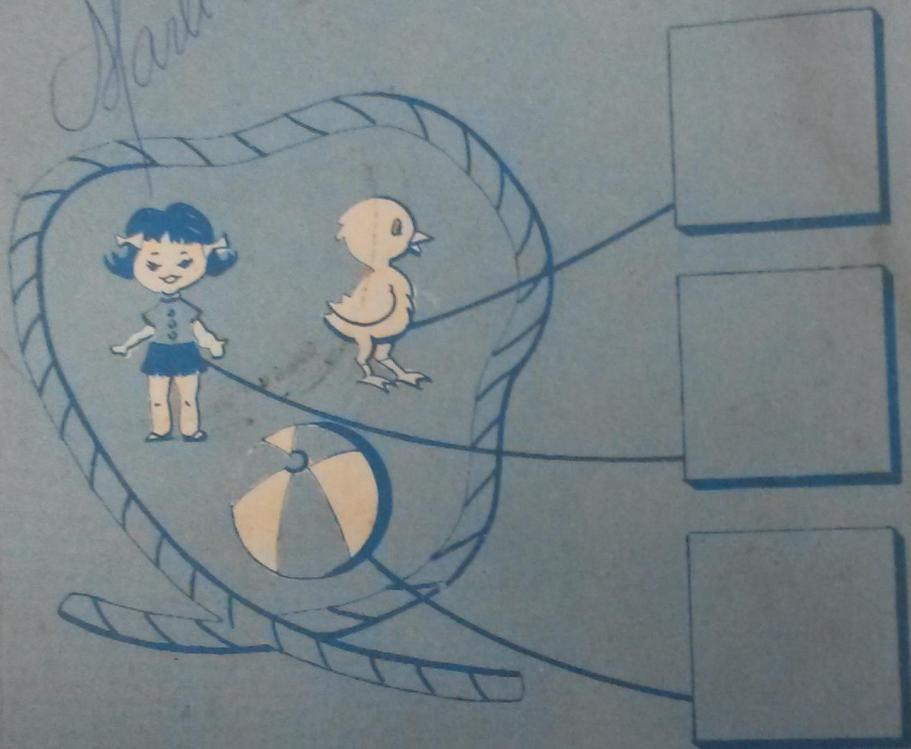


NOÇÕES BÁSICAS SÔBRE CONJUNTOS E NÚMEROS

Nível 1 — 1ª Etapa



ELY MACHADO DE CAMPOS



ELY MACHADO DE CAMPOS

Professôra de Didática Especial da Matemática e integrante da Equipe de Supervisão do Estágio, no Instituto de Educação "Gen. Flôres da Cunha", Pôrto Alegre-RS.

NOÇÕES BÁSICAS SÔBRE CONJUNTOS E NÚMEROS

(De acôrdo com o Programa Experimental do
Ensino de 1.º Grau)

Nível 1 — 1.ª etapa

EDICÕES



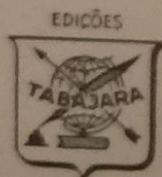
1.ª Edição — 1971 — 5.000 Exemplares

Ilustrações de:

Anelisa Trein Becker

Capa de:

Elsy Pires Ferreira



PÔRTO ALEGRE
Rua dos Andradas, 1774
Tel: 24-1073 - C. Postal, 1918

SÃO PAULO
Rua Sta. Ifigênia, 72 - 1.º andar
Tel: 33-1249

COMUNICAÇÃO DE UM ENSAIO
EM DIDÁTICA EXPERIMENTAL

NÍVEL I — 1.ª ETAPA

ESCOLA "BELA VISTA" ANEXA AO INSTITUTO
DE EDUCAÇÃO "GEN. FLÔRES DA CUNHA"
PÔRTO ALEGRE - RIO GRANDE DO SUL

INTRODUÇÃO

O presente trabalho mantém, em seus conteúdos, a seguinte ordem de apresentação:

- I — Unidade A — dados sobre a organização e o plano da experiência.
- II — Unidade B — documentário do início das atividades (março de 1969).
- III — Unidade C — conceituação do número; noções lógicas e matemáticas; formulação de diretrizes didáticas baseadas em pedagogia dinâmica que vê no aluno o agente e o criador de seus próprios conhecimentos; distribuição desta unidade C em subunidades: objetivos e conteúdos específicos, terminologia, comentários e sugestões didáticas para os itens trabalhados em cada uma delas.
- IV — Comunicação sobre material didático usado — provas aplicadas visando aos estágios de desenvolvimento mental; jogos lógicos; provas de avaliação de rendimento; estudo sobre o número e as implicações lógicas e conjuntistas desse conceito.
- V — "Dossier" composto de numerosos exemplares de fichas dos comprovantes de nossos alunos. Diretrizes para a aplicação das fichas.
- VI — Referências bibliográficas para consulta do aluno e do professor.

Na realização deste trabalho, contamos com a participação valiosa das professoras-estagiárias Maria Bernadete Lisboa Martins e Helena Luiza Pinto Coltro,

professoras das classes experimentais, no primeiro semestre de 1969. A melhor evidência do entusiasmo, competência e dedicação de nossas jovens colaboradoras foi o desempenho de um trabalho docente em alto nível, vigoroso e original. De tudo o que se realizou, a parcela mais significativa lhes cabe.

Desejamos também agradecer às professoras Nádya V. Tondo, da Divisão de Português do Curso Normal do Instituto de Educação "Gen. Flôres da Cunha" e Leda Sperb Lopes, do Centro de Pesquisas e Orientação Educacionais e Execução Especializada da Secretaria de Educação e Cultura do Rio Grande do Sul, pelas oportunas observações que permitiram melhorar nosso trabalho.

E de modo particular, expressamos reconhecimento à professora Regina Rocha do Vale, da Divisão de Matemática do Curso Normal do Instituto de Educação "Gen. Flôres da Cunha", pelo interesse ao revisar os subsídios desta comunicação e pelas sugestões com que os enriqueceu.

Como referência especial, nos dirigimos à Prof^a Odila Barros Xavier, que soube despertar nesta sua aluna, como em tantas outras, um carinho profundo pelo estudo da matemática.

ELY MACHADO DE CAMPOS

É com viva satisfação que o Grupo de Estudos sobre o Ensino da Matemática de Pôrto Alegre apresenta o livro da colega e associada, Ely Machado de Campos. Faz parte dos objetivos do GEEMPA apoiar tôdas as iniciativas em prol da renovação do ensino da matemática, sendo êste livro uma delas.

Há uma carência imensa de bons livros em língua vernácula, sobretudo no que diz respeito à metodologia da matemática reformulada na escola primária; o relato de uma experiência, como se faz neste volume, e que sabemos já está sendo amplamente enriquecido cada ano que passa, seguindo as etapas fundamentais (atributo, introdução à topologia do plano, conjuntos, relações de equivalência e correspondência biunívoca) para que a criança construa o conceito de número cardinal vem ao encontro das necessidades de inumeráveis professores interessados. Alegra-nos também que êste livro, pelo fato de ser a descrição de uma experiência, possa lhes servir de sugestão, pois uma verdadeira aprendizagem é sempre conduzida de forma original, criada a cada ano, de acôrdo com o tipo de alunos que o professor tem em classe, atendendo suas peculiaridades próprias e não poderá jamais ser estandardizada num livro texto, adotado sempre e exclusivamente.

Além disso, sabemos que o único caminho da renovação do ensino, aprendizagem da matemática, é efetivá-la realmente em classes-piloto por pessoas preparadas, pois só os fatos convencerão a longo prazo.

Esther Pillar Grossi
p/Grupo de Estudos sobre o Ensino da Matemática de Pôrto Alegre (GEEMPA).

ÍNDICE

| | | |
|-------|---|----|
| A — | Observação sôbre as diretrizes gerais do trabalho | 11 |
| 1. | Considerações iniciais | 11 |
| 2. | A escola | 12 |
| 3. | Hipóteses de trabalho | 12 |
| 4. | As classes | 12 |
| 5. | As professoras | 12 |
| 6. | Os recursos da linha estrutural | 13 |
| 6.1 | — Preparo do professor supervisor | 13 |
| 6.2 | — Conhecimento dos resultados, da linha didática e programática de outros autores | 14 |
| 6.3 | — Levantamento da linha operacional | 14 |
| 6.4 | — Seleção, aquisição e organização dos materiais | 15 |
| 7. | A técnica de orientação | 15 |
| 8. | Levantamento dos conteúdos lógicos e matemáticos para a etapa inicial | 16 |
| B — | Atividades prévias ao desenvolvimento do trabalho sôbre o conceito de número | 17 |
| 1. | Início das atividades docentes em março de 1969 | 17 |
| 2. | Sondagem e primeiros conteúdos | 18 |
| 2.1 | — Provas de Piaget | 19 |
| 2.2 | — Apreciações qualitativas | 20 |
| 2.3 | — Quantificadores | 20 |
| 2.4 | — Relações de tempo, espaço, pêso e tamanho | 21 |
| 3. | Comentários e observações de aula | 22 |
| 3.1 | — Aplicação das provas operatórias | 22 |
| 3.1.1 | — Conservação das equivalências | 23 |
| 3.1.2 | — Conservação das quantidades | 24 |
| 3.1.3 | — Inclusão de classes | 26 |
| 3.1.4 | — Seriação de relações assimétricas | 27 |
| 3.1.5 | — Observação de aula | 28 |
| 3.2 | — Das Apreciações qualitativas ao conceito de “classe” | 30 |
| 3.2.1 | — Observações de aula | 31 |

| | |
|--|-----|
| C — Conceituação do número — Conteúdos lógicos e matemáticos — Objetivos — Terminologia — Comentários e Diretrizes Didáticas — Observações | 33 |
| 1. Idéia de conjunto universo — pertinência — não pertinência — elemento | 33 |
| 2. Conjunto — subconjunto — elemento — apreciações qualitativas | 34 |
| 3. Jogos preliminares (blocos) — conjunto universo — relação de pertinência | 36 |
| 4. Conjunto unitário e conjunto vazio — idéia de relação — uso das flechas | 38 |
| 5. Simbologia — relações símbolos — ser simbolizados — jogos estruturados | 40 |
| 6. Conjunto complementar — simbologia — igualdade entre dois sinais representando o mesmo ser .. | 43 |
| 7. Estudo de relações espaciais básicas ao uso do diagrama — representação de conjuntos — o diagrama de Venn | 46 |
| 8. Atributos conjuntivos — jogos — outras atividades sobre noções conjuntistas em estudo — conjuntos definidos em extensão | 49 |
| 9. Relação de equivalência — equivalência entre objetos — jogos — atributos — conjuntivos e subconjuntos | 52 |
| 10. Relação de ordem — ordenação de objetos — jogos — conjunto complementar | 58 |
| 11. Relações entre conjuntos — correspondência termo a termo | 61 |
| 12. Conjuntos equipotentes — atividades sobre correspondência, utilizando os blocos lógicos e os tubinhos de encaixe | 65 |
| 13. Representação de conjuntos através das chaves .. | 70 |
| 14. O número como propriedade de uma classe de conjuntos equipotentes — o cardinal "três" | 73 |
| D — Aplicação do Pré-Teste de Brownell | 78 |
| E — Relação de equivalência — Comentários sobre a aplicação de uma prova | 83 |
| F — Um estudo sobre o conceito de número | 87 |
| G — Jogos lógicos | 90 |
| H — Material didático | 93 |
| I — Prova de avaliação do rendimento | 98 |
| J — Manual para o professor | 101 |
| K — Referências bibliográficas | 109 |

A — OBSERVAÇÕES SÔBRE AS DIRETRIZES GERAIS DO TRABALHO

1 — Considerações iniciais — A experiência em si

O trabalho que apresentamos constitui o relato pormenorizado das atividades diárias, na área de matemática, em duas classes de primeiro ano, em 1969, em uma das escolas de Estágio, anexa ao Instituto de Educação "Gen. Flôres da Cunha". A simples qualificação da escola — Escola de Estágio — já imprime a êste contexto uma característica tôda sua. E a determinação da área, em regime experimental, traz a nosso relato o caráter de atualidade suficiente para justificar a preocupação de levar à prática uma linha operacional que procura buscar, apoiada em fatos, informações suscetíveis de melhorar as situações de ensino da matemática e dados para configurar o esboço de um programa que procura se constituir, respondendo a uma realidade.

Neste ensaio experimental — simples em sua aparência, difícil em suas exigências e, segundo nos parece, fecundo em seus primeiros resultados — fizemos variar, essencialmente, dois fatores da situação pedagógica que vivenciamos: conteúdos e técnicas. Procuramos, com os meios de contrôle ao nosso alcance, observar e apreciar os resultados. E, ao levarmos à publicação as linhas básicas de execução dêste planejamento, o fazemos, porque julgamos ser esta a atitude que melhor convém ao professor assumir na fase em que se encontra entre nós, atualmente, a matemática na escola primária. Dos debates que possam surgir, do levantamento das falhas e omissões ocorridas neste trabalho, das discussões sobre sua temática, mais do que pelos seus próprios méritos, esperamos possa êle representar contribuição para melhores formas de comunicar a mensagem matemática.

Êste não é um trabalho teórico e nisso, para nós, está o seu valor, pois sabemos o quanto representa em esforço sustentar a vivência diária, em classe, de semelhante empreendimento. E, melhor do que nós, podem dar tal testemunho as professoras que o levaram até às crianças.

Constitui-se num ensaio experimental, se isto significa fazer algo nôvo, vivenciar um fato pela primeira vez, com observação e contrôle. E foram conteúdos novos — pelo menos para as nossas escolas de Estágio — que se desenvolveram e exigiram de nós completa reformulação das técnicas utilizadas.

É esse contexto — sua linha didática de execução e os conteúdos lógicos e matemáticos trabalhados — que constitui nosso relato.

2 — A Escola

A escola “Bela Vista”, anexa ao Instituto de Educação “Gen. Flôres da Cunha”, foi indicada pela Sra. Coordenadora Geral do Estágio, para este trabalho, por se encontrar localizada em zona favorável ao deslocamento de professores e observadores e por sua população infantil constituir uma amostra bastante representativa. É uma escola de Estágio e tem a totalidade de suas classes regidas pelas alunas do Curso Normal, que cumprem o período regulamentar de prática docente, previsto para as Escolas Normais de segundo ciclo.

3 — Hipóteses de trabalho

As hipóteses que propusemos para esta primeira etapa podem se resumir na possibilidade de conceituar o número, considerando o pensamento conjuntista com todas as suas exigências e implicações (incluindo, naturalmente, as de ordem lógica).

4 — As classes

A organização das classes não obedeceu a nenhum critério especial. Relacionados os alunos novos, inscritos para frequentarem o primeiro ano, foram eles submetidos à aplicação dos testes ABC, e distribuídos em classes, duas das quais escolhidas para o trabalho experimental na área de matemática. As condições sócio-econômicas da maioria das crianças correspondem ao nível médio inferior.

5 — As professoras

O trabalho vem sendo realizado por professorandas estagiárias do Curso Normal, escolhidas mediante o seguinte critério de seleção:

- a — Pronunciamento do Conselho de Classe (órgão que congrega a totalidade dos professores de cada período do Curso Normal) do segundo período da terceira série, que o Departamento Pedagógico envia à Comissão do Estágio.
- b — Prova de Entrevista, já sob a responsabilidade da Equipe do Estágio.

As alunas-professoras, embora submetidas a um critério seletivo, têm possibilidade de opção, decidindo-se pela aceitação ou recusa a participar como regentes das classes. Até o momento, quando já estamos com o terceiro grupo escolhido, pronto para dar continuidade ao trabalho, só temos percebido nas reações das professorandas expressões de entusiasmo pela tarefa que lhes será dada realizar ou que já realizaram.

No primeiro semestre de 1969, as classes foram dirigidas pelas estagiárias Helena Luiza Pinto Coltro e Maria Bernadete Lisboa e, no segundo semestre, pelas estagiárias Tânia Beatriz Nast e Vera Chaves Ferreira.

6 — Os recursos da linha estrutural

6.1 — O preparo do professor supervisor, responsável pela orientação técnico-pedagógica.

Assumimos a responsabilidade deste trabalho, respondendo pela sua orientação técnica, conscientes de suas exigências, sempre preocupados em elevar o nível de nossos conhecimentos didáticos e matemáticos, mas com uma atitude científica, considerando a distribuição racional da matéria em função das dificuldades psicológicas, a seleção dos conteúdos face à realidade de nossos efetivos experimentais — que constituem amostra representativa —, a utilização dos meios de controle ao nosso alcance.

Para auxiliar a esquematização de nossa linha operacional, realizamos um estudo, tão detalhado quanto possível, de alguns livros básicos de Nicole Picard, Diénés, Suppes e outros.

Contamos ainda com os subsídios didáticos e científicos dos vários cursos de Matemática Moderna, frequentados desde 1964. E com a seriedade que deve caracterizar um trabalho de didática experimental — o que de fato consideramos ser este que vimos realizando — procuramos partir para o domínio da prática, buscando, na evidência dos fatos, informações suscetíveis de melhorar as situações pedagógicas na área de matemática.

6.2 — O conhecimento dos resultados da linha didática e programática de autores que já houvessem realizado projetos experimentais nessa área.

Procurando base científica para o trabalho a que nos propúnhamos, buscamos conhecer o pensamento de alguns autores sobre o assunto. Encontramos excelente trabalho de um grupo francês, liderado pela Prof^a Nicole Picard e, inclusive, o relato detalhado das atividades experimentais desse projeto, no ano de 1964-1965. (Le Courier de la Recherche Pédagogique, n^o 27).

A obra de Diènes — cujos princípios foram utilizados pela Prof^a Picard — possibilitou, em especial, a familiarização com o manuseio de valiosos materiais, entre os quais, os Blocos Lógicos, de extrema funcionalidade. Sua obra — que enfatiza a importância de que as noções matemáticas se estruturam em noções lógicas — nos levou a estudos de Lógica, — pela primeira vez considerados em nossos trabalhos.

Do Dr. Suppes tivemos também a oportunidade de manusear a coleção "Sets and Numbers", cujos primeiros volumes enfocam a idéia de conjunto, através de um simbolismo bastante abstrato, mas racionalmente introduzido.

No único livro de Brousseau, que nos foi dado consultar, encontramos o melhor trabalho sobre simbologia. Infelizmente, trata-se de um livro "para o aluno" sem o "guia do professor", o que nos privou das considerações didáticas que os manuais sempre trazem, e que fornecem excelentes subsídios.

Uma exigência constante — pela expressão magnífica de sua obra e pelo significado de sua influência na maioria dos autores modernos — foram estudos sobre a teoria operatória de Piaget, quando se refere à gênese do número na criança, quando nos leva às etapas da estruturação lógico-matemática da inteligência e quando nos alerta sobre a importância que podem ter esses fatos como contribuição à pedagogia, sempre tão discutida, do ensino matemático.

6.3 — O levantamento de nossa própria linha operacional.

Nesse item incluíram-se a seleção das estagiárias, os estudos prévios realizados com a participação das alunas-professoras, o levantamento dos conteúdos, as considerações sobre a adequação desses conteúdos a uma linha didática coerente com a nossa realidade e a nossa criança.

No decorrer da apresentação de todo nosso trabalho, poder-se-á conhecer o tratamento dispensado a esses aspectos.

6.4 — Seleção, aquisição e organização dos materiais

Considerando os autores em que nos fundamentamos — cujas obras e materiais didáticos, na sua maioria já possuíamos, ou faziam parte do acervo do Laboratório de Matemática do Instituto de Educação — não nos foi difícil dispor dos recursos básicos exigidos na linha operacional que se configurava. Assim mesmo, alguns exemplares de blocos lógicos foram importados da França, dado o número de alunos em cada turma de experimentação.

Muito material também foi por nós adaptado e introduzido, como se poderá comprovar no desdobramento deste relato.

O cuidado com a seleção e organização do material encontra justificativa na afirmação de Piaget: "Todo o pensamento se apóia em uma ação e os conceitos matemáticos têm sua origem nos atos que a criança realiza com os objetos e não nos objetos mesmos". *

7 — A técnica de orientação

A supervisão do trabalho desenvolveu-se em duas etapas distintas:

1 — A primeira etapa, ainda no semestre anterior ao estágio, constituiu-se de reuniões de estudo, realizadas semanalmente, durante dois meses, quando se discutiram as linhas básicas do planejamento. Isso, para o grupo de alunas que iniciou o trabalho. Para os demais grupos, a primeira etapa consistiu na assistência sistemática às reuniões de orientação às colegas em regência de classe. A continuidade do trabalho ficou, assim, em parte assegurada.

2 — A segunda etapa, já no período de realização do estágio, manteve o seguinte critério:

a — reuniões de orientação, semanais ou bi-semanais, para estudo, discussão e organização de todo e qualquer conteúdo, tanto didático como matemático, relacionado com as classes.

b — observação nas salas de aula, também semanais ou bi-semanais, pela professora supervisora, para constatações sobre as reações das classes quanto aos conteúdos, às técnicas e materiais utilizados, etc. . .

Ainda, integrando as atividades regulares, houve cuidado com a documentação diária completa das atividades realizadas, com o

* Ver Lovell: Didactica de las matematicas. Morata. Madrid 1961.

preparo de tôdas as fichas oferecidas aos alunos, pois, em um trabalho como êste, de caráter experimental, não se dispõe de material já elaborado para uso do aluno. Diariamente procedeu-se ao preparo das matrizes desse material mimeografado para uso das crianças. Em vários pontos deste relato nos referimos a exemplares destas fichas, que ilustram a forma de trabalho utilizada e se encontram em um "dossier" anexo.

8 — *Levantamento dos primeiros conteúdos lógicos e matemáticos da etapa inicial.*

Para selecionar com objetividade os conteúdos lógicos e matemáticos a serem inicialmente trabalhados, partimos, em nossos estudos de uma análise do conceito de número,* pois julgamos que um critério seletivo, baseado unicamente na linha dos autores estudados — que consideram um dado sistema de educação e um determinado efetivo experimental — não seria o mais indicado.

A par disso, procuramos através de uma sondagem,** tão objetiva quanto possível, conhecer o nosso grupo de crianças, buscando um ajustamento entre a linha de trabalho que se esboçava e as características da realidade a que seria aplicada.

Não nos foi tão difícil chegar a uma primeira relação dos conteúdos lógicos e matemáticos, mas, para estabelecer as diretrizes didáticas, ficamos na dependência da prática, embora contando largamente com as sugestões dos trabalhos que vêm se realizando em outros países. Procuramos confiar na didática experimental e com o auxílio da experimentação, traçar os esquemas básicos de nossa linha didática e estabelecer a distribuição da matéria em função do ritmo das aquisições e das dificuldades psicológicas de nosso grupo.

Em determinados momentos de nossos trabalhos pudemos seguir muito de perto a distribuição de conteúdos e as diretrizes metodológicas sugeridas pela Prof^a Picard. Em outros, tivemos de fazer várias alterações — recolocando, suplementando ou eliminando certos conteúdos e técnicas — procurando coordenar as realidades de nossa situação pedagógica. O material didático utilizado também sofreu esta interferência, sendo adaptado em muitas oportunidades e, em outras, acrescido de recursos suplementares.

* Ver o capítulo "Um estudo sobre o conceito de número"

** Ver o item "Sondagem e primeiros conteúdos"

Os professores que conhecem as obras dos autores citados, nas quais fomos buscar os fundamentos científicos e didáticos para este trabalho, poderão constatar que não nos limitamos, tão-somente, a reaplicar, em nosso meio, os esquemas de um ensaio realizado fora de nossas fronteiras. Procuramos, aproveitando a experiência dos que nos precederam e com os recursos a nosso alcance, buscar no domínio da didática experimental uma resposta da nossa criança — considerada no seu contexto sócio-bio-psíquico — e do nosso meio, aos estímulos e aos desafios da matemática moderna.

As páginas que se seguem dão conta dos conteúdos que foram trabalhados e da linha didática que se foi construindo para cada um destes conteúdos.

E, como resposta a nosso esforço e aos motivos que nos levaram a esta publicação, contamos com a compreensão de todos os que encontrarem em nosso trabalho o seu legítimo significado: desejo de contribuir para elevar, na área tão discutida da matemática, o nível da situação ensino-aprendizagem em nosso meio, com vistas ao crescimento integral da criança e a seu melhor ajustamento à sociedade em que vive.

B — *ATIVIDADES PRÉVIAS AO DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO SOBRE CONCEITO DE NÚMERO*

1 — *Início das atividades docentes: março de 1969*

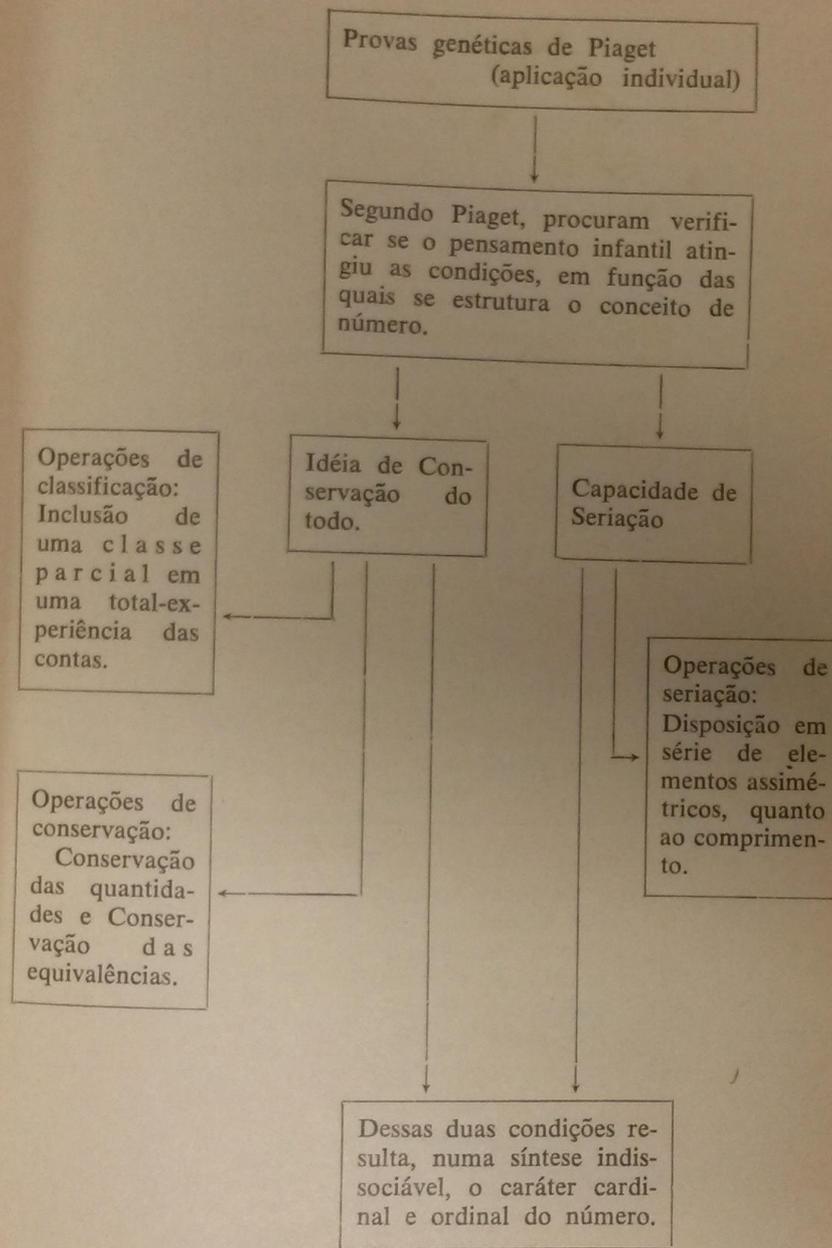
Nosso trabalho teve início, de forma mais sistematizada, a partir da segunda quinzena de março quando já dispúnhamos de duas classes de 1º ano — alunos novos — organizados mediante aplicação dos testes ABC. Nesse período, em que as áreas de atividades ainda permanecem pouco diferenciadas, coube à supervisão de linguagem um predomínio quase absoluto, quanto à orientação técnico-pedagógica. O professor supervisor de matemática tornou-se assistente das reuniões de orientação interferindo, de forma ocasional, unicamente para sugerir aproveitamento em sua área desta ou daquela situação didática em estudo.

2 — Sondagem e primeiros conteúdos

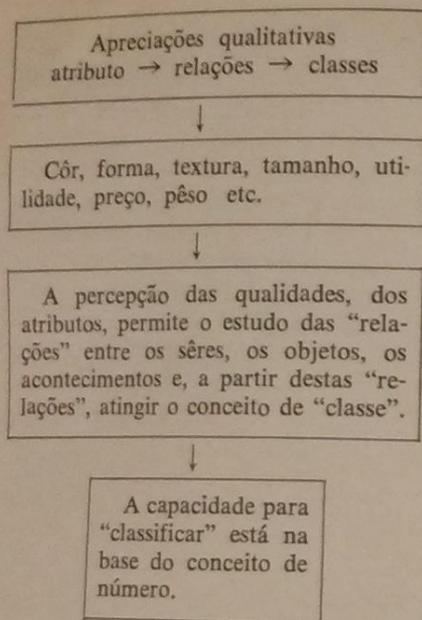
Esse período foi utilizado em ambas as classes para a organização de fichas individuais com anotações variadas — controle motor, discriminação visual e auditiva, memória visual, etc. — resultantes da observação, da aplicação de testes e atividades várias em aula. Começou-se a observar a experiência da classe em relação ao emprêgo correto de termos quantitativos, a pensar em formas de trabalho que permitissem avaliar a extensão do desenvolvimento dos conceitos matemáticos fundamentais e em situações mais adequadas para reforçar, consolidar ou reformular os ditos conceitos.

Assim, por meio de atividades simples (algumas já bastante difundidas nos livros para o referido nível), passamos a trabalhar — ora paralelamente, ora fazendo uns preponderarem sôbre outros — com os assuntos especificados nos esquemas que seguem, enquanto as primeiras noções relacionadas com conjuntos passaram também a ser desenvolvidas.

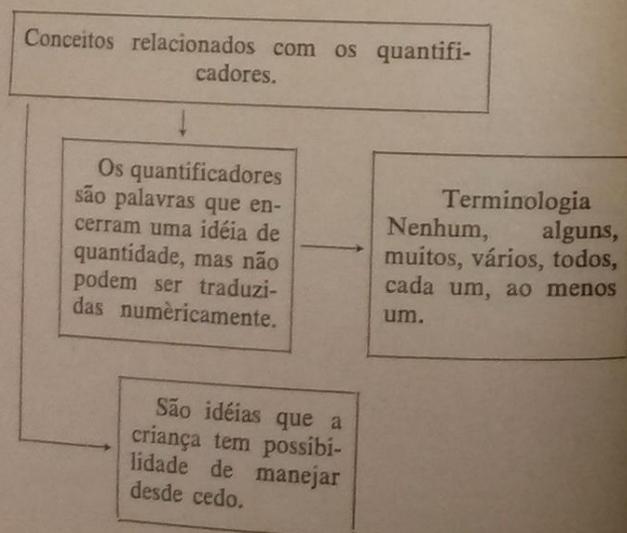
2.1 — Provas de Piaget



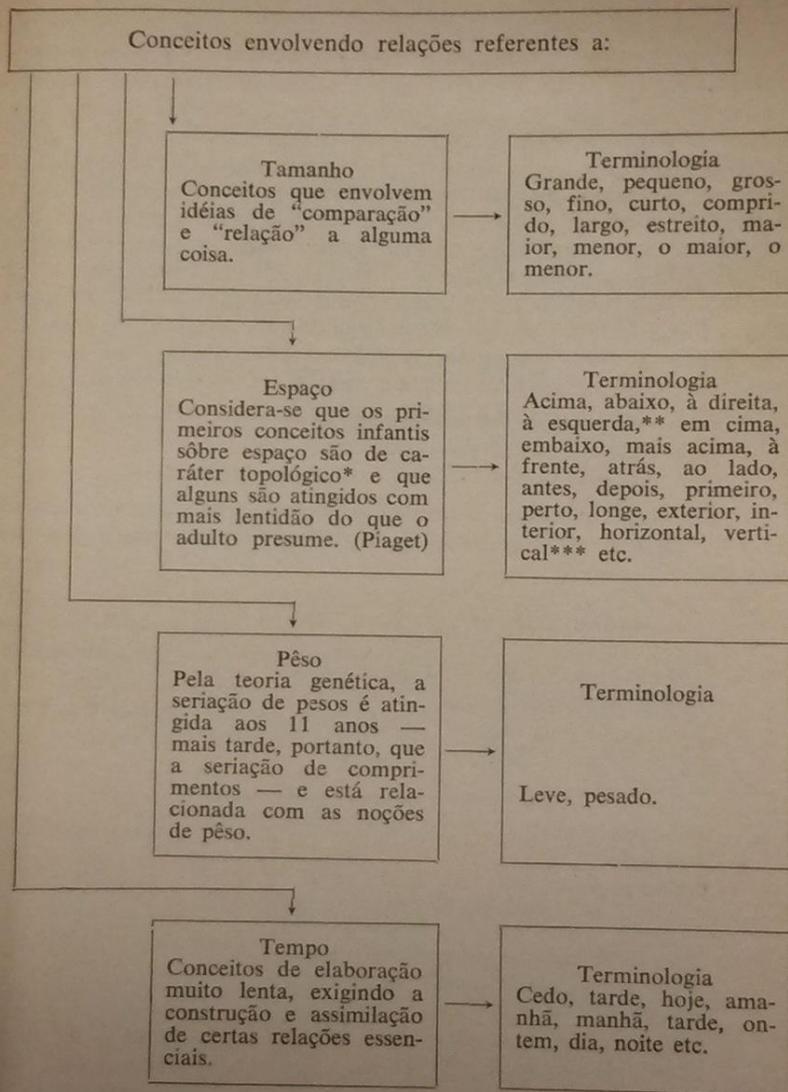
2.2 — Apreciações qualitativas



2.3 — Os Quantificadores



2.4 — Relações de tempo, espaço, pêso e tamanho



* Relações espaciais que se referem a características da realidade circundante.

** Relações que se coordenam entre os sete e onze anos.

*** Conceitos alcançados ao redor dos nove anos.

3 — Comentários e observações

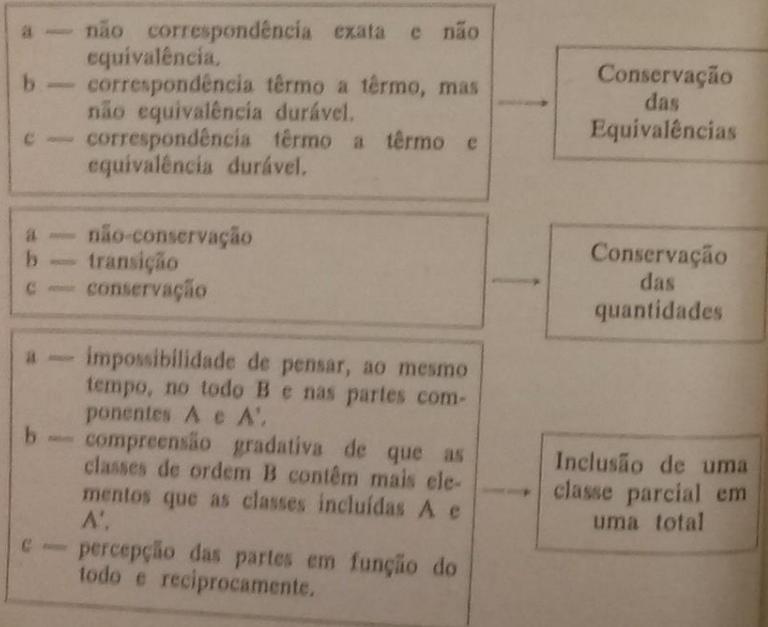
3.1 — Aplicação das provas operatórias

As provas operatórias ou provas genéticas de Piaget dizem respeito à verificação de condições que a teoria genética julga necessárias, para que a criança atinja o pensamento operatório e possa conceituar o número. Para Piaget, essas condições podem se resumir na idéia de "conservação do todo" e na capacidade de "seriação", de onde resultaria, numa síntese indissociável, o caráter cardinal e ordinal do número. Piaget sugere algumas provas simples que não exigem, para sua aplicação, conhecimentos maiores sobre Psicologia Genética, mas que, nas suas especificações, levam o professor a despertar — e, geralmente, a buscar maiores informes — para as implicações lógicas e psicológicas envolvidas na conceituação do número.

Entre os seus numerosos trabalhos sobre a idéia de "conservação do todo", Piaget apresenta experiências relacionadas com:

- a conservação das equivalências
- a conservação das quantidades
- a inclusão de uma classe parcial em uma total

E conclui que, em cada uma dessas situações, o pensamento infantil, para atingir o nível operatório — nível numérico — passa por três etapas:



Para trabalhar com a criança com as operações qualitativas de "seriação", Piaget propõe, também, experiências simples que permitem tanto observar sobre o desenvolvimento do pensamento lógico da criança como levam, a encontrar aqui estágios, a exemplo das operações de classificação e conservação:

- | |
|---|
| a — compara formando pares com os bastões presentes |
| b — organiza pequenas séries de três ou quatro elementos e chega às séries por tentativas. Não intercala novos elementos na série existente |
| c — forma uma série completa ($a > b > c > d \dots$) e deduz também, a transitividade ($a > b$ e $b > c$ então $a > c$) |

3.1.1 — Conservação das Equivalências

Material: 6 a 8 fichas vermelhas. Maior número de fichas azuis.

O professor organiza sobre a mesa uma fila de 5 ou 6 fichas azuis, dispostas com pequenos intervalos uma da outra, e pede à criança que disponha, ao lado, as fichas vermelhas, retiradas de um monte, formando uma fila como a primeira. Mais ou menos aos quatro ou cinco anos a criança poderá construir uma fila do tamanho da primeira, mas sem se preocupar com o número de elementos nem com a correspondência um a um de cada ficha vermelha com a azul. Piaget diz que a criança avalia a quantidade somente pelo espaço ocupado, isto é, pelas quantidades perceptivas globais da coleção focalizada, sem se importar com a análise das relações*.

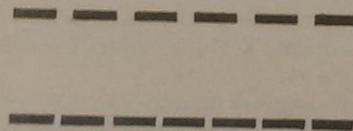


FIG. 1

Aos cinco ou seis anos, a criança coloca uma ficha vermelha frente a cada ficha azul e, pela correspondência um a um, julga sobre o número de fichas das duas coleções. No entanto, se se afastarem um pouco as fichas das extremidades de uma das fileiras, de modo que não fiquem exatamente ao nível das da outra fila, a criança, que viu que nada se tirou nem se acrescentou, avalia que as

* Ver as etapas no quadro correspondente.

coleções não são mais iguais em número, e afirma que a fileira mais longa possui "mais fichas". Fazendo-se um pacote das fichas de uma das fileiras, sem tocar na outra, a equivalência das duas coleções parece perder mais. Portanto, há equivalência, quando há correspondência visual ou ótica.

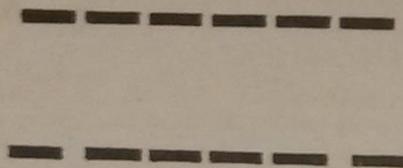


FIG. 2

Aos seis anos e meio, aproximadamente, a criança é capaz de representar, mentalmente, as operações, e não se mantém presa às configurações do material. Já não tem necessidade de observar realmente as fichas, para compreender que, em ambas as filas, há o mesmo número de elementos e, mesmo colocando as fichas de uma fileira, umas sobre as outras, em pilha, essa igualdade em número continua.

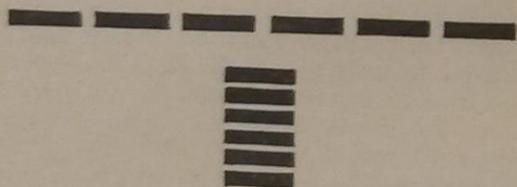


FIG. 3

3.1.2 — Conservação das Quantidades — Grandezas contínuas

Material: 2 recipientes de igual tamanho e forma; 2 recipientes de forma bastante diferenciada entre si e entre os primeiros; água colorida.

Enchem-se os recipientes iguais na forma e tamanho A e A' com líquido colorido, mantendo o mesmo nível em ambos.

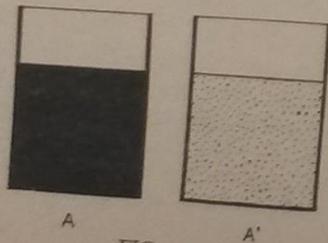


FIG. 4

De um modo geral, a criança admite que, em ambos, a quantidade de líquido é a mesma. Derrama-se, então, o líquido de A₁ em um dos recipientes C ou D, de forma acentuadamente diferenciada, conservando-se A como vaso testemunha.

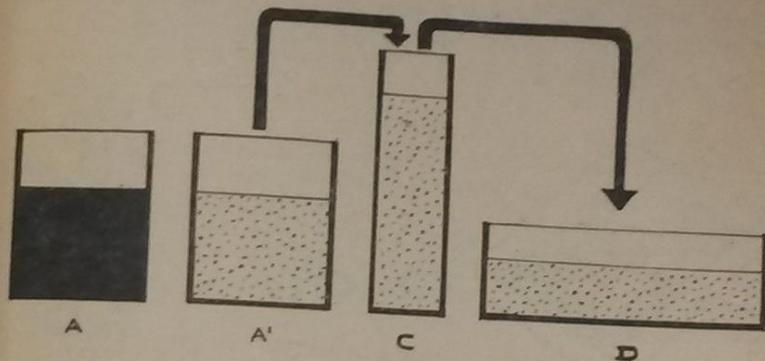


FIG. 5

Indaga-se da criança a respeito da quantidade de líquido nos vasos A e C ou D, em uma primeira etapa. Aos cinco anos, aproximadamente, a conservação não se evidencia, pois a criança não é capaz de compensar mentalmente as diferenças da forma, e afirma que há mais líquido em A ou em C ou em D, se fôr o caso, dependendo da dimensão em que se fixou: altura ou largura. Piaget diz que mesmo as crianças de seis ou sete anos podem não admitir a conservação, quando a diferença de forma dos vasos é muito sensível.*

Em uma etapa intermediária evidencia-se um começo de conservação: a criança ora afirma que ambos os vasos têm a mesma quantidade, ora nega. Somente ao redor dos 7 e 8 anos — e aqui há discordância entre os autores na especificação das idades — a criança admite a conservação e se mantém firme em sua afirmativa.

Essa prova admite muitas formas de apresentação e Piaget a realiza também com grandezas discretas, usando bolinhas de tamanhos iguais e se valendo da mesma técnica já utilizada para as grandezas contínuas.

* Ver as etapas no quadro correspondente.

3.1.3 — Inclusão de uma classe parcial em uma total

Material: contas de madeira (classe B), sendo 18 marrons (classe A) e 2 brancas (classe A'), numa caixa de tamanho regular.

Apresenta-se à criança a caixa com as "contas de madeira" (classe B) e pergunta-se-lhe se na caixa há mais contas de madeira ou contas marrons (classe A).

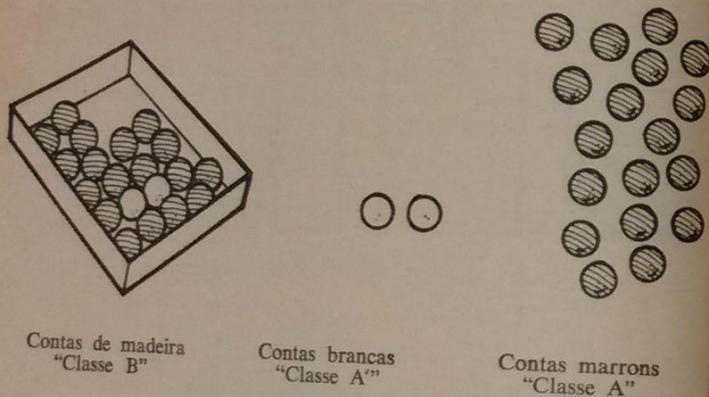


FIG. 6

Para responder, a criança, ao realizar a comparação, tem de considerar as contas sobre um duplo aspecto: as contas marrons são também de madeira. Segundo Piaget, até aos 7 anos, mais ou menos, a criança afirma que há mais contas marrons que de madeira, porque na caixa também há brancas e todas são de madeira. A criança, quando raciocina sobre o todo, não o pode fazer sobre as partes e vice-versa.*

Piaget, variando os dados dessa experiência, propõe que se formule à criança perguntas como: "— Se quisesses fazer um colar, o mais longo possível, usarias as contas marrons ou as de madeira?"

As respostas nessa variante têm evidenciado os mesmos estágios. Somente mais tarde, a partir dos sete anos, a criança é capaz de raciocinar logicamente: "Todas as contas marrons (classe A) reunidas a todas as contas brancas (classe A') é igual a todas as contas de madeira (classe B)". E também: "Todas as contas de madeira menos todas as contas brancas é igual a todas as marrons".*

* Ver as etapas no quadro correspondente.

3.1.4. — Sieriação de relações assimétricas

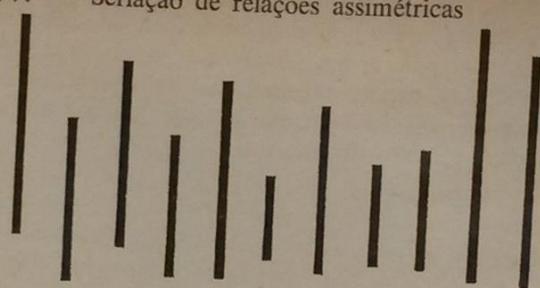


FIG. 7

Material: bastões de diferentes cores e de tamanhos variáveis em meio centímetro um do outro — mais de dez elementos.

Apresentam-se à criança bastões de diferentes tamanhos e pede-se-lhe que forme com eles uma escala.

A criança de 4 a 5 anos apenas consegue construir pares *ae*, *fc* e *bd*, não sendo esses pares coordenáveis entre si.

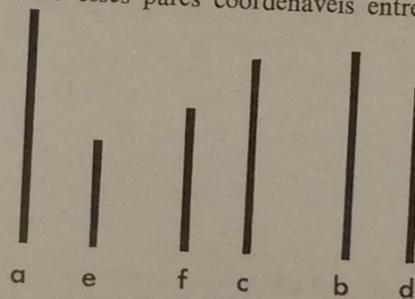


FIG. 8

Em uma etapa posterior, consegue construir séries curtas, e só consegue uma série de dez elementos, após muitas tentativas. Ainda se manifesta incapaz de intercalar um bastão nessa série já pronta, sem desmanchá-la:

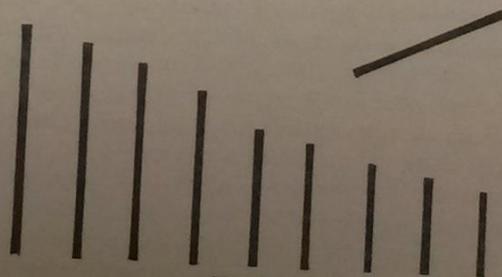


FIG. 9

Aos 7 anos, mais ou menos, os bastõezinhos são ordenados em uma série ininterrupta, do maior ao menor ou do menor ao maior. A criança descobre para si um método de eleger primeiro, o menor de todos os bastões, depois o menor dos que ficam, etc. . . . Compreende, inclusive, que um bastão b pode ser ao mesmo tempo menor do que a e maior do que c.

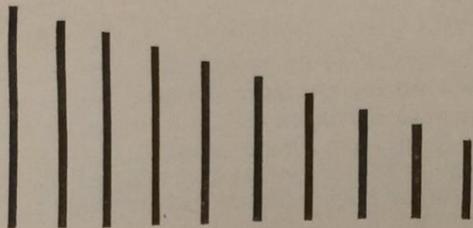


FIG. 10

3.1.5. — Observações de aula

Em nossas classes, logo percebemos que seria bastante remota a possibilidade de aplicar a todos os alunos as provas de Piaget. As próprias condições da escola, com tôdas as salas ocupadas regularmente acrescidas às das professoras estagiárias — muito solicitadas, atendendo ao preparo de todo o material para uso discente e comparecendo a reuniões de estudo e orientação — não criariam circunstâncias favoráveis para aplicação de mais um teste individual (há pouco aplicáramos os testes ABC). Assim, decidimos escolher alguns alunos, entre os de mais alto e os de mais baixo nível de rendimento, e submetê-los a algumas provas. Escolhemos a dos bastões (seriação de relações assimétricas); a da plastilina (conservação da quantidade — grandeza contínua); a das contas (conservação da quantidade — grandeza discreta). Tentamos também uma aplicação coletiva da prova sobre a inclusão de uma classe parcial em uma total. Não conseguimos resultados satisfatórios e, só mais tarde, quando lemos sobre as pesquisas experimentais de um grupo

dirigido por Samuel Roller, de Genebra, tivemos conhecimento de que entre as quatro provas — seriação, conservação da substância, inclusão de classes e conservação do número — a da inclusão de classes foi a mais difícil e, isso, para todos os grupos sob observação.

As pesquisas daquela equipe se dirigem ao estudo das possibilidades de utilização das provas genéticas de Piaget e Inhelder como instrumentos de medida em pedagogia experimental.*

Pela mesma fonte, tivemos também conhecimento de um trabalho experimental em Quebec, tentando tornar de aplicação coletiva algumas provas de Piaget.**

Como resposta ao resultado das provas, procuramos colocar os alunos em situação que lhes permitisse — pelo menos em uma pequena fração do horário — retomar as noções que se evidenciavam falhas ou agir sobre materiais que favorecessem a consideração dessas noções. Isso em nossa atual organização escolar não é fácil. E principalmente se considerarmos a nossa situação particular em que as professoras estagiárias manejavam conteúdos novos que se lhes exigia, além do preparo individual diário, a organização de fichas mimeografadas para cada aluno, quadros murais ilustrativos, material manipulativo e de flanelógrafo, etc.

Os resultados das provas nos levaram a alunos com idade média de 8 anos, que ao serem solicitados a organizar uma escala com os bastõezinhos assimétricos não o conseguiram, passando a fazer vários pares com elementos de tamanho acentuadamente diferenciado. Que, ao tomarem três bastões assimétricos, quanto ao comprimento, não deduziram, nem na presença do material, de duas relações dadas, uma terceira, ou seja: de $a > b$ e $b > c$, então $a > c$. Essas relações, dependendo de vários fatores, entre eles o meio ambiente, geralmente são percebidos ao redor dos 6 anos e meio, 7 anos.

Várias côres, também, não foram identificadas com exatidão.

As provas, além desses dados sobre o desenvolvimento do pensamento lógico, permitem, em seus resultados, constatações de vários tipos: o rigor ou a imprecisão do vocabulário infantil, quanto aos termos quantitativos, a extensão ou a dificuldade da criança na compreensão dessa terminologia, etc. Um menino, por exemplo, sendo solicitado a atender uma ordem envolvendo o termo "menor"

* Recherche Scientifique et pratique pédagogique — déc. 1968 — pg. 348.

** Obra citada pág. 236 — Les épreuves opératoires collectives en milieu scolaire.

não o conseguiu. Substituímos a expressão por “mais pequeno” e êle, de imediato, realizou a tarefa. Em se tratando da inclusão de classes parciais em uma total, em alguns casos, como o do menino a que nos referimos, só se evidenciou o relacionamento entre si das classes inclusas A e A'; êle faria “um colar pequeno com as brancas e um colar grande com as marrons”. E, quando utilizamos a variante da prova — retornamos com proposições referentes às contas de estiropor e às marrons — não modificou sua afirmação, embora parecesse interessado em explorar a textura das contas, pois furava com a unha ora uma marron, ora uma branca. (Nosso material foi preparado com contas de estiropor).

Entre os alunos do grupo, com nível mais alto de aprendizagem, encontramos crianças com idade até inferior a 7 anos, vencendo as provas uma após outra, com justificativas como “— Botava tôdas no colar, tôdas são de estiropor”. E conclusões do tipo: $a > c$ se $c > b$ e $b > c$, mas precisando de várias tentativas para organizar a série com os bastões.

É importante registrar que êsse primeiro contato, na prática, com os magníficos estudos de Piaget sôbre os mecanismos e processos de evolução do pensamento no ser humano, nos levou a refletir muito mais do que antes, em todo o complexo da situação ensino-aprendizagem. E pensamos que deveria constar na agenda de todo o professor a busca de recursos que lhe permitisse compreender esta exclamação de um jovem físico, após participar pela primeira vez de um trabalho com Piaget:

“Aquêle que descobre Piaget poderia também afirmar que não pode mais ensinar como antes”. (“Celui qui decouvre Piaget pourrait aussi affirmer qu'il ne peut plus enseigner comme avant”)*.

3.2 — Das Apreciações Qualitativas ao Conceito de “Classe”.

Em várias oportunidades o professor deve levar os alunos a apreciações qualitativas por meio de atividades que lhes permitam constatar qualidades, atributos de objetos, sêres, acontecimentos.

Essas análises qualitativas permitem ao professor lidar com a

* Prinzhorn et Grize, em Psychologie et épistémologie génétique, Thèmes pagétiens, Collection Sciences du Comportment, Dunod, Paris, 1966, pg. 421.

idéia de atributo e favorecem a observação do desenvolvimento da capacidade de classificação na criança.

A capacidade para *classificar* e os processos mentais que nela intervêm foram estudados por Piaget, e a professora Picard faz referências a constatações ocorridas em seus grupos experimentais sôbre os atributos que as crianças utilizariam primeiramente em suas classificações. Seriam aquêles observáveis pela percepção tátil e cinestésica (objetos tocados, porém não vistos). Lovell, anteriormente, já confirmara a opinião de Piaget.

O conceito de classe envolve a capacidade que a criança tem para perceber *relações* e a sua faculdade de estabelecer relações entre objetos, sêres e acontecimentos está na dependência da percepção dos atributos e qualidades intrínsecos aos objetos, sêres e acontecimentos.

Isso justifica a exigência de um trabalho cuidadoso sôbre atributos qualitativos em situações que podem utilizar como elementos para exploração, desde os alunos da classe, o material da própria sala, o material ambiental preparado pelo profitor, o material estruturado, até os acontecimentos comuns da vida infantil. Assim, a criança poderá referir tanto os atributos de uma caneta como os de uma caixa colorida ou os da festa de seu aniversário. E isso — apreciações dêsse tipo — muitas vêzes, na freqüência que o professor julgar necessário a seu grupo de alunos, de forma a garantir um lastro considerável de experiências, pois, como muito a propósito alerta Jules Kéfer:* “É preciso que se saiba bem que passar da qualidade à relação constitui uma dificuldade”.

3.2.1 — Observações de Aula

Em nossas classes, essa foi uma parte amplamente trabalhada, pois havia crianças — duas ou três — que não reconheciam algumas côres e apresentavam dificuldade em expressar atributos de uso muito comum. Também certas ordens, envolvendo têrmos comparativos como “maior”, “menor”, “melhor” não eram compreendidos por determinadas crianças. Com estas usamos as expressões “mais grande”, “mais pequeno”, e elas logo atenderam à execução da tarefa.

* Kéfer Jules. Initiation au Calcul.

A exigência de terminologia correta não pode, em absoluto, escapar ao professor que, muitas vezes, encontra no meio cultural onde a criança vive um condicionador negativo nesse sentido.

C — CONCEITUAÇÃO DO NÚMERO CONTEÚDOS LÓGICOS E MATEMÁTICOS

Conteúdos:

1. IDÉIA DE CONJUNTO UNIVERSO-ELEMENTO-PERTINÊNCIA-NÃO PERTINÊNCIA

OBJETIVOS:

Focalizar noções referentes a conjunto, conjunto universo, relação de pertinência e expressões relacionadas com estas idéias.

Observar a aplicabilidade ou “não aplicabilidade” das relações estabelecidas pelas crianças nessas discussões.

TERMINOLOGIA:

Conjunto, “pertence”, “não pertence”.

COMENTÁRIOS E SUGESTÕES DIDÁTICAS:

O professor pode iniciar seu trabalho com conjuntos, conduzindo as crianças, muito simplesmente, a considerarem situações ambientais, bem familiares ao grupo, e ricas em oportunidades quanto a vivências do conceito a ser introduzido. Uma das primeiras noções a surgir será a idéia de “conjunto universo”, através da qual a criança poderá ter seu primeiro contato com a expressão “conjunto”. Para evitar confusão, e como se está tratando de conjunto em termos concretos, pode se restringir o universo ao que é praticamente manipulável. O professor sugere, por exemplo, que se fale sobre o “conjunto dos alunos da sala de aula”. Todas as referências serão sobre esse conjunto; ele é formado por todas as crianças da classe. Para pertencer a esse conjunto é preciso ser aluno dessa classe. O menino que passou no corredor da escola não é elemento do conjunto, mas o João, que não veio hoje à aula, pertence ao conjunto. É aluno da classe. Outro universo será sele-

cionado no ambiente da sala e discutido com as crianças: "todos os lápis guardados no armário", "os cadernos na mesa da professora" etc. Em todos os casos o conjunto universo fica claramente determinado e as crianças perceberão que se o conjunto do qual se está falando é o "conjunto dos lápis que estão no armário", o lápis que está na classe de um aluno "não pertence ao conjunto", assim como os cadernos que estão na pasta da Maria também "não pertencem" ao "conjunto dos cadernos na mesa da professora".

O professor deve cuidar de que as aulas de matemática não se tornem demasiado longas, nem os assuntos tratados insistentemente, de uma só vez. É preferível que as aulas sejam de menor duração e nelas, necessariamente, se utilizem materiais bem variados. Os mesmos conceitos são retomados sob novos aspectos e, nesta dinâmica, vão se estruturando. As crianças lidam com os conceitos — conjunto universo, conjunto, elemento, relação de pertinência — mas não utilizam ainda a terminologia.

OBSERVAÇÃO:

1 — O trabalho com matemática não estará naturalmente reduzido aos temas em que se consideram idéias sobre conjuntos. Conceitos relacionados com espaço, tempo, tamanho etc., muitos dos quais de estruturação bastante lenta, estarão constando do trabalho diário da classe. Auxiliado pelo levantamento das dificuldades dos alunos e também dos seus progressos, o professor vai organizando a previsão diária de conteúdos. Como exemplo, algumas fichas de nossas classes nesse período: nos n^{os} 3 a 21 — manual do aluno.

Conteúdos:

2. CONJUNTO — SUBCONJUNTO — ELEMENTO — APRECIÇÕES QUALITATIVAS

OBJETIVOS:

Levantar as possibilidades das crianças, quanto à percepção dos atributos que caracterizam os blocos lógicos.

Trabalhar com a idéia de subconjunto próprio e a terminologia "elemento".

TERMINOLOGIA:

Elemento — Subconjunto.

COMENTÁRIOS E SUGESTÕES DIDÁTICAS:

Retomando a idéia de conjunto universo, a classe poderá se encaminhar para a formação de conjuntos, nos universos já considerados. Assim, no conjunto universo, "os alunos da sala de aula" serão formados vários conjuntos, cujos elementos sempre pertencerão àquele conjunto inicial, isso não impedindo que pertençam também aos novos conjuntos, formados a partir desse conjunto referencial. Esses novos conjuntos são "subconjuntos" do conjunto a que pertencem todos os elementos de que se está falando. No universo que se tomou, poderão aparecer o "conjunto dos meninos", o "conjunto dos alunos com japonsa azul", o "conjunto das meninas de eslaques" etc. Todos são subconjuntos do "conjunto dos alunos da aula" — o conjunto que possui todos os elementos de que se está falando. Muitas idéias serão debatidas, sempre a partir das situações objetivas que estão sendo enfocadas:

- os alunos identificam um elemento que pertença ao "conjunto dos alunos da sala" e não pertença ao "conjunto dos alunos de japonsa azul";
- o professor destaca um conjunto de alunos, sem enunciar a propriedade característica que utilizou para determiná-lo e a classe procura identificá-la;
- os alunos formam conjuntos e os colegas apontam a propriedade, decidindo se houve, ou não, adequação na escolha. Não pode haver dúvidas quanto às relações "pertencer", "não pertencer" entre os elementos e o conjunto.
- as crianças apontam outros universos para novos debates. Usam as caixinhas individuais com o material manipulativo e trabalham, na classe, sob a observação do professor. Ou se organizam em pequenos grupos, para melhores possibilidades de discussão.

A classe deve se ocupar também em atividade envolvendo os atributos que caracterizam os blocos lógicos. Isso dá ao professor algum conhecimento sobre as possibilidades de cada aluno, quando dos jogos preliminares. Os atributos visados aqui seriam quanto à forma, cor, tamanho e espessura de objetos.

OBSERVAÇÕES:

1 — Em nossos grupos, quando das atividades sobre apreciações qualitativas, observamos que algumas crianças apresentaram certas dificuldades que parecem comprovar as observações de Jules Kéfer, sobre a passagem do estudo dos atributos ao estudo das relações entre atributos: há uma complexidade bem mais acentuada nesse último aspecto.

2 — O termo “subconjunto” poderá ser introduzido posteriormente, a critério do professor. Nós o apresentamos cedo e observamos adequação ao seu emprêgo pela maioria das crianças.

3 — A análise da documentação das professoras das classes experimentais, referente ao trabalho desse período, constata vários tipos de atividades sobre “relações lógicas”. Entre eles estão os das fichas n^{os} 22, 29, 30, 31 e 32.

Conteúdos:

3. JOGOS PRELIMINARES (BLOCOS) — CONJUNTO UNIVERSO — RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA

OBJETIVOS:

Utilizar os blocos lógicos nos jogos preliminares. Reforçar as noções sobre conjuntos. Observar a forma pela qual as crianças designam os atributos das peças e conduzi-las ao uso da terminologia específica correta.

TERMINOLOGIA:

Grosso, fino, grande, pequeno, triângulo, retângulo, redondo, quadrado, azul, amarelo, vermelho. Blocos. Peças.

SUGESTÕES DIDÁTICAS:

Noções lógicas:

Como já se acentuou, é aconselhável, antes de lidar com os blocos, que as crianças realizem várias atividades envolvendo os atri-

butos côr, forma, tamanho, espessura, nos valores que definem as peças. Isso pode ser feito através de material comum como:

— tampinhas pintadas em côres, rôlhas de diversas formas e tamanhos, palitos de picolé coloridos etc. Esse é um material valioso e complementa qualquer material estruturado que se possa utilizar; é de larga aplicação, quando a classe se inclina a apreciações qualitativas; a estabelecer relações comparativas, considerando tamanho (“maior, o mais curto, tão comprido como” etc.), pêso (“leve, pesado, tão leve como, mais pesado” etc.), espessura (“grosso, fino, mais grosso” etc.); à formação de conjuntos etc.

Para apresentar os blocos à classe pela primeira vez, o professor dispõe as crianças em grupos de quatro a seis alunos e distribui uma caixa para cada grupo. Formulando algumas recomendações sobre hábitos desejáveis no trabalho em grupo — o material traz bastante movimentação — designa um aluno de cada equipe para abrir a caixa, e permite que o grupo mesmo decida como fará a distribuição das peças entre seus componentes. Observamos em nossas classes que as reações são as mais variadas, havendo grupos que logo partem para uma distribuição equitativa; outros em que alguns alunos tomam a maioria das peças, ocasionando reclamações. É uma excelente oportunidade para observação e coleta de dados sobre cada aluno, o que nem sempre o professor pode fazer, pois as crianças, ainda pouco familiarizadas com o trabalho em grupo, e curiosas quanto ao material, exigem sua atenção constantemente.

Distribuídas as peças, as crianças devem jogar livremente. Algumas precisarão ser encorajadas, estimuladas pelo professor, mas esta interferência é a menos diretiva possível. Pouco a pouco as peças vão sendo solicitadas: as crianças fazem trocas entre si, algumas vezes com as peças designadas corretamente, outras, com nomes improvisados que as formas e a experiência de cada um sugerem: pontudos para os triângulos, compridos para os retângulos, os valores inicialmente mais difíceis de serem expressos em terminologia correta.

O professor permite que o jogo continue, enquanto o interesse se mantém, mas não devem ser demasiado longas as sessões de jogo livre, cujo objetivo é familiarizar as crianças com os blocos. Meia hora, incluindo o período de recolhimento do material, que deve ser colocado nas caixas pelas próprias crianças. Nas primeiras vezes, essa é uma tarefa bastante complicada, mas que com o tempo todos conseguem realizar.

Um ponto que precisa ser considerado pelo professor é a distribuição do tempo no período dedicado à matemática. Deve haver

uma dosagem, de modo a permitir um tratamento diário de todos os aspectos que integram o contexto matemático que se tem em vista desenvolver. Assim, por vezes, noções de lógica, conjuntos, elementos de topologia, etc., estão sendo trabalhados paralelamente e é preciso uma distribuição de tempo que garanta continuidade a esse todo.

Conjuntos:

O trabalho sobre as noções de conjunto poderá ter continuação ainda com atividades visando à idéia de conjunto universo, relação de pertinência etc. Os blocos lógicos também devem ser utilizados na formação dos conjuntos e oferecem oportunidades excelentes nesse sentido. O professor pode criar variadíssimas formas de trabalho, ora dirigindo êle mesmo as atividades, com uma só caixa de blocos, e a classe tôda participando, ora com o recurso do trabalho em grupo, de manejo mais complexo, mas de excelente resultado.

Sugestões:

1 — O professor apresenta como conjunto universo tôdas as peças de uma caixa e as crianças identificam o conjunto com o qual vão trabalhar: é o “conjunto de tôdas as peças da caixa”.

2 — A classe forma os mais variados conjuntos de acôrdo com as propriedades que o professor ou as crianças mesmo vão propondo: “peças vermelhas”, “peças redondas”, “peças pequenas”, etc.

3 — O professor forma conjuntos, considerando determinada propriedade, sem enunciá-la. A classe observa o conjunto formado e procura identificar a propriedade que permitiu a definição do conjunto.

OBSERVAÇÃO:

Em nossas classes, utilizamos muito o trabalho com uma só caixa de blocos sob a direção do professor. Mais tarde passamos aos demais jogos.

Conteúdos:

4. CONJUNTO UNITÁRIO E CONJUNTO VAZIO — IDÉIA DE RELAÇÃO — USO DAS FLECHAS

OBJETIVOS:

Trabalhar com as noções sobre conjunto unitário e conjunto vazio.

Continuar com noções lógicas sobre atributos e relações.

TERMINOLOGIA:

Conjunto unitário, conjunto vazio, ligar, flecha.

COMENTÁRIOS E SUGESTÕES DIDÁTICAS:

Conjuntos:

Didaticamente, as noções sobre conjunto unitário — conjunto que possui um só elemento — e conjunto vazio — conjunto que se caracteriza pela ausência de elementos — são apresentadas, como já o foram as noções anteriores, através de situações que possam ser vivenciadas pelas crianças e que lhes sejam familiares. Como exemplo, ao se determinar o conjunto das pessoas na “sala de aula” como o conjunto com que se vai trabalhar — universo —, podem-se formar nesse conjunto vários outros, como já se observou: “o conjunto dos meninos”, o “conjunto das meninas”, o “conjunto dos alunos de óculos” etc. Alguns desses conjuntos têm muitos elementos, como o “conjunto das meninas”, outros têm poucos elementos, como o “conjunto de alunos com nove anos”. Mas, se no conjunto de que se está falando — o “conjunto de pessoas na sala de aula” — se formar o “conjunto das professoras”, esse conjunto só terá um elemento. No “conjunto das pessoas da sala”, o “conjunto das professoras” só tem um elemento: é um conjunto *unitário*.

Para se introduzir o conceito de conjunto vazio, as diretrizes são semelhantes, bastando que o professor considere, no universo com que estão trabalhando, uma situação que implique em ausência de elementos. Assim, no “conjunto das pessoas na sala de aula”, se se quiser formar o “conjunto dos alunos”, com mais de 15 anos, este será um conjunto que não terá elementos, pois não há alunos na sala de aula nessas condições. Esse conjunto que não tem elementos é chamado de “conjunto vazio”.

O professor deve passar, então, a considerar outros universos, nêles determinando conjuntos com muitos elementos, com poucos

elementos, com um só elemento e conjuntos com ausência de elementos. Dêsse modo, as crianças poderão utilizar a terminologia correta compreendendo seu significado.

Noções lógicas:

As noções lógicas, envolvendo a pesquisa dos atributos dos blocos lógicos e formas corretas de expressar êsses mesmos atributos, continuam através dos jogos livres. É aconselhável que as crianças tenham várias sessões de jogo livre. Enquanto se familiarizam com o material, dão expansão à sua criatividade e adquirem hábitos de sociabilidade e atitudes corretas de trabalho em grupo. O jogo livre dá essa oportunidade em maior escala do que os jogos estruturados, que se organizam em função de regras pré-estabelecidas.

A classe pode trabalhar também com apreciações qualitativas que levem a outros atributos e relações, tanto através da manipulação de materiais — Piaget diz que é pela ação sobre os materiais que a criança elabora os seus conceitos — como utilizando fichas individuais sobre o assunto, que o professor mesmo pode preparar.

OBSERVAÇÕES:

1 — Utilizamos, desde o início, com nossas crianças, as expressões “conjunto vazio” e “conjunto unitário”. Não observamos — com as exceções de sempre — maiores dificuldades, tanto no manejo de terminologia como na adequação de seu emprêgo.

2 — Muitos tipos de fichas sobre relações lógicas — e sobre conceitos diversos — foram preparados para essa etapa de trabalho. Várias sugestões da professora Bray também foram aproveitadas, algumas com adaptação, outras em sua forma original. Apresentamos alguns desses tipos de fichas: os de n^{os} 30, 31 e 32.

Conteúdos:

5. SIMBOLOGIA — RELAÇÕES SIMBOLO-SER SIMBOLIZADO — JOGOS ESTRUTURADOS

OBJETIVOS:

Enfocar idéias básicas sobre simbologia — O objeto representado e o sinal representativo.

Precisar a terminologia sobre os atributos dos blocos lógicos e levar a classe aos jogos estruturados — Jôgo do esconde-esconde.

TERMINOLOGIA:

Representação, representar, sinal, símbolo.

COMENTÁRIOS E SUGESTÕES DIDÁTICAS:

Noções lógicas:

Noções que vão ocupar um bom período do tempo dedicado à matemática no primeiro ano, são as referentes à simbologia — o estudo do símbolo, do objeto representado, da relação representada.

É essencial que as crianças tenham uma idéia clara das relações entre o objeto e sua representação, entre o símbolo e o que é simbolizado. A linguagem matemática, como toda linguagem, é simbólica e, para que a criança entenda a mensagem de seus sinais, é preciso compreender o que êles representam. As primeiras idéias sobre o assunto devem ser trabalhadas antes do conceito de número, antes mesmo de muitas idéias importantes sobre conjuntos, pois o aluno logo precisa estabelecer diferença entre o conjunto e a sua representação. Já para lidar com a representação de um conjunto e identificar, na justa medida, o que há de diferença entre o próprio conjunto e um desenho desse conjunto, caminho bastante longo deve ter sido percorrido. E para representar as abstrações envolvidas no conceito de número, compreender e jogar com estas representações é preciso que as idéias mais elementares sobre tais relações — símbolo-ser simbolizado — tenham se estruturado com segurança.

Para iniciar com as crianças as primeiras idéias sobre simbologia, o professor deve preparar um material bastante simples que consiste em duas séries de cartões, em papel-cartaz, de 12x10cm; um cartão para cada aluno, constituindo a “série dos alunos”. Em cada cartão estará representado um sinal qualquer, colorido, em tamanho que permita a toda classe identificá-lo. A segunda série, a “série do professor” terá os cartões com as mesmas dimensões e os mesmos desenhos da anterior. Esse material é utilizado em vários jogos, entre os quais, o “jôgo da chamada”. As primeiras noções sobre as relações entre o ser simbolizado e o símbolo podem ser iniciadas através desse jôgo, que só utiliza a “série dos alunos”.

Técnica de aplicação:

O professor combina com a classe que a chamada do dia será feita de modo diferente e, para isso, cada aluno vai receber um cartão, que deverá ser erguido no momento em que seu nome for chamado. A presença será assinalada pela observação do cartão. A criança vai associando o símbolo do cartão consigo mesma e verificando que além do nome, há uma outra forma de identificá-la no momento da chamada. O professor pode comentar essa situação, levando a classe a refletir sobre ela, quando por exemplo, em determinado dia, permanecerem sobre a mesa alguns cartões: — "Porque posso colocar falta para a Marisa quando observo este cartão?" A classe logo reconhece a relação entre a Marisa e o sinal que a representa. O professor e os alunos podem ainda concordar que o sinal apenas representa a Marisa, assim como o próprio nome da menina que é também uma forma de identificá-la. No quadro, com desenhos, a discussão fica mais clara e as relações assumem uma forma mais figurativa:

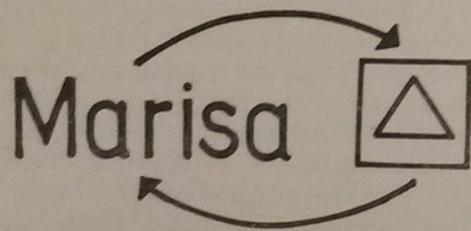


FIG. 11

No quadro, estão "símbolos" que representam a Marisa. Nenhum deles "é" a Marisa. Existe muita diferença entre a própria pessoa e os "símbolos" que representam essa pessoa.

Outras atividades que auxiliam muito a compreensão das relações "símbolo-ser simbolizado" envolvem material de flanelógrafo, com o auxílio do qual as crianças podem decidir e opinar sobre várias situações no assunto.

Colocando no flanelógrafo a figura de um pássaro, por exemplo, pode formular perguntas: — "Que temos no flanelógrafo?" "Por que não voa?" "Pode cantar?" — levando as crianças a concluir que o "ser" é algo diferente da "imagem" que o representa, embora existam relações entre um e outro. Sobre o tema, as fichas de n° 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40 e 41.

Jogos lógicos:

O professor pode prosseguir com os blocos lógicos em tantas sessões de jogos livres quantas julgar necessárias. Logo poderão ser iniciados os jogos dirigidos, que se desenvolvem de acordo com normas específicas. São variadíssimos os jogos dirigidos que Diênés apresenta, cada um com objetivos definidos. Os primeiros jogos dirigidos dizem respeito à consolidação das idéias que a criança tem sobre os atributos que caracterizam as peças — são os jogos de descoberta dos atributos, que constam na parte dos jogos lógicos.

OBSERVAÇÕES:

Neste momento de nosso trabalho, foi necessária, por exigências de embasamento lógico, uma pausa quanto à introdução de novos conteúdos sobre conjuntos. Aqui, determinadas noções lógicas tiveram de ser tratadas preferencialmente — como as idéias sobre simbolização — para garantir estruturação lógica aos conceitos relacionados com a representação de conjuntos, elementos, etc. Mesmo as noções sobre conjunto complementar foram apenas abordadas, porque os jogos de negação, que estão na base dessas noções, não haviam sido apresentados. No entanto, nos pareceu uma oportunidade de reforçar as idéias conjuntistas em estudo, uma referência ao significado de conjunto complementar que, mais tarde, quando das operações com conjuntos, seria amplamente desenvolvido.

Conteúdos:

6. CONJUNTO COMPLEMENTAR — SIMBOLOGIA — IGUALDADE ENTRE DOIS SINAIS REPRESENTANDO O MESMO SER

OBJETIVOS:

- Trabalhar com a idéia de conjunto complementar.
- Ampliar as noções sobre as relações entre o símbolo e o objeto simbolizado.
- Utilizar o sinal de igualdade.

TERMINOLOGIA:

Igual, símbolo, representação, completa, conjunto complementar, barrinhas.

COMENTÁRIOS E SUGESTÕES DIDÁTICAS:

Conjuntos:

As primeiras referências à idéia de conjunto complementar surgem quando das discussões sobre conjunto universo, conjunto, etc., em uma das muitas ocasiões em que estes conceitos são retomados. O conjunto complementar de um dado conjunto é o conjunto formado pelos elementos do universo que não pertencem ao conjunto anteriormente determinado. Se no "conjunto dos alunos da aula" — universo já tão conhecido pelas crianças — formar-se o "conjunto das meninas", o seu complementar é o "conjunto dos meninos", conjunto que completa "o conjunto universo de que se está falando". Se a classe está trabalhando com o "conjunto de barrinhas coloridas de uma caixa" e desse conjunto retirar o "conjunto de barrinhas verdes", o conjunto que ficou na caixa é o conjunto que completa o "conjunto de que se estava falando" (universo). Esse conjunto é o complementar do "conjunto de barrinhas verdes" no "conjunto de barrinhas coloridas".

O professor apresenta várias situações em que as crianças tenham oportunidade de identificar o conjunto complementar, o conjunto formado pelos elementos que, em um dado conjunto universo, não pertencem ao conjunto já determinado nesse universo.

Noções lógicas:

O estudo que a classe vem realizando sobre simbologia pode ter continuidade com o "jogo dos mudos" em que se empregam as duas séries de cartões já conhecidas. Esse jogo, além de recurso para ampliar a compreensão das relações "símbolo-objeto simbolizado", permite ao professor trabalhar com a relação de igualdade entre objetos e introduzir o sinal "=".

Este jogo pode ser aplicado, mesmo em períodos dedicados a Linguagem, quando as crianças tenham de vir ao quadro com muita frequência.

Técnica de aplicação:

O professor distribui à classe a primeira série de cartões — os mesmos cartões usados no "jogo da chamada" — um para cada aluno com algumas crianças recebendo mais de um cartão, e guarda para seu uso a série restante. Explica que esse jogo proíbe que se fale sendo, por isso, chamado "jogo dos mudos". Assim, para fazer as tarefas que estão no quadro, os alunos não serão chamados pelo nome. O professor ergue um dos cartões da série que lhe corresponde e o aluno, cujo cartão tem o mesmo sinal, vem ao quadro e executa a tarefa sem qualquer comentário, voltando ao lugar. O jogo continua com outras crianças vindo ao quadro, atendendo aos sinais dos cartões, até o momento em que um dos alunos precisa retornar, porque o professor levantou um cartão que também lhe corresponde. Neste ponto, o professor mesmo pode retomar a palavra para comentar sobre as razões desse retorno, ao quadro, de uma das crianças. Ela está representada por dois símbolos diferentes, mas é a mesma criança. Os cartões podem ser afixados no quadro e, entre ambos, colocado o sinal "=", porque representam a mesma pessoa. Os desenhos são diferentes, mas a pessoa é uma só. A igualdade não se refere aos sinais, mas sim à identidade do ser representado.

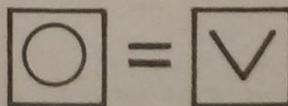


FIG. 12

A seqüência do jogo dá oportunidade a novas situações do mesmo tipo, que o professor procura explorar devidamente. E algumas fichas sobre o assunto, como as de nº 40 e 41, podem concorrer para a estruturação dessas idéias.

OBSERVAÇÕES:

Em nossos grupos, a denominação "conjunto complementar" foi logo apresentada e, pelo que observamos, utilizada corretamente pelas crianças. Um termo a mais em seu vocabulário a que as situações vivenciadas se encarregaram de dar significação. E estas devem ser muitas e variadas.

Conteúdos:

7. ESTUDO DE RELAÇÕES ESPACIAIS BÁSICAS AO USO DO DIAGRAMA — REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS — O DIAGRAMA DE VENN

OBJETIVOS:

Retomar algumas noções espaciais como: dentro, fora, exterior, interior, perto, limite, etc.

Introduzir a representação de conjuntos, utilizando o diagrama de Venn.

TERMINOLOGIA:

Região, exterior, interior, limite, dentro, fora, perto, longe, representação de conjunto.

COMENTÁRIOS E SUGESTÕES DIDÁTICAS:

Relações espaciais:

As idéias trabalhadas até o momento sobre as relações entre o objeto e sua representação — noções lógicas — e as noções conjuntistas, desenvolvidas através de inúmeras experiências, vão permitir ao professor — sempre na dependência da reação da classe — dirigir-se a níveis de maior abstração, encaminhando-se para as relações mais complexas sobre conjunto e representação de conjunto. É aconselhável a retomada ou desenvolvimento de algumas noções espaciais, implícitas na representação de muitas idéias a serem trabalhadas. Expressões como: dentro, fora, interior, exterior, perto, etc., precisam ser significativas para crianças que passarão a lidar com o diagrama de Venn. Algumas formas sugestivas para trabalhar com estes conceitos podem ser:

1 — Distribuir às crianças cordões fechados, que devem ser colocados sobre a classe, delimitando uma porção de plano. As crianças poderão ser solicitadas a colocar, por exemplo, uma peça vermelha no interior do cordão, uma amarela no exterior. Poderão formar várias configurações com o cordão e materiais quaisquer, verbalizando o que observam. Por exemplo: coloquei uma tampinha

dentro do cordão e duas rôlhas fora. O professor pode fazer com que as crianças observem que o cordão é que limita a porção interior e permite que se possa observar quando um objeto qualquer está “dentro” ou “fora”.

2 — Utilizar fios de lã fechados, que podem funcionar com o flanelógrafo, em situações semelhantes à anterior.

3 — Traçar no quadro, com giz colorido, curvas fechadas, que as crianças utilizarão para desenhos no interior e exterior, conforme as ordens que receberem.

As aulas de educação física, com numerosos jogos e brincadeiras que apelam para estes conceitos, são oportunidades que o professor deve aproveitar.

Conjuntos:

Representação de conjuntos — Para dirigir-se às primeiras idéias sobre representação de conjuntos, o professor pode constituir, por exemplo, no “conjunto dos alunos da sala” — universo — um conjunto qualquer, definido por compreensão — a forma utilizada até o momento. Se o conjunto a ser constituído fôr o “conjunto dos alunos de japona azul”, o professor determina que os alunos pertencentes a esse conjunto venham se colocar a um canto da sala, fazendo a observação de que esse “é” o conjunto com o qual se está trabalhando. Constituído o conjunto, pode se discutir sobre as possibilidades que se teria de identificá-lo, naquele local, se os alunos retornassem aos lugares: “Como se poderia proceder, para representar os elementos que pertencem ao conjunto?” As sugestões são variadas, chegando a classe a se definir por um sinal, para cada elemento. “E como fazer para mostrar que estes sinais indicam os elementos do conjunto, sem confundi-los com estes — sinais que o professor mesmo desenha nas proximidades — que não se referem a elementos do conjunto?”

O professor procura a opinião de todos e, habilmente, trata de encaminhá-los para a necessidade de uma linha em torno dos sinais — cruzinhas, traços, etc. — que representam os alunos que pertencem ao “conjunto dos alunos de japona azul”. Afastados os alunos, permanece no chão a representação do conjunto, que deve ser comentada quanto às suas relações com o conjunto em si.

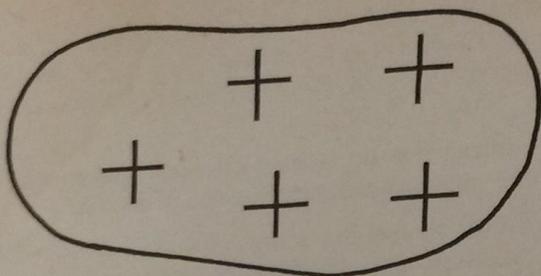


FIG. 13

Alguns autores introduzem a representação de conjuntos, partindo de uma situação mais ou menos semelhante, na qual, constituído o conjunto, é esse delimitado com uma corda; em uma etapa posterior a corda é substituída por um traço em tórno dos elementos e, esses, ao se retirarem, são representados por sinais, quaisquer.

O professor pode copiar no quadro a representação do conjunto e os alunos a reproduzem em seus cadernos. O termo "diagrama" aparece para identificar a curva fechada.

O flanelógrafo, com seu material suplementar — figuras recortadas, fios de lã —, surge como recurso excelente, no qual, vários conjuntos podem ser representados e copiados pelos alunos que, ou reproduzem as figuras pelo desenho ou as substituem por sinais:

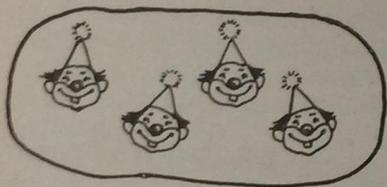


FIG. 14

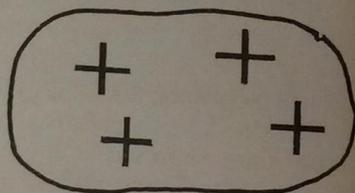


FIG. 15

O professor, a partir desse momento, já pode utilizar fichas mimeografadas sobre as noções desenvolvidas. As ordens, quando necessárias, serão formuladas verbalmente. Mas o professor deve explorar muito a habilidade das crianças no sentido de que completem as fichas pela interpretação de seu conteúdo e não permaneçam na dependência exclusiva de ordens já formuladas. Alguns tipos são apresentados como sugestões: n^o 42, 43, 44 e 45.

OBSERVAÇÕES:

Em nosso trabalho, esta foi uma etapa que permitiu um contato bastante direto com as realizações das crianças. Além da observação em aula, da participação de cada um, passamos a contar com o material mimeografado, em escala que nos favoreceu muito quanto à avaliação do rendimento individual. Nesse período, o trabalho passou a se esboçar com mais nitidez e a documentação dos grupos nos mostra um apreciável volume de tarefas realizadas. Do mencionado período são as fichas de n^os 22, 23, 24, 25, 26, 27 e 28.

Conteúdos:

8. *ATRIBUTOS CONJUNTIVOS — JOGOS — OUTRAS ATIVIDADES SOBRE AS NOÇÕES CONJUNTIVAS EM ESTUDO — CONJUNTOS DEFINIDOS EM EXTENSÃO*

OBJETIVOS:

Trabalhar com atributos conjuntivos — jogos lógicos.

Consolidar noções referentes à relação de pertinência — à representação de conjunto, etc.

Familiarizar a criança com idéia de conjuntos, definidos por extensão.

TERMINOLOGIA:

COMENTÁRIOS E SUGESTÕES DIDÁTICAS:

Noções lógicas:

Os primeiros jogos estruturados, com que a criança trabalha, tratam da identificação das peças considerando um só atributo. Diênés em seu livro "Logique et Jeux Logiques" apresenta vários jogos desse tipo. Mas o professor deverá também apresentar alguns jogos que impliquem na consideração de "atributos conjuntivos", ou seja, a combinação de mais de um atributo na identificação das peças. Os atributos conjuntivos são atributos compostos e se caracterizam pela presença do conetivo "e" que é também o conetivo utilizado na intersecção no plano das operações com conjuntos; isto quer dizer que os elementos pertencentes à intersecção de dois ou mais conjuntos têm como propriedade um atributo conjuntivo.

Os atributos conjuntivos são também os atributos que permitem a formação dos subconjuntos. Se se fala do “conjunto das peças vermelhas”, para formar um subconjunto, o atributo utilizado será um atributo conjuntivo; conjugar-se-á côr e espessura, por exemplo, e ter-se-á o “conjunto das peças vermelhas grossas” ou o “conjunto das peças vermelhas finas”, que são subconjuntos do conjunto de que se está falando.

Os jogos que levam a criança a trabalhar com êsse tipo de atributos são muitos. Na parte referente aos jogos encontram-se algumas formas que o professor pode utilizar ou adaptar ao nível de seus alunos.

Conjuntos:

As crianças devem também lidar com a idéia de conjuntos definidos em extensão, isto é, conjuntos formados pela enumeração de todos os seus elementos. Esta forma de definição não exige que os elementos sejam necessariamente da mesma categoria. Para iniciar com a classe o trabalho sôbre a determinação de conjuntos por extensão, o professor pode constituir alguns conjuntos com elementos bem heterogêneos e pedir que as crianças também formem conjuntos desse tipo. Observar que, nesse caso, os elementos são citados um a um. Utilizar o flanelógrafo, onde as crianças representarão conjuntos, alguns por extensão, outros por compreensão. O desenho deve também ser utilizado, tanto na cópia do flanelógrafo, como na representação de conjuntos de livre criação do aluno. Algumas atividades em que o mesmo conjunto aparece definido por extensão e por compreensão, contribuem para esclarecer o assunto: como exemplo, constitui-se o “conjunto dos alunos com nove anos” no universo dos alunos da aula e, logo, se indica o conjunto, relacionando nominalmente os alunos com nove anos. Aqui está evidente também a igualdade de conjuntos: ambos são constituídos dos mesmos elementos.

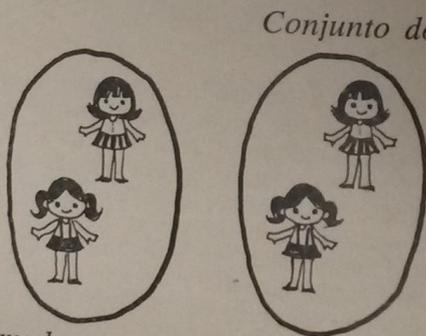


FIG. 16

Conjunto formado por Ana e Isa:

Para consolidar as noções já tratadas, o professor deve recorrer freqüentemente a formas de atividades que, pela riqueza de técnicas, auxiliam a elaboração dos conceitos. Algumas dessas formas podem ser:

1 — Utilizar algum distintivo de côres diversificadas, como lacinhos de fita ou papel, distribuídos entre os alunos, para trabalhar com conjuntos, subconjuntos, relação de pertinência, conjunto unitário, conjunto complementar, definição de conjunto por extensão e compreensão, etc.

2 — Tomar os blocos como — o conjunto de que se vai falar — e distribuir a cada aluno uma fôlha de papel em que deverá ser desenhado um diagrama. No universo selecionado, determinar um conjunto qualquer, como o das peças “azuis e redondas”. À medida que as peças “azuis e redondas” e algumas “não azuis e não redondas” vão sendo apresentadas, uma a uma, pelo professor, as crianças deverão representá-las por sinais quaisquer, dentro ou fora do diagrama da fôlha que receberam. Assim, no interior da curva fechada, estarão os sinais representativos das peças azuis e redondas e, no exterior, as demais.

3 — Distribuir às crianças as caixas individuais com o material ambiental; determinar o “conjunto das pàzinhas coloridas” como o conjunto de que se vai falar; nesse conjunto formar o subconjunto das pàzinhas verdes, por exemplo. Combinar que no quadro serão desenhados todos os elementos do conjunto, além de outros não pertencentes a êsse conjunto. Os alunos virão barrar os desenhos dos objetos que não pertencem ao conjunto.

OBSERVAÇÕES:

A análise da documentação de nossas classes — planejamentos, reuniões de orientação, observações em aula, comprovantes dos alunos — permitiu-nos observar que, do período inicial até meados de maio, mais ou menos, constam como conteúdos em desenvolvimento as noções sôbre conjuntos a que nos referimos, os jogos lógicos e muitas atividades específicas visando a relações, desde o estabelecimento de coordenações fáceis sôbre tamanho, tempo, espaço, acontecimento da vida diária, etc., até relações de semelhanças, diferenças, ordenações, etc. Também constam formas de simbolização utilizadas para estas relações, desde as mais elementares até gráficos que expressam a vivência das propriedades de uma relação de ordem.

É um período que corresponde a uma preparação lógica, se assim podemos dizer: as relações qualitativas — precedendo as quantitativas — apresentam-se amplamente trabalhadas e apoiadas em grande escala, na ação sobre os materiais, alguns estruturados, favorecendo as operações lógicas — os blocos, as barrinhas de Cuisenaire.

Conteúdos:

9. RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA — EQUIVALÊNCIA ENTRE OBJETOS — JOGOS — ATRIBUTOS CONJUNTIVOS E SUBCONJUNTOS

OBJETIVOS:

Trabalhar com relações de equivalência — equivalência entre objetos.

Utilizar os “jogos de conjunção” para ampliar as noções sobre subconjunto.

TERMINOLOGIA: Relação.

COMENTÁRIOS:

O assunto “relações” é quase uma constante no trabalho do professor em classes de primeiro ano (e o será, igualmente, no decorrer de quase toda a escolaridade). A maioria das noções já referidas, previstas como básicas para a conceituação de número, envolvem relações dos mais variados tipos. Referindo-se ao tema, Nicole Picard comenta: “desde o início constatamos que não se pode falar de ‘conjuntos’, sem falar de ‘relação’; ao lado da ‘teoria dos conjuntos’, existe uma ‘teoria das relações’, tão fundamental quanto aquela. Ambas indissolúvelmente ligadas”. (Le Courier de la Recherche Pédagogique, nº 27, pág. 27.)

Entre as relações fundamentais em matemática, estão as relações de equivalência e as relações de ordem, diretamente ligadas aos aspectos cardinais e ordinais do número.

As relações, como as operações, gozam de propriedades; enquanto uma operação, em um determinado conjunto, pode ser comutativa, associativa, etc., uma relação pode ter as propriedades reflexiva, simétrica e transitiva. Uma relação que tem essas três propriedades em um conjunto é uma relação de equivalência e determina,

nesse conjunto, classes de equivalência a que se associam os atributos cardinais (números). Por exemplo, se em um conjunto A, formado por peças de blocos lógicos, se aplicar a relação “ter a mesma forma”, poderá se verificar que:

1 — qualquer peça “a” tem a mesma forma que ela mesma, ou seja, cada elemento está relacionado com ele mesmo pela relação “ter a mesma forma”; a relação é reflexiva e pode ser assim representada:

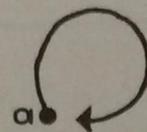


FIG. 17

a letra identificando o elemento e, a flecha (retornando ao mesmo ponto), a relação “ter a mesma forma”. Isso significando: o elemento representado por “a” tem a mesma forma que ele mesmo;

2 — se uma peça “a” tem a mesma forma que outra “b”, então a peça “b” tem a mesma forma que a peça “a”; a relação é simétrica e tem-se:

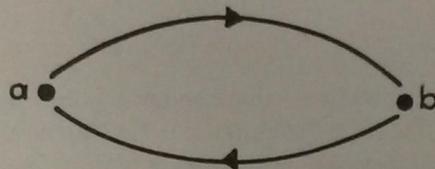


FIG. 18

onde “a” e “b” identificam dois elementos; as flechas, a relação “tem a mesma forma”, e isso pode ser lido como: “a” tem a mesma forma que “b” e “b” tem a mesma forma que “a”;

3 — se uma peça “a” tem a mesma forma que uma peça “b” e a peça “b” tem a mesma forma que uma peça “c”, então a peça “a” tem a mesma forma que a peça “c”; a relação é transitiva e, quando representada, leva ao diagrama:

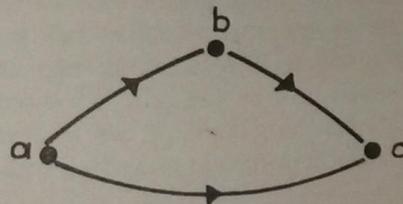


FIG. 19

que é facilmente interpretado: se "a" tem a mesma forma que "b", "b" a mesma forma que "c", então "a" tem a mesma forma que "c".

Uma representação do conjunto A, em que é definida a relação de equivalência "ter a mesma forma", tem a configuração abaixo e evidencia claramente as classes de equivalência que se originaram da partição do conjunto.

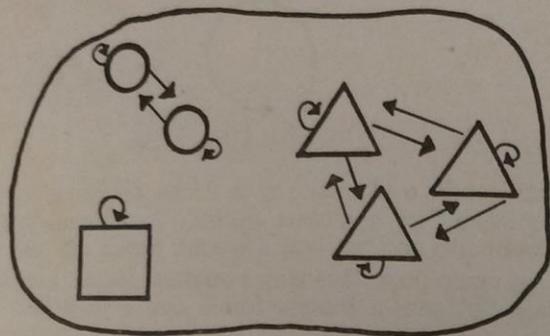


FIG. 20

A relação de equivalência que conduz à noção de cardinalidade, sendo dado um conjunto de conjuntos, é "ter tantos elementos quantos". A partir desta relação, podem-se construir as classes de equivalência, a que se atribuem os cardinais.

SUGESTÕES DIDÁTICAS:

As crianças, naturalmente, terão acesso a êsses conceitos, por meio de jogos e atividades em que estas idéias são vividas e utilizadas, pois, como acentua N. Picard: "Não será, jamais, assunto para o ensino elementar fazer alguma teoria, seja ela a dos conjuntos, das relações ou das representações, mas utilizar estas teorias". (Il ne sera jamais question, bien sûr, dans l'enseignement élémentaire de faire aucune théorie, que ce soit celle des ensembles, des relations ou des représentations, mais d'utiliser ces théories).*

Os tipos de jogos envolvendo estas idéias não são muito variados, sendo mesmo bem pouco difundidos. A prof.^a Bray* apresenta os seguintes:

1 — A classe deve ser disposta de modo que todos os alunos possam observar o desenvolvimento do jogo e participar ou refletir sobre as situações que surgirão. Em posição visível para todo o grupo, o professor traça no chão: três formas triangulares de cores diferentes, duas redondas e uma retangular. Convenciona que as figuras representam casas, havendo, portanto, várias casas de diferentes formas. Coloca uma criança para cada forma, ou seja, uma na casa triangular, outra na redonda e uma terceira na casa retangular. Cada criança pode deixar sua casa somente para ir à outra que tenha a mesma forma que a sua; está, assim, relacionada a uma forma e quem está, por exemplo, na casa triangular vermelha, pode ir à casa triangular azul ou à amarela ou, ainda, retornar à vermelha. Do mesmo modo, o aluno que está no disco amarelo. A criança que permaneceu na casa de forma retangular só pode sair de sua casa e retornar a ela. Tôda a classe discute e formula hipóteses sobre os possíveis caminhos a serem percorridos; êsses são traçados no chão e depois a representação tôda é levada ao quadro, de onde as crianças podem reproduzi-la nos cadernos.

A imagem figurativa das "casas" com os "caminhos" percorridos apresenta o gráfico de uma relação de equivalência; aí estão representadas tanto as classificações que os alunos puderam fazer no conjunto apresentado como as exigências para que uma tal classificação possa ocorrer.

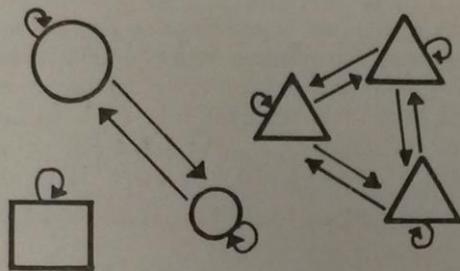


FIG. 21

O estudo do aspecto cardinal do conjunto está intimamente associado ao trato da relação de equivalência. Quando a criança se torna capaz de construir classes de equivalência, a partir de uma

* Le Courier de la Recherche Pédagogique, Mars 1966, n° 27, pág. 28.

* Initiation Mathématique à l'école maternelle S. Bray.

relação de equivalência verificada em um conjunto universal, evidência haver atingido algumas condições específicas ao estudo do número.

2 — Para êsse nôvo jôgo, a disposição da classe é a mesma do jôgo anterior; entre os alunos serão escolhidos: três que tenham a mesma altura; dois ou três bastante menores ou maiores que os primeiros, mas, entre si, de altura equivalente; e um terceiro, pequenino. No conjunto selecionado, formaram-se três classes — a dos maiores, a dos médios e a dos pequenos. Cada um recebe um balão. O jôgo obedecerá a uma regra: o balão só pode ser jogado a colega do mesmo tamanho daquele que recebeu o balão.

A dinâmica do jôgo mostrará que o aluno pequeno só tem a possibilidade de lançar o balão para o ar e retomá-lo, enquanto que os demais, além da mesma chance, podem jogá-lo ao colega e também recebê-lo de volta. Os caminhos percorridos pelo balão configuram as propriedades e a relação de equivalência “ter a mesma altura” no conjunto dado. Êsse jôgo é muito do agrado das crianças e excelente fonte para discussões sôbre as idéias que estão implícitas nas classificações. A forma pela qual as crianças representam essas relações deve merecer observação atenta, pois permite dados e previsões sôbre os estágios de desenvolvimento com vistas ao conceito de número.

O estudo da relação de equivalência e de suas correlações com as noções conjuntistas e o número terão seqüência também através de fichas a serem realizadas pelos alunos, sempre considerando que, geralmente, uma relação de equivalência é da forma “ter a mesma...” ou “ser da mesma...”. As sugestões de fichas sôbre o assunto estão nos n^{os} 43, 44, 46, 47, 50 e 51.

Conjuntos.

O professor deve manter o equilíbrio necessário na distribuição do tempo; enquanto se ocupa do desenvolvimento e da seqüência do trabalho com as relações, trata, também das noções sôbre conjuntos que se desdobram paralelamente.

Se as crianças já utilizam a combinação de dois ou mais atributos, para designar uma peça, é o momento de aproveitar êsse conhecimento sôbre atributos conjuntivos e consolidar as noções sôbre subconjunto. Além dos jogos lógicos específicos, é muito fácil a organização de fôlhas mimeografadas sôbre o assunto. Basta que os atributos considerados para a definição dos conjuntos sejam do tipo conjuntivo.

O emprêgo de outros materiais, — flanelógrafo, ambiental, etc. — que se ajustem a êsse objetivo, também deve ser considerado.

OBSERVAÇÕES:

1 — Em nossas classes, não introduzimos nenhuma terminologia específica, quando tratamos da relação de equivalência.

2 — É aconselhável que o professor, antes de levar às crianças o estudo sôbre a relação de equivalência, esteja em dia com o que diz respeito à relação de ordem. Isso lhe dará uma visão de totalidade no tema.

3 — O estudo da relação de equivalência pelos grupos experimentais nos levou a um planejamento exigente, com atividades previstas, envolvendo outras classes da escola e, inclusive alguns grupos de professores. O assunto nos pareceu muito importante e, de início, algo difícil; por isso, decidimos utilizar um recurso simples — já usado pela Prof^a Nicole Picard* — que nos fornecesse alguns dados sôbre o nível em que nossas crianças estariam fazendo suas classificações e como utilizavam essa relação. Foram atividades que se desenvolveram em um período bastante anterior ao trabalho sistemático sôbre relação de equivalência e seus resultados nos ofereceram as melhores fontes para reflexão e estudo. Anexamos a documentação pertinente, em outro local, para evitar quebra na seqüência que vimos compondo.

4 — Observamos que a propriedade reflexiva constitui dificuldade para as crianças. Mesmo depois dos jogos, muitos comprovantes mostram o sinal de flexibilidade sômente nos elementos que constituem as classes de um só elemento. Mas, também, se encontram muitos trabalhos com gráficos completos de relações de equivalência.

5 — Os jogos com os balões constituíram o melhor recurso para alertar o aluno quanto à propriedade reflexiva. Durante êsse jôgo, enquanto as crianças pertencentes às classes com mais de um elemento jogavam entre si, o aluno do conjunto unitário permanecia com o balão seguro, sem jogá-lo. Um dos colegas que observava gritou bem alto: “Guri! Joga o teu balão pra cima e pega”. A partir dêsse momento houve possibilidade de conduzi-los ao mesmo movimento nos grupos restantes — além de jogar entre si, jogaram também para si próprios. Nesse trabalho todo, é muito importante que o professor esteja atento e saiba aproveitar e interpretar os excelentes “apartes” das crianças.

* Veja-se o capítulo “Relação de Equivalência — Comentários sôbre a aplicação de uma prova”.