

*Francisca Gardugi Filha*

*caderno: Matemática*

GIOSA

JAGUAR

SÃO PAULO



1

São Paulo, 10 de fevereiro de 1970.

MATEMÁTICA

TURMA-T-2-2º GRAU



2

São Paulo, 18 de fevereiro de 1970.

### Assunto

- a) Razões e proporções.
- b) Cálculo da quarta proporcional.

Explicação, exemplo, resumo, exercícios.

A divisão indicada e não calculada de um número por outro tem o nome de **RAZÃO**.

Os dois (2) números que formam a razão chamam-se **TÊRMO**S.

Podemos escrever uma razão de vários modos.

Exemplos:

$$12 \div 4 \quad 15 : 5 \quad (15 \text{ está para } 5) \quad \frac{48}{6}$$

Quando duas razões são iguais (isto é, quando tem o mesmo quociente), elas formam uma **proporção**.

Numa proporção há 4 termos (2 extremos e 2 meios)



Uma proporção pode ser escrita assim:

$$\frac{27}{3} = \frac{18}{2} \text{ ou } 27:3::18:2$$

$\left\{ \begin{array}{l} 27 \text{ está para } 3 \\ 3 \text{ assim como } 18 \\ 18 \text{ está para } 2 \end{array} \right.$

Numa proporção, o produto dos extremos é sempre igual ao produto dos meios.

**EXEMPLOS:**

~~$$\frac{14}{2} = \frac{28}{4}$$~~

$\left\{ \begin{array}{l} \text{produtos dos extremos: } 4 \times 14 = 56 \\ \text{produtos dos meios: } 2 \times 28 = 56 \end{array} \right.$

A 4ª proporcional é o 4º mº, que está faltando para formar a proporção.

**Cálculo da 4ª proporcional.**

**Exemplos:**

~~$$\frac{64}{4} = \frac{48}{x}$$~~

$$x = \frac{4 \times 48}{64} = 3$$

$$x = \frac{4 \times 48}{64} = \frac{192}{64} = 3$$

**3**

~~$$\frac{144}{6} = \frac{x}{4}$$~~

$$\frac{288}{18} = \frac{3}{96}$$

$$x = \frac{144 \times 4^2}{36} = \frac{288}{3} = 96$$

~~$$\frac{4 \frac{1}{2}}{x} = \frac{1 \frac{1}{4}}{2 \frac{2}{3}}$$~~
~~$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{2} = \frac{5}{4} \\ x = \frac{8}{3} \end{array} \right.$$~~

~~$$x = \frac{9^3 \times 8^4 \times 4}{2 \times 1 \times 3 \times 1 \times 5}$$~~

~~$$\frac{48}{3} = \frac{5}{9 \frac{3}{5}}$$~~

~~$$x = \frac{48}{5} = 9 \frac{3}{5}$$~~

**Verificação da aprendizagem.**

achar o valor de x nas seguintes proporções:

$$1) \frac{x}{5 \frac{1}{2}} = \frac{3}{2 \frac{1}{5}} \left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{11} = \frac{3}{11} \\ \frac{x}{2} = \frac{3}{5} \end{array} \right.$$



$$x = \frac{11}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{11} = \frac{15}{8} = 1 \frac{7}{8}$$

São Paulo, 20 de fevereiro de 1970.

achar o valor de  $x$  nas proporções:

$$1^{\circ}) \frac{35}{x} = \frac{5}{3} = x = \frac{35 \times 3}{15} = \frac{105}{5} = 21$$

$$2^{\circ}) \frac{2,6}{0,65} = \frac{x}{5,8} = x = \frac{5,8 \times 2,6}{0,65} = \frac{15,08}{0,65} = 23,2$$

$$3^{\circ}) \frac{2,1}{4,2} = \frac{0,6}{x} = x = \frac{4,2 \times 0,6}{2,1} = x = 1,2$$

$$4^{\circ}) \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{1}} = \frac{\frac{1}{10}}{x} = x = \frac{5^1}{1} \times \frac{1}{10 \cdot 2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

$$5^{\circ}) \frac{\frac{15}{28}}{\frac{5}{9}} = \frac{6}{x} = x = \frac{5^1}{8 \cdot 4} \times \frac{2^2}{7} \times \frac{28}{11} = 1$$

4

Exercícios:

1<sup>o</sup>) Formar uma proporção com os números, 9, 6, 4 e 6.

$$\frac{9}{6} = \frac{6}{4}$$

2<sup>o</sup>) Verificar qual das 2 proporções é a verdadeira.

$$1^{\circ} \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{6}} \quad e \quad \frac{45}{135} = \frac{4}{8} \quad 45 \times 8 = 360 \quad 135 \times 4 = 540$$

2<sup>o</sup>) A proporção verdadeira é a primeira.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

3<sup>o</sup>) A minha idade está para a de meu filho assim como 11 está para 5. Eu tenho 55 anos. Calcular a idade de meu filho:

$$\frac{55}{x} = \frac{11}{5} = \frac{55 \times 5}{11} = 25 \text{ anos.}$$



São Paulo, 24 de fevereiro de 1970.

Revisão para a sabatina de 5ª feira - 26-2-70.

$$1^{\circ}) 6'' + 1 \frac{1''}{8} + \frac{3''}{4} = \frac{48}{8} + \frac{9}{8} + \frac{6}{8} = \frac{63}{8} = 7 \frac{7}{8}$$

$$2^{\circ}) 7 \frac{1''}{2} - \frac{5 \cdot 5}{8} = \frac{29}{8} - \frac{10}{8} = \frac{19}{8} = 2 \frac{3}{8}$$

$$3^{\circ}) \frac{3^1}{84} \times \frac{1}{42} \times 16 = \frac{3 \times 4 \times 16}{8 \times 8 \times 8} = \frac{192}{512} = \frac{3}{8}$$

$$4^{\circ}) 5 \frac{5}{6} \div 2 \frac{4}{7} = \frac{35}{6} \times \frac{7}{18} = \frac{245}{108} = 2 \frac{17}{108}$$

5^{\circ}) Quero dividir um rolo de fio de 200 m. em pedaços de 2,5 dm. Quantos pedaços obterei?

$$2,5 \text{ dm a m} = 0,25 \text{ m. ou } 25 \text{ cm} \quad 200 \overline{) 25}$$
$$\begin{array}{r} 800 \\ 200 \overline{) 2500} \\ \underline{1600} \phantom{0} \\ 900 \phantom{0} \\ \underline{700} \phantom{0} \\ 200 \phantom{0} \\ \underline{200} \phantom{0} \\ 000 \phantom{0} \end{array}$$

R:) Obtivei 8 pedaços.

5

Usando os m<sup>os</sup> 10 e 256, transforme as seguintes medidas em polegada:

$$6^{\circ}) 7 \text{ mm} = 7 \times 10 = 70'' \quad 8^{\circ}) 2,46 \text{ mm} = 24,6''$$

$$7^{\circ}) 3,4 \text{ mm} = 3,4 \times 10 = 34'' \quad 9^{\circ}) 1,23 \text{ mm} = 12,3''$$

achar o valor de x nas proporções:

$$10^{\circ}) \frac{x}{6} = \frac{1 \cdot 21}{2 \cdot 1} = x = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} = 3 \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{7}{16} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{32} = \frac{21}{1024}$$

$$11^{\circ}) \frac{200}{0,8} = \frac{x}{2} = x = 400 \cdot 0,8 = 320$$

$$x = \frac{32000}{2} = 16000$$



São Paulo, 2 de março de 1970.

Redução de problemas por meio de regra de 3.  
**DIRETA.**

Um frezador faz 18 engrenagens em 3 horas.  
Quantas engrenagens fará em 16 horas?

$$\begin{array}{l} \cancel{3h} \quad \cancel{18} \text{ eng} \\ \cancel{16h} \quad x \end{array} = x = \frac{16 \times \cancel{18}^6}{\cancel{3}^1} = x = 96 \text{ eng.}$$

Exemplo de regra de 3 INVERSA.

5 operários fazem um serviço em 21 dias  
15 operários fariam o mesmo serviço em  
quantos dias?

$$\begin{array}{l} \cancel{5} \quad \cancel{21} \rightarrow \\ \cancel{15} \quad x \rightarrow \end{array} \quad x = \frac{\cancel{5}^1 \times \cancel{21}}{\cancel{15}^3} = x = 7 \text{ dias}$$

x 5	
105	15
00	7

6

São Paulo, 4 de março de 1970.

Mais Exemplos  
**DIRETA.**

Em 3 h. de viagem um carro percorreu  
240 km. Quantos km. percorreria em 2 h.,  
com a mesma velocidade?

$$\begin{array}{l} \cancel{3} \quad \cancel{240} \\ \cancel{2} \quad x \end{array} \quad x = \frac{\cancel{2}^1 \times \cancel{240}^{80}}{\cancel{3}^1} = 160 \text{ km.}$$

240	2
480	3
18	160
00	

A 80  $\frac{\text{km}}{\text{h}}$  um automóvel percorreu certa  
distância em 6 h. Se a velocidade fosse de  
60  $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ , quantas horas gastaria?

$$\begin{array}{l} \cancel{80} \quad \cancel{6} \rightarrow \\ \cancel{60} \quad x \rightarrow \end{array} \quad x = \frac{\cancel{80}^1 \times \cancel{6}}{\cancel{60}} = x = 8 \text{ h.}$$

Exercícios:



- 1º) Em 5 h. de viagem o carro percorreu 450 Km.  
Na mesma velocidade quantos Km percorreria em 7 h.?

$$\begin{array}{r} 5 \quad 450 \\ 7 \quad x \end{array} \quad x = \frac{450 \times 7}{5} = x = 630 \text{ Km}$$

- 2º) Uma torneira de 0,5" de diâmetro enche um reservatório em 9 h. Se a torneira tivesse 1,5", de diâmetro, em quanto tempo encheria o mesmo reservatório?

$$\begin{array}{r} 0,5'' \quad 9 \\ 1,5'' \quad x \end{array} = x = \frac{0,5'' \times 9}{1,5} = x = 3 \text{ h.}$$

- 3º) Com a velocidade de  $75 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$ , um automóvel percorreu certa distância em 5 h. Se a sua velocidade fosse de  $90 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$ , em quanto tempo percorreria a mesma distância?

CONTAS →

7

$$\begin{array}{r} 75 \quad 5 \\ 90 \quad x \end{array} = x = \frac{75 \times 5}{90} = \frac{75 \times 5}{90} = x = 4 \frac{1}{6} \text{ h.}$$

$$25 \overline{) 6} = 4 \text{ h. } 10 \text{ min.}$$

$$01 \quad 4 \frac{1}{6} \text{ h.}$$

- 4º) Uma torneira despeja 225 l. de água em 5 min. Quantos litros despejará em 15 min.?

$$\begin{array}{r} 225 \quad 5 \\ x \quad 15 \end{array} = x = \frac{225 \times 15}{5} = x = 675 \text{ l.}$$

São Paulo, 6 de março de 1970.

### Problemas

- 1º) Certa máquina deve dar 800 rpm. Qual o diâmetro da polia a ser colocada no seu eixo, se o motor que vai acionar a máquina dá: 1.200 rpm e tem uma polia de 22 cm. de diâmetro?





$$\frac{1.200 \text{ rpm}}{800} = \frac{22}{x} \Rightarrow 1.200 \times 22 = 800x \Rightarrow x = 33$$

8

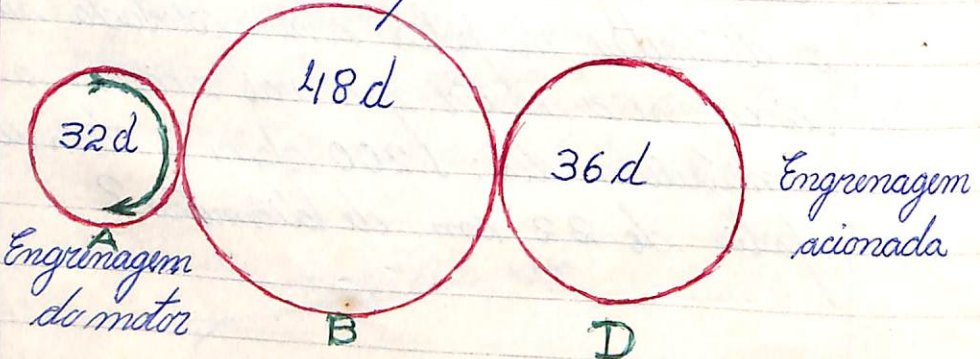
Respostas { A dá 675 rpm.  
2) O sentido de rotação de B é contrário da A

$$\frac{36d}{32d} = \frac{600}{x} \Rightarrow 36 \times 600 = 32x \Rightarrow 21600 = 32x \Rightarrow x = 675$$

São Paulo, 10 de março de 1970

Problemas

2) Na figura abaixo, um jogo de engrenagem é composto de uma engrenagem motora A, uma intermediária B, e uma acionada D. O número de dentes de cada engrenagem está indicado e o sentido de rotação de A é o dos ponteiros de relógio. Qual é o n.º de rpm de A e o sentido de rotação de B, se a engrenagem D, executa 600 rpm.



1) Uma fábrica de tecidos necessita de 48 kg. de lã para fazer 40m de fazenda. Quantos kg. de lã seriam precisos para fazer 135,8 m da mesma fazenda?

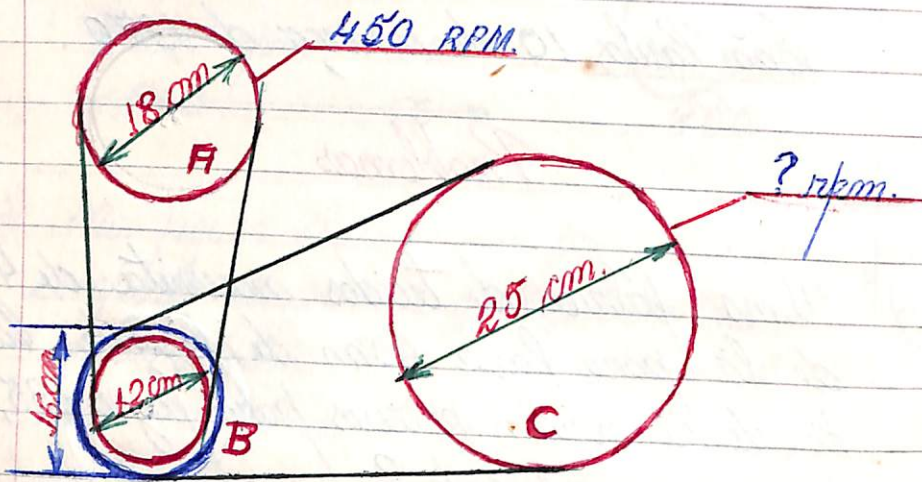
$$\frac{40}{135,8} = \frac{48}{x} \Rightarrow 40x = 135,8 \times 48 \Rightarrow x = 162,96$$

2) Tenho 1,30 m. de altura. Qual é a altura de um poste cuja sombra mede 7,30 m. no mesmo instante em que minha sombra mede 1,20 m.?



$$\frac{1,20}{7,30} \cdot \frac{1,80}{x} = x = \frac{1,80 \times 7,30}{1,20} = 10,95$$

3.) Analise o esquema a baixo e calcule o nº de rpm da polia C:



$$\frac{12}{18} \cdot \frac{450}{x} = x = \frac{450 \times 12}{18} = x = 675$$

$$\frac{16}{25} \cdot \frac{675}{x} = x = \frac{675 \times 16}{25} = 432$$

São Paulo, 18 de março de 1970.

Assunto: Porcentagem, com aplicação da regra de 3.

Exemplos.

1.) Joaquim ganhou NCR\$ 460,00 e teve um aumento de 25%. De quantos cruzeiros foi esse aumento? Quanto passou a ganhar?

20-3-1970

$$\frac{100}{\text{principal}} = \frac{\text{taxa}}{\text{porcentagem}}$$

OU

$$\frac{100}{P} = \frac{i}{p}$$

$$\frac{100}{460,00} = \frac{25}{p} \quad p = \frac{460,00 \times 25}{100} = p = 115,00$$

460,00	4	460,00
06	0	115,00
20	0	<u>115,00</u>
0	0	<u>NCR\$ 575,00</u>



29) Um negociante misturou 185 l. de vinho com 15 l. de água. Quantos por cento de água há na mistura?

$$\frac{100}{200} = \frac{i}{15} \quad i = \frac{100 \times 15}{200} = 7,5$$

$$i = 7,5\%$$

30) Um tecelão ficou de fazer certa quantidade de tecido mas só fez 62%, ou seja, 193,44 m. Quantos metros deveria ele fazer?

$$\frac{100}{P} = \frac{62}{193,44} \quad P = \frac{100 \times 193,44}{62} = \frac{19344}{62}$$

$$19344 \overline{) 62} \quad P = 312 \text{ m.}$$

$$\begin{array}{r} 074 \\ 124 \\ 00 \end{array}$$

Problemas.

10

19) Em uma classe de 26 alunos, 21 alunos foram aprovados. Qual foi a porcentagem de aprovados?

$$\frac{100}{26} = \frac{i}{21} \quad i = \frac{100 \times 21}{26} = i = 80,76$$

$$\begin{array}{r} 2.100 \overline{) 26} \quad i = 80,76\% \\ 0.200 \\ 180 \\ 24 \end{array}$$

29) Um negociante de tecidos tinha 421 peças. Vendeu 72,2% das mesmas. Quantas peças vendeu?

$$\frac{100}{421} = \frac{72,2}{p} \quad p = \frac{421 \times 72,2}{100} = p = 303,962$$

$$\begin{array}{r} 421 \\ \times 72,2 \\ \hline 842 \\ 842 \\ 2947 \\ \hline 30396,2 \end{array} \quad 30396,2 \div 100 = 303,962$$



3) Em 18 l. de uma mistura de óleo e querosene há 12 l. de óleo. Cuche quantos por cento de óleo há na mistura.

$$\frac{100}{18} = \frac{x}{12} \quad x = \frac{100 \times 12}{18} = x = 66,6\%$$

$$\begin{array}{r} 1.200 \overline{) 18} \\ 120 \quad 66,6 \\ \underline{120} \\ 12 \end{array}$$

4) Reformou-se certa máquina que antes dava 570 rpm e a sua eficiência aumenta de 21%. Quanto rpm ela dá agora?

$$\frac{100}{570} = \frac{21}{p} \quad p = \frac{570 \times 21}{100} = p = 119,70 \text{ RPM}$$

$$\begin{array}{r} 570 \\ \times 21 \\ \hline 119,7 \\ \times 570 \\ \hline 689,7 \text{ RPM} \end{array} \quad \begin{array}{r} 1140 \\ \hline 11970 \end{array}$$

$$11970 \div 100 = 119,70$$

11

5) Um retalho de pano, depois de molhado, perdeu 12 cm, isto é, 2,4% de seu comprimento. Qual era o seu comprimento antes de ser molhado?

$$\frac{100}{P} = \frac{2,4}{12} \quad P = \frac{100 \times 12}{2,4} = P = 500 \text{ m}$$

$$\begin{array}{r} 1.200 \overline{) 2,4} \\ 000 \quad 500 \text{ m} \end{array}$$

6) Uma pessoa trabalha 6 h. 30 min. por dia (Fazer 6,5h) e ganha NCR\$ 2,80 por hora. Calcular o seu salário líquido mensal (30 dias), sabendo que ela sofre os seguintes descontos:

a) INPS ----- 8%  
b) Cia, Seguro de Vida "Boa Morte" NCR\$ 7,85

$$\begin{array}{r} \text{NCR\$ } 2,80 \quad 18,20 \\ \times 6,5 \quad \times 30 \\ \hline 1.400 \quad \text{NCR\$ } 546,00 \\ \hline 1680 \quad - \text{NCR\$ } 7,85 \\ \hline \text{NCR\$ } 18,20 \times \quad \text{NCR\$ } 538,15 \end{array}$$



$$\frac{100}{538,15} \cdot p = \frac{538,15 \times 8}{100} = 4305,20$$

$$p = 43,0520\% \cdot 538,1500$$

$$p = 495,09$$

São Paulo, 30 de março de 1970.

### Problemas:

1) Uma peça a ser forjada, sofreu um desgaste de 4,800 Kg.

O material em bruto pesava 60 Kg. De quantos por cento foi o desgaste?

$$\frac{100}{60} \cdot x = \frac{4,80 \times 100}{60} = x = 8\%$$

2) Na venda de certas quantidade de chapas um vendedor lucrou NCR\$ 360,00, sendo esse lucro equivalente a 20% do valor das chapas. Qual era o valor das chapas?

12

$$\frac{100}{P} \cdot 20 = \frac{360,00 \times 100}{20} = P = \text{NCR\$ } 1.800,00$$

3) Para forjar um braço de locomotora foi entregue ao ferreiro, material em bruto pesando 110 Kg. O desgaste causado pelo fogo foi de 15%. Quanto ficou a peça depois de forjada?

$$\frac{100}{110} \cdot 15 = \frac{110 \times 15}{100} = p = 16,5\%$$

4) Sabendo-se que na composição do bronze para válvulas entram 88% de cobre e 12% de estanho calcular a peça de cada um destes metais, necessários a fabricação de 5500 Kg. de bronze.

$$\frac{100}{5500} \cdot 88 = \frac{5500 \times 88}{100} = p = 4.840 \text{ kg}$$

$$\frac{100}{4840} \cdot 12 = \frac{4840 \times 12}{100} = 580,8 \text{ Kg}$$



São Paulo, 1 de abril de 1970.

Problemas:

1º) Um vendedor ganha 15% de comissão.  
Quanto ganhará sobre uma venda de  
NCR\$ 2.400,00?

$$\frac{100}{2400,00} \times \frac{15}{p} = \frac{2.400,00 \times 15}{100} = p = \text{NCR\$ } 360,00$$

$$\begin{array}{r} \$2400,00 \\ \times 15 \\ \hline 1200000 \\ 240000 \\ \hline \end{array}$$

$\$36000,00 \div 100 = \text{NCR\$ } 360,00.$

2º) Um aprendiz produziu 250 peças mas  
30 peças foram rejeitadas por apresentarem  
defeito. Quantas por cento de peças foram  
rejeitadas?



13

$$\frac{100}{250} \times \frac{i}{30} = \frac{100 \times 30}{250} = i = 12\%$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times 30 \\ \hline 3000 \\ 050 \\ \hline 00 \end{array}$$

$i = 12\%$

3º) Numma liga de latão (cobre e zinco)  
há 49,5 kg. de cobre, ou seja 66% do  
peso total da liga. Qual é o peso  
total da liga?

$$\frac{100}{P} \times \frac{66}{49,5} = \frac{100 \times 49,5}{66} = P = 75$$

$$\begin{array}{r} 49,5 \\ \times 100 \\ \hline 49500 \\ 330 \\ \hline 00 \end{array}$$

$P = 75.$



São Paulo, 7 de abril de 1970.

- 1) O metro quadrado e seus submúltiplos;
- 2) Áreas das figuras planas;

Resumo:

O metro quadrado ou  $m^2$  é um quadrado de 1m de lado ( $1m^2 = 1m \times 1m = 1m^2$ )

São submúltiplos do  $m^2$

- $dm^2 \rightarrow 1dm \times 1dm = 1dm^2$
- $cm^2 \rightarrow 1cm \times 1cm = 1cm^2$
- $mm^2 \rightarrow 1mm \times 1mm = 1mm^2$

Estas unidades ( $m^2$ ,  $dm^2$ ,  $cm^2$ ,  $mm^2$ ) são empregadas nos cálculos das áreas.

A relação que existe entre estas unidades é a seguinte.

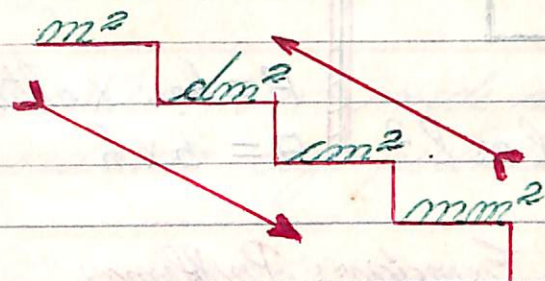
$$1m^2 \text{ ou } 1m \times 1m = \text{é o mesmo.}$$
$$10dm \times 10dm = 100dm^2$$

14

Logo,  $1m^2 = 100dm^2$ .

Então também:  $1dm^2 = 100cm^2$ ,  $1cm^2 = 100mm^2$ .

As medidas de área variam, pois, de 100 em 100 (de 2 em 2 casos).



Exemplos:

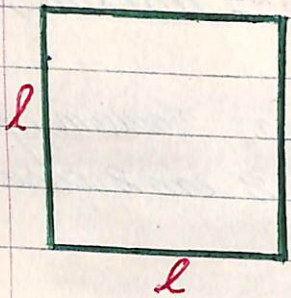
$$4,3m^2 = 430dm^2$$
$$1585mm^2 = 15,85cm^2$$
$$4m^2 \text{ a } dm^2 = 400dm^2$$
$$4,3m^2 \text{ a } cm^2 = 43000cm^2$$
$$7744,5cm^2 \text{ a } m^2 = 0,77445m^2$$

São Paulo, 9 de abril de 1970.

Áreas — Fórmulas.

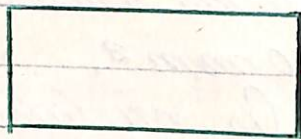


1º) Quadrado



$$A = l \times l \text{ ou } l^2$$

2º) Retângulo



$$A = \text{base} \times \text{altura ou } A = b \times h$$

Exercícios: Problemas:

1º) Se eu subtrair  $65409 \text{ mm}^2$  de  $7,012 \text{ dm}^2$ , quantos  $\text{cm}^2$  restarão?

$$\begin{aligned} 7,012 \text{ dm}^2 &= 701,20 \text{ cm}^2 \\ 65409 \text{ mm}^2 &= 654,09 \text{ cm}^2 \\ \hline &047,11 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

2º) Calcular o preço de um retalho de compensado medindo  $48 \text{ cm} \times 65 \text{ cm}$  à razão de NCR\$  $4,80$  o  $\text{m}^2$ ?

15

2º)

$$\begin{array}{r} 48 \text{ cm} \\ \times 65 \text{ cm} \\ \hline 240 \\ 288 \\ \hline 3120 \text{ cm}^2 = 0,312 \text{ m}^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,312 \\ \times 4,80 \\ \hline 2496 \\ 1248 \\ \hline 1,49760 \end{array}$$

3º)

Quantos  $\text{mm}^2$  mede a área de um quadrado cujo perímetro tem  $2''$ ?

$$2'' = 2 \times 25,4 \text{ mm} = 50,8 \text{ mm}$$

$$\begin{array}{r} 50,8 \text{ mm} \\ \times 12,7 \text{ mm} \\ \hline 108 \\ 280 \\ 00 \\ \hline 889 \\ 254 \\ 127 \\ \hline 64626 \text{ mm}^2 \end{array}$$

4º)

Calcular o valor de um terreno de  $8,5 \text{ m}$  de frente por  $20 \text{ m}$  de fundo, à razão de NCR\$  $80,00$  o  $\text{m}^2$ ?



$$\begin{array}{r} 8,5 \text{ m} \\ \times 20 \text{ m} \\ \hline 170,0 \text{ m}^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 170 \\ \times 80,00 \\ \hline \text{NER\$ } 13600,00 \end{array}$$

São Paulo, 13 de abril de 1970.

*Problemas:*

1º) Quantas ladrilhos de 25 cm x 25 cm podem ser colocados num pátio de 7,5 m de largura por 12,5 m de comprimento?

$\begin{array}{r} 25 \text{ cm} \\ \times 25 \text{ cm} \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline 625 \text{ cm}^2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 12,5 \text{ m} \\ \times 75 \text{ m} \\ \hline 625 \\ 875 \\ \hline 9375 \text{ m}^2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 625 \text{ cm}^2 = 0,0625 \text{ m}^2 \\ 937500 \text{ }   0,0625 \\ 3125 \\ \hline 1500 \end{array}$
---	--	---

2º) Quantos tacos de 7 cm x 21 cm podem ser arrentados num corredor de 3,5 m de largura por 42 m. de comprimento.

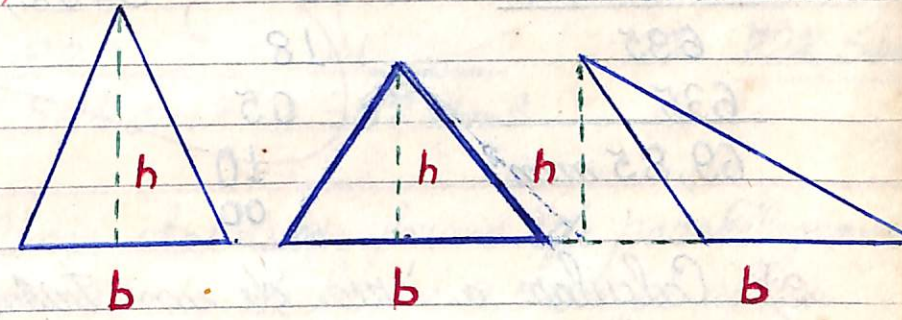


16

$$\begin{array}{r} 21 \text{ cm} \quad 3,5 \text{ m} \quad 147 \text{ cm}^2 \text{ a } \text{m}^2 = 0,0147 \text{ m}^2 \\ \times 7 \text{ cm} \quad \times 42 \text{ m} \\ \hline 147 \text{ cm}^2 \quad 70 \quad 147,0000 \text{ } | 0,0147 \\ 140 \quad 0000000 \quad 10.000 \text{ Tc} \\ \hline 147,0 \text{ m}^2 \end{array}$$

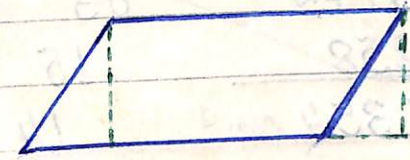
São Paulo, 15 de abril de 1970.

3º fórmula: Área do triângulo.

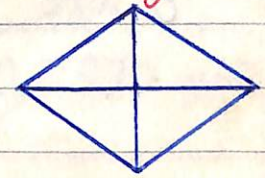


$$A = \frac{b \times h}{2}$$

4º Paralelogramo



5º Losango





$$A = \frac{D \times d}{2}$$

D = diagonal maior.  
d = diagonal menor.

Problemas:

1º) Calcular a área de um triângulo que tem 127 mm. de base e 55 mm. de altura.

127 mm	69,85	2,00
x 55 mm.	09	3492,5 mm <sup>2</sup>
635	18	
635	05	
69,85 mm <sup>2</sup>	10	
	00	

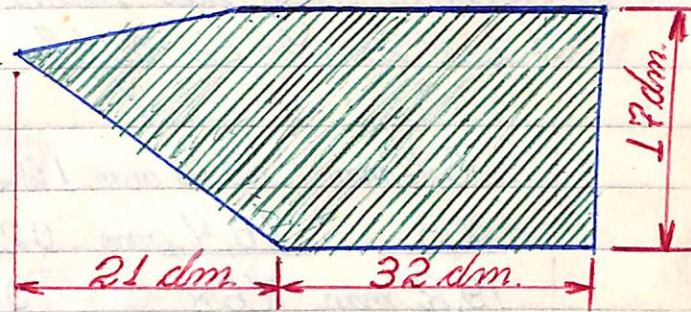
2º) Calcular a área de um triângulo, equilátero que tem 39 cm de perímetro e 11,258 cm de altura.

39	11,258 cm	146,354	2,000
09	x 13 cm	06	73,177
0	33774	03	
	11258	15	73,177
	146,354 cm <sup>2</sup>	14	
		0	

17

3º)

Qual é a área desta figura?



32 dm	21 dm	357	2
x 17 dm	x 17 dm	15	178,5
224	147	17	+544,0
32	21	10	722,5 dm <sup>2</sup>
544 dm <sup>2</sup>	357 dm <sup>2</sup>	0	

4º)

Uma chapa em forma de paralelogramo tem 98 cm de base e 8,5 dm de altura. Calcular sua área em m<sup>2</sup>.

98 cm a m = 0,98 m	0,98 m
8,5 dm a m = 0,85 m	x 0,85 m
	490
	784
	0,8330 m <sup>2</sup>



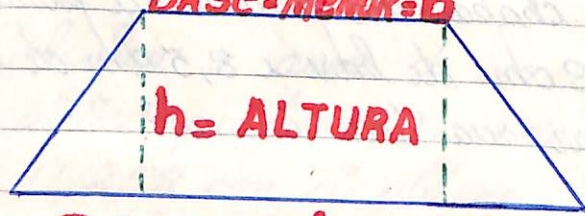
5ª) Calcular a área de um losango sabendo que a diagonal menor mede 6,4 mm e a maior o triplo da menor.

6,4 mm	19,2 mm	122,88	2,00
<u>x 3</u>	<u>x 6,4 mm</u>	02	61,44 mm <sup>2</sup>
19,2 mm	768	08	
	<u>1152</u>	08	
	122,88 mm <sup>2</sup>	0	

São Paulo, 17 de abril de 1970.

6ª fórmula: trapézio  
base menor = b

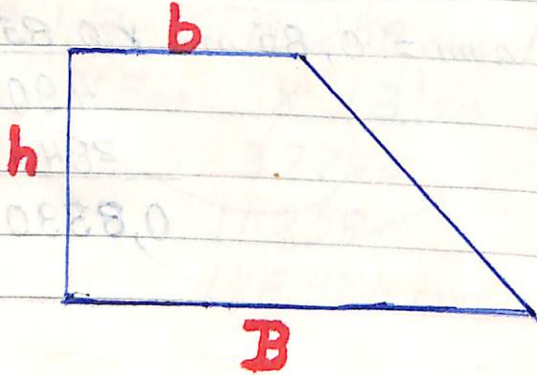
1ª)



base maior = B

TRAPÉZIO  
ISÓSELES

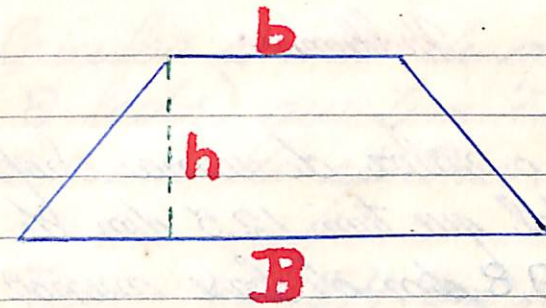
2ª)



TRAPÉZIO  
RETÂNGULAR

18

3ª)



TRAPÉZIO  
ESCALENO

$$A = \frac{(B+b) \times h}{2}$$

7ª Polígonos regulares, isto é, figuras de 5, 6, 7, 8, 9, 10 etc. lados iguais.

NOTA: Perímetro é a soma dos LADOS



$$A = \frac{\text{Perímetro} \times \text{apótema}}{2}$$



Problemas:

1º) Calcular o valor de uma chapa trapezoidal que tem 12,5 dm de base maior, 9,8 dm de base menor e 8,8 dm de altura, a razão de NCR# 14,60 a m<sup>2</sup>.

$$12,5 \text{ dm a m} = 1,25 \text{ m}$$

$$9,8 \text{ dm a m} = 0,98 \text{ m}$$

$$8,8 \text{ dm a m} = 0,88 \text{ m}$$

1,25 m	2,23 m	1,9624 m <sup>2</sup>
+ 0,98 m	x 0,88 m	x 0,5
2,23 m	1784	0,9812 m <sup>2</sup>
	1784	x 14,60
	19624 m <sup>2</sup>	58872
		39248
		09812
		NCR# 14,32557

NCR# 14,32557

19

2º)

Calcular a área de octógono regular (8 lados) que tem 7 cm de lado e 8,4 cm de apótema.

7 cm	8,4 cm	
x 8 L.	56 cm	
56 cm	504	
	420	
	4704 cm <sup>2</sup>	2
	07	<u>H = 235,2 dm<sup>2</sup></u>
	10	
	04	
	0	

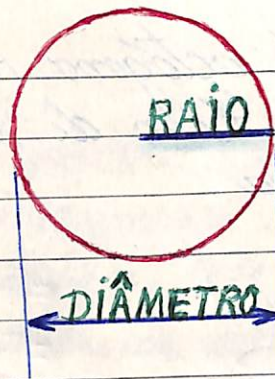
São Paulo, 23 de abril de 1970.

8º fórmula → Círculo

Círculo é a porção de plano limitado pela circunferência

FÓRMULASE DESENHO NO VERSO.





FÓRMULA de ÁREA

PELO RAIO PELO DIÂMETRO

$A = R \times R \times 3,14$   $A = D \times D \times 3,14$

$A = R^2 \times \pi$   $A = \frac{D^2 \times \pi}{4}$  ou  $\frac{D^2 \times \pi}{4}$

$A = \frac{D^2 \times \pi}{4}$

9ª fórmula → Coroa circular:

Coroa circular é a porção de plano compreendida entre duas circunferências concêntricas (isto é, da mesmo centro).

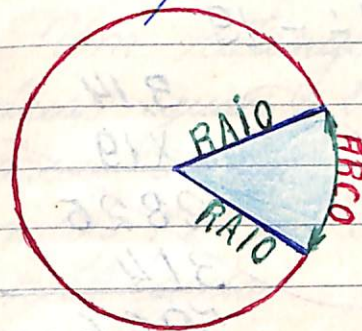


$A = 3,14 \times (R \times R - r \times r)$  ou

$A = \pi \times (R^2 - r^2)$

10ª fórmula → Setor circular

Setor circular é uma porção de círculo formada por 2 raios e um arco



$A = \frac{R \times R \times 3,14 \times m^\circ}{360^\circ}$  ou

$A = \frac{R^2 \times \pi \times m^\circ}{360^\circ}$

Observar:  $m^\circ$  é o número de graus do setor circular.

Problemas:

1) Achar a área de um círculo cujo diâmetro mede 24 dm.

$24 \text{ dm} \div 2 = 12 \text{ dm}$  3,14  
 $A = \times 12 \times 12 = 144 \times 3,14$  x 1,44

$A = 452,16$  1256

$A = 452,16$  1256  
314  
 $A = 452,16$



2º) Qual é a área de uma coroa circular que tem 20 cm de diâmetro maior e 18 cm de diâmetro menor?

$$A = 3,14 \times 100 = 314$$

$$A = 3,14 \times 19 = 60$$

$$A = \underline{59,66 \text{ cm}^2}$$

3,14

x 19

2826

314

59,66 cm<sup>2</sup>

3º) Calcular a área de um setor circular de 72° traçado num círculo de 20 mm de raio.

$$A = \frac{20 \times 20 \times 3,14 \times 72^\circ}{360^\circ}$$

$$20 \text{ mm} \times 20 \text{ mm} = 400 \text{ mm}^2$$

$$90432,00 \div 360^\circ$$

$$1843 \quad A = \underline{251,2}$$

0432

0720

000

3,14

x 400

1256,00

x 72

251200

879200

9043200

21

São Paulo, 27 de abril de 1970.

Problemas:

1º) Um retângulo e um quadrado têm áreas iguais! O lado do quadrado mede 36 cm. A base do retângulo mede 72 cm. Calcular a altura do retângulo.

$$\frac{36 \times 36}{72} = 18 \text{ cm}$$

2º) Calcular a área de um hexágono (ou sexavado) que tem 12 cm de lado e 10,3 cm de apótema.

$$A = \frac{36 \times 10,3}{2} = 185,4 \text{ cm}^2$$

$$12 \times 10,3 = 123,6$$

$$123,6 \times 3 = 370,8$$

$$370,8 \div 2 = 185,4$$



*Operação inversa → Radiciação*  
Raiz Quadrada:

$$\sqrt{64} = 8 \quad \checkmark \quad \sqrt{81} = 9 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{49} = 7 \quad \checkmark \quad \sqrt{9} = 3 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{16} = 4 \quad \checkmark \quad \sqrt{25} = 5 \quad \checkmark$$

11-5-70  $\sqrt{4} = 2 \quad \checkmark \quad \sqrt{1} = 1 \quad \checkmark$

$$\sqrt{36} = 6 \quad \checkmark \quad \sqrt{55} = \begin{cases} 7 \text{ por falta} \\ 8 \text{ por excesso.} \end{cases} \quad \checkmark$$

$$\sqrt{100} = 10 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{3.600} = 60 \quad \checkmark \quad \sqrt{0,49} = 0,7 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{90.000} = 300 \quad \checkmark \quad \sqrt{0,0064} = 0,08 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{4.000.000} = 2000 \quad \checkmark \quad \sqrt{0,000025} = 0,005 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{\frac{16}{36}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \checkmark$$

23

$$\sqrt{\frac{16}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3} \quad \checkmark$$

13-5-70

*Processo prático de extração da raiz quadrada.*

$1^2 = 1 \leftarrow 1$	$4^2 = 16 \leftarrow 4$	$10^2 = 100 \dots$
$2^2 = 4 \leftarrow 2$	$5^2 = 25 \leftarrow 5$	$7^2 = 49 \leftarrow 7$
$3^2 = 9 \leftarrow 3$	$6^2 = 36 \leftarrow 6$	$8^2 = 64 \leftarrow 8$
		$9^2 = 81 \leftarrow 9$

Poderão ter raiz quadrada exata os  $m^{\circ}$  terminados em: 00, 1, 4, 5, 6, e 9.  
 Não têm raiz quadrada exata os  $m^{\circ}$  cujo final seja: 0, 2, 3, 7 ou 8.

*Exemplos:*

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{5329} & 73 \\ -49 & \\ \hline 0429 & 143 \times 3 = 429 \\ -429 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \checkmark$$

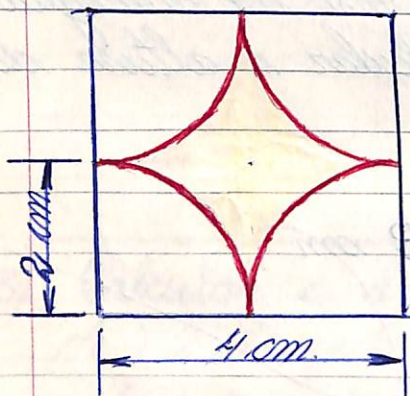
3  
7



São Paulo, 29 de abril de 1970.

Problemas:

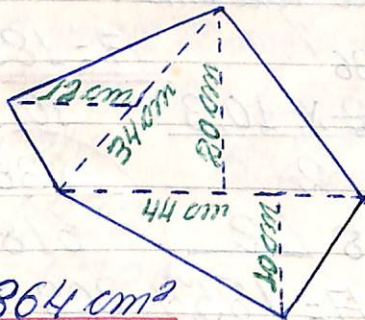
1) Calcular a área da parte colorida de amarelo:



$$2 \times 2 \times 3,14 = \underline{A = 3,44 \text{ cm}^2}$$

$$\begin{array}{r} 3,14 \quad 16,00 \text{ cm} \\ \times 4 \quad - \quad 12,56 \text{ cm} \\ \hline 12,56 \quad \underline{A = 03,44 \text{ cm}^2} \end{array}$$

2) Calcule a área do polígono irregular abaixo:



A = 864 cm<sup>2</sup>

$\frac{34 \times 12}{2}$	$\frac{44 \times 20}{2}$	$\frac{44 \times 10}{2}$
204	440	220

$$\begin{array}{r} 204 \text{ cm}^2 \\ + 440 \text{ cm}^2 \\ + 220 \text{ cm}^2 \\ \hline \underline{A = 864 \text{ cm}^2} \end{array}$$

São Paulo, 7 de maio de 1970.

Potenciação e Radiciação - próxima prova

Potenciação - Exemplos:

$5^2 \rightarrow$  5 elevada ao quadrado ou à 2ª potência =  $5 \times 5 = 25$ .

$4^3 \rightarrow$  4 ao cubo ou à 3ª potência  $\rightarrow 4 \times 4 \times 4 = 64$ .

$2^5 \rightarrow$  2 à 5ª potência  $\rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

$60^2 = 3.600$

$700^2 = 490.000$

$9000^2 = 81.000.000$

$0,8^2 = 0,64$

$0,05^2 = 0,0025$

$0,006^2 = 0,000036$

$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

$\left(2\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{8^2}{3^2} = \frac{64}{9} = 7\frac{1}{9}$



Operação inversa → Radiciação  
Raiz Quadrada:

$$\sqrt{64} = 8 \quad \checkmark \quad \sqrt{81} = 9 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{49} = 7 \quad \checkmark \quad \sqrt{9} = 3 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{16} = 4 \quad \checkmark \quad \sqrt{25} = 5 \quad \checkmark$$

11-5-70  $\sqrt{4} = 2 \quad \checkmark \quad \sqrt{1} = 1 \quad \checkmark$

$$\sqrt{36} = 6 \quad \checkmark \quad \sqrt{55} = \begin{cases} 7 \text{ por falta} \\ \text{ou} \\ 8 \text{ por excesso} \end{cases} \quad \checkmark$$

$$\sqrt{100} = 10 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{3.600} = 60 \quad \checkmark \quad \sqrt{0,49} = 0,7 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{90.000} = 300 \quad \checkmark \quad \sqrt{0,0064} = 0,08 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{4.000.000} = 2000 \quad \checkmark \quad \sqrt{0,000025} = 0,005 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{\frac{16}{36}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \checkmark$$

23

$$\sqrt{1\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} \quad \checkmark$$

13-5-70

Processo prático de extração da raiz quadrada.

$1^2 = 1 \leftarrow 1$	$4^2 = 16 \leftarrow 4$	$7^2 = 49 \leftarrow 7$
$2^2 = 4 \leftarrow 2$	$5^2 = 25 \leftarrow 5$	$8^2 = 64 \leftarrow 8$
$3^2 = 9 \leftarrow 3$	$6^2 = 36 \leftarrow 6$	$9^2 = 81 \leftarrow 9$

Podem ter raiz quadrada exata os  $m^{\circ}$  terminados em: 00, 1, 4, 5, 6, e 9.  
Não têm raiz quadrada exata os  $m^{\circ}$  cujo final seja: 0, 2, 3, 7 ou 8.

Exemplos:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{5329} & 73 \\ -49 & \\ \hline 0429 & 143 \times 3 = 429 \\ -429 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \checkmark$$

3  
7



$$\begin{array}{r|l} \sqrt{384} & 28 \\ -4 & \\ \hline 384 & 48 \times 8 = 384 \\ -384 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{7396} & 86 \\ -64 & \\ \hline 0996 & 166 \times 6 = 996 \\ -996 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{3025} & 55 \\ -25 & \\ \hline 0525 & 105 \times 5 = 525 \\ -525 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{841} & 29 \\ -4 & \\ \hline 441 & 49 \times 9 = 441 \\ -441 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

24

Exercícios:

$$1) \begin{array}{r|l} \sqrt{529} & 23 \\ -4 & \\ \hline 129 & 43 \times 3 = 129 \\ -129 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r|l} \sqrt{961} & 31 \\ -9 & \\ \hline -061 & 61 \times 1 = 61 \\ 0 & \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r|l} \sqrt{1024} & 32 \\ -9 & \\ \hline 0124 & 62 \times 2 = 124 \\ -124 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$4) \begin{array}{r|l} \sqrt{2116} & 46 \\ -16 & \\ \hline 0516 & 86 \times 6 = 516 \\ -516 & \\ \hline 0 & \end{array}$$



$$\begin{array}{r|l}
 5) \sqrt{29.16} & 54 \\
 \underline{-25} & \\
 04.16 & 104 \times 4 = 416 \\
 \underline{-416} & \\
 0 & 
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 6) \sqrt{72.25} & 85 \\
 \underline{-64} & \\
 08.25 & 165 \times 5 = 825 \\
 \underline{-825} & \\
 0 & 
 \end{array}$$

São Paulo, 15 de maio de 1970.

Mais (exemplos): exercícios:

$$\begin{array}{r|l}
 1) \sqrt{1.96} & 14 \\
 \underline{-1} & \\
 09.6 & 24 \times 4 = 96 \\
 \underline{-96} & \\
 0 & 
 \end{array}$$

25

$$\begin{array}{r|l}
 2) \sqrt{43.56} & 66 \\
 \underline{-36} & \\
 07.56 & 126 \times 6 = 756 \\
 \underline{-756} & \\
 0 & 
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 3) \sqrt{22.09} & 47 \\
 \underline{-16} & \\
 06.09 & 87 \times 7 = 609 \\
 \underline{-609} & \\
 0 & 
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 4) \sqrt{98.01} & 99 \\
 \underline{-81} & \\
 17.01 & 189 \times 9 = 1.701 \\
 \underline{-1701} & \\
 0 & 
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 5) \sqrt{90.25} & 95 \\
 \underline{-81} & \\
 09.25 & 185 \times 5 = 925 \\
 \underline{-925} & \\
 0 & 
 \end{array}$$



6) Desejo cercar um terreno quadrado com uma cerca de 6 fios de arame. Quantos m. de arame gastarei se a área desse terreno mede  $7.744 \text{ m}^2$ ?

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{7744} & 88 \\ -64 & \\ \hline 1344 & 168 \times 8 = 1344 \\ -1344 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$88 \times 88 = 7744$

Novos exemplos:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{571536} & 756 \\ -49 & \\ \hline 0815 & 145 \times 5 = 725 \\ -725 & \\ \hline 09036 & 1506 \times 6 = 9036 \\ -9036 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

26

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{165649} & 407 \\ -16 & \\ \hline 05649 & 807 \times 7 = 5649 \\ -5649 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{654481} & 809 \\ -64 & \\ \hline 014481 & 1609 \times 9 = 14481 \\ -14481 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{314721} & 561 \\ -25 & \\ \hline 0647 & 106 \times 6 = 636 \\ -636 & \\ \hline 01121 & 1121 \times 1 = 1121 \\ -1121 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Exercícios:

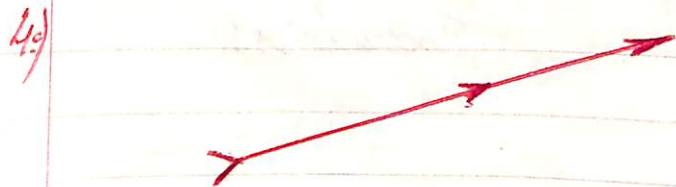
1:)



$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{81.36.04} & 902 \\
 \underline{-81} & \\
 03.60.4 & 1802 \times 2 = 3.604 \\
 \underline{-3.604} & \\
 0 & 
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{72.93.16} & 854 \\
 \underline{-64} & \\
 08.93 & 165 \times 5 = 825 \\
 \underline{-825} & \\
 068.16 & 1704 \times 4 = 6816 \\
 \underline{-6816} & \\
 0 & 
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{16.72.81} & 409 \\
 \underline{-16} & \\
 07.28.1 & 809 \times 9 = 7281 \\
 \underline{-7281} & \\
 0 & 
 \end{array}$$



27

40

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{1303.21} & 361 \\
 \underline{-9} & \\
 040.3 & 66 \times 6 = 396 \\
 \underline{-396} & \\
 007.21 & 721 \times 1 = 721 \\
 \underline{-721} & \\
 0 & 
 \end{array}$$

50

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{2704} & \\
 \underline{-3844} & \\
 \hline
 = \frac{26}{62.31} = \frac{26}{31}
 \end{array}$$

50

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{2704} & 52 \\
 \underline{-25} & \\
 020.4 & 102 \times 2 = 204 \\
 \underline{-204} & \\
 0 & 
 \end{array}$$

50

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{38.44} & 62 \\
 \underline{-36} & \\
 024.4 & 122 \times 2 = 244 \\
 \underline{-244} & \\
 0 & 
 \end{array}$$



São Paulo, 19 de maio de 1970.

Raiz quadrada de m<sup>o</sup> decimais:  
(Observações:

a) É preciso que as casas decimais sejam em m<sup>o</sup> par; duas, quatro, seis etc...

b) A raiz terá a metade dessas casas.

Exemplos:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{29,16} & 5,4 \\ -25 & \\ \hline 0416 & 104 \times 4 = 416 \\ -416 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{0,6241} & 0,79 \\ -49 & \\ \hline 1341 & 149 \times 9 = 1341 \\ -1341 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

28

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{0,1210} & 0,34 \\ -9 & \\ \hline 0310 & 64 \times 4 = 256 \\ -256 & \\ \hline 054 & \end{array}$$

PROVA

$$\begin{array}{r} 0,34 \\ \times 0,34 \\ \hline 136 \\ 102 \\ \hline 0,1156 \\ + 54 \\ \hline 0,1210 \end{array}$$

São Paulo, 21 de maio de 1970.

Raiz quadrada com aproximação:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{5,00} & 2,2 \\ -4 & \\ \hline 100 & 42 \times 2 = 84 \\ -84 & \\ \hline 016 & \end{array}$$

$$\sqrt{39,0000}$$

CONTAS NA OUTRA PAGINA. VERSO.



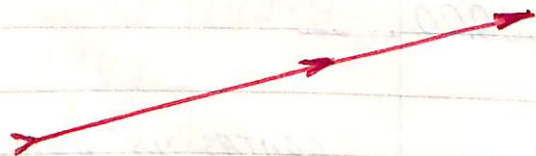
$$\begin{array}{r|l} \sqrt{39,00.00} & 6,24 \\ -36 & \\ \hline 0300 & 122 \times 2 = 244 \\ -244 & \\ \hline 05600 & 1244 \times 4 = 4976 \\ -4976 & \\ \hline 0624 & \end{array}$$

Revisão para sabatina de 25/5/20.

1.) Extrair a raiz quadrada de 91 até décimos.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{91,00} & 9,5 \\ -81 & \\ \hline 1000 & 185 \times 5 = 925 \\ -925 & \\ \hline 075 & \end{array}$$

2.) Extrair a raiz quadrada de 7 até centésimos.



29

29

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{7,00.00} & 2,64 \\ -4 & \\ \hline 300 & 46 \times 6 = 276 \\ -276 & \\ \hline 02400 & 524 \times 4 = 2096 \\ -2096 & \\ \hline 0304 & \end{array}$$

3.) Qual é a raiz quadrada de 0,242?

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{0,2420} & 0,49 \\ -16 & \\ \hline 0820 & 89 \times 9 = 801 \\ -801 & \\ \hline 019 & \end{array}$$

4.)

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{0,0484} & 0,22 \\ -4 & \\ \hline 084 & 42 \times 2 = 84 \\ -84 & \\ \hline 0 & \end{array}$$



$$5) \begin{array}{r|l} \sqrt{16,81} & 4,1 \\ -16 & \\ \hline 081 & 81 \times 1 = 81 \\ -81 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$6) \begin{array}{r|l} \sqrt{49,8436} & 7,06 \\ -49 & \\ \hline 08436 & 1406 \times 6 = 8436 \\ -8436 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$7) \begin{array}{r|l} \sqrt{4225} & 65 \\ 4356 & 66 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{42,25} & 6,5 \\ -36 & \\ \hline 0625 & 125 \times 5 = 625 \\ -625 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{43,56} & 6,6 \\ -36 & \\ \hline 0756 & 126 \times 6 = 756 \\ -756 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ 66 \end{array}$$

30

$$8) \begin{array}{r|l} \sqrt{7744} & 88 \\ -64 & \\ \hline 1344 & 168 \times 8 = 1344 \\ -1344 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$9) \begin{array}{r|l} \sqrt{169} & 13 \\ -1 & \\ \hline 069 & 23 \times 3 = 69 \\ -69 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$10) \begin{array}{r|l} \sqrt{1332,25} & 36,5 \\ -9 & \\ \hline 0432 & 66 \times 6 = 396 \\ -396 & \\ \hline 03625 & 725 \times 5 = 3625 \\ 3625 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

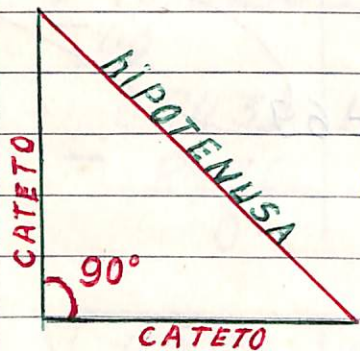
$$11) \begin{array}{r|l} \sqrt{257049} & 507 \\ -25 & \\ \hline 07049 & 1007 \times 7 = 7049 \\ -7049 & \\ \hline 0 & \end{array}$$



São Paulo, 29 de maio de 1970

ASSUNTO Para a Quinta Nota:

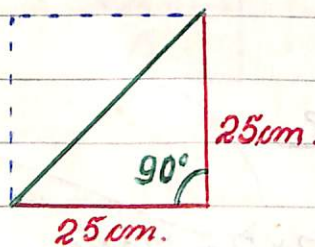
- 1) O triângulo retângulo.
- 2) Teorema de Pitágoras.



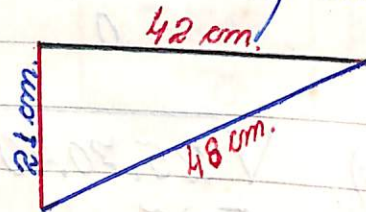
Triângulo retângulo é aquele que tem um ângulo reto ( $90^\circ$ ). Os 2 lados que formam o ângulo reto chamam-se catetos e o outro lado tem o nome de hipotenusa.

O triângulo retângulo pode ser:

ISÓSCELES  
(2 catetos iguais)

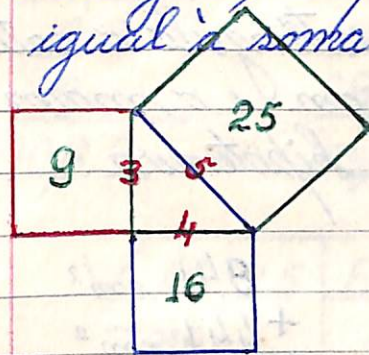


OU ESCALENO  
(3 lados diferentes)



31

Teorema de Pitágoras: Num triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.



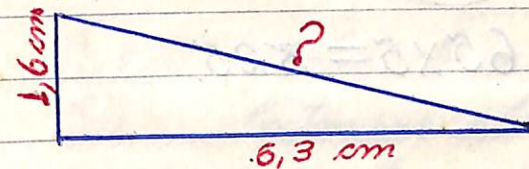
$$5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$25 = 9 + 16$$

$$25 = 25$$

Aplicação do teorema

- 1) Calcular o comprimento da hipotenusa na figura abaixo.



1,6 cm	6,3 cm	
x 1,6 cm	x 6,3 cm	
96	189	
16	378	
<u>2,56 cm<sup>2</sup></u>	<u>39,69 cm<sup>2</sup></u>	

39,69 cm <sup>2</sup>	+ 2,56 cm <sup>2</sup>	42,25 cm <sup>2</sup>	√ 42,25	6,5 cm.
			- 36	
			06 2.5	125 x 5 = 625
			- 625	
			0	



*Exercícios:*

19) Num triângulo retângulo o cateto menor mede 21 cm. e o maior 29 cm. Calcular a hipotenusa.

21 cm	29 cm	841 cm <sup>2</sup>
x 21 cm	x 29 cm	+ 441 cm <sup>2</sup>
21	261	1282 cm <sup>2</sup>
42	58	
441 cm <sup>2</sup>	841 cm <sup>2</sup>	

$\sqrt{1.282}$	35 cm.
- 9	
038.2	65 x 5 = 325
- 325	
057	

29) Uma escada está inclinada sobre um muro. O muro tem 3,3 m. de altura. A base da escada acha-se afastada 5,6 m. do muro. Calcular o comprimento da escada.

32

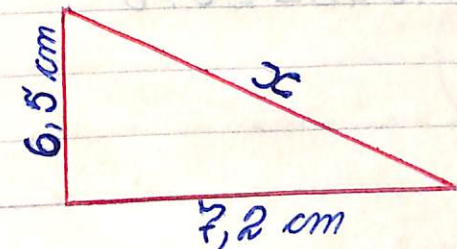
3,3 m.	5,6 m	31,36 m <sup>2</sup>
x 3,3 m.	x 5,6 m	+ 10,89 m <sup>2</sup>
99	336	42,25 m <sup>2</sup>
99	280	
10,89 m <sup>2</sup>	31,36 m <sup>2</sup>	

$\sqrt{42,25}$	6,5 m.
- 36	
625	125 x 5 = 625
- 625	
0	

São Paulo, 2 de junho de 1970.

Escolher o valor de  $x$  nas figuras abaixo:  
 Obs. → Continuar até décimo a raiz que não der exata.

19)



6,5 cm	7,2 cm
x 6,5 cm	x 7,2 cm
325	144
390	504
42,25 cm <sup>2</sup>	51,84 cm <sup>2</sup>

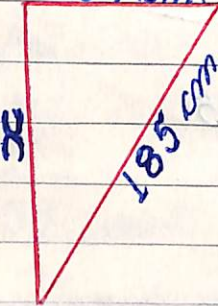


$$\begin{array}{r}
 5184 \text{ cm}^2 \\
 + 42,25 \text{ cm}^2 \\
 \hline
 94,09 \text{ cm}^2
 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{94,09} & 9,7 \text{ cm.} \\
 \hline
 & - 81 \\
 & 1309 \\
 & - 1309 \\
 & 0
 \end{array}$$
  

$$187 \times 7 = 1309$$

2)



$$\begin{array}{r}
 57 \text{ cm} \\
 \times 57 \text{ cm} \\
 \hline
 399 \\
 285 \\
 \hline
 3249 \text{ cm}^2
 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{r}
 185 \text{ cm} \\
 \times 185 \text{ cm} \\
 \hline
 925 \\
 1480 \\
 \hline
 34225 \text{ cm}^2
 \end{array}$$

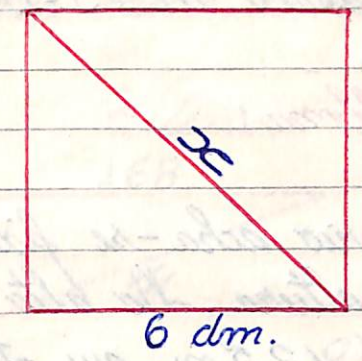
$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{30.976} & 176 \text{ cm.} \\
 \hline
 & - 1 \\
 & 209 \\
 & - 189 \\
 & 02076 \\
 & - 2076 \\
 & 0
 \end{array}$$
  

$$27 \times 7 = 189$$
  

$$346 \times 6 = 2076$$

33

39)

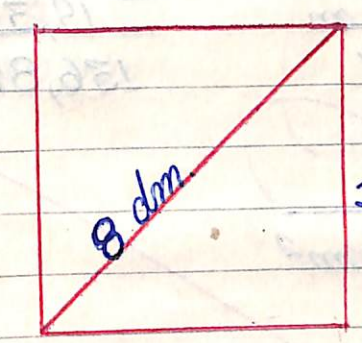


$$\begin{array}{r}
 6 \text{ dm} \quad 36 \text{ dm}^2 \\
 \times 6 \text{ dm} + 36 \text{ dm}^2 \\
 \hline
 36 \text{ dm}^2 \quad 72 \text{ dm}^2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{72,00} & 8,4 \text{ dm.} \\
 \hline
 & - 64 \\
 & 0800 \\
 & - 656 \\
 & 144
 \end{array}$$
  

$$164 \times 4 = 656$$

49)



$$\begin{array}{r}
 8 \text{ dm} \quad 64 \text{ dm}^2 \\
 \times 8 \text{ dm} \quad 04 \text{ dm}^2 \\
 \hline
 64 \text{ dm}^2 \quad 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{32,00} & 5,6 \text{ dm.} \\
 \hline
 & - 25 \\
 & 700 \\
 & - 636 \\
 & 064
 \end{array}$$
  

$$106,6 = 636$$



São Paulo, 4 de junho de 1970.

Problema:

19) A beira de um rio acha-se fixado um poste de 4,4m de altura. Do alto do poste sai uma corda de 12,5m. que atinge a outra margem do rio. Calcular a largura do rio.

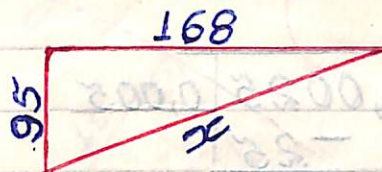
$$\begin{array}{r}
 4,4 \text{ m} \quad 12,5 \text{ m} \quad 156,25 \text{ m}^2 \\
 \times 4,4 \text{ m} \quad \times 12,5 \text{ m} \quad - 19,36 \text{ m}^2 \\
 \hline
 176 \quad 625 \quad 136,89 \text{ m}^2 \\
 176 \quad 250 \\
 \hline
 19,36 \text{ m}^2 \quad 125 \\
 \hline
 156,25 \text{ m}^2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{136,89} & 11,7 \text{ m.} \\
 036 & \\
 - 21 & 21 \times 1 = 21 \\
 \hline
 158,9 & \\
 - 158,9 & 227 \times 7 = 1589 \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

34

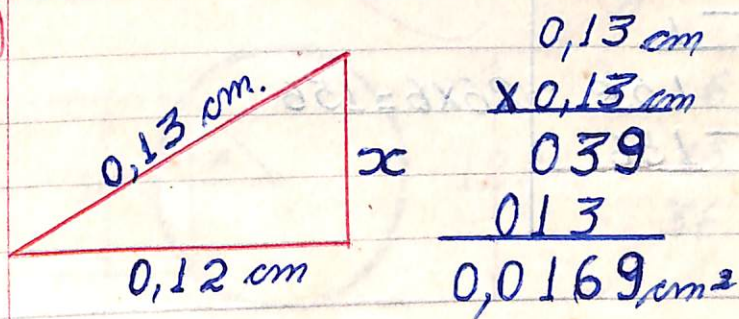
São Paulo, 6 de junho de 1970.

Últimos dias de Pitágoras



$$\begin{array}{r}
 95 \quad 28224 \\
 \times 95 \\
 \hline
 475 \quad + 9025 \\
 1344 \quad 37249 \\
 \hline
 1008 \quad 9025 \quad \sqrt{37249} \quad 193 \\
 168 \quad - 1 \\
 \hline
 28224 \quad 272 \quad 29 \times 9 = 261 \\
 \quad - 261 \\
 \quad \quad 114,9 \quad 383 \times 3 = \\
 \quad - 1149 \quad 1149 \\
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

20)

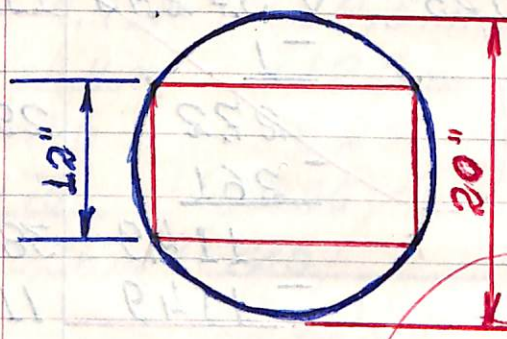




$$\begin{array}{r}
 0,12 \text{ cm} \\
 \times 0,12 \text{ cm} \\
 \hline
 024 \\
 012 \\
 \hline
 0,0144 \text{ cm}^2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 0,0169 \text{ cm}^2 \\
 - 0,0144 \text{ cm}^2 \\
 \hline
 0,0025 \text{ cm}^2 \\
 \sqrt{0,0025} \quad 0,005 \\
 \underline{-25} \\
 0 \quad 5 \times 5 = 25
 \end{array}$$

8-6-70 1º) Quanto mede a base do retângulo?

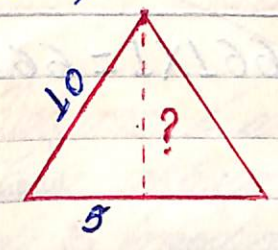


$$\begin{array}{r}
 20 \quad 12 \\
 \times 20 \quad \times 12 \\
 \hline
 400 \quad 24 \\
 \hline
 12 \\
 \hline
 400 \quad 144 \\
 \underline{-144} \\
 256
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{2.56} \quad 16'' \\
 \underline{-1} \\
 156 \\
 \underline{-156} \\
 26 \times 6 = 156
 \end{array}$$

35  
2º)

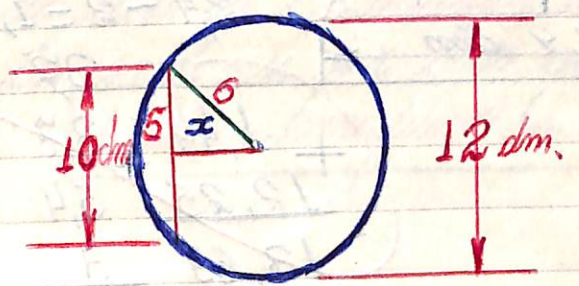
Calcular até centésimos a altura de um triângulo equilátero (3 lados iguais) cujo perímetro mede 30 cm.



$$\begin{array}{r}
 30 \overline{) 3} \quad 100 \\
 0 \quad 10 \\
 \hline
 10 \times 10 = 100 \\
 5 \times 5 = 25
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{75,00,00} \quad 8,66 \\
 \underline{-64} \\
 1100 \\
 \underline{-996} \\
 10400 \\
 \underline{-10356} \\
 44
 \end{array}$$

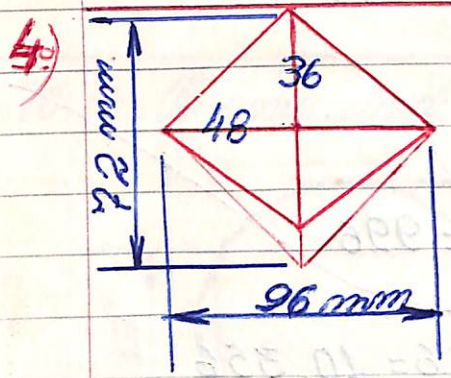
3º) achar o valor de x (raiz até centésimos)



$$\begin{array}{r}
 6 \quad 5 \\
 \times 6 \quad \times 5 \\
 \hline
 36 \quad 25
 \end{array}$$

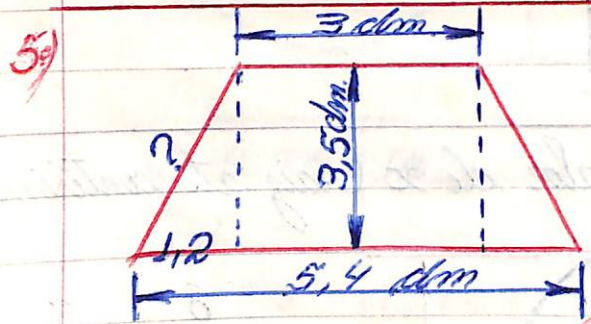


36	$\sqrt{11,00.00}$	3,31
- 25	9	
11	200	<del>63x3 = 189</del>
	189	
	1100	<del>661x1 = 661</del>
	661	
	439	



4) Calcular o perímetro das figuras abaixo.

1296	$\sqrt{3.600}$	60
+ 2304		x4
3600		240



5,4	
- 3	
2,4	$\div 2 = 1,2$
	3,7
+ 1,44	+ 3,7
12,25	5,4
13,69	3
	15,8

São Paulo, 18 de junho de 1970.

Assunto para a próxima prova  
Medidas de volume

Volume é o espaço ocupado por um corpo. Esse espaço é medido pela multiplicação de 3 medidas: comprimento, largura e altura.

Medimos o volume por meio de metro cúbico ( $m^3$ ) decímetro cúbico ( $dm^3$ )  $cm^3$ ,  $mm^3$ , etc...

Estas medidas variam de 1.000 em 1.000 (de 3 em 3 casas):

$1 m^3 = 1.000 dm^3$ ,  $1 dm^3 = 1.000 cm^3$ ,  $1 cm^3 = 1.000 mm^3$  etc...

O volume de latas, tambores, reservatórios, caixas etc, é medido geralmente por meio do litro ou l. (medida de capacidade), tomando-se por base que:

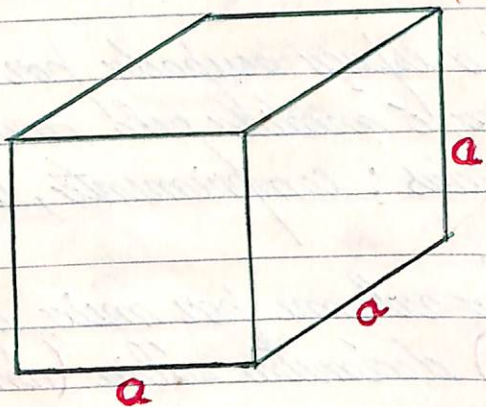
$1 \text{ litro corresponde a } 1 dm^3$



Fórmulas para o cálculo de volume  
Problemas resolvidos:

1º) Cubo

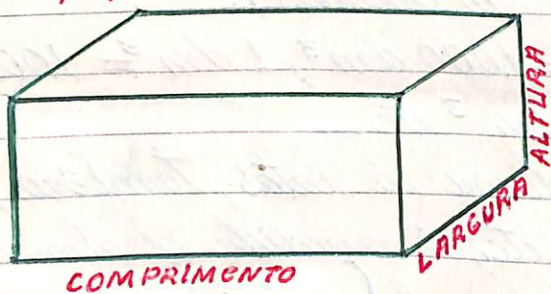
obs - a quer dizer aresta.



$$V = a \times a \times a$$

OU  
 $a^3$

2º) Paralelepípedo



$$V = \text{comp.} \times \text{larg.} \times \text{alt.}$$

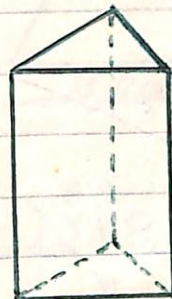
OU

$$V = \text{Área da base} \times \text{altura}$$

37

3º)

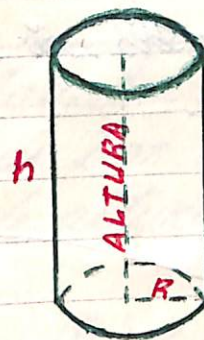
Volume de prisma.  
Prisma triangular:



$$V = \text{área da base} \times \text{altura.}$$

4º)

Cilindro



$$V = \text{área da base} \times \text{altura}$$

OU

$$V = R^2 \times \pi \times h$$

São Paulo, 22 de junho de 1970

Problemas - Exemplos:

1º)

Calcular o volume de um cubo sabendo que a soma de suas arestas é de 25,2 cm.



$$\begin{array}{r} 25,2 \text{ l} \\ 012 \quad 2,1 \text{ cm} \\ 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2,1 \text{ cm} \\ \times 2,1 \text{ cm} \\ 21 \\ 42 \\ \hline 441 \\ 882 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4,4 \text{ l cm}^2 \\ \times 2,1 \text{ cm} \\ 441 \\ 882 \\ \hline \end{array}$$

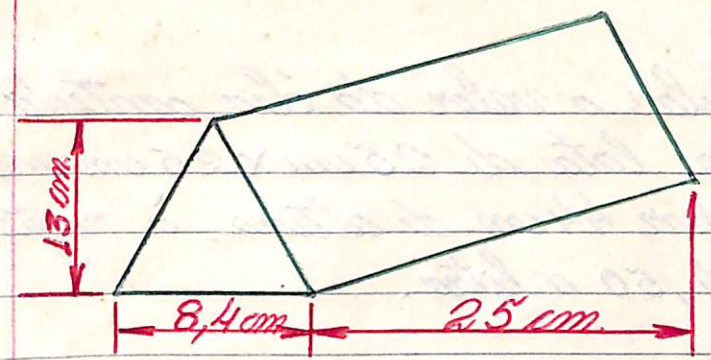
$$V = 9,261 \text{ cm}^3$$

2º) Calcular, em litros, a capacidade de uma caixa cujas dimensões são:  
 comprimento : 1,50 m.  
 largura : 0,85 m.  
 altura : 0,60 m.

$$\begin{array}{r} 1,50 \text{ m} \\ \times 0,6 \text{ m} \\ \hline 0,900 \text{ m}^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,85 \text{ m} \\ \times 0,9 \text{ m} \\ \hline 0,765 \text{ m}^2 \end{array}$$

$$0,900 \text{ m}^2 \times 0,765 \text{ m}^2 = 765 \text{ L}$$

3º) Calcular o volume deste prisma:



$$\begin{array}{r} 6,5 \\ \times 8,4 \\ \hline 260 \\ 520 \\ \hline 54,60 \text{ cm}^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6,5 \text{ cm} \\ \times 8,4 \text{ cm} \\ \hline 260 \\ 520 \\ \hline 54,60 \text{ cm}^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 54,60 \text{ cm}^2 \\ \times 25 \text{ cm} \\ \hline 2730 \\ 1092 \\ \hline 1365,0 \text{ cm}^3 \end{array}$$

4º) Calcular o volume de um cilindro que tem 18 mm. de diâmetro e 18 mm. de altura.

$$\begin{array}{r} 18 \div 2 = 9 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3,14 \text{ mm} \\ \times 81 \text{ mm} \\ \hline 314 \\ 2512 \\ \hline 254,34 \text{ mm}^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 254,34 \text{ mm}^2 \\ \times 18 \text{ mm} \\ \hline 2034,72 \\ 2543,4 \\ \hline 4578,12 \text{ mm}^3 \end{array}$$



59) Calcular o valor do óleo contido numa lata de  $25\text{ cm} \times 25\text{ cm}$  na base por  $44\text{ cm}$  de altura, à razão de  $\text{cr}\$ 4,50$  o litro.

$$25 \times 25 = 625\text{ cm}^2$$

$$\times 44\text{ cm}$$

$$2500$$

$$2500$$

$$22,500\text{ cm}^3 = 22,500\text{ l.}$$

$$22,5$$

$$\underline{4,50}$$

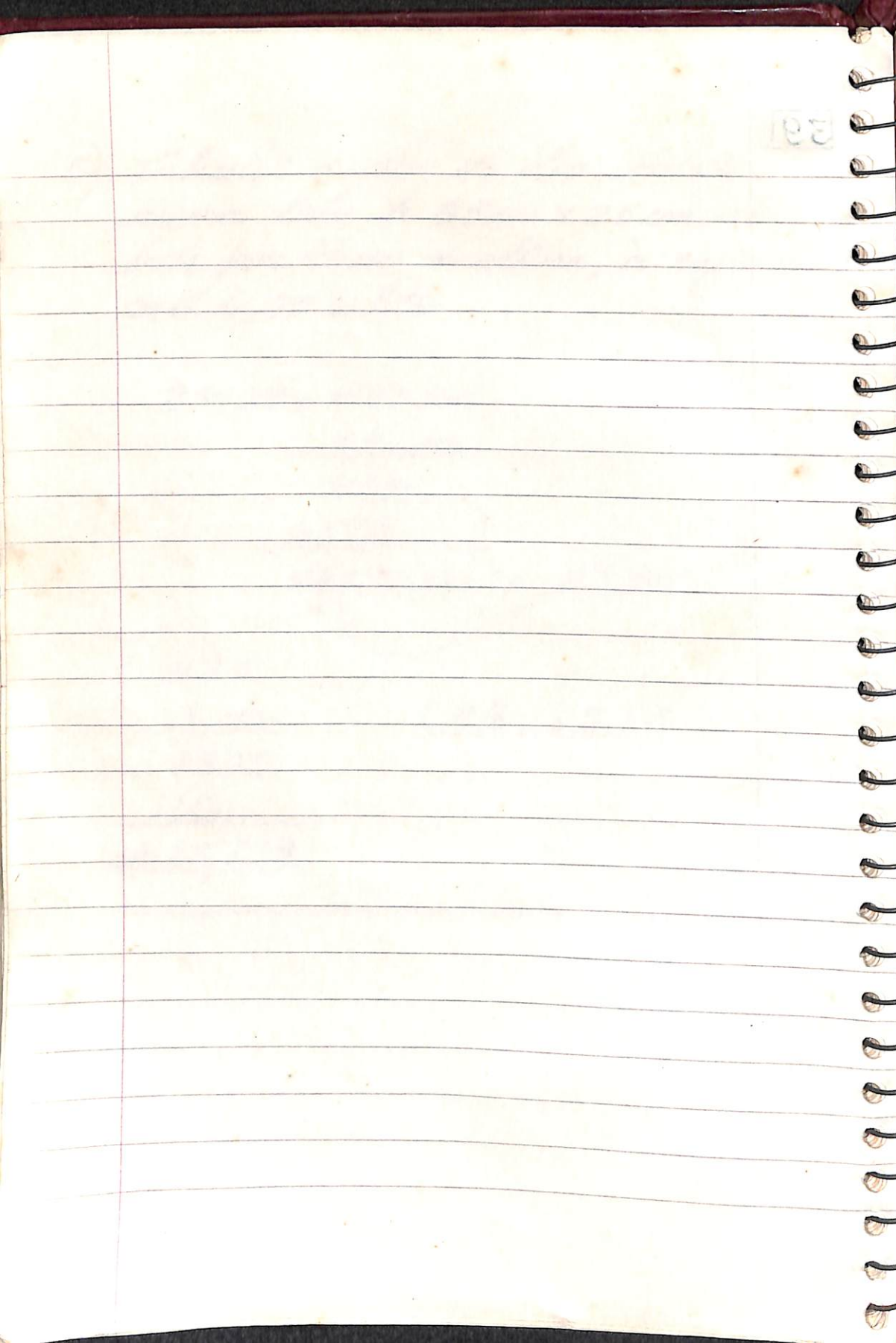
$$1375$$

$$\underline{1100}$$

$$\text{CR}\$ 123,75$$

$$\underline{\text{CR}\$ 123,75}$$





29

