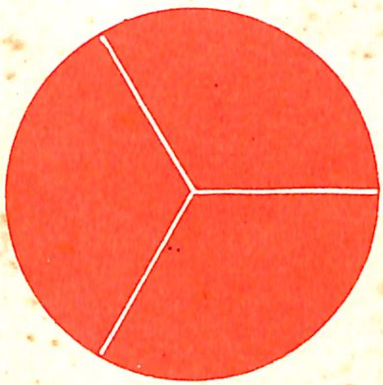
rizza araújo pôrto



frações na escola elementar

Rizza Araújo Pôrto

FRAÇÕES NA ESCOLA ELEMENTAR

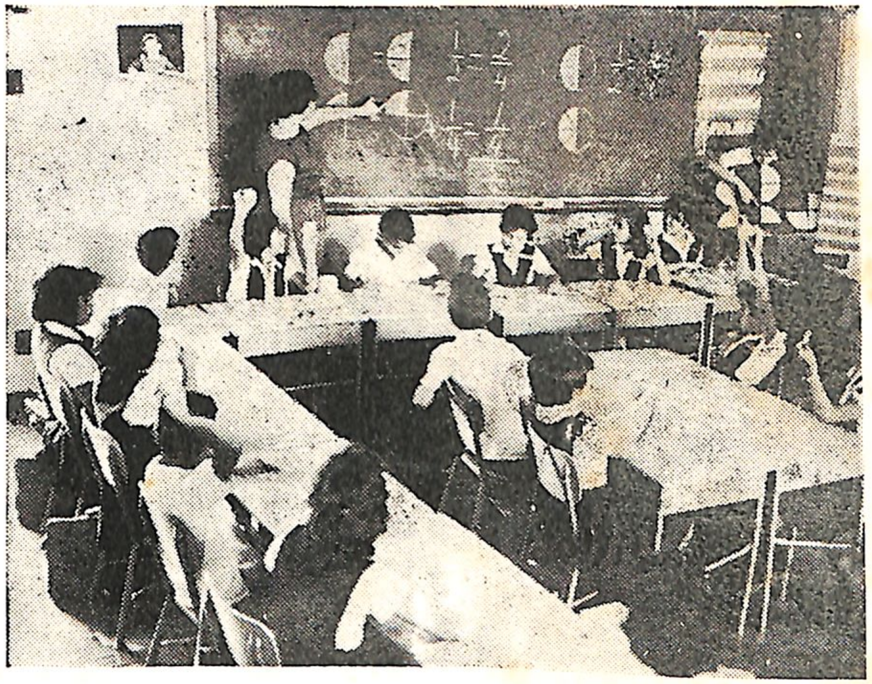
4a. edição

Editôra do Professor
Belo Horizonte - M.G.

Capa: MAX
Desenhos: LUIZ FABIANO DE MIRANDA
Fotos: JOSÉ CARRERA REZZA

1967

EDITÔRA DO PROFESSOR LTDA.
RUA TUPIS, 85 — LOJA, 7 — CAIXA POSTAL, 1843
BELO HORIZONTE — M.G. — BRASIL



ÍNDICE

PREFÁCIO

Como ensinar a aritmética na escola primária é uma questão que vem sendo debatida cuidadosamente por professôres e estudiosos. Disto resulta muito criticismo e muitas sugestões que contribuem para o aperfeiçoamento dos processos de ensino. Caracteriza algumas das melhores sugestões a importância que se vem dando à teoria da aprendizagem eficiente, que realça a iniciativa pessoal daquele que aprende. Encarece-se, assim, a necessidade de se conhecer como a criança pensa para que se possa acompanhá-la, impulsioná-la, guiando-a no trabalho sistematizado de localizar-se no problema, buscar e descobrir a solução, selecionar o melhor processo, elaborar generalizações, fórmulas ou definições, criticar a resposta encontrada etc. Acreditamos, portanto, que a criança aprendeu, quando o número, a relação, o conceito, o princípio são matemàticamente significativos para ela.

A aprendizagem é uma conquista pessoal alcançada por meio da atividade daquele que aprende. É um processo de crescimento que envolve experiência passada, nível mental, prontidão para um nôvo trabalho. A aritmética será ensinada de forma a contribuir para êste processo harmonioso e a favorecer a natural ansiedade que a criança possui de buscar os "porquês" e os "comos".

Apoiamo-nos nestes princípios básicos, quando escrevemos nosso trabalho sôbre o ensino de frações, uma das áreas que nos parece mais prejudicada pelo ensino tradicional do "faça como estou dizendo".

Procuramos mostrar como podemos, por meio de questões, levantar o pensamento do aluno, como auxiliá-lo oferecendo riqueza de experiências, que o habilite a proceder de um nível mais concreto e símbolos fracionários, inteligentemente, num mais alto padrão de maturidade.

Êste livro é resultado de nossos estudos e observações colhidas na orientação a professôras das classes experimentais no Grupo Escolar de Demonstração do Instituto de Educação. A estas professôras que, com eficiência, experimentaram nossas idéias, conosco discutiram e muito nos estimularam, nossos agradecimentos.

Agradecemos-lhes ainda porque nos possibilitaram ver, nas salas de aula, crianças felizes e seguras, atentamente envolvidas no trabalho, denunciando na fisionomia, efervescência do pensamento na busca da solução.

Deixamos também nossos agradecimentos aos membros do Departamento de Aritmética da Divisão de Aperfeiçoamento do Professorado (ex-Pabaee) que conosco reviram todo o trabalho, enriquecendo-o com sugestões.

A AUTORA

PARTE I

Capítulo 1

ASPECTOS FUNDAMENTAIS DO ENSINO DE FRAÇÕES

Ensinar é um ato tão antigo quanto a aspiração de progresso da humanidade e tão persistente quanto o sonho dos educadores por um mundo melhor para as crianças.

O ensino da escola elementar moderna é, talvez, a mais singular expressão do reconhecimento da importância da criança como o centro de todo o processo educacional. Pensando nela, convergindo para ela nossa atenção, faremos algumas considerações sôbre os aspectos fundamentais que informam tôdas as nossas sugestões sôbre o ensino de frações.

Consideraremos, assim, alguns pontos básicos na orientação da aprendizagem, como a experimentamos:

A — O conteúdo do que se ensina deve ser justificado por seu objetivo social ou matemático e baseado em princípios filosòficamente aceitos;

B — Uma seqüência das experiências de aprendizagem deve ser providenciada, para garantir a continuidade do processo de aprendizagem ao longo do curso primário, de maneira que possibilite a percepção de generalizações e relações matemáticas;

C — O melhor processo de ensino é aquêle que ajuda a criança a descobrir o significado de fatos, princípios e relações;

D — O material concreto é importante no ensino que leva em consideração o desenvolvimento gradual da criança na elaboração de um conceito.

A — SELEÇÃO DO CONTEÚDO.

Que conceitos de frações podemos e devemos fazer integrar num programa de ensino primário? Poderão as nossas crianças de 7 a 12 anos vencer, com compreensão, tôda a aprendizagem relativa às 4 operações fundamentais com frações?

Numerosas tentativas, em diferentes direções, têm sido feitas para selecionar o conteúdo a ser ensinado, de maneira que:

a) atenda às necessidades e interêsses da criança, tanto quanto possam êles ser determinados;
b) contribua para o desenvolvimento funcional de habilidades e conhecimentos úteis à criança em sua vida presente e em perspectiva de seu crescimento em direção à vida adulta;
c) respeite e interprete a cultura em que vive o aluno.

Procurando atender aos critérios acima citados, focalizamos um conteúdo de conhecimentos de frações possíveis de ser adquiridos pelas nossas crianças, não desprezando, também, o que nossa era cultural delas pede.

O uso social da fração.

Uma das bases adotadas para a escolha de experiências numéricas que devem integrar um programa de ensino primário, é, então, a do uso social da experiência. Por tal critério, procuramos saber se uma determinada experiência numérica integra-se à vida da criança, se lhe é necessária em suas atividades diárias.

Há alguns anos passados (... e ainda hoje em muitas escolas) às crianças pedia-se um trabalho exaustivo com frações de denominadores que excediam a 100, o que as obrigava a longas operações, que redundavam sempre em fontes de êrro. Quando consideramos êstes pontos, uma questão se levanta:

haverá valores tais no trabalho com as frações de denominadores elevados para justificar o tempo e o esfôrço da criança, conduzindo-a, como acontece numa larga porcentagem de casos, à confusão, desencorajamento, fracasso e desgôsto pela aritmética?

Em 1937, um minucioso estudo neste sentido já apontava uma resposta à pergunta. Examinando um relatório feito por Dalrymple (Wilson, Guy M. e Dalrymple, Charles O., «Useful Fractions», Journal of Educational Research, 30:341 — 347, January, 1937) encontramos as razões que têm influenciado a mudança do que deve ser ensinado na escola elementar, no tocante às frações. Dentre as razões podemos considerar como as mais importantes:

a) as complexidades da vida moderna fazem tantas e tão variadas solicitações de diferentes conhecimentos à escola elementar, que o tempo gasto em coisas inúteis, não pode ser justificado;

b) a aceitação do princípio de que a experiência dá sentido e permanência à coisa aprendida, leva-nos a uma melhor seleção do conhecimento a ser adquirido pela criança;

c) a evidência crescente de que a doutrina da disciplina mental é uma doutrina falsa e que, em qualquer caso, uma melhor atitude e integração acontecem, quando a criança vê valor naquilo que faz, são motivos pelos quais afortunadamente, as operações com frações de pouca ou nenhuma utilidade têm sido eliminadas do programa.

Que frações serão usadas nas aplicações sociais do número?

Muitos estudos têm sido feitos com a finalidade de determinar tais frações.

Já em 1933, Breslich (Ernest R. — The Administration of Mathematics in Secondary Schools Chicago — University of Chicago Press, 1933) fêz um sumário de muitas destas investigações. Um dêsses estudos mostra que 99% das frações usadas na vida tinham denominadores 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 e 16. Em todos os relatórios apresentados, aproximadamente 90% das frações usadas tinham denominadores menores que

10. É interessante notar que tais pesquisas mostram as frações como partes das unidades de medida, que são, realmente, as frações mais comuns na vida diária. Considerando que as pesquisas citadas foram levadas a efeito nos EE.UU., onde o sistema de medidas não é decimal, bem melhor compreenderemos a razão do uso comum de tais frações. Entre nós, entretanto, o uso da fração ordinária ainda é mais restrito, porquanto, sendo nosso sistema de medidas o decimal, comumente usamos a fração decimal.

Se ensinamos frações para responder à necessidade da criança (e ao uso comum do adulto), isto significará o desenvolvimento de um programa bem simples.

Mesmo aquêles que ainda ensinam a aritmética com o propósito de fazer disciplina mental, serão melhor servidos com um programa cujo conteúdo esteja mais relacionado com as possibilidades da criança.

Com estas considerações, não queremos dizer que o ensino da fração ordinária seja abolido da escola elementar, mas que merece algumas modificações, porquanto tem consumido uma parte considerável do tempo escolar designado para a aritmética, com resultado nem sempre satisfatório. Queremos, isto sim, alertar a professôra para o fato da quase ausência das frações na vida da criança. É mais uma dificuldade que se junta à sua natural complexidade matemática.

O conhecimento de todos êsses fatôres contribui, naturalmente, para que se faça um melhor planejamento do ensino, realizando-o de acôrdo com o desenvolvimento mental da criança, e atendendo ao processo de pensamento.

B — CRITÉRIO DE CONTINUIDADE.

Quando iniciar o ensino de frações? Em que série do curso primário deve o aluno com elas operar? Como dispor a seqüência de experiências de maneira que favoreça a natureza do processo de aprendizagem e o natural crescimento da criança?

A resposta para tais questões leva-nos ao estudo das bases gerais de organização do currículo da escola elementar. Ainda que lentamente, transferimo-nos do estágio de programas rígidos que pré-estabelecem conteúdo extenso a ser vencido em cada série, para um estágio mais avançado em que o importante não é a seriação estanque do curso, mas a organização das experiências julgadas autênticas, numa linha de continuidade que sirva ao desenvolvimento harmonioso da criança.

O conteúdo selecionado será, assim, organizado em uma seqüência longitudinal, consistente com a maturidade e o interêsse da criança.

A seqüência de experiências encontrada em muitos programas de ensino primário relativa a frações contraria princípios básicos da aprendizagem. O sistema rígido de ensino em séries, determinando que em tal ou tal época a criança deve vencer tal ou tal conhecimento está em direta contradição com os estudos que se desenvolvem no campo da psicologia.

Os conceitos de frações serão apreendidos pelo aluno durante todo o curso primário, de forma que haja uma linha crescente, permitindo uma aprendizagem gradativa, onde um nôvo conceito possa ser elaborado por meio de experiências anteriormente adquiridas. É, por exemplo, a 4ª série a série convencional para o estudo sistemático da adição e subtração de frações. Êste trabalho formal, entretanto, só será bem sucedido se precedido de larga riqueza de experiências desde a 1ª série. Estas experiências prepararão a criança para enfrentar, compreensivamente, etapas mais difíceis e abstratas. Desta forma, haverá um crescimento gradual na aquisição de conhecimentos, encontrando-se o aluno sempre provido de meios para enfrentar cada nova etapa com sucesso, descobrindo relações e formulando generalizações.

Recomendamos, ainda, consistência no planejamento do ensino. Há professôres que, inconscientes da necessidade desta linha de continuidade, deixam muitas vêzes, durante o período escolar, um lapso de tempo sem fornecer às crianças experiências com as frações. É um fator que ocasiona também um lapso no processo de aprendizagem.

Outros há que se consideram responsáveis apenas pelo conteúdo prescrito para aquela série, que lhe foi determinada. Iniciam o ensino por «onde» o programa prescreve e não por «onde» a criança se encontra. Sucesso e satisfação no ensino conseguem-se, através de uma visão mais ampla, indagando-se das experiências passadas do aluno, do seu «status» no presente e da perspectiva para seu futuro.

A linha de continuidade seguida neste livro é resultado de nossas observações em classes experimentais, conforme já dissemos. O resultado de nossas experiências colocamo-lo em seriação. Esta estará, naturalmente, sujeita a flexibilidades, devendo cada professôra adaptá-la às necessidades de sua classe.

C — PROCESSOS DE ENSINO.

A melhor garantia para o sucesso das experiências de aprendizagem, é, naturalmente, um professor sensível às necessidades e possibilidades da criança. O entusiasmo do mestre é uma das maiores fôrças motivadoras na escola.

Sendo, realmente, um estudioso, buscará a interpretação de fenômenos, revendo processos de trabalho, etc.

Em nossos dias movemo-nos dos processos de ensino mecanizado, realizados à base de repetição sem compreensão, memorização rotineira, para o ensino que se harmonize com os mais recentes estudos de psicologia. Neste período de transição, muitas vêzes, inadvertidamente, pela fôrça do hábito, encontramo-nos usando processos dos quais desejamos livrar-nos. É natural que isto suceda. Sejamos, entretanto, cautelosas na aquisição de novos processos, que pagarão, mais tarde, bons dividendos.

No ensino de frações como o experimentamos, fizemos com que os significados aritméticos brotassem da manipulação e da visualização com propósitos específicos. Desta maneira o

símbolo viria como o registro de idéias atingidas através de material exploratório, garantindo-se assim a compreensão.

No processo de simbolizar frações e relações com frações ocorre uma etapa que consideramos de grande importância. A linguagem ordinária que a criança usa para explicar «como pensou» na busca de determinada solução, ou relação, ou princípio, precisa ser gradativamente mudada para uma linguagem específica dos símbolos matemáticos. Note-se que esta linguagem espontânea é o melhor material, que a professôra tem, para avaliar o grau de maturidade dos conceitos emitidos pela criança, seu processo de pensamento e seu nível de compreensão.

Não basta, porém, que a criança adquira os símbolos que registrem experiências adquiridas ou que apure a linguagem quando expressa suas idéias; precisa ainda aprender como generalizar. Vamos dar um exemplo: a criança enfrenta uma situação nova — duas frações com denominadores diferentes para serem somadas. Que fazer? Experiências são providas para que possa manipular o material, consultar tabelas, a fim de descobrir a solução para o problema. Enfim, encontra-a. Outras situações ser-lhe-ão apresentadas, onde verá a sua descoberta sendo aplicada. As experiências são registradas simbòlicamente e, pela vivência, a criança vê que, em tôdas as oportunidades, encontra para ambas as frações um denominador comum. Todo êste trabalho é coroado, quando a criança encontra uma generalização, através da qual tôdas as frações de denominadores diferentes possam ser adicionadas. Neste processo assume grande importância a sensibilidade do professor em guiar, dirigir e estimular o aluno a fazer generalizações. Não é possível «ditar» ao aluno o que deve ser feito. É desejável que o aluno descubra o sentido matemático, alcance a compreensão como resultado de seu próprio esfôrço, sob a inteligente orientação do professor.

Neste sentido, uma aula de aritmética torna-se um laboratório de aprendizagem, onde a criança se sinta realmente motivada a pensar.

D — IMPORTÂNCIA DO MATERIAL CONCRETO.

Dificilmente poder-se-ia, no ensino, justificar fatôres isolados. Consideramos o material concreto imprescindível, porque o processo de ensino escolhido dêle necessita. Escolhemos o processo de ensino, porque concorda com as bases da psicologia da aprendizagem. Todos êstes fatôres integram-se numa unidade e, de acôrdo com esta unidade, é que devem ser examinados.

O estudo isolado do uso do material concreto no ensino da aritmética e, principalmente, no ensino de frações, tem levantado muita crítica.

Um estudo dos argumentos expedidos leva-nos à conclusão de que atingem não o material pròpriamente dito, mas o «como» vem sendo usado. Quem o usa sente a responsabilidade de, cientìficamente, justificá-lo.

A criança necessita de muitas experiências, nas quais usa material manipulativo e visual, para construir conceitos adequados do significado das frações. É bem grande o número de professôres que admitem esta verdade, restringindo-a, entretanto, apenas às experiências de 1ª série. À proporção que os conceitos tornam-se mais complexos, mais difícil é apresentá-los através de material, mas, nesta fase, encontra-se o aluno melhor preparado para compreendê-los ou explorá-los com auxílios visuais em concordância com sua fase de desenvolvimento.

O professor que usa o material fá-lo-á inquirindo sôbre sua efetividade em atingir o objetivo específico para o qual o escolheu. Esta habilidade dependerá da familiaridade que com êle terá, bem como da familiaridade com o próprio significado da fração.

Não podemos esperar que as crianças de 3ª e 4ª séries abrutamente tornem-se capazes de realizar atividades mais difíceis com as frações, apenas com os símbolos matemáticos. Precisamos ajudá-las na transição do concreto para o abstrato pela redução gradual do uso de objetos e gravuras, enquanto alcançam a desejada possibilidade de usar apenas os símbolos.

Também o material e seu emprêgo devem responder ao critério de graduação, de acôrdo com a fase do processo de ensino e as necessidades individuais.

Há um comentário feito por Grossnickle e Brueckner a respeito de dois relatórios de estudos experimentais mostrando o valor relativo do ensino de frações com e sem material exploratório. Howard (Howard, Charles A. «Three Methods of Teaching Arithmetic», California Journal of Educational Research, 1: 25 - 29) fêz uma experiência com 15 classes de 5ª e 6ª séries procurando saber se há diferenças significàtivas de resultados provenientes do uso de material exploratório na adição de frações.

Foram usados, nesta experimentação, três Grupos: A, B e C.

A — Os professôres que trabalharam no grupo A mostraram como fazer a mecânica envolvida na adição de frações. Não foi usado material concreto, mas os alunos fizeram muito exercício de computação. Deu-se, então, neste grupo, mais ênfase no «como» e não no «porquê» das etapas do processo.

B — Os professôres que cooperaram no grupo B introduziram cada nova etapa com muita cautela, dispendendo neste trabalho tempo considerável. As crianças usaram material manipulativo e cartazes. Não tiveram, entretanto, os exercícios sistemáticos de fixaçao. O trabalho de fixação consistiu apenas em resolver problemas orais.

C — Com o grupo C foi usado um processo resultante de uma combinação dos dois usados nos outros grupos. Os professôres introduziram cada nova etapa cuidadosamente. As crianças usaram material manipulativo e cartazes. Depois de adquirir o significado de um processo tiveram exercício de fixação.

Após um período de 16 semanas de instrução, as crianças dos 3 grupos foram testadas. Os testes incluíam a resolução verbal de problemas e a resolução de exemplos de adição de frações. Foram encontrados os seguintes resultados:

1 — Não houve diferença significante de resultado entre os três grupos.

2 — Depois do período de férias o mesmo teste foi repetido. Neste caso, obtiveram as crianças do Grupo C um significativo número de pontos estatìsticamente mais alto, que os resultados obtidos nos outros 2 grupos.

As crianças do grupo C mostraram assim uma fixação melhor de aprendizagem que as dos outros 2 grupos.

É de Neureiter e Troisi (Neureiter, Paul and Troisi, Nicholas, «Ol' Man Arithmetic», New York State Education, 39: 599 - 602) o relato do resultado do segundo estudo concernente ao uso do material no ensino de frações. A experiência foi feita com 2 grupos da 6ª série. Num grupo não foi usado nenhum material manipulativo, enquanto o outro trabalhou com material concreto. Os resultados são assim sumariados:

1 — Os resultados dos testes nos quais as operações eram feitas com frações na forma abstrata, não revelaram diferença entre os 2 grupos.

2 — Os resultados dos testes, nos quais foram formuladas questões para verificar a compreensão das várias relações e princípios envolvidos nas frações, mostraram uma marcada diferença favorável ao grupo que usou material.

Podemos ver que nos resultados obtidos dêsses 2 estudos há uma considerável concordância. Provam que o material concreto é indispensável num ensino que leva em consideração a aprendizagem pela compreensão.

Alguns professôres relutam em aceitar a necessidade do material concreto para uma aprendizagem real. No ensino por nós preconizado é, não só necessário como também indispensável na introdução de cada nova etapa. Mas trabalhamos, depois, com a criança para que se torne independente da fase concreta e atinja os símbolos que registram idéias adquiridas.

As crianças diferem entre si. Naturalmente, os professôres encontrarão alunos que, por mais longo tempo, necessitam manusear o material para descobrir as relações aritméticas. Outros, melhor dotados em habilidade para aritmética, muito depressa usarão os símbolos aritméticos. Quanto mais atendermos às necessidades de cada um, melhor ensino teremos.

Nosso objetivo final é a abstração, o símbolo. A criança usa o material no início da elaboração conceitual, mas dêle desprender-se-á atingindo a abstração, que é, em essência, o material mais importante da aritmética.

Capítulo 2

FRAÇÃO — SEU SIGNIFICADO MATEMÁTICO

Um dos fatôres que muito contribuirão para que a criança seja bem sucedida na aprendizagem de frações, reside no conhecimento matemático e sistematizado que a professôra deve possuir desta nova espécie de número. O conhecimento maturo das aplicações e princípios matemáticos relacionados às frações, possibilitar-lhe-á dar uma orientação segura ao ensino, através de atividades bem graduadas.

Da mesma forma que os símbolos dos números inteiros são usados com várias finalidades, além de seu uso básico que é designar a série de unidades, também o símbolo da fração surge designando diferentes situações aritméticas.

A professôra procura, então, conhecer as várias maneiras possíveis de se considerar uma fração, a fim de proporcionar aos seus alunos a aquisição de um conhecimento tanto quanto possível completo, através de experiências bem selecionadas, de acôrdo com seu nível mental. À proporção que a aprendizagem se efetua, descobre-se que estas várias interpretações são relacionadas entre si.

Idéias que uma fração envolve

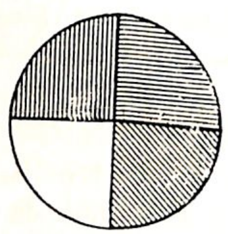
Tradicionalmente a fração tem sido interpretada apenas como «uma ou mais partes iguais da unidade». Esta interpretação está diretamente ligada ao real significado do vocábulo **fração** derivado do latim **frangere**, que quer dizer «quebrar». Vemos assim que o sentido dado à fração está intimamente ligado ao seu histórico. De fato, se pesquisarmos acêrca dos primórdios do uso do vocábulo **fração** vamos encontrá-lo significando simplesmente uma parte quebrada de algum inteiro. Conseqüentemente, nos primeiros estágios históricos de seu uso era dada mais atenção ao número de partes em que o inteiro se dividia, que à respectiva igualdade de tamanho destas partes. É interessante observar que também a criança, inicialmente, emprega a palavra «metade» designando simplesmente o «pedaço» de alguma coisa, sem incluir a idéia de igualdade entre as partes. É comum ouvir-se a criança dizer: «eu quero a metade maior» ou «eu não quero esta metade; ela é muito pequena».

O uso moderno da palavra é bem mais extenso. E uma completa compreensão do significado de um símbolo numérico é essencial para a aquisição de um conceito básico, e descobrimento das múltiplas relações aritméticas.

Tomemos uma fração e tentemos interpretá-la em seus múltiplos sentidos:

$$\boxed{\frac{3}{4}}$$

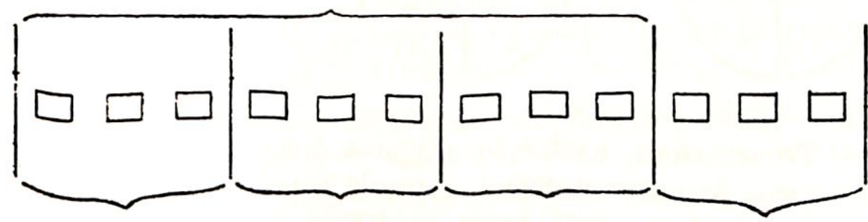
1 — Que nos diz esta fração? Um inteiro foi dividido em quatro partes iguais. Estamos, no momento, considerando três destas partes. A fração é aqui usada como o **nome** de alguma coisa que eu tomo. Concretizemos esta idéia, através de um diagrama:



2 — 3/4 **sugere** uma outra interpretação. Um grupo de unidades (e não apenas uma unidade isolada) foi dividida em 4 partes iguais. Estamos considerando 3 destas partes.

Estas duas primeiras idéias relacionam-se diretamente, mas há de convir o leitor que são experiências diferentes. Quando procuramos 3/4 de um grupo, necessitamos conhecer o tamanho do grupo. Dividimo-lo, então, em quatro partes iguais e tomamos três destas partes. Nosso raciocínio final, entretanto, busca saber quantas coisas inteiras há dentro de cada parte e no total das partes consideradas.

Vejamos esta idéia, através do diagrama:



O sentido de fração como parte de um grupo de unidades está intimamente relacionado à divisão de números inteiros.

Exemplo: Tendo 12 coisas para repartir em 4 grupos iguais, coloco 3 coisas em cada grupo. Cada grupo é uma parte do todo. Portanto 3 será 1/4 de 12 — 3/4 de 12 serão 9 coisas.

3 — Que mais nos dirá a fração em fóco?

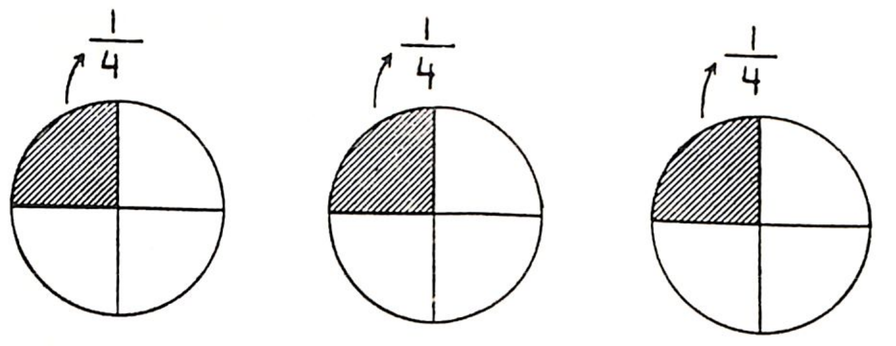
A fração 3/4 pode ser considerada como um agrupamento de partes fracionárias tiradas de diferentes unidades.

Diríamos, então, que de 3 unidades, partidas cada uma delas em 4 partes iguais, tomou-se uma parte de cada uma destas unidades, num total de 3 partes.

Uma criança pode ganhar 3/4 de um bôlo e estarem em jôgo 3 bôlos e não apenas um bôlo.

Vamos supor que 4 crianças queiram repartir, entre si, 3 bôlos. Que fazem elas para resolver o problema? Partem cada um dos bôlos em 4 partes, dando a cada menino uma parte de cada bôlo.

A fração simbólica, neste caso, indica a adição ou o agrupamento de partes iguais provenientes de diferentes unidades.



4 — Temos, ainda, na fração 3/4 uma divisão indicada. Nos casos precedentes vimos a fração como resultado de divisão. Neste caso, agora, a fração é usada como um processo, tal como dividir 1 por 2 ou considerar 5 dividido por 7. Frente à fração 3/4 dizemos, então, que 3 será dividido por 4. A fração, assim considerada, indica uma relação operacional, um ato a ser completado. Diríamos que é usada com a função de **verbo**, uma ação a ser executada. O número 1, em si mesmo, é, justamente, 1 x 1. Neste sistema multiplicativo o ponto de origem é 1. Da mesma forma, em divisão, se dividimos qualquer número por si mesmo, encontramos 1. Em tal sistema computativo tudo começa de 1 e tende a acabar em 1. Mas a mente humana não parou aí. Quem nos proíbe dividir um número por outro maior? 3 dividido por 3 é 1. Mas, que resultado obteríamos dividindo 3 por 4, 3 por 5 ou 3 por 100? A resposta para esta questão é, justamente, a fração vista como uma divisão indicada. Encontramos uma concretização dêste caso, nas divisões inexatas. Por exemplo: Quando 11 é dividido por 4 o

quociente aproximado é 2, com o 3, como resto. O quociente será um número misto: 2 3/4. A fração 3/4, nesta situação indica a divisão que não pode (sem recurso às decimais ou a algum processo manual) ser executada.

5 — A fração expressa, algumas vêzes, uma comparação. Diàriamente encontramos necessidade de fazer comparações; estas comparações, umas sôbre as outras, influem em nossos julgamentos formando a base para nossas ações. Quando os elementos usados nestas comparações são dados quantitativos é possível, então, aplicar os conhecimentos de aritmética, apontando relações ou diferenças básicas. É o que chamamos comparação. Dentro da aritmética a comparação pode ser feita em duas bases:

a. expressando relação em têrmos de deficiência ou excesso;

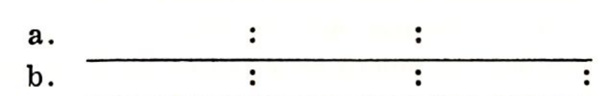
b. expressando relação em têrmos de comparação do tamanho relativo de duas grandezas.

Esta segunda base nos leva à fração interpretada dentro da tão útil noção de razão.

Vista neste sentido a fração torna-se essencialmente uma técnica de medir, pela qual uma determinada grandeza é comparada à outra que se torna, assim, como a «unidade de medida». Isto pode ser revertido. O que, originalmente, era comparado torna-se a base para comparação. A grandeza que era a base para a comparação torna-se a coisa a ser comparada.

Vamos usar alguns exemplos para ilustrar o conceito de fração como maneira de se expressar uma comparação (ou razão). Quero comparar 2 metros com 3 metros. Digo que a razão entre estas duas grandezas é de 2 para 3, ou 2/3.

Examinemos o diagrama:

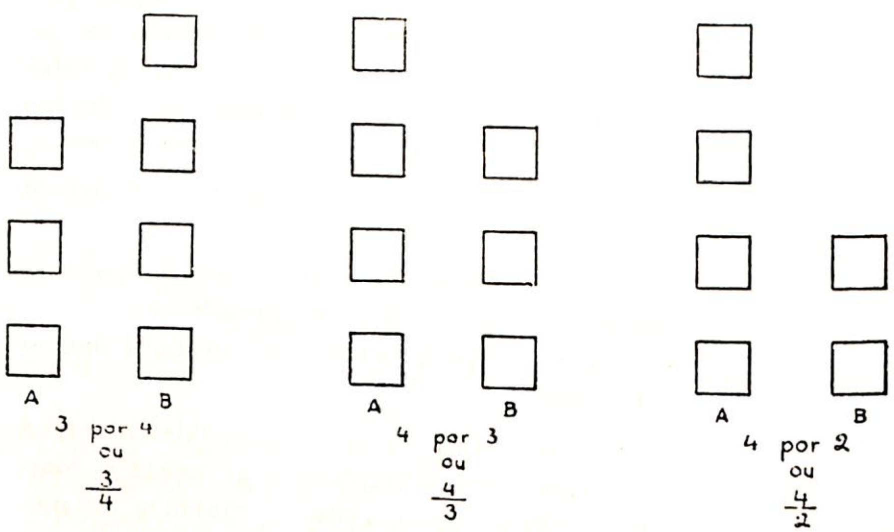


A razão entre uma linha e outra é 2/3 (2 : 3) e, realmente, a linha a é 2/3 da linha b.

É interessante notar que a razão entre 2 números pode ser expressa como:

a) — fração própria;
b) — fração imprópria;
c) — número inteiro.

Vejamos, através de desenhos, as comparações das quais resultarão estas espécies de fração:



Êste sentido da fração expressando comparação está diretamente relacionado ao sentido de medir que a divisão possui.

Muitas vêzes, estas expressões de comparação não são, em si mesmas, um número. Eu posso dizer que, num determinado livro, 2 de cada 3 páginas (2 : 3 ou 2/3) têm gravuras, sem mencionar o número total de fôlhas do livro ou o número de fôlhas com gravuras. Posso dizer também que, numa eleição, a relação entre a votação dos candidatos foi de 3 por 4 (3/4) sem determinar o número de votantes ou total de votos obtido por cada candidato.

Se alguém deve responder a 12 questões em um teste e responde com acêrto a 7, a fração 7/12 expressa a razão entre

o número de respostas acertadas e o número de respostas que deveriam ser respondidas. Neste caso as grandezas estão determinadas.

As frações mostrando a razão entre 2 quantidades são de grande significação social.

Uma completa compreensão de fração só se dá quando a vemos sob os múltiplos aspectos acima discutidos e quando a empregamos em seus vários significados dentro das experiências da vida diária.

*

Fração implica divisão

Seria um êrro supor que estas várias interpretações de frações são divergentes ou não relacionadas. A aritmética é uma ciência de relação. Não há conceitos isolados.

No conceito de divisão, vamos encontrar o ponto básico de unificação das várias idéias discutidas.

Tôda fração ordinária é uma divisão indicada, na qual vemos representado também o quociente de dois números. A fração, é, assim, a expressão do quociente de dois números vistos também no símbolo fracionário. Aceitando como básico o conceito de fração como uma divisão, podemos dizer que todos os outros sentidos para êste convergem.

Relações básicas da divisão em frações.

Muitos dos conceitos fundamentais para a interpretação de frações são conceitos de divisão. Se penetrarmos nas três relações básicas de divisor — dividendo — quociente, com facilidade vamos compreender e formular generalizações concernentes à fração ordinária.

Vejamos alguns dêsses conceitos de divisão aplicados à fração e determinemos as generalizações a que podemos chegar:

1 — Quando o dividendo é constante e o divisor varia em

ordem crescente, o quociente também varia, numa proporção inversa.

Exemplo:

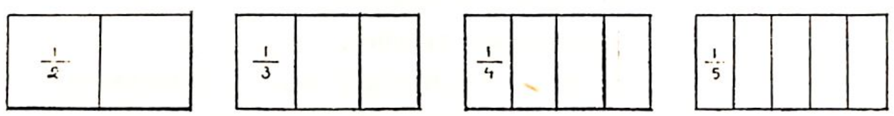
$$\underset{(a)}{\frac{1}{2}};\quad \underset{(b)}{\frac{1}{3}};\quad \underset{(c)}{\frac{1}{4}};\quad \underset{(d)}{\frac{1}{5}};\quad \underset{(e)}{\frac{1}{6}};\quad \underset{(f)}{\frac{1}{7}}.$$

Nos exemplos acima, considerando o numerador como dividendo e o denominador como divisor, vemos que o dividendo é constante e o divisor varia em ordem crescente.

Que acontece à fração que é o quociente? O valor numérico da fração diminui na proporção inversa do divisor. Comparemos o exemplo **c** com o exemplo **a**. Os dividendos (numeradores) são constantes. O divisor (denominador) do exemplo **c** é duas vêzes maior em valor numérico que o divisor do exemplo **a**. Ora, a fração **c** é, exatamente, duas vêzes menor que a fração **a**, ou é a metade da fração **a**.

Em outras palavras, se tomamos uma mesma porção e dividimo-la em 2, 3, 4, 5... partes iguais, as partes vão ficando, naturalmente, cada vez menores.

Examinemos um desenho ilustrativo:



Temos 4 retângulos de um mesmo tamanho. Foram divididos sucessivamente em 2, 3, 4, 5 partes iguais. Quanto **maior** o número de partes em que foram divididos, **menor** tornou-se o resultado desta divisão.

Compreendida esta relação divisor-dividendo-quociente, podemos formular algumas generalizações relativas às frações, baseadas neste conhecimento.

Generalizações:

a) — Quando os numeradores de uma fração são constantes, quanto **maior** fôr o denominador, **menor** será o valor da fração.

b) — Para dividirmos (e naturalmente diminuirmos) o valor de uma fração, basta multiplicarmos o seu denominador por um número maior que 1.

2 — Quando o divisor é constante e o dividendo varia em ordem crescente, o quociente também varia, numa proporção direta. Vejamos alguns exemplos:

$$\begin{array}{r|l} 1 & 9 \\ \hline & ? \end{array}\qquad \begin{array}{r|l} 9 & 9 \\ \hline & ? \end{array}\qquad \begin{array}{r|l} 18 & 9 \\ \hline & ? \end{array}\qquad \begin{array}{r|l} 27 & 9 \\ \hline & ? \end{array}\qquad \begin{array}{r|l} 36 & 9 \\ \hline & ? \end{array}$$

Conforme o leitor concluirá, procurando o quociente dessas divisões, o seu valor varia numa razão diretamente proporcional ao valor do dividendo.

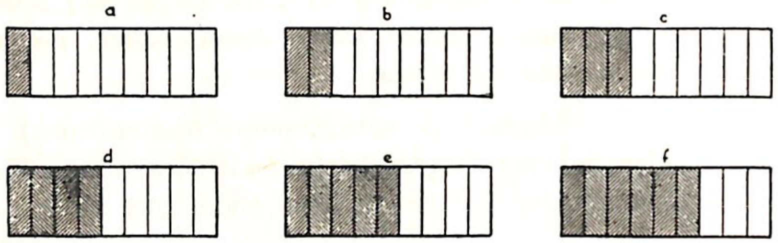
Consideremos êste mesmo conceito em relação às frações:

$$\underset{(a)}{\frac{1}{9}}\quad \underset{(b)}{\frac{2}{9}}\quad \underset{(c)}{\frac{3}{9}}\quad \underset{(d)}{\frac{4}{9}}\quad \underset{(e)}{\frac{5}{9}}\quad \underset{(f)}{\frac{6}{9}}$$

Nos exemplos acima os denominadores são constantes e os numeradores variam. Lendo da esquerda para a direita vemos que os numeradores variam em ordem crescente. Na mesma proporção aumenta o valor numérico das frações.

Comparemos o exemplo **d** com o exemplo **a**. Os denominadores (divisores) são constantes. O numerador (dividendo) é 4 vêzes maior e a fração do exemplo **d** é, realmente, 4 vêzes maior que 1/9.

Comparemos, através de desenhos:



Estabelecidos os princípios, podemos atingir as seguintes generalizações:

a) — Quando os denominadores de várias frações são **constantes**, quanto **maior** o numerador, **maior** o valor da fração; quanto **menor** o numerador, **menor** o valor da fração.

b) — Se quisermos dividir (portanto diminuir) o valor de uma fração, podemos dividir (ou diminuir) o valor de seu numerador.

c) — Se quisermos multiplicar (portanto aumentar) o valor de uma fração, podemos multiplicar o seu numerador por um número maior que 1.

Todo o nosso estudo tem sido feito, conforme dissemos de início, considerando a relação ou as relações entre dividendo-divisor-quociente. Como as frações envolvem relações semelhantes, apenas estendemos êsses conceitos para abrangê-las.

Já consideramos os casos em que o dividendo é **constante** e os casos em que o divisor é **constante**. Consideremos, agora, os exemplos de divisão, nos quais o quociente é constante.

3 — Quando o dividendo e o divisor variam na mesma proporção, o valor do quociente permanecerá **constante**. Exemplos:

4 |1   8 |2   16 |4   24 |6   32 |8

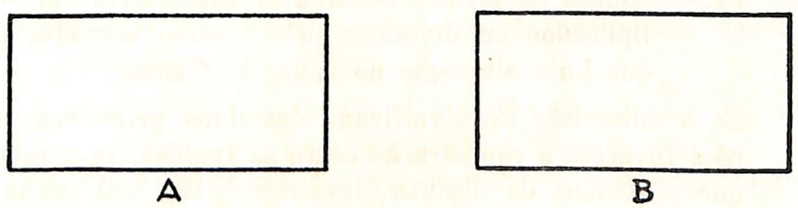
Ora, se eu torno maior o número a ser dividido e, na

mesma proporção, torno maior o número de grupos em que será dividido, obterei o mesmo resultado. Se eu tenho 4 laranjas para dar a 1 pessoa ou se eu tenho 8 laranjas para 2 pessoas ou 16 para 4 pessoas, em tôdas estas oportunidades, cada pessoa receberá sempre a mesma quantidade de laranjas. Tomamos grupos cada vez maiores e dividimo-los em partes cada vez maiores também (na mesma proporção). Vamos ter, portanto, resultado sempre idêntico, **constante**.

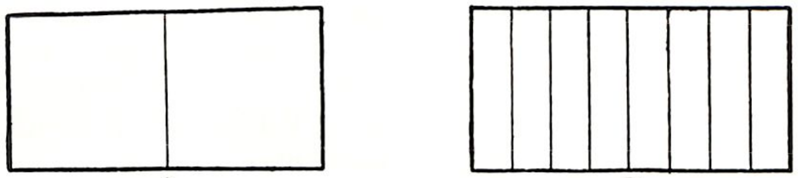
Examinemos as seguintes frações:

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{10}$

Os numeradores dessas frações aumentam. Na mesma proporção aumentam os denominadores, permanecendo **constante** o valor numérico da fração. Comparemos o exemplo **a** com o exemplo **d**. O exemplo a diz que alguma coisa foi dividida em 2 partes iguais; o exemplo **d** diz que alguma coisa foi dividida em 8 partes. O exemplo **a** diz que se tomou 1 parte, das 2 encontradas, ou seja, a metade das partes; o exemplo **d** diz que se tomou 4 das 8 partes encontradas, ou seja, a metade das partes. Verifiquemos esta relação através de um desenho. Consideremos 2 retângulos do mesmo tamanho:

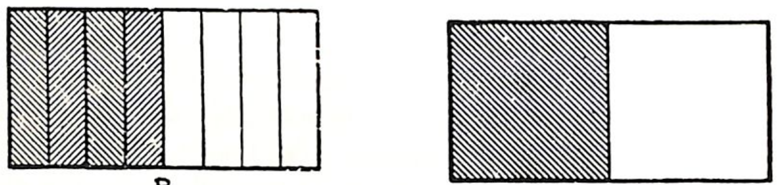


Dividamos o retângulo A em 2 partes e o retângulo B em 8 partes.



A B

Examinemos e comparemos o tamanho das partes. No retângulo B cada parte é 4 vêzes menor que no retângulo A. Tomemos, agora, do retângulo A, uma parte e do retângulo B, quatro partes.



B A

O valor fracionário obtido em ambas as figuras permaneceu constante.

Generalizações:

a) — Para conservar o valor constante entre várias frações, a mudança no numerador deve acompanhar, numa proporção direta, a mudança no denominador.

b) — Ambos os têrmos de uma fração podem ser multiplicados ou divididos pelo mesmo número, sem que haja alteração no valor da fração.

Se a apreensão do significado das duas primeiras relações favorece a comparação entre as frações, esta relação que acabamos de discutir, leva-nos à tão útil noção de

equivalência, da qual lançaremos mão, muitas vêzes, na parte metodológica. Realmente, só compreendemos o ensino das frações através da equivalência, se, nós mesmas, penetrarmos nos conceitos envolvidos nela.

As generalizações citadas por último são usadas quando:

a) — procuramos as equivalentes de uma fração;

b) — transformamos uma fração a têrmos mais simples.

4 — Numa divisão, em situação social, quando o dividendo é concreto e o divisor abstrato, o quociente será da mesma espécie do dividendo, isto é, concreto

Dizemos que a divisão, nesta situação, encerra a idéia de repartir. Por exemplo: Quando eu tenho 8 balas para dividir em 2 partes iguais, encontro 4 balas em cada grupo.

$$\begin{array}{r|l} 8 \text{ balas} & 2 \\ \cline{2-2} & 4 \text{ balas} \end{array}$$

Podemos abranger a interpretação que demos à fração com êste mesmo conceito. De fato, a fração, de acôrdo com seu emprêgo, pode parecer-nos concreta e resultante do ato de repartir. Vamos dividir, por exemplo, uma barra de chocolate (dividendo concreto) em 3 partes iguais (divisor abstrato). O resultado (que é o quociente) será da mesma espécie do dividendo e concreto, ou seja 1/3 da barra de chocolate (3 partes da barra).

Dividamos, agora, 5 maçãs em 8 partes iguais, a fim de serem dadas a 8 crianças. Ainda aqui temos uma divisão com as mesmas características apontadas: temos um grupo concreto (5 maçãs) e o número de partes em que será dividido (8 partes). O quociente, que é a própria fração, será da mesma espécie do numerador (ou dividendo): 5/8 de maçã.

5 — Quando o dividendo e o divisor são concretos, o quociente é abstrato. Isto ocorre quando a divisão resulta de uma situação implicando o ato de medir. Suponhamos que eu

tenha Cr$ 50 para comprar cadernos de Cr$ 10. Sei que comprarei 5 cadernos, porque posso dizer que Cr$ 10 estão contidos 5 vêzes em Cr$ 50.

Também a fração pode parecer-nos abstrata, e resultante do ato de medir. Isto implica que o numerador seja da mesma espécie do denominador. O quociente, que é a própria fração, será o resultado da comparação entre êstes 2 números e será abstrato. Usemos um exemplo: João tem 3 anos e Pedrinho 4 anos. A razão da idade de João para a de Pedrinho é de 3 : 4, ou seja, 3/4. Note-se que, nesta interpretação não há idéia de repartir, mas de comparar, de medir uma pela outra. O que nós fazemos é tomar a idade de Pedrinho como unidade de medida e concluir que a de João não é relativa nem uma vez à de Pedrinho, mas 3/4 da vez.

Procuramos comentar as várias interpretações dadas à fração e a utilidade do conhecimento da divisão, cujos conceitos são básicos para unificar e compreender as relações envolvidas nas frações.

Para o trabalho mecânico é indiferente a interpretação que se dê à fração — a mecânica é sempre a mesma em tôdas as circunstâncias. A professôra, entretanto, precisa aprofundar-se no sentido do que deve ensinar. Sòmente assim poderá selecionar as experiências a serem usadas e guiará eficientemente as crianças na descoberta dos vários conceitos.

Cada aspecto por nós citado tem uma significância lógica e um sentido matemático. Para cada aspecto a professôra necessitará de atividades e materiais que impulsionem o processo de aprendizagem.

Por outro lado, os vários aspectos são relacionados. Penetrando nestas relações, o professor poderá ensinar a aritmética como um sistema unificado de idéias, conceitos e princípios.

PARTE II

Capítulo 3

PRIMEIRAS IDÉIAS NO ENSINO DE FRAÇÕES

O ensino de frações tem seu início na 1ª série. Antes disto, entretanto, a criança vive experiências incidentais com êste conceito. Vem do lar usando os vocábulos «meio» e «metade» em várias circunstâncias de sua vida, mas sempre dentro de um sentido impreciso. Muitas vêzes encontramo-la dizendo «metade maior» ou «metade menor». Isso demonstra o primitivismo de sua conceituação.

Queremos então criar oportunidades para que a criança receba riqueza de experiências que a possibilitem descobrir o real sentido de frações. É de grande importância a observação da professôra que busca perceber o significado com que o aluno vem empregando os vocábulos «metade» e «meio», a fim de guiá-lo num crescimento gradual.

As experiências na 1ª série visarão a dar ao aluno o conceito de:

metade de um inteiro
metade de um grupo
metade das medidas

Bàsicamente são conhecimentos inter-relacionados, interdependentes. Nossa discriminação, neste caso, seria para efeito de planejamento de atividades num crescendo de dificuldades.

Fração de um inteiro

Quando planejamos experiências de aprendizagem, necessitamos, naturalmente, conhecer a que conclusões queremos que o aluno atinja. Citaremos alguns conceitos que julgamos necessários e possíveis de serem elaborados **na 1ª série**:

a) — podemos dividir um objeto em partes menores;

b) — nem todos os objetos partidos em 2 partes estão divididos em metades;

c) — deve haver igualdade entre as partes resultantes da divisão, quando consideramos metades;

d) — a forma e o tamanho da metade dependem da forma e tamanho do inteiro;

e) — há várias maneiras de se dividir uma coisa em metades;

f) — em alguns casos, a melhor maneira de encontrar a metade é medindo;

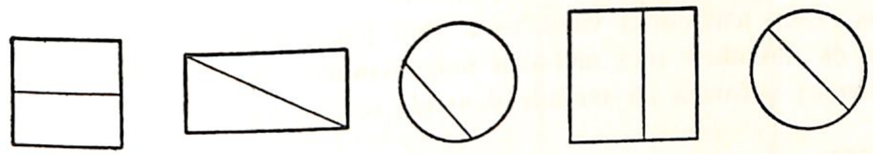
g) — duas metades juntas formam um inteiro.

Muitas oportunidades a criança tem de perceber a necessidade de dividir uma laranja, uma banana, um bôlo, etc., entre duas pessoas. Usa, naturalmente, os têrmos repartir e dividir. Cumpre-nos, então, apenas intensificar as experiências nesse sentido, na própria vivência diária da sala de aula, para precisar o conceito que ainda se apresente confuso.

Desejamos, entretanto, encaminhar a criança na aquisição de uma nova idéia essencial acêrca de metade: quando dividimos alguma coisa em duas partes, estas partes para serem chamadas **metades** devem **ser iguais**. A esta conclusão chegará através de experiências com material concreto. Êste material deve ser da criança. Ela vai manipulá-lo, experimentá-lo, para concluir, guiada pelas perguntas da professôra. Não achamos, por exemplo, difícil pedir que cada aluno traga, à sala de aula, um círculo recortado em papel ou papelão. Preparando seu próprio material, o aluno adquire um sem número de outras habilidades e desenvolve atitudes desejáveis.

Sob a vigilância natural da professôra, a criança dobra o círculo em 2 partes e corta-o ao meio. A professôra estimula, lembrando-lhe sempre de que as partes devem ser iguais, a fim de corrigir o primitivismo conceitual.

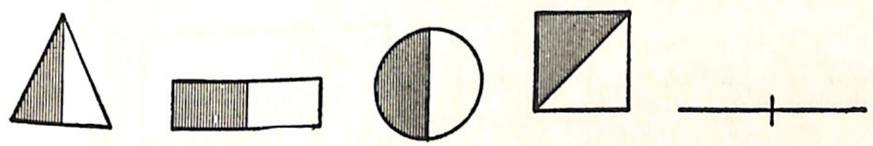
Adquirido tal conceito levar-se-á, com facilidade, o aluno a distinguir os objetos divididos em duas partes iguais daqueles que não o são. Esta habilidade perceptual poderá ser conquistada através da observação de partes iguais e diferentes do inteiro colocadas no flanelógrafo, bem como através do exame de desenhos variados.



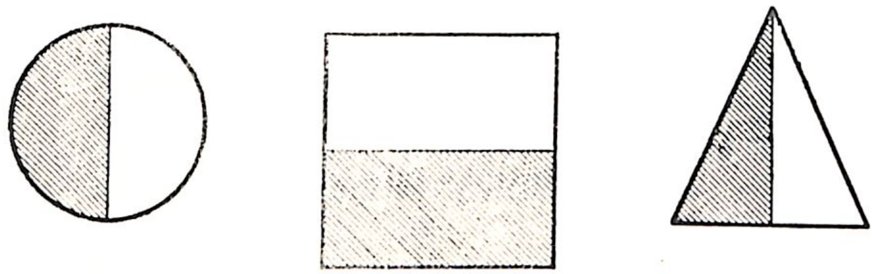
Face a êstes desenhos, por exemplo, a criança identifica os inteiros divididos em metades, daqueles que não o são. A professôra encaminha-a para que justifique sua escolha, observando a linguagem usada, a fim de torná-la cada dia mais precisa e lógica.

Se iniciamos o nosso ensino com o círculo, isto não quer dizer que as experiências fiquem restritas a êle. Os objetos que a criança toma para dividir, produzindo partes fracionárias, devem ter formas e consistências tão características que não possam ser destruídas pelo ato da divisão.

A forma da fração deve também distinguir-se bem da forma do inteiro. Podemos observar com mais facilidade a metade de um círculo que a metade de um retângulo. Esta última tende a se confundir com a própria forma do inteiro, o que nos leva a considerar o círculo como o material mais adequado ao início do trabalho na aquisição de determinada aprendizagem.

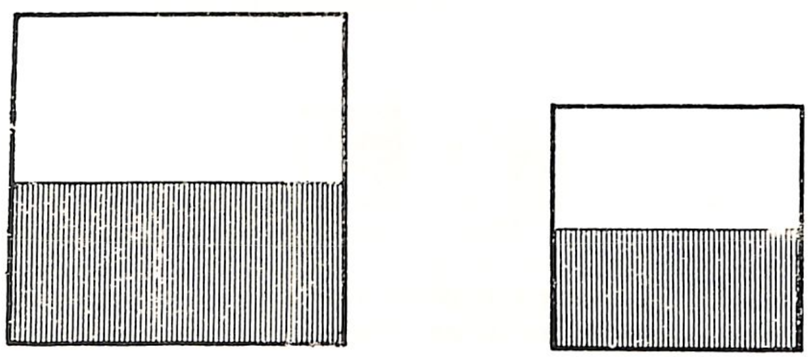


O aluno terá, então, oportunidade de encontrar a metade em diferentes figuras geométricas, relacionando êste estudo ao de geometria. Experimenta encontrar a metade do círculo, **do** quadrado, do triângulo, do retângulo, de um segmento de reta, etc. A professôra encaminha sua observação no trabalho de discriminar a forma da metade de cada uma das figuras geométricas. A criança compara a metade do círculo com a metade do triângulo; a metade do triângulo com a do retângulo e assim por diante. Observa, por outro lado, a forma das metades em relação à forma do inteiro de onde foram extraídas. Com atividades variadas e bem planejadas sentirá o prazer de descobrir que **metades nem sempre são iguais em sua forma**; a forma da **metade depende da forma do inteiro.**



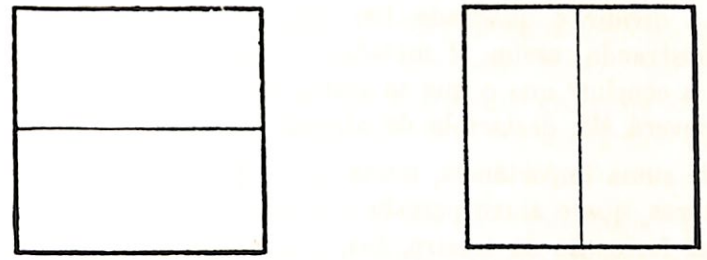
Nosso desejo é que o aluno formule estas generalizações usando suas próprias palavras. O trabalho inteligente da mestra resume-se no planejamento específico das atividades que promovam aquelas conclusões, bem como na direção que dará ao pensamento da criança através de perguntas, para que atinja a generalização em fóco.

Na mesma direção a professôra deve dirigir atividades para que a criança observe que o **tamanho da metade também depende do tamanho do inteiro.**

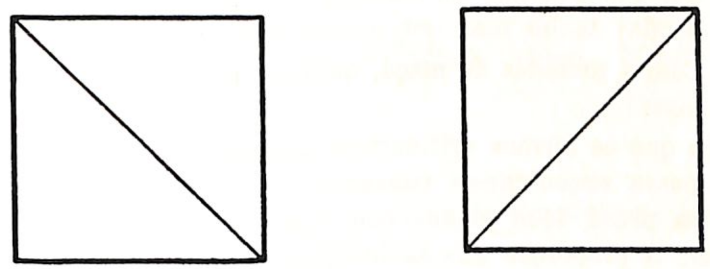


A observação do próprio material confeccionado pela classe já sugere esta conclusão, pois naturalmente os círculos trazidos para a sala de aula serão de tamanhos variados.

Temos encontrado inúmeros alunos de 1ª série com experiência do quadrado, por exemplo, dividido ao meio apenas de uma determinada maneira.



É preciso providenciar experiências para que descubram que há várias maneiras de se dividir uma coisa inteira em duas partes iguais. Quanto maior sua vivência com o significado de metade, mais profundo será seu conceito. E a criança descobrirá que o quadrado pode também ser dividido ao meio das seguintes maneiras:



Experiências semelhantes terão com as outras formas, quer usando figuras geométricas recortadas em cartolina, quer usando desenhos.

No ato de dividir as coisas ao meio, a criança pode ir adquirindo o hábito de medir, como um processo adequado de encontrar partes iguais. Relacionando o estudo de frações com o de medidas, pode-se pedir, por exemplo: — Desenhe aí um quadrado de 4 cm. — Marque a metade dêste quadrado. Leva-se a criança a concluir que a melhor maneira de encontrar a metade é justamente medindo.

Observamos que, algumas vêzes, quando se pede à criança que desenhe um quadrado e marque uma metade, ela se limita apenas a dividir o quadrado (ou outra figura qualquer) ao meio, mostrando, assim, 2 metades. Com habilidade, leva-se o aluno a concluir que o que se pediu foi uma metade, e que, assim, deverá êle, destacá-la de alguma forma.

É de suma importância, ainda, como base para conceituações futuras, que o aluno perceba o número de metades necessárias na formação do inteiro, bem como que compare a metade com o inteiro. Quando a criança trabalha com metades no flanelógrafo, tem ocasião de colocá-las juntas recompondo o inteiro. Vê, ainda, que, tendo apenas uma metade, necessitará de mais uma para ter um inteiro. A professôra propõe questões, como:

— De quantas metades necessito para ter um inteiro?

— Tendo uma laranja e retirando uma metade, com quanto fico?

— Coloque 3 meios no flanelógrafo. Observe bem e responda: tenho mais ou menos que uma maçã inteira?

— Com 4 metades de maçã, quantas maçãs inteiras posso fazer?

Para que os têrmos aritméticos adquiram sentido real e a criança possa encontrar-se pensando na busca da solução, a professôra provê seus planos com material e permite o seu manuseio. À proporção que as imagens mentais se formam, a própria criança deixa de buscar o material quando necessita encontrar soluções para seus problemas aritméticos.

Da riqueza de experiências depende um conceito mais profundo de metade. A criança vê a **metade** em situações bem variadas, evitando assim ligar a palavra **apenas** a uma determinada experiência, ou a um determinado material.

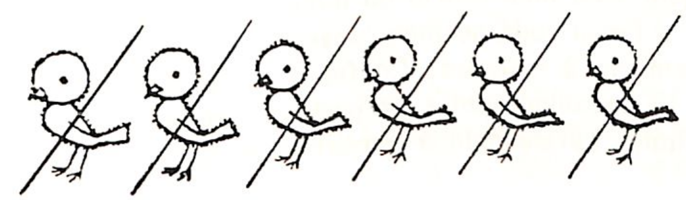
Fração de um grupo

Referimo-nos, inicialmente, às experiências com a fração de uma coisa. É realmente mais fácil de ser percebida.

Deve, portanto, anteceder o conhecimento mais difícil, preparando-se a classe através da familiarização com os conceitos fundamentais e com a linguagem específica.

Nesta nova etapa, a professôra prepara o aluno para perceber um grupo de coisas como **um todo.** Mostra, por exemplo, 8 laranjas e diz: — Aqui nós temos **um grupo** de 8 laranjas. Frente a um desenho dirá: — Aqui há **um** grupo de 6 coelhinhos, etc.

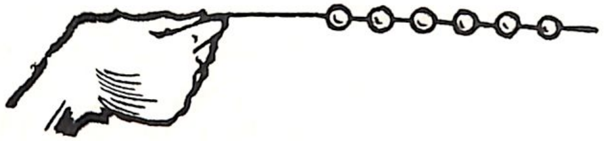
Consideramos de importância a visualização do grupo como um todo, para que a criança perceba, depois, que vamos querer a metade dêste todo e não a metade de cada unidade que forma o grupo. Em uma classe de 1ª série foi pedido que, em um desenho, marcassem a metade dos passarinhos. Encontramos a seguinte solução em vários desenhos:



A interpretação do êrro é de suma importância no conhecimento que se possa adquirir de como o pensamento trabalha na aquisição de uma idéia. Procuramos, ainda, examinando êste êrro, antever a espécie de experiência que foi dada a criança viver, condicionando esta reação.

Dissemos que a idéia do grupo como um todo deve ser adquirida como início na aquisição do conceito da metade do grupo. Logo após, solicita-se ao aluno que use um material concreto para encontrar a metade de determinado grupo.

Dir-se-á: — Tomem o mostrador de fatos. Separem 6 bolinhas. Isto é um grupo de 6 bolinhas. Quem poderá dividir êste grupo ao meio?



A professôra fará a observação da classe, lembrando-lhe conceitos já adquiridos:

— as duas metades devem ser iguais, portanto, os dois grupos devem possuir a mesma quantidade de bolinhas;

— as duas metades do grupo, colocadas juntas novamente, reformarão o grupo inicial, etc.

Pode-se ter uma atividade ao ar livre que julgamos muito viva. Faz-se um brinquedo de roda que é, em dado momento, interrompido com uma ordem do líder: — Vamos dividir, bem depressa, a nossa roda ao meio, fazendo 2 rodas? As crianças se agrupam em 2 metades. Conferem, pela contagem, verificando se há igualdade entre as partes. Cantando e brincando vão os alunos aprendendo a encontrar a metade das quantidades.

O próprio conhecimento que as crianças adquirem dos fatos fundamentais formados por 2 números iguais, pode ser transferido para êsse nôvo conhecimento. A professôra dirá:

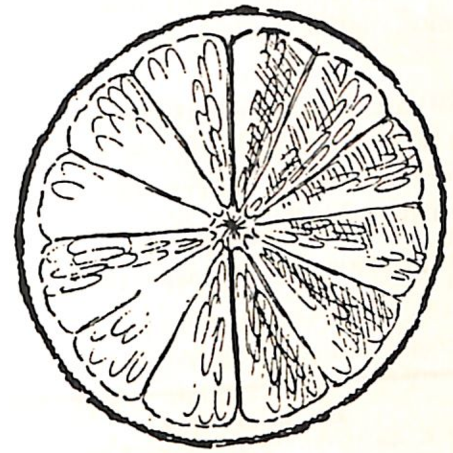
— Com o total 8, qual o fato fundamental que terei somando as 2 metades?

— E com o total 10? e com o total 12?

As experiências usando o flanelógrafo, usando os próprios alunos, os livros, os cadernos, os lápis etc., enriquecerão o conceito, pois que a fração é, assim, vista em diferentes situações.

Encontramos uma professôra que transferiu o conheci-

mento da fração do círculo para a fração de um grupo de coisas com muita habilidade e de maneira muito viva, embora um pouco hipotética. Apresentou o círculo de papelão como se fôra uma laranja com 12 gomos. Dividido o círculo ao meio (... e ela fêz), quantos gomos ficariam em cada metade?



Repetiu a atividade variando o número de gomos. Deixou, depois, que as próprias crianças, com seu material, idealizassem e contassem o seu problema.

Variando a experiência, apresentou um quadrado onde estavam desenhadas 14 laranjas bem distribuídas. Disse: — Vamos dividir êsse quadrado ao meio. Quantas laranjas estarão em cada metade?

Em relação à riqueza de experiências estará um trabalho mais rápido de elaboração e uma melhor fixação do conhecimento.

O uso de desenhos onde a criança possa colorir a metade dos objetos ou marcá-la de alguma forma, será de grande ajuda.

De acôrdo com as observações feitas da reação dos alunos, encaminham-se as atividades para que percebam que podem encontrar a metade do grupo de coisas usando, apenas, o número que representa o grupo. Encaminhar-se-á a aula usando algum material já conhecido, agora apenas como transição.

Dir-se-á por exemplo: — Nesta laranja temos 10 gomos.

Vamos escrever no quadro:

10 gomos

— Vamos dividir a laranja ao meio? Quantos gomos em cada metade? Vamos, então, acrescentar isto ao que já escrevemos:

10 gomos — a metade de 10 é 5

Lentamente a professôra retira o substantivo deixando apenas o número. Mais tarde, as crianças planejam um cartaz onde registram a metade dos números que já conhecem.

Êsse cartaz permanece na classe para consulta, sempre que necessário:

Eu já sei que:

A metade de 10 é 5
A metade de 8 é 4
A metade de 4 é 2
A metade de 2 é 1

Não podemos precisar até com que total as crianças poderão trabalhar à procura da metade. Observamos, por exemplo, que com facilidade encontram a metade de dezenas exatas como: 10, 20, 40, 60, 80, 100. Tudo depende do nível mental das crianças, de sua curiosidade e da habilidade da própria professôra em descobrir relações.

Fração das Medidas

É necessário que os conceitos sejam adquiridos gradualmente. Para cada conceito necessitamos experiências especí-

ficas. Não quer isto dizer que não haja inter-relação entre os vários conceitos, conforme dissemos. Pelo contrário. Uma idéia bem elaborada favorece, promove e interfere na formação de outra idéia.

Professôres há que desenvolvem boas atividades para que as crianças compreendam a metade de um inteiro. Acreditam que seu trabalho está aí terminado e que, com êste conhecimento, o aluno é capaz de resolver questões que surjam envolvendo a metade das medidas. Isto não sucede, a menos que se promova atividades que provoquem esta transferência.

No ensino de qualquer conceito matemático, é sempre aconselhável começar com experiências que as crianças já tenham tido, de forma que possam expressar suas idéias livremente, com um vocabulário que já faz parte natural de sua conversação. O ensino de Medidas é um dos mais vivos que temos experimentado na 1ª série. A criança gosta de medir e de manusear os instrumentos de medir, gosta de estimar. Vamos, naturalmente, partir destas experiências que tiveram com o litro, o metro e o quilo.

Não vamos tentar que a classe entenda a metade de uma coisa da qual não conhece as características específicas **como um todo**.

Como saber se a criança está pronta para as experiências com a metade das medidas?

Em geral, ela:

a) — é capaz de distinguir uma vasilha de um litro das demais (de 2, 3 ou meio litro);
b) — tomando vários saquinhos com areia, ou outro material, é capaz de distinguir aquêle que tem o pêso mais aproximado de um quilo, ou que seja um quilo;
c) — pode tomar, dentre réguas de vários tamanhos, aquela cujo comprimento mais se aproxime de 1 metro, ou que seja 1 metro;
d) — possui habilidade de avaliar capacidade, comprimento e pêso, referindo-se:
    mais de 1 metro, 1 quilo ou 1 litro

menos de 1 metro, 1 quilo ou 1 litro

quase 1 metro, 1 quilo ou 1 litro.

Vamos partir, então, do conhecimento dessas **medidas** como um **todo** para, através de experiências reais, **levar a classe** a perceber **a sua metade**.

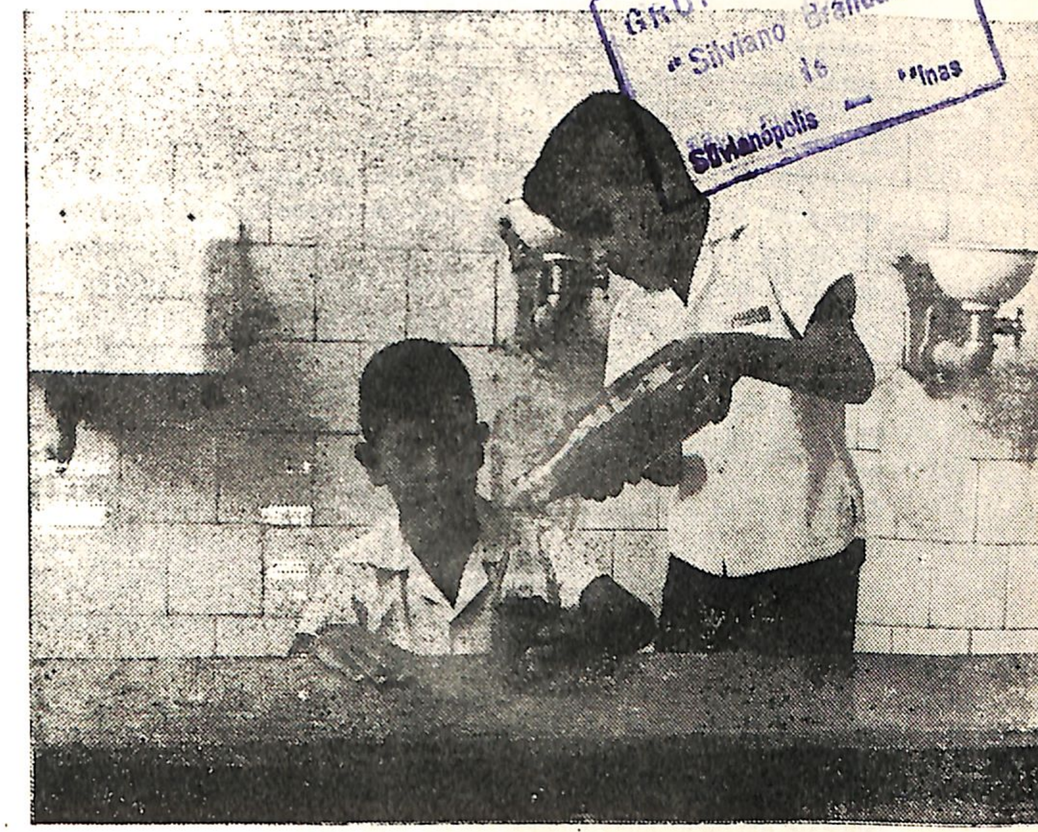
A escolha da medida para iniciar as atividades **depende** muito da vida da sala de aula. Uma classe está **empenhada em** descobrir quantos metros de papel serão **necessários na confecção** da frisa onde colocarão os trabalhos de **Estudos Sociais**. Excelente motivação. Outra classe de 1ª **série busca saber** quanto de açúcar será gasto num refrêsco **que será oferecido** às Mães: ótimo ponto de partida.

O litro — A criança, trabalhando com as **medidas e realmente** medindo, descobre que o conteúdo de um **litro pode ser repartido** ao meio, conseguindo-se, assim, meio **litro**. **A professôra** habilidosa permite-lhe que experimente **repartir o conteúdo de** um litro em 2 partes iguais a ôlho nú. **As dificuldades encontradas** neste ato levam-na, talvez, a **sugerir a existência das** vasilhas de meio litro das quais **passarão a fazer uso**.

Ao «Cantinho de Aritmética» pertencerá **agora não apenas o** vidro de um litro, como também um, dois ou mais vidros **de** meio litro.

Quando o aluno observa as duas vasilhas **juntas (a de 1 litro** e a de meio litro) geralmente **duvida que uma seja, realmente,** a metade da outra devido **ao seu formato. A solução não pode** ser, dogmàticamente, dada **pela professôra. Deixa que a criança** experimente. Favorece **a participação de todos, sugerindo-lhes** que realizem a **experiência em sua própria casa. Desfruta** do prazer da classe **em chegar à conclusão**.

Uma criança visitou **nossa sala de trabalho por 3 vêzes. Em** **tôdas as três vêzes realizou a mesma experiência: encheu de** água a vasilha de um **litro despejando o conteúdo em 2 meios** litros, como para **afirmar a si mesma a verdade verificada na** 1ª experiência, que **contrariou sua afirmativa baseada no exa**me visual do **tamanho das vasilhas**.



Outras oportunidades são dadas para que sejam feitas as seguintes **descobertas**:

a) — **meio litro mais meio litro** é igual a um litro;
b) — **com um litro posso** encher 2 vasilhas de meio litro;
c) — **com um litro e meio** posso encher 3 vasilhas de meio **litro**;
d) — com 4 meios **litros** terei 2 litros;
e) — se eu tiver **3 litros** e gastar meio litro, ainda ficarei com 2 litros e **meio** etc.

A outras **conclusões** a criança poderá chegar de acôrdo com seu **desenvolvimento** mental e riqueza de experiências que lhe **fôr dada viver**.

Vários desenhos serão por ela feitos após as experiências reais com o objetivo de fixar o conhecimento. Êsses desenhos serão aproveitados na confecção de cartazes.

O metro — Deixe que a criança compare uma fita, uma régua ou outro material com o comprimento de um metro com outro que seja menor. A princípio dirá, sem muita especificação: «é menor que um metro». Mais tarde, usa tira de cartolina de um metro para dobrar ao meio e marcar meio metro. A professôra pode, então, fixar no quadro duas tiras de cartolina escrevendo logo à frente: um metro; meio metro, de acôrdo com o respectivo comprimento. Queremos a visualização daquele comprimento que chamamos de um metro e de meio metro. Esta visualização é imprescindível como ponto de referência para a criança estimar comprimentos. Assim, poderá dizer se um determinado comprimento é maior, menor ou igual a meio metro. Dirá a professôra: — Olhe a sua pasta! Mede mais ou menos de meio metro? Procure, na sala de aula, 3 coisas que meçam quase meio metro, etc.

Depois destas estimativas a criança terá oportunidade de verificá-las usando algum material conveniente. Compara, outrossim, o meio metro com um metro e vê que são necessários 2 pedaços de meio metro para se ter um metro.

Seguindo a mesma orientação dada quando tratamos do litro, a professôra leva o aluno a resolver pequenos problemas permitindo-lhe consultar o material, sempre que necessário.

Quantos centímetros há em meio metro?

A professôra terá percebido que a criança adquire primeiro a visualização do que seja **o comprimento de um metro e de meio metro**. Depois, então, se seu desenvolvimento mental permitir, planejará para levá-la a compreender que naquele meio metro se encontram algumas divisões. Quantas serão?

Antes a criança teria descoberto, através do exame do metro, o número 100 no seu final. Pelo uso social emprega o vocábulo centímetro, mesmo sem uma idéia muito precisa. Mais tarde,

depois da aquisição de vários conhecimentos anteriores, poderá a professôra dizer diante do metro:

— Quem será capaz de colocar o dedo exatamente no meio dêste metro? Que número estará escrito bem no meio do metro? Que vocês descobriram? No metro inteiro há 100 centímetros. E no meio metro?

Não esperamos que o aluno ganhe um conhecimento completamente maduro das divisões do metro. Reconhecemos serem estas idéias difíceis. São as sementes que lançamos, se o terreno fôr propício, à espera de que o tempo e as experiências as façam germinar. As reações da classe serão nosso roteiro. Quando o aluno sente uma real dificuldade na elaboração de um conhecimento, para a qual foram bem elaboradas as experiências, a professôra adia para mais tarde o ensino, à espera da imprescindível maturidade mental.

A criança terá oportunidade de verificar o comprimento dos objetos escolares, mobiliário etc., agora, respondendo, simultâneamente a duas perguntas cujas soluções, embora equivalentes, encerram conhecimentos diferentes:

— Olhe bem a largura do nosso cartaz. Tem mais ou menos de meio metro de largura? Mais ou menos de 50 centímetros de largura? Vamos verificar usando o metro?

— Quem possui régua de meio metro? e de 30 centímetros?

O quilo — A orientação dada anteriormente procede também aqui. Se no «Cantinho de Aritmética» a criança encontrar saquinhos com pêso de um quilo e meio quilo, sendo-lhe dada oportunidade de tomar cada um dêsses pesos várias vêzes, a fim de ter seus sentidos impressionados, estará ganhando a mais importante experiência necessária à compreensão do que seja «meio quilo». As experiências com a balança nós as reputamos como indispensáveis. Deixemos que o aluno coloque um quilo em um prato da balança e procure, êle mesmo, quantos meios quilos precisará colocar no outro prato para que haja o devido equilíbrio. Deixemos que junte o conteúdo de 2 saquinhos de meio quilo e verifique o pêso conseguido. Facilitemos as mesmas experiências com pacotes de manteiga e outro material que seja de sua vida. Incentivêmo-lo para continuar experimentando em casa, a fim de conseguir solução para pequenos problemas e, por outro lado, para criar tais problemas trazendo-os à classe, a fim de que os colegas os resolvam.

A relação meio quilo — 500 gramas, nós a temos como difícil para a 1ª série. É fácil falar e fazê-la decorar esta verdade. Batemo-nos, entretanto, pela verdade atingida pelo trabalho da inteligência. Se, estudando o metro, podemos mostrar-lhe aquelas divisões, uma a uma, que somadas perfazem o total 100, não podemos mostrar-lhe a grama na esperança de obtermos compreensão por se tratar de pêso ínfimo, difícil de ser percebido. Muitas são as crianças, entretanto, que usam em sua linguagem: 500 gramas, 250 gramas etc., pela riqueza de experiências sociais. Explorêmo-las.

Outros conceitos.

A fração da quantia tem sido apontada como causa de muitos erros cometidos em classe. Dentre muitas aproximações que a professôra pode usar, sugerimos que parta da valorização monetária de um metro, um quilo ou um litro de alguma coisa familiar ao aluno.

A saquinha de 1 quilo do «Cantinho de Aritmética» é açúcar cristal. «Quem é capaz de nos contar o preço de um quilo de açúcar cristal? Vamos colocar, então, nesta saquinha, o quanto vale». Uma criança faz a ficha e coloca na saquinha ou próximo (de acôrdo com a realidade dos armazéns onde a atividade se realiza) o preço.

— «E a saquinha de meio quilo, vai custar mais ou menos? Quem saberá colocar o preço da saquinha de meio quilo?»

Questões tais levam a criança a raciocinar em bases reais. O trabalho é facilitado quando se espera que a classe haja compreendido a metade dos números, tratado em parágrafos anteriores. É preciso planejar para que o aluno enfrente as di-

ficuldades gradualmente. Esperamos que a professôra perceba, por exemplo, que a metade de Cr$ 3, Cr$ 5, Cr$ 7 etc. encerra um conhecimento mais complexo, só possível depois do domínio de determinados princípios bem abstratos para a 1ª série.

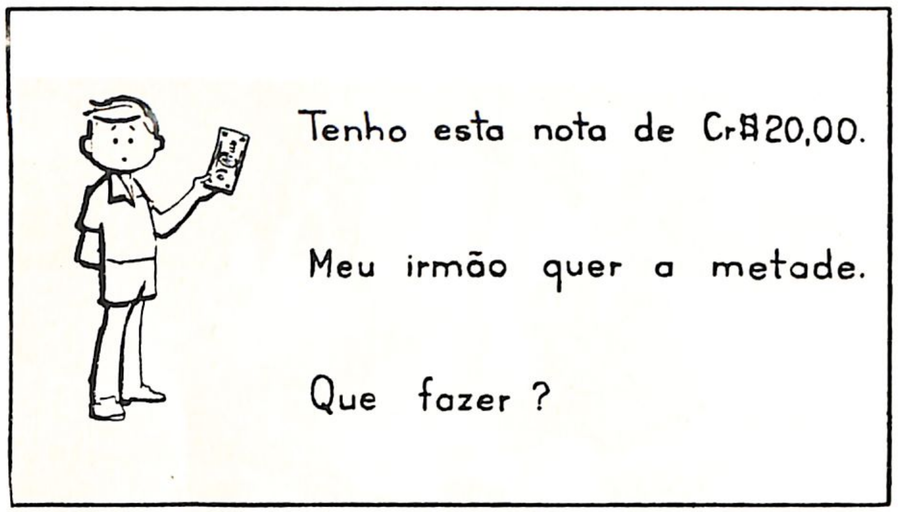
À proporção que as atividades mencionadas se desenrolam, o «Cantinho de Aritmética» se enriquece. Será permitido à criança consultá-lo sempre que necessitar, na resolução de seus problemas.

Mais tarde, um cartaz poderá surgir. Tôdas as informações nêle contidas são trazidas pela criança, que, desta maneira, verá significado no material, elaborado por seu trabalho de pesquisa.

Orientação semelhante a professôra seguirá envolvendo o preço de coisas que se compra aos litros e aos metros.

No trabalho com a metade da quantia, surge um problema muito interessante: — Se eu tenho uma nota de Cr$ 10 e preciso dar a metade desta quantia para meu irmão, como devo fazer? E se eu tiver uma nota de Cr$ 5 e uma de Cr$ 1 como dividir o total ao meio?

O problema é lançado. As crianças pensam. Consultam, diretamente, o dinheiro se necessário. Quando encontram a solução estarão enriquecidas de habilidades e conhecimentos vários.



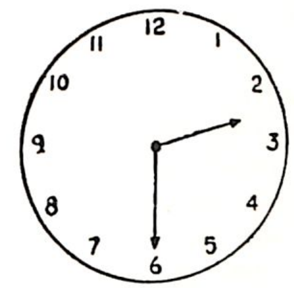
Outra oportunidade surge de trabalhar com a metade, quando as crianças se empenham na aprendizagem da leitura do relógio.

Que uso diário faz a criança da «meia hora»? Sentirá ela o tempo correspondente a meia hora?

A percepção do tempo é difícil e complexa. Não sabemos exatamente a possibilidade da criança em percebê-lo. Sabemos que vamos iniciá-la na vivência dêste conceito, observando-a e examinando a relatividade conceitual.

Quanto tempo gastamos em nossa aula de aritmética? Mais ou menos de 1 hora? mais ou menos de meia hora?

O exame detalhado e contínuo do relógio é de grande alcance. A professôra leva a classe a observar e descobrir que o ponteiro menor, à meia hora, coloca-se, justamente, na metade do espaço que existe entre um número e outro. Mais tarde observa que à meia hora o ponteiro maior dá, sòmente, a metade da volta inteira que deveria dar.



Êste estudo é precedido de muita atividade com a hora exata. Vamos depois levar a criança a compreender o minuto e encontrar que quantidade de minutos existe dentro de meia hora.

Capítulo 4

FRAÇÕES NA 2ª SÉRIE

Conforme procuramos deixar claro no início do nosso trabalho, esta seriação não deve ser tomada em sentido dogmático. Dia a dia cresce o número de adeptos à teoria moderna que pretende suavizar a rigidez com que os conhecimentos são prescritos para uma determinada série na escola elementar. O centro do ensino é a criança com suas capacidades e necessidades.

Naturalmente, a professôra que recebe uma 2ª série no início do ano, procura inventariar os conhecimentos adquiridos pelos alunos no ano anterior. Baseando-se neste inventário, planeja onde iniciar o ensino. A clareza e solidez de novas aprendizagens, que a escola quer promover, depende do aproveitamento das noções anteriormente adquiridas. Sem esta conexão com a experiência anterior, qualquer tentativa de ensino torna-se um esfôrço inútil e absurdo.

Verificada a ausência de experiências em algum dos pontos por nós abordados como concernentes à 1ª série, é de responsabilidade da professôra promovê-las, antes de iniciar um nôvo programa. O alicerce bem construído assegurar-nos-á a fortaleza do edifício que tentamos edificar.

Que pedra colocaremos agora?

A fração «um quarto»

É esta a nova fração com a qual vamos, especìficamente, funcionar. Se a criança já usava os têrmos meio e metade, mesmo em seu sentido impreciso antes de vir para a escola, isto não acontece com a expressão «um quarto». Esta lhe é completamente estranha como designante de uma idéia matemática.

Não falemos, por hora, no têrmo. Preocupemo-nos com a idéia, com o sentido, com o conteúdo. Façamos com que a criança consiga descobrir o quarto de

um inteiro
um grupo
medidas

Estando a inteligência no trabalho de decompor o inteiro em partes iguais, irá, depois, recompor as partes formando o inteiro. Nesta atividade a criança verá, assim, não sòmente um quarto, mas também dois quartos, três quartos, quatro quartos, decorrência natural da primeira idéia.

Nestas experiências não surgirá o símbolo numérico. Prender-nos-emos à idéia e palavras que êle representa.

Material concreto — Um dos nossos primeiros cuidados será o preparo do material individual da criança. Êste material é básico e imprescindível para o desenvolvimento do ensino, como o expomos neste livro. Quando falamos em material individual do aluno, muitas professôras sentem-se desencorajadas, porque chamam a si a responsabilidade de sua confecção ou aquisição. Pensando-se que, na melhor das hipóteses, as classes primárias são constituídas de 35 a 40 alunos, concluir-se-á que há justo motivo para o desencorajamento.

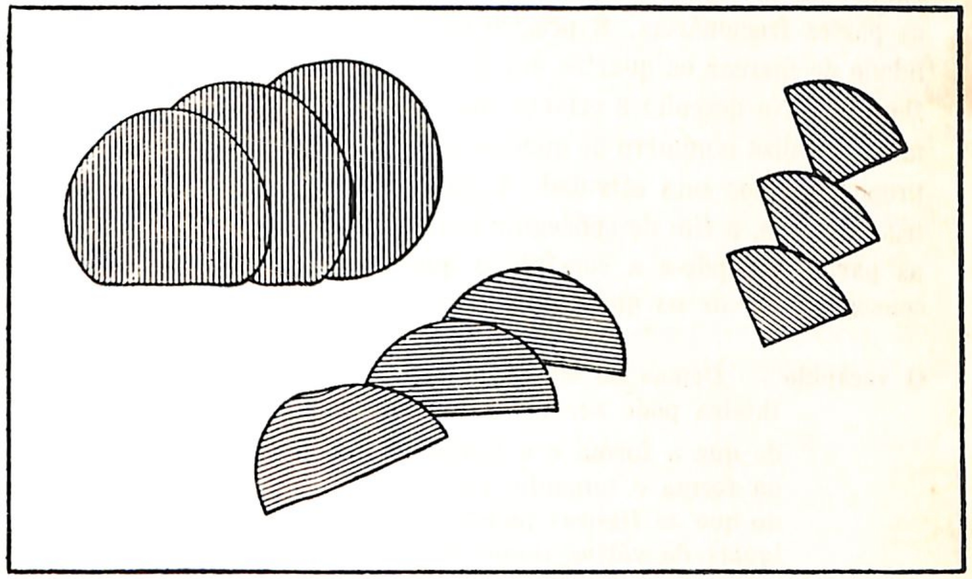
Cada criança terá uma coleção de, no mínimo, 5 discos de cartolina. Alguns serão divididos em metades e outros em quartos, para propiciar maior riqueza de atividades.

A professôra fornece o tamanho desejável dos discos e pede que os alunos os tragam. A própria criança decide de que material confeccioná-los. Quanto maior sua participação na organização do material, melhor serão sua atitude e seu interêsse.

Em geral, no início recebe-se uma variedade enorme de

qualidade de material: discos de jornal, de papelão os mais variados, de cartolina etc. É encantador notar que os alunos vão substituindo para melhor a qualidade do material empregado na confecção dos discos, pela simples comparação com o material dos colegas.

Aconselhamos à professôra o uso de um flanelógrafo com as partes fracionárias indispensáveis em tamanho visível a tôda a classe.



Introdução do conceito — Como sugestão exporemos algumas idéias que podem auxiliar a professôra na introdução do conceito. Pede-se a cada criança que tome um disco e divida em 2 partes iguais. Nesta oportunidade a classe recorda os conceitos já elaborados ou os enriquece com alguma nova idéia.

— «Tome, agora, um outro disco inteiro. Isto é um queijo e preciso dividí-lo **igualmente** entre 4 pessoas. Como farei?»

Vigilante, procura observar a maneira seguida pelos alunos ao dobrar o círculo em 4 partes iguais. Deixa, depois, que exponham o que fizeram. Dá relêvo e explora o caminho que podem seguir quando dividem o círculo em 2 partes iguais e, depois, cada uma destas partes ao meio. A criança vê, assim, as 4 partes e tem oportunidade de verificar que são iguais, superpondo-as. Terá, seguidamente, oportunidade de dividir em 4 partes iguais várias figuras geométricas já trabalhadas com os meios, a fim de redescobrir aquêles mesmos conceitos já emitidos quando do trabalho com as metades.

A experiência do aluno não ficará restrita apenas ao trabalho com as figuras recortadas em cartolina, de onde separa as partes fracionárias. É preciso que veja também a possibilidade de marcar os quartos em desenhos. São habilidades diferentes. No desenho a criança marca os quartos e, de algum modo, focaliza o número de quartos que lhe é solicitado. Quando proporcionamos esta atividade à classe podemos estimulá-la a usar a régua, a fim de conseguir uma perfeita igualdade entre as partes, levando-a a concluir o quanto é difícil a ôlho nú conseguir marcar os quartos de um retângulo, por exemplo.

O vocábulo — Depois de adquirida a idéia de que uma coisa inteira pode ser dividida em 4 partes iguais;

de que a forma e o tamanho das partes dependem da forma e tamanho do inteiro;

de que as figuras podem ser divididas em 4 partes iguais de várias maneiras diferentes,

a professôra planeja a introdução do nome matemático de cada parte: um quarto.

Cada nova palavra deve ser introduzida de uma maneira impressiva e em conexão com experiências que mostrem o seu sentido real. Esperamos que, desta forma, a criança possa usá-la em seu significado verdadeiro. Algumas atividades voltam, agora, para que o aluno tenha oportunidade de usar a palavra em situações variadas. A expressão passa a figurar na «lista de palavras novas», bem como no treino ortográfico.

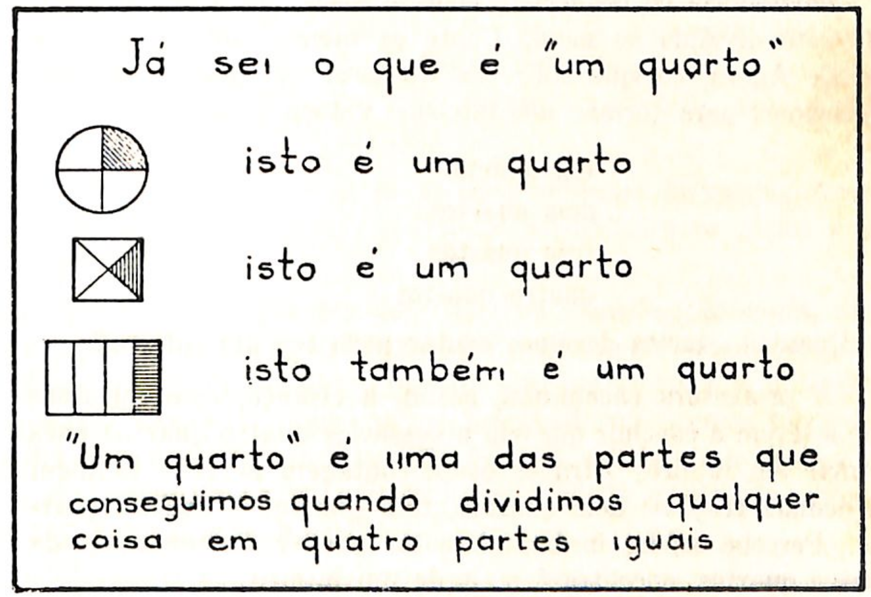
Por fim, pode-se pedir que o aluno tente responder à pergunta: **O que é um quarto?** Diante de tal questão, alguns alunos responderão apenas mostrando uma parte fracionária

e dizendo: «Um quarto é isto». Outros dirão: «Um quarto é um círculo partido em 4 partes iguais»; as crianças de maior desenvolvimento dirão: «Um quarto é uma das partes que conseguimos quando dividimos qualquer coisa em 4 partes iguais».

A exposição oral, ou verbalização de uma idéia, é uma etapa bem avançada no trabalho de elaboração conceitual. Não queremos definições pré-fabricadas e memorizadas. Queremos aceitar cada explicação dada pela criança, com o vocabulário de acôrdo com seu desenvolvimento lingüístico. Vamos, então, fornecendo-lhe novas e novas experiências até conseguirmos um conceito mais elaborado. Essa diferenciação «que é a progressiva explicação de detalhes num todo implìcitamente apreendido», depende das oportunidades que a criança tem para apreender êsses detalhes.

Êsse trabalho de pedir ao aluno que explique, oralmente, uma idéia que presumìvelmente foi adquirida é o coroamento da aprendizagem, e não o seu início.

Poderão ser deixados na classe, por algum tempo, cartazes contendo idéias descobertas a respeito de um quarto, para consulta sempre que necessário:



Atividades de enriquecimento — Quando a classe demonstra possuir o sentido matemático de **um quarto,** cabe-nos promover outras experiências envolvendo êsse conceito e relacionando-o ao de metade.

Estas experiências levarão a criança à:

1. Contagem de partes fracionárias
2. Identificação das frações
3. Comparação entre as frações
4. Descoberta das equivalências
5. Compreensão do que sejam frações maiores que um inteiro
6. Pequenas operações.

Estas experiências, embora planejadas com objetivos específicos, são relacionadas. Umas agem sôbre as outras contribuindo para que a criança descubra as relações entre o que vem sendo aprendido em diferentes oportunidades.

1. Contagem em quartos.

Partindo-se do conhecido, pode-se dizer: — Tome o disco que está dividido ao meio. Conte os meios: um meio; dois meios. Agora, coloque sôbre as carteiras os quartos de que precisamos para formar um inteiro. Vamos contá-los?

um quarto
dois quartos
três quartos
quatro quartos

— Quantos quartos devemos contar para ter um inteiro?

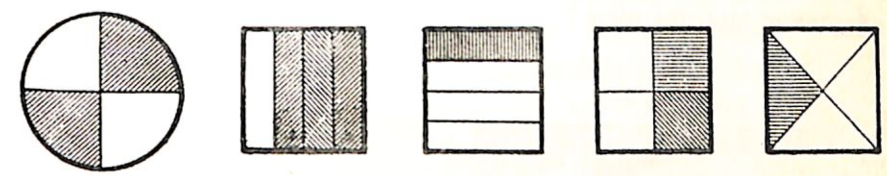
A professôra encaminha, assim, a criança, com questões que a levem a concluir que são necessários quatro quartos para formar um inteiro. Através dessa contagem percebe também as demais frações: dois quartos, três quartos e quatro quartos. Percebe ainda, incidentalmente, que se contar mais de quatro quartos, encontrará mais de um inteiro.

2. Identificação das frações.

Nesta etapa do ensino desejamos colocar o aluno numa situação diante da qual deverá escolher dentre as várias frações, aquela que lhe é solicitada. Terá, assim, necessidade de organizar as experiências já vividas, os detalhes importantes de cada fração para fazer seu reconhecimento. Diríamos:

— Coloque, no flanelógrafo, um quarto; agora quero ver três quartos; mostre-me, usando o seu material, um meio, etc.

Podemos ainda fornecer-lhe uma fôlha de papel, com várias figuras geométricas, tendo partes fracionárias sombreadas:



Diríamos, por exemplo:

— Procure tôdas as figuras que têm um quarto sombreado. Escreva, logo abaixo, a expressão «**um quarto**». Agora veja as figuras com a metade sombreada. Escreva, abaixo, «um meio».

Quanto mais ricas e em oportunidades diferentes forem as experiências, melhor a criança identificará os meios e os quartos.

Sugerimos que, em face de uma identificação exata, seja lançada a questão: «Por que sabe você que isto é um quarto?» De início, confirmando o que foi dito anteriormente, a resposta não terá o conteúdo causal desejável, mas iremos fornecendo elementos para a formação de uma resposta que possua as características conceituais próprias à idade mental da criança com a qual trabalhamos.

3. Comparação.

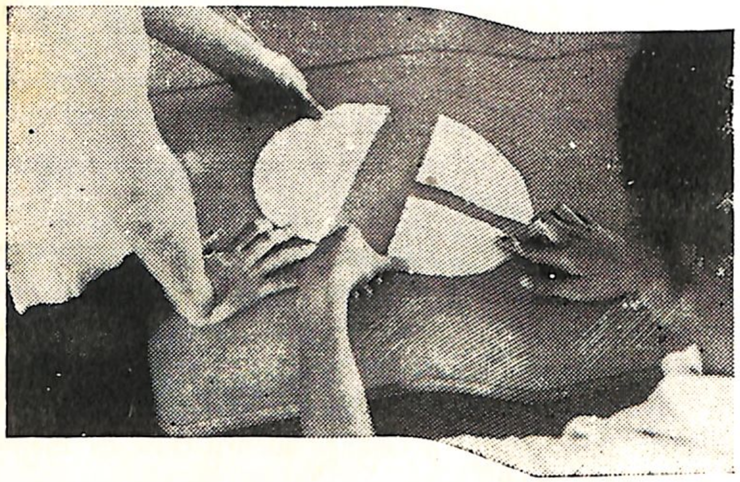
Levaremos a classe a fazer 3 espécies de comparação:

a) — entre os quartos
b) — entre os quartos e os meios
c) — entre os quartos, os meios e o inteiro.

Tôdas estas comparações serão feitas com o material enquanto o aluno dêle necessitar.

Diríamos: — Tome um quarto; agora, tome três quartos; qual o maior? O que prefere você ganhar: dois quartos ou um quarto de queijo? por quê?

— Vamos colocar sôbre sua carteira um meio. Agora, ao lado, coloque um quarto. Qual o maior? Por que um quarto é menor que um meio?



A professôra pode usar também o flanelógrafo para essas comparações:

— Coloque, no flanelógrafo, um meio. Agora, ao lado, coloque três quartos. Qual o maior? Que parte deveríamos juntar a um meio para que tenhamos o mesmo que três quartos?
— Que é maior: um quarto ou um inteiro? três quartos ou um inteiro?

— **Quantos quartos devo juntar a três quartos para ter um inteiro?**

Muitas aulas são necessárias diante do material, para que todos êsses conhecimentos ganhem consistência. Algumas crianças, mais depressa que outras, abandonam o material e dão respostas prontas. É que se formaram as imagens mentais através do uso concreto dos objetos. Respeitemos as diferenças individuais, fornecendo a cada aluno possibilidade de conseguir sucesso.

Fixados tais conhecimentos, cumpre colocar a clásse em situação tal, possibilitando-a ver que só podemos comparar frações retiradas de inteiros do mesmo tamanho. Muitas professôras, abstratamente, fazem a criança memorizar a sentença: um meio é maior que um quarto. Não a levam, outrossim, à conclusão final observando o tamanho dos inteiros de onde as partes são extraídas. É uma oportunidade que temos de fazer o conceito ganhar profundidade. Levemos uma maçã e um mamão, por exemplo, para que a criança mesma experimente comparar a metade de uma com um quarto da outra e conclua porque, neste caso particular, a verdade antes abstraída não funciona.

4. A equivalência.

Dirijamos o trabalho de comparação entre as frações de maneira que, como conseqüência, a criança descubra que algumas se equivalem. Estas comparações e a presença visual das partes fracionárias dar-lhe-ão a alegria da descoberta e um sentimento de segurança, quando dão respostas às nossas questões.

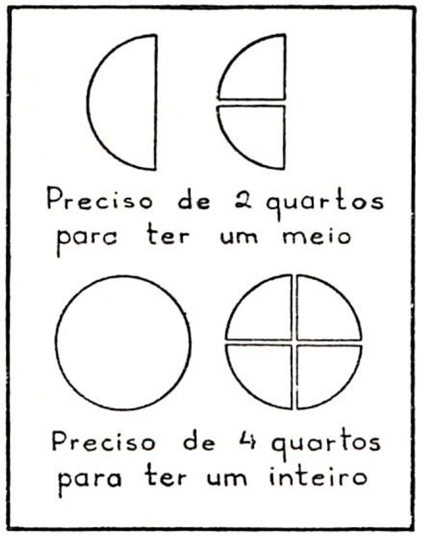
Dirá, por exemplo, a professôra:

— Ponham meio círculo sôbre as carteiras. Coloquem quartos sôbre êle; de quantos quartos precisaram para cobrir um meio?
— Por que são precisos **dois** quartos para cobrir **um** meio?

Esta última questão exigirá muito pensamento, porquanto está relacionada ao conceito da relatividade inversa do número de partes com o tamanho das mesmas. Se a criança não responde, a professôra não deve precipitar-se. É preciso não dizer aquilo que a criança possa descobrir. Planejam-se experiências específicas que permitam ao aluno observar, em várias situações, que é preciso maior número de partes, porque são as partes menores. Gradualmente, a criança vai se tornando capaz de perceber e interpretar as reações que recebe, e o conceito matemático torna-se cada vez mais claro.

A professôra, usando o flanelógrafo, pede que o aluno nêle coloque um meio. Ao lado, dois quartos. Depois pergunta: — Que é maior: um meio ou dois quartos?

Deixamos aqui um cartaz encontrado numa classe de 2ª série primária, que registra as idéias conseguidas pelas crianças depois de uma variedade de experiências.



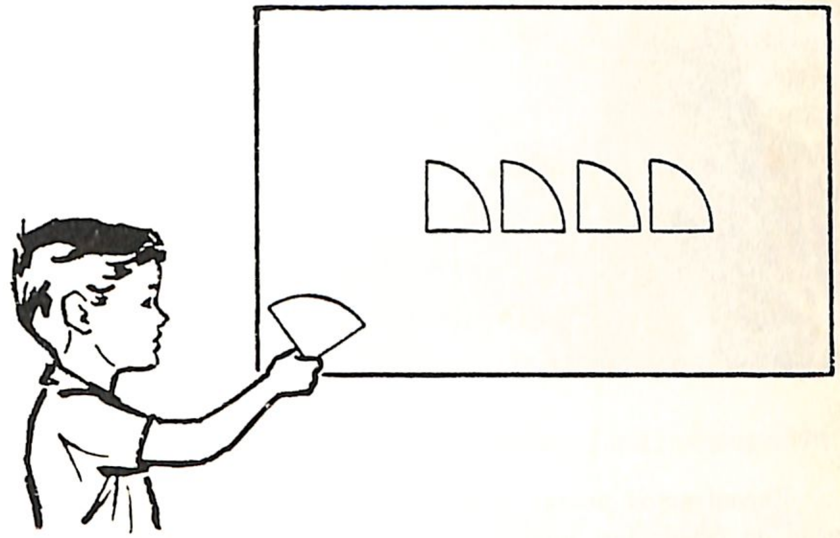
A equivalência entre dois meios e um inteiro, entre quatro quartos e um inteiro, é também de muita importância.

É preciso que o aluno tenha uma percepção bem clara do número de partes necessário na formação do inteiro, para que possa ver significado na atividade sôbre a qual falaremos a seguir.

5. Frações maiores que um inteiro.

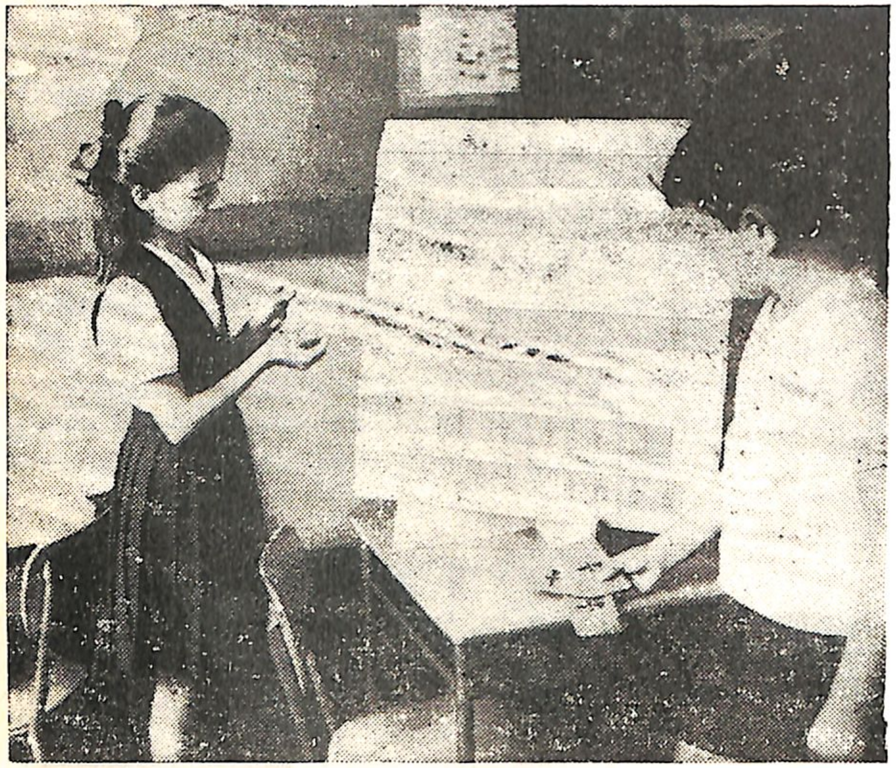
Partindo da atividade de contagem de partes fracionárias, bem como da equivalência entre 4 quartos e um inteiro, a professôra dirige a classe para chegar à conclusão de que com mais de 4 quartos terá, naturalmente, mais de um inteiro.

Coloca, por exemplo, no flanelógrafo, 5 quartos, discriminadamente.



Diz: — Olhem bem para o flanelógrafo e respondam à minha pergunta: Tenho eu aqui mais ou menos que um inteiro? Como você pensou para dar esta resposta? Quero que Fulano venha ao flanelógrafo agrupar as partes, para provar que a resposta está certa.

As atividades variam com o uso de material diferente. O Quadro de Frações obriga a criança a perceber que com 7 quartos, por exemplo, poderá apenas usar 4 para preencher a corrediça. O restante sobrará em suas mãos:



Encontramos nossas crianças mais empenhadas na resolução de problemas, quando têm à sua frente o seu próprio material. Elas gostam de retirar um número maior de quartos do envelope onde os guardam e ir, com êles, formando os inteiros. Sentem, por assim dizer, prazer em construir os inteiros.

Experimentando, guiadas por situações problemáticas, podem descobrir que:

a) — com 4 meios fazem 2 inteiros;

b) — com 5 quartos fazem um inteiro e um quarto;

c) — com 6 quartos fazem 1 inteiro e 2 quartos que é o mesmo que um inteiro e meio (relação com o conhecimento adquirido anteriormente);

d) — tendo 7 quartos fazem 1 inteiro e 3 quartos e precisariam, apenas, de mais um quarto para ter 2 inteiros;

e) — para formar 2 inteiros são necessários 8 quartos etc.

Estas conclusões foram elaboradas por uma classe de 2ª série primária do Grupo Escolar do Instituto de Educação de Minas Gerais, cuja professôra trabalhou sob nossa orientação metodológica.

6. Pequenas operações.

Os princípios fundamentais que regem a adição e subtração de números inteiros têm desempenho também aqui. A criança descobre, por experiência já realizada, que, ao adicionar, junta partes fracionárias; ao subtrair retira uma fração de um grupo maior para verificar o que resta, bem como compara número de partes iguais de igual tamanho ou procura uma fração que somada a outra reproduza a primeira dada.

A professôra pede: — Coloquem sôbre a carteira, um quarto; agora, coloquem mais um quarto. Quantos quartos temos ao todo? De que outra maneira podemos dar esta resposta?

— Vamos colocar, no flanelógrafo, um quarto; juntem mais 2 quartos. Quanto temos agora?

— Quantas adições de quartos podem fazer, conseguindo sempre um total de quatro quartos?

— Se eu tiver três quartos e ganhar mais um quarto, ficarei com mais ou menos que um inteiro? Com quanto ficarei? Façam um desenho provando que a resposta dada está certa.

É interessante que se deixe também a criança formular o problema, para que os colegas o resolvam. É uma oportunidade para empregar um vocabulário específico. Por outro lado, nesta ocasião, pode-se observar a evolução de sua linguagem ao expressar um pensamento matemático.

Seguindo orientação semelhante, a classe terá oportunidade de resolver pequenas subtrações:

— Você tem aí três quartos. Retire um quarto e veja quanto ainda resta.

— Coloque na carteira 4 quartos. Quanto deverá você retirar, de maneira que sobre, apenas, um quarto?

— Maria tem 3 quartos de queijo. Joana tem 1 quarto. Quem tem mais? Quanto mais?

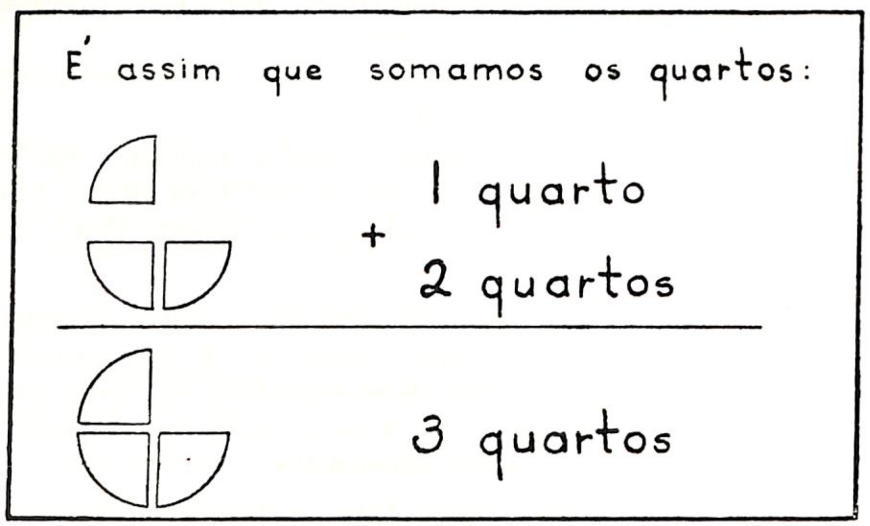
— Tenho um quarto de laranja. Quanto estará faltando para eu ter um meio? e três quartos?

Como uma etapa mais abstrata a professôra pode pedir que as crianças completem igualdades como:

um quarto + um quarto =
três quartos + um quarto =
um meio + um meio =
dois quartos + um quarto =
três quartos + dois quartos =

Outras combinações semelhantes são usadas, bem como combinações envolvendo a subtração. A criança poderá também usar o sentido vertical para expressar a adição e a subtração de partes fracionárias.

Na apresentação desta forma mais simbólica a professôra a mostra unindo-a a certa concretização.



Mais tarde, solicita-se à criança que complete a operação sem consulta ao material. Todavia havendo dificuldade, ser-

lhe-á permitido usar o concreto, ou procurar a solução através de desenhos e diagramas. Nesse processo de gradual interpretação da realidade matemática a criança é o centro de referência: tudo depende dela como ser ativo, dotado de características e potencialidades próprias.

Um quarto e quartos de um grupo.

Relembremos algumas noções que contribuirão para que o aluno possa atingir o verdadeiro significado de um quarto e quartos de um grupo de coisas. Precisa:

a) — ter a percepção de grupos;

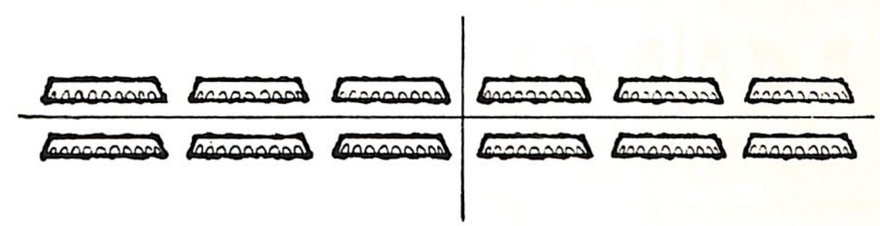
b) — saber como dividir o grupo total em quatro partes iguais ou quartos;

c) — descobrir o conteúdo de cada quarto;

d) — verificar que somando o conteúdo dos quatro quartos obterá o grupo total com o qual iniciou o trabalho.

Pode-se lançar mão do artifício de considerar um círculo como se fôra um queijo partido em 8 pedaços iguais. Deixa, então, que as crianças procurem ver quantos pedaços estarão dentro de um quarto do círculo, dentro da metade do círculo etc. Menor dificuldade sentirão, naturalmente, se tiverem uma idéia nítida do quarto do círculo.

Peçamos à criança que coloque na carteira um grupo de 12 tampinhas. Digamos-lhe: — Aí está um grupo de tampinhas. Vamos dividir êsse grupo em 4 partes iguais? Como se chama cada parte? Quantas tampinhas há em um quarto?



Atividades sugeridas para a 1ª série podem ressurgir agora, a fim de o aluno descobrir um quarto de vários grupos de coisas. A professôra varia as experiências de maneira que a criança veja os totais 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28... divididos em quartos, para encontrar a quantidade existente em cada quarto.

Muitas atividades são necessárias, tôdas elas significativas, para a classe descobrir as seguintes relações:

a) — quando retiro um quarto de um grupo de 12 laranjas, retiro a metade da metade — 3 laranjas;

b) — quando retiro um quarto de 12 laranjas, eu retiro 3 laranjas e ainda sobram 9 laranjas;

c) — quando eu tomo 2 quartos de 12 laranjas, eu tomo 3 + 3 = 6 laranjas;

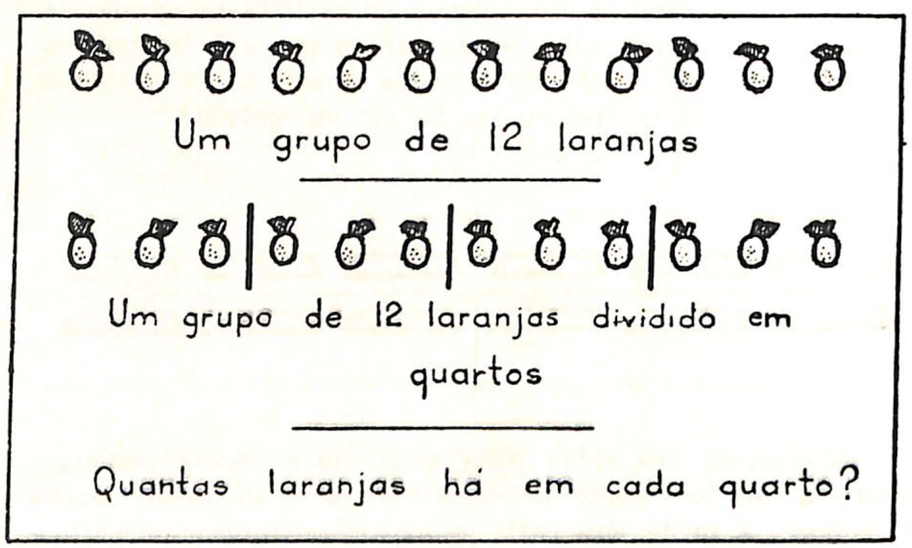
d) — quando eu tomo a metade de 12 laranjas, também são 6 laranjas, porque 2 quartos ou a metade é a mesma coisa;

e) — quando eu tomo 3 quartos, tomo 3 + 3 + 3 = 9 laranjas;

f) — quando eu tomo 4 quartos, tomo 3 + 3 + 3 + 3, que são 12 laranjas;

g) — quando eu tomo 4 quartos, tomo o grupo todo, porque 4 quartos é o mesmo que um inteiro.

Estas idéias podem ser apresentadas através de cartazes, usando o desenho como auxiliar.



A criança precisa de muitas experiências para a formação dessas idéias. Elas se formam progressivamente, como resultado de experiências gradualmente acumuladas, experiências estas que aos poucos tomam significado e organização.

À proporção que a classe desenvolve conceitos relativos a outras áreas do ensino da aritmética, é nossa responsabilidade ir promovendo as relações possíveis com o conhecimento de frações. Êsse processo de integração de conceitos é de suma importância na aritmética. É assim que a criança deverá, então, descobrir a identidade entre o conceito de divisão e o de fração.

A criança aprende o que é metade. Aprende também a dividir por 2. Aprenderá, com a contribuição inteligente da professôra, que um meio fácil de encontrar a metade de um número é dividí-lo por 2, ou que, quando se divide um número por 2, o quociente encontrado é a metade dêsse número, em se tratando de número par.

A criança descobre os fatos fundamentais da divisão por 4.

Descobre também, o que significa um quarto de uma quantidade. Experiências são organizadas de forma que faça uma conexão entre êsses 2 conhecimentos, verificando que dividindo um número por 4, o quociente encontrado é um quarto ou a quarta parte dêsse número.

A aritmética é uma ciência de relações. Seu ensino será tanto mais perfeito quanto maior e mais estreitas forem as relações feitas pelos alunos. Essa relação entre divisão e fração tem grande alcance matemático e, por isso mesmo, não deve ser abandonada.

Um quarto ou quartos das medidas.

As experiências inteiramente novas para uma pessoa têm um característico — são descontínuas, fragmentárias, não relacionadas. Pouco a pouco, à proporção que acumula experiências semelhantes, a própria criança vai se tornando capaz de estabelecer identificações entre coisas que possuem características comuns. Estas relações constituem, é óbvio, uma examinar o metro-padrão. Recorda, com êle, o total de centímetros que possui. Pede que o aluno diga quantos centímetros há na metade do metro. Deixa que verifique o acêrto da resposta através do exame no metro-padrão. Escreve, por fim, no quadro:

— meio metro = 50 centímetros —

— E quantos centímetros haverá em um quarto do metro?

Para responder a esta pergunta será permitido a consulta ao metro, avaliando neste instrumento o comprimento de um quarto. Encontrada a resposta a professôra escreve no quadro:

— um quarto do metro = 25 centímetros —

Repetindo e variando as atividades, queremos que a classe consiga fixação dêsses conhecimentos. Poder-se-á pedir depois que a criança complete as seguintes igualdades, consultando o metro, se necessário:

um quarto do metro = ... centímetros
dois quartos do metro = ... centímetros
meio metro = ...
três quartos do metro = ...
quatro quartos do metro = ...

O aluno irá, depois, descobrindo outras maneiras de encontrar o elemento para completar tais igualdades sem precisar de consultar os números escritos no metro.

Depois que a criança vê, sente e manuseia o comprimento de meio metro e um quarto do metro, ser-lhe-ão dadas oportunidades inúmeras de fazer estimativas no decorrer da vida diária da sala de aula:

coisas que medem mais de meio metro
coisas que medem menos de meio metro
coisas que medem mais de um quarto
coisas que medem menos de um quarto
coisas que medem um quarto do metro

Ser-lhe-á sempre permitido verificar sua estimativa pelo uso do metro-padrão.

O litro — São muito vivas as reações das crianças quando tentam marcar, em uma vasilha de 1 litro, a altura correspondente

a **um quarto do litro.** Em geral, porque enfrentam dificuldades em fazê-lo e porque já conhecem a vasilha tão comum de meio litro, indagam se não existe também de um quarto de litro. É o momento oportuno de se introduzir o material, deixando que os alunos façam suas experimentações para descobrir que:

a) — em um litro há 4 quartos de litro;
b) — preciso de 2 quartos para encher a vasilha de meio litro, porque 2 quartos é o mesmo que meio litro;
c) — se tenho 5 quartos, tenho mais de um litro;
d) — se tenho 3 quartos, falta-me, apenas, um quarto para encher um litro etc.

As crianças podem formular seus próprios problemas, além de resolver aquêles propostos pela professôra, envolvendo pequenas operações.

Nestas experiências, queremos que a criança adquira a idéia da medida padronizada. Em algumas regiões geográficas temos encontrado o uso do vocábulo **litro** designando qualquer recipiente de vidro com gargalo, tenha ou não a capacidade de um litro. Nestas regiões as experiências terão o objetivo de levar a criança a caracterizar melhor o que chamamos **litro** como medida estandardizada.

O quilo — São muito comuns as atividades através das quais as crianças necessitam usar balanças. Através de tais atividades, muitas vêzes relacionadas a Estudos Sociais ou Ciências, entram em contato com pesos mais leves que um quilo. Esta aprendizagem é, depois, organizada de forma que a classe descubra as relações desejáveis. Vê, assim, que:

a) — são necessários 2 meios quilos para fazer um quilo;
b) — a metade do meio quilo é um quarto do quilo;
c) — com 4 quartos fazemos um quilo etc.

Sugerimos que a professôra enriqueça o «Cantinho de Aritmética», onde a criança possa ter:

— saquinhos com 1 quilo de algum cereal
— 3 ou mais saquinhos de meio quilo
— 5 ou mais saquinhos de um quarto do quilo.

Através da experimentação dêsses vários pesos, a criança ganha habilidade em avaliar, observando qual o mais pesado, qual o mais leve, quantos saquinhos de meio quilo precisa tomar para sentir o pêso de um quilo etc.

Quanto maior a participação da classe na organização do material a que nos referimos, maior será a significação do «Cantinho de Aritmética».

Gramas — Quando a criança vive as atividades ligadas a Estudos Sociais e Ciências passa muitas vêzes a usar a palavra «Grama». Vamos, agora, tentar que adquira o sentido verdadeiro que a palavra possui.

— Quantas gramas há em um quilo?

— Isto é muito ou pouco?

— Por que são necessárias tôdas essas gramas para se ter um quilo?

— Quem é capaz de me mostrar alguma coisa que pese uma grama?

— Vamos conferir usando a balança?

Com questões semelhantes procura-se levar a criança a pensar no ínfimo pêso de uma grama.

Fixada a noção do conteúdo de mil gramas em um quilo, a professôra indaga:

— E neste pacote de meio quilo, quantas gramas haverá?

— E neste de um quarto de quilo?

— E se eu tomar dois quartos, quantas gramas terei?

— Por que em dois quartos há o mesmo número de gramas que em meio quilo?

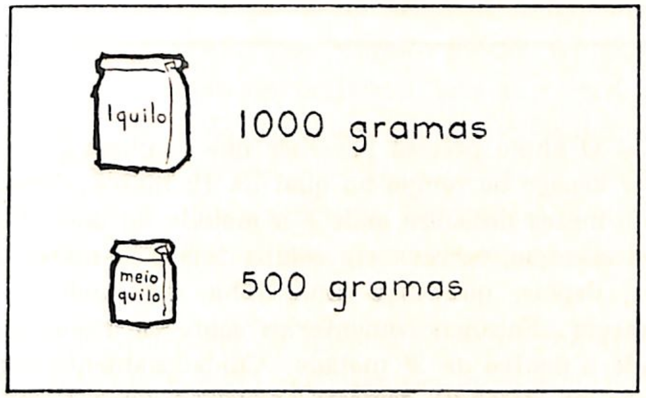
Estas perguntas por nós aqui formuladas são apenas sugestões. Quando a atividade é realmente vivida pela classe e orientada por uma professôra inteligente, surge uma riqueza infinda de problemas, nos quais o aluno se empenha para encontrar a solução.

À proporção que as relações são feitas, a professôra fala da necessidade de se encontrar um meio de escrevê-las para melhor serem fixadas.

Ouvirá as sugestões, encaminhando os alunos para aquelas que melhor resultado darão:

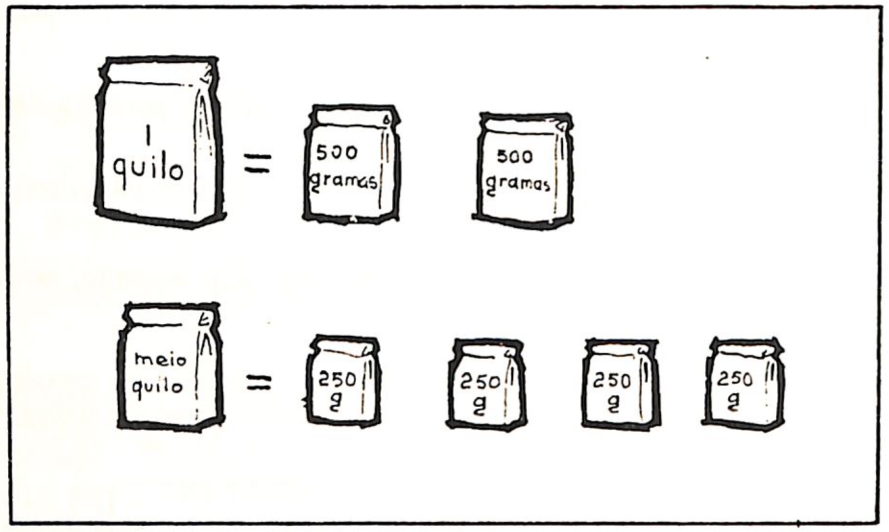
a) — deixar escrito em cada saquinho o número de gramas relativo a seu pêso;

b) — fazer cartazes com as equivalências, para consulta, sempre que necessário.



A professôra pode usar desenhos com exercícios para fixação. Nenhum desenho, entretanto, substitui a experiência real, principalmente em se tratando da aquisição dos conceitos de Medidas. Como perceber, por exemplo, através de desenhos que, de fato, dois meios quilos pesam tanto quanto um quilo? ou que 4 saquinhos de 250 gramas equivalem a um quilo?

As professôras que tentam substituir experiências reais por desenhos roubam à criança a possibilidade de aprender realmente.



O ano — O aluno precisa perceber que também o ano é medido: é o espaço de tempo no qual há 12 meses. Nesta quantidade de meses descobre onde é a metade do ano. Peçamo-lo que, por exemplo, escreva em coluna todos os meses do ano. Peçamos, depois, que faça uma linha separando a metade dêsses meses. Façamos comentários sôbre os meses dentro da 1ª metade e dentro da 2ª metade. Cuidadosamente façamos a introdução do vocábulo **semestre** para designar a metade do ano, deixando que a criança passe a usar: 1º semestre (ou 1ª metade), 2º semestre (ou 2ª metade). Pode, depois, tomar o calendário e separar a metade das fôlhas, lendo o nome dos meses em cada semestre.

A professôra, com questões habilidosas, leva a criança a pensar:

— Teremos passado mais da metade ou menos da **metade** do ano?

— Poderemos encontrar também um quarto do ano?

— Em quantas partes dividiremos o número de meses?

— Quais os meses que ficam no 1º quarto? No 2º? no 3º? no 4º?

— Quantos meses há em 2 quartos do ano? e em três quartos?

— Onde há mais meses: em 2 quartos do ano ou em um meio? Por quê?

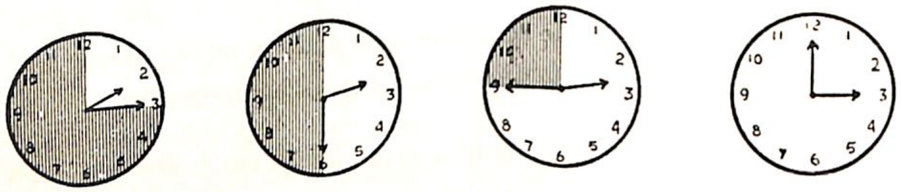
O mês — Trabalho idêntico é feito em relação ao mês, à procura da metade do mês. A professôra poderá levar a classe ao conhecimento do quarto do mês, com aproximações.

O dia — A criança tem alguma dificuldade em perceber o dia como 24 horas. A palavra dia está, algumas vêzes, ligada à parte clara e não ao total de 24 horas. Por isto mesmo, experiências para corrigir êste conceito devem ser providenciadas, antes de a professôra pretender levá-la a verificar o número de horas em meio dia ou em um quarto do dia. É preciso que haja o conhecimento do inteiro antes de pretendermos conhecer as partes que o formam. Poderá, então, providenciar experiências em relação a meio-dia e um quarto do dia.

A hora — A professôra de início observa o conhecimento que a criança tem do relógio e que significado dá à hora. O exame do relógio faz com que o aluno tenha curiosidade a respeito da função dos ponteiros.

Depois que a classe viu o significado do percurso que o ponteiro dos minutos faz durante uma hora, a professôra leva-a a perceber que também êsse percurso pode ser considerado em 4 partes iguais, chamando-se, a cada parte, **um quarto de hora.** A criança aprende a ver um quarto de hora como a metade de meia hora e outras relações. A professôra procura então assegurar-se de que a classe entende a relação entre os números do relógio e a quantidade de minutos que êstes números representam. Relaciona, por fim, as expressões:

um quarto de hora — 15 minutos
dois quartos ou meia hora — 30 minutos
três quartos de hora — 45 minutos
quatro quartos ou 1 hora — 60 minutos



Muito tempo é tomado até que tôdas estas relações sejam sentidas. A professôra não se apresse e não diga o que possa ser descoberto pelos alunos. Apenas desenvolva a técnica de colocar a criança em tais situações problemáticas, que se sinta impulsionada no trabalho vital da procura da solução, e venha a estabelecer o equilíbrio em seu processo de pensamento. Embora o tempo gasto seja maior, o resultado também será maior.

Outros conceitos — Vamos sugerir algumas questões que possibilitam o trabalho da criança quando relaciona a expressão «um quarto» à quantia.

— Aqui temos um quilo de arroz.

— Quanto estará custando?

— E se eu comprar êsse pacote de meio quilo, vou pagar mais ou menos? Quanto irei pagar?

— E se eu comprar a metade do meio quilo, quanto pagarei?

— Olhem o nosso «Cantinho de Aritmética». Aqui está:
1 quilo de feijão
meio quilo de feijão ou 500 gramas
um quarto do quilo, ou 250 gramas

— Eu sei que esta saquinha de 1 quilo custa... (dar o preço real). Agora vocês vão me dizer o preço das outras saquinhas.

— Vejam bem êste desenho. É um queijo que custa... (preço real). Agora, digam-me o preço de:

meio queijo — ....

um quarto do queijo — ....

A professôra pode também variar a atividade partindo do preço de um quarto da coisa para o aluno procurar o preço dos outros quartos e da coisa inteira. Por exemplo: — Êste pedaço de fita é um quarto do metro. Comprei-o por ...... Quem poderá dizer-me o preço de um metro? e de meio metro? e de 75 centímetros? — Comprei 250 gramas de queijo e paguei .... Qual será o preço de meio quilo?

Aconselhamos que seja dada contínua oportunidade à criança de dizer como pensou, para encontrar a resposta. Nesta exposição de pensamento penetra-se nos caminhos variados que a criança pode seguir quando busca uma resposta. Se a solução não é a adequada, a professôra tem oportunidade de verificar que motivo ocasionou o êrro.

Uma quantidade enorme de experiências a professôra irá planejar, a fim de que a criança descubra e formule as seguintes idéias:

a) — quando quero saber um quarto de uma quantia, eu posso procurar a metade da quantia; depois, então, procuro a metade da metade;

b) — quando eu sei quanto é um quarto, é fácil descobrir dois quartos;

c) — quando descubro quanto são dois quartos, vejo que é a mesma quantia que um meio;

d) — quando eu retiro um quarto de uma quantia, o que sobrou é o mesmo que três quartos;

e) — quando tomo quatro quartos, eu tomo a quantia tôda;

f) — posso achar um quarto de uma quantia dividindo-a por 4;

g) — sabendo um quarto de uma quantia, multiplico-o por 4 e conheço a quantia tôda.

Estas duas últimas generalizações são diretamente relacionadas ao estudo de divisão e multiplicação. Encerram idéias muito avançadas e muito importantes.

Alguns cartazes surgirão na classe incentivando os alunos a darem resposta pronta a questões cujo conteúdo já foi apreendido:

Diga bem depressa:
Um quarto de:
Cr$10,00
Cr$20,00
Cr$40,00
Cr$60,00
Cr$80,00
Cr$100,00

Eu sei que:
Um quarto de Cr$80,00
é Cr$20,00...
... e dois quartos?
... e três quartos?
... e quatro quartos?

*

Capítulo 5

FRAÇÕES NA 3ª SÉRIE

A criança, que teve um bom preparo, não sentirá dificuldade em concluir que, se podemos dividir um inteiro em 2 e 4 partes iguais, podemos também dividí-lo em outros números de partes iguais. É um característico seu gostar dos extremos. Em geral quando levantamos esta questão de número de partes, os alunos perguntam:

— Se eu quiser dividir em um milhão de partes, posso?

A professôra, com a afirmativa, favorece o raciocínio do aluno, respondendo:

— De que tamanho ficarão as partes? Pode você imaginar?

Deixemos, então, que a classe fale informalmente acêrca de um inteiro dividido em 3, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 partes. Façamos perguntas introdutórias sôbre a estimativa do tamanho relativo dessas partes, de acôrdo com o número em que o inteiro foi dividido. Decidamos, por fim, organizar o material individual que será utilizado durante todo o ano, com as experiências fracionárias.

Naturalmente que, de início, vamos reorganizar os discos divididos em meios e em quartos. Enquanto reorganizamos êsse material a criança relembra conceitos anteriormente apreendidos e a professôra observa, anotando os conhecimentos que não foram adquiridos na 2ª série e aquêles que necessitam de reensino. Por fim, voltamos ao nosso interêsse especial: levar o aluno ao conhecimento das demais frações.

A professôra pede que prepare, para trazer à aula, um disco inteiro. Pede ainda que a classe pense em quantas partes quererá dividir aquêle material e de que maneira fará a divisão.

*

Oitavo e Oitavos

Não há nenhum critério categórico que nos obrigue a introduzir oitavos antes de terços, sextos ou quintos. Não podemos afirmar, por exemplo, que o oitavo seja mais fácil de ser percebido. Acreditamos, entretanto, que haverá mais facilidade em dividir o disco em 8 partes do que em outros números. A criança iniciará o trabalho fazendo a divisão em 4 partes iguais e depois procurará o meio de cada quarto, encontrando o total de 8 oitavos. Por outro lado, esta fração está diretamente relacionada aos meios e quartos o que possibilitará, logo de início, uma riqueza de atividades e descoberta de relações.

A própria criança, sob a vigilância da mestra, divide o círculo em 8 partes iguais. Vai, depois, observando uma parte, duas, três; através desta observação identifica o oitavo e os oitavos, procurando fixar seus detalhes. Compara, depois, um oitavo com oitavos; um oitavo com um meio; um oitavo com um quarto; quatro oitavos com um meio etc.

Descobrirá, através dessas comparações, as frações que se equivalem, estabelecendo as seguintes igualdades:

um meio = quatro oitavos
um quarto = dois oitavos
três quartos = seis oitavos

A professôra dá tantas atividades semelhantes e as conduz com tal objetivo que a criança é levada a observar que, quanto menores são as partes, maior número delas necessitamos para têrmos um meio.

A contagem das partes fracionárias e pequenas operações serão também resolvidas, sempre à vista do material.

Logo que a criança demonstra entender o sentido das 8 partes iguais em que foi o inteiro dividido, podemos introduzir a expressão «um oitavo» para designar cada parte, usando as demais expressões, de acôrdo com o número de partes a que nos referimos.

Apresentação da forma simbólica

Consideramos que a classe, trabalhando com a fração desde a 1ª série, já tenha tido, então, bastante experiência e adquirido uma compreensão mais segura desta nova espécie de número. Possui, portanto, contato com uma riqueza de elementos idênticos que podem ser representados pelo símbolo numérico.

O registro numérico da fração não é simples. Usamos dois números, um acima do outro, que, separados por um traço, terá, cada um, uma diferente função, uma diferente significância matemática, e, em seu conjunto, personificam uma idéia. Se isto poderá parecer simples para o adulto, não o é para a criança.

Como apresentar a forma simbólica?

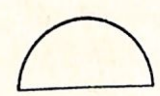
Acreditamos que cada professôra tenha sua própria maneira de bem realizar esta apresentação. O que aqui diremos será a título de sugestão e uma resposta à necessidade de transmitir aos leitores experiências já vividas.

Partamos do conhecido. Do concreto. Do conhecimento no qual a criança já se sinta segura.

— Tirem do envelope:

um meio
um quarto
um oitavo

— Mostrem-me um meio. Vamos desenhar e escrever isto aqui no quadro?

um meio 

— Mostrem-me, agora, um quarto. Vamos escrever no quadro.

um meio 

um quarto 

— Mostrem-me, agora, um oitavo:

um meio 

um quarto 

um oitavo 

Prosseguindo, pergunta-se:

— Saberíamos nós escrever isto mesmo, usando apenas números? Quem será capaz? Quem sabe escrever um meio usando números?

Estas perguntas poderão provocar 2 reações:

a) — haver uma criança que saiba escrever um meio em sua forma simbólica por influência do lar ou vivência em outras escolas que seguem diferente orientação;

b) — ninguém saber escrever.

Na primeira hipótese, a criança escreve um meio e a professôra parte daí para desenvolver o sentido de cada algarismo usado.

Tomemos a segunda possibilidade. Os alunos, por causa das perguntas feitas pela professôra, estarão grandemente curiosos, o que facilitará a aprendizagem.

Dirá, então, a mestra:

— Muito bem! Vamos, então, aprender hoje a escrever um meio, um quarto, um oitavo, usando só números.

— Olhem aqui no quadro. Quantas partes do inteiro tenho eu? Vamos, então, colocar aqui, logo adiante.

— Se eu tapar o desenho e o nome «um meio» (e a professôra o faz) saberão vocês que êste 1 quer dizer um meio?

— Muito bem. Está faltando alguma coisa. Preciso dizer que é **uma parte** de um inteiro que foi dividido em 2 **partes iguais**. Êste número que está aqui, que diz?

— Diz que é 1 parte, mas não conta em quantas partes foi dividido o inteiro. Pode ser 1 meio, 1 oitavo ou 1 quarto. Que fazer?

Esperamos as sugestões da classe.

Alguns dirão:

— A senhora escreve assim: 1 meio.

A professôra não os desaponta rejeitando inquestionàvelmente sua sugestão. Ganhará sempre a confiança da classe dizendo: — Muito bem. Vamos escrever 1 meio. É uma boa idéia. Mas antes combinamos usar número, só número e aqui estamos usando a palavra «meio».

Tôda a classe estará atenta, e será com avidez que ouvirá a professôra dizer: — Os homens muito inteligentes um dia também ficaram nesta dificuldade. Reuniram-se, discutiram, discutiram e por fim encontraram uma maneira de escrever a fração usando apenas números. É a maneira que fazemos até hoje. Querem saber o que os homens inteligentes decidiram? Decidiram fazer assim: escrever, primeiro, o número de partes. Vamos escrever, por exemplo, **um meio**. Registramos, então, o número de partes. Neste caso: 1. Depois, abaixo,

1

damos um traço (e a professôra faz no quadro —). Abaixo do traço escrevemos em quantas partes foi o inteiro dividido.

Então, temos: $\frac{1}{2}$. Esta fração nós a lemos: um meio.

— Vamos fazer o mesmo com um quarto. Quantas partes tenho? 1. Em quantas partes o inteiro foi dividido? Onde escrever êsse número? Como lerei a fração?

E a professôra repete a atividade, usando um oitavo e depois mais de uma parte fracionária.

No final da atividade as crianças terão elementos para a confecção de um cartaz do qual damos uma sugestão:

Temos como objetivo específico em tôdas estas atividades levar a criança a empregar a fórmula simbólica, conhecendo a função de cada número dentro da fração. Agora, criaremos oportunidade para o uso do símbolo, a fim de fixar o conhecimento adquirido. No flanelógrafo, por exemplo, um aluno

coloca: três quartos, cinco oitavos, três oitavos etc., e vai pedindo que a classe escreva, em seu caderno, a fração que vê.

De quando em quando a professôra perguntará:

— Que quer dizer êste 3 acima do traço? E êste 4 abaixo do traço?

Poder-se-á, também, dar uma atividade contrária: a criança olha a fração escrita no quadro e mostra, usando o materil ou o desenho, que vê significação naquele símbolo.

É importante levar a classe a descobrir que o denominador diz o número de partes em que o inteiro foi dividido, revelando também o tamanho da parte. Percebe, assim, que pelo denominador pode-se visualizar o tamanho da parte fracionária. Para focalizar a atenção da classe sôbre êste conceito, poderá perguntar, por exemplo:

— Que número nós olhamos quando queremos saber o tamanho da fração?

Numerador e denominador

Através de tôdas estas atividades a classe adquire idéias claras e precisas a respeito da função de cada têrmo da fração. Assegurada esta compreensão, planeja-se a introdução do vocabulário específico, espreitando-se o momento mais propício para isto.

Muitas vêzes, em suas experiências, usou a criança as expressões «número acima do traço» ou «número abaixo do traço», quando se pronunciava a respeito da função dêsses números. Durante estas oportunidades a professôra dá ênfase, por exemplo, «ao número acima do traço» encaminhando a classe a perceber que, em tôdas as frações, êsse número mostra quantas partes iguais estamos considerando. Para isto nós **numeramos** as partes: uma, duas, três... O têrmo da fração que **numera** as partes possui um nome especial: **numerador**.

Pode-se levar a criança a ver a função do numerador, até mesmo através da constituição da palavra: o numerador numera as partes fracionárias, mostra o número delas.

Depois de dados todos os elementos funcionais dêste têrmo da fração, leva-se, então, a classe a construir sua própria definição, respondendo à pergunta: O que é numerador? Várias serão as respostas. Cabe à professôra, com muita cautela, levar a classe à escolha daquela generalização considerada mais específica, mais completa; em qualquer situação, porém será sempre uma definição elaborada **pe*l*a criança** e não imposta pelo adulto, nem sempre no momento mais oportuno, para ser memorizada antes de ser estabelecida a compreensão.

O aluno, aprendendo o nome específico de um dos têrmos, mostra-se curioso, realmente interessado em dar nome ao outro têrmo. É uma reação natural e muito oportuna.

— Qual a função do número abaixo do traço?

— O que mostra êle?

— O que conta êle?

Através de tais perguntas a professôra leva a classe a organizar os conhecimentos já adquiridos sôbre a função do denominador:

1 — dizer o número de partes em que o inteiro se acha dividido, possibilitando, assim, a previsão do tamanho das partes;

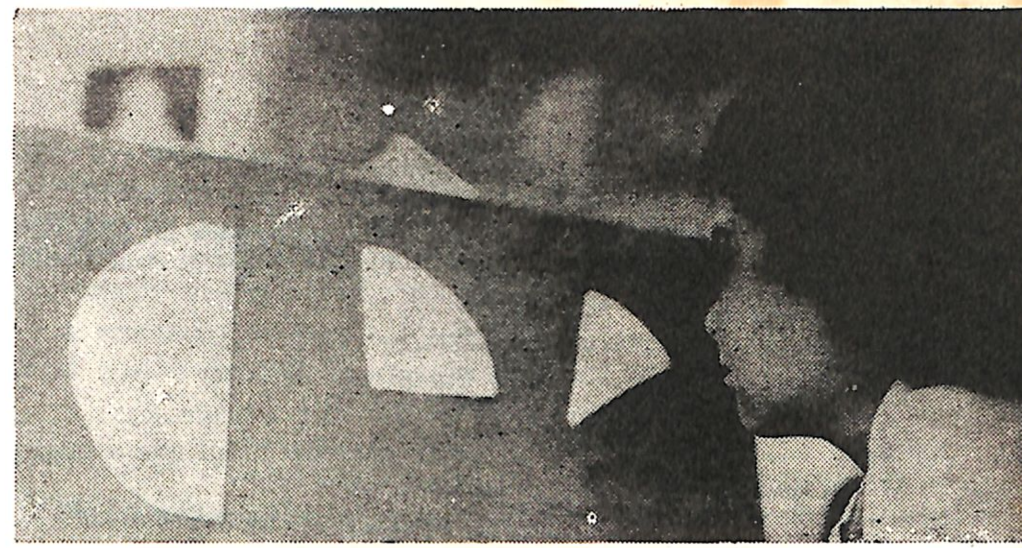
2 — dar nome à fração; de acôrdo com o número abaixo do traço, a fração recebe seu nome: terços, quartos, quintos, etc. Porque êste têrmo **dá nome** à fração é chamado **denominador** — aquêle que denomina.

Aqui, também, após tôdas essas considerações, pede-se que a criança formule sua própria definição em resposta à pergunta:

— O que é denominador?

Também o estudo da constituição do vocábulo será de grande alcance para a classe.

À proporção que as crianças vão adquirindo vocabulário específico, a professôra terá interêsse em fixar sua forma ortográfica em atividades correlacionadas à Linguagem.



As demais frações

Gradualmente, são introduzidas outras frações, notando-se que cada dia a criança apreende o significado do que lhe mostramos com mais rapidez. É que vai descobrindo elementos idênticos nas várias experiências que vive. A classe tem, assim, riqueza enorme de frações com as quais realiza as identificações, comparações, descoberta das equivalências, etc.

À proporção que o aluno funciona com partes diferentes da unidade, penetra mais e mais no princípio fundamental de que quanto **maior** o número de partes **menor** em tamanho serão elas.

É preciso observar que, trabalhando com o material, quando a criança tem várias partes fracionárias misturadas sôbre a carteira, sente certa dificuldade em discriminar quintos de sextos ou sétimos de oitavos. É uma dificuldade natural, porquanto a diferença é diminuta. A apresentação simbólica se faz necessária e a criança passa a sentir mais facilidade em trabalhar com o símbolo, quando rico de significado, do que com o próprio material.

Feita a apresentação simbólica das demais frações, vamos planejar atividades empregando o símbolo, embora voltemos ao concreto, sempre que a reação da criança a isto nos aconselhar ou como meio do aluno comprovar uma afirmativa.

Exemplifiquemos algumas atividades dando mais ênfase à forma simbólica da fração:

Identificação: $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{8}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{1}{2}$

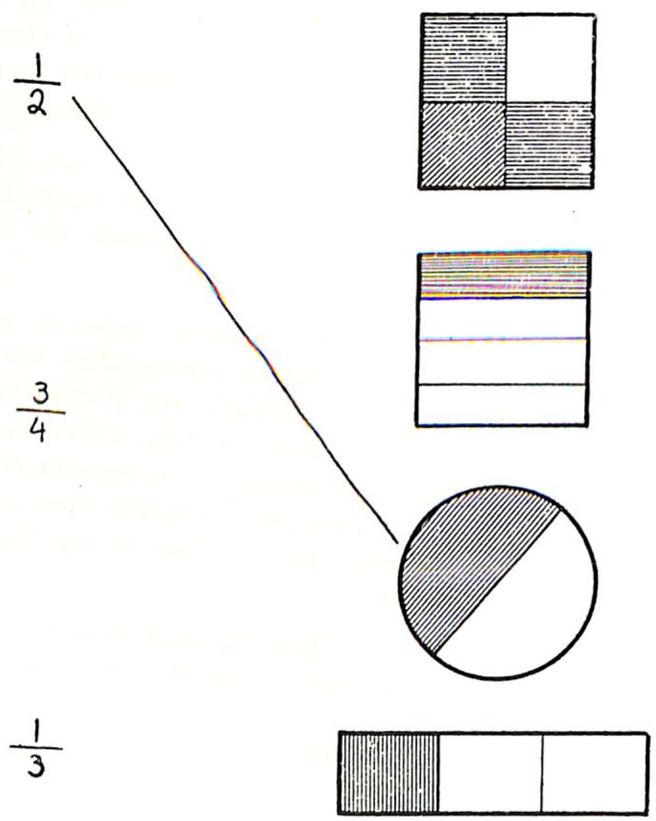
Diante de um grupo de frações, dirá a professôra:

— Risquem tôdas as frações que me dizem que o inteiro foi dividido em 4 partes iguais.

— Marquem, com uma cruz, a fração $\frac{5}{8}$.

— Ponham um círculo nas frações que me contam que tomei só uma parte etc.

Uma outra atividade que pode ser usada para se verificar a capacidade de identificar frações é colocá-las em coluna de um lado da fôlha de papel. De outro lado, figuras divididas em partes iguais. As crianças ligam o símbolo à fração.



Nesta identificação de símbolos encontram mais uma oportunidade para familiarizar-se com a leitura das frações. Esta leitura pode ser intensificada com o uso de cartões, para apresentação rápida.

A professôra apresenta o cartão e a criança diz, tão depressa quanto possível, que fração viu.

Comparação

Vamos levar, agora, a classe a comparar:

a) — frações com o mesmo denominador;

b) — frações com o mesmo numerador.

Escrevemos no quadro, por exemplo:

$$\frac{1}{8};\ \frac{2}{8};\ \frac{3}{8};\ \frac{4}{8};\ \frac{5}{8};\ \frac{6}{8};\ \frac{7}{8}.$$

Digamos:

— Olhem as frações que estão no quadro. Qual é a fração maior?

— Qual é a fração menor?

— Vamos trabalhar com uma nova série de frações?

$$\frac{5}{6};\ \frac{4}{6};\ \frac{3}{6};\ \frac{2}{6};\ \frac{1}{6}.$$

— Qual a menor?

— Qual a maior?

— Olhem para a fração

$\frac{1}{6}$;

— Agora observem a fração

$\frac{3}{6}$;

qual a maior?

— Quantas vêzes uma é maior que a outra?

A professôra pode também escrever várias frações no quadro, pedindo que as crianças organizem-nas em ordem crescente ou em ordem decrescente. Por exemplo:

$$\frac{3}{5};\ \frac{1}{5};\ \frac{4}{5};\ \frac{2}{5}.$$

— Quem será capaz de arranjar estas frações indo da menor para a maior?

Estas experiências são encaminhadas com o objetivo de levar a criança a perceber para que parte da fração deve voltar sua atenção para determinar seu valor, quando tôdas as partes são do mesmo tamanho. Sempre que aponta a fração maior ou a fração menor, a mestra indaga: — «Por que esta é a maior? por que esta é a menor?»

A criança com riqueza de experiências apreende o seguinte princípio matemático: **quando as partes são tôdas do mesmo tamanho, a fração maior é aquela onde há um número maior de partes.**

Os alunos de maior capacidade mental apreenderão o mesmo princípio, mas em nível de abstração mais elevado. Dirão: **quándo temos o mesmo denominador em tôdas as frações, a fração maior será aquela que possui o numerador maior.**

Logo a seguir vai a criança comparar frações com numeradores iguais. A professôra segue orientação semelhante à anteriormente dada, tendo como objetivo encaminhá-la para que observe que, **se o número de partes que está sendo considerado é o mesmo, a fração maior será aquela retirada do inteiro que foi dividido em menor número de partes**. Êstes princípios que possuem relação inversa são difíceis de serem apreendidos e exigem, por isto mesmo, maior número de experiências para se fixarem, mas levam à aquisição de um conhecimento real da função do numerador e do denominador.

Muitas crianças quando se pede que apontem a fração maior incorrem no êrro de mostrar justamente a fração que

possui denominador maior. É preciso interpretar seu êrro. Esta reação está ligada ao conhecimento que possui: número maior expressa quantidade maior. Ora, se não lhe foi dada oportunidade de compreender, realmente, o significado dos têrmos da fração, sua reação é mais que justificada. Eis porque insistimos tanto para que haja um planejamento específico para cada nôvo conceito.

Também aqui, após a compreensão, leva-se a classe a expressar, com suas próprias palavras, «como» conhece a fração maior, quando tôdas têm o mesmo numerador. Êsse trabalho de generalização exige muito pensamento e certo amadurecimento lingüístico. É comum encontrar-se alunos que, quando solicitados a darem o «como» ou «o por que», recorrem ao material, usando, por assim dizer, uma explicação concreta. A compreensão está feita. Falta-lhe vocabulário específico para exteriorizar a idéia. Cabe-nos estimulá-lo, dando-lhe o auxílio necessário na composição de uma explicação relativa à sua maturidade mental.

Equivalência

O princípio que rege a equivalência de frações é chamado por alguns autores «golden rule of fractions» É, de fato, a «regra de ouro». O sucesso no ensino das operações com fração como o preconizamos neste livro depende, diretamente, da compreensão que a classe haja adquirido dêste princípio fundamental.

Depois que a equivalência foi feita com material concreto, e a criança demonstra ter entendido, digamos-lhe, por exemplo:

— Eu tenho 3 queijos. Um está partido em meios: