

$$j = \frac{cit}{1200} = \frac{1800 \times 10 \times 29}{1200}$$

Effectuando-se as operações indicadas, tem-se:

$$j = \frac{522000}{1200} = 435$$

Donde 435 será a solução do problema.

$$j = \frac{cit}{36000} = \frac{4800 \times 5 \times 132}{36000}$$

Effectuando-se as operações indicadas, encontra-se:

$$j = \frac{316800}{36000} = 88$$

Donde 88 será a solução do problema.

PROBLEMAS

262—Qual o rendimento de 6:000\$ a 5 o/o ao anno em 2 annos e 3 mezes?—Resp. 675\$000.

263—Qual o rendimento de 10.000 francos a 6 o/o ao anno, em 7 mezes?—Resp. 350 francos.

264—Qual o rendimento de 900\$ a 12 o/o ao anno, em 5 annos, 8 mezes e 7 dias?—Resp. 614\$100,

265—Qual o capital que em 1 mez e 10 dias a 5 o/o ao anno renderá 40\$000?—Resp. 7:200\$.

266—Com que taxa annual 72:000\$ renderá 7:300\$ em 1 anno e 5 dias?—Resp. 10 o/o.

267—Quanto renderá 500\$ a 6 o/o ao anno, durante o tempo de 3 annos, 5 mezes e 9 dias?—Resp. 103\$250.

268—Qual será o capital que renderá, em 15 dias, 3\$000, com a taxa de 10 o/o ao anno?—Resp. 720\$000.

FORMULAS GERAES

Tempo — annos

$$j = \frac{cit}{100}$$

$$e = \frac{100j}{it}$$

$$t = \frac{100j}{ci}$$

$$i = \frac{100j}{ct}$$

Tempo — mezes

$$j = \frac{cit}{1200}$$

$$c = \frac{1200j}{it}$$

$$t = \frac{1200j}{ci}$$

$$i = \frac{1200j}{ct}$$

Tempo — dias

$$j = \frac{cit}{36000}$$

$$c = \frac{36000j}{it}$$

$$t = \frac{36000j}{ci}$$

$$i = \frac{36000j}{ct}$$

A regra de juros simples pode tambem ser resolvida pelos *divisores fixos*, methodo extremamente pratico, muito uzado no commercio e que passamos a explicar.

Resolução de regra de juros pelos divisores fixos

Divisores fixos são os numeros obtidos pela multiplicação do numero de dias do anno (360 ou 365) por 100 e o producto dividido pela taxa respectiva.

Assim o *divisor fixo* de 12 o/o será

$$\text{Com o anno commercial} \quad \frac{360 \times 100}{12} = 3000$$

$$\text{Com o anno civil} \quad \frac{365 \times 100}{12} = 3041$$

Deste modo todas as taxas tem os seus divisores fixos, alguns dos quaes são encontrados na pequena tabella a seguir:

DIVISORES FIXOS

TAXAS	DIVISORES FIXOS		TAXAS	DIVISORES FIXOS		TAXAS	DIVISORES FIXOS	
	Anno de 360 dias	Anno de 365 dias		Anno de 360 dias	Anno de 365 dias		Anno de 360 dias	Anno de 365 dias
						9	4000	4055
1	36000	36500	5	7200	7300	9 1/4	3892	3946
1 1/4	28800	29200	5 1/4	6857	6952	9 1/2	3789	3842
1 1/2	24000	24334	5 1/2	6545	6636	9 3/4	3692	3743
1 3/4	20271	20857	5 3/4	6260	6348	10	3600	3650
2	18000	18250	6	6000	6083	10 1/4	3512	3561
2 1/4	16000	16222	6 1/4	5760	5840	10 1/2	3429	3476
2 1/2	14400	14600	6 1/2	5538	5615	10 3/4	3349	3395
2 3/4	13091	13273	6 3/4	5333	5407	11	3273	3318
3	12000	12167	7	5143	5214	11 1/4	3200	3244
3 1/4	11077	11231	7 1/4	4966	5034	11 1/2	3130	3174
3 1/2	10286	10428	7 1/2	4800	4866	11 3/4	3064	3106
3 3/4	9600	9733	7 3/4	4645	4709	12	3000	3041
4	9000	9125	8	4500	4562	12 1/4	2939	2979
4 1/4	8471	8588	8 1/4	4364	4424	12 1/2	2880	2920
4 1/2	8000	8111	8 1/2	4235	4294	12 3/4	2824	2863
4 3/4	7579	7684	8 3/4	4171	4114			

Para se resolver um problema de juros simples pelos *divisores fixos* observa-se a seguinte:

REGRA— Multiplica-se o capital pelo numero de dias do problema e o resultado divide-se pelo divisor fixo da taxa respectiva.

EXEMPLOS

ANNO COMMERCIAL

Qual o juro de 500\$000 em 80 dias a 5 o/o ao anno?

Multiplicando-se o capital 500\$ pelo numeros de dias 80, acha-se

$$500000 \times 80 = 40000000$$

Dividindo-se o resultado pelo divisor fixo da taxa 5, resultará

$$4000000 \div 7200 = 5555$$

Sendo 5\$555 réis os juros procurados.

ANNO CIVIL

Qual o juro de 500\$000 em 80 dias de 5 o/o ao anno?

Multiplicando-se o capital 500\$ por 80, acha-se

$$500000 \times 80 = 40000000$$

Dividindo-se o resultado por 7300 que é o divisor fixo de 5 %, resultará

$$50000000 \div 7300 = 5480$$

Sendo 5\$480 os juros procurados

PROBLEMAS

269—Qual o juro de 850\$000 em 280 dias a 5 o/o ao anno?—Resp. 330\$557.

270—Qual o juro de 1:300\$000 em 58 dias a 6 o/o ao anno?—Resp. 125\$666.

271—Qual o juro de 900\$000 em 65 dias a 8 o/o ao anno?—Resp. 13\$000.

272—Qual o juro de 2:000\$000 em 40 dias a 5 1/2 o/o ao anno?—Resp. 12\$666.

273—Qual o juro 500\$000 em 100 dias a 6 1/4 o/o ao anno?—Resp. 8\$680.

274—Qual o juro de 356\$000 a 5 3/4 o/o ao anno em 75 dias?—Resp. 426 réis.

275—Qual o juro de 900\$000 a 8 o/o ao anno em 50 dias?—Resp. 10\$000.

Juros compostos

A regra de **Juros compostos** tem por fim calcular o rendimento de uma quantia que de prazo a prazo vae sendo adicionada com os juros vencidos para vencerem novos juros.

Os elementos de uma *regra de juros compostos* são: *capital primitivo, capital accumulado, taxa, prazo e tempo.*

Capital primitivo é a quantia emprestada ou posta a juros compostos.

Capital accumulado é a somma do capital primitivo com os respectivos juros vencidos e capitalizados.

Taxa—É o rendimento do capital 100 em cada prazo.

Prazo—É o tempo marcado para serem contados os juros e adicionados ao capital para vencerem juntos novos juros no prazo seguinte.

Tempo—É a somma de todos os prazos.

Em regra geral os calculos de *juros compostos* são muito prolongados e complicados e somente com auxilio dos logarithmos ou da Algebra se os poderá resolver com mais precisão e facilidade; deixamos, por isso, para sermos mais minuciosos a tal respeito depois de feito os estudos sobre Logarithmos.

Para melhor comprehensão do que sejam *juros compostos* passamos a dar um pequeno exemplo que poderá com facilidade, ser resolvido por calculos successivos de *juros simples*.

EXEMPLO

Quanto produzirá 1:000\$000 a juros accumulados de anno a anno em 3 annos a 5o/o?

Tomando-se o capital primitivo tem-se.....	1:000\$000
Procurando-se no fim do primeiro anno os juros simples de 1:000\$000 a 5 o/o, achar-se-á....	50\$000
Que adicionados ao capital primitivo produzirá.....	1:050\$000
Procurando-se, no fim do segundo anno o juro do novo capital 1:050\$000 a 5% achar-se-á.....	52\$500
Que adicionados ao capital 1:050\$000 produzirá no fim do segundo anno.....	1:102\$500
Procurando-se finalmente os juros simples de 1:102\$000 no fim do terceiro anno a 5% achar-se-á.....	55\$125
Que adicionados ao capital 1:102\$000 resultará.....	1:657\$125

Sendo 1:157\$625 o capital accumulado no fim do tempo 3 annos. Se deste capital accumulado subtrahirmos o capital primitivo 1:000\$000 apparecerão os juros compostos 157\$625.

PROBLEMAS

276—Qual será o capital accumulado de 3:000\$000 a juros compostos de anno a anno a 5 o/o em 4 annos?—Resp. 3:646\$518

277—Qual será o capital accumulado de 500\$ a juros compostos de anno a anno a 10 % em 3 annos?—Resp. 665\$500

278—Quanto se receberá por um emprestimo de 1:200\$ a juros accumulados de anno a anno a 10 % em 5 annos?—Resp. 1:932\$612.

Regra de porcentagem

Porcentagem é a regra que tem por fim abater, de outra uma determinada quantidade.

A **base** da porcentagem é o numero 100; para de cada 100 se tirar ou reunir alguma quantidade. Assim, 6 por cento, quer dizer: 6 de cada 100; 8 por cento, quer dizer: 8 de cada 100, e assim por diante.

O signal que caracteriza a porcentagem é % que se lê: *por cento*

Assim 5 % quer dizer: 5 por cento
7 % — — — 7 — —

Os elementos para os calculos de porcentagem, são: *Principal Taxa e Porcentagem.*

Principal é a quantidade da qual se tem de retirar a porcentagem.

Porcentagem é a quantidade que se tem de retirar do principal.

Taxa E' a quantidade que se tem de retirar de cada 100.

Os calculos de porcentagem dividem-se em 3 casos.

- 1.º—Dados o principal e a taxa, achar-se a porcentagem.
- 2.º—Dadas as porcentagem e a taxa, achar-se o principal.
- 3.º—Dados o principal e a porcentagem, achar-se a taxa.

A regra de porcentagem não é mais que uma facil applicação da regra de juros simples com uma unica differença: na regra de juros o *tempo* é *variado* ao passo que na regra de porcentagem o tempo é sempre 1.

Os problemas de porcentagens podem ser resolvidos por uma *regra de tres simples, por meio das formulas respectivas, praticamente* ou pelas equações algebraicas conforme os estudos já feitos.

RESOLUÇÃO DA PORCENTAGEM PELA REGRA DE TRES SIMPLES

EXEMPLO

Qual a porcentagem de 6 o/o sobre 240\$000.

Dando ao problema a forma de uma regra de 3 simples, teremos:...

Se de 100 tira-se 6
De 240000 se tirará x

Sendo a regra directa, armaremos a respectiva proporção, e virá:...

$$100 : 240000 :: 6 : x$$

Sendo x um extremo desconhecido, o seu valor será:.....

$$x = \frac{240000 \times 6}{100} = 14400$$

Sendo 14\$400 a porcentagem procurada..

Do mesmo modo procede-se para encontrar-se o principal e a taxa.

PROBLEMAS

279—Qual a porcentagem de 3 o/o sobre 500\$000?—Resp. 15\$000.

280—Qual a porcentagem de 5 o/o sobre 1:200\$000?—Resp. 60\$000.

281—De que importancia 8 o/o é igual a 76\$000?—Resp. 950\$000.

282—De quantas maçãs, 6 o/o é igual a 24?—Resp. 400.

283—Qual a taxa para 500\$000 dar 30\$000 de porcentagem?—Resp. 6 o/o.

284—Qual a taxa para 850 lapis dar 68 de porcentagem?—Resp. 8 o/o.

RESOLUÇÃO DA PORCENTAGEM POR MEIO DAS FORMULAS

Da mesma forma que deduzimos formulas para resolver os problemas de juros simples, tambem podemos deduzir as de porcentagem do seguinte modo:

- Representado por **q** a quantidade que indica o principal.
- — **p** a porcentagem produzida pelo principal.
- — **i** a taxa que indica a percent, sobre 100

formaremos com estes elementos a seguinte Regra de 3 simples:

Se a base 100 dá a porcentagem **i**
a quantidade **q** dará a — **p**

Sendo a regra directa, e determinando a respectiva proporção, teremos..... $100 : q :: i : p$

Sendo **p** um extremo, o seu valor será assim indicado..... $p = \frac{i q}{100}$

Sendo **i** um meio, o seu valor será..... $i = \frac{100 p}{q}$

Sendo **q**, tambem, um meio, seu valor será $q = \frac{100 p}{i}$

resultando d'ahi as seguintes formulas da Regra de porcentagem.

Para achar-se a porcentagem.. $p = \frac{i q}{100}$

— — a taxa..... $i = \frac{100 p}{q}$

— — o principal..... $q = \frac{100 p}{i}$

Para se resolver qualquer problema de porcentagem pela applicação das formulas, procede-se como na regra de juros simples substituindo-se nas formulas cada letra pelo seu respectivo valor no problema e praticando-se, depois as operações indicadas. O resultado final será a solução procurada.

EXEMPLO

ACHAR A PORCENTAGEM

Qual a porcentagem de 240\$ a 6%?
Applicando a formula teremos

$$p = \frac{i q}{100}$$

Substituindo cada letra pelo seu respectivo valor virá:

$$p = \frac{6 \times 240000}{100} \text{ ou } p = 14400$$

Sendo 14\$400 a solução procurada.

ACHAR A TAXA

Com que taxa 240\$000 dá 14\$400 de porcentagem.
Applicando a formula teremos:

$$i = \frac{100 p}{q}$$

Substituindo cada letra pelo seu respectivo valor virá:

$$i = \frac{14400 \times 100}{240000} \text{ ou } i = 6$$

Sendo 6 a solução procurada.

PROBLEMAS

285—Qual a porcentagem de 3 o/o sobre 650 laranjas?—
Resp. 52.

286—Qual a porcentagem de 15 o/o sobre 800 laranjas?—
Resp. 120.

287—Com que taxa 920\$000 dará 59\$800 de porcentagem?
—Resp. 6 1/2 o/o.

288—Com que taxa 112 é porcentagem de 1600 homens?—
Resp. 7 o/o.

289—De que quantia 5 o/o é igual a 50\$000?—Resp. 1.000\$

290—De quantas laranjas 3 o/o é igual a 36?—Resp. 1.200.

RESOLVER PRATICAMENTE A REGRA DE PORCENTAGEM

Para se resolver praticamente qualquer problema de porcentagem observam-se as seguintes regras:

Para se achar a porcentagem } Multiplica-se o principal pela taxa e o producto divide-se por 100.

Para se achar o principal } Multiplica-se a porcentagem por 100 e o producto divide-se pela taxa.

Para se achar a taxa } Multiplica-se a porcentagem por 100 e divide-se o producto pelo principal.

PROBLEMAS

291—Qual a porcentagem de 5 o/o sobre 400\$?—Resp. 20\$.

292—Qual a porcentagem de 6 o/o sobre 800 carneiros?—Resp. 48.

293—De que importancia 7 o/o é igual a 21\$?—Resp. 300\$.

294—De que importancia 6 o/o é igual a 48\$?—Resp. 800\$.

295—Qual a taxa para 950 maçãs dar 190 de porcentagem?—Resp. 20 o/o

296—Com que taxa 1:200\$000 dará 72\$000 de porcentagem?—Resp. 6 o/o.

Na regra de porcentagem ha ainda um caso especial, cuja resolução se affasta das regras já estudadas,

CASO ESPECIAL

O principal reunido com a porcentagem em uma só quantidade

Para achar-se o principal quando este vem reunido á porcentagem, formando uma só quantidade, observa-se a seguinte:

REGRA—Multiplica-se por 100 a quantidade que indica a somma do principal com a porcentagem e divide-se o producto por 100 mais a taxa.

EXEMPLO

Comprei uma casa e tornei a vendel-a por 2:300\$000 ganhando 15 o/o no negocio. Por quanto comprei a casa?

De occordo com a regra, teremos a seguinte formula.....

$$\text{principal} = \frac{\text{somma} \times 100}{100 + i}$$

Substituindo-se, na formula, as indicações pelos seus respectivos valores, teremos:

$$\text{Principal} = \frac{2300000 \times 100}{115} = \frac{230000000}{115} = 2000000.$$

Sendo então 2:000\$000 a importancia da compra da casa.

PROBLEMAS

297—Paguei na Intendencia 172\$500 de meus impostos, com mais 15 o/o de multa. Quanto é o imposto?—Resp. 150\$000.

298—Comprei um automovel, e vendi-o logo por 6:500\$000, ganhando no negocio 25%. Por quanto comprei o automovel?—Resp. 5:200\$000.

299 Paulo liquidou o seu negocio com Luiz, recebendo 19:500\$ correspondente a seu capital mais 30 % dos lucros. Quanto era o capital de Paulo?—Resp. 15:000\$000.

Quando na regra de porcentagem a taxa fôr uma fracção ou um numero mixto, proceder-se-á conforme as regras destes numeros

EXEMPLO

Qual a porcentagem de 5 $\frac{1}{2}$ o/o sobre 500\$000?

Applicando a formula teremos..

$$p = \frac{500000 \times 5 \frac{1}{2}}{100}$$

Convertendo o numero mixto 5 $\frac{1}{2}$ em fracção ordinaria, acharemos.....

$$p = \frac{500000 \times \frac{11}{2}}{100}$$

Multiplicando 500000 pelo numerador 11, e effectuando as operações indicadas, virá:

$$p = \frac{5500000}{100} = \frac{2750000}{100} = 27500$$

Sendo 27\$500 a porcentagem procurada.

PROBLEMAS

300—Qual é a porcentagem de 600\$000 a 3 ¼ o/o?—Resp. 19\$500

301—Qual é a porcentagem correspondente a 6 ½ o/o sobre 800\$000? Resp. 52\$000.

302—Qual a importancia que a 5 ¾ o/o dá a porcentagem de 63\$250?—Resp. 1:100\$000.

303—Qual a importancia que a 7 ¼ o/o dá a porcentagem de 87\$000—Resp. 1:200\$000.

Comissões

Comissão e quantia que se retira de uma outra quantia para pagamento de um negocio, feito por conta de outra pessoa.

Os calculos de comissões são praticados de formas idênticas aos calculos de porcentagem, podendo-se usar das mesmas fórmulas trocando-se, unicamente, o nome de porcentagem pelo de comissão.

FORMULAS

DE PORCENTAGEM

$$\text{Porcentagem} = \frac{\text{Principal} \times \text{taxa}}{100}$$

$$\text{Principal} = \frac{\text{porcentagem} \times 100}{\text{taxa}}$$

$$\text{Taxa} = \frac{\text{porcentagem} \times 100}{\text{Principal}}$$

DE COMISSÃO

$$\text{Comissão} = \frac{\text{Principal} \times \text{taxa}}{100}$$

$$\text{Principal} = \frac{\text{comissão} \times 100}{\text{taxa}}$$

$$\text{Taxa} = \frac{\text{comissão} \times 100}{\text{Principal}}$$

PROBLEMAS

304—Qual a comissão de 5 o/o sobre 1:320\$000?—Resp. 66\$

305—Com que taxa 90\$000 é a comissão sobre 3:000\$000? Resp. 3 o/o.

306—De que quantia 50\$000 é a comissão de 5 o/o?—Resp. 1:000\$000.

307—Em um negocio que fiz, por conta de Pedro, com a comissão a 5 o/o, recebi 33\$000. Qual foi a importancia do negocio?—Resp. 660\$000.

No commercio, o calculo mais commum de comissão, é o feito para encontrar-se o valor total da comissão a pagar ou receber, e, segue-se a seguinte

REGRA—Multiplica-se a importancia total pela taxa e divide-se o producto por 100.

EXEMPLO

Qual a comissão de 4 % sobre 920\$000?
Multiplicando-se a importancia total 920\$000 pela taxa 4, teremos: $920000 \times 4 = 3680000$
Dividindo-se o producto por 100 resultará..... $3680000 \div 100 = 36800$

Sendo 36\$800 a comissão procurada.

PROBLEMAS

308—Qual a comissão de 6 o/o sobre 1:200\$000?—Resp. 72\$000.

309—Qual a comissão de 5 o/o sobre 700\$000?—Resp. 35\$000.

310—Qual a comissão de 6 ¾ o/o sobre 500\$000?—Resp. 33\$750.

311—Qual a comissão de 7 o/o sobre 800\$?—Resp. 56\$000.

312—Qual a comissão de 5 ½ o/o sobre 420\$000?—Resp. 23\$100.

313—Qual a comissão de 4 o/o sobre 850\$?—Resp. 34\$000.

Desconto

Desconto é redução que se faz no valor de uma letra que se deseja pagar antes do vencimento ou o abatimento feito na importancia de uma conta qualquer que se tem de pagar.
Letra é o documento pelo qual uma pessoa se compromette a pagar a outra uma determinada importancia.

A letra tem dois valores: valor nominal e valor actual.

Valor nominal é o valor real da letra representado pela importancia n'ella determinada.

Valor actual é o valor que a letra passa a ter depois de feito o desconto.

Vencimento é o dia determinado na letra para se effectuar o seu pagamento.

A regra de desconto divide-se em duas, com as seguintes denominações: *Desconto por fóra* e *Desconto por dentro*.

Desconto por fóra é o abatimento de uma certa porcentagem, no valor nominal da letra ou da conta a pagar.

Desconto por dentro é o juro simples que o capital actual deveria produzir da data do desconto á data do vencimento.

DESCONTO POR FÓRA

O desconto por fóra, que é o geralmente adoptado no commercio por ser mais simples e expedito, pode ser resolvido pelas proporções, pelas formulas e praticamente.

RESOLUÇÃO DO DESCONTO POR FÓRA
PELAS PROPORÇÕES

A Regra de desconto por fóra para ser resolvida pelas proporções obedece ás mesmas regras já estudadas para a regra de tres composta:

EXEMPLO

ACHAR O DESCONTO POR FÓRA

Qual será o desconto por fóra de 8% a fazer em uma letra de 950\$000 que tenha de ser paga 2 annos antes do vencimento?

Graphando a regra de tres composta teremos:

$$100 - 1 - 8$$

$$950000 - 2 - x$$

Compondo as respectivas proporções e multiplicando-as ordenadamente teremos:

ACHAR A TAXA

Qual será a taxa para uma letra de 950\$000 alcançar o desconto de 152\$000 dois annos antes do vencimento?

Graphando a regra de tres composta teremos:

$$950000 - 2 - 152000$$

$$100 - 1 - x$$

Compondo as respectivas proporções e multiplicando-as ordenadamente teremos:

$$\left. \begin{array}{l} 100 : 950000 \\ 1 : 2 \end{array} \right\} :: 8 : x$$

$$100 : 1900000 :: 8 : x$$

Tirando o valor de x resultará:

$$x = \frac{1900000 \times 8}{100}$$

donde $x = 152000$

sendo 152\$000 o desconto procurado.

$$\left. \begin{array}{l} 950000 : 100 \\ 2 : 1 \end{array} \right\} :: 152000 : x$$

$$1900000 : 100 :: 15200 : x$$

Tirando o valor de x resultará:

$$x = \frac{152000 \times 100}{1900000}$$

donde $x = 8$

sendo 8 o/o taxa procurada.

Do mesmo modo se procederá para encontrar-se o tempo e o valor nominal da letra.

PROBLEMAS

314—Qual será a taxa para descontar-se 108\$000 em uma letra de 1.200\$000 paga 1 anno antes do vencimento?—Resp. 9o/o.

315—Em quantos mezes uma letra de 3.000\$000 alcançou um desconto por fóra de 100\$000 correspondente a 5 o/o ao anno?—Resp. 8 mezes.

316—Qual era o valor nominal de uma letra que em 2 annos obteve o desconto de 81\$600 sendo a taxa 6 o/o?—Resp. 680\$000.

RESOLUÇÃO DO DESCONTO POR FÓRA PELAS FORMULAS

Da mesma forma que deduzimos formulas para as regras de juros simples e porcentagens tambem podemos deduzil-as para a regra de desconto por fóra pelo seguinte modo:

Representando por **N** o capital nominal

— **a** — actual

— **i** a taxa

— **t** o tempo

— **d** o desconto

Grapharemos a regra de tres composta sendo as quantidades representadas pelas respectivas letras, e teremos.....

$$\frac{100 - 1 - i}{N - t - d}$$

Tomando *d* como incognita e compondo as proporções, teremos.....

$$\frac{100 : N}{1 : t} :: i : d$$

que multiplicadas, ordenadamente, virá.....

$$\frac{100 : Nt :: i : d}$$

Tirando desta última proporção o valor de cada uma das letras, resultarão as seguintes formulas:

Para procurar o desconto $d = \frac{Nit}{100}$

o valor nominal $N = \frac{100d}{it}$

a taxa $i = \frac{100d}{Nt}$

o tempo $t = \frac{100d}{Ni}$

o valor actual $a = \frac{N(100-it)}{100}$

Para se resolver, com estas formulas, qualquer problema sobre desconto por fóra substitue-se cada letra das formulas pelo respectivo valor no problema e praticam-se as operações indicadas. O resultado será a solução procurada.

EXEMPLOS

ACHAR O DESCONTO

Qual o desconto por fóra de 6 o/o ao anno que se fará em uma letra de 800\$000 para ser paga 2 annos antes do vencimento?

Empregando a formula teremos:

$$d = \frac{Nit}{100}$$

Substituindo as letras pelos seus respectivos valores, teremos:

ACHAR A TAXA

Qual será a taxa do desconto por fóra para uma letra de 800\$ ter o desconto de 96\$000 dois annos antes do vencimento?

Empregando a formula teremos:

$$i = \frac{100d}{Nt}$$

Substituindo as letras pelos seus respectivos valores, teremos:

$$d = \frac{800000 \times 6 \times 2}{100}$$

Effectuando-se as operações indicadas resultará:

$$d = \frac{9600000}{100} \text{ ou } d = 96000$$

sendo 96\$000 o desconto procurado.

$$i = \frac{100 \times 96000}{800000 \times 2}$$

Effectuando-se as operações indicadas resultará:

$$i = \frac{9600000}{1600000} \text{ ou } i = 6$$

sendo 6% a taxa procurada.

Do mesmo modo se procederá para encontrar-se o tempo e os valores nominal e actual.

PROBLEMAS

317—Qual será o desconto por fóra feito em uma letra de 2500 escudos 1 anno antes do vencimento sendo a taxa 5 o/o ao anno?—Res. 125 escudos.

318—Qual será o valor nominal de uma letra que 6 mezes antes do vencimento obteve um desconto de 36\$000?—sendo a taxa 8 o/o ao anno?—Res. 900\$000.

319—Qual será a taxa para uma letra de 9000 francos obter o desconto por fóra de 720 francos, 8 mezes antes do vencimento?—Res. 12 o/o.

320—Em que tempo uma letra de 3.000\$000 terá o desconto por fóra de 105\$000 sendo a taxa 7 o/o ao anno?—Res. 6 mezes.

321—Qual será o valor actual de uma letra de 650\$000 sendo paga 6 mezes antes do vencimento com o desconto de 4 o/o ao anno?—Res. 637\$000.

MODO DE RESOLVER PRATICAMENTE UM CALCULO SOBRE DESCONTO POR FÓRA

No commercio adopta-se, com muita frequencia, o calculo de desconto por fóra para fazer-se o abatimento de uma certa percentagem nos preços das mercadorias ou na importancia total de uma conta a receber ou a pagar.

Estes calculos limitam-se em dois casos.

- 1.º Dada a importancia total e a taxa achar o desconto.
- 2.º Dada a importancia total e a taxa achar a importancia liquida.

1.º Caso

Para se achar o desconto por fóra sendo conhecidas a importancia total e a taxa, *multiplica-se* a importancia total *pela taxa* e divide-se o producto por 100.

EXEMPLO

Qual é o desconto de 8 o/o em uma conta de 540\$000.

Multiplicando-se a importancia total 540\$000 pela taxa 8 e dividindo-se o producto por 100, teremos..... $540000 \times 8 \div 100 = 43200$

Sendo 43\$200 o desconto procurado.

PROBLEMAS

322 Qual é o desconto de 10 o/o em uma conta de 920\$000? —Resp. 92\$000

323—Qual é o desconto de 12 o/o em uma conta de 780\$? —Resp. 93\$600.

324—Qual é o desconto de 9 o/o em uma conta de 650\$? —Resp. 58\$500.

2. Caso

Para se achar a importancia liquida de uma conta sendo conhecidas a importancia total e a taxa usa-se commumente procurar o desconto como no 1.º caso e subtrahir este da importancia total.

EXEMPLO

Qual a importancia liquida de uma conta de 420\$000 depois de feito o desconto de 10 o/o?

Procurando-se o desconto de 10% sobre 420\$000 como no primeiro caso acha-se. $420000 \times 10 \div 100 = 42000$

Subtrahindo-se então 42\$000 da importancia total 420\$000 resultará..... $420000 - 42000 = 378000$

Sendo 378\$000 a importancia liquida procurada.

Este calculo, porem, poderá ser feito mais rapidamente *multiplicando-se a importancia total pela differença entre o numero 100 e a taxa e dividindo-se o producto por 100*. O resultado mostrará logo a importancia liquida.

EXEMPLO

Qual será a importancia liquida de uma conta de 420\$000 depois de feito o desconto por fóra de 10 o/o?

Multiplicando-se a importancia total 420\$000 por 90, por ser este numero a differença entre 100 e a taxa (100 — 10 = 90) e dividindo-se o producto por 100, resultará..... $420000 \times 90 \div 100 = 378000$

Sendo 378\$000 a importancia liquida procurada.

PROBLEMAS

325—Quanto devemos pagar por uma conta de 500\$ com o desconto por fóra de 12 o/o?—Resp. 440\$000.

326—Quanto nos custará um objecto que nes seja vendido por 350\$000 com 15 o/o de desconto?—Resp. 297\$500.

327—Qual será a importancia liquida de uma conta de 390\$ com o desconto por fóra de 9 o/o?—Resp. 354\$900.

Algumas vezes nos calculos de desconto faltam dois de seus elementos em vez de um, como até agora temos visto; n'este caso as formulas a empregar-se, para as suas resoluções, serão as seguintes:

Elementos que faltam	Formulas
Faltando o desconto e o valor nominal	$N = \frac{100a}{100-it}$
Faltando o desconto o o valor actual	$d = \frac{ait}{100-it}$
Faltando o desconto e o tempo	$d = \frac{nit}{100}$
Faltando o desconto e a taxa	$a = \frac{n(100-it)}{100}$
	$d = n-a$
	$t = \frac{100(n-a)}{ni}$
	$d = n-a$
	$i = \frac{100(n-a)}{nt}$

Faltando o valor nominal e o valor actual	}	$n = \frac{100d}{it}$
		$a = \frac{100d}{it} - d$
Faltando o valor nominal e o tempo	}	$n = a + d$
		$t = \frac{100d}{i(a+d)}$
Faltando o valor actual e o tempo	}	$a = n - d$
		$t = \frac{100d}{ni}$
Faltando o valor actual e a taxa	}	$a = n - d$
		$i = \frac{100d}{nt}$

EXEMPLOS

Qual o valor nominal de uma letra que tendo o desconto de 5 o/o em 2 annos, foi paga com 180\$?

Applicando-se a formula respectiva (sem N e sem D) tem-se

$$N = \frac{100a}{100 - it}$$

Substituindo na formula as letras pelos seus valores acha-se

$$N = \frac{100 \times 180000}{100 - (5 \times 2)}$$

Praticando-se as operações indicadas resulta

$$\frac{18000000}{90} = 200000$$

Sendo 200\$ o valor nominal procurado.

Qual o desconto que teve uma letra em 2 annos a 5 o/o para ser liquidada com ... 180\$000?

Applicando-se a formula respectiva tem-se

$$d = \frac{a it}{100 - it}$$

Substituindo na formula as letras pelos seus valores virá

$$d = \frac{180000 \times 5 \times 2}{100 - (5 \times 2)}$$

Effectuando-se as operações indicadas resulta

$$\frac{1800000}{90} = 20000$$

Sendo 20\$000 o desconto procurado.

PROBLEMAS

328—Uma letra, depois de obter o desconto de 12 o/o ao anno em 5 mezes foi liquidada com 807\$500; qual o valor nominal da mesma letras?—Resp. 850\$.

329—Uma letra foi liquidada com 1;152\$ depois de ter obtido o desconto em 8 mezes na razão de 6 o/o ao anno; qual o desconto?—Resp. 48\$000.

330—Qual seria o valor nominal de uma letra cujo desconto correspondente a 8 mezes na razão de 5 1/2 o/o ao anno importasse em 319\$000?—Resp. 870\$000.

331—Qual o valor de uma letra que tendo o desconto de 5 o/o em 6 mezes foi paga com 564\$?—Resp. 600\$000.

331 a)—Quanto de desconto obteve uma letra que foi paga com 1;410\$000 nove mezes antes do vencimento, sendo 8 a taxa do desconto?—Resp. 90\$000.

DESCONTO POR DENTRO

O desconto por dentro, apesar de ser o verdadeiro desconto, não é usado no commercio por não apresentar as mesmas vantagens e a mesma rapidez de calculo do desconto por fóra.

Em vista disto nos limitamos a expôr o modo de resolvê-lo por meio das respectivas formulas:

Para procurar-se o desconto	$d = \frac{Nit}{100 + it}$
— — — valor nominal	$N = \frac{d(100 + it)}{it}$
— — — valor actual	$a = \frac{100N}{100 + it}$
— — — a taxa	$i = \frac{100d}{t(N - d)}$
— — — o tempo	$t = \frac{100d}{i(N - d)}$

Para se resolver qualquer problema sobre desconto por dentro procede-se do mesmo modo que no desconto por fóra, substituindo

cada letra da formula pelo seu respectivo valor e praticando as operações indicadas.

O resultado mostrará a solução procurada.

EXEMPLOS

ACHAR O VALOR NOMINAL

Qual será o valor nominal de uma letra cujo desconto por dentro em 2 annos a 8 o/o ao anno é 16\$?

Empregando a formula teremos:

$$N = \frac{d(100 + it)}{it}$$

Substituindo as letras pelos seus valores teremos:

$$N = \frac{16000 \times 116}{16}$$

Effectuando as operações, resultará:

$$N = 116000$$

Sendo 116\$000 o valor nominal procurado.

Do mesmo modo se procederá para encontrar-se o desconto, o valor actual e o tempo.

Para melhor demonstração da differença entre o desconto por fóra e o desconto por dentro passamos a dar um exemplo sobre o qual praticaremos os descontos por fóra e por dentro, para que fique visivel a differença dos resultados.

EXEMPLO

Qual será o desconto (por dentro e por fóra) de uma letra de 116\$000 em 2 annos a 8 o/o?

ACHAR A TAXA

Qual a taxa para uma letra de 116\$000 em 2 annos obter o desconto por dentro de 16\$000.

Empregando a formula teremos:

$$i = \frac{100d}{t(N-d)}$$

Substituindo as letras pelos seus valores teremos:

$$i = \frac{100 \times 16000}{2 \times 100000}$$

Effectuando as operações, resultará:

$$i = 8$$

Sendo 8 o/o a taxa procurada.

DESCONTO POR FÓRA

Empregando a formula teremos:

$$d = \frac{Nit}{100}$$

Substituindo as letras pelos seus valores, virá:

$$d = \frac{116000 \times 8 \times 2}{100}$$

Effectuando as operações, resultará:

$$d = \frac{1856000}{100}$$

donde $d = 18560$

sendo 18\$560 o desconto por fóra procurado.

DESCONTO POR DENTRO

Empregando a formula teremos:

$$d = \frac{Nit}{100 + it}$$

Substituindo as letras pelos seus valores, teremos:

$$d = \frac{116000 \times 8 \times 2}{100 + 16}$$

Effectuando-se as operações, resultará:

$$d = \frac{1856000}{116}$$

donde $d = 16000$

Sendo 16\$000 o desconto por dentro procurado.

PROBLEMAS

332—Qual o desconto por dentro em 2 annos sobre uma letra de 2088 francos sendo a taxa 8% ao anno?—Resp. 288.

333—Qual será o valor nominal de uma letra que a 6% ao anno, em 2 annos alcançará o desconto por dentro de 300\$000?—Resp. 2,800\$000.

334—Com que taxa uma letra de 2875 escudos obterá em 3 annos o desconto por dentro de 375 escudos?—Resp. 5 o/o.

335—Em que tempo uma letra de 6,200 francos obtem um desconto por dentro de 1200 francos sendo a taxa 8 o/o ao anno?—Resp. 3 annos.

336—Qual será o valor actual de uma letra de 5700 escudos depois de feito o desconto por dentro correspondente a 7 o/o ao anno, em 2 annos?—Resp. 5.000. escudos

Regra de cambio

Cambio é a troca de dinheiro em praças diferentes.

O **cambio** é interno ou externo.

Cambio interno é o realizado entre praças da mesma nação.

Cambio externo é o que tem lugar entre praças de nações diferentes.

Para as transações de cambio externo, cada paiz tem uma unidade monetaria estipulada; a saber:

no Brasil a unidade monetaria cambial é o real.			
na Inglaterra	—	—	o penny.
em Portugal	—	—	o escudo
em França	—	—	o franco.
na Allemanha	—	—	o marco.
na Italia	—	—	a lira.
na America do Norte	—	—	o dollar.

No cambio externo uma nação dá o *certo*, que é a sua unidade monetaria e a outra nação dá o *incerto*, que é o numero maior ou menor de sua unidade cambial.

O numero incerto de unidades cambias que uma nação dá pela unidade certa da outra chama-se: **taxa do cambio.**

Quando se effectua uma transação de cambio sem haver lucro para nenhuma das partes, o cambio se diz: **ao par.**

Quando o cambio está ao par no Brasil, 1\$000 valem 27 pence na Inglaterra e as unidades monetarias de outras nações têm os seguintes valores no Brasil.

A libra sterlina (Inglaterra) vale.....	8\$889 réis	600
O franco (França, Suissa, Belgica, etc.).....	353	1500
O marco (Allemanha).....	436	14
A lira (Italia).....	353	14
O escudo (Portugal).....	2\$000	43
O dollar (America do Norte).....	1\$831	167

Nas operações de cambio externo, a Inglaterra é a unica nação para a qual o Brasil dá o certo e recebe o incerto; isto é, o Brasil dá sempre 1\$000, e a Inglaterra dá mais ou menos pence por este 1\$000. No cambio com outra qualquer nação, o Brasil é que recebe o certo: 1 franco, 1 marco, 1 dollar, etc., dando sempre o incerto; isto é, mais ou menos reis por uma destas moedas.

Nas operações de cambio externo no Brasil, considera n-se os seguintes casos de conversão de moedas:

- 1.º—Moeda brasileira em ingleza;
- 2.º—Moeda ingleza em brasileira;
- 3.º—Moeda brasileira em portugueza;
- 4.º—Moeda portugueza em brasileira;
- 5.º—Moeda brasileira em moeda de outra qualquer nação;
- 6.º—Moeda de outra qualquer nação em moeda brasileira.

O cambio externo subdivide-se em *directo* e *indirecto*.

Cambio directo é quando a transacção é feita entre dois paizes diferentes regulando a taxa de um d'elles.

Assim se tivermos de converter dinheiro brasileiro em dinheiro inglez. por exemplo, com a taxa de 20 pence (moeda ingleza) o cambio será directo.

Cambio indirecto é quando a transacção é feita entre dois paizes diferentes regulando o valor do dinheiro de um terceiro paiz.

Assim se tivermos de converter dinheiro brasileiro em dinheiro francez, por exemplo, com a taxa de 18 pence (moeda ingleza) o cambio será indirecto.

Trataremos separadamente destes casos.

CAMBIO DIRECTO (*)

Sendo a regra de cambio uma das applicações das proporções, como são as regras de juros, descontos, etc., as suas conversões poderão ser, tambem, feitas pelas proporções, pelas formulas respectivas e praticamente como é de uso no commercio.

(*) Do mesmo modo que as regras anteriores, qualquer problema sobre cambio directo poderá ser resolvido facilmente pelas equações algebricas de acordo com as regras já estudadas na regra de 3.

Converter dinheiro brasileiro em dinheiro inglez ou vice-versa

Conversão pelas proporções

Para se converter dinheiro brasileiro em dinheiro inglez ou dinheiro inglez em dinheiro brasileiro, pelas proporções observam-se as mesmas regras já estudadas para a regra de tres simples.

EXEMPLOS

Converter dinheiro brasileiro em dinheiro inglez

Quanto valem 720\$000 em dinheiro inglez ao cambio de 12?

Graphando a regra de tres simples teremos:

$$\begin{matrix} 1\$000 & \text{valem} & 12 & \text{pence} \\ 720\$ & \text{valerão} & x & \end{matrix}$$

Compondo a respectiva proporção virá:

$$1000 : 720000 :: 12 : x$$

Tirando o valor de x resultará:

$$x = \frac{720000 \times 12}{1000} = 8640$$

Sendo 8640 pence o valor de 720\$ ao cambio de 12.

Convertendo agora, 8640 pence em £ pelas regras de numero complexo teremos:

$$8640 \div 240 = 36$$

sendo, finalmente £ 36 a solução procurada.

Converter dinheiro inglez em dinheiro brasileiro

Quanto valem £ 36 em dinheiro brasileiro ao cambio de 12?

Convertendo £ 36 em pence acharemos 8640 pence.

Graphando a regra de tres simples teremos:

$$\begin{matrix} 12 & \text{pence} & \text{valem} & 1\$000 \\ 8640 & & \text{valerão} & x \end{matrix}$$

Compondo a proporção representativa virá:

$$12 : 8640 :: 1000 : x$$

Tirando o valor de x resultará:

$$x = \frac{8640 \times 1000}{12} = 720000$$

sendo 720\$000 a importancia em dinheiro brasileiro correspondente a £ 36 ao cambio de 12.

EXERCICIOS

Converter 1.600\$000 em dinheiro inglez ao C.º 12—	Resp. £ 80 ✓
— 804\$000 — — — —	— 20— Resp. £ 67 ✓
— £ 72 — — — —	— 24— Resp. 720\$ ✓
— £ 360 — — — —	— 6— Resp. 14.400\$ ✓
— 1.305\$600 — — — —	— 24— Resp. £ 68 ✓

CONVERSÃO PELAS FORMULAS

Procedendo como nas regras anteriores e representando:

Por **B** o dinheiro brasileiro.

— **I** o dinheiro inglez.

— *i* a taxa (numero de pence que vale 1\$000)

Grapharemos a regra de tres correspondente e teremos.

Se 1\$000 valem *i* pence

B valerá **I**

Compondo a proporção respectiva a haremos:

$$1000 : B :: i : I$$

Tirando o valor de cada letra na proporção acima resultará as seguintes formulas:

$$\begin{matrix} \text{Para converter dinheiro brasileiro em dinheiro inglez} & I = \frac{Bi}{1000} \\ \text{— — — — — dinheiro inglez em dinheiro brasileiro} & B = \frac{1000 I}{i} \end{matrix}$$

$$\text{— — — — — achar-se a taxa} \dots \dots \dots i = \frac{1000 I}{B}$$

Para se resolver qualquer conversão cambial pelas formulas acima, procede-se como nas regras anteriores substituindo-se na formula cada letra pelo seu respectivo valor e praticando-se as operações indicadas.

EXEMPLOS

Converter dinheiro inglez em dinheiro brasileiro

Qual o valor de £ 36 em dinheiro brasileiro ao cambio de 12?

Empregando a formula teremos:

$$B = \frac{1000 I}{i}$$

Substituindo-se, na formula, cada letra pelo seu respectivo valor teremos:

Converter dinheiro brasileiro em dinheiro inglez

Qual o valor de 820\$000 em dinheiro inglez ao cambio de 12?

Empregando a formula teremos:

$$I = \frac{Bi}{1000}$$

Substituindo-se, na formula, cada letra pelo seu respectivo valor, acharemos:

$$I = \frac{20000 \times 12}{1000}$$

Praticando-se as operações resultará:

$$I = 8640$$

sendo 8640 pence a solução procurada que convertida em £ dará £ 16.

$$B = \frac{1000 \times 8640}{12}$$

Praticando-se as operações indicadas resultará:

$$B = 720000$$

sendo 720\$000 a solução procurada.

De igual modo se procederá para encontrar-se a taxa.

EXERCICIOS

- Converter 2.000\$ em moeda ingleza ao C.º 12—Resp. £ 100
- 1.224\$ — — — — — 20—Resp. £ 102
- £ 60 em moeda brasileira — 24—Resp. 600\$
- £ 96 — — — — — 10—Resp. 2.304\$
- Com que taxa £ 1800 valem 28.800\$?—Resp. 15.
- Com que taxa 3.000\$ valem £ 225?—Resp. 18.

CONVERSÃO PRÁTICA

No commercio procede-se praticamente a conversão de dinheiro brasileiro em dinheiro inglez ou de dinheiro inglez em dinheiro brasileiro observando-se as seguintes regras.

1.º — Para se converter dinheiro brasileiro em dinheiro inglez multiplica-se a quantia brasileira pela taxa do cambio, divide-se o producto por 1000 e procede-se a conversão de numeros complexos.

EXEMPLO

Qual o valor 720\$000 em moeda ingleza ao cambio 12?

- Multiplicando-se a quantia brasileira 720\$ pela taxa (12) do cambio, teremos..... $720000 \times 12 = 8640000$
- Dividindo-se o producto 8640000 por 1000 virá..... $8640000 \div 1000 = 8640$
- Convertendo-se 8640 pence em £ resultará... $8640 \div 240 = 36$
- Sendo £ 36 a conversão procurada

2.º — Para se converter dinheiro inglez em dinheiro brasileiro converte-se a quantia ingleza em pence, divide-se o resultado pela taxa do cambio e multiplica-se o quociente por 1000.

EXEMPLO

Quanto valem £ 36 em moeda brasileira sendo a taxa 12?

- Convertendo £ 36 em pence, teremos..... $36 \times 240 = 8640$
- Dividindo o resultado 8640 pela taxa do cambio (12), teremos..... $8640 \div 12 = 720$
- Multiplicando-se o quociente 720 por 1000. resultará..... $720 \times 1000 = 720000$
- Sendo 720\$000 a conversão procurada.

Para se achar o valor de uma £ em moeda brasileira quando o cambio está ao par multiplica-se 240, que é o numero de pence que tem uma £, por 1000 e divide-se o resultado por 27 que é o valor de 1\$000 ao cambio ao par.

EXEMPLO

Quanto vale uma £ estando o cambio ao par?

- Multiplicando-se 240 por 1000 tem-se..... $240 \times 1000 = 240000$
- Dividindo-se 240000 por 27, numero de pence que vale 1\$000 ao cambio ao par, resulta..... $240000 \div 27 = 8889$
- Sendo 8\$889 o valor de £ 1 ao cambio ao par.

EXERCICIOS

- Converter £ 200 em moeda brasileira, ao C.º 6—Resp 8:000\$000
- £ 1000 — — — — — 8 — 30:000\$000
- £ 300 — — — — — 9 — 8:000\$000
- £ 100-8-6^p — — — — — 6 — 4:017\$000
- £ 80-17-0 — — — — — 7 — 2:772\$000
- £ 150-6-4 — — — — — 12 — 2:006\$333
- 2:000\$000 em libras sterlinas — 6 — £ 50
- 3:600\$000 — — — — — 8 — £ 120
- 8:000\$000 — — — — — 9 — £ 300
- 7:500\$000 — — — — — 5 — £ 156-5-0
- 2:600\$000 — — — — — 7 — £ 75-16-8
- 4:500\$000 — — — — — 12 — £ 225

PROBLEMAS

337—Um negociante pagou um saque de £ 60 ao cambio de 16; quanto pagou em dinheiro brasileiro?—Resp. 900\$000.

338—Pedro recebeu no Banco uma ordem de £ 80 ao cambio de 12; quanto recebeu em dinheiro brasileiro?—Resp. 1:600\$000.

339—Estando o cambio a 20, Paulo entregou ao Banco 7:200\$ para mandar dar £ em Londres; quantas £ mandou?—Resp. £ 600

340—Um pae mandou ao filho, que estava na Europa, um saque em £, pelo qual pagou 640\$ sendo 18 a taxa do cambio; quantas £ recebeu o filho?—Resp. 48.

341—Um negociante pagou 1:784\$ por um saque de £ 89—4—0; qual foi a taxa?—Resp. 12.

342—Paulo recebeu no Banco 1:350\$ por uma ordem de £ 90; com que taxa o Banco pagou?—Resp. 16.

343—Com que taxa £ 1 vale 20\$?—Resp. 12.

344—O cambio a 18 quanto vale £ 1?—Resp. 13\$333.

Conversão de dinheiro brasileiro em dinheiro de outras nações ou vice-versa

Conversão pelas proporções

Para se converter dinheiro brasileiro em dinheiro de outra qualquer nação, que não seja a Inglaterra, ou converter dinheiro de outra nação em dinheiro brasileiro pelas proporções, observam-se as mesmas regras estudadas na Regra de tres simples.

EXEMPLOS

Converter dinheiro brasileiro em dinheiro francez

Converter 960\$000 em francos custando cada franco 480 reis.

Graphando a regra de tres termos:

Se 480 reis valem 1 franco
960\$ valerão x

Compondo a proporção virá:

$$480 : 960000 :: 1 : x$$

Tirando o valor de x resultará:

$$x = \frac{960000}{480} = 20000$$

sendo 2000 francos a solução procurada.

Converter dinheiro americano em dinheiro brasileiro

Converter 800 dollars (\$800) em moeda brasileira custando cada dollar 2\$100.

Graphando a regra de tres termos:

Se 1 dollar vale 2100
800 » valerão x

Compondo a proporção virá:

$$1 : 800 :: 2100 : x$$

Tirando o valor de x resultará:

$$x = \frac{800 \times 2100}{1} = 1680000$$

sendo 1680\$000 a solução procurada.

Do mesmo modo se procede na conversão de dinheiro de outro qualquer paiz.

EXERCICIOS

Converter 1285 francos em moeda brasileira, ao cambio de 950—Resp. 1:220\$750.

Converter 382 libras em moeda brasileira, ao cambio de 872—Resp. 333\$104.

Converter 3000 dollars em moeda brasileira, ao cambio de 4\$600—Resp. 13:800\$000.

Converter 202\$500 em francos, ao cambio de 810—Resp. 250.

Converter 363\$000 em libras, ao cambio de 726—Resp. 500.

Converter 237\$720 em dollars, ao cambio de 3\$962—Resp. \$60

CONVERSÃO PELAS FORMULAS

Procedendo-se como nas regras anteriores e representando

- Por **B** o dinheiro brasileiro.
- **N** o dinheiro de qualquer nação.
- **i** a taxa.

Grapharemos a regra de tres simples e teremos:
Se 1 vale i
N valerá B

Compondo a respectiva proporção e tirando o valor de cada letra ficarão deduzidas as seguintes formulas:

- Para converter dinheiro brasileiro em dinheiro de qualquer nação $B = Ni$
- Para converter dinheiro de qualquer nação em dinheiro brasileiro $N = \frac{B}{i}$
- Para achar a taxa $i = \frac{B}{N}$

Para se resolver qualquer conversão cambial pelas formulas acima procede-se como nas regras anteriores substituindo-se cada letra pelo seu respectivo valor e praticando-se as operações indicadas.

EXEMPLOS

Converter 600 francos em moeda brasileira sendo a taxa 420.

Applicando a formula teremos:

$$B = N \cdot i$$

Substituindo-se as letras pelos seus valores, virá:

$$B = 600 \times 420 = 252000$$

sendo 252\$ a solução procurada.

Converter 459\$200 em marcos sendo o cambio 820.

Applicando a formula teremos:

$$N = \frac{B}{i}$$

Substituindo-se as letras pelos seus valores, virá:

$$N = \frac{459200}{820} = 560$$

sendo 560 marcos a solução procurada.

Do mesmo modo se procederá para encontrar-se a taxa.

EXERCICIOS

Converter 924\$000 em francos, ao cambio de 840—Resp. 1.100 francos.

Converter 1:350\$000 em dollars, ao cambio de 2\$700—Resp. 500.

Converter 1:008\$000 em marcos, ao cambio de 1\$260—Resp. 800 marcos.

Converter 1380 marcos em moeda brasileira, ao cambio de 1\$250—Resp. 1:725\$000.

Converter 852 francos em moeda brasileira, ao cambio de 660—Resp. 562\$320.

Converter 3500 dollars em moeda brasileira, ao cambio de 4\$820—Resp. 16:870\$000.

CONVERSÃO PRÁTICA

No commercio effectua-se, praticamente, qualquer conversão de dinheiro brasileiro em dinheiro de outra qualquer nação, que não seja a Inglaterra, observando-se as seguintes regras.

1ª REGRA—Para se converter dinheiro brasileiro em dinheiro de outra qualquer nação que não seja a Inglaterra divide-se a quantia brasileira pela taxa do cambio e o quociente mostrará a conversão procurada.

Problema—Converter 986\$ em francos ao cambio de 680.

.....	98600(0	68(0 taxa
	306	1450 francos
	340	
	—0	

Dividindo-se a quantia brasileira 986\$ pela taxa do cambio, 680 valor de cada franco, acha-se o quociente 1450 francos que será a solução procurada.

Problema—Converter 388\$600 em dollars, ao cambio de 2680.

.....	38860(0	268(0
	1206	145 dollars
	1340	
	—0	

Dividindo-se a quantia brasileira 388\$600, pela taxa do cambio, 2680 valor de cada dollar, acha-se o quociente 145 dollars que será a solução do problema.

Do mesmo modo se procede para a conversão de dinheiro de outra qualquer nação.

EXERCICIOS

- Converter 820 dollars em dinh. brasileiro ao C.º 3500—Resp. 2:870\$000
- 740 francos — — — — — 710 — — — 525\$400
- 350 marcos — — — — — 850 — — — 297\$500
- 608\$000 em marcos..... — 760 — — — 800 mrc.
- 564\$000 em francos..... — 940 — — — 600 frs.
- 204\$000 em dollars..... — 2400 — — — \$85

Conversão de dinheiro brasileiro em dinheiro portuguez e vice-versa

Antigamente, quando a unidade monetaria de Portugal era o 100 réis fortes., que ao cambio ao par valia 200 réis no Brasil a conversão do dinheiro brasileiro em dinheiro portuguez e vice-versa divergia um pouco das conversões cambiaes entre o Brasil e outras nações; agora, porém, que a unidade monetaria portugueza é o Escudo, que vale no Brasil 2\$000 ao cambio ao par, as conversões cambiaes entre o Brasil e Portugal são feitas do mesmo modo que com outra qualquer nação a excepção da Inglaterra.

EXEMPLOS

- ITALIA
Converter 200 libras em dinheiro brasileiro sendo o cambio 450.
Multiplicando-se o dinheiro italiano (200 libras) pela taxa 450, temos:
- PORTUGAL
Converter 80 escudos em dinheiro brasileiro sendo o cambio 2\$340.
Multiplicando-se o dinheiro portuguez (80 escudos) pela taxa 2340, teremos:

200x450=90000

sendo 90\$ a solução procurada.

FRANÇA

Converter 340\$000 em francos sendo o cambio 680.

Dividindo-se o dinheiro brasileiro 340\$ pela taxa, tem-se:

340000 ÷ 680 = 500

sendo 500 francos a solução procurada.

Por ser o escudo a unidade monetaria de Portugal e que no Brasil vale 2\$000 com o cambio ao par, a taxa cambial com esta nação e o Brasil deverá ser calculada pelas importancias maiores ou menores do 2\$000 que o Brasil tiver de pagar por um escudo portuguez, e assim se diz o cambio com Portugal é de 2\$400, de 2\$120, de 2\$680, etc.

Entretanto, talvez pelo antigo habito, algumas vezes ainda se determina a taxa do cambio portuguez em 230, 320, 260, etc., como se a unidade monetaria d'aquelle paiz ainda fosse o 100 reis.

Neste caso para se fazer as conversões do dinheiro portuguez em dinheiro brasileiro ou vice-versa se deverá multiplicar a taxa por 10 para assim multiplicada entrar nos calculos.

EXEMPLO

Converter 250 escudos em moeda brasileira ao cambio de 230.

Multiplicando a taxa 230 por 10 teremos... 230x10=2300

Observando, então, as regras anteriores, virá.....

250x2300=575000

Sendo 575\$000 a couversão procurada.

EXERCICIOS

- Converter 900 esc. em moeda brasileira ao C.º 342—Resp. 3:078\$
— 260 — — — — 245—Resp. 637\$
— 540 — — — — 270—Resp. 1:458\$
— 360\$000 em escudos — — 240—Resp. 150 esc.

80x2340=187200

sendo 187\$200 a solução procurada.

PORTUGAL

Converter 129\$000 em escudos sendo o cambio 2150.

Dividindo-se o dinheiro brasileiro (129\$) pela taxa 2150, tem-se:

129000 ÷ 2150 = 60

sendo 60 escudos a solução procurada.

Cambio indirecto

O cambio indirecto é um caso especial da Regra Conjuncta da qual trataremos mais adiante e cujos calculos obedecem as suas mesmas regras; entretanto, daremos algumas explicações sobre o modo pratico pelo qual se resolve, commumente, os problemas sobre cambio indirecto.

Em regra geral, no commercio, o cambio indirecto regula-se pela taxa do cambio inglez, e para calculal-o, portanto, é necessario conhecer-se as relações existentes entre a £ e as moedas dos outros paizes. Passamos a dar as relações da £ com as moedas dos paizes que maiores transacções commerciaes têm com o Brasil.

Table with exchange rates for 1 £: na França (25,20 francos), na America Norte (4,87 dollars), em Portugal (4,44 escudos), na Allemanha (20,41 marcos), na Italia (25,20 liras), na Hespanha (25,20 pesêtas).

Praticamente se resolve um problema sobre o cambio indirecto, observando-se a seguinte:

REGRA—Multiplica-se a importancia que se quer converter pelo valor de uma £ na taxa do problema e divide-se o resultado pela relação entre a £ e a unidade da especie da importancia que se tem de converter.

EXEMPLOS

Qual o valor de 400 francos em moeda brasileira sendo 20 a taxa do cambio inglez?

Procurando-se o valor de uma £ no cambio 20 acha-se 12\$000,

Multiplicando-se, então, 12000 pela importancia que se quer converter (400) acha-se:

12000x400=4800000

Qual o valor de 300 escudos em moeda brasileira sendo 10 a taxa do cambio inglez?

Procurando-se o valor de uma £ na taxa do cambio 10 acha-se 24\$000,

Multiplicando-se 24000 pela importancia que se quer converter (300), acha-se:

24000x300=7200000

Dividindo-se 480000 por 25,20 que é a relação entre a £ e o franco tem-se

$$480000 \div 25,20 = 190476$$

Sendo 190\$476 a solução procurada.

Dividindo-se 720000 por 4,44 que é a relação entre £ e o escudo resultará:

$$720000 \div 4,44 = 1621621$$

Sendo 1:621\$621 a solução procurada.

PROBLEMAS

345—Qual o valor de 800 francos em moeda brasileira sendo 12 a taxa do cambio inglez?—Resp. 634\$920.

346—Qual o valor de 600 dollars em moeda brasileira sendo 16 a taxa do cambio inglez?—Resp. 1:848\$049

Por economia de tempo e mesmo por serem quasi sempre muito prolongados e embaraçosos os calculos sobre cambio, principalmente quando se trata do *cambio indirecto*, os bancos e o commercio em geral adoptam tabellas appropriadas que se chamam: *Tabellas de Cambio*

Para melhor comprehensão dos exemplos a seguir damos abaixo uma pequena tabella de cambio que será applicada a nossos exemplos.

TABELLA DE CAMBIO

TAXA	Inglaterra			França FRANCO	Allemanha MARCO	Italia LIRA	Hespanha PESETA	Est. Unidos DOLLAR	Portugal ESCUDO
	Libra	Shilling	Penny						
12	20\$000	1\$000	083	794	981	794	794	4\$120	4\$451
13	18\$461	923	076	734	906	734	734	3\$803	4\$109
14	17\$143	855	071	681	841	681	681	3\$531	3\$815
15	16\$000	800	067	636	785	636	636	3\$296	3\$560
16	15\$000	750	062	596	736	596	596	3\$090	3\$338

Para se achar na tabella annexa qualquer valor em réis procede-se do seguinte modo: Procura-se na primeira columna vertical á esquerda a taxa do cambio e na primeira columna horizontal o nome da moeda que se quer converter; onde as duas columnas se encontrarem achar-se-á o valor da unidade da moeda procurada.

Encontrado o valor na tabella usa-se d'elle da seguinte forma.

CONVERTER MOEDA DE QUALQUER NAÇÃO EM MOEDA BRASILEIRA

Para se converter moeda de qualquer nação em moeda brasileira, com uso da tabella, multiplica-se o valor encontrado na tabella pela importancia que se quer converter e o resultado será a conversão procurada.

EXEMPLOS

CAMBIO DIRECTO

Qual o valor de £ 25—4—8 em moeda brasileira sendo 14 a taxa?

Procurando-se na tabella os valores de £ 1, 1 s. 1 p. ao cambio 14 acha-se para a £—17\$143; para o schilling, 855 e para o pence 71.

Fazendo-se as multiplicações respectivas e sommando-se os resultados virá:

$$\begin{array}{r} 17143 \times 25 = 428.575 \\ 855 \times 4 = 3.420 \\ 71 \times 8 = 568 \\ \hline 432.563 \end{array}$$

Sendo 432\$563 a solução procurada.

CAMBIO INDIRECTO

Qual o valor de 430 marcos em moeda brasileira sendo 15 a taxa do cambio inglez?

Procurando-se na tabella o valor de 1 marco ao cambio 15 acha-se 785.

Multiplicando-se este valor 785 pela importancia do problema 430, virá:

$$985 \times 430 = 337550$$

Sendo 337\$550 a solução procurada.

PROBLEMAS

347—Qual é o valor de £ 86, ao cambio de 16?—Resp. 1:290\$000.

348—Qual o valor de £ 40—6^s—9^d ao cambio de 12?—Resp. 806\$747.

349—Qual o valor de 200 dollars sendo 14 a taxa ingleza?
—Resp. 706\$200.

350—Qual o valor de 96 escudos sendo 13 a taxa ingleza?
—Resp. 394\$464.

CONVERTER DINHEIRO BRASILEIRO EM DINHEIRO DE QUALQUER NAÇÃO

Para se converter dinheiro brasileiro em dinheiro de qualquer nação com uso da tabella, divide-se a importancia brasileira pelo valor encontrado e o resultado será a solução procurada.

EXEMPLOS

CAMBIO DIRECTO

Quantas £ valem 2.400\$000 em moeda ingleza ao cambio de 16?

Procurando-se na tabella o valor de £ 1 ao cambio 16 acha-se 15\$000.

Dividindo se a importancia do problema 2.400\$000 pelo valor achado, resultará:

$$2400000 \div 15000 = 160$$

Sendo £ 160 a solução procurada.

CAMBIO INDIRECTO

Quantos marcos valem 343\$350 sendo 12 o cambio inglez?

Procurando-se na tabella o valor de um marco no cambio 12 acha-se 981.

Dividindo-se a importancia do problema 343\$350 pelo valor encontrado resultará:

$$343350 \div 981 = 350$$

Sendo 350 marcos a solução procurada.

PROBLEMAS

351—Quantas £ valem 608\$000 ao cambio de 15?—Resp. 38

352—Quantos marcos valem 235\$500 ao cambio de 15?—Resp. 300.

353—Quantos francos valem 166\$880 ao cambio de 16?—Resp. 280.

354—Quantos dollars valem 2.142\$400 ao cambio de 12?—Resp. 520.

355—Quantas liras valem 272\$400 ao cambio de 14?—Resp. 400.

Regra conjuncta

Regra Conjuncta é o processo arithmetico que tem por fim converter unidades de uma especie em unidades de especie diferente conhecendo-se as relações que lhes sejam intermediarias

Resolve-se uma *regra conjuncta* decompondo-a em *regra de tres simples* e resolvendo estas até a *solução final*.

1.º Problema—Se dois annos têm 24 mezes; se um mez tem 30 dias; se 3 dias têm 72 horas, quantas horas terão 4 annos?

Resolução

Representando por *z* o numero de mezes, por *y* o numero de dias e por *x* o numero de horas que têm os 4 annos grapharemos a questão assim:

Exemplo:	annos	mezes	dias	horas
	2	24	30	72
		1	3	x
	4	z	y	

Decompondo o problema em regras de tres simples: a primeira entre *annos* e *mezes*; a segunda, entre *mezes* e *dias*; e a terceira entre *dias* e *horas* tem-se:

	Primeira	Segunda	Terceira
annos	mezes	mezes	dias
2	têm 24	1	30
4	terão z	z	y
			dias
			3
			horas
			72
			x

Compondo-se as respectivas proporções, virá:

Para a primeira.....	2 : 24 :: 4 : z
— — segunda.....	1 : 30 :: z : y
— — terceira.....	3 : 72 :: y : x

Cancellando-se os termos *z* e *y* que são factores e divisores ao mesmo tempo restará:

$$\left. \begin{array}{l} 2 : 24 \\ 1 : 30 \\ 3 : 72 \end{array} \right\} :: 4 : x$$

que multiplicadas, teremos $(2 \times 1 \times 3) : (24 \times 30 \times 72) :: 4 : x$

ou seja $6 : 51840 :: 4 : x$

Tirando-se o valor de x resultará:

$$x = \frac{51840 \times 4}{6} = 34560$$

Sendo 34460 a solução procurada.

PROBLEMAS

356—Se 8 braças têm 16 varas; se 5 varas têm 25 palmos se 2 palmos têm 16 pollegadas; quantas pollegadas têm 3 braças?—Resp. 240.

357—Se 2 toneis têm 4 pipas; se 3 pipas têm 75 almudes e 1 almude tem 12 canadas, quantas canadas tem um tonel?—Resp. 600.

358—Se 1 quintal tem 4 arrobas, 3 arrobas têm 96 libras e 2 libras têm 4 marcos, quantos marcos têm 5 quintaes?—Resp. 1280.

359—Se 1 anno tem 12 mezes; 3 mezes 90 dias; 2 dias 48 horas, quantas horas têm 5 annos?—Resp. 43200.

Quando as especies de uma regra conjuncta se referem a medidas monetarias a regra conjuncta resolve um calculo de cambio indirecto, como já tivemos occasião de dizer.

EXEMPLO

Quantos francos terão £ 15 sabendo-se que £ 4 valem 19,48 dollars, que 5 dollars têm 21 marcos e 3 marcos 3,69 francos?

Representando por x o numero de dollars, por y o numero de marcos e por z o numero de francos que têm £ 15 grapharemos a questão assim:

£	Dollars	Marcos	Francos
4 19,48	21 3,69
		5 x
		3 y
15 x	y z

Decompondo o problema em regra de tres simples; a primeira, entre £ e Dollars; a segunda entre Dollars e Marcos e a terceira, entre Marcos e Francos tem-se;

	Primeira	Segunda	Terceira
4 19,48	5 21
15 x	x y
		3 3,69
		y z

Compondo-se as respectivas proporções, tem-se:

Para a primeira	4 : 19,48	::	15 : x
— — segunda	5 : 21	::	x : y
— — terceira	3 : 3,69	::	y : z

Cancellando-se os termos y e z por serem factores e divisores ao mesmo tempo resultará:

$$\left. \begin{array}{l} 4 : 19,48 \\ 5 : 21 \\ 3 : 3,69 \end{array} \right\} :: 15 : x$$

Multiplicando teremos $(4 \times 5 \times 3) : (19,48 \times 21 \times 3,69) :: 15 : x$
ou seja : $60 : 1509,5052 :: 15 : x$

Tirando-se então o valor de x resultará:

$$= \frac{1509,5052 \times 15}{60} = 377,37$$

Sendo F\$ 377,77 a solução procurada.

PROBLEMAS

360—Quantos escudos valem £ 12 sabendo-se que £ 1 tem 4,87 dollars e 8 dollars têm 7,32 escudos?—Resp. 53,47.

361—Se 2 dollars têm 8,40 marcos, se 3 marcos têm 3,69 pesetas, quantas pesetas terão 5 dollars?—Resp. 25,83.

362—Se £ 1 vale 4,44 escudos e 8 escudos valem 19\$420, quanto valem £ 25 em moeda brasileira?—Resp. 269\$452.

363—Quanto valem £ 50 em moeda brasileira, sabendo-se que £ 2 vale 40,40 marcos e 1 marco vale 640 reis?—Resp. 646\$400.

Regra de mistura

Mistura é a regra que tem por fim achar um genero ou substancia de um só valor pela mistura de generos ou substancias de diversos valores,

A regra de mistura divide-se em *Mistura arbitraria* e *Mistura determinada*.

Mistura arbitraria é quando se mistura arbitrariamente qualquer quantidade de generos ou substancias de diversos valores para se achar o valor medio do genero ou substancia proveniente da mistura.

Mistura determinada é quando se procura a quantidade que se deve misturar de cada genero ou substancia para achar-se o valor desejado.

MISTURA ARBITRARIA

Para se achar o valor medio do genero ou substancia proveniente da mistura arbitraria, observa-se a seguinte

REGRA—Divide-se o valor total da mistura pela somma das quantidades dos generos ou substancias misturadas e o quociente será o valor procurado.

EXEMPLO

Um negociante misturou 200 kilos de café do custo de 1\$500 o kilo com 400 kilos de café do custo de 1\$200; a que preço ficou cada kilo do café misturado?

Graphando-se o problema tem-se:	$\left\{ \begin{array}{l} 200 \times 1500 = 300000 \\ 400 \times 1200 = 480000 \end{array} \right.$
Sommando-se os valores da mistura, acha-se.....	
Sommando-se as quantidades misturadas, tem-se.....	$300000 + 480000 = 780000$ $200 + 400 = 600$
Dividindo-se então o valor total da mistura (780000) pela somma das quantidades misturadas (600), resultará.....	$780000 \div 600 = 1300$

Sendo 1\$300 o preço procurado para cada kilo do café misturado e, portanto, a solução do problema.

PROBLEMAS

364—Um negociante misturou 300 litros de vinho do custo de 600 réis cada litro, com 200 litros de vinho do custo de 800 réis o litro; qual o preço do vinho misturado?—Resp. 680 réis.

365—Se misturarmos 30 kilos de chá de 2\$000 o kilo com 70 kilos de chá de 1\$600 o kilo, porque preço ficará cada kilo de chá misturado?—Resp. 1\$720.

366—Um leiteiro comprou em uma fazenda 120 litros de leite a 750 réis cada litro e misturou com 60 litros d'agua; porque preço ficou cada litro de leite misturado?—Resp. 500 réis.

MISTURA DETERMINADA

A mistura determinada divide-se em dois casos:

1.º—Quando os generos ou substancias a misturar-se são de dois valores.

2.º—Quando os generos ou substancias a misturar-se são de mais de dois valores.

1.º caso

Para se praticar a mistura determinada com dois valores procura-se a differença entre o valor que se deseja e o valor de cada qualidade que se tem; e a differença encontrada para uma é a quantidade que se deverá tomar da outra,

EXEMPLO

Um negociante tinha vinho de 800 réis o litro e vinho de 500 réis o litro; que quantidade deveria misturar de cada um para obter uma terceira qualidade de 700 réis o litro?

Procurando-se a diferença entre o preço que se quer, 700, e o primeiro preço que se tem, 800, acha-se $800 - 700 = 100$ que será a quantidade a tomar do vinho de 500 reis.

Procurando-se a diferença entre o preço que se quer (700) e o segundo preço que se tem 500, acha-se $700 - 500 = 200$ que será a quantidade a tomar do vinho de 800, e então teremos:

D vinho de 800 reis — 200 litros
— — — 500 réis — 100 litros

Para se verificar a exactidão do calculo procede-se como na regra de mistura arbitraria e virá:

$$\begin{array}{r} 200 \times 800 = 160000 \\ 100 \times 500 = 50000 \\ \hline 300 \qquad 210000 \end{array}$$

donde resulta $210000 \div 300 = 700$ réis.

PROBLEMAS

367—Quanto se deve misturar da café de 1\$600 o kilo com o café de 900 réis para obter-se café de 1\$200?—Resp. 1\$600/300; 900/400.

368—Quanto se deve misturar de chá de 2\$000 o kilo e chá de 900 réis para ter-se chá no valor de 1\$500 o kilo?—Resp. 2\$000/600; 900/500.

369—Quanto se deverá misturar de vinho de 900 réis o litro e vinho de 400 réis para ter-se uma terceira qualidade de 600 réis o litro?—Resp. 900/200; 400/300.

2.º caso

Para se particar a mistura determinada com mais de dois valores formam-se pares destes valores, de forma que um dos valores tomados seja maior e o outro menor que o valor desejado e pratica-se como no primeiro caso.

EXEMPLO

Um negociante tinha vinho de 1\$000, 800, 500 e 400 réis cada litro e desejava fazer uma mistura para obter uma quinta qualidade do valor de 600 réis o litro; que quantidade deveria misturar de cada um?

Decompondo se a regra em duas do primeiro caso teremos a primeira com os preços de 1\$000 e 500 réis e a segunda com os preços de 800 e 400 réis.

Resolvendo a primeira pelas regras do 1.º caso acharemos:

Do vinho de 1\$000 — 100 litros
— — — 500 — 400 litros

Resolvendo a segunda acha-se:

Do vinho de 800 — 200 litros
— — — 400 — 200 litros

Donde resultará:

Do vinho de 1\$000 — 100 litros
— — — 800 — 200 >
— — — 500 — 400 >
— — — 400 — 200 >

Verificando os calculos resultará:

$$\begin{array}{r} 1000 \times 100 = 100000 \\ 800 \times 200 = 160000 \\ 500 \times 400 = 200000 \\ 400 \times 200 = 80000 \\ \hline 900 \qquad 540000 \end{array}$$

donde $540000 \div 900 = 600$

PROBLEMAS

370—Um negociante que tinha café de 1\$500, 1\$200, 600 e 400 réis o kilo fez uma mistura das quatro qualidades e obteve café de 800 réis o kilo; que quantidade misturou de cada um?—Resp. (1500-200) (1200-400) (600-700) (400-400).

371—Que quantidade se deverá misturar de tres qualidades de chá de 1\$200, 900 e 400 réis para obter-se uma qualidade de 800 réis?—Resp. (1\$200-400) (900-400) (400-500).

Regra de liga

Liga é um caso especial da regra de mistura, que toma o nome de **Regra de liga**, quando a mistura é feita com metaes.

A **Regra de liga**, da mesma fórma que a *regra de mistura*, divide-se em *liga arbitraria* e *liga determinada*.

Liga arbitraria é quando as quantidades dos metaes, que têm de entrar na liga, são tomadas arbitrariamente para achar-se depois um valor medio.

Liga determinada é quando a quantidade dos metaes a misturar, são calculadas para encontrar-se um valor determinado.

A **liga** obedece ás mesmas regras da mistura e por isso nos limitaremos a dar dois exemplos com referencia á liga arbitraria e á liga determinada.

I.º EXEMPLO

Qual seria o preço de cada kilo de um metal cuja liga contivesse 6 kilos de zinco do custo de 2\$000 por kilo e 9 kilos de cobre de 2\$300 por kilo?

$$\text{Graphando-se o problema tem-se } \begin{cases} 6 \times 3000 = 18000 \\ 9 \times 2300 = 20700 \\ \hline 15 \qquad \qquad 38700 \end{cases}$$

Dividindo-se o valor total da liga 38700 pela somma das quantidades dos metaes misturados acha-se.....

$$38700 \div 15 = 2580$$

Sendo 2\$580 o valor de cada kilo da liga.

2.º EXEMPLO

Quantos kilos se deverá misturar de um metal de 2\$800 de custo por kilo com um outro metal de 1\$600 de custo para obter-se uma liga de custo de 2\$000 por kilo?

Procurando-se a differença entre os preços 2800 e 2000 encontra-se 800 que será a quantidade a tomar-se do metal de 1\$600.

Procurando-se a differença entre os preços 1600 e 2000 encontra-se 400 que será a quantidade a tomar-se do metal de 2\$000.

Verificando os calculos tem-se:

$$\begin{array}{r} 800 \times 1600 = 1280000 \\ 400 \times 2800 = 1120000 \\ \hline 1200 \qquad \qquad 2400000 \end{array}$$

donde $2400000 \div 1200 = 2000$
sendo 2\$000 a solução procurada.

PROBLEMAS

372—Quanto custará cada kilo de uma liga feita com 30 kilos de um metal de 1\$300 e 50 kilos de outro de 900 réis por kilo—
Resp. 1\$050.

373—Quanto custará cada kilo de uma liga feita com 20 kilos de um metal de 2\$000 e 30 kilos de outro de 700 réis por kilo?
—Resp. 1\$220.

374—Quanto se deverá misturar de um metal de 3\$000 e de um outro de 1\$800 por kilo para obter-se uma liga do valor de 2\$500 por kilo?—Resp. $(3\$000/700)$ $(1\$800/500)$.

Seguros

Seguro é um contracto pelo qual uma companhia ou uma pessoa se obriga a indemnizar a outro dos prejuizos que possa soffrer.

O contractante que assume o compromisso da indemnização chama-se *segurador*.

O contractante que deverá ser indemnizado dos prejuizos que venha a soffrer chama-se *segurado*.

O documento que representa o contracto do seguro chama-se *Apolice*.

Os seguros dividem-se em maritimos, terrestres e especiaes. **Seguro maritimo** é quando o contracto se refere a embarcações, mercadorias ou outro qualquer objecto que tem de correr os riscos de uma viagem maritima ou fluvial.

Seguro terrestre é quando o contracto se refere a predios, joias, mobílias ou outros quaesquer objectos que podem soffrer prejuizos pelo fogo, raio etc.

Seguro especial é quando o contracto se refere a vida, aos accidentes no trabalho, a dividas ou a outro facto que não esteja incluido nas condições dos seguros marítimos e terrestres.

Seguros marítimos e terrestres

Os elementos de uma regra dos seguros marítimos e terrestres são: O valor do objecto segurado, valor do seguro, as despesas e o premio.

Valor do objecto segurado é o valor real da embarcação, do carregamento, do predio ou do objecto que se segura.

Despesas são os gastos que se fazem com os pagamentos dos impostos, carretos, fretes, comissões, ranchos, escripturas etc

Valor do seguro é a importancia representada pela apolice e que o segurado terá de receber no caso de sinistro, para ser indemnizado não só do valor do objecto segurado, como de todas as despesas feitas.

Premio é uma taxa em cada 100 do valor do seguro que o segurado tem de pagar ao segurador para que este assuma a responsabilidade da indemnisação.

O seguro deve ser effectuado de forma que o seu valor garanta ao segurado a indemnisação não só do valor do objecto segurado, como de todas as despesas feitas inclusive o premio pago, devendo-se, por isso, para encontrar-se o valor do seguro observar se a seguinte:

REGRA—Somma-se o valor do objecto segurado com todas as despesas-feitas, multiplica-se a somma por 100 e divide-se o producto por 100 menos a taxa do premio. O quociente mostrará o valor que deverá ter o seguro.

EXEMPLO

SEGURO MARITIMO

Um negociante vae remetter para Londres uma certa quantidade de castanhas no valor de 10:000\$000 tendo a pagar de impostos, fretes carretos etc, 1:583\$000

SEGURO TERRESTRE

Pedro comprou uma casa por 6:000\$000, gastou com impostos, escriptura etc., 965\$000 e tinha de segural-a pagando 12 % de per-

e devendo pagar 1% de premio de seguro; por quanto deverá effectuar o seguro para não ter prejuizo algum?

Sommando-se o valor das castanhas com as despesas feitas temos:

$$10000000 + 1583000 = 11583000$$

Multiplicando-se esta somma por 100 acharemos:

$$11583000 \times 100 = 1158300000$$

Dividindo-se o producto por 99 por ser este numero a differença entre 100 e a taxa 1, resultará:

$$1158300000 \div 99 = 117000000$$

Sendo 11:700\$000 a importancia pela qual deverá ser effectuado o seg'ro.

Verificando

Valor das castanhas	10.000\$000
Despesas	1.583\$000
Premios	117\$000
Total	11:700\$000

mió; qual deveria ser a importancia do seguro?

Sommando-se o valor da casa com as despesas teremos:

$$6000000 + 965000 = 6965000$$

Multiplicando-se a somma por 100 teremos:

$$6965000 \times 100 = 696500000$$

Dividindo-se o producto por 99,5 por ser a differença entre 100 e a taxa do premio, resultará:

$$696500000 \div 99,5 = 7000000$$

Sendo 7:000\$000 a importancia pela qual deverá ser effectuado o seguro.

Verificando

Valor da casa	6.000\$000
Despesas	965\$000
Premio 12 % sobre 7:000\$000	35\$000
Total	7:000\$000

PROBLEMAS

375—Qual deverá ser o valor do seguro, com o premio de ¼ o/o, de um carregamento de borracha que tenha custado 150.000\$ e feito 32.153\$750 de despesas?—Resp. 183.500\$000.

376—Por quanto devemos segurar uma remessa de castanhas do custo de 16.800\$, tendo feito de despesa 1:218\$000 e tendo de pagar 1 o/o de premio de seguro?—Resp. 18:200\$000

377—Qual deverá ser a importancia do seguro de uma casa que nos tenha custado com todas as despesas 24:625\$000 sendo o premio do seguro 1 ½ o/o?—Resp. 25:000\$000.

SEGUROS ESPECIAES

Entre os seguros especiaes destacaremos como mais usados o Seguro de vida, o seguro de guerra e o sobre dividas.

O seguro de vida é um contracto feito entre uma com- Comp. 10

panhia e uma pessoa, para por morte d'esta ser paga aos seus herdeiros a importancia determinada na apolice.

Esta classe de seguros é variadissima e todos os seus calculos bazeiam-se na media da mortalidade e nas maiores ou menores vantagens que a companhia quer offerecer a seus assegurados para ser a preferida.

Não ha um calculo commum e por isso deixamos de tratar d'elle

O seguro de guerra consiste em um outro premio que o segurado tem de pagar além do premio commum do seguro afim de ser tambem indemnizado dos prejuisos que possa ter provenientes de guerra.

Os calculos sobre seguro de guerra obedecem ás mesmas regras dos seguros maritimos e terrestres.

Seguro sobre dividas, usado no commercio com o nome de **delcredere**, consiste em uma commissão cobrada pelo consignatario ao committente, para lhe garantir o pagamento das vendas das suas consignações, feitas a credito.

Os calculos sobre *delcredere* obedecem ás mesmas regras das commissões ou porcentagem.

Regra de falsa posição

A Regra de falsa posição é o modo de encontrar-se um numero desconhecido com o auxilio de um numero falso.

Os elementos de uma *regra de falsa posição* são: *Numero desconhecido*—*Numero falso*—*Resultado verdadeiro* e *Resultado falso*.

Numero desconhecido é o numero que representa a solução do problema.

Numero falso é um numero qualquer tomado arbitrariamente para, com o seu auxilio, encontrar-se o numero desconhecido.

Resultado verdadeiro é o resultado das operações do enunciado do problema, effectuadas com o numero desconhecido.

Resultado falso é o resultado das operações do enunciado do problema, effectuadas com o numero falso.

Para se resolver qualquer problema sobre a *regra de falsa posição* observa-se a seguinte:

REGRA—Toma-se um numero qualquer e com elle effectuam-se todas as operações do enunciado do problema formando depois a seguinte proporção.

O resultado falso está para o resultado verdadeiro assim como o numero falso está para x

O valor de x será o numero procurado.

EXEMPLO

Qual o numero que somnado consigo proprio mais a sua terça parte é igual a 196?

Tomando um numero qualquer, 24 por exemplo, e effectuando-se com este numero todas as operações do problema, tem-se.....

$$24 + 24 + 8 = 56$$

Sendo portanto, 24 o numero falso e 56 o resultado falso

Compondo-se a proporção de accordo com a regra acima virá:

Resultado falso	Resultado verdadeiro	Numero falso	Numero desconhecido
56	196	24	x
:	:	::	:

Tirando o valor de x resultará:

$$x = \frac{196 \times 24}{56} = 84$$

Sendo 84 o numero procurado e, portanto, a solução do problema.

Verificando-se os calculos teremos:

$$84 + 84 + \frac{84}{3} = 196 \quad \text{ou seja} \quad 84 + 84 + 28 = 196$$

PROBLEMAS

378—Qual é o numero que sommando com sua metade mais a sua terça parte é igual a 132?—Resp. 72.

379—A somma de um terço, um quarto e um quinto de erto numero é igual a 141; qual esse numero?—Resp. 180.

380—Achar um numero que sommado com o seu triplo e da somma subtrahida a sua metade o resto seja 315; qual o numero?—Resp. 90.

381—Qual o numero cujo dobro mais a metade mais a quinta parte é igual a 270?—Resp. 100.

382—Qual o numero que sommado com o seu triplo e o seu dodro é igual a 90?—Resp. 15.

Regra de combinações

Regra de combinações é o processo arithmetico que tem por fim combinar dois ou mais objectos ou algarismos dando-lhes posições diferentes.

A resolução da *regra de combinações* consiste em achar-se o maior numero de combinações que poderão ser feitas com um determinado numero de objectos ou algarismos, entrando todos em todas ellas.

Para se praticar a resolução de uma *regra de combinações* procede-se a multiplicação continuada desde o numero 1 até o numero de algarismos ou objectos dados; o producto final será o resultado procurado.

EXEMPLOS

COM ALGARISMOS

Qual o maior numero de combinações que se poderá fazer com os algarismo 2, 5 e 7?

Sendo tres o numero de algarismos dados procederemos a multiplicação continuada desde 1 até 3 e teremos:

$$1 \times 2 \times 3 = 6$$

Sendo 6 o numero de combinações procuradas as quaes serão as seguintes:

123, 132, 213, 231, 312, 321

COM CÔRES

Quantas combinações poderemos fazer com as côres azul, branca e encarnada?

Sendo 3 o numero de côres do problema procederemos a multiplicação continuada de 1 até 3 e teremos:

$$1 \times 2 \times 3 = 6$$

Sendo 6 a solução do problema; representando por A o azul; por B o branco e por E o encarnado verifica-se:

ABE, AEB, BAE, BEA, EAB, EBA

PROBLEMAS

383—Qual o maior numero de combinações que se poderá fazer com 7 algarismos?—Resp. 5040.

384—Quantas combinações poderão ser feitas com 5 objectos?—Resp. 120.

385—Quantas combinações diferentes se poderão fazer com os algarismos significativos?—Resp. 362880.

Progressões

Progressões são series de numeros que crescem ou decrescem n'uma razão constante. Assim as series:

- 1.^a—1, 6, 11, 16, 21, 26.....
- 2.^a—30, 26, 22, 18, 14, 10.....
- 3.^a—2, 6, 18, 54, 162.....
- 4.^a—80, 40, 20, 10, 5.....

são progressões porque na primeira cada termo é igual ao anterior *sommado* com o numero 5; na segunda, cada termo é igual ao anterior *subtrahido* do numero 4; na terceira, cada termo é igual ao anterior *multiplicado* pelo numero 3; na quarta, cada termo é igual ao anterior dividido pelo numero 2.

Sendo a serie dos numeros illimitada é claro que as progressões são infinitas.

As progressões dividem-se em *progressões por differença* e *progressões por quociente*: são por *differença* quando os termos são formados pela *addição* ou pela *subtracção* e são por *quociente* quando os termos são formados pela *multiplicação* ou pela *divisão*.

No exemplo acima a primeira e segunda series são por differença como a terceira e quarta são por quociente.

Escreve-se uma progressão por differença pondo-se antes do primeiro termo o signal \div e separando-se um termo do outro por um ponto (.) Assim:

÷ 2 . 4 . 6 . 8 . 10 é uma progressão por diferença.

Escreve-se uma progressão por quociente pondo-se antes do primeiro termo o signal ÷ e separando-se um termo do outro por dois pontos (:). Assim:

÷ 3 : 6 : 12 : 24 : 48 é uma progressão por quociente.

Em qualquer progressão por diferença ou por quociente distinguem-se os *extremos*, os *meios* e os *meios equidistantes*.

São **extremos** o primeiro e o ultimo termo.

São **meios** os termos intermediarios.

São **meios equidistantes** os meios que ficam em igual distancia das extremos.

Tomando-se como exemplos as duas progressões seguintes uma, por diferença outra por quociente,

÷ 2 . 5 . 8 . 11 . 14 . 17 . 20

÷ 3 : 9 : 27 : 81 : 243 : 729

nota-se que:

Na progressão por diferença, os termos 2 e 20, são os *extremos*; os termos 5 . 8 . 11 . 14 . 17 são os *meios differenciaes*; os termos 5 e 17— 8 e 14 são os *meios equidistantes*.

Na progressão por quociente os termos 3 e 729 são os *extremos*; 9 : 27 : 81 : 243 são os *meios proporcionaes*; 9 e 729; 27 e 81 são os *meios equidistantes*.

Passaremos agora a tratar, separadamente, de cada uma das especies de progressões.

Progressões por diferença

Progressão por diferença é a progressão em que qualquer termo é igual ao antecedente *mais* ou *menos* uma razão constante.

As progressões por diferença dividem-se em *crecente* e *decrecente*.

Uma progressão por diferença é **crecente** quando cada

termo é igual ao antecedente somado com a razão, começando, portanto, do termo menor para o maior.

Uma progressão por diferença é **decrecente** quando cada termo é igual ao antecedente subtraído da razão, começando portanto, do termo maior para o menor.

EXEMPLOS

1.^a ÷ 3 . 7 . 11 . 15 . 19 . 23 Progressão crescente

2.^a ÷ 20 . 18 . 16 . 14 . 12 . 10 — decrecente

Entre as propriedades da progressão por diferença distinguiremos as duas seguintes:

1.^a Propriedade—Em qualquer progressão por diferença a somma dos extremos é igual a somma dos meios equidistantes. Tomando como exemplo as progressões do exemplo anterior, verifica-se:

$$\text{Na primeira: } 3 + 23 = 26 \quad \left\{ \begin{array}{l} 7 + 19 = 26 \\ 11 + 15 = 26 \end{array} \right.$$

$$\text{Na segunda: } 20 + 10 = 30 \quad \left\{ \begin{array}{l} 18 + 12 = 30 \\ 16 + 14 = 30 \end{array} \right.$$

2.^a Propriedade—Em qualquer progressão por diferença quatro termos consesutivos formam uma equidiferença.

Tomando-se para exemplo o mesmo exemplo anterior verifica-se:

$$\text{Na primeira } \left\{ \begin{array}{l} 3 . 7 : 11 . 15 \\ 7 . 11 : 15 . 19 \\ 11 . 15 : 19 . 23 \end{array} \right. \quad \text{Na segunda } \left\{ \begin{array}{l} 20 . 18 : 16 . 14 \\ 18 . 16 : 14 . 12 \\ 16 . 14 : 12 . 10 \end{array} \right.$$

Os elementos de uma progressão por diferença são: *Primeiro termo*—*ultimo termo*—*razão*—*numero de termos e somma dos termos*.

Primeiro termo é o termo pelo qual começa a progressão.

Ultimo termo é o ultimo termo determinado.

Razão é o numero que se somma ou se subtrahe de cada termo para formar o termo seguinte.

Numero de termos é o numero de termos representados na progressão.

Somma dos termos é a somma de todos os termos representados.

Os calculos sobre progressões por differença consistem em encontrar, por meio de seus elementos conhecidos, os outros desconhecidos, cujas regras são as seguintes:

1.^a—Qualquer termo de uma progressão por differença o ultimo termo é igual ao producto da razão pelo numero de termos menos 1; sommado com o primeiro termo, quando a progressão fôr crescente, e subtrahido d'este, quando a progressão fôr decrescente.

2.^a—**O primeiro termo** de qualquer progressão por differença é igual ao producto da razão pelo numero de termos menos 1, subtrahido do ultimo termo quando a progressão fôr crescente e sommado com este, quando a progressão decrescente.

3.^a—**A razão** em qualquer progressão por differença é igual ao resultado da differença entre o primeiro e o ultimo termo dividido pelo numero de termos menos 1.

4.^a—**O numero de termos** em qualquer progressão por differença é igual ao resultado da differença entre o primeiro e o ultimo termos dividido pela razão, mais 1.

5.^a—**A somma dos termos** em qualquer progressão por differença é igual á metade da somma do ultimo termo com o primeiro multiplicada pelo numero de termos.

Para evitar a confusão das regras acima e para facilidade dos calculos passamos a dal-as em formulas, por meio das quaes serão resolvidas, com facilidade todos os problemas sobre progressões por differença.

- Representando por **l** o ultimo termo.
- **a** o primeiro termo.
- **r** a razão.
- **n** o numero de termos.
- **s** a somma dos termos.

deduziremos as seguintes fórmulas.

- Para achar o ultimo termo..... $l = a + r(n-1)$
- o primeiro termo..... $a = \frac{l}{r} - (n-1)$
- a razão..... $r = \frac{l-a}{n-1}$
- a somma dos termos $s = \frac{(l+a)n}{2}$
- o numero de termos $n = \frac{l-a}{r} + 1$

Para se resolver, por meio das formulas qualquer problema sobre progressões por differença substituem-se as letras pelos seus valores no problema, praticam-se as operações indicadas e o resultado será a solução procurada.

EXEMPLOS

Qual será o ultimo termo de uma progressão por differença crescente de 7 termos em que o primeiro seja 2; e a razão 3?

Graphando-se o problema teremos:

$$a = 2; r = 3; n = 7; l = x$$

Sendo a progressão crescente a formula será:

$$l = a + r(n-1)$$

Substituindo-se na formula, as letras pelos seus respectivos valores virá:

$$l = 2 + 3(7-1)$$

ou seja $2 + 18 = 20$

Sendo 20 o ultimo termo procurado.

Verificando tem-se:

$$\div 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14 \cdot 17 \cdot 20$$

Do mesmo modo proceder-se-á para encontrar o primeiro termo, a razão e o numero de termos.

Qual será a somma dos termos de uma progressão por differença de 8 termos, sendo o primeiro 5, a razão 2 e o ultimo 19?

Graphando-se o problema teremos:

$$a = 5; l = 19; r = 2; n = 8; s = x$$

Escrevendo-se a formula respectiva teremos:

$$s = \frac{(l+a)n}{2}$$

Substituindo-se na formula as letras pelos seus valores no problema, virá:

$$s = \frac{(19+5)8}{2} = \frac{192}{2} = 96$$

Sendo 96 a somma procurada.

Verificando tem-se:

$$5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 96$$

PROBLEMAS

386—Qual será o ultimo termo de uma progressão por differença crescente de 7 termos sendo o primeiro 3, a razão 4?—Resp. 27.

387—Qual será o primeiro termo de uma progressão por differença crescente de 9 termos em que o ultimo seja 9 e a razão 1?—Resp. 1.

388—Qual será a razão de uma progressão por differença de 7 termos sendo o primeiro termo 3 e o ultimo 27?—Resp. 4

389—Qual será o numero de termos de uma progressão por differença em que o primeiro termo seja 5, a razão 2 e o ultimo termo 19?—Resp. 8.

390— Qual será a somma dos termos de uma progressão por differença de 8 termos, sendo o primeiro 4, o ultimo 18 e a razão 2?—Resp. 88.

Progressão por quociente

Progressão por quociente é a progressão em que qualquer termo é igual ao antecedente multiplicado ou dividido por uma razão constante.

As progressões por quociente dividem-se em *crescentes* e *decrecentes*.

Uma progressão por quociente é *crescente* quando cada termo é igual ao antecedente *multiplicado* pela razão, começando, portanto, do termo menor para o maior.

Uma progressão por quociente é *decrecente* quando cada termo é igual ao antecedente *dividido* pela razão, começando portanto, do termo maior para o menor.

EXEMPLOS

1.º — $\div 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : 96 \dots$ progressão crescente

2.º — $\div 486 : 162 : 54 : 18 : 6 : 2 \dots$ — decrecente

Entre as propriedades das progressões por quociente distinguiremos as duas seguintes:

1.ª Propriedade—Em qualquer progressão por quociente o producto dos extremos é igual ao producto dos meios equidistantes. Tomando como exemplo a progressão do exemplo anterior verifica-se.

$$\text{Na primeira } \left. \begin{array}{l} 3 \times 96 = 288 \\ 6 \times 48 = 288 \\ 12 \times 24 = 288 \end{array} \right\}$$

$$\text{Na segunda } \left. \begin{array}{l} 486 \times 2 = 972 \\ 162 \times 6 = 972 \\ 54 \times 18 = 972 \end{array} \right\}$$

2.ª Propriedade—Em qualquer progressão por quociente, quatro termos consecutivos formam uma proporção.

Tomando-se para exemplo o mesmo exemplo anterior verifica-se.

$$\text{Na primeira } \left. \begin{array}{l} 3 : 6 :: 12 : 24 \\ 6 : 12 :: 24 : 48 \\ 12 : 24 :: 48 : 96 \end{array} \right\} \text{ Na segunda } \left. \begin{array}{l} 486 : 262 :: 54 : 18 \\ 162 : 54 :: 18 : 6 \\ 54 : 18 :: 6 : 2 \end{array} \right\}$$

Os elementos de uma progressão por quociente são os mesmos da progressão por differença — *Ultimo termo* — *Razão* — *Numero de termos* e *Somma dos termos*.

Os calculos sobre progressões por quociente consistem em encontrar, por meio de seus elementos conhecidos, os outros desconhecidos, cujas regras são as seguintes:

1.ª **O ultimo termo** de uma progressão por quociente é igual ao primeiro termo multiplicado pela razão elevada a uma potencia igual ao numero de termos menos 1.

2.ª **O primeiro termo** de uma progressão por quociente é igual ao ultimo termo dividido pela razão elevada a uma potencia igual ao numero de termos menos 1.

3.ª **Razão** de uma progressão por quociente é igual a raiz cujo indice é o numero de termos menos 1 extrahida do quociente da divisão do ultimo termo pelo primeiro.

4.ª **A somma dos termos** de uma progressão por quociente é igual ao producto do ultimo termo pela razão menos o primeiro termo, dividido pela razão menos 1.

5.ª **O numero de termos** de uma progressão por quociente é igual á raiz cujo indice é a razão extrahida do quociente.

da divisão do ultimo termo dividido pelo primeiro e mais uma unidade.

Do mesmo modo que nas progressões por diferença passamos a dar formulas por meio das quaes poderão ser resolvidos, com facilidade, todos os problemas sobre progressões por quociente

- Representando por **l** o ultimo termo
- — **a** o primeiro termo
 - — **r** a razão
 - — **s** a somma dos termos
 - — **n** o numero dos termos

deduziremos as seguintes formulas:

- Para achar o ultimo termo..... $l = a \times r^{n-1}$
- — — primeiro — $a = \frac{l}{r^{n-1}}$
 - — a razão $r = \sqrt[n-1]{\frac{l}{a}}$
 - — a somma dos termos.. $s = \frac{lr-a}{r-1}$
 - — o numero dos termos. $n = \sqrt[r]{\frac{l}{a} \div 1}$

Para se resolver, por meio das formulas, qualquer problema sobre progressões por quociente, substituem-se, na formula respectiva, as letras pelos seus valores. praticam-se, depois, as operações indicadas e o resultado será a solução procurada.

EXEMPLOS

Qual será o ultimo termo de uma progressão por quociente de 6 termos em que o primeiro seja 3 e a razão 2?

Graphando o problema teremos:

$$l = x$$

$$a = 3$$

$$r = 2$$

$$n = 6$$

Escrevendo a formula respectiva teremos:

$$l = a \times r^{n-1}$$

Qual será a somma dos termos de uma progressão por quociente de 5 termos, sendo o primeiro termo 2, o ultimo 162 e a razão 3?

Graphando o problema teremos:

$$s = x$$

$$a = 2$$

$$l = 162$$

$$n = 5$$

$$r = 3$$

Tomando a formula respectiva teremos:

$$s = \frac{lr-a}{r-1}$$

Substituindo-se na formula cada letra pelo seu valor no problema, virá:

$$l = 3 \times 2^5$$

$$\text{ou seja } l = 3 \times 32 = 96$$

Sendo 96 a solução procurada.

Verificando-se tem-se:

$$\div 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : 96$$

Substituindo-se na formula cada letra pelo seu valor no problema virá:

$$s = \frac{162 \times 3 - 2}{3 - 1}$$

$$\text{ou seja } s = \frac{484}{2} = 242$$

Sendo 242 a solução procurada Verificando-se, teremos:

$$\div 2 + 6 + 18 + 54 + 162 = 242$$

Do mesmo modo se procederá para encontrar-se o primeiro termo, a razão e o numero de termos.

Tratando-se nas formulas para a determinação da razão e do numero de termos, da extracção de raizes quasi sempre superiores á raiz cubica, o que alem de estar fóra do dominio da Arithmetica elemental, embaraça muito os calculos, estes elementos deverão ser procurados por meio dos logarithmos cujas explicações serão encontradas mais adiante n'este compendio.

PROBLEMAS

391—Qual será o ultimo termo de uma progressão por quociente de 6 termos, sendo o primeiro termo 4 e a razão 2?—Resp. 128

392—Qual será o primeiro termo de uma progressão por quociente de 5 termos, sendo o ultimo termo 81 e a razão 3?—Resp. 1

393—Qual será a somma dos termos de uma progressão por quociente de 5 termos sendo o primeiro termo 4, o ultimo 64 e a razão 2?—Resp. 124

394—Qual será a razão de uma progressão por quociente de 6 termos sendo o primeiro termo 2, o ultimo 486?—Resp. 3

Logarithmos

Quando se combinam, termo a termo, duas progressões uma por quociente começando pela unidade e outra por diferença começando por zero o conjuncto d'essas progressões constitue um

systema de logarithmos cuja base é a razão da progressão por quociente e os logarithmos são os termos da progressão por differença. Assim:

Systema de logarithmos é o conjuncto de duas progressões, uma por differença começando por zero e outra por quociente começando por 1.

Base de um systema de logarithmos é a razão com que foi formada a progressão por quociente ou é o termo da progressão por quociente que tem por logarithmo a unidade.

Logarithmos são os termos de uma progressão por differença, que começa por zero correspondentes aos termos de uma progressão por quociente que começa pela unidade.

EXEMPLOS

Logariths. $\begin{matrix} \div 1 : 2 : 6 : 8 : 16 : 32 \\ \div 0 : 3 : 6 : 9 : 12 : 15 \end{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} \div 1 : 2 : 6 : 8 : 16 : 32 \\ \div 0 : 3 : 6 : 9 : 12 : 15 \end{matrix}} \right\} \text{Systema de logariths. de base 2}$

Do mesmo modo que os systemas de numeração são illimitados e adoptou-se para uso geral o systema decimal, assim tambem o numero de systemas de logarithmos é infinito e foi adoptado, para uso geral, o systema decimal que tomou o nome de systema commum ou systema de Briggs que foi o seu inventor.

LOGARITHMOS COMMUNS

No systema commum de logarithmos a progressão por quociente começando por 1 é formada com a razão 10, que é a base do systema; e a progressão por differença começando por 0, é formada com a razão 1, seguindo, portanto, a ordem natural hos numeros. Assim:

Logarithmos communs são os termos de uma progressão por differença que começando por zero segue a ordem natural dos numeros, correspondentes aos termos de uma progressão por quociente que começa por 1 e tem como razão 10.

EXEMPLOS

Log. communs $\begin{matrix} \div 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000 \dots \\ \div 0 : 1 : 2 : 3 : 4 \dots \end{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} \div 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000 \dots \\ \div 0 : 1 : 2 : 3 : 4 \dots \end{matrix}} \right\} \text{Systema decimal}$

Indica-se o logarithmo de um numero escrevendo-se antes d'elle as letras *lg*. Assim:

lg 86 quer dizer logarithmo de 86

No systema de logarithmos communs verifica-se que o *lg* de 1 é 0; *lg* de 10 é 1; *lg* de 100 são 2 e assim por diante, e como os termos da progressão por quociente representam potencias de 10, resulta d'ahi a primeira propriedade dos logarithmos communs.

1.^a Propriedade—O logarithmo de qualquer potencia de 10 é o seu proprio expoente.

$\begin{matrix} \div 1 : 10 : 10^2 : 10^3 : 10^4 : 10^5 \dots \\ \div 0 : 1 : 2 : 3 : 4 : 5 \dots \end{matrix}$

Notandp-se ainda o systema de logarithmos communs verifica-se que sendo 0 o *lg* de 1 e sendo 1 o *lg* de 10 os numeros intercalados entre 0 e 10 que são 1, 2, 3...9 devem ter por logarithmo um numero maior que 0 e menor que 1, devendo ser portanto, uma fracção; o mesmo se notará para os numeros intercalados entre 10 e 100 que são 11, 12, 13...99 os quaes deverão ter por logarithmo um numero maior que 1 e menor que 2, portanto, fraccionario; o mesmo se verificará com todos os outros numeros intercalados entre as potencias de 10 resultando então a segunda propriedade dos logarithmos communs.

2.^a Propriedade—O logarithmo de qualquer numero que não seja potencia de 10, é fraccionario.

Os logarithmos são representados em fórma de numeros decimaes dividindo-se, portanto, em duas classes: classe inteira e classe decimal.

A classe inteira de um logarithmo chama-se **característica**; e, a classe decimal chama-se **mantissa** ou simplesmente **decimal**.

A característica de um logarithmo é um numero formado de tantas unidades quantos forem os algarismos do numero, menos 1. Assim: 296 tendo tres algarismos a característica de seu logarithmo será 2; a característica de 1285 será 3; de 97 será 1 e assim por diante.

Se um numero tiver um só algarismo a característica de seu logarithmo será zero.

A mantissa de um logarithmo é commumente representada por 6 a 7 algarismos decimaes e são encontradas em tabellas especiaes que tomaram o nome de: *Taboas de logarithmos*; sendo geralmente usadas as de Callet ou Dupuis.

Para se determinar o logarithmo de um numero, em primeiro logar escreve-se a sua *caracteristica* que facilmente será encontrada de accordo com a exposição já feita; em segundo logar procura-se nas taboas a parte decimal, que escripta em seguida da caracteristica, separadas pela virgula, completará o logarithmo desejado.

Deixamos de dar explicações sobre o modo de procurar-se, nas Taboas, os logarithmos dos numeros, porque ellas proprias trazem todas as indicações necessarias para o seu uso; entretanto, passamos a dar uma pequena tabella dos logarithmos de alguns numeros para melhor comprehensão do estudo a seguir e para applicando-a aos nossos exemplos, melhor podermos verificar a exactidão de nossos calculos:

TABELLA DE LOGARITHMOS

N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.
1	0,000000	16	1,204120	31	1,491362	46	1,662758
2	0,301030	17	1,230449	32	1,505150	47	1,662098
3	0,477121	18	1,255273	33	1,518514	48	1,681241
4	0,602060	19	1,278754	34	1,531479	49	1,690196
5	0,698970	20	1,301030	35	1,544068	50	1,698970
6	0,778151	21	1,322219	36	1,556303	51	1,707570
7	0,845098	22	1,342423	37	1,568202	52	1,716003
8	0,903090	23	1,361728	38	1,579784	53	1,724276
9	0,954243	24	1,380211	39	1,591065	54	1,732394
10	1,000000	25	1,397940	40	1,602060	55	1,740363
11	1,041393	26	1,414973	41	1,612784	56	1,748188
12	1,079181	27	1,431364	42	1,623249	57	1,755075
13	1,113943	28	1,447158	43	1,633468	58	1,763428
14	1,146128	29	1,462398	44	1,643453	59	1,770852
15	1,176091	30	1,477121	45	1,653213	60	1,778151

As applicações e operações effectuadas com os logarithmos baseiam-se nas seguintes

PROPRIEDADES GERAES (*)

1.ª Propriedade— O logarithmo de um producto é igual á somma dos logarithmos de seus factores.

EXEMPLO

Effectuar pelos logarithmos a seguinte multiplicação $5 \times 7 = 35$

Procurando-se os logarithmos dos factores
 5 e 7 acha-se.....
 $Lg 5 = 0,698970$
 $Lg 7 = 0,845098$

 1,544068

Sommando-se os logarithmos achados tem-se

Procurando-se a que numero corresponde o logarithmo 1,544068 encontra-se 35, que é o producto de 5×7 , sem ter havido necessidade de effectuar-se a multiplicação que será sempre bastante prolongada quando se tem de operar com grandes numeros.

2.ª Propriedade— O logarithmo de um quociente é igual á differença entre o logarithmo do dividendo e o logarithmo do divisor

EXEMPLO

Effectuar pelos logarithmos a seguinte divisão $42 \div 7 = 6$

Procurando-se os logarithmos do dividendo 42 e do divisor 7 acha-se.....
 $Lg 42 = 1,623249$
 $Lg 7 = 0,845098$

 0,778151

Subtrahindo um logarithmo do outro tem-se

Procurando-se, então, a que numero corresponde o logarithmo 0,778151 encontra-se 6, sendo este numero o quociente procurado de $42 \div 7$, sem ter sido necessario praticar-se a divisão, operação, aliás bastante prolongada quando se trata de grandes numeros.

3.ª Propriedade— O logarithmo de uma potencia qualquer de um numero é igual ao logarithmo do numero multiplicado pelo expoente da potencia.

(*) As incontestaveis vantagens dos logarithmos manifestam-se nas grandes operações, principalmente quando se trata da potenciação ou radiciação; entretanto daremos os nossos exemplos com pequenos numeros não só para tornal-os de mais facil comprehensão como para poderem ser verificados na pequena tabella que apresentamos.

EXEMPLO

Effectuar pelos logarithmos a seguinte operação 2⁵ :

Procurando-se o logarithmo do numero 2

acha-se..... $Lg 2 = 0,301030$

Multiplicando-se este logarithmo 0,301030 5

pelo expoente 5 da potencia pedida tem-se 1,505150

Procurando-se, então, a que numero corresponde o logarithmo 1,505150 acha-se 32 que é realmente a quinta potencia de 2 sem que se tenha feito cinco multiplicações precisas, o que seria muito longo e de facéis enganões, principalmente quando se trata de grandes numeros.

4ª Propriedade—O logarithmo de uma raiz qualquer de um numero é igual ao logarithmo do numero dividido pelo indice da raiz pedida.

EXEMPLO

Effectuar pelos logarithmo a seguinte radiciação $\sqrt[5]{32}$

Procurando-se o logarithmo do

numero 32, acha-se..... $Lg 32 = 1,505150$

Dividindo-se o logarithmo achado 1,505150 pelo indice 5 da raiz tem-se $Lg \frac{1,505150}{5} = 0,301030$

Procurando-se então a que numero corresponde o logarithmo 0,301030, acha-se 2 que é realmente a raiz quinta de 32, sem haver necessidade de praticar-se a complicada operação da extracção d'essa raiz, que foi obtida por uma simples divisão.

Da 2.^a propriedade geral origina-se a seguinte:

Consequencia - O logarithmo de uma fracção é igual ao logarithmo do numerador dividido pelo logarithmo do denominador

Uma fracção indica uma divisão em que o numerador é o dividendo e o denominador o divisor e, portanto, lhe é perfeitamente applicavel a segunda propriedade.

O uso das *Taboas de logarithmos*, cujas operações foram feitas com toda segurança, trazem a grande vantagem da economia de tempo para a pratica dos calculos; entretanto, conhecendo-se um pequeno numero de logarithmos e com applicação de suas propriedades geraes se poderá determinar muitos outros. Assim conhecendo-se os logarithmos de 2 e de 3 poderemos conhecer o logarithmo de 6 porque 6 é o producto de 2×3 ; já conhecido o logarithmo de 6, podemos determinar o de 2×6 e

3×6 isto é o de 12 e 18; conhecidos os de 12 e 18, acharemos os de 2×12 , 2×18 , 3×12 , 3×18 , 6×12 , 6×18 e assim por diante, podendo-se, portanto, determinar os logarithmos de uma infinidade de numeros tendo conhecimento unicamente dos logarithmos de 2 e 3.

Pelo que acabamos de expor ficam bem comprovadas as vantagens da applicação dos logarithmos nos grandes calculos principalmente em alguns que ultrapassam os limites da Arithmetica e que só com trabalhosos calculos algebricos poderão ser resolvidos; entretanto, passamos a fazer alguns calculos comparativos sobre alguns dos nossos estudos já feitos, tomando para exemplos a *extracção da raiz cubica*, as progressões e os juros compostos.

Applicação dos logarithmos

EXTRACÇÃO DA RAIZ CUBICA

Pela simplificação do calculo para a extracção da raiz cubica pelos logarithmos se poderá avaliar a vantagem de sua applicação na extracção de raizes de maiores indices

EXEMPLO

$$\sqrt[3]{268336125}$$

Pela regra geral

268.336.125	645	$64^3 \times 3 = 12288$	$64^3 \times 3 = 12288$
216	$6^2 \times 3 = 108$	64	645
<u>523.36</u>		$\times 64$	$\times 645$
262144		256	3225
<u>61921.25</u>		384	2580
268 336 125		<u>4096</u>	3870
0		$\times 64$	416025
		16384	$\times 645$
		<u>24576</u>	2080125
		262144	1664100
			2496150
			<u>268336125</u>

Resultando:

$$\sqrt[3]{268336125} = 645$$

Pelos logarithmos

Procurando-se o logarithmo do numero 268336125 e dividindo-se o logarithmo encontrado pelo indice da raiz (3) tem-se:

$$\text{Lg } 268336125 = \frac{8,427777}{3} = 2,809259$$

Procurando-se novamente, a que numero corresponde o logarithmo 2,809259 encontra-se 645, sendo este numero a raiz procurada.

EXERCICIOS

Effectuar pelos logarithmos as seguintes operações:

$\sqrt[5]{421875}$ Resp. 75	$\sqrt[4]{20736}$ Resp. 12	$\sqrt[5]{359041}$ Resp. 9
$\sqrt[3]{97336}$ Resp. 46	$\sqrt[4]{50625}$ Resp. 15	$\sqrt[5]{117649}$ Resp. 7

PROGRESSÕES POR QUOCIENTE

Nas formulas para encontrar-se os elementos desconhecidos das progressões por quociente nota-se na da *razão* (*r*) e na do *numero de termos* (*n*) que a operação principal é a radiciação; e, como quasi sempre, o indice é superior a 3 esta operação excede os limites da Arithmetica elemental, onde somente, com o auxilio dos logarithmos poderão ser desenvolvidas.

Applicando-se, portanto, os logarithmos a essas formula ellas assim ficarão:

FORMULAS COMMUNS

$$r = n-1 \sqrt{\frac{t}{a}}$$

$$n = r \sqrt{\frac{t}{a}} + 1$$

FORMULAS COM LOGARITHMOS

$$\text{lgr} = \frac{\text{lg} t - \text{lg} a}{\text{lg} r - 1}$$

$$\text{lg} n = \frac{\text{lg} t - \text{lg} a}{\text{lgr}} + 1$$

JUROS COMPOSTOS

Quando nos occupamos em outro logar d'este compendio, do estudo sobre *juros compostos*, deixamos de mencionar as formulas para a resolução de seus calculos porque não convinham ser feitos sem o auxilio dos logarithmos e aguardamo-nos para apresental-as depois de estudada essa theoria.

Passamos agora a fornecel-as com os logarithmos.

Representando por **A** o capital accumulado

- **a** o capital primitivo
- **t** o tempo
- **r** a taxa

poderemos deduzir as seguintes formulas.

$$\text{lg } A = \text{lg } a + t \text{lg} \left(1 + \frac{r}{100} \right)$$

$$\text{lg } a = \text{lg } A - t \text{lg} \left(1 + \frac{r}{100} \right)$$

$$\text{lg } t = \frac{\text{lg } A - \text{lg } a}{\text{lg} \left(1 + \frac{r}{100} \right)}$$

$$\text{lg} \left(1 + \frac{r}{100} \right) = \frac{\text{lg } A - \text{lg } a}{t}$$

Como nas regras anteriores, qualquer problema sobre *juros compostos* poderá ser resolvido pela formula respectiva substituindo-se cada letra pelo seu valor no problema e effectuando-se as operações indicadas de accordo com as regras dos logarithmos

EXEMPLO

Qual será o capital accumulado em 20 prazos annuaes sendo o capital primitivo £ 75 a juros compostos de 5 o/o ao anno?

Applicando-se a fórmula respectiva tem-se..... $\text{lg } A = \text{lg } a + t \text{lg} \left(1 + \frac{r}{100} \right)$

Substituindo se na formula cada letra pelo seu respectivo valor tem-se $\text{lg } A = \text{lg } 75 + 20 \text{lg} \left(1 + \frac{5}{100} \right)$

Procurando-se o logarithmo da taxa $1 + \frac{5}{100}$ ou seja 1,05 acha-se.....

Que multiplicando-se pelo tempo 20 encontra-se.....

Sommando-se a este producto o $\text{lg } 75$ resultará.....

Procurando-se, finalmente, a que numero correspondente o logarithmo 2,298841 encontra-se 199, sendo, portanto, £ 199 a solução procurada.

Do mesmo modo se procede para encontrar-se o capital primitivo, a taxa e o tempo.

0,021189

× 20

0,423780

1,875061

2,298841

PROBLEMAS

395—Qual o capital accumulado em 15 annos, sendo o capital primitivo £ 50 a juros compostos de 6 o/o ao anno?—Resp. £ 122.

396—Em que tempo 800\$000 a juros compostos de 5 1/2 o/o ao anno torna-se igual a 1:163\$740?—Resp. 7 annos.

397—Qual a taxa para em 15 annos o capital de £ 50 tornar-se igual a £ 122?—Resp. 6 o/o.

398—Qual o capital primitivo para com juros compostos de 5 1/2 o/o ao anno tornar-se igual a 1:163\$740?—Resp. 800\$000.

399—Qual o capital accumulado em 6 annos, sendo o capital primitivo 2:000\$000 e a taxa 10o/o?—Resp. 3:543\$100.

400—Em que tempo 2:000\$000 a juros compostos de 10 o/o ao anno torna-se igual a 3:543\$100—Resp. 6 annos.

Alem dos exemplos de que acabamos de nos occupar, a theoria dos Logarithmos poderá ser applicada em qualquer calculo arithmetico, sendo tanto maior a vantagem de sua applicação quanto maior forem os numeros com os quaes se tenha de praticar.

As vantagens da applicação da theoria dos logarithmos salientam-se principalmente, sobre os calculos de pontenciação ou radiciação, a maioria dos quaes estão alem dos estudos da Arithmetica.



INDICE

Preliminares	3	Complemento dos numeros	64
Numeração	4	Igualdade	65
Numeração escripta	6	Transformações	67
Numeração fallada	6	Resolução	70
Numeração de quantias	7	Eliminação dos parenthesis	71
Numeração Romana	8	Elmin. dos denominadores	72
Numeros de ordem	11	Operações indicadas	76
Signaes Arithmeticos	12	Equações simples	77
Emprego da letra x	12	Problemas	78
Operações fundamentaes	13	Equações com parenthesis	79
Adição	15	Problemas	79
Provas	16	Equações fraccionarias	80
Grandes addições	18	Problemas	80
Principios	19	Equações com pareth. e fra-	80
Propriedades	20	ções	81
Subtração	22	Problemas	83
Provas	24	Media	84
Principios	25	Praso medio	84
Problemas	27	Problemas	85
Multiplicação	29	Reducção á unidade	86
Provas	31	Problemas	87
Multiplicação continuada	31	Propriedade dos numeros	88
Taboada do Pithagoras	32	Numeros primos	89
Propriedades	32	Tabella de numeros primos	90
Abreviaturas	34	Factores primos	91
Formação do duplo, triplo etc	41	Divisibilidade	91
Problemas	42	Caracteres	94
Emprego dos parenthesis	43	Theoremas	95
Problemas	46	Todos os divisores de um n.º	96
Divisão	47	Numero de divisores	97
Provas	48	Divisores communs	97
Problemas	49	Maximo commum divisor	98
Divisão com resto	50	M. c. d. pela divisão	99
Problemas	51	M. c. d. pelos factores primos	100
Abreviaturas	52	Problemas	101
Problemas	54	Multiplo commum	101
Divisões successivas	55	Minimo multiplo commum	101
Problemas	55	M. m. c. pelos fact. communs	102
1.ª propriedade	56	M. m. c. pelos fact. primos	103
Problemas	57	Problemas	104
2.ª propriedade	58	Divisão por cancellamento	104
Problemas	59	Fracções	106
Form. da metade, terça, etc	60		
Problemas	61		
Problemas geraes	62		

<i>Fracções ordinarias</i>	106	<i>Reducção de multiplos</i>	189
Alterações.....	107	Methodo das relações.....	190
Propriedades.....	108	Meth. pela numer. escripta..	192
Transformações.....	109	Problemas.....	194
Simplificação.....	110	<i>Relação entre medidas antigas e modernas</i>	195
Reducção ao mesmo denominador.....	112	<i>Conversão de medidas</i>	196
Adição.....	114	Problemas.....	198
Subtracção.....	117	Conv. de med. de superficie.	199
Multiplicação.....	120	Problemas.....	201
Divisão.....	121	Conv. de med. de volume....	202
<i>Fracção de fracção</i>	124	Problemas.....	203
<i>Fracções de quantidade</i>	125	Bazão	203
<i>Fracções decimais</i>	127	Equidifferença	204
Leitura.....	128	Propriedades.....	206
Escripta.....	128	Proporcionalidades	207
Propriedades.....	129	Proporção	208
Reduzir a mesma denominaç.	130	Propriedades.....	209
Adicção.....	130	Alterações.....	210
Subtracção.....	131	Regra de tres	210
Multiplicação.....	131	<i>Regra de tres simples</i>	212
Divisão.....	132	Pelas proporções.....	214
<i>Conversão de fracções</i>	135	Pela reducção á unidade....	214
Dizimas periodicas	137	Pela equação.....	215
Potenciação	140	Problemas.....	216
Quadrado.....	140	<i>Regra de tres composta</i>	216
Cubo.....	141	Pelas proporções.....	218
Radiciação	147	Pelas equações.....	219
Raiz quadrada.....	148	Problemas.....	219
Raiz cubica.....	156	<i>Divisão em partes proporcionaes</i>	221
Numeroes complexos	164	Problemas.....	222
Conversão.....	169	Regra de Companhia	222
Operações.....	172	<i>Regra de companhia simples</i>	222
Problemas.....	175	Problemas.....	225
Systema metrico decimal	176	<i>Regra de companhia composta</i>	226
Metro.....	177	Problemas.....	226
Litro.....	178	Regra de juros	226
Grammo.....	179	<i>Juros simples</i>	226
Stereo.....	181	Pelas proporções.....	229
Franco.....	182	Problemas.....	231
Metro quadrado.....	182	Pelas formulas.....	233
Metro cubico.....	183	Problemas.....	235
Are.....	184	Problemas.....	238
<i>Escripta de medidas metricas</i>	185	Problemas.....	239
Operações.....	187	Pelos divisores fixos.....	240
Problemas.....	188	Problemas.....	240

<i>Juros cômposos</i>	241	Problemas.....	272
Problemas.....	242	Tabella de cambio	272
Regra de porcentagem	242	Conversão pela tabella.....	273
Pela regra de tres.....	243	Problemas.....	273
Problemas.....	243	Regra conjuncta	275
Pelas formulas.....	244	Problemas.....	276
Problemas.....	245	Problemas.....	278
Pelo methodo pratico.....	245	Regra de mistura	278
Problemas.....	246	<i>Mistura arbitraria</i>	278
Caso especial.....	246	Problemas.....	279
Problemas.....	247	<i>Mistura determinada</i>	279
Commissões	248	Problemas.....	280
Problemas.....	249	Problemas.....	281
Descontos	249	Problemas.....	282
<i>Descontos por fóra</i>	250	Regra de liga	283
Pelas proporções.....	250	Problemas.....	283
Problemas.....	251	Seguros	284
Pelas formulas.....	251	<i>Seguros maritimos e terrestres</i> ...	284
Problemas.....	253	Problemas.....	285
Resolução pratica.....	253	<i>Seguros especiaes</i>	285
Problemas.....	254	Regra de falsa posição	286
Problemas.....	255	Problemas.....	287
<i>Desconto por dentro</i>	257	Regra de combinações	288
Problemas.....	259	Problemas.....	289
Regra de cambio	260	Progressões	289
<i>Cambio directo</i>	261	<i>Progressões por differença</i>	290
<i>Dinheiro inglez em dinh. brasileiro e vice-versa</i>	262	Problemas.....	294
Pelas proporções.....	262	<i>Progressões por quociente</i>	294
Problemas.....	263	Problemas.....	297
Pelas formulas.....	263	Logarithmos	297
Problemas.....	264	Logarithmos communs.....	298
Conversão pratica.....	265	Tabella de logarithmos.....	300
Problemas.....	266	Propriedades geraes.....	301
<i>Dinh. bras. em de outras nações</i>	266	<i>Applicação dos logarithmo</i>	303
Pelas proporções.....	267	Raiz cubica.....	303
Problemas.....	267	Progressões por quociente....	304
Pelas formulas.....	268	Juros cômposos.....	304
Problemas.....	268		
Conversão pratica.....	269		
Exercicios.....	269		
<i>Dinh. portuguez em brasileiro</i>	270		
Exercicios.....	271		
<i>Cambio indirecto</i>	271		





