

André Rafael Cunha

Modelo para a caracterização
da conectividade de
materiais porosos



Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em
Ciência e Engenharia de Materiais da Universidade
Federal de Santa Catarina para obtenção do grau de
DOUTOR EM CIÊNCIA E ENGENHARIA DE MATERIAIS.

Orientador: Prof. *Celso Peres Fernandes*, Dr.

Coorientador: Prof. *Luis O. Emerich dos Santos*, Dr.



Florianópolis
2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Cunha, André Rafael

Modelo para a caracterização da conectividade de materiais porosos / André Rafael Cunha ; orientador, Celso Peres Fernandes ; coorientador, Luis Orlando Emerich dos Santos. - Florianópolis, SC, 2016.

59 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais.

Inclui referências

1. Ciência e Engenharia de Materiais. 2. Meios porosos. 3. Conectividade. 4. Permeabilidade intrínseca. I. Fernandes, Celso Peres. II. Santos, Luis Orlando Emerich dos. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais. IV. Título.

André Rafael Cunha

*Modelo para a caracterização da conectividade
de materiais porosos*

Esta tese foi aprovada pelo Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais da Universidade Federal de Santa Catarina para obtenção do grau de Doutor.

Florianópolis, 29 de abril de 2016.

Prof. *Antônio Pedro Novaes de Oliveira*, Dr.
Coordenador do Programa

Prof. *Celso Peres Fernandes*, Dr.
Orientador

Prof. *Luís Orlando Emerich dos Santos*, Dr.
Coorientador

BANCA EXAMINADORA:

Prof. *Carlos Roberto Appoloni*, Dr.
Universidade Estadual de Londrina

Prof. *Dachamir Hotza*, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. *Guilherme M. de O. Barra*, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. *João Cardoso de Lima*, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Dr. Eng. *Rodrigo Surmas*
CENPES, Petrobras

Para a honra e a glória do Senhor Jesus Cristo.

AGRADECIMENTOS

*“Bendito seja o SENHOR, rocha minha,
que me adestra as mãos para a batalha
e os dedos, para a guerra.”*

Salmo 144:1

A minha adorável esposa, Mayana.
— *Com doçura, tenho teu sorriso.*

A meus pais, Anildo e Marta, meu irmão, Anildo Jr., minha tia Nilza, meus sogros, Elpídio e Marlene, e a Igreja Presbiteriana do Jordão. Aos amigos Silvano e Cristiane, Jessé, Naim, Douglas, Diego, Eduardo, Éverton, Saito, PH e Gersinho. Sempre falta algum nome, perdoem-me. Aos professores Antônio Kanaan e Jeferson Tomazelli.

Aos professores Celso Fernandes, Luís Emerich e Fabiano Wolf; aos colegas Anderson Moreira, Iara Mantovani, Denise Kronbauer, Mayka Schmitt e Luiz Hegele. Ao PGMAT, à CAPES e à Petrobras/CENPES; e à banca examinadora.

Às diversas comunidades de computação livre: GNU, Linux, T_EX e seus desdobramentos, Inkscape e o Projeto R.

“Em verdade vos digo que tudo o que ligardes na terra será ligado no céu, e tudo o que desligardes na terra será desligado no céu.”

Mateus, 18:18

RESUMO

CUNHA, André Rafael. **Modelo para a caracterização da conectividade de materiais porosos**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais. Centro Tecnológico. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2016.

No estudo dos meios porosos e suas propriedades de transporte, a interconectividade do espaço poroso é um fator importante. Por isso, neste trabalho, propõe-se uma forma de quantificá-la e correlacioná-la com a permeabilidade intrínseca. Propõe-se uma medida de conectividade baseada nas informações geométricas e topológicas das redes poro-ligações, que são modelos concebidos a partir de imagens microtomográficas, de amostras de arenitos e carbonatos, e se obtém expressão analítica para determinar a grandeza referida. Expande-se o método para lidar com rochas que apresentam um maior grau de heterogeneidade, cuja caracterização requer imagens de diferentes resoluções (análise multiescalar). Buscando expandir a metodologia para além do âmbito das imagens, propõe-se também uma nova interpretação para o experimento que gera as curvas de intrusão de mercúrio, e prossegue-se com a determinação da permeabilidade. Aplicou-se a metodologia às imagens de 11 rochas, 3 arenitos e 8 carbonatos, e a curvas de intrusão de mercúrio experimentais de 4 rochas *tigh gas sand*. Como resultado observa-se a existência de uma correlação entre os valores previstos e os valores experimentais. As vantagens operacionais da abordagem analítica proposta se constituem em uma alternativa promissora diante de alguns métodos numéricos. As noções sobre conectividade desenvolvidas neste trabalho buscam, sobretudo, caracterizar um material poroso diante de uma fenomenologia tipicamente macroscópica.

Palavras-chave: Meios porosos. Conectividade. Permeabilidade intrínseca.

ABSTRACT

CUNHA, André Rafael. **A model to characterize the connectivity of pore materials**. Doctoral Thesis. Graduate Program in Materials Science and Engineering. Technology Center. Federal University of Santa Catarina. Florianópolis, 2016.

The interconnectivity of the porous space is an important characteristic in the study of porous media and their transport properties. Hence we propose a way to quantify it and relate it with the intrinsic permeability of rocks. We propose a measure of connectivity based on geometric and topological information of pore-throat network, which are models built from microtomographic images, of sandstone and carbonate rock samples, and we obtain an analytical method to compute that property. The method is expanded to handle rocks that present a higher degree of heterogeneity in the porous space, which characterization requires images from different resolutions (multiscale analysis). We also propose a new interpretation for the experiment that generates the mercury intrusion curve and calculate the permeability trying to expand the methodology beyond the scope of images. We applied the methodology to images of 11 rocks, 3 sandstone and 8 carbonate rock samples, and to the experimental mercury intrusion curve of 4 tight gas sand rock samples. We observe as result the existence of a correlation between the experimental and the predicted values. The operational advantages of the proposed analytic treatment constitute a promising alternative in opposition of some numerical methods. The notions of connectivity developed in this work seek above all to characterize a porous material before a typical macroscopic phenomenology.

Keywords: Porous media. Connectivity. Intrinsic permeability.

LISTA DE FIGURAS

1.1	A irregularidade do espaço poroso	26
1.2	Tipos de redes aleatórias	27
1.3	Geração de redes a partir de informações estatísticas	28
1.4	Resultado da aplicação do algoritmo das bolas máximas.	29
1.5	Gêneros de duas superfícies toroidais	30
1.6	Distribuições de números de coordenação (arenitos)	31
2.1	Fatias das imagens microtomográficas (arenitos)	35
2.2	DTP $R(r)$ (arenitos)	36
2.3	Correlação entre n_* e r (arenitos)	37
2.4	DTP $R(r)$ e $\xi(r)$ para $\alpha = 2$ e $\beta = 2$	38
2.5	Superposição de DTP	41
3.1	DTP $R(r)$ (carbonatos)	44
3.2	Correlação entre n_* e r dos carbonatos.	45
3.3	Comparação entre os valores de permeabilidade calculados e experimentais	47
4.1	Imagens binárias de resíduos nucleares betuminizados	50
4.2	Sistema de lineação de Porto Alegre	50
4.3	Número de aglomerados (teoria da percolação)	51
4.4	Interpretação de um gás como um meio poroso não consolidado.	51

LISTA DE TABELAS

3.1	Parâmetros α , θ e \mathcal{R}^2 das redes poro-ligações	43
3.2	Parâmetros α e β calculados a partir das curvas de intrusão de mercúrio	46
3.3	Valores de permeabilidade calculados.	46

LISTA DE ABREVIATURAS

ABM	Algoritmo das Bolas Máximas.
DTP	Distribuição de Tamanho de Poros.
DTP _{YL}	Distribuição de Tamanho de Poros por Young-Laplace.
Pixel	Acrônimo inglês para <i>picture element</i> . Refere-se ao menor elemento de uma imagem digital.
Voxel	Acrônimo inglês para <i>volumetric picture element</i> . Refere-se ao menor elemento de uma imagem digital 3D.

LISTA DE SÍMBOLOS

\mathcal{B}	Número de Betti.
D	Diâmetro da amostra cilíndrica (m).
G	Gênero de uma superfície.
k	Permeabilidade intrínseca (mD).
L	Comprimento do meio poroso (m).
n	Número de coordenação. n_* , número de coordenação médio.
N	Função distribuição dos números de coordenação.
Q	Fluxo (m ³ /s).
r	Raio do poro (m).
R	Função distribuição de tamanho de poros.
\mathfrak{R}^2	Coefficiente de correlação linear r-quadrado (em inglês, <i>r-squared</i>).
S	Superfície específica (m ⁻¹).
p	Pressão (Pa).
ν	Densidade de volume.
V	Volume (m ³).
$\langle x \rangle_Y$	Valor esperado de x ponderado por $Y(x)$.
α, β, θ	Parâmetros da distribuição gama. $\theta = \beta^{-1}$.
Γ	Função gama.
η	Viscosidade do fluido (Pa·s).
θ	Ângulo de molhabilidade.
λ	Raio do capilar dado pela equação de Young-Laplace (m).
Λ	Conjunto dos raios dados pela equação de Young-Laplace.
Λ_M	Mediana dos elementos do conjunto Λ (m).
ξ	Função conectividade.
ρ	Resolução da imagem (m).
σ	Tensão superficial (N/m).
ϕ	Porosidade.
Ω	Resistência hidráulica (s).

SUMÁRIO

1	Introdução	25
1.1	Revisão bibliográfica	26
1.2	Objetivos	33
2	Desenvolvimento	35
2.1	Materiais utilizados	35
2.2	Métodos	36
3	Resultados e discussão	43
4	Considerações finais	49
	Referências	53
A	Resolução da equação transcendental	59

1 INTRODUÇÃO

A motivação inicial deste trabalho reside nas atividades extrativistas da indústria de petróleo e gás. Esses fluidos se encontram no interior de solos e rochas. Por isso, o estudo das propriedades de transporte desses materiais é importante para tal setor¹.

A referida extração ocorre, mais precisamente, por meio de uma expulsão. A água do mar, o próprio gás natural ou mais recentemente CO₂ costumam ser usados para realizar essa expulsão. A escolha dessas substâncias é motivada por sua abundância no local e pelo baixo custo, além das intenções ecológicas como no caso do gás carbônico.

Pela presença dos diversos fluidos, dá-se um escoamento multifásico, e a interação entre eles torna a compreensão de sua dinâmica bastante complicada. O próprio meio poroso, além da complexidade intrínseca do espaço poroso, pode apresentar composição química diversificada, amplificando as dificuldades do problema. Nessa realidade, a *permeabilidade relativa* é a propriedade a ser estimada. Ela quantifica o quanto um sólido permite o fluxo de um fluido em seu interior mediante a presença de outro(s) fluido(s).

Para que o fenômeno seja quantitativamente tratável do ponto de vista mecânico, simplificações são assumidas. Restringem-se as fases fluidas a duas ou três, quando muito. E interpreta-se o meio como sendo quimicamente homogêneo.

Mesmo com essas simplificações, a determinação teórica da permeabilidade relativa não é tarefa trivial, seja pela modelagem físico-química da interação entre as fases, pela modelagem do meio irregular, ou ainda pela demanda computacional.

Outras simplificações são assumidas, portanto, e restringe-se o escoamento a uma única fase. Nesse caso, estuda-se a *permeabilidade intrínseca*² da rocha. Do ponto de vista experimental, essa é uma propriedade determinada corriqueiramente; mas o viés teórico ainda é útil, e busca entender os mecanismos fundamentais da fenomenologia. Além disso, novos modelos precisam ser testados com os casos mais simples.

Nesse cenário situa-se este trabalho. No estudo dos meios porosos, observa-se que a interconectividade dos vazios em seu interior é importante para as

¹Naturalmente, problema semelhante é compartilhado por outras ciências aplicadas – como a hidrologia, por exemplo; mas os dados estudados neste trabalho são oriundos da indústria petrolífera e sua contextualização é, portanto, adotada.

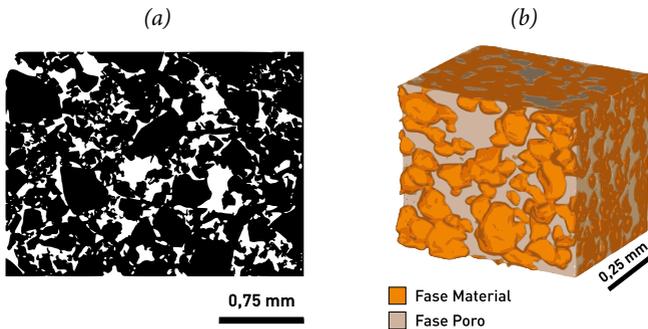
²Permeabilidade *absoluta* é o termo mais empregado na indústria do petróleo.

propriedades de transporte desses materiais. Por isso, propõe-se uma forma de quantificar a conectividade e, a partir disso, correlacioná-la com a permeabilidade intrínseca do material.

1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O espaço poroso não possui uma geometria regular (Fig. 1.1). Para facilitar os cálculos, porém, costuma-se atribuir-lhe alguma. Dentre as formas mais comuns estão: os modelos de tubos capilares e os modelos de redes.

Figura 1.1: A irregularidade do espaço poroso. *a)* Imagem de uma seção plana de uma rocha reservatório obtida por microscopia ótica com resolução de $7,84\ \mu\text{m}$ (com o espaço poroso em branco). *b)* Imagem 3D de uma rocha com resolução de $12,0\ \mu\text{m}$ obtida por microtomografia de raios X.



Fonte: Acervo LMPT.

As primeiras tentativas de modelagem admitiam que o meio poroso é formado por tubos capilares (KOZENY, 1927; CARMAN, 1937). A aplicação de leis físicas a esses modelos é facilitada pela geometria simples. Por definição, esses modelos não contemplam a conectividade do espaço poroso. Por isso sua aplicação é limitada a determinadas classes de materiais (SCHEIDEGGER, 1963).

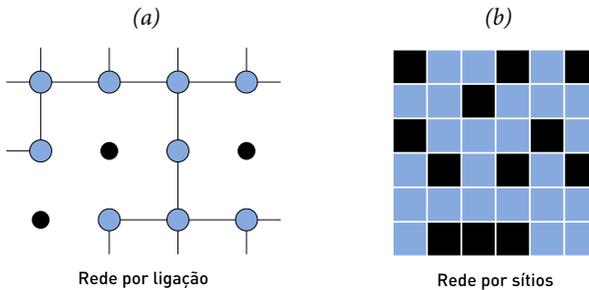
Uma ideia alternativa é considerar o espaço poroso como uma rede formada por poros, espaços maiores que armazenam fluido, e ligações, que restringem o fluxo ao mesmo tempo que realizam a comunicação entre os poros (DULLIEN, 1979). Sob essa ótica, duas grandezas são relevantes para o deslocamento de matéria: o raio do poro e o número de ligações que partem (ou chegam) desse poro. A primeira é de natureza geométrica; e a segunda, topológica. Chama-se número de coordenação de um poro a quantidade de ligações que partem desse poro.

As formas de representação do meio poroso por rede estão ligadas ao

desenvolvimento da computação, devido o aumento da capacidade de realização de cálculos, pois uma rede é formada por muitos constituintes, e das técnicas de imageamento, que proporcionam a inclusão de informações do material.

Inicialmente, para contornar o problema da manipulação numérica excessiva, alguns trabalhos na década de 50 (BRUCE, 1943, citador por SCHEIDEGGER, 1963; OWEN, 1952, citador por SAHIMI, 1993; FATT, 1956a,b,c), motivados pelas semelhanças entre as equações da mecânica dos fluidos e do eletromagnetismo, consideravam aparatos experimentais nos quais uma associação plana de resistores elétricos representavam uma rede.

Figura 1.2: Redes aleatórias: *a)* formada por ligações, *b)* formada por sítios.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Em um estágio intermediário, as técnicas de imageamento 2D permitiram a introdução de imagens à simulação. Mas uma fatia 2D não é capaz de representar adequadamente a conectividade espaço poroso (CHATZIS e DULLIEN, 1977, citador por VAN MARCKE *et al.*, 2010). Por isso, critérios foram desenvolvidos para se gerar novas redes aleatórias com informações estatísticas da imagem¹ (Fig. 1.3), que são sobrepostas, formando um volume 3D onde o fenômeno é simulado (FERNANDES *et al.*, 1996). Percebe-se que a imagem da Fig. 1.3b não representa adequadamente a configuração espacial da estrutura porosa. E mesmo que informações estatísticas de ordem superior (OKABE e BLUNT, 2005) ou esquemas multiescalares (FERNANDES *et al.*, 1996) sejam considerados, o volume construído pelo empilhamento dessas imagens ainda não expressa apropriadamente o espaço poroso real.

O advento da técnica de microtomografia de raios X no âmbito dos meios porosos a partir da década de 80 (VINEGAR e WELLINGTON, 1987; DUNSMUIR *et al.*, 1991; BRYANT e BLUNT, 1992; LANDISA e KEANE, 2010) possibilitou a

¹Diz-se, nesse caso, que são estatísticas baseadas em pixels/voxels (em inglês, *pixel/voxel based statistics*, ou ainda estatísticas ponto a ponto).

Figura 1.3: Geração de redes a partir de informações estatísticas. *a)* Imagem binária de uma seção reta polida de um arenito *Fontainebleau* (poros estão em preto, e a matriz sólida em branco). *b)* Imagem gerada a partir do segundo momento da função de fase.



Fonte: Fernandes *et al.* (1996).

observação da complexidade do espaço poroso real (Fig. 1.1b). Um fenômeno, como um escoamento, pode ser simulado em uma imagem microtomográfica usando algum método numérico convencional (VAN MARCKE *et al.*, 2010), como o método de volumes finitos, por exemplo. Mas esse procedimento é computacionalmente demorado. Por isso as imagens são simplificadas, e vários métodos de simplificação retornam à ideia de uma rede (AL-KHARUSI e BLUNT, 2007), mas a configuração espacial do meio é representada com maior autenticidade.

Quando se atribui formas geométricas definidas aos poros e gargantas, diz-se ter uma rede *poro-ligações*^{1,2}, onde o fenômeno é descrito por leis de conservação e modelos constitutivos aplicados a geometrias simplificadas, e, por isso, dá-se o nome de modelos contínuos do meio poroso. Em redes aleatórias, por sua vez, o fenômeno é abordado por teorias físicas estatísticas, baseando-se em resultados das teorias de percolação, renormalização, fractais e autômatos celulares, por exemplo; diz-se, nesse caso, que são modelos discretos (SAHIMI, 1993).

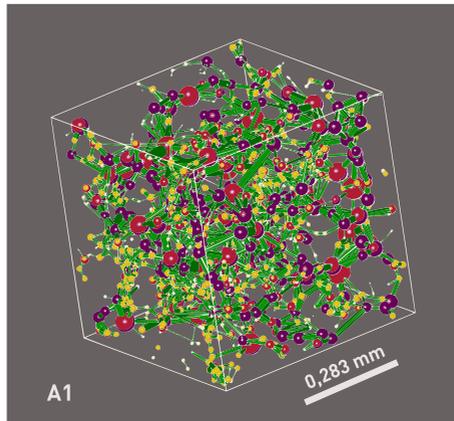
Neste trabalho emprega-se o algoritmo das bolas máximas (ABM) a uma imagem como a da Fig. 1.1b. O resultado é uma rede de poros esféricos e ligações cilíndricas, conforme a Fig. 1.4 (DONG e BLUNT, 2009; CUNHA, 2012; SILVA, 2012; RAMOS, 2012; MANTOVANI, 2013; MOREIRA, 2013; KRONBAUER, 2014). O cálculo de propriedades físicas na nova rede é facilitado. Há casos em que a simulação baseada na discretização das equações do movimentos é resumida a

¹Usa-se também o termo redes morfológicas.

²Em inglês, usa-se genericamente o termo *porous network* para os modelos de rede, e costuma-se empregar mais especificamente *porous-throat network* para as rede poro-ligações.

um sistema linear.

Figura 1.4: Resultado da aplicação do algoritmo das bolas máximas.



Fonte: Modificada de Cunha (2012).

Conectividade

Apesar de a ideia de conectividade do espaço poroso ser uma verdade intuitiva, não existe uma definição única, e as tentativas de quantificá-la variam de acordo com o ramo de pesquisa em meios porosos. Em matemática, conectividade é sinônimo de topologia (FLEGG, 2001). Assim, a primeira tentativa em descrevê-la passa por definições topológicas. Por isso, de uma forma geral, de um ponto de vista teórico, o número de coordenação tem sido a base para quantificar a conectividade e, por vezes, o único parâmetro explorado.

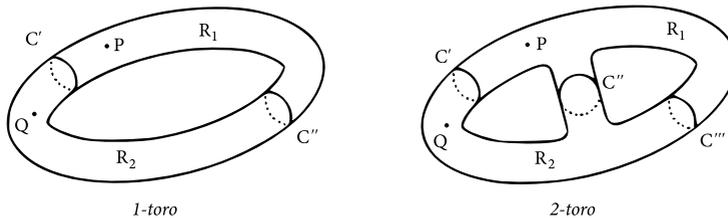
Segundo Sahimi (1993), os números de Betti são a forma mais precisa de caracterizar a conectividade. Em uma citação direta, lê-se:

“A fundamental theorem of topology ... states that two structures are topologically equivalent if and only if their Betti numbers are *all* equal. For a given structure one can define many Betti numbers, and their precise definition requires considerable knowledge of topology. According to Barrett e Yust (1970), ‘The n th Betti number \mathcal{B}_n of a complex ... (is) ... the maximum number of *homologically independent* n -cycles,’ which is a quite complex statement!”

Restringe-se aqui aos dois primeiros números de Betti: \mathcal{B}_0 , \mathcal{B}_1 . O zeroésimo número de Betti \mathcal{B}_0 é o número de componentes separados que compõem uma estrutura. Para um valor $\mathcal{B}_0 > 1$ pode indicar que a estrutura contém porosidade

isolada (SAHIMI, 1993). O primeiro número de Betti \mathcal{B}_1 é o número de buracos em uma estrutura. \mathcal{B}_1 é equivalente ao gênero¹ G de uma superfície, que é o número máximo de curvas fechadas que não se interceptam e que podem ser construídas sobre uma superfície sem dividi-la em regiões distintas (VASCONCELOS, 1997) (Fig. 1.5). Nesta tese, propõe-se uma definição fenomenológica de conectividade, como uma alternativa conceitualmente menos sofisticada.

Figura 1.5: Gêneros de duas superfícies toroidais. Para o 1-toro, as duas curvas C' e C'' separam em regiões distintas R_1 e R_2 ; o número máximo, portanto, de curvas independentes que *não* separam a superfícies em regiões é 1, e o gênero da superfície é $G = 1$. O gênero para o 2-toro é $G = 2$.



Fonte: Flegg (2001).

Vasconcelos (1997, 1998), por exemplo, adotando um modelo de rede 3D de tubos cilíndricos, estima o gênero por unidade de volume G_V de uma estrutura por

$$G_V = \frac{S^3}{16\pi V(1 - V)} \quad ,$$

onde S é a área superficial por unidade de volume (superfície específica), e V é o volume, ambos são determinados experimentalmente. G_V é introduzido como fator multiplicativo diretamente na expressão da permeabilidade, resultando no chamado fator de permeabilidade f_k ,

$$f_k = G k_{\text{cil}} \quad [L^{-3}] \quad ,$$

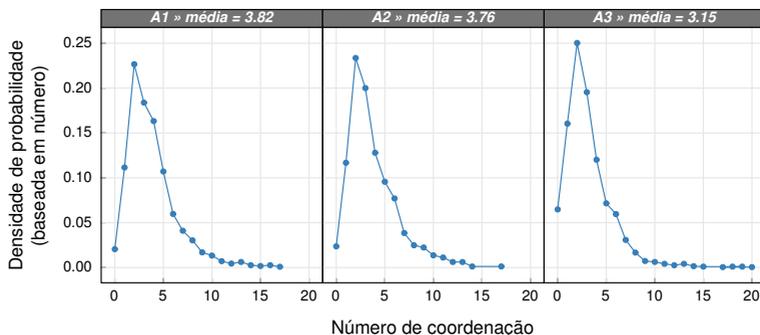
onde k_{cil} é a permeabilidade de um cilindro com diâmetro $D = V/s$ calculado a partir dos dados experimentais. Os trabalhos correlacionam G_V com a diminuição da conectividade durante os estágios de sinterização de cerâmicas.

Quando se lida com redes aleatórias, o número de coordenação é uma informação inerente e constante da organização espacial; por isso, quanto mais

¹Costuma-se usar também o termo latino *genus*, plural de *genera*, comumente empregado na literatura inglesa.

complexa for a rede, mais ela tende a ser útil para descrever situações reais (EFROS, 1986). Em redes morfológicas, por sua vez, o número de coordenação não é fixo, e pode-se, por exemplo, pela aplicação do algoritmo das bolas máximas, se obter sua distribuição (Fig. 1.6).

Figura 1.6: Distribuições de números de coordenação das amostras areníticas (p. ??) obtidas pelo algoritmo das bolas máximas.



Fonte: Cunha (2012).

Mason (1982), por exemplo, a partir da condensação capilar em curvas de isotermas de adsorção, estima o número de coordenação, da qual presume-se a forma da rede. Usando essas informações, estima-se um ramo da curva de dessorção. O trabalho deixa como perspectiva o objetivo de prever o comportamento histerético a partir de apenas uma das curvas. Para o autor, a conectividade é por definição o número de coordenação da rede, que comenta ainda sobre a limitação de considerar uma conectividade constante para aquilo que provavelmente seria uma distribuição.

Cita-se outros exemplos do entendimento de conectividade em meios porosos. Glover (2009) se utiliza de parâmetros elétricos para propor uma medida de conectividade, mais precisamente ao inverso da resistividade da formação rochosa. Montaron (2009), ainda no mesmo domínio do trabalho anterior, associa a conectividade de uma rede aleatória às equações de condutividade obtidas a partir das teorias de percolação e campo médio. Trincherro *et al.* (2008), em uma perspectiva do estudo de águas subterrâneas, ponderam sobre a inexistência de um conceito unívoco para a conectividade nesse domínio e adotam, como uma medida de conectividade para um aquífero, o tempo de resposta hidráulica entre dois pontos após a injeção de marcadores em um deles. Esses trabalhos contemplam domínios em que as fraturas desempenham

um papel relevante para o fenômeno de transporte. Ressalta-se que esse assunto está além do escopo desta tese.

Partindo de uma concepção morfológica do meio, a contribuição desta tese é propor uma medida de conectividade na qual o número de coordenação é apenas um dos dados de entrada, o outro é o raio do poro. Em outras palavras, a topologia não é a única informação relevante para a conectividade, a geometria também o é. Trata-se de uma perspectiva *fenomenológica*, baseada na ponderação da contribuição de cada objeto da rede para um escoamento. O que é mais importante: um poro grande com número de coordenação baixo, ou um poro pequeno com número de coordenação alto? Propõe-se como resposta a interação entre as duas informações. E a partir da quantificação da conectividade, propõe-se uma correlação quantitativa com a permeabilidade intrínseca do meio poroso.

As propriedades estatísticas da rede poro-ligações gerada pelo algoritmo das bolas máximas expõe um comportamento peculiar: a distribuição de tamanho de poros segue uma distribuição gama, e o número de correlação médio de um poro aumenta linearmente com seu raio. Nesse caso as estatísticas não são baseadas em voxels, e sim em objetos com significação física concreta, que são os poros e as gargantas. Nesta tese esses padrões são explorados para definir uma medida de conectividade, proporcionando um viés analítico para calcular a permeabilidade intrínseca.

Sobre as escalas espaciais

Um outro ponto importante dos escoamentos típicos da petrologia é que a formação porosa é caracterizada por várias *escalas de tamanho*. Dagan (1989) distingue as escalas em três: *laboratório* ($\sim 10^0$ m), *local* ($\sim 10^1$ a 10^2 m) e *regional* ($\sim 10^3$ a 10^5 m).

As tecnologias de imageamento, como a microtomografia de raios X, permitem incluir outras escalas à análise. Para os arenitos estudados, por exemplo, as amostras são volumes cúbicos com aresta da ordem de 10^{-3} m. Para os carbonatos, cuja heterogeneidade do espaço poroso é mais acentuada que nos arenitos, consideram-se arestas da ordem de 10^{-4} a 10^{-2} m, e nesse caso a determinação das propriedades do meio torna-se mais complicada, pois se faz necessário combinar as informações das diferentes resoluções em uma imagem única, diz-se realizar uma análise multiescalar; não há uma forma única para isso, trata-se de uma tarefa bastante complexa do ponto de vista computacional (AL-MARZOUQI *et al.*, 2010; GRAHAM *et al.*, 2012; SUN *et al.*, 2012; TSAKIROGLOU, 2012; BLUNT *et al.*, 2013; MANTOVANI, 2013; KRONBAUER,

2014).

É muito difícil definir um tamanho de volume ideal no qual as propriedades físicas tendem a se estabilizar, e mesmo que uma determinada propriedade física o faça, não há garantias que outras o farão (DVORKIN e NUR, 2009), e à medida que as escalas maiores são consideradas, contribui-se com o aumento da heterogeneidade físico-química da formação porosa¹. Na prática, o *volume elementar* (que pode ou não ser *representativo*) é determinado pelas limitações dos equipamentos utilizados. Faz parte desta tese assumir que os padrões apresentados pela rede poro-ligações servem como critérios para determinar um volume elementar que seja representativo diante do fenômeno em questão, um escoamento monofásico.

1.2 OBJETIVOS

Sumariamente, a pesquisa em meios porosos percorreu o seguinte caminho. Modelos analíticos: concepção de modelos suficientemente simples para permitir um tratamento analítico; dois trabalhos clássicos remontam a essa época: Kozeny (1927) e Carman (1937). Analogias experimentais: nas décadas subsequentes, aparatos eletromecânicos foram construídos para emular um escoamento no interior de um meio poroso; essa abordagem era baseada na semelhança entre equações do eletromagnetismo e da mecânica de fluidos (BRUCE, 1943, citador por SCHEIDEGGER, 1963; FATT, 1956a,b,c). Simulação numérica: em seguida, com a disseminação dos computadores, a simulação computacional se tornou a rota principal de predição; as técnicas modernas de imageamento reforçaram essa perspectiva; esse é o estágio atual; e, nessa realidade, métodos numéricos sofisticados e computação de alto desempenho se destacam.

Mas a exatidão baixa dos resultados atuais frente aos experimentos, pode favorecer a um retorno ao tratamento analítico. Assim sendo, o objetivo geral do trabalho é, baseado nas redes poro-ligações, propor uma medida de conectividade para o espaço poroso que possibilite obter uma correlação com a permeabilidade intrínseca em uma escala da ordem de 10^{-2} m. O intuito não é apenas facilitar a determinação das propriedades de transporte, mas também propiciar o entendimento sobre a constituição dos meios porosos a partir da perspectiva de uma fenomenologia macroscópica.

E como objetivos específicos, propor: dois critérios para ponderar sobre

¹Salienta-se que, neste trabalho, tomam-se os materiais como quimicamente homogêneos, e a heterogeneidade considerada é limitada apenas ao domínio espacial do espaço poroso.

a representatividade de uma imagem; uma definição de conectividade e sua correspondente expressão; uma fórmula para a permeabilidade intrínseca; e uma interpretação alternativa para o experimento que gera as curvas de intrusão de mercúrio.

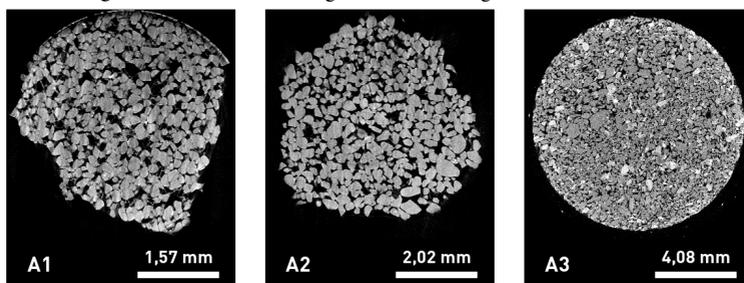
2 DESENVOLVIMENTO

2.1 MATERIAIS UTILIZADOS

Os primeiros objetos de interesse do trabalho são as rede poro-ligações ($\sim 10^{-4}$ a 10^{-2} m), das quais a metologia é concebida. Os resultados são comparados com dados experimentais extraídos de *plugues* ($\sim 10^{-2}$ m), objetos de formato cilíndrico com dimensões máximas de 1,5 polegadas de diâmetro (3,81 cm) por 15 cm de altura.

Neste trabalho, dispõe-se das seguintes imagens: 3 arenitos, nomeados A1, A2 e A3 (Fig. 2.1), observados com as respectivas resoluções de 2,40 μm , 3,40 μm e 3,90 μm , dos quais foram selecionados um volume de trabalho de formato cúbico com aresta de 300 voxels¹; 8 carbonatos, nomeados sequencialmente de C1 a C8, observados com as respectivas resoluções de 5,90 e 20,0 μm para C1, 0,500, 1,20, 1,50, 1,69, 4,57 e 19,0 μm para C2, 1,40, 2,96 e 20,0 μm para C3, 1,50, 5,90 e 20,0 μm para C4, 1,00, 5,00 e 13,0 μm para C5, 1,20, 3,48 e 13,0 μm para C6, 1,93, 5,10 e 13,0 μm para C7, 4,00 e 13,0 μm para C8, dos quais foram selecionados um volume de trabalho de formato cúbico com aresta de 500 voxels¹. Os valores de permeabilidade em mD são: para A1, 2,45; A2, 5,00; A3, 4,00; C1, 105; C2, 0,117; C3, 11,6; C4, 0,987; C5, 0,232; C6, 0,209; C7, 0,173; C8, 4,65.

Figura 2.1: Fatias das imagens microtomográficas dos arenitos.



Fonte: Cunha (2012).

Em um segundo momento, trabalha-se com dados experimentais de curvas de intrusão de mercúrio também extraídas de *plugues* (SCHMITT, 2014). Trata-se de 4 amostras de rochas *tight gas sand*, denotadas sequencialmente de T1 a T4. De forma respectiva, seguem os valores de L : 0,0340, 0,0325, 0,0315 e

¹Os volumes de trabalho foram determinados considerando as limitações computacionais dos equipamentos e dos programas nos respectivos momentos em que foram estudados.

0,0331 m; de D : 0,0370, 0,0380, 0,0375 e 0,0380 m; e os de permeabilidade: $4,00 \times 10^{-4}$, $6,60 \times 10^{-4}$, $4,60 \times 10^{-4}$ e $1,01 \times 10^{-2}$ mD.

As resoluções das imagens estudadas possuem três Algarismos significativos. Por isso as previsões decorrentes dessas imagens também o possuem. As previsões baseadas nas curvas de intrusão de mercúrio também possuem três significativos. Isso porque as grandezas lineares usadas nos cálculos (comprimento e diâmetro) são assim medidas. Os dados experimentais usados neste trabalho foram cedidos por CENPES/Petrobras. Por questões de propriedade intelectual, nenhuma discussão sobre sua precisão e exatidão é considerada, sendo esses dados tomados como absolutos, apesar dos erros que podem apresentar. Seus Algarismos significativos variam para cada amostra. O mesmo vale para as previsões decorrentes.

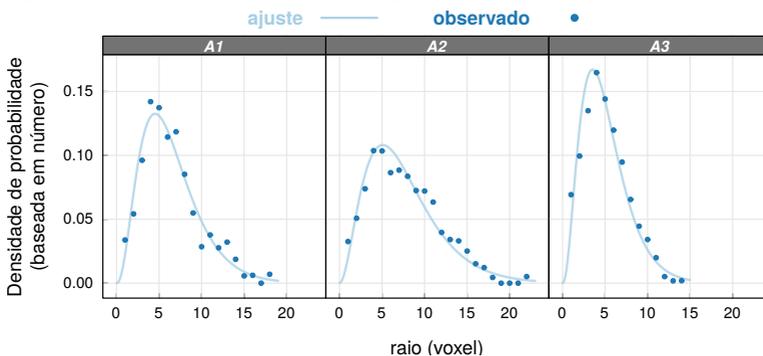
2.2 MÉTODOS

Observa-se que a distribuição de tamanho de poros (DTP) esféricos $R(r)$ para os arenitos pode ser aproximada por uma distribuição gama,

$$R(r) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \beta^\alpha r^{\alpha-1} e^{-\beta r} \quad , \quad r \geq 0 \quad ; \quad (2.1)$$

onde α e β são os parâmetros da distribuição gama; e $\Gamma(x)$, a função gama.

Figura 2.2: Distribuições de tamanho de poros esféricos $R(r)$ das rochas areníticas.



Fonte: Cunha (2012).

Observa-se também a existência de uma correlação linear entre o número de coordenação médio n_* e o raio r do poro (Fig. 2.3), i.e.,

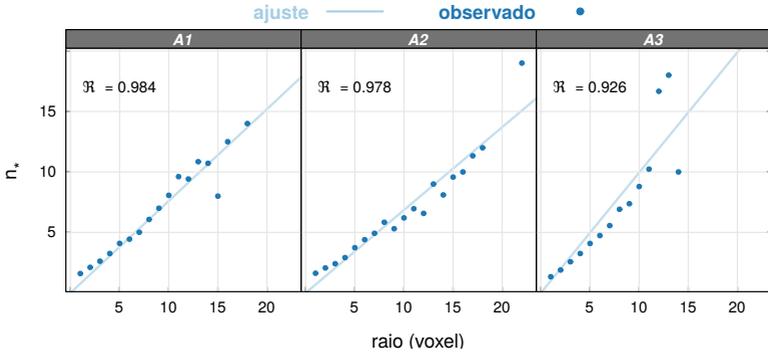
$$n_* \sim r \quad ,$$

$$n_* = ar + b \quad .$$

Teoricamente um poro de raio $r = 0$, por não existir, não pode possuir gargantas conectadas. Dessa forma, $b = 0$. Portanto,

$$n_* = ar \quad . \quad (2.2)$$

Figura 2.3: Correlação entre o número de coordenação médio n_* e o raio r dos poros das rochas areníticas.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A correlação observada implica que se pode exprimir $N_*(n_*)$ em termos de $R(r)$ (KAY, 2005):

$$N_*(n_*) = \frac{1}{a} R\left(\frac{n_*}{a}\right) \quad .$$

Diante de um escoamento na rede poro-ligações, duas grandezas são relevantes para o deslocamento de matéria: o raio do poro e seu número de coordenação. A primeira é de natureza geométrica; e a segunda, topológica. Ressaltando a interação entre essas entidades da configuração espacial, define-se a seguinte expressão para a função conectividade ξ :

$$\xi(n, r) \sim N(n) R(r) \quad , \quad (2.3)$$

onde r é o raio do poro com distribuição R , e n é o número de coordenação com distribuição N . Reescrevendo a expressão anterior para o número de coordenação médio, tem-se

$$\xi(n_*, r) \sim N_*(n_*) R(r) \quad . \quad (2.4)$$

A correlação linear observada, $n_* \sim r$, permite reescrever a função conectivi-

dade ξ como função apenas do raio r ,

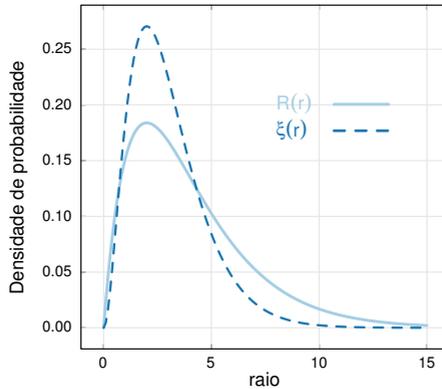
$$\xi(r) \sim R(r)^2 \quad . \quad (2.5)$$

Ou seja, a função conectividade ξ , que abrange informações geométricas e topológicas da rede, fica completamente caracterizada por apenas uma das variáveis, n_* ou r . No caso da eq. 2.5, o raio r foi escolhido por ser um parâmetro mensurável por diferentes técnicas. Normalizando¹,

$$\xi(r) = \frac{2^{2\alpha-1}\beta\Gamma(\alpha)^2}{\Gamma(2\alpha-1)} R(r)^2 \quad . \quad (2.6)$$

A Fig. 2.4 exibe um exemplo de $R(r)$ e sua respectiva densidade de conectividade $\xi(r)$ para $\alpha = 2$ e $\beta = 2$. A curva de $R(r)$ exibe que os poros menores são mais abundantes que os maiores. A correlação discutida estabelece, por sua vez, que os poros maiores possuem mais ligações. Por fim, a curva $\xi(r)$ intermedia essas contribuições e revela os poros que mais contribuem para a conectividade da rede.

Figura 2.4: DTP $R(r)$ e $\xi(r)$ para $\alpha = 2$ e $\beta = 2$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A permeabilidade k é dada por (SCHEIDEGGER, 1963):

$$k = -\frac{\eta L Q}{A(p_{\text{sai}} - p_{\text{ent}})} \quad , \quad (2.7)$$

onde η é a viscosidade do fluido; L , o comprimento do meio poroso; A , a área da seção reta; p_{ent} e p_{sai} , as pressões aplicadas nas extremidades de entrada e

¹A condição de normalização exige ainda que: $\alpha > 1/2$ e $\beta > 0$.

saída, respectivamente; e Q , o fluxo que atravessa a seção de área A . O fluxo Q é dado por:

$$Q = -\frac{1}{\Omega} (p_{\text{sai}} - p_{\text{ent}}) \quad ,$$

onde Ω é a resistência hidráulica do meio poroso. Assim, a eq. (2.7) é reescrita

$$k = \frac{L\eta}{A\Omega} \quad . \quad (2.8)$$

As grandezas envolvidas na eq. (2.8) são macroscópicas, mas a resistência hidráulica Ω é afetada pelas características microscópicas do espaço poroso. Passa-se, então, considerar Ω como uma média microscópica.

A rigor a resistência hidráulica de uma célula da rede poro-ligações possui duas parcelas:

$$\Omega = \Omega_p + \Omega_g \quad ,$$

onde Ω_p é a contribuição devido aos poros esféricos; e Ω_g , devido às gargantas cilíndricas. A conectividade $\xi(r)$ considera explicitamente apenas o raio r dos poros e a quantidade média de gargantas que partem desse poro, mas não a geometria dessas ligações. O algoritmo das bolas máximas (DONG e BLUNT, 2009; CUNHA, 2012), no entanto, estabelece uma relação entre as geometrias do raio e da garganta interligados. Logo, reescreve-se,

$$\begin{aligned} \Omega &= \Omega_p (1 + \tau) \quad , \\ \Omega &\propto \Omega_p \quad . \end{aligned}$$

E como o objetivo deste trabalho é apenas demonstrar a existência de uma correlação, escreve-se, sem perda de generalidade,

$$\Omega = \Omega_p \quad ,$$

sendo (CUNHA, 2012)

$$\Omega = \frac{8l\eta}{\pi r^3} \quad . \quad (2.9)$$

Neste ponto emprega-se a função conectividade ξ para ponderar um valor esperado de r^3 na eq. (2.9) (CUNHA, 2011),

$$\langle r^3 \rangle_\xi = \int_0^\infty \xi(r) r^3 dr \quad ,$$

$$\langle r^3 \rangle_{\xi} = \frac{1}{4} \alpha (4\alpha^2 - 1) \beta^3 \quad .$$

Substituindo a eq. (2.9) na eq. (2.8),

$$k = \frac{\pi L}{81A} \frac{4}{\alpha (4\alpha^2 - 1) \beta^3} \quad . \quad (2.10)$$

A metodologia descrita apresenta duas limitações principais. A primeira está relacionada à anisotropia do meio. Sabe-se que a permeabilidade é uma grandeza tensorial (SCHEIDEGGER, 1954; LIAKOPOULOS, 1965; SZABO, 1968; DURLOFSKY, 1991), sendo o valor da permeabilidade dependente da direção em que ocorre a invasão do fluido. Entretanto, neste trabalho, parte-se de uma DTP característica do volume. E, por isso, se considera a forma cúbica para os volumes de trabalho. A segunda limitação está relacionada com o procedimento de normalização da eq. (2.6), que não pode ser realizado para $\alpha \leq 1/2$.

Análise multiescalar

Para os carbonatos, que revelam um grau de heterogeneidade elevado¹ em sua estrutura porosa, propõe-se interpretar o meio poroso como uma sucessão das escalas envolvidas, de tal forma que a resistência hidráulica equivalente é entendida como uma associação em série das resistências de cada escala. Passam a valer

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{eq}} &= \sum_i \Omega_i \\ &= \frac{81\eta}{\pi} \sum_i \frac{1}{\langle r_i^3 \rangle} \quad , \end{aligned} \quad (2.11)$$

e

$$L = \sum_i L_i \quad .$$

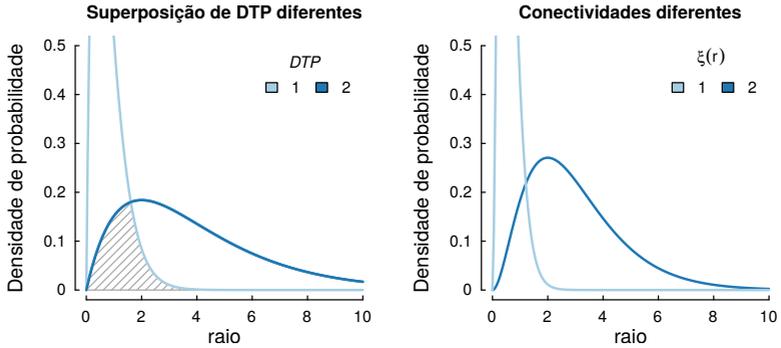
onde i é a quantidade de escalas.

A observação em escalas diferentes resulta em distribuições que se sobrepõem em alguma região (Fig. 2.5). Isso significa que alguns poros foram contabilizados mais de uma vez, e suas contribuições para o escoamento são superestimadas. Por isso, no cálculo da permeabilidade, evita-se considerar resoluções muito próximas, e se usa a função conectividade ξ para conceder o

¹O entendimento do que seria um grau alto ou baixo de heterogeneidade é um conceito relativo a partir da comparação de materiais distintos.

devido peso do raio para cada escala.

Figura 2.5: Exemplo de superposição de duas distribuições e suas respectivas funções conectividade.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Curvas de intrusão de mercúrio

A DTP proveniente de uma curva de intrusão de mercúrio é construída a partir do modelo de tubos capilares via equação de Young-Laplace, DTP_{YL} ,

$$p = \frac{2\sigma \cos \theta}{\lambda} \quad (2.12)$$

Por definição, esse modelo não considera a conectividade. Portanto, para calcular a permeabilidade, propõe-se obter a distribuição $R(r)$ a partir de DTP_{YL} .

Considera-se um meio poroso completamente saturado por um fluido. E para cada pressão p aplicada, mede-se o volume acumulado V que sai da estrutura. Na n -ésima medida, o meio atingiu a saturação irreduzível, ou seja, foi expulso o máximo de fluido possível. A curva de intrusão de mercúrio, portanto, é composta por n pontos. E da equação de Young-Laplace, calcula-se os n valores de λ , a saber, $\Lambda_n = \{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$.

Seja (p_1, V_1) um ponto da curva de intrusão de mercúrio experimental. A equação de Young-Laplace associa p_1 ao raio λ_1 , significando que todos os capilares com raios maiores ou iguais a λ_1 são acessíveis a essa pressão. Dessa forma, a pressão p_1 pode expulsar uma quantidade de fluido de todos os poros esféricos conectados cujos raios são maiores ou iguais a λ_1 . Matematicamente

expressa-se:

$$V_1 = \frac{4\pi}{3} \int_{\lambda_1}^{\infty} \xi(r)r^3 dr = \frac{4\pi}{3} \frac{\beta^3 \Gamma\left(2\alpha + 2, \frac{2\lambda}{\beta}\right)}{8 \Gamma(2\alpha - 1)} .$$

De maneira análoga, altas pressões podem acessar os capilares com raios diminutos. Idealmente, se a pressão $p_* \rightarrow \infty$, o raio $\lambda_* \rightarrow 0$. Nesse caso todos os capilares são acessíveis à pressão p_* , contanto que estejam conectados. Daí tem-se o volume acumulado total:

$$V_* = \frac{4\pi}{3} \int_0^{\infty} \xi(r)r^3 dr = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha\beta^3(4\alpha^2 - 1)}{4} .$$

A densidade de volume acumulado v_1 é dada pela divisão de V_1 por V_* ,

$$v_1(r) = \frac{\Gamma\left(2\alpha + 2, \frac{2\lambda_1}{\beta}\right)}{2 \Gamma(2\alpha - 1) \alpha(4\alpha^2 - 1)} , \quad (2.13)$$

sendo a equação anterior uma das n equações existentes. Trata-se de uma equação transcendental para α e β , cuja solução é apresentada no Ap. A. De posse dos valores dos parâmetros, retorna-se à eq. (2.10).

Para o cálculo de ajuste dos parâmetros das distribuições, utilizou-se o programa R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2011).

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para os arenitos, as hipóteses já foram observadas nas Figs. 2.2 e 2.3. Para os carbonatos, seguem as Figs. 3.1 e 3.2, na qual se nota um enfraquecimento da correlação linear para determinadas resoluções, sendo essas preteridas para o cálculo da permeabilidade, com excessão de C1, por serem as únicas disponíveis.

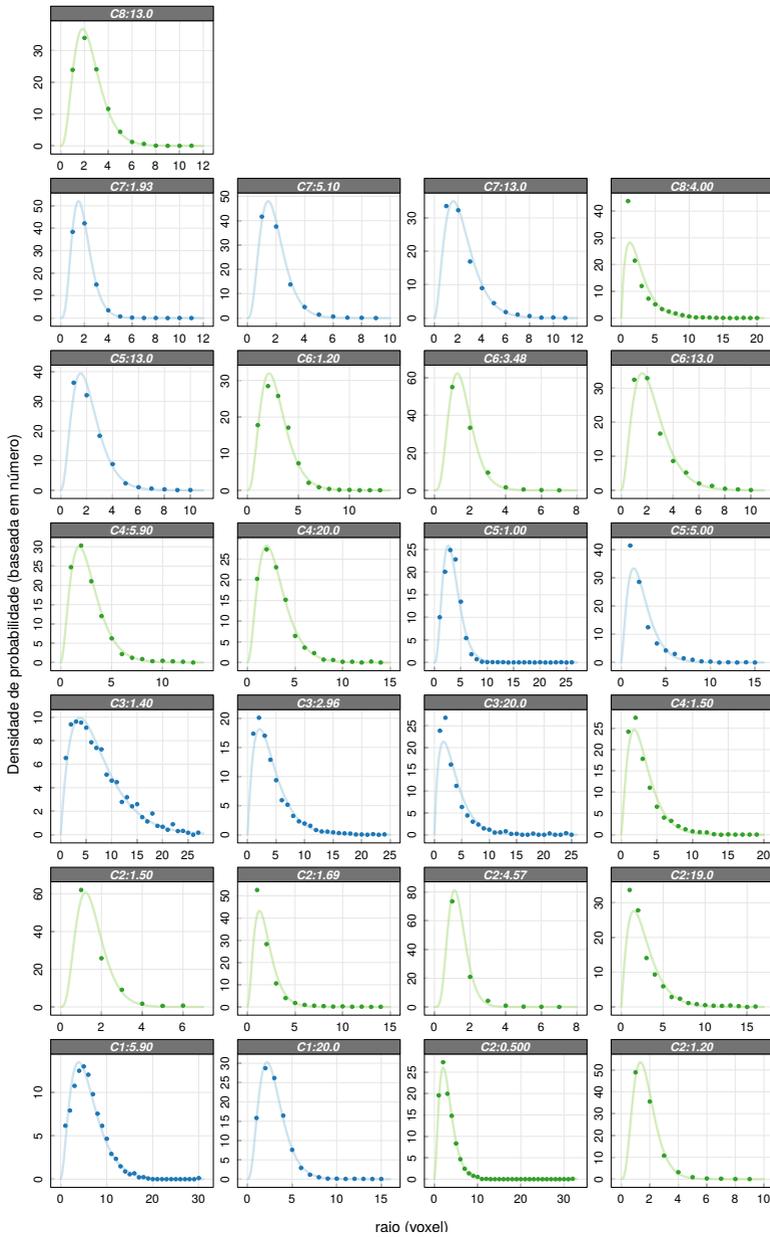
A Tab. 3.1 e a Tab 3.2 exibem os parâmetros obtidos a partir das redes poro-ligações e das curvas de intrusão de mercúrio, respectivamente.

Tabela 3.1: Parâmetros das redes poro-ligações.

Amostra	resolução (μm)	α	θ	\mathfrak{R}^2
A1	2,40	3,43	0,223	0,984
A2	3,40	3,05	0,119	0,978
A3	3,90	3,36	0,171	0,926
C1	5,90	2,90	8,25 E+04	0,665
	20,0	3,89	6,65 E+04	0,866
C2	0,500	2,92	1,90 E+06	0,919
	1,20	4,42	2,12 E+06	0,968
	1,50	4,56	1,96 E+06	0,685
	1,69	3,00	9,47 E+05	0,961
	4,57	6,46	1,06 E+06	0,768
	19,0	2,24	4,34 E+04	0,696
C3	1,40	2,04	1,96 E+05	0,888
	2,96	2,07	1,72 E+05	0,928
	20,0	1,94	2,83 E+04	0,808
C4	1,50	2,40	5,18 E+05	0,826
	5,90	3,03	1,90 E+05	0,986
	20,0	3,19	5,45 E+04	0,765
C5	1,00	4,07	1,17 E+06	0,840
	5,00	2,52	2,18 E+05	0,644
	13,0	3,48	1,24 E+05	0,889
C6	1,20	4,02	1,19 E+06	0,937
	3,48	5,20	9,40 E+05	0,696
	13,0	3,10	1,00 E+05	0,739
C7	1,93	4,97	1,38 E+06	0,621
	5,10	4,19	4,33 E+05	0,952
	13,0	3,09	1,02 E+05	0,863
C8	4,00	1,95	1,88 E+05	0,952
	13,0	4,06	1,28 E+05	0,916

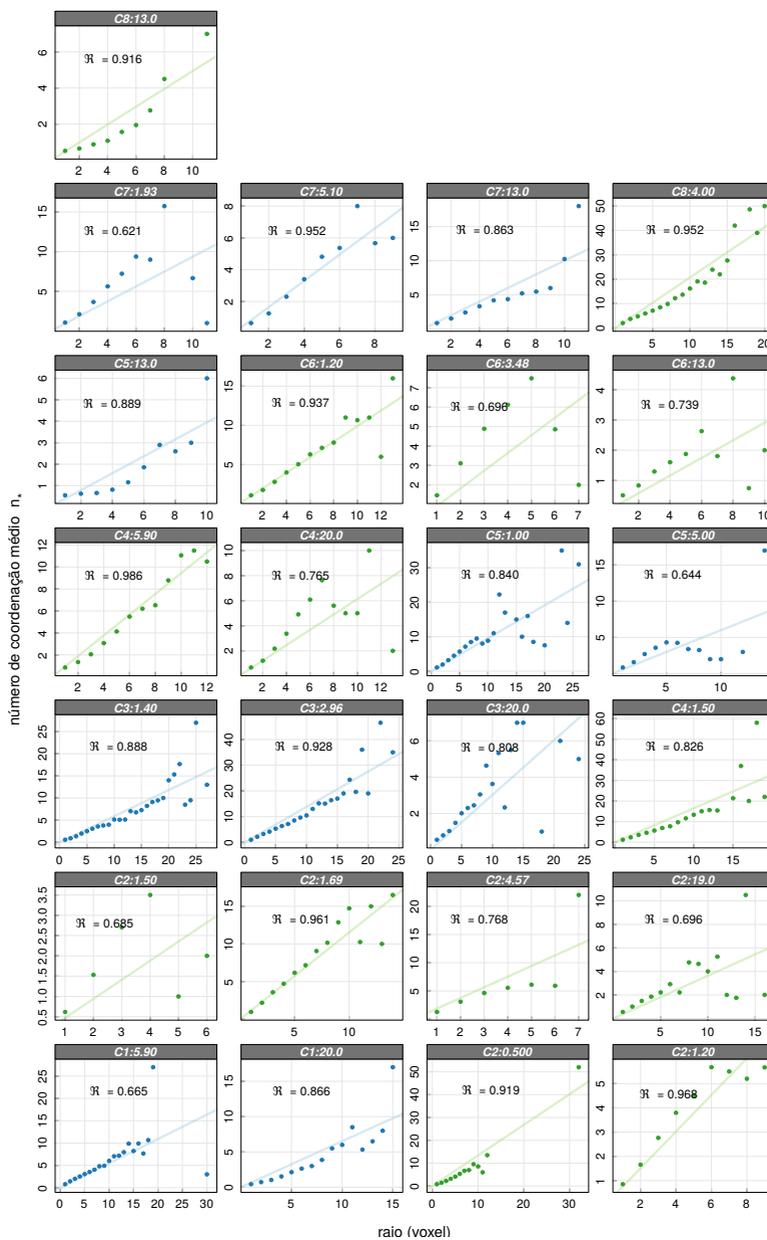
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 3.1: DTP $R(r)$ dos carbonatos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 3.2: Correlação entre n_* e r dos carbonatos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os valores de permeabilidade calculados seguem na Tab. 3.3. O gráfico da Fig. 3.3a compara-os com os experimentais, mostrando o resultado da análise de variância, atestando a significância do ajuste (5%); os demais gráficos da Fig. 3.3 justificam a aplicação da análise.

Observa-se, portanto, que a função conectividade definida prevê valores de permeabilidade de forma consistente se comparados com os valores experimentais.

Tabela 3.2: Parâmetros calculados a partir das curvas de intrusão de mercúrio.

Amostra	α	β
T1	2,10	5,92 E-08
T2	0,527	3,69 E-07
T3	1,69	3,43 E-08
T4	2,14	1,30 E-07

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 3.3: Valores de permeabilidade calculados.

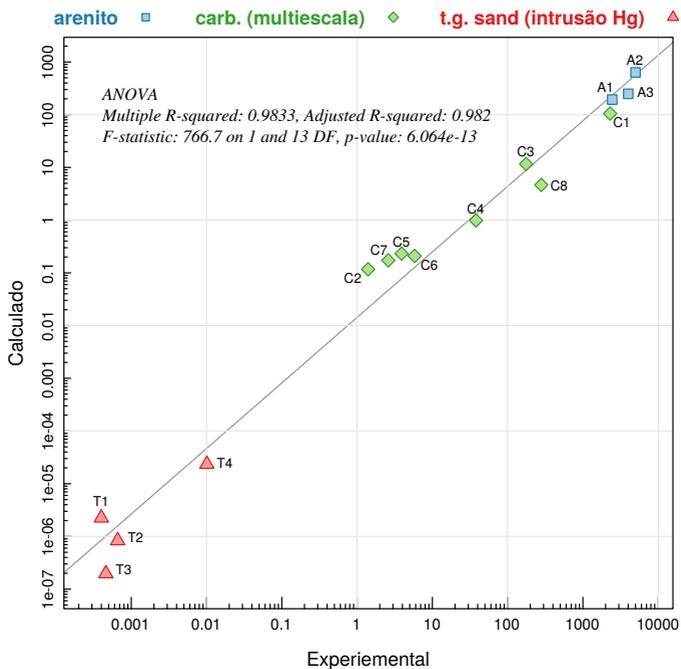
Amostra	k (mD)	resoluções (μm)
A1	194	2,40
A2	634	3,40
A3	249	3,90
C1	1,70 E+03	5,90 ; 20,0
C2	1,90	0,500; 1,20
C3	188	1,40 ; 2,96
C4	16,0	1,50 ; 5,90
C5	3,76	1,00 ; 13,0
C6	3,39	1,20 ; 13,0
C7	2,80	1,93 ; 5,10 ; 13,0
C8	75,3	4,00 ; 13,0
T1	2,25 E-06	Hg [§]
T2	8,34 E-07	Hg
T3	1,97 E-07	Hg
T4	2,35 E-05	Hg

[§] Valor obtido a partir das curvas de intrusão de mercúrio.

Fonte: Elaborada pelo autor.

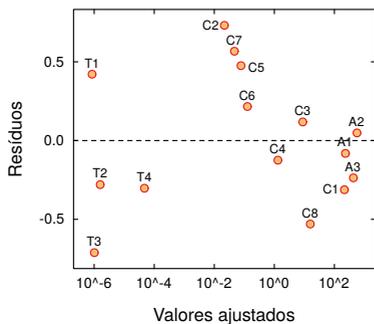
Figura 3.3: a) Comparação entre os valores de permeabilidade calculados e experimentais. b) Disposição aparentemente aleatória dos resíduos. c) Comparação dos resíduos padronizados com os quantis teóricos.

(a)



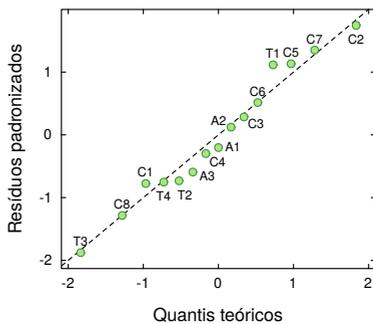
(b)

Residuals vs. Fitted



(c)

Normal Q-Q Plot



Fonte: Elaborada pelo autor.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os objetivos propostos foram alcançados. A constatação da existência de uma correlação entre a função conectividade definida e a permeabilidade intrínseca concede a possibilidade de considerar tal função como um ente relevante diante de um escoamento monofásico.

Perspectivas de trabalhos futuros

A ampliação da confrontação com dados experimentais é a perspectiva imediata natural, visando solidificar a validade da metodologia proposta. Em um segundo momento, espera-se que a definição de conectividade proposta tenha aplicabilidade a outros fenômenos de transporte em rochas e outros tipos de meios porosos (granulares e fibrosos) bem como a escalas superiores a 10^{-2} m.

Mesmo se algumas equações não sejam mais aplicáveis, espera-se que se possa propor outras definições, alternativas à eq. (2.4), mais apropriada ao fenômeno abordado. Ou seja, definir uma conectividade genérica como função $f(\cdot)$ dos argumentos $N(n)$ e $R(r)$,

$$\xi(n, r) \sim f(N(n), R(r)) \quad ,$$

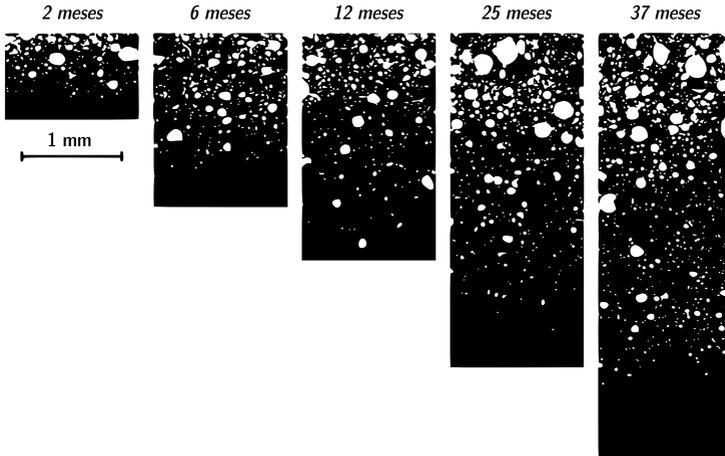
pode ser um ponto de partida.

Do ponto de vista da natureza constitutiva dos meios porosos, a possibilidade de representar o sistema poroso de rochas por uma distribuição gama $R(\alpha, \beta; r)$ e seu quadrado $\xi(\alpha, \beta; r)$ revela-se um artifício promissor. Matematicamente significa que a geometria porosa é caracterizada por apenas dois parâmetros, α e β . Vislumbra-se, portanto, a possibilidade de aplicar esse modelo a situações em que há variação do espaço poroso, como na Fig. 4.1. Outro exemplo seria o processo de diagênese de rochas, que desempenha papel importante no entendimento da variabilidade espacial da porosidade e da permeabilidade de formações rochosas (VAN DER LAND *et al.*, 2013).

Nas escalas local e a regional, as fraturas exercem grande influência nas propriedades de transporte, pois se constituem trajetórias preferenciais para o escoamento, desvinculando a permeabilidade da morfologia original do volume, e alterando consideravelmente seu valor. Long *et al.* (1982) estudam quando uma rede de fraturas descontínuas se comportam como um meio poroso. Assim, pode-se conjecturar se algumas configurações de fraturas apresentam, para determinada escala de observação, algum padrão que possa ser explorado. Em Kuznetsov *et al.* (2014), vê-se um exemplo de lineações (estruturas lineares,

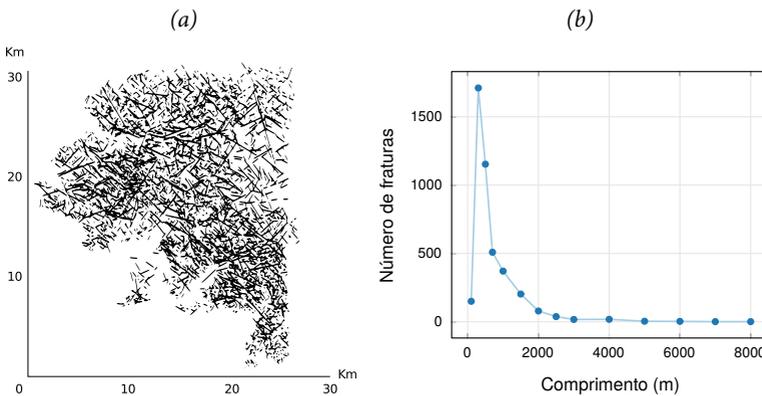
Fig. 4.2a) cujos comprimentos dão indícios que podem ser representados por uma distribuição gama (Fig. 4.2b).

Figura 4.1: Imagens binárias de resíduos nucleares betuminizados lixiviados por água pura.



Fonte: Gwinner *et al.* (citado por MOKNI, 2013).

Figura 4.2: Sistema de lineação de Porto Alegre: a) Vista aérea. b) Frequência do número de fraturas por comprimento.

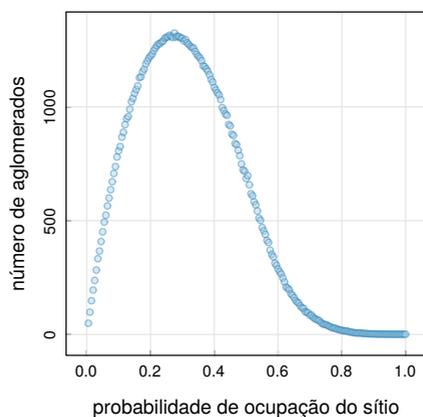


Fonte: Kuznetsov *et al.* (2014).

Semelhantemente ao escoamentos em materiais porosos, outros fenômenos costumam ser estudados por modelos de redes. Portanto espera-se que as noções de conectividade aqui definidas possam ser exploradas nesses domínios.

A própria concepção da rede poro-ligações – que é uma ideia natural quando se lida com meios porosos – pode servir como paradigma para novas abordagens de outros fenômenos, pois as entidades de sua rede possuem uma realidade fenomenológica mais complexa que os sítios interligados de uma rede regular aleatória. Um exemplo a ser considerado é no caso da Teoria da Percolação. Isso porque a ocorrência da mudança de fase está atrelada ao aumento do número de aglomerados na rede. Pode-se, portanto, buscar associações entre o significado desses aglomerados e a rede poro-ligações (Fig. 4.3).

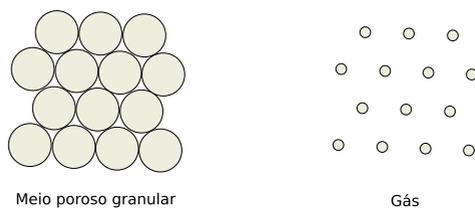
Figura 4.3: Número médio de aglomerados por probabilidade de ocupação do sítio para uma rede aleatória com 100×100 sítios.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Como falado anteriormente, espera-se que a metodologia seja aplicável ao estudo de meios porosos não consolidados, como solos. Em um exercício de abstração, pode-se fazer com que os grãos desse solo se tornem tão pequenos como moléculas de gases (Fig. 4.4). Assim, pode-se conjecturar se as ideias de

Figura 4.4: Interpretação de um gás como um meio poroso não consolidado.



Fonte: Elaborada pelo autor.

conectividade exploradas nesta tese podem ser aplicáveis à descrição da difusão entre duas fases gasosas. O intuito é investigar a possibilidade de compatibilizar a conectividade dos espaços vazios entre as moléculas com alguma distribuição do livre caminho (PAIK, 2014).

REFERÊNCIAS

- AL-KHARUSI, A. e BLUNT, M. J. **Network extraction from sandstone and carbonate pore space images.** *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 56, p. 219–231, 2007.
- AL-MARZOUQI, M. I. *et al.* **Resolving Carbonate Complexity.** *Oilfield Review*, v. 22, p. 40–55, 2010.
- BARRETT, L. K. e YUST, C. S. **Some fundamental ideas in topology and their application to problems in metallography.** *Metallography*, v. 3, n. 1, p. 1–33, 1970.
- BLUNT, M. J. *et al.* **Pore-scale imaging and modelling.** *Advances in Water Resources*, v. 51, p. 197–216, 2013.
- BRUCE, W. A. **An Electrical Device for Analyzing Oil Reservoir Behavior.** *Transactions, American Institute of Mining Engineering*, v. 151, n. 112, 1943.
- BRYANT, S. e BLUNT, M. **Prediction of relative permeability in simple porous-media.** *Physical Review A*, v. 46, p. 2004–2011, 1992.
- CARMAN, P. C. **Fluid flow through granular beds.** *Transactions, Institution of Chemical Engineers, London*, v. 15, p. 150, 1937.
- CHATZIS, I. e DULLIEN, F. **Modelling pore structures by 2-d and 3-d networks with application to sandstones.** *Journal of Canadian Petroleum Technology*, v. 16, p. 97–108, 1977.
- CUNHA, A. R. **Understanding the ergodic hypothesis via analogies.** *Physicæ (APGF)*, v. 10, p. 9–12, 2011.
- CUNHA, A. R. **Caracterização de sistemas porosos de rochas reservatório de petróleo a partir da extração de redes poro-ligações.** Dissertação de Mestrado, Ciência e Engenharia de Materiais, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

DAGAN, G. **Flow and transport in porous formations**. Springer-Verlag, Berlin, 1989.

DONG, H. e BLUNT, M. J. **Pore-network extraction from micro-computerized-tomography images**. *Physical Review E*, v. 80, n. 036307, p. 1–11, 2009.

DULLIEN, F. A. L. **Porous media: fluid transport and pore structure**. Academic Press, San Diego, 1979.

DUNSMUIR, J. H. *et al.* **X-ray microtomography: a new tool for the characterization of porous media**. In: *Proceedings of 66th Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers, Dallas, TX*, n. SPE 22860, 1991.

DURLOFSKY, L. J. **Numerical calculation of equivalent grid block permeability tensors for heterogeneous porous media**. *Water Resources Research*, v. 27, n. 5, p. 699–708, 1991.

DVORKIN, J. e NUR, A. **Scale of experiment and rock physics trends**. *The Leading Edge*, p. 110–115, Janeiro de 2009.

EFROS, A. L. **Physics and geometry of disorder: Percolation Theory**. Editora Mir, Moscou, 1986.

FERNANDES, C. P. *et al.* **Multiscale geometrical reconstruction of porous structures**. *Physical Review E*, v. 54, p. 1734–1741, 1996.

FLEGG, H. G. **From geometry to topology**. Dover, Mineola, Nova Iorque, 2001. Editado originalmente em 1971 por Crane, Russak & Co., Nova Iorque.

GLOVER, P. W. J. **What is the cementation exponent? A new interpretation**. *The Leading Edge*, p. 82–85, Janeiro de 2009.

Graham, I. G. *et al.*, editores. **Numerical Analysis of Multiscale Problems**. Springer, Berlin, 2012.

GWINNER, B. *et al.* **Modelling of bituminized radioactive waste leaching**.

Part II: Experimental validation . *Journal of Nuclear Materials*, v. 349, n. 1-2 , p. 107–118, Fevereiro de 2006.

KAY, S. **Intuitive Probability and Random Processes using Matlab®** . Springer, Nova Iorque, 2005.

KOZENY, J. **Ueber kapillare Leitung des Wassers im Boden**. *Sitzungsber. Wien. Akad.*, v. 136, p. 271, 1927. Abt. II A.

KRONBAUER, D. P. **Determinação de propriedades petrofísicas de rochas reservatórios através de modelos de redes de poros gargantas**. Tese de Doutorado, Ciência e Engenharia de Materiais, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2014.

KUZNETSOV, M. *et al.* **Modeling the Flow Pattern at the Fractured Granites in Porto Alegre, Brazil**. *Transport in Porous Media*, v. 101, n. 3 , p. 413–436, 2014. ISSN 0169-3913.

LANDISA, E. N. e KEANE, D. T. **X-ray microtomography**. *Materials Characterization*, v. 61, p. 1305–1316, 2010.

LIAKOPOULOS, A. C. **Darcy's coefficient of permeability as symmetric tensor of second rank**. *International Association of Scientific Hydrology. Bulletin*, v. 10, n. 3 , p. 41–48, 1965.

LONG, J. C. S. *et al.* **Porous media equivalents for networks of discontinuous fractures**. *Water Resources Research*, v. 18, n. 3 , p. 645–658, 1982. ISSN 1944-7973.

MANTOVANI, I. F. **Microtomografia e nanotomografia de raios X aplicada à caracterização multiescalar de sistemas porosos carbonáticos**. Tese de Doutorado, Ciência e Engenharia de Materiais, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013.

MASON, G. **The Effect of Pore Space Connectivity on the Hysteresis of Capillary Condensation in Adsorption-Desorption Isotherms** . *Journal of Colloid and Interface Science*, v. 88, n. 1 , p. 36–46, Julho de 1982.

MOKNI, N. **Deformation and flow driven by osmotic processes in porous materials.** Tese de Doutorado, Engenharia do Terreno, Cartográfica e Geofísica, Universidade Politécnic da Catalunha, Barcelona, 2013.

MONTARON, B. **Connectivity Theory - a new pproach to modeling non-Archie rocks.** *Petrophysics*, v. 50, n. 2 , p. 102–115, 2009.

MOREIRA, A. C. **Análise da influência da morfologia porosa de implantes de titânio no processo de crescimento ósseo.** Tese de Doutorado, Ciência e Engenharia de Materiais, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013.

OKABE, H. e BLUNT, M. **Pore space reconstruction using multiple-point statistics.** *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 46, p. 121–137, 2005.

OWEN, J. E. **Production technology - The resistivity of a fluid-filled porous body.** In: *AIME Transactions*, v. 195, p. 169–174. 1952.

PAIK, S. T. **Is the mean free path the mean of a distribution?** *American Journal of Physics*, v. 82, n. 6 , p. 602–608, 2014.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R: A Language and Environment for Statistical Computing.** R Foundation for Statistical Computing, Viena, Áustria, 2011. ISBN 3-900051-07-0.

RAMOS, J. V. **Validação do Cálculo de Dados Petrofísicos com Base na Caracterização de Rochas de Reservatório.** Dissertação de Mestrado, Ciências da Computação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

SAHIMI, M. **Flow phenomena in rocks: from continuum models to fractals, percolation, cellular automata, and simulated annealing.** *Reviews of Modern Physics*, v. 65, n. 4 , p. 1393–1534, Oct de 1993.

SCHEIDEGGER, A. E. **Hydrodynamics in porous media.** In: Flügge, S. e Truesdell, C., editores, *Handbuch der Physik*, v. VIII/2 Fluid Dynamics II. Springer, Berlim, 1963.

SCHIEDEGGER, A. E. **Directional permeability of porous media to homogeneous fluids.** *Geofísica Pura e Aplicata*, v. 28, n. 1, p. 75–90, 1954.

SCHMITT, M. **Pore structure characterization of low permeability rocks .** Tese de Doutorado, Ciência e Engenharia de Materiais, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2014.

SILVA, A. F. B. **Caracterização do espaço poroso em rochas por esferas máximas exatas.** Dissertação de Mestrado, Ciências da Computação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

SUN, T. *et al.* **Pore to continuum upscaling of permeability in heterogeneous porous media using mortars.** *International Journal of Oil, Gas and Coal Technology*, v. 5, n. 2/3, p. 249–266, 2012.

SZABO, B. A. **Permeability of Orthotropic Porous Mediums.** *Water Resources Research*, v. 4, n. 4, p. 801–808, 1968.

TRINCHERO, P. *et al.* **Point-to-point connectivity, an abstract concept or a key issue for risk assessment studies?** *Advances in Water Resources*, v. 31, p. 1742–1753, Setembro de 2008.

TSAKIROGLOU, C. D. **A Multi-Scale Approach to Model Two-Phase Flow in Heterogeneous Porous Media.** *Transport in Porous Media*, v. 94, n. 2, p. 525–536, 2012.

VAN MARCKE, P. *et al.* **An improved pore network model for the computation of the saturated permeability of porous rock.** *Transport in Porous Media*, v. 85, n. 2, p. 451–476, 2010.

VAN DER LAND, C. *et al.* **Modelling the permeability evolution of carbonate rocks.** *Marine and Petroleum Geology*, v. 48, p. 1–7, 2013.

VASCONCELOS, W. L. **Descrição da permeabilidade em cerâmicas porosas.** *Cerâmica*, v. 43, n. 281-282, p. 119–122, 1997.

VASCONCELOS, W. L. **Connectivity in sol-gel silica glasses.** *Química Nova*, v.

21, n. 4 , p. 514–516, 1998.

VINEGAR, H. J. e WELLINGTON, S. L. **Tomographic imaging of three-phase flow experiments.** *Review of Scientific Instruments*, v. 58, n. 1 , p. 96–107, 1987.

A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO TRANSCENDENTAL

O que se busca determinar são os valores de α e β que caracterizam a DTP $R(r)$ do material. A eq. (2.13) é uma equação do tipo transcendental para α e β , i.e., os termos de interesse não podem ser isolados analiticamente. E mesmo numericamente não é possível solucionar simultaneamente a eq. (2.13) para α e β . Por isso uma equação adicional é necessária.

A equação adicional está relacionada com o valor esperado de uma grandeza que é descrita por uma distribuição gama (KAY, 2005):

$$\alpha\beta = \langle r \rangle_R = \int_0^{\infty} R(r) r dr \quad . \quad (A.1)$$

Nenhum dos três termos da equação precedente é conhecido. Utiliza-se, portanto, os dados experimentais DTP-YL para aproximar o lado direito da eq. (A.1). Para enfatizar a tendência central dos valores, opta-se por utilizar a mediana do conjunto Λ_n , denotada por Λ_M . Escreve-se

$$\alpha\beta = \Lambda_M \quad . \quad (A.2)$$

Um consequência imediata dessa consideração é que a curva experimental DTP-YL também deve ser próxima de uma distribuição gama.

Da consideração anterior, escreve-se:

$$\beta = \frac{\Lambda_M}{\alpha} \quad , \quad (A.3)$$

que substituído na eq. (2.13), resulta em uma equação transcendental apenas para α , cuja solução pode ser buscada numericamente.

Idealmente os parâmetros da distribuição α e β deveriam ser únicos para as n equações existentes; mas, na prática, cada equação retorna um valor. Mais precisamente, apenas uma parcela m das n equações possuem solução. Ou seja, $\{\alpha_1, \dots, \alpha_m\}$ não são necessariamente iguais. Portanto, o parâmetro α ideal é tomado como a média de tal conjunto.

Uma vez que α é conhecido, retorna-se à eq. (A.3) para determinar β . De posse desses parâmetros, conhecem-se $R(r)$ e $\xi(r)$.