

**JAMES RUDNEI TORRES**

**TRANSIÇÕES DE FASES NA  
MATÉRIA ESTRANHA E  
APLICAÇÕES NA MATÉRIA  
ESTELAR**

**FLORIANÓPOLIS**

**2016**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA  
CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM FÍSICA**

**TRANSIÇÕES DE FASES NA MATÉRIA  
ESTRANHA E APLICAÇÕES NA MATÉRIA  
ESTELAR**

Tese submetida à  
Universidade Federal de Santa Catarina  
como parte dos requisitos para a  
obtenção do grau de Doutor em Física

**JAMES RUDNEI TORRES**

Florianópolis, Maio de 2016



**TRANSIÇÕES DE FASES NA MATÉRIA  
ESTRANHA E APLICAÇÕES NA MATÉRIA  
ESTELAR**

**JAMES RUDNEI TORRES**

Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de **Doutor em Física**, Área de concentração **Física Nuclear e de Hádrons**, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós Graduação em Física da Universidade Federal de Santa Catarina.

---

Débora Peres Menezes, Dra.  
Orientadora  
Presidente  
(FSC/UFSC)

---

Ivan Helmuth Bechtold, Dr.  
Coordenador do Programa de  
Pós-Graduação em Física

Banca Examinadora:

---

Tobias Frederico, Dr.  
(ITA)

---

Odilon Lourenço da Silva Filho, Dr.  
(UFRJ/Campus Macaé)

---

Marcus Emmanuel Benghi Pinto, Dr.  
(FSC/UFSC)

---

Mariana Dutra da Rosa Lourenço, Dra.  
(UFF)

---

Clebson Abati Graeff, Dr.  
(UTFPR)

---

Celso de Camargo B. Junior, Dr.  
(FSC/UFSC)

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente, agradeço à Professora Dra. Débora Peres Menezes, pela dedicação, atenção, apoio e motivação. Agradeço à Dra. Francesca Gulminelli pela coorientação e pelo grande apoio dado a mim em Caen. Aos demais professores do departamento de física, manifesto aqui meus agradecimentos.

Agradeço também aos meus pais pela assistência e carinho e a todos da família que me apoiaram na minha escolha profissional. Sou especialmente grato à Maria Fernanda e a João Carlos.

Ao CNPq e CAPES pelo suporte financeiro.

Florianópolis, Maio de 2016.



Resumo da Tese apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Física.

## TRANSIÇÕES DE FASES NA MATÉRIA ESTRANHA E APLICAÇÕES NA MATÉRIA ESTELAR

**James Rudnei Torres**

Maio / 2016

Orientador: Débora Peres Menezes, Dra..

Área de Concentração: Física Nuclear e de Hádrons.

Palavras-chave: Modelos Relativísticos, Modelos Não-Relativísticos, Transições de Fases.

Número de Páginas: 302

A presente tese tem como principal objetivo o estudo da matéria estranha e as possíveis transições de fases, assim como as aplicações para matéria estelar.

Primeiramente, focamos no estudo da fenomenologia da transição de fases líquido-gás no espaço de fases da matéria bariônica com o grau de liberdade de estranheza nos modelos relativísticos [1] e também num modelo não relativístico utilizando resultados de cálculos *ab initio* de Monte-Carlo [2]. Versões do modelo de Walecka linear e não linear são utilizadas para estudar o diagrama de fases do sistema formado por  $(n, p, \Lambda)$  nas densidades de subsaturação. Uma ampla variedade de valores para as constantes de acoplamento, que satisfazem vínculos experimentais para a matéria nuclear simétrica e para a energia de ligação Lambda-Lambda de hipernúcleos leves, foram levadas em consideração. Predições no modelo *ab initio* AFMDC são consideradas através de uma parametrização analítica, recentemente proposta [2] da densidade de energia. Neste caso, um sistema simples  $(n, \Lambda)$ , embora muito interessante para nossos propósitos, foi explorado no diagrama de fases.

Assim, a fenomenologia das altas densidades também foi considerada no presente trabalho objetivando compreender as possíveis transições de fases na matéria estelar densa. O modelo *ab initio* também foi explorado nas regiões de altas densidades visando obter resultados qualitativos para matéria estelar. Os vínculos experimentais dos po-

tenciais hipernucleares do  $\Lambda$  nos modelos RMF nos apontam para resultados importantes sobre a matéria bariônica estranha no diagrama de fases. Nós utilizamos a decomposição espinodal para estudar as instabilidades no sistema  $(n, p, \Lambda)$  em densidades altas e os resultados, apesar de não serem surpreendentes, apontam para a total inexistência de instabilidades nos modelos relativísticos. Nós exploramos, mais uma vez, os valores das constantes de acoplamento, satisfazendo os vínculos experimentais, para calcular a equação de estado adequada e obter as relações de massa e raio dos objetos compactos. A questão da inclusão de todo o octeto bariônico é também considerada na matéria estelar em temperatura finita.

Finalmente, nós estudamos a hipótese da matéria estranha estável de Bodmer-Witten-Terazawa-Itoh [3–6] de maneira a obter as janelas de estabilidade em dois diferentes modelos relativísticos de quarks. Um desses modelos é o bem conhecido modelo de sacolas do MIT [7] e o outro é o chamado modelo com as massas dos quarks dependentes da densidade (QMDD) [8]. Nós também estendemos nossa investigação das janelas de estabilidade para temperatura finita.

Abstract of Thesis presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor in Physics.

# PHASE TRANSITIONS OF THE STRANGE MATTER AND APPLICATIONS IN STELLAR MATTER

**James Rudnei Torres**

May / 2016

Supervisor: Débora Peres Menezes, Dra..

Area of Concentration: Nuclear and Hadron Physics.

Keywords: Quark Stars, Effective Models.

Number of pages: 302

This thesis is addressed to the study of strange matter, the existence of possible phase transitions and applications to hypernuclear and stellar matter.

We have first focused on the phenomenology of a liquid-gas phase in baryonic matter with strangeness degrees of freedom within RMF models [1] and Monte-Carlo *ab initio* models [2]. The linear and non-linear versions of the Walecka model have been employed to study the phase diagram of  $(n, p, \Lambda)$ -systems at sub-saturation densities. A large variety of coupling constants satisfying the experimental constraints of a Lambda potential in uniform symmetric nuclear matter and the Lambda-Lambda binding energy in light double-Lambda hypernuclei were taken into account. Predictions of an *ab initio* AFMDC model have been exploited by making use of an analytic parametrization of the energy density recently proposed in [2]. In the latter case, the simplified but still interesting  $(n, \Lambda)$  mixture has been explored.

Then, the phenomenology of high density has also been considered aiming the understanding of a possible phase transition in dense stellar matter. The simplified  $(n, \Lambda)$  *ab initio* system has also been explored in this context. The experimental constraints of a Lambda potential in RMF models has given us a very interesting insight about the strange matter in high density range in the phase diagram. We have used the spinodal decomposition to study the instabilities in the system  $(n, p, \Lambda)$  at high densities and the results, which are not surprising, have shown a total absence of phase transitions within RMF

models. We have once more explored a variety of coupling constants satisfying the experimental constraints to compute for adequate equations of state and obtain the mass-radius relations of compact objects. The question of the inclusion of all the baryon octet has also been considered in stellar matter at finite temperature.

Finally we have studied the Bodmer-Witten-Terazawa-Itoh hypothesis of stable strange matter [3–6] in order to obtain the stability windows of two different relativistic quark models. One of these models is the well known MIT bag model [7] and the other one is called the density dependent quark mass model (QMDD) [8]. We have extended our investigation to finite temperature systems as well.

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	p. 37
2	MODELOS RELATIVÍSTICOS DE CAMPO MÉDIO: BAIXAS DENSIDADES .....	p. 43
2.1	Modelo de Walecka Linear (LWM) .....	p. 45
2.2	Modelo de Walecka Não Linear (NLWM) .....	p. 47
2.3	Os Mésons Estranhos .....	p. 48
2.4	Equações de Movimento e Equações de Estado .....	p. 51
2.5	Propriedades da Matéria Nuclear .....	p. 54
2.6	Novos Parâmetros e Vínculos: $U_{\Lambda}^N$ e $U_{\Lambda}^{\Lambda}$ .....	p. 58
2.7	Um Modelo Não-Relativístico <i>Ab Initio</i> .....	p. 66
2.8	Matriz Curvatura e as Espinodais .....	p. 74
2.9	Resultados: Baixas Densidades .....	p. 77
2.10	Conclusões Parciais: Baixas Densidades .....	p. 113
3	ALTAS DENSIDADES E A MATÉRIA ESTELAR.....	p. 117
3.1	Resultados: Altas Densidades .....	p. 118
3.2	Aplicações em Astrofísica: A Matéria Estelar em Equi- líbrio $\beta$ .....	p. 137
3.3	Equações de Estado em Temperatura Finita .....	p. 142
3.4	Resultados: Matéria Estelar em Equilíbrio $\beta$ em $T = 0$ .....	p. 144
3.5	Resultados: Matéria Estelar em Equilíbrio $\beta$ em $T > 0$ .....	p. 167
3.6	Conclusões Parciais: Altas Densidades .....	p. 174
4	A MATÉRIA QUARKIÔNICA.....	p. 193
4.1	Estrelas de Quarks .....	p. 198
4.2	Modelo do MIT .....	p. 201
4.3	Modelo dependente da densidade (QMDD) .....	p. 211

4.4	Resultados . . . . .	p. 218
4.4.1	Estabilidade da Matéria Estranha no Modelo do MIT . . . . .	p. 220
4.4.2	Estabilidade da Matéria Estranha no Modelo QMDD . . . . .	p. 224
4.5	Relação de Massa-Raio . . . . .	p. 228
4.6	Conclusões Parciais: A Matéria Quarkiônica . . . . .	p. 230
5	CONCLUSÕES FINAIS . . . . .	p. 235
	Apêndice A – Convenções . . . . .	p. 241
A.1	Unidades Naturais . . . . .	p. 241
A.2	Outras Convenções . . . . .	p. 242
	Apêndice B – Matriz Curvatura . . . . .	p. 245
	Apêndice C – Equação de Dirac . . . . .	p. 253
C.1	Quantização Canônica . . . . .	p. 263
	Apêndice D – Relação Massa-Raio . . . . .	p. 267
D.1	$np$ em Eq. $\beta$ . . . . .	p. 267
D.2	$np\Lambda$ em Eq. $\beta$ . . . . .	p. 267
	Apêndice E – Relação Massa-Raio . . . . .	p. 275
E.1	Octeto Bariônico em Eq. $\beta$ . . . . .	p. 275
	Apêndice F – Dedução da Equação de Estado MIT . . . . .	p. 283
F.1	Tensor Energia-Momento . . . . .	p. 284
F.2	Termodinâmica . . . . .	p. 290

## LISTA DE FIGURAS

- 2.1 Relações entre as constantes de acoplamento dos  $\Lambda$ s nos modelos LWM e NLWM. . . . . p. 62
- 2.2 Curvas  $U_{\Lambda}^N$  (vinculadas por  $U_{\Lambda}^N(n_0) = -28$  MeV denotado pelo ponto preto) para alguns valores de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  em (a) LWM e (b) NLWM . . . . . p. 63
- 2.3 Relação entre os parâmetros dos modelos. (a) Espaço de parâmetros para  $\chi_{\phi\Lambda}$  vinculado pelo potencial  $U_{\Lambda}^{\Lambda}$  no LWM. (b) Análogo à figura (a), mas para o modelo NLWM com um vínculo adicional da matéria estelar, os pontos em cinza são não convergentes. . . . . p. 66
- 2.4 O ponto preto em cada uma das subfiguras denota  $U_{\Lambda}^{\Lambda}(n_0/5) = -0.67$  MeV. (a) mostra o potencial  $U_{\Lambda}^{\Lambda}$  e mésons estranhos para vários valores de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  no modelo LWM. (b) é o caso em que o potencial  $U_{\Lambda}^{\Lambda}$  é vinculado. (c) e (d) são análogos ao caso anterior, mas agora para o modelo NLWM. . . . . p. 67
- 2.5 Energia de ligação, em três diferentes modelos AFDMC, LWM e NLWM, para diferentes frações de lambda, como mostrado nas figuras (a), (b), (c) e (d). . . . . p. 71
- 2.6 Espinodais no plano nêutron-lambda para o modelo AFDMC com diferentes parametrizações e também para os modelos LWM e NLWM com e sem mésons estranhos. . . . . p. 80

- 2.7 Esquema ilustrativo do diagrama de fases  $n_\Lambda$ - $n_n$  com um autovetor instável  $\mathbf{V}^-$  (em azul). Linha vermelha pontilhada denota  $Y_\Lambda$  e forma o ângulo  $\alpha_1$  com  $n_n$  no sentido anti-horário. A linha azul pontilhada denota a direção de instabilidade e forma o ângulo  $\alpha_2$  com  $n_n$  no sentido anti-horário. Linha pontilhada verde denota a direção em que a densidade bariônica é constante juntamente com o vetor de base (verde) correspondente. Linha rosa denota  $Y_\Lambda = 0.5$  e juntamente com o vetor de base (rosa) correspondente. . . . . p. 84
- 2.8 (a) e (b) área espinodal no plano nêutron-próton no modelo NLWM para duas escolhas diferentes nas constantes de acoplamento. . . . . p. 90
- 2.9 Inclinação dos autovetores para algumas densidades. . . p. 91
- 2.10 Inclinação dos autovetores para algumas densidades no modelo *ab initio*. . . . . p. 92
- 2.11 Espinodais tridimensionais no modelo NLWM para algumas escolhas das constantes de acoplamento  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . Em (a), os números denotam os cortes no volume espinodal: (1) área espinodal no plano nêutron-lambda, (2) área espinodal no plano próton-lambda, (3) área espinodal no plano nêutron-próton e (4) exibe a fronteira da área espinodal resultante do corte na superfície tridimensional pelo plano que passa por  $n_n = n_p$ . (b) mostra cortes para vários valores de  $Y_\Lambda$  e a espinodal em vermelho é um caso especial considerado.(c), (d) são análogas a (a) e (b) respectivamente. . . . . p. 93

- 2.12 Espinodais no plano nêutron-próton nos modelos LWM (a) e NLWM (b) para alguns valores dos parâmetros com  $Y_\Lambda = 0.0$   $Y_\Lambda = 0.5$ . . . . . p. 95
- 2.13 Esquema ilustrativo do diagrama de fases  $n_p$ - $n_n$  com um autovetor instável em azul. Linha vermelha pontilhada denota  $Y_p$  e forma o ângulo  $\alpha_1$  com  $n_n$  no sentido anti-horário. A linha azul pontilhada denota a direção de instabilidade e forma o ângulo  $\alpha_2$  com  $n_n$  no sentido anti-horário. Linha pontilhada verde denota a direção em que a densidade bariônica é constante (isovetorial) juntamente com o vetor de base (verde) correspondente. Linha rosa denota  $Y_p = 0.5$  (direção isoescalar) e juntamente com o vetor de base (rosa) correspondente. p. 96
- 2.14 Área espinodal no plano nêutron-próton com autovetores e com  $Y_\Lambda = 0.0$  nos modelos LWM (a) e NLWM (b). (c) e (d) mostram a inclinação dos autovetores nos modelos LWM e NLWM. . . . . p. 97
- 2.15 Espinodal área no plano nêutron-próton com autovetores e com  $Y_\Lambda = 0.5$  nas parametrizações LWM (a) e NLWM (b) para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ . (c) e (d) mostram a inclinação dos autovetores. . . . . p. 101
- 2.16 *Neutron drip lines* modificados pela inclusão dos  $\Lambda$ s para os modelos LWM e NLWM com diferentes constantes de acoplamento para os híperons. . . . . p. 103
- 2.17 Área espinodal no plano nucleon- $\Lambda$  (com  $n_n = n_p$  fixo) (a) Contornos coloridos são cortes no volume espinodal no espaço das densidades variando  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  no modelo NLWM. . . . . p. 104

- 2.18 Esquema ilustrativo do diagrama de fases  $n_\Lambda$ - $n_N$  com um autovetor instável em azul. Linha vermelha pontilhada denota  $Y_\Lambda$  e forma o ângulo  $\alpha_1$  com  $n_N$  no sentido anti-horário. A linha azul pontilhada denota a direção de instabilidade e forma o ângulo  $\alpha_2$  com  $n_N$  no sentido anti-horário. Linha pontilhada verde denota a direção em que a densidade bariônica é constante juntamente com o vetor de base (verde) correspondente. Linha rosa denota  $Y_\Lambda = 0.5$  e juntamente com o vetor de base (rosa) correspondente. . . . . p. 105
- 2.19 (a) e (b) área espinodal no plano nucleon- $\Lambda$  (com  $n_n = n_p$  fixo) com os autovetores na parametrização NLWM para alguns valores de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  mantendo fixo  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ . (c) e (d) são análogos a (a) e (b) mas para o modelo NLWM. . . . . p. 108
- 2.20 Inclinação dos autovetores das áreas espinodais no plano nucleon- $\Lambda$  (com  $n_n = n_p$  fixo) nas parametrizações NLWM para alguns valores dos parâmetros e densidades fixas. . . . . p. 109
- 2.21 (a) e (b) área espinodal no plano nucleon- $\Lambda$  (com  $n_n = n_p$  fixo) para as trajetórias definidas por  $n_\Lambda/n_N = \delta^- n_\Lambda / \delta^- n_N$  com seus autovetores correspondentes nas parametrizações LWM para alguns valores de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  mantendo fixo  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ . (c) e (d) são análogos a (a) e (b) mas para a parametrização do modelo NLWM e para alguns valores de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  mantendo fixo  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ . . . . . p. 111

- 3.1 Área espinodal com os autovetores no plano nêutron-lambda no modelo AFDMC com  $\Lambda_n$ . A trajetória verde corresponde ao equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  e a curva vermelha corresponde à velocidade do som, onde  $c$  velocidade da luz. . . . . p. 119
- 3.2 Área espinodal com os autovetores no plano nêutron-lambda no modelo AFDMC com  $\Lambda_n + \Lambda_{nn}$  (I). A trajetória verde corresponde ao equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  e a curva vermelha corresponde à velocidade do som, onde  $c$  velocidade da luz. . . . . p. 120
- 3.3 Área espinodal com os autovetores no plano nêutron-lambda no modelo AFDMC com  $\Lambda_n + \Lambda_{nn}$  (II). A trajetória verde corresponde ao equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  e a curva vermelha corresponde à velocidade do som onde  $c$  velocidade da luz. . . . . p. 122
- 3.4 Inclinação  $\delta^- n_\Lambda / \delta^- n_n$ , em altas densidades, dos autovetores no modelo AFDMC com  $\Lambda_n + \Lambda_{nn}$  (II) juntamente com as inclinações  $-n_\Lambda / n_n$ . . . . . p. 123
- 3.5 Energia de ligação  $\varepsilon / n_B - M_n$  para matéria em equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  em função da densidade bariônica no modelo AFDMC com  $\Lambda_n$ ,  $\Lambda_n + \Lambda_{nn}$  (I) e  $\Lambda_n + \Lambda_{nn}$  (II). A figura mostra também a curva da energia por bárion para matéria pura de nêutrons PNM. . . . . p. 124
- 3.6 Energia por bárion  $\varepsilon / n_B$  para matéria em equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  em função da fração de  $\Lambda$  (esquerda) e da densidade bariônica (direita) no modelo AFDMC com  $\Lambda_n + \Lambda_{nn}$  (II). A figura mostra também a curva da energia por bárion para matéria pura de nêutrons PNM. p. 125

- 3.7 População relativa das partículas para matéria em equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  em função da densidade bariônica no modelo AFDMC com  $\Lambda_n$ ,  $\Lambda_n + \Lambda_{nn}$  (I) e  $\Lambda_n + \Lambda_{nn}$  (II). . . . . p. 126
- 3.8 Trajetórias de equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  nos modelos relativísticos LWM (a) e NLWM (b) para vários valores das constantes de acoplamentos dos  $\Lambda$ s com os mésons. . . p. 129
- 3.9 Espinodais no plano das densidades juntamente com as trajetórias de equilíbrio para dois valores das constantes de acoplamento dos  $\Lambda$ s com os mésons escalares no modelo LWM. . . . . p. 130
- 3.10 Espinodais no plano das densidades juntamente com as trajetórias de equilíbrio para dois valores das constantes de acoplamento dos  $\Lambda$ s com os mésons escalares no modelo NLWM. . . . . p. 131
- 3.11 Energia de ligação  $\varepsilon/n_B - M_n$  para matéria em equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  em função da densidade bariônica nos modelos LWM (a) e NLWM (b) com diferentes valores para as constantes de acoplamentos dos  $\Lambda$ s com os mésons escalares. . . . . p. 133
- 3.12 População relativa das partículas para matéria  $n\Lambda$  nos modelos LWM e NLWM, contando com duas escolhas para as constantes de acoplamentos dos  $\Lambda$  com os mésons em cada modelo. . . . . p. 135
- 3.13 Relação de massa e raio para matéria  $n\Lambda$  nos modelos (a) AFDMC e (b) LWM e NLWM. . . . . p. 138

- 3.14 População relativa na matéria  $(n, p, e^-, \mu^-)$  em equilíbrio  $\beta$  e de carga no modelo NLWM. A população para a matéria pura de nêutrons também é mostrada. . . . . p. 145
- 3.15 População relativa na matéria  $(n, p, \Lambda, e^-, \mu^-)$  em equilíbrio  $\beta$  e de carga no modelo NLWM. A população para a matéria  $(n, \Lambda)$  sob a condição  $\mu_n = \mu_\Lambda$  também é mostrada. Em (a), fixamos as constantes de acoplamento  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ , enquanto, em (b) escolhemos  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$ , mantendo  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ . . . . . p. 148
- 3.16 População relativa na matéria  $(n, p, \Lambda, e^-, \mu^-)$  em equilíbrio  $\beta$  e de carga no modelo NLWM, onde fixamos a constante de acoplamento  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ , enquanto usamos duas escolhas para  $\chi_{\sigma\Lambda}$ . . . . . p. 151
- 3.17 População relativa na matéria  $(n, p, \Lambda, e^-, \mu^-)$  em equilíbrio  $\beta$  e de carga no modelo NLWM, onde fixamos as constantes de acoplamento em (a)  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$ , enquanto, em (b),  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$ . Em cada figura, temos a população relativa de partículas na presença dos mésons estranhos quando fixamos  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$  e também para a matéria sem mésons estranhos quando  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = \chi_{\phi\Lambda} = 0$ . . . . . p. 179
- 3.18 (a) Energia de ligação para matéria  $(n, p, \Lambda)$  mediante a condição  $\mu_n = \mu_\Lambda$ , enquanto que, em (b), temos a matéria  $(n, p, \Lambda, e^-, \mu^-)$  em equilíbrio  $\beta$  e neutra. Em cada uma das figuras, foram utilizados dois valores para  $\chi_{\sigma\Lambda}$ , já, para para os mésons estranhos, foi utilizado  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ , enquanto que a ausência deles significa  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = \chi_{\phi\Lambda} = 0$ . . . . . p. 180

- 3.19 (a) População relativa na matéria ( $n, p, \Lambda, e^-, \mu^-$ ) em equilíbrio  $\beta$  e de carga no modelo NLWM, onde fixamos as constantes de acoplamento como sendo  $\chi_{\sigma\Lambda} = \chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ . Quando os mésons estranhos não estão presentes, temos que  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = \chi_{\phi\Lambda} = 0$ . A população relativa na matéria ( $n, p, \mu^-$ ) também é mostrada. Já a figura (b) mostra a energia de ligação para os três sistemas de (a). . . . . p.181
- 3.20 Energia de ligação para matéria (octeto,  $e^-, \mu^-$ ) em equilíbrio  $\beta$  e neutra no modelo NLWM. Em cada uma das figuras, foram utilizados dois valores para  $\chi_{\sigma\Lambda}$ , já, para para os mésons estranhos foi utilizado  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ , enquanto que a ausência deles significa  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = \chi_{\phi\Lambda} = 0$ . (a) conta com  $\chi_{\rho H} = 0.5$ , enquanto que, em (b),  $\chi_{\rho H} = 1.0$ . . . . . p.182
- 3.21 (a) População relativa na matéria (octeto,  $e^-, \mu^-$ ) em equilíbrio  $\beta$  e de carga no modelo NLWM com  $\chi_{\sigma H} = 0.2$  e  $\chi_{\sigma^*H} = \chi_{\sigma^*H} = 0.0$ . (a) conta com  $\chi_{\rho H} = 0.5$ , enquanto que, em (b),  $\chi_{\rho H} = 1.0$ . . . . . p.183
- 3.22 (a) População relativa na matéria (octeto,  $e^-, \mu^-$ ) em equilíbrio  $\beta$  e de carga no modelo NLWM com  $\chi_{\sigma H} = 0.2$  e  $\chi_{\sigma^*H} = 1.0$ . (a) conta com  $\chi_{\rho H} = 0.5$ , enquanto que, em (b),  $\chi_{\rho H} = 1.0$ . . . . . p.184
- 3.23 (a) População relativa na matéria (octeto,  $e^-, \mu^-$ ) em equilíbrio  $\beta$  e de carga no modelo NLWM com  $\chi_{\sigma H} = 0.5$  e  $\chi_{\sigma^*H} = \chi_{\sigma^*H} = 0.0$ . (a) conta com  $\chi_{\rho H} = 0.5$ , enquanto que, em (b),  $\chi_{\rho H} = 1.0$ . . . . . p.185

3.24	(a) População relativa na matéria (octeto, $e^-$ , $\mu^-$ ) em equilíbrio $\beta$ e de carga no modelo NLWM com $\chi_{\sigma H} = 0.5$ e $\chi_{\sigma^* H} = 1.0$ . (a) conta com $\chi_{\rho H} = 0.5$ , enquanto que, em (b), $\chi_{\rho H} = 1.0$ . . . . .	p. 186
3.25	Energia de ligação na temperatura finita no modelo NLWM para matéria estelar sem híperons. . . . .	p. 187
3.26	Energia de ligação na temperatura finita no modelo NLWM para matéria estelar contendo o $\Lambda$ com diferentes constantes de acoplamentos, com e sem mésons estranhos. . . . .	p. 188
3.27	Diferença entre $(\varepsilon/n_B - \mathcal{F}/n_B)$ no modelo NLWM para matéria estelar, contendo $(n, p, \Lambda, e^-, \mu^-)$ . Os casos com mésons estranhos e sem mésons estranhos são mostrados para (a) $\chi_{\sigma H} = 0.2$ e (b) $\chi_{\sigma H} = 0.5$ . . . . .	p. 189
3.28	Energia de ligação na temperatura finita no modelo NLWM para matéria estelar, contendo o octeto bariônico, com $\chi_{\sigma H} = 0.5$ . Os casos com mésons estranhos e sem mésons estranhos são mostrados para (a) $\chi_{\rho H} = 0.5$ e (b) $\chi_{\rho H} = 1.0$ . . . . .	p. 190
3.29	Energia de ligação na temperatura finita no modelo NLWM para matéria estelar, contendo o octeto bariônico, com $\chi_{\sigma H} = 0.5$ . Os casos com mésons estranhos e sem mésons estranhos são mostrados para (a) $\chi_{\rho H} = 0.5$ e (b) $\chi_{\rho H} = 1.0$ . . . . .	p. 191
3.30	População relativa de partícula em temperatura finita.	p. 192
4.1	A energia por bárion $\varepsilon/n_B$ com os pontos de pressão nula para alguns valores de $C$ e $m_{0s} = 150\text{MeV}$ fixo. . .	p. 215
4.2	A energia por bárion $\varepsilon/n_B$ com os pontos de pressão nula para alguns valores de $C$ e $m_{0s} = 150\text{MeV}$ fixo. . .	p. 216

- 4.3 A região cinza corresponde à região estável em  $T = 0$ . Para  $T > 0$ , devemos procurar regiões que se sobreponham à região cinza,  $T = 0$ , pois é nessa região que a condição de estabilidade é válida. . . . . p. 222
- 4.4 As linhas tracejadas fixam a condição de estabilidade expressa por (4.68) e as linhas cheias, a condição (4.67). De acordo com a figura, temos uma temperatura crítica  $T_c = 33.4$  MeV. Acima de  $T_c$ , não há mais região estável de acordo com nossa análise. . . . . p. 223
- 4.5 A região cinza corresponde à região estável em  $T = 0$ . Para  $T > 0$ , devemos procurar regiões que se sobreponham a região cinza,  $T = 0$ , pois é nessa região que a condição de estabilidade é válida. . . . . p. 224
- 4.6 As linhas tracejadas fixam a condição de estabilidade expressa por (4.68) e as linhas cheias, a condição (4.67). De acordo com a figura temos uma temperatura crítica  $T_c = 33.4$  MeV. Acima de  $T_c$ , não há mais região estável de acordo com nossa análise. . . . . p. 225
- 4.7 As linhas tracejadas fixam a condição de estabilidade expressa por (4.68) e as linhas cheias, a condição (4.67). De acordo com a figura, temos uma temperatura crítica  $T_c = 31.7$  MeV (Acima) e  $T_c = 30.7$  MeV (Abaixo). Acima de  $T_c$ , não há mais região estável de acordo com nossa análise. Aqui fixamos  $m_{0s} = 100$  MeV.p. 226

- 4.8 As linhas tracejadas fixam a condição de estabilidade expressa por (4.68) e as linhas cheias, a condição (4.67). De acordo com a figura temos uma temperatura crítica  $T_c = 17.1$  MeV (Acima) e  $T_c = 19.2$  MeV (Abaixo). Acima de  $T_c$ , não há mais região estável de acordo com nossa análise. Aqui fixamos  $m_{0s} = 150$  MeV. p. 227
- 4.9 Relação massa-raio. . . . . p. 230



## LISTA DE TABELAS

- 2.1 As propriedades dos quarks. . . . . p. 48
- 2.2  $\vec{J}_s$  é o spin;  $\vec{\tau}$  o isospin;  $\tau_3$  a 3<sup>a</sup> componente de isospin;  
 $S$  a estranheza e carga é a carga elétrica. . . . . p. 49
- 2.3 Parametrizações da matéria nuclear nos modelos de  
campo médio relativísticos. . . . . p. 56
- 2.4 Conjunto de parâmetros utilizados no modelo *ab initio*  
para PNM. . . . . p. 69
- 2.5 Conjunto de parâmetros utilizados no modelo *ab initio*  
incluindo termos de dois e três corpos. . . . . p. 70
- 3.1 Propriedades da estrela de massa máxima para a equa-  
ção de estado em que  $\chi_{\sigma\Lambda}^{\text{Inf}} = 0.1$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}^{\text{Inf}} = 1.25$ . . . . . p. 163
- 3.2 Propriedades da estrela de massa máxima para a equa-  
ção de estado do octeto bariônico utilizando víncu-  
los dos potenciais  $U_{\Lambda}^N$ ,  $U_{\Sigma}^N$  e  $U_{\Xi}^N$ . Os mésons estra-  
nhos estão presentes e utilizamos  $U_{\Xi}^{\Xi}(n_0) \approx 2U_{\Lambda}^{\Lambda}(n_0/2)$   
e  $U_{\Sigma}^{\Sigma}(n_0) \approx U_{\Lambda}^{\Lambda}(n_0/2)$  . . . . . p. 166
- 3.3 Constantes de acoplamentos. . . . . p. 167
- 3.4 Propriedades da estrela de massa máxima para a equa-  
ção de estado isotérmica com o octeto bariônico no mo-  
delo NLWM: massa máxima, raio, densidade de ener-  
gia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s, densidade  
que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s e entropia  
central para  $\chi_{\sigma H} = 0.7$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$  sem mésons estranhos. p. 171

- 3.5 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado isentrópica com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s, densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s e temperatura central para  $\chi_{\sigma H} = 0.7$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$  sem mésons estranhos. . . . . p. 171
- 3.6 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado isotérmica com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s, densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s e entropia por volume central, para  $\chi_{\sigma H} = 0.7$ ,  $\chi_{\sigma^* H} = 1.0$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$ . . . . . p. 172
- 3.7 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado isentrópica com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s, densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s e temperatura central,  $\chi_{\sigma H} = 0.7$ ,  $\chi_{\sigma^* H} = 1.0$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$ . p. 173
- 3.8 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado isotérmica com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s, densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s e entropia por volume central, para  $\chi_{\sigma H} = 0.7$ ,  $\chi_{\sigma^* H} = 1.5$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$ . . . . . p. 174

3.9	Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado isentrópica com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de $\Lambda$ s, densidade que corresponde ao limiar de criação dos $\Lambda$ s e temperatura central, para $\chi_{\sigma H} = 0.7$ , $\chi_{\sigma^* H} = 1.5$ e $\chi_{\rho H} = 1.0$ . . . . .	p. 174
4.1	Quarks. . . . .	p. 196
4.2	Parâmetros para os modelos. . . . .	p. 231
4.3	Resultados numéricos obtidos da solução da TOV com o MIT e com os modelos dependentes da densidade para diferentes estágios da evolução da protoestrela de quark. $N/F$ denota que a grandeza não é fixa. . . .	p. 231
D.1	Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado sem híperons no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central e densidade central. . . . .	p. 267
D.2	Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos $\Lambda$ s para vários valores de $\chi_{\sigma\Lambda}$ . . . . .	p. 267
D.3	Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos $\Lambda$ s para $\chi_{\sigma\Lambda} > 1$ . . . . .	p. 268

- D.4 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.1$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . . . . . p. 268
- D.5 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . . . . . p. 269
- D.6 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.3$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . . . . . p. 269
- D.7 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.4$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . . . . . p. 270

- D.8 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . . . . . p. 270
- D.9 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.6$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . . . . . p. 271
- D.10 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.7$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . . . . . p. 271
- D.11 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.8$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . . . . . p. 272

D.12 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.9$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . . . . . p. 272

D.13 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 1.0$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . . . . . p. 273

D.14 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} > 1$  e para qualquer valor de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . . . . . p. 273

E.1 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma H}$ . . . . . p. 275

- E.2 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma H} > 1$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$ . . . . . p.275
- E.3 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^* H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo. . . . . p.276
- E.4 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^* H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo. . . . . p.276
- E.5 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^* H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo. . . . . p.277

- E.6 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^*H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo. . . . . p.277
- E.7 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^*H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo. . . . . p.278
- E.8 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^*H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo. . . . . p.278
- E.9 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^*H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo. . . . . p.279

- E.10 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^*H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo. . . . . p. 279
- E.11 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^*H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo. . . . . p. 280
- E.12 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^*H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo. . . . . p. 280
- E.13 Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma H} > 1$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$ . . . . . p. 281



## 1 INTRODUÇÃO

A teoria mais aceita para a origem do universo declara que ele se originou a partir de uma grande explosão, seguida pela formação de matéria primordial extremamente densa e quente [1]. Esta matéria era composta basicamente de partículas elementares, os atualmente chamados quarks e léptons. Como a matéria se expandiu e se resfriou, os quarks se juntaram para formar partículas mais pesadas, chamadas de hádrons [9]. Cada hádron contém três quarks, formando um bárion, ou dois quarks, formando um méson. Os prótons e nêutrons, que são bárions, juntaram-se para formar os núcleos. Os elétrons, que são léptons, foram atraídos pelos núcleos de maneira a formar os átomos. Os núcleos leves e pesados foram criados dentro das estrelas, que, por sua vez, nasceram de uma grande massa de matéria primordial, o berço estelar [1].

A história de uma estrela começa com essa matéria primordial e seu desenvolvimento é determinado de acordo com a distribuição de massa inicial. Uma das possíveis sequências evolutivas de uma estrela leva à expulsão de matéria por parte da estrela. Esta matéria escapa para o espaço interestelar, resultando na formação de estrelas menores, planetas, nebulosas, entre outros sistemas complexos.

Voltando aos átomos, eles se uniram para formar moléculas, que, por sua vez, formaram as substâncias químicas e estruturas mais complexas. A cosmologia e a astrofísica se ocupam em compreender a evolução do universo desde a grande explosão. A astrofísica nuclear estuda as sínteses dos núcleos pesados a partir de núcleos mais leves nas condições extremas existentes nas estrelas. A física nuclear estuda o comportamento do núcleo sob condições normais (e terrestres) e seus estados excitados, assim como as reações que os governam. A química

estuda a estrutura atômica das moléculas e suas reações. Finalmente, a biologia se encarrega de estudar os aglomerados moleculares que compõem os seres vivos. O traço principal entre essas áreas do conhecimento é o método utilizado para compreender estruturas complexas começando por estruturas mais simples e suas interações.

Na física nuclear, as estruturas mais simples são os chamados nucleons, isto é, prótons e nêutrons. A interação nucleon-nucleon, responsável por manter o núcleo ligado, pode ser entendida a partir da análise de experimentos de espalhamento, ou seja, através de colisões entre nucleons. O entendimento de tais colisões, é em geral, satisfatório e, em princípio, deveria nos permitir conhecer a estrutura do núcleo atômico em detalhes. Mas esse não é certamente o caso e esta é uma característica típica de sistemas de muitos corpos. Apesar do núcleo atômico poder ter algumas centenas de nucleons, este número não é grande o bastante para tratarmos o núcleo atômico por quantidades macroscópicas, pressão, temperatura, coeficiente de elasticidade, etc., como é feito com gases, fluidos e sólidos em equilíbrio termodinâmico. Por outro lado, é também difícil tratar sistemas com poucos nucleons, pois, em geral, envolvem problemas de três corpos, que são bastante complexos e requerem métodos aproximativos.

A teoria quântica de campos (TQC) é, certamente a, mais bem sucedida de todas as teorias físicas já propostas para a descrição do mundo subnuclear [10]. O poder de predição das TQCs é notável, por exemplo, na descrição da interação entre elétrons e fótons através da *quantum electrodynamics* (QED). Além do mais, atualmente, é possível unificar três das quatro forças fundamentais da natureza (forte, fraca e eletromagnética) sob a perspectiva das TQCs, excluindo, até o momento, a força da gravidade. De fato, o modelo padrão das partículas elementares é totalmente apoiado no formalismo dos campos quânti-

cos. Foi em 1927 que P. A. M. Dirac combinou a mecânica quântica de Schrödinger com a relatividade especial de Einstein, criando assim uma teoria relativística para o elétron. Já a QED surgiu como a combinação da teoria relativística do elétron com a teoria das radiações. Inicialmente, a QED pode fazer previsões de baixa ordem em cálculos perturbativos, contudo, quando se tratava de correções radiativas de ordem superior, infinitos emergiam das amplitudes, conduzindo a QED à sua primeira crise. Em 1949, os físicos S. Tomonaga, J. Schwinger e R. P. Feynman inventaram uma maneira de absorver as quantidades divergentes nos parâmetros físicos da teoria “contaminada” por infinitos. A este tipo de procedimento, denominou-se renormalização de infinitos, em contraste com a renormalização finita que pode ocorrer na física clássica. A QED renormalizada permitiu realizar previsões muito acuradas para o momento magnético do elétron, assim como para o desvio Lamb. Embora com todo o sucesso da QED, havia muitas dificuldades em seguir construindo teorias para as demais três forças fundamentais, como, por exemplo, a força forte [11].

O método perturbativo foi bem sucedido nos cálculos da QED devido à sua constante de acoplamento ter uma magnitude pequena. Esta técnica passou a fazer parte do aparato teórico da TQCs. Com o sucesso da QED, debates sobre renormalizabilidade e sobre as técnicas de regularização, para controlar os infinitos, foram aparecendo na literatura científica especializada. As manipulações matemáticas inerentes às regularizações devem manter inalteradas as simetrias físicas da teoria. A renormalização das chamadas teorias de calibre foi um grande avanço para a TQC, pois foi possível juntar as teorias dentro de um modelo unificado e renormalizável. A teoria eletromagnética é unificada com a teoria fraca num esquema em que os campos de matéria trocam as chamadas partículas de calibre, neutra e carregada, à

chamada teoria eletrofraca.

O modelo de quarks foi também incorporado ao modelo unificado das demais forças da natureza. Os glúons são as partículas de calibre e fazem a mediação da força forte e a teoria é chamada de *quantum chromodynamics* (QCD). A constante de acoplamento da força forte, na verdade, varia com a escala de energia e, em energias muito elevadas, os quarks passam a interagir mais fracamente. A chamada liberdade assintótica tornou válido o cálculo perturbativo na QCD.

Na distância de interesse da física nuclear ( $\sim 1$  fm), os quarks têm um forte acoplamento, dificultando a aplicação de métodos perturbativos. Os fenômenos da física nuclear ficam praticamente intratáveis a partir da teoria fundamental. Em muitos problemas da física, é importante procurar saber quais são os graus de liberdade mais relevantes para o problema. Modelos que levam em consideração os graus de liberdade dos hádrons (bárions e mésons), ao invés dos quarks, são muito utilizados atualmente e têm se mostrado uma ótima alternativa. Os conhecidos modelos da *quantum hadromodynamics* (QHD) são modelos efetivos formulados para dar um tratamento microscópico consistente aos sistemas nucleares baseado em alguns ingredientes importantes da teoria fundamental. Tais modelos são muito utilizados para descrever a matéria nuclear densa das estrelas de nêutrons. As constantes de acoplamento podem ser ajustadas fenomenologicamente para descrever as propriedades da matéria nuclear na densidade de saturação. Tradicionalmente, as propriedades da matéria nuclear podem ser bem descritas através de modelos não relativísticos utilizando a equação de Schrödinger, embora a formulação relativística seja mais atraente na aplicação da matéria estelar, onde as densidades podem alcançar de 3 a 10 vezes o valor da saturação nuclear.

Os fenômenos nucleares são bem descritos pela física dos hádrons

- embora a interação subjacente seja a força forte -, portanto, a teoria fundamental é a QCD. É através do diagrama de fases da QCD que podemos entender que no domínio da física nuclear, de densidades e temperaturas ordinárias, os quarks “permanecem” confinados dentro dos hádrons. Quando a densidade ou a temperatura atingem valores extremos, à matéria hadrônica cede lugar a matéria de quarks e glúons. Em baixas temperaturas e altíssimas densidades, espera-se que os hádrons, em alguma densidade crítica desconhecida, cedam lugar aos quarks. Acredita-se também que esta transição de fases é de primeira ordem e que deva ocorrer no interior das estrelas de nêutrons. Para densidades acima desta densidade crítica, a matéria de quarks pode aparecer na forma da matéria de quarks na fase supercondutiva de cor (CFL). Além disso, especula-se que a matéria estranha de quarks possa ser o verdadeiro estado fundamental da matéria nuclear. Para que isso seja verdade, a matéria estranha de quarks, no ponto onde a pressão se anula, deve ter uma energia por bárion menor que a energia por bárion do  $^{56}\text{Fe}$ . Um lugar onde esta matéria estranha pode estar presente é no interior das estrelas de nêutrons. A seguir explicaremos como a presente tese foi dividida.

No capítulo 2 trataremos dos modelos relativísticos no estudo das transições de fases em baixas densidades. Em tais modelos, utilizaremos dados experimentais dos potenciais hipernucleares para reduzir o número de constantes de acoplamentos arbitrárias. Um modelo, não relativístico, obtido a partir de cálculos *ab initio* será utilizado para fins comparativos com os modelos relativísticos. Encerraremos o capítulo 2 com os resultados da decomposição espinodal, nas regiões de baixas densidades no diagrama de fases, para diversos sistemas e apresentaremos nossas conclusões parciais.

No capítulo 3 trataremos das regiões de altas densidades, isto

é, as regiões que são importantes para o estudo da matéria estelar. Além de discutir os resultados obtidos no modelo *ab initio*, abordaremos também a matéria estelar em equilíbrio  $\beta$ . Discutiremos em detalhes o papel das constantes de acoplamento dos híperons na equação de estado e nos perfis estelares. Vários resultados sobre a matéria estelar serão discutidos e ao final apresentaremos nossas conclusões parciais.

No capítulo 4 estudaremos os quarks desconfiados num regime de altas densidades e baixas temperaturas, embora diferente do contexto da matéria hadrônica, este capítulo também cuidará da estranheza. A conjectura da matéria estranha absolutamente estável será estudada através de dois modelos efetivos relativísticos. A equação de estado da matéria estelar será obtida e discutida juntamente com as relações de massa e raio. Depois de apresentarmos os resultados referente a este capítulo faremos nossas conclusões parciais.

Na conclusão final, juntaremos todas as conclusões parciais já apresentadas nos capítulos 2, 3 e 4 e faremos algumas sugestões para trabalhos futuros. No apêndice A estão as convenções utilizadas no presente trabalho. No apêndice B está a dedução da matriz curvatura e no apêndice C resolvemos a equação de Dirac. Os apêndices D e E mostram vários resultados referentes ao capítulo 3 e finalmente no apêndice F estão algumas deduções termodinâmicas referente ao capítulo 4.

## 2 MODELOS RELATIVÍSTICOS DE CAMPO MÉDIO: BAIXAS DENSIDADES

Numa visão conservadora, efeitos relativísticos não são considerados importantes para problemas de estrutura nuclear de baixas energias. De fato, os nucleons com maior energia cinética dentro do núcleo atingem no máximo vinte nove por cento da velocidade da luz [12]. Desta maneira, poderíamos esperar que efeitos cinemáticos relativísticos pudessem ser ignorados, contudo, podemos citar algumas motivações que sugerem o uso de modelos relativísticos. Os modelos *Relativistic Mean-Field* (RMF) são tão bem sucedidos quanto os modelos não relativísticos *Skyrme-Hartree-Fock* (Skyrme), em descrever a estrutura do núcleo de um átomo e com a vantagem de explicar a interação spin-órbita *ab initio* [13].

Na década de cinquenta, houve muitos esforços para se construir um modelo não relativístico livre de parâmetros com base na força de dois corpos proveniente do estudo do espalhamento nucleon-nucleon. Brueckner e seus colaboradores realizaram importantes avanços nesta direção, embora tenham obtidos resultados ruins para energia de ligação e o ponto de saturação da matéria nuclear. Estes esforços ficaram conhecidos como *nonrelativistic Brueckner calculation*. Nos anos setenta, depois de muita investigação para obter melhores resultados para a energia de ligação, uma abordagem fenomenológica, conhecida como *density-dependent Hartree-Fock*, foi proposta para força de dois corpos, na qual, efeitos procedentes do meio são incorporados na interação. Desta maneira, as propriedades da matéria nuclear são ajustadas. Contudo, o modelo dependente da densidade não está dentro do esquema teórico livre de parâmetros [12]. Uma extensão do modelo de Brueckner, que inclui a relatividade, é conhecido como *Dirac-Brueckner-Hartree-Fock calculation* e fornece a energia de ligação corretamente e é livre

de parâmetros [12–14].

Nos modelos RMF, a interação nuclear é descrita por intermédio de campos mesônicos, portanto, mais próximo do cenário das teorias quânticas das interações fundamentais [9, 13, 15]. Os modelos são efetivos e possuem constantes fenomenológicas para ajustar as propriedades nucleares. A formulação relativística pode servir como base para extrapolações na direção da matéria densa e quente no interior das estrelas de nêutrons. Em tais objetos, a relatividade torna-se certamente importante [1]. Os modelos RMF descrevem os núcleos como sendo um sistema de nucleons relativísticos que obedecem a equação de movimento de Dirac, onde a interação ocorre de maneira covariante com os campos mesônicos. Os campos mesônicos são tratados na aproximação de campo médio, isto é, são considerados campos clássicos. Este tratamento consiste em trocar os campos dos mésons por seus valores médios [15]. A justificativa para isso é que as flutuações quânticas dos campos dos mediadores podem ser desprezadas na medida em que a densidade bariônica aumenta [16]. Isto torna viável o estudo da matéria nuclear uniforme na densidade de saturação nuclear. A aproximação de campo médio pode ser aplicada também ao problema do núcleo finito. Neste caso, os valores esperados dos campos mesônicos dependerão das coordenadas, deixando o problema mais complexo. O efeito do mar de Dirac dos nucleons também é desprezado [16]. O modelo é interpretado como uma tentativa fenomenológica que pretende gerar uma descrição relativística autoconsistente do núcleo e descrever a dinâmica nuclear. Os modelos RMF têm atraído muita atenção nos últimos anos. Muito do sucesso dos modelos RMF é devido à descrição do espalhamento próton-núcleo em altas energias e, em particular, das propriedades de spin. Os modelos RMF são considerados como generalizações relativísticas dos modelos de *Skyrme* e *Gogny* [13], usando os graus de liberdade

mesônicos em vez de forças instantâneas. Nota-se que os modelos relativísticos de campo médio são flexíveis e poderosos, assim como os não-relativísticos. Além do mais, existe o bônus de explicar a interação spin-órbita mais naturalmente.

Podemos ficar tentados a ver a densidade lagrangiana do modelo como se tratando de uma teoria quântica de campos *stricto sensu*, entretanto, este não é realmente o caso no RMF. O modelo é construído com base em duas fundamentais aproximações, o campo médio e a aproximação *no-sea*. A aproximação *no-sea* remove a contribuição do mar de Dirac de estados de antipartículas. A densidade lagrangiana do modelo é vista, então, como sendo efetiva e é utilizada somente no contexto das aproximações mencionadas. A aproximação de campo médio remove todas as flutuações quânticas dos campos mesônicos na medida em que utilizamos os valores esperados dos campos no lugar dos operadores de campo. Tais campos podem ser números ou funções das coordenadas. Do ponto de vista físico, isto quer dizer que os nucleons interagem apenas através de campos médios e estacionários. Veremos na próxima seção a formulação original, devido a Johnson, Teller, Durr [17] e Walecka e Serot [18, 19], do modelo RMF. O modelo original é geralmente chamado de *Quantum Hydrodynamics I* (QHDI) e incorpora os mésons  $\sigma$  e  $\omega$ . A inclusão da interação de isospin se deve pela presença do méson  $\rho$ , que permite o estudo de assimetria de isospin do sistema. Para esta versão, dá-se o nome de *Quantum Hydrodynamics II* (QHDII) [18, 19]. No presente trabalho, consideramos sempre a QHDII e, portanto, contamos com a presença de, no mínimo, três mésons.

## 2.1 Modelo de Walecka Linear (LWM)

Em 1974, J. Dirk Walecka propôs um modelo que buscava descrever um sistema nuclear de muitos corpos relativístico baseado na

interação nucleon-nucleon através da troca de mésons e respeitando a formulação de Yukawa. Este modelo ficou historicamente conhecido como QHDI. De fato, o modelo QHDI é equivalente à eletrodinâmica quântica massiva com um méson escalar adicional [20]. Apesar da semelhança com a *Quantum Electrodynamics* QED, os modelos da QHDI e QHDII não podem ser tratados perturbativamente devido à intensidade da interação forte na escala de energia da fenomenologia nuclear. Embora isto seja realmente uma limitação que dificulta a busca de soluções para as equações de movimento, esta característica está presente na teoria fundamental *Quantum Chromodynamics* (QCD). Por outro lado, os físicos nucleares se veem forçados a buscar métodos não perturbativos e aproximações razoáveis. A apresentação dos modelos, nesta e nas próximas seções, consiste basicamente na descrição do método não perturbativo para matéria nuclear uniforme. No que segue, passaremos a chamar, por conveniência, o modelo QHDII de *Linear Walecka Model* (LWM). Por completude, levaremos em conta a presença do octeto bariônico. A densidade lagrangiana do LWM, que descreve a dinâmica dos bárions do octeto tem a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{LWM} = & \sum_j \bar{\psi}_j \left[ \gamma^\mu (i\partial_\mu - g_{\omega j} \omega_\mu - g_{\rho j} \vec{\tau} \cdot \vec{\rho}_\mu) - m_j^* \right] \psi_j \\
& + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) \\
& - \frac{1}{4} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \\
& - \frac{1}{4} \vec{R}_{\mu\nu} \cdot \vec{R}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{\rho}_\mu \cdot \vec{\rho}^\mu,
\end{aligned}$$

onde  $m_j^* = m_j - g_{\sigma j} \sigma$  é a massa efetiva bariônica e  $m_j$  é a massa do bárion  $j = n, p, \Lambda, \Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+, \Xi^-, \Xi^0$ . Os termos  $\Omega_{\mu\nu} = \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu$  e  $\vec{R}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{\rho}_\nu - \partial_\nu \vec{\rho}_\mu - g_{\rho j} (\vec{\rho}_\mu \times \vec{\rho}_\nu)$  são os tensores de força, onde

a flecha sobrescrita no último termo se refere ao espaço de isospin e  $\vec{\tau}$  é o operador de isospin. As constantes de acoplamento são  $g_{ij} = \chi_{ij}g_{iN}$ , onde os mésons são indexados por  $i = \sigma, \omega, \rho$  e os bárions por  $j$ . Note que  $\chi_{ij}$  são fatores de proporcionalidade entre  $g_{ij}$  e as constantes de acoplamento do nucleon  $g_{iN}$ , com  $N = n, p$ .

## 2.2 Modelo de Walecka Não Linear (NLWM)

O modelo proposto por Walecka obteve êxito, embora limitado, na descrição das propriedades do núcleo. Veremos mais tarde, na seção 2.5, quais são seus pontos fortes e fracos. A busca de melhores modelos efetivos para descrever os problemas da física nuclear tem motivado muitas pessoas durante várias décadas. Uma outra proposta é o *Non-linear Walecka Model* (NLWM). Originalmente proposto em 1977, por J. Boguta e A. R. Bodmer [21], o NLWM consiste, basicamente, na inclusão da auto interação dos campos  $\sigma$  na densidade lagrangiana do LWM. Os novos parâmetros introduzidos permitem um melhor ajuste das propriedades nucleares. A lagrangiana é escrita como

$$\mathcal{L}_{NLWM} = \mathcal{L}_{LWM} + U(\sigma), \quad (2.1)$$

onde,

$$U(\sigma) = -\frac{1}{3}bm_N(g_{\sigma N}\sigma)^3 - \frac{1}{4}c(g_{\sigma N}\sigma)^4 \quad (2.2)$$

$b$  e  $c$  são as constantes de acoplamento da auto interação cúbica e quártica do campo  $\sigma$ , respectivamente. O fator  $m_N$  é a massa do nucleon que garante a dimensionalidade correta do termo cúbico.

### 2.3 Os Mésons Estranhos

De acordo com o modelo padrão, os hádrons não são partículas fundamentais, pois são compostas, estruturalmente, por quarks. Os quarks se combinam na matéria para formar os mésons (2 quarks) e bárions (3 quarks) e são as peças fundamentais da interação forte. Além disso, eles são férmions e possuem carga elétrica e carga de cor. Na década de 1960, M. Gell-Mann e G. Zweig propuseram o modelo de quarks, inicialmente, com apenas três tipos de quarks, ou três diferentes “sabores”, a fim de explicar as propriedades conhecidas dos hádrons [22]. A primeira geração de quarks é simbolizada por  $u$  (*up*),  $d$  (*down*) e  $s$  (*strange*). Depois de novos avanços teóricos e novas descobertas nos aceleradores, outros 3 quarks passaram a incluir o quadro das entidades fundamentais da matéria:  $c$  (*charm*),  $b$  (*bottom*) e  $t$  (*top*). A respeito dos sabores, o quark  $s$  introduz “*strangeness*” no modelo padrão, o quark  $c$  “*charmness*”, os quarks  $t$  e  $s$  introduzem “*bottomness*” e “*topness*” respectivamente. No contexto do presente trabalho e, portanto, das teorias efetivas, a estranheza é uma importante propriedade que pode ser incorporada aos modelos, pois ela ganha relevância no estudo dos núcleos estranhos e da matéria dos objetos compactos estelares. A tabela 2.1 apresenta os quarks e suas principais propriedades.

Sabor	Massa(MeV)	carga	isospin	s	c	b	t
u	5.5	2/3	1/2	0	0	0	0
d	7	-1/3	-1/2	0	0	0	0
s	150	-1/3	0	-1	0	0	0
c	1500	2/3	0	0	1	0	0
b	5000	-1/3	0	0	0	-1	0
t	> 100000	2/3	0	0	0	0	1

Tabela 2.1: As propriedades dos quarks.

Bárion	Massa (MeV)	Composição	$\vec{J}_s$	$\vec{\tau}$	$\tau_3$	$S$	carga
-	-	-	-	-	-	-	-
p	938.28	uud	1/2	1/2	+1/2	0	+1
n	939.57	udd	1/2	1/2	-1/2	0	0
$\Lambda^0$	115.6	uds	1/2	0	0	-1	0
$\Sigma^+$	1189.4	uus	1/2	1	+1	-1	+1
$\Sigma^0$	1192.5	uds	1/2	1	0	-1	0
$\Sigma^-$	1197.3	dds	1/2	1	-1	-1	-1
$\Xi^0$	1314.9	uss	1/2	1/2	+1/2	-2	0
$\Xi^-$	1321.3	dss	1/2	1/2	-1/2	-2	-1

Tabela 2.2:  $\vec{J}_s$  é o spin;  $\vec{\tau}$  o isospin;  $\tau_3$  a 3<sup>a</sup> componente de isospin;  $S$  a estranheza e carga é a carga elétrica.

Voltando à descrição dos hádrons, isto é, bárions e mésons, sabemos que tais partículas podem carregar estranheza. Dentre os bárions do octeto, aquelas partículas que carregam estranheza são chamadas de híperons (ver tabela 2.2). Dentre os seis híperons, a partícula  $\Lambda$  tem grande importância no estudo dos hipernúcleos, isto é, dos núcleos estranhos. Nas equações de estado das estrelas de nêutrons o híperon  $\Lambda$  ganha destaque também.

Os mésons são formados sempre por um quark e um anti-quark. O méson  $\sigma$  (isoscalar-scalar) tem um papel atrativo de médio alcance e o méson  $\omega$  (isoscalar-vetorial) é repulsivo de curto alcance na interação nucleon-nucleon o méson  $\rho$  é (isovetorial-vetorial) . Neste trabalho, vamos considerar também a presença dos mésons  $\sigma^*$  (estranho-escalar) e  $\phi$  (estranho-vetorial) [23–26]. O méson  $\sigma^*$  é atrativo de médio alcance e  $\phi$  é repulsivo de curto alcance. Podemos identificar a presença desses méson com a interação híperon-híperon. Os mésons  $\sigma^*$  e  $\phi$  são massivos e as suas massas determinam o alcance da interação. Para implementar esses novos campos, devemos adicionar os seguintes termos

na densidade lagrangiana dos diferentes modelos:  $\mathcal{L}_{LWM}$  e  $\mathcal{L}_{NLWM}$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Strange} &= -\sum_j \bar{\psi}_j [\gamma^\mu g_{\phi j} \phi_\mu + g_{\sigma^* j} \sigma^*] \psi_j \\
&\quad + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma^* \partial^\mu \sigma^* - m_\sigma^2 \sigma^{*2}) \\
&\quad - \frac{1}{4} \Phi_{\mu\nu} \Phi^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi^\mu \phi_\mu,
\end{aligned} \tag{2.3}$$

onde  $j = \Lambda, \Sigma, \Xi$  e os termos no somatório são termos de acoplamento entre a matéria estranha e os mésons e o segundo e terceiro termos dão a dinâmica dos campos mesônicos. Podemos escrever uma lagrangiana total para o modelo NLWM com mésons estranhos e o octeto bariônico [1]

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{NLWM}^{Total} &= \sum_j \bar{\psi}_j [\gamma^\mu (i\partial_\mu - g_{\omega j} \omega_\mu - g_{\phi j} \phi_\mu - g_{\rho j} \vec{\tau} \cdot \vec{\rho}_\mu) \\
&\quad - (m_j - g_{\sigma j} \sigma - g_{\sigma^* j} \sigma^*)] \psi_j \\
&\quad + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{3} b M_N (g_{\sigma N} \sigma)^3 - \frac{1}{4} c (g_{\sigma N} \sigma)^4 \\
&\quad + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma^* \partial^\mu \sigma^* - m_\sigma^2 \sigma^{*2}) \\
&\quad - \frac{1}{4} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \\
&\quad - \frac{1}{4} \Phi_{\mu\nu} \Phi^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi^\mu \phi_\mu, \\
&\quad - \frac{1}{4} \vec{R}_{\mu\nu} \cdot \vec{R}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{\rho}_\mu \cdot \vec{\rho}^\mu.
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Finalmente, para o modelo LWM basta colocar os termos  $b = c = 0$ .

## 2.4 Equações de Movimento e Equações de Estado

As equações de Euler-Lagrange são

$$\partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} = 0, \quad (2.5)$$

onde os campos  $\phi_i$ 's representam os campos da teoria. Aplicando (2.4) em (2.5) obtemos as equações de movimento. Para os campos fermiônicos nos modelos LWM e NLWM, as equações de movimento resultantes possuem a forma da equação de Dirac. Para os bárions do octeto, as equações de movimento são [1]:

$$\sum_j [\gamma^\mu (i\partial_\mu - g_{\omega_j} \omega_\mu - g_{\rho_j} \vec{\tau} \cdot \vec{\rho}_\mu) - (m_j - g_{\sigma_j} \sigma - g_{\sigma^*_j} \sigma^*)] \psi_j = 0. \quad (2.6)$$

Note que os mésons estranhos não se acoplam aos nucleons, apenas aos híperons. Os valores experimentais dos potenciais dos híperons, quando conhecidos, serão utilizados para fixar tais arbitrariedades. Nos casos dos campos mesônicos, levaremos em conta a aproximação de campo médio [1, 9, 13]: ( $\sigma \rightarrow \langle \sigma \rangle = \sigma_0$  ;  $\omega_\mu \rightarrow \langle \omega_\mu \rangle = \delta_{\mu 0} \omega_0$  ;  $\vec{\rho}_\mu \rightarrow \langle \vec{\rho}_\mu \rangle = \delta_{\mu 0} \delta^{i3} \rho_0^3 \equiv \delta_{\mu 0} \delta^{i3} \rho_{03}$  ;  $\sigma^* \rightarrow \langle \sigma^* \rangle = \sigma_0^*$  ;  $\phi_\mu \rightarrow \langle \phi_\mu \rangle = \delta_{\mu 0} \phi_0$ ). Assim, obtemos as seguintes equações de movimento para os campos dos mésons em temperatura zero:

$$(g_{\sigma N} \sigma_0) = \Delta_\sigma \left( \sum_j \chi_{\sigma j} \rho_j^s - b m_n (g_{\sigma N} \sigma_0)^2 - c (g_{\sigma N} \sigma_0)^3 \right),$$

$$(g_{\omega N} \omega_0) = \Delta_\omega \sum_j \chi_{\omega j} n_j,$$

$$(g_{\rho N} \rho_0) = \Delta_\rho \sum_j \tau_{3j} \chi_{\rho j} n_j,$$

$$(g_{\sigma N} \sigma_0^*) = \Delta_{\sigma \sigma^*} \sum_j \chi_{\sigma^* j} \rho_j^s,$$

$$(g_{\omega N}\phi_0) = \Delta_{\omega\phi} \sum_j \chi_{\phi j} n_j, \quad (2.7)$$

onde, por simplicidade, fizemos as seguintes definições  $\Delta_{\sigma} = \left(\frac{g_{\sigma N}}{m_{\sigma}}\right)^2$ ,  $\Delta_{\omega} = \left(\frac{g_{\omega N}}{m_{\omega}}\right)^2$ ,  $\Delta_{\rho} = \left(\frac{g_{\rho N}}{m_{\rho}}\right)^2$ ,  $\Delta_{\sigma\sigma^*} = \left(\frac{g_{\sigma N}}{m_{\sigma^*}}\right)^2$ ,  $\Delta_{\omega\phi} = \left(\frac{g_{\omega N}}{m_{\phi}}\right)^2$  e  $\tau_{3j}$  é a terceira componente da projeção de isospin do bárion  $j$  do octeto. Os fatores  $\chi_{\sigma j} = (g_{\sigma j}/g_{\sigma N})$ ,  $\chi_{\sigma^* j} = (g_{\sigma^* j}/g_{\sigma N})$ ,  $\chi_{\omega j} = (g_{\omega j}/g_{\omega N})$ ,  $\chi_{\rho j} = (g_{\rho j}/g_{\rho N})$  e  $\chi_{\phi j} = (g_{\phi j}/g_{\omega N})$  são razões entre as constantes de acoplamento do bárion  $j$  com os mésons e  $N$  denota os nucleons  $(n, p)$ . Note que os mésons estranhos não se acoplam aos nucleons  $\chi_{\sigma^* N} = \chi_{\phi N} = 0$ . As densidades escalar e a densidades bariônica são dadas respectivamente por:

$$\rho_j^s = \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_{Fj}} \frac{m_j^*}{\sqrt{p^2 + m_j^{*2}}} p^2 dp \quad (2.8)$$

e

$$n_j = \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_{Fj}} p^2 dp. \quad (2.9)$$

densidade de energia dos bárions é

$$\varepsilon_B = \frac{\gamma}{2\pi^2} \sum_j \int_0^{k_{Fj}} p^2 \sqrt{p^2 + m_j^{*2}} dp \quad (2.10)$$

e para os mésons

$$\begin{aligned} \varepsilon_M &= \frac{(g_{\sigma N}\sigma_0)^2}{2\Delta_{\sigma}} + \frac{(g_{\omega N}\omega_0)^2}{2\Delta_{\omega}} + \frac{(g_{\rho N}\rho_0)^2}{2\Delta_{\rho}} + \frac{(g_{\sigma N}\sigma_0^*)^2}{2\Delta_{\sigma\sigma^*}} + \frac{(g_{\omega N}\phi_0)^2}{2\Delta_{\omega\phi}} \\ &+ \frac{1}{3}bM_n (g_{\sigma N}\sigma_0)^3 + \frac{1}{4}c(g_{\sigma N}\sigma_0)^4. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Finalmente, a densidade total é dada pela soma

$$\varepsilon = \varepsilon_B + \varepsilon_M.$$

Para obter o potencial químico temos que derivar a densidade de energia em relação à densidade bariônica. Note que existe uma dependência com a densidade bariônica no momento de Fermi no limite superior da integral (2.10) e, nos campos  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\phi$ , pelas expressões (2.7) e (3.14). Usando a regra da cadeia para derivadas juntamente com as equações de movimento para o campo  $\sigma$ , obtemos a seguinte expressão:

$$\mu_j^* = \mu_j - \chi_{\sigma j} (g_{\omega N} \omega_0) - \tau_{3j} \chi_{\rho j} (g_{\rho N} \rho_0) - \chi_{\omega j} (g_{\phi N} \phi_0). \quad (2.12)$$

A pressão, devido aos bárions nos modelos LWM e NLWM, tem a seguinte forma:

$$p_B = \frac{\gamma}{2\pi^2} \sum_j \int_0^{k_{Fj}} \frac{p^4}{\sqrt{p^2 + m_j^{*2}}} dp, \quad (2.13)$$

e a pressão exercida pelos mésons nos modelos NLWM é dada por

$$p_M = -\frac{(g_{\sigma N} \sigma_0)^2}{2\Delta_\sigma} + \frac{(g_{\omega N} \omega_0)^2}{2\Delta_\omega} + \frac{(g_{\rho N} \rho_0)^2}{2\Delta_\rho} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{(g_{\sigma N} \sigma_0^*)^2}{2\Delta_{\sigma\sigma^*}} + \frac{(g_{\omega N} \phi_0)^2}{2\Delta_{\omega\phi}} \\ & -\frac{1}{3} b M_n (g_{\sigma N} \sigma_0)^3 - \frac{1}{4} c (g_{\sigma N} \sigma_0)^4. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Logo, a pressão total é simplesmente a soma

$$p = p_B + p_M.$$

Na próxima seção, discutiremos as parametrizações nos modelos LWM e NLWM. As propriedades da matéria nuclear simétrica e infinita fixam as razões entre os acoplamentos dos nucleons.

## 2.5 Propriedades da Matéria Nuclear

Gostaríamos que nossa descrição da matéria nuclear fosse boa suficiente para concordar o melhor possível com os dados empíricos conhecidos a respeito da matéria nuclear no *bulk*. Na prática, isto significa que tal conhecimento implica em prever as propriedades da matéria nuclear simétrica na densidade de saturação [9, 12, 13]. É neste regime de densidades sob pressão nula que a matéria tende a permanecer em equilíbrio e sem perturbações. A respeito da matéria simétrica infinita, é obviamente uma idealização, mas que possui propriedades bem definidas, e que está diretamente relacionada às propriedades do núcleo finito. Por saturação, entendemos que é o valor da densidade cuja qual não faz diferença adicionar mais nucleons ao núcleo, porque a densidade de energia central permanece constante. Em primeira análise, o valor da densidade de saturação, da massa efetiva do nucleon, da incompressibilidade, da energia de ligação, da energia de simetria e de suas derivadas servirão para ajustar os parâmetros do modelo [27]. Vamos considerar a seguinte expansão para energia por nucleon  $\mathcal{E}_B$  da matéria assimétrica no parâmetro de assimetria  $\beta = \frac{n_n - n_p}{n_B}$  [28] até segunda ordem

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E}_B(n_B, \beta) &= E_B(n_B, \beta)|_{\beta=0} + \frac{1}{2!} \beta^2 \left. \frac{\partial^2 E_B(n_B, \beta)}{\partial \beta^2} \right|_{\beta=0} + O(\beta^4) \\
 \mathcal{E}_B(n_B, \beta) &= E_B(n_B) + \left[ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 E_B(n_B)}{\partial \beta^2} \right] \beta^2 + O(\beta^4) \\
 \mathcal{E}_B(n_B, \beta) &= E_B(n_B) + E_{\text{sym}}(n_B) \beta^2 + O(\beta^4). \tag{2.16}
 \end{aligned}$$

Como no caso não relativístico, a energia por partícula é dada por

$$E_B(n_B) = E/B - M_n = \varepsilon/n_B - M_n, \tag{2.17}$$

onde a única diferença é que subtraímos a massa de repouso do nucleon que aparece já no termo de energia cinética  $\sqrt{k_F^2 + m^*{}^2}$ . Realizando a seguinte expansão de  $E_B(n_B)$  em torno da densidade de saturação  $n_0$  [29]

$$E_B(n_B) = E_B(n_B)|_{n_B=n_0} + \frac{1}{2!} 3n_0 \frac{\partial E_B(n_B)}{\partial n_B} \Big|_{n_B=n_0} \chi + \frac{1}{3!} 9n_0^2 \frac{\partial^2 E_B(n_B)}{\partial n_B^2} \Big|_{n_B=n_0} \chi^2 + O(\chi^3), \quad (2.18)$$

onde definimos  $\chi = \left(\frac{n_B - n_0}{3n_0}\right)$  e os coeficientes são

$$\begin{aligned} B &= E_B(n_B)|_{n_B=n_0} && \text{energia de ligação} \\ 0 &= 3n_0 \frac{\partial E_B(n_B)}{\partial n_B} \Big|_{n_B=n_0} && \text{pressão nula} \\ K &= 9n_0^2 \frac{\partial^2 E_B(n_B)}{\partial n_B^2} \Big|_{n_B=n_0} && \text{incompressibilidade de } E_B. \end{aligned}$$

Realizando a seguinte expansão da função  $E_{sym}(n_B)$  em torno da densidade de saturação  $n_0$

$$E_{sym}(n_B) = E_{sym}(n_B)|_{n_B=n_0} + \frac{1}{2!} 3n_0 \frac{\partial E_{sym}(n_B)}{\partial n_B} \Big|_{n_B=n_0} \chi + \frac{1}{3!} 9n_0^2 \frac{\partial^2 E_{sym}(n_B)}{\partial n_B^2} \Big|_{n_B=n_0} \chi^2 + O(\chi^3), \quad (2.19)$$

onde utilizamos novamente  $\chi = \left(\frac{n_B - n_0}{3n_0}\right)$  e, portanto, os coeficientes ficam escritos como

$$\begin{aligned}
 J &= E_{sym}(n_B)|_{n_B=n_0} && \text{energia de simetria} \\
 L &= 3n_0 \frac{\partial E_B(n_B)}{\partial n_B} \Big|_{n_B=n_0} && \text{slope} \\
 K_{sym} &= 9n_0^2 \frac{\partial^2 E_B(n_B)}{\partial n_B^2} \Big|_{n_B=n_0} && \text{incompressibilidade da } E_{sym}.
 \end{aligned}$$

Juntando as equações (2.18) e (2.19) em (2.16) obtemos a expressão

$$\mathcal{E}_B(n_B, \beta) = B + \frac{K}{2} \chi + \beta^2 \left( J + \frac{L}{2} \chi + \frac{K_{sym}}{6} \chi^2 \right) + O(\chi^3). \quad (2.20)$$

	LWM (QHII)	NLWM(GM1)
$n_0$ (fm <sup>-3</sup> )	0.170	0.153
$m^*/m$	0.546	0.70
$K$ (MeV)	554.74	300
$B$ (MeV)	-15.9	-16.3
$J$ (MeV)	32.5	32.5
$L$ (MeV)	107.22	94.0
$K_{sym}$ (MeV)	84.56	17.93
$\Delta_\sigma$ (fm <sup>2</sup> )	13.670	11.785
$\Delta_\omega$ (fm <sup>2</sup> )	10.250	7.148
$\Delta_\rho$ (fm <sup>2</sup> )	2.820	4.410
$\Delta_{\sigma\sigma^*}$ (fm <sup>2</sup> )	3.769	3.216
$\Delta_{\omega\phi}$ (fm <sup>2</sup> )	6.040	4.212
$b$	0.000	0.002947
$c$	0.000	-0.001070

Tabela 2.3: Parametrizações da matéria nuclear nos modelos de campo médio relativísticos.

A tabela 2.3 mostra duas parametrizações para os modelos LWM e NLWM. No modelo LWM, adotamos a parametrização do modelo original QHDII, mas por conveniência chamamos de parametrização

LWM. No caso do NLWM, existem várias parametrizações possíveis, mas, no presente trabalho, adotamos apenas a parametrização GM1, a qual chamamos de parametrização NLWM [1, 26, 27]. Através da tabela 2.3, é possível perceber que a incompressibilidade em LWM é muito elevada em comparação às demais parametrizações. Os valores experimentais indicam o valor  $K \sim 240$  MeV [27]. No modelo NLWM, a inclusão de termos não lineares no setor do méson  $\sigma$  faz com que a incompressibilidade resulte em valores mais aceitáveis, isto é,  $K \approx 250$  MeV. É possível verificar que a inclusão de termos não-lineares corrige a incompressibilidade e também aumenta a massa efetiva do nucleon. Atualmente se fala em, pelo menos, cinco coeficientes mensuráveis ( $B$ ,  $K$ ,  $L$  e  $K_{sym}$ ), além da massa efetiva e do ponto de saturação [27–29]. Cada modelo efetivo introduz alguma arbitrariedade. É certo que gostaríamos de utilizar um modelo que fosse o menos artificial possível no ajuste dos parâmetros do modelo. Claro que os parâmetros livres podem assumir valores ligeiramente diferentes, pois alguns dados experimentais não são conhecidos com precisão, porque são obtidos a partir de medidas indiretas. Na próxima seção, veremos como ajustar dados experimentais que não dizem respeito à matéria nuclear, mas sim a matéria hipernuclear. Sabemos que valores das constantes de acoplamento do nucleon com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$  são obtidos da fenomenologia da matéria nuclear ordinária. Estas constantes são ajustadas com as propriedades da matéria nuclear. Para as constantes dos híperons, na literatura, diferentes métodos são utilizados para fixar estes parâmetros:

- 1.) Alguns autores argumentam que  $\chi_{\sigma j} = \chi_{\omega j} = \chi_{\rho j} = \sqrt{2/3}$  [30].
- 2.) Com base na simetria  $SU(6)$  e, portanto, na contagem de quarks dos quarks (u,d), as constantes de acoplamento dos mésons

$\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\sigma^*$  e  $\phi$  com os híperons são escritas como [26, 31–33]:  
 $\chi_{\sigma\Lambda} = \chi_{\omega\Lambda} = \chi_{\sigma\Sigma} = \chi_{\omega\Sigma} = 2/3$ ,  $\chi_{\sigma\Xi} = \chi_{\omega\Xi} = 1/3$ ,  $\chi_{\rho\Lambda} = 0$ ,  $\chi_{\rho\Sigma} = 2$ ,  
 $\chi_{\rho\Xi} = 1$ ,  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = \chi_{\sigma^*\Sigma} = \chi_{\phi\Lambda} = \chi_{\phi\Sigma} = \sqrt{2}/3$  e  $\chi_{\sigma^*\Xi} = \chi_{\phi\Xi} = 2\sqrt{2}/3$ .

- 3.) Baseado em dados experimentais dos  $\Lambda$  hipernúcleos, um vínculo alternativo é dado por [34, 39–43]:  $U_\Lambda(n_N = n_0) = \chi_{\omega\Lambda}(g_{\omega N}) - \chi_{\sigma\Lambda}(g_{\sigma N}) = -28$  MeV para determinar  $\chi_{\sigma\Lambda}$ . Geralmente,  $\chi_{\omega\Lambda}$  é fixado pela contagem dos quarks  $\chi_{\omega\Lambda} = 2/3$ . Este vínculo é geralmente estendido para todo o octeto bariônico de maneira simplista sem levar em conta outros potenciais.
- 4.) Utilizando dados da matéria hipernuclear juntamente com considerações sobre a fenomenologia das estrelas de nêutrons, isto é, considerações sobre massas máximas, é possível restringir o espaço de parâmetros [34].

Na próxima seção, para matéria  $np\Lambda$ , utilizaremos argumentos similares àqueles das abordagens 2.) e 3.) listadas acima. Além de utilizar o potencial  $U_\Lambda^N$  para correlacionar as constantes  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\omega\Lambda}$  [34], vincularemos o potencial  $U_\Lambda^A$  e as constantes dos mésons estranhos  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  e  $\chi_{\phi\Lambda}$  [41]. As constantes de acoplamento entre os mésons vetoriais (isoescalar e estranho) e o híperon  $\Lambda$  não serão fixadas de acordo com SU(6), mas serão obtidas pelos vínculos com os potenciais. Já as constantes de acoplamento entre os mésons escalares (isoescalar e estranho) e o híperon  $\Lambda$  serão parâmetros livres. Obviamente, pode-se obter os valores de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  que correspondem aos mésons vetoriais em SU(6), isto é,  $\chi_{\omega\Lambda} = 2/3$  e  $\chi_{\phi\Lambda} = \sqrt{2}/3$  [26, 31, 32].

## 2.6 Novos Parâmetros e Vínculos: $U_\Lambda^N$ e $U_\Lambda^A$

Nesta seção, abordaremos os parâmetros livres dos modelos descritos anteriormente, para matéria hadrônica estranha, contando com a

presença do híperon  $\Lambda$  e da interação  $\Lambda\Lambda$  através dos mésons estranhos. As constantes de acoplamento serão vinculadas com os dados experimentais existentes para os hipernúcleos. Os hipernúcleos são estados exóticos dos núcleos, isto é, pelo menos um ou mais híperons estão presentes para formar um núcleo. Podemos imaginar uma tabela periódica estendida no qual os núcleos podem conter, além dos nucleons, prótons e nêutrons, também os híperons, lambdas, sigmas e assim por diante. No presente trabalho, vamos nos deter apenas na inclusão do híperon  $\Lambda$ , pois dados experimentais da fenomenologia dos hipernúcleos para os demais híperons são bastante escassos [32, 41]. Para evitar confusões com a notação, vamos fazer as seguintes definições: a forma matemática mais geral para o potencial lambda é  $\mathcal{U}_\Lambda(n_n, n_p, n_\Lambda)$ . Para a matéria simétrica, temos o potencial em duas variáveis  $U_\Lambda(n_N, n_\Lambda)$ . O potencial  $\Lambda N$ , contando com uma variável apenas, é denotado por  $U_\Lambda^N(n_N)$  e, para  $\Lambda\Lambda$ , temos que  $U_\Lambda^\Lambda(n_\Lambda)$ , onde  $N$  denota os nucleons. Por simplicidade, quando necessário, omitiremos a dependência do potencial nas variáveis independentes, isto é, nas densidades. Os fatores  $\chi_\Lambda$  indicam o quão atrativo ou repulsivo o potencial  $U_\Lambda$  pode ser. Vimos na seção precedente que as constantes dos nucleons são ajustadas de maneira a dar bons resultados para as propriedades da matéria nuclear simétrica na saturação (ver tabela 2.3). Isto é, na densidade de saturação as razões são  $\chi_{\sigma N} = \chi_{\omega N} = \chi_{\rho N} = 1$  com os fatores  $\Delta_\sigma$ ,  $\Delta_\omega$  e  $\Delta_\rho$  dados na tabela 2.3. Mas as razões entre as constantes de acoplamento dos híperons com as dos nucleons devem ser fixadas de alguma maneira.

Quando os mésons estranhos,  $\sigma^*$  e  $\phi$ , estão presentes devemos utilizar dados disponíveis do núcleos *single- $\Lambda$*  e *double- $\Lambda$* . Baseado nos dados dos núcleos *single- $\Lambda$*  produzidos nas reações  $(\pi^+, K^+)$ , o valor disponível para o potencial do núcleo *single- $\Lambda$*  na matéria nuclear simétrica na densidade de saturação é  $U_\Lambda^N(n_0) \approx -28$  MeV [49]. Para o caso

de vários híperons, isto é, *multi*-híperon, existem apenas dados disponíveis para os núcleos leves *double*- $\Lambda$ , ou seja,  $^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$ ,  $^{13}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$  e  $^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ , e as medidas estão relacionadas com a energia de ligação  $\Lambda\Lambda$  [75]. Esta energia pode ser estimada através da diferença entre as energia de ligação dos núcleos *double*- $\Lambda$  e *single*- $\Lambda$  e é denotada por  $\Delta\mathcal{B}_{\Lambda\Lambda}$ . Neste trabalho, adotaremos o valor  $\Delta\mathcal{B}_{\Lambda\Lambda} = 0.67$  MeV [47, 48] que pode ser interpretado, grosso modo, como o potencial  $-U_{\Lambda}^{\Lambda}$  avaliado em  $\langle n_{\Lambda} \rangle \sim n_0/5$  no interior do hiper-núcleo, onde  $n_0$  é a densidade de saturação nuclear. Portanto, o dado  $U_{\Lambda}^{\Lambda}(n_0) = -28$  MeV pode ser usado para amarrar a constante  $\chi_{\omega\Lambda}$  à  $\chi_{\sigma\Lambda}$ . Para os mésons estranhos, utilizando o dado  $U_{\Lambda}^{\Lambda}(n_0/5) = -0.67$  MeV, pretendemos associar  $\chi_{\phi\Lambda}$  com  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . A forma explícita para o potencial  $U_{\Lambda}$  nos modelos RMF considerados é dada por:

$$\begin{aligned}
 U_{\Lambda}(n_N, n_{\Lambda}) &= \chi_{\omega\Lambda}(g_{\omega N}\omega_0) + \chi_{\phi\Lambda}(g_{\omega N}\phi_0) \\
 &\quad - \chi_{\sigma\Lambda}(g_{\sigma N}\sigma_0) - \chi_{\sigma^*\Lambda}(g_{\sigma N}\sigma_0^*), \quad (2.21)
 \end{aligned}$$

onde a dependência com a densidade é dada pelas equações de movimento dos campos mesônicos (2.7) e  $n_N$  denota a densidade da matéria nuclear simétrica, isto é,  $n_N = 2n_n = 2n_p$ . Nucleons e  $\Lambda$ s trocam entre si os mésons  $\sigma$  e  $\omega$ . O primeiro é atrativo, enquanto o segundo atua repulsivamente. Esses dois mésons não possuem estranheza. Adicionalmente, os mésons  $\sigma^*$  e  $\phi$  “enxergam” apenas os híperons. Por simplicidade, vamos definir  $\omega = (g_{\omega N}\omega_0)$ ,  $\phi = (g_{\omega N}\phi_0)$ ,  $\sigma = (g_{\sigma N}\sigma_0)$  e  $\sigma^* = (g_{\sigma N}\sigma_0^*)$  e reescrever as equações (2.21) em termos das variáveis

independentes, isto é, das densidades dos constituintes do sistema.

$$\begin{aligned}
U_\Lambda(n_N, n_\Lambda) &= \chi_{\omega\Lambda} \left( \frac{g_{\omega n}}{m_\omega} \right)^2 n_N - \chi_{\sigma\Lambda} \left( \frac{g_{\sigma n}}{m_\sigma} \right)^2 \rho_N^s(\sigma) \\
&+ \left[ 1 + \left( \frac{\chi_{\phi\Lambda}}{\chi_{\omega\Lambda}} \right)^2 \left( \frac{m_\omega}{m_\phi} \right)^2 \right] \left( \frac{g_{\omega n}}{m_\omega} \right)^2 (\chi_{\omega\Lambda})^2 n_\Lambda \\
&- \left[ 1 + \left( \frac{\chi_{\sigma^*\Lambda}}{\chi_{\sigma\Lambda}} \right)^2 \left( \frac{m_\sigma}{m_{\sigma^*}} \right)^2 \right] \left( \frac{g_{\sigma n}}{m_\sigma} \right)^2 (\chi_{\sigma\Lambda})^2 \rho_\Lambda^s(\sigma, \sigma^*) \\
&- \chi_{\sigma\Lambda} \left( \frac{g_{\sigma n}}{m_\sigma} \right)^2 [-bm_n\sigma^2 - c\sigma^3]. \tag{2.22}
\end{aligned}$$

Primeiramente, vamos tomar o potencial unidimensional, na matéria de nucleons simétrica,  $U_\Lambda^N(n_N)$ , que nada mais é que o potencial “sentido” por um híperon  $\Lambda$  quando sujeito ao campo médio da matéria nuclear simétrica. A expressão lê-se:

$$\begin{aligned}
U_\Lambda^N(n_N) &= \chi_{\omega\Lambda} \left( \frac{g_{\omega N}}{m_\omega} \right)^2 n_N \\
&- \chi_{\sigma\Lambda} \left( \frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma} \right)^2 [\rho_N^s(\sigma) - bm_n\sigma^2 - c\sigma^3]. \tag{2.23}
\end{aligned}$$

Aqui podemos utilizar o seguinte dado experimental proveniente da fenomenologia dos hipernúcleos  $U_\Lambda^N(n_0) = -28$  MeV. Partindo da expressão (2.21), juntamente com as equações de movimento para matéria nuclear simétrica, obtemos  $U_\Lambda^N(n_N)$  e isolando  $\chi_{\omega\Lambda}$  ficamos com:

$$\chi_{\omega\Lambda} = \frac{\chi_{\sigma\Lambda} \sigma|_{N=n_0} - 28 \text{ MeV}}{\omega|_{N=n_0}}. \tag{2.24}$$

O parâmetro  $\chi_{\sigma\Lambda}$  é mantido como parâmetro livre em ambos os modelos RMF [34]. A figura 2.1 mostra as relações entre  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\omega\Lambda}$  quando submetemos os parâmetros ao vínculo. Par cada escolha de  $\chi_{\sigma\Lambda}$ , temos um potencial específico que obedece ao vínculo  $U_\Lambda^N(n_0; \chi_{\sigma\Lambda}) = -28$  MeV.

A figura 2.2 mostra uma família de potenciais vinculados pela equação (2.24) nos modelos LWM e NLWM . A maior diferença entre os dois modelos, de acordo com a figura 2.2, é que, para valores elevados de  $\chi_{\sigma\Lambda}$ , as curvas para  $U_{\Lambda}^N$  no modelo NLWM são mais profundas em baixas densidades que as do modelo LWM. Isto se deve em partes aos termos não lineares, embora a parametrização escolhida para cada modelo também influencie.

Vamos agora tomar o potencial  $U_{\Lambda}^{\Lambda}(n_{\Lambda})$ , que nada mais é que o potencial “sentido” por um híperon  $\Lambda$  quando sujeito ao campo médio da matéria composta apenas por  $\Lambda$ . A expressão (2.23) se reduz a

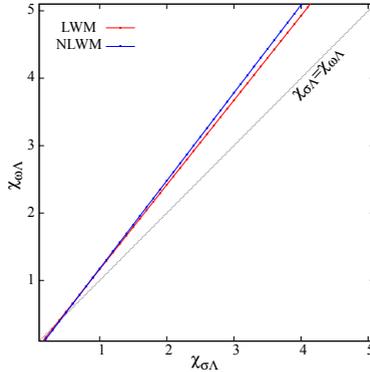


Figura 2.1: Relações entre as constantes de acoplamento dos  $\Lambda$ s nos modelos LWM e NLWM.

$$\begin{aligned}
 U_{\Lambda}^{\Lambda}(n_{\Lambda}) = & \left[ 1 + \left( \frac{\chi_{\phi\Lambda}}{\chi_{\omega\Lambda}} \right)^2 \left( \frac{m_{\omega}}{m_{\phi}} \right)^2 \right] (\chi_{\omega\Lambda}) \omega \\
 & - \left[ 1 + \left( \frac{\chi_{\sigma^*\Lambda}}{\chi_{\sigma\Lambda}} \right)^2 \left( \frac{m_{\sigma}}{m_{\sigma^*}} \right)^2 \right] (\chi_{\sigma\Lambda}) \Sigma, \quad (2.25)
 \end{aligned}$$

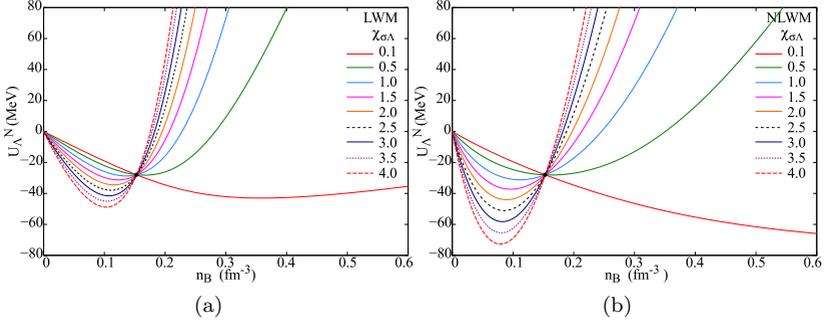


Figura 2.2: Curvas  $U_\Lambda^N$  (vinculadas por  $U_\Lambda^N(n_0) = -28$  MeV denotado pelo ponto preto) para alguns valores de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  em (a) LWM e (b) NLWM

onde definimos  $\Sigma$  de acordo com

$$\Sigma = \sigma - \left( \frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma} \right)^2 \left\{ \frac{\beta - 1}{\beta} \right\} (-bm_n \sigma^2 - c\sigma^3), \quad (2.26)$$

onde  $\beta$  é dado pela expressão

$$\beta = \left[ 1 + \left( \frac{\chi_{\sigma^* \Lambda}}{\chi_{\sigma \Lambda}} \right)^2 \left( \frac{m_\sigma}{m_{\sigma^*}} \right)^2 \right]. \quad (2.27)$$

Já comentamos que um dado importante da matéria composta por  $\Lambda$ s é  $U_\Lambda^\Lambda \left( \frac{n_0}{5} \right) = -0.67$  MeV. Portanto, resolvendo para  $\chi_{\phi\Lambda}$ , obtemos a seguinte expressão [46]:

$$\chi_{\phi\Lambda} = \left( \frac{m_\phi}{m_\omega} \right) \times \sqrt{\frac{U_\Lambda^\Lambda \left( \frac{n_0}{5} \right) + \beta \chi_{\sigma\Lambda} \Sigma|_{n_\Lambda = \frac{n_0}{5}} - \chi_{\omega\Lambda} \omega|_{n_\Lambda = \frac{n_0}{5}}}{\chi_{\omega\Lambda} \omega|_{n_\Lambda = \frac{n_0}{5}}}} \chi_{\omega\Lambda}. \quad (2.28)$$

Note que, na equação (2.28), existem combinações de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^* \Lambda}$  que não possuem soluções reais para  $\chi_{\phi\Lambda}$ . Devemos também lembrar que  $\chi_{\omega\Lambda}$  já foi fixado para matéria nuclear simétrica e depende de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  através de (2.24). Em (2.28), os campos  $\omega|_{n_\Lambda = \frac{n_0}{5}}$  e  $\Sigma|_{n_\Lambda = \frac{n_0}{5}}$  são avaliados

na matéria de  $\Lambda$ s contando apenas com a interação  $\Lambda N$ , isto é, com a troca dos mésons  $\sigma$  e  $\omega$ . Portanto, neste caso, temos que  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 0$  na expressão (2.24). Para as soluções reais, o vínculo (2.28) é válido para os modelos de LWM e NLWM, contando que, para o modelo LWM, seja estabelecido  $b = c = 0$ . Assim, o campo  $\Sigma$  se reduz a  $\sigma$  (ver expressão (2.26)). As figuras 2.3 (a) e (b) mostram o espaço de parâmetros tridimensional  $\chi_{\sigma\Lambda} \times \chi_{\sigma^*\Lambda} \times \chi_{\phi\Lambda}$ , onde  $\chi_{\phi\Lambda}$  depende de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  pela equação (2.28). Na figura 2.3 (a), o espaço de parâmetros é grande e nenhum vínculo adicional foi acrescentado. Por outro lado, a figura 2.3 (b) mostra um espaço de parâmetros relativamente estreito (pontos vermelhos) vinculados pela matéria estelar bariônica estranha (com o octeto presente). Neste sistema são impostos a neutralidade de carga e o equilíbrio  $\beta$ , onde a presença dos léptons, elétrons e múons é necessária [1].  $\chi_\rho = 1.5$  é fixo para todas as partículas, portanto, garante o aparecimento dos  $\Lambda$ s antes dos demais híperons. Os pontos em cinza estão relacionados com as soluções divergentes, onde a massa efetiva dos  $\Lambda$ s tendem a zero. Os pontos em vermelho resultam em soluções possíveis e, em alguns casos, a massa máxima pode alcançar duas massas solares com fração de  $Y_\Lambda = n_\Lambda/n_B$  finita. Este cálculo será melhor abordado no capítulo 3, quando será tratado da matéria em altas densidades. Claro que os modelos LWM e NLWM fornecem distintas equações de estado para matéria estelar, mas, por enquanto, a figura 2.3 (b) será suficiente para restringirmos o espaço de parâmetros de forma significativa também na figura 2.3 (a), isto é, tomaremos ( $\chi_{\sigma\Lambda} < 1.1$ ).

Com base no vínculo adicional da figura 2.3 (b), podemos iniciar o estudo das possíveis instabilidades da matéria hipernuclear em baixas densidades nos modelos considerados. Adiante, verificaremos o quão drástica foi nossa escolha para o limite superior do parâmetro  $\chi_{\sigma\Lambda}$ . Um raciocínio muito similar está presente no artigo [34]. Contudo, o

autor não considera a inclusão dos mésons estranhos, isto é, a interação  $\Lambda\Lambda$ . Neste mesmo artigo, os valores experimentais de  $U_\Lambda^N$  são utilizados para restringir as constantes de acoplamento e os resultados para as massas máximas também são analisados.

Para cada par de parâmetros escolhidos  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ , um particular potencial  $U_\Lambda^\Lambda$  é obtido e este é sempre vinculado ao ponto  $U_\Lambda^\Lambda(\frac{n_0}{5}; \chi_{\sigma\Lambda}, \chi_{\sigma^*\Lambda}) = -0.67$  MeV. Vamos comparar os efeitos deste vínculo nas curvas dos potenciais  $U_\Lambda^\Lambda$ . Nas figuras 2.4 (a) e (c), o potencial  $U_\Lambda^\Lambda$  é exibido para a matéria de  $\Lambda$ s sem a presença de mésons estranhos nos modelos LWM e NLWM respectivamente. Nas figuras 2.4 (b) e 2.4 (d), o potencial é mostrado para a matéria de  $\Lambda$ s com os mésons estranhos presentes para os modelos LWM e NLWM respectivamente. Estas duas figuras são qualitativamente similares, apesar de que, na figura 2.4 (d), o potencial é ligeiramente mais negativo que na figura 2.4 (b) em baixas densidades, isto é,  $n_\Lambda < n_0/5$ . Em densidades acima da densidade de saturação nuclear, podemos ver que as curvas na figura 2.4 (d) são geralmente mais inclinadas do que aquelas mostradas na figura 2.4 (b), isto é, para os parâmetros escolhidos, o potencial  $U_\Lambda^\Lambda$  é mais atrativo no modelo LWM do que no modelo NLWM. É importante notar que, quanto mais inclinada a curva, mais atrativo é o potencial. Se observamos os valores das constantes de acoplamento, é óbvio que, na medida em que  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  aumentam, a atração no sistema aumenta, entretanto, através dos vínculos impostos, os parâmetros  $\chi_{\omega\Lambda}$  e  $\chi_{\phi\Lambda}$  aumentam de valores, assim como a repulsão no sistema. O balanço final entre a repulsão e a atração, ponderado pelas massas dos mésons, no potencial  $U_\Lambda^\Lambda$  do sistema é o aumento da atração à medida que  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  aumentam seus valores, embora  $\chi_{\omega\Lambda}$  e  $\chi_{\phi\Lambda}$  também aumentem a repulsão através do vínculo expresso em (2.24) e (2.28) respectivamente.

Nesta última afirmação, está implícito que o potencial  $U_\Lambda^A$  depende do vínculo  $U_\Lambda^N(n_N = n_0) = -28$  MeV devido à presença dos mésons  $\sigma$  e  $\omega$  no sistema formado de  $\Lambda$ s. Na próxima seção veremos que esta correlação entre as constantes de acoplamento e os potenciais é refletida na energia de ligação.

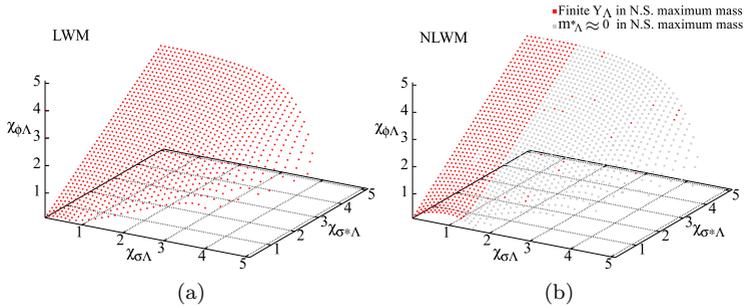


Figura 2.3: Relação entre os parâmetros dos modelos. (a) Espaço de parâmetros para  $\chi_{\phi\Lambda}$  vinculado pelo potencial  $U_\Lambda^A$  no LWM. (b) Análogo à figura (a), mas para o modelo NLWM com um vínculo adicional da matéria estelar, os pontos em cinza são não convergentes.

## 2.7 Um Modelo Não-Relativístico *Ab Initio*

Recentemente, diversos modelos *ab initio* foram propostos na literatura para serem aplicados no estudo da matéria hipernuclear. Alguns modelos são baseados na teoria de Brueckner ou Dirac-Brueckner [52–54]. Há também os que fazem uso de diferentes técnicas de simulação de Monte Carlo [2, 50, 55, 56, 58, 59]. Para a matéria pura de nêutrons, no regime de baixas densidades, onde as interações são bem conhecidas e os efeitos de três corpos têm pouca importância, tais modelos fornecem resultados importantes e servem para comparar com os resultados dos modelos de campo médio fenomenológicos. Um novo modelo *ab initio* não-relativístico foi proposto recentemente [50, 51], baseado

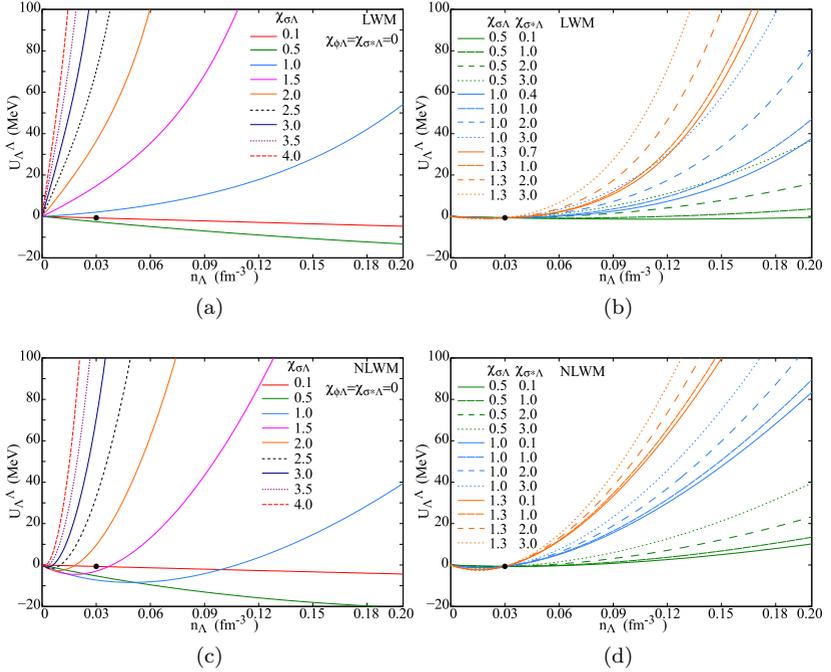


Figura 2.4: O ponto preto em cada uma das subfiguras denota  $U_{\Lambda}^A(n_0/5) = -0.67$  MeV. (a) mostra o potencial  $U_{\Lambda}^A$  e mésons estranhos para vários valores de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  no modelo LWM. (b) é o caso em que o potencial  $U_{\Lambda}^A$  é vinculado. (c) e (d) são análogos ao caso anterior, mas agora para o modelo NLWM.

em algoritmos de simulação de Monte Carlo e fornece a equação de estado (EOS) para a *Pure Neutron Matter* (PNM) e para a matéria nêutron-lambda com alguns valores de fração de  $\Lambda$ s, e  $Y_{\Lambda}$  fixos, onde  $n_B = n_{\Lambda} + n_n$ . Para PNM, o método aplicado é conhecido como *Auxiliary Field Diffusion Monte Carlo Algorithm* (AFDMC), resultando na seguinte parametrização:

$$\varepsilon_{\text{PNM}}(n_n) = \left[ a \left( \frac{n_n}{n_0} \right)^\alpha + b \left( \frac{n_n}{n_0} \right)^\beta \right] n_n, \quad (2.29)$$

onde os parâmetros  $a$ ,  $\alpha$ ,  $b$  e  $\beta$  são listados na tabela 2.4 e  $n_0$  é o ponto de saturação da matéria nuclear. A densidade de energia da matéria pura de  $\Lambda$ s (parte cinética) é justamente a densidade de energia do gás de Fermi não-relativístico de partículas não-interagentes

$$\varepsilon_{\text{cin},\Lambda}(n_\Lambda) = \frac{1}{2m_\Lambda} \frac{3}{5} n_\Lambda (3\pi^2 n_\Lambda)^{2/3}. \quad (2.30)$$

A expressão a seguir é obtida de ajustes dos resultados da simulação de Monte Carlo para diferentes frações de lambda  $Y_\Lambda$ . Isto fornece uma parametrização analítica para a diferença entre as energias obtidas dos cálculos de Monte Carlo para a matéria contendo nêutrons e  $\Lambda$ s e a matéria pura de nêutrons num dado domínio de  $(n_B, Y_\Lambda)$  [50]. Aqui extrapolamos a parametrização para qualquer valor no domínio das densidades  $n_n$  e  $n_\Lambda$

$$\varepsilon_{\text{pot}}(n_n) = +c'_1 n_\Lambda n_n + c'_2 n_\Lambda n_n^2, \quad (2.31)$$

onde, por simplicidade, definimos o seguinte  $c'_1 \equiv c_1/n_0$  e  $c'_2 \equiv c_2/n_0^2$ , com  $c_1$  e  $c_2$  dados na tabela 2.5. A densidade de energia total do sistema é

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{total}}(n_n, n_\Lambda) &= \left[ a \left( \frac{n_n}{n_0} \right)^\alpha + b \left( \frac{n_n}{n_0} \right)^\beta \right] n_n + \frac{1}{2m_\Lambda} \frac{3}{5} n_\Lambda (3\pi^2 n_\Lambda)^{2/3} \\ &+ (m_n n_n + m_\Lambda n_\Lambda) + c'_1 n_\Lambda n_n + c'_2 n_\Lambda n_n^2 \end{aligned} \quad (2.32)$$

e os potenciais químicos são

$$\mu_n(n_n) = a(\alpha + 1) \left( \frac{n_n}{n_0} \right)^\alpha + b(\beta + 1) \left( \frac{n_n}{n_0} \right)^\beta + m_n + c'_1 n_\Lambda + 2c'_2 n_\Lambda n_n \quad (2.33)$$

e

$$\mu_{\Lambda}(n_{\Lambda}) = \frac{1}{2m_{\Lambda}} (3\pi^2 n_{\Lambda})^{2/3} + m_{\Lambda} + c'_1 n_n + c'_2 n_n^2. \quad (2.34)$$

Das relações termodinâmicas fundamentais, podemos escrever a pressão total como

$$\begin{aligned} p_{\text{total}}(n_n, n_{\Lambda}) = & \left\{ \alpha a \left( \frac{n_n}{n_0} \right)^{\alpha} + \beta b \left( \frac{n_n}{n_0} \right)^{\beta} \right\} n_n \\ & + \frac{1}{5m_{\Lambda}} n_{\Lambda} \left( \frac{6\pi^2 n_{\Lambda}}{2s_{\Lambda} + 1} \right)^{2/3} \\ & + c'_1 n_n n_{\Lambda} + 2c'_2 n_{\Lambda} n_n^2, \end{aligned} \quad (2.35)$$

onde  $s_{\Lambda}$  é a degenerescência de spin do  $\Lambda$ .

PNM	
$n_0$ (fm <sup>-3</sup> )	0.160
$a$ (MeV)	13.40
$\alpha$	0.514
$b$ (MeV)	5.620
$\beta$	2.436

Tabela 2.4: Conjunto de parâmetros utilizados no modelo *ab initio* para PNM.

A tabela 2.5 mostra um conjunto de parâmetros obtidos quando a interação de dois corpos  $\Lambda n$  é levada em consideração. Já para a interação de três corpos, temos duas parametrizações diferentes:  $\Lambda nn$  (I) e  $\Lambda nn$  (II). A constante  $c_1$  atua como um parâmetro atrativo e  $c_2$  como um parâmetro repulsivo. Note que  $\Lambda n$  tem o mesmo parâmetro  $c_1$  que  $\Lambda nn$  (II), mas tem um valor bem menor para  $c_2$ , isto é,  $\Lambda n$  é muito mais atrativo que  $\Lambda nn$  (II). Note que nenhuma força de dois corpos do tipo  $\Lambda\Lambda$  é considerada nas simulações de Monte Carlo.

A principal razão para se levar em conta um modelo *ab initio*

$\Lambda n$	
$c_1$ (MeV)	-70.1
$c_2$ (MeV)	3.7

$\Lambda n + \Lambda nn$ (I)	
$c_1$ (MeV)	-77.0
$c_2$ (MeV)	31.3

$\Lambda n + \Lambda nn$ (II)	
$c_1$ (MeV)	-70.0
$c_2$ (MeV)	45.3

Tabela 2.5: Conjunto de parâmetros utilizados no modelo *ab initio* incluindo termos de dois e três corpos.

é que este serve como uma ótima ferramenta para comparar os resultados obtidos a partir de modelos fenomenológicos relativísticos. Para PNM, utilizando o método de AFDMC, a energia de ligação não possui parâmetros livres, e portanto, podemos comparar estes resultados com aqueles obtidos pelos modelos RMF. Nos modelos LWM e NLWM, para a matéria pura de nêutrons, não podemos dizer que todos os parâmetros são fixados uma vez que os ajustes nos parâmetros levam em conta apenas a matéria nuclear simétrica na saturação. A extrapolação destes vínculos para o caso extremo de assimetria é certamente dependente do modelo. A matéria pura de nêutron deve ser *unbounded* e, por simetria, a matéria pura de prótons também. Fazendo essas considerações gerais, podemos tentar comparar os modelos LWM e NLWM com o modelo *ab initio* para o sistema  $\Lambda$ -n.

No modelo *ab initio*, para a matéria de nêutrons e  $\Lambda$ s, os termos de interação de dois corpos  $\Lambda n$  estão presentes, além da interação de três corpos  $\Lambda nn$ . A tabela 2.5 mostra as possíveis parametrizações.

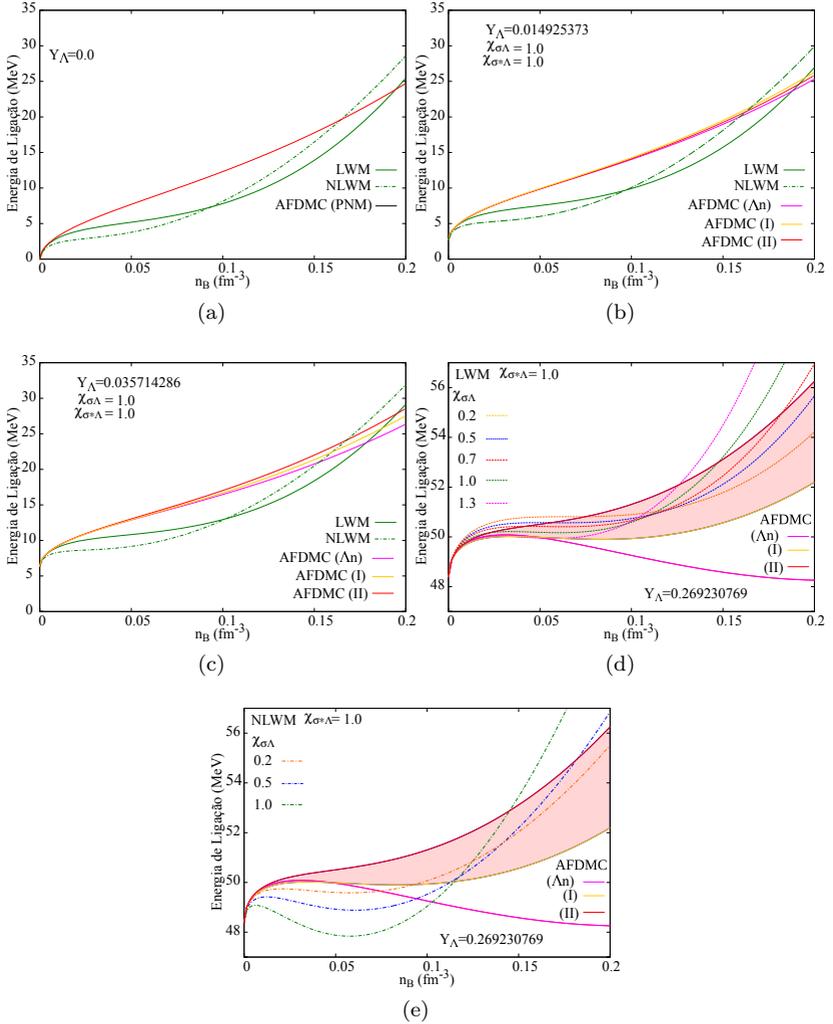


Figura 2.5: Energia de ligação, em três diferentes modelos AFDMC, LWM e NLWM, para diferentes frações de lambda, como mostrado nas figuras (a), (b), (c) e (d).

Para os modelos RMF, temos uma família de curvas de acordo com as constantes de acoplamento escolhidas. A figura 2.5 mostra algumas curvas da energia de ligação para diferentes valores de frações de  $\Lambda$  nos modelos AFDMC, LWM e NLWM. Os valores de  $Y_\Lambda$ , por conveniência, são os mesmos que se encontram na referência [50, 51].

A figura 2.5 (a) mostra a energia de ligação (2.17) para a matéria pura de nêutrons. Através das curvas, podemos ver que os modelos LWM e NLWM não se ajustam bem ao modelo *ab initio* em baixas densidades. O modelo AFDMC se mostra mais repulsivo do que os modelos RMF. Quando aumentamos ligeiramente a fração de  $\Lambda$ s, como mostrado nas figuras 2.5 (b) e (c), as curvas do modelo AFDMC se desviam um pouco umas das outras e as curvas para os modelos RMF mudam muito pouco com esse aumento de  $\Lambda$ s. Contudo, se aumentarmos significativamente a fração de  $\Lambda$ s como mostrado na figura 2.5 (d), no AFDMC, a parametrização  $\Lambda_n$  resulta numa energia de ligação muito negativa (portanto, muito atrativa) quando comparada com a energia de ligação obtida na parametrização AFDMC (I) (mais repulsiva). Isto se deve a característica atrativa do potencial  $\Lambda_n$ . Já na parametrização AFDMC (II), a energia de ligação não possui um mínimo local. Note que a força de três corpos atua repulsivamente no sistema, mas ela é mais forte na parametrização AFDMC (II) do que em AFDMC (I). Como não temos uma única parametrização para interação de três corpos, fica difícil utilizar uma análise comparativa com os modelos RMF e decidir qual deles se ajusta melhor ao modelo *ab initio*. Nas figuras 2.5 (d) e (e), alguns valores dos parâmetros são utilizados nos modelos RMF para comparar com os resultados do modelo AFDMC. Note que  $U_\Lambda^\Lambda$  é mais sensível a mudanças em  $\chi_{\sigma\Lambda}$  do que em  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ , como é possível ver nas figuras 2.4 (b) e (d). Podemos verificar uma correlação entre as curvas das figuras 2.5 (d) e (e), os valores das constantes

de acoplamento e o caráter repulsivo (ou atrativo) dos potenciais  $U_{\Lambda}^N$  e  $U_{\Lambda}^A$ . Primeiramente, vamos olhar para figura 2.5 (d) e identificar as linhas cheias com o modelo *ab initio*, depois, as linhas pontilhadas com o modelo LWM. Note que, para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$  e para  $n_B \lesssim 0.1 \text{ fm}^{-3}$ , a linha pontilhada amarela é a maior dentre as demais linhas do modelo LWM. Em seguida, vem a linha azul pontilhada, que corresponde a  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$ , e o padrão segue em ordem crescente de  $\chi_{\sigma\Lambda}$ . A curva em cor de rosa é, então, a menor delas, com o parâmetro  $\chi_{\sigma\Lambda} = 1.3$ . Podemos dizer que, para  $n_B \lesssim 0.1 \text{ fm}^{-3}$ , as curvas pontilhadas, na ordem de baixo para cima, são sucessivamente mais repulsivas. Equivalentemente na ordem invertida, a curva cor de rosa é a mais atrativa que a verde, que, por sua vez, é mais atrativa que a vermelha e assim sucessivamente. O padrão descrito acima se inverte em uma determinada densidade, isto é, para  $n_B \gtrsim 0.1 \text{ fm}^{-3}$ . A faixa hachurada mostra a incerteza na energia de ligação no modelo AFDMC quando consideramos duas parametrizações, sendo uma mais repulsiva do que a outra. Todas as curvas para o modelo LWM são mais repulsivas que AFDMC (I) e a repulsão aumenta com a densidade. Para a figura 2.5 (e), que trata do modelo NLWM, as considerações são análogas às do caso linear, embora o caráter atrativo das curvas aumentem rapidamente com o acréscimo de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  em baixas densidades. Comparando com o modelo AFDMC, as curvas do modelo NLWM são mais atrativas que todas as três curvas do modelo *ab initio*. Não é possível aumentar sensivelmente a repulsão diminuindo  $\chi_{\sigma\Lambda}$ , pois valores pequenos resultarão ainda em curvas fora da faixa hachurada na figura. Nos modelos LWM e NLWM, embora as constantes de acoplamento dos nucleons sejam diferentes, os termos não lineares certamente têm um papel atrativo no sistema.

Concluimos nesta seção que, devido ao fato dos modelos relativísticos se mostrarem muito atrativos em relação ao AFDMC para

matéria pura de nêutrons, não é possível dizer qual deles é melhor. Também não podemos aumentar a repulsão artificialmente nos modelos relativísticos simplesmente aumentando a intensidade do acoplamento  $g_{\rho n}$ , pois o modelo passaria a não descrever a matéria nuclear e suas propriedades. Para  $Y_{\Lambda} \sim 0.26$ , o modelo LWM se mostra razoável na comparação com AFDMC em baixas densidades, embora, para altas densidades, a repulsão seja muito grande. O modelo NLWM é muito atrativo e apenas as curvas que correspondem a valores pequenos de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  (curvas mais repulsivas) devem ser consideradas. Sabemos que o modelo NLWM descreve melhor a matéria nuclear que o modelo LWM e, como estamos interessados no estudo da matéria hipernuclear (sistema infinito  $np\Lambda$ ), é importante levar em consideração o modelo mais realista, embora o modelo LWM apresente, qualitativamente, vantagens na comparação com o modelo *ab initio*. Assim, consideraremos ambos os modelos RMF nas análises subsequentes.

## 2.8 Matriz Curvatura e as Espinodais

A natureza da interação nucleon–nucleon resulta em uma equação de estado do tipo Van der Waals, isto é, a força nuclear numa descrição de campo médio possui uma parte que é típica de atração de longo alcance e uma outra repulsiva de curto alcance [66]. Assim, como acontece com o gás fenomenológico de Van der Waals, também é esperado uma transição de fases líquido–gás na matéria nuclear [66]. Esta transição de fases está relacionada com a concavidade anômala da densidade de energia (em  $T = 0$ ), isto é, a configuração de uma fase para o sistema não é energeticamente favorecida e, desta forma, a mais favorável será a que separa o sistema em duas fases com densidades diferentes. Este mecanismo de separação de fases tem sido estudado em detalhes em diferentes trabalhos [61–73], inclusive em uma análise

comparativa entre duas diferentes abordagens teóricas [63]: a separação de fases no equilíbrio e a decomposição espinodal [63, 66, 67]. A primeira descrição corresponde à construção de Gibbs no equilíbrio [63–65]. A segunda, por sua vez, considera que, se o sistema for transportado para o interior da região espinodal numa reação muito rápida para que o equilíbrio global seja atingido, a sua evolução será conduzida por instabilidades locais em vez da construção Gibbs, que se dá no equilíbrio [63, 67]. Neste trabalho, trataremos apenas da decomposição espinodal. No que se refere ao fenómeno fora do equilíbrio, a decomposição espinodal não fornece uma medida quantitativa direta do fracionamento de isospin final depois da separação de fases. Cálculos de transporte devem ser considerados para uma descrição da dinâmica do sistema, portanto, a decomposição espinodal que será apresentada aqui é apenas uma aproximação. Foi, no entanto, mostrado em cálculos explícitos de transporte que a instabilidade inicial domina amplamente a dinâmica subsequente [66]. Este resultado dá credibilidade à descrição do mecanismo de separação através da decomposição espinodal. A formulação matemática que apresentaremos nesta seção pode ser estendida para o mecanismo de separação de fases através da construção de Gibbs. Embora isto não seja feito no presente trabalho, é interessante destacar que a comparação da construção de Gibbs (no equilíbrio) com a decomposição espinodal (fora do equilíbrio) pode ser feita no diagrama de fases. A referência [63] mostra que, para a matéria nuclear assimétrica, as direções de instabilidade nas duas descrições são muito próximas e predominantemente isoescalares, isto é, as flutuações na densidade bariônica são dominantes.

O diagrama de fases para matéria simétrica foi estudado detalhadamente na referência [61]. Para o caso da matéria assimétrica, o problema é mais complexo e envolve um grau de liberdade adicional,

o isospin. Neste sistema, é esperado também observar efeitos específicos, como o já citado fracionamento de isospin, que tem importantes implicações na física nuclear [66]. Nesta seção, trataremos do método de investigação das instabilidades apenas para matéria infinita, isto é, o tamanho do sistema é ignorado e, portanto, os efeitos de borda não estão presentes. Para tais sistemas, as grandezas termodinâmicas são bem definidas, como, por exemplo, a densidade de energia, a pressão, a densidade de partículas e a densidade de isospin. A transição de fases líquido-gás não é exclusiva de modelos fenomenológicos relativísticos, mas está presente nos resultados de cálculos *ab initio* relativísticos ou não-relativísticos [75]. Esta transição de fases pode ser analisada experimentalmente através de colisões de íons pesados [66]. Veremos adiante que um resultado particular dessas colisões está relacionado ao fenômeno de multifragmentação, onde núcleos altamente excitados e compostos são formados em um gás de vapor de partículas. Este fenômeno pode ser interpretado como a separação de fases líquido-gás, isto é, no espaço de fases nas regiões de instabilidades a matéria se apresenta em uma fase de baixas densidades (gás) e uma fase de altas densidades (líquido) [75].

A seguir, veremos como calcular as regiões de instabilidades mediante a análise da concavidade da função densidade de energia para um sistema com mais de uma espécie de partículas, ou melhor, um sistema multi-componente. Trataremos dos cálculos de instabilidade para matéria de nêutrons, prótons e lambdas em temperatura zero. Desta forma, a energia livre de Helmholtz é simplesmente a densidade de energia. A densidade de energia total  $\varepsilon(n_n, n_p, n_\Lambda)$  de um sistema de três componentes é uma função de três variáveis nas densidades das partículas. Essa função tem um papel central no estudo da transição de fases, pois é através da análise da concavidade que descobrimos se o sis-

tema possui instabilidades termodinâmicas. No apêndice B, mostramos em detalhes como obter os autovalores e seus respectivos autovetores associados às eventuais anomalias na concavidade do potencial termodinâmico. A decomposição espinodal consiste em estudar a concavidade de uma função escalar para um sistema multicomponente e a complexidade aumenta à medida que o número de componentes aumenta no sistema. Quanto ao espaço de fases em temperatura zero, as coordenadas são as densidades de partículas do sistema. Se houver anomalia na concavidade da função densidade de energia, podemos identificar, no espaço de fases, qual a região que leva a tal comportamento da função. No apêndice B, mostramos que há uma forma quadrática associada à função escalar e também uma matriz de coeficientes. A diagonalização da matriz, que envolve as derivadas parciais segundas da função densidade de energia, permite estudar a concavidade da função através dos sinais dos autovalores da matriz curvatura. Quando há concavidade anômala, pelo menos um autovalor é negativo e o correspondente autovetor indica a direção de instabilidade no espaço de fases e este é um parâmetro de ordem da transição de fases. A seguir, mostraremos os resultados para baixos valores da densidade bariônica para o sistema  $\Lambda$ n nos modelos AFDMC e RMF e, em seguida, para o sistema  $np\Lambda$  nos modelos RMF.

## 2.9 Resultados: Baixas Densidades

Os nossos resultados estão intimamente ligados à chamada decomposição espinodal, que é basicamente a análise da seção 2.8 e do apêndice B. A decomposição espinodal possui uma estreita ligação com o estudo da transição de fases de primeira ordem. Em física nuclear ela aparece ligada ao mecanismo de multifragmentação nuclear, isto é, quando, nas colisões de núcleos, geralmente os mais pesados, produzem

inúmeros fragmentos massivos. A física envolvendo a multifragmentação nuclear vem sendo estudada em detalhes faz algumas décadas e é uma fonte experimental valiosa para se estudar a equação de estado, bem como as propriedades do sistema nuclear em equilíbrio e também fora do equilíbrio ([66]). O acúmulo de dados experimentais sugere que a decomposição espinodal realmente tem um papel importante no mecanismo de multifragmentação, isto é, nas colisões onde um sistema composto é formado. A matéria pode adquirir densidades e temperaturas que correspondem à instabilidade espinodal ocasionando a formação de *clusters*, que, por sua vez, pode resultar no favorecimento da separação de fases no sistema e isto corresponde à chamada coexistência de fases líquido-gás (LG). Adiante, discutiremos em detalhes os resultados da decomposição espinodal no sistema com estranheza.

Os modelos discutidos nas seções 2.1 e 2.2 preveem instabilidades na matéria nuclear. A região espinodal associada à transição de fases no sistema  $np$  é bem descrita pelos vários modelos relativísticos e não relativísticos [61–67, 69, 70, 75]. Nosso principal objetivo é discutir os resultados provenientes dos modelos relativísticos quando o sistema em questão possui três componentes  $np\Lambda$ , mas antes mostraremos alguns resultados para o modelo *ab initio*.

Inicialmente, calculamos a matriz curvatura e obtivemos as espinodais no modelo *ab initio* composto de nêutrons e  $\Lambda$ s. Sabemos que a densidade de energia do modelo *ab initio* tem origem em cálculos fundamentais, contudo, a expressão matemática para a densidade de energia é apenas um ajuste para algumas frações de  $\Lambda$ s [50, 51]. Portanto, devemos encarar o modelo *ab initio* com cautela para frações de  $\Lambda$ s acima de  $\sim 0.26$ .

Considerando os modelos RMF para o sistema  $np\Lambda$  no limite em que  $Y_p \rightarrow 0$ , as comparações feitas na seção 2.7 entre a energia de liga-

ção do modelo *ab initio* e a energia de ligação dos modelos relativísticos permitem reduzir um pouco as escolhas das constantes de acoplamento. Podemos levar em conta essas comparações no contexto das espinodais  $n\Lambda$ . O ponto central nesta seção é estudar as instabilidades no sistema de três componentes  $np\Lambda$  nos modelos RMF. O espaço das densidades é tridimensional, portanto, a função densidade de energia é função das três variáveis independentes. A análise da concavidade desta função consiste na discussão do apêndice B. De acordo com o estudo dos sinais das curvaturas, podemos encontrar o *locus* espinodal, isto é, a região no espaço das densidades em que as instabilidades aparecem. Na transição de fases líquido-gás, geralmente, ao menos um autovalor é negativo [32, 63, 66, 67], indicando os parâmetros de ordem associados à separação de fases. Os correspondentes autovetores indicam a direção de instabilidade [63, 67]. No sistema  $np$  de duas componentes, a transição de fases líquido-gás em densidades abaixo da saturação nuclear tem sempre um autovalor negativo.

Para todos os modelos relativísticos, encontramos apenas um autovalor negativo associado à matriz de curvatura da densidade de energia para o sistema de três componentes  $np\Lambda$ . Este resultado é independente das escolhas para as constantes  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  e está indicando que apenas um parâmetro de ordem está associado à separação de fases. Para o sistema  $n\Lambda$  nos modelos LWM e NLWM, com e sem mésons estranhos, encontramos regiões espinodais em baixas densidades. Este é um caso particular do sistema mais amplo  $np\Lambda$  quando tomamos o limite  $Y_p \rightarrow 0$ . Neste limite, temos novamente apenas um parâmetro de ordem associado às instabilidades. Em ambos os modelos, as constantes de acoplamentos dos nêutrons com os mésons são fixadas de maneira a ajustar as propriedades da matéria nuclear simétrica (ver tabela 2.1). Portanto, a ocorrência de espinodais para a matéria  $n\Lambda$  depende de tais

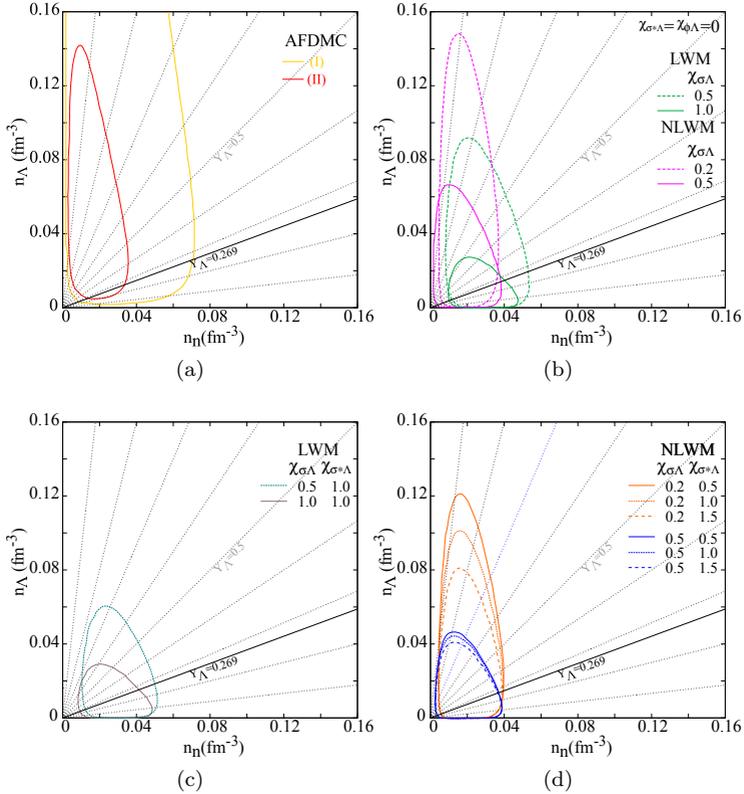


Figura 2.6: Espinodais no plano nêutron-lambda para o modelo AFDMC com diferentes parametrizações e também para os modelos LWM e NLWM com e sem mésons estranhos.

ajustes, além de depender dos parâmetros dos híperons  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . No modelo linear, por exemplo, se não ajustássemos a energia de simetria  $E_{sym} = 32.2$  MeV à constante de acoplamento  $g_{\rho N}$ , isto teria implicações nas espinodais. Isto é,  $g_{\rho N}$  seria um parâmetro livre e, dependendo do seu valor, poderíamos obter ou não zonas espinodais no sistema  $n\Lambda$ , pois o potencial químico do nêutron depende explicitamente de  $g_{\rho N}$ . Para um valor arbitrário, e não físico, escolhendo, por exemplo,  $g_{\rho N} \sim 4.10$  fm<sup>-3</sup>, que implica na  $E_{sym} \sim 50$  MeV, nenhuma espinodal no plano  $n\Lambda$  é encontrada no modelo LWM. Isto pode ser visto também como um aumento na atratividade do sistema através de  $\rho$ , pois, para o nêutron, a assimetria de isospin atua atrativamente em curtas distâncias. As propriedades da matéria nuclear devem ser obtidas nos limites em que  $Y_\Lambda \rightarrow 0$  e, simultaneamente,  $Y_p \rightarrow 0.5$  no sistema de três componentes  $np\Lambda$ , portanto, as escolhas das constantes  $g_{\sigma N}$ ,  $g_{\omega N}$  e  $g_{\rho N}$  não são arbitrárias.

Desta forma, podemos concluir que a transição de fases nas densidades de subsaturação nuclear existe no plano  $n\Lambda$  e pertence à conhecida classe de universalidade líquido-gás. No que segue, estudaremos as características desta transição de fases em maiores detalhes.

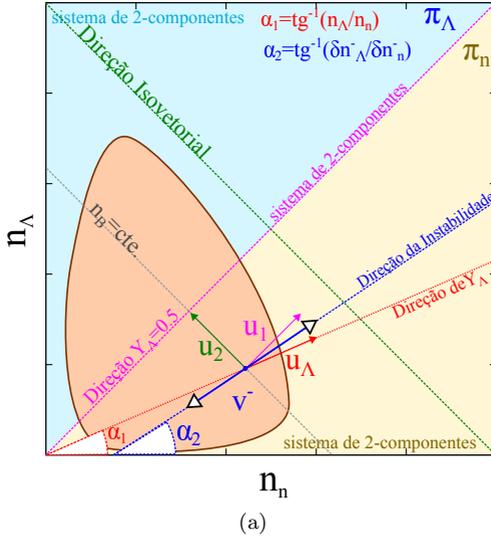
A figura 2.6 mostra a espinodal bidimensional para um sistema contendo apenas nêutrons e  $\Lambda$ s. Na figura 2.6 (a), temos as espinodais para o modelo *ab initio* levando em consideração duas diferentes parametrizações que incluem a força de três corpos e com destaque para  $Y_\Lambda \sim 0.26$  (linha preta). É importante enfatizar que o comportamento para altas frações de  $\Lambda$ s deve ser considerado com cautela, pois os cálculos AFDMC foram realizados apenas até o limite  $Y_\Lambda < 0.26$ . Embora exista esta limitação, a transição de fases está presente nas duas parametrizações e não pode ser ignorada. A figura 2.6 (b) mostra duas curvas espinodais para matéria  $n\Lambda$  sem a presença dos mésons estra-

nhos nos modelos LWM e NLWM. Nas figuras 2.6 (c) e (d), mostramos os resultados para o modelo NLWM com duas diferentes escolhas de  $\chi_{\sigma\Lambda}$ . As constantes de acoplamento foram escolhidas de acordo com a energia de ligação dos modelos RMF em comparação com o modelo *ab initio* (ver figuras 2.5 (d) e (e) respectivamente). As espinodais da figura 2.6 (a), (b), (c) e (d) não tocam nenhum dos eixos, embora seja difícil visualizar isso nas três últimas figuras para regiões bem próximas ao eixo  $n_n$ . Este resultado se deve ao fato de que para a matéria pura de nêutrons, assim como para matéria contendo somente  $\Lambda$ s, o sistema não é ligado. Podemos verificar que a energia de ligação da matéria pura de nêutrons não possui um mínimo local, como mostra a figura 2.5 (a), e, para matéria pura de  $\Lambda$ s, é análogo. De fato, a espinodal relacionada às instabilidades em temperatura zero resulta na transição de fases, onde o sistema é dividido em duas fases e no qual a mais densa representa o estado fundamental ligado. Na ausência de estado fundamental ligado é então normal que as instabilidades desapareçam. Assim, sempre que as curvas espinodais não tocarem os eixos, está claro que a razão por trás disto é que temos um sistema não-ligado. Ainda na figura 2.6 (a), é interessante observar que a espinodal de maior área (linha amarela) é obtida da parametrização (I) mais atrativa e a de menor área (linha vermelha) da parametrização mais repulsiva (II). Contudo, nos modelos LWM e NLWM, as espinodais de maior área são obtidas de modelos mais repulsivos como, se pode ver nas figuras 2.6 (b), (c) e (d). Na figura 2.6 (d) o caráter atrativo do potencial  $U_{\Lambda}^N$  cresce com o aumento de  $\chi_{\sigma\Lambda}$ , enquanto o potencial  $U_{\Lambda}^{\Lambda}$  cresce com o aumento de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  juntamente com  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . A figura 2.2 e as figuras 2.4 (b) e (d) mostram que, quanto mais inclinadas as curvas, mais atrativo é o potencial. Desta forma, as espinodais da figura 2.5 (b) mostram claramente que, sem a interação  $\Lambda\Lambda$ , as espinodais maiores são as mais repulsivas. Isto parece

uma característica dos modelos RMF sujeitos aos vínculos discutidos no presente trabalho. Este resultado contraintuitivo provavelmente se deriva do fato de que altas repulsões em altas densidades estão correlacionadas com fortes atrações em baixas densidades.

Um estudo completo das espinodais, para sistemas multicomponentes envolve o cálculo dos autovetores associados aos autovalores negativos. Na matéria nuclear, a direção de instabilidade está relacionada à separação de fases líquido-gás. A direção no diagrama de fases que indica a matéria simétrica mostra a direção na qual o sistema de duas componentes, prótons e nêutrons, é, na verdade, um simples sistema de uma componente. Esta direção é chamada de isoescalar e a instabilidade é dita como sendo puramente mecânica. Isto quer dizer que apenas flutuações na densidade bariônica ocorrem ao passo que o sistema permanece simétrico. A importância em conhecer a direção de instabilidade de cada autovetor na espinodal está em saber o quanto o sistema se desvia da simples descrição da matéria simétrica. Isto é chamado de eficiência para restauração de isospin. Quanto maior o desvio menor a eficiência. A matéria  $np$  será tratada em detalhes mais adiante.

Vamos retomar as espinodais da matéria  $n\Lambda$  com seus autovetores. Antes de entrarmos na discussão dos resultados numéricos, vamos tratar do problema qualitativamente através da figura 2.7. A ilustração mostra uma hipotética região de instabilidade: um autovetor  $\mathbf{V}^-$  dentro desta região, assim como uma reta pontilhada (vermelha) que mostra uma direção para uma fração de  $\Lambda$ s qualquer. Na figura desenhamos um sistema de eixos denotado pela abscissa  $n_n$  e ordenada  $n_\Lambda$ , as vezes, faremos referência a um sistema de coordenadas alternativo, denotado por  $n_1 = n_n + n_\Lambda$  e  $n_2 = n_n - n_\Lambda$ . Neste sistema, os eixos  $n_1$  e  $n_2$  foram rotacionados quarenta e cinco graus no sentido anti-horário



(a)

Figura 2.7: Esquema ilustrativo do diagrama de fases  $n_\Lambda$ - $n_n$  com um autovetor instável  $\mathbf{V}^-$  (em azul). Linha vermelha pontilhada denota  $Y_\Lambda$  e forma o ângulo  $\alpha_1$  com  $n_n$  no sentido anti-horário. A linha azul pontilhada denota a direção de instabilidade e forma o ângulo  $\alpha_2$  com  $n_n$  no sentido anti-horário. Linha pontilhada verde denota a direção em que a densidade bariônica é constante juntamente com o vetor de base (verde) correspondente. Linha rosa denota  $Y_\Lambda = 0.5$  e juntamente com o vetor de base (rosa) correspondente.

em relação aos eixos  $n_n$  e  $n_\Lambda$ . As direções  $n_1$  e  $n_2$  são as vezes chamadas de isoescalar e isovetorial respectivamente. Na figura, temos também uma reta que corresponde  $Y_\Lambda = 0.5$  (rosa), cuja a direção é estritamente a mesma do eixo  $n_1 = n_B$  (isoescalar). Note que, na figura 2.7, o vetor  $\mathbf{u}_1$  representa a direção isoescalar.

A reta pontilhada (azul) indica a direção de instabilidade. Os ângulos que estas retas formam com o eixo  $n_n$ , no sentido anti-horário, também são mostrados na figura. A reta (verde) possui a mesma direção do eixo  $n_2$  (isovetorial) e do vetor  $\mathbf{u}_2$ . Nesta direção, não há variação

na densidade total, embora a fração de  $Y_\Lambda$  mude em cada ponto sobre reta. Desta maneira, o autovetor  $\mathbf{V}^-$  pode ser decomposto nas direções dos eixos  $n_n$  e  $n_\Lambda$  ou dos eixos  $n_1$  e  $n_2$  e estas são maneiras equivalentes de realizar a decomposição espinodal.

Note que a reta  $n_n = n_\Lambda$  divide o plano  $n\Lambda$  no semiplano inferior ( $\pi_n$ ) e no semiplano superior ( $\pi_\Lambda$ ). No primeiro semiplano, temos um sistema de duas componentes, onde, obviamente, sempre predominam nêutrons e, no segundo semiplano, temos um sistema de duas componentes, onde predominam  $\Lambda$ s. Sobre a linha  $Y_\Lambda = 0.5$ , o sistema, apesar de satisfazer  $n_\Lambda = n_n$ , não é simétrico, pois a massa do  $\Lambda$  é maior que a dos nêutrons. Além disso, os potenciais químicos não são iguais devido a contribuição de isospin do nêutron. Os  $\Lambda$ s têm isospin nulo, mas a interação dos  $\Lambda$ s com o méson  $\phi$  faz diferença no potencial químico. No que diz respeito ao isospin, o nêutron irá sentir sempre uma repulsão devido a  $\rho$  e isto se reflete no diagrama de fases. Desta maneira, com  $Y_\Lambda = 0.5$ , o sistema permanece distinto, isto é, permanece um sistema de duas componentes. A reta pontilhada e o vetor  $\mathbf{u}_\Lambda$ , ambos em vermelho, indicam a direção onde a fração de  $Y_\Lambda$  permanece constante e sobre esta reta a densidade total varia a cada ponto. Autovetores que apontam estritamente nesta direção estão relacionados à instabilidade mecânica, embora, geralmente, haja uma componente isovetorial, isto é, uma instabilidade química. O único caso de instabilidade puramente mecânica é para  $Y_\Lambda = 0.5$  ou, equivalentemente, quando o autovetor  $\mathbf{V}^-$  aponta estritamente na direção  $n_1$ . Um maneira de ver isso é decompondo o vetor  $\mathbf{u}_\Lambda$  na base ortogonal  $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$ . Somente para fração  $Y_\Lambda = 0.5$ , o vetor  $\mathbf{u}_\Lambda$  tem componente nula na direção isovetorial. Estudar a projeção do autovetor  $\mathbf{V}^-$  e do vetor  $\mathbf{u}_\Lambda$  na direção de um vetor de base do espaço de fases tem importância física. O espaço cartesiano das densidades  $n_n$  e  $n_\Lambda$  tem uma base denotada por  $\{\mathbf{u}_n, \mathbf{u}_\Lambda\}$  e é

equivalente aos vetores  $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$ , como já havíamos comentado.

Vemos que  $\alpha_1 < \alpha_2$  para o autovetor dado e também que estes ângulos são menores que aquele que corresponde à inclinação da reta  $Y_\Lambda = 0.5$  na direção positiva de  $n_n$ , isto é, quarenta e cinco graus. Este fato, em geral, está relacionado à separação de fases. No semi-plano  $\pi_n$ , quando as inclinações dos autovetores forem tais que  $n_\Lambda/n_n < \delta^- n_\Lambda/\delta^- n_n < 1$ , então, isto mostra que a fase densa (líquido) é mais simétrica (em relação as densidades  $n_\Lambda$  e  $n_n$ ) que a fase diluída (gás).

Agora podemos interpretar melhor e analisar com mais cuidado os resultados numéricos para o sistema  $n\Lambda$ .

O comportamento dos autovetores instáveis é mostrado na figura 2.8. Note que apenas a direção de instabilidade é importante, portanto, poderíamos ter associado para cada ponto de instabilidade no espaço um par de setas opostas, como na figura 2.7. De qualquer forma, para deixar a figura 2.8 mais fácil de ser entendida, optamos por desenhar apenas uma seta. As figuras 2.8 (a) e (b) mostram duas escolhas diferentes para as constantes de acoplamento no modelo LWM, as linhas coloridas exibem uma particular escolha para densidade bariônica e as linhas inclinadas são as frações de  $\Lambda$ s. Nas figuras, as frações de  $\Lambda$ s não foram rotuladas para valores maiores que 0.5, mas fica entendido que, na reta inclinada subsequente, temos  $Y_\Lambda = 0.6$ , depois,  $Y_\Lambda = 0.7$  e assim por diante. As figuras mostram alguns autovetores escolhidos convenientemente de acordo com as frações  $Y_\Lambda$  mostradas nas figuras. Note que os autovetores, nos diferentes casos são aproximadamente colineares, cuja direção é definida por  $Y_\Lambda = 0.3$ . As figuras 2.8 (c) e (d) mostram também duas escolhas diferentes para as constantes de acoplamento no modelo NLWM.

A figura 2.9 mostra a inclinação dos autovetores na direção positiva de  $n_n$  de acordo com a equação (B.24) (ver ângulo  $\alpha_2$  na figura 2.7).

A linha preta pontilhada que aparece em todas as subfiguras representa a inclinação  $n_\Lambda/n_n$  dos vetores  $\mathbf{u}_\Lambda$  colineares às retas  $Y_\Lambda = \text{cte}$  (ver na figura 2.7 a reta pontilhada em vermelho com ângulo  $\alpha_1$ ). Obviamente,  $Y_\Lambda = 0.5$  está associado ao vetor de inclinação  $n_\Lambda/n_n = 1$ . Na figura 2.9 (a), para as densidades bariônicas totais consideradas no modelo LWM, a inclinação dos autovetores difere pouco para cada densidade fixa. Isto é, para uma dada  $Y_\Lambda = \text{cte}$ , variando a densidade bariônica, os autovetores mudam ligeiramente de direção. No ponto onde as curvas coloridas se cruzam, a fração de  $\Lambda$  correspondente é  $Y_\Lambda \sim 0.4$ , portanto, para as densidades consideradas, os autovetores têm a mesma inclinação. Podemos conferir isto na figura 2.8 (a), procurando a reta que corresponde  $Y_\Lambda = 0.4$ , e verificar os vetores que estão sobre ela. Note que, para  $Y_\Lambda < 0.3$ , todos os autovetores possuem inclinação maior que  $n_\Lambda/n_n$ , refletindo o fenômeno de destilação. Já, para valores  $Y_\Lambda > 0.3$ , os autovetores aumentam a inclinação até no máximo  $\sim 0.6$ , entretanto, essas inclinações são bem menores que  $n_\Lambda/n_n$ . O ponto de encontro entre as curvas coloridas e a linha preta pontilhada nos indica que a inclinação de  $\delta_\Lambda^-/\delta_n^-$  corresponde à inclinação de  $Y_\Lambda$ . O comportamento relacionado à multifragmentação pode ser visto em todo o plano  $n\Lambda$ . As instabilidades estão associadas a uma combinação de instabilidade química e mecânica. Para  $Y_\Lambda \sim 0.3$ , poderíamos pensar que o tipo de instabilidade é puramente mecânico, pois preserva a razão entre  $\Lambda$  e nêutrons, mas não podemos esquecer que, somente em  $Y_\Lambda = 0.5$ , a componente na direção isovetorial do vetor associado a  $Y_\Lambda = 0.5$  se anula. Note que as inclinações atingem no máximo o valor de  $\sim 0.6$  no modelo LWM, como mostram as figuras 2.9 (a) e (b), isto é, bem menor que a inclinação da reta que corresponde a  $Y_\Lambda = 0.5$  e que é  $n_\Lambda/n_n = 1$ . De qualquer maneira, não podemos falar em eficiência da restauração de isospin ou de estranheza, pois não temos simetria isospin e de estra-

nheza entre  $\Lambda$ s e nêutrons em  $Y_\Lambda = 0.5$ . Podemos apenas dizer que a instabilidade será sempre uma combinação de instabilidade mecânica e química. Isto significa que a transição é entre as fases densa e diluída. Em sistemas finitos, a fase densa corresponde a um hipernúcleo, enquanto a fase diluída, um hipergás. Isto implica que a transição é associada com o fracionamento, ou fenômeno de destilação, cuja qual a fase densa se torna mais simétrica do que a fase diluída. Para uma instabilidade puramente química, teríamos que observar autovetores instáveis na direção em que a inclinação  $\delta_\Lambda^- / \delta_n^- = -1$ , isto é, na direção em que a densidade total é fixa e onde apenas flutuações puramente químicas  $Y_\Lambda$  ocorrem. De fato, autovetores instáveis nessa direção não são obtidos. Resumindo, quando  $\delta_\Lambda^-$  e  $\delta_n^-$  possuem o mesmo sinal, significa que os  $\Lambda$ s e os nêutrons são afetados similarmente pela instabilidade e é caracterizada como isoescalar. No caso de  $\delta_\Lambda^-$  e  $\delta_n^-$  com sinais opostos, a instabilidade é chamada de isovetorial.

A figura 2.9 (b) mostra um resultado muito similar à figura 2.9 (a), embora os autovetores sejam menos inclinados na medida em que a densidade bariônica aumenta. Provavelmente, isto seja reflexo de um potencial mais atrativo para os  $\Lambda$ s, embora, certamente, esta diferença seja dependente do modelo. No modelo NLWM, nas figuras 2.9 (c) e (d), os resultados são similares ao caso LWM. As inclinações atingem valores máximos  $\sim 0.8$  dentro da spinodal. A figura 2.9 (c) mostra um padrão inverso da figura 2.9 (b), isto é, quanto maior a densidade bariônica, maior a inclinação. Lembrando que independente das escolhas das constantes de acoplamento dos  $\Lambda$ s, a energia de ligação no modelo NLWM se mostra mais atrativa que no LWM nas densidades bariônicas consideradas na figura 2.9 (ver figura 2.5 (d) e (e)). A figura 2.9 (d) mostra uma pequena variação da inclinação de uma dada densidade bariônica para outra. Por completude, calculamos as inclinações

dos autovetores das espinodais no modelo *ab initio* e os resultados são mostrados na figura 2.10. As curvas representam as inclinações dos autovetores para dois valores de densidade:  $n_B = 0.04 \text{ fm}^{-3}$  e  $n_B = 0.06 \text{ fm}^{-3}$ . Note que as inclinações dos autovetores no modelo *ab initio* são maiores que as inclinações dos autovetores para os casos relativísticos. A inclinação do vetor  $\mathbf{u}_\Lambda$  quando  $Y_\Lambda = 0.5$  corresponde  $n_\Lambda/n_n = 1$  e, para o caso *ab initio*, percebemos que há muitos autovetores com inclinação maiores que  $n_\Lambda/n_n = 1$  quando  $n_\Lambda/n_n > 0.6$ . Embora existam diferenças nas inclinações dos autovetores nos modelos relativísticos e *ab initio*, ambos possuem o fenômeno de destilação. No caso *ab initio*, a fase densa (líquido) tende a ser um pouco mais simétrica entre as densidades do que nos casos relativísticos. Para  $Y_\Lambda \lesssim 0.41$ , os autovetores estão predominantemente dirigidos para a configuração ótima  $Y_\Lambda \sim 0.41$ , cuja inclinação é  $n_\Lambda/n_n \sim 0.75$  nas parametrizações (I) e (II). Essa direção depende ligeiramente da densidade bariônica. O mesmo acontece para  $Y_\Lambda \gtrsim 0.41$ . Note que a inclinação  $n_\Lambda/n_n$  cresce muito mais rapidamente que  $\delta_\Lambda^-$  e  $\delta_n^-$  e esse comportamento é típico da destilação.

Vamos verificar como isto afeta os cálculos das zonas espinodais no sistema de três componentes, que é mais relevante para as aplicações da física nuclear. No que diz respeito à matéria nuclear ordinária na transição de fases líquido-gás, a analogia entre o sistema  $n\Lambda$  e a matéria  $np$  é limitada, pois, neste caso, o próton, ao invés do  $\Lambda$ , possui isospin e a decomposição espinodal é obtida com base na assimetria de isospin.

A figura 2.11 mostra as espinodais tridimensionais para as seguintes escolhas das constantes de acoplamento no modelo NLWM: (a) e (b)  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ ; e (c) e (d)  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ . O comportamento geral mostrado nas figuras depende pouco dos valores das constantes de acoplamento escolhidas, principalmente de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . Na

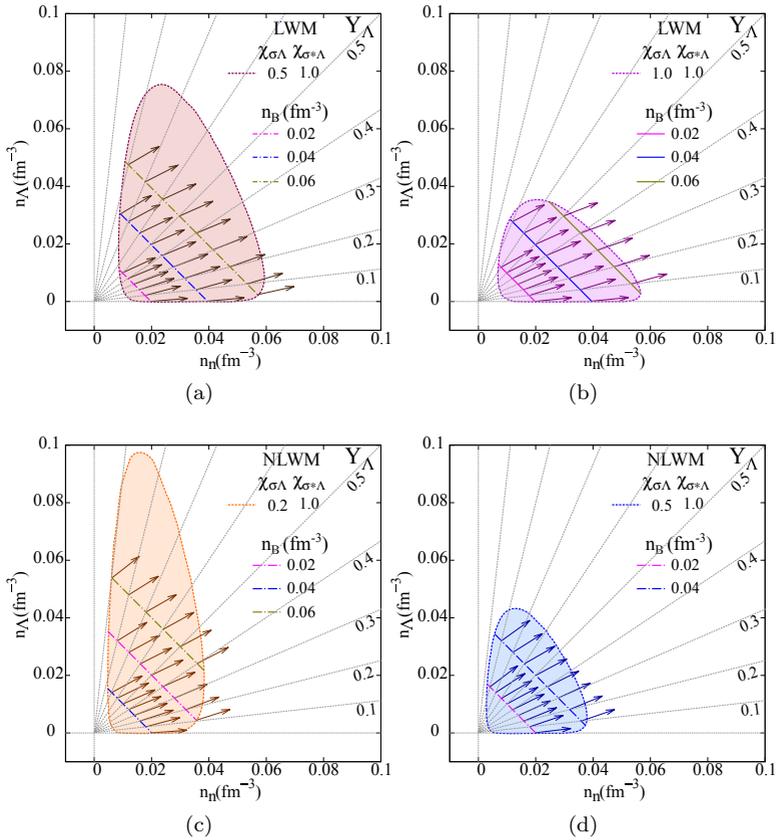


Figura 2.8: (a) e (b) área espínodal no plano nêutron-próton no modelo NLWM para duas escolhas diferentes nas constantes de acoplamento.

figura 2.11 (a), o contorno azul e os pontos representam a superfície do volume espínodal e as formas em vermelho claro representam cortes por planos ortogonais no volume espínodal. A forma indicada por (1) representa a área espínodal  $n\Lambda$ , (2) analogamente representa a área espínodal  $p\Lambda$  e (3) mostra a área espínodal do sistema  $np$ . A curva tracejada (4) mostra um corte no volume espínodal por um plano vertical

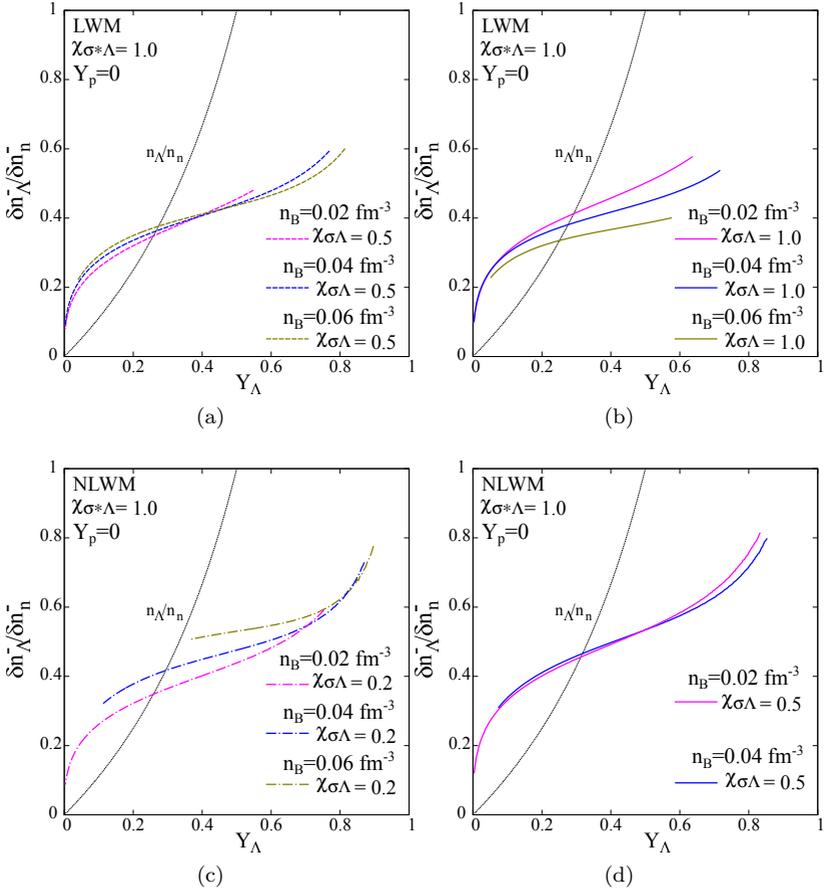


Figura 2.9: Inclinação dos autovetores para algumas densidades.

que passa por  $n_n = n_p$ . A figura 2.11 (b) é similar à anterior, mas, neste caso, as linhas tracejadas em preto representam cortes por planos em que  $Y_\Lambda = \text{cte}$ .  $Y_\Lambda = 0.5$  é um valor especial escolhido para as análises subsequentes e está indicado em vermelho na figura. As figuras 2.11 (c) e (d) são análogas, mas para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$ . Para o modelo LWM, as figuras

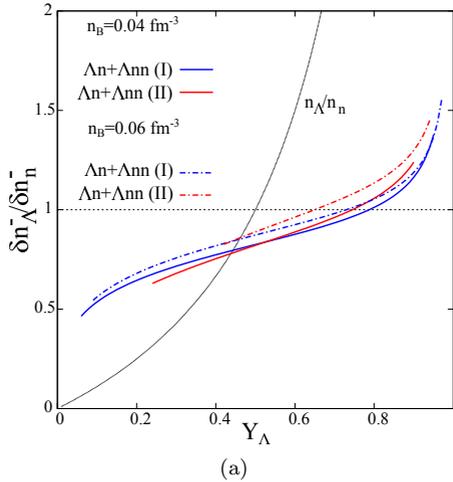


Figura 2.10: Inclinação dos autovetores para algumas densidades no modelo *ab initio*.

são bastante similares, contudo, correspondem a regiões ligeiramente maiores no espaço de densidades. Além disto, nenhuma área espinodal correspondente às formas (1) e (2) estão presentes na parametrização utilizada no modelo LWM, e isto não é uma característica do modelo, mas um efeito da parametrização utilizada. No estudo subsequente, quando nos reportamos aos diferentes cortes no volume espinodal no domínio tridimensional das densidades, nós assumiremos que a figura 2.11 é boa o suficiente para ilustrar ambos os casos LWM e NLWM levando em conta as ressalvas acima.

Um primeiro corte interessante é aquele para a fração de  $\Lambda$  fixa, porque resulta na mesma representação que encontramos na usual transição de fases líquido-gás, que é obtida no limite  $Y_{\Lambda} = 0$  nas figuras 2.11 (b) e (d). Isto é mostrado em detalhes na figura 2.12 que mostra a região espinodal no plano  $np$  para os modelos RMF. Por completude, nós exibimos os resultados, para várias escolhas dos parâmetros de acopla-

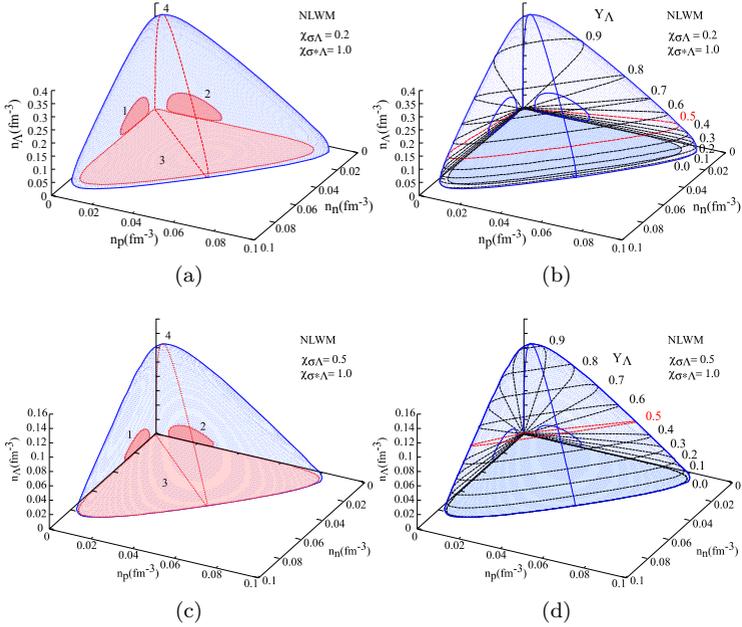


Figura 2.11: Espinodais tridimensionais no modelo NLWM para algumas escolhas das constantes de acoplamento  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . Em (a), os números denotam os cortes no volume espinodal: (1) área espinodal no plano nêutron-lambda, (2) área espinodal no plano próton-lambda, (3) área espinodal no plano nêutron-próton e (4) exibe a fronteira da área espinodal resultante do corte na superfície tridimensional pelo plano que passa por  $n_n = n_p$ . (b) mostra cortes para vários valores de  $Y_\Lambda$  e a espinodal em vermelho é um caso especial considerado.(c), (d) são análogas a (a) e (b) respectivamente.

mento em ambos os modelos LWM e NLWM. A figura 2.12 (a) mostra a área espinodal no LWM que define a região de instabilidade análoga àquela representada pela forma (3) nas figuras 2.11 (a) e (c). Para  $Y_\Lambda = 0.0$  (em cinza) e  $Y_\Lambda = 0.5$  (em colorido) com diferentes escolhas de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ , note que as curvas coloridas são projeções das regiões espinodais no espaço tridimensional das densidades no plano  $np$  (ver

curvas vermelhas nas figuras 2.11 (b) e (d) para  $Y_\Lambda = 0.5$ ). A figura 2.12 (b) é análoga a figura 2.12 (a) para o modelo NLWM. Podemos ver que para o sistema  $np\Lambda$ , todos os diagramas de fases são bastante similares, embora, no modelo NLWM, as espinodais sejam um pouco menores que no LWM. A forma das espinodais tridimensionais no sistema  $np\Lambda$  depende pouco do modelo (e das parametrizações aceitáveis) para a matéria nuclear, isto é, obtém-se a marca conhecida da transição de fases líquido-gás no plano  $np$ . A maior dependência das espinodais no espaço está conectada com a interação entre os lambdas através dos mésons isoescalar-escalar e isoescalar-vetor e, em menor grau, dos mésons estranhos (quando vinculado aos potenciais hipernucleares). A instabilidade líquido-gás é claramente preservada pela adição da estranheza, mas a transição é extinta para  $\Lambda$ s fortemente acoplados. De fato, podemos ver claramente nas figuras 2.12 (a) e (b) que, à medida que aumentamos arbitrariamente  $\chi_{\sigma\Lambda}$ , as espinodais tendem a diminuir. Vamos considerar apenas valores na faixa de  $\chi_{\sigma\Lambda} \approx 0.2 - 0.5$  que estão em acordo com as comparações feitas com o modelo *ab initio*. Por outro lado, quando aumentamos  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ , as modificações nas espinodais são muito pequenas. Isto é esperado, pois os mésons estranhos são acoplados somente aos bárions estranhos e é, portanto, esperado afetar essencialmente a densidade de  $\Lambda$ s. Adiante, veremos o efeito disto em outras figuras.

Antes de mostrar os resultados numéricos para as espinodais e seus autovetores no plano  $np$  com  $Y_\Lambda = 0$  e  $Y_\Lambda$  finito, novamente, vamos tratar do problema qualitativamente através da figura 2.13. Para simplificar, devemos ter em mente apenas o caso  $Y_\Lambda = 0$ . Na ilustração, temos uma hipotética região espinodal, um autovetor  $\mathbf{V}^-$  (em azul) no interior desta região, assim como uma reta pontilhada vermelha, que mostra

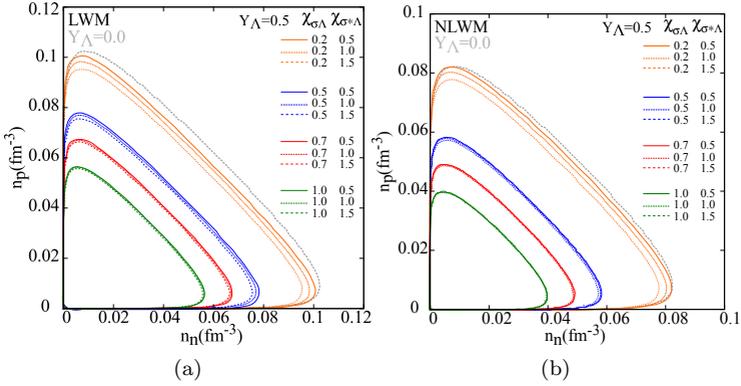


Figura 2.12: Espinodais no plano nêutron-próton nos modelos LWM (a) e NLWM (b) para alguns valores dos parâmetros com  $Y_\Lambda = 0.0$   $Y_\Lambda = 0.5$ .

uma direção para uma fração de prótons arbitrária.

Na figura 2.13 desenhamos um sistema de eixos denotado pela abscissa  $n_n$  e ordenada  $n_p$ , novamente faremos referência a um sistema de coordenadas alternativo, no presente caso é denotado por  $n_1 = n_n + n_p$  e  $n_2 = n_n - n_p$ . Neste sistema, os eixos  $n_1$  e  $n_2$  foram rotacionados quarenta e cinco graus no sentido anti-horário em relação aos eixos  $n_n$  e  $n_p$ . Na matéria nuclear, as direções  $n_1$  e  $n_2$  são as conhecidas direções isoescalar e isovetorial respectivamente. Na mesma figura, temos uma reta que corresponde a  $Y_p = 0.5$  (rosa) e que possui a mesma direção da densidade total  $n_1$  e do vetor  $\mathbf{u}_1$ . Nessa direção há apenas flutuações na densidade bariônica, sendo nula a densidade de assimetria. A reta pontilhada (azul) indica a direção de instabilidade. Os ângulos que estas retas formam com  $n_n$  no sentido anti-horário são mostrados na figura. A reta (verde) possui a mesma direção do vetor  $\mathbf{u}_2$ , isto é, do eixo  $n_2$ , que representa a densidade de assimetria de isospin. Esta direção é conhecida como direção isovetorial, pois há apenas flutuações

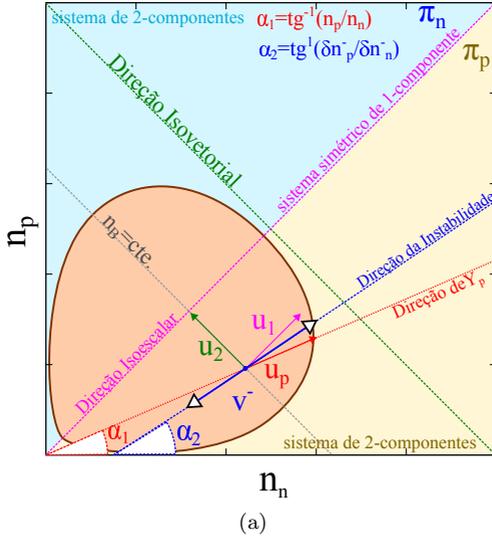


Figura 2.13: Esquema ilustrativo do diagrama de fases  $n_p$ - $n_n$  com um autovetor instável em azul. Linha vermelha pontilhada denota  $Y_p$  e forma o ângulo  $\alpha_1$  com  $n_n$  no sentido anti-horário. A linha azul pontilhada denota a direção de instabilidade e forma o ângulo  $\alpha_2$  com  $n_n$  no sentido anti-horário. Linha pontilhada verde denota a direção em que a densidade bariônica é constante (isovetorial) juntamente com o vetor de base (verde) correspondente. Linha rosa denota  $Y_p = 0.5$  (direção isoescalar) e juntamente com o vetor de base (rosa) correspondente.

na densidade de assimetria  $n_2$ . A reta pontilhada (cinza) tem a mesma direção de  $\mathbf{u}_2$  e corresponde ao valor da coordenada fixa  $n_1$  ( $n_B = \text{cte}$ ), com  $n_2$  variando livremente e, além disso, essa reta passa pelo ponto de instabilidade. A reta que corresponde a  $Y_p = 0.5$  divide o plano  $np$  no semiplano inferior ( $\pi_n$ ) e no semiplano superior ( $\pi_p$ ). No primeiro semiplano, temos um sistema de duas componentes, no qual, obviamente, predominam nêutrons. Já no segundo semiplano, temos um sistema de duas componentes, onde predominam prótons. Sobre a reta que corresponde a  $Y_p = 0.5$ , o sistema satisfaz a condição  $n_p = n_n$  e é

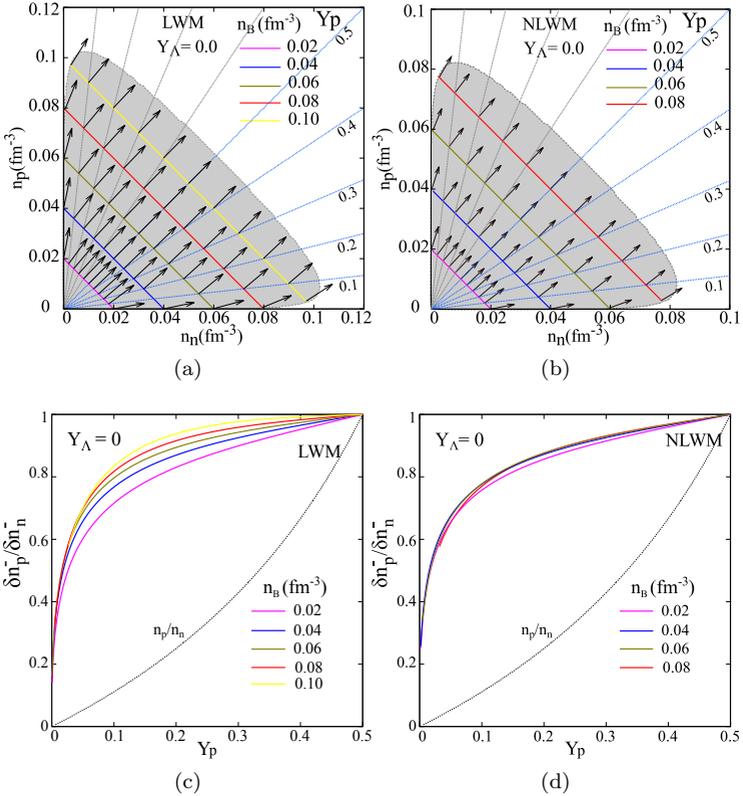


Figura 2.14: Área espínodal no plano nêutron-próton com autovetores e com  $Y_\Lambda = 0.0$  nos modelos LWM (a) e NLWM (b). (c) e (d) mostram a inclinação dos autovetores nos modelos LWM e NLWM.

simétrico, pois a massa do próton é igual à do nêutron e, além disso, os potenciais químicos são idênticos. Na matéria assimétrica, no que diz respeito ao isospin, o nêutron irá sentir uma repulsão, enquanto o próton, uma atração, ambos devido a  $\rho$ , mas, exatamente com  $Y_p = 0.5$ , o sistema permanece indistinto, isto é, passa a ser um sistema de uma componente. A reta pontilhada e o vetor  $\mathbf{u}_p$ , ambos em vermelho, in-

dicam a direção onde a fração de  $Y_p$  permanece constante e sobre esta reta a densidade bariônica e a densidade de assimetria variam a cada ponto. Autovetores que apontam estritamente na direção de  $\mathbf{u}_p$  estão relacionados a uma combinação de instabilidades mecânica (isoscalar) e química (isovetorial). A única exceção é para  $Y_p = 0.5$ , onde a instabilidade é puramente mecânica, isto é, o sistema é simétrico e, portanto, mais simples. Um maneira de ver isso é decompor o vetor  $\mathbf{u}_p$  na base ortogonal  $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$ , desta forma, somente para fração  $Y_p = 0.5$ , o vetor  $\mathbf{u}_p$  tem componente nula na direção isovetorial  $\mathbf{u}_2$ . Como vimos, a projeção do autovetor  $\mathbf{V}^-$  e do vetor  $\mathbf{u}_p$  na direção de um vetor de base do espaço de fases tem importância física, como observamos na figura 2.9. O espaço cartesiano das densidades  $n_n$  e  $n_p$  possui uma base denotada por  $\{\mathbf{u}_n, \mathbf{u}_p\}$  e é equivalente aos vetores  $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$ .

Na figura 2.13, vemos que  $\alpha_1 < \alpha_2$  para o autovetor  $\mathbf{V}^-$  e também que estes ângulos são menores que aquele que corresponde à inclinação da reta  $Y_p = 0.5$  na direção positiva de  $n_n$ , isto é, quarenta e cinco graus. Quando as inclinações dos autovetores forem tais que  $n_p/n_n < \delta^- n_p / \delta^- n_n < 1$ , então, isto significa que a fase densa (líquido) é mais simétrica que a fase diluída (gás). No caso, especificamente, da matéria  $np$ , as inclinações dos autovetores são chamadas de eficiência para restauração de isospin. Altos valores para a inclinação resultam numa melhor eficiência para restaurar a simetria de isospin (em que  $n_2 = 0$ ), enquanto inclinações baixas estão relacionadas a uma menor eficiência. Note que, na figura 2.13, o autovetor  $\mathbf{V}^-$  tem inclinação menor que  $\mathbf{u}_1$  e maior que  $\mathbf{u}_p$ , o que não foi desenhado por acaso. Veremos adiante que isto é característico do diagrama de fases  $np$  para  $Y_p < 0.5$ . Para  $Y_p > 0.5$ , por sua vez, o padrão é invertido, isto é, o autovetor  $\mathbf{V}^-$  é mais inclinado que  $\mathbf{u}_1$  e menos inclinado que  $\mathbf{u}_p$ . Autovetores que seguem este padrão de orientação em relação ao vetor  $\mathbf{u}_1$  e  $\mathbf{u}_p$  estão

associados às instabilidade isoescalares. Em ambos os casos, ocorre o fenômeno de destilação, o que nos diz que a fase densa (líquido) é mais simétrica que a fase diluída (gás). Agora podemos interpretar melhor e analisar com mais cuidado os resultados numéricos para o sistema  $np$ .

Devido ao efeito sutil da constante de acoplamento  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  nas formas e tamanhos das espinodais, nós selecionamos um valor particular  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$  para estudar os autovetores no plano  $np$ , como será mostrado nas próximas figuras. As áreas espinodais para  $Y_\Lambda = 0.0$  nos modelos LWM e NLWM são exibidas nas figuras 2.14 (a) e (b) com os correspondentes autovetores no plano  $np$ . As figuras 2.14 (c) e (d) mostram as inclinações dos autovetores. Nas figuras 2.14 (a) e (c), as inclinações dos autovetores diminuem em ordem decrescente com a densidade bariônica, isto é, quanto maior a densidade bariônica, maior a inclinação. Note que apenas as inclinações para as frações de prótons  $Y_p < 0.5$  (semiplano inferior  $\pi_n$ ) são mostradas; o outro plano é, por simetria, análogo.

A curva preta pontilhada mostra as inclinações  $n_p/n_n$ , que são os coeficientes angulares das retas e dos vetores  $\mathbf{u}_p$  correspondentes às diferentes frações de prótons. Os autovetores instáveis só têm a mesma inclinação de  $\mathbf{u}_p$  quando  $Y_p = 0.5$ . Para  $Y_p < 0.5$ , os autovetores estão predominantemente apontando na direção isoescalar e a inclinação cai para 0.2 na medida em que  $Y_p \sim 0$ . Em relação ao semiplano superior  $\pi_p$ , os autovetores também estão orientados aproximadamente na direção isoescalar. Esta simetria em relação ao eixo isoescalar mostra que, no semiplano superior, os autovetores são sempre mais inclinados que o vetor  $\mathbf{u}_1$  e menos inclinados que o vetor  $\mathbf{u}_p$ , isto é, os autovetores exibem um padrão espelhado em relação ao eixo isoescalar.

Vejamos o que acontece nas figuras 2.14 (b) e (d) no modelo NLWM. Note que as curvas estão todas sobrepostas, mas, de qualquer

forma, para todos os autovetores considerados, a inclinação se desvia um pouco mais da direção isoescalar do que no modelo LWM. Dito de outra maneira, os autovetores no semiplano inferior  $\pi_n$  são sutilmente menos inclinados que no modelo LWM. Assim, a eficiência para restauração de isospin no modelo LWM é levemente maior que no NLWM. Isto também significa que o efeito de fracionamento (destilação) de isospin tende a ser maior no modelo LWM do que no NLWM. Portanto, a fase de gás é ligeiramente menos assimétrica no NLWM do que no LWM. De fato, podemos analisar as inclinações dos autovetores da seguinte forma: quanto maior a eficiência para restauração de isospin, maior é o efeito de fracionamento (destilação) de isospin, portanto, mais assimétrica é a fase de gás e, conseqüentemente, mais simétrica é a fase líquida. Salvo as pequenas diferenças quantitativas nas inclinações dos modelos LWM e NLWM, podemos concluir que ambos possuem o mesmo tipo de instabilidade isoescalar.

Para as figuras 2.15 (a), (b), (c) e (d), é válida a análise anterior. Estes autovetores mostram a direção da instabilidade no plano  $np$ , embora saibamos que, para  $Y_\Lambda = 0.5$ , a direção de instabilidade não está vinculada ao plano  $np$ , mas possui uma componente na densidade  $n_\Lambda$ . Note que, para  $Y_\Lambda = 0.5$ , a inclinação de  $Y_p = 0.25$  corresponde  $n_p/n_n = 1$ , isto é, a direção isoescalar. Nenhuma diferença pode ser percebida em relação à usual transição líquido-gás: seja qual for a percentagem de  $\Lambda_s$ , a composição  $np$  da fase densa (isto é, os hipernúcleos) não são modificados, ainda que a densidade seja reduzida. Esta conclusão é qualitativamente compatível com recentes estudos em múltiplos hipernúcleos estranhos. Nestes trabalhos, é visto que os *neutron drip lines* são modificados pelas frações de  $\Lambda_s$ , mas estas modificações são essencialmente devido aos efeitos de camadas e coulombianos, os quais não são levados em conta neste trabalho para a matéria infinita. Apesar disto,

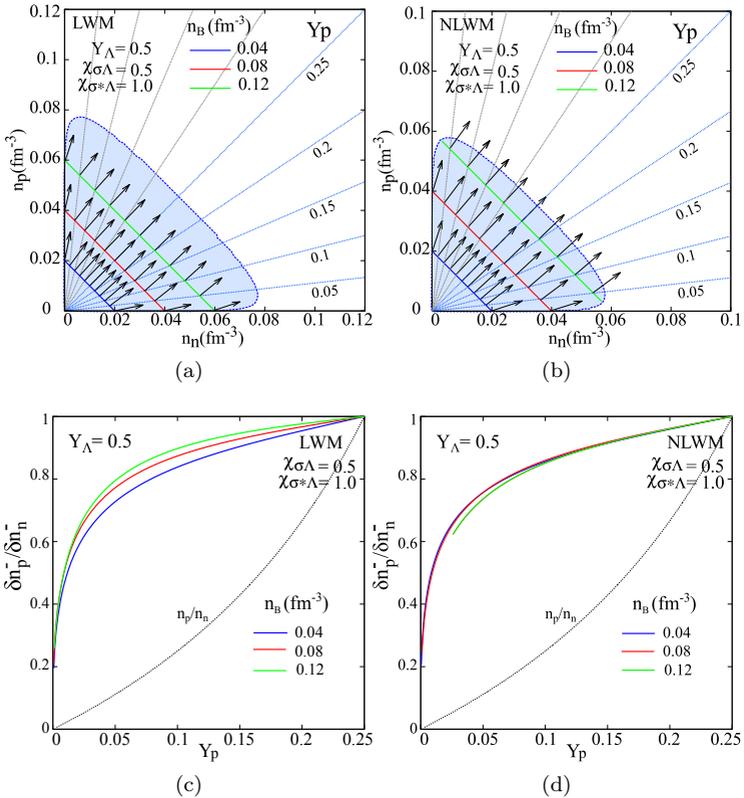


Figura 2.15: Espinodal área no plano nêutron-próton com autovetores e com  $Y_\Lambda = 0.5$  nas parametrizações LWM (a) e NLWM (b) para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ . (c) e (d) mostram a inclinação dos autovetores.

vamos ponderar ao menos qualitativamente sobre a *neutron drip line* e sua dependência com a estranheza. Sabemos da física nuclear que os núcleos admitem receber nêutrons adicionais e ainda assim permanecer estáveis. Esses núcleos são chamados de isótopos e podem ser dispostos numa tabela bidimensional, onde a abscissa representa o número de nêutrons e a ordenada, o número de prótons. A tabela resultante é

conhecida como a tabela de núclídeos, a qual é tão importante para a física nuclear quanto a tabela periódica de Mendeleiev é para a química. Uma combinação arbitrária de prótons e nêutrons não necessariamente irá produzir um núcleo estável, e a *neutron drip line* está relacionada à quantidade limite de nêutrons que podemos adicionar ao sistema e ainda assim obtermos um isótopo estável. Estes nêutrons adicionais se traduzem numa assimetria maior no sistema, portanto podemos calcular a fração de prótons que corresponde à *neutron drip line*  $Y_p^{ND}$  na matéria nuclear assimétrica. Para estimar  $Y_p^{ND}$ , verificamos qual o valor dentro do intervalo  $0 < Y_p < 0.5$  que corresponde ao valor positivo do potencial químico  $\mu_n$  na densidade de saturação da matéria nuclear simétrica (pressão nula). Note que o potencial químico do nêutron para a matéria simétrica possui um mínimo local e é negativo na densidade de saturação. Quando diminuímos a fração de prótons, o potencial químico do nêutron é afetado e se torna menos negativo. Quando um valor positivo do potencial químico emerge na densidade de saturação, então, a fração de prótons correspondente define a *neutron drip line* [82]. A figura 2.16 mostra o resultado para algumas constantes de acoplamento dos híperons com os mésons nos modelos LWM e NLWM. Note que para  $Y_\Lambda = 0$  temos valores muito próximos para *neutron drip line* em todos os casos. A medida que aumentamos  $Y_\Lambda$ , os valores correspondentes a  $Y_p^{ND}$  diminuem. Isto significa que a adição de  $\Lambda$ s no sistema faz com que a tolerância do sistema em receber nêutrons e se manter estável é aumentada. A medida que  $Y_\Lambda$  aumenta, a  $Y_p^{ND}$  assume valores muito pequenos, isto é, valores que correspondem a uma grande assimetria.

Se mudarmos nossa perspectiva do plano  $np$  e nos detivermos por um instante na espinodal tridimensional e, em vez de fixarmos  $Y_\Lambda$ , como na figura 2.12, nós fixarmos a condição da matéria nuclear simétrica  $n_N = 2n_n = 2n_p$ , a fronteira da espinodal resultante do corte pelo

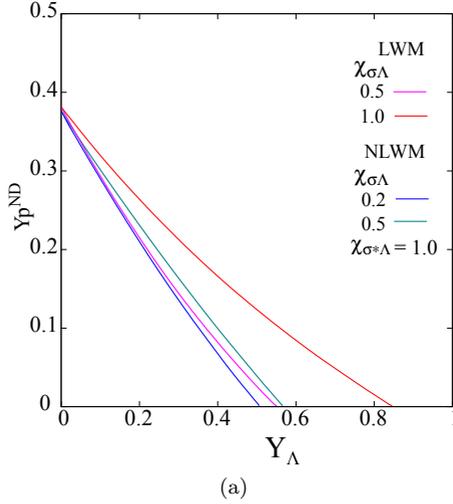


Figura 2.16: *Neutron drip lines* modificados pela inclusão dos  $\Lambda$ s para os modelos LWM e NLWM com diferentes constantes de acoplamento para os híperons.

plano vertical que atravessa a superfície espinodal é similar àquela assinalada por (4) nas figuras 2.11 (a) e (c). Estas novas curvas delimitam as áreas espinodais, como mostrado na figura 2.17 para várias escolhas dos parâmetros de acoplamento. Além disso, a comparação com o modelo *ab initio* na seção 2.7 sugere que o mais realístico diagrama de fases corresponde àquela em que  $\chi_{\sigma\Lambda} \sim (0.2 - 0.5)$ , faixa esta que resulta no funcional de energia do modelo NLWM compreendido entre o funcional de energia resultante dos cálculos AFDMC limitados pelas duas parametrizações (I) e (II), lembrando que estas duas últimas parametrizações levam em conta a interação  $\Lambda n + \Lambda nn$ . O modelo NLWM é mostrado na figura 2.17 e podemos ver que a constante de acoplamento dos mésons estranhos  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  só possui um efeito significativo quando  $\chi_{\sigma\Lambda}$  é pequeno. O efeito de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  é pequeno à medida que aumentamos  $\chi_{\sigma\Lambda}$ . Isto significa que a larga incerteza sobre os mésons estranhos pouco

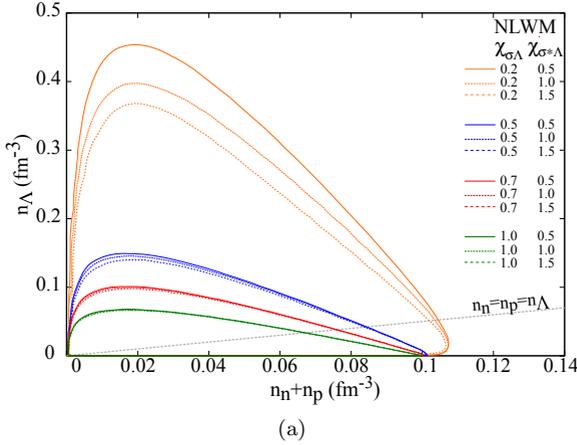


Figura 2.17: Área espinodal no plano nucleon- $\Lambda$  (com  $n_n = n_p$  fixo)  
(a) Contornos coloridos são cortes no volume espinodal no espaço das densidades variando  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  no modelo NLWM.

influencia nos resultados dos cálculos das espinodais. Na figura 2.17, cada curva toca o eixo horizontal quando  $Y_p = 0.5$  (obrigatoriamente  $Y_\Lambda = 0.0$ ), e isto está relacionado ao fato de o sistema  $np$  ser ligado na matéria nuclear simétrica. O eixo horizontal pode ser visto como sendo a direção isoescalar no diagrama de fases  $np$ .

Vale a pena lembrar que, na figura 2.3 (a), fizemos uma certa restrição para  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e, na figura 2.5, comparamos as energias de ligações dos modelos relativísticos com aquelas do modelo *ab initio*. Nesta última análise, verificamos que o aumento arbitrário de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  faz com que o potencial hipernuclear dos  $\Lambda$ s fique muito atrativo. Além disso, faz com que a energia de ligação, que reflete o efeito do aumento da atração, se desvie significativamente dos resultados *ab initio*. Na figura 2.17, vemos que, para  $\chi_{\sigma\Lambda} > 1$ , as instabilidades, devido à estranheza, tendem a desaparecer.

Finalmente, o esquema qualitativo da figura 2.18 mostra uma

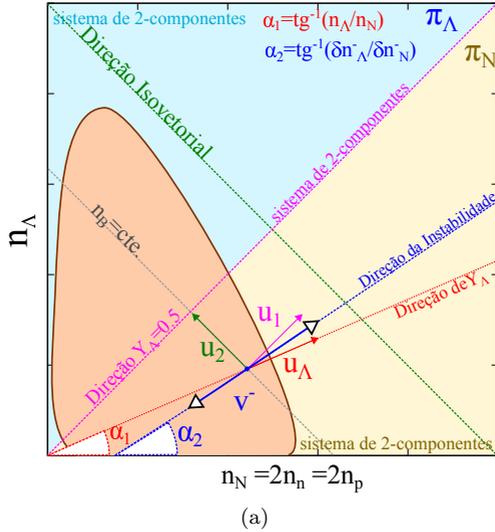


Figura 2.18: Esquema ilustrativo do diagrama de fases  $n_\Lambda$ - $n_N$  com um autovetor instável em azul. Linha vermelha pontilhada denota  $Y_\Lambda$  e forma o ângulo  $\alpha_1$  com  $n_N$  no sentido anti-horário. A linha azul pontilhada denota a direção de instabilidade e forma o ângulo  $\alpha_2$  com  $n_N$  no sentido anti-horário. Linha pontilhada verde denota a direção em que a densidade bariônica é constante juntamente com o vetor de base (verde) correspondente. Linha rosa denota  $Y_\Lambda = 0.5$  e juntamente com o vetor de base (rosa) correspondente.

região espinal no plano  $n_\Lambda$  e  $n_N$ . Esta figura corresponde àquela assinalada por (4) nas figuras 2.11 (a) e (c). O eixo  $n_N$  representa a matéria simétrica  $n_N = 2n_n = 2n_p$  no plano dos nucleons, portanto, na medida que a densidade de  $\Lambda$ s aumenta, a igualdade entre a densidade dos nucleons se mantém. Para  $Y_\Lambda = 0$ , a espinal é simplesmente a conhecida região de estabilidade para matéria nuclear simétrica, mas, por exemplo, para  $Y_\Lambda = 0.2$ , temos que  $Y_n = Y_p = 0.4$ . Podemos ter o caso especial em que  $Y_\Lambda = Y_n = Y_p = 1/3$ , significando que as densidades  $n_\Lambda$ ,  $n_n$  e  $n_p$  são iguais.

Na ilustração da figura 2.18, temos uma hipotética região de espinodal, um autovetor  $\mathbf{V}^-$  dentro da região espinodal, assim como uma reta pontilhada (vermelha), que mostra uma direção para uma fração de  $\Lambda$ s arbitrária. Na figura, temos também uma reta que corresponde a  $Y_\Lambda = 0.5$  (rosa) e tem a mesma direção da coordenada densidade total  $n_1 \equiv n_B$ , que varia de acordo com  $n_1 = n_N + n_\Lambda$ , e do vetor  $\mathbf{u}_1$ . A reta pontilhada em (azul) mostra a direção de instabilidade. Os ângulos que tais retas formam com  $n_N$  no sentido anti-horário são mostrados na figura. A reta (verde) possui a mesma direção da coordenada  $n_2 = n_N - n_\Lambda$  e do vetor  $\mathbf{u}_2$ . Esta direção é similar à direção isovetorial do plano  $np$  da figura 2.13. A reta pontilhada (cinza) passa pelo ponto de instabilidade e tem a mesma direção de  $\mathbf{u}_2$  e corresponde ao valor da coordenada fixa  $n_1$  ( $n_B = \text{cte}$ ), com  $n_2$  variando livremente.

A reta que corresponde a  $Y_\Lambda = 0.5$  divide o plano  $np$  no semiplano inferior ( $\pi_N$ ) e no semiplano superior ( $\pi_\Lambda$ ). No primeiro semiplano, temos um sistema de duas componentes, no qual, obviamente, predomina a matéria nuclear simétrica. Já no segundo semiplano, temos um sistema de duas componentes, onde predominam os  $\Lambda$ s. Sobre a mesma reta, o sistema satisfaz a condição  $n_\Lambda = n_N$ , mas o sistema não é simétrico nesta condição. Novamente, como no plano das densidades de nêutrons e  $\Lambda$ s, a massa dos  $\Lambda$ s são maiores que as dos nucleons. Embora os potenciais químicos dos nucleons sejam sempre simétricos no eixo  $n_N$ , o potencial químico do  $\Lambda$  é alterado pela interação  $\Lambda\Lambda$ , mediada através do méson  $\phi$ . Desta maneira, mesmo com  $Y_\Lambda = 1/3$ , o sistema permanece distinto, isto é, permanece um sistema de duas componentes.

A reta pontilhada e o vetor  $\mathbf{u}_\Lambda$ , ambos em vermelho, indicam a direção onde a fração de  $Y_\Lambda$  permanece constante e, sobre esta reta, a densidade  $n_1$  e a densidade  $n_2$  (exceto em  $Y_\Lambda = 0.5$ ) variam a cada ponto. Autovetores que apontam estritamente na direção de  $\mathbf{u}_\Lambda$  estão

relacionados a instabilidades mecânicas, embora haja uma componente química (isovetorial). A única exceção é para  $Y_\Lambda = 0.5$ , onde a instabilidade é puramente mecânica, embora o sistema não seja simétrico e nem as densidades das partículas sejam iguais. Um maneira de ver isso é decompor o vetor  $\mathbf{u}_\Lambda$  na base ortogonal  $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$ . Desta forma, somente para fração  $Y_\Lambda = 0.5$ , o vetor  $\mathbf{u}_p$  tem componente nula na direção isovetorial  $\mathbf{u}_2$ . Sabemos que a projeção do autovetor  $\mathbf{V}^-$  e do vetor  $\mathbf{u}_\Lambda$  na direção de um vetor de base do espaço de fases tem importância física. O espaço cartesiano das densidades  $n_N$  e  $n_\Lambda$  tem uma base denotada por  $\{\mathbf{u}_N, \mathbf{u}_\Lambda\}$  e é equivalente aos vetores  $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$ . Na figura 2.18, vemos que  $\alpha_1 < \alpha_2$  para o autovetor  $\mathbf{V}^-$  e também estes ângulos são menores que aquele que corresponde à inclinação da reta  $Y_\Lambda = 0.5$  na direção positiva de  $n_N$ , isto é, 45 graus. Quando as inclinações dos autovetores forem tais que  $n_\Lambda/n_N < \delta^- n_\Lambda / \delta^- n_N < 1$ , então, isto significa que a fase densa (líquido) é mais simétrica que a fase diluída (gás).

Altos valores para a inclinação resultam numa melhor eficiência para “restaurar” a igualdade entre  $n_N = n_\Lambda$  (em que  $n_2 = 0$ ), enquanto inclinações baixas estão relacionadas a uma menor eficiência. Como nos casos anteriores, na figura 2.18, o autovetor  $\mathbf{V}^-$  tem inclinação menor que  $\mathbf{u}_1$  e maior que  $\mathbf{u}_p$  e foi desenhado para ilustrar o tipo de instabilidade isoescalar. Observe que a região espinodal não tem uma forma simétrica em relação ao eixo  $n_N = n_\Lambda$ . Adiante, veremos que os autovetores estão orientados de acordo com um eixo de simetria particular, isto é, existe uma orientação aproximada “ideal” dado, por uma fração de  $\Lambda$ s específica, que divide o plano das densidades dos nucleons e dos  $\Lambda$ s em dois semiplanos. No que se refere a esta orientação, queremos dizer apenas que é análogo, à simetria no diagrama de fases  $np$ , na qual a orientação “ideal” é a orientação isoescalar, embora, no plano das densidades dos nucleons e dos  $\Lambda$ s, não ocorra uma simetria exata.

Veremos adiante que isto é característico do diagrama de fases no es-

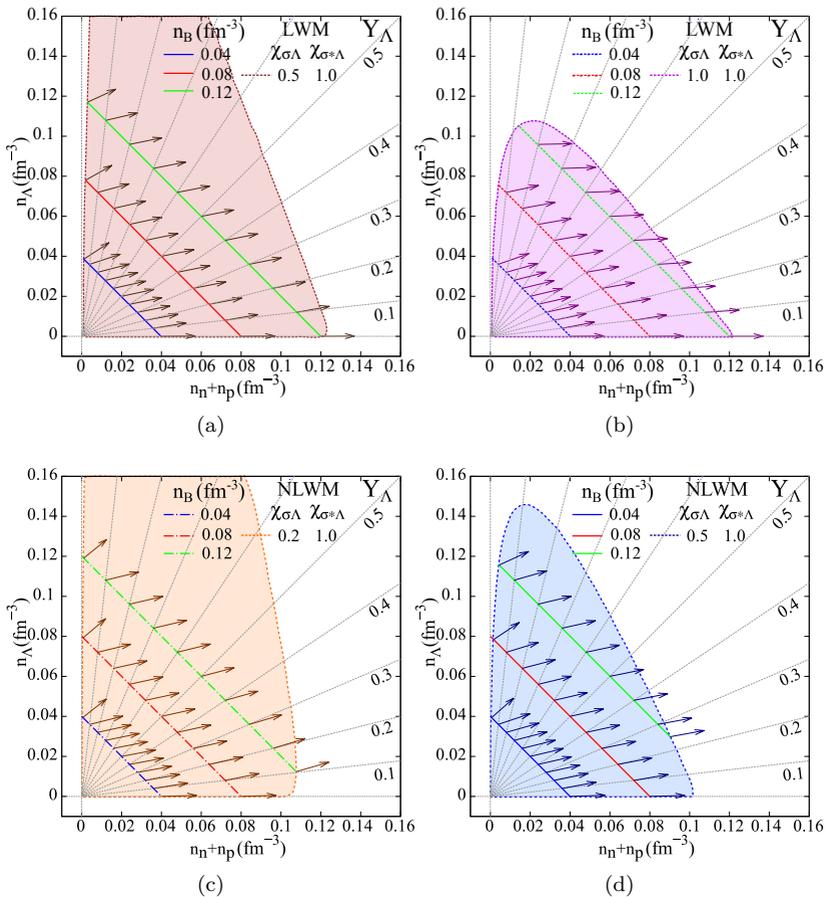


Figura 2.19: (a) e (b) área espinal no plano nucleon- $\Lambda$  (com  $n_n = n_p$  fixo) com os autovetores na parametrização NLWM para alguns valores de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  mantendo fixo  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ . (c) e (d) são análogos a (a) e (b) mas para o modelo NLWM.

paço das densidades dos nucleons e dos  $\Lambda$  para  $Y_\Lambda \lesssim 0.3$ . O valor para  $Y_\Lambda$  que corresponde ao eixo de simetria depende da densidade bariônica

e das constantes de acoplamento dos híperons. A figura 2.19 mostra as espinodais e seus autovetores no plano das densidades dos nucleons e dos  $\Lambda$ s. Nas figuras 2.19 (a) e (b), temos duas diferentes escolhas para a constante de acoplamento  $\chi_{\sigma\Lambda}$  no modelo LWM e, nas figuras 2.19 (c) e (d), duas outras escolhas para  $\chi_{\sigma\Lambda}$  no modelo NLWM. Note que as áreas das espinodais diminuem com o aumento de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e que, por sua vez, afeta o balanço entre repulsão e atração no potencial do  $\Lambda$  de maneira atrativa. Isto ocorre independentemente dos modelos.

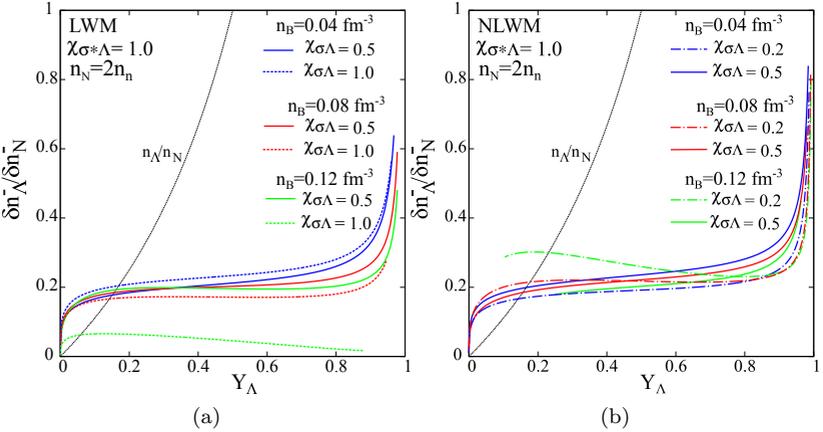


Figura 2.20: Inclinação dos autovetores das áreas espinodais no plano nucleon- $\Lambda$  (com  $n_n = n_p$  fixo) nas parametrizações NLWM para alguns valores dos parâmetros e densidades fixas.

As figuras 2.20 (a) e (b) mostram as inclinações dos autovetores para algumas densidades fixas no interior das áreas espinodais nos modelos LWM e NLWM. A linha pontilhada preta mostra a inclinação  $n_\Lambda/n_N$ , que corresponde à mesma do vetor  $\mathbf{u}_\Lambda$ . Note que a curva de inclinação  $n_\Lambda/n_N$  cruza as demais curvas coloridas dos autovetores no valor de  $Y_\Lambda \sim 0.2$  (com inclinação  $n_\Lambda/n_N \sim 0.2$ ). Na figura 2.20 (a) para  $n_B = 0.12 \text{ fm}^{-3}$  e  $\chi_{\sigma\Lambda} = 1.0$ , ocorre um desvio para valores menores de

inclinação, assim como, na figuras 2.20 (b)  $n_B = 0.12 \text{ fm}^{-3}$  e  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$ , ocorre um desvio para valores maiores de  $\delta^- n_\Lambda / \delta^- n_N$ . Assim, a figura 2.20 mostra que a orientação “ideal” corresponde a  $Y_\Lambda \sim 0.2$  apenas para  $n_B < 0.12 \text{ fm}^{-3}$ . Portanto, qualitativamente, para  $Y_\Lambda < 0.2$ , ocorre o fenômeno de destilação e, na separação de fases, a fase densa (líquido) tende a manter a razão  $n_\Lambda / n_N \sim 0.22$ . Já na fase diluída (gás), a direção de instabilidade aponta para uma fase composta apenas por nucleons simétricos. Note que  $n_\Lambda / n_N \sim 0.22$  não configura a igualdade nas densidades  $n_n = n_p = n_\Lambda$ . Embora tenhamos feito a restrição  $n_B < 0.12 \text{ fm}^{-3}$  para explicar qualitativamente os autovetores, para densidades mais altas, usando  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$  no modelo NLWM, as inclinações dos autovetores estão limitadas a  $\delta^- n_\Lambda / \delta^- n_N \lesssim 0.45$ , o que sugere que, nessas regiões, na separação de fases, a fase densa tende a se aproximar da configuração  $n_N \approx 5n_\Lambda$ .

As figuras 2.21 (a), (b), (c) e (d) mostram as espinodais juntamente com a trajetória correspondente à condição em que  $n_\Lambda / n_N = \delta^- n_\Lambda / \delta^- n_N$ . Os autovetores associados a esta trajetória também são mostrados. Isto significa que para cada ponto sobre a trajetória, os autovetores exibidos são colineares à fração de  $\Lambda$ s correspondente, cuja inclinação é dada por  $n_\Lambda / n_N$ . Note que, nas figuras 2.21 (a) e (d), os autovetores possuem aproximadamente a mesma inclinação e que correspondem à inclinação da fração de  $Y_\Lambda \sim 0.15$ . Já nas figuras 2.21 (b) e (c), as trajetórias são curvilíneas e acontece um desvio na inclinação, portanto, os autovetores que são colineares às suas respectivas frações de  $\Lambda$ s mudam de inclinação com o aumento da densidade bariônica. Este não é o comportamento exibido no diagrama de fases da matéria  $np$  em que há um alinhamento dos autovetores, que são colineares as suas respectivas frações de prótons, e esse alinhamento se dá somente na direção isoescalar com  $Y_p = 0.5$  independente da densidade bariô-

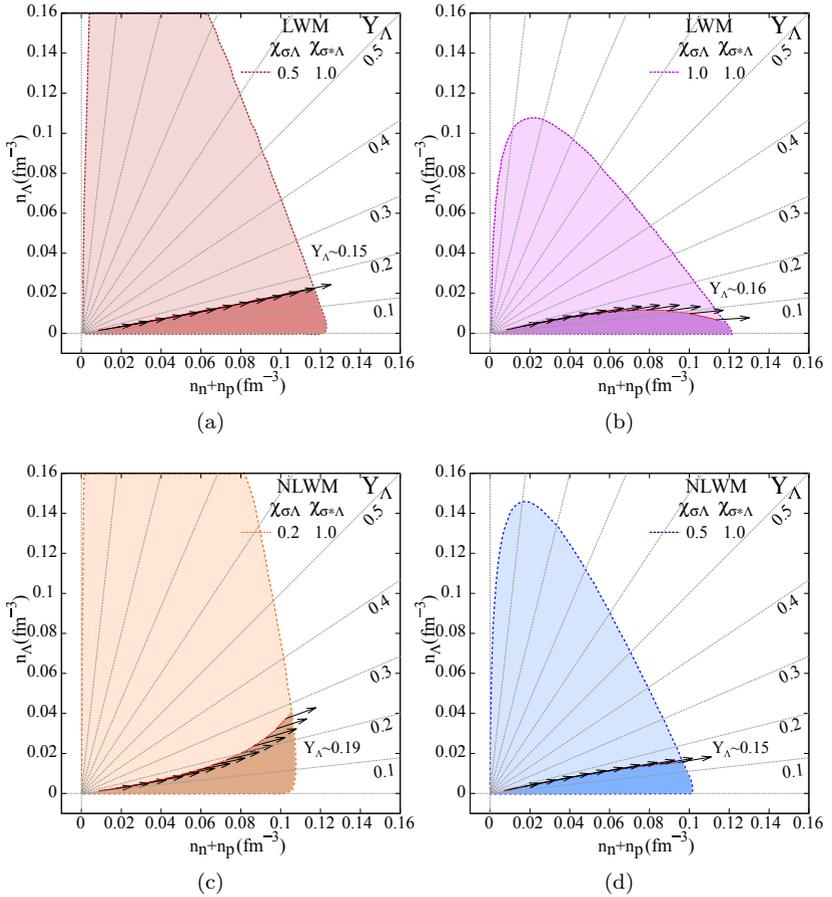


Figura 2.21: (a) e (b) área espínodal no plano nucleon- $\Lambda$  (com  $n_n = n_p$  fixo) para as trajetórias definidas por  $n_\Lambda/n_N = \delta^- n_\Lambda / \delta^- n_N$  com seus autovetores correspondentes nas parametrizações LWM para alguns valores de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  mantendo fixo  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ . (c) e (d) são análogos a (a) e (b) mas para a parametrização do modelo NLWM e para alguns valores de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  mantendo fixo  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ .

nica. As figuras 2.21 (a) e (d) chegam mais próximo desta situação para uma direção  $Y_\Lambda \approx 0.15$ .

Cada ponto dentro da região espinodal tem um autovetor “instável” associado e podemos também relacioná-lo a uma densidade bariônica fixa ( $n_B$ ) e a uma fração de  $\Lambda$ s fixa ( $Y_\Lambda$ ). A região sombreada denota todos os pontos em que os autovetores possuem inclinação  $\delta^- n_\Lambda / \delta^- n_N > n_\Lambda / n_N$ . A direção em que ocorre a separação de fases é a mesma do autovetor, portanto, nas regiões sombreadas, a fase diluída sempre remete a um sistema simples de uma componente formado apenas por nucleons simétricos. Já na fase densa, ocorre uma mistura de nucleons simétricos e  $\Lambda$ s. Fora da região sombreada tanto na fase diluída quanto na fase densa temos uma composição de nucleons simétricos e  $\Lambda$ s.

Desta última análise, podemos concluir que o diagrama de fases no plano das densidades dos nucleons e dos  $\Lambda$ s é mais complexo que o diagrama de fases da matéria nuclear assimétrica  $np$ . As espinodais e os autovetores não possuem uma simetria simples. A orientação dos autovetores possui um padrão regular, embora não em toda a área espinodal. De fato, isto é uma característica independente dos modelos e das escolhas das constantes de acoplamento.

A igualdade  $n_\Lambda = n_N$  corresponde a  $Y_\Lambda = Y_N = 0.5$  com a densidade total  $n_B$  variando livremente ou, ainda,  $Y_\Lambda = 0.5$  e  $Y_n = Y_p = 0.25$  com  $n_B$  variando. Note que uma configuração simétrica entre as densidades é quando fixamos  $Y_\Lambda = Y_n = Y_p = 1/3$ , que corresponde a  $n_\Lambda / n_N = 0.5$ . Podemos notar que quase todos os autovetores possuem inclinação  $\delta^- n_\Lambda / \delta^- n_N < 0.5$  exceto para altas frações de  $\Lambda$ s.

A fase líquida corresponde ao hipernúcleo, enquanto a fase diluída pode corresponder a um gás de uma componente simetricamente composto por prótons e nêutron ou gás formado predominantemente por  $\Lambda$ s embora contendo nucleons simétricos. Agora podemos interpretar melhor e analisar com mais cuidado os resultados numéricos para o

sistema de nucleons simétricos e  $\Lambda$ s. Mesmo que os cálculos possam ser pouco realísticos para frações de  $\Lambda$ s muito altas, nós podemos concluir que a transição de fases líquido-gás permanece presente nos sistemas com estranheza.

Finalmente, na figura 2.19 vimos a área espinodal e os autovetores instáveis no plano  $\Lambda$ -nucleon nos modelos LWM e NLWM. Podemos ver uma componente não nula do parâmetro de ordem ao longo da direção  $n_\Lambda$ , significando que a densidade de  $\Lambda$ s é um outro parâmetro de ordem da transição de fases, ou, em outras palavras, que a fase densa é também a fase com alto conteúdo de matéria estranha. Nessas figuras, desenhamos as linhas de frações de  $\Lambda$ s constantes e verificamos que os autovetores não são exatamente colineares a elas, mas são ligeiramente menos inclinados se  $Y_\Lambda \gtrsim 0.2$  ou mais inclinados quando  $Y_\Lambda \lesssim 0.2$ . Isto significa que a direção da separação de fases tende a ter uma igual composição, isto é, a fase densa é mais simétrica que a fase diluída. Isto é conhecido como o fenômeno de destilação e é característico da transição de fases líquido-gás com mais de um componente e aqui é observado na presença da estranheza. Este resultado termodinâmico é compatível com a observação na referência [83] em que  $\Lambda$ s produzidos nas colisões de íons pesados podem ser enfileirados em agrupamentos (na fase densa) em vez de serem emitidos como partícula livre (como gás).

## 2.10 Conclusões Parciais: Baixas Densidades

A primeira parte deste trabalho aborda a fenomenologia da transição de fases líquido-gás na matéria bariônica com a inclusão da estranheza no contexto dos modelos relativísticos e não relativísticos *ab initio* [46]. A versão linear assim como a não-linear dos modelos QHD II são empregadas para estudar o digrama de fases do sistema  $np\Lambda$

nas densidades de subsaturação. As incertezas a cerca das constantes de acoplamento dos  $\Lambda$  com os mésons são reduzidas levando em conta restrições experimentais do potencial hipernuclear do  $\Lambda$  na matéria nuclear simétrica, assim como o vínculo do potencial  $U_{\Lambda}^{\Lambda}$  com os dados experimentais da energia de ligação  $\Delta B_{\Lambda\Lambda}$  da matéria hipernuclear nos experimentos de sistemas *double- $\Lambda$ s*. No modelo *ab initio*, por meio de parametrizações analíticas da densidade de energia, ainda que para um sistema simplificado  $n\Lambda$ , realizamos comparações com os modelos relativísticos. A comparação da energia de ligação do modelo *ab initio* com os modelos relativísticos foi relevante na discussão das constantes de acoplamentos dos  $\Lambda$ s com os mésons. As espinodais, em ambos os casos, foram comparadas e identificamos o mesmo tipo de região espinodal, embora haja algumas peculiaridades em cada caso. No modelo *ab initio*, a área espinodal é grande para a interação atrativa de dois corpos e diminui à medida que consideramos interações de três corpos cada vez mais repulsivas. Já, nos modelos relativísticos, são as constantes de acoplamento dos  $\Lambda$ s com os mésons que ajustam a atração e a repulsão. Devido ao pequeno valor atrativo do potencial  $U_{\Lambda}^{\Lambda}$ , os mésons estranhos têm menor relevância na área espinodal. Contudo, concluímos que, à medida que aumentamos a atração no sistema via méson  $\sigma$  e  $\sigma^*$ , as áreas espinodais diminuem. As espinodais para os potenciais hipernucleares mais repulsivos, em baixas densidades, são as que possuem maior tamanho. Esta diferença entre o modelo *ab initio* e os modelos relativísticos se deve principalmente às diferentes formas funcionais de energia. Nos modelos relativísticos, a energia tem uma dependência não trivial com as constantes de acoplamento, enquanto, no caso *ab initio*, a densidade de energia depende de maneira simples das constantes atrativas e repulsivas nas parametrização de dois e três corpos. O diagrama de fases para o sistema  $np\Lambda$  foi estudado com detalhes,

mas, para isso, tomamos somente alguns planos do volume espinodal no espaço tridimensional das densidades. A transição de fases líquido-gás no plano  $np$  é preservada com a adição da estranheza. Os autovetores mantêm a orientação próxima à direção isoescalar, como ocorre na matéria nuclear ordinária. No plano das densidades de nucleons simétricos versus densidade de  $\Lambda$ s, através da decomposição espinodal, encontramos uma região de instabilidade bastante interessante. Verificamos que existe uma dependência da área espinodal com as constantes de acoplamento, embora em menor relevância para as constantes dos mésons estranhos. No diagrama de fases no plano  $np$  a direção isoescalar divide o plano em dois semiplanos e os autovetores instáveis nesses planos possuem uma simetria de reflexão por esse eixo. Já no plano das densidades de nucleons simétricos versus densidade de  $\Lambda$ s, temos um comportamento diferente e isto é devido à estranheza, contudo, os autovetores apontam para uma certa direção preferencial que depende fracamente da densidade bariônica. Para as escolhas consideradas das constantes de acoplamento e para todas as densidades bariônicas que resultam em instabilidades, a inclinação de tal direção fica na faixa de  $n_\Lambda/n_N \sim 0.15 - 0.28$ . Constatamos que o fenômeno de destilação indica que a fase densa (líquido) tende a ser mais simétrica em relação à igualdade das densidades do que a fase diluída (gás). Calculamos também a fração de prótons que corresponde à *neutron drip line*  $Y_p^{N,D}$  na matéria nuclear assimétrica, isto é, para pressão nula e, obviamente, na densidade de saturação, verificamos qual o valor de  $Y_p$  que corresponde a um valor positivo do potencial químico  $\mu_n$  e, portanto, encontramos que  $Y_p^{N,D} = 0.37$ . Verificamos que, ao adicionar  $\Lambda$ s ao sistema  $np$ , a fração  $Y_p^{N,D}$  assume valores cada vez menores, isto é, a faixa que corresponde à *neutron drip line* se torna mais assimétrica em relação aos nucleons quando os  $\Lambda$ s estão presentes. Portanto, espera-se que, para núcleos fi-

nitios, a presença de um ou mais  $\Lambda$ s se traduza no aumento do número de nêutrons que um núcleo possa suportar [82].

### 3 ALTAS DENSIDADES E A MATÉRIA ESTELAR

No final do capítulo 2, estudamos as instabilidades da matéria estranha no contexto dos modelos efetivos relativísticos. Verificamos que, para um sistema composto por nêutrons, prótons e  $\Lambda$ s, nas densidades sub nucleares, a transição de fases líquido-gás da matéria nuclear é preservada com a adição da estranheza. Discutimos também o papel dos mésons estranhos, os vínculos com os potenciais hipernucleares, os fenômenos de distilação, as *neutron drip lines* e comparamos diferentes modelos relativísticos com uma recente proposta *ab initio*.

Sabemos que em altas densidades, isto é, acima da densidade de saturação nuclear, a matéria bariônica pode ser encontrada em situações extremas. Com a ajuda do diagrama de fases da QCD, podemos entender quais são as situações físicas que envolvem eventos com densidades e temperaturas tão extremas. Estamos interessados na matéria hadrônica neutra em temperatura zero presente no interior das estrelas de nêutrons. Uma estrela de nêutrons possui pequenas frações de prótons e elétrons em equilíbrio de carga. Para grandes momentos de Fermi, a criação dos híperons é favorecida pelo princípio de exclusão de Pauli. Qual dos híperons do octeto aparece primeiro à medida que o momento de Fermi aumenta? A resposta para isso é dependente do modelo e, portanto, depende das escolhas para as constantes de acoplamento dos híperons do octeto com os mésons considerados. No modelo NLWM, com as parametrizações GM1 e SU(6), para as constantes dos híperons com os mésons ( $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\phi$ ), os  $\Lambda$ s aparecem antes que os demais híperons [36]. Alternativamente, podemos usar  $\chi_{\omega H} = 0.7$  juntamente com  $U_{\Lambda}^N = -28$  MeV para fixar  $\chi_{\sigma H}$ , onde  $H$  denota os híperons do octeto e  $\chi_{\omega H} = \chi_{\phi H}$ , assim, o híperon  $\Sigma^-$  aparece antes que o  $\Lambda$  [26].

Para simplificar o problema das espinodais em altas densidades,

caso ocorram, vamos considerar o diagrama de fases da matéria de nêutrons e  $\Lambda$ s numa região de até  $n_B \sim 4n_0$ . Como as estrelas de nêutrons são formadas praticamente por nêutrons, estamos negligenciando a presença dos prótons e elétrons. Portanto, a análise deste capítulo é apenas uma aproximação para a matéria no interior das estrelas. A motivação para a análise subsequente é que, em baixas densidades, à medida que adicionamos  $\Lambda$ s ao sistema puro de nêutrons, a energia de ligação apresenta um mínimo local. Isto é, analogamente ao caso da matéria nuclear, quando adicionamos prótons em vez de  $\Lambda$ s, uma região de instabilidade emerge no sistema. Portanto, em baixas densidades, aparece uma região espinodal no sistema composto por nêutrons e  $\Lambda$ s. Existem regiões de instabilidades, no espaço de fases, para altas densidades no digrama de fases da matéria  $n\Lambda$ ? Para responder esta pergunta, vamos levar em conta o modelo não relativístico *ab initio* e os modelos relativísticos NLWM.

### 3.1 Resultados: Altas Densidades

Vimos no capítulo 2.9 alguns resultados de cálculos *ab initio* em baixas densidades e analisamos diferentes parametrizações do modelo AFDMC. No sistema considerado, contávamos com a presença das forças de dois corpos  $\Lambda n$ , ou com as forças adicionais de três corpos  $\Lambda n + \Lambda nn$  (I) e  $\Lambda n + \Lambda nn$  (II).

A figura 3.1 mostra um amplo diagrama de fases, onde há uma grande região de instabilidade. Nesta figura, apenas a interação  $\Lambda n$  é considerada e tem um efeito bastante atrativo no sistema. A linha verde que aparece na figura é a trajetória de equilíbrio, onde impomos a condição  $\mu_n = \mu_\Lambda$ , e, quando esta condição não pode ser satisfeita, vale então a seguinte igualdade  $\mu_\Lambda = 0$ . Esta última condição implica num sistema puro de nêutrons, isto é,  $n_\Lambda = 0$ . A trajetória de equilíbrio con-

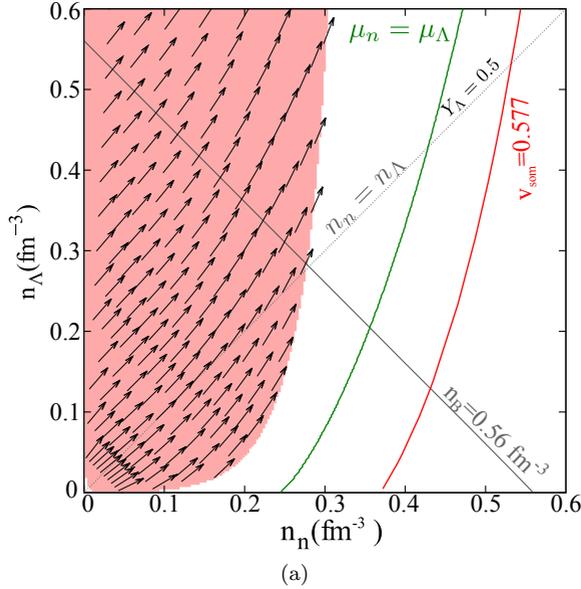


Figura 3.1: Área espínodal com os autovetores no plano nêutron-lambda no modelo AFDMC com  $\Lambda_n$ . A trajetória verde corresponde ao equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  e a curva vermelha corresponde à velocidade do som, onde  $c$  velocidade da luz.

siste, portanto, em dois pedaços: primeiro, o segmento para a condição  $\mu_\Lambda = 0$ , que, no diagrama de fases, está sobre o eixo  $n_n$ ; e um outro segmento, que surge quando a presença dos  $\Lambda$ s é então favorecida, respeitando a imposição  $\mu_n = \mu_\Lambda$ . Este último segmento começa quando termina o primeiro, isto é, quando termina a trajetória de equilíbrio para  $\mu_\Lambda = 0$ . Isto é natural, pois, se não houver  $\Lambda$ s no sistema, a condição de equilíbrio passa a ser automaticamente a igualdade  $\mu_\Lambda = 0$ . Nas figuras deste capítulo, omitiremos o segmento da trajetória de equilíbrio para a condição  $\mu_\Lambda = 0$ , pois esta linha está sobre o eixo  $n_n$ .

Na figura 3.1, vemos claramente que não há superposição da trajetória de equilíbrio com a área espínodal hachurada. Isto quer dizer

que, na condição de equilíbrio, não há instabilidades. Vale a pena lembrar que a espinodal representada não toca o eixo  $n_n$  e, portanto, não toca a trajetória de equilíbrio quando os  $\Lambda$ s ainda não estão presentes. A linha vermelha representa o limite para a velocidade do som na matéria  $n\Lambda$ , considerando que a velocidade do som em qualquer meio deve ser menor do que a velocidade da luz no vácuo dividido por  $\sqrt{3}$  [84]. No modelo *ab initio*, a densidade de energia adquire uma forma funcional a partir dos ajustes feitos nos cálculos de Monte Carlo. A densidade bariônica, limite na qual o ajuste é feito, é mostrada na linha cinza  $n_B = 0.56 \text{ fm}^{-3}$ .

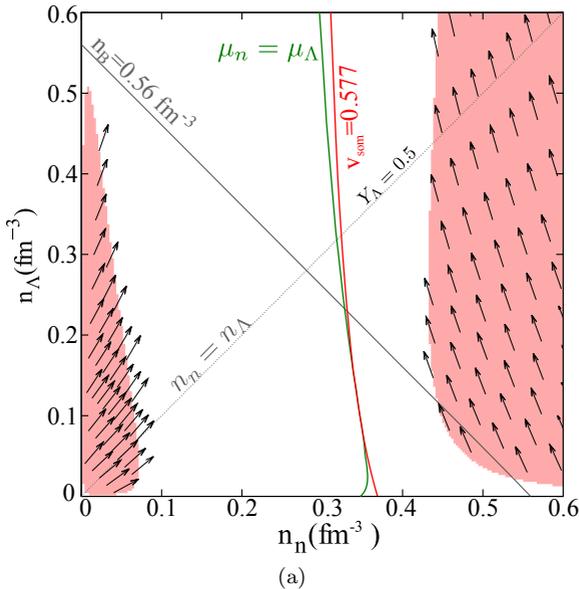


Figura 3.2: Área espinodal com os autovetores no plano nêutron-lambda no modelo AFDMC com  $\Lambda n + \Lambda nn$  (I). A trajetória verde corresponde ao equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  e a curva vermelha corresponde à velocidade do som, onde  $c$  velocidade da luz.

A figura 3.2 mostra o diagrama de fases quando levamos em

conta a interação  $\Lambda_n + \Lambda_{nn}$  (I). O termo adicional de três corpos  $\Lambda_{nn}$  tem caráter repulsivo e o reflexo disto no diagrama de fases é o aparecimento de uma nova região espinodal em altas densidades. Novamente, a figura mostra a trajetória de equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  e o limite para velocidade do som. Note que as curvas estão muito próximas. Vemos também que a curva  $\mu_n = \mu_\Lambda$  não se sobrepõem as regiões de instabilidade, o que significa que a matéria em equilíbrio não é instável em baixas densidades e tampouco em altas densidades. A região espinodal em baixas densidades é conhecida do capítulo 2.9, assim como a direção de instabilidade representada nos autovetores. Em altas densidades, na região espinodal, os autovetores apontam predominantemente na direção onde a densidade bariônica é fixa, embora haja uma componente do autovetor na direção em que há flutuações na densidade bariônica total. Apesar do surgimento de uma zona de instabilidade em altas densidades, a velocidade do som nessas regiões é maior que o limite indicado na curva vermelha ( $v_{\text{som}}^2 = 1/3$ ) [84]. A curva que corresponde  $v_{\text{som}}^2 = 1$  também é mostrada na figura 3.2.

A parametrização  $\Lambda_n + \Lambda_{nn}$  (II) tem um caráter mais repulsivo que a parametrização (I) e o efeito disto no diagrama de fases é exibido na figura 3.3. Com a parametrização (II), a região espinodal em baixas densidades diminui quando comparada à parametrização (I), e isto já havíamos verificado em capítulos anteriores. Utilizando o mesmo tipo de comparação entre (I) e (II), agora para altas densidades, nota-se que a zona espinodal, no diagrama da figura 3.3 (parametrização (II)), está mais à esquerda do que aquela mostrada na figura 3.2 (parametrização (I)). A maior diferença entre as parametrizações é que existe superposição da trajetória de equilíbrio,  $\mu_n = \mu_\Lambda$ , com a região espinodal em altas densidades (parametrização (II)). Já, para a condição de equilíbrio  $\mu_\Lambda = 0$ , não há instabilidades, pois as espinodais nas regiões de

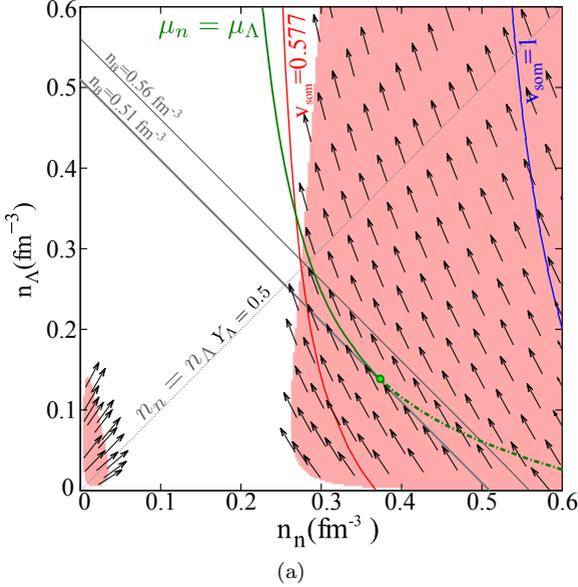


Figura 3.3: Área espinal com os autovetores no plano nêutron-lambda no modelo AFDMC com  $\Lambda_n + \Lambda_{nn}$  (II). A trajetória verde corresponde ao equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  e a curva vermelha corresponde à velocidade do som onde  $c$  velocidade da luz.

baixas densidades, não tocam o eixo  $n_n$ . Antes de analisar com detalhes estes resultados, note que a velocidade do som limite ( $v_{\text{som}}^2 = 1/3$ ) aparece em densidades mais baixas que a trajetória de equilíbrio. Contudo, toda a trajetória de equilíbrio respeita o máximo limite  $v_{\text{som}}^2 = 1$ . Desta forma a parametrização (II) viola a conjectura da velocidade máxima do som no meio,  $0 < v_{\text{som}}^2 < 1/3$ , numa ampla região do diagrama de fases. Além disso, a trajetória só satisfaz a conjectura numa região fora da espinal. Na figura 3.3, podemos perceber que as linhas diagonais que representam as densidades bariônicas fixas cortam a trajetória de equilíbrio em dois pontos, exceto no ponto verde em destaque. Veremos adiante que a trajetória deve ser única e para cada densidade bariônica

fixa, portanto, o valor da energia por bárion deve ser o menor entre os dois valores. É importante notar que, pelo ponto destacado, passa a reta que corresponde a  $Y_\Lambda \sim 0.27$  e que esta é a maior fração de  $\Lambda$ s utilizada no ajuste dos cálculos de Monte Carlo. Para frações  $Y_\Lambda > 0.27$ , a forma funcional da densidade de energia não é conhecida através de cálculos *ab initio*, podendo ter uma curvatura positiva ou não. O ajuste que utilizamos apresenta regiões de instabilidades em altas densidades como pode ser visto na figura 3.2 e na figura 3.3. Com todas estas ressalvas, vamos verificar o que acontece com a direção dos autovetores em altas densidades.

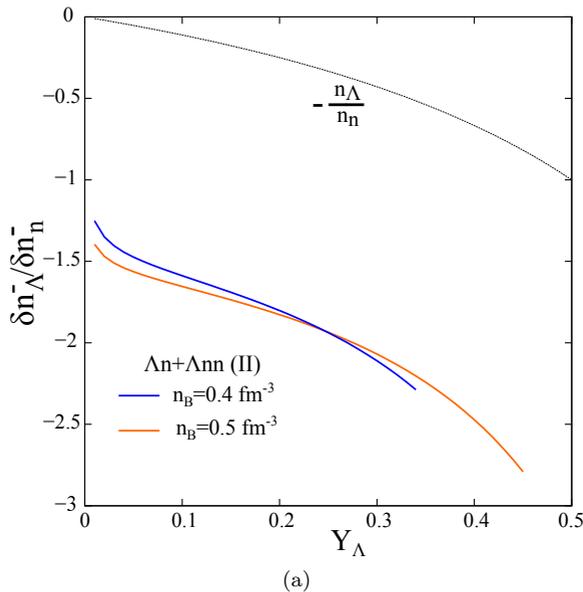


Figura 3.4: Inclinação  $\delta^- n_\Lambda / \delta^- n_n$ , em altas densidades, dos autovetores no modelo AFDMC com  $\Lambda n + \Lambda n n$  (II) juntamente com as inclinações  $-n_\Lambda / n_n$ .

A figura 3.4 mostra a inclinação  $\delta^- n_\Lambda / \delta^- n_n$  dos autovetores na

região espínodal em altas densidades. A linha pontilhada mostra a inclinação que corresponde à direção isovetorial  $n_\Lambda/n_n = -1$  e a curva  $-n_\Lambda/n_n$  mostra as inclinações para diversas frações de  $\Lambda$ s. As instabilidades encontradas possuem tanto flutuações na densidade total quanto flutuações na fração de  $\Lambda$ s. À medida que  $Y_\Lambda \rightarrow 0.5$ , a inclinação  $\delta^- n_\Lambda/\delta^- n_n$  se desvia cada vez mais da direção isovetorial  $n_\Lambda/n_n = -1$ .

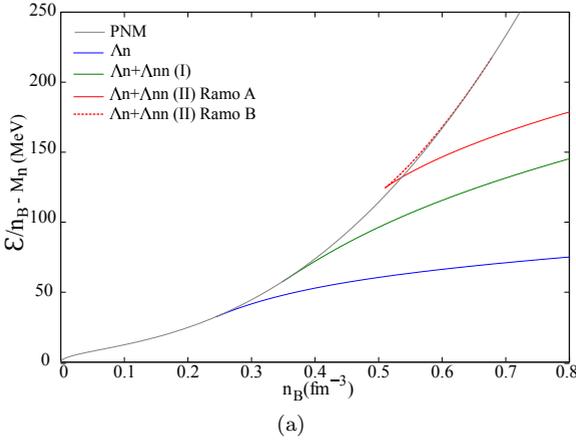


Figura 3.5: Energia de ligação  $\varepsilon/n_B - M_n$  para matéria em equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  em função da densidade bariônica no modelo AFDMC com  $\Lambda$ n,  $\Lambda$ n+ $\Lambda$ nn (I) e  $\Lambda$ n+ $\Lambda$ nn (II). A figura mostra também a curva da energia por bárion para matéria pura de nêutrons PNM.

A energia de ligação nas três parametrizações na condição de equilíbrio é mostrada na figura 3.5. A figura também mostra energia de ligação da matéria pura de nêutrons PNM, onde  $n_B = n_n$ . A curva azul representa a energia de ligação numa mistura de nêutrons e  $\Lambda$ s na parametrização de dois corpos  $\Lambda$ n. Note que o caráter atrativo da força faz com que a energia de ligação seja bem menor que a curva PNM. A parametrização  $\Lambda$ n+ $\Lambda$ nn (I), que é mais repulsiva que  $\Lambda$ n, faz a energia por bárion aumentar. A parametrização  $\Lambda$ n+ $\Lambda$ nn (II) é ainda mais

repulsiva que a última e podemos ver que há uma ramificação, isto é, há duas soluções possíveis para a energia de ligação. O ramo da curva que tiver menor energia corresponde à solução mais estável. Nas figuras, será indicado pela expressão “menor”, caso contrário, para o ramo de maior energia, denotaremos por “maior”.

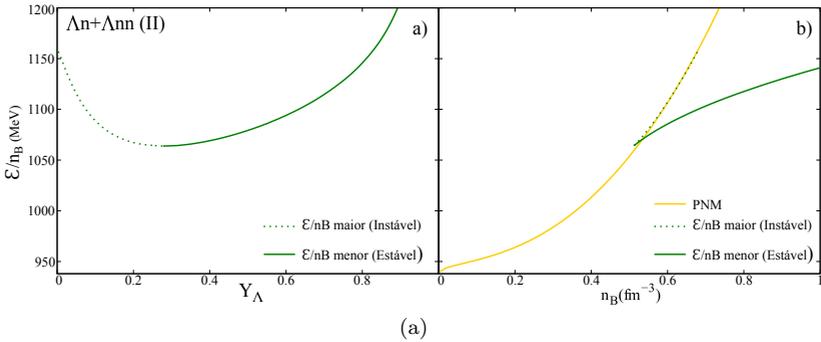


Figura 3.6: Energia por bárion  $\varepsilon/n_B$  para matéria em equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  em função da fração de  $\Lambda$  (esquerda) e da densidade bariônica (direita) no modelo AFDMC com  $\Lambda n + \Lambda n n$  (II). A figura mostra também a curva da energia por bárion para matéria pura de nêutrons PNM.

Vamos olhar com mais atenção para a ramificação que aparece na energia de ligação da figura 3.5. A figura 3.6 mostra dois painéis para energia por bárion (a massa  $M_n$  não está incluída) em função da fração de  $\Lambda$ s e outro em função da densidade bariônica. Consideramos somente a parametrização  $\Lambda n + \Lambda n n$  (II) e a PNM na figura 3.6 (b). Na figura 3.6 (a), o mínimo da curva acontece em  $Y_\Lambda = 0.27$  e o ramo da curva verde denotado pela linha cheia tem a menor energia. Para verificar isto diretamente, basta olhar para a figura 3.6 (b). No diagrama de fases da figura 3.3, o ponto verde destacado corresponde ao mínimo da figura 3.6 (b). Note que, na figura 3.3, o segmento verde pontilhado da trajetória correspondente à solução de maior energia foi desenhado de propósito. Agora fica claro que, para o ramo de menor energia, a trajetória de

equilíbrio passa pela área espinodal, embora o sistema viole a conjectura  $0 < v_{\text{som}}^2 < 1/3$ . Ainda no ramo de menor energia da trajetória de equilíbrio, há um segmento da curva verde que obedece a conjectura para o limite da velocidade do som no meio, embora tal seguimento se encontre totalmente fora da região espinodal. Além do mais, como já mencionamos, o modelo *ab initio* foi ajustado para alguns valores discretos da fração de  $\Lambda$ s compreendidos no intervalo  $0 < Y_\Lambda < 0.27$ . É justamente neste intervalo que aparece o ramo de maior energia. Se ignorarmos o ramo de menor energia, devido às limitações dos ajustes no modelo e tomarmos o ramo de maior energia (ver figura 3.6 (b)), então, podemos ver que este ramo coincide com a energia por nucleon da matéria pura de nêutrons. É útil olhar para o gráfico da fração de partículas pela densidade bariônica e identificar os ramos de maior e menor energia na parametrização  $\Lambda n + \Lambda nn$  (II).

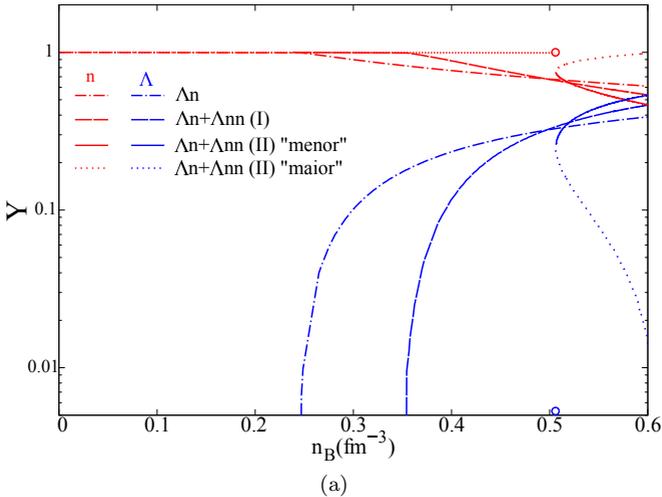


Figura 3.7: População relativa das partículas para matéria em equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  em função da densidade bariônica no modelo AFDMC com  $\Lambda n$ ,  $\Lambda n + \Lambda nn$  (I) e  $\Lambda n + \Lambda nn$  (II).

A figura 3.7 mostra a fração de partículas pela densidade bariônica no modelo AFDMC. Na parametrização mais atrativa,  $\Lambda_n$ , os  $\Lambda$ s aparecem primeiro quando comparado a  $\Lambda_n + \Lambda_{nn}$  (I). Na parametrização  $\Lambda_n + \Lambda_{nn}$  (II) na densidade  $n_B = 0.51 \text{ fm}^{-3}$ , temos uma única solução para cada fração de partícula. Para  $n_B < 0.51 \text{ fm}^{-3}$ , vale a condição de equilíbrio  $\mu_\Lambda = 0$ , isto é, há apenas nêutrons e, portanto, a fração de nêutron é igual a unidade. Para  $n_B > 0.51 \text{ fm}^{-3}$ , aparecem duas soluções associadas aos nêutrons e aos  $\Lambda$ s. Os ramos de menor energia são representados em linha cheia e os de maior energia, pelas linhas pontilhadas. Tomemos o ramo de maior energia, denotado pela linha pontilhada. Se acompanharmos  $Y_\Lambda$  com o aumento da densidade bariônica, vemos que a fração de  $\Lambda$ s é zero até  $n_B = 0.51 \text{ fm}^{-3}$  e, de repente, salta para valores finitos e, à medida que a densidade aumenta, a fração de  $\Lambda$ s volta a diminuir. Este salto também aparece na fração de nêutron, que é  $Y_n = 1$  até  $n_B = 0.51 \text{ fm}^{-3}$  e de repente salta para valores menores. Aumentando a densidade, a fração de nêutrons volta a crescer até que o sistema se torne exclusivamente formado de nêutrons. Para o ramo de menor energia, linhas cheias, também há saltos na fração de  $\Lambda$ s e de nêutrons, mas o comportamento das frações de partículas é o inverso do descrito para o caso de maior energia. Novamente, se ignorarmos o ramo de menor energia, devido às limitações do ajuste e tomarmos o ramo de maior energia, vemos que, apesar de coincidir com a curva PNM, há uma mistura de nêutron e  $\Lambda$ s.

Vimos em detalhes o diagrama de fases para matéria  $n\Lambda$  numa vasta região de densidades. Calculamos as trajetórias de equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  em cada parametrização no modelo AFDMC. Obtivemos a curva para o velocidade do som com respeito a conjetura  $0 < v_{\text{som}}^2 < 1/3$ . Discutimos as restrições nas densidades e na fração de  $\Lambda$ s inerentes ao ajuste no modelo AFDMC. Verificamos também a existência de super-

posições das trajetórias com as regiões espinodais. Discutimos, ainda que brevemente, sobre as inclinações dos autovetores. Que conclusões podemos tirar sobre as espinodais na matéria  $n\Lambda$  em equilíbrio químico  $\mu_n = \mu_\Lambda$ ? Em primeiro lugar, o modelo *ab initio* é relativamente simples e interpola algumas poucas e pequenas frações de  $\Lambda$ s. Na parametrização  $\Lambda n$  e também em  $\Lambda n + \Lambda nn$  (I), não há autovalores negativos da matriz curvatura quando impomos  $\mu_n = \mu_\Lambda$ . O caso  $\Lambda n + \Lambda nn$  (II) apresenta duas soluções para a trajetória de equilíbrio. O ramo de menor energia viola a conjectura que diz que o quadrado da velocidade do som no meio é menor que um terço. Se descartarmos a solução de menor energia para então ficarmos com o ramo de maior energia, há um segmento desta trajetória de equilíbrio em que a causalidade é satisfeita. Neste segmento, situado nas altas frações  $\Lambda$ s, não há autovalores negativos da matriz curvatura. Sendo assim, concluímos que não há transição de fases na trajetória de equilíbrio. Além do mais, para altas frações  $\Lambda$ s, vimos que a interpolação no modelo *ab initio* deve ser assumida com muita cautela. A conclusão a que chegamos é que não há transições de fases em altas densidades na trajetória de equilíbrio no modelo *ab initio* considerado. Devemos lembrar que, numa estrela de nêutrons, há uma pequena quantidade de prótons e elétrons em equilíbrio de carga. Nosso modelo *ab initio* é apenas uma simplificação do sistema encontrado na matéria estelar, pois ignoramos totalmente a fração de prótons e consequentemente a fração de elétrons no sistema, embora saibamos que há uma pequena quantidade de prótons e elétrons no interior da matéria estelar. As conclusões acima não são óbvias quando olhamos as vastas regiões de instabilidades no diagrama de fases, mas, com o vínculo para velocidade limite do som e as limitações inerente aos ajuste no modelo, podemos ter segurança nos nossos resultados.

A seguir, estudaremos as regiões de instabilidade em altas den-

sidade nos modelos relativísticos e calcularemos as trajetórias de equilíbrio. Naturalmente, a velocidade limite no meio relativístico é a velocidade da luz e, portanto,  $dP/d\varepsilon$  é sempre menor que  $c = 1$ .

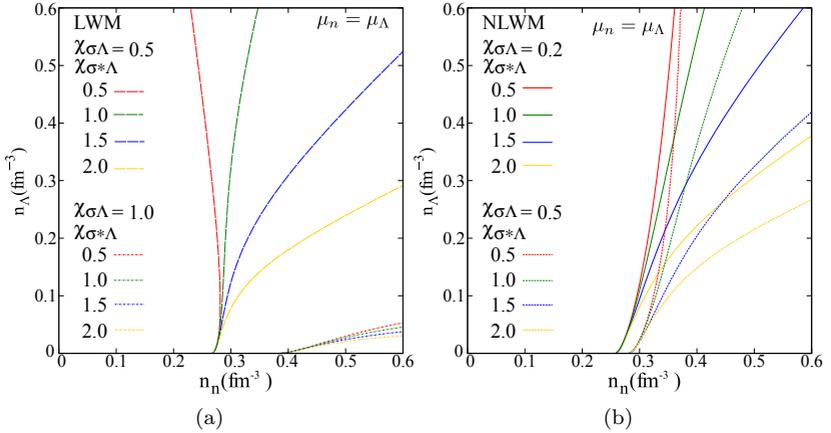


Figura 3.8: Trajetórias de equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  nos modelos relativísticos LWM (a) e NLWM (b) para vários valores das constantes de acoplamentos dos  $\Lambda$ s com os mésons.

As figuras 3.8 mostram as trajetórias de equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  nos modelos relativísticos LWM e NLWM para vários valores das constantes de acoplamentos dos  $\Lambda$ s com os mésons. Na figura 3.8 (a), vemos que, no equilíbrio químico, com  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$  no modelo LWM, os  $\Lambda$ s aparecem quando  $n_n \sim 0.26 \text{ fm}^{-3}$  e as trajetórias se desviam umas das outras à medida em que variamos  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . Para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 1.0$ , os  $\Lambda$ s aparecem mais adiante, isto é, quando  $n_n \sim 0.4 \text{ fm}^{-3}$  e somente para baixas frações de  $\Lambda$ s. Portanto, à medida que aumentamos a intensidade da interação (atrativa)  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ , a trajetória de equilíbrio passa a ocorrer em frações de  $\Lambda$ s cada vez menores. No modelo NLWM, as conclusões são análogas, embora as constantes de acoplamento sejam menores que aquelas utilizadas no modelo LWM e se devam aos vínculos discutidos

nos capítulos 2.6 e 2.7.

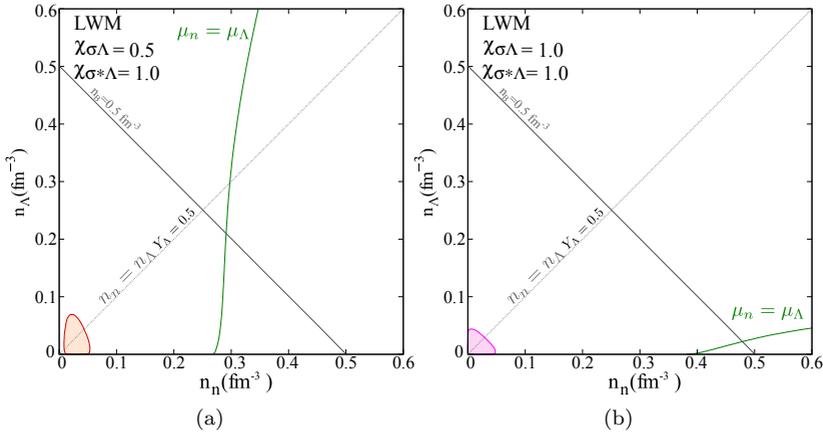


Figura 3.9: Espinodais no plano das densidades juntamente com as trajetórias de equilíbrio para dois valores das constantes de acoplamento dos  $\Lambda$ s com os mésons escalares no modelo LWM.

Uma questão que aparece neste momento é saber se as trajetórias de equilíbrio nos modelos relativísticos passam pelas zonas de instabilidade. A trajetória de equilíbrio consiste na condição  $\mu_n = \mu_\Lambda$  e  $\mu_\Lambda = 0$ . As figuras 3.9 (a) e (b) mostram que as zonas espinodais não se sobrepõem as curvas  $\mu_n = \mu_\Lambda$  no modelo LWM e, portanto, não há nenhuma instabilidade associada às condições de equilíbrio. Para a condição  $\mu_\Lambda = 0$ , a trajetória de equilíbrio está sobre o eixo  $n_n$ . Devemos lembrar que a matéria pura de nêutrons não possui um mínimo local e as espinodais das figuras 3.9 (a) e (b) não tocam o eixo  $n_n$  e sequer tocam a trajetória de equilíbrio relativa ao segmento  $\mu_\Lambda = 0$ . Podemos concluir que toda a trajetória de equilíbrio é absolutamente estável do ponto de vista da análise da matriz curvatura. As figuras 3.10 (a) e (b) mostram as trajetórias de equilíbrio e as áreas espinodais para no modelo NLWM.

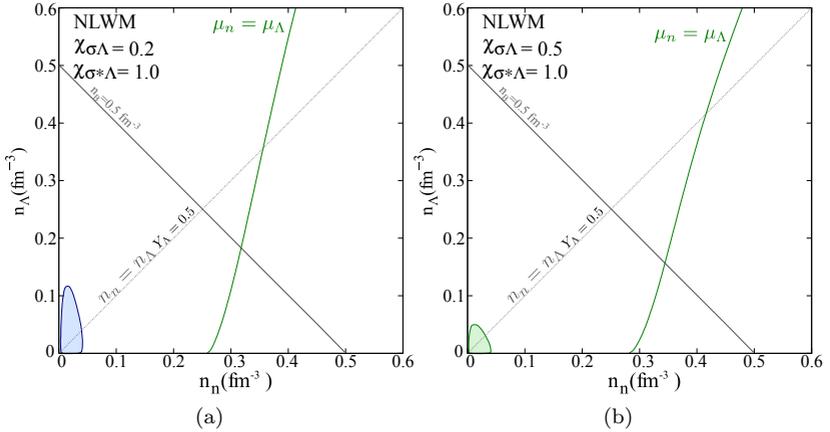


Figura 3.10: Espinodais no plano das densidades juntamente com as trajetórias de equilíbrio para dois valores das constantes de acoplamento dos  $\Lambda$ s com os mésons escalares no modelo NLWM.

As figuras 3.11 (a) e (b) mostram a energia de ligação para matéria em equilíbrio nos modelos relativísticos. Na figura 3.11 (a) para o modelo LWM, a curva cinza é a energia de ligação para a matéria pura de nêutrons. Para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$ , os  $\Lambda$ s começam a aparecer em torno de  $n_B \sim 0.25 \text{ fm}^{-3}$  e a energia de ligação começa a diminuir e se desviar da curva da matéria pura de nêutrons, isto é, a equação de estado da matéria com  $\Lambda$ s fica mais “mole” do que a equação de estado da matéria pura de nêutrons. Para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 1.0$ , o sistema fica mais atrativo em baixas densidades, muito embora a energia de ligação não se altere em relação à curva da matéria pura de nêutrons, o que se deve a fortes repulsões em altas densidades. Na figura 3.11 (b), para o modelo NLWM, a curva cinza é a energia de ligação para a matéria pura de nêutrons. Note que a medida que aumentamos  $\chi_{\sigma\Lambda}$  a equação de estado fica mais dura. Na prática, os parâmetros livres são os escalares que dão conta da atração  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  e, portanto, responsáveis pela interação  $\Lambda N$  e  $\Lambda\Lambda$

respectivamente. Comparando as curvas que correspondem a  $\chi_{\sigma\Lambda} = 1.0$  nas duas figuras vemos que o modelo linear resulta numa equação de estado mais “dura”. Como as constantes de acoplamento  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\omega\Lambda}$  estão correlacionadas, assim como  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  e  $\chi_{\phi\Lambda}$ , quando há aumento na atração em baixas densidades, há também um aumento na repulsão em altas densidades. Vimos este efeito em detalhes quando estudamos os vínculos para as constantes de acoplamentos via potencial  $U_{\Lambda}^N$  e  $U_{\Lambda}^{\Lambda}$ . Podemos concluir que, para a matéria estelar em altas densidades no modelo LWM, para valores menores de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  (mais atrativo em altas densidades), a equação de estado fica mais “mole” e, para valores maiores (mais repulsivo em altas densidades), a equação de estado fica mais “dura”.

A fração de partículas pela densidade bariônica nos modelos relativísticos é mostrada na figura 3.12. No modelo LWM, para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$  com  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ , os  $\Lambda$ s aparecem quando  $n_B \sim 0.28 \text{ fm}^{-3}$ , mas, se escolhermos  $\chi_{\sigma\Lambda} = 1.0$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ , surge um efeito de repulsão em altas densidades, retardando o aparecimento dos  $\Lambda$ s para  $n_B \sim 0.4 \text{ fm}^{-3}$ . Esse aumento em  $\chi_{\sigma\Lambda}$  faz com que o potencial  $U_{\Lambda}^N$  fique mais atrativo em baixas densidades ( $n_B \sim n_0$ ) e mais repulsivo em altas densidades. Ainda na figura 3.12, para o modelo NLWM, temos duas parametrizações diferentes ambas com  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ . Note que para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$  os  $\Lambda$ s aparecem antes que para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$ . Esta diferença é devido à maior repulsão entre os  $\Lambda$ s, em altas densidades, para a escolha  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$  do que para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$ . É importante frisar que o comportamento atrativo (ou repulsivo) dos potenciais  $U_{\Lambda}^N$  e  $U_{\Lambda}^{\Lambda}$  em altas densidades que é importante para matéria estelar.

Para conhecermos as propriedades das estrelas de nêutrons devemos calcular as relações de massa e raio. Utilizaremos as equações de *Tolman-Oppenheimer-Volkoff* (TOV) [85, 86] que são deduzidas a

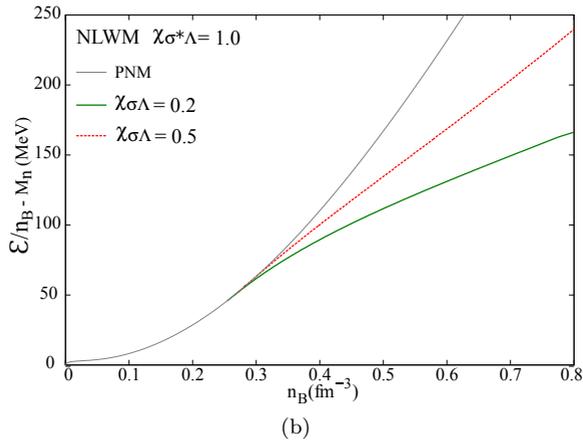
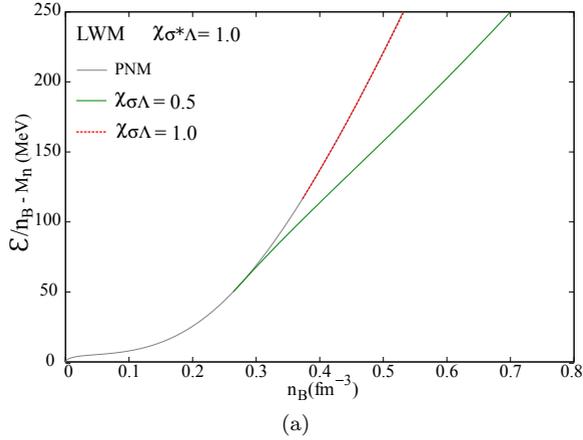


Figura 3.11: Energia de ligação  $\varepsilon/n_B - M_n$  para matéria em equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  em função da densidade bariônica nos modelos LWM (a) e NLWM (b) com diferentes valores para as constantes de acoplamentos dos  $\Lambda$ s com os mésons escalares.

partir das equações de Einstein, considerando a estrela como uma distribuição de matéria esfericamente simétrica, estática e que se comporta como um fluido perfeito. No sistema natural de unidades, as TOV possuem a seguinte forma:

$$\frac{dP(r)}{dr} = - \frac{[P(r) + \mathcal{E}(r)][M(r) + 4\pi r^3 P(r)]}{r[r - 2GM(r)]} \quad (3.1)$$

e

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \mathcal{E}(r), \quad (3.2)$$

onde  $P$  é a pressão,  $M$  é a massa gravitacional,  $\mathcal{E}$  é a densidade de energia e  $G$  é a constante da gravitação universal.

As equações de TOV podem ser integradas desde a origem, com a seguinte condição inicial  $M(0) = 0$  e um valor arbitrário para a densidade central de energia  $\mathcal{E}(0)$ , até que a pressão  $P(r)$  se anule para um dado raio  $r = R$ . Como a pressão  $P(R) = 0$  define a superfície da estrela e o raio  $R$  define o raio gravitacional da estrela, então,  $M(R)$  define a massa gravitacional. Para uma dada equação de estado, existe apenas uma única relação entre a massa e a densidade central de energia  $\mathcal{E}(0)$ . Desta forma, para cada equação de estado existe uma única família de estrelas parametrizadas pela densidade de energia central e pressão central. A estrela de massa máxima será obtida a partir da solução da TOV mediante as condições iniciais  $M(0) = 0$  e  $\mathcal{E}(0)$  e sendo esta última condição um valor qualquer da relação pressão versus densidade de energia. Na prática, obtemos curvas que são parametrizadas pela densidade. Para uma densidade de energia central muito baixa, a estrela terá uma massa muito pequena, entretanto, se tomarmos valores da densidade de energia central além daquele valor que corresponde a massa máxima, as soluções de equilíbrio hidrodinâmico não são satisfeitas.

A figura 3.13 mostra diversas relações de massa e raio no modelo AFDMC e nos modelos LWM e NLWM. A figura 3.13 (a) mostra as três parametrizações juntamente com a PNM. A parametrização  $\Lambda_n + \Lambda_{nn}$  (II) nos forneceu duas equações de estado diferentes, portanto, temos

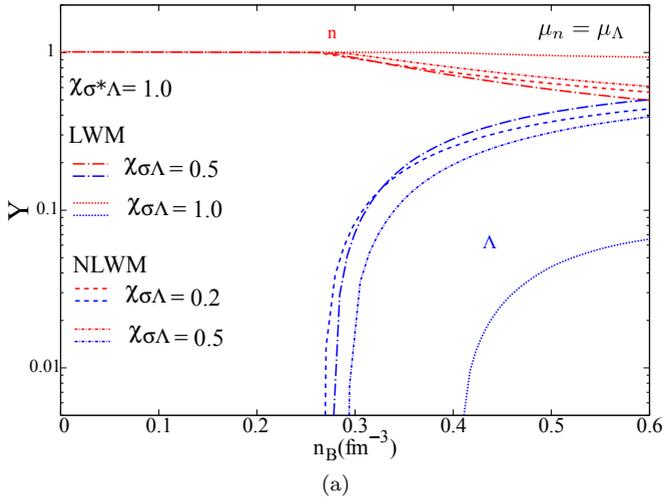


Figura 3.12: População relativa das partículas para matéria  $n\Lambda$  nos modelos LWM e NLWM, contando com duas escolhas para as constantes de acoplamentos dos  $\Lambda$  com os mésons em cada modelo.

duas curvas de massa e raio neste caso. Vamos analisar primeiramente a PNM, note que a massa máxima é bastante elevada (ponto preto) isto se deve a “dureza” da equação de estado. A curva  $\Lambda n$  fornece a massa máxima mais baixa de todas as parametrizações e isto é esperado devido à natureza atrativa de  $\Lambda n$ . Pode-se dizer que sua equação de estado é mais “mole” em relação às demais parametrizações. Vimos que a força de três corpos torna o sistema mais repulsivo em  $\Lambda n + \Lambda nn$  (I) e isto é refletido na massa máxima. Assim, a equação de estado é mais dura do que a obtida na parametrização  $\Lambda n$  e mais “mole” do que no caso PNM. A parametrização  $\Lambda n + \Lambda nn$  (II) fornece dois ramos na energia de ligação, isto é, um de maior energia (equação de estado mais “dura”) e um ramo de menor energia (equação de estado mais “mole”). A curva vermelha mostra a solução da TOV para o ramo de maior energia e, portanto, com a equação de estado mais “dura”. Por

outro lado a curva amarela é a solução da TOV para o ramo de menor energia e naturalmente com a equação de estado mais “mole”. Devemos lembrar novamente que a solução de menor energia envolve altas concentrações de  $\Lambda$  e o modelo AFDMC é limitado nessas condições, apesar da curva vermelha descrever massas máximas elevadas. Quanto ao ramo de maior energia existe o problema da conjectura para velocidade do som no meio. A equação de estado não respeita o limite proposto por  $0 < v_{\text{som}}^2 < 1/3$ , embora o limite máximo  $0 < v_{\text{som}}^2 < 1$  seja sempre respeitado.

Na figura 3.13 (b), no modelo LWM, temos três diferentes curvas: a curva PNM e as curvas para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$  e  $\chi_{\sigma\Lambda} = 1.0$ , ambas com  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ . Vimos que a equação de estado mais “dura” é a PNM e, quando os  $\Lambda$ s aparecem, as equações de estado ficam mais “moles”. Baixos valores de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  se traduzem em altas repulsões nas altas densidades e é possível notar essa diferença para as escolhas  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$  e  $\chi_{\sigma\Lambda} = 1.0$ , pois o primeiro resulta numa massa máxima mais baixa que o segundo. O que está por trás da “dureza” da equação de estado é o comportamento dos potenciais  $U_{\Lambda}^N$  e  $U_{\Lambda}^{\Lambda}$  em altas densidades. Aumentando  $\chi_{\sigma\Lambda}$  ou  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  em densidades bem baixas, o sistema fica mais atrativo, mas o efeito em altas densidades é repulsivo. Note que, para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 1.0$ , a equação de estado é muito parecida com a PNM, mas há  $\Lambda$ s presentes em altas densidades. A densidade central da estrela de massa máxima é aproximadamente  $\varepsilon(0) = 4.0 \text{ fm}^{-4}$  e a densidade de energia que correspondente ao aparecimento dos  $\Lambda$ s é  $\varepsilon = 1.9 \text{ fm}^{-4}$ . Existe, portanto, uma faixa de densidades que conta com a presença dos  $\Lambda$ s no interior da estrela de massa máxima descrito por  $\chi_{\sigma\Lambda} = 1.0$ . No caso  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$ , os  $\Lambda$ s aparecem antes e, portanto, a concentração de  $\Lambda$ s no interior da estrela de massa máxima deve ser maior. No modelo NLWM, as conclusões são análogas ao caso linear, embora resultem

em equações de estado mais “moles”. A PNM no modelo NLWM é mais atrativa que no modelo linear, resultando numa massa máxima mais baixa. Para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$ , a curva azul fornece uma massa máxima pequena. Já, para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$ , a equação de estado fica mais “dura” devido à repulsão e a massa máxima também aumenta. A presença dos prótons e elétrons deve deixar mais “mole” todas as equações de estado diminuindo as massas máximas de maneira geral. Os nossos resultados são frutos de algumas aproximações, mas certamente podem ser considerados do ponto de vista qualitativo. No próximo capítulo, utilizaremos nossos conhecimentos sobre as equação de estado num estudo mais detalhado da matéria estelar. Consideraremos a matéria contendo prótons, nêutrons, elétrons, múons e lambdas em equilíbrio  $\beta$ . As constantes de acoplamento dos  $\Lambda$ s com os mésons serão fixadas pelos potenciais hipernucleares. Estudaremos também a matéria estranha de quarks desconfinados mediante a conjectura de que a matéria estranha de quarks pode ser o estado fundamental da matéria nuclear em condição extremas.

### 3.2 Aplicações em Astrofísica: A Matéria Estelar em Equilíbrio $\beta$

Nesta parte do trabalho, vamos considerar a matéria contendo prótons, nêutrons, elétrons, múons e lambdas em equilíbrio  $\beta$  na temperatura zero. Isto quer dizer que devemos impor a neutralidade de carga e o equilíbrio  $\beta$  contando com a presença dos elétrons e múons. Desta forma, podemos comparar os resultados do final seção 3.1, onde tínhamos um sistema simples  $n\Lambda$ , com os resultados para matéria em equilíbrio  $\beta$  que discutiremos logo adiante.

As estrelas que dão origem às chamadas estrelas de nêutron são, em geral, estrelas supergigantes com massas superiores a  $10M_{\odot}$ . Na

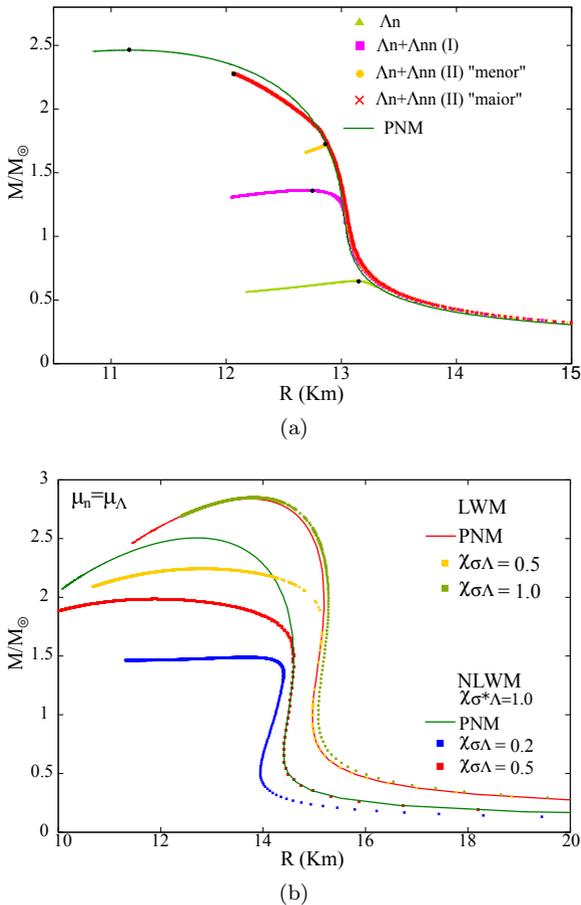


Figura 3.13: Relação de massa e raio para matéria  $n\Lambda$  nos modelos (a) AFDMC e (b) LWM e NLWM.

etapa final da existência desta estrela, ocorre uma grande explosão, chamada supernova tipo II. Na explosão de supernova, praticamente toda a matéria colapsa em direção ao seu centro de gravidade ( $\sim 85\%$  da estrela) e este fenômeno é chamado de colapso gravitacional. Esta implosão provoca a queda da maior parte da matéria da estrela em

direção ao caroço ultracompacto e nessa colisão, a matéria que desmoronou é rebatida e ejetada para o espaço. No choque, o caroço denso e quente é ainda mais compactado e o objeto remanescente, após frações de segundos, em torno de  $(1 - 0.5s)$  após o choque, é chamado de protoestrela de nêutrons (PNS). Um processo chamado de neutronização é responsável por capturar os elétrons por parte dos prótons no interior da PNS para formar nêutrons. De fato, a linha de existência de uma estrela termina com a formação do PNS. A massa desse objeto remanescente é superior a  $\sim 1.5M_{\odot}$  e toda essa matéria é comprimida num raio de  $\sim 12$  km. Daí a razão de extrapolarmos a matéria nuclear para densidades extremamente altas. Na PNS, a temperatura não é desprezível, mas é comparável à energia de Fermi das partículas do sistema que compõem a matéria no seu interior. Portanto, para estudar a evolução térmica da PNS, é necessário construir uma equação de estado da matéria em temperatura finita. Além disso, os neutrinos ainda estão aprisionados na estrela e a PNS possui uma alta fração de léptons. Quanto à entropia, estima-se que atinja rapidamente valores constantes  $S/A = (1 - 2)$  em unidades da constante de Boltzmann por bárion [87–90]. Somente após decorrer alguns minutos, é que os neutrinos são liberados levando consigo uma grande quantidade de energia e este processo é conhecido como desleptonização. Em decorrência da fuga dos neutrinos, a protoestrela se resfria até que sua temperatura fique inferior à temperatura de Fermi  $T \sim T_f = E_f$  das partículas do gás. Nas regiões de baixas densidades, portanto com baixos momentos, a energia de Fermi é  $E_f \sim M_n$ , onde  $M_n$  é massa do nêutron. Portanto,  $T_f \sim 10^{13}$  K, enquanto a temperatura de uma estrela de nêutron é  $T \sim 10^6$  K. Assim, podemos considerar o zero absoluto como uma boa aproximação pois a temperatura da estrela é sete ordens de grandeza menor que a temperatura de Fermi do nêutron de menor energia [1]. A matéria

resultante é densa e fria composta por prótons, nêutrons, híperons, elétrons e múons em equilíbrio beta e eletricamente neutra, e é conhecida como estrela de nêutron (NS).

Sistemas onde ocorrem reações químicas são governados pelas leis do equilíbrio termodinâmico. O equilíbrio é alcançado quando há estabilização das frações de partículas do sistema. O decaimento  $\beta$  e seu processo inverso são muito importantes para a matéria estelar. Essas reações envolvem os bárions, elétrons, múons, neutrinos do elétron e neutrinos do múons, assim como as respectivas antipartículas. Os neutrinos ficam aprisionados na PNS durante poucos segundos após o colapso gravitacional. Terminada esta fase, os neutrinos deixam a protoestrela livremente carregando consigo uma grande quantidade de energia e portanto resfriando a estrela.

Após a desleptonização, o objeto compacto resultante é frio e sem neutrinos, embora em equilíbrio  $\beta$ . Vamos levar em conta, inicialmente, um sistema formado por matéria bariônica estranha desleptonizada. A densidade lagrangiana para o setor bariônico já foi mostrada na expressão (2.4), enquanto que a densidade lagrangiana para o setor leptônico é dado por

$$\mathcal{L}_{\text{léptons}} = \sum_{i=e^-, \mu^-, \nu_{e^-}, \nu_{\mu^-}} \bar{\Psi}_i (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_i) \Psi_i, \quad (3.3)$$

que resulta nas seguintes equações para pressão, densidade de energia e densidade de partículas respectivamente

$$p = \frac{1}{3} \sum_i \frac{\beta_i}{(2\pi)^3} \int \frac{p^2}{\sqrt{p^2 + m_i^2}} [f_{i-} + f_{i-}] d^3 p, \quad (3.4)$$

$$\varepsilon = \sum_i \frac{\beta_i}{(2\pi)^3} \int \sqrt{p^2 + m_i^2} [f_{i+} + f_{i-}] d^3 p \quad (3.5)$$

e

$$n_i = \frac{\beta_i}{(2\pi)^3} \int [f_{i+} - f_{i-}] d^3 p, \quad (3.6)$$

onde as massas  $m_i$  dos léptons são:  $m_{e^-} = 0.511$  MeV,  $m_{\mu^-} = 105.66$  MeV e  $m_{\nu_{e^-}} = m_{\nu_{\mu^-}} = 0$ . A degenerescência de spin é  $\beta_i = 2$  quando  $i = e^-, \mu^-$  e  $\beta_i = 1$  para os  $i = \nu_{e^-}, \nu_{\mu^-}$ , além disso,  $f_{i\pm}$  é a distribuição de Fermi-Dirac e o sinal positivo denota as partículas, enquanto o sinal negativo denota as antipartículas. A forma funcional da distribuição é a seguinte

$$f_{i\pm} = \frac{1}{1 + \exp[(E_i \mp \mu_i)/T]}, \quad (3.7)$$

onde  $E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2}$  e  $\mu_i$  é o potencial químico.

Para descrever as estrelas de nêutrons, devemos impor tanto a neutralidade de carga quanto o equilíbrio químico. Devido à possível existência de reações de decaimentos, que devem ocorrer no interior das estrelas de nêutrons, obtêm-se as condições de equilíbrio químico através dos potenciais químicos. Podemos verificar que basta conhecer os potenciais químicos do nêutron e do elétron que os demais ficam determinados pelas equações

$$\begin{aligned} \mu_n &= \mu_p + \mu_{e^-}, & \mu_{\mu^-} &= \mu_{e^-} \\ \mu_{\Sigma^0} &= \mu_{\Xi^0} = \mu_{\Lambda} = \mu_n \\ \mu_{\Sigma^-} &= \mu_{\Xi^-} = \mu_n + \mu_{e^-} \\ \mu_{\Sigma^+} &= \mu_p = \mu_n - \mu_{e^-}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

As relações acima, entre os potenciais químicos, são para todo o octeto bariônico e para dois léptons  $l = e^-$  e  $\mu^-$ . No início do capítulo 2, apresentamos os modelos levando em conta todo o octeto, embora não

houvesse léptons presentes para garantir a neutralidade de carga. Na parte final, tratamos da matéria estelar  $n\Lambda$  ignorando a presença dos léptons e dos prótons.

### 3.3 Equações de Estado em Temperatura Finita

Nesta seção, por completude, vamos discutir as equações de estado em temperatura finita. Em temperatura zero, as integrais nas densidades de energia, densidades de partículas e pressão são calculadas até o momento de Fermi. Agora devemos considerar as distribuições de partícula e antipartículas para um sistema fermiônico, isto é, a distribuição de Fermi-Dirac. Isto significa que há liberdade para criar e destruir partículas fermiônicas, embora o número bariônico seja conservado.

$$\rho_j^s = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int \frac{m_j^*}{\sqrt{p^2 + m_j^{*2}}} [f_{j+} + f_{j-}] d^3 p \quad (3.9)$$

e

$$n_j = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int [f_{j+} - f_{j-}] d^3 p, \quad (3.10)$$

onde  $f_{j\pm}$  é a distribuição de Fermi-Dirac e o sinal positivo denota as partículas, enquanto o sinal negativo denota as antipartículas. Na prática, a distribuição de Fermi-Dirac em temperatura finita não é a função degrau que temos em temperatura zero, mas é uma distribuição mais complexa. A forma funcional da distribuição é a seguinte

$$f_{j\pm} = \frac{1}{1 + \exp \left[ \left( E_j^* \mp \mu_j^* \right) / T \right]}, \quad (3.11)$$

onde  $E_j^* = \sqrt{p^2 + m_j^{*2}}$  e o potencial químico  $\mu_j^*$  é dado por

$$\mu_j^* = \mu_j - \chi_{\sigma j} (g_{\omega N} \omega_0) - \tau_{3j} \chi_{\rho j} (g_{\rho N} \rho_0) - \chi_{\omega j} (g_{\phi N} \phi_0), \quad (3.12)$$

cujos termos já foram definidos no primeiro capítulo. A densidade de energia dos bárions tem a seguinte forma em temperatura finita

$$\varepsilon_B = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \sum_j \int \sqrt{p^2 + m_j^{*2}} [f_{j+} + f_{j-}] d^3 p. \quad (3.13)$$

Como no caso de temperatura zero, a contribuição dos mésons mantém a mesma forma

$$\begin{aligned} \varepsilon_M = & \frac{(g_{\sigma N} \sigma_0)^2}{2\Delta_\sigma} + \frac{(g_{\omega N} \omega_0)^2}{2\Delta_\omega} + \frac{(g_{\rho N} \rho_0)^2}{2\Delta_\rho} + \frac{(g_{\sigma N} \sigma_0^*)^2}{2\Delta_{\sigma\sigma^*}} + \frac{(g_{\omega N} \phi_0)^2}{2\Delta_{\omega\phi}} \\ & + \frac{1}{3} b M_n (g_{\sigma N} \sigma_0)^3 + \frac{1}{4} c (g_{\sigma N} \sigma_0)^4. \end{aligned} \quad (3.14)$$

A densidade total é dada pela soma

$$\varepsilon = \varepsilon_B + \varepsilon_M.$$

A pressão devido à parte cinética dos bárions nos modelos LWM e NLWM tem a seguinte forma quando consideramos a temperatura diferente de zero

$$p_B = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \sum_j \int \frac{p^2}{\sqrt{p^2 + m_j^{*2}}} [f_{j+} + f_{j-}] d^3 p. \quad (3.15)$$

A pressão exercida pelos méson no modelo NLWM mantém a mesma

$$p_M = -\frac{(g_{\sigma N} \sigma_0)^2}{2\Delta_\sigma} + \frac{(g_{\omega N} \omega_0)^2}{2\Delta_\omega} + \frac{(g_{\rho N} \rho_0)^2}{2\Delta_\rho} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{(g_{\sigma N} \sigma_0^*)^2}{2\Delta_{\sigma\sigma^*}} + \frac{(g_{\omega N} \phi_0)^2}{2\Delta_{\omega\phi}} \\ & -\frac{1}{3} b M_n (g_{\sigma N} \sigma_0)^3 - \frac{1}{4} c (g_{\sigma N} \sigma_0)^4. \end{aligned} \quad (3.17)$$

A pressão total fica

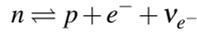
$$p = p_B + p_M.$$

Para obter os, modelo LWM, basta anular os parâmetros  $b$  e  $c$ .

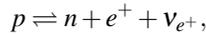
A equação de estado é a relação entre a densidade de energia e a pressão. A pressão da matéria estelar é a soma da pressão da matéria bariônica com a matéria leptônica mediante a imposição da neutralidade de carga e do equilíbrio químico. O mesmo raciocínio vale para a densidade de energia e entropia. A dedução acima poderia ser menos direta e ser obtida de maneira mais formal através da densidade lagrangiana, isto é, considerando os campos bariônicos e leptônicos livres mais os acoplamentos da matéria bariônica com os mésons. As equações de Euler-Lagrange forneceriam então as equações de movimento necessárias para calcular as equações de estado através do tensor energia-momento. Isto foi feito de maneira um pouco mais detalhada para temperatura zero no primeiro capítulo.

### 3.4 Resultados: Matéria Estelar em Equilíbrio $\beta$ em $T = 0$

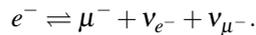
Para um sistema puro de nêutrons, a neutralidade de carga é naturalmente garantida, embora ela não seja o estado de mais baixa energia da matéria densa e neutra. As estrelas de nêutrons não são constituídas apenas por nêutrons, embora o seu nome indique isso de maneira imprecisa. De fato, a matéria no interior desses objetos compactos não pode ser formada somente por nêutrons, pois os nêutrons livres devem decair em prótons, elétrons e neutrinos devido à força fraca. A essa reação no equilíbrio, dá-se o nome de decaimento  $\beta$  e este é um dos ingredientes fundamentais para descrever a matéria no interior das estrelas de nêutrons. Simbolicamente, podemos escrever a reação como



e o decaimento  $\beta$  inverso



os elétrons (antielétrons) entram para assegurar uma segunda condição, sem a qual não é possível descrever a matéria estelar, isto é, a neutralidade de carga. Os múons aparecem devido ao processo



Nessas reações, neutrinos correspondentes aos elétrons (antielétrons) e múons (antimúons) também são produzidos.

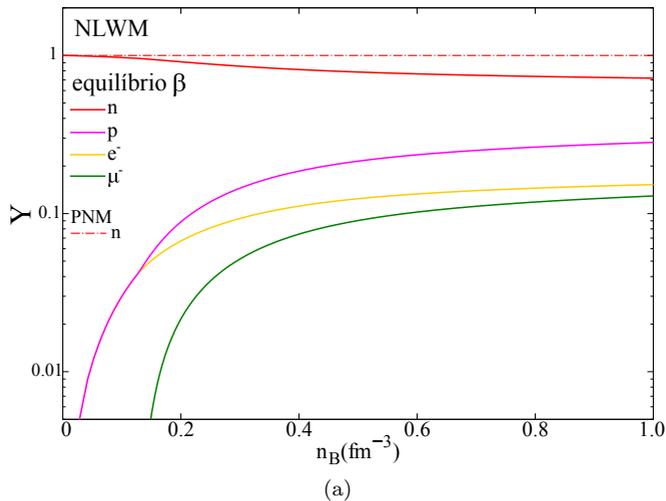


Figura 3.14: População relativa na matéria ( $n, p, e^-, \mu^-$ ) em equilíbrio  $\beta$  e de carga no modelo NLWM. A população para a matéria pura de nêutrons também é mostrada.

É através do decaimento  $\beta$  que alguns nêutrons irão decair até

que o equilíbrio entre os nêutrons, prótons, elétrons e múons seja atingido. A figura 3.14 mostra as frações de partículas para dois sistemas diferentes. Consideramos o sistema puro de nêutrons e que obviamente possui  $Y_n = 1$  para qualquer densidade (linha pontilhada). O segundo sistema está em equilíbrio  $\beta$  e é representado pelas linhas cheias. A fração de nêutrons para os dois sistemas em densidades muito baixas possuem naturalmente a mesma concentração, isto é, só há nêutrons. No caso da matéria em equilíbrio  $\beta$ , à medida em que a densidade bariônica aumenta, o potencial químico do nêutron aumenta, favorecendo a criação de prótons num certo limiar de densidade muito abaixo da densidade de saturação nuclear.

A lógica para o aparecimento de novas partículas é a seguinte: quando o potencial químico de uma partícula “a”, presente no sistema, é igual à massa de uma nova partícula “b”, que está ausente, então o sistema favorecerá a criação da espécie “b” em detrimento de uma partícula da espécie “a” com energia comparável ao valor da massa da espécie “b”. Em um gás de partículas livres sem interação, como é o caso dos léptons incluídos em nosso modelo, os limiares de energia correspondem simplesmente às massas das partículas, seguindo a lógica precedente.

Para explicar o limiar de criação dos bárions na matéria, o raciocínio é semelhante ao caso dos léptons, embora, no caso dos bárions, a interação passa a ter um papel fundamental. As interações tornam as expressões para os potenciais químicos mais complicadas, pois existem correlações das massas efetivas com a densidade escalar através dos campos escalares e os potenciais químicos também dependem dos campos vetoriais. Devemos lembrar que apenas as constantes de acoplamento dos mésons com os nucleons são fixadas pelas propriedades da matéria nuclear na saturação. Isso quer dizer que, para os demais

acoplamentos do octeto, há, em geral, arbitrariedades envolvidas na atribuição dos valores e, portanto, o limiar de criação de bárions fica dependente de tais escolhas. É por construção esperado nos modelos da hadrodinâmica que a aparição das diferentes espécies de partículas presentes no sistema não se dê na ordem crescente de suas massas, como se tratasse de um gás de Fermi livre, mas dependa da solução de um sistema de equações acopladas.

A forma mais intuitiva de conhecer o limiar de criação de bárions é construir a matéria estelar, isto é, impor as condições de neutralidade de carga e equilíbrio beta, resolver numericamente o conjunto de equações resultantes e construir as populações relativas de cada espécie de partícula presente no sistema, como apresentado na figura 3.14. À medida que a densidade bariônica cresce, uma parte dos nêutrons é convertida em prótons, aumentando assim a população dos prótons no sistema (em torno de 10%). A população de nêutrons perto da densidade de saturação nuclear tem um decréscimo de apenas 0.006%. Assim, a densidade bariônica neste ponto é formada, praticamente, por nêutrons. Quando a densidade bariônica passa a ser aproximadamente duas vezes a densidade de saturação nuclear, a composição se altera significativamente. Note que a população de nêutrons tem um decréscimo de 15%, isto é, a densidade bariônica neste ponto é formada por 85% de nêutrons 15% de prótons.

A densidade central de uma estrela de nêutrons, dependendo da “dureza” da equação de estado, pode atingir valores de 3 a 10 vezes a densidade de saturação nuclear. Na figura 3.14, a densidade  $n_B = 1.0 \text{ fm}^{-3}$  é bastante alta e vale aproximadamente seis vezes a densidade de saturação. É importante notar que nossos modelos descrevem apenas hádrons em equilíbrio  $\beta$ , pois os graus de liberdade dos quarks são totalmente desprezados.

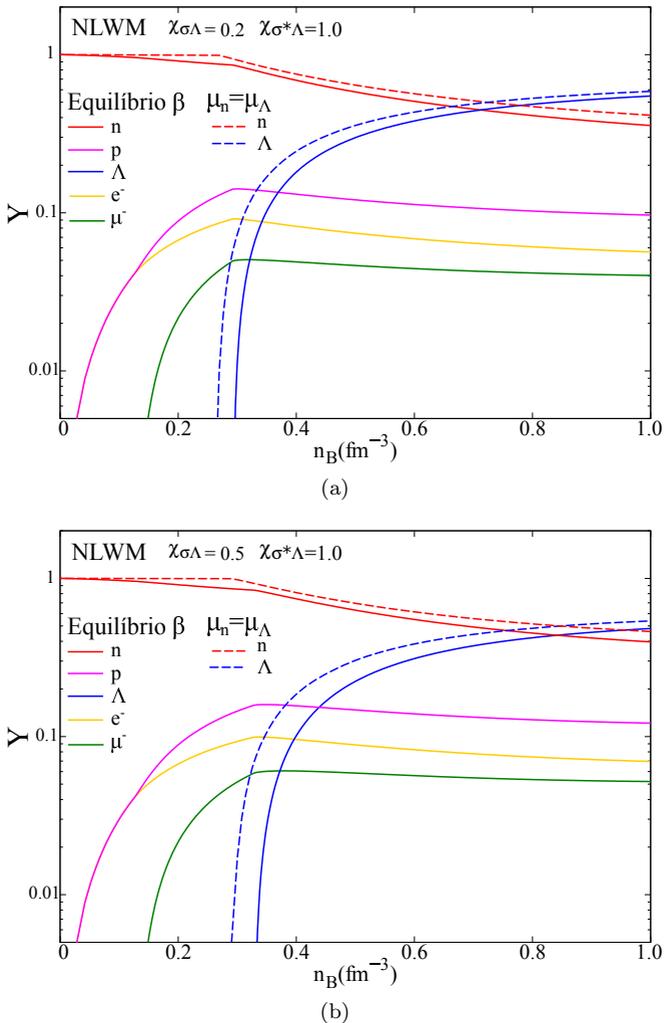


Figura 3.15: População relativa na matéria ( $n$ ,  $p$ ,  $\Lambda$ ,  $e^-$ ,  $\mu^-$ ) em equilíbrio  $\beta$  e de carga no modelo NLWM. A população para a matéria ( $n$ ,  $\Lambda$ ) sob a condição  $\mu_n = \mu_\Lambda$  também é mostrada. Em (a), fixamos as constantes de acoplamento  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ , enquanto, em (b) escolhemos  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$ , mantendo  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ .

Vale a pena lembrar que a densidade de desconfinamento no diagrama de fases da QCD em temperatura zero não é conhecido com precisão. Embora a QCD seja uma teoria fundamental, é de difícil solução. Assim, o diagrama de fases da QCD é geralmente explorado por modelos efetivos. No que diz respeito à matéria estelar, espera-se que os quarks desconfinados tenham relevância cada vez maior em regiões extremamente densas. É possível construir uma equação de estado mista com uma fase pura de hádrons, uma fase de quarks livres e uma configuração de coexistência de fases hádron-quark. Este tipo de equação de estado é interessante, porque o diagrama de fases sugere uma transição de primeira ordem. O que devemos ter em mente é que existem várias questões, ainda em aberto, no que diz respeito à equação de estado da matéria estelar. Entre outras questões, estão o papel da estranheza e a presença dos híperons. Por construção teórica da matéria estelar, os híperons são esperados naturalmente nas estrelas de nêutrons à medida em que a densidade aumenta. Em algumas parametrizações, o híperon  $\Lambda$  aparece em densidades intermediárias quando a densidade atinge o dobro da densidade de saturação e faz com que a equação de estado fique mais “mole” quando comparada à matéria sem os  $\Lambda$ s. O sistema se torna menos repulsivo e as massas máximas ficam baixas. Com as recentes descobertas dos pulsares supermassivos ( $\sim 2.1 M_{\odot}$ ), a presença dos híperons passa a ser um enigma difícil de resolver.

Vamos retornar para a figura 3.14, que mostra que, em densidades altas, aproximadamente seis vezes maior que a densidade de saturação nuclear, a população de nêutrons tem um decréscimo de 30%. Desta maneira, a densidade bariônica neste ponto é formada por 70% de nêutrons e 30% de prótons. Os elétrons surgem para garantir a neutralidade de carga. Além disso, o potencial químico do elétron cresce com a densidade e ao se igualar em valor à massa do múon, assim este

passa a ser criado para preencher os estados disponíveis de mais baixa energia. Note que a linha verde começa em  $n_B \sim 0.15 \text{ fm}^{-3}$  e que é exatamente o valor da densidade em que o potencial químico do elétron assume o valor da massa do múon.

Dentre todos os híperons, a simples inclusão dos  $\Lambda$ s na matéria estelar é certamente o primeiro passo para se tentar entender o papel da estranheza na equação de estado. Os mésons estranhos também ganham importância na matéria estelar estranha. Já estudamos a matéria de nêutrons e  $\Lambda$ s na condição de igualdade entre os potenciais químicos. Sabemos também que, numa modelagem mais realística deste sistema, os prótons e os léptons devem aparecer mesmo que em pequenas quantidades. Veremos a seguir se os resultados obtidos da simples condição de igualdade dos potenciais químicos ( $\mu_n = \mu_\Lambda$ ) são razoáveis. Para verificar isto, vamos construir a matéria neutra e em equilíbrio  $\beta$ , permitindo que os  $\Lambda$ s apareçam em algum limiar de energia. Devemos comparar o limiar de criação e a população relativa de partículas nas duas situações, com e sem equilíbrio  $\beta$ .

A figura 3.15 mostra esses dois sistemas no modelo NWLM com duas diferentes escolhas para as constantes de acoplamento dos  $\Lambda$ s com os mésons  $\sigma$ . O primeiro é um simples sistema contendo nêutrons e  $\Lambda$ s e a condição de equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$ , enquanto o segundo consiste na matéria estelar contando com presença dos nêutrons, prótons,  $\Lambda$ s e léptons. Neste último caso, nas figuras 3.15 (a) e (b), antes do limiar de aparecimento dos  $\Lambda$ s, as frações de nêutrons, prótons, elétrons e múons são idênticas aos da figura 3.14. Quando os  $\Lambda$ s aparecem, é possível verificar que ocorre uma diminuição na fração de nêutrons. A fração de prótons também diminui depois que os  $\Lambda$ s surgem, pois parte dos nêutrons reagem para formar  $\Lambda$ s, e não prótons. Devido ao equilíbrio de carga, uma diminuição das frações de elétrons e múons também é

percebida. A população de  $\Lambda$ s em ambos os sistemas é parecida, embora, no sistema mais simples, o limiar de criação dos  $\Lambda$ s esteja em densidades ligeiramente mais baixas. Estas conclusões são independentes da variação  $\chi_{\sigma\Lambda}$ . Na figura 3.15 (a), a escolha  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$  significa que o potencial hipernuclear é atrativo em altas densidades, enquanto, na figura 3.15 (b), temos um aumento na repulsão. O sistema mais repulsivo tem uma população de  $\Lambda$ s menor que a do sistema mais atrativo da figura 3.15 (a) e o limiar de criação ocorre em densidades ligeiramente maiores. Isso quer dizer que altas repulsões têm um efeito de inibir o aparecimento dos  $\Lambda$ s e, conseqüentemente, “endurecer” a equação de estado. Para potenciais muito atrativos em altas densidades, o nêutron é o maior protagonista no cenário da matéria estelar.

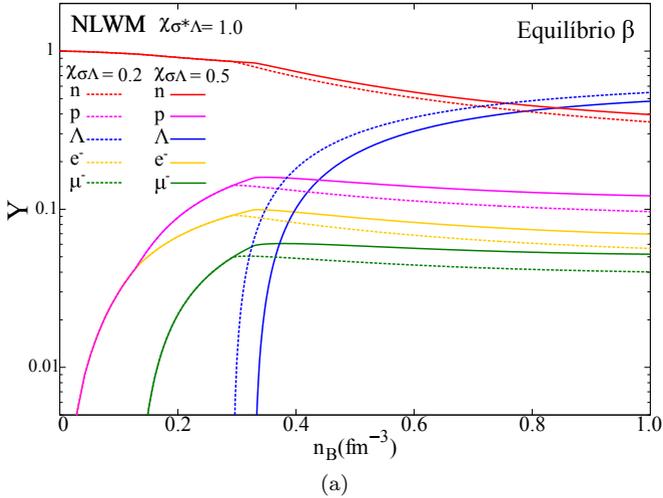


Figura 3.16: População relativa na matéria ( $n$ ,  $p$ ,  $\Lambda$ ,  $e^-$ ,  $\mu^-$ ) em equilíbrio  $\beta$  e de carga no modelo NLWM, onde fixamos a constante de acoplamento  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ , enquanto usamos duas escolhas para  $\chi_{\sigma\Lambda}$ .

Verificamos anteriormente que o aumento na atração em baixas densidades está correlacionado com aumento de repulsão em altas den-

sidades. O aumento de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  confere um aumento na atração em baixas densidades e portanto um aumento na repulsão em altas densidades. A figura 3.16 mostra os efeitos da mudança do parâmetro  $\chi_{\sigma\Lambda}$ . Neste momento, cabe tentar responder a seguinte pergunta: qual o papel dos mésons estranhos na nossa análise da matéria estelar? Sabemos que há uma correlação quando variamos  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  entre uma forte atração em baixas densidades e uma forte repulsão em altas densidades. Algum efeito é esperado na população relativa de partículas do sistema, contudo, a figura 3.17 mostra que este efeito não atua diretamente no limiar de criação dos  $\Lambda$ s para a matéria neutra contendo nêutrons, prótons e  $\Lambda$ s em equilíbrio  $\beta$ .

Nas figuras 3.17 (a) e (b), temos as seguintes escolhas:  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$  e  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$  respectivamente. Em cada uma das figuras fixamos  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$  ou  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = \chi_{\phi\Lambda} = 0$  (sem mésons estranhos). Para um valor fixo de  $\chi_{\sigma\Lambda}$ , quando “ligamos” a interação  $\Lambda\Lambda$  através de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ , o sistema fica mais repulsivo em altas densidades. Essas correlações entre repulsão e atração, mésons escalares e mésons vetoriais e entre altas e baixas densidades não são por acaso. O que está por trás disto é a imposição que fizemos ao potencial  $U_{\Lambda}^{\Lambda}$  na determinação das constantes de acoplamento dos híperons com os mésons estranhos. A constante de acoplamento  $\chi_{\phi\Lambda}$  depende não somente de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ , mas também de  $\chi_{\sigma\Lambda}$ , e o aumento de qualquer uma das duas constantes de acoplamento dos mésons escalares torna o potencial mais repulsivo em altas densidades. A figura 3.17 mostra que, para o sistema mais repulsivo, quando  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ , a ausência de mésons estranhos provoca um bom aumento na concentração de  $\Lambda$ s.

Podemos saber alguma coisa sobre as massas máximas das estrelas de nêutrons simplesmente comparando diferentes equações de estado. Sabemos no final do capítulo 3.1 que, quanto maior  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ , a

repulsão aumenta em altas densidades e, portanto, maiores massas máximas obteremos. A “dureza” da equação de estado está relacionada ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s: quanto mais tarde o aparecimento dos  $\Lambda$ s, mais “dura” fica equação de estado. Num gráfico da energia de ligação pela densidade, isto significa que o efeito de “amolecer” a equação de estado devido aos  $\Lambda$ s é deixado para densidades maiores.

Vamos analisar a energia de ligação pela densidade bariônica no modelo NLWM nos sistemas já considerados nas figuras 3.14 e 3.15. Na figura 3.18 (a), a curva cinza representa a matéria pura de nêutrons PNM no modelo NLWM e as demais curvas dizem respeito ao sistema  $n\Lambda$ . São consideradas duas escolhas para  $\chi_{\sigma\Lambda}$ , bem como o caso sem mésons estranhos  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = \chi_{\phi\Lambda} = 0$  e a particular escolha  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ . A simples condição de igualdade dos potenciais químicos  $\mu_n = \mu_\Lambda$  é imposta neste sistema. As linhas azuis indicam um sistema mais atrativo em altas densidades do que o sistema denotado pela linhas vermelhas. Portanto, a equação de estado correspondente à escolha  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$  é mais “mole” do que a equação de estado para a o valor  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$ . Para cada escolha de  $\chi_{\sigma\Lambda}$ , verificamos o papel dos mésons estranhos. As curvas para o sistema sem mésons estranhos (linhas traço e ponto) são mais “moles” que as curvas (linhas pontilhadas) com  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ . Vimos que a inclusão dos mésons estranhos deixa o sistema mais repulsivo em altas densidades, mas não altera o limiar de criação dos  $\Lambda$ . Através da figura 3.18 (b), quando impomos o equilíbrio  $\beta$  e a neutralidade de carga no sistema  $(n, p, \Lambda, e^-, \mu^-)$ , podemos chegar às mesmas conclusões que obtivemos para o sistema  $n\Lambda$ . De maneira geral as equações de estado são mais “moles” devido à presença dos prótons e dos léptons já em baixas densidades. Vimos que a curva cinza na figura 3.18 (a) é a energia de ligação da PNM, enquanto a figura 3.18 (b) mostra a energia de ligação do sistema  $(n, p, e^-, \mu^-)$  neutro e em equilíbrio  $\beta$ .

Essas curvas são representadas em cinza e diferem muito pouco uma da outra em densidades muito baixas, isto é, da ordem da densidade de saturação nuclear. Contudo, logo acima desta densidade, elas se desviam uma da outra, significativamente, à medida que as frações de prótons e léptons crescem no sistema neutro e em equilíbrio  $\beta$ . O resultado disto é uma equação de estado mais “mole” para  $(n, p, e^-, \mu^-)$ , como mostra a figura 3.18 (b). Nesta mesma figura, as demais curvas da energia de ligação (curvas coloridas) são todas mais “moles” que aquelas representadas na figura 3.18 (a) e a razão disto é novamente devido à presença dos prótons e léptons na matéria neutra e em equilíbrio  $\beta$ . Quando os mésons estranhos não estão presentes, o sistema fica mais atrativo (linhas traço e ponto) e a equação de estado fica mais “mole”. Em contrapartida, a troca de mésons estranhos entre os  $\Lambda$ s deixa a equação de estado mais “dura” (linhas pontilhadas).

Das figuras 3.18 (a) e (b), podemos esperar massas máximas um pouco maiores para o simples modelo de nêutrons e  $\Lambda$ s. E, no que diz respeito a constante  $\chi_{\sigma\Lambda}$ , o maior valor considerado resultará na maior massa máxima. Vimos que o limiar de criação dos  $\Lambda$ s não se modifica com a variação do acoplamento dos  $\Lambda$ s com os mésons estranhos, embora a equação de estado fique mais “dura” com o aumento de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ .

Desde o capítulo 2, vínhamos discutindo a respeito dos acoplamentos dos  $\Lambda$ s. Através de dados conhecidos para os potenciais hipernucleares estabelecemos algumas correlações entre as constantes de acoplamentos dos  $\Lambda$ s com os mésons. Das quatro constantes de acoplamento  $\chi_{\sigma\Lambda}$ ,  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ ,  $\chi_{\omega\Lambda}$  e  $\chi_{\phi\Lambda}$ , apenas duas são independentes:  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . Essas duas constantes acoplam os  $\Lambda$ s com os mésons escalares. Um segundo passo foi comparar as energias de ligação dos modelos relativísticos LWM e NLWM com o modelo *ab initio* AFDMC para matéria  $n\Lambda$ . Desta comparação, restringimos um pouco mais as constantes dos

híperons com os mésons escalares. Ainda no capítulo 2, enquanto discutíamos o espaço de parâmetros, fizemos algumas ponderações sobre a matéria estelar contendo o octeto bariônico e concluímos que  $\chi_{\sigma\Lambda} < 1$ . Acima deste valor, a massa efetiva dos  $\Lambda$ s assumiam valores negativos. Vamos retomar este ponto olhando para o sistema eletricamente neutro contendo nêutrons, prótons,  $\Lambda$ s em equilíbrio  $\beta$  e analisar a fração de partículas e a energia de ligação.

A figura 3.19 (a) mostra a população relativa de partículas para a matéria estelar sem  $\Lambda$ s (linha cheia), com  $\Lambda$ s contando com a escolha  $\chi_{\sigma\Lambda} = \chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$  (linhas traço e ponto) e também para a matéria estelar com  $\Lambda$ s, mas sem os mésons estranhos, isto é,  $\chi_{\sigma\Lambda} = 1.0$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = \chi_{\phi\Lambda} = 0$  (linha pontilhada). Para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 1.0$ , o sistema é bastante repulsivo em altas densidades (aproximadamente seis vezes a densidade de saturação nuclear) e os  $\Lambda$ s aparecem em baixas quantidades ( $Y_\Lambda \sim 0.03$ ). Portanto a criação dos híperons é inibida devido às altas repulsões resultantes das trocas de  $\sigma$  e  $\omega$ . Nota-se que o efeito de incluir os mésons estranhos, isto é, a interação  $\Lambda\Lambda$ , afeta minimamente a população relativa de partículas no sistema. Obviamente isto é percebido nas equações de estado que são praticamente idênticas nos três casos, como se pode ver na figura 3.19 (b). Claro que, em cada um dos dois casos em que os  $\Lambda$ s estão presentes, a equação de estado resultará em massas máximas elevadas. Além disto, a estrela com massa máxima tem uma densidade central em torno de  $n_c \sim 0.86 \text{ fm}^{-3}$ , que está acima do limiar de criação dos  $\Lambda$ s. Isto quer dizer que desde que, o sistema seja suficientemente repulsivo para os  $\Lambda$ s, então estrelas supermassivas podem conter uma pequena concentração de  $\Lambda$ s no seu interior em densidades elevadíssimas. É interessante notar que, para  $\chi_{\sigma\Lambda} > 1$ , os  $\Lambda$ s não são criados no sistema, portanto,  $\chi_{\sigma\Lambda}^c = 1.0$  é o valor crítico para a intensidade do acoplamento dos  $\Lambda$ s com o méson  $\sigma$ . Na seção 2.7, vimos que o valor  $\chi_{\sigma\Lambda} = 1.0$

resultava numa energia de ligação muito atrativa em baixas densidades e muito repulsiva em altas densidades e, naquele contexto, das espinodais, optamos pelo valor  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$  e  $\chi_{\omega\Lambda} = 0.5$ , que eram melhores quando comparados ao modelo AFDMC. Desta forma, é capital que a constante de acoplamento do  $\Lambda$  com o méson escalar  $\sigma$  esteja no intervalo  $0 < \chi_{\sigma\Lambda} \leq 1$ .

As mesmas conclusões acima poderiam ser obtidas incluindo todo octeto bariônico, mas indesejavelmente introduziríamos algumas novas arbitrariedades nas constantes de acoplamentos dos demais híperons. Contudo, vamos discutir brevemente a inclusão do octeto bariônico. Faremos a seguinte extrapolação para as constantes de acoplamento:  $\chi_{\sigma\Lambda} \equiv \chi_{\sigma H}$ ,  $\chi_{\omega\Lambda} \equiv \chi_{\omega H}$ ,  $\chi_{\sigma^*\Lambda} \equiv \chi_{\sigma^*H}$  e  $\chi_{\phi\Lambda} \equiv \chi_{\phi H}$ . Adicionalmente, temos que definir arbitrariamente  $\chi_{\rho H}$ , onde  $H$  denota os híperons. A  $\chi_{\sigma\Lambda}^c = 1.0$  é verdadeira no que diz respeito ao  $\Lambda$ . Acima deste valor, não há  $\Lambda$ s no sistema e isto independe das escolhas para  $\chi_{\rho H}$ . Para valores  $\chi_{\sigma\Lambda} < 1$ , os  $\Lambda$ s são criados em algum limiar de energia e este limiar depende fortemente de  $\chi_{\rho H}$  dos demais híperons. Valores pequenos de  $\chi_{\rho H}$  fazem com que os  $\Lambda$ s apareçam em densidades cada vez mais altas devido à repulsão, enquanto valores maiores têm o efeito contrário. Antes de discutirmos as populações relativas de partículas vamos olhar para a energia de ligação do sistema com oito bárions.

As figuras 3.20 (a) e (b) mostram as energias de ligação para a matéria neutra e em equilíbrio  $\beta$  no sistema  $(n, p, e^-, \mu^-)$  e para (octeto,  $e^-, \mu^-$ ). Verificamos o efeito dos mésons estranhos e utilizamos dois valores para as constantes de acoplamento dos híperons  $\chi_{\sigma\Lambda}$ . O resultado da presença dos mésons estranhos devido à escolha  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$  na energia de ligação é mostrado em cada linha pontilhada, enquanto que, para matéria sem mésons estranhos, a energia de ligação é representada pela linha traço-ponto. O efeito é completamente aná-

logo ao caso em que contávamos apenas com os  $\Lambda$ s na matéria estelar, embora a presença adicional dos demais híperons deixe a equação de estado um pouco mais “mole” de maneira geral. A constante de acoplamento  $\chi_{\rho H}$  dá a intensidade do acoplamento dos híperons que possuem isospin com o méson  $\rho$ , e à medida que mudamos o seu valor, o limiar de criação dos híperons é afetado. Mesmo aqueles que não “sentem” diretamente a interação, o  $\Lambda^0$  e o  $\Sigma^0$ , também mudam seu limiar de criação. Isto porque todas as partículas do sistema estão correlacionadas através do equilíbrio químico e de neutralidade de carga. Na figura 3.20 (a), temos  $\chi_{\rho H} = 0.5$ , enquanto, na figura 3.20 (b), fixamos  $\chi_{\rho H} = 1.0$ . Esta última mostra um “endurecimento” na equação de estado quando comparada à primeira figura, isto é, houve um aumento na repulsão.

Quanto ao limiar de criação dos híperons do octeto bariônico, estes irão depender dos valores dos acoplamentos dos  $\Lambda$ s com os mésons. Além disso, veremos como as escolhas para os valores de  $\chi_{\rho H}$  afetam as frações de partículas e os seus respectivos limiares de criação.

As figuras 3.21 (a) e (b) mostram a população relativa de partículas para o sistema com oito bárions em equilíbrio  $\beta$ , eletricamente neutro, sem os mésons estranhos e com o valor  $\chi_{\sigma H} = 0.2$  fixado. Na figura 3.21 (a), fixamos  $\chi_{\rho H} = 0.5$ , enquanto, na figura 3.21 (b), temos  $\chi_{\rho H} = 1.0$ . O híperon  $\Lambda$  da figura 3.21 (b) aparece antes do que o  $\Lambda$  mostrado na figura 3.21 (a) e isto pode, equivocadamente, sugerir que, para  $\chi_{\rho H} = 0.5$ , o sistema fosse mais repulsivo e com uma equação de estado mais “dura”. Contudo, o aumento do acoplamento  $\chi_{\rho H} = 0.5$  faz com que o híperon  $\Sigma^-$  seja criado em densidades mais altas, como mostra a figura 3.21 (b). Portanto, os híperons  $\Sigma^-$  e o  $\Lambda$  são determinantes nas propriedades da equação de estado. De fato, quando aumentamos  $\chi_{\rho H}$ , a equação de estado fica mais “dura”. Todavia, o limiar de criação das partículas é afetado de maneira complicada, podendo adiantar

o surgimento de algumas e atrasar o de outras. As frações de partículas são rearranjadas de maneira a respeitar o equilíbrio químico e a neutralidade de carga.

Passamos agora à análise das figuras 3.22 (a) e (b), que mostram a população relativa de partículas para o sistema com oito bárions em equilíbrio  $\beta$ , eletricamente neutro, com mésons estranhos incluídos e com o valor  $\chi_{\sigma H} = 0.2$  fixado. Na figura 3.22 (a), temos  $\chi_{\rho H} = 0.5$  fixo, enquanto, na figura 3.22 (b), fixamos  $\chi_{\rho H} = 1.0$ . Os efeitos devido ao aumento de  $\chi_{\rho H}$  são análogos àqueles discutidos acima para as figuras 3.21 (a) e (b). Na verdade, os limiares de criação dos  $\Lambda$ ,  $\Sigma^0$  e  $\Sigma^-$  não se alteram com  $\chi_{\rho H}$ . Quando usamos o valor  $\chi_{\rho H} = 1.0$ , na figura 3.22 (b), tanto o híperon  $\Xi^0$  quanto o híperon  $\Xi^-$  aparecem em densidades mais baixas quando comparados aos mesmos híperons da figura 3.22 (a), onde  $\chi_{\rho H} = 0.5$  está fixo. Novamente, o maior valor de  $\chi_{\rho H}$  resulta numa equação de estado mais dura e, para verificar isso, devemos procurar as curvas correspondentes na figura 3.20 (a) e (b).

De forma geral, a presença dos mésons estranhos faz com que a população de nêutrons seja um pouco mais elevada do que na ausência de mésons estranhos. Para verificar o efeito dos mésons estranhos devemos olhar conjuntamente para a figura 3.21 (a) e para a figura 3.22 (a), onde a primeira é o caso sem mésons estranhos e a segunda o caso com mésons com o valor  $\chi_{\sigma^* H} = 1.0$ . Além disso, em ambas as figuras, os valores  $\chi_{\sigma H} = 0.2$  e  $\chi_{\rho H} = 0.5$  estão fixos. Podemos ainda comparar a figura 3.21 (b) juntamente com a figura 3.22 (b), com os valores  $\chi_{\sigma H} = 0.5$  e  $\chi_{\rho H} = 0.5$  fixos, e verificar como as populações dos híperons diminuem com a inclusão dos mésons estranhos, enquanto que a população dos nucleons aumentam devido à inclusão da interação híperon-híperon. Este resultado é esperado e o reflexo disso é o “endurecimento” da equação de estado como mostra a figura 3.20 (a).

Naturalmente, a população de cada híperon também se reduz proporcionalmente e isto resulta no “endurecimento” da equação de estado, como vimos nas figuras 3.20 (a) e (b). Quanto ao limiar de criação dos híperons, os mésons estranhos adiantam o surgimento do  $\Sigma^+$  e do  $\Sigma^0$  e permite a criação de  $\Xi^0$  e  $\Xi^-$ . Em relação ao  $\Lambda$  e  $\Xi^-$ , o efeito é diminuir um pouco suas respectivas frações no sistema.

As figuras 3.23 (a) e (b) mostram a população relativa de partículas para o octeto em equilíbrio  $\beta$ , eletricamente neutro, sem os mésons estranhos e com o valor  $\chi_{\sigma H} = 0.5$  fixado. Na primeira figura, atribuímos  $\chi_{\rho H} = 0.5$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$  na segunda. Podemos notar que, na figura 3.23 (a), a população de nêutrons começa a diminuir rapidamente com o aumento da densidade e assume valores muito baixos da  $Y_n \sim 0.04$ . Os prótons aparecem no início mas logo voltam a diminuir sua concentração. Em contrapartida, a população de  $\Lambda$  aumenta rapidamente, assumindo valores em torno de  $Y_\Lambda \sim 0.4$  em altas densidades, superando a população dos nêutrons. Na figura 3.23 (b), a escolha  $\chi_{\rho H} = 1.0$  faz com que o limiar de criação do  $\Sigma^-$  ocorra em densidades mais altas, portanto, contribuindo de forma a aumentar a população de nêutrons. Já o limiar de criação do  $\Lambda$  é adiantado. No entanto, nas figuras 3.23 (a) e (b), o primeiro híperon que aparece no sistema é o  $\Sigma^-$ . Quando a densidade bariônica atinge o valor  $n_B = 1.2 \text{ fm}^{-3}$  e  $Y_n \sim 0.04$ , o sistema de equações passa a não ter solução.

Finalmente, as figuras 3.24 (a) e (b) mostram a população relativa de partículas para o octeto em equilíbrio  $\beta$ , eletricamente neutro, com os mésons estranhos presentes e para o valor  $\chi_{\sigma H} = 0.5$  fixo. Nas figuras 3.24 (a) e (b), atribuímos, respectivamente, os valores  $\chi_{\rho H} = 0.5$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$ . Na figura 3.24 (a), podemos notar que a população de nêutrons começa a diminuir rapidamente e, em altas densidades, atinge uma concentração de  $\sim 20\%$ . Para uma larga faixa de altas densidades

os prótons atingem a mesma população dos nêutrons, embora nenhum dos seis híperons superam a população de nêutrons. A abundância dos híperons é maior para o  $\Lambda$ ,  $\Sigma^-$  e  $\Sigma^0$ . Os demais híperons aparecem em altas densidade em concentrações menores. O efeito dos mésons estranhos é “endurecer” a equação de estado visto que a concentração de nêutrons do sistema é maior. Portanto, a solução do sistema de equações que garante a neutralidade de carga e o equilíbrio  $\beta$  possui solução também em densidades extremamente altas.

As propriedades estelares são obtidas a partir da equação de estado resolvendo as equações da TOV. Os parâmetros  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  são livres no sistema contendo  $\Lambda$ s, portanto, há muitas equações de estado possíveis. Apesar das ponderações sobre as constantes de acoplamento dos híperons no regime de baixas densidades, quando discutíamos as espinodais, vamos explorar ainda mais o espaço de parâmetros formado pelas constantes  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . Vários resultados dos perfis estelares são mostrados nas tabelas dos apêndices D e E. As tabelas estão esquematizadas da seguinte maneira:

- i*) Matéria estelar sem híperons (ver tabela.D.1).
- ii*) Matéria estelar com  $\Lambda$ s e sem mésons estranhos (ver tabelas D.2 e D.3).
- iii*) Matéria estelar com  $\Lambda$ s e com mésons estranhos. Em cada uma das seguintes tabelas D.4, D.5, D.6, D.7, D.8, D.9, D.10, D.11, D.12 e D.13, fixamos um valor para  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e variamos  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . A tabela D.14 mostra um resultado análogo a D.3, mas com mésons estranhos.
- iv*) Matéria estelar com o octeto bariônico e sem mésons estranhos, onde deixamos fixo  $\chi_{\rho H} = 1.0$  (ver tabelas E.1 e E.2).
- v*) Matéria estelar com o octeto bariônico e com mésons estranhos.

Deixamos fixo  $\chi_{\rho H} = 1.0$ . Em cada uma das seguintes tabelas E.3, E.4, E.5, E.6, E.7, E.8, E.9, E.10, E.11 e E.12, fixamos um valor para  $\chi_{\sigma H}$  e variamos  $\chi_{\sigma^* \Lambda}$ . A tabela E.13 mostra um resultado análogo a E.2, mas com mésons estranhos.

Em 1991, N. K. Glendenning e Z. Moszkowski já haviam obtido esses resultados para estrelas hadrônicas usando a parametrização GM1 [34]. Neste mesmo trabalho, os autores investigaram o papel das constantes de acoplamento dos  $\Lambda$ s com os mésons de acordo com os resultados das massas máximas das estrelas contendo o octeto bariônico. Um vínculo para as constantes de acoplamento dos  $\Lambda$ s com os mésons através do potencial  $U_{\Lambda}^N = -28$  MeV foi obtido. Para os demais híperons, a escolha de valores para as constantes são arbitrárias e, em [34], os autores optaram por estender  $\chi_{\sigma \Lambda} = \chi_{\sigma H}$  e  $\chi_{\omega \Lambda} = \chi_{\omega H}$ , além da escolha para os acoplamentos  $\chi_{\rho H}$ . Neste trabalho, os mésons estranhos estão presentes na matéria estelar e utilizamos o potencial  $U_{\Lambda}^{\Lambda} = -0.67$  MeV como vínculo para fixar uma das constantes dos  $\Lambda$ s com os mésons estranhos.

No item *i*), a tabela D.1 mostra as propriedades da estrela hadrônica de massa máxima na parametrização NLWM (GM1).

No item *ii*), estudamos a matéria composta por nêutrons, prótons e  $\Lambda$ s em equilíbrio  $\beta$  sem os mésons estranhos, isto é, os  $\Lambda$ s trocam apenas o méson  $\sigma$  e o méson  $\omega$ . Os resultados das tabelas D.2 e D.3 são análogos aos obtidos em [34]. Em D.2, os valores para massas máximas menores que  $1.44 M_{\odot}$  não são mostrados e o valor crítico é  $\chi_{\sigma \Lambda}^{\text{Inf}} = 0.29$ . Acima deste valor, há limite superior em que a criação de  $\Lambda$ s não é mais energeticamente favorável, ou seja, para valores acima de  $\chi_{\sigma \Lambda}^{\text{Sup}} = 1.0$ . A tabela D.2 mostra claramente que à medida que,  $\chi_{\sigma \Lambda}$  aumenta, o raio da estrela de massa máxima e a fração de  $\Lambda$ s no centro da estrela diminuem, embora  $Y_{\Lambda}^c$  aumente ligeiramente no início,

ela se anula próximo ao valor  $\chi_{\sigma\Lambda}^{\text{Sup}}$ . Por outro lado, a densidade de energia central e a densidade central da estrela aumentam à medida que  $\chi_{\sigma\Lambda}$  assume valores maiores. A tabela também mostra a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s e podemos observar que, à medida que  $\chi_{\sigma\Lambda}$  aumenta, a densidade em que os  $\Lambda$ s aparecem assumem valores cada vez maiores até que a criação de  $\Lambda$ s seja totalmente desfavorecida, como mostra a tabela D.3. Note que a tabela D.3 é idêntica à tabela D.1 e isso é natural, pois não há  $\Lambda$ s no sistema. Sabemos que aumentar  $\chi_{\sigma\Lambda}$  significa aumentar a repulsão do potencial  $U_{\Lambda}^N$  em altas densidades (consequentemente, aumentar a atração em baixas densidades). Os valores  $\chi_{\sigma\Lambda}^{\text{Inf}} = 0.29$ , e  $\chi_{\sigma\Lambda}^{\text{Sup}} = 1.0$  definem uma janela no espaço das constantes de acoplamento. Para o valor  $\chi_{\sigma\Lambda}^{\text{Inf}} = 0.29$  a matéria estelar está sujeita ao potencial mais atrativo  $U_{\Lambda}^N$ , isto é, a equação de estado é a mais “mole” dentre todas as equações possíveis de se obter dentro da janela. Por outro lado, o valor  $\chi_{\sigma\Lambda}^{\text{Sup}} = 1.0$  resulta no potencial  $U_{\Lambda}^N$  mais repulsivo em altas densidades. Neste último caso a fração de  $\Lambda$ s é tão pequena que não afeta a equação de estado que é tão “dura” quanto a equação de estado da matéria estelar hadrônica. Para valores  $\chi_{\sigma\Lambda} > \chi_{\sigma\Lambda}^{\text{Inf}}$ , o potencial  $U_{\Lambda}^N$  fica cada vez mais repulsivo em altas densidades, embora o aparecimento dos  $\Lambda$ s, através do decaimento  $\beta$ , não seja mais viável.

O item *iii*) trata da matéria nêutrons, prótons e  $\Lambda$ s em equilíbrio  $\beta$  na presença dos mésons estranhos. Os  $\Lambda$ s, além de trocarem os mésons  $\sigma$  e  $\omega$ , trocam também os mésons estranhos  $\sigma^*$  e  $\phi$ . O potencial  $U_{\Lambda}^N$  está associado à troca dos dois primeiros mésons, enquanto o potencial  $U_{\Lambda}^{\Lambda}$  descreve a interação dos  $\Lambda$ s, mediado pelos mésons estranhos. Ao todo, temos quatro constantes de acoplamento e duas equações de vínculo conhecidas para os potenciais hipernucleares, assim, deixamos livres dois parâmetros  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . Na tabela D.4, escolhemos  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.1$

e variamos  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . Note que, para valores pequenos de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ , nos aproximamos dos resultados da tabela D.2. Nesta última tabela, quando  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.1$ , a massa máxima resultante é muito pequena,  $M_{\max} < 1.44 M_{\odot}$ , mas, pela tabela D.4, vemos que, se aumentarmos  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  suficientemente, teremos uma nova janela. A tabela 3.1 mostra o perfil da estrela de massa máxima  $\sim 1.44 M_{\odot}$ , cujo o valor limite correspondente é  $\chi_{\sigma^*\Lambda}^{\text{Inf}} = 1.25$ .

NLWM - $\chi_{\sigma\Lambda}^{\text{Inf}} = 0.1$						
$\chi_{\sigma^*\Lambda}^{\text{Inf}}$	$M_{\max}$	R	$\varepsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
1.25	1.44	8.64	13.43	1.42	0.55	0.28

Tabela 3.1: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado em que  $\chi_{\sigma\Lambda}^{\text{Inf}} = 0.1$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}^{\text{Inf}} = 1.25$ .

Note que a estrela de massa máxima da tabela 3.1 tem um raio pequeno, quando comparada à estrela de massa máxima hadrônica, e uma grande densidade de energia central. Os  $\Lambda$ s estão presentes em grande quantidade na densidade central, além do mais, os primeiros  $\Lambda$ s aparecem em densidades bem mais baixas que a densidade central. Obviamente, a equação de estado correspondente a esta estrela não é válida para os pulsares supermassivos observados recentemente.

De toda maneira, na tabela D.4, se quisermos modelar estrelas com  $\sim 2.0 M_{\odot}$  assumindo um potencial  $U_{\Lambda}^N$  tão atrativo em altas densidades, como aquele resultante da escolha  $\chi_{\sigma\Lambda}^{\text{Inf}} = 0.1$ , então devemos escolher  $\chi_{\sigma^*\Lambda} \sim 4.0$  de tal forma que  $U_{\Lambda}^{\Lambda}$  seja extremamente repulsivo em altas densidades. Estes potenciais podem ser verificados no capítulo 2 nas figuras 2.3 e 2.4 (d).

Vamos aumentar um pouco a repulsão entre os  $\Lambda$ s, devido somente a  $U_{\Lambda}^N$ , escolhendo  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$ . Esse aumento da repulsão provoca

um aumento geral nas massas máximas para cada  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  escolhido, como pode ser visto na tabela D.5. Fortes repulsões em altas densidades no potencial  $U_\Lambda^\Lambda$ , devido à escolha  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 4.0$ , resulta em massas máximas elevadas  $\sim 2.0 M_\odot$ . Todavia, vamos continuar aumentando gradativamente o valor da constante de acoplamento do  $\Lambda$  com o méson escalar  $\sigma$  até chegarmos em  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.6$ , como mostram as tabelas D.6, D.7, D.8 e D.9. À medida que aumentamos um pouco o valor de  $\chi_{\sigma\Lambda}$ , ocorre um acréscimo das massas máximas devido ao deslocamento, para valores maiores, da densidade em que ocorre o limiar de criação do  $\Lambda$ . Quanto maior  $\chi_{\sigma\Lambda}$ , mais alta a densidade em que o  $\Lambda$  aparece. Consequentemente, isto deixa a equação de estado mais “dura”. As massas máximas também aumentam à medida que  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  aumenta e isso pode ser percebido olhando para um valor fixo de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  numa das tabelas. O limiar de criação dos  $\Lambda$ s não se altera com o aumento de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ , mas a fração de partículas diminui gradativamente. Na tabela D.9, podemos obter massas máximas  $\sim 2.0 M_\odot$  para potenciais  $U_\Lambda^\Lambda$  bastante repulsivos, embora mais moderados que nos casos anteriores. Vamos procurar um balanço entre repulsão e atração nos potenciais  $U_\Lambda^N$  e  $U_\Lambda^\Lambda$  de maneira a obtermos uma equação de estado que resulte numa massa máxima da ordem de  $\sim 2.0 M_\odot$ . Além disso, procuramos uma equação de estado “dura” que tenha uma quantidade apreciável de  $\Lambda$ s no seu interior. Claro que a escolha para um valor particular das constantes de acoplamentos dos  $\Lambda$ s nos sistemas considerados em *ii*) e *iii*) é apenas uma aproximação, pois, no caso mais realístico, outros híperons irão povoar o sistema diminuindo as massas máximas até agora encontradas. Isto quer dizer que podemos imaginar os potenciais  $U_\Sigma^N$  e  $U_\Xi^N$  suficientemente repulsivos para que os  $\Sigma$ s e os  $\Xi$ s não estejam presentes no sistema.

No item *iv*), as tabelas E.1 e E.2 mostram as propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado do octeto bariônico

sem a presença dos mésons estranhos. Na tabela E.1, todos os híperons possuem as mesmas constantes de acoplamento do  $\Lambda$  com os mésons  $\chi_{\sigma\Lambda} = \chi_{\sigma H}$  e  $\chi_{\omega\Lambda} = \chi_{\sigma H}$  e também temos que  $\chi_{\rho H} = 1.0$ , onde denota os híperons  $H$ . O efeito produzido pela presença do octeto é a diminuição da massa máxima. A fração de  $Y_\Lambda$  também diminui, mas, em compensação, outros híperons estão presentes na densidade central. Quando  $\chi_{\sigma\Lambda} = 1.0$ , temos que  $\chi_{\omega\Lambda} = 1.17$  e, para valores maiores de  $\chi_{\sigma\Lambda}$ , os híperons não são mais criados no sistema, como mostra a tabela E.2.

Na tabela E.2, para a escolha  $\chi_{\sigma H} = 1.0$ , a massa máxima é menor que  $\sim 1.44 M_\odot$ , mas, quando os mésons estranhos estão presentes, de acordo com o item  $v$ ), podemos obter uma massa máxima mais elevada, como mostra a tabela E.3. Isto significa que, aumentando a repulsão entre os híperons pelo acréscimo de  $\chi_{\sigma H}$ , podemos deixar mais “dura” a equação de estado sem que os híperons deixem de estar presentes na matéria estelar. As tabelas E.4, E.5, E.6, E.7, E.8, E.9, E.10, E.11 e E.12 mostram diversas estrelas de massas máximas. Os híperons podem estar presentes em grandes quantidades na densidade central da estrela de massa máxima  $\sim 2.0 M_\odot$  desde que a repulsão entre eles, via méson  $\phi$ , seja suficientemente forte.

Vale a pena lembrar que, neste trabalho, não fixamos as constantes de acoplamento dos mésons com os híperons através do grupo SU(6). São as constantes dos mésons escalares com os híperons que são os parâmetros livres, enquanto os acoplamentos dos mésons vetoriais com os híperons são parâmetros dependentes. Isto é um pouco diferente do que se encontra na literatura. Para fixar as constantes dos híperons, além do potencial  $U_\Lambda^N = -28$  MeV, pode-se vincular os dados dos potenciais hipernucleares  $U_\Sigma^N(n_0) = 30$  MeV e  $U_\Xi^N(n_0) = -18$  MeV com os acoplamentos dos híperons através da fórmula [32]

$$U_j^{(k)}(n_k) = M_j^* - M_j + \mu_j^* - \mu_j^*, \quad (3.18)$$

que indica que o potencial da partícula  $j$  na matéria é formada por partículas  $k$ . O índice  $k$  pode denotar também a matéria de nucleons simétrica  $k = N$ . Podemos ainda usar as seguintes relações para os potenciais na matéria de híperon  $U_{\Xi}^{\Xi}(n_0) \approx 2U_{\Lambda}^{\Lambda}(n_0/2)$  e  $U_{\Sigma}^{\Sigma}(n_0) \approx U_{\Lambda}^{\Lambda}(n_0/2)$ , que são obtidas através da contagens de quarks estranhos [32].

A tabela 3.2 mostra as propriedades da estrela de massa máxima para as constantes de acoplamentos mostradas na tabela 3.3. Na parametrização A, as constantes de acoplamento dos mésons vetoriais são fixadas de acordo com SU(6), mas os mésons estranhos não estão presentes. Em B, os mésons estranhos foram incluídos e a constante de acoplamento do méson estranho vetorial é fixada de acordo SU(6), isto é,  $2\chi_{\phi\Lambda} = 2\chi_{\phi\Sigma} = \chi_{\phi\Xi} = 2\sqrt{2}/3$ . Já em C, aumentamos os valores de  $\chi_{\sigma^*H}$  de maneira a obter as relações  $2\chi_{\phi\Lambda} = 2\chi_{\phi\Sigma} = \chi_{\phi\Xi} = 2 \times 2\sqrt{2}/3$ .

Note que esses resultados para as massas máximas são muito próximos daqueles mostrados na tabela E.8.

NLWM - Octeto bariônico							
Set	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}$	$Y_H$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	$Y_H$	( $\text{fm}^{-3}$ )
A	1.89	12.78	4.58	0.78	0.33	0.57	0.34
B	1.91	12.58	4.87	0.82	0.04	0.37	0.34
C	1.98	11.32	6.67	1.04	0.11	0.39	0.34

Tabela 3.2: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado do octeto bariônico utilizando vínculos dos potenciais  $U_{\Lambda}^N$ ,  $U_{\Sigma}^N$  e  $U_{\Xi}^N$ . Os mésons estranhos estão presentes e utilizamos  $U_{\Xi}^{\Xi}(n_0) \approx 2U_{\Lambda}^{\Lambda}(n_0/2)$  e  $U_{\Sigma}^{\Sigma}(n_0) \approx U_{\Lambda}^{\Lambda}(n_0/2)$ .

Set	Parâmetros				
-	$\chi_{\sigma\Lambda}$	$\chi_{\omega\Lambda}$	$\chi_{\sigma^*\Lambda}$	$\chi_{\phi\Lambda}$	$\chi_{\rho\Lambda}$
A	0.61	2/3	—	—	0.0
B	0.61	2/3	0.06	$1 \times \sqrt{2}/3$	0.0
C	0.61	2/3	0.94	$2 \times \sqrt{2}/3$	0.0
-	$\chi_{\sigma\Sigma}$	$\chi_{\omega\Sigma}$	$\chi_{\sigma^*\Sigma}$	$\chi_{\phi\Sigma}$	$\chi_{\rho\Sigma}$
A	0.40	2/3	—	—	1.0
B	0.40	2/3	0.860	$1 \times \sqrt{2}/3$	1.0
C	0.40	2/3	1.280	$2 \times \sqrt{2}/3$	1.0
-	$\chi_{\sigma\Xi}$	$\chi_{\omega\Xi}$	$\chi_{\sigma^*\Xi}$	$\chi_{\phi\Xi}$	$\chi_{\rho\Xi}$
A	0.32	1/3	—	—	2.0
B	0.32	1/3	1.050	$1 \times 2\sqrt{2}/3$	2.0
C	0.32	1/3	2.150	$2 \times 2\sqrt{2}/3$	2.0

Tabela 3.3: Constantes de acoplamentos.

### 3.5 Resultados: Matéria Estelar em Equilíbrio $\beta$ em $T > 0$

Já obtivemos as expressões para a densidade, pressão e densidade de energia no modelo NLWM em temperatura finita. Em temperatura finita, as antipartículas passam a ter um papel importante na equação de estado relativística e estas excitações no mar de Dirac são contabilizadas na distribuição de Fermi-Dirac. A densidade do sistema é dada pela diferença entre a densidade de partículas e a densidade de antipartículas.

Na presente seção, discutiremos como a temperatura afeta a equação de estado e a população de partículas, assim como o papel dos mésons estranhos e das constantes de acoplamento. Do ponto de vista da termodinâmica, o sistema em temperatura finita se encontra em contato com um reservatório térmico. Desta maneira, flutuações entre o sistema e o reservatório são permitidas e o potencial termodinâmico que contém toda a informação do sistema é a energia livre de

Helmholtz  $F(T, V, N) = U(S, V, N) - ST$ , onde  $U$  é a energia;  $S$ , a entropia;  $V$ , o volume;  $N$ , o número de partículas; enquanto o parâmetro intensivo  $T$  é a temperatura. Matematicamente, os potenciais termodinâmicos estão todos vinculados à energia interna do sistema através das transformadas de Legendre.

A energia livre de Helmholtz por volume é definida como  $\mathcal{F} = F/V$  e é através dela que obtemos a energia de ligação. Podemos definir uma quantidade análoga à energia interna por partícula  $\varepsilon/n_B$  em temperatura zero através da razão  $\mathcal{F}/n_B$ , ou seja, a energia livre por partícula. Note que a entropia por volume  $s = S/V$  está perfeitamente definida em termos da pressão  $p$  e da densidade de energia  $\varepsilon$  através da equação  $s = (p + \varepsilon - \mu_i n_i)/T$ , onde  $i$  denota uma espécie de partícula do sistema.

A figura 3.25 mostra uma família de curvas para a energia de ligação em temperatura finita. Em  $T = 0$ , temos que  $(\varepsilon/n_B) = (\mathcal{F}/n_B)$  e, portanto, a curva correspondente na figura é a conhecida energia de ligação para matéria estelar.

A energia de ligação da matéria estelar não tem um mínimo local e esta característica se mantém na energia ligação em temperatura finita. Para o caso  $T = 10$  MeV, uma contribuição da entropia modifica a equação de estado em baixas densidades. Além disso, a curva é deslocada globalmente para valores menores de energia. O mesmo padrão se repete para uma temperatura de  $T = 20$  MeV.

Através da figura 3.25, vemos que a temperatura não deixa a equação de estado mais “mole”, embora deixe a energia livre do sistema mais negativa. Se a equação de estado não muda a inclinação em densidades altas, quando aumentamos a temperatura, então, o valor da massa máxima resultante será muito próximo ao valor da massa máxima obtida com a equação de estado em  $T = 0$ .

Vamos averiguar o que acontece quando o  $\Lambda$  está presente em temperatura finita. A figura 3.26 mostra uma família de curvas para a energia de ligação em  $T = 0$ ,  $T = 10$  MeV e  $T = 20$  MeV. Na figura 3.26 (a), fixamos  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$  e, na figura 3.26 (b),  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$  é mantido constante. Em cada uma dessas figuras, consideramos o caso com mésons estranhos (linha tracejada), em que  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$  é fixo, e o caso sem os mésons estranhos (linha cheia).

Já verificamos que os mésons estranhos deixam as equações de estado mais inclinadas quando comparadas às equações de estado para o sistema sem mésons estranhos. Qualitativamente, o efeito da temperatura é deslocar a energia de ligação para valores menores de energia, mas esse efeito é maior em densidades mais baixas. Para  $T = 10$  MeV, note que  $(\varepsilon/n_B - \mathcal{F}/n_B) \sim 9$  MeV em  $n_B \sim 0.15 \text{ fm}^{-3}$  e diminui à medida que a densidade aumenta, como mostra a figura 3.27. Para o octeto bariônico, devemos ter um comportamento muito similar da entropia por volume como poderemos verificar nas figuras 3.28 e 3.29.

Na figura 3.29, o octeto bariônico está incluído e mantivemos fixo o acoplamento  $\chi_{\sigma H} = 0.2$ . Na figura 3.29 (a) fixamos  $\chi_{\rho H} = 0.5$  e na figura 3.29 (b)  $\chi_{\rho H} = 1.0$ . Em ambas as figuras, mostramos o efeito da inclusão dos mésons estranhos na energia de ligação. Igualmente como ocorre em temperatura zero, a equação de estado fica mais “dura” quando os mésons estranhos estão presentes. A energia livre se desloca para valores de energia mais negativos. O efeito produzido por  $Ts$  é maior em baixas densidades. Quanto maior a temperatura, maior será o desvio da energia livre em relação à densidade de energia livre em  $T = 0$ .

A inclusão da temperatura tem consequências para a população de partículas na protoestrela. As antipartículas também são criadas no sistema e são contabilizadas nas distribuições de Fermi-Dirac na ex-

pressão para as densidades. No sistema em temperatura finita, isto é, maior que o zero absoluto, as condições para o equilíbrio  $\beta$  e a neutralidade de carga podem ser estabelecidas. As figuras 3.30 (a) e (b) mostram como a temperatura modifica a criação de cada bárion do sistema e também dos léptons presentes. Na figura, consideramos um sistema mais simples, contendo prótons, nêutrons,  $\Lambda$ s e os léptons, que, por sua vez, garantem a neutralidade de carga. Note que as populações relativas de próton,  $\Lambda$  e de léptons iniciam em densidades muito baixas e, conseqüentemente, uma pequena diminuição da fração de nêutrons é percebida em densidades igualmente baixas. A presença das antipartículas modifica a distribuição de Fermi-Dirac, que, em temperatura zero, é a simples função degrau na equação de estado. Em temperatura zero, o limiar de criação dos bárions e léptons ocorre numa densidade bem definida, isto é, para uma certa energia de Fermi. Abaixo da energia de Fermi, todos os estados estão ocupados e são igualmente prováveis e, acima desta energia, todos os estados estão vazios. Em temperatura finita, o cálculo da densidade de partículas se dá integrando sobre todos os valores de momento; não há um valor limite para o momento das partículas, isto é, o momento de Fermi. A energia de Fermi deixa de ser a energia do último estado ocupado. Em temperatura finita, há a probabilidade de criação das antipartículas, embora elas não estejam presentes em  $T = 0$ .

Vamos agora tratar da matéria estelar com o octeto bariônico em equilíbrio e com a neutralidade de carga. A tabela 3.4 mostra as propriedades da estrela de massa máxima considerando a temperatura constante (sistema isotérmico). A entropia não é constante com a densidade da estrela e a tabela mostra o valor estimado na densidade central. Os mésons estranhos não estão presentes no sistema e escolhemos um valor particular  $\chi_{\sigma H} = 0.7$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$ . Através de simulações de

NLWM - $\chi_{\sigma H} = 0.7$ e $\chi_{\sigma^* H} = \chi_{\phi H} = 0.0$							
$T$ (MeV)	$M_{\max}$ ( $M_{\odot}$ )	R (km)	$\epsilon_c$ ( $\text{fm}^{-4}$ )	$n_c$ ( $\text{fm}^{-3}$ )	$Y_{\Lambda}$ -	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$ ( $\text{fm}^{-3}$ )	$(s/n_B)_c$ -
0	2.01	12.10	5.55	0.90	0.31	0.38	0.00
20	2.01	12.15	5.54	0.89	0.29	—	1.08
40	2.00	12.14	5.43	0.87	0.24	—	1.98

Tabela 3.4: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado isotérmica com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s, densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s e entropia central para  $\chi_{\sigma H} = 0.7$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$  sem mésons estranhos.

supernova, estima-se que a entropia na protoestrela seja fixa (sistema isentrópico) com valores em torno de  $(s/n_B) = (1 - 2)$ . Desta forma, a temperatura deve aumentar da parte mais externa para o centro. No presente trabalho, não vamos considerar a protoestrela contendo neutrinos aprisionados no interior, isto é, nossos resultados são para estrelas desleptonizadas.

NLWM - $\chi_{\sigma H} = 0.7$ e $\chi_{\sigma^* H} = \chi_{\phi H} = 0.0$							
$s/n_B$ -	$M_{\max}$ ( $M_{\odot}$ )	R (km)	$\epsilon_c$ ( $\text{fm}^{-4}$ )	$n_c$ ( $\text{fm}^{-3}$ )	$Y_{\Lambda}$ -	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$ ( $\text{fm}^{-3}$ )	$T_c$ (MeV)
0	2.01	12.10	5.55	0.90	0.31	0.38	0.00
1	2.01	12.14	5.55	0.89	0.29	—	18.24
2	2.00	12.19	5.55	0.88	0.25	—	40.52

Tabela 3.5: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado isentrópica com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s, densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s e temperatura central para  $\chi_{\sigma H} = 0.7$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$  sem mésons estranhos.

Na tabela 3.5, temos alguns resultados para uma estrela isentrópica, onde fixamos a entropia em dois valores. Para  $s = 0$ , o sistema

se reduz ao caso isotérmico  $T = 0$ . Utilizamos as seguintes escolhas:  $\chi_{\sigma H} = 0.7$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$ . As massa máximas praticamente não se alteram com o aumento da entropia e o mesmo acontece com a densidade de energia central. A densidade central diminui muito pouco com o aumento da entropia. O limiar de criação dos  $\Lambda$ s no sistema com entropia (ou temperatura) fixa ocorre em densidades muito baixas com frações muito pequenas. A temperatura central da estrela de massa máxima também é mostrada e é naturalmente mais quente para a entropia por bárion maior. Esses valores estão de acordo com o que se espera nas simulações da evolução da protoestrela, embora um estudo mais completo deva incluir a etapa onde os neutrinos estão aprisionados e também impor uma fração de léptons fixa no sistema.

NLWM - $\chi_{\sigma H} = 0.7$ e $\chi_{\sigma^* H} = 1.0$							
$T$ (MeV)	$M_{\max}$ ( $M_{\odot}$ )	R (km) (km)	$\epsilon_c$ ( $\text{fm}^{-4}$ )	$n_c$ ( $\text{fm}^{-3}$ )	$Y_{\Lambda}$ -	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$ ( $\text{fm}^{-3}$ )	$(s/n_B)_c$ -
0	2.15	11.66	6.10	0.94	0.16	0.38	0.00
20	2.16	12.47	6.05	0.93	0.17	—	0.83
40	2.17	11.77	5.93	0.91	0.15	—	1.62

Tabela 3.6: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado isotérmica com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s, densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s e entropia por volume central, para  $\chi_{\sigma H} = 0.7$ ,  $\chi_{\sigma^* H} = 1.0$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$ .

Por completude, vamos permitir que os híperons troquem mésons estranhos. Esperamos que o resultado seja similar ao caso de temperatura zero em que a equação de estado fica mais “dura”. A tabela 3.6 mostra os resultados para o sistema isotérmico, onde utilizamos  $\chi_{\sigma H} = 0.7$ ,  $\chi_{\sigma^* H} = 1.0$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$ . Note que as massas máximas são maiores que as mostradas na tabela 3.5, e isto é devido à interação

repulsiva entre híperons através dos mésons estranhos. Agora podemos perceber um crescimento da massa máxima com o aumento da temperatura. Vamos fixar a entropia e verificar qual o valor da temperatura central da estrela.

NLWM - $\chi_{\sigma H} = 0.7$ e $\chi_{\sigma^* H} = 1.0$							
$s/n_B$	$M_{\text{max}}$ ( $M_{\odot}$ )	R (km)	$\varepsilon_c$ ( $\text{fm}^{-4}$ )	$n_c$ ( $\text{fm}^{-3}$ )	$Y_{\Lambda}$ -	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$ ( $\text{fm}^{-3}$ )	$T_c$ (MeV)
0	2.15	11.66	6.10	0.94	0.16	0.38	0.00
1	2.15	11.66	5.55	0.94	0.17	—	24.13
2	2.16	11.78	5.55	0.91	0.15	—	50.65

Tabela 3.7: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado isentrópica com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s, densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s e temperatura central,  $\chi_{\sigma H} = 0.7$ ,  $\chi_{\sigma^* H} = 1.0$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$ .

A tabela 3.7 mostra os resultados para a equação de estado isentrópica com os mésons estranhos presentes. As constantes de acoplamentos são as mesmas da tabela 3.6, apenas fixamos a entropia em vez da temperatura. Para a entropia por bário ( $s/n_B = 1$ ), a temperatura central é  $T = 24$  MeV e para ( $s/n_B = 2$ ), a estrela de massa máxima é mais quente no centro. Note que a massa máxima aumenta ligeiramente com o aumento da entropia. Esse aumento é percebido quando os mésons estranhos estão presentes. Quando não há mésons estranhos, as massas máximas não mudam praticamente com a entropia.

As tabelas 3.8 e 3.9 mostram o caso em que os mésons estranhos atuam em altas densidades de forma mais repulsiva ainda, isto é,  $\chi_{\sigma^* H} = 1.5$ . O efeito geral é um endurecimento maior na equação de estado e massas máximas mais elevadas. No que diz respeito aos sistemas isotérmico e isentrópico, o padrão dos resultados anteriores se mantém.

NLWM - $\chi_{\sigma H} = 0.7$ e $\chi_{\sigma^* H} = 1.5$							
$T$ (MeV)	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$	$(s/n_B)_c$
(MeV)	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	( $\text{fm}^{-3}$ )	-
0	2.18	11.55	6.21	0.95	0.09	0.38	0.00
20	2.20	12.32	6.16	0.94	0.11	—	0.77
40	2.21	11.72	5.98	0.91	0.11	—	1.52

Tabela 3.8: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado isotérmica com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s, densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s e entropia por volume central, para  $\chi_{\sigma H} = 0.7$ ,  $\chi_{\sigma^* H} = 1.5$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$ .

NLWM - $\chi_{\sigma H} = 0.7$ e $\chi_{\sigma^* H} = 1.5$							
$s/n_B$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$	$T_c$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	( $\text{fm}^{-3}$ )	(MeV)
0	2.18	11.55	6.21	0.95	0.09	0.38	0.00
1	2.20	11.58	6.22	0.94	0.11	—	26.15
2	2.20	11.75	6.08	0.91	0.10	—	53.67

Tabela 3.9: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado isentrópica com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s, densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s e temperatura central, para  $\chi_{\sigma H} = 0.7$ ,  $\chi_{\sigma^* H} = 1.5$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$ .

### 3.6 Conclusões Parciais: Altas Densidades

Nesta segunda parte do presente trabalho, abordamos o diagrama de fases em regiões de altas densidades da matéria contendo nêutrons e lambdas. Estudamos as instabilidades através da decomposição espinodal no modelo não relativístico AFDMC e também nos

modelos relativísticos LWM e NLWM. Fizemos uma análise detalhada das espinodais para matéria  $n\Lambda$  no modelo AFDMC, verificamos que, em altas densidades, ocorrem anomalias no potencial termodinâmico, embora tenhamos concluído ser melhor não interpretar tais espinodais como regiões características de uma transição de fases, principalmente quando desejamos extrapolar qualitativamente os resultados para matéria estelar. Isto se deve às limitações do modelo AFDMC para grandes frações de  $\Lambda$ s e também porque a velocidade do som no meio se torna muito elevada, violando a hipótese bem estabelecida para a velocidade limite. No que diz respeito à condição de equilíbrio  $\mu_n = \mu_\Lambda$  para esse simples sistema em algumas parametrizações, a trajetória de equilíbrio não apresenta instabilidades e isto aponta no sentido de não haver transições de fases em altas densidades para matéria estelar. Algumas considerações sobre autovetores e instabilidades na parametrização  $\Lambda_n + \text{Ann}$  (II) foram consideradas em detalhes. Contudo, tais instabilidades não são físicas e isto se deve, novamente, ao fato de o modelo AFDMC possuir limitações para grandes frações de  $\Lambda$ s. No diagrama de fases da matéria  $n\Lambda$ , nos modelos RMF, as chamadas espinodais não ocorrem para altas densidades bariônicas. Por baixas densidades, entendemos, no presente contexto, aqueles valores menores que  $n_B \sim 0.15 \text{ fm}^{-3}$ , onde se localizam majoritariamente as espinodais do sistema  $n\Lambda$ , como verificado na primeira parte do trabalho. Portanto, por altas densidades, entendemos como as demais regiões do espaço de fase. Claro que, na matéria estelar, temos uma condição de equilíbrio e, quando necessário, a imposição da neutralidade de carga. Desta forma, são as trajetórias no espaço de fase que indicam possíveis instabilidades, e não regiões bidimensionais. Vários modelos preveem o surgimento dos  $\Lambda$ s em densidades de  $n_B \sim 0.3 \text{ fm}^{-3}$ , embora isso mude conforme a parametrização. Visando a aplicação em astrofísica, é importante

considerar que a matéria esteja em equilíbrio químico. Inicialmente, verificamos que, quando impomos a simples condição  $\mu_n = \mu_\Lambda$ , as trajetórias resultantes no espaço de fases não apresentam nenhuma instabilidade. Devido ao princípio de exclusão de Pauli, o limiar de criação dos  $\Lambda$ s ocorre sempre em densidades acima daquelas encontradas nas espinodais calculadas na primeira parte do trabalho para baixas densidades. Este resultado nos indica que uma transição de primeira ordem em regiões densas da estrela não é prevista pelos modelos relativísticos considerados. Ainda no contexto das aplicações à matéria estelar, temos que observar a presença dos prótons e, conseqüentemente, dos elétrons para garantir a neutralidade de carga. Verificamos que a inclusão de uma pequena porção de prótons e léptons, como requer a matéria estelar, não altera os resultados qualitativos obtidos através da simples condição  $\mu_n = \mu_\Lambda$ . A verificação da existência de instabilidades em altas densidades no contexto da matéria estelar contendo nêutrons, prótons, lambdas e léptons não foi considerada nesse trabalho. Mas devemos lembrar que, na parte de baixas densidades, havíamos calculado as espinodais tridimensionais para um sistema, embora mais simples, contendo nêutrons, prótons e lambdas e, naquele momento, verificamos que o volume espinodal não se estendia para regiões de altas densidades. Isto aponta para a provável inexistência de uma transições de fases na matéria estelar nas regiões densas no que diz respeito à presença de nêutrons, prótons, lambdas e léptons em equilíbrio  $\beta$ . Exclusivamente para o modelo NLWM, estudamos a matéria estelar em equilíbrio  $\beta$  levando em conta os vínculos dos potenciais hipernucleares para fixar as constantes de acoplamento dos  $\Lambda$ s com os mésons. Consideramos três casos para matéria estelar: inicialmente, a matéria estelar composta por nucleons; depois, incluímos os  $\Lambda$ s; e, finalmente, incluímos todo o octeto. Avaliamos os efeitos das constantes de acoplamento na equa-

ção de estado e nas frações de partículas. Verificamos que, na equação de estado, há uma correlação entre uma forte atração em baixas densidades com uma forte repulsão para densidades altas. Este efeito é esperado, pois vinculamos os potenciais hipernucleares às constantes de acoplamento dos híperons. Portanto, o aumento da constante de acoplamento  $\chi_{\sigma\Lambda}$  se traduz numa forte repulsão em altas densidades. O mesmo vale para  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  e isso se reflete no potencial  $U_\Lambda^\Lambda$ , assim com na equação de estado. Note que, nas regiões de baixas densidades na transição de fases líquido-gás, o aumento das constantes  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  produz uma maior atração no sistema, enquanto que, para a matéria estelar em altas densidades, o aumento das mesmas constantes provoca uma maior repulsão no sistema. Nesta parte do trabalho, isto é, em altas densidades, o que importa é que a equação de estado fica mais “dura” quando aumentamos  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e isto nos leva a obter massas máximas cada vez mais elevadas. Observamos que nossos resultados estão de acordo com recentes descobertas de pulsares com  $2M_\odot$  e que o aumento  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  pode produzir massas ainda maiores, embora isto contradiga alguns resultados recentes [94]. Esta contradição reside no fato de que fixamos as constantes de acoplamento de maneira a obter maior repulsão em altas densidades à medida em que  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  aumenta. A questão de quão intenso pode ser o valor do acoplamento  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  é difícil de responder e, certamente, deve ser usado com cautela para produzir o efeito de “endurecimento” da equação de estado. O maior problema reside em atingir massas máximas elevadas contando com todos os híperons na matéria estelar e não há razão para supor válidos os mesmos critérios para fixar as constantes dos híperons a partir dos  $\Lambda$ s. O que fizemos foi utilizar o grupo de simetria  $SU(6)$  para fixar as constantes dos híperons com os mésons vetoriais e usar algumas relações baseadas na contagem de quarks para estimar os valores dos potenciais hipernucleares em termos

de  $U_{\Lambda}^{\Lambda}$ . Tais relações têm alguns efeitos na equação de estado, como, por exemplo, fazer com que o  $\Sigma^{-}$  não apareça no sistema. De maneira geral, a inclusão do octeto, junto com as considerações anteriores para as constantes de acoplamento, não muda qualitativamente os resultados das massas máximas. Um resultado mais próximo de  $2M_{\odot}$  requer que a simetria  $SU(6)$  não seja respeitada. Na esteira dos últimos resultados discutidos, incluímos também a discussão sobre a temperatura e verificamos apenas uma pequena variação nas massas máximas.

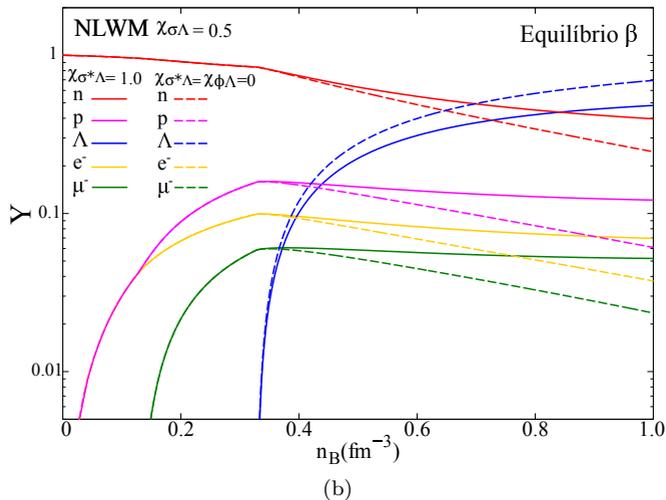
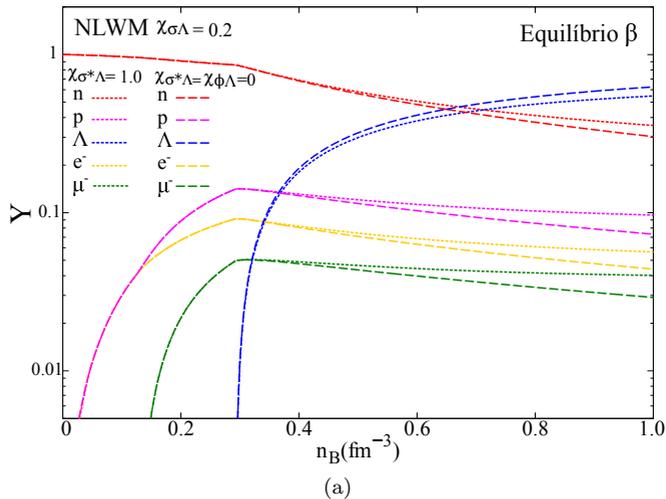


Figura 3.17: População relativa na matéria ( $n$ ,  $p$ ,  $\Lambda$ ,  $e^-$ ,  $\mu^-$ ) em equilíbrio  $\beta$  e de carga no modelo NLWM, onde fixamos as constantes de acoplamento em (a)  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$ , enquanto, em (b),  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$ . Em cada figura, temos a população relativa de partículas na presença dos mésons estranhos quando fixamos  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$  e também para a matéria sem mésons estranhos quando  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = \chi_{\phi\Lambda} = 0$ .

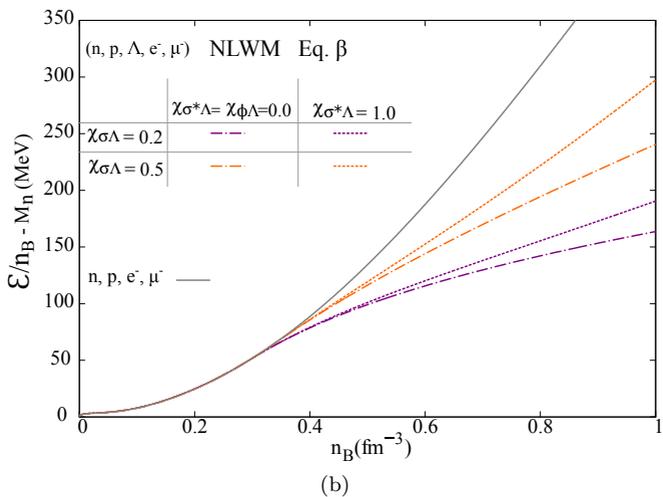
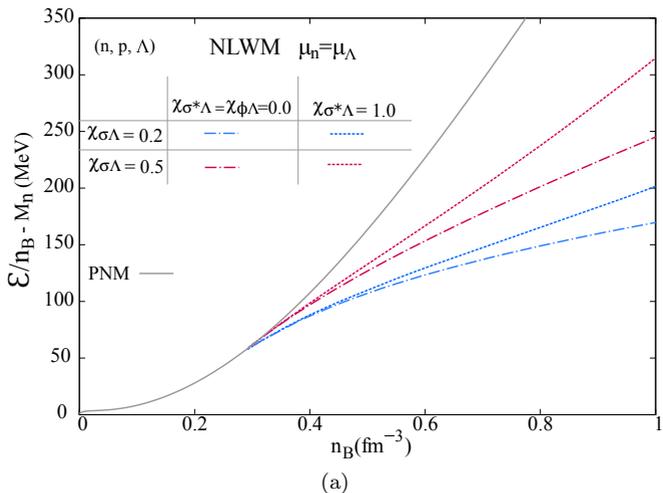
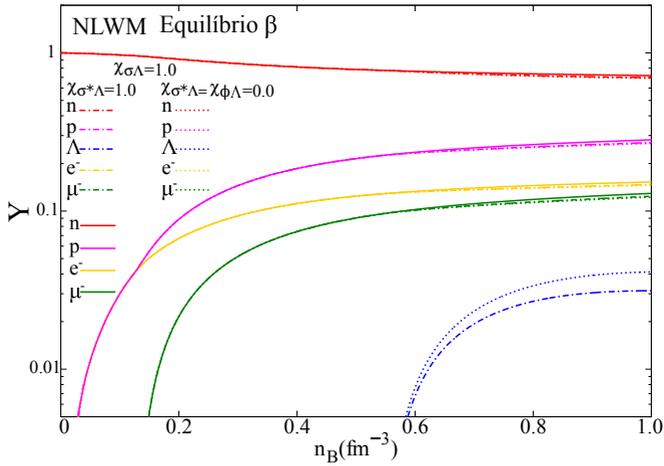
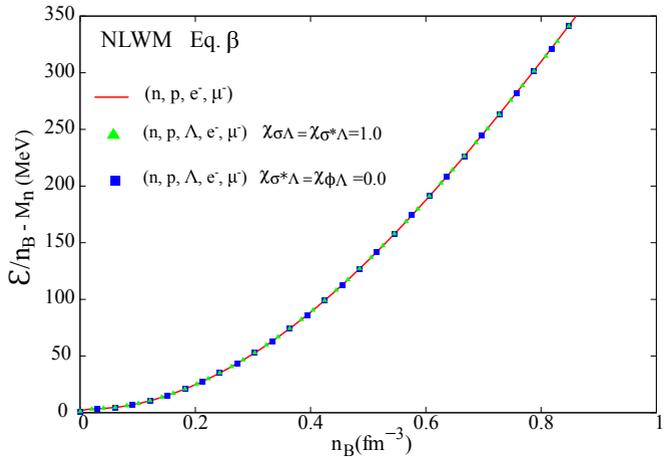


Figura 3.18: (a) Energia de ligação para matéria  $(n, p, \Lambda)$  mediante a condição  $\mu_n = \mu_\Lambda$ , enquanto que, em (b), temos a matéria  $(n, p, \Lambda, e^-, \mu^-)$  em equilíbrio  $\beta$  e neutra. Em cada uma das figuras, foram utilizados dois valores para  $\chi_{\sigma\Lambda}$ , já, para para os mésons estranhos, foi utilizado  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ , enquanto que a ausência deles significa  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = \chi_{\phi\Lambda} = 0$ .



(a)



(b)

Figura 3.19: (a) População relativa na matéria ( $n, p, \Lambda, e^-, \mu^-$ ) em equilíbrio  $\beta$  e de carga no modelo NLWM, onde fixamos as constantes de acoplamento como sendo  $\chi_{\sigma\Lambda} = \chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ . Quando os mésons estranhos não estão presentes, temos que  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = \chi_{\phi\Lambda} = 0.0$ . A população relativa na matéria ( $n, p, \mu^-$ ) também é mostrada. Já a figura (b) mostra a energia de ligação para os três sistemas de (a).

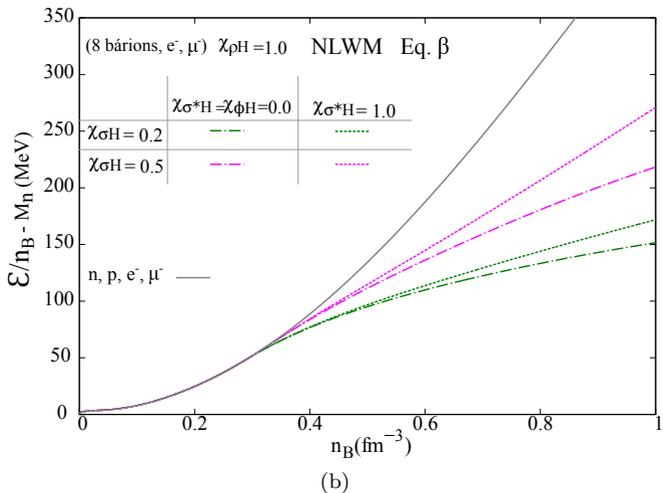
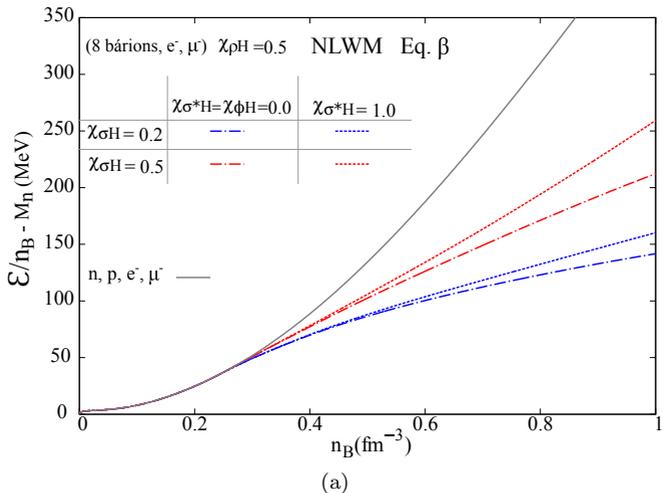


Figura 3.20: Energia de ligação para matéria (octeto,  $e^-$ ,  $\mu^-$ ) em equilíbrio  $\beta$  e neutra no modelo NLWM. Em cada uma das figuras, foram utilizados dois valores para  $\chi_{\sigma\Lambda}$ , já, para para os mésons estranhos foi utilizado  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = 1.0$ , enquanto que a ausência deles significa  $\chi_{\sigma^*\Lambda} = \chi_{\phi\Lambda} = 0$ . (a) conta com  $\chi_{\rho H} = 0.5$ , enquanto que, em (b),  $\chi_{\rho H} = 1.0$ .

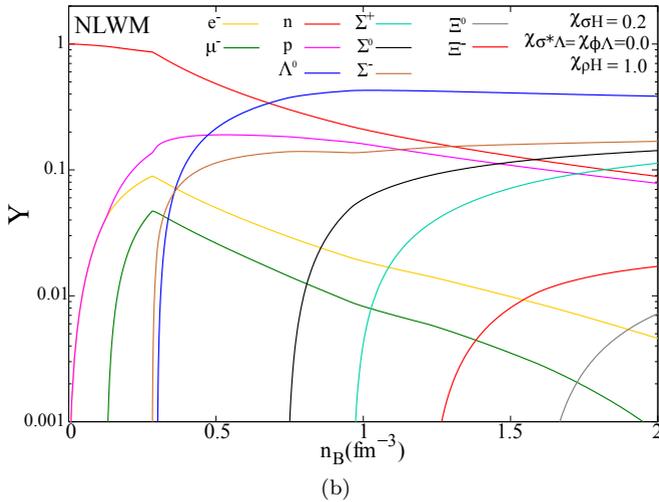
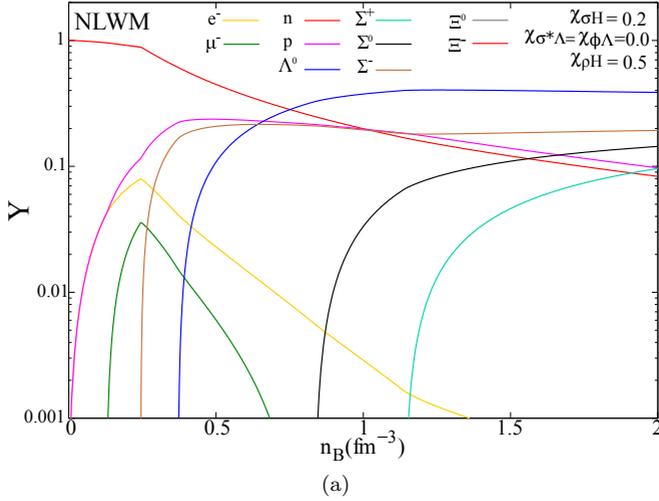


Figura 3.21: (a) População relativa na matéria (octeto,  $e^-$ ,  $\mu^-$ ) em equilíbrio  $\beta$  e de carga no modelo NLWM com  $\chi_{\sigma H} = 0.2$  e  $\chi_{\sigma^* H} = \chi_{\sigma^* H} = 0.0$ . (a) conta com  $\chi_{\rho H} = 0.5$ , enquanto que, em (b),  $\chi_{\rho H} = 1.0$ .



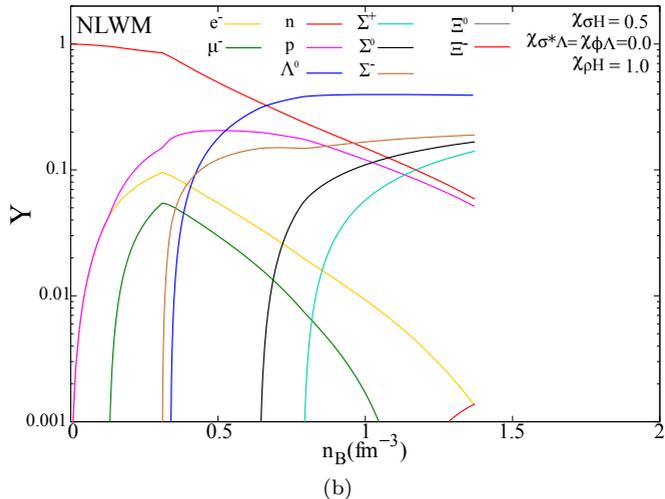
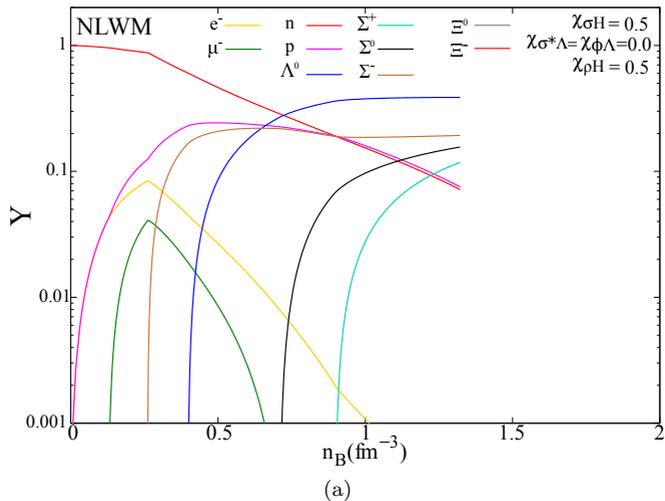


Figura 3.23: (a) População relativa na matéria (octeto,  $e^-$ ,  $\mu^-$ ) em equilíbrio  $\beta$  e de carga no modelo NLWM com  $\chi_{\sigma H} = 0.5$  e  $\chi_{\sigma^* H} = \chi_{\sigma^* \Lambda} = \chi_{\phi \Lambda} = 0.0$ . (a) conta com  $\chi_{\rho H} = 0.5$ , enquanto que, em (b),  $\chi_{\rho H} = 1.0$ .

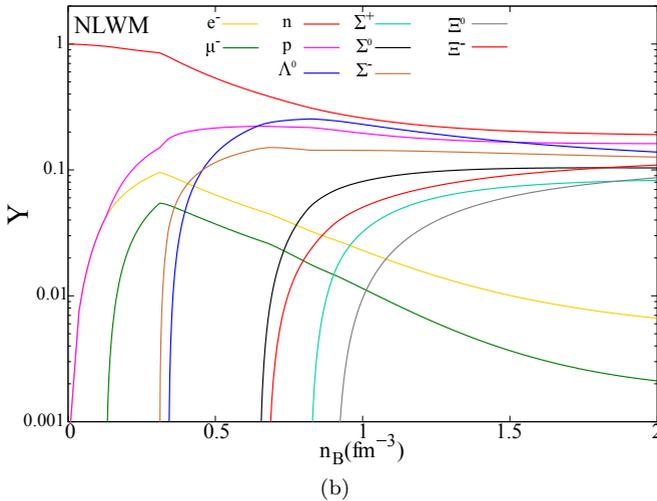
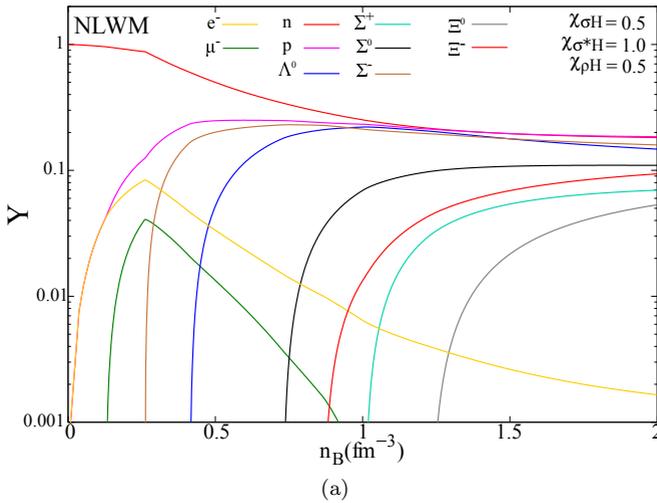


Figura 3.24: (a) População relativa na matéria (octeto,  $e^-$ ,  $\mu^-$ ) em equilíbrio  $\beta$  e de carga no modelo NLWM com  $\chi_{\sigma H} = 0.5$  e  $\chi_{\sigma^* H} = 1.0$ . (a) conta com  $\chi_{\rho H} = 0.5$ , enquanto que, em (b),  $\chi_{\rho H} = 1.0$ .

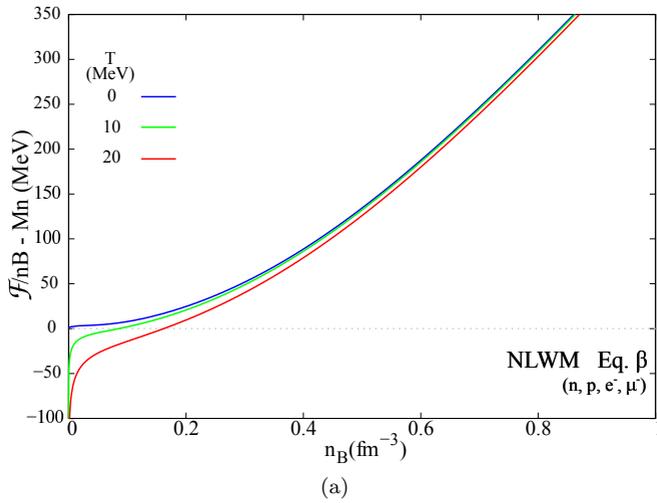


Figura 3.25: Energia de ligação na temperatura finita no modelo NLWM para matéria estelar sem híperons.

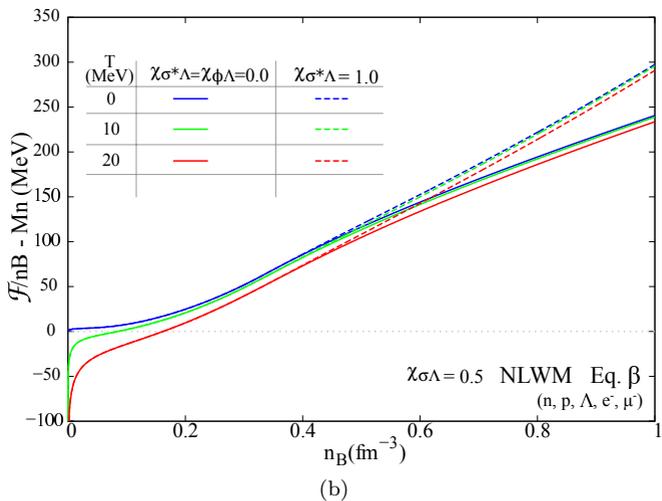
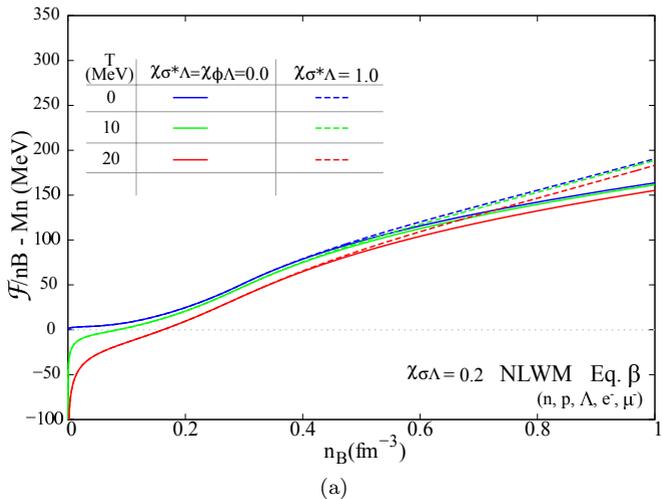
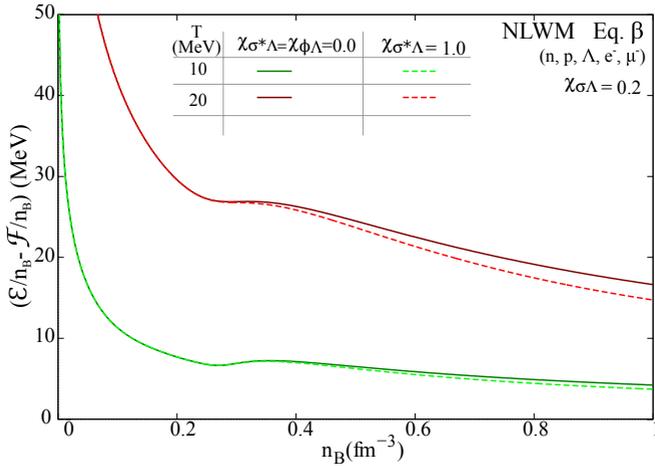
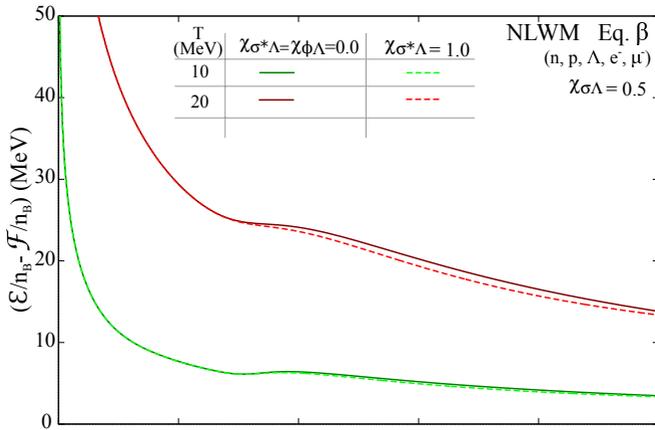


Figura 3.26: Energia de ligação na temperatura finita no modelo NLWM para matéria estelar contendo o  $\Lambda$  com diferentes constantes de acoplamentos, com e sem mésons estranhos.



(a)



(b)

Figura 3.27: Diferença entre  $(\epsilon/n_B - \mathcal{F}/n_B)$  no modelo NLWM para matéria estelar, contendo  $(n, p, \Lambda, e^-, \mu^-)$ . Os casos com mésons estranhos e sem mésons estranhos são mostrados para (a)  $\chi_{\sigma H} = 0.2$  e (b)  $\chi_{\sigma H} = 0.5$ .

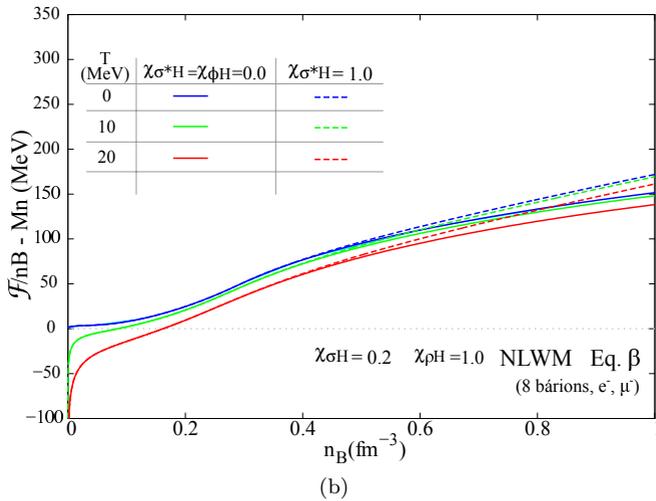
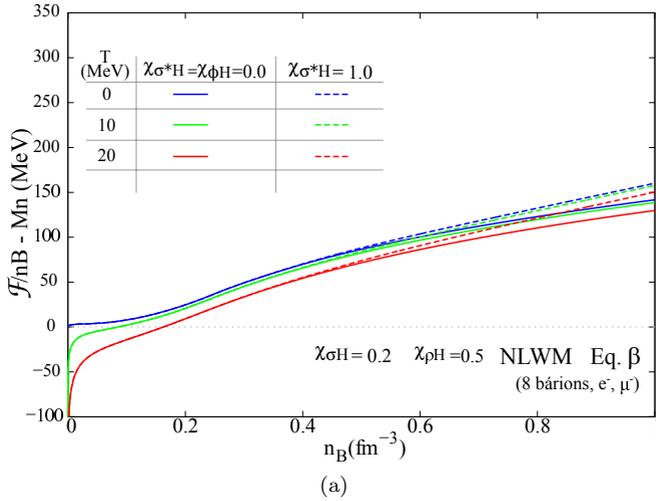
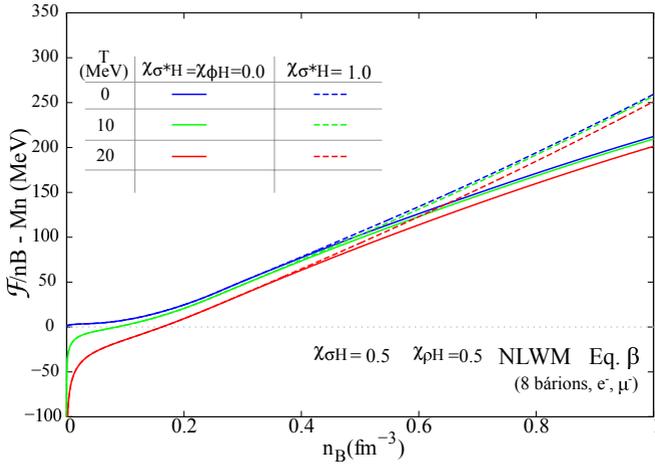
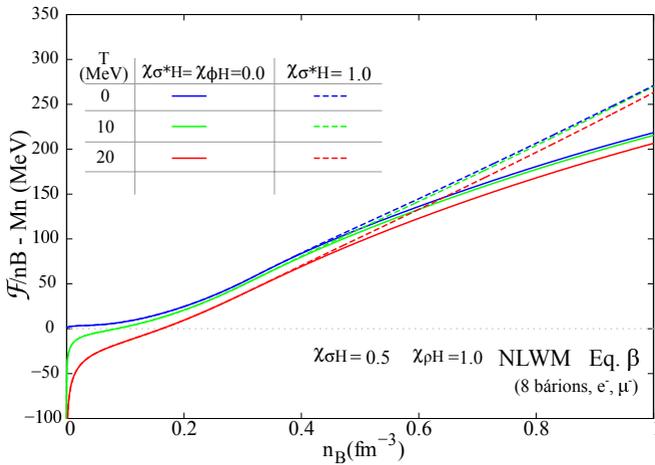


Figura 3.28: Energia de ligação na temperatura finita no modelo NLWM para matéria estelar, contendo o octeto bariônico, com  $\chi_{\sigma H} = 0.5$ . Os casos com mésons estranhos e sem mésons estranhos são mostrados para (a)  $\chi_{\rho H} = 0.5$  e (b)  $\chi_{\rho H} = 1.0$ .



(a)



(b)

Figura 3.29: Energia de ligação na temperatura finita no modelo NLWM para matéria estelar, contendo o octeto bariônico, com  $\chi_{\sigma H} = 0.5$ . Os casos com mésons estranhos e sem mésons estranhos são mostrados para (a)  $\chi_{\rho H} = 0.5$  e (b)  $\chi_{\rho H} = 1.0$ .

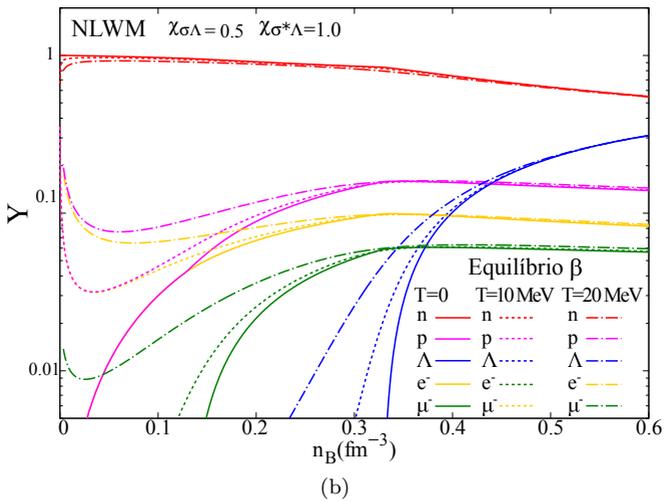
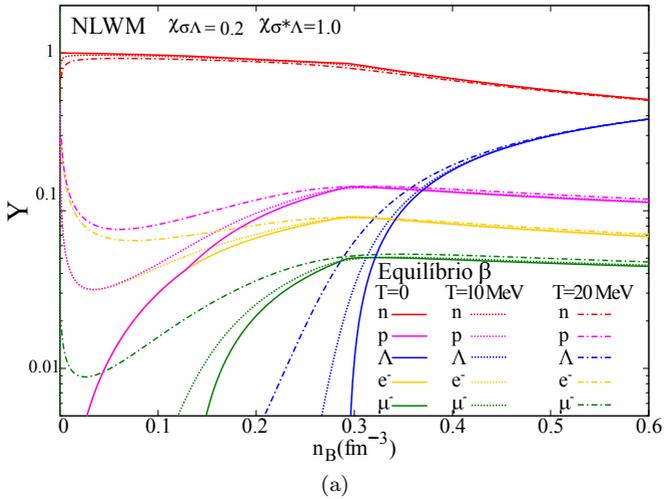


Figura 3.30: População relativa de partícula em temperatura finita.

## 4 A MATÉRIA QUARKIÔNICA

Nesta parte do trabalho, vamos tratar de modelos efetivos para descrever a matéria de quarks. Esses modelos serão utilizados para verificar a hipótese da matéria estranha através da análise de parâmetros livres. O espaço de parâmetros livres sob a condição expressa pela conjectura da matéria estranha resultará nas janelas de estabilidade. Consideraremos dois modelos efetivos relativísticos em temperatura nula e também em temperatura finita. O estudo da equação de estado na temperatura finita é relevante no contexto da protoestrela. No presente trabalho, é considerada a possibilidade de existência de uma estrela de quarks, isto é, a matéria no interior da estrela compacta se encontra em equilíbrio  $\beta$  e obedece a hipótese da matéria estranha. A hipótese da matéria estranha, devido a N. Itoh, A. Bodmer, E. Witten e H. Terazawa [3–6], considera que, em condições especiais, a matéria estranha se revela o verdadeiro estado fundamental da matéria nuclear. Por que a matéria de nêutrons e prótons não decai no plasma de quarks? A resposta é que a estabilidade da matéria estranha requer um fração significativa de quarks estranhos. Converter um núcleo de ferro  $A = 56$  em um fragmento de matéria estranha, isto é, nos chamados *strangelet*, exige uma altíssima ordem da interação fraca para fazer a conversão de quarks, aproximadamente um terço dos  $u$  e  $d$ , simultaneamente, em quark  $s$  [95, 97]. Um processo como este é muito pouco provável de ocorrer, pois a probabilidade de ocorrência depende da interação fraca e do número bariônico. Quanto menor  $A$ , mais favorável é a conversão simultânea de uma fração quarks  $u$  e  $d$  em quarks  $s$  e mais provável se torna a matéria estranha. Contudo, efeitos de superfície desestabilizam o fragmento de matéria estranha mesmo que seja estável no *bulk*. Desta forma, se considerarmos a hipótese Itoh-Bodmer-Witten-

Terazawa, a formação da matéria estranha estável requer um ambiente naturalmente rico em estranheza para que ela possa existir como estado fundamental da matéria hadrônica no *bulk*. O diagrama de fases pode dar uma pista sobre tais “ambientes” ricos em estranheza, isto é, no plasma de quarks e glúons nas colisões de íons pesados, no universo primordial e também no interior das estrelas de nêutrons.

Podemos dizer que a matéria estranha pode ser estável no *bulk*, mas a conversão de núcleos ordinários em matéria estranha é realmente muito pouco provável que ocorra espontaneamente. A razão disto é que a matéria estranha pode ser estável na matéria infinita, mas não para um número bariônico finito e pequeno. Como vimos, a matéria estelar pode ser entendida como a matéria nuclear infinita e localizada próxima ao centro da estrela. Sob altas pressões, uma grande quantidade de quarks  $u$  e  $d$  podem ser convertidos em  $s$  via interação fraca. A possibilidade de haver uma semente de matéria estranha no interior da estrela compacta levanta a hipótese da conversão de toda matéria de nêutrons em matéria estranha. Na verdade, esta semente serve como um gatilho para a queima da matéria hadrônica, que é metaestável sob hipótese, em matéria estranha. O tempo necessário para que a estrela hadrônica seja convertida totalmente em uma estrela de quarks é um problema bastante discutido na literatura. Efeitos devido à turbulência no processo de conversão diminuem muito o tempo de conversão da estrela. Um outro problema é saber se a estrela de quarks formada pela matéria estranha é “nua” ou se há uma fina camada, remanescente de matéria estelar hadrônica, “vestindo” a superfície da estrela. Finalmente, um outro problema em aberto é saber como seria o sinal emitido pelo decaimento de toda a estrela hadrônica em uma estrela de quarks. Imagina-se que o calor é dissipado via emissão de neutrinos de forma similar ao caso da formação da protoestrela de nêutrons.

Um outro aspecto interessante é que as estrelas de quarks são autoligadas, isto é, a força que contrabalança a força gravitacional é a força forte. No modelo de sacolas do MIT [7, 91, 92], esta contribuição é implementada pela constante de sacola  $B$ . Uma estrela de quarks pode ser imaginada como um enorme hádron contendo quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$  assintoticamente livres no seu interior. Originalmente, o modelo de sacolas foi concebido para descrever as propriedades dos nucleons em termos dos quarks em liberdade assintótica. O nucleon era, na verdade, a sacola que abrigava três quarks no seu interior, onde o raio da sacola é o raio do nucleon. A constante de sacola é a pressão que a sacola exerce sobre os quarks. As propriedades da matéria nuclear podem ser descritas desta forma, resolvendo a equação de movimento dos quarks no interior de uma região finita. Para uma estrela de quarks, a imagem é bastante diferente, o que interessa são os quarks no interior, da sacola. A sacola passa a ser a própria estrela de quarks com uma grande quantidade de quarks no seu interior interagindo muito fracamente, ou completamente livres. A matéria estelar no modelo do MIT é também considerada um sistema infinito, isto é, o raio da sacola é grande o suficiente para que os efeitos de superfície e de volume finito não sejam considerados. A constante de sacola  $B$  está associada à energia necessária para manter os quarks confinados dentro da sacola. A constante de sacola pode ser interpretada como a pressão negativa que se contrapõe à pressão de degenerescência dos quarks, lembrando que os quarks são férmions e obedecem ao princípio de exclusão de Pauli. No presente trabalho, também estudaremos a hipótese de Itoh-Bodmer-Witten-Terazawa num modelo alternativo ao modelo de sacolas do MIT. Este modelo é conhecido como o modelo com massas dos quarks dependentes da densidade (QMDD) [8]. Neste caso, há uma interação fenomenológica entre os quarks através da massa efetiva. A pressão de confinamento é obtida

através da termodinâmica.

A seguir discutiremos alguns conceitos que envolvem a matéria quarkiônica, abordando alguns modelos efetivos. Embora estes modelos muitas vezes sejam demasiadamente simplistas, geralmente eles envolvem algum ingrediente da teoria fundamental [1, 101]. De acordo com o modelo padrão das interações fundamentais discutido brevemente na seção anterior, crê-se que os constituintes mais fundamentais da matéria sejam os léptons e os quarks. Na década de 30, já eram conhecidas as partículas como o elétron, próton, nêutron e o neutrino. Entretanto, somente na década de 60, quando o número de partículas hadrônicas já era muito grande, foi que Gell-Mann e Zweig [102] propuseram a hipótese dos quarks. Estas partículas formariam um grupo de seis objetos fundamentais e indivisíveis que comporiam os hádrons descobertos nas décadas anteriores. De acordo com o modelo padrão, os quarks carregam cargas elétricas fracionárias e possuem números quânticos internos rotulados por sabor e cor. Como já fora discutido, a teoria de calibre que descreve a interação forte é a QCD [103]. Acredita-se que ela seja a teoria fundamental para descrever a matéria nas escalas nuclear e subnuclear. A tabela 4.1, a seguir, apresenta os quarks e suas principais propriedades. A QCD foi proposta primeiramente nos anos 70

Sabor	Massa(MeV)	Carga	isospin	s	c	b	t
u	5.5	2/3	1/2	0	0	0	0
d	7	-1/3	-1/2	0	0	0	0
s	150	-1/3	0	-1	0	0	0
c	1500	2/3	0	0	1	0	0
b	5000	-1/3	0	0	0	1	0
t	> 100000	2/3	0	0	0	0	1

Os quarks e suas massas, cargas, projeções de isospin, *strangeness*, *charm*, *bottomness* e *topness*.

Tabela 4.1: Quarks.

por David Politzer, Frank Wilczek e David Gross [105] como uma TQC fundamental, que descrevia a interação forte envolvendo os quarks por meio dos glúons. Duas interessantes características da QCD, certamente, são o confinamento e a liberdade assintótica. No primeiro caso, a interação entre quarks aumenta muito com a distância e, devido a isto, separar dois quarks demanda altíssimas energias. Desta forma, os quarks ficariam aprisionados dentro dos hádrons e dos mésons sem que possamos observá-los de alguma maneira através de experimentos. A liberdade assintótica, por outro lado, é também uma propriedade muito interessante. Nas escalas de energias muito altas, isto é, para distâncias arbitrariamente pequenas, os quarks passam a interagir muito fracamente. A liberdade assintótica da QCD pode ser precisamente descrita pelas equações diferenciais do grupo de renormalização [11, 103, 105].

Uma alternativa para estudar a interação forte é através da QCD na rede (LQCD)[11, 104], que tem sido uma opção recorrente na obtenção de resultados computacionais. Aliada aos métodos computacionais avançados e a uma abordagem matemática formal [11], que consiste na discretização espaço e tempo (euclidianos), a LQCD evita problemas que são usuais em qualquer TQC no contínuo, como, por exemplo, as ditas divergências ultravioleta [106] e também questões de renormalizabilidade. Isto se deve ao fato de a rede possuir naturalmente um *cut-off* para os momentos, que é inversamente proporcional ao espaçamento da rede [107]. Devido à não linearidade das equações de movimentos oriundas da QCD, o custo computacional é muito alto mesmo com o uso de supercomputadores. Além disto, a LQCD viola explicitamente a simetria rotacional contínua e a simetria translacional, uma vez que o espaço-tempo é discretizado [11]. Contudo, a simetria de calibre é preservada. Existem outros métodos não perturbativos que são possíveis para abordar problemas específicos. Um modelo muito conhecido

é o modelo de Nambu–Jona-Lasinio (NJL), que é amplamente usado no estudo do diagrama de fases da CDQ e da quebra de simetria quiral [108]. Aqui, neste trabalho, usaremos um modelo bastante simplificado, o modelo efetivo de sacolas do MIT [7, 92]. Estudaremos este modelo em detalhes no capítulo 4.2. O modelo do MIT tenta descrever os nucleons em termos dos quarks. O confinamento dos quarks num determinado volume finito (hádrons) sem carga de cor [7, 91] é concisamente implementado por uma simples constante, a constante de sacola  $B$ . Alternativamente à modelagem do núcleo finito, a matéria de quarks no *bulk* pode ser considerada como um modelo de sacolas [95, 97, 98]. O interesse da matéria no *bulk* é devido à sua simplicidade, além de poder ser usado como um ponto de partida para as investigações sobre outras formas de matéria, onde algum efeito adicional pode ser considerado, como a dependência da massa com a densidade. Em astrofísica, os objetos compactos como estrelas de nêutrons são descritos de forma aproximada por um sistema de nucleons no *bulk*. Outro papel importante de um modelo no *bulk* é o de prever a estabilidade de matéria estranha.

#### 4.1 Estrelas de Quarks

Segundo Baade e Zwicky, no momento em que uma estrela massiva colapsa, deve haver a formação de uma estrela de nêutrons remanescente [1]. A hipótese de que objetos compactos remanescentes pudessem ser povoados por matéria hadrônica estranha, também foi levantada. É muito provável que, em densidades muito elevadas, o aparecimento da matéria de híperons seja favorecida na estrela de nêutrons. Tais densidades podem ser tão elevadas em regiões próximas à densidade central da estrela que a transição de fases hádron-quark se torna provável de ocorrer. A densidade crítica é ainda totalmente

desconhecida, mas, de acordo com o diagrama de fases da QCD, a matéria hadrônica não pode ser comprimida indefinidamente sem que os hádrons se “fundam” uns nos outros, liberando os quarks do seu interior. O plasma de quarks  $u$  e  $d$  não é o estado fundamental da matéria nuclear. De fato, observarmos apenas hádrons em situações ordinárias e terrestres, e não um plasma de quarks  $u$  e  $d$ . A inclusão do quark  $s$  diminui a energia de Fermi do sistema, diminuindo a energia por bárion da matéria. Como já discutimos, nas regiões ultradensas da estrela de nêutrons, há uma abundância de estranheza devido à formação de  $\Lambda$ ,  $\Sigma$  e  $\Xi$ . Após o desconfinamento, os quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$  formarão um plasma e esta matéria pode ou não ser o estado fundamental da matéria nuclear. Vimos que, para um núcleo com poucos nucleons ( $A \lesssim 100$ ), a hipótese Itoh-Bodmer-Witten-Terazawa é bastante improvável devido ao requerimento de um ambiente rico em estranheza, pois é necessário altas ordens da interação fraca para converter, simultaneamente, um terço de quarks  $u$  e  $d$  em quarks  $s$ . Desta forma, a matéria densa das estrelas pode ser o ambiente ideal para que a hipótese seja válida.

No presente trabalho, vamos nos referir à matéria de quarks desconfiados  $u$  e  $d$  como sendo a matéria com dois quarks (2QM) e, para matéria com três quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$ , chamaremos de matéria com três quarks (3QM). Esta última pode ou não ser o estado fundamental da interação forte. Para o caso em que a hipótese de Itoh-Bodmer-Witten-Terazawa é verdadeira, chamaremos o gás de quarks de matéria estranha (SQM). Quando necessário, faremos a distinção entre a matéria contendo apenas quarks e a matéria estelar em equilíbrio  $\beta$  e eletricamente neutra. Por exemplo, a matéria estelar estranha (sSQM) é a matéria contendo os três sabores de quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$  e há também os léptons para garantir a neutralidade de carga. Já para a matéria estelar com dois sabores de quarks (s2QS), o sistema não contém estranheza.

Desde a hipótese Itoh-Bodmer-Witten-Terazawa sobre o estado fundamental da matéria hadrônica, muitos autores têm se dedicado a verificar teoricamente se a matéria estranha era uma boa candidata para matéria escura do universo [96, 97, 99, 100]. Para verificar essa hipótese, teoricamente, é necessário calcular, utilizando algum modelo efetivo, se essas relíquias estranhas sobreviveriam à expansão violenta do universo primordial sem evaporar. Alguns autores chegaram a conclusão de que é necessário que essas porções de matéria estranha tenham um número bariônico muito elevado  $A \sim 10^{46}$  e não maior que  $A \sim 10^{49}$  [96]. Esta discussão é muito interessante, no entanto, no presente trabalho, estamos interessados somente na conexão da matéria estranha com os objetos ultradensos, frios e compactos da astrofísica. Há várias questões que são difíceis de responder e aparecem quando tomamos a hipótese da matéria estranha como verdadeira. A observação astronômica é naturalmente uma questão difícil, pois medir massas e raios de objetos tão compactos como uma estrela de quarks é ainda mais desafiador. Do ponto de vista teórico, é difícil saber se as estrelas de nêutrons teriam uma semente de matéria estranha no seu interior. Devido à abundância de nêutrons na parte hadrônica da estrela, esses nucleons não sentiriam a barreira coulombiana quando se aproximassem da região da semente e, ao entrar, eles seriam convertidos rapidamente em matéria estranha. Alguns autores argumentam que a “queima”, por analogia a uma combustão química, da estrela de nêutrons levará, como resultado final, à estrela de quarks. Desta forma as estrelas de nêutrons não seriam o estado mais favorecido da matéria estelar, mas sim as estrelas de quarks. A velocidade da combustão da matéria hadrônica em matéria estranha é uma outra questão difícil de responder. Alguns autores dizem que a estrela toda pode ser convertida num intervalo de tempo de uma centena de segundos, enquanto outros defendem que a

combustão é acelerada devido à turbulência e pode ocorrer em alguns milissegundos. Diferentes mecanismos de conversão são propostos na literatura para diferentes momentos após a explosão de supernova [95]. Assim, o entendimento da evolução da proto estrela de nêutrons até a formação da estrela de quarks está longe de ser alcançado. Uma última questão repousa sobre a existência de uma fina camada superficial na estrela de quarks, que sobrevive à “queima” da estrela de nêutrons.

## 4.2 Modelo do MIT

O modelo de sacola do MIT foi desenvolvido no Instituto de Tecnologia de Massachusetts na década de 70 para tentar explicar a massa dos hádrons através dos quarks [1, 7, 91, 92, 95, 97, 98]. O modelo de sacola do MIT descreve o confinamento de quarks em um volume do espaço capaz de conter campos hadrônicos. A chamada constante de sacola é a energia potencial, constante e positiva, por unidade de volume necessária para manter a sacola no vácuo. Assim, vemos que a energia associada à presença de um único quark em um volume  $V$ , será, então, dada por  $BV$ . Os quarks estão em movimento e possuirão, portanto, uma energia cinética que está associada à sacola. No modelo do MIT, consideram-se as condições de contorno apropriadas, isto é, o volume não deve conter corrente associada às cargas de cor na sua superfície. No presente trabalho, utilizaremos o sistema de unidades naturais segundo o apêndice A. Os quarks são férmions, portanto, a densidade lagrangiana para descrever campos fermiônicos relativísticos é dada por

$$\mathcal{L} = \frac{i}{2} \sum_q \left[ \left( \bar{\psi}_q \gamma^\mu \partial_\mu \psi_q - \partial_\mu \bar{\psi}_q \gamma^\mu \psi_q \right) - m \bar{\psi}_q \psi_q \right], \quad (4.1)$$

onde  $\psi_q(x)$  é o campo fermiônico do quark  $q = u, d, s$ , onde  $m_q$  é a

massa dos quarks. Inicialmente, vamos utilizar um modelo efetivo que descreve os quarks livres (sem interação), mas que estejam limitados ao interior de um volume finito. Uma forma de simular o confinamento é multiplicando a densidade lagrangiana (4.1) pela distribuição de Heaviside. A densidade lagrangiana do modelo fica

$$\mathcal{L} = \frac{i}{2} \sum_q \left[ \left( \bar{\psi}_q \gamma^\mu \partial_\mu \psi_q - \partial_\mu \bar{\psi}_q \gamma^\mu \psi_q \right) - m \bar{\psi}_q \psi_q \right] \Theta(R-r), \quad (4.2)$$

onde

$$\Theta(R-r) \begin{cases} 1 & \text{se } r < R \\ 0 & \text{se } r > R \end{cases} \quad (4.3)$$

e  $R$  denota o raio da sacola [91]. Esta distribuição na densidade lagrangiana faz com que os quarks permaneçam numa região situada em  $r < R$ . Para  $r > R$ , não existe campo algum, nem mesmo flutuações devido ao vácuo. Note que na equação (4.2), devemos acrescentar um termo na densidade lagrangiana para quando  $R = r$ :

$$\mathcal{L} = \frac{i}{2} \sum_q \left[ \left( \bar{\psi}_q \gamma^\mu \partial_\mu \psi_q - \partial_\mu \bar{\psi}_q \gamma^\mu \psi_q \right) - m \bar{\psi}_q \psi_q \right] \Theta(R-r) - \frac{1}{2} \bar{\psi} \Delta_s \psi. \quad (4.4)$$

Para uma superfície esférica temos  $\Delta_s = \delta(R-r)$ , que é a distribuição delta de Dirac,

$$\delta(R-r) \begin{cases} \infty & \text{se } r = R \\ 0 & \text{se } r \neq R \end{cases}. \quad (4.5)$$

Assim, no interior da sacola, os quarks estão livres (liberdade assintótica). Entretanto, fora da sacola, eles não podem existir (confinamento) [92]. Vamos adicionar à lagrangiana (4.4) um termo conhecido como constante de sacola  $B$ , que está relacionado com a energia de vácuo da

QCD. Ficamos, então, com

$$\mathcal{L} = \frac{i}{2} \sum_q \left[ \left( \bar{\psi}_q \gamma^\mu \partial_\mu \psi_q - \partial_\mu \bar{\psi}_q \gamma^\mu \psi_q \right) - m \bar{\psi}_q \psi_q - B \right] \Theta(R-r) - \frac{1}{2} \bar{\psi} \Delta_s \psi. \quad (4.6)$$

Para a sacola existir e confinar os quarks em seu interior, ela deve ser criada a partir do vácuo da QCD [91]. O vácuo da QCD nas distâncias próprias da física nuclear ( $\sim 1 \text{ fm}^{-3}$ ) recebe contribuições do regime não perturbativo [7], pois a constante de acoplamento é alta. O papel da constante  $B$  é simular os efeitos do vácuo da QCD no modelo efetivo [92]. Vamos escrever a ação do modelo do MIT integrando a equação (4.6)

$$W = \int dt \int_V d^3x \mathcal{L}, \quad (4.7)$$

onde  $V$  denota o volume da sacola. Utilizando as equações de Euler-Lagrange para encontrar as seguintes equações de movimento

$$\left\{ \begin{array}{l} (i\partial_\mu \gamma^\mu \psi - m) \psi = 0 \quad \text{campos livres de Dirac no interior do volume } V, \\ \end{array} \right. \quad (4.8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n_\mu i\gamma^\mu \psi = \psi \\ B = \frac{1}{2} n_\mu \partial^\mu (\bar{\psi} \psi) \end{array} \right. \quad \text{sobre a superfície } S, \quad (4.9)$$

onde  $n_\mu$  corresponde ao vetor normal à superfície. A primeira condição na equação (4.9) sobre a superfície é a condição de contorno para o interior de  $V$ . A segunda condição de (4.9) requer que a pressão dos quarks seja contrabalanceada pela constante de sacola  $B$  [91].

Até o presente momento discutimos o modelo de sacolas para descrever o nucleon e as propriedades nucleares em termos dos quarks.

Além do estudo do núcleo finito, podemos utilizar o modelo de sacolas para estudar a matéria de quarks no *bulk*. Doravante, adotaremos este sistema para a matéria nuclear e a matéria estelar. Todos os sistemas aqui discutidos tratam-se de algum tipo de gás de Fermi [95, 97, 98], isto é, as partículas obedecem à estatística de Fermi-Dirac e ao princípio da exclusão de Pauli (PEP). Além disto, os férmions podem estar num mesmo estado de energia, mas com projeções de spin diferentes e isto é conhecido como degenerescência de spin. Esta propriedade gera uma pressão de spin, que é devido exclusivamente ao PEP. Existem vários sistemas em física nuclear e astrofísica que podem ser descritos, aproximadamente, por um gás de Fermi não interagente. No modelo do MIT, os quarks estão desconfinados dos hádrons, porém, limitados por uma sacola. O gás de quarks é de fato um gás Fermi e exerce uma pressão de degenerescência de spin. Esta pressão é exercida contra a superfície interior da sacola e a sacola, por sua vez, responde com uma pressão contrária dado pela constante de sacola  $B$ . Esta constante é a energia necessária para manter a sacola em equilíbrio com a pressão interna do gás. No apêndice C, obtivemos a solução da equação de Dirac e, no apêndice F, deduzimos a equação de estado com ajuda das soluções do apêndice C. Agora precisamos das expressões para densidade de quarks, pressão e densidade de energia. A densidade de quarks é dada por

$$n_q = \frac{\gamma_q}{(2\pi)^3} \int d^3k \left[ \frac{1}{\{1 + e^{\beta(E_q - \mu_q)}\}} - \frac{1}{\{1 + e^{\beta(E_q + \mu_q)}\}} \right]. \quad (4.10)$$

A pressão do quark  $q$  é obtida de maneira imediata através da relação (F.43). Vamos somar as contribuições de todos os quarks para ficar

com

$$p = \sum_q p_q = \frac{1}{\beta} \sum_q \frac{\gamma_q}{(2\pi)^3} \int d^3k \left[ \ln \left\{ 1 + e^{-\beta(E_q - \mu_q)} \right\} + \ln \left\{ 1 + e^{-\beta(E_q + \mu_q)} \right\} \right]. \quad (4.11)$$

Note que podemos realizar uma integração por partes na expressão acima, com o objetivo de obtermos uma forma mais simplificada no integrando.

$$p = \sum_q p_q = \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi^2} \sum_q \gamma_q \int_0^\infty dk \frac{k^4}{\sqrt{k^2 + m_q^2}} [\eta_q + \bar{\eta}_q], \quad (4.12)$$

onde temos que o número de ocupação de partícula e antipartícula é definido respectivamente por

$$\eta_q = \frac{1}{\left\{ 1 + e^{\beta(E_q - \mu_q)} \right\}}$$

$$\bar{\eta}_q = \frac{1}{\left\{ 1 + e^{\beta(E_q + \mu_q)} \right\}}. \quad (4.13)$$

Da relação de Euler da termodinâmica

$$\Omega = E - ST - \mu_q N_q, \quad (4.14)$$

podemos obter o grande potencial termodinâmico por volume no limite  $V \rightarrow \infty$

$$\tilde{\Omega}(\mu, T) = \varepsilon - sT - \mu_q n_q, \quad (4.15)$$

que, por definição, é

$$\tilde{\Omega} \equiv \frac{\Omega(T, V, \mu)}{V}. \quad (4.16)$$

Usando a expressão

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \tilde{\Omega} + sT + \mu_q n_q \\ &= \tilde{\Omega} + \beta \left( \frac{\partial \tilde{\Omega}}{\partial \beta} \right)_{\mu_q} + \mu_q n_q\end{aligned}\quad (4.17)$$

e calculando a seguinte derivada

$$\begin{aligned}\beta \left( \frac{\partial \tilde{\Omega}}{\partial \beta} \right)_{\mu_q} &= \frac{1}{\beta} \frac{\gamma_q}{(2\pi)^3} \int d^3k \left[ \ln \left\{ 1 + e^{-\beta(E_q - \mu_q)} \right\} + \ln \left\{ 1 + e^{-\beta(E_q + \mu_q)} \right\} \right] \\ &\quad + \frac{1}{2\pi^2} \gamma_q \int k^2 dk E_q^* [\eta_q + \bar{\eta}_q] - \mu_q \frac{\gamma_q}{(2\pi)^3} \int d^3k [\eta_q - \bar{\eta}_q],\end{aligned}\quad (4.18)$$

para então ficamos com

$$\beta \left( \frac{\partial \tilde{\Omega}}{\partial \beta} \right)_{\mu_q} = -\tilde{\Omega} + \frac{1}{2\pi^2} \gamma_q \int k^2 dk E_q [\eta_q + \bar{\eta}_q] - \mu_q n_q. \quad (4.19)$$

Para finalizar, vamos colocar a derivada acima em (4.17). Após os cancelamentos, o resultado é

$$\varepsilon = \sum_q \varepsilon_q = \frac{1}{2\pi^2} \sum_q \gamma_q \int_0^\infty k^2 dk E_q [\eta_q + \bar{\eta}_q]. \quad (4.20)$$

A pressão e a densidade de energia total são dadas de acordo com as expressões (F.41) e (F.45)

$$p = \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi^2} \sum_q \gamma_q \int_0^\infty dk \frac{k^4}{\sqrt{k^2 + m^2}} [\eta_q + \bar{\eta}_q] - B, \quad (4.21)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi^2} \sum_q \gamma_q \int_0^\infty k^2 dk E_q [\eta_q + \bar{\eta}_q] + B. \quad (4.22)$$

A equação de estado nada mais é que uma relação entre a densi-

dade de energia e a pressão. No apêndice C, calculamos o valor esperado de alguns operadores de campo no estado fundamental para matéria degenerada, isto é, em temperatura zero, poderíamos obter as grandes macroscópicas de nosso interesse,  $\langle \Phi_0 | \hat{H} | \Phi_0 \rangle$ ,  $\langle \Phi_0 | \hat{N} | \Phi_0 \rangle$  e  $\langle \Phi_0 | \hat{p} | \Phi_0 \rangle$ . Vamos mostrar que estes resultados podem ser obtidos da equação de estado em temperatura finita no limite  $T \rightarrow 0$ . Além disso, a distribuição de Fermi-Dirac tende à função degrau de Heaviside. A matéria nesse caso está no seu estado fundamental e o momento máximo que um quark  $q$  pode ter é definido como  $k_q^F$ . A matéria degenerada é muito importante no estudo da matéria estelar densa e fria e considerar o sistema em  $T \sim 0$  é bastante razoável apesar de objetos compactos terem temperaturas elevadas da ordem da temperatura do núcleo do sol  $10^6 K$ . Contudo, a consideração a seguir é válida

$$T_F \ll E_F = \sqrt{k_q^2 + m_q^2}, \quad (4.23)$$

onde  $q = u, d, s, \bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$  são os sabores dos quarks.  $T_F$  e  $E_F$  são a temperatura e a energia de Fermi respectivamente. A energia dos quarks mais leves é  $E_F > m_{u,d} = 5MeV \sim 10^{10}K$  na superfície de Fermi. Em outras palavras, a energia de Fermi é grande comparada à temperatura dos objetos compactos da ordem de  $10^6 K$ . A seguir, listaremos, as grandezas macroscópicas da matéria de quarks em temperatura finita e temperatura zero.

- Modelo do MIT: a temperatura finita

Vamos escrever a pressão, a densidade de energia, a densidade de quarks e a densidade bariônica total para o modelo de sacola em  $T > 0$  respectivamente

$$p = \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi^2} \sum_q \gamma_q \int_0^\infty dk \frac{k^4}{\sqrt{k^2 + m^2}} [\eta_q + \bar{\eta}_q] - B, \quad (4.24)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi^2} \sum_q \gamma_q \int_0^\infty k^2 dk \sqrt{k^2 + m^2} [\eta_q + \bar{\eta}_q] + B, \quad (4.25)$$

$$n_q = \frac{\gamma_q}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 [\eta_q + \bar{\eta}_q] dk, \quad (4.26)$$

e

$$n_B = \frac{1}{3} \sum_q n_q. \quad (4.27)$$

- Modelo do MIT: a temperatura  $T = 0$

Em temperatura zero, a distribuição de Fermi-Dirac toma a forma funcional da distribuição de Heaviside

$$\eta_q(k, +\mu_q) \sim \theta_q(k - k_q^F), \quad (4.28)$$

onde o momento máximo é denotado por  $k_q^F$ . A pressão, a densidade de energia, a densidade de quarks e a densidade bariônica total ficam expressas respectivamente por

$$p = \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi^2} \sum_q \gamma_q \int_0^{k_q^F} dk \frac{k^4}{\sqrt{k^2 + m_q^2}} - B, \quad (4.29)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi^2} \sum_q \gamma_q \int_0^{k_q^F} k^2 dk \sqrt{k^2 + m_q^2} + B, \quad (4.30)$$

e

$$n_B = \frac{1}{3} \sum_q \frac{\gamma_q}{6\pi^2} (k_q^F)^3. \quad (4.31)$$

Sistemas onde ocorrem reações químicas são governados pelas leis do equilíbrio termodinâmico. O equilíbrio é alcançado quando há estabilização das frações de partículas do sistema. O decaimento  $\beta$  e seu processo inverso são muito importantes para a matéria estelar. Es-

sas reações envolvem os quarks, elétrons, múons, neutrinos do elétron, neutrinos dos múons, assim como as suas antipartículas. Os neutrinos estão presentes, mesmo que em frações de segundos, nas estrelas após o colapso gravitacional. Vimos que nessa fase da evolução estelar, o objeto compacto remanescente é chamado de protoestrela. Após esta fase, os neutrinos deixam a protoestrela livremente, carregando consigo uma grande quantidade de energia e, portanto, resfriando a estrela. Finalizado o processo de desleptonização, o objeto compacto resultante é frio e sem neutrinos, embora em equilíbrio  $\beta$ . Vamos levar em conta dois sistemas formados por matéria estranha de quarks: a matéria estelar com neutrinos aprisionados com fração de léptons fixa ( $Y_l \neq 0$ ) e a matéria estelar desleptonizada ( $Y_l = 0$ ). A densidade lagrangiana para o setor leptônico é

$$\mathcal{L}_{\text{léptons}} = \sum_{l=e^-, \mu^-, \nu_{e^-}, \nu_{\mu^-}} \bar{\psi}_l (\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l. \quad (4.32)$$

A pressão, a densidade de energia e a densidade de partícula são dadas por

$$p = \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi^2} \sum_l \beta_l \int_0^\infty dk \frac{k^4}{\sqrt{k^2 + m_l^2}} [\eta_l + \bar{\eta}_l], \quad (4.33)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi^2} \sum_l \beta_l \int_0^\infty k^2 dk \sqrt{k^2 + m_l^2} [\eta_l + \bar{\eta}_l]. \quad (4.34)$$

$$n_l = \frac{\beta_l}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 [\eta_l + \bar{\eta}_l] dk, \quad (4.35)$$

onde a degenerescência de spin é  $\beta_l = 2$  quando  $l = e^-, \mu^-$  e  $\beta_l = 1$  para os neutrinos,  $l = \nu_{e^-}, \nu_{\mu^-}$ . Note que toda a discussão sobre a resolução da equação de Dirac e a quantização dos campos é válida para matéria de léptons, que são Férmions e, portanto, têm spin 1/2.

**A matéria desleptonizada:** Para descrever as estrelas compactas, devemos impor tanto a neutralidade de carga quanto equilíbrio químico. A primeira das condições é dada por

$$2n_u = n_d + n_s + 3(n_e + n_\mu), \quad (4.36)$$

e a segunda por

$$\mu_s = \mu_d = \mu_u + \mu_e, \quad \mu_e = \mu_\mu, \quad (4.37)$$

onde as densidades dos léptons podem ser calculadas pela equação 4.35. A massa dos léptons são  $m_e = 0.511$  MeV e  $m_\mu = 105.66$  MeV.

**A matéria com neutrinos aprisionados:** Nos primeiros instantes, quando os neutrinos ainda estão aprisionados no interior da estrela, a equação (4.37) é substituída por

$$\mu_s = \mu_d = \mu_u + \mu_e - \mu_{\nu_e}, \mu_\mu = \mu_e \quad \text{e} \quad \mu_{\nu_\mu} = \mu_{\nu_e}. \quad (4.38)$$

Para calcular as densidades usamos a equação (4.35). O potencial químico  $\mu_{\nu_e}$  aparece como uma quantidade independente acrescentando mais uma quantidade conservada. Além do número bariônico e da carga elétrica, temos a fração de léptons  $Y_l = (n_e + n_\mu + n_{\nu_e} + n_{\nu_\mu})/n_B$ , onde, de acordo com simulações, pode chegar a  $Y_l = 0.4$ .

A matéria densa e fria se encontra desleptonizada e o sistema pode ser descrito como a matéria degenerada no estado fundamental. Assim, a pressão, a densidade de energia e a densidade de partícula em temperatura zero são obtidas no limite em que a distribuição de Fermi-Dirac tende à função degrau de Heaviside, como já discutimos anteriormente.

### 4.3 Modelo dependente da densidade (QMDD)

Uma proposta alternativa ao modelo de sacolas consiste no modelo em que as massas dos quarks são dependentes da densidade (QMDD) [8, 93, 109–119]. Trata-se também de um modelo efetivo, que, de forma semelhante ao modelo do MIT, descreve o confinamento permanente. O confinamento e a liberdade assintótica são implementados de maneira fenomenológica, isto é, a massa dos quarks depende da densidade total. Para valores infinitamente grandes da densidade, os quarks permanecem confinados e as massas efetivas dos mesmos tendem à massa de corrente, enquanto que, para densidades baixas, a massa dos quarks tende ao infinito. A simples dependência da massa com a densidade não confina os quarks, pois é necessário que, na equação de estado do modelo, apareça um termo que tenha um papel análogo à constante de sacola no MIT. No trabalho original em que o modelo dependente da densidade foi proposto, o termo adicional aparece através do cálculo das propriedades termodinâmicas do gás de Fermi. Posteriormente, alguns autores apontaram que o modelo QMDD falhava quando se desejava verificar a hipótese da matéria estranha, pois a pressão nula não correspondia ao mínimo da energia por bárion. No modelo original, um termo adicional aparece somando a densidade de energia do gás e o mesmo termo subtrai a pressão em analogia ao modelo do MIT. Contudo, este termo adicional depende da densidade e quando somado a densidade de energia, devido simplesmente à parte cinética do gás, tem o efeito indesejado de alterar o valor da densidade em que a energia por bárion é um mínimo local. No MIT, a constante de sacola apenas desloca a energia e o mínimo local da energia por bárion corresponde à pressão nula sempre. Esta crítica ao modelo original resultou numa proposta em que a densidade

de energia não deve depender do termo adicional. Isto não desfaz o mecanismo de confinamento, que é dado pela pressão negativa, e ainda faz com que a hipótese da matéria estranha possa ser verificada de forma mais consistente, pois a pressão nula coincide com o mínimo da curva da energia por bárion do sistema. No presente, trabalho levaremos em conta a dedução original do modelo QMDD com termo adicional na pressão e na densidade de energia do gás de Fermi. A versão retificada, em que o termo adicional é retirado da densidade de energia, também é considerado posteriormente. A fim de obter a equação de estado desse modelo, partiremos do grande potencial termodinâmico do gás ideal (F.56), embora a relação de dispersão dependa da densidade bariônica através da massa efetiva. Na prática, troca-se  $m \rightarrow m^*(n_B)$ . No decorrer deste capítulo, mostraremos como obter o análogo à constante de sacola para o modelo QMDD. Esse termo adicional será obtido com o uso das derivadas parciais do grande potencial termodinâmico e, portanto, o termo confinante de pressão negativa será dependente da densidade numérica bariônica. Uma vantagem desse modelo é que ele é dependente de um único parâmetro na expressão para a massa efetiva que será definida adiante.

O modelo QMDD é um modelo fenomenológico que usa um *ansatz* para massa efetiva dos quarks [8, 110]. A dependência da massa efetiva com a densidade bariônica emula o confinamento e a liberdade assintótica. No modelo QMDD, a energia por bárion do sistema tem um ponto de mínimo local, embora este não coincida com o ponto de pressão nula. Desta forma, o modelo não satisfaz a seguinte condição:

$$n_B^2 \left[ \frac{\partial (\varepsilon/n_B)}{\partial n_B} \right] \Big|_{n_B=n_{min}} = 0 \quad \text{e} \quad p(n_B = n_{min}) = 0. \quad (4.39)$$

Em modelos efetivos autoconsistentes, a condição acima é satisfeita.

Vejamos agora quais são as expressões para as massas efetivas no modelo QMDD

$$m_q^* = \frac{C}{3n_B}, \quad (q = u, d) \quad (4.40)$$

e, para o quark estranho,

$$m_{s,\bar{s}}^* = m_{0s} + \frac{C}{3n_B}, \quad (4.41)$$

onde  $C$  é uma constante e  $m_{0s}$  é a massa de corrente do quark estranho. A densidade bariônica é definida como

$$n_B = \frac{1}{3}(n_u + n_d + n_s), \quad (4.42)$$

onde os  $n_u$ ,  $n_d$ , e  $n_s$  são as densidades de partículas.

O grande potencial termodinâmico por volume do modelo dependente da densidade QMDD é dado por

$$\tilde{\Omega}_{QMDD} = \sum_q \Omega_q(m_q^*), \quad (4.43)$$

onde o somatório no índice  $q$  em (4.43) é sobre todas os quarks presentes  $u$ ,  $d$  e  $s$ . O grande potencial termodinâmico por volume do modelo QMDD é bastante similar ao caso do gás de Fermi relativístico. Contudo, as massa dos quarks não são mais fixas e são substituídas pelas expressões (4.40) e (4.41). Podemos escrever explicitamente

$$\begin{aligned} \tilde{\Omega}_{QMDD} = & -\frac{1}{\beta} \sum_q \frac{\gamma_q}{(2\pi)^3} \int d^3k \left[ \ln \left\{ 1 + e^{-\beta(E_q^* - \mu_q)} \right\} \right. \\ & \left. + \ln \left\{ 1 + e^{-\beta(E_q^* + \mu_q)} \right\} \right], \end{aligned} \quad (4.44)$$

onde  $\gamma_q$  é o fator de degenerescência para os quarks [93, 109] e, no integrando, o primeiro termo se refere à contribuição das partículas e o segundo termo, das antipartículas. A relação de dispersão com massa

efetiva é dada por

$$E_q^*(k) = \sqrt{k^2 + m_q^{*2}}. \quad (4.45)$$

Todas as grandezas termodinâmicas são obtidas de (4.44): a entropia por volume, a densidade de partículas e a densidade de energia e pressão respectivamente

$$-s = \left( \frac{\partial \tilde{\Omega}_{QMDD}}{\partial T} \right)_{\mu_q}, \quad (4.46)$$

$$-\rho_q = \left( \frac{\partial \tilde{\Omega}_{QMDD}}{\partial \mu_q} \right)_T, \quad (4.47)$$

$$\varepsilon = Ts + \tilde{\Omega}_{QMDD} + \mu_q \rho_q \quad (4.48)$$

e

$$\tilde{\Omega}_{QMDD} = -p. \quad (4.49)$$

A pressão expressa da maneira dada em (4.49) é sempre positiva e precisamos de uma pressão negativa que confine os quarks análoga à pressão da sacola no MIT. Devemos adicionar um termo na pressão, que denotaremos por  $B(n_B)$ , de forma a confinar os quarks e garantir que o mínimo da  $\varepsilon/n_B$  seja exatamente quando a pressão efetiva satisfazer  $p_{QMDD} = 0$ . Desta forma, a pressão efetiva fica

$$p_{QMDD} = p - B(n_B), \quad (4.50)$$

isto é,

$$\begin{aligned} p_{QMDD} = & \frac{1}{\beta} \sum_q \frac{\gamma_q}{(2\pi)^3} \int d^3k \left[ \ln \left\{ 1 + e^{-\beta(E_q^* - \mu_q)} \right\} \right. \\ & \left. + \ln \left\{ 1 + e^{-\beta(E_q^* + \mu_q)} \right\} \right] - B(n_B), \end{aligned} \quad (4.51)$$

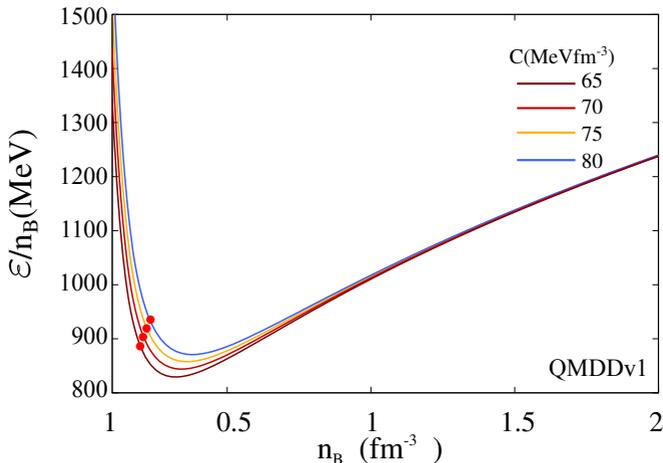


Figura 4.1: A energia por bárion  $\varepsilon/n_B$  com os pontos de pressão nula para alguns valores de  $C$  e  $m_{0s} = 150\text{MeV}$  fixo.

onde o termo  $B(n_B)$  garante o confinamento dos quarks. Na literatura, existem, pelo menos, duas versões do modelo QMDD [93, 109, 111–114]. Na primeira versão, análoga ao modelo de sacolas do MIT, adiciona-se o termo  $B(n_B)$  tanto na pressão quanto na densidade de energia ( $\varepsilon_{QMDD} = \varepsilon + B(n_B)$ ). Esse tratamento não satisfaz a condição (4.39), como podemos ver os pontos de pressão nula na figura 4.1. Chamaremos a esta abordagem de QMDDv1 [93, 109]. Utilizando as relações da termodinâmica, podemos escrever a entropia por volume como

$$s = (\varepsilon_{QMDD} + p_{QMDD} - \mu_q n_q) / T. \quad (4.52)$$

Note que a entropia no modelo QMDDv1 não possui nenhum termo extra, isto é, vale a expressão (4.46). No segundo tratamento, o termo extra  $B(n_B)$  é colocado na pressão, e não na densidade de energia, para satisfazer a condição (4.39), como pode ser visto na figura 4.2. Para que a entropia mantenha a forma (4.46), é necessário adicionar o termo

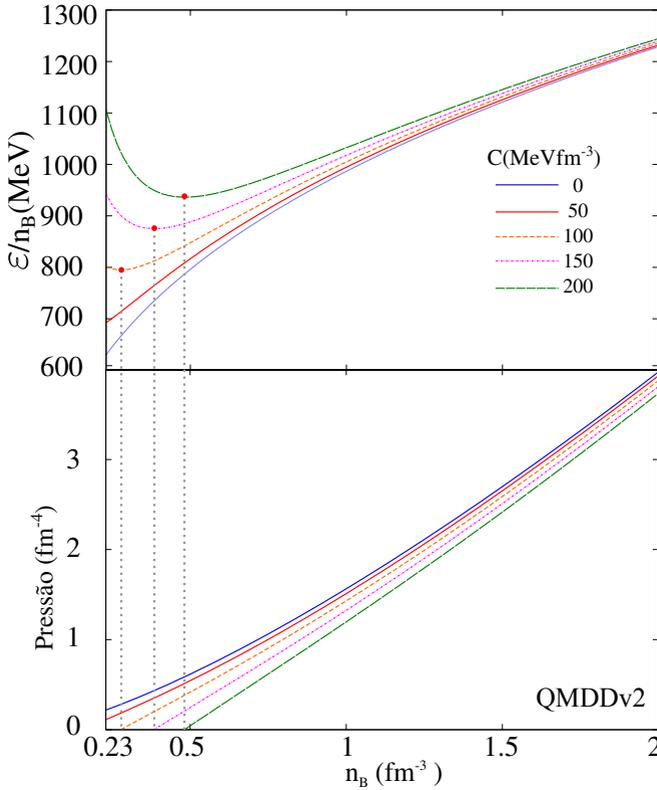


Figura 4.2: A energia por bárion  $\varepsilon/n_B$  com os pontos de pressão nula para alguns valores de  $C$  e  $m_{0s} = 150\text{MeV}$  fixo.

$B(n_B)$  também na entropia por volume, pois isso mantém válida a relação (4.48). Chamaremos esse tratamento de QMDDv2 [111, 112]. Segue que o termo extra adequado é

$$B(n_B) = \frac{C}{3n_B} \sum_q \frac{\gamma_q}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 dk \frac{m_q^*}{\sqrt{k^2 + m_q^{*2}}} (\eta_q + \bar{\eta}_q). \quad (4.53)$$

Podemos também identificar  $B(n_B) = C/3(n^s/n_B)$ , onde  $n^s$  é a densidade escalar. Portanto, a pressão, a densidade de energia, a densidade de

partículas e a densidade bariônica no QMDDv1 e no QMDDv2 são:

- QMDDv1  $T > 0$

$$P_{QMDD} = \sum_q \frac{\gamma_q}{2\pi^2} \int_0^\infty dk \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + m_q^{*2}}} \left[ \frac{k^2}{3} - \left( \frac{Cm_q^*}{3n_B} \right) \right] (\eta_q + \bar{\eta}_q), \quad (4.54)$$

$$\mathcal{E}_{QMDD} = \sum_q \frac{\gamma_q}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{dk k^2}{\sqrt{k^2 + m_q^{*2}}} \left[ (k^2 + m_q^{*2}) + \left( \frac{Cm_q^*}{3n_B} \right) \right] (\eta_q + \bar{\eta}_q), \quad (4.55)$$

$$n_q = \frac{\gamma_q}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 dk (\eta_q - \bar{\eta}_q) \quad (4.56)$$

e

$$n_B = \frac{1}{3} \sum_q \frac{\gamma_q}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 dk (\eta_q - \bar{\eta}_q). \quad (4.57)$$

- QMDDv2  $T > 0$

$$P_{QMDD} = \sum_q \frac{\gamma_q}{2\pi^2} \int_0^\infty dk \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + m_q^{*2}}} \left[ \frac{k^2}{3} - \left( \frac{Cm_q^*}{3n_B} \right) \right] (\eta_q + \bar{\eta}_q), \quad (4.58)$$

$$\mathcal{E} = \sum_q \frac{\gamma_q}{2\pi^2} \int_0^\infty dk \sqrt{k^2 + m_q^{*2}} k^2 (\eta_q + \bar{\eta}_q), \quad (4.59)$$

$$n_q = \frac{\gamma_q}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 dk (\eta_q - \bar{\eta}_q) \quad (4.60)$$

e

$$n_B = \frac{1}{3} \sum_q \frac{\gamma_q}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 dk (\eta_q - \bar{\eta}_q). \quad (4.61)$$

À medida que a temperatura tende a zero, a distribuição de Fermi-Dirac toma forma da distribuição de Heaviside. Nas expressões (4.54), (4.55), (4.56) e (4.57) do modelo QMDDv1 e para as expressões (4.58), (4.59), (4.60) e (4.61) da versão QMDDv2, a distribuição de Fermi-Dirac de partículas é substituída pela função degrau de acordo com o limite

$$\eta_q(k, +\mu_q) \sim \theta_q(k - k_q^F), \quad (4.62)$$

lembrando que, no sistema degenerado, não há antipartículas e o termo  $\bar{n}_q$  não contribui. O limite superior das integrais é limitado pelo momento de Fermi, como nas expressões (4.29), (4.30) e (4.31) para o MIT.

#### 4.4 Resultados

Já discutimos a hipótese de Itoh-Bodmer-Witten-Terazawa sobre a matéria estranha [3–6]. Em 1984, E. Farhi e R. L. Jaffe usaram um simples modelo de gás de Fermi, composto por quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$ , para verificar a hipótese da estabilidade da SQM à pressão nula. Verificou-se que a estabilidade dependia de alguns fatores. Para um número bariônico  $A$  da ordem do núcleo de  $^{56}\text{Fe}$ , é preciso altas ordens da interação fraca para converter simultaneamente um terço dos quarks  $u$  e  $d$  em quark  $s$ . Quanto maior a ordem de interação fraca, menor é a probabilidade de ocorrer a reação espontaneamente. Desta forma, é muito pouco provável que os nucleons decaiam em SQM espontaneamente. Para números bariônicos pequenos, apesar de ser mais favorável a conversão espontânea da matéria bariônica em SQM, a porção de estranheza não sobrevive devido a efeitos de superfície e volume. Já a matéria estelar possui um ambiente favorável para a produção de matéria estranha devido às altas pressões no interior da estrela. Nessa

região, há provavelmente abundância em estranheza devido à presença dos híperons e também a transição de fases hádron-quark deve ocorrer em alguma densidade extremamente alta próximo ao núcleo. Se a hipótese de Itoh-Bodmer-Witten-Terazawa estiver correta, o plasma de quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$  desconfiados no interior da estrela pode ser o estado fundamental da interação forte. Com base no modelo de sacolas do MIT no *bulk*, verificou-se que era possível obter a matéria estranha estável para uma ampla faixa de parâmetros. De fato, se a SQM é o estado fundamental da matéria estelar densa e fria, então é possível que os objetos compactos, remanescentes de supernova, sejam compostos por matéria estranha em equilíbrio  $\beta$ . O gás de Fermi, contendo os sabores  $u$ ,  $d$  e  $s$ , torna-se estável energeticamente para baixas densidades sempre que a energia por bárion (com pressão nula,  $p = 0$ ) satisfaça as condições

$$\left(\frac{\varepsilon}{n_B}\right)_{3QM} \leq 930 \text{ MeV}. \quad (4.63)$$

O valor  $930 \text{ MeV}$  corresponde à energia por núcleon do núcleo de ferro  $^{56}\text{Fe}$ . Uma segunda condição ainda deve ser considerada:

$$\left(\frac{\varepsilon}{n_B}\right)_{2QM} > 930 \text{ MeV}. \quad (4.64)$$

A condição (4.64) é referente à matéria contendo os quarks  $u$  e  $d$ . Se a energia por nucleon da matéria 2QM fosse menor que a do  $^{56}\text{Fe}$ , então o núcleo de  $^{56}\text{Fe}$  poderia ser feito apenas de matéria desconfiada 2QM e não por nucleons [98], o que contradiz a física nuclear. O sistema que respeita a condição de (4.64), chamaremos de 2QM. E o sistema contendo três quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$  que respeita a condição (4.63), chamaremos de matéria estranha 3QM. As condições (4.64) e (4.63) são vínculos obtidos de dois sistemas diferentes 2QM e 3QM. O conjunto

de parâmetros do modelo deve ser escolhido de tal forma a satisfazer às duas condições (4.64) e (4.63), levando em conta os dois diferentes sistemas 2QM e 3QM respectivamente. Os parâmetros resultantes, destas duas condições, nos levam a janela de estabilidade da estranha SQM no modelo considerado.

#### 4.4.1 *Estabilidade da Matéria Estranha no Modelo do MIT*

O modelo do MIT em *bulk* possui apenas um parâmetro livre, a constante de sacola  $B^{1/4}$ . Contudo, vamos admitir que a massa de corrente do quark estranho também possa assumir qualquer valor. Construiremos, inicialmente, dois sistemas diferentes: a matéria de quarks com dois sabores  $u$  e  $d$  denotada por 2QM e a matéria com três sabores  $u$  e  $d$  e  $s$  denotada por 3QM. Em 2QM, relacionamos os potenciais químicos dos quarks da seguinte forma  $\mu_u = \mu_d$  e, para a 3QM, temos que  $\mu_u = \mu_d = \mu_s$ . A 2QM é matéria simétrica e eletricamente neutra devido ao fato das massas dos quarks serem iguais. Em 3QM, a massa de corrente do quark estranho é aproximadamente trinta vezes maior que a massa dos quarks  $u$  e  $d$ , portanto, a matéria não é simétrica e nem eletricamente neutra. Desse modo, os potenciais químicos dos quarks são iguais, mas a fração de quark  $s$  é diferente das frações de quarks  $u$  e  $d$ . Isto gera uma carga líquida no sistema devido às diferentes frações de partículas [115]. Na construção das janelas de estabilidade da matéria estranha, não vamos considerar o equilíbrio  $\beta$ , portanto, iremos apenas comparar a energia por bárion da matéria pura de quarks com a energia por bárion do núcleo de ferro. Para a matéria em equilíbrio  $\beta$ , a fração de elétrons aumenta com a massa do quark estranho, mas a energia por bárion da matéria de quarks praticamente não se altera, assim, as janelas de estabilidades serão muito parecidas com e sem equilíbrio  $\beta$ . É comum na literatura ignorar a presença dos elétrons

dentro do pequeno volume de matéria estranha devido ao comprimento compton do elétron ser grande comparado às dimensões da porção de matéria estranha. Em temperatura zero, a energia por bárion deve ter um mínimo local numa determinada densidade de saturação  $n_s$  e, nessa densidade, a pressão deve ser nula:

$$n_B^2 \left[ \frac{\partial (\mathcal{E}/n_B)}{\partial n_B} \right] \Big|_{n_B=n_s} = p|_{n_B=n_s} = 0. \quad (4.65)$$

Para um sistema em banho térmico, temos que considerar a energia livre por volume:

$$n_B^2 \left[ \frac{\partial (\mathcal{F}/n_B)}{\partial n_B} \right] \Big|_{n_B=n_s} = p|_{n_B=n_s} = 0, \quad (4.66)$$

onde  $\mathcal{F} = F(T, V, N)/V$ . As condições para estabilidade em temperatura finita são

$$\left( \frac{\mathcal{F}}{n_B} \right)_{3QM} \leq 930 \text{MeV} \quad (4.67)$$

e

$$\left( \frac{\mathcal{F}}{n_B} \right)_{2QM} > 930 \text{MeV}. \quad (4.68)$$

Utilizando as condições (4.63), (4.64), (4.67) e (4.68) à pressão zero, podemos construir numericamente os gráficos da figura 4.3.

Cada linha vertical na figura 4.3 corresponde ao vínculo estabelecido na condição (4.68), isto é, a região à esquerda de cada linha vertical em dada temperatura é constituída apenas por parâmetros que satisfazem à condição (4.68) na matéria 2QM. Naturalmente, a condição (4.68) independe da massa do quark estranho e a linha vertical é reflexo disso. Já, para a matéria 3QM, à medida que a massa do quark estranho aumenta, as janelas vão se fechando até não existir mais matéria estranha para uma massa de corrente crítica do quark estranho. A figura 4.3 mostra as janelas em  $T = 0$  e  $T > 0$ . Adotamos

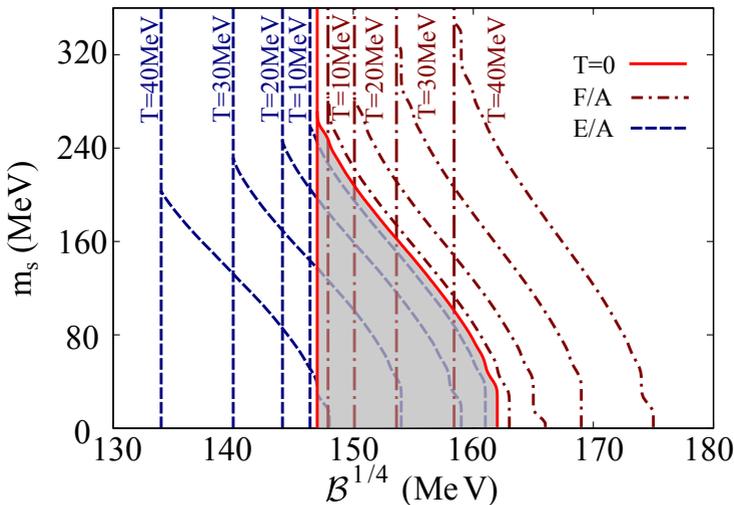


Figura 4.3: A região cinza corresponde à região estável em  $T = 0$ . Para  $T > 0$ , devemos procurar regiões que se sobreponham à região cinza,  $T = 0$ , pois é nessa região que a condição de estabilidade é válida.

a prescrição expressa por (4.67) e (4.68) quando tratamos de temperatura finita. Apenas para efeito de comparação, a figura 4.3 mostra as janelas obtidas em  $T > 0$  utilizando as condições (4.63) e (4.64), que são empregadas nas referências [98, 109, 121]. Contudo, essas janelas violam a condição (4.65) e devem ser descartadas. A figura 4.4 é a janela de estabilidade quando fixamos  $m_s = 150$  MeV. Note que nossa referência da matéria nuclear ordinária é para  $T = 0$ , pois calculamos a energia de ligação  $\varepsilon/n_B$  e comparamos com aquela do  $^{56}\text{Fe}$ , isto é, 930 MeV. Quando aumentamos a temperatura, nos reportamos sempre ao retângulo em  $T = 0$ . Assim, os retângulos em  $T > 0$  devem se sobrepor àquele para  $T = 0$ , pois é nessa região que devemos escolher os nossos parâmetros.

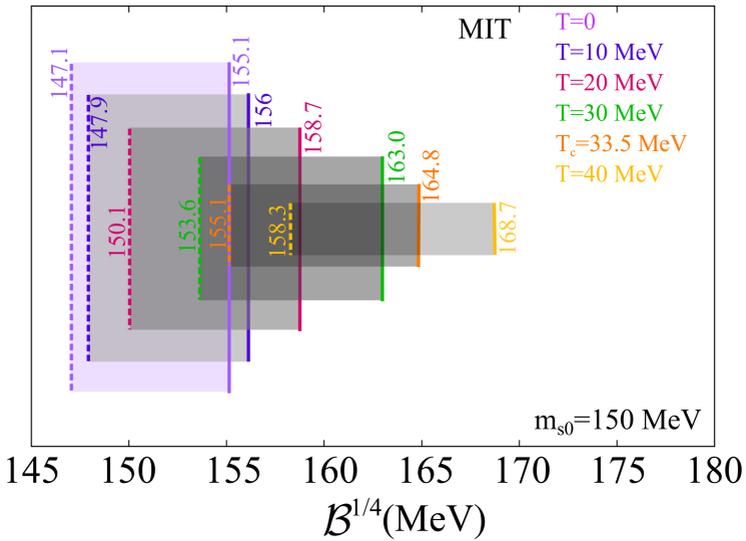


Figura 4.4: As linhas tracejadas fixam a condição de estabilidade expressa por (4.68) e as linhas cheias, a condição (4.67). De acordo com a figura, temos uma temperatura crítica  $T_c = 33.4$  MeV. Acima de  $T_c$ , não há mais região estável de acordo com nossa análise.

#### 4.4.2 Estabilidade da Matéria Estranha no Modelo QMDD

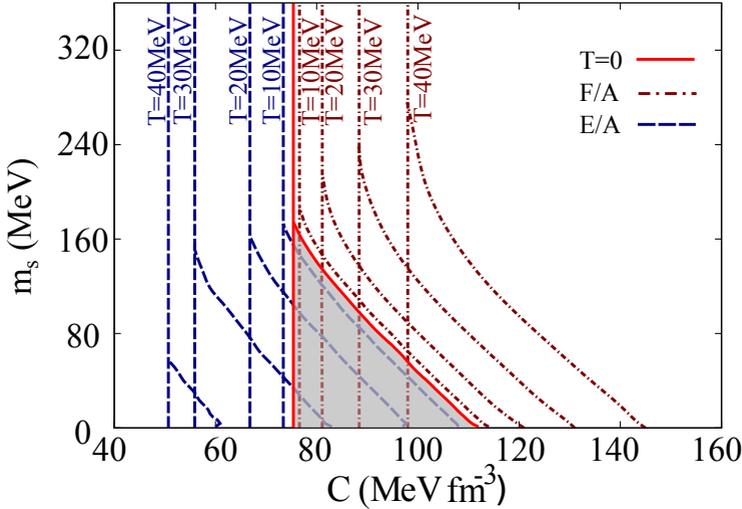


Figura 4.5: A região cinza corresponde à região estável em  $T = 0$ . Para  $T > 0$ , devemos procurar regiões que se sobreponham a região cinza,  $T = 0$ , pois é nessa região que a condição de estabilidade é válida.

Se a hipótese da matéria estranha, como o estado fundamental da interação forte, for verdadeira, então as condições (4.63) e (4.64) são suficientes para vincular um conjunto de parâmetros à matéria de quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$ . Esses parâmetros ficam dentro das chamadas janelas de estabilidade da matéria estranha. A palavra estabilidade, neste contexto, quer dizer apenas que a energia por bárion da matéria 3QM é menor que a energia por bárion do núcleo de  $^{56}\text{Fe}$ . Em temperatura finita, devemos utilizar a energia livre, ao invés da energia por bárion, para expressar as condições para matéria estranha.

Antes mesmo de discutir as condições de estabilidade, (4.63), (4.64), (4.67) e (4.68), para os modelos QMDDv1 e QMDDv2, devemos recordar que as expressões (4.65) e (4.66), para  $T = 0$  e  $T > 0$ , respecti-

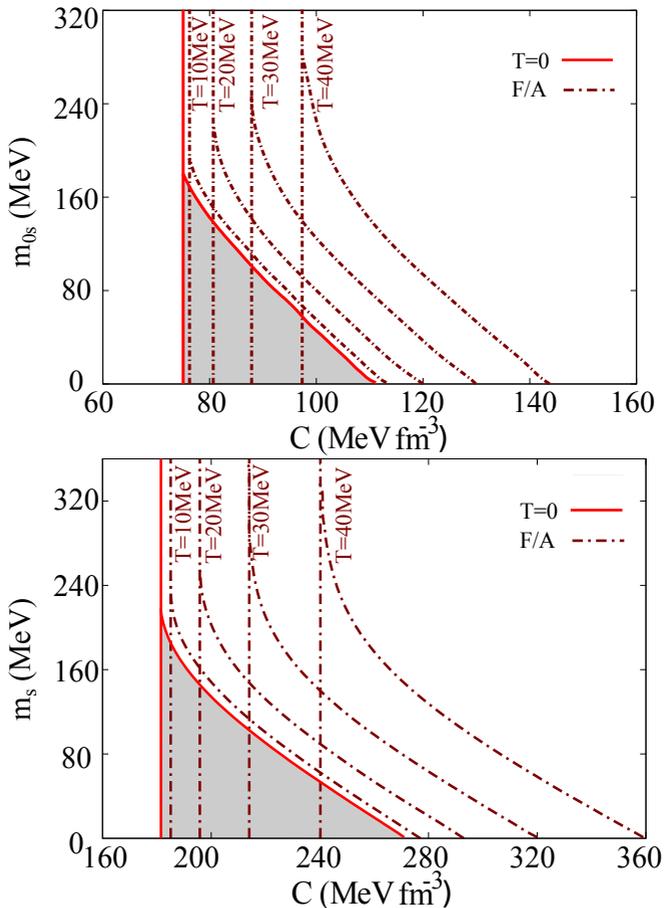


Figura 4.6: As linhas tracejadas fixam a condição de estabilidade expressa por (4.68) e as linhas cheias, a condição (4.67). De acordo com a figura temos uma temperatura crítica  $T_c = 33.4$  MeV. Acima de  $T_c$ , não há mais região estável de acordo com nossa análise.

vamente, não são verdadeiras no modelo QMDDv1. Logo, a questão de estabilidade fica comprometida se a pressão nula do sistema não ocorrer no mínimo da  $(\varepsilon/n_B)$  ou  $(f/n_B)$  para  $T = 0$  e  $T > 0$  respectivamente.

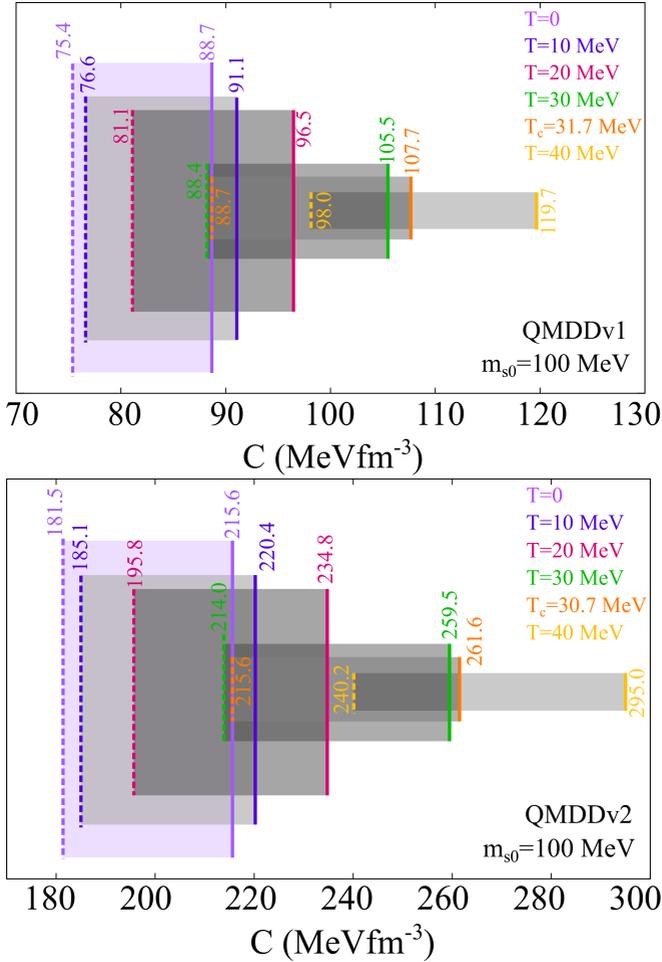


Figura 4.7: As linhas tracejadas fixam a condição de estabilidade expressa por (4.68) e as linhas cheias, a condição (4.67). De acordo com a figura, temos uma temperatura crítica  $T_c = 31.7$  MeV (Acima) e  $T_c = 30.7$  MeV (Abaixo). Acima de  $T_c$ , não há mais região estável de acordo com nossa análise. Aqui fixamos  $m_{0s} = 100$  MeV.

Existem dois casos em que podem ocorrer tais problemas de mínimo:

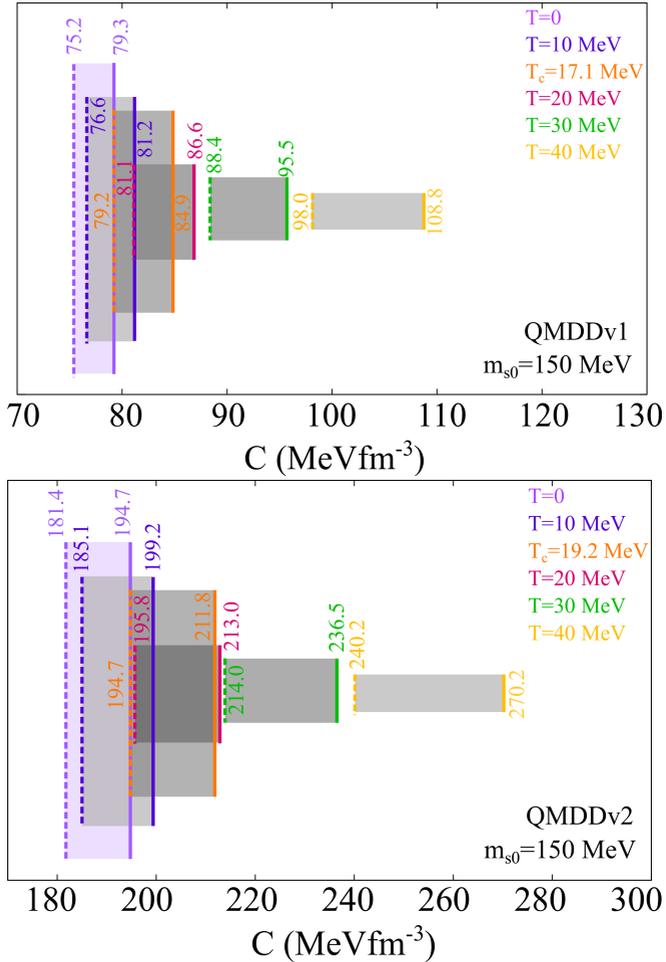


Figura 4.8: As linhas tracejadas fixam a condição de estabilidade expressa por (4.68) e as linhas cheias, a condição (4.67). De acordo com a figura temos uma temperatura crítica  $T_c = 17.1$  MeV (Acima) e  $T_c = 19.2$  MeV (Abaixo). Acima de  $T_c$ , não há mais região estável de acordo com nossa análise. Aqui fixamos  $m_0 = 150$  MeV.

- Se o modelo não for consistente termodinamicamente. Esse é um ponto fraco no modelo QMDDv1 e que é recuperado no modelo QMDDv2.
- Se desejarmos encontrar o mínimo da  $(\varepsilon/n_B)$ , em  $T > 0$ , quando a pressão for nula. Obviamente isso não é um defeito do modelo, mas apenas um erro de interpretação, pelo menos no contexto das janelas de estabilidade da SQM à temperatura finita.

Já discutimos, no modelo do MIT, a janela de estabilidade e seus parâmetros. Repetiremos o mesmo para o QMDDv1 e QMDDv2. O espaço de parâmetros desses dois modelos envolvem a massa de corrente do quark estranho e a constante da massa efetiva da equação (4.40). Na figura 4.5, no QMDDv1, consideramos as condições (4.63) e (4.64), assim como (4.67) e (4.68). Na figura 4.6, apresentamos somente as janelas que satisfazem (4.66) em  $T > 0$ .

Construir as ditas janelas de estabilidade para matéria de quarks tem como objetivo acatar a hipótese da matéria estelar estranha, além de servir como um teste de consistência para o modelo. Embora a matéria estelar esteja em equilíbrio  $\beta$  e seja eletricamente neutra, as janelas de estabilidade foram construídas a partir da matéria puramente quarkônica. Desse modo, encontramos os parâmetros que nos resultaram nas equações de estado para a matéria estranha estelar. As figuras figura 4.7 e figura 4.8 mostram as janelas para os modelos QMDDv1 e QMDDv2, mantendo fixo  $m_{0s} = 100$  MeV e  $m_{0s} = 150$  MeV.

## 4.5 Relação de Massa-Raio

Agora que somos capazes de obter a equação de estado para a matéria estelar quarkônica estranha, vamos resolver as equações da TOV [85, 86]. Esta etapa é um teste crucial para a equação de es-

tado. Basicamente, a pressão e a densidade de energia servem como *inputs* para resolvermos um conjunto de equações acopladas. A partir da TOV, calcula-se as propriedades mais importante das estrelas, tal como a massa máxima e o raio máximo. A seguir, mostraremos as curvas que resultaram da TOV, isto é, as relações de massa e raio, que foram calculadas a partir das equações de estado dos modelos do MIT e QMDD.

Pode-se afirmar que as equações de estado “moles” nos modelos de quarks resultam em massas máximas  $\sim 1.6M_{\odot}$ , já as “duras” atingem massas máximas elevadas  $\sim 2.4M_{\odot}$ . É bem conhecido na literatura que, no modelo do MIT, as EoS são muito moles [116–119, 122] para descrever as recentes descobertas de pulsares com massas da ordem de  $\sim 2.1M_{\odot}$  [123–129], embora os pulsares frequentemente observados com massas de  $\sim 1.5M_{\odot}$  [130] sejam bem descritos pelo modelo de sacolas do MIT. Com as equações de estado do modelo QMDDv1, obtivemos massas máximas mais elevadas que no QMDDv2 e no MIT, como mostra a figura 4.9. A dureza das equação de estado no modelo QMDDv1 permite obter massas bastante altas,  $\sim 2.1M_{\odot}$ . Além disto, a supercondutividade de cor também pode ser considerada, o que ocasiona em mais endurecimento das EoS [116–119, 122]. A razão pela qual as duas versões do modelo dependente da densidade, QMDDv1 e QMDDv2, resultam em massas máximas tão diferentes é devido à contribuição do termo de confinamento  $B(n_B)$  na densidade de energia em QMDDv1.

Para as protoestrelas de quarks, fixamos três estágios da evolução temporal, ou seja, os primeiros minutos das estrelas. O primeiro estágio trata-se de uma estrela relativamente quente e isto é representado pela presença dos neutrinos (entropia por partícula fixa  $s = 1$  e fração de léptons  $Y_l \sim 0.4$ ) [120]. Após os neutrinos deixarem a protoestrela, o sistema todo passa a se resfriar rapidamente, isto é, chega

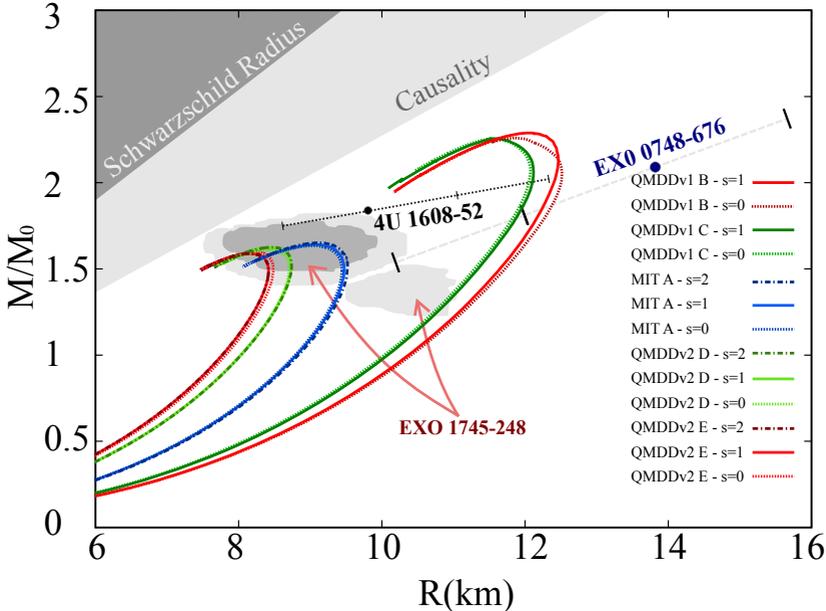


Figura 4.9: Relação massa-raio.

ao segundo estágio (entropia por partícula fixa  $s = 1$  e  $\mu_v = 0$ ) e, finalmente, a estrela é considerada fria quando a temperatura é da ordem da temperatura de Fermi do sistema.

Os perfis estelares foram obtidos usando as parametrizações da tabela 4.2. Os resultados estão na tabela 4.3.

#### 4.6 Conclusões Parciais: A Matéria Quarkiônica

Nesta última parte da tese, tratamos da matéria de quarks desconfiados através de dois modelos efetivos relativísticos e verificamos também a conhecida hipótese de Itoh-Bodmer-Witten-Terazawa. Primeiramente, deduzimos a equação de estado no conhecido modelo de sacolas do MIT. Em seguida, obtivemos a equação de estado no modelo

Set	Modelo	$m_s$ (MeV)	$B^{1/4}$ (MeV)	C (MeV fm <sup>-3</sup> )
-	-			
A	MIT	150	155	N/A
B	QMDDv1	150	N/A	78
C	QMDDv1	100	N/A	85
D	QMDDv2	150	N/A	194
E	QMDDv2	100	N/A	215

Tabela 4.2: Parâmetros para os modelos.

Set	Model	$S/A$	$Y_l$	$M_{max}$ ( $M_\odot$ )	$R$ (km)	$\varepsilon_c$ (fm <sup>-4</sup> )	$T_c$ (MeV)
-	-	-	-				
A	MIT	0	$N/F$	1.62	9.01	8.25	0
A	MIT	1	0.4	1.64	9.10	7.96	13.32
A	MIT	2	0.4	1.65	9.15	7.85	26.59
B	QMDDv1	0	$N/F$	2.28	12.05	4.56	0
B	QMDDv1	1	0.4	2.31	12.16	4.39	11.34
B	QMDDv1	2	0.4	2.33	12.19	4.46	22.80
C	QMDDv1	0	$N/F$	2.26	11.76	4.65	0
C	QMDDv1	1	0.4	2.28	11.75	4.76	11.78
C	QMDDv1	2	0.4	2.29	11.76	4.79	23.62
D	QMDDv2	0	$N/F$	1.60	8.42	9.37	0
D	QMDDv2	1	0.4	1.62	8.46	9.23	13.80
D	QMDDv2	2	0.4	1.62	8.46	9.23	27.64
E	QMDDv2	0	$N/F$	1.59	8.22	9.75	0
E	QMDDv2	1	0.4	1.58	8.16	9.93	14.24
E	QMDDv2	2	0.4	1.58	8.16	9.92	28.51

Tabela 4.3: Resultados numéricos obtidos da solução da TOV com o MIT e com os modelos dependentes da densidade para diferentes estágios da evolução da protoestrela de quark.  $N/F$  denota que a grandeza não é fixa.

fenomenológico QMDD. O modelo do MIT vem sendo amplamente utilizado no estudo da equação de estado da matéria estelar, isto é, nas estrelas de quarks. O segundo pretende ser mais fenomenológico, incluindo algumas propriedades fundamentais dos quarks. A massa dos quarks no modelo QMDD possui uma dependência com a densidade numérica. O termo de confinamento que aparece na equação de estado também depende da densidade numérica bariônica. Embora os dois modelos sejam obtidos de maneira diversa, eles não diferem radicalmente entre si, muito pelo contrário, os dois modelos possuem várias semelhanças. Por exemplo, admitindo-se a hipótese da matéria estranha de Itoh-Bodmer-Witten-Terazawa, ambos os modelos apresentam as chamadas janelas de estabilidade e estas ocorrem para uma vasta gama de valores dos parâmetros dos modelos. Dentro desta janela, a matéria estelar estranha foi obtida em ambos os modelos e também a relação de massa e raio. O modelo do MIT resulta numa equação de estado que descreve perfis estelares com massas máximas não muito elevadas ( $\sim 1.7 M_{\odot}$ ). Embora existam vários pulsares com massas desta ordem de grandeza, o modelo de sacolas do MIT não fornece resposta ao problema da existência de pulsares ainda mais massivos ( $\sim 2.1 M_{\odot}$ ). Verificamos anteriormente que a principal diferença entre o modelo do MIT e o QMDD é que este fornece uma equação de estado bastante “dura” para matéria estelar estranha. O efeito desta “dureza” na equação de estado do modelo QMDD é verificado nos valores de massas máximas encontrados ( $\sim 2.4 M_{\odot}$ ). A inclusão da temperatura altera as janelas de estabilidade no espaço de parâmetros nos dois modelos. As condições de estabilidade para matéria estranha são analisadas a partir da energia livre de Helmholtz. Portanto, para uma temperatura fixa, a entropia passa a influenciar nas condições de estabilidade. Como mantivemos o valor comparativo de 930 MeV para energia por bárion

do núcleo de  $^{56}\text{Fe}$  em temperatura zero, as janelas em temperatura finita são deslocadas para valores maiores dos parâmetros dos modelos, isto é, as constantes  $B^{1/4}$  e  $C$  no modelo de sacolas do MIT e no modelo QMDD respectivamente. A matéria 2QM deve ter energia por bárion sempre maior que 930 MeV em temperatura zero de maneira a não contradizer a física nuclear. Contudo, a inclusão da temperatura modifica os valores dos parâmetros obtidos em  $T = 0$ , isto é, o aumento da temperatura faz com que a energia de ligação fique cada vez mais negativa. De qualquer forma, para a matéria 2QM, no modelo do MIT, utilizamos o valor crítico da constante de sacola  $B^{1/4} = 145$  MeV (para QMDDv1, usamos  $C = 75.4 \text{ MeVfm}^{-3}$  e, para QMDDv2, o valor  $C = 181.5 \text{ MeVfm}^{-3}$ ) que corresponde a  $T = 0$  como limite para matéria hadrônica. De maneira geral, podemos concluir que a inclusão da temperatura preserva a janela de estabilidade em ambos os modelos considerados até uma dada temperatura crítica. As protoestrelas de quarks também foram consideradas e escolhemos os parâmetros  $B^{1/4}$  (ou  $C$ ) de maneira a obter massas máximas elevadas. A presença da janela de estabilidade em temperatura finita não significa que temos a possibilidade de obter massas máximas maiores com a ajuda de valores maiores dos parâmetros. Por exemplo, para um dado valor da massa de corrente do quark estranho, os valores grandes de  $B^{1/4}$  (ou  $C$ ) dentro da janela de estabilidade resultam, na verdade, em massas máximas cada vez menores [115]. Assim, as maiores massas máximas correspondem aos menores valores de  $B^{1/4}$  (ou  $C$ ) dentro da janela. Resumidamente, verificamos que o modelo de sacolas do MIT é insuficiente para descrever a matéria estelar estranha no interior de pulsares massivos ( $\sim 2M_{\odot}$ ), enquanto o modelo QMDD se mostra mais flexível para atingir esses valores de massas máximas, mas apresenta várias dificuldades no seu formalismo.



## 5 CONCLUSÕES FINAIS

Desde o início, na presente tese, o tema da estranheza foi considerado no contexto dos modelos efetivos relativísticos. Primeiramente, consideramos a matéria bariônica contando com prótons, nêutrons e lambdas. Alternativamente, uma parametrização obtida a partir de cálculos *ab initio* não relativísticos de Monte Carlo foi utilizada como referência para nossos modelos relativísticos. Nesses cálculos *ab initio*, o sistema era formado apenas por nêutrons e lambdas. Portanto, no primeiro capítulo, o objetivo principal era estudar o diagrama de fases da matéria formada por prótons, nêutrons e lambdas em baixas densidades nos modelos relativísticos. Antes de calcular as espinodais, tratamos de correlacionar as constantes dos modelos efetivos LWM e NLWM. Devido à presença de mésons estranhos, as constantes de acoplamento dos lambdas com os mésons eram quatro no total, mas, depois de vincularmos tais parâmetros com os dados experimentais disponíveis dos potenciais hipernucleares  $U_N^\Lambda$  e  $U_\Lambda^\Lambda$ , ficamos apenas com duas constantes livres. Escolhemos, por conveniência, deixar livres as duas constantes referentes aos mésons escalares, isto é,  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . A equação de estado, a energia de ligação e os potenciais hipernucleares foram explorados tendo em vista a liberdade de escolher  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . Até o final da tese, naturalmente, todas as grandezas estudadas ficaram dependentes dos valores escolhidos para tais constantes. Com o intuito de comparar o modelo *ab initio* com os modelos RMF, ignoramos, num primeiro momento, a presença dos prótons. Fizemos diversas comparações entre as energias de ligação do modelo AFDMC e RMF de maneira a reduzir a arbitrariedade nas escolhas de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  [46].

No que se refere à conhecida transição de fases líquido-gás para a matéria nuclear assimétrica estudamos o efeito da inclusão do híperon

lambda no sistema. Para obter a decomposição espinodal calculamos a matriz curvatura da densidade de energia no espaço tridimensional das densidades. Os autovalores e autovetores são importantes na decomposição espinodal do sistema e, para tornar a tarefa de estudar um sistema formado por prótons, nêutrons e lambdas mais simples, fixamos algumas condições. Primeiro estudamos o plano nêutron-lambda ( $Y_p = 0$ ) e, em seguida, fixamos a condição  $\mu_n = \mu_p$  (matéria de nucleons simétrica) para estudar a espinodal no plano nucleon-lambda. Concluímos que ocorre instabilidade em ambos os planos e, no que diz respeito à figura tridimensional, verificamos que a transição de fases líquido-gás da matéria nuclear assimétrica, mediante a inclusão crescente de  $\Lambda$ s, se mantém até mesmo para grandes  $Y_\Lambda$ . Obviamente, para  $Y_\Lambda \rightarrow 1$ , o sistema formado puramente de  $\Lambda$ s não possui um mínimo local e a anomalia na concavidade da densidade de energia desaparece.

Para altas densidades, não observamos a existência de instabilidades mediante a decomposição espinodal. Exploramos o espaço de fases para densidades altas, contudo, a anomalia no potencial termodinâmico, no caso a função densidade de energia, apresenta concavidade anômala somente em baixas densidades. Este resultado era esperado para modelos relativísticos, embora, em alguns modelos não relativísticos, como AFDMC, ocorra instabilidades também em densidades altas. Estas instabilidades foram estudadas em detalhes e chegamos a conclusão que tais instabilidades no caso do sistema nêutron-lambda no modelo AFDMC não podem ser interpretadas como instabilidades física. A razão por trás desta constatação é que o modelo AFDMC é limitado a baixas frações de  $\Lambda$ s. Além do mais, a velocidade do som no meio nêutron-lambda pode assumir valores maiores que  $v_s = 1/3$ . Sabemos que os modelos relativísticos também podem apresentar problemas quanto à conjectura para o valor limite da velocidade do som

$v_s = 1/3$ . Contudo, no modelo AFDMC, a restrição para valores baixos da fração de  $\Lambda$ s é bastante forte e, na melhor das hipóteses, podemos dizer que a questão da instabilidade em altas densidades é inconclusiva, pois requer cálculos *ab initio* mais abrangentes.

No que se refere às densidades altas, isto é, densidades  $n_B > 0.16\text{fm}^{-3}$ , o sistema prótons, nêutrons e lambdas nos modelos RMF não exibem instabilidades. Se supusermos que os elétrons estão presentes e a matéria se encontra em equilíbrio  $\beta$  e neutra verificamos que o limiar de criação dos  $\Lambda$ s ocorre em densidades maiores que aquela das espinodais. Esta é a condição para a matéria estelar e no digrama de fases se obtém a trajetória de equilíbrio. Nós verificamos isto detalhadamente no plano nêutron-lambda e vimos que os  $\Lambda$ s surgem, de maneira geral, próximo a  $n_B \sim 0.3\text{ fm}^{-3}$ . Na matéria estelar, em baixas densidades, o sistema formado por prótons, nêutrons e lambdas é composto basicamente por nêutrons. Portanto, do ponto de vista do plano próton-nêutron, a matéria estelar é muito assimétrica e se torna mais simétrica em densidades altas. De acordo com os resultados obtidos no plano nêutron-lambda, podemos afirmar que não há instabilidades nas densidades onde os  $\Lambda$ s aparecem. De fato, não incluímos os elétrons nos cálculos da decomposição espinodal e, se este fosse o caso, as espinodais não apresentariam as instabilidades líquido-gás em baixas densidades, mediante a condição de equilíbrio  $\beta$ , tampouco teriam instabilidades em altas densidades.

Depois de estudarmos o espaço de fases através da decomposição espinodal, realizamos algumas aplicações na matéria estelar com o NLWM. Calculamos inicialmente as relações de massa e raio no modelo AFDMC. Em seguida verificamos o efeito dos vínculos das constantes de acoplamento dos  $\Lambda$ s com os mésons através dos potenciais hipernucleares no modelo NLWM. Extrapolamos tais vínculos para os demais

híperons do octeto para obter a equação de estado da matéria estelar. Calculamos diversos perfis estelares variando as constantes  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . Concluimos que é possível obter massas máximas  $\sim 2.1 M_{\odot}$  aumentando os valores de  $\chi_{\sigma\Lambda}$  e  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ . Vimos que isto resulta no aumento da repulsão entre os  $\Lambda$ s do sistema para altas densidades e, por consequência, numa equação de estado mais “dura”. Este resultado não é compatível com resultados obtidos quando a constante  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  é livre e  $\chi_{\phi\Lambda}$  é fixada pelo grupo SU(6) [94]. A razão desta contradição está na correlação existente entre  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  e  $\chi_{\phi\Lambda}$  através dos vínculos  $U_N^{\Lambda}$  e  $U_{\Lambda}^{\Lambda}$ . Quando não há vínculo, o aumento de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  deixa a equação de estado mais “mole”, enquanto que, mediante a inclusão do vínculo, o mesmo acréscimo em  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$  deixa a equação de estado mais “dura”. Através da contagem de quarks, relacionamos os potenciais hipernucleares dos  $\Sigma$ s e dos  $\Xi$ s através do potencial  $U_{\Lambda}^{\Lambda}$ . Fixamos as constantes dos híperons com os mésons vetoriais através do grupo de simetria SU(6) e verificamos o efeito na relação de massa e raio. Os resultados para o octeto completo apontaram para uma massa máxima  $\sim 1.9 M_{\odot}$  e, portanto, para se obter uma massa máxima maior, devemos violar o grupo de simetria SU(6). Resumindo esta parte, concluimos que é possível obter pulsares de  $\sim 2 M_{\odot}$ , contando com a presença do octeto bariônico, embora as constantes de acoplamento dos  $\Sigma$ s e dos  $\Xi$ s carreguem uma grande incerteza.

Na terceira e última parte do trabalho, tratamos da matéria estranha desconfinada. Utilizamos dois modelos efetivos relativísticos para descrever os quarks em liberdade assintótica em baixas temperaturas. A densidade crítica em que ocorre o desconfinamento é ainda desconhecida, mas se espera que os quarks estejam desconfinados em alguma densidade no interior das estrelas de nêutrons. Vimos que, na matéria hadrônica, a presença dos híperons acrescenta uma nova

propriedade ao sistema, a estranheza. Durante o desconfinamento, os quarks são liberados do interior dos hádrons de maneira a formar um plasma de matéria quarkônica estranha. Nesta parte do trabalho, verificamos a hipótese de Itoh-Bodmer-Witten-Terazawa, em que o plasma de quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$  possui uma energia por bárion menor que a do  $^{56}\text{Fe}$ . Esta configuração é conhecida como a matéria estranha de quarks e nossos modelos podem satisfazer esta hipótese mediante a análise dos parâmetros. Os modelos considerados, MIT e QMDD, apresentaram uma janela de estabilidade bem definida tanto em temperatura zero quanto em temperatura finita. Os valores dentro das janelas foram utilizados para calcular a equação de estado da matéria estranha, que, por sua vez, forneceu as relações de massa e raio [115]. O modelo de sacola do MIT não é satisfatório para descrever uma estrela estranha com massa  $\sim 2 M_{\odot}$ , já o modelo QMDDv1 descreve pulsares até mais massivos. Estudamos as limitações do modelo QMDDv1 e, por isso, calculamos a relação de massa e raio para o modelo QMDDv2, mas este modelo, embora se apresente mais consistente que QMDDv1, descreve pulsares menos massivos que no caso do MIT. Concluímos que os modelos considerados para descrever as estrelas de quarks são insuficientes para modelar pulsares cujas massas são  $\sim 2 M_{\odot}$ . Tendo em vista as protoestrelas de quarks, verificamos que os modelos considerados em temperatura finita não conseguem descrever os pulsares com  $\sim 2 M_{\odot}$ . Os artigos [46] e [134], que se encontram no apêndice e que é fruto da presente tese, mostram os resultados discutidos aqui, além de outros resultados em que o campo magnético forte e constante está presente na matéria quarkônica.

Como perspectiva futura e para complementar o presente trabalho, com respeito ao estudo da transição de fases em baixas densidades na matéria contendo prótons, nêutrons e lambdas, destacamos o estudo

do efeito de *quenching*, devido à temperatura finita, na transição de fases líquido-gás no espaço de fases do sistema  $np\Lambda$ . O espaço de fases possuirá um grau de liberdade adicional, isto é, a temperatura. Embora muitos estudos tenham sido realizados na direção da matéria nuclear assimétrica em temperatura finita nos modelos relativístico e não relativísticos [67, 68, 73, 79, 135], pouco se avançou na direção da inclusão da estranheza através da presença do híperon  $\Lambda$  [136]. Obviamente, outras parametrizações nos modelo RMF podem ser consideradas, assim como modelos com acoplamentos dependentes da densidade [137]. Novos cálculos *ab initio* podem, futuramente, ajudar na melhor compreensão dos nossos resultados e conclusões, lembrando também que dados mais atualizados dos potenciais hipernucleares podem modificar nossos resultados quantitativamente. Esperamos que estas sugestões, em estudos futuros, corroborem os resultados obtidos na presente tese.

## APÊNDICE A – CONVENÇÕES

### A.1 Unidades Naturais

Na presente tese, manipulamos as expressões assumindo a convenção do sistema natural de unidades SN. Este sistema é bastante utilizado em teoria de campos.

$$c = \hbar = 1. \quad (\text{A.1})$$

Lembrando que no S.I, ( $c = 299792458 \text{ m/s}$ ) é velocidade da luz no vácuo e  $e$  a constante de Plank ( $\hbar = 1,05457266 \text{ km}^2/\text{s}$ ). Abaixo, segue uma tabela de conversão de unidades para SI e SN:

Quantidade Física	SI	SN	Fator SI→SN
distância	m	m	1
tempo	s	m	$c$
massa	kg	$\text{m}^{-1}$	$c/\hbar$
velocidade	m/s	adimensional	$1/c$
momento linear	$\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}$	$\text{m}^{-1}$	$1/\hbar$
momento angular	$\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$	adimensional	$1/\hbar$
energia	$\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$	$\text{m}^{-1}$	$1/\hbar c$
ação	$\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$	adimensional	$1/\hbar$
pressão	$\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$	$\text{m}^{-4}$	$1/\hbar c$
densidade de energia	$\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$	$\text{m}^{-4}$	$1/\hbar c$

onde o fator de conversão

$$\hbar c = 3.1615 \times 10^{-26} \text{ J} \cdot \text{m}. \quad (\text{A.2})$$

Em física nuclear, porém, a escala de comprimento mais apropriada é o fermi, também chamado de fentômetro ( $fm$ ), sendo que  $1fm = 10^{-15} \text{ m}$ ,

e a energia é comumente expressa em MeV. Logo o fator é dado por:

$$\hbar c = 197.327 \text{ fm} \cdot \text{MeV}. \quad (\text{A.3})$$

( $G = 6,67428 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{kg s}^2$ ) é a constante de gravitação universal de Newton

## A.2 Outras Convenções

Tensor métrico:

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Coordenadas contravariantes de um quadrivetor:

$$x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3, x^4) = (t, x, y, z) = (t, \vec{x}). \quad (\text{A.5})$$

Coordenadas covariantes:

$$x_\mu = g_{\mu\nu} x^\nu = (x_0, -x_1, -x_2, -x_3) = (t, -x, -y, -z) = (t, -\vec{x}). \quad (\text{A.6})$$

Produto escalar entre quadrivetores:

$$A_\mu B^\mu = A_\mu g^{\mu\nu} B_\nu = A_0 B_0 - A_1 B_1 - A_2 B_2 - A_3 B_3 = A_0 B_0 - \vec{A} \cdot \vec{B}. \quad (\text{A.7})$$

Derivadas contravariante e covariante:

$$\partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x_\nu} = \left( \frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla} \right), \quad (\text{A.8})$$

$$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\nu} = \left( \frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla} \right), \quad (\text{A.9})$$

onde

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right). \quad (\text{A.10})$$

Quadridivergência:

$$\partial^\mu A_\mu = \frac{\partial A_0}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{A}, \quad (\text{A.11})$$

$$\partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2. \quad (\text{A.12})$$

Matrizes de Pauli:

$$\sigma_1 = \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.13})$$

$$\vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3). \quad (\text{A.14})$$

Matrizes de Pauli:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \mathbf{I} \end{pmatrix}_{4 \times 4}, \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}_{4 \times 4}, \quad (\text{A.15})$$

$$\gamma^\mu = (\gamma^0, \vec{\gamma}), \quad \gamma_\mu = (\gamma_0, -\vec{\gamma}), \quad (\text{A.16})$$

onde  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade:

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.17})$$



## APÊNDICE B – MATRIZ CURVATURA

Vamos introduzir a matriz de curvatura  $\mathbf{C}$  associada à função escalar  $\varepsilon$  no ponto  $P \in (n_n \times n_p \times n_\Lambda)$  [66, 77–79]. Inicialmente, vamos considerar a expansão em Taylor [80]:

$$\begin{aligned}
 & \varepsilon(n_n + dn_n, n_p + dn_p, n_\Lambda + dn_\Lambda) \\
 = & \varepsilon(n_n, n_p, n_\Lambda) + \\
 & \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial n_n} \right) dn_n + \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial n_p} \right) dn_p + \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial n_\Lambda} \right) dn_\Lambda + \\
 & \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial n_n^2} \right) (dn_n)^2 + \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial n_p^2} \right) (dn_p)^2 + \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial n_\Lambda^2} \right) (dn_\Lambda)^2 + \right. \\
 & \left. 2 \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial n_n \partial n_p} \right) (dn_n) dn_p + 2 \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial n_n \partial n_\Lambda} \right) (dn_n) dn_\Lambda + 2 \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial n_p \partial n_\Lambda} \right) (dn_p) dn_\Lambda \right] \\
 & + \dots
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

ou, escrevendo de maneira simbólica:

$$\varepsilon(n_n + dn_n, n_p + dn_p, n_\Lambda + dn_\Lambda) = \exp\left(d\vec{n} \cdot \vec{\nabla}\right) \varepsilon(n_n, n_p, n_\Lambda), \tag{B.2}$$

onde o vetor deslocamento infinitesimal é  $d\vec{n} = (dn_n, dn_p, dn_\Lambda)$  e o operador  $\vec{\nabla} = \left( \frac{\partial}{\partial n_n}, \frac{\partial}{\partial n_p}, \frac{\partial}{\partial n_\Lambda} \right)$ . Uma outra maneira conveniente de escrever a expansão é em termos das diferenciais de ordem superiores:

$$\varepsilon(n_n + dn_n, n_p + dn_p, n_\Lambda + dn_\Lambda) - \varepsilon(n_n, n_p, n_\Lambda) = d\varepsilon + \frac{1}{2!} d^2\varepsilon + \dots + \frac{1}{n!} d^n\varepsilon + \dots, \tag{B.3}$$

onde temos a diferencial total de primeira ordem

$$d\varepsilon = \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial n_n} \right) dn_n + \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial n_p} \right) dn_p + \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial n_\Lambda} \right) dn_\Lambda \quad (\text{B.4})$$

e a diferencial total de segunda ordem

$$\begin{aligned} d^2\varepsilon = & \left\{ \left[ \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial n_n^2} (dn_n)^2 + \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial n_p^2} \right) (dn_p)^2 + \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial n_\Lambda^2} \right) (dn_\Lambda)^2 \right] \right. \\ & + 2 \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial n_n \partial n_p} \right) (dn_n)(dn_p) + 2 \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial n_n \partial n_\Lambda} \right) (dn_n)(dn_\Lambda) \\ & \left. + 2 \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial n_p \partial n_\Lambda} \right) (dn_p)(dn_\Lambda) \right] + \dots \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

e, generalizando para ordens arbitrárias, temos

$$d^n \varepsilon = \left( dn_n \frac{\partial}{\partial n_n} + dn_p \frac{\partial}{\partial n_p} + dn_\Lambda \frac{\partial}{\partial n_\Lambda} \right)^n \varepsilon(n_n, n_p, n_\Lambda). \quad (\text{B.6})$$

Da termodinâmica, em  $T = 0$ , temos a diferencial para a densidade de energia

$$d\varepsilon(n_n, n_p, n_\Lambda) = \mu_n dn_n + \mu_p dn_p + \mu_\Lambda dn_\Lambda, \quad (\text{B.7})$$

que, integrada, resulta na conhecida relação

$$\varepsilon(n_n, n_p, n_\Lambda) = -(p_n + p_p + p_\Lambda) + \mu_n n_n + \mu_p n_p + \mu_\Lambda n_\Lambda, \quad (\text{B.8})$$

onde  $\mu_n$ ,  $\mu_p$  e  $\mu_\Lambda$  são os potenciais químicos  $p_n$ ,  $p_p$  e  $p_\Lambda$  são as pressões de cada constituinte do sistema. O cálculo da concavidade e, portanto, da estabilidade está relacionado à forma quadrática  $d^2\varepsilon$  no  $P = (n_n, n_p, n_\Lambda)$ , tal que  $P \in (n_n \times n_p \times n_\Lambda)$ . A energia por volume deve ser côncava nas variáveis densidades, isto é, a forma quadrática  $d^2\varepsilon$  deve ser positiva definida nas vizinhanças de cada ponto do espaço das densidades. Fazendo uma conexão com a álgebra das matrizes,

$$d^2\varepsilon = \begin{pmatrix} dn_n \\ dn_p \\ dn_\Lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial^2\varepsilon}{\partial n_n^2} & \frac{\partial^2\varepsilon}{\partial n_n\partial n_p} & \frac{\partial^2\varepsilon}{\partial n_n\partial n_\Lambda} \\ \frac{\partial^2\varepsilon}{\partial n_p\partial n_n} & \frac{\partial^2\varepsilon}{\partial n_p^2} & \frac{\partial^2\varepsilon}{\partial n_p\partial n_\Lambda} \\ \frac{\partial^2\varepsilon}{\partial n_\Lambda\partial n_n} & \frac{\partial^2\varepsilon}{\partial n_\Lambda\partial n_p} & \frac{\partial^2\varepsilon}{\partial n_\Lambda^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dn_n & dn_p & dn_\Lambda \end{pmatrix}, \quad (\text{B.9})$$

vale as seguintes relações

$$\frac{\partial\varepsilon(n_n, n_p, n_\Lambda)}{\partial n_n} = \mu_n(n_n, n_p, n_\Lambda), \quad (\text{B.10})$$

$$\frac{\partial^2\varepsilon(n_1, \dots, n_N)}{\partial n_n\partial n_p} = \frac{\partial\mu_n(n_n, n_p, n_\Lambda)}{\partial n_p}, \quad (\text{B.11})$$

e o termo cruzado

$$\frac{\partial^2\varepsilon(n_1, \dots, n_N)}{\partial n_n\partial n_p} = \frac{\partial\mu_n(n_n, n_p, n_\Lambda)}{\partial n_p}. \quad (\text{B.12})$$

Todos os demais coeficientes da forma quadrática podem ser escritos em termos dos potenciais químicos [67]. A matriz de coeficientes fica

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \frac{\partial\mu_n}{\partial n_p} & \frac{\partial\mu_n}{\partial n_p} & \frac{\partial\mu_n}{\partial n_\Lambda} \\ \frac{\partial\mu_p}{\partial n_n} & \frac{\partial\mu_p}{\partial n_p} & \frac{\partial\mu_\Lambda}{\partial n_p} \\ \frac{\partial\mu_\Lambda}{\partial n_n} & \frac{\partial\mu_\Lambda}{\partial n_p} & \frac{\partial\mu_\Lambda}{\partial n_\Lambda} \end{pmatrix}, \quad (\text{B.13})$$

onde temos a simetria das derivadas mistas

$$\frac{\partial\mu_p}{\partial n_n} = \frac{\partial\mu_n}{\partial n_p}, \quad \frac{\partial\mu_\Lambda}{\partial n_n} = \frac{\partial\mu_n}{\partial n_\Lambda} \quad \text{e} \quad \frac{\partial\mu_\Lambda}{\partial n_p} = \frac{\partial\mu_\Lambda}{\partial n_p}. \quad (\text{B.14})$$

Vimos que o cálculo das zonas espinodais envolvem os casos em que a densidade de energia possui concavidade anômala, isto é, a forma quadrática não é positiva definida, podendo ser também negativa definida ou não definida. Uma maneira de verificar a concavidade é diago-

nalizar  $\mathbf{C}$  e estudar os sinais dos autovalores em cada ponto do espaço das densidades [66, 80]. Além dos autovalores, os autovetores associados indicam a direção da instabilidade. A equação de autovalores é dada por

$$\det(\mathbf{C} - \lambda \mathbf{1}_3) = 0 \quad (\text{B.15})$$

ou

$$-\lambda^3 + \text{Tr}(\mathbf{C})\lambda^2 - \frac{1}{2} [\text{Tr}(\mathbf{C})^2 - \text{Tr}(\mathbf{C}^2)]\lambda - \det(\mathbf{C}) = 0. \quad (\text{B.16})$$

Por simplicidade, vamos considerar inicialmente um sistema termodinâmico de dois componentes em que  $P \in (n_n \times n_\Lambda)$  [75]. Adiante, voltaremos ao caso de três componentes. Se  $\varepsilon$  é suave, ou pelo menos duas vezes diferenciável, então,  $\mathbf{C}$  é uma matriz simétrica. Os elementos da matriz curvatura são as derivadas segundas parciais da densidade de energia total em relação as variáveis independentes. No caso bidimensional a matriz curvatura será  $2 \times 2$  com elementos dados por [32]:

$$C_{ij} = \left( \frac{\partial^2 \varepsilon(n_i, n_j)}{\partial n_i \partial n_j} \right), \quad (\text{B.17})$$

onde  $i, j = n, \Lambda$ . A equação característica é

$$\text{Det}(\mathbf{C} - \lambda \mathbf{1}_2) = 0, \quad (\text{B.18})$$

onde  $\mathbf{1}_2$  é a matriz identidade  $2 \times 2$ . Expressando de outra maneira,

$$\lambda^2 - \text{Tr}(\mathbf{C})\lambda + \text{Det}(\mathbf{C}) = 0. \quad (\text{B.19})$$

Os autovalores e autovetores da matriz  $\mathbf{C}$  possuem um significado ge-

ométrico [81], especialmente, no contexto do cálculo de máximos e mínimos de uma função de várias variáveis, caso o ponto  $P$  seja um ponto crítico. De maneira geral, podemos resolver as raízes explicitamente

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left( \text{Tr}(\mathbf{C}) + \sqrt{\text{Tr}(\mathbf{C})^2 - 4\text{Det}(\mathbf{C})} \right) \quad (\text{B.20})$$

e

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \left( \text{Tr}(\mathbf{C}) - \sqrt{\text{Tr}(\mathbf{C})^2 - 4\text{Det}(\mathbf{C})} \right), \quad (\text{B.21})$$

onde  $\text{Det}(\mathbf{C}) = \lambda_1 \lambda_2$  e  $\text{Tr}(\mathbf{C}) = \lambda_1 + \lambda_2$ . Vamos definir os seguintes vetores unitários  $\hat{n}^1 = (\delta n_n^1, \delta n_\Lambda^1)$  e  $\hat{n}^2 = (\delta n_n^2, \delta n_\Lambda^2)$ . Para uma análise posterior, vamos definir também as seguintes direções através das razões a seguir:

$$\tan \theta_1 = \frac{\delta n_\Lambda^1}{\delta n_n^1} = \frac{\lambda_1 - C_{nn}}{C_{n\Lambda}} \quad \text{e} \quad \tan \theta_2 = \frac{\delta n_\Lambda^2}{\delta n_n^2} = \frac{\lambda_2 - C_{nn}}{C_{n\Lambda}}, \quad (\text{B.22})$$

onde  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são ângulos formados medidos no sentido antihorário a partir dos autovetores e o eixo positivo  $n_n$ .

Se  $P$  é um ponto crítico e portanto  $\mathbf{C}$  é apenas a matriz Hessiana e então o determinante é exatamente a curvatura de Gauss e o traço da matriz é duas vezes a curvatura média [81]:

$$K = \lambda_1 \lambda_2 \quad \text{e} \quad H = \frac{1}{2} (\lambda_1 + \lambda_2). \quad (\text{B.23})$$

Na análise das instabilidades precisamos saber apenas o sinal das curvaturas  $K$  e  $H$  para um ponto arbitrário  $P \in (n_n \times n_\Lambda)$ :

1. Se  $K > 0$  e  $H > 0$ , o sistema é estável.
2. Se  $K > 0$  e  $H < 0$ , o sistema é instável. Ambos os autovalores são negativos e dois parâmetros de ordem independentes podem ser considerados, significando que duas diferentes fases podem coexistir.

3. Se  $K < 0$ , o sistema é instável, o que significa que o parâmetro de ordem da transição é sempre unidimensional, isto é, similar a transição de fases líquido-gás nuclear em densidades subnucleares.
4. Se  $K = 0$  e  $H > 0$ , o sistema é estável.
5. Se  $K = 0$  e  $H < 0$ , o sistema é instável.

Em termos geométricos, a primeira e a segunda condição nos diz em que  $P$  representa um ponto elíptico; a terceira, um ponto hiperbólico; e a quarta e a quinta, um ponto parabólico. Para sistemas de três componentes, devemos calcular numericamente as equações de autovalores para encontrar as raízes. Em sistemas de três componentes, podemos sempre analisar um sistema de dois componentes, isto é, tomando planos que contenham uma zona espinodal 2D a partir de cortes no volume espinodal do sistema 3D. Isto significa que podemos estudar a zona espinodal 2D no espaço  $n_N \times n_\Lambda$ , onde temos a condição de simetria da matéria contendo nucleons  $n_N = 2n_n = 2n_p$ , isto é, a matéria nuclear simétrica e  $\Lambda$ s. Alternativamente, podemos estudar o espaço  $n_n \times n_p$  para frações de  $\Lambda$ s constantes. Uma propriedade importante da transição de fase líquido-gás é que um dentre todos os autovalores é negativo e seu respectivo autovetor indica a direção de instabilidade do sistema num ponto da região espinodal. Na região espinodal, a densidade de energia total é um hipersuperfície do tipo hiperbólica. Assim, no caso do sistema simples  $n\Lambda$ , a razão (B.22) associada ao autovalor negativo fica escrita como

$$\frac{\delta n_\Lambda^-}{\delta n_n^-} = \frac{\lambda_- - C_{nn}}{C_{n\Lambda}}. \quad (\text{B.24})$$

A próxima expressão vai ser útil quando discutirmos a razão (B.22) no sistema  $np\Lambda$  sob a condição  $n_N = 2n_n = 2n_p$ . A inclinação é dada por

$$\frac{\delta n_\Lambda^-}{\delta n_n^-} = \frac{\lambda_- - C_{NN}}{C_{N\Lambda}}, \quad (\text{B.25})$$

onde  $N$  denota o nucleon.



## APÊNDICE C – EQUAÇÃO DE DIRAC

Partindo da densidade lagrangiana de Dirac

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi, \quad (\text{C.1})$$

e utilizando as equações de Euler-Lagrange para o campo  $\bar{\psi}$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\bar{\psi}} - \partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\bar{\psi})}\right) = 0, \quad (\text{C.2})$$

chegamos na conhecida equação de Dirac para partícula livre

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0. \quad (\text{C.3})$$

Tomando o hermitano conjugado da equação C.3,

$$[(i\gamma^0\partial_0 + i\gamma^i\partial_i - m)\psi]^\dagger = 0, \quad (\text{C.4})$$

ficamos com a equação adjunta

$$\psi^\dagger(-i\gamma^0\overleftarrow{\partial}_0 + i\gamma^i\overleftarrow{\partial}_i - m) = 0, \quad (\text{C.5})$$

que pode ser ainda ser escrita numa forma mais adequada, multiplicando o lado direito de C.5 por  $\gamma^0$  e usando a propriedade  $\gamma^0\gamma^i = -\gamma^i\gamma^0$ :

$$\psi^\dagger\gamma^0(-i\gamma^0\overleftarrow{\partial}_0 - i\gamma^i\overleftarrow{\partial}_i - m) = 0. \quad (\text{C.6})$$

O fator  $\bar{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0$  é a definição de espinor adjunto de  $\psi$  e podemos expressar a equação C.6 como

$$\bar{\psi}(i\gamma^\mu\overleftarrow{\partial}_\mu + m) = 0, \quad (\text{C.7})$$

onde a derivada  $\overleftarrow{\partial}_\mu$  atua à esquerda no espinor adjunto. Multiplicando à direita a equação de Dirac C.3 pelo spinor adjunto  $\bar{\psi}$  obtemos

$$\bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi = 0. \quad (\text{C.8})$$

Agora, multiplicando à esquerda a equação de Dirac adjunta C.6 pelo espinor  $\psi$ , temos

$$\bar{\psi} \left( i\gamma^\mu \overleftarrow{\partial}_\mu + m \right) \psi = 0. \quad (\text{C.9})$$

Somando as duas últimas equações C.8 e C.9, encontramos a lei de conservação da quadri-corrente vetorial

$$\partial_\mu j^\mu = 0, \quad (\text{C.10})$$

onde  $j^\mu = (\bar{\psi} \gamma^\mu \psi)$ . Vamos procurar por soluções da equação de Dirac que tenham a forma de uma onda plana. Para energia positiva, temos

$$\psi^{(\lambda)}(\vec{x}, t) = u\left(\vec{k}, \lambda\right) e^{-i\varepsilon^{(+)}t + i\vec{k} \cdot \vec{x}} \quad (\text{C.11})$$

e, para energia negativa,

$$\psi^{(\lambda+2)}(\vec{x}, t) = v\left(\vec{k}, \lambda\right) e^{-i\varepsilon^{(-)}t - i\vec{k} \cdot \vec{x}} \quad (\text{C.12})$$

Os fatores  $u\left(\vec{k}, \lambda\right)$  e  $v\left(\vec{k}, \lambda\right)$  são os espinores associados às energias positiva e negativa respectivamente,  $\vec{k}$  é tri-momento e  $\lambda$  irá representar, na presente dedução, os graus de liberdade de spin. Substituindo a solução de energia positiva C.11 na equação de Dirac C.3, encontramos

$$\left( \vec{\alpha} \cdot \vec{k} + \beta m \right) u\left(\vec{k}, \lambda\right) = \varepsilon^{(+)} u\left(\vec{k}, \lambda\right), \quad (\text{C.13})$$

que é a equação de Dirac na forma Hamiltoniana para energia positiva. Substituindo a solução C.12 em C.3 para, então, obtermos a equação

de Dirac no espaço dos momentos para energia negativa, encontramos

$$\left(\vec{\alpha} \cdot \vec{k} - \beta m\right) v\left(\vec{k}, \lambda\right) = -\varepsilon^{(-)} v\left(\vec{k}, \lambda\right), \quad (\text{C.14})$$

onde utilizamos as definições  $\beta = \gamma^0$  e  $\vec{\alpha} = \gamma^0 \vec{\gamma}$ . Multiplicando a equação de Dirac no espaço dos momentos C.13 pelo termo  $\left(\vec{\alpha} \cdot \vec{k} + \beta m\right)$  e utilizando as seguintes relações  $\vec{\alpha}\beta = -\beta\vec{\alpha}$  e  $|\vec{k}| = k$ , chegamos em

$$\left(k^2 + m^2\right) u\left(\vec{k}, \lambda\right) = \varepsilon^{(+)} u\left(\vec{k}, \lambda\right). \quad (\text{C.15})$$

Agora, multiplicando a equação de Dirac C.14 pelo fator  $\left(\vec{\alpha} \cdot \vec{k} - \beta m\right)$  e utilizando a álgebra matricial de Dirac, encontramos

$$\left(k^2 + m^2\right) v\left(\vec{k}, \lambda\right) = \varepsilon^{(-)} v\left(\vec{k}, \lambda\right). \quad (\text{C.16})$$

Estes dois últimos resultados implicam em

$$\varepsilon^{(\pm)2} = k^2 + m^2 \equiv E(k)^2, \quad (\text{C.17})$$

onde podemos identificar as energias positiva e negativa como

$$\varepsilon^{(\pm)} = \pm \sqrt{k^2 + m^2} \equiv \pm E(k). \quad (\text{C.18})$$

As equações de movimento para as energias positiva C.13 e negativa C.14 no espaço dos momentos são dadas respectivamente por

$$\left(\vec{\alpha} \cdot \vec{k} + \beta m\right) u\left(\vec{k}, \lambda\right) = E(k) u\left(\vec{k}, \lambda\right) \quad (\text{C.19})$$

e

$$\left(\vec{\alpha} \cdot \vec{k} - \beta m\right) v\left(\vec{k}, \lambda\right) = E(k) v\left(\vec{k}, \lambda\right). \quad (\text{C.20})$$

Vamos obter as soluções explícitas para os espinores de Dirac substituindo

$$u(\vec{k}, \lambda) = \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} \quad (\text{C.21})$$

na equação de movimento C.19 e ficamos com a seguinte equação matricial

$$\left[ \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{k} & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & -m \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} = E(k) \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} \quad (\text{C.22})$$

ou, ainda, na forma de um sistema linear

$$\begin{aligned} (E - m)\chi - \vec{\sigma} \cdot \vec{k}\phi &= 0 \\ (E + m)\phi - \vec{\sigma} \cdot \vec{k}\chi &= 0. \end{aligned}$$

Podemos resolver a segunda equação para  $\phi$

$$\phi = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{k}}{(E + m)} \chi. \quad (\text{C.23})$$

Explicitamente, os espinores ficam com a seguinte forma

$$u(\vec{k}, \lambda) = N^+ \begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{k}}{(E+m)} \chi \end{pmatrix}, \quad (\text{C.24})$$

onde  $N^+$  é a constante de normalização para o espinor de energia positiva.

Vamos obter as soluções explícitas para os espinores de energia negativa substituindo o espinor

$$v(\vec{k}, \lambda) = \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} \quad (\text{C.25})$$

na equação de movimento C.14. Assim, ficamos com a seguinte equação matricial

$$\left[ \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{k} & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & -m \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} = E(k) \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} \quad (\text{C.26})$$

ou, ainda, na forma de um sistema linear

$$(E + m)\chi - \vec{\sigma} \cdot \vec{k}\phi = 0$$

$$(E - m)\phi - \vec{\sigma} \cdot \vec{k}\chi = 0.$$

Podemos resolver a primeira equação para  $\chi$

$$\chi = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{k}}{(E + m)}\phi. \quad (\text{C.27})$$

Assim, o espinor toma a seguinte forma

$$v(\vec{k}, \lambda) = N^- \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{k}}{(E + m)}\phi \\ \phi \end{pmatrix}, \quad (\text{C.28})$$

onde  $N^-$  é a constante de normalização para o espinor de energia negativa. Precisamos escolher uma base para nossa solução.

Para  $E > 0$ , que é o caso das partículas, as funções de onda espinoriais são  $\psi^{(1)}(\vec{x}, t)$  e  $\psi^{(2)}(\vec{x}, t)$ . Escolhendo uma base para os espinores de duas componentes

$$\chi^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \chi^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{C.29})$$

e, substituindo na solução de onda plana C.11,

$$\psi^{(\lambda)}(\vec{x}, t) = v(\vec{k}, \lambda) e^{-iEt + i\vec{k}\cdot\vec{x}} = N^+ \left( \begin{array}{c} \chi^{(\lambda)} \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{k}}{(E+m)} \chi^{(\lambda)} \end{array} \right) e^{-iEt + i\vec{k}\cdot\vec{x}} \quad \lambda = 1, 2. \quad (\text{C.30})$$

Vamos utilizar  $\vec{k} = (k_1, k_2, k_3)$  e as definições para as matrizes de Pauli para reescrever o seguinte fator

$$\frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{k}}{(E+m)} = \frac{1}{(E+m)} \left( \begin{array}{cc} k_3 & k_1 - ik_2 \\ k_1 + ik_2 & -k_3 \end{array} \right), \quad (\text{C.31})$$

e substituir na solução C.30 com  $\lambda = 1$

$$\psi^{(1)}(\vec{x}, t) = u(\vec{k}, 1) e^{-iEt + i\vec{k}\cdot\vec{x}} = N^+ \left( \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ \frac{k_3}{E+m} \\ \frac{k_1 + ik_2}{E+m} \end{array} \right) e^{-iEt + i\vec{k}\cdot\vec{x}} \quad (\text{C.32})$$

e também para  $\lambda = 2$

$$\psi^{(2)}(\vec{x}, t) = u(\vec{k}, 2) e^{-iEt + i\vec{k}\cdot\vec{x}} = N^+ \left( \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ \frac{k_1 - ik_2}{E+m} \\ -\frac{k_3}{E+m} \end{array} \right) e^{-iEt + i\vec{k}\cdot\vec{x}}. \quad (\text{C.33})$$

No caso  $E < 0$ , para as antipartículas, vamos escrever as soluções  $\psi^{(3)}(\vec{x}, t)$  e  $\psi^{(4)}(\vec{x}, t)$  explicitamente. Usando a definição  $u(-\vec{k}, \lambda + 2) \equiv v(\vec{k}, \lambda)$  e juntamente com a seguinte escolha para base espinorial de duas componentes

$$\phi^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ e } \phi^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{C.34})$$

as soluções de energia negativa C.12 podem ser escritas como

$$\psi^{(\lambda+2)}(\vec{x}, t) = v(\vec{k}, \lambda) e^{+iEt - i\vec{k}\cdot\vec{x}} = N^- \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{k}}{(E+m)} \phi^{(\lambda)} \\ \phi^{(\lambda)} \end{pmatrix} e^{+iEt - i\vec{k}\cdot\vec{x}} \quad \lambda = 1, 2. \quad (\text{C.35})$$

Novamente, devemos utilizar as definições das matrizes de Pauli e escrever

$$\frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{k}}{(E+m)} = \frac{1}{(E+m)} \begin{pmatrix} k_3 & k_1 - ik_2 \\ k_1 + ik_2 & -k_3 \end{pmatrix}, \quad (\text{C.36})$$

e substituir na solução C.35 para  $\lambda = 1$  com  $E < 0$ ,

$$\psi^{(3)}(\vec{x}, t) = v(\vec{k}, 1) e^{-iEt + i\vec{k}\cdot\vec{x}} = N^+ \begin{pmatrix} \frac{k_3}{E+m} \\ \frac{k_1 + ik_2}{E+m} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{+iEt - i\vec{k}\cdot\vec{x}} \quad (\text{C.37})$$

e também para  $\lambda = 2$

$$\psi^{(4)}(\vec{x}, t) = v(\vec{k}, 2) e^{-iEt + i\vec{k}\cdot\vec{x}} = N^+ \begin{pmatrix} \frac{k_1 - ik_2}{E+m} \\ \frac{k_3}{E+m} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{+iEt - i\vec{k}\cdot\vec{x}}. \quad (\text{C.38})$$

Ao todo, são duas soluções para energia positiva e duas para energia negativa, isto é, soluções de energia positiva “up” ( $\lambda = 1$ ) e “down” ( $\lambda = 2$ ) e soluções de energia negativa “up” ( $\lambda = 1$ ) e “down” ( $\lambda =$

2). Estas soluções são para partículas em movimento. Vamos agora procurar as soluções para a partícula no referencial de repouso  $\vec{k} = E$ . Imediatamente, obtemos para o caso de  $E > 0$  e spin “up”

$$\psi^{(1)}(\vec{x}, t) = u(0, 1) e^{-imt} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-imt}, \quad (\text{C.39})$$

e “down”

$$\psi^{(2)}(\vec{x}, t) = u(0, 2) e^{-imt} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-imt}. \quad (\text{C.40})$$

Para o caso de  $E < 0$  e spin “up”

$$\psi^{(3)}(\vec{x}, t) = v(0, 1) e^{imt} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{imt}, \quad (\text{C.41})$$

e “down”

$$\psi^{(4)}(\vec{x}, t) = v(0, 2) e^{imt} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{imt}. \quad (\text{C.42})$$

Vamos determinar as constantes de normalização  $N^+$  e  $N^-$ . Utilizando os espinores para partículas “up” e escrevendo o adjunto  $\bar{u}(\vec{k}, 1) = u^\dagger(\vec{k}, 1) \gamma^0$

$$\begin{aligned} & \bar{u}(\vec{k}, 1) u(\vec{k}, 1) \\ &= (N^+)^2 \left( 1, 0, \frac{k_3}{E+m}, \frac{k_1 - ik_2}{E+m} \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{k_3}{E+m} \\ \frac{k_1 + ik_2}{E+m} \end{pmatrix} = 1, \end{aligned}$$

concluimos que

$$N^+ = \sqrt{\frac{E+m}{2m}}. \quad (\text{C.43})$$

Para os espinores de anti-partículas “up”  $\bar{v}(\vec{k}, 1) = v^\dagger(\vec{k}, 1) \gamma^0$

$$\begin{aligned} & \bar{v}(\vec{k}, 1) v(\vec{k}, 1) \\ &= (N^-)^2 \left( \frac{k_3}{E+m}, \frac{k_1 - ik_2}{E+m}, 1, 0 \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{k_3}{E+m} \\ \frac{k_1 + ik_2}{E+m} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \end{aligned}$$

resolvendo o produto acima, encontramos o resultado

$$N^- = \sqrt{\frac{E+m}{2m}}. \quad (\text{C.44})$$

Com as constantes de normalizações introduzidas podemos, escrever as seguintes propriedades

$$\begin{aligned} \bar{u}(\vec{k}, \lambda') u(\vec{k}, \lambda) &= \delta_{\lambda\lambda'}, \\ \bar{v}(\vec{k}, \lambda') v(\vec{k}, \lambda) &= -\delta_{\lambda\lambda'}, \end{aligned}$$

$$\bar{u}(\vec{k}, \lambda') v(\vec{k}, \lambda) = \bar{v}(\vec{k}, \lambda') u(\vec{k}, \lambda) = 0. \quad (\text{C.45})$$

Tomando a equação de Dirac para energia positiva C.19 e multiplicando a equação por  $u^\dagger(\vec{k}, \lambda) \beta$  à esquerda,

$$u^\dagger(\vec{k}, \lambda) (\vec{\gamma} \cdot \vec{k} + m) u(\vec{k}, \lambda) = E(k) \bar{u}(\vec{k}, \lambda) u(\vec{k}, \lambda). \quad (\text{C.46})$$

Novamente, na equação de Dirac para energia positiva C.19, vamos tomar o hermitiano conjugado e multiplicar por  $\beta u(\vec{k}, \lambda)$  à direita

$$u^\dagger(\vec{k}, \lambda) (-\vec{\gamma} \cdot \vec{k} + m) u(\vec{k}, \lambda) = E(k) \bar{u}(\vec{k}, \lambda) u(\vec{k}, \lambda). \quad (\text{C.47})$$

Somando as duas equações C.46 e C.47,

$$u^\dagger(\vec{k}, \lambda) u(\vec{k}, \lambda) = \frac{E(k)}{m} \bar{u}(\vec{k}, \lambda) u(\vec{k}, \lambda), \quad (\text{C.48})$$

e, usando  $\bar{u}(\vec{k}, \lambda) u(\vec{k}, \lambda) = 1$ ,

$$u^\dagger(\vec{k}, \lambda) u(\vec{k}, \lambda) = \frac{E(k)}{m}. \quad (\text{C.49})$$

Vamos tomar a equação de Dirac para energia negativa, C.20 e multiplicar por  $v^\dagger(\vec{k}, \lambda) \beta$  à esquerda

$$v^\dagger(\vec{k}, \lambda) (\vec{\gamma} \cdot \vec{k} - m) v(\vec{k}, \lambda) = E(k) \bar{v}(\vec{k}, \lambda) v(\vec{k}, \lambda). \quad (\text{C.50})$$

Ainda na equação de Dirac para energia negativa, vamos tomar o hermitiano conjugado e multiplicar por  $\beta v(\vec{k}, \lambda)$  à direita

$$v^\dagger(\vec{k}, \lambda) (-\vec{\gamma} \cdot \vec{k} - m) v(\vec{k}, \lambda) = E(k) \bar{v}(\vec{k}, \lambda) v(\vec{k}, \lambda), \quad (\text{C.51})$$

onde usamos as propriedades da álgebra de Dirac. Somando as duas

equações C.50 e C.51,

$$v^\dagger(\vec{k}, \lambda) v(\vec{k}, \lambda) = -\frac{E(k)}{m} \bar{v}(\vec{k}, \lambda) v(\vec{k}, \lambda). \quad (\text{C.52})$$

e, usando  $\bar{v}(\vec{k}, \lambda) v(\vec{k}, \lambda) = -1$ ,

$$v^\dagger(\vec{k}, \lambda) v(\vec{k}, \lambda) = \frac{E(k)}{m}. \quad (\text{C.53})$$

De forma geral, os espiniores satisfazem as condições de ortonormalidade

$$\begin{aligned} u^\dagger(\vec{k}, \lambda') u(\vec{k}, \lambda) &= \frac{E(k)}{m} \delta_{\lambda\lambda'}, \\ v^\dagger(\vec{k}, \lambda') v(\vec{k}, \lambda) &= \frac{E(k)}{m} \delta_{\lambda\lambda'}, \end{aligned}$$

$$u^\dagger(\vec{k}, \lambda') v(-\vec{k}, \lambda) = 0. \quad (\text{C.54})$$

A solução mais geral para equação de Dirac é obtida por superposição das soluções encontradas:

$$\psi(\vec{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{k}\lambda} \sqrt{\frac{m}{E}} \left[ A_{\vec{k}\lambda} u(\vec{k}, \lambda) e^{-iEt + i\vec{k}\cdot\vec{x}} + B_{\vec{k}\lambda}^* v(\vec{k}, \lambda) e^{+iEt - i\vec{k}\cdot\vec{x}} \right] \quad (\text{C.55})$$

e

$$\bar{\psi}(\vec{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{k}\lambda} \sqrt{\frac{m}{E}} \left[ A_{\vec{k}\lambda}^* \bar{u}(\vec{k}, \lambda) e^{+iEt - i\vec{k}\cdot\vec{x}} + B_{\vec{k}\lambda} v(\vec{k}, \lambda) e^{-iEt + i\vec{k}\cdot\vec{x}} \right]. \quad (\text{C.56})$$

## C.1 Quantização Canônica

Uma etapa importante na obtenção da equação de estado é a quantização canônica. Devamos substituir os espiniores  $\psi(\vec{x}, t)$  e  $\bar{\psi}(\vec{x}, t)$  pelos operadores de campo  $\hat{\psi}(\vec{x}, t)$  e  $\hat{\bar{\psi}}(\vec{x}, t)$ :

$$\widehat{\psi}(\vec{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{k}\lambda} \sqrt{\frac{m}{E}} \left[ a_{\vec{k}\lambda} u(\vec{k}, \lambda) e^{-iEt + i\vec{k}\cdot\vec{x}} + b_{\vec{k}\lambda}^\dagger v(\vec{k}, \lambda) e^{+iEt - i\vec{k}\cdot\vec{x}} \right] \quad (\text{C.57})$$

e

$$\widehat{\bar{\psi}}(\vec{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{k}\lambda} \sqrt{\frac{m}{E}} \left[ a_{\vec{k}\lambda}^\dagger \bar{u}(\vec{k}, \lambda) e^{+iEt - i\vec{k}\cdot\vec{x}} + b_{\vec{k}\lambda} \bar{v}(\vec{k}, \lambda) e^{-iEt + i\vec{k}\cdot\vec{x}} \right], \quad (\text{C.58})$$

onde substituímos os coeficientes de Fourier pelos operadores  $A_{\vec{k}\lambda} \rightarrow a_{\vec{k}\lambda}$  (criação de partícula),  $A_{\vec{k}\lambda}^* \rightarrow a_{\vec{k}\lambda}^\dagger$  (aniquilação de partícula),  $B_{\vec{k}\lambda} \rightarrow b_{\vec{k}\lambda}$  (criação de antipartícula) e  $B_{\vec{k}\lambda}^* \rightarrow b_{\vec{k}\lambda}^\dagger$  (aniquilação de antipartícula). Os operadores precisam satisfazer as relações de anticomutação a tempos iguais.

$$\{\widehat{\psi}_\lambda(\vec{x}, t), \widehat{\psi}_{\lambda'}^\dagger(\vec{y}, t)\} = \delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{y}) \delta_{\lambda\lambda'} \quad (\text{C.59})$$

$$\{\widehat{\psi}_\lambda(\vec{x}, t), \widehat{\psi}_{\lambda'}(\vec{y}, t)\} = \{\widehat{\psi}_\lambda^\dagger(\vec{x}, t), \widehat{\psi}_{\lambda'}^\dagger(\vec{y}, t)\} = 0. \quad (\text{C.60})$$

Desde que as ondas planas sejam ortogonais, os coeficientes da expansão, isto é, os operadores de criação e aniquilação também satisfazem uma relação de anticomutação.

$$\{\widehat{a}_{\vec{k}\lambda}, \widehat{a}_{\vec{k}'\lambda'}^\dagger\} = \delta^{(3)}(\vec{k} - \vec{k}') \delta_{\lambda\lambda'} \quad (\text{C.61})$$

$$\{\widehat{a}_{\vec{k}\lambda}, \widehat{a}_{\vec{k}'\lambda'}\} = \{\widehat{a}_{\vec{k}\lambda}^\dagger, \widehat{a}_{\vec{k}'\lambda'}^\dagger\} = 0. \quad (\text{C.62})$$

Tomando o limite para o contínuo

$$\sum_{\vec{k}} \frac{1}{\sqrt{V}} \rightarrow \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^{3/2}}, \quad (\text{C.63})$$

$$\widehat{\Psi}(\vec{x}, t) = \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{\lambda} \sqrt{\frac{m}{E}} \left[ a_{\vec{k}\lambda} u(\vec{k}, \lambda) e^{+iEt - i\vec{k}\cdot\vec{x}} + b_{\vec{k}\lambda}^{\dagger} v(\vec{k}, \lambda) e^{-iEt + i\vec{k}\cdot\vec{x}} \right] \quad (\text{C.64})$$

e

$$\widehat{\Psi}(\vec{x}, t) = \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{\lambda} \sqrt{\frac{m}{E}} \left[ a_{\vec{k}\lambda}^{\dagger} \bar{u}(\vec{k}, \lambda) e^{-iEt + i\vec{k}\cdot\vec{x}} + b_{\vec{k}\lambda} \bar{v}(\vec{k}, \lambda) e^{+iEt - i\vec{k}\cdot\vec{x}} \right]. \quad (\text{C.65})$$



## APÊNDICE D – RELAÇÃO MASSA-RAIO

### D.1 $np$ em Eq. $\beta$

NLWM (sem híperons)			
$M_{\max}$ ( $M_{\odot}$ )	R (km)	$\varepsilon_c$ ( $\text{fm}^{-4}$ )	$n_c$ ( $\text{fm}^{-3}$ )
2.36	11.94	5.66	0.86

Tabela D.1: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado sem híperons no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central e densidade central.

### D.2 $np\Lambda$ em Eq. $\beta$

NLWM - $\chi_{\sigma\Lambda} = \chi_{\phi\Lambda} = 0.0$ (sem mésons estranhos)						
$\chi_{\sigma\Lambda}$	$M_{\max}$	R	$\varepsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.1	—	—	—	—	—	—
0.2	—	—	—	—	—	—
0.3	1.45	13.29	3.48	0.64	0.45	0.30
0.4	1.58	13.03	3.98	0.71	0.51	0.31
0.5	1.74	12.63	4.68	0.81	0.58	0.32
0.6	1.92	12.25	5.30	0.88	0.60	0.34
0.7	2.10	12.04	5.59	0.89	0.53	0.36
0.8	2.24	11.97	5.66	0.88	0.37	0.40
0.9	2.33	11.94	5.64	0.86	0.18	0.44
1.0	2.36	11.95	5.64	0.86	0.03	0.54

Tabela D.2: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma\Lambda}$ .

NLWM - $\chi_{\sigma\Lambda} > 1.0$ e $\chi_{\sigma^*\Lambda} = \chi_{\phi\Lambda} = 0.0$ (sem mésons estranhos)					
$M_{\max}$ ( $M_{\odot}$ )	R (km)	$\varepsilon_c$ ( $\text{fm}^{-4}$ )	$n_c$ ( $\text{fm}^{-3}$ )	$Y_{\Lambda}^c$ -	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$ ( $\text{fm}^{-3}$ )
2.36	11.94	5.65	0.86	0.00	0.00

Tabela D.3: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} > 1$ .

NLWM - $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.1$ (com mésons estranhos)						
$\chi_{\sigma^*\Lambda}$ -	$M_{\max}$ ( $M_{\odot}$ )	R (km)	$\varepsilon_c$ ( $\text{fm}^{-4}$ )	$n_c$ ( $\text{fm}^{-3}$ )	$Y_{\Lambda}^c$ -	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$ ( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	—	—	—	—	—	—
1.0	—	—	—	—	—	—
1.5	1.57	9.01	11.82	1.74	0.49	0.28
2.0	1.78	9.65	9.73	1.44	0.37	0.28
2.5	1.92	10.15	8.50	1.26	0.28	0.28
3.0	2.02	10.51	7.77	1.16	0.22	0.28
3.5	2.09	10.77	7.29	1.09	0.18	0.28
4.0	2.14	10.98	6.96	1.04	0.14	0.28

Tabela D.4: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.1$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ .

NLWM - $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$ (com mésons estranhos)						
$\chi_{\sigma^*\Lambda}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	—	—	—	—	—	—
1.0	1.44	9.50	11.02	1.73	0.63	0.29
1.5	1.69	9.62	10.10	1.50	0.48	0.29
2.0	1.87	10.10	8.74	1.30	0.35	0.29
2.5	1.99	10.47	7.89	1.17	0.27	0.29
3.0	2.07	10.77	7.34	1.10	0.21	0.29
3.5	2.13	10.97	6.96	1.04	0.16	0.29
4.0	2.17	11.14	6.71	1.01	0.13	0.29

Tabela D.5: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.2$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ .

NLWM - $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.3$ (com mésons estranhos)						
$\chi_{\sigma^*\Lambda}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	1.52	12.68	4.38	0.78	0.50	0.30
1.0	1.62	10.39	8.58	1.35	0.60	0.30
1.5	1.81	10.18	8.73	1.31	0.45	0.30
2.0	1.96	10.50	7.94	1.19	0.33	0.30
2.5	2.06	10.79	7.36	1.10	0.27	0.30
3.0	2.13	11.01	6.96	1.04	0.19	0.30
3.5	2.13	10.97	6.96	1.04	0.16	0.30
4.0	2.21	11.31	6.48	0.97	0.12	0.30

Tabela D.6: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.3$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ .

NLWM - $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.4$ (com mésons estranhos)						
$\chi_{\sigma^*\Lambda}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	1.70	12.04	5.52	0.93	0.56	0.31
1.0	1.79	10.96	7.36	1.16	0.55	0.31
1.5	1.94	10.71	7.65	1.16	0.41	0.31
2.0	2.05	10.89	7.24	1.09	0.30	0.31
2.5	2.13	11.09	6.88	1.03	0.22	0.31
3.0	2.18	11.25	6.62	1.00	0.17	0.31
3.5	2.21	11.36	6.43	0.97	0.13	0.31
4.0	2.24	11.45	6.29	0.95	0.11	0.31

Tabela D.7: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.4$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ .

NLWM - $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$ (com mésons estranhos)						
$\chi_{\sigma^*\Lambda}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	1.88	11.81	5.94	0.97	0.55	0.32
1.0	1.96	11.32	6.67	1.05	0.49	0.32
1.5	2.05	11.14	6.89	1.05	0.37	0.32
2.0	2.13	11.22	6.70	1.01	0.26	0.32
2.5	2.19	11.33	6.51	0.98	0.19	0.32
3.0	2.22	11.43	6.34	0.96	0.15	0.32
3.5	2.25	11.52	6.21	0.94	0.12	0.32
4.0	2.27	11.60	6.11	0.92	0.09	0.32

Tabela D.8: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.5$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ .

NLWM - $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.6$ (com mésons estranhos)						
$\chi_{\sigma^*\Lambda}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	2.05	11.80	5.94	0.94	0.48	0.34
1.0	2.10	11.57	6.23	0.97	0.41	0.34
1.5	2.16	11.47	6.35	0.97	0.31	0.34
2.0	2.20	11.49	6.29	0.95	0.22	0.34
2.5	2.24	11.55	6.19	0.94	0.16	0.34
3.0	2.27	11.61	6.09	0.92	0.12	0.34
3.5	2.28	11.66	6.03	0.91	0.10	0.34
4.0	2.30	11.69	5.97	0.90	0.08	0.34

Tabela D.9: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.6$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ .

NLWM - $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.7$ (com mésons estranhos)						
$\chi_{\sigma^*\Lambda}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	2.18	11.85	5.83	0.91	0.38	0.36
1.0	2.21	11.76	5.93	0.91	0.32	0.36
1.5	2.24	11.70	6.00	0.92	0.24	0.36
2.0	2.26	11.69	6.00	0.91	0.18	0.36
2.5	2.29	11.72	5.96	0.90	0.13	0.36
3.0	2.30	11.74	5.92	0.90	0.10	0.36
3.5	2.31	11.77	5.87	0.89	0.08	0.36
4.0	2.32	11.80	5.84	0.89	0.06	0.36

Tabela D.10: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.7$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ .

NLWM - $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.8$ (com mésons estranhos)						
$\chi_{\sigma^*\Lambda}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	2.28	11.91	5.72	0.88	0.25	0.39
1.0	2.29	11.87	5.76	0.88	0.21	0.39
1.5	2.30	11.85	5.78	0.88	0.17	0.39
2.0	2.31	11.83	5.80	0.88	0.13	0.39
2.5	2.32	11.84	5.79	0.88	0.10	0.39
3.0	2.33	11.84	5.77	0.88	0.07	0.39
3.5	2.33	11.85	5.77	0.88	0.06	0.39
4.0	2.34	11.87	5.75	0.87	0.05	0.39

Tabela D.11: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.8$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ .

NLWM - $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.9$ (com mésons estranhos)						
$\chi_{\sigma^*\Lambda}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	2.34	11.93	5.67	0.86	0.13	0.44
1.0	2.34	11.93	5.67	0.86	0.11	0.44
1.5	2.34	11.92	5.68	0.86	0.09	0.44
2.0	2.34	11.92	5.69	0.87	0.07	0.44
2.5	2.34	11.91	5.69	0.87	0.06	0.44
3.0	2.35	11.91	5.69	0.87	0.05	0.44
3.5	2.35	11.91	5.69	0.86	0.04	0.44
4.0	2.35	11.91	5.68	0.86	0.03	0.44

Tabela D.12: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 0.9$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ .

NLWM - $\chi_{\sigma\Lambda} = 1.0$ (com mésons estranhos)						
$\chi_{\sigma^*\Lambda}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	2.36	11.94	5.65	0.86	0.03	0.54
1.0	2.36	11.94	5.65	0.86	0.03	0.54
1.5	2.36	11.93	5.65	0.86	0.02	0.54
2.0	2.36	11.94	5.65	0.86	0.02	0.54
2.5	2.36	11.94	5.65	0.86	0.02	0.54
3.0	2.36	11.94	5.65	0.86	0.02	0.54
3.5	2.36	11.94	5.65	0.86	0.01	0.54
4.0	2.36	11.93	5.66	0.86	0.01	0.54

Tabela D.13: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} = 1.0$  e vários valores de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ .

NLWM - $\chi_{\sigma\Lambda} > 1.0$ e qualquer $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ (com mésons estranhos)					
$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
2.36	11.94	5.66	0.86	0.00	0.00

Tabela D.14: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com  $\Lambda$ s no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma\Lambda} > 1$  e para qualquer valor de  $\chi_{\sigma^*\Lambda}$ .



## APÊNDICE E – RELAÇÃO MASSA-RAIO

### E.1 Octeto Bariônico em Eq. $\beta$

NLWM - $\chi_{\sigma^*H} = \chi_{\phi H} = 0.0$ (sem mésons estranhos)							
$\chi_{\sigma H}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$Y_H^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.1	—	—	—	—	—	—	—
0.2	—	—	—	—	—	—	—
0.3	—	—	—	—	—	—	—
0.4	1.48	13.06	3.78	0.69	0.35	0.50	0.32
0.5	1.63	12.69	4.48	0.79	0.38	0.58	0.33
0.6	1.82	12.34	5.13	0.87	0.35	0.64	0.35
0.7	2.01	12.07	5.55	0.90	0.31	0.61	0.38
0.8	2.18	11.90	5.75	0.90	0.23	0.49	0.41
0.9	2.29	11.88	5.72	0.88	0.12	0.29	0.46
1.0	2.35	11.91	5.68	0.86	0.02	0.10	0.56

Tabela E.1: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma H}$ .

NLWM - $\chi_{\sigma H} > 1.0$ e $\chi_{\sigma^*H} = \chi_{\phi H} = 0.0$ (sem mésons estranhos)							
$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$Y_H^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$	
( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	-	( $\text{fm}^{-3}$ )	
2.36	11.94	5.65	0.86	0.00	0.00	0.00	

Tabela E.2: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma H} > 1$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$ .

NLWM - $\chi_{\sigma H} = 0.1$ Octeto Bariônico							
$\chi_{\sigma^* H}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$Y_H^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	—	—	—	—	—	—	—
1.0	—	—	—	—	—	—	—
1.5	1.45	8.14	14.93	2.14	0.09	0.54	0.29
2.0	1.68	9.07	11.23	1.63	0.06	0.41	0.29
2.5	1.85	9.71	9.41	1.38	0.04	0.31	0.29
3.0	1.96	10.17	8.35	1.23	0.02	0.25	0.29
3.5	2.04	10.51	7.70	1.14	0.02	0.20	0.29
4.0	2.10	10.74	7.29	1.09	0.01	0.16	0.29

Tabela E.3: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^* H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo.

NLWM - $\chi_{\sigma H} = 0.2$ Octeto Bariônico							
$\chi_{\sigma^* H}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$Y_H^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	—	—	—	—	—	—	—
1.0	—	—	—	—	—	—	—
1.5	1.56	8.86	12.34	1.80	0.10	0.53	0.30
2.0	1.78	9.57	9.93	1.46	0.10	0.39	0.30
2.5	1.92	10.09	8.62	1.27	0.04	0.30	0.30
3.0	2.02	10.46	7.84	1.16	0.02	0.23	0.30
3.5	2.09	10.73	7.35	1.09	0.02	0.18	0.30
4.0	2.14	10.93	7.00	1.05	0.01	0.15	0.30

Tabela E.4: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^* H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo.

NLWM - $\chi_{\sigma H} = 0.3$ Octeto Bariônico							
$\chi_{\sigma^*H}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$Y_H^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	—	—	—	—	—	—	—
1.0	1.48	11.83	5.71	0.99	0.29	0.57	0.31
1.5	1.69	9.60	10.17	1.51	0.10	0.51	0.31
2.0	1.87	10.05	8.85	1.31	0.06	0.38	0.31
2.5	1.99	10.45	7.94	1.18	0.04	0.28	0.31
3.0	2.08	10.73	7.39	1.10	0.02	0.22	0.31
3.5	2.14	10.95	7.01	1.05	0.01	0.17	0.31
4.0	2.18	11.12	6.73	1.01	0.01	0.14	0.31

Tabela E.5: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^*H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo.

NLWM - $\chi_{\sigma H} = 0.4$ Octeto Bariônico							
$\chi_{\sigma^*H}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$Y_H^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	1.61	12.13	5.34	0.93	0.35	0.58	0.32
1.0	1.67	11.32	6.69	1.10	0.24	0.60	0.32
1.5	1.83	10.31	8.46	1.28	0.11	0.48	0.32
2.0	1.97	10.53	7.89	1.18	0.06	0.35	0.32
2.5	2.07	10.78	7.35	1.10	0.04	0.26	0.32
3.0	2.13	10.99	6.96	1.04	0.02	0.20	0.32
3.5	2.18	11.15	6.69	1.00	0.01	0.15	0.32
4.0	2.21	11.29	6.50	0.98	0.01	0.12	0.32

Tabela E.6: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^*H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo.

NLWM - $\chi_{\sigma H} = 0.5$ Octeto Bariônico							
$\chi_{\sigma^* H}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$Y_H^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	1.79	11.84	5.89	0.97	0.32	0.59	0.34
1.0	1.85	11.37	6.62	1.06	0.21	0.56	0.34
1.5	1.96	10.89	7.34	1.12	0.11	0.44	0.34
2.0	2.06	10.93	7.17	1.08	0.06	0.32	0.34
2.5	2.13	11.09	6.86	1.03	0.04	0.23	0.34
3.0	2.18	11.24	6.63	0.99	0.02	0.18	0.34
3.5	2.22	11.35	6.43	0.97	0.01	0.14	0.34
4.0	2.25	11.44	6.30	0.95	0.01	0.11	0.34

Tabela E.7: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^* H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo.

NLWM - $\chi_{\sigma H} = 0.6$ Octeto Bariônico							
$\chi_{\sigma^* H}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$Y_H^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	1.97	11.74	6.04	0.97	0.27	0.55	0.36
1.0	2.02	11.51	6.33	0.99	0.20	0.49	0.36
1.5	2.08	11.28	6.63	1.01	0.11	0.38	0.36
2.0	2.15	11.27	6.60	1.00	0.06	0.28	0.36
2.5	2.20	11.35	6.46	0.97	0.04	0.28	0.36
3.0	2.23	11.43	6.33	0.95	0.02	0.15	0.36
3.5	2.26	11.51	6.20	0.93	0.01	0.12	0.36
4.0	2.28	11.57	6.11	0.92	0.00	0.09	0.36

Tabela E.8: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^* H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo.

NLWM - $\chi_{\sigma H} = 0.7$ Octeto Bariônico							
$\chi_{\sigma^* H}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$Y_H^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	2.12	11.76	5.98	0.93	0.22	0.45	0.38
1.0	2.15	11.65	6.10	0.94	0.16	0.40	0.38
1.5	2.18	11.56	6.21	0.95	0.09	0.31	0.38
2.0	2.22	11.53	6.22	0.94	0.05	0.23	0.38
2.5	2.25	11.57	6.15	0.93	0.03	0.17	0.38
3.0	2.27	11.61	6.09	0.92	0.02	0.13	0.38
3.5	2.29	11.66	6.02	0.91	0.01	0.10	0.38
4.0	2.30	11.70	5.96	0.90	0.00	0.08	0.38

Tabela E.9: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^* H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo.

NLWM - $\chi_{\sigma H} = 0.8$ Octeto Bariônico							
$\chi_{\sigma^* H}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$Y_H^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	2.24	11.83	5.84	0.90	0.14	0.33	0.42
1.0	2.25	11.78	5.90	0.90	0.11	0.26	0.42
1.5	2.26	11.74	5.94	0.91	0.07	0.23	0.42
2.0	2.28	11.73	5.95	0.90	0.04	0.18	0.42
2.5	2.30	11.72	5.92	0.90	0.02	0.13	0.42
3.0	2.31	11.76	5.89	0.89	0.01	0.10	0.42
3.5	2.32	11.78	5.86	0.89	0.00	0.08	0.42
4.0	2.32	11.80	5.84	0.88	0.00	0.06	0.42

Tabela E.10: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^* H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo.

NLWM - $\chi_{\sigma H} = 0.9$ Octeto Bariônico							
$\chi_{\sigma^*H}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$Y_H^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	2.31	11.88	5.75	0.88	0.07	0.20	0.47
1.0	2.31	11.87	5.76	0.88	0.05	0.18	0.47
1.5	2.32	11.86	5.77	0.88	0.03	0.15	0.47
2.0	2.32	11.85	5.77	0.88	0.02	0.12	0.47
2.5	2.33	11.85	5.77	0.88	0.01	0.09	0.47
3.0	2.34	11.86	5.76	0.87	0.00	0.07	0.47
3.5	2.34	11.86	5.75	0.87	0.00	0.06	0.47
4.0	2.34	11.86	5.75	0.87	0.00	0.05	0.48

Tabela E.11: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^*H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo.

NLWM - $\chi_{\sigma H} = 1.0$ Octeto Bariônico							
$\chi_{\sigma^*H}$	$M_{\max}$	R	$\epsilon_c$	$n_c$	$Y_{\Lambda}^c$	$Y_H^c$	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$
-	( $M_{\odot}$ )	(km)	( $\text{fm}^{-4}$ )	( $\text{fm}^{-3}$ )	-	-	( $\text{fm}^{-3}$ )
0.5	2.35	11.91	5.68	0.86	0.01	0.08	0.59
1.0	2.35	11.91	5.68	0.86	0.01	0.07	0.59
1.5	2.35	11.91	5.69	0.87	0.00	0.07	0.59
2.0	2.35	11.91	5.69	0.87	0.02	0.06	0.60
2.5	2.35	11.91	5.69	0.87	0.01	0.05	0.60
3.0	2.35	11.91	5.69	0.87	0.00	0.04	0.60
3.5	2.35	11.91	5.69	0.87	0.00	0.03	0.61
4.0	2.35	11.92	5.69	0.87	0.00	0.03	0.62

Tabela E.12: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para vários valores de  $\chi_{\sigma^*H}$  com  $\chi_{\rho H} = 1.0$  fixo.

NLWM - $\chi_{\sigma H} > 1.0$ e qualquer $\chi_{\sigma^* H}$ (com mésons estranhos)						
$M_{\max}$ ( $M_{\odot}$ )	R (km)	$\varepsilon_c$ ( $\text{fm}^{-4}$ )	$n_c$ ( $\text{fm}^{-3}$ ) ( $\text{fm}^{-3}$ )	$Y_{\Lambda}^c$ -	$Y_{\Lambda}^c$ -	$n_{\text{Lim}}^{\Lambda}$ ( $\text{fm}^{-3}$ )
2.36	11.94	5.66	0.86	0.00	0.00	0.00

Tabela E.13: Propriedades da estrela de massa máxima para a equação de estado com o octeto bariônico no modelo NLWM: massa máxima, raio, densidade de energia central, densidade central, fração de  $\Lambda$ s e a densidade que corresponde ao limiar de criação dos  $\Lambda$ s para  $\chi_{\sigma H} > 1$  e  $\chi_{\rho H} = 1.0$ .



## APÊNDICE F – DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DE ESTADO MIT

Dada a lagrangiana do MIT e variando o campo espinorial adjunto  $\bar{\psi}$ , temos

$$\mathcal{L} = \frac{i}{2} \sum_q \bar{\psi}_q (i\gamma_\mu \partial^\mu - m) \psi_q = 0, \quad (\text{F.1})$$

que resulta na equação de Dirac para o quark  $q$  [131, 132]

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - m) \psi_q = 0. \quad (\text{F.2})$$

A equação adjunta é

$$\bar{\psi}_q (i\gamma_\mu \partial^\mu + m) = 0. \quad (\text{F.3})$$

Multiplicando a equação de movimento F.2 pelo campo adjunto  $\bar{\psi}_q$  e a equação F.3 adjunta pelo campo  $\psi_q$  e somando os resultados, encontramos uma lei de conservação:

$$\partial^\mu (i\bar{\psi}_q \gamma_\mu \psi_q) = 0, \quad (\text{F.4})$$

isto é

$$\partial^\mu j_\mu = 0, \quad (\text{F.5})$$

onde  $j_\mu$  é a quadricorrente. A solução da equação de Dirac foi obtida e quantizada através das relações de comutação no apêndice C. Aqui expressaremos a solução geral encontrada:

$$\widehat{\psi}(\vec{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{k}\lambda} \sqrt{\frac{m}{E}} \left[ a_{\vec{k}\lambda} u(\vec{k}, \lambda) e^{-iEt + i\vec{k}\cdot\vec{x}} + b_{\vec{k}\lambda}^\dagger v(\vec{k}, \lambda) e^{+iEt - i\vec{k}\cdot\vec{x}} \right] \quad (\text{F.6})$$

e

$$\widehat{\bar{\psi}}(\vec{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{k}\lambda} \sqrt{\frac{m}{E}} \left[ a_{\vec{k}\lambda}^\dagger \bar{u}(\vec{k}, \lambda) e^{+iEt - i\vec{k}\cdot\vec{x}} + b_{\vec{k}\lambda} \bar{v}(\vec{k}, \lambda) e^{-iEt + i\vec{k}\cdot\vec{x}} \right]. \quad (\text{F.7})$$

onde  $a_{\vec{k}\lambda}$ ,  $a_{\vec{k}\lambda}^\dagger$ ,  $b_{\vec{k}\lambda}$  e  $b_{\vec{k}\lambda}^\dagger$  são coeficientes da expansão de Fourier com status de operador.

## F.1 Tensor Energia-Momento

Agora que temos a solução geral para a equação de campo livre de Dirac, retornemos a atenção aos observáveis físicos. Isto é, a obtenção da equação de estado da matéria nuclear: densidade de energia, pressão, densidade de partículas e densidade de número bariônico. Um meio de obtermos tal equação de estado é através do tensor energia-momento,

$$T_{\mu\nu} = \sum_i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu q_i)} \partial_\nu q_i - \mathcal{L} g_{\mu\nu}, \quad (\text{F.8})$$

onde as coordenadas generalizadas  $q_i$  serão representadas pelos campos de matéria  $\psi$  e  $\bar{\psi}$ . O objeto  $g_{\mu\nu}$  é a métrica usual do espaço-tempo:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{F.9})$$

Utilizando as definições acima e a densidade lagrangiana para férmions

livres, obtemos

$$T_{\mu\nu} = i\gamma_\mu \bar{\psi} \partial_\nu \psi - [\bar{\psi} (i\gamma_\mu \partial^\mu - m) \psi - B] g_{\mu\nu}, \quad (\text{F.10})$$

onde introduzimos a constante de sacola  $B$  visando a aplicação futura no modelo sacolas. Portanto, usando a equação de Dirac:

$$T_{\mu\nu} = i\gamma_\mu \bar{\psi} \partial_\nu \psi + B g_{\mu\nu}. \quad (\text{F.11})$$

Vamos definir duas contribuições para o tensor energia momento, uma cinética  $T_{\mu\nu}^{\text{cin}} = i\gamma_\mu \bar{\psi} \partial_\nu \psi$  e também uma contribuição do campo de fundo  $T_{\mu\nu}^{\text{bag}} = B g_{\mu\nu}$ , portanto,

$$T_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^{\text{cin}} + T_{\mu\nu}^{\text{bag}}.$$

É interessante explicitar as componentes de  $T_{\mu\nu}$

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \varepsilon + B & k_1 & k_2 & k_3 \\ k_1 & \sigma_{11} - B & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ k_2 & \sigma_{21} & \sigma_{22} - B & \sigma_{23} \\ k_3 & \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} - B \end{pmatrix}. \quad (\text{F.12})$$

A quadridivergência do tensor momento-energia é

$$\partial^\nu T_{\mu\nu} = \mathcal{J}_\mu. \quad (\text{F.13})$$

É possível chegar em equações de continuidade envolvendo as componentes do tensor  $T_{\mu\nu}$ . Seja uma fonte de forças dado por  $\mathcal{J}_\mu = (\vec{q} \cdot \vec{u}, \vec{q})$ , onde  $\vec{u}$  representa uma velocidade em relação a algum referencial assumido. Os índices  $\nu$  são fixados em F.13 pela regra da soma. Verificamos, então, a componente  $\mu = 0$ ,

$$\frac{\partial T_{00}}{\partial t} + \nabla_i \cdot T_{i0} = q_i u_j \delta_{ij}, \quad (\text{F.14})$$

ou, ainda,

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{k} = \vec{q} \cdot \vec{u}, \quad (\text{F.15})$$

e, para  $\mu = i$ ,

$$\frac{\partial T_{i0}}{\partial t} + \nabla_j T_{ij} = q_i. \quad (\text{F.16})$$

Explicitamente em termos das componentes do tensor energia-momento,

$$\frac{\partial k_i}{\partial t} + \nabla_j \sigma_{ij} = q_i, \quad (\text{F.17})$$

as equações acima são típicas equações de continuidade. A primeira F.15 reflete que qualquer variação temporal na densidade de energia que flui através de uma superfície é compensada por um fluxo de momento linear na superfície limitadora. O lado direito de F.15 diz também que a causa de mudanças locais na densidade de energia do sistema é devido a forças externas. Para a equação F.17 vale uma interpretação análoga, só que, desta vez, falamos de variação de momento no tempo acompanhado de uma variação no tensor *stress* ( $P_{ij}$ ).

O tensor de energia-momento de um fluido perfeito pode ser escrito na forma [1, 133]

$$T_{\mu\nu} = (\varepsilon + p)u_\mu u_\nu - (p - B)g_{\mu\nu}. \quad (\text{F.18})$$

Para um fluido estático,  $u_\mu = (1, 0, 0, 0)$  denota a velocidade do fluido no referencial de repouso do fluido, com  $u_0^2 = 1$  e  $|\vec{u}|^2 = 0$ ,

$$\langle T_{00} \rangle = (\varepsilon + p)u_0^2 - (p - B)g_{00}. \quad (\text{F.19})$$

A expressão tem uma aplicação geral, mas só é exata para o caso do

“gás ideal”. É também exata para qualquer fluido dito “perfeito”, no sentido em que não haja condução de calor ou viscosidade. Portanto, no referencial de repouso do gás, não pode haver cisalhamento. Assim, o tensor *stress* deve ser diagonal e com todos os elementos idênticos, caso contrário, uma rotação no referencial pode fazer aparecer tensões de cisalhamento [133]. Logo,

$$\langle T_{00} \rangle = \varepsilon + B, \quad (\text{F.20})$$

e

$$\langle T_{ii} \rangle = (\varepsilon + p) |\vec{u}|^2 - (p - B) g_{ii}. \quad (\text{F.21})$$

A pressão é obtida a partir da expressão

$$\frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle = p - B. \quad (\text{F.22})$$

A estrutura matricial do tensor energia-momento para um fluido estático pode ser expressa da seguinte forma:

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \varepsilon + B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p - B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p - B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p - B \end{pmatrix}. \quad (\text{F.23})$$

O operador hamiltoniano da teoria quantizada de Dirac é dado pelo valor esperado do operador diferencial  $H_D = \alpha \cdot (-i\nabla) + \beta m$ :

$$H = \int d^3x \psi^\dagger(\vec{x}, t) H_D \psi(\vec{x}, t), \quad (\text{F.24})$$

mas, pela equação de movimento de Dirac,

$$H_D \psi(\vec{x}, t) = [\alpha \cdot (-i\nabla) + \beta m] \psi(\vec{x}, t) = i\partial_0 \psi(\vec{x}, t), \quad (\text{F.25})$$

concluimos que

$$\hat{H} = i \int d^3x \psi^\dagger(\vec{x}, t) \partial_0 \psi(\vec{x}, t). \quad (\text{F.26})$$

Em termos do tensor energia-momento,

$$\hat{H} = \int d^3x T_{00}^{\text{kin}} = i \int d^3x \psi^\dagger(\vec{x}, t) \partial_0 \psi(\vec{x}, t). \quad (\text{F.27})$$

A densidade de número bariônico é conservada pela equação F.5,

$$j^0 = \bar{\psi} \gamma^0 \psi, \quad (\text{F.28})$$

e o operador número bariônico é calculado por

$$\hat{N} = \int d^3x j^0 = \int d^3x \psi^\dagger \psi. \quad (\text{F.29})$$

O operador momento é calculado pelo valor esperado

$$\hat{\mathcal{P}} = -i \int d^3x \psi^\dagger(\vec{x}, t) \nabla \psi(\vec{x}, t). \quad (\text{F.30})$$

Nosso objetivo final é calcular várias quantidades físicas macroscópicas importantes para matéria estelar. A pressão, a densidade de energia e a densidade bariônica. Já vimos que o operador hamiltoniano está relacionado à densidade de energia e o operador número, à densidade de partículas. Podemos calcular ainda o operador momento e utilizá-lo para obter uma forma operatorial para a pressão. Para realizar todo este trabalho, primeiro devemos calcular os operadores F.27, F.29 e F.30, utilizando F.6 e F.7. Devemos utilizar também as relações de ortogonalidade para os espinores  $u$ ,  $u^\dagger$ ,  $v$  e  $v^\dagger$  das equações C.54 e C.54 e a função delta de Dirac. Apresentaremos aqui os principais resultados em termos dos operadores de criação e destruição de partículas e antipartículas. Os resultados estão expressos em termos do ordenamento normal, isto é, os operadores de aniquilação  $a_{\vec{k}\lambda}$  e  $b_{\vec{k}\lambda}$  estão disposto sempre à direita. Este ordenamento é alcançado através da relação de

anticomutação dos operadores criação e aniquilação. Para o vácuo da teoria livre  $|0\rangle$ , segue que  $a_{\vec{k}\lambda}|0\rangle = 0$  e também  $b_{\vec{k}\lambda}|0\rangle = 0$ . O ordenamento normal leva ao surgimento de um termo divergente que deve ser cancelado pelo contratermo  $\propto \sum_{\vec{k}\lambda} \langle 0|0\rangle$ . Os operadores, número bariônico, hamiltoniano, momento e pressão são dados respectivamente por

$$\hat{N} = \frac{1}{V} \sum_{\lambda \vec{k}} \left( A_{\lambda \vec{k}}^\dagger A_{\lambda \vec{k}} - B_{\lambda \vec{k}}^\dagger B_{\lambda \vec{k}} \right), \quad (\text{F.31})$$

$$\hat{H} = \frac{1}{V} \sum_{\lambda \vec{k}} E(k) \left( A_{\lambda \vec{k}}^\dagger A_{\lambda \vec{k}} + B_{\lambda \vec{k}}^\dagger B_{\lambda \vec{k}} \right), \quad (\text{F.32})$$

$$\hat{\mathcal{P}} = \frac{1}{V} \sum_{\lambda \vec{k}} \vec{k} \left( A_{\lambda \vec{k}}^\dagger A_{\lambda \vec{k}} + B_{\lambda \vec{k}}^\dagger B_{\lambda \vec{k}} \right), \quad (\text{F.33})$$

e também a pressão na forma de operatorial

$$\hat{p} = \frac{1}{3V} \sum_{\lambda \vec{k}} \left( \frac{k^2}{E(k)} \right) \left( A_{\lambda \vec{k}}^\dagger A_{\lambda \vec{k}} + B_{\lambda \vec{k}}^\dagger B_{\lambda \vec{k}} \right), \quad (\text{F.34})$$

lembrando a seguinte relação

$$E(k) = \sqrt{|\vec{k}|^2 + m^2}. \quad (\text{F.35})$$

Vamos considerar a matéria em questão no seu estado fundamental. No estado fundamental, temos uma esfera de Fermi com todos os níveis preenchidos com férmions até o nível de Fermi. O momento máximo que um férmion pode assumir é denotado por  $k_F$ . Como os quarks são férmions, eles não podem estar todos no estado de mais baixa energia, pois obedecem ao princípio de exclusão de Pauli. Assim, sendo  $|\Phi_0\rangle$  o vetor de estado que representa o estado fundamental, podemos escrever

$$b_{\vec{k}\lambda}|\Phi_0\rangle = 0 \quad \text{para todo } |\vec{k}|, \quad (\text{F.36})$$

$$a_{\vec{k}\lambda}|\Phi_0\rangle = 0 \quad \text{para todo } |\vec{k}| > k_F, \quad (\text{F.37})$$

$$a_{\vec{k}\lambda}^\dagger|\Phi_0\rangle = 0 \quad \text{para todo } |\vec{k}| < k_F, \quad (\text{F.38})$$

$$a_{\vec{k}\lambda}^\dagger a_{\vec{k}\lambda}|\Phi_0\rangle = 0 \quad \text{para todo } |\vec{k}| < k_F. \quad (\text{F.39})$$

Para obtermos as quantidades físicas para matéria degenerada, basta calcular os seguintes valores esperados no estado fundamental:  $\langle\Phi_0|\hat{H}|\Phi_0\rangle$ ,  $\langle\Phi_0|\hat{N}|\Phi_0\rangle$  e  $\langle\Phi_0|\hat{p}|\Phi_0\rangle$ . Devemos tomar o seguinte limite

$$\frac{1}{V} \sum_{\vec{k}\lambda} \rightarrow \frac{\gamma}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3k, \quad (\text{F.40})$$

onde a soma em  $\lambda$  é substituída pelo fator de degenerescência de spin  $\gamma$ . Mostraremos os resultados adiante quando tratarmos da equação de estado em temperatura zero. Tratando-se de prótons, nêutrons e léptons no estado fundamental temos apenas a degenerescência de spin com duas possibilidades “up” e “down”, logo  $\gamma = 2$ , mas, no que diz respeito aos quarks, além da degenerescência de spin, temos a degenerescência de cor (vermelho, azul e verde), portanto, o fator é  $\gamma = 3 \times 2$ .

## F.2 Termodinâmica

Nesta seção, expressaremos a equação de estado do modelo de gás Fermi. Discutiremos também sobre o papel da constante de sacola na equação de estado. A matéria de quarks considerada nesta seção possui três sabores de quarks,  $u$ ,  $d$  e  $s$ , e as propriedades globais do gás, isto é, a pressão total ou a densidade de energia total é dada pela soma das pressões parciais devido a cada sabor de quark presente no sistema.

A constante de sacola aparece na equação de estado como um termo adicional na densidade de energia total dos quarks e na pressão total. No caso da pressão, a constante de sacola é entendida como uma contribuição negativa. Vamos mostrar o grande potencial termodinâmico em duas partes

$$\Omega(T, V, \mu) = \Omega^{\text{cin}} + \Omega^{\text{v}}. \quad (\text{F.41})$$

O primeiro termo é devido a contribuição cinética dos quarks e o segundo é devido a constante de sacola. Desta forma, ficamos com

$$\Omega^{\text{cin}}(T, V, \mu) = -\frac{1}{\beta} \ln \mathcal{Z} \quad (\text{F.42})$$

e

$$\Omega^{\text{v}} = BV. \quad (\text{F.43})$$

onde a função de partição canônica é definida por

$$\mathcal{Z} \equiv \text{Tr} \left\{ e^{-\beta(\hat{H} - \mu\hat{N})} \right\}, \quad (\text{F.44})$$

e  $\hat{N}$  é o operador número e  $\beta \equiv 1/T$ . É válida a seguinte relação termodinâmica

$$\Omega = -pV. \quad (\text{F.45})$$

Devemos tomar o traço da grande função de partição (ver expressão (F.44)). Os operadores que aparecem na exponencial tem a seguinte forma:

$$\hat{H} = \frac{1}{V} \sum_{\vec{\lambda} \vec{k}} \sqrt{k^2 + m^2} \left\{ A_{\vec{\lambda} \vec{k}}^\dagger A_{\vec{\lambda} \vec{k}} + B_{\vec{\lambda} \vec{k}}^\dagger B_{\vec{\lambda} \vec{k}} \right\}, \quad (\text{F.46})$$

e

$$\hat{N} = \frac{1}{V} \sum_{\vec{\lambda} \vec{k}} \left( A_{\vec{\lambda} \vec{k}}^\dagger A_{\vec{\lambda} \vec{k}} - B_{\vec{\lambda} \vec{k}}^\dagger B_{\vec{\lambda} \vec{k}} \right). \quad (\text{F.47})$$

Esses operadores são diagonais na base de autoestados do operador para partículas e antipartículas

$$\begin{aligned} A_{\vec{k}\lambda}^\dagger A_{\vec{k}\lambda} |n_{\vec{k}\lambda}\rangle &= n_{\vec{k}\lambda} |n_{\vec{k}\lambda}\rangle \\ B_{\vec{k}\lambda}^\dagger B_{\vec{k}\lambda} |\bar{n}_{\vec{k}\lambda}\rangle &= \bar{n}_{\vec{k}\lambda} |\bar{n}_{\vec{k}\lambda}\rangle. \end{aligned} \quad (\text{F.48})$$

Vamos calcular o potencial termodinâmico tomando o traço dos operadores na base dada por F.48. Antes, vamos utilizar a representação de números de ocupação, onde a base de estados de partículas independentes em função do número de ocupação de partículas ( $n_i$ ) e antipartículas ( $\bar{n}_i$ ) no estado  $i$  pode ser escrita como

$$\{n_{\vec{k}\lambda}\} \equiv \{n_1, n_2, n_3, \dots, n_\infty\} \quad (\text{F.49})$$

$$\equiv \{n_i\}, \quad i = 1, 2, \dots, \infty. \quad (\text{F.50})$$

A grande função de partição é dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} &= \prod_i \sum_{n_i} \langle n_i | \exp\{-\beta(E_i - \mu)n_i\} |n_i\rangle \times \\ &\quad \times \prod_j \sum_{\bar{n}_j} \langle \bar{n}_j | \exp\{-\beta(E_j + \mu)\bar{n}_j\} |\bar{n}_j\rangle. \end{aligned} \quad (\text{F.51})$$

Existem apenas dois valores para o número de ocupação para férmions  $n_i, \bar{n}_i = 0, 1$ . Então, a função de partição fica

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} &= \prod_i \{ \langle 0 | 1 | 0 \rangle + \langle 1 | \exp\{-\beta(E_i^* - \mu)\} | 1 \rangle \} \times \\ &\quad \times \prod_j \{ \langle 0 | 1 | 0 \rangle + \langle 1 | \exp\{-\beta(E_j^* + \mu)\} | 1 \rangle \} \end{aligned}$$

ou, ainda,

$$\mathcal{Z} = \prod_i \left\{ 1 + e^{-\beta(E_i^* - \mu)} \right\} \prod_j \left\{ 1 + e^{-\beta(E_j^* + \mu)} \right\}. \quad (\text{F.52})$$

O potencial termodinâmico agora tem a seguinte forma:

$$\Omega = -\frac{1}{\beta} \sum_i \ln \left\{ 1 + e^{-\beta(E_i - \mu)} \right\} - \frac{1}{\beta} \sum_j \ln \left\{ 1 + e^{-\beta(E_j + \mu)} \right\}. \quad (\text{F.53})$$

Tomando o limite em que a soma sobre todos os estados  $i$  ( $j$ ) se torna a integral

$$\sum_i \rightarrow \frac{\gamma V}{(2\pi)^3} \int d^3k, \quad (\text{F.54})$$

ficamos com

$$\Omega = -\frac{1}{\beta} \frac{\gamma V}{(2\pi)^3} \int d^3k \left[ \ln \left\{ 1 + e^{-\beta(E - \mu)} \right\} + \ln \left\{ 1 + e^{-\beta(E + \mu)} \right\} \right]. \quad (\text{F.55})$$

Levando em consideração a contribuição de cada quark podemos escrever

$$\Omega_q = -\frac{1}{\beta} \frac{\gamma_q V}{(2\pi)^3} \int d^3k \left[ \ln \left\{ 1 + e^{-\beta(E_q - \mu_q)} \right\} + \ln \left\{ 1 + e^{-\beta(E_q + \mu_q)} \right\} \right], \quad (\text{F.56})$$

onde  $q = u, d$  e  $s$  e a energia do quark é dada por  $E = \sqrt{k^2 + m_q^2}$ . O número médio de quark  $q$  é dado por

$$N_q = - \left( \frac{\partial \Omega}{\partial \mu_q} \right)_{T,V}, \quad (\text{F.57})$$

derivando

$$N_q = \frac{\gamma_q V}{(2\pi)^3} \int d^3k \left[ \frac{1}{\left\{ 1 + e^{\beta(E_q - \mu_q)} \right\}} - \frac{1}{\left\{ 1 + e^{\beta(E_q + \mu_q)} \right\}} \right]. \quad (\text{F.58})$$



**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- [1] N. K. Glendenning, *Compact Stars*, 2nd ed. Springer, New York, (2000).
- [2] S. Gandolfi, A. Yu. Illarionov, F. Pederiva, et al., *Phys. Rev. C* 80, 048002 (2009).
- [3] N. Itoh, *Prog. Theor. Phys.*, 44, 291-292 (1970)
- [4] A.R. Bodmer, *Phys. Rev. D* 4, 1601 (1971).
- [5] H Terazawa, *INS-Report-338*, University of Tokyo (1979)
- [6] E. Witten, *Phys. Rev. D* 30, 272 (1984).
- [7] A. Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson, C.B. Thorne and V.F. Weiskopf, *Phys. Rev. D* 9, 3471 (1974).
- [8] S. Chakrabarty, *Phys. Rev. D* 43, 627 (1991).
- [9] B. D. Serot and J. D. Walecka, *Adv. Nucl. Phys.*16, 1 (1986).
- [10] C. Itzykson, J.B Zuber, *Quantum Field Theory: A Modern Introduction*, Oxford.
- [11] M. Kaku, *Quantum Field Theory: A Modern Introduction*, Oxford.
- [12] L. S. Celenza, C M Shakin, *World Scientific Lecture Notes in Physics*, V. 2 (1986).
- [13] P-G Reinhard, *Rep. Prog. Phys.* 52, 439-514 (1989).
- [14] M. R. Anastasio, L. S. Celenza, and C. M. Shakin, *Phys. Rev. Lett.* 45, 2096 (1980).
- [15] Brian D. Serot, Volume 641 of the series *Lecture Notes in Physics* pp 31-63 (2004).
- [16] J. D. Walecka, *Annals Of Physics* 83, 491.-529 (1974).
- [17] M.H. Johnson and E. Teller, *Phys. Rev.* 98, 783 (1955); H.P. Duerr, *Phys. Rev.* 103, 469 (1956); J.D. Walecka, *Ann. Phys. N.Y.*, 83, 491 (1974).

- [18] Brian D. Serot and John Dirk Walecka, *Int. J. Mod. Phys. E* 06, 515 (1997).
- [19] Brian D. Serot, Volume 86, Issue 2, Pages 146-150, 24 September (1979); T Matsui, Brian D Serot, *Annals of Physics*, Volume 144, Issue 1, Pages 107-167, November (1982).
- [20] C.J. Horowitz, Brian D. Serot, *Nuclear Physics A*, Volume 399, Issue 2, Pages 529–562, 16 May (1983).
- [21] J. Boguta and A.R. Bodmer, *Nucl. Phys. A*292, 413 (1977); J. Boguta and S. Bohrmann, *Physics Letters B* 102 93-96, (1981).
- [22] Carlos A. Bertulani-*Nuclear Physics in a Nutshell*-Princeton University Press (2007).
- [23] J. Schaffner and I. N. Mishustin, *Phys. Rev. C* 53 1416 (1996) .
- [24] S. Weissenborn, D. Chatterjee, J. Schaffner-Bielich, *Nucl. Phys. A* 881, 62 (2012).
- [25] S. Weissenborn, D. Chatterjee, and J. Schaffner-Bielich, *Phys. Rev. C* 85 065802 (2012).
- [26] Luiz L. Lopes, and Débora P. Menezes, *Phys. Rev. C* 89, 025805 (2014).
- [27] M. Dutra, et al., *Phys. Rev. C* 90, 055203 (2014)
- [28] Lie-Wen Chen, Bao-Jun Cai, Che Ming Ko, Bao-An Li, Chun Shen, and Jun Xu, *Phys. Rev. C* 80, 014322 – Published 30 July (2009).
- [29] Bao-An Lia, Lie-Wen Chenb, Che Ming Koc, *Physics Reports* 464, 113–281 (2008).
- [30] S. A. Moszkowski, *Phys. Rev. D*, 9, 1613 (1974).
- [31] S. Pal, M. Hanauske, I. Zakout, H. Stoecker and W. Greiner, *Phys. Rev. C* 60, 015802 (1999).
- [32] M Oertel, C Providência, F Gulminelli and Ad R Raduta *J. Phys. G Nucl. Part. Phys.* 42 075202 (2015).
- [33] J. Mareš and B. K. Jennings, *Phys. Rev. C* 49, 5 (1993).

- [34] N. K. Glendenning and Z. Moszkowski, PRL 67, 092301 (1991).
- [35] N.K. Glendenning, Astrophys. J. 293, 470-493 (1985).
- [36] N.K. Glendenning, Phys. Lett. 114B, 392 (1982).
- [37] N.K. Glendenning, Phys. Rep. 342 (2001) 393.
- [38] N. K. Glendenning , Phys. Rev.C 64, 025801 (2001).
- [39] M. Rufa, J. Schaffner, J. Maruhn, H. Stöcker, W. Greiner, and P.-G. Reinhard, Phys. Rev. C 42, 2469 (1990).
- [40] L. Gerland, et al., Prepared for 4th International Workshop on Relativistic Aspe Conference, In \*Rio de Janeiro (1995).
- [41] Bipasha Bhowmick, Abhijit Bhattacharyya And G. Gangopadhyay, International Journal of Modern Physics E Vol. 21, No. 7 1250069 (2012).
- [42] Chen Wu, and Zhongzhou Re, Phys. Rev. C 83, 025805 (2011).
- [43] Giuseppe Colucci and Armen Sedrakian, Phys. Rev. C 87, 055806 (2013).
- [44] T. Nagae et al., Phys. Rev. Lett. 80, 1605 (1998).
- [45] I. Vidaña, A. Polls, A. Ramos, and H.-J. Schulze, Phys. Rev. C 64, 044301 (2001).
- [46] James R. Torres, F. Gulminelli and Débora P. Menezes, Rev. C 93, 024306 (2016).
- [47] J. K. Ahn et al., Phys. Rev. C 88, 014003 (2013).
- [48] S. Aoki et al., Nucl. Phys. A828, 191 (2009).
- [49] P. H. Pile et al., Phys. Rev. Lett. 66, 2585 (1991).
- [50] D. Lonardoni, A. Lovato, S. Gandolfi, F. Pederiva, PRL 114, 092301 (2015).
- [51] D. Lonardoni, F. Pederiva, S. Gandolfi, Phys. Rev. C 89, 14314 (2014).

- [52] G. F. Burgio, H.-J. Schulze, and A. Li, *Phys. Rev. C* 83, 025804 (2011).
- [53] H.-J. Schulze and T. Rijken, *Phys. Rev. C* 84, 035801 (2011).
- [54] T. Katayama and K. Saito K, *Phys. Lett. B* 747, 43 (2015).
- [55] J. Carlson, J. Morales, V.R. Pandharipande, et al., *Phys. Rev. C* 68, 025802 (2003).
- [56] A. Gezerlis, J. Carlson, *Phys. Rev. C* 81, 02803 (2010).
- [57] K. E. Schmidt and S. Fantoni, *Phys. Lett. B* 446, 99 (1999).
- [58] S. Gandolfi, J. Carlson, and S. Reddy, *Phys. Rev. C* 85, 032801 (2012).
- [59] S. Gandolfi, J. Carlson, S. Reddy, A. W. Steiner, and R. B. Wiringa, *Eur. Phys. J. A* 50, 10 (2014).
- [60] A. A. Usmani and F. C. Khanna, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 35 025105, (2008).
- [61] H. Muller, B. Serot, *Phys. Rev. C* 52, 2072, (1995).
- [62] C. Ducoin, Ph. Chomaz, and F. Gulminelli, *Nucl. Phys. A* 771, 68 (2006).
- [63] C. Ducoin, Ph. Chomaz, and F. Gulminelli, *Nucl. Phys. A* 781 407–423 (2007).
- [64] M. Dutra et al, *Int. J. Mod. Phys. D* 16, 277 (2007).
- [65] M. Dutra et al, *Phys. Rev. C* 77, 035201 (2008).
- [66] P. Chomaz , M. Colonna, J. Randrup, *Physics Reports* 389 263 – 440 (2004).
- [67] J. Margueron and P. Chomaz, *Phys. Rev.C* 67, 041602 (2003).
- [68] S. S. Avancini, L. Brito, Ph. Chomaz, D. P. Menezes, and C. Providência, *Phys. Rev.C* 74, 024317 (2006).
- [69] J. Margueron, Eric van Dalen, and Christian Fuchs, *Phys. Rev. C* 76, 034309 – Published 7 September (2007).

- [70] V. Baran, J. Margueron, Volume 30, Issue 1, pp 141-151 (2006).
- [71] A. Rabhi, C. Providência, and J. Da Providência, Phys. Rev. C 79, 015804 (2009).
- [72] C. Providência, Int. J. Mod. Phys. E, 16, 2680 (2007).
- [73] C. Ducoin, Ph. Chomaz, and F. Gulminelli, Nucl. Phys. A 789 403–425 (2007).
- [74] V. Baran, M. Colonna, V. Greco, M. Di Toro, Physics Reports, Volume 410, Issues 5–6, Pages 335-476 (2005).
- [75] I. Vidaña, A. Polls, Physics Letters B 666 232–238, (2008).
- [76] C. Ducoin, C. Providência, A. M. Santos, L. Brito, and Ph. Chomaz Physical Review C 78, 055801 (2008).
- [77] C. Providência, L. Brito, S. S. Avancini, D. P. Menezes and Ph. Chomaz, Phys. Rev. C 73, 025805 (2006).
- [78] C. Providência, L. Brito, S. S. Avancini, D. P. Menezes and Ph. Chomaz, Phys. Rev. C 73, 025805 (2006).
- [79] S. S. Avancini, L. Brito, D. P. Menezes, and C. Providência, Phys. Rev. C 70 015203 (2004).
- [80] H.B.Callen, Thermodynamics and Introduction to Thermostatistics, 2ed, World Scientific (2004).
- [81] Differential Geometry of Curves and Surfaces, Prentice-Hall, (1976).
- [82] A. Polls, H.-J. Schulze, and I. Vidaña, Phys. Rev. C 78, 054306 (2008).
- [83] S.Mallik and G.Chaudhuri, Phys.Rev. C 91, 054603 (2015).
- [84] Paulo Bedaque and Andrew W. Steiner, Phys. Rev. Lett. 114, 031103 – Published 21 January (2015).
- [85] Tolman, R.C., Phys. Rev. 55, 364 (1939).
- [86] J.R. Oppenheimer and G.M. Volkoff, Phys. Rev. 55, 374 (1939).

- [87] A. Burrows and J. M. Lattimer, *Astrophys. J.* 307, 178-196 (1986).
- [88] José A. Pons, Andrew W. Steiner, Madappa Prakash, and James M. Lattimer *Phys. Rev. Lett.* 86, 5223 (2001).
- [89] Pons J. A., Reddy S., Prakash M., Lattimer J. M. and Miralles J. A., *Astrophys. J.* 513, 780-804 (1999).
- [90] V. Dexheimer, D. P. Menezes and M. Strickland, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 41 015203 (2014).
- [91] R. P. Bhaduri, *Models of the nucleon*, Addison-Wesley, (1988).
- [92] C. E. DeTar, J. F. Donoghue, *Bag Models of Hadrons*, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 1983. 33: 235-64.
- [93] O. G. Benvenuto and G. Lugones, *Phys. Rev. D* 51, 1989 (1995).
- [94] J. Schaffner-Bielich, M. Hanauske, H. Stocker and W. Greiner, *Phys. Rev. Lett.* 89 171101 (2002).
- [95] C. Alcock, E. Farhi and A. Olinto, *Astrophys. J.* 310, 261-272 (1986).
- [96] C. Alcock and A. Olinto, *Rev. D* 39, (1989).
- [97] E. Farhi e R. L. Jaffe, *Phys. Rev. D* 30, 11 (1984).
- [98] Ch. Kettner, F. Weber, M.K. Weigel. N.K. Glendenning, *Phys. Rev. D* 51, 4 (1995).
- [99] Applegate, J., Hogan, C., *Phys. Rev.* 30 3037 (1985).
- [100] Madsen, J., Heiselberg, H., Riisager, K., *Phys. Rev.* 34 2847 (1987).
- [101] J. D. Walecka, *Theoretical Nuclear and Subnuclear Physics*, World Scientific (2004).
- [102] D. J. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, 2nd ed. Wiley-VCH.
- [103] D. Bailin, A. Love, *Introduction to Gauge Field Theory*, 2ed, University of Sussex Press, 1993.

- [104] A. Zee, *Quantum Field Theory in a Nutshell*, Princeton and Oxford Press (2003).
- [105] P. Ramond, *Field Theory: A Modern Primer*, Addison-Wesley.
- [106] J. Collins, *Renormalization*, Cambridge University Press (1984).
- [107] K. G. Wilson, Confinement of Quarks, *Phys. Rev. D* 10, 8 (1974).
- [108] M. Buballa, *Phys. Rep.* 407 (2005).
- [109] G. Lugones and O. G. Benvenuto, *Phys. Rev. D* 52, 1276 (1995).
- [110] G. N. Fowler, S. Raha and R. M. Weiner, *Z. Phys. C* 9, 271 (1981).
- [111] G.X. Peng, H.C. Chiang, B.S. Zou, P.Z. Ning and S.J. Luo, *Phys. Rev. C* 62, 025801 (2000).
- [112] X. J. Wen, X. H. Zhong, G.X. Peng, P.Z. Ning and P. N. Shen, *Phys. Rev. C* 72, 015204 (2005).
- [113] S. Yin and R-K. Su, *Phys. Rev. C* 77, 055204 (2008).
- [114] P. Wang, *Phys. Rev. C* 62, 015204 (2000).
- [115] J. R. Torres and D. P. Menezes, *Europhys. Lett.* 101, 42003 (2013).
- [116] J. C. Oliveira, H. Rodrigues, and S. B. Duarte, *ApJ* 730 31 (2011).
- [117] J. C. Oliveira, H. Rodrigues, and S. B. Duarte, *Phys. Rev. D* 78, 123008 (2008).
- [118] J. C. Oliveira, H. Rodrigues, and S. B. Duarte, *IJMPD* Vol.19 (2010).
- [119] J. C. Oliveira, H. Rodrigues, and S. B. Duarte, *Nuclear Physics B, (Proc. Suppl.)* 199, 333–336 (2010).
- [120] M. Prakash, I. Bombaci, M. Prakash, P. J. Ellis, J. M. Lattimer and R. Knorren, *Phys. Rept.* 280, 1 (1997).
- [121] T. Chmaj and W. Slominski, *Phys. Rev. D* 40, 165 (1988).

- [122] F. Özel, *Nature* 441, (1115-1117) (2006).
- [123] J. Antoniadis, P.C.C. Freire et al, *Science*, in press, (2013)
- [124] P. B. Demorest, T. Pennucci, S. M. Ransom, M. S. E. Roberts & J. W. T. Hessels, *Nature* 467, (1081–1083) (2010).
- [125] F. Özel, G. Baym, and T. Guver, *Phys. Rev. D* 82, 101301 (2010).
- [126] F. Özel, T. Güver, D. Psaltis, *ApJ* 693, 1775 (2009).
- [127] F. Özel, T. Güver, D. Psaltis, *ApJ* 693, 1775 (2009).
- [128] David J. Nice et al., A  $2.1M_{\odot}$ , *ApJ* 634, 1242 (2005).
- [129] Paulo C. C. Freire, *ApJ* 675, 670-682, (2008).
- [130] C. M. Zhang, J. Wang, Y. H. Zhao, H. X. Yin, L. M. Song, D. P. Menezes, D. T. Wickramasinghe, L. Ferrario, and P. A& A 527, A83 (2011).
- [131] Michael E. Peskin and Dan V. Schroeder, *An Introduction To Quantum Field Theory*, Westview Press (1995).
- [132] J.D. Bjorken, S. Drell. *Relativistic Quantum Fields*, McGraw-Hill (1965).
- [133] C. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler, *Gravitation*, W. H. Freeman, (1973).
- [134] V. Dexheimer, J. R. Torres and D. P. Menezes, *Eur. Phys. J. C* (2013).
- [135] E.N.E. van Dalen, G. Colucci, A. Sedrakian b, *Physics Letters B* 734 383–387 (2014).
- [136] F. Gulminelli , Ad. R. Raduta , and M.Oertel, *Phys. Rev.C* 86, 025805 (2012).
- [137] S. Typel, H. H. Wolter, *Nuclear Physics A* 656 (1999).