja comprar fita, viu um rolo (peça) muito bonito e disse ao negociante que desejava daquella fita, perguntar-lhe-á se o negociante entregará o rolo inteiro. Ella verá então que é preciso me

13.
der a fita. O professor dir-lhe-á que se me-
de com isso que lhe apresenta e que se cha-
ma-metro. Verá a creança que a fita tem
um metro.

O professor dará novos exemplos, de modo
a medir a creança um cordão, o comprimen-
to da sala, pedaços de papel, fingindo fa-
zenda.

A creança, assim, verá que a sala tem
oito metros, por exmplo, a fita tem dois me-
tros e tanto (porque ella não conhece centime-
tros, etc.), o cordão tem menos de um me-
tro, etc; nunca se lhe fará conhecer os na-
mes dos multiplos e submultiplos do metro,
podendo, entretanto, ella medir comprimentos de
10, 100 metros, etc.

Da mesma forma que se fez para com o
metro, usar-se-á para com o litro. Verá a
creança que, precisando saber quanto ha de
leite, num vaso qualquer, deve medir com
uma vasilha propria que se chama litro.

Se ella quizer medir agua, usará da mes-
ma vasilha. Tambem se deve fazer com que
a creança meça quantidades de um, dois,
tres, etc, litros; excedendo de litro, ella deve
dizer: um litro e tanto, menos de litro, etc.

Da mesma maneira, mostrar-lhe-á que,
para saber quanto ha de arroz, assucar, etc.
ella deve pesar com o kilo.

Proceder-se-á para com esse, como se fez para
com os anteriores.

Verá a creança, em resumo, que:

1- para saber, precisamente, quanto tem de

comprimento os objectos, que porção ha de alguma coisa, deve-se medir ou pesar essas coisas.

2- os comprimentos se medem com o metro.

3- os líquidos se medem com o litro.

4- os solidos (secos) se pesam com o kilo.

Para escreverem, basta que o professor lhes lembre que metro começa por m, litro, por l, kilo, por k.

Póde-se mostrar á creança, além da regua graduada, o metro dobradico, a fita métrica, a trena, mostrando-lhes as vantagens do metro (sempre igual) ser representado diversamente. Assim, uma modista que precisa medir renda, fazenda, etc., a todo momento, deve preferir a trena, porque é pequenina e póde ser guardada numa gaveta, etc., uma professora deve preferir a regua graduada (mas se dá o nome de regua graduada) porque, ao mesmo tempo que tem o metro, tem também uma regua para traçar linhas, etc., no quadro-negro, no livro de pontos, etc.

Quantas ás unidades de superfície e volume, basta que se mostre á creança a necessidade de se medir o comprimento e a largura, ou o comprimento, largura e altura, para saber o tamanho de certos objectos, enquanto que noutros só se mede o comprimento.

Alguns problemas

1- Quantas dezenas ha em 243, 321, 102?

2- Uma menina estuda três horas por dia;

quantas horas estuda, no fim de seis dias?

3- O dono de uma loja comprou uma certa porção de bonecas; deu oito a M. e seis a X e ainda ficou com tres; quantas eram as bonecas?

4- Quatro metros de fita custam 800 reis; quanto custará um metro?

5- Por quatro meninas haviam sido divididos uns bombons, tendo cabido oito a cada uma dellas; quantos eram, ao todo, os bombons?

6- Um quitandeiro tinha vinte laranjas, no balcão de sua quitanda, vendeu um quinto a M. e dois quartos a X; com quantas ficou?

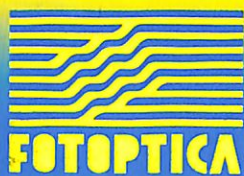
7- As crianças dormem dez horas por dia; quantas horas passam acordadas?

8- Comprei uma peça de fita de dez metros por 4,000; quanto custou um metro?

9- Como é 17 de Setembro ha uma festa numa escola de trinta alumnas. Cinco alumnas vão escrever, na pedra; quatro, endireitar as carteiras; oito arrumar as flores, nos furros; sete, recitar; duas pregar os laços de fita; as restantes estavam doentes e por isso não compareceram. Quantas alumnas faltaram?

Observação.

Os problemas sobre fracções se podem ser resolvidos, neste anno, praticamente ainda.



FOTOPTICA