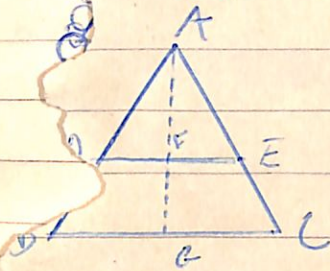


Paulo, 6 de outubro de 1965

Leis de Lame



$$A \Delta ADE = 57 \text{ m}^2$$

$$b = 48$$

$$h = 16$$

$$A \Delta ABC = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$\frac{A \Delta ABC = AF^2}{A \Delta ADE = AF^2}$$

$$A \Delta ABC = \frac{48 \cdot 16}{2}$$

$$A \Delta ABC = 384$$

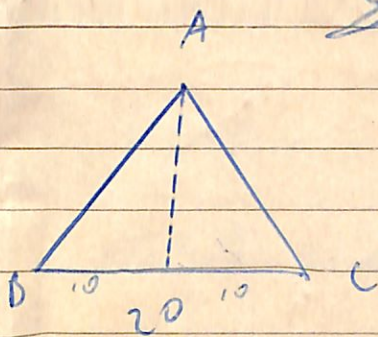
$$384 \text{ m}^2 - 16^2$$

$$57 \text{ m}^2 = AF^2$$

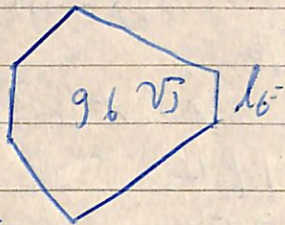
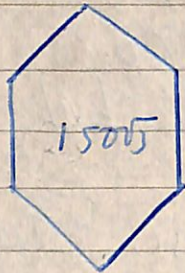
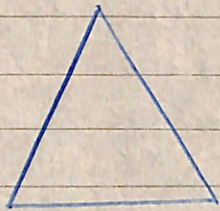
$$256 \times 9 = 64 AF^2$$

$$AF = \sqrt{31}$$

$$AF = 6 \text{ cm}$$







$$A_p = p \cdot a$$

$$A_p = 3R \cdot R\sqrt{3}$$

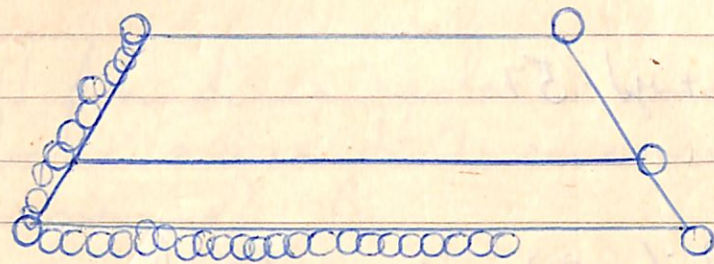
$$96\sqrt{3} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$96\sqrt{3} = 3R^2 \frac{\sqrt{3}}{6}$$

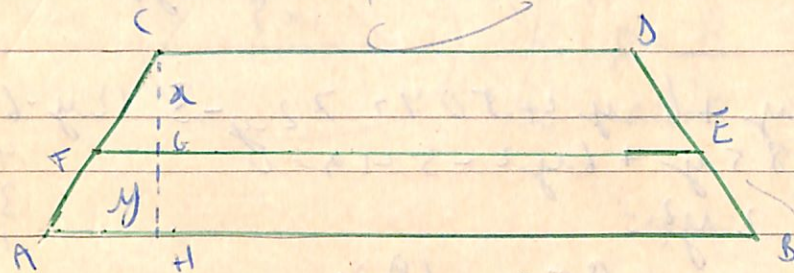
$$R^2 = \frac{192\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$R^2 = 64\sqrt{3}$$

$$R = 8$$



$$9 - 5.6 \quad (0)$$



b=12  
b1=7  
h=6  
A\_E=?

$$A_{\Delta} = \frac{(12+7) \cdot 6}{2}$$

12

$$A_{\Delta} = 57 \text{ m}^2$$

$$A_{\Delta} = C D P E =$$

$$\frac{7x + xy \cdot x}{2} = 27.5$$

$$\frac{12 + y \cdot 6 - x}{2} = 23.5$$

$$\frac{7x + xy}{2} = 57 \text{ m}^2$$

$$6xy + 72 + 6xy - 12x = 57 \text{ m}^2$$



$$x(7+y) = 57$$

$$6y + 72 \cdot 6 \frac{57}{7+x} y - 12 \frac{(57)}{(7+y)} = 57$$

$$42xy + 6y^2 + 504 + 72y - 342y - 684 = 399,57$$

$$-285y + 6y^2 - 549 = 0$$

$$2y^2 =$$

$$2y^2 - 95y - 193 =$$

$$y = \frac{95 + \sqrt{95^2 + 4 \cdot 2 \cdot 193}}{2}$$

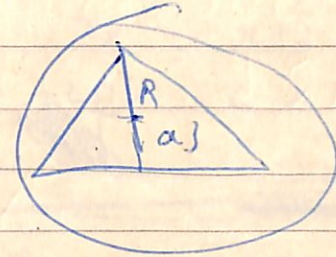
?

1. Numma O de 10 m de raio um arco mede 5,236 m. Qual é a amplitude desse arco  $R: 30^{\circ} 0' 55''$

2. Um  $\square$  está inscrito num O de 6,5 m de raio. Um dos lados do  $\square$  mede 5 m. Área?  $R = 60 \text{ m}^2$

3. Um Trapézio está inscrito num O. A base maior é o diâmetro e mede 4 m. Os lados não paralelos são lados de hexágono regular inscrito. Qual a área ~~10,19~~ 5,19

4) A h do  $\triangle$  equilateral mede 6 cm. Qual é a área do O circunscrito ao mesmo?  $R$



$$h = R + \frac{a}{2}$$

$$6 = R + \frac{R}{2}$$

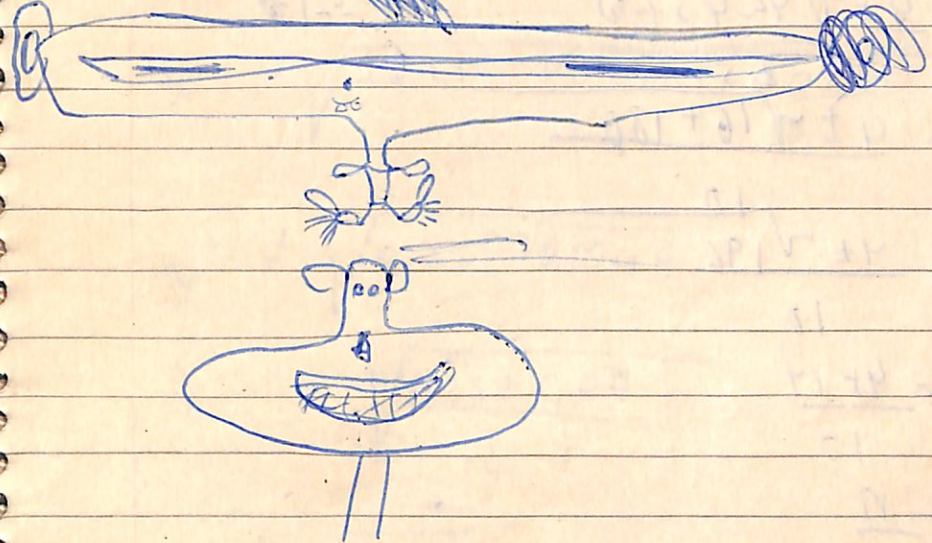
$$16 = 2R + R$$



São Paulo, 8 de novembro de 1965

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{7x}{x^2+2x} = \frac{x+2}{2 \cdot x}$$

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{7x}{x^2+2x} = \frac{x+2}{2 \cdot x}$$





$$9x^2 + 4x^{-1} - 5 = 0$$

$$\frac{9}{x^2} + \frac{4}{x} - 5 = 0$$

$$x' = 1,8$$

$$9x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x'' = \frac{4-14}{10}$$

$$5x^2 + 4x - 9 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-9)}}{2 \cdot 5}$$

$$x' = -1,8$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 180}}{10}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{196}}{10}$$

$$x = \frac{4 \pm 14}{10}$$

$$x' = \frac{17}{10}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 0,25 \\ xy = 0,012 \end{cases}$$

$$xy = 0,0144 + y^4 = 0,25 y^2$$

$$y^4 = 0,25 y^2 + 0,0144 = 0 \quad (1)$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{0,25 \pm \sqrt{0,0625 - 4 \cdot 0,0144}}{2}}$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{0,25 \pm \sqrt{0,0625 - 0,0576}}{2}}$$

$$y = \pm \sqrt{0,25 \pm \sqrt{0,0049}}$$

$$y = \pm \sqrt{0,25 \pm 0,07}$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{0,32}{2}}$$

$$y = \sqrt{0,16}$$

$$y = 0,4$$

$$y'' = +\sqrt{\frac{0,32}{2}} = \sqrt{0,16} = 0,4$$

$$y'' = -\sqrt{\frac{0,32}{2}} = \sqrt{0,16} = -0,4$$



$$y''' = -\sqrt{\frac{0,18}{2}} = -\sqrt{0,09} = -0,3$$

$$(2m-1)x^2 + 2(1-m)x + 3m = 0 \quad x=1$$

$$x' + x'' = \frac{-b}{a}$$

$$x'x'' = \frac{c}{a}$$

$$-1 + x'' = \frac{2(1-m)}{(2m-1)}$$

$$1 \cdot x' = \frac{3m}{(2m-1)}$$

$$1) (x-3)(2x-1) + (x+2)(2x+1) = 17 \quad 2x-1 \frac{1}{2}$$

$$2) \frac{x+1}{3x+2} + \frac{4-x}{2-3x} = \frac{37}{12-27x^2} \quad \frac{7}{6} \cdot \frac{1}{3}$$

$$3) \begin{cases} x-y=5 \\ 3x^2-4xy=91 \end{cases} \quad R \rightarrow 13, 7$$

$$\frac{x+1}{3x+2} + \frac{4-x}{2-3x} = \frac{37}{12-27x^2} \quad (4-9x^2)$$

$$\begin{aligned} 3(2-3x)(2+3x)(4-x) &= 37 \\ -3x \cdot 9x^2 + 6 + 24 + 30x - 9x^2 &= 37 \\ 9x^2 - 9x^2 - 3x + 30x + 6 + 24 &= 37 \\ -18x^2 + 27 - 7 &= 0 \quad (-) \\ 18x^2 - 27x + 37 &= 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{27 \pm \sqrt{27^2 - 4 \cdot 18 \cdot 37}}{2 \cdot 18}$$

$$x = \frac{27 + \sqrt{729 - 504}}{36}$$

$$x = \frac{27 + \sqrt{225}}{36}$$

$$x = \frac{27 + 15}{36}$$

$$x' = \frac{4x}{36}$$

$$x' = \frac{7}{6}$$

$$x'' = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$



$$\frac{3x^2 - 10x - 7}{2x^2 - 7x - 4}$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-7)}}{2 \cdot 3}$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 84}}{6}$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{184}}{6}$$

$$x = \frac{10 \pm 14}{6}$$

$$x = \frac{24}{6} = 4$$

$$x'' = \frac{10 - 14}{6}$$

$$x'' = \frac{-4}{6}$$

$$x'' = \frac{-2}{3}$$

$$xy = 3(x-4)\left(x+\frac{2}{3}\right)$$

$$y = x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 32}}{6}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{81}}{6}$$

$$x' = \frac{7+9}{6} = \frac{16}{6}$$

$$x' = 6$$

$$x' = \frac{7+9}{6}$$

$$x'' = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3} \quad R \rightarrow \frac{3x+2}{2x+1}$$

Achar  $K$  na equação  
 $Kx^2 - (2K+1)x + K = 0$  de modo que uma  
 das raízes seja o quadruplo da outra. R.  $\frac{2}{9}$

Simplificar

$$\frac{5x^2 - 34x - 7}{x^2 + 3x - 70} \quad R \quad \frac{5x+1}{x+10}$$



$$k^2 - (2k+1)x + k = 0$$

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - 4 \cdot k \cdot k}}{2k}$$

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - 4k^2}}{2k}$$

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{4}}{2k} = \frac{-k \pm 2}{2k} = \frac{-k+2}{2k} \quad x = \frac{-k-2}{2k}$$

$$x = \frac{-k+2}{2k}$$

$$y = \frac{3x}{9} + \frac{2x}{9} + \frac{9}{2}$$

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$x = \frac{1}{1} + \frac{4}{2}$$

$$x = \frac{-3}{2}$$

$$x = \frac{4}{2}$$

$$x = \frac{-3}{2(-\frac{1}{2})}$$

$$x = 2$$

$$y = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$x = \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}}$$

$$x = \frac{-\frac{3}{2} \cdot -\frac{2}{1}}{\frac{1}{2}}$$

$$y = \frac{-b^2 - 4ac}{4a}$$

$$y = \frac{-(\frac{3}{2})^2 - 4(-\frac{1}{2})(\frac{9}{2})}{-4(-\frac{1}{2})}$$

$$y = \frac{\frac{9}{4} - \frac{9}{4}}{\frac{2}{1}}$$

$$y = \frac{\frac{36}{4} - 9}{2}$$

$$y = \frac{9 - 9}{2}$$

$$y = 0$$

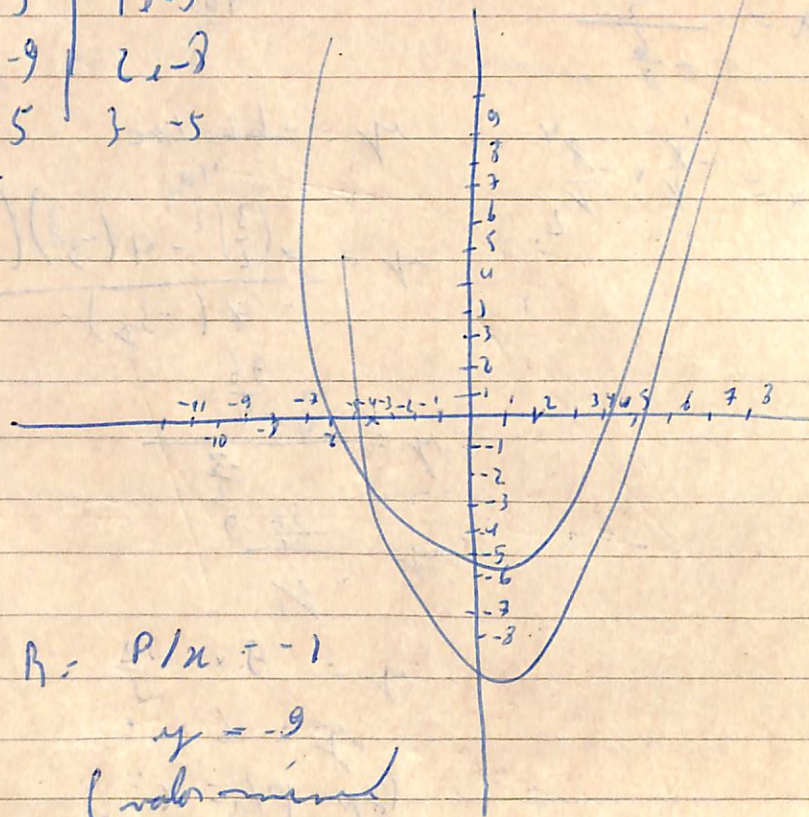
$$\text{Rup } p/x = x$$

if global maximum



$$y = x^2 - 2x - 7$$

x	y	P
0	-7	0x-7
1	-5	1x-5
2	0	2x0
3	7	3x7
4	16	4x16
<del>5</del>	<del>27</del>	<del>5x27</del>
-1	-9	-1x-9
-2	-9	2x-8
-3	-5	3x-5
-4	-	



$$R: P/x = -1$$

$$y = -9$$

(Intersection)

bo de 1965

$$z = \frac{-b}{4a}$$

$$u = \frac{-2}{2}$$

$$u = -1$$

$$y = x^2 - 10x - 25$$

$$25 + \sqrt{25} = 20$$

$$25 + 5 = 20$$

$$30 = 20$$

$$16 + \sqrt{16} = 20$$

$$16 + 4 = 20$$

$$20 = 20$$

$$\sqrt{3x+4} = \sqrt{3x-3} = 0$$

$$(\sqrt{3x+4})^2 = (\sqrt{3x-4} + 1)^2$$

$$3x+4 = 3x-4 + 2\sqrt{3x-3} + 1$$

$$3x+4-3x-3-1 = 2\sqrt{3x-3}$$

$$0 = 2\sqrt{3x-3}$$

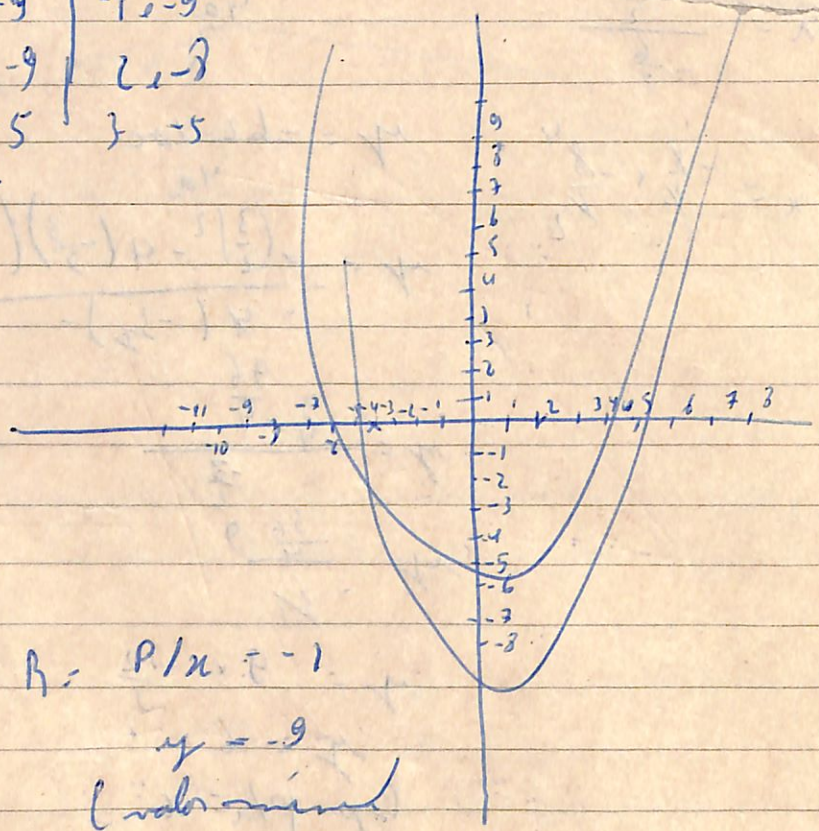
$$0 = 3x-3$$



$$y = x^2 - 2x -$$

x	y	P
0	-1	
1	-	
2	-	

S	16	4x16
5	25	5x25
-1	-9	-1x-9
-2	-9	2x-9
-3	-5	3x-5
-4	-	-



R: P/x = -1  
y = -9  
C: ...

Sao Paulo, 26 de novembro de 1965

$$x + \sqrt{x} = 20$$

$$\sqrt{x} = 20 - x$$

$$(\sqrt{x})^2 = (20 - x)^2$$

$$x = 400 - 40x + x^2$$

$$x^2 - 41x + 400 = 0$$

$$\Delta = 41^2 - 4 \cdot 25 \cdot 16$$

$$P = 400$$

Verificar

$$25 + \sqrt{25} = 20$$

$$25 + 5 = 20$$

$$30 = 20$$

$$16 + \sqrt{16} = 20$$

$$16 + 4 = 20$$

$$20 = 20$$

$$\sqrt{3x+4} - \sqrt{3x-3} = 0$$

$$(\sqrt{3x+4})^2 = (\sqrt{3x-3} + 1)^2$$

$$3x+4 = 3x-3 + 2\sqrt{3x-3} + 1$$

$$3x+4-3x-3-1 = 2\sqrt{3x-3}$$

$$0 = 2\sqrt{3x-3}$$

$$0 = 3x-3$$



$$-3x + 9 + 3 = 0$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

20 verificar

$$\sqrt{3 \cdot 4 + 4} - \sqrt{3 \cdot 4 - 3} = 1$$

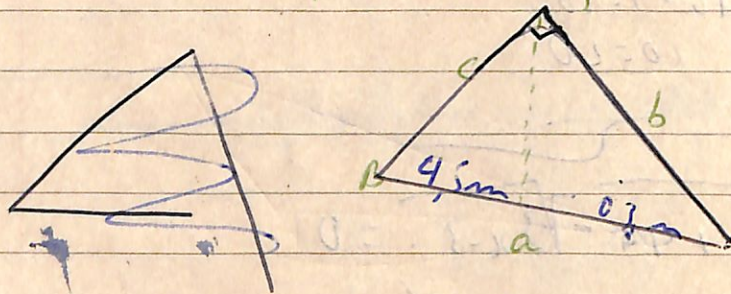
$$\sqrt{16} - \sqrt{9} = 1$$

$$4 - 3 = 1$$

$$1 = 1$$

Aplicar

## PROJEÇÕES



$$b^2 = am$$

$$a = m + m$$

$$a = 4,3$$

$$b^2 = 4,3 \cdot 0,3$$

$$b^2 = 1,44$$

$$b = \sqrt{1,44}$$

$$b = 1,2$$

$$c^2 = am$$

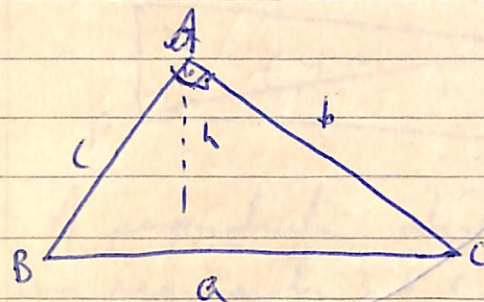
$$c^2 = 4,3 \cdot 4,5$$

$$c^2 = \sqrt{19,35}$$

$$c = 2,16$$

$$b - c = 7 \text{ dm}$$

$$P = 30 \text{ dm}$$



Diga  $b = x$   $c = x$

$$b = x + 7$$

$$a = 30 - (2x + 30)$$

$$a = 30 - 2x - 7$$

$$a = 23 - 2x$$

$$a = b^2 + c^2$$

$$(23 - 2x)^2 = (x + 7)^2 + x^2$$

$$529 - 92x + 4x^2 = x^2 + 14x + x^2$$

$$S = 53 \text{ y } 48$$

$$P = 240 \text{ y } 5$$



$$c = 5$$

$$b = x + 7$$

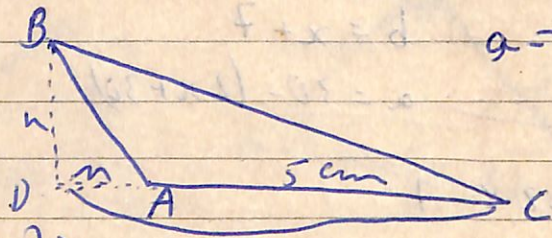
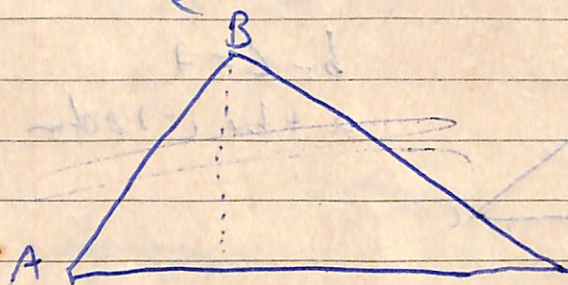
$$b = 5 + 7$$

$$b = 12$$

$$a + b + c = 20$$

$$a = 20 - 12 - 5$$

$$a = 3$$



$$a = ?$$

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bm$$

$$a^2 = 12^2 + 5^2 + 2 \cdot 12 \cdot m$$

$$a^2 = 34 + 24m$$

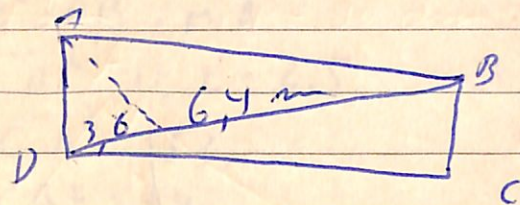
$$a = \sqrt{34 + 24m}$$

$$a = 6 \text{ cm}$$

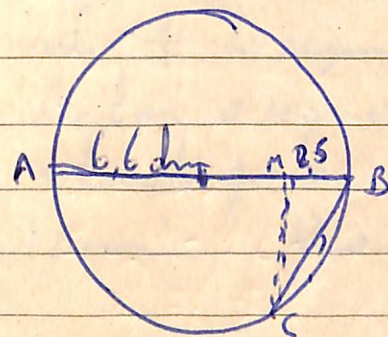
CA85

Num  $\Delta$  retângulo ABC sendo dados  $a = 25 \text{ cm}$ ,  $b = 7 \text{ cm}$ , calcular  $c$ ,  $h$ ,  $m$  e  $n$  R:  $24/6,52/1,96/23,04$

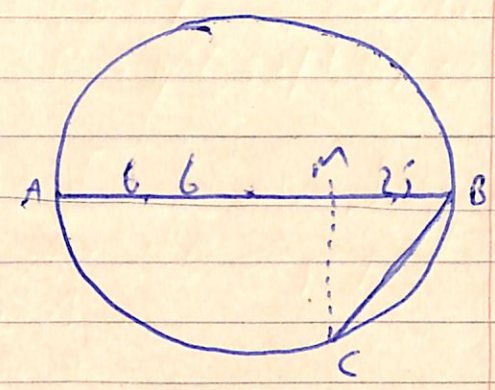
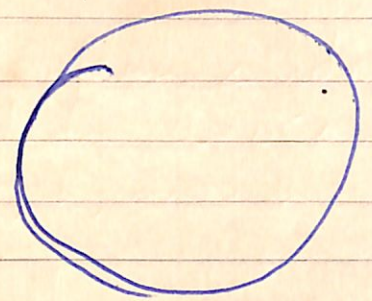
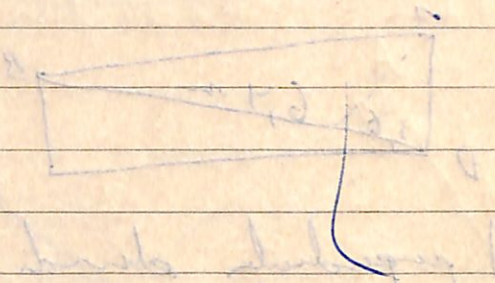
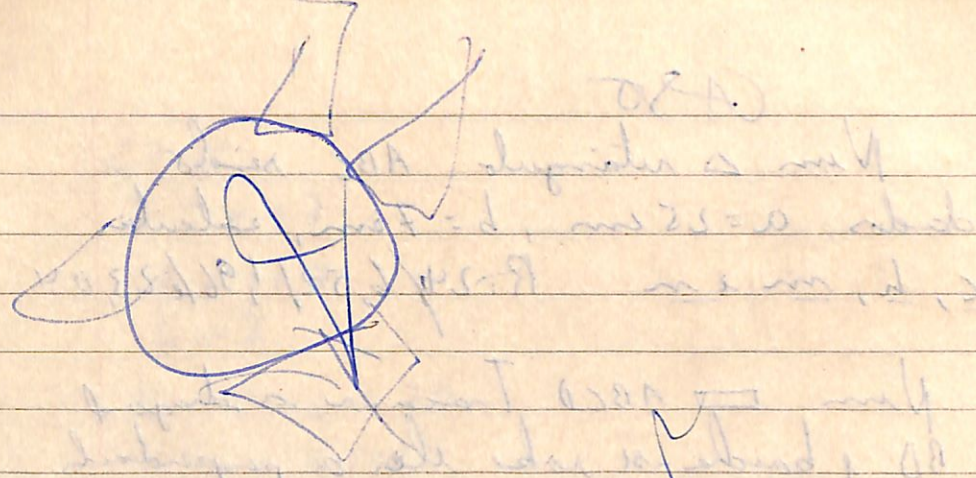
Num  $\square$  ABCD trace-se a diagonal BD e trace-se sobre ela a perpendicular baixada do vértice A.



A perpendicular divide a diagonal em segmentos 3,6 e 6,4 / lado? 6,5







$$CB^2 = AB \cdot M \cdot B$$

$$CB^2 = 13,2 + 2,5$$

$$CB^2 = 33,$$

$$CB = 5,74$$

CASA

1) Num O de 1 m de raio determine a distância do centro a 1 corda de 16 dm  
 R = 6 dm

2) De um ponto exterior traçam-se 2 secantes, 1ª secante intercepta a circunferência em 1ª e 2ª e a 2ª intercepta a circunferência em 3ª e 4ª sabendo que 1ª ten 12 cm. R = 8 cm



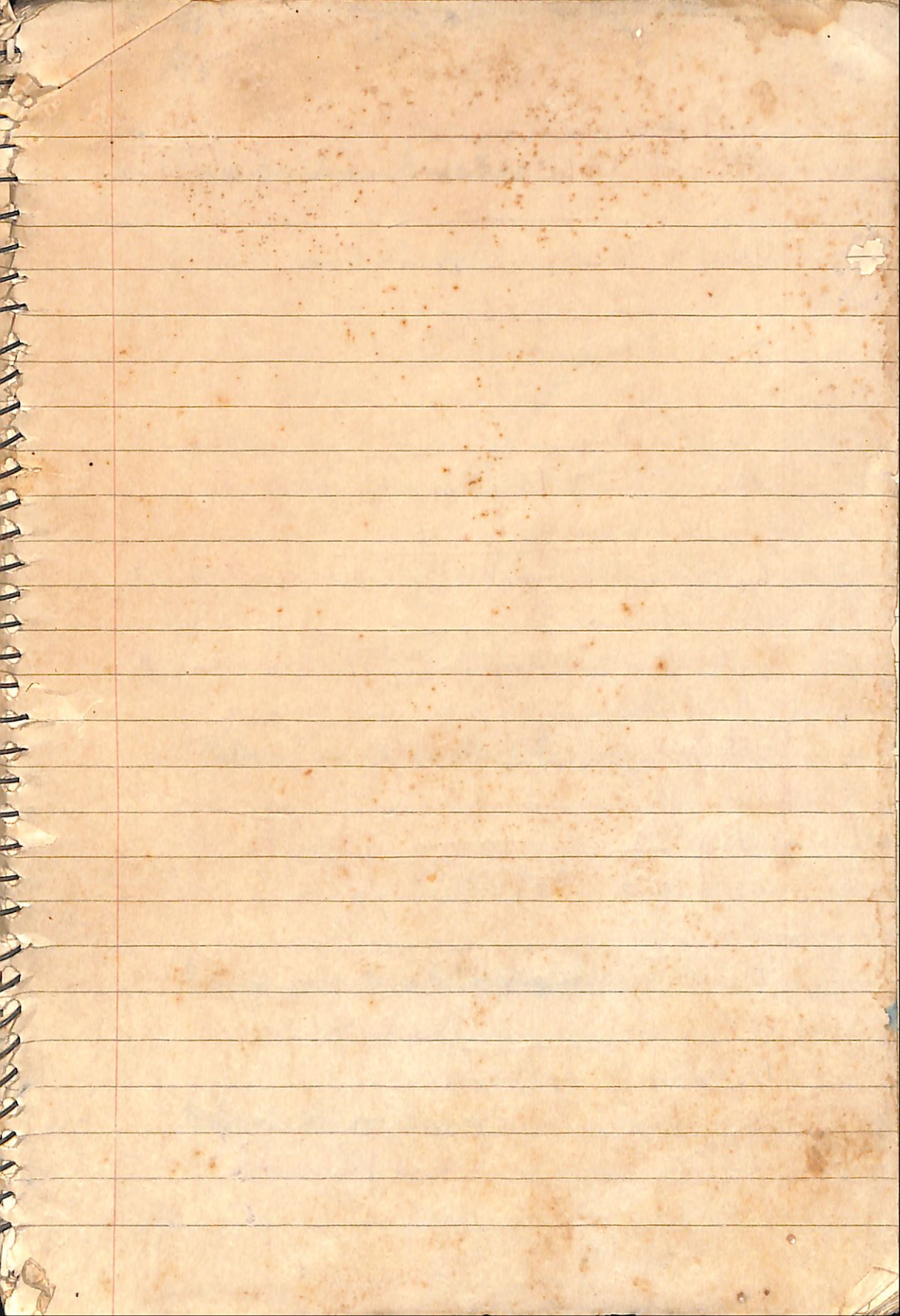


$$\begin{aligned}
 CA^2 &= AB^2 + BC^2 \\
 CA^2 &= 5^2 + 5^2 \\
 CA^2 &= 25 + 25 \\
 CA^2 &= 50 \\
 CA &= \sqrt{50}
 \end{aligned}$$

The length of the hypotenuse is  $\sqrt{50}$ .  
 The length of the legs is 5.

The area of the triangle is  $\frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2}$ .  
 The perimeter of the triangle is  $5 + 5 + \sqrt{50} = 10 + \sqrt{50}$ .







## Formulas de matematica

### Relações em $\Delta$ retângulo

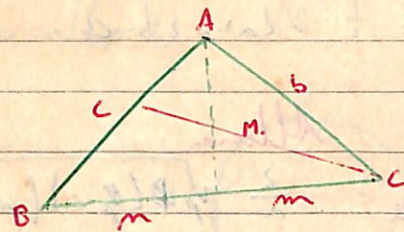
$$1 \quad c^2 = am$$

$$b^2 = an$$

$$2 \quad bc = ah$$

$$3 \quad hc = mn$$

$$4 \quad a^2 = b^2 + c^2$$



### Relações em $\Delta$ acutângulo

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos A$$

### Relações em $\Delta$ obtusângulo

$$b^2 = a^2 + c^2 + 2ac \cos B$$

### Relações de co-senos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$



### Medians

$$M_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$$

$$M_b = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$$

$$M_c = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$$

### Alturas

$$h_a = \frac{2}{a} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$h_b = \frac{2}{b} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$h_c = \frac{2}{c} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

### Bissetriz interna

$$B_a = \frac{2}{b+c} \sqrt{bc p(p-a)}$$

$$B_b = \frac{2}{a+c} \sqrt{ac p(p-b)}$$

$$B_c = \frac{2}{a+b} \sqrt{ab p(p-c)}$$

### Bissetriz externa:

$$r_a = \frac{2}{c-b} \sqrt{bc(p-b)(p-c)}$$

$$r_b = \frac{2}{c-a} \sqrt{ac(p-a)(p-c)}$$

$$r_c = \frac{2}{a-b} \sqrt{ab(p-a)(p-b)}$$

### Relações do círculo

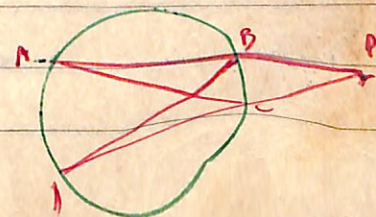
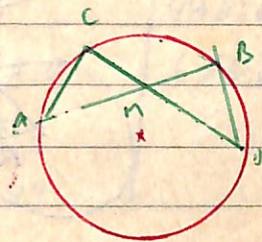
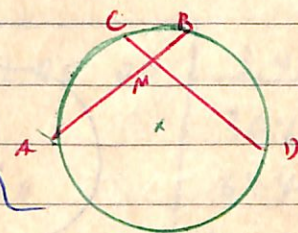
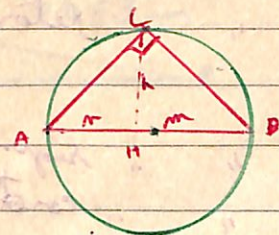
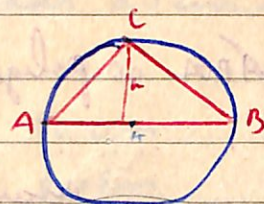
1  $C^2 = AB \cdot AH$

2  $CH^2 = AH \cdot HB$

3  $AM \cdot MB = CM \cdot MD$

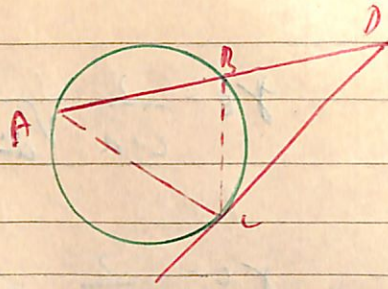
3  $CM \cdot MD = AM \cdot MB$

4  $AP \cdot PB = DP \cdot CP$





5)  $AP \cdot BP = PC^2$



Potência de um ponto

$P_{pot} = (d+r)(d-r) = d^2 - r^2$

ÁREA DO polígono  $n$  lados =  $p \cdot a$  (perímetro  $\cdot$  apótema)

círculo =  $p \cdot r$

círculo =  $\pi R^2$

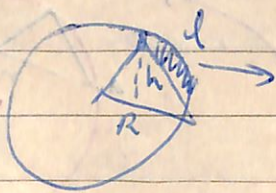
setor circular =  $\frac{l \cdot R}{2}$   $l$  = comprimento do arco

segmento =  $\frac{R^2}{2} (\theta - \sin \theta)$

coroa =  $\pi (R^2 - r^2)$



$\frac{\pi R^2}{360} \text{ em } \frac{lR}{2}$



$\frac{R(l-h)}{2}$

São Paulo, 16 de agosto de 1965

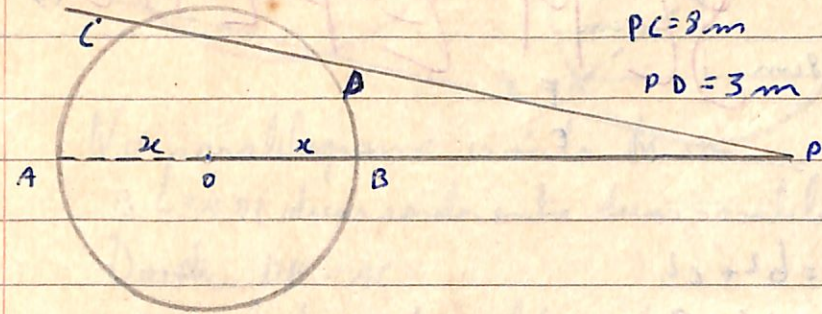
Lição de casa:

1º Por um ponto situado a 6 cm do centro traça-se uma secante que encontra a circunferência em dois pontos situados a 3 cm e 8 cm do ponto. Calcular o raio

$PO = 6 \text{ m}$

$PC = 3 \text{ m}$

$PD = 8 \text{ m}$



$PA \cdot PB = PC \cdot PD$

$(6+x)(6-x) = 3 \cdot 8$

$6^2 - x^2 = 24$

$-x^2 = -36 + 24$

$x^2 = 12$

$x = \sqrt{12}$

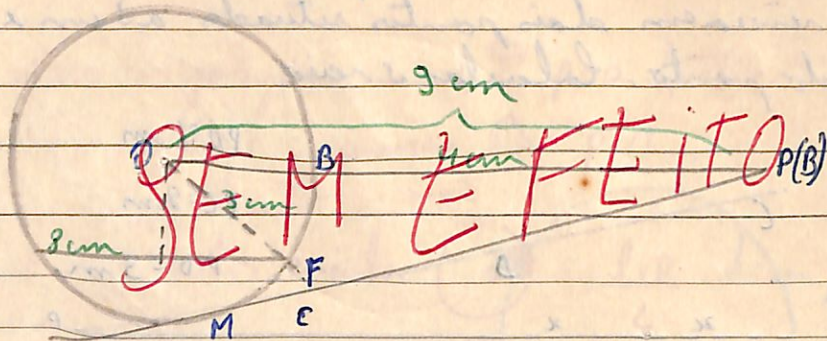
$x = 3,46 \text{ cm}$

$\sqrt{120000}$	3,46
9	$30:6=4$
30.0	$64.4=256$
256	$440:68=6$
0440.0	$686.6=4056$
4056	
0344	

R O raio mede 3,46 cm



2. De um ponto que dista 9 m do centro de uma circunferência, traça-se uma tangente. Calcular o comprimento dessa tangente sabendo-se que no mesmo círculo uma corda de 8 m dista 3 m do centro.



$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 16 + 9$$

$$a^2 = 25$$

$$a = \sqrt{25}$$

$$a = 5 \text{ m}$$

9 - 5 = 4 (ponto externo)  
9 + 5 = 14 cm (secante)

$$PM^2 = 14 \cdot 4$$

$$PM^2 = 56$$

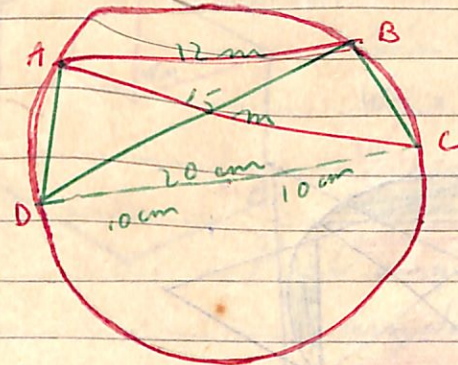
$$PM = \sqrt{56}$$

$$PM = 7,48 \text{ m}$$

São Paulo, 18 de agosto de 1965

Lição de casa

único



BC = ?

Os paralelogramos são iguais:

$BC = AD$  (duas cordas entre duas paralelas são iguais)

Donde  $DB = AC$

Aplicando a fórmula:

$$AC \cdot DB = AB \cdot DC + AD \cdot BC$$

$$15 \cdot 15 = 12 \cdot 20 + BC \cdot BC$$

$$-BC^2 = -225 + 240$$

$$BC^2 = 15$$

$$BC = \sqrt{15}$$

$$BC = 3,87 \text{ m}$$

$\sqrt{15.00.00}$	387
9	60:6=9
600	68.8=544
544	560:76=7
05600	67.7=5369
5369	
0231	



ou

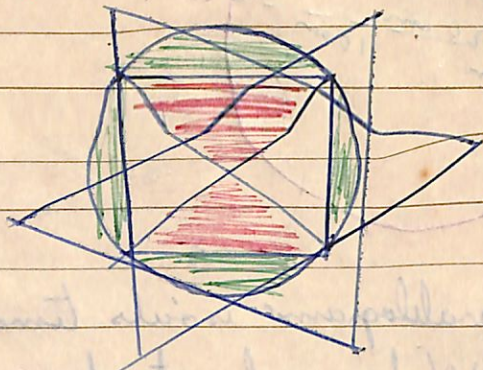
$$\overline{AC}^2 = AB \cdot AC$$

$$\overline{15}^2 = 12 \cdot AB$$

$$-12AB = 225 \quad (-1)$$

$$AB = \frac{225}{12}$$

$$AC = 18,8$$

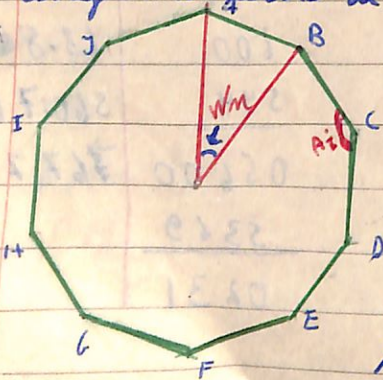


São Paulo, 22 de agosto de 1965

Luca de casa

1-2-3-4-6 pag 157-8

1 Calcular em graus, o ângulo central e o ângulo interno de um decágono regular.



$$W_n = \frac{360}{10}$$

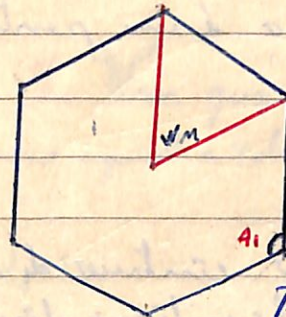
$$W_n = 36^\circ$$

$$A_i = 180 - W_n$$

$$A_i = 144^\circ$$

R: O ângulo central mede  $36^\circ$  e o ângulo interno  $144^\circ$

2. Qual é o valor do ângulo central e qual o valor de um ângulo interno de um hexágono regular?



$$W_n = \frac{360}{6}$$

$$W_n = 60^\circ$$

$$A_i = 180 - W_n$$

$$A_i = 120^\circ$$

R: O ângulo central vale  $60^\circ$  e o ângulo interno  $120^\circ$ .

3. O ângulo interno de um polígono regular convexo é igual a  $135^\circ$ . Qual o polígono?

$$A_i = 135^\circ$$

$$A_i = 180 - W_n$$

$$135 = 180 - W_n$$

$$W_n = 180 - 135$$

$$W_n = 45^\circ$$

$$W_n = \frac{360}{L}$$

$$45 = \frac{360}{L}$$

$$45L = 360$$

$$3L = \frac{360}{45}$$

$$L = 8$$

R: o polígono é um octógono

4. Qual o polígono regular convexo cujo ângulo central vale  $72^\circ$ ?



$$W_n = \frac{360}{L}$$

$$L = \frac{360}{72}$$

$$72 = \frac{360}{L}$$

$$L = 5$$

R: O polígono é um pentágono

$$72L = 360$$

6. A razão entre o ângulo central de um polígono regular e o ângulo interno desse polígono é igual a  $\frac{2}{3}$ . Qual é o polígono?

$$\frac{W_n}{A_i} = \frac{2}{3}$$

$A_i$

$$A_i = 180 - W_n$$

$$2a_i = 3W_n$$

$$108 = 180 - W_n$$

$$a_i = W_n \cdot \frac{2a_i}{3}$$

$$W_n = -108 + 180$$

$$a_i = 180 - W_n$$

$$W_n = 72^\circ$$

$$a_i = 180 - \frac{2a_i}{3}$$

$$W_n = \frac{360}{L}$$

$$3A_i = 540 - 2A_i$$

$$7L = \frac{360}{1}$$

$$3A_i + 2A_i = 540$$

1 7

$$5A_i = 540$$

$$72L = 360$$

$$A_i = \frac{540}{5}$$

$$L = \frac{360}{72}$$

$$A_i = 108$$

$$L = 5$$

R: O polígono é um pentágono

Sao Paulo, 24 de agosto de 1965

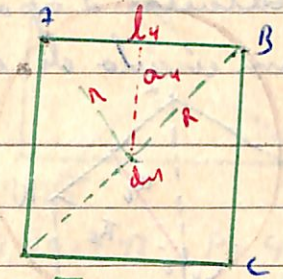
lição de casa res: 5-7-9-10-11 pgs 157/8

5. Um quadrado está inscrito num círculo de raio igual a 4dm. Calcule  $d$ ,  $l$  e  $a$  (aproximado até 0,01)

$$d = 2R$$

$$d = 2 \cdot 4$$

$$d = 8 \text{ dm}$$



$$l = R\sqrt{2}$$

$$l = 4 \cdot 1,41$$

$$l = 5,64 \text{ dm}$$

$$a = \frac{R\sqrt{2}}{2} = \frac{4 \cdot 1,41}{2}$$

$$a = 2,82$$

$$a = 2,82 \text{ dm}$$

7. Calcule o perímetro de um quadrado inscrito num círculo onde também está inscrito um hexágono regular cujo lado mede 5cm

$$R = R_6$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{4R^2 - l^2}$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{4R^2 - 5^2}$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{(2R-5)^2}$$

$$R = \frac{1}{2} \cdot 2R - 5$$

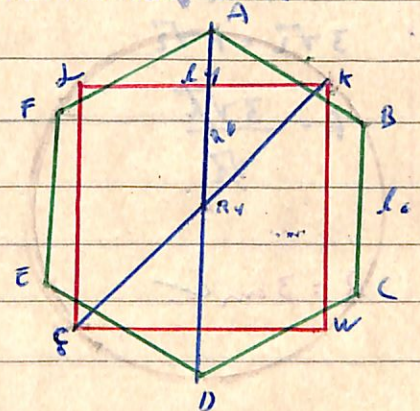
$$2R = 4R - 10$$

$$+ 2R - 4R = -10$$

$$2R = 10$$

$$R = \frac{10}{2}$$

$$R = 5 \text{ cm}$$





$$l_4 = R \cdot \sqrt{2}$$

$$P = l^2 = 4$$

$$l_4 = 5 \cdot 1,41$$

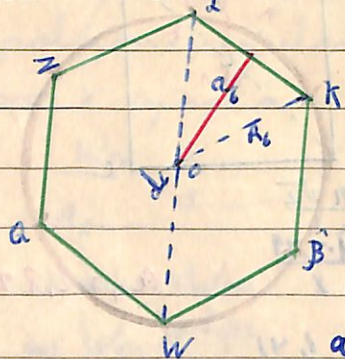
$$P = 7,05 \cdot 4$$

$$l_4 = 7,05 \text{ dm}$$

$$P = 28,20 \text{ dm}^2$$



9. Calcular o apótema dos hexágonos regulares inscritos de um círculo de diâmetro igual a 16 cm



$$R = \frac{d}{2}$$

$$a_6 = 4 \cdot 1,73$$

$$R = \frac{16}{2}$$

$$a_6 = 6,92 \text{ cm}$$

$$R = 8 \text{ cm}$$

$$a_6 = \frac{R}{2} \sqrt{3}$$

$$a_6 = \frac{8}{2} \cdot 1,73$$



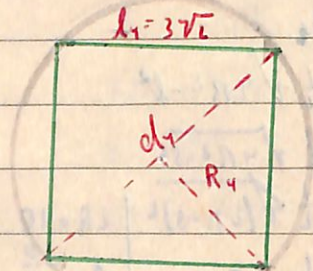
10. O lado de um quadrado inscrito num círculo mede  $3\sqrt{2}$  cm. Calcular o raio desse círculo.

$$l_4 = R \cdot \sqrt{2}$$

$$3\sqrt{2} = R \cdot \sqrt{2}$$

$$R = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$R = 3 \text{ cm}$$



11. Um quadrado tem o apótema igual a 5 cm. Calcular o perímetro desse quadrado e o diâmetro que o circunscreve.

$$a_4 = R \cdot \sqrt{2}$$

$$5 = R \cdot 1,41$$

$$1,41 R = 10 \text{ (t)}^{\circ}$$

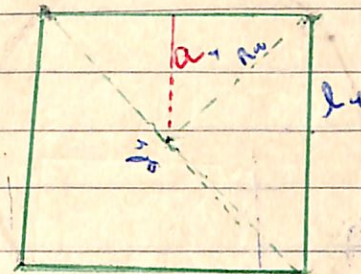
$$R = \frac{10}{1,41}$$

$$R = 7,09$$

$$R = 7,09 \text{ dm}$$

$$d = 2R$$

$$D = 14,18 \text{ cm}$$



$$l_4 = R \cdot \sqrt{2}$$

$$l_4 = 7,09 \cdot 1,41 \quad P = 4 \cdot l$$

$$l_4 = 9,9869 \text{ dm} \quad P = 4 \cdot 9,9869$$

$$P = 39,9476 \text{ cm}^2$$

FIM



Honda

Tuca - fina

5,40-6,15

Anumar-se,



## Horário

Segunda-feira

Março 1-8-15-22-28 Abril 5-12-19-26

Maior 3-10-17-24-31 Junho 7-14-21-28

Julho Agosto 2-9-16-23-30

Setembro Novembro 6-13-20-27

Dezembro Setembro

6,00-6,30 Arrumar-se para a escola e tomar café

6,30-7,20 Ida a escola

7,30-8,20 Aula de Matemática

8,20-9,15 " " exp

9,15-10,00 " " matemática

10,00-10,15 Recreio

10,15-11,00 Aula de inglês

11,00-11,45 " " ginástica

11,45-12,20 Volta da escola

12,20-12,45 Almoço

12,45-13,15 Lanche

13,15-13,30 Arrumar a mesa e os cadernos

13,30-15,00 Fazer lição de matemática

15,00-15,30 " " e estudos inglês

15,30-15,45 Tomar café

15,45-16,20 Fazer lição e estudos história



16,20-16,45 Estudiar

16,45-17,30 Vago

17,40-18,00 Banho

18,00-18,30 Live show Kubo

18,30-18,45 Papai no

18,45-19,00

Cadernos: 2-3-4-5-7 Livro: 3-4

Cadernos e carteira, estojos, fichário

## Horário

terça-feira

Março 2-9-16-23-30

Agosto 3-10-17-24-31

Abril 6-13-20-27

Setembro 7-14-21-28

Maior 4-11-18-25

Outubro 5-12-19-26

Junho 1-8-15-22-29

Novembro 2-9-16-23-30

6,00-6,30 Arrumar-se para a escola e tomar café

6,30-7,20 Ir para a escola

7,30-8 Aula de português

Prof. Mariana

8-9,15 Aula de matemática

Prof. João

9,15-10,00 Aula de francês

Prof. Mariana

10,00-10,15 Recreio

10,15-11,00 Aula de história



São Paulo, 25 de agosto de 1965

Lições de casa (Nº 8, 12, 13 e 14 pag 150)

8. O perímetro de um hexágono regular inscrito em um círculo é igual a 36 dm. Calcular o lado do triângulo equilátero inscrito no mesmo círculo.

$$l_6 = \frac{P}{6}$$

$$l_6 = \frac{36}{6}$$

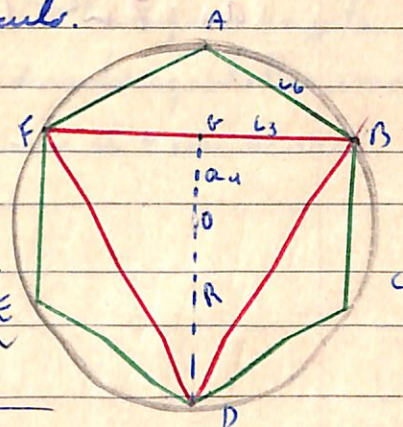
$$l_6 = 6 \text{ dm}$$

$$R_6 = l_6$$

$$l_3 = R \sqrt{3}$$

$$l_3 = 6 \cdot 1,73$$

$$l_3 = 10,38$$



12. O lado de um polígono quadrado inscrito em um círculo mede 10 dm. Calcular o perímetro do hexágono regular inscrito no mesmo círculo.

$$P$$

$$VW = HS \text{ (paralelos entre paralelos)}$$

$$VW = 2R$$

$$10 = 2R$$

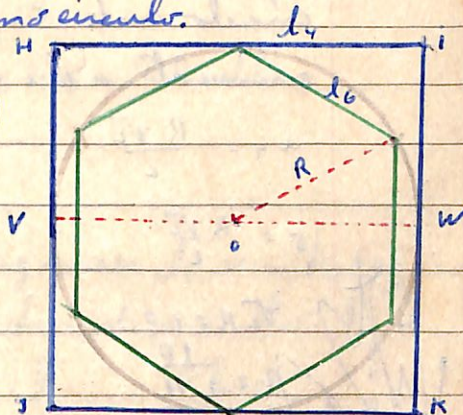
$$R = 5 \text{ dm}$$

$$R = l_6$$

$$P_6 = 6 \cdot l_6$$

$$P_6 = 6 \cdot 5$$

$$P_6 = 30 \text{ dm}$$





13. Um triângulo equilátero está inscrito num círculo de raio igual a 4 cm. Calcular a altura e o apótema do triângulo

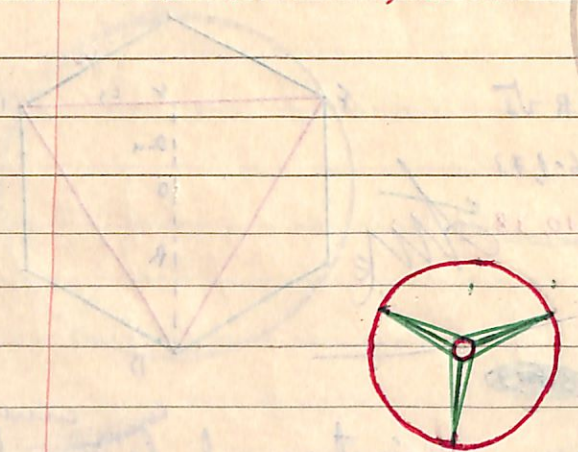
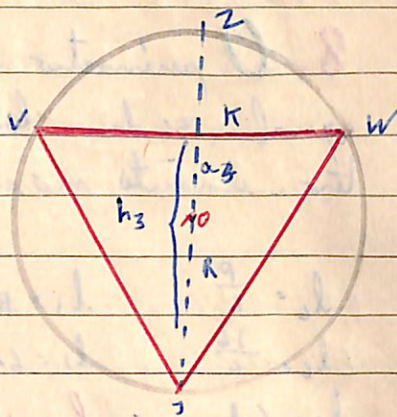
$$a_3 = \frac{R}{2}$$

$$a_3 = 2$$

$$h_3 = R + a_3$$

$$h_3 = 4 + 2 = 6$$

$a_3 = 7 \text{ cm}$   $h_3 = 21 \text{ cm}$



14. O apótema de um quadrado inscrito num círculo vale 5 m. Calcular o perímetro do quadrado circunscrito a esse círculo

$$a_4 = \frac{R\sqrt{2}}{2}$$

$$5 = \frac{R\sqrt{2}}{2}$$

$$\sqrt{2}R = 10$$

$$R = \frac{10}{\sqrt{2}}$$

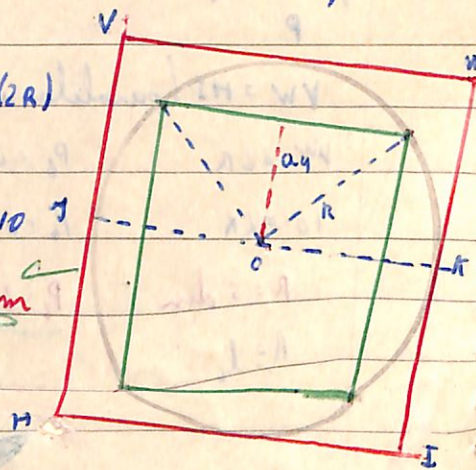
$$R = 7,05 \text{ m}$$

$$K = 14,10 (2R)$$

$$P = 4 \cdot K$$

$$P = 4 \cdot 14,10$$

$$P = 56,40 \text{ m}$$

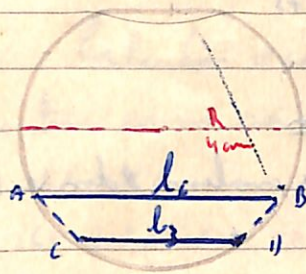


25/10  
Fim

São Paulo, 1 de setembro de 1965

Problema de casa

1.º ano p. 27-28, 29, 159



1.º ano calcular a altura h do trapézio ABCD, formado pelo lado de um hexágono regular e um triângulo equilátero inscrito num círculo de 4 cm de raio.

$$l_6 = R$$

$$l_6 = 4 \text{ m}$$

$$h_3 = h\sqrt{3}$$

$$h_3 = 4 \cdot 1,73$$

$$h_3 = 6,91$$

$$h_6 = a_6 - a_3$$

$$h_6 = \frac{R}{2}\sqrt{3}$$

$$a_6 = \frac{4}{2} \cdot 1,73$$

$$a_6 = 2 \cdot 1,73$$

$$a_6 = 3,46$$

$$h_6 = 5,46 \text{ m}$$

$$a_3 = \frac{R}{2}$$

$$a_3 = 2$$

$$a_3 = 2 \text{ m}$$

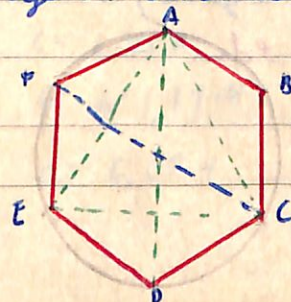
$$h_6 = a_6 - a_3$$

$$h_6 = 5,46 - 2$$

$$h_6 = 3,46 \text{ m}$$

O trapézio tem 3,46 m de altura

27. Quanto medem as diagonais de um hexágono regular convexo que tem 24 dm de perímetro?



$$d_6 = b_6 = \frac{P}{2}$$

$$d_6 = \frac{24}{2}$$

$$d_6 = 12$$

$$b_6 = R$$

$$R = 4 \text{ dm}$$

$$d_6 = 4 \text{ dm} \quad | \quad 2R = D \quad | \quad D = 8 \text{ dm}$$



28 AE, a altura diagonal, faz parte de um triângulo equilátero inscrito no mesmo círculo (AEC); Onde temos

$$h_3 = R + a_3 \quad h_3 = 6 + 1,73$$

$$h_3 = 4 + 2 \quad h_3 = 10,$$

$$h_3 = 6 \text{ dm} \quad h_3 = 10,38 \text{ dm}$$

$$R_3 = h \sqrt{3} \quad R. \text{ As diagonais valem } 8 \text{ dm e } 10,38 \text{ dm.}$$

27 O lado de um polígono regular, inscrito num círculo de 12 cm de raio mede 9 cm. Calcular o lado de um polígono regular de mesmo número de lados, inscrito num círculo de 36 cm de raio.

$$l_1 = 9 \text{ m} \quad l_2 = ? \quad \frac{l_1}{l_2} = \frac{R_1}{R_2} \therefore l_2 = 24 \text{ dm}$$

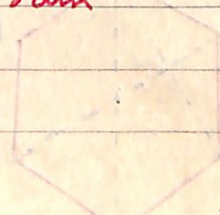
$$R_1 = 12 \text{ m} \quad R_2 = 36 \text{ m} \quad \frac{l_1}{l_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad R. \text{ O lado do segundo mede } 24 \text{ dm.}$$

29 O lado de um hexágono regular convexo, inscrito num círculo, mede 10 dm. Determinar o lado do hexágono regular convexo semelhante inscrito num círculo de raio igual a 8 dm.

Como sempre, num hexágono, o raio é igual ao lado temos:  $l_6 = R \quad l_6 = 8 \text{ dm}$

R. Vale 8 dm.



São Paulo 12 de setembro de 1965  
Lição de casa

E x 167 pg 169

1. Calcular o comprimento de uma circunferência que tem como raio 1) 5 dm; 2) 1 m; 3) 4 cm

$$1) \quad C = 2 \pi R \quad C = 6,28 \cdot 5$$

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \rightarrow C = 31,40 \text{ dm}$$

$$2) \quad C = 2 \pi R \quad C = 6,28 \text{ m}$$

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 1$$

$$3) \quad C = 2 \pi R \quad C = 6,28 \cdot 4$$

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 \quad C = 25,12 \text{ cm}$$

2. Qual o comprimento de um meridiano da Terra, sabendo que o raio terrestre mede aproximadamente 6372 Km?

$$C = 2 \pi R \quad C = 6,28 \cdot 4$$

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 \quad C = 25,12 \text{ Km}$$

3. Calcular o comprimento de uma circunferência de diâmetro igual a 8 dm.

$$R = \frac{D}{2} \quad R = 4 \text{ dm} \quad C = 25,12 \text{ dm}$$

$$C = 2 \pi \cdot R$$

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 4$$

$$C = 6,28 \cdot 4$$



4 Quanto vale o raio de uma circunferência cujo comprimento é 18,84 m?

$$C = 2\pi R$$

$$18,84 = 2 \cdot 3,14 \cdot R$$

$$-6,28 R = -18,84^{(-)}$$

$$R = \frac{18,84}{6,28}$$

$$R = 3 \text{ m} \checkmark$$

5 Quanto vale a diagonal de um quadrado inscrito num círculo de 31,40 m de comprimento.

$$C = 2\pi R$$

$$31,40 = 2 \cdot 3,14 R$$

$$-6,28 R = -31,40^{(-)}$$

$$R = \frac{31,40}{6,28}$$

$$R = 5 \text{ m}$$

$$D = 2R$$

$$D = 2 \cdot 5$$

$$D = 10 \text{ m} \checkmark$$

6 O apótema de um triângulo equilátero mede 5 cm. Calcule o comprimento da circunferência que o circunscreve.

$$R = 2 \cdot A$$

$$R = 10 \text{ cm}$$

$$C = 2\pi R$$

$$C = 62,80 \text{ cm} \checkmark$$

7. Quantas voltas deve dar uma roda de 0,80 m de diâmetro para percorrer 2512 m?

$$C = 2\pi R$$

$$C = 6,28 \cdot 0,40 \quad (R = \frac{D}{2})$$

$$C = 2,512 \text{ m}$$

$$V = \frac{E}{C}$$

$$V = \frac{2512}{2,512}$$

$$V = 1000 \text{ voltas} \checkmark$$

FIM **PROVA**

São Paulo, 15 de setembro de 1965

Lição de casa

17a 25, pág 70

17. Calcular o número de graus de um arco de círculo cujo comprimento é igual ao dobro do raio.

$$m = \frac{180 \cdot l}{\pi R}$$

$$m = \frac{180 \cdot 2R}{3,14 \cdot R}$$

$$m = 114^{\circ} 38' 58'' \checkmark$$

R O arco mede  $114^{\circ} 38' 58''$

18. Num círculo, o arco do primeiro grau mede 1 m. Qual o raio dessa circunferência?

$$l = \frac{180}{360} \cdot 2\pi R$$

$$1 = \frac{180}{360} \cdot 2\pi R$$

$$1 = \pi R$$

$$R = \frac{1}{\pi}$$

$$R = 57,3 \text{ mm} \checkmark$$

R O raio vale 57,3 mm

19 Converter em radianos os arcos de:  $1^{\circ} 30'$ ;  $2^{\circ} 45'$ ;  $30^{\circ}$

$$60^{\circ} = 4/9 \pi$$

$$2\pi R D$$

$$x$$

$$\frac{360}{30}$$



$$\frac{2 \cdot 3,14 \text{ RD}}{x} = \frac{360^\circ}{30}$$

$$x = \frac{6,28}{12}$$

$$x = 0,52 \text{ rd.}$$

$$12x = 6,28 \text{ RD}$$

~~12x = 6,28 RD~~

$$2) \frac{2\pi \text{ RD}}{x} = \frac{360^\circ}{45^\circ}$$

$$x = \frac{6,28 \text{ rd}}{9}$$

$$\frac{2 \cdot 3,14 \text{ RD}}{x} = \frac{360^\circ}{45}$$

$$x = 0,78 \text{ rd.}$$

$$8x = 6,28 \text{ rd}$$

$$3) \frac{2\pi \text{ RD}}{x} = \frac{360^\circ}{60}$$

$$6x = 6,28 \text{ rd}$$

$$\frac{2 \cdot 3,14 \text{ RD}}{x} = \frac{360^\circ}{60}$$

$$x = 1,04 \text{ rd.}$$

$$4) \frac{2\pi \text{ RD}}{x} = \frac{360^\circ}{90}$$

$$x = \frac{6,28 \text{ rd}}{4}$$

$$\frac{2 \cdot 3,14 \text{ RD}}{x} = \frac{360}{90}$$

$$x = 1,57 \text{ rd.}$$

$$4x = 6,28 \text{ RD}$$

R: O primeiro vale 0,52 rd, o segundo 0,78 rd, o terceiro vale 1,04 rd, e o <sup>quarto</sup> ~~terceiro~~, medido 1,57 rd

20. Idem para arcos de: 1º 120º, 2º 135º, 3º 180º

$$1) \frac{2\pi \text{ RD}}{x} = \frac{360^\circ}{120^\circ}$$

$$3x = 6,28$$

$$\frac{2 \cdot 3,14 \text{ RD}}{x} = \frac{360}{120}$$

$$x = 2,09 \text{ rd.}$$

$$2) \frac{2\pi \text{ RD}}{x} = \frac{360^\circ}{135^\circ}$$

$$x = \frac{169,56 \text{ RD}}{72}$$

$$\frac{2 \cdot 3,14 \text{ RD}}{x} = \frac{360}{135}$$

$$x = 2,35 \text{ RD.}$$

$$72x = 6,28 \text{ rd} \cdot 27$$

$$3) \frac{2\pi \text{ RD}}{x} = \frac{360^\circ}{180^\circ}$$

$$2x = 6,28 \text{ RD}$$

$$x = \frac{6,28 \text{ RD}}{2}$$

$$\frac{2 \cdot 3,14 \text{ RD}}{x} = \frac{360}{180}$$

$$x = 3,14$$

21 Reduzir a rd o arco de 44º 32'

$$\frac{2\pi \text{ RD}}{x} = \frac{360}{44,32}$$

$$4350x = 167 \cdot x \cdot 3,14 \text{ RD}$$

$$675x = 524,38 \text{ rd}$$

$$\frac{2 \cdot 3,14 \text{ RD}}{x} = \frac{1350}{167}$$

$$\text{RD} = 0,77$$



22. Converter em graus os arcos de:  $1\frac{3}{5}$  rd,  $\frac{2}{9}$  rd,  $\frac{1}{3}$  rd

$$1) \quad \begin{array}{l} 2\pi \text{ RD} \\ \frac{2\pi}{5} \text{ rd} \end{array} \quad \begin{array}{l} 360^\circ \\ x \end{array}$$

$$\frac{2\pi \text{ RD}}{0,67 \text{ RD}} = \frac{360}{x}$$

$$x = 108^\circ$$

$$2x = 216$$

$$x = \frac{216}{2}$$

$$2) \quad \begin{array}{l} 2\pi \text{ RD} \\ \frac{2\pi}{9} \text{ rd} \end{array} \quad \begin{array}{l} 360^\circ \\ x \end{array}$$

$$x \approx 40^\circ$$

$$\frac{2\pi \text{ RD}}{0,22\pi \text{ RD}} = \frac{360}{x}$$

$$1x = 360 \cdot 0,11$$

$$3) \quad \begin{array}{l} 2\pi \text{ RD} \\ 2\pi \text{ RD} \end{array} \quad \begin{array}{l} 360^\circ \\ x \end{array}$$

$$x = 360^\circ$$

$$\frac{2\pi \text{ RD}}{2\pi \text{ RD}} = \frac{360}{x}$$

$$x = 360^\circ$$

23. Expressar em graus os arcos de 2,09 rd.

$$\begin{array}{l} 2\pi \text{ RD} \\ 2,09 \text{ rd} \end{array} \quad \begin{array}{l} 360^\circ \\ x \end{array}$$

$$\frac{6,28 \text{ rd}}{2,09 \text{ rd}} = \frac{360^\circ}{x}$$

$$x = 108^\circ$$

$$3x = 360^\circ$$

$$x = 120^\circ$$

24. Reduzir 709 a radianos

$$\begin{array}{l} 2\pi \text{ RD} \\ x \end{array} \quad \begin{array}{l} 400 \text{ gr} \\ 70 \text{ gr} \end{array} \quad \begin{array}{l} 5,71x = 6,28 \text{ RD} \\ x = 6,28 \text{ RD} \end{array}$$

$$\frac{2 \cdot 3,14 \text{ RD}}{x} = \frac{400}{870}$$

$$5,71$$

$$x = 1,09 \text{ rd}$$

25. Calcular em radianos o arco de 60,83 gr.

$$\begin{array}{l} 2\pi \text{ RD} \\ x \end{array} \quad \begin{array}{l} 400 \text{ gr} \\ 60,83 \text{ gr} \end{array}$$

$$\frac{2 \cdot 3,14 \text{ rd}}{x} = \frac{400}{60,83}$$

$$x = 9,96 \text{ rd}$$

$$400x = 6,28 \text{ rd} \cdot 60,83$$

$$x = \frac{382,0124}{400}$$

$$x = 0,96 \text{ rd}$$

$$\text{Vale } 0,96 \text{ rd}$$

Calcular a h. do  $\Delta$  equilátero inscrito num  $\odot$  cujo  $\odot$  tem  $\text{raio } R$ .

$$2,198$$

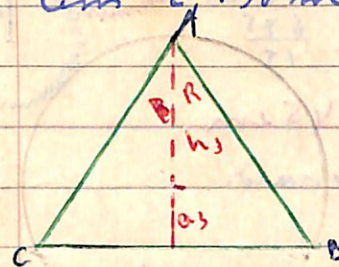
$$R = 0,53 \text{ m}$$



São Paulo, 20 de setembro de 1965

Licença de casa:

1ª) Calcular a altura de um triângulo equilátero inscrito num círculo cuja circunferência tem  $2,198\text{ m}$



$$C = 2\pi R$$

$$2,198 = 3,14 \cdot 2R$$

$$-6,28R = -2,198$$

$$R = \frac{2,198}{6,28}$$

$$R = 0,35$$

$$a_3 = \frac{R}{2} = 0,175\text{ m}$$

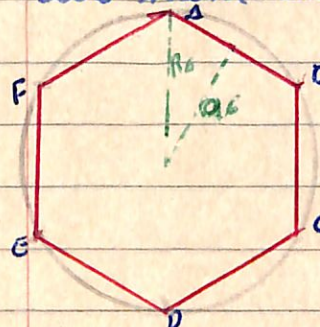
$$h_3 = R + a_3$$

$$h_3 = 0,35 + 0,175$$

$$h_3 = 0,525\text{ m}$$

R. A altura vale  $0,523\text{ m}$

2. Calcular o apótema do hexágono regular inscrito num círculo cuja circunferência tem  $1,4972\text{ m}$



$$C = 2\pi R$$

$$1,4972 = 6,28R$$

$$-6,28R = -1,4972$$

$$R = \frac{1,4972}{6,28}$$

$$R = 0,23\text{ m}$$

$$a_6 = R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a_6 = \frac{0,23 \cdot \sqrt{3}}{2} = 0,197$$

$$a_6 = 0,118 \cdot 1,73$$

$$a_6 = 0,20414\text{ m}$$

2ª) Calcular a apótema do hexágono regular inscrito num círculo cuja circunferência tem  $1,4972\text{ m}$   $R = 0,23$

3) A roda gô de um gerador tem  $75\text{ cm}$  de raio, faz 900 voltas, qual a pegada da 1500ª volta.  
Raio da roda pegada  $R = 45\text{ cm}$

4) Dadas as razões entre os comprimentos de 20 e 3 pirâmides do quadrado inscrito em função do raio.

$$\frac{P_4}{L} = 4 \cdot \frac{L}{L} \quad L_4 = R\sqrt{2}$$

L



3. A roda grande de uma engrenagem tem 75 cm de raio e faz 900 voltas, enquanto a pequena dá 1500 voltas. Calcular o raio da menor.

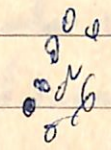
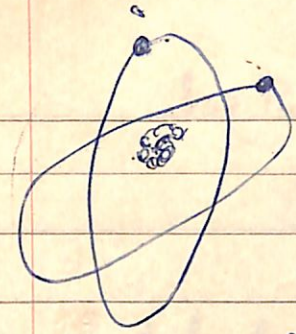
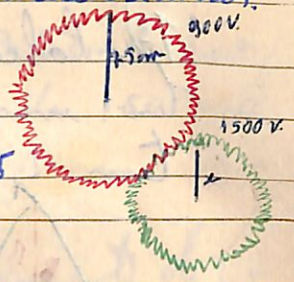
$$\begin{array}{l} 75 \text{ cm} \downarrow \\ x \end{array} \quad \begin{array}{l} \uparrow 900 \text{ voltas} \\ \uparrow 1500 \text{ voltas} \end{array}$$

$$\frac{x}{75} = \frac{900}{1500} \quad 150x = 15x = 675$$

$$x = \frac{675}{15}$$

150 x = 75 · 19      x = 45 cm

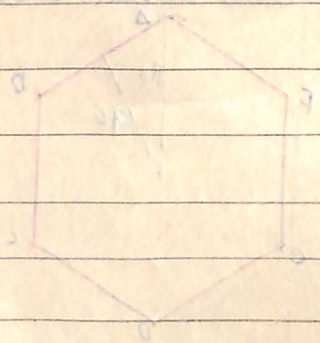
R. Ela tem 45 cm de raio.



4. Achar a razão entre o comprimento de uma circunferência e o perímetro do quadrado inscrito em função do raio.

$$\frac{P_c}{C} = \frac{4 \cdot r}{2 \cdot 2r} = \frac{4 \cdot r \cdot \sqrt{2}}{6,28 \cdot r} = \frac{1,41}{1,57} = 0,91$$

R. A razão é 0,91.



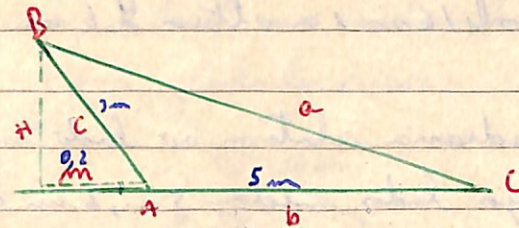


São Paulo, 21 de setembro de 1965

(problemas da prova de retombos)

lições de casa

1. Calcular o lado  $a$  no triângulo  $ABC$ , onde  $B$  vale  $5\text{ m}$ ,  $C$  vale  $3\text{ cm}$  e a projeção do lado  $a$  sobre  $b$  vale  $5,2\text{ cm}$ .



$$a^2 = 36$$

$$a = \sqrt{36}$$

$$a = 6\text{ m}$$

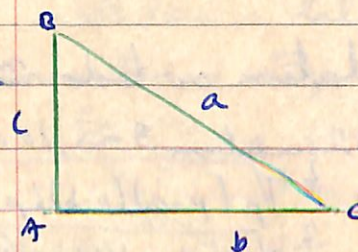
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot p$$

$$a^2 = 5^2 + 3^2 - 2$$

$$a^2 = 25 + 9 - 2$$

R. O lado  $a$  vale  $6\text{ m}$ .

2. A hipotenusa de um triângulo retângulo mede  $20\text{ cm}$  e um dos catetos vale  $\frac{3}{4}$  do outro. Calcular o cateto e a altura.



$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$400 = \left(\frac{3c}{4}\right)^2 + c^2$$

$$400 = \frac{9c^2}{16} + c^2$$

$$6400 = 9c^2 + 16c^2$$

$$-9c^2 - 16c^2 = 6400 \quad (-1)$$

$$25c^2 = 6400$$

$$25c^2 = \frac{6400}{25}$$

$$a \cdot b = \frac{36}{4}$$



$$c = \sqrt{250}$$

$$c = 16 \text{ m}$$

$$-20h = 192$$

$$h = \frac{192}{20}$$

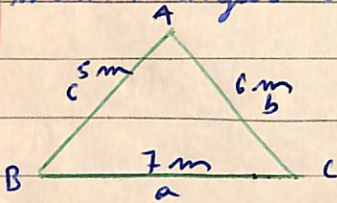
$$h = 9,6 \text{ m}$$

$$bk = ah$$

$$12 \cdot 16 = 20h$$

R. O outro cateto vale 16 m e a altura 9,6 m.

3 Calcular a mediana relativa ao lado maior num triângulo cujo lados medem 5 m, 6 m e 7 m



$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$$

$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2 \cdot 6^2 + 2 \cdot 5^2 - 7^2}$$

$$m_a = \frac{4,24}{2}$$

$$m_a = 2,12 \text{ m}$$

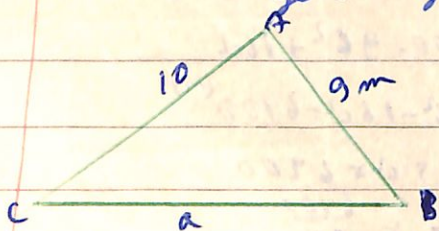
$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$$

$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2 \cdot 6^2 + 2 \cdot 5^2 - 7^2}$$

$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2 \cdot 36 + 2 \cdot 25 - 49}$$

R A mediana vale 4,24 m

4 Calcular a altura relativa ao lado maior num triângulo cujo lados medem 9 m, 10 m e 18 m



$$h_c = \frac{2}{9} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$h_c = \frac{2}{9} \sqrt{18(18-17)(18-10)(18-9)}$$

$$h_c = \frac{2}{9} \sqrt{18 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 9}$$

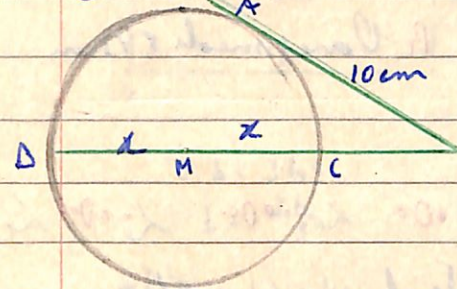
$$h_c = \frac{2}{9} \sqrt{1296}$$

$$h_c = \frac{2 \cdot 16}{9}$$

$$h_c = \frac{32}{9}$$

$$h_c = 3,55 \text{ m}$$

5. De um ponto P exterior há-se uma tangente tangente que mede 10 cm. A distância de um ponto P ao centro da circunferência mede 20 cm. Calcular o raio



$$x^2 = 400 - 100$$

$$x^2 = 300$$

$$x = \sqrt{300}$$

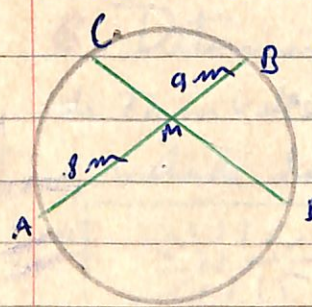
$$x = 17,32 \text{ m}$$

R O raio vale 17,32 m

$$10^2 = (20 + x)(20 - x)$$

$$100 = 400 - x^2$$

6. Numa circunferência duas cordas se cortam. A primeira tem 17 cm, e o segmento menor dela vale 8 cm. Calcular os dois segmentos determinados na segunda, sendo um o dobro do outro.



$$CM = \frac{MD}{2}$$

$$8 \cdot 9 = \frac{MD}{2} \cdot MD$$

$$8 \cdot 9 = \frac{MD}{2} \cdot MD$$

$$2 \cdot 72 = MD \cdot MD$$

$$-2MD^2 = -744$$

$$2MD = \sqrt{144}$$

$$MD = \frac{12}{2}$$

$$MD = 6 \text{ m}$$

$$CM = 2MD \quad CM = 12 \text{ m}$$







$$-2h^2 = -72 \quad (1)$$

$$h^2 = \frac{72}{2}$$

$$h^2 = 36$$

$$h = \sqrt{36}$$

$$h = 36 \text{ m} \quad h = 6 \text{ m} \checkmark$$

$$b = 2h$$

$$b = 12 \text{ m} \checkmark$$

R A base mede 12 m e a altura 6 m.

7. Determinar as dimensões de um retângulo de área igual a  $28 \text{ m}^2$  sabendo que essas dimensões diferem de 3 m.

$$b - h = 3 \text{ m} \therefore -b - h = -b + 3 \quad (1) \quad h = b - 3$$

$$A_{\square} = b \cdot h \quad -b^2 + 3b + 28 = 0 \quad (2)$$

$$28 = b \cdot (b - 3)$$

$$b^2 - 3b^2 + 28 = 0$$

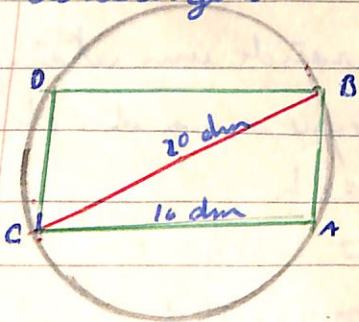
$$28 = b^2 - 3b$$

$$b = -3 \quad \left. \begin{array}{l} -7 \text{ m} \\ +4 \text{ m} \end{array} \right\}$$

$$b = -28 \quad \left. \begin{array}{l} -7 \text{ m} \\ +4 \text{ m} \end{array} \right\}$$

R A base vale 7 m e a altura 4 m.

8. A base de um retângulo, inscrito num círculo de 10 dm de raio mede 16 dm. Determinar a área do retângulo.



$$d = 2R \quad a^2 = b^2 + c^2$$

$$d = 2 \cdot 10 \text{ dm} \quad 20^2 = 16^2 + c^2$$

$$d = 20 \text{ dm} \quad -c^2 = -400 + 256 \quad (1)$$

$$c^2 = 144$$

$$c = 12 \text{ dm}$$

$$A_{\square} = b \cdot h$$

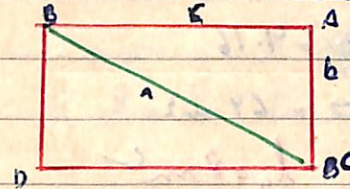
$$A_{\square} = 19 \text{ dm}^2 \checkmark$$

$$A = 16 \times 12$$

R. A área tem  $192 \text{ dm}^2$

28

9. Calcular a área de um retângulo cujo perímetro vale  $28 \text{ dm}$  e a diagonal  $10 \text{ dm}$



$$P = 28 \text{ dm}$$

$$b + c = 14 \text{ dm}$$

$$b + h = \frac{28}{2}$$

$$b = 14 - c$$

$$b + h = 14 \text{ dm}$$

$$10^2 = (14 - c)^2 + c^2$$

$$100 = 196 - 28c + c^2 + c^2$$

$$c = \frac{14 + 2}{2}$$

$$-2c^2 + 28c - 196 + 100 = 0 \quad (1)$$

$$2c^2 - 28c + 96 = 0 \quad (2)$$

$$c = \frac{16}{2}$$

$$c^2 - 14c + 48 = 0$$

$$c = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$c = 8 \text{ m} \therefore b = 14 - c \quad b = 6 \text{ m}$$

2a

$$c = \frac{14 \pm \sqrt{14^2 - 4 \cdot 1 \cdot 48}}{2 \cdot 1}$$

$$A_{\square} = b \cdot h$$

$$A_{\square} = 6 \cdot 8$$

$$c = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 192}}{2}$$

$$A_{\square} = 48 \text{ m}^2 \checkmark$$

$$c = \frac{14 \pm \sqrt{4}}{2}$$

R. Sua área vale  $48 \text{ m}^2$

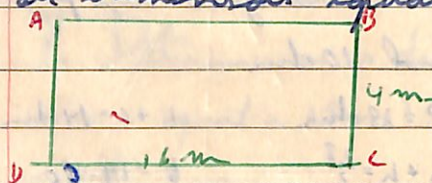


Sao Paulo, 27 de setembro de 1965

Luigi de casa

14 a - 13 pag 191

14. Quanto deve medir o lado de um quadrado para que a sua área seja igual à de um retângulo de dimensões iguais a 4 m e 16 m?



$$A_{\square} = 4 \cdot 16$$

$$A_{\square} = 64 \text{ m}^2$$

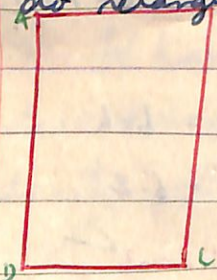
$$A_{\square} = 64 \text{ m}^2$$

$$A_{\square} = A_{\square} \quad - 64 = 64 \quad \Rightarrow \quad l_1 = 8 \text{ m}$$

$$A_{\square} = l^2 \quad \Rightarrow \quad l = \sqrt{64}$$

R. O lado do quadrado deve medir 8 m.

15. A razão entre a área de dois retângulos é  $\frac{1}{3}$ . As dimensões do primeiro são 6 m e 2 m. achar a altura do segundo retângulo sabendo que a sua base mede 9 m.



$$\frac{A_{\square_1}}{A_{\square_2}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{6 \cdot 2}{9 \cdot x} = \frac{1}{3}$$

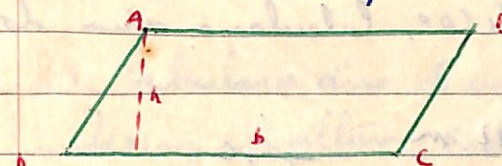
$$3x = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$x = \frac{12}{3}$$

$$x = 4 \text{ m}$$

R. A altura do segundo vale 4 m.

16. A altura de um paralelogramo é um terço do valor de sua base que mede 12 m. Calcule a área.



$$h = \frac{b}{3} \quad \text{e} \quad b = 12 \text{ m}$$

$$A_{\square} = b \cdot h$$

$$A_{\square} = 12 \cdot \frac{b}{3}$$

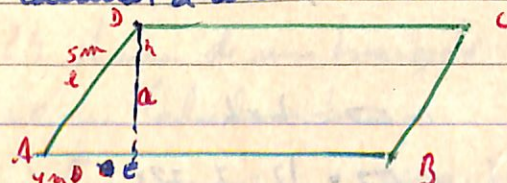
$$A_{\square} = 12 \cdot \frac{12}{3}$$

$$A_{\square} = 12 \cdot 4$$

$$A_{\square} = 48 \text{ m}^2$$

R. A área tem 48 m<sup>2</sup>.

17. No paralelogramo ABCD, temos: AB = 12 cm, AD = 5 cm e a projeção do lado AD sobre AB é igual a 4 cm. Calcule a área.



$$AB = 12 \text{ cm}$$

$$AD = 5 \text{ cm}$$

$$AE = 4 \text{ cm}$$

No triângulo retângulo ADE temos:

$$5^2 = a^2 + 4^2$$

$$a = 3 \text{ cm}$$

$$5^2 = a^2 + 4^2$$

$$- a^2 = -25 + 16$$

$$a^2 = 9$$

$$a = \sqrt{9}$$

$$A_{\square} = b \cdot h$$

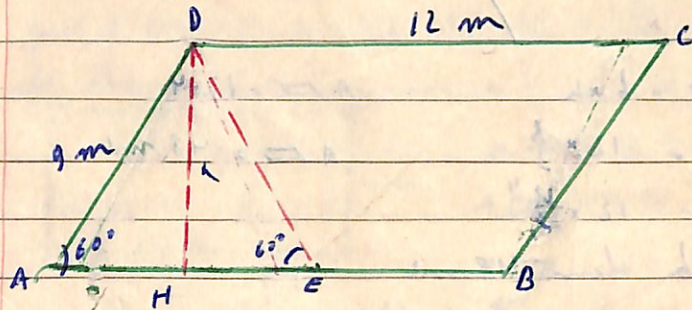
$$A_{\square} = 12 \cdot 3$$

$$A_{\square} = 36 \text{ cm}^2$$

R. A área vale 36 cm<sup>2</sup>.



18 Dois lados consecutivos de um paralelogramo medem 12 m e 9 m. O ângulo compreendido entre esses lados é de  $60^\circ$ . Calcule a área do paralelogramo.



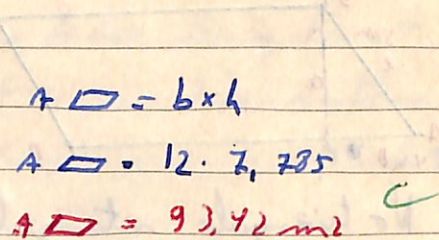
No triângulo equilátero a altura  $h$  (D.H) vale  
 $h = \frac{b\sqrt{3}}{2}$   
 $h = 7,785 \text{ m}$

$$h = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{9 \cdot 1,73}{2}$$

$$h = \frac{15,57}{2}$$

R. A sua área vale  $93,42 \text{ m}^2$



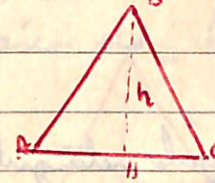
**FIM**

São Paulo, 27 de setembro de 1965

livro de casa

vº 23a27 pg 191

23 Calcule a área de um triângulo retângulo que a base mede 12 m e a altura 80 dm.



$$b = 12 \text{ m ou } 12 \text{ m}$$

$$h = 80 \text{ dm ou } 8 \text{ m}$$

$$A_{\Delta} = \frac{b \times h}{2}$$

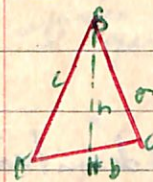
$$A_{\Delta} = 48$$

$$A_{\Delta} = 48 \text{ m}^2 \checkmark$$

$$A_{\Delta} = \frac{8 \cdot 12}{2}$$

R. Sua área tem  $48 \text{ m}^2$

24 A área de um triângulo é de  $400 \text{ m}^2$ . A altura é de 20 m. Calcule a base.



$$400 = \frac{20 \times b}{2}$$

$$-70b = -400 \checkmark$$

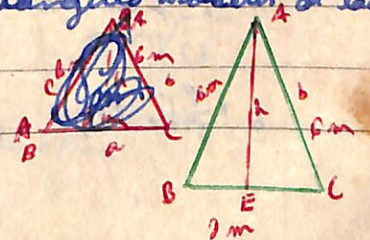
$$b = \frac{400}{10}$$

$$b = 40 \text{ m} \checkmark$$

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

R. Sua altura tem 40 m.

25 Calcule a área de um triângulo isósceles de lados iguais a 6 m, 8 m e 6 m.





$$E C = 2 \cdot EC = 4m$$

$$EA = 4,472m$$

$$AC^2 = EC^2 + EA^2$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$6^2 = 4^2 + EA^2$$

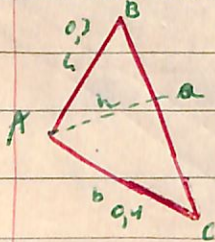
$$-EA = -36 + 16$$

$$A = \frac{4 \cdot 4,472}{2} \quad A_0 = 17,888m^2$$

$$EA = \sqrt{20}$$

R. Sua área tem 17,888m<sup>2</sup>

26. Determine a área de um triângulo retângulo cujos lados catetos medem 0,4m e 0,3m.



$$a = 0,5m$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A \cdot h = c \cdot b$$

$$0,3 \cdot 0,4 = 0,5 \cdot h$$

$$h = \frac{0,12}{0,5} = 0,24$$

$$h = 0,24m$$

$$A_0 = 0,06m^2$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 0,3^2 + 0,4^2$$

R. Sua área tem 0,06m<sup>2</sup>

$$a = \sqrt{0,25}$$

27. Determine as medidas da base e da altura de um triângulo cuja área é 94,4m<sup>2</sup>, sendo a altura igual aos  $\frac{2}{5}$  da base.

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \quad (h = \frac{2b}{5})$$

$$5b \cdot \frac{2b}{5} = 94,4$$

$$b = \frac{94,4}{5} = 18,88$$

$$b = \sqrt{23,6}$$

$$h = 7,63m$$

$$94,4 = \frac{b \cdot \frac{2}{5}b}{2}$$

$$b = 4,85m$$

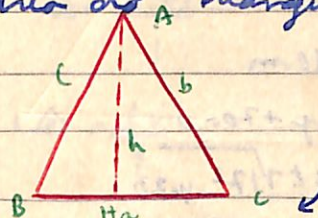
R. A base vale 4,85m e a altura 7,63m.

São Paulo, 28 de setembro de 1965

Luís de cara

29a34 pg 19/2

29. A base e a altura de um triângulo são iguais. Determine o seu valor comum, sabendo que a área do triângulo é de 20,48m<sup>2</sup>.



$$b = h$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$b^2 = 2 \cdot 20,48$$

$$b = \sqrt{40,96}$$

$$b = 6,4m$$

R. Seu valor comum é 6,4m.

$$20,48 = \frac{b \cdot b}{2}$$

$$20,48 = \frac{b^2}{2}$$

30. Calcule os catetos de um triângulo retângulo cuja área é igual a 27m<sup>2</sup>, e a hipotenusa 10m.



$$x^2 + 2304 = 100x^2$$

$$x = \sqrt{\frac{128}{2}}$$

$$x^2 - 100x^2 + 2304 = 0$$

$$x = \frac{100 \pm \sqrt{100^2 - 4 \cdot 2304}}{2}$$

$$x = \sqrt{64}$$

$$x = 8m$$

$$x = \frac{100 - \sqrt{784}}{2}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 100 - 64$$

$$c = \sqrt{36}$$

$$\left(\frac{48}{x}\right)^2 + x^2 = 100$$

$$x = \sqrt{100 + 28}$$

$$\frac{2304}{x^2} + x^2 = 100$$

R. Os catetos medem 6m e 8m



31 A soma dos catetos de um triângulo retângulo é igual a 17m. A área desse triângulo é de 35m<sup>2</sup>. Calcule os catetos.

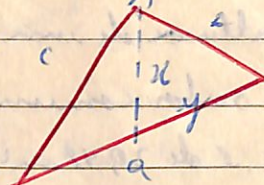
$$x + y = 17m$$

$$\frac{x \cdot y}{2} = 35m$$

$$x \cdot (17 - x) = 70$$

$$x = \frac{17 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$$x = \frac{17 \pm 3}{2}$$



$$-x^2 + 17x = 70$$

$$x^2 - 17x = -70$$

$$x^2 - 17x + 30 = 0$$

$$x = \frac{17 \pm \sqrt{17^2 - 4 \cdot 30}}{2}$$

$$x = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 120}}{2}$$

$$x = \frac{17 \pm \sqrt{169}}{2}$$

$$x = \frac{17 \pm 13}{2}$$

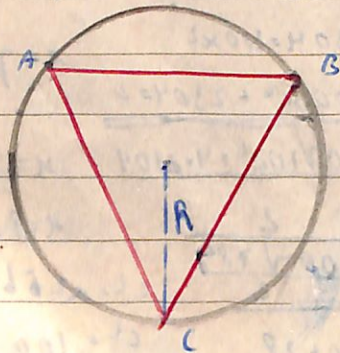
$$x = 10m$$

$$y = 17 - 10 = 7m$$

$$x = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 120}}{2} \quad y = \frac{17 - 3}{2} = 7m$$

R. Os catetos medem 7m e 10m

32. Calcule a área de um triângulo equilátero inscrito num círculo de raio igual a 10cm.



$$a = \frac{3}{4} \cdot 10^2 \cdot 1,73$$

$$a = \frac{3}{4} \cdot 100 \cdot 1,73$$

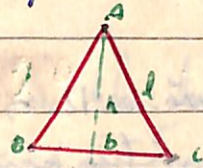
$$a = \frac{3 \cdot 173}{4}$$

$$a = \frac{3}{4} \cdot 173$$

$$a = 129,75cm$$

R. Sua área tem 129,75cm<sup>2</sup>.

33 Calcule a área de um triângulo equilátero cuja altura mede 16cm.



$$173h = 32$$

$$h = \frac{32}{173}$$

$$h = 24,27cm$$

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

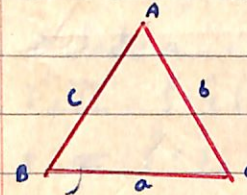
$$A_{\Delta} = \frac{147308}{4} = 24277,173$$

$$\frac{16}{1} = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

$$A_{\Delta} = 254,84284m^2$$

R. Sua área tem 254,84284m<sup>2</sup>.

34 Qual a área do triângulo cujos lados medem 4cm, 6cm e 8cm.



$$a = 4cm$$

$$b = 6cm \therefore p = 9$$

$$c = 8cm$$

$$A_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$A_{\Delta} = \sqrt{9(9-4)(9-6)(9-8)}$$

$$A_{\Delta} = \sqrt{9 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1}$$

$$A_{\Delta} = 11,61cm^2$$

$$A_{\Delta} = \sqrt{135}$$

R. Sua área tem 11,61cm<sup>2</sup>.

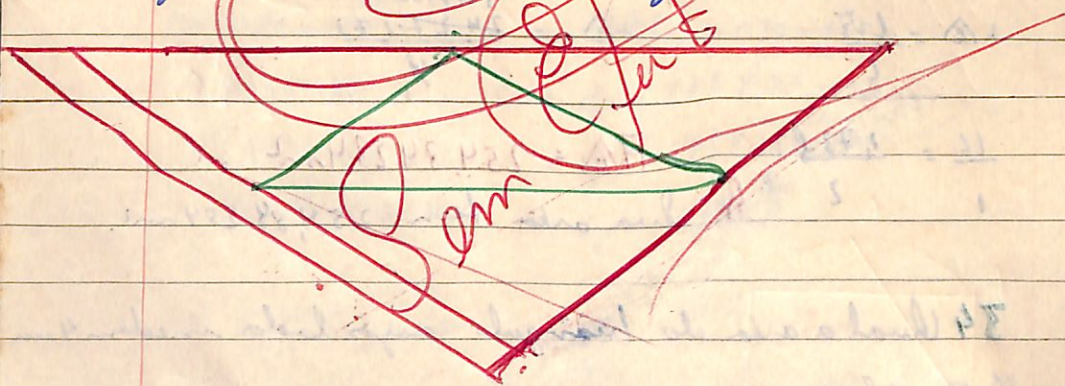


São Paulo, 4 de outubro de 1965

Lição de casa

Nº 35 a 40 pg 192

35. Os lados de um triângulo são:  $a=12\text{ m}$ ;  $b=8\text{ m}$  e  $c=6\text{ m}$ . Traçando, de cada um dos vértices, as paralelas respectivas aos lados opostos, obtém-se um novo triângulo. Calcular a área do triângulo obtido.

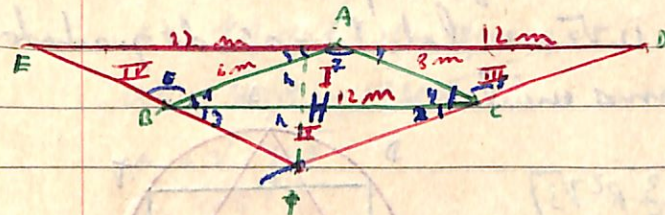


São Paulo, 4 de outubro de 1965

Lição de casa

35 a 40 pg 192

35. Os lados de um triângulo são:  $a=12\text{ m}$ ;  $b=8\text{ m}$  e  $c=6\text{ m}$ . Traçando, de cada um dos vértices, as paralelas respectivas aos lados opostos, obtém-se um novo triângulo. Calcular a área do triângulo obtido.



Os triângulos I, II, III e IV são iguais pois: (I e II)

O lado  $a$  é comum;  $\hat{1}=\hat{2}$ ;  $\hat{3}=\hat{4}$  (correspondentes)

I e IV:  $\hat{5}=\hat{4}$  (correspondentes), lado  $c$  comum;  $\hat{6}=\hat{7}$  (correspondentes)

I e III:  $\hat{8}=\hat{7}$ ;  $\hat{1}=\hat{4}$  (correspondentes) e lado  $b$  comum.

$$h_a = \frac{2}{a} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$H = h + h + h$$

$$H = 3,55 + 3,55$$

$$h_a = \frac{2}{12} \sqrt{13(13-12)(13-8)(13-6)}$$

$$H = 7,1\text{ m}$$

$$h_a = \frac{1}{6} \sqrt{13 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 5}$$

$$a = b \times b$$

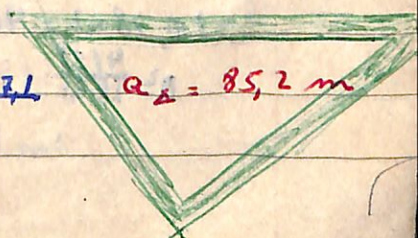
$$h_a = \frac{1}{6} \sqrt{455}$$

$$h_a = \frac{21,33}{6}$$

$$a = b \times \frac{12}{2}$$

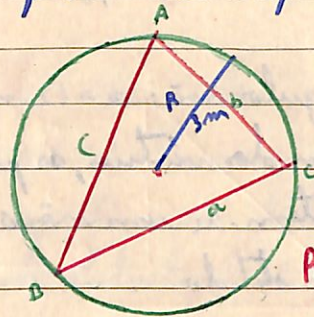
$$h_a = 3,55\text{ m}$$

$$a_{\Delta} = 85,2\text{ m}$$





36. Calcular a área de um triângulo de perímetro igual a 12 m que circunscreve um círculo de 3 m de raio.



$$a = p \cdot R \quad P = 12 \text{ m} \Rightarrow p = 6 \text{ m}$$

$$a = 6 \cdot 3$$

$$a = 18 \text{ m}^2$$

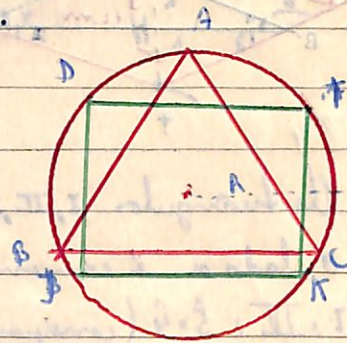
R. Sua área tem 18 m<sup>2</sup>

37. A área de um triângulo equilátero inscrito num círculo é igual a  $12\sqrt{3} \text{ m}^2$ . Calcular a área do quadrado inscrito no mesmo círculo.

$$A = p \cdot r$$

$$a = \frac{3 \cdot r \cdot R}{4} \quad (A = \frac{3}{4} R^2 \sqrt{3})$$

$$a = \frac{3 \cdot r \cdot \sqrt{3}}{4}$$



$$12\sqrt{3} = \frac{3 \cdot r \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$R = \sqrt{16}$$

$$12\sqrt{3} = \frac{3 \cdot r \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$R = 4 \text{ m} \quad a = 4^2$$

$$l = 1\sqrt{2} \Rightarrow l = 2\sqrt{2} = 2.828 \quad A_{\square} = 16 \text{ m}^2$$

$$20,76 = \frac{5,19 \cdot r}{4}$$

$$l = 2,2 \quad A_{\square} = 31,2096 \text{ m}^2$$

$$41,52 = 5,19 \cdot r$$

$$l = 4$$

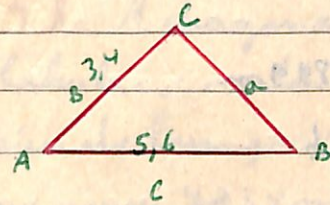
$$-10,78 \text{ m}^2 = 41,52$$

$$A_{\square} = 16$$

$$R = \frac{41,52}{5,19}$$

R. Sua área de 16 m<sup>2</sup>

38. Determinar a área de um triângulo, sabendo que dois de seus lados medem 3,4 m e 5,6 m, e que o ângulo por eles compreendido mede 60°



$$\hat{A} = 60^\circ - \textcircled{A}$$

$$A_{\Delta} = \frac{b \cdot c \cdot \sin 60}{2}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = 3,4^2 + 5,6^2 - 2 \cdot 3,4 \cdot 5,6 \cdot \cos 60$$

$$a^2 = 8,756 + 31,36 - 38,88 = 0,5$$

$$a^2 = 42,92 - 18,44$$

$$a = \sqrt{24,48}$$

$$a = 4,93 \text{ m}$$

$$A_{\Delta} = \frac{3,4 \cdot 5,6}{2} \cdot 0,866$$

$$A_{\Delta} = 8,23$$

$$a = \frac{b \cdot c}{2}$$

$$h_a = \frac{2}{a} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$h_a = \frac{2}{4,93} \sqrt{6,9(6,9-4,9)(6,9-5,6)(6,9-3,4)}$$

$$h_a = \frac{2}{4,93} \sqrt{1,9 \cdot 2 \cdot 1,3 \cdot 3,5}$$

$$h_a = \frac{2}{4,93} \sqrt{6,2,79}$$

$$h_a = \frac{2,92}{4,93}$$

$$a = \frac{5,6 \cdot 2,9}{2} \Rightarrow a = \frac{16,24}{2}$$

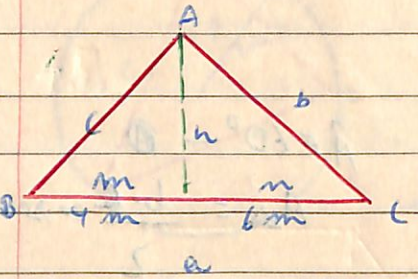
$$h_a = 2,9 \text{ m}$$

$$a = 8,12 \text{ m}^2$$

R. Tem 8,12 m<sup>2</sup>



39. Num triângulo retângulo, as projeções dos catetos sobre a hipotenusa medem 4m e 6m, respectivamente. Calcular a área do triângulo.



$$h = 4,899 \text{ m}$$

$$a = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$a = \frac{10 \cdot 4,899}{2}$$

$$h^2 = mn$$

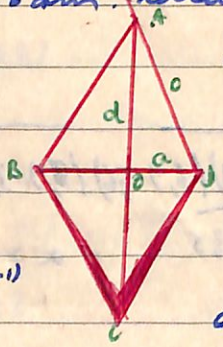
$$h^2 = 4 \cdot 6$$

$$h^2 = 24$$

$$h = \sqrt{24}$$

Resposta: sua área tem 24,495 m<sup>2</sup>

40. Num losângulo de lado igual a 10dm, a diagonal maior mede 16dm. Calcular a área



No Δ retângulo  
a e d têm  
 $a^2 = a^2 + d_1^2$   
 $10^2 = 8^2 + d_1^2$   
 $-d_1^2 = -100 + 64$   
 $d_1 = \sqrt{36}$

$$a = b \cdot d_1$$

$$d_1 = 2 \cdot d_2$$

$$d_1 = 2 \cdot 6$$

$$d_1 = 12 \text{ dm}$$

$$a = \frac{b \cdot h}{2} \therefore a = \frac{16 \cdot 16}{2}$$

$$a = 96 \text{ dm}^2$$

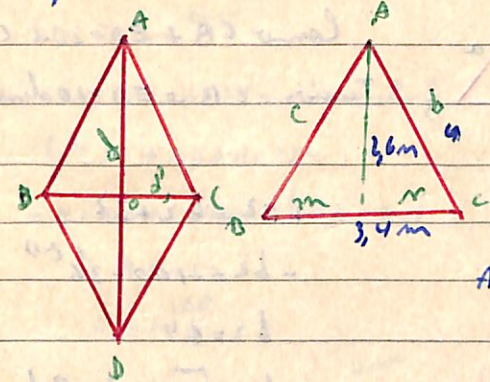
Resposta: sua diagonal maior tem 96 dm<sup>2</sup>

São Paulo, 5 de outubro de 1965

Lição de casa

Nº 43 a 47 pg 192.

43. A diagonal maior de um losângulo mede 4m. Calcular o valor da outra diagonal, sabendo que a área do losângulo é equivalente à área de um triângulo que possui 4,34m de base e 2,6m de altura.

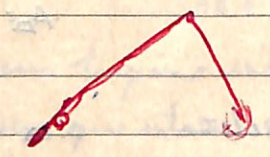


$$a_{\Delta} = 4,42 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{los}} = \frac{d \cdot d_1}{2}$$

$$a = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$a_{\Delta} = \frac{4,34 \cdot 2,6}{2}$$



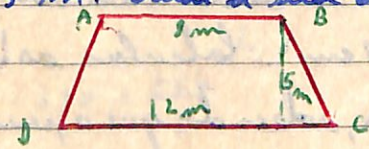
$$-2d_1 = 4,42$$

$$d_1 = \frac{4,42}{2}$$

$$d_1 = 2,21 \text{ m}$$

Resposta: A outra diagonal mede 2,21 m.

44. Na base de um trapézio medem 12 e 8 m e a altura 5 m. Qual a sua área.



$$a_{\Delta} = \frac{(b+b') \cdot h}{2}$$

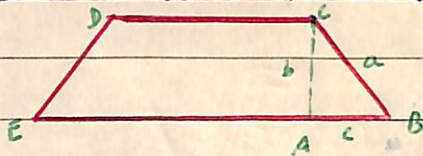
$$A_{\Delta} = \frac{(8+12) \cdot 5}{2}$$



$$A \square = \frac{20 \cdot 5}{2} \quad A \square = 50 \text{ m}^2 \checkmark$$

R. Sua área tem 50 m<sup>2</sup>

45. Determinar a área de um trapézio isósceles, sabendo que as bases medem 44 dm e 56 dm, e que os lados não paralelos tenham 20 dm.



$$\text{Como } CB + ED = 20 \text{ e } CB = ED$$

$$\text{Temos } CB = ED = 10 \text{ dm}$$

$$AB = EB - DC$$

$$AB = \frac{56 - 44}{2}$$

$$AB = \frac{12}{2}$$

$$AB = 6 \text{ dm}$$

$$\text{No } \Delta \text{ retângulo } ABC \text{ temos: } a^2 = (56 + 64) \cdot 2^2$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$A \square = 400 \text{ dm}^2 \checkmark \quad a \square = 100 \times 4$$

R. Sua área tem 400 dm<sup>2</sup>

46. Num trapézio isósceles, a soma das medidas das bases é 14 cm e a área igual a 28 cm<sup>2</sup>. Calcular as bases, a altura, os lados não paralelos, sabendo que o perímetro

do trapézio de 24 cm.

$$A \square = \frac{(b + b') \cdot h}{2}$$

$$28 = \frac{14 \cdot h}{2}$$

$$-7h = 28 \quad ( \cdot (-1) )$$

$$h = \frac{28}{7}$$

$$h = 4 \text{ cm} \checkmark$$

$$AB + BC + CD + AD = 24 \text{ cm (perímetro)}$$

$$\hookrightarrow 14 + AD + BC = 24$$

$$AD + AD = 24 - 14 \quad (AD = BC)$$

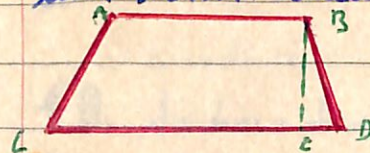
$$2 \cdot AD = 10$$

$$AD = \frac{10}{2}$$

$$AD = BC = 5 \text{ cm} \checkmark \quad \text{e } B = 4 \text{ cm}$$

$$AB + DC = 14 \text{ temos } DC = 10 \text{ cm}$$

47. A área de um trapézio isósceles é igual a 330 m<sup>2</sup> e as medidas das bases, que estão na razão 6:5, somadas resultam 55 m. Calcular a altura e as bases.



$$A \square = \frac{(b + b') \cdot h}{2}$$

$$330 = \frac{55h}{2}$$

$$55h = 660$$

$$h = \frac{660}{55}$$

$$h = 12 \text{ m} \checkmark$$

$$\begin{cases} b + b' = 55 \\ \frac{b}{b'} = \frac{6}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 55 - b' \\ 6b' = 5b \end{cases}$$



$$6b' = 5(55 - b')$$

$$b' = 25 \text{ m}$$

$$6b' = 275 - 5b'$$

$$6b' + 5b' = 275$$

$$b = 55 - b'$$

$$11b' = 275$$

$$b = 55 - 25$$

$$b' = \frac{275}{11}$$

$$b' = 25$$

$$b = 30 \text{ m}$$

R A altura tem 12 m, e as bases 25 m e 30 m

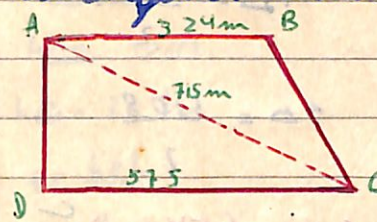
**Fim**

São Paulo, 6 de outubro de 1965

líquido de cara

48a Slpp 192

48. Calcular a área de um trapézio retângulo cujas bases medem 324 m e 572 m, respectivamente, e a diagonal maior 715 m



$$h = DA = 429 \text{ m}$$

$$A_{\Delta} = \frac{(b + b')h}{2}$$

No triângulo retângulo

ADC temos:

$$AC^2 = DA^2 + DC^2$$

$$715^2 = DA^2 + 572^2$$

$$DA^2 = 715^2 - 572^2 = 327184$$

$$DA^2 = 184041$$

$$DA = \sqrt{184041}$$

R.

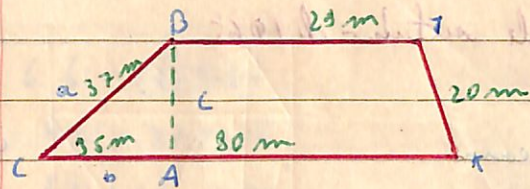
$$A_{\Delta} = \frac{(324 + 572) \cdot 429}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{448 \cdot 429}{2}$$

$$A_{\Delta} = 96192 \text{ m}^2$$

49. As bases de um trapézio valem 80 m e 29 m e os lados 37 m e 20 m, respectivamente. Calcular a área, sabendo que a projeção do maior lado sobre a maior base é igual a 35 m.





$$A_D = \frac{(b+B) \times h}{2}$$

Na triângulo retângulo

$$A_D = \frac{(29+80) \times 12}{2}$$

ABC temos

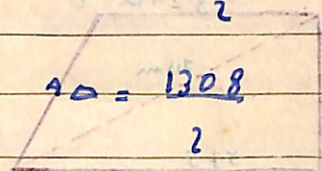
$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$A_D = 10950$$

$$37^2 = 35^2 + c^2$$

$$A_D = 1308$$

$$-c^2 = -1369 + 1225^{(-)}$$



$$c^2 = 144$$

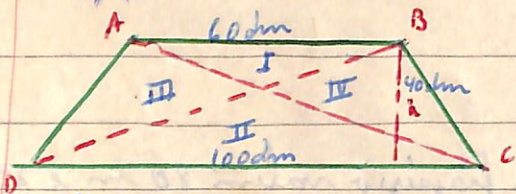
$$A_D = 654 \text{ cm}^2$$

$$c = \sqrt{144}$$

$$c = 12 \text{ m}$$

R. As sua área tem 654 cm<sup>2</sup>.

50. Um trapézio isósceles tem por bases 100dm e 60dm e por altura 40dm. Calcule a área dos quatro triângulos formados pelo ponto de encontro das diagonais.



$$3(40 - h_I) = 5 h_I$$

$$120 - 3h_I = 5h_I$$

$$-3h_I - 5h_I = -120^{(-)}$$

$$8h_I = 120$$

$$h_I = \frac{120}{8}$$

$$h_I = 15 \text{ dm}$$

$$\frac{A_I}{A_{II}} = \frac{5}{3} \left( \frac{100}{60} \right)$$

$$h_I + h_{II} = 40 \text{ dm}$$

$$3h_{II} = 5h_I$$

$$h_{II} = 40 - h_I$$

$$A_{\Delta} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{100 \times 15}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{15 \times 60}{2}$$

$$A_{\Delta} = 1250 \text{ dm}^2$$

$$A_{\Delta IV} = A_{\Delta III}$$

$$A_{\Delta} = 450 \text{ dm}^2$$

$$A_{\Delta IV} = \frac{A_{\Delta ABCD} - (A_{\Delta I} + A_{\Delta II})}{2}$$

$$h_{II} = 40 - h_I$$

$$h_{II} = 40 - 15$$

$$h_{II} = 25 \text{ dm}$$

$$A_{\Delta IV} = \frac{3200 - 1700}{2}$$

$$A_{\Delta III} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{\Delta III} = \frac{1500}{2}$$

$$A_{\Delta} = A_{\Delta III} = 750 \text{ dm}^2$$

R. Os triângulos tem de área 450 dm<sup>2</sup>, 1250 dm<sup>2</sup>, 750 dm<sup>2</sup>, 750 dm<sup>2</sup>.

51. As diagonais de um quadrilátero convexo, que medem 10 cm e 15 cm, interceptam-se em ângulo reto. Calcule a área desse quadrilátero.

O polígono mais é

Nos quadrado (diagonais diferentes) retângulo ( " " )

trapézio ( certam-se am ângulos retos.

Sei pode ser losango



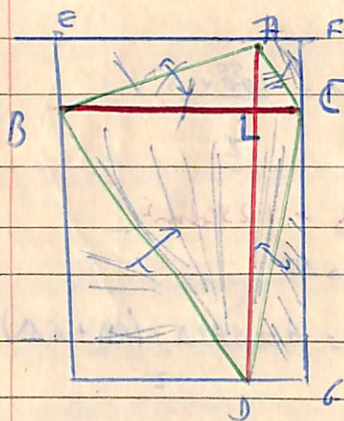
$$A_{\Delta} = \frac{d \times d'}{2}$$

$$A_{\Delta} = 75 \text{ cm}^2$$

$$A_{\Delta} = \frac{10 \times 15}{2}$$

R. Tem 75 cm<sup>2</sup>





$$A_{\square} = b \times h = FG \times HG$$

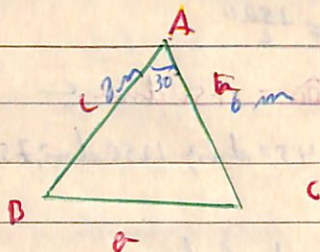
$$A_{\square} = AD \times BC$$

$$A_{\text{quadrado}} = \frac{AD \times BC}{2}$$

$$A_{\text{quadrado}} = \frac{15 \times 10}{2}$$

$$A = 75 \text{ cm}^2$$

Neste caso  $\frac{d \times d'}{2}$  x seno Ang.



$$A_{\Delta} = \frac{b \times c \times \sin A}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{8 \times 6}{2} \times 0,5$$

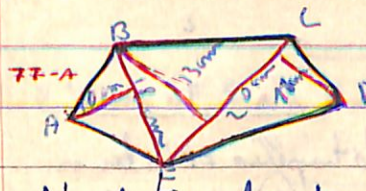
N: 53

São Paulo, 11 de outubro de 1965

Leopoldo cara

N: 53, pag. 193

53. Calcular a área dos polígonos constantes das figs 77A e 77B, onde as medidas dos segmentos são expressas em



No triângulo retângulo ABE, temos

$$A_{\Delta} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{18 \times 10}{2}$$

$$A_{\Delta} = 90 \text{ cm}^2$$

No triângulo retângulo BEC temos

$$A_{\Delta} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{20 \times 13}{2}$$

$$A_{\Delta} = 130 \text{ cm}^2$$

No triângulo retângulo CED temos

$$A_{\Delta} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{20 \times 11}{2}$$

$$A_{\Delta} = 110 \text{ cm}^2$$

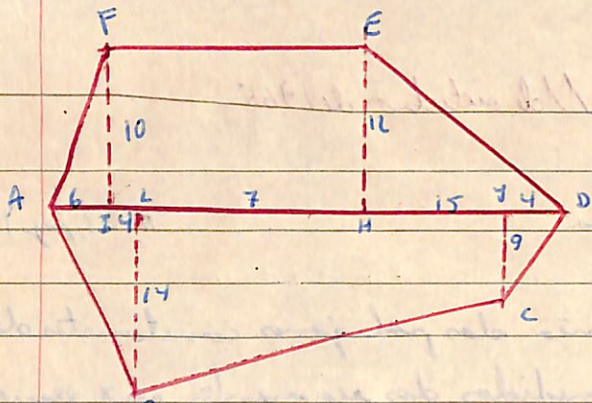
$$A_{\text{pol. ABCDE}} = A_{\Delta} ABE + A_{\Delta} BEC + A_{\Delta} CED$$

$$A_{\text{pol. ABCDE}} = 90 \text{ cm}^2 + 130 \text{ cm}^2 + 110 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{pol. ABCDE}} = 330 \text{ cm}^2$$

R. Sua área tem 330 cm<sup>2</sup>





No  $\Delta$  retângulo AFI temos:  
 $A = \frac{b \times h}{2} \text{ cm}^2$

No triângulo retângulo EHD temos:  
 $A = \frac{10 \times 6}{2} = 30 \text{ cm}^2$

$A_{\Delta} = \frac{19 \times 12}{2}$

No trapézio FEIH temos:  
 $A_{\Delta} = \frac{(b+b') \times h}{2} = \frac{(10+12) \times 7}{2}$

$A_{\Delta} = 117 \text{ cm}^2$

No  $\Delta$  retângulo JCD temos:  
 $A_{\Delta} = \frac{9 \times 4}{2} = 18 \text{ cm}^2$

No trapézio BCJL temos:  
 $A_{\Delta} = \frac{(b+b') \times h}{2} = \frac{(9+11) \times 4}{2}$

$A_{\Delta} = 18 \text{ cm}^2$

No  $\Delta$  retângulo ABC temos:  
 $A_{\Delta} = \frac{14 \times 11}{2} = 77 \text{ cm}^2$

$A_{\Delta} = \frac{b \times h}{2} \text{ cm}^2$

A pol AFEDCB =  $A_{\Delta} EHD + A_{\Delta} JCD + A_{\Delta} ABC + A_{\Delta} FEIH + A_{\Delta} BCJL$

$A_{\Delta} = \frac{10 \times 12}{2} = 60$

$A_{\Delta} = \frac{(b+b') \times h}{2} = \frac{(9+11) \times 4}{2} = 40$

A pol =  $60 + 18 + 77 + 30 + 40 + 253$

$A_{\Delta} = 70 \text{ cm}^2$

A pol AFEDCB =  $606 \text{ cm}^2$

$A_{\Delta} = 70 \text{ cm}^2$   
 A pol AFEDCB =  $606 \text{ cm}^2$   
 A pol AFEDCB =  $606 \text{ cm}^2$

São Paulo, 10 de novembro de 1965

Simplificas

$$\frac{5x^2 - 34x - 7}{x^2 + 3x - 70}$$

$$x' = \frac{34 \pm \sqrt{34^2 - 4(-7)5}}{2 \cdot 5}$$

$$x' = \frac{34 \pm \sqrt{1156 + 140}}{10}$$

$$x' = \frac{34 \pm \sqrt{296}}{10}$$

$$x' = \frac{34 \pm 36}{10} = \frac{70}{10}$$

$$x' = 7$$

$$x'' = \frac{34 - 36}{10}$$

$$x'' = \frac{-2}{10}$$

$$x'' = 0,2 \text{ ou } -\frac{1}{5}$$

$$R = \frac{5(-7)(x)}{1(x-7)(x+10)} \cdot \frac{5(x+1)}{(x-7)(x+70)}$$

$$\frac{5(x+1)}{(x+10)}$$

$$x''' = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4(-70) \cdot 1}}{2 \cdot 1}$$

$$x''' = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 280}}{2}$$

$$x''' = \frac{-3 \pm \sqrt{289}}{2}$$

$$x''' = \frac{-3 \pm 17}{2}$$

$$x''' = \frac{+17 - 3}{2} = \frac{14}{2}$$

$$x''' = 7$$

$$x''' = \frac{-17 - 3}{2} = \frac{-20}{2}$$

$$x''' = -10$$



$$\frac{5 \left( \frac{5x+1}{9} \right)}{10+x} \quad \frac{5x+1}{x+10}$$

São Paulo, 16 de novembro de 1965

Simplificas

$$\frac{x^2 + 11x + 24}{-x^2 + 8x - 7}$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 24}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{121 - 96}}{2}$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$x = \frac{-11 \pm 5}{2}$$

$$x' = \frac{-11+5}{2} = \frac{-6}{2}$$

$$x' = -3$$

$$x'' = \frac{-11-5}{2} = \frac{-16}{2}$$

$$x'' = -8$$

$$-x^2 + 8x - 7$$

$$x^2 - 8x + 7$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 28}}{2}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{8 \pm 6}{2}$$

$$x''' = \frac{8+6}{2} = \frac{14}{2} \therefore x''' = 7$$

$$x'''' = \frac{8-6}{2} = \frac{2}{2} \therefore x'''' = 1$$

$x''' = 7$	$x'''' = 1$	$x''' = 7$	$x'''' = 1$



$$y = x^2 - 10x + 25$$

$x$	$y$	$p$
1	-24	

$$y = -x^2 - 10x - 25$$

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{10}{2 \cdot (-1)}$$

$$y = \frac{b^2 \pm 4ac}{4(-1)}$$

$$x = 5$$

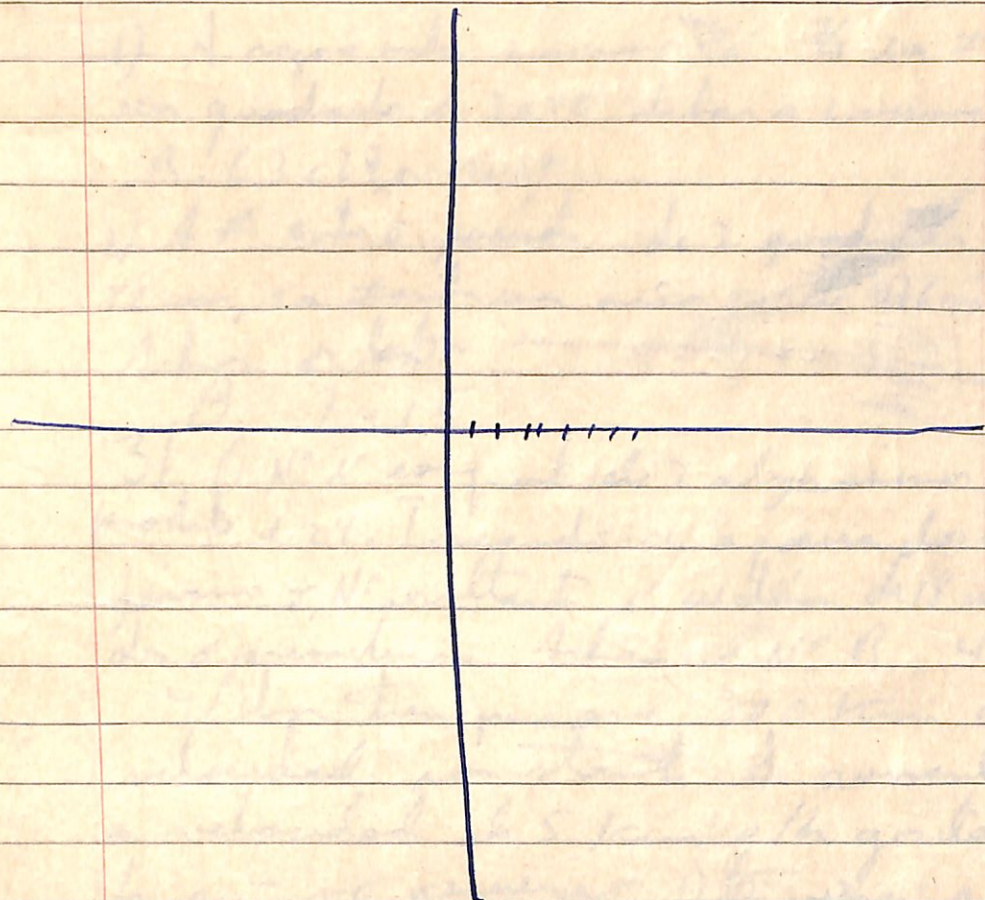
$$y = \frac{100 \pm 4 \cdot (-1) \cdot (-25)}{-4}$$

$$y = \frac{100 \pm 100}{-4} = \frac{0}{-4}$$

$$y = \frac{-0}{-4}$$

$$y = 0$$

$x$	$y$	$p$
0	-25	0,25
-1	-16	-1,76
-2	-9	-2,29
-3	-4	-3,24
-4	-1	-4,21
-5	0	-5,25
-6	1	-6,24
-7	4	-7,21
-8	9	-8,24





1) A razão entre 2 números é  $\frac{7}{3}$  e a  $\neq$  entre  
seus quadrados é 3240. Achar o 2 números.  
R. 63 e 27 ou -63 e -27

2) A  $\neq$  entre o perímetro de 2 quadrados é de  $32\text{m}$ ,  
e a  $\neq$  entre suas áreas é de  $176\text{m}^2$ .  
Achar o lado =

R. 7 e 15

3) O N° e o conjunto de 2 algarismos cujo  
produto é 24. Trocando-se a posição dos al-  
garismos o N° resultante é a média de 18 unida-  
des o primeiro. Achar o N° R. 46

4) Uma tren que corre 300 km com  
velocidade constante. Se aumentarmos  
a velocidade de 5 km/h gastamos 2  
h a menos no percurso. Determinar a veloci-  
dade R.  $\rightarrow$  25 km/h



$$24 \quad P = 24$$

Según el problema algunas de unidades  
de 0 no sea:  $10x + y$

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ 10x + y = 10y + x + 13 \end{cases}$$

$$10x - x = 10y - y + 13 \\ x = \frac{9y + 13}{9}$$

$$x = \frac{9y + 13}{9}$$

$$y \cdot x = \frac{9y + 13}{9}$$

$$x = y + 2$$

$$(y + 2) + y = 24$$

$$y^2 + 2y = 24$$

$$y^2 + 2y - 24 = 0$$

$$\Delta = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$P = 24 \quad (+4)$$

$$x = y + 2$$

$$x = 4 + 2$$

$$x = 6$$

$$N = 46$$

40 300 km constant 5 km <sup>alimento</sup> 2h a menor  
veloc!

Según el problema

El tiempo que lleva por recorrer 300 km  
 $\frac{300}{x}$

con la velocidad <sup>alimento</sup>  $\frac{300}{x+5}$  horas

$$\frac{300}{x} - \frac{300}{x+5} = 2h = 2h$$

~~300~~

$$300x + 1500 - 300x = 2x^2 + 10x$$

$$-2x^2 - 10x + 1500 = 0$$

$$x^2 + 5x + 750 = 0$$

$$\Delta = 5 \pm \sqrt{30}$$

$$P = 750 \quad \left. \begin{array}{l} -30 \\ +25 \end{array} \right\} x = 25$$

$$V = 25 \text{ km}$$

2) -32 m es el dif de área  $x'$  de 176 m  
sobre el lado

Según  $x + y$  el lado mayor es  $y$  de menor

El perímetro de la mancha:  $4x$

$4x \dots$  menor =  $4y$

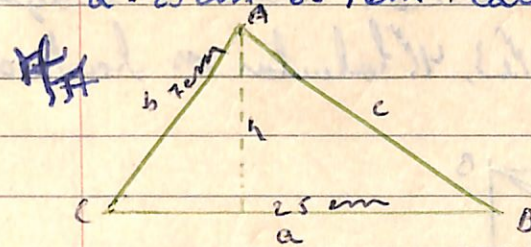
Área de la mancha =  $x^2$

" " menor =  $y^2$



São Paulo, 23 de novembro de 1965.

1) Num triângulo retângulo ABC sendo dados  $a = 25 \text{ cm}$ ;  $b = 7 \text{ cm}$ . Calcular  $c$ ,  $h$ ,  $m$  e  $n$



$$a^2 = b^2 + c^2 \quad bc = ah \quad m = \frac{b^2}{a}$$
$$c^2 = 625 - 49 \quad h = \frac{bc}{a} \quad m = \frac{7^2}{25}$$

$$c^2 = 576 \quad h = \frac{7 \cdot 24}{25} \quad m = \frac{49}{25}$$

$$c = \sqrt{576} \quad h = \frac{168}{25} \quad m = 1,96 \text{ cm}$$

$$c = 24 \text{ cm}$$

$$h = 6,72 \text{ cm}$$

$$n = a - m$$

$$n = 25 - 1,95$$

$$n = 23,04 \text{ cm}$$

R. O lado  $c$  vale  $24 \text{ cm}$ , a altura  $6,72 \text{ cm}$  os segmentos de  $a$  valem  $23,04 \text{ cm}$  e  $1,96 \text{ cm}$

$$\begin{cases} 4x - 4y = 32 \text{ m} \\ x^2 - y^2 = 176 \text{ m}^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 8 \Rightarrow x = 8 + y \\ x^2 - y^2 = 176 \end{cases}$$

$$(8 + y)^2 - y^2 = 176$$

$$64 + 16y + y^2 - y^2 = 176$$

$$16y = -64 + 176$$

$$y = \frac{112}{16}$$

$y$

$$4) 5x^4 - 7x^2 + 2 = 0$$

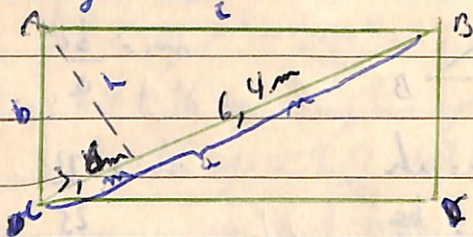
$$2) \sqrt{15 - 4\sqrt{14}} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$7) x + \sqrt{x} = 20 \quad R = 16$$

$$4) \sqrt{3x+4} - \sqrt{3x-3} = 1 \quad R = 4/5$$



2) Num retângulo ABCD trace-se a diagonal BD e trace-se sobre ela a perpendicular traçada do vértice A. A perpendicular divide a diagonal em segmentos de 6,4 m e 3,4 m. Calcule os lados do retângulo.



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 10 \cdot 3,4$$

$$c^2 = 34$$

$$c = \sqrt{34}$$

$$c = 8 \text{ m}$$

$$b^2 = a^2$$

$$b^2 = 10 \cdot 3,6$$

$$b^2 = 36$$

$$b = \sqrt{36}$$

$$b = 6 \text{ m}$$

R. Os lados tem 6 m e 8 m



